



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN FILOSOFÍA
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

RESPUESTA NEOFREGEANA QUE IMPIDE LA EXISTENCIA DE
ENUNCIADOS VERDADEROS Y CONTINGENTES DE IDENTIDAD *DE RE*

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRÍA EN FILOSOFÍA

PRESENTA:

BREINA PALACIOS RODRÍGUEZ

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. LOURDES VALDIVIA DOUNCE
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., Noviembre 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Para mi familia

Agradecimientos

Quisiera empezar expresando mi más sincero agradecimiento a la Universidad Nacional Autónoma de México, al Programa de Maestría y Doctorado en Filosofía y al ENALLT por brindarme una educación integral. De la misma forma agradecer la ayuda económica brindada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) durante los dos años que dura la Maestría, ser becaria me permitió dedicarme tiempo completo tanto a la carrera como a la investigación. Muchas gracias a directivos, maestros y compañeros.

La presente tesis titulada “Respuesta neofregeana que impide la existencia de enunciados verdaderos y contingentes de identidad *de re*” es desarrollada al interior del Seminario de Filosofía Analítica de la Facultad de Filosofía y Letras de la UNAM y su proyecto “Individuación en semántica, metafísica y ontología” DGAPA IN401016. Es al interior de este seminario donde este proyecto de investigación surge, se desarrolla, llega a conclusiones y deja espacio abierto a la investigación. Debo un especial agradecimiento a la Dra. Lourdes Valdivia Dounce por su guía, paciencia y apoyo permanente, gracias a su orientación este trabajo es una realidad. También quiero expresar mi gratitud con cada uno de los miembros del seminario, en especial con Hugo Sánchez, Carlos Romero, Iván Rodríguez y Rodrigo Campos porque sus comentarios y críticas dieron claridad al desarrollo de esta tesis.

De manera personal, quiero agradecer a mi familia Marina Rodríguez (quién desde algún punto en el universo me acompaña) Eugenio Palacios, Johana Palacios, Luis Aníbal Palacios, Vanessa Palacios, Galia Bermúdez, Santiago Díaz y Amaranta Mosquera por su amor y comprensión desde la distancia. A mis amigos de la maestría Diana Rojas, Alma Aguilar, Santiago Morales y Erick García por su apoyo.

Contenido

Introducción	1
Capítulo I - Nombres y descripciones definidas	7
I. 1. Términos singulares	7
I. 1. 1. Términos singulares en la teoría de Frege	8
I. 1. 2. Términos singulares en la teoría de Russell	11
I. 2. Una lectura de Kripke	15
Capítulo II - Relación de identidad y enunciados de identidad necesarios	18
II. 1. Relación de identidad y enunciados de identidad verdaderos	18
II. 2. Argumento formal	21
II. 3. Casos de enunciados de identidad <i>de re</i> contingentes	24
II. 4. Conceptos claves y aclaraciones	27
II. 5. Solución de Kripke a los supuestos casos de identidad contingente	32
Capítulo III - Descripción definida como nombre propio	38
III. 1. Distinción función / argumento en el lenguaje matemático	39
III. 2. Distinción función / argumento en el lenguaje natural	42
III. 2. 1. Análisis de los enunciados	42
III. 2. 2. Análisis de las descripciones definidas	45
III.3. Identidad y enunciados de identidad en Frege	49
Capítulo IV - Enunciados de identidad neofregeanos a través de mundos posibles	60
IV. 1. Descripciones definidas en enunciados de identidad, un reto para la teoría	60

IV. 2. Respuesta al supuesto de que otro objeto satisface la propiedad de la descripción	63
IV.3.Respuesta al supuesto de que el objeto no satisface la propiedad de la descripción	66
Conclusiones	72
Referencias	76

Introducción

El objetivo de este estudio es ofrecer una respuesta de corte fregeana que impide la existencia de enunciados de identidad *de re* contingentes en la semántica de Gottlob Frege para quien las descripciones definidas, al igual que los nombres, se asumen como nombres propios. Un objetivo secundario es argumentar que cuando un objeto satisface una propiedad y se nombra al objeto en virtud de esa propiedad vía una descripción definida, la descripción se liga al objeto y lo nombra unívocamente; llamaré a esta condición, *condición de ligazón*, y a la descripción definida que funciona como nombre, *descripción definida ligada*, porque está ligada a su valor semántico o referente. Sostengo que la ligazón que se da entre el objeto y la descripción definida es independiente y no se ve afectada por el hecho de que otros objetos satisfagan la propiedad señalada por la descripción definida o porque otros objetos sean nombrados por descripciones definidas homónimas. Mi hipótesis es que los enunciados de identidad *de re* verdaderos que contienen al menos una descripción definida ligada que alude a una propiedad contingente, no son evaluables en mundos donde el objeto no existe, o existe, pero no satisface la propiedad señalada por la descripción.

Entenderé los mundos posibles desde la concepción *actualista*, según la cual, el único mundo que existe es el mundo real o actual, los mundos posibles son entidades construidas a partir de este mundo. Así, los mundos posibles son estipulaciones de cómo pudo haber sido el mundo dado que el mundo es como es. Hay dos categorías que resultan claves, la categoría de lo contingente: cómo pudieron haber sido las cosas y la categoría de lo necesario: cómo tienen que ser las cosas. De esta manera, hay propiedades que el objeto tiene pero que pudo no haber tenido, en tanto hay otras propiedades que el objeto tiene y que no puede no tenerlas.

La relación de identidad, por su parte, es una relación metafísica (identidad *de re*) de acuerdo con la cual, si algo es un objeto, entonces es idéntico a sí mismo y diferente de los demás. Asumiré en esta tesis que la identidad tiene la propiedad modal de necesidad, es decir, si un objeto es idéntico a sí mismo, entonces lo es de manera necesaria. La identidad es una relación de dos lugares, que en nuestro lenguaje son representados por términos que nombran objetos. En el enunciado '*a* es idéntico a *b*' o ' $a=b$ ' los signos '*a*' y '*b*' refieren al mismo objeto y el enunciado es verdadero en virtud de la relación que guarda el objeto con sí mismo. Asumiendo que la relación de identidad es una relación metafísica necesaria, un enunciado verdadero que exprese la identidad del objeto consigo debería ser necesario; si el enunciado de identidad es verdadero en este mundo, entonces no puede ser falso en un mundo posible.

Para Frege la identidad es objetual, esto es, es una relación entre objetos. Aunque la elucidación de la noción identidad se da en el área de la matemática, Frege reconoce que la relación de identidad es general y aplicable a todos los objetos. En la propuesta fregeana los enunciados de identidad son de gran importancia por su papel en la inferencia —entre otras razones—, ya que cuando son verdaderos, permiten la sustitución en una inferencia asegurando verdad.

Los términos que flanquean el signo de identidad en los enunciados de identidad son nombres propios, para Frege toda expresión que pretende individuar a un objeto particular será entendido como un nombre propio, en esta categoría por tanto entrarán los nombres simples y los nombres compuestos (descripciones definidas). El enunciado de identidad 'el bajista de Los Beatles = Paul McCartney' que es verdadero, supone que los nombres propios 'el bajista de Los Beatles' y 'Paul McCartney' nombran al mismo objeto. Frege observa que los enunciados de la forma $a=b$ son informativos en contraste con los enunciados de la forma $a=a$ que son instancias de la ley lógica de identidad. Propone la distinción entre el sentido y la referencia de los nombres propios: si bien los nombres '*a*' y '*b*' refieren al mismo objeto, no obstante cada nombre lo presentan de una manera diferente, de ahí valor informativo de los enunciados $a=b$.

Kripke defiende la idea de que nombre y descripción definida se comportan semánticamente de manera diferente en escenarios modales y que por esta razón no deben

ser agrupados bajo la misma categoría semántica de nombre propio. Estas expresiones se encargan de nombrar a un objeto particular (las llama designadores), sin embargo, mientras el nombre designa al mismo objeto en cualquier mundo posible donde el objeto exista, es un designador rígido, la descripción definida, que alude a una propiedad contingente, designa en cada mundo al objeto que satisface la propiedad señalada por la descripción, es un designador no rígido. No todas las descripciones definidas son designadores no rígidos, las descripciones definidas que aluden a propiedades esenciales serán designadores rígidos. Por ejemplo, ‘la sustancia que tiene el número atómico 79’ nombra al oro en éste y en todo mundo posible donde el oro exista. Por supuesto, esta expresión nombra a una sustancia y no a un particular concreto, sin embargo, sería un caso descripción definida como designador rígido.

Kripke observa que los nombres son intuitivamente designadores rígidos y distingue tres tesis distintas, “(i) que los objetos idénticos son necesariamente idénticos; (ii) que los enunciados de identidad entre designadores rígidos, si son verdaderos, son necesarios; (iii) que los enunciados de identidad verdaderos entre lo que llamamos ‘nombres’ en el lenguaje real, son necesarios” (2017, p. 10). Kripke toma (i) y (ii) como tesis evidentes que se siguen de la lógica filosófica, (i) es metafísica y (ii) metalingüística —es una estipulación— en tanto (iii) es la tesis que busca argumentar.

Kripke retoma un argumento formal a favor de los enunciados de identidad *de re* necesarios:

- (1) $(\forall x) (\forall y) [(x=y) \rightarrow (Fx \rightarrow Fy)]$ (Ley de Leibniz)
- (2) $(\forall x) \Box (x=x)$ (Supuesto metafísico)
- (3) $(\forall x) (\forall y) (x=y) \rightarrow [\Box (x=x) \rightarrow \Box (x=y)]$ (Instancia de 1 / Propiedad de identidad necesaria)
- (4) $(\forall x) (\forall y) ((x=y) \rightarrow \Box (x=y))$ (Eliminación $\Box (x=x)$)

La conclusión dice que, para cualesquiera objetos x y y , si x es y , entonces es necesario que x sea y .

Advierte Kripke que para algunos filósofos la conclusión ha sido considerada como paradójica puesto que, aunque el argumento se sigue lógicamente, parecen haber enunciados de identidad *de re* contingentes. Kripke concluye que la consecuencia de enunciados de identidad contingentes se debe a la mala comprensión en áreas como la

semántica, la metafísica y la epistemología. Él argumenta que los pares necesario/contingente (metafísico) *a priori/a posteriori* (epistemológico) y analítico/sintético (semántico) no son siempre coextensivos. Esto conducirá a una tesis sorprendente, hay enunciados necesarios conocidos *a posteriori*.

Si los designadores son rígidos se sigue la necesidad del enunciado de identidad, sin embargo, Kripke observa que hay enunciados de identidad donde los términos son designadores no rígidos. Es el caso de las descripciones definidas que aluden a propiedades contingentes. “Si ‘*a*’ y ‘*b*’ no son designadores rígidos, no se sigue dicha conclusión [la necesidad] respecto del enunciado ‘*a=b*’ (aunque los *objetos* designados por ‘*a*’ y ‘*b*’ serían necesariamente idénticos)” (2017, p. 9). Señala además que “[l]as propiedades que identifican un único objeto pueden coincidir contingentemente, pero los objetos no pueden ser ‘contingentemente idénticos’” (2017, pp. 10-11) Kripke evalúa los enunciados de identidad que contienen al menos una descripción definida que alude a una propiedad contingente siguiendo la noción de *alcance* de Russell.

Aunque Frege no desarrolló una semántica modal alética, si la distinción semántica de los nombres y descripciones definidas a través de mundos es correcta, la teoría de Frege tendría la consecuencia de que hay enunciados de identidad contingentes. Veamos, para Frege los nombres y las descripciones definidas están en la misma categoría de nombre propio: son signos de argumento, es decir, tienen como valor semántico un objeto. El enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ si es verdadero, supone que los objetos nombrados por esos términos son el mismo objeto. Pero en un mundo posible *W1*, donde Paul McCartney no se dedica a la música, la descripción definida ‘el bajista de Los Beatles’ no nombraría al objeto Paul McCartney; además puede suceder que, en *W1*, otro objeto, digamos John, sí satisfaga la propiedad de la descripción, ¿sería John en *W1* el objeto nombrado por la descripción ‘el bajista de Los Beatles’?

Surge la pregunta de si en *W1* el enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ sería verdadero o falso. Parece que hay dos razones para pensar que es falso. Primera, dado que el objeto Paul McCartney no satisface la propiedad señalada en la descripción, entones, la descripción no lo nombraría al objeto y por tanto el enunciado de identidad sería falso en *W1*. Segunda, dado que es John el que satisface la propiedad,

entonces ‘el bajista de Los Beatles’ nombraría a John en W1 y por tanto, el enunciado de identidad sería falso en W1. Si el enunciado de identidad es verdadero en @, pero falso en W1, entonces tenemos un enunciado de identidad *de re* contingente. Parece que la contingencia de la propiedad señalada en la descripción afecta al enunciado de identidad, el cual sería también contingente.

Yo rechazo esta conclusión, argumentaré que en un mundo posible W1 donde es *otro objeto* el que satisface la propiedad de la descripción, el enunciado no es falso porque semánticamente se evalúa el mismo enunciado de identidad que en @. Basada en la condición de ligazón (aquella que establece la conexión entre nombre y objeto), señalo que, dado que Paul y John son dos objetos diferentes, entonces la descripción definida ‘el bajista de Los Beatles₁’ que en @ nombra a Paul es un nombre complejo diferente a la descripción definida ‘el bajista de Los Beatles₂’ que en W1 nombra a John. Si las descripciones definidas son distintas, entonces también lo serán los enunciados de identidad. Dado que son dos enunciados diferentes, el enunciado original no es contingente. Por otro lado, en el caso de que *el objeto* no satisfaga la propiedad de la descripción, propongo que podemos aceptar la verdad del enunciado por vacuidad; la estrategia consiste en condicionar la evaluación del enunciado de identidad. Propongo que en los mundos donde el objeto existe (condición de existencia de Kripke) y *además* el objeto satisface la propiedad de la descripción definida (condición de ligazón fuerte), podemos evaluar el mismísimo enunciado de identidad y en esos mundos en el enunciado siempre será verdadero.

Para el desarrollo del presente proyecto de investigación, la tesis será dividida en cuatro capítulos. En el primer capítulo se caracteriza los términos singulares en las teorías de Frege y de Russell en sus sistemas lógicos. A partir de una lectura de Mark Textor se presentará la diferencia semántica entre nombres y descripciones definidas a través de mundos posibles y la dificultad que presentaría para Frege al no haber considerado dicha distinción.

En el segundo capítulo se hará una introducción general a la relación de identidad y a los enunciados de identidad. Luego veremos el argumento a favor de los enunciados de identidad necesarios, y los argumentos de Kripke para rechazar los enunciados de identidad

contingentes. Se presentará el argumento de Kripke según el cual los enunciados de identidad entre nombres si son verdaderos entonces son necesarios.

El tercer capítulo tiene por objetivo caracterizar las descripciones definidas como nombres propios en la propuesta de Frege. Para ello presentaré la analogía del análisis lógico, dado en términos de función y argumento, entre el lenguaje matemático y el lenguaje natural. Propongo la condición de ligazón y argumento que la DDL (descripción definida ligada) se puede considerar como nombre propio por su papel lógico. Por último, presentaré cómo Frege entiende la relación de identidad y los enunciados de identidad.

En el cuarto capítulo, advertido el lector acerca de que Frege no abordó la modalidad alética, tomo algunas de sus consideraciones semánticas y evalúo en un mundo W_1 un enunciado de identidad que en @ es verdadero. Propongo una respuesta que evita la consecuencia de enunciados de identidad contingentes y argumento las condiciones que se deben dar para que el enunciado de identidad sea evaluable.

Capítulo I - Nombres y descripciones definidas

El objetivo de este capítulo es exponer la noción de nombre propio en los sistemas lógicos de Frege y Bertrand Russell, siendo ellos los filósofos clásicos de la teoría de la referencia. En una segunda parte, a partir de la lectura de Textor presentaré, en términos muy generales, la distinción kripkeana entre nombres y descripciones definidas a través de mundos posibles y abriré la discusión del porqué se puede pensar que a partir de la teoría de Frege se sigue la consecuencia de enunciados de identidad contingentes.

I. 1. Términos singulares

Los términos que se refieren a objetos individuales son términos singulares. Partamos entonces de la distinción clásica entre término singular y término general. Por un lado, los términos singulares engloban a las partículas que en la gramática se refieren a un particular y se clasifican en tres tipos: nombres, descripciones definidas y demostrativos. Los nombres son las expresiones como ‘Marina’, ‘México’; las descripciones definidas son aquellas expresiones que en la gramática tienen la forma singular y se usan como frases nominales en el enunciado, como por ejemplo: ‘la profesora de matemáticas’; los demostrativos son los pronombres singulares como ‘yo’ ‘él’ ‘ella’ y sus correspondientes pronombres demostrativos singulares: ‘ése’, ‘ésa’, ‘aquél’ ‘aquella’; y finalmente, también se incluyen a los demostrativos para cosa, persona, lugar y tiempo, como ‘esto’, ‘eso’, ‘aquí’ ‘ahora’. Por otro lado, un término general se aplica a muchos individuos, en la gramática se clasifica como sustantivo y generalmente se usa como predicado en las oraciones; el término ‘filósofo’ es un término general porque no se refiere a nadie en particular, pero podemos decir con verdad de un particular concreto que es filósofo, por ejemplo: Aristóteles es filósofo. El término general también puede nominalizarse anteponiendo el artículo definido ‘el’, ‘la’, y así fungir como el sujeto en el enunciado, por ejemplo ‘el niño’.

En la presente tesis me centraré en los términos singulares de la categoría lógico-semántica en la que caen los nombres y las descripciones definidas. El nombre es una expresión simple, por ejemplo ‘Marina’ que no se puede descomponer en partes; cuando

éste nombra, no obtenemos más que el objeto nombrado. Las descripciones definidas, en cambio, son nombres complejos, en ellas identificamos el artículo definido unido con una expresión descriptiva. En la descripción ‘la profesora de lógica’, ‘la’ es el artículo que indica unicidad y ‘profesora de lógica’ la expresión descriptiva que alude a una propiedad del objeto; unidas son un término singular que nombra describiendo a cierto objeto.

I. 1. 1. Términos singulares en la teoría de Frege

En el caso de Frege, la noción de nombre propio surge en su propuesta de un *lenguaje formalizado*, su *Conceptografía*. La motivación para construir su lenguaje formalizado o *Conceptografía* (1879) es epistemológica; desea establecer un fundamento lógico para nuestro conocimiento de la aritmética, sosteniendo que es un conocimiento analítico *a priori*. En su *Conceptografía*, los nombres propios son expresiones completas, su papel lógico es nombrar a un particular y su notación en la lógica es una constante individual. La compleción o saturación de la expresión nunca se define, se ilustra solamente y se la entiende por oposición a la no compleción o insaturación, así ‘2+2’ o ‘4’ son expresiones completas, pero ‘2+x’ no lo es porque la ‘x’ en la expresión marca un hueco. La noción de *nombre propio* es una estipulación para propósitos lógicos. Quiero anticipar al lector que estamos hablando de un lenguaje artificial. También reconozco que Frege vuelve los ojos al lenguaje natural y sólo toma de éste una parte, los enunciados indicativos. La razón es que a los enunciados indicativos podemos juzgarlos como verdaderos o como falsos.

Cuando Frege extiende la noción de función matemática a la de función proposicional en su artículo *Función y concepto* (1891) avanza hacia la formalización del lenguaje natural en modo indicativo, no obstante, su propósito no era formalizar el lenguaje natural sino obtener un lenguaje idóneo para la fundamentación del conocimiento aritmético. Entre las expresiones del lenguaje natural, Frege clasifica como *nombre propio* en su semántica a las siguientes: oraciones declarativas simples y compuestas, a los nombres de personas, instituciones, países y a las frases nominales descriptivas —las que posteriormente Russell llamó descripciones definidas—. Los nombres y las descripciones definidas nombran

objetos y las oraciones valores de verdad¹. Las descripciones definidas y las oraciones tienen estructura por eso son llamadas nombres propios complejos, mientras que los nombres de los lenguajes naturales como ‘Breina’, ‘Marina’, no tienen estructura, son nombres propios simples. Los nombres con estructura son informativos, Frege propone una analogía en estructura entre el lenguaje matemático y los nombres propios complejos del lenguaje natural. Esta analogía lo lleva a la distinción *argumento* - *función* que es sustancialmente distinta del análisis tradicional en términos de la distinción sujeto-predicado. La distinción fundacional de Frege entre argumento y función será elucidada en el tercer capítulo de la presente tesis. Consideremos el siguiente enunciado²:

(1) La maestra de lógica es filósofa.

En un enunciado como ‘la maestra de lógica es filósofa’ encontramos tanto un término singular como uno general. Éste es un enunciado declarativo acerca de un objeto individual, donde el término singular selecciona a un objeto y el término general atribuye algo acerca de ese objeto. Como señalaba anteriormente, ‘filósofa’ es un término general que figura en el predicado, los predicados describen o atribuyen propiedades a los objetos nombrados. En nuestro ejemplo, dado que la maestra de lógica en efecto es filósofa el enunciado es verdadero.

Los nombres propios son los signos de argumento para las funciones de primer nivel en el sistema de Frege. No obstante, al igual que los enunciados, las descripciones definidas como por ejemplo ‘la maestra de lógica’, también son analizables. Todas las expresiones que se inician con artículo definido son completas y debido a que figura en ellas el artículo definido singular, estas expresiones suponen unicidad³.

¹ No es intuitivo que las oraciones sean nombres y mucho menos que nombren valores de verdad. Se ha discutido si acaso hay un argumento. Sobre esta cuestión véase el artículo de Lourdes Valdivia “Frege: una estipulación viable” (1985).

² En la presente tesis usaré indistintamente oración y enunciado porque no afectará mi argumentación.

