



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA MECÁNICA – DISEÑO MECÁNICO**

**INVESTIGACIÓN NUMÉRICA Y EXPERIMENTAL**  
**DE AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA BASADO**  
**EN CABLES CON CONFIGURACIÓN PLANA**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
LUIS MIGUEL ACOSTA CARRION

TUTOR PRINCIPAL  
DR. ALEJANDRO C. RAMÍREZ REIVICH, FACULTAD DE INGENIERÍA

COTUTOR  
MTRO. DIEGO ARMANDO ZAMORA GARCIA, FACULTAD DE INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. OCTUBRE 2020



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## RESUMEN

El objetivo de esta investigación fue evaluar la influencia de un amortiguador de masa sintonizada basado en cable con configuración plana en la respuesta libre y forzada de una estructura principal a través de un análisis numérico y experimental. Para el logro de éste, primeramente, se diseñó un banco de pruebas para la caracterización viscoelástica de los cables, al cual se denominó banco de gravedad en virtud de que se emplea la fuerza de gravedad para provocar la respuesta dinámica de un sistema subamortiguado. Posteriormente, se diseñó el banco de oscilaciones #2, el cual recrea un sistema dinámico de dos grados de libertad donde el primer grado de libertad corresponde a una estructura principal y el segundo corresponde a la masa auxiliar unida al primero mediante cables en arreglo planar. A través de este último banco se mide la influencia de los amortiguadores cableados sobre las vibraciones de la estructura principal. La resolución numérica de las ecuaciones del modelo planteado se realizó a través del programa computacional MATLAB®. Una vez que se obtuvieron los resultados numéricos y experimentales se realizó una comparación gráfica entre ambos, de donde se obtuvo para las respuestas forzadas del tipo sinusoidal, que el amortiguador de masa sintonizada reduce la amplitud vibratoria de la estructura principal al menos en un 50% cuando ésta opera en la frecuencia de resonancia, mientras que, para respuestas libres, bajo las mismas condiciones iniciales, el amortiguador provoca un incremento en los tiempos de asentamiento.

**Palabras clave:** vibración, cable, diseño, amortiguamiento, caracterización.

## **AGRADECIMIENTOS**

Especial agradecimientos a la Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT, y al Posgrado de Ingeniería Mecánica UNAM por todo el apoyo brindado durante el período estudio. A mis padres (Luis J. Acosta G. y Sixta M. Carrion A.) y al resto de familiares por su acompañamiento durante esta y otras etapas.

Sinceros reconocimientos a Gilda B. Plazas G. por todo su apoyo y cariño durante mi estancia en México, a Rubén Dorantes y Humberto González por ser de las primeras personas en México quienes confiaron plenamente en mis capacidades, a mis mentores, compañeros y amigos del Centro de Ingeniería Avanzada CIA quienes fueron parte esencial en el desarrollo de este trabajo. Finalmente, quiero expresar mi gratitud a mis amigos en Venezuela y la diáspora venezolana, especialmente a Verónica Rojas, por su apoyo durante estos últimos años.

## INDICE GENERAL

RESUMEN .....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	ii
INDICE GENERAL .....	iii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vi
ÍNDICE DE TABLAS .....	viii
LISTA DE ABREVIATURAS .....	x
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. Objetivos .....	3
1.1.1. Objetivo general.....	3
1.1.2. Objetivos específicos .....	3
1.2. Hipótesis.....	3
1.3. Equipo de trabajo .....	4
2. MARCO TEÓRICO.....	5
2.1. Antecedentes .....	5
2.2. Amortiguador de masa sintonizada .....	6
2.2.1. Principio de funcionamiento del amortiguador de masa sintonizada .....	8
• Sistema de 2GdL sin amortiguamiento.....	8
• Absorbedor dinámico con amortiguamiento.....	12
2.3. No linealidades .....	13
2.3.1. No linealidades geométricas .....	14
2.3.2. No linealidades geométricas en cable robot paralelos plano .....	15
2.4. Amortiguador de masa sintonizado basado en cable .....	18
2.4.1. Amortiguador de masa sintonizado basado en cables con configuración plana	19
2.4.2. Modelado de fuerzas elásticas en cables bajo arreglo planar .....	20
2.4.3. Modelado de la fuerza de amortiguamiento en cables bajo arreglo planar.....	22
2.4.4. Dinámica del AMS basado en cables acoplado a una estructura.....	23

2.5.	Viscoelasticidad .....	26
2.5.1.	Elasticidad.....	26
2.5.2.	Viscosidad.....	27
2.5.3.	Propiedades de los materiales viscoelásticos .....	28
2.5.4.	Relajación de esfuerzos.....	28
2.5.5.	Fluencia lenta (Creep).....	28
2.5.6.	Histéresis.....	29
	• Modelos mecánicos (reológicos).....	29
	• Modelo Kelvin Voigt .....	30
2.5.7.	Respuesta para creep o fluencia lenta .....	32
2.6.	Cables .....	33
2.7.	Caracterización de elementos viscoelásticos.....	34
2.7.1.	Ensayos de caracterización viscoelástica.....	34
2.8.	Diseño de máquinas .....	36
2.8.1.	Requerimientos .....	37
2.8.2.	Diseño conceptual.....	38
2.8.3.	Diseño de detalle.....	38
2.9.	Bases del diseño .....	39
2.9.1.	Principios de diseño mecánico.....	39
2.10.	Diseño comparativo .....	40
3.	METODOLOGÍA .....	42
3.1.	Metodología para la caracterización viscoelástica de los cables.....	44
3.1.1.	Diseño del banco de gravedad .....	45
3.1.2.	Instrumentación y control .....	51
3.1.3.	Caracterización del banco de gravedad.....	52
3.1.4.	Procedimiento experimental .....	53
3.2.	Estudio experimental de AMSBC .....	56
3.3.	Metodología para el estudio de AMSBC-CP .....	56
3.3.1.	Requerimientos .....	57
3.3.2.	Diseño conceptual Banco de Oscilaciones #2 .....	58
3.3.3.	Análisis y toma de decisiones .....	65
3.3.4.	Diseño de detalle.....	69
3.3.5.	Instrumentación y control .....	73

3.3.6.	Caracterización del banco de oscilaciones #2.....	75
3.3.7.	Consideraciones .....	77
3.3.8.	Procedimiento experimental banco de oscilaciones #2 .....	79
3.3.9.	Procedimiento para la simulación numérica .....	80
4.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	82
4.1.	Caracterización de los cables .....	82
4.2.	Vibración libre de la estructura principal (sistema de 1 GdL) .....	86
4.3.	No linealidades geométricas (sistemas basados en cables en arreglo planar).....	88
4.4.	Vibración libre de la masa auxiliar (sistema de 1 GdL).....	91
4.5.	Efectividad del AMSBC en vibración libre .....	92
4.6.	Vibración forzada de la estructura principal .....	93
4.7.	Efectividad del AMSBC bajo vibración forzada.....	94
5.	CONCLUSIONES .....	97
	REFERENCIAS.....	99
	APÉNDICES.....	105

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Esquema AMS sin disipación energética. ....	9
Figura 2.2. Diagrama de cuerpo libre. ....	9
Figura 2.3. Esquema AMS con amortiguamiento.....	12
Figura 2.4. Esquema péndulo simple.....	15
Figura 2.5 Vista frontal de un cable robot posicionado en 3 diferentes puntos en el plano de trabajo. ....	16
Figura 2.6. Esquema simplificado de los elementos que conforman un cable robot plano comandado por 4 cables.....	17
Figura 2.7 Vista frontal y lateral de un sistema dinámico 1masa-4cables Donde los cables son modelados como elementos del tipo Kelvin Voigt. ....	17
Figura 2.8 Esquema simplificado de un AMS del tipo pendular.....	18
Figura 2.9 Esquema del modelado de los cables de los AMSBC-CP.....	20
Figura 2.10 Esquema del sistema AMSBC-CP integrado a una estructura. ....	24
Figura 2.11 Deformación y esfuerzo a través del tiempo en un ensayo de relajación de esfuerzos. ....	28
Figura 2.12 Esfuerzo y deformación a través del tiempo en un ensayo de fluencia lenta. ....	29
Figura 2.13 Comparación material elástico y viscoelástico tipo Kelvin Voigt. ....	29
Figura 2.14 Modelo sólido tipo Kelvin-Voigt. ....	31
Figura 2.15 Modelo tipo Kelvin-Voigt fluencia lenta y recuperación.....	33
Figura 3.1 Esquema de la metodología de investigación implementada. ....	43
Figura 3.2 Esquema del principio de funcionamiento del banco de gravedad (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019). ....	45
Figura 3.3 Primer prototipo de banco de gravedad.....	47
Figura 3.4 Segundo prototipo de banco de (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).....	48
Figura 3.5 Esquema del banco de gravedad.....	50
Figura 3.6 Esquema del principio de funcionamiento del banco de gravedad. Integración de control y mecánica (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019). ....	52
Figura 3.7 Esquema del mecanismo de yugo escoces .....	62
Figura 3.8 Propuesta 1 del banco de oscilaciones #2.....	63
Figura 3.9 Propuesta 2 del banco de oscilaciones #2.....	64
Figura 3.10 A) Mecanismo de yugo escoces realizado por manufactura aditiva. B) masa auxiliar construida con fibras de densidad media (mdf).....	64
Figura 3.11 A) Equilibrio inestable. B) Equilibrio estable. ....	65
Figura 3.12 A) 2 planos de sujeción 8 cables. B) 2 planos de sujeción 3 cables.....	66
Figura 3.13 Criterios de estabilidad. A) Inestable, B) Estable C) Neutro. ....	67