³ En *Sobre concepto y objeto* Frege distingue entre el uso del artículo definido ‘el’ en *singular* y en *plural*. Sin embargo, reserva el artículo definido en singular para su lenguaje lógico. Esto es, el uso de ‘el’ o ‘la’ indica que se trata de uno y sólo un objeto. (Frege, 1892b, p. 127). Cuando decimos *la ballena es un*

³ En *Sobre concepto y objeto* Frege distingue entre el uso del artículo definido ‘el’ en *singular* y en *plural*. Sin embargo, reserva el artículo definido en singular para su lenguaje lógico. Esto es, el uso de ‘el’ o

Los nombres propios del lenguaje natural parecen no ser unívocos como los numerales. El numeral ‘2’ sólo se refiere al número dos, pero el nombre ‘Marina’ se refiere a muchos individuos así llamados; ‘el primer número primo’ se refiere al número dos, pero ‘el profesor de lógica’ se refiere a muchos individuos que satisfacen la descripción. Así que asegurar la referencia unívoca de un nombre que proviene del lenguaje natural podría parecer un reto para la teoría, en el tercer capítulo desarrollaré este punto.

Para Frege, los nombres propios en su lenguaje formal no son signos vacíos, sino que se refieren a algo para quien los está considerando. Reconoce que en el lenguaje natural y el matemático hay nombres vacíos como ‘el cuerpo celeste más distante de la Tierra’ o ‘la serie menos convergente’ (Frege, 1892, p. 87). En esos casos hay que estipular la referencia si vamos a utilizar el nombre en el lenguaje formal, dado que el formalismo está diseñado para hacer inferencias. Además, debe haber un entendimiento común de las palabras a pesar de las diferencias lingüísticas, como queda claro en la siguiente cita:

Ciertamente, Kerry opina que ninguna estipulación lógica puede fundamentarse en distinciones lingüísticas; pero del modo que yo lo hago, nadie que haga tales estipulaciones puede evitarlo, puesto que sin el lenguaje no podemos entendernos y por eso dependemos en última instancia de la confianza en que el otro entiende las palabras, las formas y los modos de construir oraciones, esencialmente de la misma manera que nosotros mismos. (Frege, 1892b, p. 127)

En la propuesta de Frege hay un interés en la semántica de los enunciados y en las partes constituyentes de tales enunciados. La afirmación de que un enunciado es verdadero abre el camino a considerar el rol que juega el término singular (nombres simples y descripciones definidas) y el término general en el enunciado, así como la inferencia lógica que se lleva a cabo con los enunciados.

Resumiendo, tenemos que los nombres propios desempeñan el papel lógico de referir unívocamente. El nombre propio es un símbolo completo que al interior de una función proposicional y cuya referencia es el objeto nombrado, no importa si es nombre propio

‘la’ indica que se trata de uno y sólo un objeto. (Frege, 1892b, p. 127). Cuando decimos *la ballena es un mamífero* o *el caballo tiene cuatro patas*, en estos casos no hablamos de una ballena particular o un caballo particular, sino del concepto ‘ballena’ o el concepto ‘caballo’. En esta tesis se considerará en ‘el’ o ‘la’ al interior de una descripción definida para hacer referencia a un particular, por ejemplo, la descripción ‘el presidente de México en el año 2020’ la cual se refiere a Andrés Manuel López Obrador.

simple o una descripción definida; el signo de argumento, o constante, está por un objeto y sólo un objeto.

I. 1. 2. Términos singulares en la teoría de Russell

La caracterización de nombre propio en el caso de Russell parte de su proyecto en epistemología y metafísica. Para Russell el conocimiento de las cosas puede ser de dos tipos, *conocimiento directo* o conocimiento *acerca de*. El primero es un conocimiento de las cosas que se dan de manera directa, es perfecto e infalible, lo tenemos principalmente a partir de la percepción —hablamos de elementos sensoriales y privados de la experiencia inmediata y de uno mismo— El conocimiento *acerca de* es un conocimiento de las cosas que sólo es accesible mediante descripción, esto lo hacemos a través de frases denotativas. A este tipo de conocimiento pertenece nuestro conocimiento de los objetos físicos y de otras mentes. (Russell, 1911, pp. 108-114)

Los únicos nombres admitidos en su lenguaje lógico son los que denomina ‘nombres propios lógicos’, cuya representación en su lenguaje formal es la constante individual y su referente un dato sensorial. Los demostrativos como ‘esto’, ‘eso’, ‘yo’, ‘tú’ capturan a un particular inmediato en la experiencia y ese particular concreto es su referencia. Por el contrario, ningún nombre propio de los lenguajes naturales se traduce en uno lógico, por la razón epistémica de que no hay certeza sobre la existencia de su posible referente y, además, el objeto al que pretendemos referirnos pudo no haber existido. Epistemología y metafísica confluyen en la tesis de que los nombres propios para la lógica son sólo los que se refieren a nuestros datos sensoriales ciertos y existentes. Las críticas son muchas y no las desarrollaré aquí pues mi único propósito es señalar que los nombres propios de los lenguajes naturales no son traducidos en nombres propios lógicos.

La referencia es una relación que se da entre el nombre propio lógico y el dato sensorial, sólo los nombres propios lógicos refieren y, por tanto, sólo los nombres propios lógicos son términos singulares. Los nombres propios lógicos dependen de un contexto y de la persona que nombra, por ejemplo ‘esto’ en una situación S, nombra a un dato sensorial particular diferente a ‘esto’ en una situación S’.

Para Russell los nombres propios del lenguaje natural son abreviaciones de descripciones.

Las palabras comunes, incluso los nombres propios, suelen ser realmente descripciones. Es decir, el pensamiento en la mente de una persona que usa correctamente el nombre propio puede generalmente ser expresado explícitamente si reemplazamos el nombre por una descripción.⁴ (Russell, 1911, p. 114)

La estrategia de Russell consiste en reemplazar los nombres por descripciones definidas y analizar estas últimas en términos de expresiones cuantificacionales. La descripción definida es parte de una categoría más general que son las *frases denotativas*. Ejemplos de éstas son: un hombre, algún hombre, cualquier hombre, cada hombre, todos los hombres, el actual rey de Inglaterra, el actual rey de Francia. Para Russell,

[...] una frase es denotativa exclusivamente en virtud de su *forma*. Podemos distinguir tres casos: (1) Una frase puede ser denotativa y, sin embargo, no denotar nada; por ejemplo, 'el actual rey de Francia'; (2) una frase puede denotar un objeto definido; por ejemplo, 'el actual rey de Inglaterra' denota a un hombre determinado; (3) una frase puede denotar ambiguamente; por ejemplo, 'un hombre' no denota a muchos hombres, sino a un hombre indeterminado. (Russell, 2005, p. 153)

Las frases denotativas son símbolos incompletos que en el simbolismo se traducen en cuantificadores, predicados y variables individuales. Las descripciones definidas son símbolos *incompletos* porque no aportan un particular para componer la proposición, pero sí contribuyen a través de los predicados con criterios cuya satisfacción proporcionaría un referente para la composición de la proposición particular a la que dieran lugar.

El principio de la teoría del denotar que deseo defender es el siguiente: las frases denotativas no tienen significado alguno en sí mismas, pero toda proposición en cuya expresión verbal figuran tiene un significado. (Russell, 2005, p. 154)

Veamos el siguiente enunciado:

(ii) El presidente de México es inteligente

La descripción definida tiene la forma 'el tal' 'la tal'. '*El*', cuando se lo usa estrictamente, supone unicidad. La descripción definida en este enunciado es 'el presidente de México', esta frase no es un nombre propio lógico y no se refiere a nada. El análisis de

⁴ Common words, even proper names, are usually really descriptions. That is to say, the thought in the mind of a person using a proper name correctly can generally only be expressed explicitly if we replace the proper name by a description.

la frase denotativa se da al interior del enunciado completo y es allí donde la descripción tiene algún significado. El enunciado tiene la forma ‘el F es G’ y en el simbolismo lógico se expresa como:

$$(iii) \exists x (Fx \wedge \forall y (Fy \rightarrow x=y) \wedge Gx)$$

‘ \exists ’ es el cuantificador existencial y ‘ \forall ’ el cuantificador universal. La descripción ha sido disuelta en cuantificadores que unen a sus respectivas variables ‘ x ’ e ‘ y ’ mediante ‘ $=$ ’ y así expresan una única existencia. Esta descomposición o disolución muestra la incompleción de la frase denotativa ‘el presidente de México’. Así, (iii) afirma que: hay al menos un objeto x tal que x es presidente de México, y cualquiera que sea y , si y es presidente de México entonces y es idéntico a x , y x es inteligente. Otra forma de expresar lo anterior es: un individuo y sólo uno es presidente y ese individuo es inteligente.

El análisis lógico permite mostrar que en enunciado (iii) tiene tres afirmaciones.

(iiia) $\exists x (Fx$ ----- existe presidente de México.

(iiib) $\forall y (Fy \rightarrow y=x)$ --- es único.

(iiic) Cx ----- es inteligente.

La verdad de esas tres proposiciones es necesaria y suficiente para la verdad del enunciado completo. La fórmula $(x=y)$ que figura en el enunciado (iii) es presentada con variables y no con constantes, de la forma $(a=b)$; básicamente la diferencia es que la primera alude indeterminadamente a un objeto y la segunda alude determinadamente a un objeto.

Como es bien sabido, la teoría de las descripciones resuelve tres paradojas. Una sobre sustitución de correferenciales en lo que se denomina contexto opaco o de actitud proposicional, otra sobre el tercero excluido y finalmente sobre existenciales negativos. No entraré en la presentación de la teoría porque no será necesaria para mi argumento general, lo único que me importa es mostrar la forma lógica de las descripciones definidas, para la discusión subsecuente.

En resumen, para Russell los nombres propios lógicos se refieren a los datos de los sentidos y se traducen en constantes individuales. Los nombres propios del lenguaje natural

abrevian descripciones definidas de ese particular y esas descripciones son símbolos incompletos que no se refieren a ningún particular *per se*. Sin embargo, la importancia de las descripciones definidas es que, a final de cuentas, cuando son satisfechas, permiten obtener el referente.

Quiero terminar esta sección señalando que la noción de nombre propio en Frege y Russell es diferente. Para Frege un nombre propio (nombre gramatical o descripción definida) es una expresión completa, un signo simple o compuesto, que nombra a un objeto y en su simbolismo se representa con una constante individual. Para Russell, los únicos nombres propios son los demostrativos, los pronombres, etc., estos se pueden reemplazar en su simbolismo por constantes individuales, pero los nombres gramaticales y las descripciones definidas son términos incompletos, por lo tanto, en su simbolismo no se representa por variables individuales. No obstante, Frege y Russell estuvieron de acuerdo en que el nombre y la descripción definida, en cada uno de sus sistemas, trabajan de la misma manera: se refieren a uno y sólo un particular, y por tanto son semánticamente equivalentes, esta última consideración es una presentación bajo la cual la paráfrasis de Kripke resultaría adecuada. Este es el punto crucial para pensar que tanto Frege como Russell sostienen lo que Kripke llama la Teoría descriptivista de los nombres. La razón para unir teorías tan distintas es aparentemente simple. Frege usó descripciones como ‘la maestra de lógica’ para incluirlas como nombres propios compuestos que sólo nombran un particular en virtud de la figuración del artículo definido singular. Russell usó descripciones como ‘el actual rey de Inglaterra’ que, aunque no se traducen como símbolos completos, la satisfacción de la fórmula cuantificada permite obtener uno y solo un referente o denotado particular.

Es importante señalar, sin embargo, que la noción de término singular en Frege y Russell está en el marco de la presentación de sus lenguajes formales. Ninguno de los dos estuvo interesado en formalizar todo el lenguaje natural teniendo como objetivo la comunicación. Sus propuestas formales no están destinadas a evaluar la intención de la

persona que habla o el rol de la persona que escucha en la comunicación o en una comunidad de hablantes.⁵

I. 2. Una lectura de Kripke

Mark Textor, en su libro *Frege on sense and reference* (2010) dedica un apartado del cuarto capítulo para analizar los nombres simples (nombres gramaticales) y complejos (descripciones definidas). Señala que “[t]oda expresión que pretende referirse a un único objeto está en la amplia comprensión de Frege del término ‘nombre propio [...] tanto nombre complejo como nombre simple pretende designar a un *único objeto determinado*’”⁶ (2010, p. 111)

Textor observa una diferencia entre nombre propio simple (nombre gramatical) y el nombre propio complejo (la descripción definida). Según su lectura de la teoría de los nombres propios de Frege, mientras el nombre designa en toda situación posible al mismo objeto, en situaciones posibles la descripción puede designar a otro objeto. Señala que es controversial decir que una expresión compleja como ‘el vencedor de Austerlitz’ sea un nombre propio (2010 p. 111-112). La razón es que Napoleón pudo no haber sido el vencedor de Austerlitz, sino que otra persona por ejemplo Tzar Alexander I pudo haberlo vencido en su lugar. En esta situación posible ‘el vencedor de Austerlitz’ se referiría al Tzar Alexander I y no a Napoleón. Así “Las descripciones definidas son satisfechas por al menos un objeto, pero bajo diferentes circunstancias ellas pueden ser satisfechas por diferentes objetos”⁷ (2010, p. 112).

⁵ Véase, por ejemplo, la respuesta pragmática de Strawson en *On referring* (1950).

⁶ Every expression that purports to refer to a single object is in Frege’s broad understanding of the term a ‘proper name’ [...] both complex and simple proper names purport to designate a single determinate object.

⁷ Definite descriptions are satisfied by at most one object, but under different circumstances they can be satisfied by different objects.

Algo diferente sucede en el caso de los nombres “si un nombre designa algo, este designa a uno y el mismo objeto. Por ejemplo, en diferentes posibilidades ‘Napoleón’ se referirá a uno y el mismo objeto y no a un objeto diferente”⁸ (2010, p.112).

En contraste con la descripción definida, se dice que el caso del nombre éste se refiere a un único objeto y a ningún otro en todo mundo posible donde el objeto existe. No obstante, por un lado, puedo imaginar una situación posible en la que con el nombre ‘Napoleón’ me refiera a un objeto diferente al que me refiero en este mundo. Por otro lado, puedo imaginar una situación posible en la que Napoleón no hubiera sido llamado ‘Napoleón’, sino ‘Carlos’ porque sus padres así lo decidieron. Kripke expone argumentos para rechazar estas intuiciones, éstas serán expuestas en el siguiente capítulo, además Kripke reconoce que “[e]l teórico clásico de las descripciones también tiende a hablar, *por mor* de la simplicidad, como si los nombres tuvieran referencias únicas” (2017, p. 14). Mi intuición es que en el caso de las descripciones definidas debería mantenerse la misma consideración, en el tercer y cuarto capítulo mostraré la plausibilidad de esta tesis.

Siguiendo a Textor, él señala que “Frege no considera ejemplos que sugirieran que una descripción definida puede variar. Ésta es una de las razones de por qué no ve importante diferenciar entre nombre propio y descripción definida”⁹ (2010, p. 112).

Frege no abordó una semántica modal, sin embargo, si como señala Textor, bajo diferentes circunstancias la descripción definida fregeana pudiera ser satisfecha por diferentes objetos, eso presentaría y evidenciaría un problema con el que se enfrentaría la propuesta Frege. Veamos si la descripción definida que nombra a este objeto en este mundo no nombra al mismo objeto en otro mundo posible, ¿qué pasa con los enunciados de identidad que contienen alguna descripción definida como es el caso del enunciado ‘el vencedor de Austerlitz = Napoleón’? ¿Estos enunciados de identidad serían falsos en situaciones donde el objeto no satisface la propiedad señalada en la descripción y en cambio otra persona si la satisface? Responder afirmativamente a la pregunta llevaría a

⁸ If a proper name designates something, it designates one and the same object. For example, in different possibilities ‘Napoleon’ will refer to one and the same object and not to different ones.

⁹ Frege does not consider examples that suggest that what a definite description designates can vary. This is one reason why he sees no important difference between definite descriptions and proper names.

aceptar que los enunciados de identidad son contingentes porque en este mundo son verdaderos, pero en otros son falsos. No obstante, si el enunciado ‘el vencedor de Austerlitz = Napoleón’ expresan un hecho necesario, no puede ser que sea verdadero en este mundo y falso en otro.

Debemos preguntarnos ¿por qué Frege no considera ejemplos que sugieran que la descripción definida pueda variar? ¿Es la variabilidad de referencia de las descripciones un problema para la teoría de Frege? En el tercer capítulo daremos respuesta a estos interrogantes.

Para Kripke, por el contrario, como veremos, las descripciones definidas a diferencia de los nombres no son nombres propios porque se comportan semánticamente de manera diferente a través de mundos posibles. Mientras el nombre se refiere al mismo objeto en todo mundo posible donde el objeto existe, la descripción definida se refiere en cada mundo al objeto que satisface la propiedad señalada por la descripción. En el capítulo que viene a continuación se analizará el argumento formal a favor de los enunciados de identidad necesarios entre nombres y por qué para Kripke si un enunciado de identidad entre nombres es verdadero es necesariamente verdadero. Además, veremos qué dice Kripke acerca de los enunciados de identidad que contienen al menos una descripción definida que no sea rígida.

Capítulo II - Relación de identidad y enunciados de identidad necesarios

Kripke inicia su artículo *Identidad y necesidad* (1987) con una pregunta directa ¿Cómo son posibles los enunciados contingentes de identidad? En el desarrollo de dicho artículo defiende la tesis de que los enunciados de identidad *de re* en donde ocurren nombres, si son verdaderos, son necesarios sin importar que hayan sido conocidos *a posteriori*. Reconoce que a pesar del argumento formal que más adelante presentamos, hay quienes sostienen que es posible que existan enunciados de identidad *de re* que, siendo verdaderos, no son necesarios.

Este capítulo será dividido en cuatro partes. En la primera parte se hará una introducción general a la relación de identidad y a los enunciados de identidad verdaderos. En la segunda, se expondrá el argumento formal para mostrar que los enunciados de identidad *de re* si son verdaderos, son necesarios y se revisará cada una de las premisas de dicho argumento, así como las posibles críticas que se le pueden presentar a la premisa (2) pues es la premisa que no todos aceptan. En la tercera, se presentarán casos de enunciados de identidad *de re* contingentes y se evaluará cuáles son las razones por las que se ha asumido que estos son ejemplos genuinos de enunciados *de re* contingentes. En la cuarta, se introducirán conceptos centrales de la propuesta kripkeana tales como la distinción entre conceptos modales (necesario/contingente), epistemológicos (*a priori/a posteriori*) y semánticos, (analítico/sintético), y la noción de *designador rígido*. Por último, en la quinta, se evaluará cada uno de los casos de enunciados de identidad *de re* contingentes a la luz de la propuesta kripkeana, y se argumentará, de acuerdo con la propuesta del autor, por qué no son casos de enunciados de identidad *re* contingentes sino más bien necesarios.

II. 1. Relación de identidad y enunciados de identidad verdaderos

La identidad es la relación que cada cosa tiene con sí misma y con ninguna otra cosa. Esta caracterización no es una definición ya que ‘sí misma’ y ‘ninguna otra’ requiere la comprensión de qué es identidad, por esta razón se dice que el concepto de identidad es básico para nuestro esquema conceptual y por tanto conceptualmente primitivo

(indefinible) Véase (Hawthorne, 2003 p. 99) (Lowe, 2009, p. 24-25). Siguiendo a Valdivia, “[u]n rasgo interesante de la noción de ‘identidad’ es que todos y cada uno de los objetos la tiene. Es una propiedad ubicua, demócrata, no distingue entre una y otra clase de cosas. Todos los objetos son, cada uno, idénticos a sí mismo; pero entre ellos, todos y cada uno es diferente” (2014, p.18).

La anterior caracterización se conoce como identidad numérica y se contrasta con la identidad cualitativa. La identidad cualitativa se establece entre dos o más cosas cuando estas comparten alguna propiedad(es), pero las cosas son numéricamente diferentes. Dos cosas, aunque compartan muchas propiedades, nunca serán numéricamente idénticas (dos gemelos, los chocolates de la misma caja, los carros de la misma serie). La identidad numérica, exige *absoluta* identidad cualitativa y esto sólo se puede dar entre la cosa con sí misma.

A la relación de identidad se le ha atribuido tres tesis metafísicas, se dice de ella que es absoluta, determinada y necesaria¹⁰.

Por ejemplo, se piensa que la identidad es absoluta, pues el hecho de que una entidad sigue siendo exactamente esa misma entidad, no depende de ningún tipo de predicado o lenguaje por medio del cual se refiera; también se le entiende como determinada, porque siempre hay un hecho por medio del cual se obtiene que *a* es idéntico o distinto de *b*; y más popularmente como necesaria, no puede ser el caso que un objeto falle en ser ese mismo objeto. (Llamas, 2014, p. 20)

La ley de Leibniz, propiamente refiriéndome al el principio de indiscernibilidad de los idénticos, ha sido considerada como un principio que gobierna la identidad numérica. En lógica de segundo orden se le presenta de la siguiente manera:

$$(\forall x) (\forall y) ((x=y) \leftrightarrow (\forall F) (Fx \leftrightarrow Fy)).$$

Esta fórmula combina I: el principio de indiscernibilidad de los idénticos (izquierda a derecha), con II: el principio de identidad de los indiscernibles (derecha a izquierda).

¹⁰ No todos los filósofos comparten esta tesis. Hay quienes sostienen que la identidad es relativa, por ejemplo, P. Geach (1967); otros que es vaga, como R. Keefe (1989); y otros que es contingente, como David Lewis. Pero no entraré en esa discusión por la simple razón de que para el tema de la tesis, tanto los autores que aquí discuto, como yo, asumimos que la identidad es necesaria. Queda abierta la cuestión de si la necesidad de la identidad para Frege, además de ser lógica, es también metafísica. En esta tesis asumiré que la identidad en Frege que también es metafísica.