Figura 3.14 Comparación de la distribución de cargas de una estructura triangular y una rectangular.....	68
<i>Figura 3.15 Banco de oscilaciones #2 (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira &amp; Ramirez-Reivich,)</i> .....	69
Figura 3.16 Segundo grado de libertad .....	70
<i>Figura 3.17 Sistema de desplazamiento lineal, diseño cinemático (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira &amp; Ramirez-Reivich,)</i> .....	71
<i>Figura 3.18 Agitador mecánico (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira &amp; Ramirez-Reivich,)</i> .....	71
<i>Figura 3.19 Esquema de funcionamiento del banco de oscilaciones #2 ((Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira &amp; Ramirez-Reivich,)</i> .....	75
Figura 3.20 Diagrama cuerpo libre masa auxiliar.....	78
Figura 3.21 Algoritmo para las simulaciones numéricas.....	81
Figura A.1 Vistas del banco de oscilaciones #2. ....	105
Figura A.2 Vista explosionada del banco de oscilaciones banco de oscilaciones #2. ....	106
Figura A.3 2° Grado de libertad.....	106
Figura A.4 Simulación numérica de desplazamientos en el eje Z, con fuerzas máximas. ....	107
Figura A.5 Relación de fuerzas de pretensión y ángulos de sujeción de los cables .....	107
Figura A.6 Tiempo de asentamiento.....	108

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Modelos mecánicos.....	30
Tabla 2.2 Metodología de diseño.....	37
Tabla 3.1 Propuestas para los subsistemas del banco de gravedad.....	47
Tabla 3.2 Diseños propuestos para el banco de gravedad .....	49
Tabla 3.3 Estructura principal 1° GdL.....	59
Tabla 3.4 Cinemática .....	59
Tabla 3.5 Masa auxiliar (2° GdL).....	60
Tabla 3.6 Sujetadores.....	61
Tabla 3.7 Propuestas para provocar la respuesta libre.....	61
Tabla 3.8 Propuestas para provocar la respuesta forzada .....	63
Tabla 3.9 Tipos de agitadores .....	68
Tabla 4.1 Elasticidad y disipación en función de la longitud .....	84

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 4.1-1 Ensayos con diferentes longitudes de cables mismo diámetro (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019). .....	83
Gráfico 4.1-2 Comparación de la respuesta de vibración experimental y teórica (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).....	83
Gráfico 4.1-3 Elasticidad $k$ en función de la longitud (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019). .....	84
Gráfico 4.1-4 Disipación $b$ en función de la longitud (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019). .....	85
Gráfico 4.2-1 Respuesta de vibración libre 1° GdL (estructura principal). .....	86
Gráfico 4.2-2 Respuesta de vibración libre del 1° GdL a diferentes condiciones iniciales. ....	87
Gráfico 4.2-3 Respuesta de vibración libre del 1° GdL experimental y simulada. Condición inicial de 25mm y velocidad cero. ....	87
Gráfico 4.3-1 Fuerza de resorte para diferentes valores de elasticidad $k$ . .....	88
Gráfico 4.3-2 Fuerza de amortiguamiento para diferentes valores de velocidad. ....	89
Gráfico 4.3-3 Fuerza del resorte y amortiguador de un sistema vibratorio de 1 GdL. ....	89
Gráfico 4.3-4 Interacción fuerza resorte amortiguador a través del tiempo. ....	90
Gráfico 4.3-5 Comparación de fuerza de amortiguamiento viscoso lineal y sistema cableado. ....	90
Gráfico 4.4-1 Respuesta de vibración libre de un sistema de 1 GdL basado en cable basado en cables con configuración plana (Zamora-García, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich). .....	91
Gráfico 4.5-1 Tiempo de asentamiento de la estructura principal en función de la masa auxiliar (Zamora-García, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich). .....	92
Gráfico 4.5-2 Respuesta experimental de vibración de sistema integrado con el AMSBC-CP (Zamora-García, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich). .....	93
Gráfico 4.6-1 Respuesta forzada en el tiempo. ....	94
Gráfico 4.7-1 Respuesta en frecuencia de la estructura principal (Zamora-García, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich). .....	95
Gráfico 4.7-2 Respuesta de vibración forzada con y sin AMSBC-CP (Zamora-García, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2020).....	96
Gráfico 4.7-3 Variación de pretensión y longitud de los cables para una frecuencia de agitación de 1.63 Hz. ....	96

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

AMS: Amortiguador de Masa Sintonizada

AMSBC: Amortiguador de Masa Sintonizada Basado en Cable

AMSBC-CP: Amortiguador de Masa Sintonizada Basado en Cable con Configuración Plana

AMSP: Amortiguadores de Masa Sintonizada Pendulares

AMSV: Amortiguadores de Masa Sintonizada (AMSV)

CAD: Diseño Asistido por Computadora

CDMIT: Centro de Diseño Mecánico e Innovación Tecnológica

C.M.: Centro de masa

CRP: Cable Robot Paralelo

GdL: Grados de Libertad

1 GdL Un grado de libertad

1° GdL Primer grado de libertad

2 GdL Dos grados de libertad

2° GdL Segundo grado de libertad

## 1. INTRODUCCIÓN

Históricamente, las vibraciones han constituido un reto para los ingenieros debido a que estas se presentan en todos los sistemas capaces de crear un cambio entre energía cinética y potencial. Las mismas pueden ser provocadas por diferentes agentes, tantos internos como externos. En el caso de las máquinas rotatorias se ha observado que los problemas vibratorios generalmente se presentan a causa del desbalanceo en la flecha y, a la vez, es producto de los procesos de fabricación o del diseño propio de la flecha (Rao, Díaz-Muñoz, Rodríguez-Figueroa, Sepúlveda-García & Navarro-Salas, 2012).

Las vibraciones, por imperceptibles que parezcan, pueden provocar la pérdida del funcionamiento de los equipos e incluso pueden provocar grandes daños hasta producir un colapso total de las estructuras; especialmente si éstas operan en la frecuencia de resonancia. En este sentido, los ingenieros buscan que sus diseños operen lejos de la zona de resonancia, con el objeto de disminuir las amplitudes vibratorias y los esfuerzos que estas vibraciones se derivan.

Las nuevas tecnologías no están exentas de los problemas vibratorios. Por lo contrario, los ingenieros se enfrentan a un reto aun mayor, el cual consiste en mejorar el desempeño obtenido con las tecnologías consolidadas y explorar nuevos campos de aplicaciones. Un ejemplo de esto se tiene con los cable robots, los cuales son una nueva generación de robots paralelos que sustituyen los eslabones rígidos por elementos flexibles (cables) con el objeto de alcanzar una mayor área de trabajo, mayores aceleraciones y velocidades de operación a través de una reducción de la masa en movimiento (Baklouti, Courteille, Lemoine & Caro, 2019; Rushton, 2016).

Estas características son deseables para un sin números de aplicaciones en diferentes sectores industriales. Sin embargo, como sucede con toda tecnología emergente, se tienen algunos retos por resolver (Pott et al., 2013). Específicamente en los cable robots planos comandados se presenta un problema de vibraciones que se caracteriza por unas grandes

amplitudes vibratorias y prolongados tiempos de asentamientos en la dirección perpendicular al plano de sujeción, imposibilitando su implementación para ciertas aplicaciones, como el escaneo de superficies.

Típicamente, en ingeniería los problemas de vibraciones se atacan desde las primeras etapas del diseño o mediante la implementación de elementos auxiliares de amortiguamiento como elementos preventivos o incluso correctivos. En la búsqueda de atenuar estas vibraciones y recuperar la funcionalidad de los cable robots, (Zamora-García, Corona-Lira, Ramirez-Reivich & Denny Oetomo, 2019) propusieron la implementación de un amortiguador de masa sintonizada lineal con el objeto de reducir las vibraciones no lineales del sistema equivalente.

Sin embargo, este sistema cableado presenta algunas características que pueden ser explotadas en otras áreas. Con el objeto de explotar la simplicidad de la configuración planar de los cable robots y su capacidad ser excitado fácilmente, se planteó la idea de implementar un sistema análogo como parte de un sistema de amortiguamiento sintonizado.

A este sistema propuesto se le denominó amortiguador de masa sintonizada basado en cable con configuración plana (AMSBC-CP). Si bien los amortiguadores de masa sintonizada lineales han sido ampliamente estudiados con fines académicos, a través de casos idealizados con solución analítica, estos modelos solo se ajustan para un reducido número de aplicaciones.

La razón es que en la práctica la mayoría de los fenómenos son por naturaleza de carácter no lineal. En este sentido, el AMSBC-CP pertenece a la categoría de sistemas no lineales, los cuales escasamente presentan una solución analítica que describa el fenómeno fielmente. Por tal motivo, para su estudio es necesario recurrir a los métodos numéricos y a la experimentación.

El contenido de esta investigación se desarrollará en cinco capítulos. En el Capítulo 1 se presentan los objetivos e hipótesis de este trabajo. En el Capítulo 2 se muestra una revisión de las publicaciones más destacados en el área, seguido del desarrollo matemático del sistema dinámico que involucra un AMSBC-CP. En el Capítulo 3 se

describe la metodología implementada para el desarrollo de la investigación. Allí se expone el proceso de diseño de los bancos de prueba y simulación numérica. Seguidamente, en el Capítulo 4 se presenta un análisis de los resultados numéricos y experimentales obtenidos. Finalmente, en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones más relevantes de esta investigación.

## **1.1.Objetivos**

### ***1.1.1. Objetivo general***

Evaluar la influencia de un amortiguador de masa sintonizada basado en cable con configuración plana en la respuesta libre y forzada de una estructura principal a través de un análisis numérico y experimental.

### ***1.1.2. Objetivos específicos***

- Establecer un modelo matemático que describa el fenómeno vibratorio de un sistema de 2 grados de libertad (2 GdL) donde el 2° GdL está basado en cables con configuración plana.
- Diseñar y construir un banco de pruebas para el estudio de los AMSBC-CP
- Caracterizar los elementos que conforman el sistema dinámico.
- Comparar numérica y experimentalmente la respuesta dinámica del sistema.

## **1.2.Hipótesis**

H0: Los amortiguadores de masa sintonizada basados en cables con configuración plana AMSBC-CP no son capaces de reducir las amplitudes vibratorias de una estructura al cuando esta es excitada por una fuerza armónica en la zona de resonancia y reducen el tiempo de asentamiento en vibración libre.

H1: Los amortiguadores de masa sintonizada basados en cables con configuración plana AMSBC-CP son capaces de reducir las amplitudes vibratorias de una estructura cuando ésta es excitada por una fuerza armónica en la zona de resonancia y prolongan el tiempo de asentamiento en vibración libre.

### **1.3. Equipo de trabajo**

El equipo trabajo, llamado equipo cable robot, se formó en torno al PAPIIT UNAM no. 102318, el cual lleva por nombre “Investigación y análisis de la influencia del efecto de amortiguamiento electromagnético en la atenuación de vibraciones en sistemas actuados por tensores”. Desde 2017 este proyecto se ha desarrollado en el Centro de Diseño Mecánico e Innovación Tecnológica (CDMIT) de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. En las diferentes etapas del proyecto el equipo ha estado conformado por:

- Alejandro C. Ramirez-Reivich (asesor de ingeniería, 2017-actual).
- Diego A. Zamora-Garcia (estudiante de doctorado en ingeniería mecánica, 2017-actual).
- Luis M. Acosta-Carrion (estudiante de maestría en ingeniería mecánica, octubre 2018-septiembre 2020).
- Mercedes X. Zepeda-Fuentes (estudiante de ingeniería mecánica, junio 2019-actual).
- Alan D. Acevedo-Soto (estudiante de ingeniería mecánica, 2019).
- Rodolfo DiazGonzález-Hernández (estudiante de ingeniería mecánica, 2018).
- Saul Cruz (estudiante de ingeniería mecánica, 2017).

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. Antecedentes

Las vibraciones representan un gran problema para las edificaciones, estructuras y equipos convencionales, especialmente cuando los sistemas operan en la zona de resonancia. En consecuencia, existen investigaciones que se han realizado en torno a los fenómenos vibratorios con el objeto de hacer frente a los problemas estructurales y funcionales que éstos pudiesen provocar. Recientemente, Ghaedi, Ibrahim, Adeli y Javanmardi (2017) presentaron una revisión de los sistemas de control de vibraciones para puentes y estructuras, así como también lo hizo Ibrahim (2008).

Dentro del campo de la ingeniería es conocido que los sistemas de control de vibraciones se clasifican en tres grandes grupos, los cuales abarcan los sistemas control pasivo, sistemas de control activo y sistemas control semi activo (o híbrido). De estos tres, el primer grupo representa una de las alternativas más económica, confiable y ampliamente estudiada e implementada en el campo de ingeniería civil, en edificaciones y puentes. Un ejemplo emblemático de esto se encuentra en el Taipei 101 (Gutiérrez-Soto & Adeli, 2013).

De acuerdo con la recopilación de los sistemas de control de vibraciones pasivo presentada por Ghaedi, Ibrahim, Adeli y Javanmardi (2017), se tienen una gran variedad de sistemas de amortiguamiento. Entre ellos, destacan los amortiguadores de masa sintonizada convencionales, el amortiguador de columna de líquidos, el amortiguamiento viscoelástico y los dispositivos magnéticos de rigidez negativa. Los más estudiados e implementados son los amortiguadores de masa sintonizada convencionales debido a su simplicidad y efectividad comprobada para reducir las vibraciones.

## 2.2. Amortiguador de masa sintonizada

El amortiguador de masa sintonizada (AMS) es un concepto que se acuñó a principios del siglo 20. Inicialmente, fue conocido bajo el nombre de absorbedor de vibración dinámico de tipo pasivo. Su principio de funcionamiento reposa sobre la creación de un sistema oscilatorio de dos grados de libertad (2GdL) en el que se puede tener una respuesta forzada en donde una de las masas (primer grado de libertad) se mantiene inmóvil. El primer tratamiento matemático de absorbedores de vibración dinámicos pasivos fue reportado por Ormondroyd y Den Hartog en 1928 (Gutiérrez-Soto & Adeli, 2013). Desde entonces, éstos se han implementado de manera exitosa en puentes, bombas, estructuras y edificaciones.

Es importante aclarar que el proceso de atenuación de los AMS no ocurre por defecto. Para ello se requiere una sintonización del sistema masa resorte amortiguador del segundo grado de libertad para lograr una reducción de la vibración sobre la estructura principal. Del ajuste de parámetros se deriva el nombre de masa sintonizada. Algunos autores han centrado sus esfuerzos en la búsqueda por optimizar los AMS, ya que una preocupación de la integración de estos dispositivos es que ahora se tienen sistemas de 2 GdL, lo que se traduce en la aparición de una segunda zona de resonancia, en lugar de solo una como se tiene en la respuesta típica de un sistema de 1 GdL (Chung, Wu, Lien, Chen & Huang, 2013; Gutiérrez-Soto & Adeli, 2013; Jordanov & Cheshankov 1988).

Sin embargo, este cambio puede ser tratado dentro de un rango en el que se busca la sintonía. Dentro de la gran variedad de amortiguadores de masa sintonizada, Ghaedi, Ibrahim, Adeli y Javanmardi (2017) presentan los del tipo pendular por ser los más usados en edificaciones. Uno de los primeros amortiguadores de masa sintonizada pendulares (AMSP), instalados en edificaciones, se encuentra en CN Tower en Toronto, y en John Hancock Building, en Boston (Gutiérrez-Soto & Adeli, 2013).