I) Para todo x y y , si $x=y$, entonces x y y tienen las mismas propiedades

II) Para todo x y y , si x y y tienen las mismas propiedades, entonces $x=y$

El principio de indiscernibilidad de los idénticos señala que para cualesquiera dos cosas si son idénticas entonces poseen las mismas propiedades. El principio de identidad de los indiscernibles señala que si dos cosas poseen las mismas propiedades entonces son idénticas. Acá tanto x como y son una y la misma cosa. En la tradición filosófica, el primer principio no ha sido controversial, en tanto el segundo ha sido un tema de debate. Siguiendo a Mendelsohn:

El principio 2.5.3 (*Ley de Leibniz*) [La indiscernibilidad de los idénticos] es una ley lógica fundamental que gobierna la identidad y, como acabamos de ver, no admite contraejemplos. Si alguien pretende tener un caso en el que un objeto x es idéntico a un objeto y pero x tiene una propiedad de la que carece y , respondemos que esta persona está equivocada, ya sea en suponer que x es idéntico a y o en suponer que la propiedad que se dice que x posee es la misma propiedad que la propiedad que se dice que y carece.¹¹ (2005, p. 23)

La relación de identidad tiene tres características lógicas, ella es reflexiva, simétrica y transitiva:

Reflexiva: $(\forall x) (x=x)$ Es una relación de todo objeto con sí mismo.

Simétrica: $(\forall x) (\forall y) (x=y \rightarrow y=x)$ Si es verdad que $x=y$, entonces $y=x$ es verdadero.

Transitiva: $(\forall x) (\forall y) (\forall z) [(x=y \ \& \ y=z) \rightarrow (x=z)]$ Si es verdad que $x=y$ y que $y=z$, entonces $x=z$ es verdadero.

La identidad es una relación de dos lugares, que en nuestro lenguaje son representados por términos que nombran objetos. El enunciado ' a es idéntico a b ' o ' $a=b$ ' es verdadero si y sólo si ' a ' y ' b ' refieren al mismo objeto. Debemos siempre recordar que es una cosa, un objeto, un ente el que hace verdaderos los enunciados de identidad que hablan sobre dicho objeto. Así, el enunciado de identidad es verdadero en virtud de que la identidad es una relación que guarda el objeto con sí mismo (Valdivia, 1989 p. 41). Los enunciados 'Juan es

¹¹ Principle 2.5.3 (Leibniz's Law) is a fundamental logical law governing identity and, as we have just seen, admits of no counterexamples. If someone purport to have a case where an object x is identical with an object y but x has a property y lacks, we reply that this person is mistaken, either in supposing that x is identical with y or supposing that the property x is said to possess is the same property as the property y is said to lack.

idéntico así mismo' o 'Juan es idéntico a Juan' son expresiones con las mismas condiciones de verdad, dependen de la existencia e identidad del objeto Juan.

Los enunciados de identidad de la forma $a=a$ expresan una verdad lógica, su justificación es *a priori*, no depende de la experiencia. En el caso de los enunciados de la forma $a=b$, cuando son verdaderos, el término '*a*' se refiere al mismo objeto al que se refiere el término '*b*' y su justificación no siempre es *a priori*, como bien señaló Frege.

Los enunciados ' $2+2=4$ ', 'Héspero=Fósforo' y 'Doroteo Arango=Pancho Villa' son verdaderos, sin embargo, las verdades matemáticas, por un lado, y las verdades de la ciencia física y cotidianas por otro lado, se apoyan en tipos de evidencias diferentes. En el primer caso la evidencia son leyes y definiciones y en el segundo caso es requerida la evidencia empírica que justifique la verdad del enunciado, de ahí que de acuerdo con la ortodoxia las verdades de la matemática sean conocidas *a priori* en tanto las verdades de la ciencia empírica y la vida cotidiana sean conocidas *a posteriori*. Por supuesto, hay casos en los que estipulamos que, por ejemplo, 'Juan' y 'Pedro' se refieren al mismo objeto y tal estipulación hace que justificación de enunciado 'Juan = Pedro' sea *a priori*.

II. 2. Argumento formal

Veamos entonces el argumento formal con el que se busca establecer la necesidad de los enunciados de identidad:

(1) $(\forall x) (\forall y) [(x=y) \rightarrow (Fx \rightarrow Fy)]$ (Ley de Leibniz)

(2) $(\forall x) \Box (x=x)$ (Supuesto metafísico)

(3) $(\forall x) (\forall y) (x=y) \rightarrow [\Box (x=x) \rightarrow \Box (x=y)]$ (Instancia de 1 / Propiedad de identidad necesaria)

(4) $(\forall x) (\forall y) ((x=y) \rightarrow \Box (x=y))$ (Eliminación $\Box (x=x)$)

La conclusión dice que, para cualesquiera objetos x y y , si x es y , entonces es necesario que x sea y .

Antes de entrar en las objeciones, es pertinente señalar que, para Kripke un mundo posible (situación contrafáctica o escenario modal) una estipulación de cómo pudo haber sido el mundo dado que el mundo es como es. Entenderé los mundos posibles desde la concepción *actualista*, según la cual, “todo lo que existe está en el mundo real; los mundos posibles y sus habitantes, por tanto, son entidades construidas o configuradas a partir de material contenido en el único mundo realmente existente” (Pérez, 2009, p. 70). Partimos del mundo real o actual, en adelante @, y pensamos mundos en los que las cosas tienen que ser como en @, o pudieron haber sido diferentes a como son en @. Hay dos categorías modales claves, la categoría de contingente: cómo pudieron haber sido las cosas y la categoría de necesario: cómo tienen que ser las cosas. De esta manera, hay propiedades que el objeto tiene pero que pudo no haber tenido, en tanto hay otras propiedades que el objeto tiene y que no puede no tenerlas. Construimos los mundos a partir del lenguaje sirviéndonos de expresiones como ‘pudo haber sucedido que’, ‘es necesario que’.

La premisa (1) $(\forall x) (\forall y) [(x=y) \rightarrow (Fx \rightarrow Fy)]$ es el principio leibniziano de la indiscernibilidad de los idénticos que establece que para cualesquiera objetos x y y , si x es idéntico a y , entonces, si x tiene una propiedad F , también la tiene y . Kripke revisa particularmente la premisa (2) $(\forall x) \Box (x=x)$, advierte de posibles objeciones que le podrían ser presentadas.

La primera objeción en contra de la premisa (2) es como sigue: el enunciado ‘Paul McCartney = Paul McCartney’¹², podría ser falso si imaginamos una situación contrafáctica en la que Paul McCartney no hubiera existido, en esa situación el término ‘Paul McCartney’ que sustituye a x no se refiere a nada y el enunciado de identidad sería falso. Esta objeción supone que el nombre ‘Paul McCartney’ puede ser vacío, sin embargo, Kripke no discute valores de verdad de enunciados que mencionan a objetos que no existen en situaciones contrafácticas o en el mundo actual.

Retomando la existencia del objeto y dejando de lado la vacuidad del nombre, la segunda objeción en contra de la premisa (2) es que la verdad *de re* del enunciado ‘Paul

¹² El ejemplo en *Identidad y Necesidad* es ‘Saul Kripke = Saul Kripke’. Yo lo cambio por ‘Paul McCartney = Paul McCartney’ conservando lo que es esencial al argumento.

McCartney = Paul McCartney' es contingente porque no es necesario sino contingente que Paul McCartney exista. Así, el enunciado sería contingente porque la existencia del objeto es contingente. En respuesta, Kripke toma la necesidad de manera débil, es decir, si el objeto existe, entonces su identidad es necesaria más no su existencia. La identidad del objeto está condicionada a la existencia del objeto, de esta manera, si el objeto existe entonces es necesariamente autoidéntico.

Una tercera objeción en contra de la premisa (2) es que el enunciado 'Paul McCartney = Paul McCartney' es un enunciado contingente porque tener el nombre 'Paul McCartney' es una propiedad contingente del objeto, Paul McCartney pudo haberse llamado 'Julio Werner'. Quien plantee esta objeción está considerando los enunciados de identidad como enunciados metalingüísticos esto es, identificar el enunciado 'Paul McCartney = Paul McCartney' con el enunciado metalingüístico "'Paul McCartney' y 'Paul McCartney' son nombres del mismo hombre" (Cfr. Kripke, 1978, p. 15). La respuesta de Kripke es que, si bien es posible que Paul McCartney se hubiera llamado de otra manera, esta posibilidad es acerca de cómo se hubiera usado el lenguaje en otro mundo y no acerca de la identidad del objeto con sí mismo.

En resumen, Kripke piensa que las objeciones en contra de que el enunciado 'Paul McCartney = Paul McCartney' sea una verdad *de re* necesaria están mal encaminadas. Que para empezar el enunciado podría tener un nombre vacío, no es algo que le preocupe resolver, además, estamos asumiendo que el nombre tiene referencia. Suponer que el enunciado sea contingente porque la existencia de Paul McCartney lo es, es confundir la identidad con la existencia y aplicarle a la segunda el operador de necesidad. Finalmente, pensar que el enunciado resulta falso porque Paul McCartney se pudo haber llamado de otra manera es simplemente hablar de hechos acerca del lenguaje, no acerca de la identidad verdadera enunciada mediante el lenguaje, la identidad no es una relación entre signos. Ninguna de estas objeciones, piensa Kripke, se enfoca en contra de la necesidad de la identidad *de re* expresada en la premisa (2).

La premisa (3) $(\forall x) (\forall y) (x=y) \rightarrow [\Box (x=x) \rightarrow \Box (x=y)]$ es una instancia de (1) $(\forall x) (\forall y) [(x=y) \rightarrow (Fx \rightarrow Fy)]$ obtenida reemplazando a F por la propiedad de ser necesariamente idéntico a x. En otras palabras, por ley de Leibniz si x tiene una propiedad,

por ejemplo, ser necesariamente idéntico a x , entonces y debe tener también esa propiedad. Se sigue entonces que y tiene la propiedad de ser necesariamente idéntico a x .

La conclusión (4) es obtenida por eliminación dada la verdad de la premisa (2). Eliminamos $(\forall x) \Box (x=x)$ y obtenemos (4) $(\forall x) (\forall y) ((x=y) \rightarrow \Box (x=y))$. Esto es, si $x=y$ entonteces necesariamente $x=y$.

Ahora bien, la ley de Leibniz valdría no solamente en la forma universalmente cuantificada (1), sino también la forma si $a=b$ y Fa entonces Fb . Donde ' a ' y ' b ' son nombres de objeto y F es un predicado que expresa una propiedad del objeto. El argumento corre de la misma manera:

(1) $(a=b) \rightarrow (Fa \rightarrow Fb)$ (Ley de Leibniz)

(2) $\Box (a=a)$ (Supuesto metafísico)

(3) $(a=b) \rightarrow [\Box (a=a) \rightarrow \Box (a=b)]$ (Instancia de 1 / Propiedad de identidad necesaria)

(4) $(a=b) \rightarrow \Box (a=b)$ (Eliminación $\Box (a=a)$)

La conclusión (4) del argumento sostiene la necesidad de la identidad de a y b . De esta forma, un enunciado de identidad verdadero es necesario y por tanto no hay enunciados de identidad contingentes.

II. 3. Casos de enunciados de identidad *de re* contingentes

La conclusión (4) ha sido considerada como paradójica por algunos filósofos. Se piensa que la conclusión sostiene que si a y b son idénticos entonces son necesariamente idénticos. Pero podemos tener la verdad del antecedente, es decir que sea el caso que $a=b$ es verdad, pero también tener la falsedad del consecuente, es decir que $a=b$ no es necesaria sino contingente. Eso es lo paradójico, aun asumiendo la necesidad de la identidad hay enunciados contingentes. Se pueden presentar casos de identidad contingentes como los siguientes:

Caso 1: El primer director de Correos de Estados Unidos = El inventor de los lentes bifocales

Si bien este es un hecho verdadero, también es un hecho contingente pues es una cuestión de hecho que la persona que inventó los lentes bifocales fuera el primer director de Correos de Estados Unidos. Podemos imaginar situaciones contrafácticas en la que Benjamín Franklin no hubiera inventado los lentes bifocales o no hubiera sido el primer director de Correos de Estados Unidos. Este es un caso en el que el enunciado ‘el primer director de Correos de Estado Unidos = El inventor de los lentes bifocales’ es verdadero pero no es necesario.

Caso 2: Gaurisanker = Everest

Otra forma de encontrar la contingencia es suponiendo que lo que se conoce *a posteriori*, mas no *a priori*, es contingente y hay conocimiento de identidades *de re a posteriori*, por lo cual lo así conocido es contingente. Quine pensaba que la función de los nombres es etiquetar. Por ejemplo, etiquetar una montaña vista desde el Tibet con el nombre ‘Everest’ y etiquetar una montaña vista desde Nepal con el nombre ‘Gaurisanker’. Luego se hizo un descubrimiento empírico de que se trataba de una y la misma montaña, y que había sido etiquetada dos veces. Observa Quine que ningún raciocinio *a priori* podría haber hecho posible que se dedujera que Everest es Gaurisanker; es decir, no es una verdad necesaria *a priori*. Se argumenta que el enunciado ‘Everest = Gaurisanker’ tiene que ser una verdad contingente, empírica que podría haber sido de otra manera. Por tanto, la tesis de que los enunciados de identidad son necesarios ha de ser falsa.

Caso 4: Héspero = Fósforo

Miremos ahora otro caso de identidad contingente. Bertrand Russell pensaba que los nombres propios que usamos en el lenguaje natural en realidad no son nombres porque no hay certeza de que sus referentes existan, incluso dice que es posible que no hubieran existido. Por esta razón, los nombres propios del lenguaje natural no son referenciales en términos lógicos, sino que describen; Para Russell los nombres tales como ‘Héspero’ y ‘Fósforo’ no pueden ser más que abreviaciones de descripciones, por ejemplo, ‘Héspero’ abrevia ‘el cuerpo celeste visto en tal posición en la tarde’ y ‘Fósforo’ abrevia a ‘el cuerpo celeste visto en tal posición en la mañana’. De esta manera, piensa Russell, un enunciado como ‘Héspero es Fósforo’ abrevia al enunciado más extenso ‘el cuerpo celeste visto en tal

posición en la tarde es el cuerpo celeste visto en tal posición en la mañana'. El enunciado expresa un hecho contingente, a saber, el hecho de que la estrella que está en una determinada posición celeste en la tarde es la estrella que está en una determinada posición celeste en la mañana.

Caso 4: Cicerón = Tulio

Supongamos que alguien usa 'Tulio' como término que se refiere al orador romano que denunció a Catalina y que usa 'Cicerón' como término que se refiere al hombre cuyas obras tuvo que estudiar en la secundaria. Es un hecho contingente que la persona que denunció a Catalina sea la misma que escribió determinadas obras, pues Cicerón pudo nunca haberse dedicado a escribir, por tanto, pese a que el enunciado 'Cicerón = Tulio' es verdadero, no obstante, es contingente.

Caso 5: el bajista de Los Beatles = Paul McCartney

Este ejemplo de enunciado de identidad los signos que flanquean el signo de identidad son una descripción definida y un nombre. Este no es un ejemplo de Kripke en *Identidad y necesidad*. El enunciado 'el bajista de Los Beatles = Paul McCartney' es verdadero, pero parece ser contingente porque Paul McCartney pudo nunca haberse dedicado a la música.

Son varios los casos de enunciados de identidad contingente que se pueden presentar y diferentes las razones a su favor. Reunamos los ejemplos de enunciado contingente que en tanto contingente son contrarios al consecuente de la conclusión (4).

Caso 1: 'El primer director de Correos de E.U. = El inventor de los lentes bifocales'

Caso 2: 'Gaurisanker = Everest'

Caso 3: 'Héspero = Fósforo'

Caso 4: 'Cicerón = Tulio'

Caso 5: 'el bajista de Los Beatles = Paul McCartney'

Retomemos, el argumento formal parte de premisas verdaderas y llega a una conclusión que se sigue lógicamente de las premisas. Los casos de enunciados de identidad

recopilados son todos verdaderos, pero si estos enunciados son realmente contingentes, entonces claramente son casos contrarios al consecuente de la conclusión (4) $(\forall x)(\forall y)((x=y) \rightarrow \square(x=y))$. En otras palabras, tenemos la verdad del antecedente, porque $a=b$ es verdadero, pero la falsedad del consecuente, porque $a=b$ no es necesario. ¿Cómo podemos conciliar todos estos casos de identidad contingente con la conclusión (4)?

II. 4. Conceptos claves y aclaraciones

Para Kripke, la conclusión de que hay enunciados de identidad contingente *de re* es el resultado de confusiones al interior de la semántica y la epistemología. En el caso de la semántica, pensar que los nombres propios abrevian descripciones y en este sentido dan propiedades del objeto. En el caso de la epistemología, pensar que las verdades *a posteriori* son coextensivas con las verdades contingentes o que las verdades *a priori* son coextensivas con las verdades necesarias. Kripke ofrece aclaraciones tanto semánticas como epistemológicas para defender que los enunciados de identidad entre nombres, si son verdaderos, son necesarios. Por lo tanto, una tarea para abrirse camino a resolver la aparente inconsistencia o paradoja es argumentar, por un lado, que los nombres no son abreviaciones de descripciones y, por otro lado, que *a priori* y necesario no son categorías coextensivas, como tampoco lo son *a posteriori* y contingente.

Aclaraciones semánticas

Kripke rechaza la tesis de que los nombres tengan por significado, o sean sinónimos de descripciones definidas. De acuerdo con la posición descriptivista de los nombres Frege-Russell¹³, el nombre propio gramatical es semánticamente equivalente a una descripción

¹³ En *El nombrar y la necesidad* (2017) Kripke hace un rechazo a la posición que él llama ‘teorías descriptivistas de los nombres propios’ (Frege-Russell), él pone en ese rubro a los dos filósofos pese a sus diferencias en sus motivaciones filosóficas y pese a la diferencia en la notación que usan para sus lenguajes artificiales. Contrasta la posición ‘descriptivista’ con la posición de John Stuart Mill, según la cual los nombres propios tienen denotación, pero no connotación. Que un nombre propio denote, pero no connote quiere decir que los nombres propios ni indican, ni implican propiedades del objeto al que el nombre se refiere; en otras palabras, no brindan información acerca del objeto nombrado; su función es etiquetar objetos. Así, la contribución semántica de un nombre es su referencia, por ejemplo, el valor semántico del nombre ‘Marina’ es el objeto Marina. Kripke intenta retomar la posición de Mill considerando ésta más acertada para sus tesis metafísicas sobre necesidad y contingencia, y propone un bosquejo de teoría como un acercamiento alternativo frente a la discusión de cómo se determina la referencia de los nombres propios.

definida. Sin embargo, en el lenguaje natural, diferentes usuarios asocian diferentes descripciones al mismo nombre por tanto no hay algo como el sentido del nombre o la descripción que abrevie el nombre. Pero aun tomando a un solo individuo, si la descripción definida ‘el maestro de Alejandro Magno’ es el significado del nombre ‘Aristóteles’ para el usuario, entonces el enunciado Aristóteles fue maestro de Alejandro Magno sería una verdad necesaria en el idiolecto del hablante, lo cual resulta falso. Veamos el argumento de sinonimia de Kripke:

(i) Una descripción expresa una propiedad del objeto (supuesto)

(ii) Una descripción suele expresar una propiedad contingente del objeto, podemos descubrir que es falso el hecho. (Supuesto)

(iii) Si ‘Aristóteles’ significa el hombre que enseñó a Alejandro Magno, entonces decir ‘Aristóteles fue un maestro de Alejandro Magno’ sería mera tautología.

(iv) Pero el enunciado no expresa una tautología. Expresa el hecho de que Aristóteles fue el maestro de Alejandro Magno, algo que podríamos descubrir que fue falso. Es un enunciado contingente.

(v) Conclusión: ser el maestro de Alejandro Magno no puede ser parte de [el sentido de] el nombre. (Cfr. 2017, p. 35)

Para la posición clásica —y con ella Kripke está entendiendo la posición descriptivista Frege-Russell— Mill estaba equivocado, porque tanto Frege como Russell pensaron que “[...] en realidad un nombre propio, adecuadamente usado, no era más que una descripción definida abreviada o disfrazada. Frege dijo específicamente que dicha descripción daba el sentido del nombre.” (Kripke, 2017, p. 31-32)

La connotación se asocia en el caso de Russell porque el nombre abrevia una descripción definida. En el caso de Frege, por dos razones, primera porque el nombre tiene por sentido una descripción definida; y segunda, porque las descripciones definidas *per se* son nombres propios. Se relaciona la descripción definida en ambos casos con lo que Mill entendió como connotación, porque las descripciones definidas expresan propiedades del objeto. Kripke considera sospechosa la posición descriptivista puesto que los nombres no parecen ser descripciones disfrazadas como supuso Russell.

El enunciado expresa una verdad contingente porque Aristóteles pudo no haberse dedicado a la pedagogía. En conclusión, ninguna descripción da el significado del nombre¹⁴.

Aclaraciones epistemológicas

En contra de la tradición filosófica, Kripke argumenta que las nociones de *a priori*-necesario y *a posteriori*-contingente no son coextensivas, ellas pertenecen a distintos dominios de la filosofía. Uno de ellos tiene que ver con la epistemología; con cómo justificamos nuestro conocimiento. En el caso *a posteriori* la justificación es empírica, no así en el caso del conocimiento *a priori*; las nociones de necesario y contingente tienen que ver con la metafísica. Entiende la contingencia o posibilidad metafísica en términos de contrafácticos; es decir, cómo pudo haber sido el mundo, dado que el mundo es como es. La separación de las nociones epistemológicas (*a priori* y *a posteriori*) de las nociones metafísicas o modales (necesario y contingente) permitió a Kripke combinar estas categorías y proponer las siguientes tesis: *hay verdades necesarias que son conocidas únicamente a posteriori*.

Designadores rígidos

Ahora bien, para seguir el argumento de Kripke debemos distinguir entre *designador rígido* y *designador no rígido*. Esta es una estipulación de acuerdo con la cual un designador rígido es un término que designa al mismo objeto en todos los mundos posibles o situaciones contrafácticas donde el objeto existe. Si el objeto no existe en un determinado mundo, entonces ese término no tiene referencia en ese mundo. Adicional a esto, el designador rígido no nombra a ningún otro objeto ni en este ni en ningún mundo posible, es un término unívoco. Un designador no rígido, por el contrario, es un término que nombra a uno u otro objeto en al menos otro mundo posible.

La noción de designador rígido requiere las siguientes dos aclaraciones las cuales de alguna manera ya han sido esbozadas en las repuestas a los argumentos en contra de la

¹⁴ En la presente tesis no me detendré en la discusión acerca de si el nombre tiene sentido y si éste es una descripción definida. Mi propósito es analizar las descripciones definidas *per se* y su evaluación a través de mundos posibles, esta es una tesis acerca de la referencia y no acerca del significado.

premisa (2). Primera, al estipular situaciones contrafácticas se toma el lenguaje como nosotros los usamos y a partir de él imaginamos situaciones contrafácticas en las que el lenguaje se sigue usando tal como nosotros lo usamos, cuando evaluamos escenarios posibles lo que se busca evaluar es cómo podría haber sido el mundo y no cómo podría haber sido usado el lenguaje. Segundo, cuando decimos que ‘*a*’ es un designador rígido que designa al mismo objeto en situación contrafáctica en la que el objeto existe, no se afirma que el objeto necesariamente existe, sino que dado el supuesto de que existe en tal situación contrafáctica, entonces el designador rígido ‘*a*’ rastrea al mismo objeto que en la situación actual. Como se aclaró antes, la necesidad se aplica a la identidad del objeto consigo condicionada a la existencia del objeto.

Kripke propone la siguiente prueba intuitiva a favor de los designadores rígidos. El número de planetas podría haber sido distinto al que de hecho es, esto es 9. La raíz cuadrada de 81 podría haber sido diferente del número que de hecho es, esto es 9. Observa Kripke que mientras en el primer caso podemos imaginarnos la situación contrafáctica, en el segundo caso no. Así, ‘el número de planetas’ no es un designador rígido, pero ‘la raíz cuadrada de 81’ sí. Kripke señala que, si aplicamos esta prueba intuitiva a los nombres propios, tales como ‘Richard Nixon’, intuitivamente parece resultar que son designadores rígidos. Por el contrario, las descripciones definidas no, cuando estas aluden a propiedades no esenciales. Cuando se evalúa expresiones como ‘Richard Nixon’ así como ‘el presidente de los Estados Unidos de 1970’ asumimos que estas aluden a un hombre determinado.

(i) Nadie más que Nixon podría haber sido Nixon

(ii) Nadie más que Nixon podría haber sido el presidente de los Estados Unidos en 1970

(i) es verdadero, esto es nadie más que Nixon tiene la propiedad de identidad con sí mismo. Sin embargo, (ii) es falso. Podemos imaginar una situación en la que Nixon no se hubiera dedicado a la política y otra persona hubiera ocupado el cargo de presidente en 1970. En esa situación contrafáctica la descripción ‘el presidente de los Estados Unidos en 1970’ se refiere a *esa* persona. Entonces ‘Richard Nixon’ es un designador rígido y ‘el presidente de los Estados Unidos en 1970’ es un designador no rígido.

Si los nombres propios son designadores rígidos, entonces estos términos designan en toda situación contrafáctica, en la que los objetos existan, a los mismos objetos que designan en el mundo actual. De esta manera, si todos los nombres son designadores rígidos entonces todos los enunciados de identidad verdaderos entre nombres, serán necesariamente verdaderos. Esta es la tesis que Kripke busca argumentar. En *El nombrar y la necesidad* señala:

Tenemos que distinguir tres tesis distintas: (i) que los objetos idénticos son necesariamente idénticos; (ii) que los enunciados de identidad entre designadores rígidos, si son verdaderos, son necesarios; (iii) que los enunciados de identidad verdaderos entre lo que llamamos ‘nombres’ en el lenguaje real, son necesarios. (2017, p. 10)

Kripke argumenta en contra de una posible objeción a la tesis de rigidez, la cual es presentada en el prefacio a *El nombrar y la necesidad* y la que en adelante llamaremos *homonimia de nombres*. Es frecuente encontrar que dos personas tienen el mismo nombre, por ejemplo, ‘Aristóteles’ que se refiere a Aristóteles el filósofo de la antigüedad y ‘Aristóteles’ que se refiere a Aristóteles Onassis. Entonces el nombre ‘Aristóteles’ puede designar diferentes personas cuando se usa para hablar acerca de un individuo en el mundo actual u otros mundos posibles. La respuesta de Kripke es que diferentes personas pueden tener fonéticamente el mismo nombre, pero dado que las referencias son únicas y distintas, entonces los nombres son diferentes, así ‘Aristóteles₁’ y ‘Aristóteles₂’ son dos nombres distintos porque cada uno tiene un único portador. El subíndice lo uso para señalar que son dos referencias diferentes. En otras palabras, dos nombres pueden tener la misma expresión enunciativa, ‘[p]ero que los referentes sean distintos será una condición *suficiente* para que los nombres sean distintos’ (2017, p. 14, pie de página 9).

Cuando se habla de las condiciones de verdad de una oración como ‘Aristóteles amaba a los perros’ lo que se evalúa es si una sola persona determinada amaba a los perros. Afirma Kripke que “[a]sí lo hace por supuesto también el teórico clásico de las descripciones; no es *ésta* la discusión entre nosotros. El teórico clásico de las descripciones también tiende a hablar, *por mor* de la simplicidad, como si los nombres tuvieran referencias únicas” (2017 p. 14).

¿Qué sucede en el caso de las descripciones definidas? Al igual que el teórico de las descripciones, Kripke acepta que “en la práctica se suele suponer que lo que se quiere decir en un uso particular de una oración se entiende a partir del contexto” (2017, p, 14). En el caso de las descripciones definidas en este mundo, por ejemplo, Kripke atribuye a Russell la asociación de la descripción definida ‘el último de los grandes filósofos de la Antigüedad’ a el nombre ‘Aristóteles’. Sin embargo, reconoce que entre los amantes del estoicismo la expresión ‘el último de los grandes filósofos de la Antigüedad’ podría nombrar a otro referente. En la nota 8 señala:

Considerando que la descripción que Russell asocia a ‘Aristóteles’ es ‘el último de los grandes filósofos de la Antigüedad’. Que no se ofendan los admiradores del epicureísmo, el estoicismo, etc.; si algún lector considera que alguien posterior a Aristóteles es el verdadero referente de la descripción dada, que la sustituya por otra. (2017, p. 12)

Bueno, no es muy clara la postura de Kripke de la variabilidad de referencia de las descripciones en el mundo actual, aunque reconoce el papel del contexto, pues a partir de éste se determina la referencia de la descripción definida. Lo que sí resulta claro es la postura de Kripke acerca de la referencia de las descripciones definidas a través de mundos posibles.

Lo que quiero expresar al decir que una descripción pudiera haberse referido a algo diferente, es que en *nuestro* lenguaje tal como *nosotros* lo usamos al describir una situación contrafáctica, pudiera haber habido un objeto diferente que satisficiera las condiciones descriptivas que *nosotros* damos para la referencia. Así, por ejemplo, cuando hablamos acerca de otro mundo posible o situación contrafáctica, usamos la frase ‘el inventor de los lentes bifocales’ para referirnos a quienquiera que hubiera inventado los lentes bifocales en esa situación contrafáctica. (Kripke, 1978, p. 12)

Para Kripke, entonces, en cada mundo posible quien satisfaga la propiedad aludida en la descripción, será el portador de tal designador. Bajo esta lectura, veamos ahora la solución de los casos de identidad contingente.

II. 5. Solución de Kripke a los supuestos casos de identidad contingente

Veamos ahora los supuestos casos de enunciados de identidad contingente. Teniendo como referencia el enunciado del caso 1, ‘El primer director de Correos de Estados Unidos = el inventor de los lentes bifocales’, Kripke escribe:

Dice Wiggins: ‘Ahora bien existen indudablemente enunciados de identidad contingentes.’ Un ejemplo de un enunciado de identidad contingente es el enunciado que el primer director general de Correos de los Estados Unidos es idéntico al inventor de los lentes bifocales [...] Ahora bien, algunos de estos enunciados son francamente contingentes. [...] ¿Cómo podemos reconciliar esto con la verdad del enunciado (4)? Bueno, éste también es un asunto en el que no quiero entrar en detalle salvo para mostrar sumamente dogmático al respecto. Creo que esta cuestión quedó muy bien resuelta Bertrand Russell en su noción del alcance de una descripción. (1978, p. 9)

¿Es el caso 1 un enunciado de identidad contingente y cómo conciliar este caso con la conclusión de la premisa (4)? Partimos del hecho de que el enunciado es verdadero, observa Kripke que es una cuestión de hecho contingente que una persona, en este caso Benjamín Franklin, haya sido tanto el primer director de Correos de Estados Unidos, como el inventor de los lentes bifocales, podemos imaginar una situación contrafáctica en la que esto no hubiera sido el caso. Además, otra persona pudo haber sido el inventor de los lentes bifocales, e incluso otra segunda persona distinta podría ser el primer director de Correos de Estados Unidos. ¿Es ese enunciado de identidad falso en ese mundo posible, o de manera más general, son los enunciados de identidad entre descripciones definidas falsos en otros mundos posibles donde el objeto no satisface la propiedad y donde otros objetos satisficieran las propiedades señaladas por cualquiera de las descripciones definidas?

Bajo el supuesto de que las descripciones definidas no son nombres, Kripke presenta el análisis de los enunciados de identidad entre descripciones definidas bajo la propuesta de Russell de *alcance de la descripción*.

Siguiendo a Russell las frases denotativas —en este caso las descripciones definidas, que en el simbolismo se traducen como $\exists x (Px \wedge \forall y (Py \rightarrow x=y))$ — pueden tener figuración primaria o secundaria de acuerdo con su posición en la proposición en la que figura (Cfr. Russell, 2005 p.165). Si la frase denotativa está precedida de un operador, su figuración es secundaria porque está subordinada a ese operador, pero si no está precedida a un operador entonces su figuración es primaria. Para ilustrar lo anterior, veamos las siguientes dos proposiciones y su traducción en el simbolismo lógico de Russell:

I) El actual rey de Francia no es calvo / $\exists x (Px \wedge \forall y (Py \rightarrow x=y) \wedge \neg Cx)$

II) No es el caso que el actual rey de Francia es calvo / $\neg \exists x (Px \wedge \forall y (Py \rightarrow x=y) \wedge Cx)$

En la proposición (I) la frase denotativa ‘el actual rey de Francia’ tiene figuración primaria. En la proposición (II) la frase denotativa ‘el actual rey de Francia’ está subordinada a la negación (\neg), por tanto, su figuración es secundaria.

Siguiendo a Russell, Kripke señala que podemos decir por ejemplo que el autor de Hamlet pudo no haber sido el autor de ‘Hamlet’.

Russell destaca esto diciendo que la primera ocurrencia de la descripción “El autor de ‘Hamlet’” en semejante enunciado, tiene alcance amplio. Esto es, decimos: “El autor de ‘Hamlet’ tiene la siguiente propiedad: que pudo no haber escrito ‘Hamlet’.” *No* aseveramos que el siguiente enunciado pudiera haber sido el caso: que el autor de “Hamlet” no escribió “Hamlet”, puesto que esto no es verdadero. (Kripke, 1978, p.10)

Léase ‘alcance amplio’ como figuración primaria y ‘alcance corto’ como figuración secundaria. Se traduce lo anterior en el simbolismo lógico como:

- i) $\exists x (Hx \wedge \forall y (Hy \rightarrow x=y) \wedge \diamond \neg Hx)$ La descripción tiene figuración primaria.
- ii) $\diamond \exists x (Hx \wedge \forall y (Hy \rightarrow x=y) \wedge \neg Hx)$ La descripción tiene figuración secundaria.

En la proposición i) se afirma que hay un objeto que escribió Hamlet y ese objeto pudo no haber escrito Hamlet. El operador de posibilidad está subordinado a la descripción definida, por tanto, la descripción tiene figuración primaria; la proposición es verdadera. En la proposición ii) se afirma que pudo haber un objeto que escribió Hamlet y no escribió Hamlet, esto último es falso y contradictorio, va en contra de la ley de no contradicción. La descripción definida tiene figuración secundaria porque está subordinada al operador de posibilidad.

Retomemos el enunciado ‘el primer director de Correos de Estados Unidos es el inventor de los lentes bifocales’, Kripke ofrece la siguiente lectura:

Hay un objeto x tal que x inventó los lentes bifocales y, como cuestión de hecho contingente, hay un objeto y , tal que y es el primer director general de Correos de los Estados Unidos y, finalmente, es necesario que x es y . ¿Qué son aquí x y y ? Aquí, tanto x como y son Benjamín Franklin y, ciertamente puede ser necesario que Benjamín Franklin sea idéntico a sí mismo, de modo que no hay problema en el caso de las descripciones si aceptamos la noción russelliana de alcance. (1978, p.11)

Veamos cómo se desambigua la contingencia o necesidad de la identidad a partir de la noción de figuración o de alcance de la descripción.

i) $\exists x [(Dx \wedge \forall y (Dy \rightarrow x=y)) \wedge \exists z [Iz \wedge \forall w (Iw \rightarrow w=z)] \wedge \Box(x=z)]$

ii) $\Box [\exists x [Dx \wedge \forall y (Dy \rightarrow x=y)] \wedge \exists z [Iz \wedge \forall w (Iw \rightarrow w=z)] \wedge (x=z)]$

i) Hay un objeto que es tanto el director de Correo de Estados Unidos como el inventor de los bifocales y necesariamente el objeto es idéntico así mismo. Acá la descripción definida tiene figuración primaria y el operador de necesidad afecta las variables x y z , $\Box(x=z)$ lo cual no entra en contradicción con la premisa (4) puesto que $\Box(x=y)$.

ii) Necesariamente el director Correos de Estados Unidos es el inventor de los bifocales. La descripción tiene figuración secundaria. Si la proposición fuera verdadera, afirmarí que en todo mundo posible el objeto es tanto el director de Correos de Estados Unidos como el inventor de los lentes bifocales. Pero como vimos, ser director de Correos de Estados Unidos es una propiedad contingente del objeto, así como también ser el inventor de los lentes bifocales. Por lo que la proposición ha de ser falsa.

Esta respuesta supone que las descripciones definidas no son nombres propios y por tanto no se traducen en el lenguaje lógico por constantes individuales sino por cuantificadores y variables. Sin embargo, Kripke afirma en *El nombrar y la necesidad*:

Si 'a' y 'b' son designadores rígidos, se sigue que, si 'a = b' es verdadero, entonces es una verdad necesaria. Si 'a' y 'b' *no* son designadores rígidos, no se sigue dicha conclusión respecto del *enunciado* 'a = b' (aunque los *objetos* designados por 'a' y 'b' serían necesariamente idénticos. (2007, p.9)

Recordemos que la tesis a defender por Kripke es que los enunciados de identidad entre nombres si son verdaderos son necesariamente verdaderos. La distinción entre designador rígido y no rígido es una propuesta que busca mostrar que nombres y descripciones funcionan semánticamente de manera diferente, en virtud de esto, las descripciones definidas no entran en la categoría de los nombres propios.

Caso 2: Gaurisanker = Everest

Este es un caso de enunciado verdadero de identidad *de re* entre nombres del tipo $a=b$. Aquí los nombres 'Gaurisanker' y 'Everest' son designadores rígidos en tanto nombran a la misma montaña en toda situación contrafáctica en la que la montaña existe. Cuando imaginamos una situación contrafáctica acerca de Gaurisanker o Everest hablamos de la

misma montaña del mundo actual y lo que le hubiera pasado a esa montaña en circunstancias contrafácticas, por ejemplo, Everest podría ser más alta de tamaño que tiene. Dado que ‘Gaurisanker’ y ‘Everest’ designan a la misma montaña en toda situación contrafáctica, no puede haber una situación contrafáctica en la que Gaurisanker es diferente de Everest pues esta sería una situación en la que la montaña no fuera idéntica consigo. Por tanto, es necesario que Gaurisanker es Everest. Ahora bien, la justificación es *a posteriori* pues fue un descubrimiento empírico que Gaurisanker era el Everest, en virtud de que es *a posteriori* es informativo, o sea, amplía nuestro conocimiento. Tenemos entonces que el enunciado verdadero ‘Gaurisanker = Everest’ es un enunciado de identidad *de re* necesario *a posteriori*. Ya que el enunciado es necesario, no es un caso contrario a la conclusión (4).

Caso 3: Héspero = Fósforo

Retomemos el caso de Héspero = Fósforo. En tanto designadores rígidos ‘Héspero’ y ‘Fósforo’ designan al mismo objeto celeste en cualquier situación contrafáctica. Entonces Héspero = Fósforo es una verdad necesaria porque es verdad en todo mundo posible. Cuando decimos ‘Héspero = Fósforo’ no estamos hablando de un hecho contingente, sino más bien, de un hecho necesario, pues es necesario que Venus sea Venus. Por supuesto, es posible imaginar situaciones contrafácticas en las que Héspero no sea visible por la tarde, en la que otro planeta ocupe la posición de Fósforo, o en la que con las palabras ‘Héspero’ y ‘Fósforo’ nos refiramos a otros planetas. Sin embargo, no nos estamos imaginando una situación contrafáctica en la que Héspero \neq Fósforo sino situaciones en las que las cosas se ven diferentes, el planeta Venus ocupa otra posición, o en la que nombramos con los mismos signos otros planetas. Por otro lado, el conocimiento de que Héspero es Fósforo requirió una investigación empírica —fue un descubrimiento de la astronomía— y por tanto su conocimiento fue *a posteriori*. Desde esta perspectiva, el enunciado de identidad *de re* Héspero = Fósforo no es un caso de identidad contingente sino más bien necesaria y por esta razón no entra en conflicto con la conclusión (4).

Caso 4: Cicerón = Tulio

Kripke advierte que es posible fijar la referencia del término ‘Cicerón’ mediante el uso de una frase descriptiva tal como ‘el autor de estas obras’. Con esto usamos a ‘Cicerón’

rígidamente para designar al hombre que de hecho hemos identificado mediante su calidad de autor de estas obras más no lo usamos para designar a quienquiera que hubiese escrito esas obras en lugar de Cicerón. Es contingente que Cicerón es el autor de tales obras, pues la proposición es verdadera en el mundo actual, pero podría no serlo en una situación contrafáctica: si bien ‘Cicerón’ es un designador rígido que se refiere al mismo objeto en cualquier situación contrafáctica, puedo imaginarme una situación en la que Cicerón existe, pero no satisface la propiedad de la descripción.

En este caso no diríamos que Cicerón no habría sido Cicerón, sino que más bien que Cicerón no escribió tales obras. De ese hecho contingente no se sigue que Cicerón = Tulio es un hecho contingente. En tanto designadores rígidos, tanto ‘Cicerón’ como ‘Tulio’ designan al mismo objeto en situaciones contrafácticas. Por tanto, si es verdad que Cicerón = Tulio, entonces es necesariamente verdadero.

Resumiendo, Kripke concluye a partir del argumento formal que (4) $(x) (y) ((x=y) \rightarrow \Box (x=y))$; estipula la distinción entre designador rígido y no rígido y apoyado en nuestras intuiciones señala que los nombres son designadores rígidos y las descripciones definidas que aluden a propiedades no esenciales son designadores no rígidos, esto le permite asumir que los enunciados de identidad entre designadores rígidos de ser verdaderos son necesarios y dado que los nombres son designadores rígidos, entonces los enunciados de identidad verdaderos entre nombres de ser verdaderos son necesariamente verdaderos. Concluye que, si los términos que flanquean el signo de identidad no son designadores rígidos entonces no se sigue dicha consecuencia acerca de la necesidad del enunciado, aunque el objeto referido por tales términos es necesariamente idéntico.

En el siguiente capítulo se hará un acercamiento a la propuesta de Frege entorno al análisis lógico de expresiones tales como los enunciados indicativos y las descripciones definidas, y el rol de estas últimas al interior de enunciados de identidad *de re* verdaderos. Aunque Frege no desarrolló consideraciones modales en su semántica, la idea es tomar elementos claves que me permitan en el cuarto capítulo presentar una propuesta alternativa de cómo funcionan las descripciones en enunciados de identidad verdaderos a través de mundos.

Capítulo III - Descripción definida como nombre propio

El objetivo de este capítulo es caracterizar las descripciones definidas como nombres propios en la propuesta de Frege, presentando la analogía del análisis lógico entre el lenguaje matemático y el lenguaje natural. Busco argumentar que las descripciones definidas son nombres propios porque ellas cumplen el papel lógico de signo de argumento en un enunciado indicativo. Como signo de argumento, la contribución lógica y semántica de la descripción definida es estar por un objeto determinado. A diferencia de los nombres gramaticales, las descripciones definidas son expresiones que se pueden descomponer; sus partes son el artículo definido en singular y una expresión que alude a un concepto. En el marco de esta caracterización expondré *la condición de ligazón* la cual es una condición que establece la ligazón entre una determinada descripción definida y su referente. Cuando el objeto cae bajo del concepto y usamos la descripción al interior de un enunciado indicativo, la descripción se pega al objeto y lo nombra unívocamente. Llamaré a ese tipo de expresión *descripción definida ligada* porque ésta nombra a un objeto particular y ningún otro independiente de que otros objetos caigan dentro del concepto aludido por la descripción definida.

Frege es un pensador que en principio está interesado en investigaciones lógicas y matemáticas. Su proyecto se conoce como logicismo y es un intento por explicar qué fundamenta nuestro conocimiento de las verdades matemáticas. En el curso de esta búsqueda, algunos resultados obtenidos le permiten establecer una analogía con los enunciados indicativos del lenguaje natural, esto se debe a que tanto al lenguaje matemático como a los enunciados indicativos del lenguaje natural se aplican estructuras lógicas. Frege propone la distinción *función - argumento* para explicar el análisis de las expresiones y es bajo esta distinción que se establece la analogía entre los dos tipos de lenguaje. Este capítulo será dividido en tres partes, en la primera se presenta la distinción función y argumento en el lenguaje matemático, en la segunda la distinción función argumento en el lenguaje natural. En la tercera, caracterizo cómo entiende Frege la relación de identidad y los enunciados de identidad. Para Frege el nombre propio se refiere a un objeto y expresa un sentido en el que está contenido el modo de presentación de un objeto.