Desde entonces su implementación ha venido en ascenso con el objeto de prevenir los efectos vibratorios causados por el viento y sismos en grandes edificaciones (Yurchenko, 2015). Los AMSP, cuyo nombre deriva del movimiento pendular que describen durante su operación, presentan la ventaja de que puede ser construidos con elementos flexibles (cables) como también con elementos rígidos (barras). Para el caso del péndulo simple,

su dinámica no involucra las propiedades de los eslabones y su frecuencia natural depende de la masa y longitud de cable (Chung, Wu, Lien, Chen & Huang, 2013).

Los AMSP no son los únicos tipos de amortiguadores basados en elementos flexibles. Gordeev, Okhulkov, y Zlobin (2017) presentaron un sistema de amortiguamiento basado en cables, con una configuración totalmente distinta, Donde se busca aprovechar las propiedades viscoelásticas de estos elementos flexibles. Por otra parte, Dai, Zhao-Dong y Pan-Pan (2019) realizaron una investigación acerca de la incorporación de materiales viscoelásticos a los amortiguadores de masa sintonizada.

A pesar del intento de mitigar los efectos vibratorios a través de sistemas viscoelásticos, estos sistemas por sí solos sufren grandes problemas vibratorios. Un ejemplo de ello lo constituyen las líneas de transmisión o puentes atirantados, los cuales son propensos a vibraciones. A sabiendas de esto, Lazar, Neild, y Wagg (2016) han propuesto la implementación de amortiguadores vinculados a tierra mecánica para mitigar estas oscilaciones.

Las tecnologías emergentes no escapan de los problemas vibratorios. Tal es el caso de los cable robots. Autores como Rushton (2016) y Baklouti, Courteille, Lemoine y Caro (2019) se han abocado a intentar resolver estos problemas, los cuales, de acuerdo a su configuración, operan dentro de un volumen de trabajo, ocupando diferentes posiciones a través del tiempo según sus funciones. Por ende, los elementos auxiliares que se implementen para mitigar las vibraciones del efector final no pueden estar vinculados a tierra mecánica.

Dentro de las diferentes configuraciones de cable robots existe una configuración denominada cable robots planos comandados, los cuales operan, de forma ideal, sobre un plano de trabajo. Esta configuración plana presenta un fenómeno vibratorio particular, el cual ha sido estudiado por (Zamora-García, Corona-Lira, Ramirez-Reivich & Denny Oetomo, 2019). Dentro de las observaciones encontradas se tienen vibraciones perpendiculares al plano de trabajo, las cuales se caracterizan por grandes amplitudes vibratorias y prolongados tiempos de asentamiento en comparación con las que se producen en otras direcciones.

Tomando el concepto de los cable robots planos, se propuso un concepto paradójico, el cual involucra tomar este arreglo planar para mitigar los efectos vibratorios sobre otras estructuras principales. Esto implica la creación del AMSBC-CP. Para entender de que se trata, durante la siguiente sección se aborda el principio de funcionamiento de los amortiguadores de masa sintonizada convencionales hasta llegar al modelo matemático que describe la dinámica del denominado AMSBC-CP.

### ***2.2.1. Principio de funcionamiento del amortiguador de masa sintonizada***

El AMS es un dispositivo mecánico que se emplea para reducir o eliminar las vibraciones de una estructura. Éste consta de una masa y un resorte unidos a la masa principal (estructura original) que se quiere proteger de las vibraciones (Rao, Díaz-Muñoz, Rodríguez-Figueroa, Sepúlveda-García & Navarro-Salas, 2012). En consecuencia, el sistema resultante presenta dos grados de libertad (2GdL). La frecuencia del amortiguador se debe ajustar a una frecuencia estructural particular, de modo que cuando esa frecuencia sea excitada, el amortiguador resonará fuera de fase con el movimiento estructural.

Los AMS son generalmente empleados en máquinas que operan a una velocidad constante en las cuales interesa mantener un control sobre una de las masas. Un ejemplo de éstas se encuentra en las máquinas y herramientas recíprocas como las sierras, lijadoras y compactadoras. Asimismo, encuentra aplicación como parte del sistema de protección en estructuras como puentes y edificaciones. El principio de funcionamiento de los AMS se introduce por medio de un sistema dinámico de 2 GdL sin amortiguamiento.

- **Sistema de 2GdL sin amortiguamiento**

En esta sección se ilustra el concepto de AMS mediante el sistema de 2 GdL representado por dos masas. Donde  $m_2$  representa la masa auxiliar que se ha anexado a la masa principal  $m_1$  mediante un resorte de rigidez  $k_2$ . La estructura principal se encuentra vinculada a tierra mecánica mediante un resorte de rigidez  $k_1$ . La estructura principal es excitada por una fuerza armónica de magnitud  $F_0$ , tal como se muestra en la Figura 2.1.

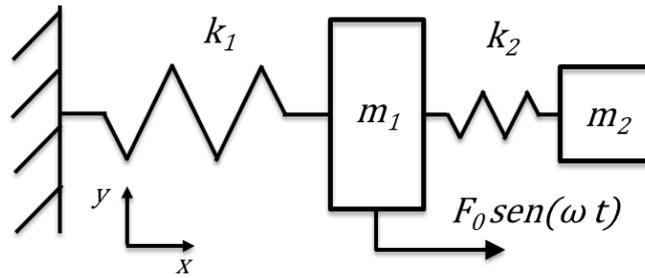


Figura 2.1. Esquema AMS sin disipación energética.

Las ecuaciones que describen un sistema vibratorio pueden ser deducidas por diferentes principios, tales como: el principio de conservación de la energía, la segunda ley del movimiento de Newton y el principio de D'Alembert (Rao, Díaz-Muñoz, Rodríguez-Figueroa, Sepúlveda-García & Navarro-Salas, 2012). A lo largo de esta investigación, las ecuaciones serán deducidas con base en la segunda ley de Newton, aplicando el siguiente procedimiento:

1. Seleccionar las coordenadas de los cuerpos rígidos del sistema.
2. Determinar la configuración de equilibrio estático del sistema.
3. Trazar un diagrama de cuerpo libre.
4. Aplicar segunda ley de Newton.

En consonancia con el procedimiento descrito, se realizó un estudio de las fuerzas activas y reactivas presentes en cada uno de los cuerpos, tomando en cuenta que las masas describen un movimiento oscilatorio rectilíneo como se muestra en la Figura 2.2. Se seleccionó un sistema de coordenadas cartesianos.

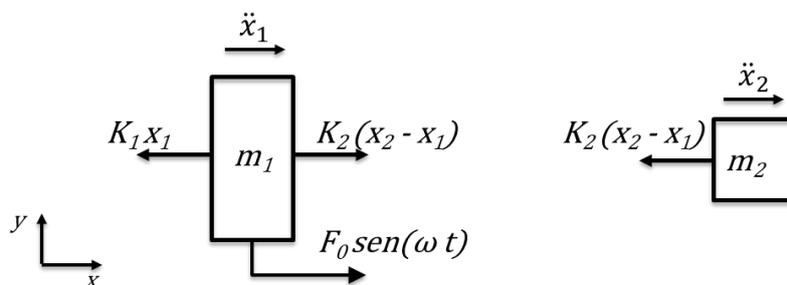


Figura 2.2. Diagrama de cuerpo libre.

De acuerdo con el análisis de cuerpo libre y bajo las condiciones de masas constantes y resortes lineales, la dinámica del sistema queda descrita por las siguientes ecuaciones (Ec.):

$$m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = F_0\text{sen}(\omega t) \quad (2.1)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (2.2)$$

Donde:

$m_1$  y  $m_2$  Representa las masas de la estructura principal y la masa anexada respectivamente.

$k_1$  y  $k_2$  Representan la constante de elasticidad de cada uno de los resortes

$x_1$  y  $x_2$  Desplazamiento de cada uno de los cuerpos

$\dot{x}_1$  y  $\dot{x}_2$  Velocidad de cada uno de los cuerpos.

$\ddot{x}_1$  y  $\ddot{x}_2$  Aceleración de cada uno de los cuerpos.

$F_0$  Fuerza externa.

$\omega$  Velocidad de rotación de un cuerpo.

$t$  Tiempo.