III. 1. Distinción función / argumento en el lenguaje matemático

En *Función y concepto* (1891) Frege distingue entre función, argumento y valor de la función para el argumento. Frege caracteriza cómo ha de entenderse la función y el argumento al considerar la forma de expresiones como las que se presentan a continuación:

$$(i) \text{ '2} \cdot 1^3 + 1\text{'}$$

$$(ii) \text{ '2} \cdot 2^3 + 2\text{'}$$

$$(iii) \text{ '2} \cdot 4^3 + 4\text{'}$$

Por una parte, (i) (ii) y (iii) son expresiones diferentes, que se refieren a números diferentes, esto es, al 3, 18 y 132 respectivamente. Por otra parte, las expresiones tienen algo en común; lo común a todas ellas es la *función* la cual se expresa como:

$$(iv) \text{ '2} \cdot x^3 + x\text{'}$$

[...] x no ha de considerarse en este caso como algo que pertenece a la función, sino que esta letra sólo sirve para indicar el género de compleción que se necesita, en la medida en que da a conocer los lugares en los que debe entrar el signo de argumento. (Frege, 1891, pp. 58-59)

Por lo que la función ha de comprenderse como:

$$(v) \text{ '2} \cdot ()^3 + ()\text{'}$$

Los huecos o espacios en corchetes presentan, de acuerdo con Frege, una característica propia de la función: la función es insaturada, incompleta o necesitada de compleción.

En las expresiones (i) (ii) y (iii), 1, 2, 4, respectivamente son los encargados de ocupar los espacios vacíos de la función. Esta característica es propia de los *argumentos*, el argumento satura o completa a la función. En (i) la función tiene a 1 como argumento, en (ii) a 2 como argumento y en (iii) a 4 como argumento. Pero ¿qué son 1, 2, y 4? Son objetos en el sistema de Frege; para él, “objeto es todo lo que no es función, cuya expresión no conlleva, por tanto, un lugar vacío.” (Frege, 1891, p. 67) Frege llama a la expresión que está por el argumento, el signo de argumento (más adelante, nombre propio).

Cuando el signo de argumento satura al signo de función, tenemos una expresión completa. Esta expresión refiriere a un objeto determinado (un número), este objeto es el valor de la función para el argumento. Frege señala:

Ahora bien, llamamos al resultado de completar la función con su argumento, el valor de la función para ese argumento. Así, por ejemplo, 3 es el valor de la función $2 \cdot x^2 + x$ para el argumento 1, puesto que tenemos $2 \cdot 1^2 + 1 = 3$. (1891, p. 59)

Así, al considerar la función $2 \cdot x^2 + x$ el valor de la función para el argumento 1 es el número 3 para el argumento 2 es el número 18 y para el argumento 4 es el número 132. Se sigue respectivamente que:

$$(vi) \quad 2 \cdot 1^3 + 1 = 3$$

$$(vii) \quad 2 \cdot 2^3 + 2 = 18$$

$$(viii) \quad 2 \cdot 4^3 + 4 = 132$$

Frege busca entonces distinguir las expresiones de aquello a lo que ellas se refieren. Una cosa es el signo y otra es lo referido por él, su contenido. Tómese por caso la expresión (ii) ' $2 \cdot 2^3 + 2$ ', ésta se refiere al mismo objeto que otras expresiones como las siguientes:

$$(ix) \quad '3 \cdot 6'$$

$$(x) \quad '18'$$

(ii), (ix) y (x) se refieren al número 18. La expresión (ii) señala que al multiplicar a 2 por 2^3 y al sumarle 2 el resultado es 18. La expresión (ix) señala que al multiplicar al 3 por 6 el resultado es 18. La expresión (x) señala que el '18' es 18. Frege entiende por contenido o designado el objeto referido, esto es, el número 18. Las expresiones ' $2 \cdot 2^3 + 2$ ', ' $3 \cdot 6$ ' y '18' son signos que se refieren al número 18.

Al ser el contenido el mismo, esto es, al referirnos al mismo objeto, Frege señala que, "[e]n la ecuación ' $2 \cdot 2^3 + 2 = 18$ ', se expresa que la referencia de la ristra de signos que está a la derecha es la misma que la de la que está a la izquierda" (Frege, 1891, p. 55). Dado que el objeto es el mismo, se obtienen las siguientes ecuaciones verdaderas:

$$(xi) \quad 2 \cdot 2^3 + 2 = 18$$

(xii) $3 \cdot 6 = 18$

(xiii) $2 \cdot 2^3 + 2 = 3 \cdot 6$

El signo de '=' es un signo que como la '+', '-', '>', '<' nos sirve para formar una expresión de función, como, por ejemplo, la función $x \cdot 6 = 18$. El valor de la función va a depender del argumento que remplace a la x . Para Frege, el valor de la función en el caso de las ecuaciones es un valor de verdad (lo verdadero y lo falso). Tomemos por caso los argumentos 3 y 4 y saturamos la función $x \cdot 6 = 18$. Si reemplazamos la x por 4, el valor de la función es lo falso, puesto que es falso que $4 \cdot 6 = 18$, pero si reemplazamos la x por 3 el valor de la función es lo verdadero, puesto que es verdad que $3 \cdot 6 = 18$. "De acuerdo con esto, ' $2^2 = 4$ ' se refiere a lo verdadero, del mismo modo que, pongamos por caso, ' 2^2 ' se refiere a 4. Y ' $2^2 = 1$ ' se refiere a lo falso" (1891, p. 63). En la teoría de Frege los números y los valores de verdad son objetos, aunque ellos no son sensorialmente perceptibles.

El siguiente cuadro permite ilustrar y resumir las distinciones función-argumento / signo-designado.

Función	Argumento	Unión de F-A	Valor de la función
$2 \cdot x^3 + x$	1	$2 \cdot 1^3 + 1$	3
$2 \cdot x^3 + x$	2	$2 \cdot 2^3 + 2$	18
$2 \cdot x^3 + x$	4	$2 \cdot 4^3 + 4$	132
$2 \cdot x^3 + x$	2	$2 \cdot 2^3 + 2$	18
$x \cdot 6$	3	$3 \cdot 6$	18
$x \cdot 6 = 18$	3	$3 \cdot 6 = 18$	Lo Verdadero
$x \cdot 6 = 18$	4	$4 \cdot 6 = 18$	Lo Falso

En la primera parte del cuadro tenemos la misma función $2 \cdot x^3 + x$ y diferentes argumentos 1, 2, 4. Al completar la función con diferentes argumentos el valor de la función para cada argumento será diferente, obtenemos objetos diferentes 3, 18 y 132. En la segunda parte del cuadro tenemos dos funciones diferentes $2 \cdot x^3 + x$, $x \cdot 3$ completadas con argumentos diferentes 2 y 6 y obtenemos como valor de la función al mismo objeto, esto es, al número 18; así mismo se observa que diferentes expresiones ' $2 \cdot 2^3 + 2$ ' y ' $6 \cdot 3$ ' refieren al mismo objeto. Por último, tenemos la misma función $x \cdot 6 = 18$ completada con dos argumentos diferentes 3 y 4, a partir de lo cual obtenemos como valor de función objetos diferentes: Lo Verdadero y Lo Falso.

III. 2. Distinción función / argumento en el lenguaje natural

Por analogía, Frege compara la ecuación con la oración asertórica puesto que ella arroja un valor de verdad, el valor de verdad es la referencia de la oración. También compara expresiones de la matemática con las descripciones definidas, señala que “el número 4 es la referencia de la expresión ' $2+2$ ', o del mismo modo que Londres es la referencia de la expresión ‘la capital de Inglaterra’” (Frege, 1891, p. 66).

III. 2. 1. Análisis de los enunciados

Frege introduce el análisis lógico basado la descomposición función / argumento de los enunciados rechazando la distinción tradicional de sujeto / predicado. Iniciemos con los enunciados, para Frege “las oraciones asertóricas en general, lo mismo que a las ecuaciones o a las inecuaciones o a las expresiones analíticas, se las puede pensar descompuestas en dos partes, de las cuales una es completa en sí misma, la otra necesita compleción, es insaturada” (Frege, 1891, p. 66).

El nombre de función es el resultado de quitar el nombre propio a un enunciado. Consideremos los siguientes enunciados:

- (1) ‘Hugo escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica’
- (2) ‘John escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica’

(3) ‘El tesista de Lourdes escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica’

Veamos entonces el análisis del enunciado (1)

Enunciado: ‘Hugo escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica’

Función: x escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica

Variable: x

Argumento: Hugo

Valor de la función: Lo Verdadero

Ahora consideremos el análisis del enunciado (2)

Enunciado: ‘Juan escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica’

Función: x escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica

Variable: x

Argumento: Juan

Valor de la función: Lo Falso

Por último veamos el análisis del enunciado (3)

Enunciado: ‘El tesista de Lourdes escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica’

Función: x escribe una tesis acerca de arbitrariedad epistémica

Variable: x

Argumento: Hugo

Valor de la función: Lo Verdadero

Los enunciados (1) (2) (3) son analizados en dos partes. “La segunda parte es insaturada, lleva consigo un lugar vacío, y sólo cuando se rellana ese lugar con un nombre propio o con una expresión que está por un nombre propio, surge un sentido completo. Llamo también aquí función a la referencia de esa parte insaturada” (Frege, 1891, p. 66). A la expresión que está por la función Frege la llama nombre de Función¹⁵ y a la expresión que está por el argumento, nombre propio. Siguiendo a Valdivia,

Todo aquello que es saturado no puede ser insaturado y viceversa. Un objeto no puede ser una función, así como una función no puede ser un objeto; toda entidad ontológica es o un objeto o una función. Lo mismo sucede con las expresiones y el lenguaje: las expresiones agotan el lenguaje, y ellas son o saturadas o insaturadas¹⁶. (2016, p.98)

¹⁵ Frege llama *concepto* a una función singular, cuyo valor para un argumento es un valor de verdad, y llama *relación* a una función binaria cuyo valor para un par de argumentos es un valor de verdad.

¹⁶ Whatever is saturated cannot be unsaturated and vice versa. An object cannot be a function nor can a function be an object; every ontological entity is either an object or a function. The same goes for expressions and language: expressions exhaust language, and they are saturated or unsaturated.

De esta manera, en el enunciado (1) el argumento es Hugo, en (2) el argumento es Juan y en (3) el argumento es Hugo. El valor de la función para el argumento en los enunciados indicativos, al igual que en las ecuaciones de la matemática, es Lo Verdadero o Lo Falso entendiendo estos últimos como objetos¹⁷. En los enunciados (1) y (3) obtenemos como valor de la función lo verdadero y en el enunciado (2) lo falso, puesto que es falso que John escriba una tesis acerca de arbitrariedad epistémica.

El modo en el que se expresa o se reconoce o se identifica un argumento es a través del nombre propio en el enunciado indicativo. Frege define la noción de nombre como sigue:

[H]e entendido aquí por ‘signo’ y ‘nombre’ cualquier designación por la que esté un nombre propio, cuya referencia es, por consiguiente, un objeto determinado (tomada esta palabra en la más amplia extensión), pero no un concepto ni una relación [...] La designación de un único objeto puede también consistir en varias palabras u otros signos cualesquiera. Para abreviar, se llamará nombre propio a cada una de tales designaciones. (1892, p. 86)

Un nombre propio en la propuesta de Frege es una expresión simple o compleja cuyo papel lógico es referir —nombrar, apuntar, señalar— a un único objeto particular. Pese a que nombre propio gramatical (nombre propio simple) y descripción definida (nombre propio complejo) están funcionando signo de argumento al saturar la función, hay una diferencia entre estos dos tipos de nombres: la descripción definida se puede descomponer, pero el nombre gramatical no. Por analogía, así como en el lenguaje de la matemática los términos simples como ‘4’ no se pueden descomponer en partes y los términos compuestos como ‘2+2’ sí; en el lenguaje natural los nombres gramaticales como ‘Hugo’ no se puedan descomponer en partes, en tanto, las oraciones y las descripciones definidas sí. “Reconocemos la función en su expresión al imaginarla descompuesta esta última; y tal posible descomposición nos viene sugerida por la forma de la expresión (Frege, 1891, p. 58).

¹⁷ Se observa que el valor de la función para los enunciados es un valor veritativo. Para Frege, lo Verdadero y lo Falso son objetos y esta es la referencia de los enunciados indicativos.

III. 2. 2. Análisis de las descripciones definidas

Frege llama a las descripciones definidas nombres propios complejos, estos se pueden descomponer en dos partes el artículo definido en singular y una expresión que alude a un concepto. El artículo definido presupone unicidad¹⁸, es decir, sólo un objeto cae dentro de concepto aludido por la descripción. Frege señala por ejemplo que Londres es la referencia de ‘La capital de Inglaterra’ y respecto a ‘La capital de imperio Alemán’ dice que “esta expresión está obviamente por un nombre propio y se refiere a un objeto” (1891, p. 66) este objeto es Berlín. En tanto nombre propio, la descripción definida juega el papel lógico de signo de argumento en enunciados indicativos.

Las descripciones definidas caracterizadas por Frege cumplen con la condición de que exactamente un objeto cae dentro del concepto aludido y la descripción definida se refiere únicamente a ese objeto. Por ejemplo, ser la capital del Imperio alemán es un concepto en el que sólo Berlín cae y la descripción definida ‘la capital del Imperio alemán’ sólo se refiere a Berlín y ninguna otra ciudad, lo mismo sucede con la expresión ‘la capital de Inglaterra’ que se refiere a Londres y a ninguna otra ciudad. Sin embargo, nuestra intuición nos advierte que esto parece no ser siempre el caso, a diferencia de una expresión matemática y de los ejemplos de Frege abordados anteriormente, hay otras descripciones definidas que aluden a conceptos en los que cae más de un objeto, como sucede por ejemplo con ‘el hijo de Juan’, cuando Juan tiene cinco hijos. O en nuestro caso específico la descripción definida ‘el tesista de Lourdes’ cuando Lourdes tiene varios tesistas. Dada la condición de unicidad en Frege, las descripciones definidas en las que más de un objeto cae bajo el concepto aludido presentan una perplejidad.

Elbourne (2013) elabora este punto particular, señala que en la teoría de Frege:

Cuando exactamente un objeto cae dentro del concepto, la descripción definida como un todo refiere a ese objeto, como el nombre propio lo haría. Cuando no hay objeto o hay más de un objeto que cae bajo el concepto relevante, la descripción definida no tiene referencia y una oración que la contiene no tiene valor de verdad. Los enunciados declarativos que contienen descripciones definidas, cuando son usados

¹⁸ El signo ‘el’ para la semántica clásica presume unicidad. Por ejemplo, Frege dice: ‘¿qué es $6 \cdot 3$? El número que multiplicado por 3 da como resultado 6. Se dice ‘el número’, no ‘un número; se indica con el artículo determinado que hay solamente uno’ (Frege, 1891, p.5).

aseverativamente, introducen una presuposición de que hay exactamente un objeto que cae dentro del concepto relevante. (2013, p. 45)¹⁹

Elbourne compara la propuesta de Frege y de Strawson respecto al análisis semántico de las descripciones y observa que estas coinciden en que son básicamente referenciales, si la descripción definida no tiene referencia, el enunciado aseverativo que la contiene no tendrá valor de verdad. Sin embargo, contrario a Frege, Strawson piensa que las descripciones definidas pueden ser usadas exitosamente cuando *más de un objeto* cae bajo el concepto relevante. La estrategia de Elbourne, consiste en acercar la propuesta de Strawson a la de Frege en este punto particular, de tal manera que los enunciados declarativos que contienen descripciones definidas introducirán la condición de unicidad, pero ésta no será absoluta, sino que se relativizará a la situación o contexto particular (2013, p. 45). Elbourne toma el ejemplo de Strawson:

La mesa está cubierta de libros

La condición de unicidad se relativiza al subconjunto *C* contextualmente sobresaliente. “Aquí *C* puede ser algo como el conjunto de los objetos en la habitación en el que el hablante y oyente están localizados: así, la descripción definida se refiere a la única mesa en la habitación en cuestión (Presuponiendo que hay tal mesa)” (Elbourne, 2013, p. 46)²⁰ Esta alternativa nos permite tener al objeto como el único en el contexto que cae dentro del concepto relevante, y referirnos exitosamente a dicho objeto.

Retomando el caso de la descripción definida ‘el tesista de Lourdes’, podemos decir que si bien hay varios objetos que caen bajo el concepto de ser tesista de Lourdes, no obstante, podemos ser exitosos nombrando unívocamente a Hugo vía la descripción ‘el tesista de Lourdes’ si relativizamos el contexto en el que se usa la descripción. Es decir, la descripción definida ‘el tesista de Lourdes’ presupone la condición de unicidad no de

¹⁹ When exactly one object falls under the concept, the definite description as a whole refers to that very object, like a proper name would. When either no object or more than one object falls under the relevant concept, the definite description has no referent and a sentence containing it has no truth value. Declarative sentences containing definite description, when there are used assertively, introduce a presupposition the effect that that there is exactly one object that falls under the relevant concept.

²⁰ Here *C* would presumably be something like the set of objects in the room in which speaker and hearer are located: so the definite description would end up referring to the unique table in the room in question (Provided that there is such table).

manera absoluta, sino relativa a un contexto particular. Supongamos que la secretaria del posgrado de filosofía redacta un documento acerca de los avances de la Maestría de Hugo. En dicho documento la secretaria señala: “*el tesista de Lourdes hace una tesis sobre arbitrariedad epistémica*”, en este contexto el referente de la expresión ‘el tesista de Lourdes’ es Hugo y lo nombra unívocamente. El enunciado es verdadero, puesto que en efecto es el caso que Hugo hace una tesis sobre arbitrariedad epistémica.

Contrario a lo anterior, David Lewis señala que:

No es verdad que una descripción definida “el *F*” denota a *x* si y sólo si *x* es uno y el único *F* existente. Ni es verdad que “el *F*” denota a *x* si y sólo si *x* es el único y sólo *F* en un dominio del discurso contextualmente determinado [...] El tratamiento de las descripciones debería ser más parecido a esto: “el *F*” denota *x* si y sólo si *x* es el *F* más sobresaliente en el dominio del discurso, de acuerdo con una clasificación de relevancia determinada contextualmente. (1979, p. 348)²¹

La situación que está planteando Lewis es una en la que en un mismo contexto hay dos objetos que caen bajo el concepto de una descripción definida. El contexto podría ser el siguiente. La secretaria del posgrado redacta una carta en la que señala. “Juan, el tesista de Lourdes de nuevo ingreso hasta ahora ha presentado el protocolo de investigación. Por otro lado, Hugo se encuentra en su etapa final de la maestría, el tesista de Lourdes escribe una tesis sobre arbitrariedad epistémica, si entrega sus documento en tiempo, este semestre se puede graduar”.

El contexto nos permite identificar que la secretaria está hablando de dos personas diferentes. Una que está en el proceso de inicio de la maestría, la otra en proceso final. Cuando vemos el enunciado, ‘el tesista de Lourdes escribe una tesis de arbitrariedad epistémica’, el contexto nos permite identificar que la descripción definida ‘el tesista de Lourdes’ se está refiriendo a Hugo, él es el objeto más sobresaliente del dominio del discurso.

²¹ It is not true that a definite description “the *F*” denotes *x* if and only if *x* is the one and only *F* in existence. Neither is it true that “the *F*” denotes *x* if and only if *x* is the one and only *F* in some contextually determined domain of discourse [...] The proper treatment of descriptions must be more like this: “the *F*” denotes *x* if and only if *x* is the most salient *F* in the domain of discourse, according to some contextually determined salience ranking.

Elbourne y David Lewis nos ayudan a dar una salida a la perplejidad que presentan algunas descripciones definidas en las que más de un objeto cae en el concepto aludido por la descripción. Sin embargo, como se discutió en el primer capítulo, Frege no estaba interesado en el lenguaje natural ni en problemas pragmáticos. Él pensaba que el lenguaje natural es un instrumento para muchos propósitos (poesía, ficción, bromas, expresar verdades), por tanto es rico y complejo, pero también presenta algunas deficiencias²² que Frege quiere evitar en su lenguaje artificial. Frege estaba interesado en la lógica especialmente en los juicios, la verdad y la inferencia.

Una de las deficiencias del lenguaje natural es que en ocasiones presenta ambigüedad de enunciados o palabras. Una inferencia, sin embargo, no puede expresarse en términos ambiguos, cada palabra debe estar por un contenido determinado. “[L]a regla más importante que la lógica debe imponer en el lenguaje escrito y hablado’ es, por lo tanto, la regla de la no ambigüedad: *ningún signo tiene más de un contenido*”²³ (Frege, 1972, p. 316, 385)

Debemos recordar que para Frege un nombre propio, en tanto signo de argumento, nombra unívocamente a un objeto. La descripción definida entendida como nombre propio puede nombrar solamente a un objeto, puesto que su contribución lógica en un enunciado indicativo es la de estar por dicho objeto. Ciertamente somos conscientes de que otros objetos pueden caer bajo el concepto que señala la descripción definida, pero Frege nos da una guía para evitar ambigüedades, cada signo debe de estar por un contenido determinado. Entonces para evitar ambigüedad cada descripción definida que nombra a un objeto diferente ha de ser entendida también como un signo diferente. A partir de lo expuesto anteriormente, me permito presentar lo que llamaré como la condición de ligazón.

Condición de ligazón: se liga la descripción definida a un objeto cuando el objeto satisface la propiedad señalada por la descripción y usamos la descripción definida como signo de argumento para ese objeto y ningún otro al interior de un enunciado.

²² Textor expone algunas deficiencias que de acuerdo con Frege presenta el lenguaje natural. Véase Textor (2010) capítulo 2.

²³ “[T]he most important rule that logic must impose on written and spoken language” is therefore the rule of non-ambiguity: *no sing has more than one content*.