Suponiendo que el sistema de ecuación presenta una solución de tipo armónica como se muestra a continuación:

$$x_1 = X_1\text{sen}(\omega t) \quad (2.3)$$

$$x_2 = X_2\text{sen}(\omega t) \quad (2.4)$$

Sustituyendo 2.3 y 2.4 en la Ec. 2.1 y 2.2 se obtiene un sistema de ecuaciones lineales como se muestra seguidamente:

$$X_1[-m_1\omega^2 + k_1 + k_2] - k_2X_2 = F_0 \quad (2.5)$$

$$X_2[-m_2\omega^2 + k_2] - k_2X_1 = 0 \quad (2.6)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones 2.5 y 2.6 con respecto a  $X_1$  y  $X_2$ , se obtiene las amplitudes de estado estable de las masas  $m_1$  y  $m_2$  como:

$$x_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2)F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2} \quad (2.7)$$

$$x_2 = \frac{k_2F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2} \quad (2.8)$$

Recordando que el objetivo de anexar una segunda masa  $m_2$  al sistema es reducir o eliminar la amplitud vibratoria de la masa principal ( $X_1$ ). De acuerdo con la ecuación 2.7, esto se logra haciendo el numerador igual a cero. Para ello se requiere que:

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} \quad (2.9)$$

Si la estructura principal antes de la adición del amortiguador de masa sintonizada operaba en la zona de resonancia, esto es  $\omega^2 \approx \omega_1^2 = k_1/m_1$ . Por lo tanto, el amortiguador masa sintonizada se diseña para que su frecuencia natural sea:

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} \quad (2.10)$$

De acuerdo con la Ec. 2.10, el ajuste de frecuencia para sintonizar la masa auxiliar se logra mediante un arreglo entre masa-resorte. Generalmente, se trabaja con un valor de masa dado, y se ajustan los parámetros de rigidez del resorte.

Cabe destacar que este caso de estudio involucra la idealización de un sistema sin disipación energética cuando en la realidad los sistemas presentan un comportamiento distinto debido a las irreversibilidades propias del sistema como la fricción. Por lo tanto, un análisis más cercano a la realidad requiere la inclusión de elemento disipativos o amortiguamiento.

Con el objeto de continuar avanzando en el análisis de los sistemas vibratorios, en la siguiente sección se presenta el desarrollo matemático de un sistema de 2 GdL con disipación energética.

- **Absorbedor dinámico con amortiguamiento**

En esta sección se introduce el concepto de AMS con amortiguamiento mediante la adición de un elemento disipativo vinculado entre los 2 GdL, tal como se muestra en la Figura 2.3.

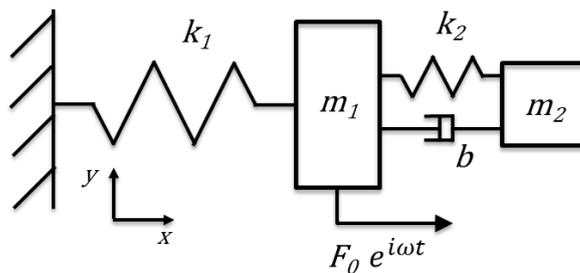


Figura 2.3. Esquema AMS con amortiguamiento.

Siguiendo el procedimiento descrito en el apartado anterior, se deducen las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema con un elemento disipativo de la siguiente forma:

$$m_1 \ddot{x}_1 + b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = F_0 e^{i\omega t} \quad (2.11)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \quad (2.12)$$

Donde:  $b$  es la constante de amortiguamiento.

Suponiendo que el sistema de ecuaciones tiene una solución de tipo:

$$x_i(t) = X_i e^{i\omega t} \quad (2.13)$$

Sustituyendo la Ec. 2.13 dentro de las ecuaciones 2.11 y 2.12 se obtiene:

$$X_1[-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2 + i\omega b] - (k_2 + i\omega b)X_2 = F_0 \quad (2.14)$$

$$X_2[-m_2 \omega^2 + k_2 + i\omega b] - (k_2 + i\omega b)X_1 = 0 \quad (2.15)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones 2.14 y 2.15 para  $x_1$  y  $x_2$  respectivamente, se obtiene:

$$\frac{X_1}{F_0} = \frac{(k_2 - m_2\omega^2) + i\omega b}{(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2 m_2 \omega^2 + i\omega b(k_1 - m_2\omega^2 - m_1\omega^2)} \quad (2.16)$$

$$\frac{X_2}{F_0} = \frac{k_2 + i\omega b}{(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2 m_2 \omega^2 + i\omega b(k_1 - m_2\omega^2 - m_1\omega^2)} \quad (2.17)$$

Aplicando tratamientos para números complejos se obtiene la expresión del factor de amplificación de la primera masa, como se muestra:

$$\frac{X_1}{F_0} = \frac{(k_2 - m_2\omega^2)^2 + \omega^2 b^2}{[(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2 m_2 \omega^2]^2 + \omega^2 b^2 (k_1 - m_2\omega^2 - m_1\omega^2)^2} \quad (2.18)$$

Analizando la Ec. 2.18 se observa que cuando los valores de  $b \rightarrow 0$  la Ec. 2.18 tiende a la Ec. 2.7, correspondiente al análisis de un AMS sin amortiguamiento, mientras que cuando  $b \rightarrow \infty$  la Ec. 2.18 describe la respuesta de un sistema de 1 GdL con masa  $m = m_1 + m_2$  bajo la acción de una fuerza armónica. Para tratar de sintonizar y optimizar estos dispositivos, Jordanov y Cheshankov (1988) y Gutiérrez-Soto y Adeli (2014) han propuestos diferentes métodos.

La dinámica de los AMS analizados hasta esta sección es descrita mediante sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden. Estos sistemas tienen las características que obedecen a los principios de superposición, con lo que se simplifica el desarrollo matemático, permitiendo obtener soluciones analíticas que posibilitan ejemplificar los conceptos de AMS.

Sin embargo, estas condiciones de linealidad son escasas en la realidad. La mayoría de los fenómenos vibratorios que ocurren en la práctica presentan un comportamiento más complejo, cuyas soluciones pertenecen al campo de ecuaciones diferenciales, no lineales. En la siguiente sección se abordan las causas que promueven las no linealidades.

### 2.3. No linealidades

Los sistemas con un comportamiento no lineal desobedecen los principios de superposición. Por ende, su tratamiento matemático generalmente requiere del uso de métodos numéricos. La naturaleza en sí presenta un comportamiento de carácter no lineal, el cual en muchas ocasiones se busca describir mediante simplificaciones que permitan una linealización de los fenómenos en estudio. No obstante, esto no siempre es posible y

algunos requieren de un tratamiento no lineal con el objeto de no incurrir en una descripción inadecuada o imprecisa del fenómeno en estudio (Vidyasagar, 1993).

De acuerdo con Wagg y Neild (2010), las no lineales son ocasionadas por diferentes agentes, siendo las causas más comunes las propiedades de los materiales, fuerzas externas y restricciones, holguras entre interfases, reacciones violentas, impactos, fricción, control y retardos, y no linealidades geométricas. Estas últimas son de particular interés para esta investigación, ya que están presentes en la configuración de amortiguadores de masa sintonizadas basados en cables con configuración plana.

### ***2.3.1. No linealidades geométricas***

Se emplea el término no linealidades geométricas cuando la característica que provoca el comportamiento no lineal se atribuye completamente a la geometría del problema en estudio. Un ejemplo de ello se encuentra en la dinámica del péndulo simple, el cual es una idealización que representa a una masa suspendida desde un punto fijo sujetado mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable. Este sistema describe un movimiento oscilatorio sobre una trayectoria curva, el cual puede ser modelado como un sistema lineal para pequeños desplazamientos angulares, sin embargo, esta suposición deja de ser válida más allá de esa zona. (Rao, Díaz-Muñoz, Rodríguez-Figueroa, Sepúlveda-García & Navarro-Salas, 2012).

El término no lineal en los sistemas pendulares aparece una vez que la masa es desplazada de su punto de equilibrio a través de la fuerza restitutiva resultante, la cual involucra una función seno (Wagg & Neild, 2010). Para entender esto en la Figura 2.4 se muestra un esquema del péndulo simple, el cual consta de una cuerda de longitud  $l$  con una masa  $m$  atada en su extremo libre, pivote en el punto  $O$ , y describe su movimiento sobre el plano X-Y.

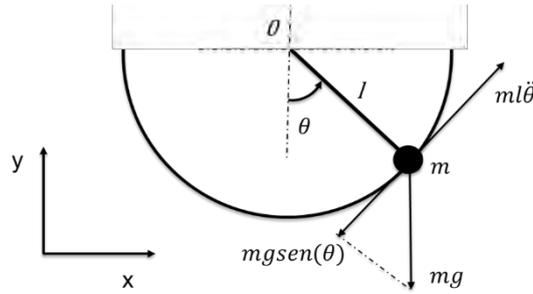


Figura 2.4. Esquema péndulo simple.

Aplicando la segunda ley de Newton y algunas simplificaciones, se obtiene la ecuación de movimiento:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \text{sen}(\theta) = 0 \quad (2.19)$$

De la Ec. 2.19 se observa que la frecuencia natural de oscilación del péndulo simple es una función de la gravedad y de la longitud de la cuerda. Si se toma la aceleración de gravedad como una constante, la frecuencia está en función exclusiva de la longitud. De igual forma, en la Ec. 2.19 involucra a  $\theta$  como una función sinusoidal. Si se realiza una aproximación de la función seno a través de una expansión de la serie de Taylor  $\text{sen}(\theta) = \theta - \frac{3\theta}{\theta!} + \frac{5\theta}{\theta!} \dots$  y se toma una aproximación de orden bajo se puede considerar  $\text{sen}(\theta) \approx \theta$ .

Esta es una consideración válida para pequeñas oscilaciones, mientras que para grandes amplitudes deja de serlo, perdiendo fidelidad del fenómeno en estudio. Por tanto, para este último se requiere un tratamiento completo que involucra vibraciones no lineales. En sistemas simples resulta fácil definir los límites para los cuales las aproximaciones son válidas. No obstante, para sistemas complejos estos límites no están claros (Wagg & Neild, 2010).

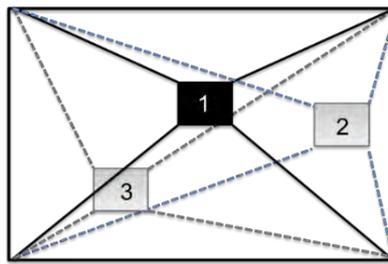
Al igual que el péndulo simple, las vibraciones que experimentan los cable robots planos también son de carácter geométrico no lineal. En la siguiente sección se introduce el concepto de cable robots planos y el origen de las oscilaciones.

### 2.3.2. No linealidades geométricas en cable robot paralelos plano

Los cable robots paralelos (CRP) son una generación de robots paralelos donde los eslabones rígidos son reemplazados por cables (Baklouti, Courteille, Lemoine & Caro,

2019). Estructuralmente, los CRP están conformados por tres elementos principales: efector final, una serie de eslabones flexibles (cables) y actuadores. De éstos, el efector final es el elemento encargado de ejecutar la tarea final, mientras que los eslabones flexibles se encargan de la vinculación de éste a la tierra mecánica. Adicionalmente, son comandados mediante los actuadores, los cuales permiten posicionar el efector en diferentes puntos del espacio de trabajo para la ejecución de las tareas.

Los CRP se clasifican de acuerdo con la disposición y al número de cables. Dentro de los múltiples arreglos existentes, en esta investigación se tomó como base de estudio la configuración plana comandada, la cual consiste de un efector sujeto con cables que pertenecen a un mismo plano de sujeción ( Xue-Jun et al., 2013). En la Figura 2.5 se presenta un esquema simplificado de un cable robots plano soportado de 4 cables, ocupando diferentes posiciones en el tiempo (1-2-3) representadas en el espacio de trabajo.



*Figura 2.5 Vista frontal de un cable robot posicionado en 3 diferentes puntos en el plano de trabajo.*

Debido a la inherente flexibilidad de los eslabones que conforman a los cable robots surgen los problemas vibratorios. Algunos autores como Lesellier, Cuvillon, Gangloff y Gouttefarde (2018) y (Zamora-García, Corona-Lira, Ramirez-Reivich & Denny Oetomo, 2019) han dedicado sus esfuerzos a tratar de mitigar estos efectos vibratorios. Entre las soluciones prácticas propuestas está la implementación de AMS sobre el efector final, aumento en la tensión de los cables, aumento del número y disposición de los cables. Particularmente en la configuración de CRP planos se presenta un problema de vibraciones en la dirección perpendicular al plano de trabajo, el cual se caracteriza por unas grandes amplitudes vibratorias, con prolongados tiempos de asentamiento en comparación con las oscilaciones que se presentan en otras direcciones.

Durante las vibraciones, el efector final de los CRP planos se mueve sobre una línea recta, perpendicular al plano de sujeción. Estas oscilaciones involucran un cambio de dirección en los cables, los cuales tienen su punto pivote en la sujeción a la salida del carrete de los actuadores. En la Figura 2.6 se muestra un esquema simplificado de los elementos que conforman un cable robot plano comandado por 4 cables, ubicado en el centro del espacio de trabajo. En la vista lateral se muestran 3 posiciones del efector final, donde las líneas discontinuas representan las oscilaciones fuera del plano de sujeción.

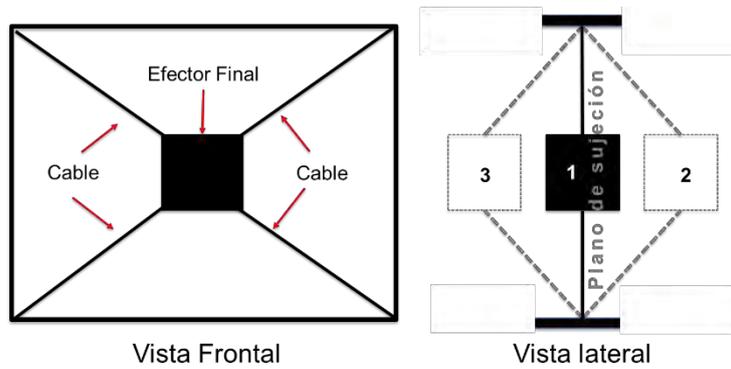


Figura 2.6. Esquema simplificado de los elementos que conforman un cable robot plano comandado por 4 cables.

Para el análisis dinámico de los CRP planos se modelaron los principales elementos que lo conforman como parte de un sistema vibratorio, donde el efector final está representado por la masa  $m$ . Asimismo, los cables son modelados como elementos viscoelásticos (resorte-amortiguador), de tipo Kelvin Voigt, resorte  $k_c$  y amortiguador  $b_c$  en paralelos (Zamora-García, Corona-Lira, Ramirez-Reivich & Denny Oetomo, 2019). En la Figura 2.7 se muestra un esquema en vista frontal y lateral del sistema dinámico equivalente conformado por una masa y cuatro cables.

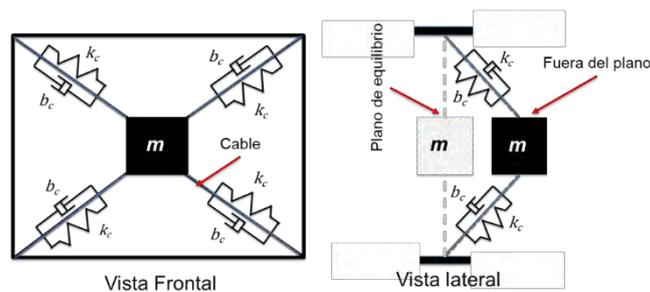


Figura 2.7 Vista frontal y lateral de un sistema dinámico 1masa-4cables Donde los cables son modelados como elementos del tipo Kelvin Voigt.

El sistema dinámico equivalente exhibe un comportamiento geoméricamente no lineal, debido al cambio de dirección que experimentan los cables (resortes y amortiguadores). Este problema geoméricamente no lineal puede ser explotado como complemento de otros sistemas con el objeto de mitigar los efectos vibratorios. Gatti y Tehrani (2019) han estudiado la implementación de aisladores con no linealidades geométricas con el objeto de mejorar la respuesta dinámica de los sistemas. Durante su investigación reportan que a través de éstos se consigue un mejor desempeño en comparación con los aisladores lineales convencionales.

En esta investigación se busca integrar las no linealidades geométricas junto con las propiedades viscoelásticas de los cables mediante la implementación de un amortiguador de masa sintonizado basado en cables.

#### 2.4. Amortiguador de masa sintonizado basado en cable

Se emplea el término AMS basados en cable para hacer referencia a aquellos AMS que están integrados por elementos flexibles (cables). Dentro de los AMS basados en cable existen diferentes variaciones en cuanto al número de cables y combinación con amortiguadores hidráulicos. Un ejemplo de ello lo constituyen los AMS pendulares. En la Figura 2.8 se presenta un esquema simplificado de un AMS del tipo pendular; también conocidos como amortiguador de péndulo paramétrico.

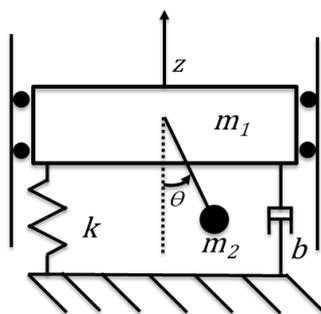


Figura 2.8 Esquema simplificado de un AMS del tipo pendular.