Básicamente la condición de ligazón nos permite capturar a un objeto particular que cae bajo un concepto y nombrarlo unívocamente a través de una descripción definida que alude a ese concepto. Como signo de argumento, la contribución lógica y semántica de la descripción definida es estar por un objeto determinado. A este tipo de descripción definida la llamaremos *descripción definida ligada* (DDL), porque está ligada a un único referente independientemente que otros objetos caigan bajo el concepto.

Dado que una descripción definida ligada nombra unívocamente a un objeto y puesto que sabemos que varios objetos pueden caer bajo un concepto, entonces habrá otros enunciados con descripciones definidas homónimas, como es el caso de la descripción definida ‘el tesista de Lourdes’ que se refiere a Carlos en el enunciado ‘el tesista de Lourdes tiene tres perro’. Con el objetivo de evitar ambigüedades, voy a seguir la estrategia de Kripke respecto a la individuación de nombres²⁴, yo propongo que las descripciones definidas son distintas si sus referentes son distintos. Para distinguir entre descripciones definidas ligadas, podremos servirnos de subíndices, de esta manera tener a ‘el tesista de Lourdes₁’ que nombra a Hugo, ‘el tesista de Lourdes₂’ que nombra a Iván, ‘el tesista de Lourdes₃’ que nombra a Carlos, etc.

Si el valor semántico de ‘el tesista de Lourdes’ es Hugo, y el nombre ‘Hugo’ nombra Hugo, tenemos que el enunciado de identidad (4) es verdadero.

(4) ‘el tesista de Lourdes = Hugo’

Veamos ahora cómo Frege entiende la noción de identidad y los enunciados de identidad.

III.3. Identidad y enunciados de identidad en Frege

Si hay una noción que atraviesa la obra filosófica de Frege, es la noción de identidad. En ocasiones Frege emplea ‘igualdad’ y aclara que entiende esta palabra como ‘es idéntico a’ ‘coincide con’ ‘es lo mismo que’. Hecha esta salvedad, yo usaré la palabra ‘identidad’.

²⁴ En la nota 9 del prefacio, Kripke individua nombres a partir de la diferencia de referentes, él señala “que los referentes sean distintos será una condición *suficiente* para que los nombres sean distintos” (Kripke, 2017, P. 14, nota 9)

Aunque la elucidación de la noción de identidad se da en el ámbito de la aritmética, Frege observa que “[l]a relación de igualdad no sólo se da con respecto a los números” (1884, p. 446) La relación de identidad general y aplicable a todos los objetos no importa su naturaleza.

Un enunciado de identidad como ‘Carlos es idéntico a sí mismo’ puede ser descompuesto en dos partes, el componente no saturado se expresa como ‘es idéntico a sí mismo’. Podemos saturar la función con otros argumentos para obtener, por ejemplo: 2 es idéntico a sí mismo, o Breina es idéntica así misma, o la Luna es idéntica así misma. Siguiendo a Frege, los enunciados ‘la Luna es idéntica a sí misma’ y ‘la Luna es idéntica a la Luna’ expresan el mismo pensamiento. Si buscamos expresar la generalidad de que todo es idéntico a sí mismo, “[s]e puede, en el terreno matemático, usar una letra y decir ‘ a es idéntico a a ’. Esta letra ocupa entonces el lugar (o lugares) de un nombre propio; pero no es un nombre propio, no tiene referencia; sólo sirve para conferir generalidad al contenido de la oración”. (1906, p. 185). En lógica de primer orden se le conoce como *ley de identidad* y se expresa como sigue:

$$\forall x \ x=x$$

En *Conceptografía* (1879) Frege define la *identidad de contenido* de la siguiente manera: “|— ($A \equiv B$) significa, que el símbolo A y el símbolo B tienen el mismo contenido conceptual, de modo que A siempre se puede remplazar por B y viceversa. (p. 66). La notación lógica de *Conceptografía* buscaba expresar lo único relevante para la inferencia, esto es el *contenido conceptual*. Frege entiende por el contenido conceptual de un nombre, el objeto referido por éste. El símbolo de identidad de contenido ‘ \equiv ’²⁵ expresa el hecho de que dos nombres²⁶ tienen el mismo contenido conceptual (el objeto nombrado es sólo uno); el símbolo ‘ \equiv ’ relaciona nombres más no al contenido mismo. Si dos nombres tienen el

²⁵ En *Conceptografía* Frege usa el signo ‘ \equiv ’ de identidad de contenido y en sus siguientes trabajos usa el signo ‘ $=$ ’ de identidad objetual.

²⁶ Siguiendo a Mendelsohn (1982) y (2005), la noción de nombre en *Conceptografía* es sistemáticamente ambigua porque, por un lado, el nombre está por el objeto al que se refiere; pero, por otro lado, si ocurre en un enunciado de identidad el nombre refiere a la expresión misma. La hipótesis de Mendelsohn es que Frege eligió la identidad de contenido como una relación entre nombres con el objetivo de lidiar con la Paradoja de Identidad.

mismo contenido conceptual el símbolo para identidad de contenido permite lógicamente sustituir un término por el otro en un enunciado. En la proposición (52) Frege señala que “si $c \equiv d$, d se puede poner en lugar de c en todas partes” (p. 109).

Desde *Conceptografía* Frege reconoce que los enunciados de la forma $A \equiv B$ usualmente expresan información valiosa acerca del objeto al que se refieren los nombres que están al lado del signo de identidad²⁷, pues no siempre es obvio que resulte que dos nombres refieren al mismo contenido conceptual (objeto). Frege señala que “los nombres distintos para el mismo contenido no siempre son meramente una cuestión ociosa de forma, sino que conciernen al meollo del asunto cuando se conectan con diferentes modos de determinación del contenido” (p. 65-66). El enunciado expresado es sintético, de acuerdo con Frege, esto es, extiende nuestro conocimiento.

A cada uno de estos dos modos de determinación corresponde un nombre particular. La necesidad de un símbolo para la igualdad de contenido se funda, por tanto, en lo siguiente: el mismo contenido se puede determinar plenamente de diferentes modos; pero que en un caso particular se da realmente *lo mismo* mediante *dos maneras de determinarlo* es el contenido de un *juicio*. Antes de que se haga éste se deben asignar dos nombres distintos, correspondientes a los dos modos de determinación, a lo determinado por ellos. (p.65)

El contenido puede ser dado en más de una manera y a cada manera ha de corresponder un nombre diferente. El enunciado es informativo porque expresa que el contenido ha sido determinado de dos maneras, este hecho no trivial se expresa con ‘ $a \equiv b$ ’ y no con ‘ $a \equiv a$ ’. Siguiendo Robert May, que el contenido pueda determinarse de distintas maneras justifica los juicios de identidad de contenido. “Sin tales modos de determinación no habría forma de establecer que distintas expresiones, atómicas o no, juegan papeles distintos en las pruebas a pesar de que tienen el mismo contenido”²⁸. (2000, p.17)

Ahora bien, ¿expresan ‘ $a \equiv a$ ’ y ‘ $a \equiv b$ ’ el mismo contenido conceptual? Para explicar qué es el contenido conceptual de un enunciado, Frege nos hace pensar en aquello que es común entre los siguientes enunciados: ‘en Platea los griegos derrotaron a los persas’ y ‘en

²⁷ Estoy siguiendo la interpretación de Mendelsohn (1982) y (2005). Por el contrario, hay comentaristas que afirman que los enunciados de identidad de *Conceptografía*, expresan información trivial. Véase esta discusión en Mendelsohn, (1982) y (2005, capítulo 4).

²⁸ Without such modes of determination there would be no way to establish that distinct expressions, atomic or not, play distinct roles in proofs, even though they have the same content.

Platea los persas fueron derrotados por los griegos’, la circunstancia expresada es la misma pese a la variación gramatical. Si en la inferencia los dos enunciados tienen las mismas consecuencias, entonces ellos tienen el mismo contenido conceptual. En otras palabras, dos enunciados tienen el mismo contenido conceptual si al sustituir uno enunciado por otro en una inferencia se conserva la conclusión.

La mismidad de contenido no aplica entre los enunciados ‘ $a=a$ ’ y ‘ $a=b$ ’. La razón es que no tienen las mismas consecuencias en la inferencia. De las premisas ‘ $a=b$ ’ y ‘ Fa ’ se puede concluir ‘ Fb ’, sin embargo, de las premisas ‘ $a=a$ ’ y ‘ Fa ’ no se sigue la misma conclusión. Dado que al cambiar un enunciado por el otro no se sigue la misma conclusión, el contenido conceptual de ‘ $a=a$ ’ y ‘ $a=b$ ’ no es el mismo.

El ejemplo de Textor es el siguiente: a partir de las premisas 1) Héspero es Fósforo y 2) Fósforo es un planeta, puedes inferir que \therefore Héspero es un planeta. Sin embargo, no puedes llegar a la misma conclusión a partir de las premisas I) Héspero es Héspero y II) Fósforo es un planeta. En virtud de que el potencial inferencial es diferente entre Héspero es Héspero y Héspero es Fósforo, los dos enunciados difieren en el contenido conceptual. La diferencia en contenido conceptual de los enunciados de la forma $a=a$ y $a=b$ conduciría años más adelante a Frege a dividir el *contenido conceptual* en *sentido* y *referencia*. (Textor, 2010, pp. 82 / 108).

La solución en *Conceptografía* para explicar la información expresada por el enunciado ‘ $a=b$ ’ fue proponer una salida metalingüística del signo de identidad de contenido, ‘ \equiv ’ expresa la relación de *designar a la misma cosa*, más no la relación de identidad de un objeto consigo mismo (Mendelsonh, 2005, p. 32) En la identidad de contenido, los nombres están por ellos mismos y no por el contenido y esta diferencia de signos explicaría la diferencia en el potencial inferencial entre ‘ $a=a$ ’ y ‘ $a=b$ ’. (Textor, 2010, p.109)

En *Los Fundamentos de la aritmética* (1884) numeral §65 Frege acoge la definición de identidad de Leibniz en términos de sustitución *salva veritate*: ‘*Eadem sunt, quorum unum potest substitui alteri salva veritate*’ [dos cosas son lo mismo si una puede ser sustituida por la otra sin afectar la verdad.] (p. 448) De acuerdo con May, la identidad en Frege ahora es

identidad objetual (relación entre objetos) y subsume los juicios de identidad de contenido y las ecuaciones matemáticas. Así, “cualquier enunciado que valide sustitución será analizado como un *enunciado de identidad*.”²⁹ (May, 2000, p. 25). Los enunciados de identidad, cuando son verdaderos, permiten la sustitución en una inferencia asegurando verdad. En las ecuaciones está el signo de equivalencia ‘ \equiv ’ y en el lenguaje científico y lenguaje natural la copula ‘es’, que ha de ser entendida como ‘coincide con’ nunca como predicado por ejemplo, ‘Juan es estudiante’.

En el prólogo de *Las leyes fundamentales de la aritmética* (1893) Frege aclara el cambio del signo ‘ \equiv ’ por el signo ‘=’:

Los signos primitivos empleados en mi *Conceptografía* aparecen aquí de nuevo con una sola excepción. En lugar de los tres trazos paralelos, he empleado el signo de igualdad usual, puesto que me he convencido de que en la aritmética éste también se refiere a lo mismo que yo quiero designar. Uso la palabra ‘igual’ con la misma referencia que ‘coincide con’ o ‘idéntico a’, y realmente así es como se usa también en la aritmética el signo de igualdad. La objeción que aparentemente podría surgir provendría, sin duda, de una distinción defectuosa entre signo y designado. Claro que en la ecuación ‘ $2^2 = 2 + 2$ ’ el signo de la izquierda es diferente del que está a la derecha; pero ambos designan o se refieren al mismo número³⁰. (Frege, 1893, p. IX)

Frege abandona el signo de igualdad de contenido ‘ \equiv ’ el cual relaciona expresiones y toma el signo de igualdad ‘=’ que figura en las ecuaciones. Este será entendido como identidad objetual, en su sentido más estricto es la relación que cada objeto guarda con sí mismo. La identidad no se restringe a los números —para Frege los números son objetos lógicos— pues es general y por tanto aplicable a todos los objetos.

Ahora bien, Frege nos advierte que podría surgir una objeción si no se tiene en cuenta la distinción entre signo y designado. Esta distinción surge a partir de la crítica de Frege al formalismo de las matemáticas. Siguiendo la interpretación de May (2000, p. 31-35) dicha

²⁹ Any statement that validates substitution is now to be analyzed as an *identity statement*.

³⁰ The primitive signs used in my *Begriffsschrift* occur again here with one exception. Instead of the three parallel lines, I have chosen the usual equality-sign, for I have convinced myself that in arithmetic it possesses just that reference that I too want to designate. Thus I use the word “equal” with the same reference as “coinciding with” or “identical with”, and this is also how the equality-sign is actually used in arithmetic. The objection to this which might be raised would rest on insufficiently distinguishing between sign and what is designated. No doubt, in the equation ‘ $2^2 = 2 + 2$ ’ the sign on the left is different from the one on the right; but both designate or refer to the same number.

objeción es caracterizada por Frege en §138 y atribuida a Johannes Thomae, su colega en la universidad de Jena. Frege lo cita:

“Si se supone que la igualdad o el signo de igualdad = se refiere a la mera identidad, nos detendríamos ante el conocimiento trivial o, si se prefiere, la necesidad de pensamiento de que a es a ($a=a$)”.³¹ (Frege, 1903, p. 140)

La concepción formalista de la matemática sostiene que la aritmética es una práctica de manipulación de símbolos a partir de ciertas reglas, desde esta perspectiva no tiene sentido preguntarse por la naturaleza ontológica de los números. El formalismo de términos, sostenido por Eduard Heine y Johannes Thomae, entiende a los números como objetos formales, por tanto número y numeral es lo mismo. La referencia de ‘5+4’ es el propio símbolo y ‘9’, ‘5+4’, ‘10-1’ serían números diferentes; la equivalencia ‘9=5+4’ es por tanto, una relación entre números diferentes que comparten algo en común.

El proyecto de Frege difiere del formalismo, se conoce como logicismo y consiste en derivar la aritmética de leyes lógicas y definiciones. No desarrollaré esa discusión en esta tesis, quiero sólo resaltar que Frege argumenta que los números son objeto lógicos, para referirse a esos objetos nos servimos de signos, por tanto hay que distinguir entre signo y designado. El número es un objeto y el numeral es la grafía o signo que designa o se refiere a ese número. El numeral ‘9’ y el numeral ‘5+4’ refieren al mismo objeto, el nueve. En la ecuación ‘5+4=9’ tanto ‘9’ como ‘5+4’ son signos que refieren al mismo número y el signo de equivalencia es entendido como identidad numérica. La ecuación es verdadera en virtud de la relación del objeto con sí mismo.

Retomando, la objeción del formalismo se podría parafrasear de la siguiente manera. Si suponemos que los números son objetos y no símbolos y se interpreta al signo de equivalencia como identidad numérica, se llega a la conclusión extraña de que las ecuaciones se reducirían a instancias de la ley lógica de identidad y por tanto triviales. No obstante, a diferencia de una instancia de identidad como ‘9=9’ la equivalencia ‘9=5+4’ es informativa.

En el párrafo siguiente a la cita de Thomae Frege da su respuesta.

³¹ “For if equality or the equality-sign = were supposed to refer to mere identity, we would come to a stop at the trivial knowledge or, if one prefers, the necessity of thought that a is a ($a=a$).”

Esto es un error. El conocimiento de que la estrella de la tarde es la misma que la estrella de la mañana es mucho más valioso que una mera aplicación de la proposición ‘ $a=a$ ’, no el mero producto de una necesidad de pensamiento. La explicación descansa en el hecho de que los sentidos de los signos o palabras (estrella de la tarde, estrella de la mañana) pueden ser diferentes mientras su referencia es la misma, y que es precisamente el sentido de la proposición —además de su referencia, el valor de verdad— lo que determina el valor para nuestro conocimiento³². (Frege, 1903, p. 140)

Para un mejor acercamiento a la respuesta de Frege pasemos a su ensayo *Sobre sentido y referencia* (1892). En este ensayo Frege señala que los enunciados de identidad de la forma $a=a$ y $a=b$ difieren en *valor cognitivo*. $a=a$ se deduce de la ley lógica de identidad, es trivial; pero $a=b$, cuando es verdadera, es informativa³³ y amplía nuestro conocimiento, su conocimiento usualmente requiere investigación empírica (en el caso de los enunciados de la ciencia y del lenguaje natural, no en las matemáticas). Frege se pregunta qué relaciona el signo de identidad: (i) ¿objetos? o (ii) ¿signos de objetos? Descarta (i) ya que ‘ a ’ estaría por el mismo objeto que ‘ b ’ y tanto ‘ $a=a$ ’ como ‘ $a=b$ ’ afirmarían de un cierto objeto que es idéntico a sí mismo, no habría diferencia entre una afirmación y otra; además ‘ $a=b$ ’ no sería valioso cognoscitivamente. También se descarta (ii), pues ‘ a ’ y ‘ b ’ no referirían a la cosa misma sino a nuestro modo de designación, pero, la designación es producto de una decisión arbitraria, es decir, del habla y los usos lingüísticos de la(s) persona(s). Desde esta perspectiva la designación es irrelevante para el contenido cognitivo. Podemos resumir que ni el objeto ni el término por sí solos son relevantes para dar cuenta de la diferencia en valor cognitivo entre enunciados de la forma $a=a$ y $a=b$.

La propuesta de Frege consiste en incluir un tercer aspecto, el *sentido*. El signo está unido, no solo al objeto designado, sino también a un sentido en el cual se halla contenido un *modo de presentación* del objeto, de esta manera, ‘ a ’ presenta al objeto de un modo distinto al que lo presenta ‘ b ’. Ante la pregunta qué relaciona el signo de identidad la propuesta de Frege es que relaciona al objeto, pero cada signo presenta al objeto de manera

³² This is an error. The knowledge that the evening star is the same as the morning star is much more valuable than a mere application of the proposition ‘ $a=a$ ’, not the mere product of a necessity of thought. The explanation rest on the fact that the senses of signs or words (evening star, morning star) can be different while their reference is the same, and that it is precisely the sense of the proposition —in addition to its reference, the truth-value— that determines the value for our knowledge.

³³ Hay casos en que se estipula que ‘ a ’ y ‘ b ’ son nombres que refieren al mismo objeto y por tanto la verdad de ‘ $a=b$ ’ es trivial, no amplía nuestro conocimiento.

diferente. Referencia, signo y sentido interactúan de la siguiente manera: la referencia es el objeto por el que está el signo, el sentido es el modo de presentación del objeto, el signo expresa un sentido y se refiere a un objeto. ‘El sentido de una expresión es aquello que es comunicado o transferido por esa expresión, la información contenida’. (Mendelsohn, 2005 p. 35.) El sentido debe distinguirse de las ideas, pues las ideas son privadas para cada individuo, en tanto los sentidos públicos y objetivo.

Frege extiende la distinción sentido / referencia a los enunciados. El sentido de un enunciado es el *pensamiento* y su referencia un *valor de verdad*. Lo que explicaría el hecho de que ‘ $a=a$ ’ y ‘ $a=b$ ’ difieran en valor cognitivo es que ‘ $a=a$ ’ es una instancia de la ley lógica de la identidad, la información expresada es trivial. Por el contrario, en el enunciado ‘ $a=b$ ’ es informativo. Cada signo ‘ a ’ y ‘ b ’ presenta al objeto de manera diferente y el reconocimiento de que no son dos objetos sino que es uno y el mismo, expresado por el enunciado ‘ $a=b$ ’ trae como consecuencia una ampliación de conocimiento. Dado que el sentido de ‘ b ’ es diferente de ‘ a ’, entonces el pensamiento expresado por ‘ $a=b$ ’ es diferente de ‘ $a=a$ ’, no obstante valor de verdad es el mismo, en virtud de la relación que guarda el objeto con sí mismo. Lo anterior queda claramente enunciado por Valdivia en el siguiente pasaje:

La distinción *sentido-referencia* es quizás la última repercusión de su trabajo sobre enunciados de identidad. Gracias a ella, Frege puede sostener que si un enunciado de la forma ‘ $A=B$ ’ es verdadero, pese a que tenga un contenido cognoscitivo diferente de los enunciados de la forma ‘ $A=A$ ’, podemos justificadamente afirmar que se afirma la identidad de una cosa consigo misma (la identidad del denotado), al cual nombramos no sólo mediante expresiones gráficamente distintas, sino mediante expresiones que conllevan cada una “significados” también distintos. (Valdivia, 1989, p. 45-46)

La generalidad de método que propone Frege puede ser apreciado en el siguiente párrafo donde encontramos tanto una equivalencia como un enunciado de identidad histórico.