Chung, Wu, Lien, Chen y Huang, (2013) y Majcher y Wójcicki (2014) han trabajado en la optimización de estos dispositivos, los cuales se han venido usando desde 1976, cuando se reporta la primera implementación en un edificio real, Citycorp Center en New York (USA). Una de las implementaciones más emblemáticas de este siglo se encuentra en el Taipei 101 (Gutierrez-Soto & Adeli, 2013).

### 2.4.1. Amortiguador de masa sintonizado basado en cables con configuración plana

Se presenta en esta sección el desarrollo matemático de los elementos que conforman un amortiguador de masa sintonizada basados en cable bajo una configuración planar. Para ello se modela el conjunto estructura principal-masa auxiliar como un sistema acoplado, donde el primer grado de libertad corresponde a la estructura principal a la cual se le busca eliminar o mitigar las vibraciones, y el segundo grado de libertad corresponde a la masa auxiliar vinculada a la estructura principal mediante una serie de cables en un arreglo de sujeción plano.

El conjunto presenta un comportamiento no lineal promovido por los cambios de dirección que experimentan los cables al ser excitados en la dirección perpendicular al plano de sujeción. Los cables son modelados como elementos viscoelásticos capaces de soportar esfuerzos únicamente en la dirección axial en tensión sin sufrir grandes deformaciones. El modelo viscoelástico que se usó para los cables corresponde al tipo Kelvin Voigt (resorte-amortiguador en paralelo) (Zamora-García, Corona-Lira, Ramirez-Reivich & Denny Oetomo, 2019).

La Figura 2.9 muestra un esquema del modelado viscoelástico de los cables, en el cual se tiene uno de los extremos fijos a estructura principal, mientras que el extremo se encuentra unido a la masa auxiliar. Dicho de otra manera, cuando se presentan las vibraciones uno de los extremos del cable se mueve junto con la estructura principal  $z_1$  mientras que el otro extremo se mueve junto con la masa auxiliar  $z_2$ .

Este movimiento relativo entre la estructura principal y la masa auxiliar provoca un cambio de dirección en los cables el cual está representado por el ángulo  $\theta_n$ , cuya magnitud de desplazamiento relativo desde la posición de equilibrio es medido mediante la diferencia  $|z_2 - z_1|$ . La longitud inicial del cable sin deformar está dada por  $l_{0n}$ , mientras que la longitud deformada del cable en todo momento está dada por  $l_n$ . Los parámetros viscosos del cable están dados por  $b_{cn}$  y los parámetros elásticos están dados por  $k_{cn}$ .

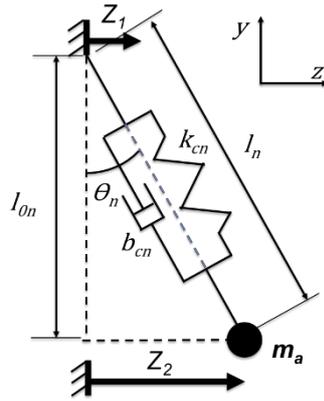


Figura 2.9 Esquema del modelado de los cables de los AMSBC-CP.

En general, el modelo viscoelástico propuesto para los cables señala que estos elementos son capaces de almacenar energía (elasticidad) y al mismo tiempo disipar una parte de ella (viscosidad), lo cual le da un carácter dependiente del tiempo. Aunado a esto, los cambios de dirección que experimentan los cables, producto de las vibraciones perpendiculares al plano de sujeción, hacen que los esfuerzos a los cuales están sometidos sean una función dependiente de los desplazamientos de ambas masas (estructura principal y masa auxiliar).

El cable bajo la condición de equilibrio, desplazamiento relativo  $|z_2 - z_1|$  igual cero, se encuentra sometido a una fuerza de pretensión producto de la fuerza de sujeción que se ha provisto para los cables inicialmente. Una vez que se produce un desplazamiento relativo en la dirección Z, se genera una deformación del cable. Estas fuerzas elásticas en los cables  $f_{cn}$  pueden ser contabilizadas de la siguiente forma:

$$f_{cn} = f_{kn} + f_{ptn} \quad (2.20)$$

Donde:

$f_{ptn}$  Corresponde a la fuerza de pretensión de los cables (debido a la componente del peso de masa soportada por los cables y la fuerza empleada para la sujeción de éstos).

$f_{kn}$  Corresponde a la fuerza elástica de los cables, la cual depende de la elongación de los cables.

#### 2.4.2. Modelado de fuerzas elásticas en cables bajo arreglo planar

Se tiene en cuenta que un resorte es un modelo que representa a un eslabón mecánico, cuya masa y amortiguamiento son despreciables. En consecuencia, cualquier miembro

que tenga la capacidad de ser deformable; por ejemplo, un cable, una viga o una barra, puede ser considerado como un resorte bajo ciertas consideraciones. Los resortes pueden tener comportamiento lineales y no lineales, según la relación fuerza-deformación. Se dice que un resorte es lineal si su alargamiento o acortamiento está relacionado como:

$$f_{kn} = k_{cn}(l_n - l_{on}) \quad (2.21)$$

Donde  $l_{on}$  es la longitud del resorte, sin deformación, y  $l_n$  es la longitud del resorte deformado. En el caso de los AMS basado cables con configuración plana se considera la longitud del cable sin deformación y con deformación. De acuerdo con el esquema presentado en la Figura 2.9 la longitud formada del cable es una función de posición relativa respecto al eje Z entre los dos puntos de sujeción de los cables vinculados a la estructura principal 1 y a la masa auxiliar 2. Realizando un tratamiento de geometría básica a través del teorema de Pitágoras se obtiene que la deformación del cable  $l_n$  viene dada por la siguiente relación:

$$l_n = \sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (2.22)$$

Donde  $z_1$  y  $z_2$  son las coordenadas generalizadas de la estructura principal y la masa auxiliar respectivamente. Sustituyendo 2.22 en 2.21 se tiene que la fuerza del resorte equivalente  $f_{kn}$  que actúa en la dirección axial del cable tiene la forma de:

$$f_{kn} = k_{cn}(\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} - l_{on}) \quad (2.23)$$

En la Ec. 2.23 se determinó la fuerza del resorte en la dirección axial del cable, pero los movimientos oscilatorios se presentan sobre el eje Z, por lo tanto, para el análisis dinámico se deben considerar las fuerzas elásticas que actúan en la dirección del movimiento, para ello se aplican los principios de trigonometría y se obtiene que:

$$f_{kzn} = f_{cn} \text{Sen}(\theta_1) = (f_{kn} + f_{ptn}) \text{Sen}(\theta_1) \quad (2.24)$$

De la Figura 2.9 se puede observar que  $\theta$  es una función del cambio de la posición y de la longitud del cable. Aplicando teorema de Pitágoras se tiene que:

$$\text{Sen}(\theta_n) = \frac{z_1 - z_2}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (2.25)$$

Sustituyendo 2.25 en 2.24 se obtiene la ecuación de la fuerza elástica que actúa en la dirección de Z, la cual tiene la forma que se muestra a continuación:

$$f_{kzn} = (k_{cn} \left( \sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} - l_{on} \right) + f_{ptn}) \left( \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2}} \right) \quad (2.26)$$

Reacomodando, se tiene que:

$$F_{kzn} = \frac{(z_2 - z_1)(f_{ptn} - k_{cn} \left( l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (2.27)$$

### 2.4.3. Modelado de la fuerza de amortiguamiento en cables bajo arreglo planar

Se tiene en cuenta que un amortiguador es un elemento mecánico que representa a un eslabón cuya masa y elasticidad son despreciables, cuya función principal es la disipación de energía, generalmente en forma de calor. Existen diferentes modelos matemáticos para contabilizar las fuerzas de amortiguamiento. No obstante, uno de los más empleados para la representación en materiales es el amortiguamiento viscoso, cuya expresión general viene dada por la ecuación:

$$f_{bn} = b_{cn} \frac{dx}{dt} \quad (2.28)$$

En el caso de los AMS basado en cable con configuración plana, se debe considerar la disipación energética provocado por el componente viscoso de los cables durante las

oscilaciones relativas entre la estructura principal y la masa auxiliar. Para ello se tiene que la fuerza viscosa está dada por la ecuación:

$$f_{bn} = b_{cn} \frac{dx}{dt} = \left( b_{cn} \frac{dz}{dt} \right) \sin \theta_n \quad (2.29)$$

Sustituyendo la Ec. 2.25 en 2.29 se tiene que:

$$F_{bn} = b_{cn} \left( \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2}} \right) \left( \frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} \right) \quad (2.30)$$

El amortiguamiento axial del cable proyectada sobre la dirección de Z tiene la forma:

$$F_{bzn} = b_{cn} \left( \frac{(z_2 - z_1)^2}{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \right) \left( \frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} \right) \quad (2.31)$$

Hasta este punto se han estudiado las fuerzas elásticas y disipativas de los cables vinculados a la estructura principal y la masa auxiliar.