Entonces, los signos no son equivalentes desde el punto de vista del pensamiento expresado, aunque designan el mismo número. Por lo tanto, digo que el signo ‘5’ y ‘ $2+3$ ’ designan lo mismo, pero no expresan el mismo *sentido*. Del mismo modo, “Copérnico es el autor de la visión heliocéntrica del sistema planetario” designa al mismo hombre pero tiene sentidos diferentes; para la oración “Copérnico es

Copérnico” y “Copérnico es el autor de la visión heliocéntrica del sistema planetario” no expresan el mismo pensamiento. (Frege, 1914, p. 225)³⁴

Vemos que después de *Conceptografía* Frege se aleja de su noción de identidad de contenido según la cual la identidad contenido ' $a=b$ ' expresa una relación entre nombres. No obstante, *el modo de determinación* del objeto es un claro antecedente de *modo de presentación* del objeto de *Sobre sentido y referencia*, la información que expresaba un enunciados de la forma $a=b$ era consecuencia de que cada nombre estaba asociado a un modo de determinación el objeto. Siguiendo a Mendelsonh y Textor³⁵, Frege no refuta su propuesta de *Conceptografía* sino que la presenta de otra manera, la estrategia consiste en dividir o desambiguar la noción de contenido conceptual en pensamiento y valor de verdad (sentido y referencia). Al dividir el contenido conceptual en pensamiento y valor de verdad, Frege logra dar cuenta de la diferencia en potencial inferencial entre ' $a=a$ ' y ' $a=b$ '. Siguiendo a Textor,

El papel inferencial de un enunciado está determinado por el modo de presentación; la verdad por la referencia. Tanto el sentido como la referencia deben emplearse para describir cómo una inferencia puede conducir desde el reconocimiento de una verdad hasta el reconocimiento justificado de otra verdad³⁶. (2011, p. 227)

Siguiendo a Kremer, la diferencia de sentido entre ' a ' y ' b ' nos conducen a ver la diferencia en valor informativo entre ' $a=a$ ' y ' $a=b$ '. La diferencia en valor cognitivo puede ser entendida como una diferencia en las consecuencias de dichos enunciados en la inferencia (2010, p. 277) Las consecuencias de ' $a=a$ ' y ' $a=b$ ' son diferentes. Recordemos, que de ' Fa ' y ' $a=b$ ' se sigue ' Fb ', pero de ' Fa ' ' $a=a$ ' no se puede obtener la misma

³⁴ So the two sings are not equivalent form the point of view of the thought expressed, although they designate the very same number. Hence I say that the sing '5' and '2+3' do indeed designate the same thing, but do not express the same *sense*. In the same way 'Copernicus is the author of heliocentric view of the planetary system' designate the same man but have different senses; for the sentence "Copernicus is Copernicus" and Copernicus is the author of heliocentric view of the planetary system" do not express the same thought.

³⁵ Véase Textor (2010) capítulo 4 '*Splitting conceptual content into sense and reference*' y Mendelsohn (2005) capítulo 2 '*Sense and Reference*. Desde la interpretación de Mendelsonh en *Conceptografía* Frege contaba con la distinción entre sentido y referencia de los términos singulares pero no contaba con esta distinción para los enunciados, esto es, la distinción pensamiento y valor de verdad (Véase p. 48-49).

³⁶ The inferential role of a sentence is determined by the mode of presentation; the truth by the reference. Both sense and reference must be employed in order to describe how an inference can lead from acknowledgment of one truth to the justified acknowledgement of another truth.

inferencia. Y es que a partir de ' $a=b$ ' pasamos del reconocimiento de una verdad hasta el reconocimiento de otra verdad.

La inferencia, para Frege, es un proceso mediante el cual hacemos juicios sobre la base de otros juicios; no hay tal cosa como la inferencia a partir de una mera asunción o hipótesis. El papel de la inferencia es justificar algunos de nuestros juicios sobre la base de otros. Decir un pensamiento tiene otro como consecuencia, entonces, es decir que cualquiera que reconoce el primero como verdadero puede estar en posición de justificar el reconocimiento del segundo como verdadero, a partir de la inferencia del primero.³⁷ (Kremer, 2010, p. 276)

Resumiendo esta sesión, Frege entiende por identidad, identidad objetual o identidad numérica esto es la relación que cada objeto guarda con sí mismo. Es una cosa, un ente el que hace verdaderos los enunciados de identidad que hablan sobre él. El propósito de Frege fue explicar cómo pueden dos enunciados diferir en valor cognitivo a pesar expresar la misma relación entre el mismo objeto. La trivialidad de ' $a=a$ ' y la información de ' $a=b$ ' se explica porque ' a ' y ' b ' presentan al objeto diferentes maneras, y el pensamiento expresado por cada enunciado es diferente, pero los enunciados tienen las mismas condiciones de verdad porque se refiere al mismo objeto. Las consecuencias de ' $a=a$ ' y ' $a=b$ ' en una inferencia son diferentes, pues de ' Fa ' y ' $a=b$ ' se sigue ' Fb ', pero de ' Fa ' ' $a=a$ ' no se sigue la misma inferencia de ahí la diferencia en valor cognitivo entre ' $a=a$ ' y ' $a=b$ '. El método de Frege es general y aplica a cualquier objeto sin importar su naturaleza.

Concluyendo el capítulo, para Frege, nombre y descripción definida se encuentran en la misma categoría semántica de nombre propio, su papel lógico al interior de un enunciado es el de estar por un objeto determinado. El intento por caracterizar la ligazón que se da entre la descripción definida y el referente, así como la caracterización de los enunciados de identidad esbozados en el presente capítulo, busca ofrecer herramientas para rechazar la intuición kripkeana según la cual el nombre y la descripción definida tienen un comportamiento semántico diferente a través de mundos posibles. De acuerdo con Kripke mientras el nombre nombra al mismo objeto en todo mundo posible donde el objeto existe, la descripción nombrará en cada mundo al objeto que satisfaga la propiedad señalada en la

³⁷ Inference, for Frege, is a process whereby we make judgments on the basis of other judgments; there is no such thing as inference from a mere assumption or hypothesis. The role of inference is to justify some of our judgments on the basis of others. To say that one thought has another as a consequence, then, is to say that anyone who recognizes the first to be true would be in position to justify recognizing the second to be true, by an inference from the first.

descripción. Se dice que x hubiese podido no haber sido *el tal y tal* y otro objeto hubiera podido ser el *tal y tal*. En el siguiente capítulo pondré a prueba las descripciones definidas entendidas como nombres propios al interior de enunciados de identidad a través de mundos posibles.

Capítulo IV - Enunciados de identidad neofregeanos a través de mundos posibles

Este capítulo tiene como objetivo argumentar que no se sigue la consecuencia de que haya enunciados de identidad contingentes en una semántica como la de Frege para quién nombres y descripciones definidas están en la misma categoría semántica de nombre propio. Para ello el capítulo será dividido en tres partes, en la primera una breve introducción del problema y las tesis que busco argumentar; en la segunda, se argumentará por qué el hecho de que en mundos posibles otras personas satisfagan la *propiedad*³⁸ de la descripción, no hace falso, ni contingente al enunciado de identidad que contiene la descripción definida; en tercera, mi respuesta a la pregunta, qué pasa con la evaluación del enunciado de identidad en un mundo donde el objeto no satisface la propiedad señalada en la descripción definida. La conclusión del capítulo y de la tesis es que los enunciados de identidad que contienen una descripción definida que alude a una propiedad contingente son necesarios, pero que su evaluación está condicionada.

IV. 1. Descripciones definidas en enunciados de identidad, un reto para la teoría

En el capítulo anterior vimos que para la semántica de Frege el nombre y la descripción definida son nombres propios, porque ellos cumplen el papel lógico de signo de argumento, esto es, su contribución en un enunciado indicativo es el objeto nombrado. De acuerdo con su propuesta, el nombre propio está unido, no solo al objeto al que se refiere, sino también a un sentido en el cual se halla contenido un modo de presentación del objeto.

³⁸ En *Concepto y objeto*, Frege equipara la noción de *concepto* con la noción de *propiedad*, como se observa en el siguiente pasaje.

“Llamo a los conceptos, bajo los que cae un objeto, sus propiedades, de modo que

“Ser Φ es una propiedad de Γ ”

es sólo un giro para decir:

Γ Caes bajo el concepto Φ ” (Frege, 1892b, p. 201)

En este capítulo usaré la noción de ‘propiedad’ y no la de ‘concepto’ y así presentaré la discusión entre Frege y Kripke en términos comunes.

Aunque nombre y descripción definida son nombres propios, hay una diferencia entre ellos, los nombres no son expresiones analizables en tanto las descripciones definidas sí. Se argumentó que cuando un objeto cae bajo el concepto aludido por una descripción definida y la descripción es usada como signo de argumento en un enunciado, entonces la descripción definida lo nombra de manera unívoca. A este tipo de descripción definida la llamé descripción definida ligada (DDL), porque está ligada a su valor semántico o referente.

Frege no desarrolló una semántica modal alética y por tanto no hay referencias directas en su obra en torno a la semántica de nombres y descripciones definidas en mundos posibles. Sin embargo, hay aparentemente la consecuencia de que en su semántica pueden producirse enunciados de identidad *de re* verdaderos que son contingentes. Veamos, para Frege los términos como ‘Paul McCartney’ y ‘el bajista de Los Beatles’ son nombres propios y su contribución semántica en el enunciado es el objeto nombrado. En el enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ la contribución de cada nombre es el mismo objeto y el enunciado es verdadero, en virtud de la relación de identidad que guarda el objeto con sí mismo, además el enunciado es informativo porque cada nombre presenta al objeto de una manera diferente. Pero si aceptamos la tesis de Kripke de la variabilidad de referente de las descripciones a través de mundos posibles, la pregunta es ¿Qué pasa con los enunciados de identidad que contienen al menos una descripción definida no rígida? ¿Cómo evaluamos el enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ en un mundo donde Paul McCartney no satisface la propiedad (no cae bajo el concepto) señalada por la descripción definida y en cambio otro objeto sí la satisface? ¿El enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ sería falso en tal situación?

Responder afirmativamente a la última pregunta llevaría a aceptar que algunos enunciados de identidad son contingentes, porque en este mundo son verdaderos, pero en otros son falsos. Pero si como hemos supuesto la relación de identidad es una propiedad necesaria del objeto, un enunciado de identidad que expresa una proposición necesaria, no puede ser verdadero en un mundo y falso en otro. Ciertamente Frege no se pronuncia acerca de los enunciados de identidad en mundos posibles —de hecho no tiene ninguna

consideración acerca de mundos posibles—, sin embargo, me apoyaré en su teoría y propondré una respuesta alternativa que evite los enunciados de identidad contingentes.

El problema parece encontrarse en las descripciones definidas, éstas aluden a propiedades usualmente contingentes del objeto, por ejemplo, ‘el bajista de Los Beatles’ que nombra a Paul McCartney, alude a la propiedad de ser el bajista de Los Beatles, pero *ser el bajista de Los Beatles* es una propiedad contingente del objeto, porque Paul McCartney pudo no haberse dedicado a la música. Es más, en esta situación, otra persona pudo haber sido el bajista de Los Beatles, pongamos por caso, un tal John. Llamaré ‘@’ al mundo actual y ‘W1’ a ese mundo posible donde Paul McCartney no satisface, pero John sí, la propiedad de ser el bajista de Los Beatles. Por otro lado, la propiedad de ser idéntico a sí mismo, se ha asumido en esta tesis, es una propiedad necesaria del objeto, por ejemplo, en todo mundo en el que Paul McCartney exista, será verdad que Paul es idéntico a él. La identidad es una propiedad necesaria del objeto, pero al introducir una descripción definida en un enunciado de identidad, la propiedad contingente aludida en la descripción parece afectar la necesidad del enunciado de identidad³⁹.

Surgen las siguientes preguntas i) ¿Puede la *misma* expresión ‘el bajista de Los Beatles’ que se refiere a Paul McCartney en @, referirse a otro objeto en W1? ii) ¿Es el enunciado ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ falso en un mundo donde Paul McCartney no satisface la propiedad de ser el bajista a de Los Beatles? Son dos tesis las que busco argumentar en el desarrollo del cuarto capítulo:

Primera, que en un mundo posible otro objeto satisfaga la propiedad de *ser bajista de Los Beatles* señalada por la descripción definida ‘el bajista de Los Beatles’, no hace al enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ que es verdadero en @, falso en algún otro mundo posible y por tanto contingente, pues en el mundo posible es otro enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ el que se evalúa. Son dos enunciados de identidad diferentes, aunque ambos tengan la misma expresión

³⁹ Esta intuición se la debo a Lourdes Valdivia, la cual fue discutida en las sesiones de tesis. Agradezco me haya permitido exponerla en la presente tesis, aunque el desarrollo del argumento se encuentra en proceso para una futura publicación.

enunciativa, la equivocación consiste en creer que se trata del mismo enunciado de identidad.

Segunda, que un enunciado de identidad que contiene al menos una descripción definida como ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ y que es verdadero en este mundo, no tiene condiciones de evaluación en mundos donde el objeto no satisface la propiedad de *ser vocalista de los Beatles*; esta respuesta evita la existencia de enunciados verdaderos y contingente de identidad *de re*.

IV. 2. Respuesta al supuesto de que otro objeto satisface la propiedad de la descripción

Esta sección busca responder a la pregunta de si por el hecho de que, en un mundo posible diferente al actual otra persona satisface la propiedad señalada por la descripción, hace al enunciado original falso. Para ello me pregunto si ¿Puede la *misma* expresión ‘el bajista de Los Beatles’ que se refiere a Paul en @, referirse a otro objeto en W1?

Mi lectura de Kripke es que cuando él evalúa una descripción definida en una situación contrafáctica desliga o desprende el nombre del objeto. Kripke señala por ejemplo que “la expresión ‘el inventor de los lentes bifocales’ es no rígida. Bajo ciertas circunstancias un hombre hubiera sido el inventor de los lentes bifocales, bajo otras circunstancias otro hombre lo hubiera sido”. (Kripke, 1978, p. 19) Kripke observa que otro objeto diferente a *x* *hubiese podido haber sido el tal y tal*, y la descripción definida nombraría a ese objeto en esa circunstancia. Sin embargo, nótese que *el tal y tal* ya no está funcionando como término singular, ahora está funcionando como predicado o función predicativa; por supuesto van a haber situaciones contrafáticas en las que otros objetos hayan inventado los lentes bifocales. A mi parecer, entender las descripciones definidas desde esta perspectiva es lo que provoca la variabilidad de referente por parte de las descripciones a través de mundos posibles.

Retomo un pasaje de *Los Fundamentos de la aritmética* que me parece interesante. Allí Frege señala que:

Un término conceptual general designa justamente un concepto. Sólo con el artículo definido o con un pronombre demostrativo vale como nombre propio de una cosa, pero en ese caso deja de valer como término conceptual. El nombre de una cosa es un nombre propio. (1884, p. 436)

Para Frege un término que combine el artículo definido y la expresión conceptual es un nombre propio, lo que lo hace nombre propio es la contribución semántica en el enunciado, esto es estar por un objeto. Una vez que usamos una expresión que alude a un concepto como nombre propio, ella deja de valer como término conceptual. Mi estrategia es *no* desligar o desprender el nombre, que en @ ha sido ligado a un objeto, al considerarlo en un enunciado en un mundo posible.

Permítaseme retomar *la condición de ligazón*. Le recuerdo al lector que esto con el objetivo de brindar más claridad estoy tratando como iguales las expresiones ‘caer bajo el concepto F’ y ‘tener la propiedad F’.

Condición de ligazón: se liga la descripción definida a un objeto cuando el objeto satisface la propiedad señalada por la descripción y usamos la descripción definida como signo de argumento para ese objeto y ningún otro.

Teniendo en cuenta la condición de ligazón, veamos las siguientes evaluaciones:

- (1) En @ el enunciado ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ es verdadero.
- (2) En W1 el enunciado ‘el bajista de Los Beatles₂ = John’ es verdadero.
- (3) En W1 el enunciado ‘el bajista de Los Beatles₂ = Paul McCartney’ es falso.

Al igual que en el capítulo anterior, el uso de los signos de subíndice _{1, 2} nos servirán para escoger referentes ligados a las descripciones definidas. Pues como fue argumentado en dicho capítulo, que los objetos sean diferentes, será condición suficiente para que los términos que los nombran sean expresiones diferentes.

Evaluación (1): consideremos la evaluación del enunciado ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ en @. En este mundo, es un hecho que Paul McCartney se dedicó a la música y satisface la propiedad de ser el bajista de Los Beatles. En este mundo, la descripción definida ‘el bajista de Los Beatles₁’ se liga al objeto. Tanto la descripción

definida ligada ‘el bajista de Los Beatles₁’ como el nombre ‘Paul McCartney’ son signos de argumento para el objeto Paul McCartney. El enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ es \neq verdadero en virtud de que es el mismo objeto.

Evaluación (2): ahora veamos la evaluación del enunciado ‘el bajista de Los Beatles₂ = John’ en el mundo posible estipulado W1. En ese mundo, un hombre llamado ‘John’ sí satisface la propiedad de ser bajista de los Beatles y podemos decir que ‘el bajista de Los Beatles₂’ es una expresión que nombra a John. La pregunta por considerar es si se trata de la *misma* descripción definida que en este mundo @. Es decir, si la descripción definida ‘el bajista de Los Beatles₁’ que en @ se refiere a Paul McCartney, puede en la situación contrafáctica considerada referirse a John. Mi propuesta, basada en la teoría de Frege sería que no, ningún signo puede tener más de un contenido, entonces si los objetos son diferentes, la consecuencia es que las descripciones definidas son signos de argumentos diferentes. Así, pese a que otro objeto en W1 sí satisface la propiedad de ser el bajista de Los Beatles, no por ello es nombrado por la *misma* descripción definida que usamos en @. En W1, otra descripción definida ligada ‘el bajista de Los Beatles₂’ se refiere a John. Puesto de otra forma, las descripciones son homónimas pero diferentes en la medida en la que se refieren a distintos objetos, como sucede con los nombres kripkeanos.

De esta manera, la evaluación del enunciado ‘el bajista de Los Beatles₂ = John’ considerado en el W1 da como resultado un enunciado de identidad verdadero, pues es verdad que el objeto satisface la propiedad de ser el bajista de Los Beatles y, por tanto, ‘el bajista de Los Beatles₂’ es una descripción ligada a John, que lo nombra unívocamente. Por supuesto, también la expresión ‘John’ es un nombre para John. Ambas expresiones son signo de argumento que se pueden considerar en un enunciado indicativo, de esta manera tenemos que en W1 ambos signos de argumento saturan la función $x=y$, por tanto, el enunciado ‘el bajista de Los Beatles₂ = John’ tiene como valor de la función lo verdadero.

Evaluación (3): en el caso del enunciado ‘el bajista de Los Beatles₂ = Paul McCartney’ considerado en W1, cada signo de argumento nombra a objetos diferentes, es decir, ‘Paul McCartney’ se refiere a Paul McCartney, pero ‘el bajista de Los Beatles₂’ se refiere a John. En W1 la condición semántica para que el enunciado sea verdadero no se da, porque los signos de argumento que saturan la función $x=y$ nombran objetos diferentes; como

consecuencia, la evaluación del enunciado ‘el bajista de Los Beatles₂ = Paul McCartney’ es lo falso porque es falso que Paul McCartney es idéntico a John, son dos objetos diferentes.

Alguien podría suponer que nos encontramos entonces ante un enunciado de identidad contingente pues ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ es verdadero en @, pero ‘el bajista de Los Beatles₂ = Paul McCartney’ es falso en W1. Pero si aceptamos la condición de ligazón, identificamos que ‘el bajista de Los Beatles₁’ y ‘el bajista de Los Beatles₂’ son nombres diferentes porque nombran a objetos diferentes, por tanto, no se está evaluando el mismo enunciado de identidad en los dos mundos y la supuesta contingencia desaparece.

Si mi interpretación es acertada, esto me va a permitir tener a Paul McCartney con la propiedad contingente de ser el bajista de Los Beatles y además tener a otros muchos objetos que en otros mundos puedan satisfacer la propiedad de ser el bajista de Los Beatles y que sean nombrados por descripciones definidas homónimas, sin que esto afecte la necesidad del enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’. Concluyo el hecho de que en otro mundo otra persona satisfaga la propiedad de la descripción, no hace falso el enunciado original ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ falso y con ello tampoco contingente.

IV.3.Respuesta al supuesto de que el objeto no satisface la propiedad de la descripción

En esta sección vamos a responder a la pregunta ¿Es el enunciado ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ falso en un mundo donde Paul McCartney no satisface la propiedad de ser el bajista a de Los Beatles? Tomemos el enunciado ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ cuya evaluación en @ arroja lo verdadero y veamos la evaluación del enunciado en W1 donde la descripción no es un nombre para Paul McCartney porque él no satisface la propiedad señalada por la descripción. Recordemos que en @ ambos nombres propios (uno simple y el otro complejo) nombran al objeto Paul McCartney y la proposición expresada por este enunciado es que el objeto es idéntico a sí mismo. A continuación, presentaré una respuestas la cual muestra que no se sigue la falsedad y por tanto tampoco la contingencia del enunciado de identidad.

Frege en *Sobre función y concepto* advierte un supuesto metodológico según el cual no debemos calcular en la lógica con signos que carecen de referencia.

Parece un precepto exigido por el rigor científico el que tomemos precauciones para que nunca una expresión pueda carecer de referencia, para que nunca, sin darnos cuenta, calculemos con signos vacíos estando convencidos de que se trata de objetos. (...) Para cada argumento x , para el que ' $x+1$ ' careciese de referencia, tampoco la función ' $x+1=10$ ' tendría ningún valor y , por consiguiente, ningún valor de verdad (Frege, 1989, 20).

Dada la función $x+1=10$, el valor de la función será lo verdadero cuando x sea remplazada por 9 porque la expresión ' $9+1$ ' se refiere al número 10; el enunciado ' $9+1=10$ ' es verdadero. Por otro lado, el valor de la función será lo falso cuando x sea remplazada por cualquier número diferente a 9, por ejemplo 3 ya que la expresión ' $3+1$ ' se refiere al número 4; el enunciado ' $3+1=10$ ' es falso. Pero si remplazamos a x por el signo '⌘' que no tiene referencia, la expresión '⌘+1' tampoco tiene referencia, entonces el enunciado '⌘+1=10' no es ni verdadero ni falso.

De manera análoga, en W1 dada la función $x = \text{Paul McCartney}$, si 'el bajista de Los Beatles₁' se refiere a otro objeto diferente a Paul McCartney, entonces el enunciado sería falso, pero en el apartado anterior se argumentó que éste no es el caso. Si 'el bajista de Los Beatles₁' se refiere a Paul McCartney el enunciado sería verdadero, pero dado que W1 es un mundo donde Paul McCartney existe pero no satisface la condición de ligazón, entonces la descripción definida no se refiere a Paul McCartney. Por tanto, la expresión 'el bajista de Los Beatles₁' en W1 es una expresión carente de referencia, es un signo vacío, y en consecuencia el enunciado 'el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney' como un todo es una expresión vacía, no podemos decir de ella ni que verdadera ni que falsa.

Lo que se está proponiendo es que hay una deficiencia en uno de los términos que afecta el enunciado completo de tal manera que no podemos expresar la proposición Paul es idéntico a sí mismo vía el enunciado 'el bajista de los Beatles₁ = Paul McCartney' en W1. Nótese que este no es un problema de la identidad misma, ni de la proposición, sino de la expresión por medio de la cual queremos expresar dicha proposición. Frege señala que "una mera expresión, la forma de un contenido, no puede ser la esencia de la cosa; solo puede serlo el contenido mismo" (Frege, 1891, p. 2-3)

Si el enunciado no es verdadero en W_1 , ¿estamos conducidos a decir que el enunciado es contingente? Mi respuesta es negativa y la estrategia consiste en condicionar la evaluación del enunciado de identidad que contiene descripciones definidas a la satisfacción de la propiedad de la descripción. El argumento corre de manera análogo a como Kripke condiciona la evaluación de un enunciado de identidad a la previa existencia del objeto.

Vimos que Kripke argumenta en contra de la posible objeción a la premisa (2) $(x) \square (x=x)$ según la cual por ejemplo el enunciado ‘Paul McCartney = Paul McCartney’ podría ser falso porque es contingente que Paul McCartney exista. Kripke responde que la identidad del objeto está condicionada a la existencia del objeto, de esta manera, si el objeto existe el enunciado ‘Paul McCartney = Paul McCartney’ será verdadero. Kripke no discute acerca de “lo que se haya de decir acerca de los valores de verdad de enunciados que mencionan objetos que no existen en el mundo actual, ni en ningún mundo posible o situación contrafáctica” (Kripke, p. 8). De esta manera, la existencia del objeto es una condición para evaluar enunciados de identidad *de re*, llamaré a esta condición la *condición de existencia* (CE).

Condición de existencia (CE): “Podemos tener por necesario a aquellos enunciados tales que, siempre que los objetos mencionados en ellos existan, los enunciados serán verdaderos” (Kripke, p. 8).

En cuanto a los enunciados de identidad que incluyen al menos una descripción definida no rígida, para que sean evaluables a través de mundos posibles, no sólo basta con la condición de existencia, sino que además se debe asumir otra condición, una que asegure la ligazón entre la descripción definida y el objeto en aquellos mundos donde el objeto sí satisface la propiedad señalada por la descripción. Voy a estipular esta condición y la llamaré *condición de ligazón fuerte* (CLF).

Condición de ligazón fuerte (CLF): La descripción definida que ha sido ligada al objeto en @, se ligará al mismo objeto en todos los mundos posibles en los que el objeto satisface la propiedad señalada por la descripción definida.

Nótese que en la condición de ligazón fuerte están interactuado tres elementos: descripción definida ligada (DDL), objeto y mundo. Lo interesante es que en cada mundo donde el objeto sí satisface la propiedad, la descripción definida ligada al objeto cumple el papel lógico de signo de argumento para el objeto particular y para ningún otro.

Por supuesto van a haber mundos posibles en el espacio de posibilidad donde el objeto existe⁴⁰, pero no satisface la propiedad, en esos mundos no hay ligazón entre la descripción definida y el objeto. En el mundo W1, tenemos que la CE se da porque estamos evaluando un mundo en el que Paul McCartney existe. Sin embargo, la CLF no se da, no hay una ligazón entre la descripción definida y el objeto porque en ese mundo el objeto no satisface la propiedad señalada por la descripción definida. En una de las condiciones para la evaluación del enunciado no es satisfecha.

Por el contrario, consideremos un mundo W2 donde al igual que en el mundo @, Paul McCartney satisface la propiedad de ser el bajista de Los Beatles. Entonces, en W2 las condiciones CE así como CLF sí satisfacen y por tanto podemos evaluar al enunciado ‘Paul McCartney es el bajista de Los Beatles’. Se concluye que, en @, W2 y Wn donde se satisfaga la condición de existencia y la condición de ligazón fuerte el enunciado de identidad será verdadero.

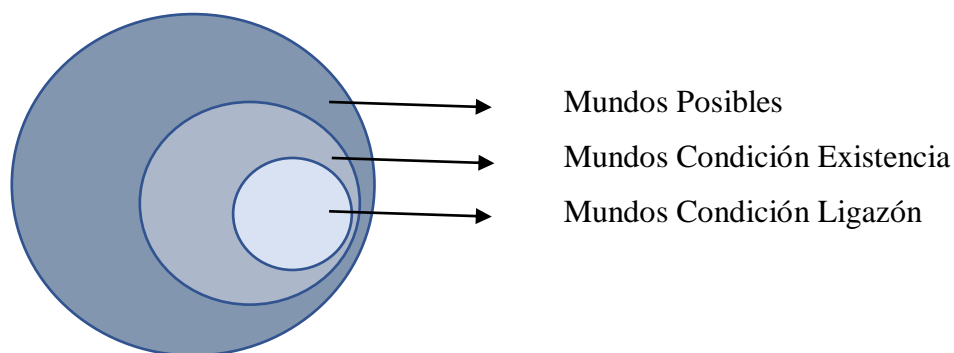
¿Qué pasa en los mundos en los que no se da la condición de ligazón fuerte? Mi respuesta es análoga a la que Kripke da en el caso de la condición de existencia para la evaluación de enunciados de identidad. Se exige la condición de existencia como parámetro para evaluar el enunciado, si el objeto existe entonces el enunciado es verdadero. Si el objeto no existe, dado que no se da la condición entonces por vacuidad el enunciado es verdadero. Así mismo, yo condiciono la evaluación de un enunciado que incluya una descripción definida no rígida a que el objeto satisfaga la propiedad señalada por la descripción, en tales mundos el enunciado es evaluable y verdadero, nunca falso. Si el

⁴⁰ La noción de existencia en Kripke y Frege son muy diferentes. La noción de existencia en Kripke, se predica de objetos, así, dado que el objeto existente se le atribuye propiedades. En Frege, que un objeto existe, es que algo caer bajo un concepto, la existencia no se predica de los objetos, es una propiedad de propiedades (una función de segundo nivel). Esta es una dificultad de la presente tesis, pues, aunque estoy extendiendo la teoría Frege a la modalidad, no estoy siendo fiel su la semántica, sino que retomo la noción de existencia desde la lectura de Kripke.

objeto no satisface la condición de ligazón, dado que no se da la condición de evaluación, por vacuidad el enunciado es verdadero.

Dicho brevemente, tengo un principio para evaluar enunciados de identidad que contienen al menos una descripción definida, si este principio no se da, el antecedente no se da, todo el consecuente se asume como verdadero. En un mundo W_1 y otros en los que no se satisface la condición, el enunciado es verdadero por vacuidad.

El siguiente cuadro resulta ilustrativo:



Supongamos que el círculo más grande representa un conjunto de mundos posibles. El círculo mediano representa aquellos mundos en los que Paul McCartney existe y el más pequeño aquellos mundos en los que se satisface la condición de ligazón fuerte. En los mundos del círculo más pequeño, el enunciado ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ es verdadero.

Termino esta respuesta señalando que del mismo modo que la necesidad de la identidad no se ve afectada por la contingencia de la existencia del objeto, podemos afirmar que la necesidad de la identidad del objeto con sí mismo no se ve afectada porque el objeto satisfaga una propiedad contingente. En el caso de la existencia el equívoco consiste en suponer que el enunciado sea contingente porque la existencia del objeto lo es, pero esto es confundir la identidad con la existencia y aplicarle a la segunda el operador de necesidad. El equívoco en el caso de los enunciados de identidad que contienen al menos una descripción definida ligada que alude a una propiedad contingente, consiste en suponer que el enunciado de identidad es contingente porque la propiedad señalada por la descripción lo

es, sin embargo, el operador de necesidad solo debería afectar a la identidad del objeto con sí mismo, no a las propiedades señaladas por los signos. El equívoco ha consistido en confundir la necesidad de la identidad con la contingencia de la propiedad señalada en la descripción definida.

Para concluir, en este cuarto capítulo he argumentado que, si bien muchas descripciones definidas aluden a propiedades contingentes, este hecho no afecta la necesidad de la identidad de un objeto con sí mismo, expresado en un enunciado de identidad que contiene una descripción definida que alude a una propiedad contingente. He seguido dos vías que impiden la existencia de enunciados verdaderos y contingentes de identidad *de re*. La primera, en la supuesta situación en la que el objeto que en el mundo @ satisface la propiedad de la descripción definida, pero en otro mundo W1 no la satisface y en cambio otro objeto sí satisface la propiedad aludida por la descripción, no hace al enunciado de identidad que es verdadero en @, falso en W1, pues es otra la descripción definida la que nombra al objeto que en ese mundo satisface la propiedad; en este sentido son dos enunciados de identidad diferentes. La segunda vía consistió en mostrar que, aunque la propiedad de la descripción definida es contingente, el enunciado de identidad tendrá condiciones de evaluación en los mundos donde el objeto existe y además satisface la propiedad aludida en la descripción definida. Si la argumentación de la tesis es correcta, la consecuencia es que, desde una lectura neofregeana, los enunciados de identidad *de re* verdaderos que incluyan al menos una descripción definida no rígida son necesarios.

Conclusiones

La relación de ser idéntico a sí mismo, es una relación *de re*, es decir, de la cosa. La identidad es la propiedad de ser una y exactamente la misma cosa, cada objeto es idéntico a sí mismo y a ningún otro objeto, esta relación se aplica para todo objeto. Incluso si imaginamos situaciones contrafácticas en las que hablamos de un objeto particular, imaginamos a ese mismo objeto y lo que le hubiera podido pasar a él en dichas situaciones. Siguiendo a Saul Kripke, asumí que la identidad es una relación necesaria, es decir, si el objeto es idéntico a sí mismo, no hay mundo posible en el que el objeto existe y no es idéntico a él. La identidad de un objeto con sí mismo se expresa a través de enunciados de identidad, el ‘es’ o el signo ‘=’ expresa coincidencia total entre los valores relacionados.

Nuestras intuiciones nos conducen a pensar que, si la relación de identidad es una relación necesaria, un enunciado que exprese dicho hecho, debería ser también necesario. Pero, la duda llega a nuestra mente una vez que nos enfrentamos a enunciados de identidad que contienen al menos una descripción definida que alude a una propiedad contingente. Si bien el enunciado ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ es verdadero en @ porque hay coincidencia entre los valores (el objeto), no obstante, ser el bajista de Los Beatles es una propiedad contingente del objeto porque éste pudo haber dedicado su vida a otra actividad. Además, otro objeto pudo haber sido el bajista de Los Beatles, llamamos a ese mundo W1. El enunciado ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ en W1 parece ser falso. Si el enunciado es verdadero en @ pero falso W1 el enunciado sería contingente.

Kripke argumenta que los enunciados de identidad *de re* son necesarios cuando los términos que flanquean el signo de identidad son designadores rígidos. Defiende la tesis de que los nombres son designadores rígidos, entonces los enunciados de identidad entre nombres son necesarios independientemente de que su verdad haya sido conocida *a posteriori*. Las descripciones definidas que aluden a propiedades contingentes no pasan la prueba de rigidez y por tanto no son designadores rígidos, en consecuencia no se sigue la necesidad del enunciado de identidad, aunque el objeto referido en este mundo por tales términos es necesariamente idéntico.

Frege entiende por identidad la relación que cada objeto guarda con sí mismo. Así que es el objeto el que hace verdaderos los enunciados de identidad que hablan sobre él. Los signos que figuran al cada lado de la identidad son signos de argumento, a los que Frege llamó nombres propios, en esta categoría semántica fueron incluidos los nombre y descripciones definidas. Frege buscó explicar cómo pueden dos enunciados de identidad, uno trivial ' $a=a$ ' y el otro informativo de ' $a=b$ ', diferir en valor cognitivo a pesar expresar la misma relación entre el mismo objeto. Propuso que el nombre refería a un objeto y además expresaba un sentido en el cual estaba contenido el modo de presentación de referencia. Aunque Frege no desarrolló un análisis de enunciados en situaciones contrafácticas, me apoye en su teoría y extendí algunas de sus consideraciones a mundos posibles, el reto para la tesis fue dar cuenta, por un lado, de qué pasa con un enunciado de identidad verdadero en un mundo donde el objeto no satisface la propiedad señalada por la descripción y por otro lado, de si puede la descripción definida que nombra a un objeto en este mundo, nombrar a un objeto diferente en otro mundo posible. Lo que la investigación mostró es que los enunciados de identidad que contienen descripciones definidas requieren consideraciones más finas para su evaluación a través de mundos posibles. A partir de elementos de la teoría Fregeana se presentó una propuesta alternativa de cómo funcionan las descripciones definidas en enunciado de identidad verdaderos a través de mundos posibles.

Me apoyé en la propuesta de Frege de que las descripciones definidas son nombres propios complejos constituidos del artículo definido en singular 'el' 'la' y la expresión que alude a una propiedad (concepto). A partir de ello, propuse la condición de ligazón que se da entre el objeto y la descripción definida; cuando el objeto satisface una propiedad y nombramos al objeto en virtud de dicha propiedad vía una descripción definida, la descripción nombra al objeto y sólo a ese. Llamé a esta descripción la descripción definida ligada (DDL) porque está ligada a su valor semántico o referente. Cuando juzgamos como verdadero un enunciado que contiene una descripción definida, suponemos que la descripción definida está ligada unívocamente a ese objeto.

La descripción definida ligada nombra de manera unívoca independiente de que otros objetos satisfagan la propiedad y de que sean nombrados por descripciones definidas

homónimas. Estipulé la homonimia de las descripciones por analogía a la homonimia de nombres propuesta por Kripke, esto es, la diferencia de referente es condición suficiente para la diferencia de nombres, en mi caso de descripciones definidas. Esta propuesta es contraria a la de Kripke para quien, en cada mundo, el objeto que satisface la propiedad señalada por la descripción será su portador. De ahí la variabilidad de referente de las descripciones definidas a través de mundos en la propuesta de este autor.

Cuando Kripke considera situaciones contrafácticas en las que el objeto *hubiese podido no satisfacer la descripción*, dice que *x hubiese podido no haber sido el tal y tal*. Nótese que *el tal y tal* ya no está funcionando como un nombre descriptivo y por tanto como nombre propio o termino singular fregeano, ahora está funcionando como predicado o función predicativa. Entonces, que *x* pudo no haber sido el tal y tal, no es otra cosa que formular una función proposicional modal: ‘posible: x es el bajista de Los Beatles’. Éste parece ser el movimiento que está haciendo Kripke al considera situaciones contrafácticas.

Yo seguí otro camino. Ante la pregunta de ¿qué pasa en con la evaluación del enunciado ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ en W_1 donde no es Paul sino, otro objeto, John, el que satisface la propiedad de ser el bajista de Los Beatles? Se llegó a la siguiente conclusión. Habiendo señalado que las descripciones son distintas si sus referencias son distintas, argumenté que en un mundo posible W_1 donde otro objeto satisface la propiedad de la descripción, es otra descripción definida la que se liga a ese objeto en ese mundo; ‘el bajista de Los Beatles₂’ nombra a John en W_1 . Al ser descripciones diferente, los enunciados de identidad que las contienen también son diferentes ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ en @ / ‘el bajista de Los Beatles₂ = Paul McCartney’ en W_1 . El enunciado ‘el bajista de Los Beatles₂ = Paul McCartney’ es falso en W_1 , porque Paul McCarney no es idéntico a John (son dos personas). Es decir, el hecho de que en otro mundo otro objeto satisfaga la propiedad de la descripción no hace falso y con ello tampoco contingente enunciado original ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’.

Ante la pregunta ¿qué pasa con el enunciado de identidad ‘el bajista de Los Beatles = Paul McCartney’ en mundos donde el objeto no tiene la propiedad de ser bajista de Los Beatles? La respuesta es análoga a una propuesta de Kripke y consciente en condicionar la

evaluación del enunciado de identidad. Kripke condiciona la evaluación de un enunciado de identidad entre nombres a la previa existencia del objeto en determinado mundo posible. A esta condición la nombré la condición de existencia. Si en un determinado mundo el objeto no existe, es decir, no tenemos la condición previa para evaluar el enunciado, entonces el enunciado se toma como verdadero por vacuidad. En mi caso señalo que cuando el enunciado contiene al menos una descripción definida, requerimos algo más que la existencia para la evaluación del enunciado. Mi propuesta es que un enunciado de identidad que contiene una descripción definida solo podrá ser evaluado en mundos donde el objeto satisfaga la propiedad de la descripción, a esta condición la nombré condición de ligazón fuerte. Defendí la tesis de que sólo en los mundos en los que el objeto existe y además satisface la propiedad de la descripción, el enunciado ‘el bajista de Los Beatles₁ = Paul McCartney’ puede ser evaluado y en todos esos mundos el enunciado es verdadero. Por supuesto hay mundos como W1 donde Paul McCartney no satisface la dicha propiedad, entonces dado que no hay el antecedente para la evaluación del enunciado, tal enunciado es verdadero por vacuidad.

De esta manera, he rechazado la consecuencia de enunciados verdaderos y contingentes de identidad *de re* al tiempo que se ha ofrecido una alternativa de cómo evaluar enunciados de identidad *de re* verdaderos que contienen descripciones definidas, concluyendo que no solo el objeto referido por tales expresiones es necesariamente idéntico a sí mismo, sino que también es necesario el enunciado que expresa ese hecho.

Reconozco que la manera como abordé la *existencia* es cercana a la propuesta de Kripke y no soy fiel a la propuesta de Frege para quien la existencia es una propiedad de propiedades y no una propiedad de objetos. Reconozco la debilidad de este punto particular para la tesis, sería interesante para futuros trabajos abordar la existencia a través de mundos posibles desde la propuesta de Frege. Estoy segura que un tratamiento desde esta perspectiva puede ser llegar a resultados interesantes.

Referencias

- Donnellan, K. (1972) Proper Names and Identifying Descriptions. En Davidson and Harman. (Ed.), *Semantics of Natural Language* (356-379). Dordrecht, Holland: Reidel Publishing Company.
- Elbourne, P. (2013). *Definite Descriptions*. Oxford University Press.
- Frege, G. (1879). ‘Conceptografía’. En Valdés, M., Gómez, M., y Ezcurdia, M. (Ed.), *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*.
- Frege, G. (1884). ‘Los fundamentos de la aritmética’. En Valdés, M., Gómez, M., y Ezcurdia, M. (Ed.) (2016), *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. (361-487)
- Frege, G. (1891). ‘Función y concepto’. En L. Valdés (Ed.), *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*. Editorial Tecnos S.A.
- Frege, G. (1892). ‘Sobre sentido y referencia’. En L. Valdés (Ed.), *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*. Editorial Tecnos S.A.
- Frege, G. (1892b). ‘Sobre concepto y objeto’. En L. Valdés (Ed.), *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*. Editorial Tecnos S.A.
- Frege, G (1893). ‘Basic Laws of Arithmetic’. In (eds.) Ebert, A. & Rossberg, M. (2013) *Gottlob Frege: Basic Laws of Arithmetic*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Frege, G. (1906). ‘Introducción a la lógica’ [Selección]. En Valdés, M., Gómez, M., y Ezcurdia, M. (Ed.) (2016), *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. (180-190)
- Frege, G. (1914). ‘Logic in Mathematics’ Translate by Long, P. and White, R. In Hermes, H. Kambartel, F. Kaulbach F. eds., *Posthumous Writings*. The University of Chicago Press, 1979.
- Frege, G. (1972). *Conceptual Notation and Related Articles*. Oxford University Press UK.

- Geach, P.T. (1967). Identity. *Review of Metaphysics*, 21, 3-12.
- Hawthorne, J. (2003). 'Identity'. En Loux, Michael J. & Zimmerman, Dean W. (eds.) *The Oxford Handbook of Metaphysics*. Oxford University Press.
- Keefe, R. (1989). Contingent Identity and Vague Identity. En M. Munitz. (Ed.), *Identity and Individuation*. New York University Press.
- Kremer, M. (2010). 'Sense and reference: the origins and development of the distinction' Potter, Michael; Weiner, Joan; Goldfarb, Warren; Sullivan, Peter; Oliver, Alex & Ricketts, Thomas (eds.) *The Cambridge Companion to Frege*. Cambridge University Press.
- Kripke, S. (1978). Identidad y necesidad. *Cuadernos de Crítica*, (7), 5-47.
- Kripke, S. (2017). *El nombrar y la necesidad*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Llamas, E. (2014). *Identidad A.D.N.* Universidad Nacional Autónoma de México.
- Lewis, David K. (1979). Scorekeeping in a language game. *Journal of Philosophical Logic*, 8, (1), 339-359.
- Lowe, E.J. (2009) *More kinds of being: a further study of individuation, identity and the logic of sortal terms*. Wiley-Blackwell.
- May, Robert (2000). Frege on identity statements. pp. 1-62
- Mendelsohn, R. L. (1982). Frege's Begriffsschrift Theory of Identity. *Journal of the History of Philosophy* 20 (3), 279-299.
- Mendelsohn, R.L. (2005). *The Philosophy of Gottlob Frege*. Cambridge University Press.
- Pérez, M. (2009). El estatuto ontológico de los mundos posibles. *Crítica*, 41, (122), 69-96.
- Russell, B. (1911). Knowledge by acquaintance and knowledge by description. *Proceeding of the Aristotelian society*, 11, (1), 108-128.

- Russell, B. (2005). Sobre el denotar. *Teorema: Revista Internacional de Filosofía*, 24, (3), 153-169.
- Strawson, P. (1950). On referring. *Mind*, 59, (235), 320-344.
- Textor, M. (2011). *Frege on Sense and Reference*. Routledge.
- Valdivia, L. (1985). Frege: una estipulación viable. *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía*, Vol. XVII, No.49, 3-20. IIF-UNAM.
- Valdivia, L. (1989). *Introducción a la semántica y ontología de Gottlob Frege*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Valdivia, L. (Ed.) (2014). *La identidad: su semántica y su metafísica. Una aproximación desde la filosofía analítica*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Valdivia, L. (2016). Frege's Principle of Saturation/Unsaturation: Relating Language and Ontology. *An anthology of philosophical studies*. Vol. X, pp. 97-108. Athens, Greece.