#### **2.4.4. Dinámica del AMS basado en cables acoplado a una estructura.**

En esta sección se presenta el modelo matemático completo de un sistema de 2 GdL acoplados, donde el 1° GdL corresponde a la estructura principal y el 2° GdL corresponde al AMSBC-CP.

En la Figura 2.10 se muestra un esquema del sistema integrado, donde  $m_e$  y  $m_a$  representan la masa de la estructura principal y de la masa auxiliar respectivamente.  $K_e$  y  $b_e$  corresponden a la constante de elasticidad del resorte y la constante de disipación viscosa del amortiguador vinculados a tierra mecánica respectivamente.  $k_{cn}$  representan los parámetros del resorte equivalente de cada uno de los cables, mientras que  $b_{cn}$  representa el amortiguamiento de éstos.

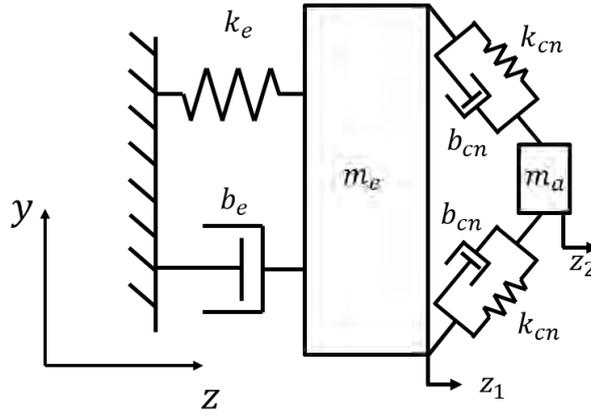


Figura 2.10 Esquema del sistema AMSBC-CP integrado a una estructura.

Aplicando un análisis de cuerpo libre sobre cada una de las masas y las correspondientes simplificaciones, se tiene que las ecuaciones que gobiernan la dinámica del sistema presentan la forma de:

$$m_e \frac{d^2 z_1}{dt^2} + b_e \frac{dz_1}{dt} + \mu N \text{sign} \left( \frac{dz_1}{dt} \right) + k_e z_1 + F_{kzA} + F_{kzB} + F_{bz} = 0 \quad (2.32)$$

$$m_a \frac{d^2 z_2}{dt^2} + b_a \frac{dz_2}{dt} + f_{kzA} + f_{kzB} + f_{bz} = 0 \quad (2.33)$$

Donde  $\mu$  corresponde a la constante de fricción seca,  $N$  es la fuerza normal,  $b_a$  la constante de amortiguamiento viscoso correspondiente a la fricción con el aire. Mientras que los términos de  $F_{kznA}$ ,  $F_{kznB}$ ,  $F_{bzn}$ ,  $f_{kzA}$ ,  $f_{kzB}$ ,  $f_{bz}$  representan las fuerzas de los resortes y de amortiguamiento en la dirección de  $z$  que involucran los parámetros geométricos del arreglo planar de los cables. A continuación, se presenta el desarrollo de cada uno de esos términos:

$$F_{kzA} = \sum_{n=1}^4 F_{kznA}$$

$F_{kznA}$  está definido como:

$$F_{kznA} = \frac{(z_1 - z_2)((f_{ptn} + T_w) - k_{cn} \left( l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2}} \quad (2.34)$$

$$F_{kzB} = \sum_{n=1}^2 F_{kznB}$$

$$F_{kznB} = \frac{(z_1 - z_2)(f_{ptn} - k_{cn} \left( l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2}} \quad (2.35)$$

$$F_{bz} = \sum_{n=1}^6 F_{bzn}$$

$$F_{bzn} = b_{cn} \left( \frac{(z_1 - z_2)^2}{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2} \right) \left( \frac{dz_1}{dx} - \frac{dz_2}{dx} \right) \quad (2.36)$$

$$f_{kzA} = \sum_{n=1}^4 f_{kznA}$$

$$F_{kznA} = \frac{(z_2 - z_1)((f_{ptn} + T_w) - k_{cn} \left( l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (2.37)$$

$$f_{kzB} = \sum_{n=1}^4 f_{kznB}$$

$$F_{kznB} = \frac{(z_2 - z_1)(f_{ptn} - k_{cn} \left( l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (2.38)$$

$$f_{bz} = \sum_{n=1}^6 f_{bzn}$$

$$F_{bzn} = b_{cn} \left( \frac{(z_2 - z_1)^2}{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \right) \left( \frac{dz_2}{dx} - \frac{dz_1}{dx} \right) \quad (2.39)$$

El modelo matemático de los cables está basado en la suposición de que estos presentan un comportamiento viscoelástico, por lo cual involucran los términos de elasticidad y de viscosidad. Éstos dependen de las propiedades de los materiales y la disposición de las fibras de los cables. A continuación, se presenta el concepto de viscoelasticidad, los modelos y los métodos para determinar estas propiedades.

## 2.5. Viscoelasticidad

El término viscoelasticidad hace referencia a los materiales que presentan un comportamiento mecánico dual, elástico y viscoso. Para su comprensión se introducen los conceptos de elasticidad y viscosidad (Fombuena, Boronat, Sánchez-Nácher, García-Sanoguera y Balart, 2014).

### 2.5.1. Elasticidad

La elasticidad es la propiedad física que le permite a los materiales que son sometidos a la acción de una carga regresar a su forma original una vez que la carga es removida. Los materiales elásticos presentan la misma curva esfuerzo-deformación para los procesos de cargar y descarga, sin presentar una dependencia temporal; es decir, que los esfuerzos solo dependen de la deformación.

La teoría de elasticidad lineal se aplica sobre las propiedades elásticas de los sólidos en los cuales el esfuerzo es proporcional al desplazamiento. Generalmente, aplica para pequeñas deformaciones. Este comportamiento se presenta en gran medida para la mayoría de los metales cuando son sometidos a pequeñas deformaciones. Estos se pueden aproximar a un comportamiento lineal, el cual se rige bajo la ley de Hooke, la cual especifica que este tiene un comportamiento dado por la ecuación de Hibbeler (2011):

$$\sigma = E * \epsilon \quad (2.41)$$

Donde  $\sigma$  corresponde al esfuerzo normal al cual está sometido el material,  $\epsilon$  representa la deformación unitaria que experimenta la probeta y  $E$  está definido como el módulo de elasticidad del material.

### 2.5.2. *Viscosidad*

De forma similar, muchos líquidos son modelados exclusivamente como elementos viscosos o fluidos Newtonianos, los cuales al ser sometidos a un esfuerzo presentan una deformación dependiente del tiempo, Mott y Untener (2014), descrita por la ecuación:

$$\sigma = \eta \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.42)$$

Donde  $\eta$  es la constante de viscosidad y  $\frac{d\epsilon}{dt}$  la tasa de deformación.

La mayoría de los materiales lejos de presentar un comportamiento binario, del tipo viscoso o elástico, presentan un comportamiento combinado. A estos materiales se les conoce como viscoelásticos, caracterizados por presentar una dependencia temporal entre la deformación y el esfuerzo (Kimanzi, 2019). Cabe destacar que existen elementos elásticos no lineales, los cuales presentan una relación esfuerzo-deformación no lineal. Un ejemplo de ellos lo constituyen las vigas bajo la acción de cargas laterales simultaneas.

La fina distinción entre materiales elásticos no lineales y viscoelásticos no siempre es fácil de identificar. Sin embargo, una característica distintiva que puede ayudar a establecer una diferencia recae sobre el hecho de que los materiales viscoelásticos se pueden representar como una combinación de amortiguadores y resortes, mientras que los elásticos no lineales solo se pueden representar como resortes.

Durante la deformación de los cuerpos viscoelásticos, una parte de la energía es disipada en forma de calor a través de las pérdidas viscosas, mientras que la otra parte es almacenada como energía elástica. Ejemplos de materiales viscoelásticos se pueden encontrar en algunos alimentos, polímeros, maderas y metales que a altas temperaturas presentan un comportamiento viscoelástico significativo (Kimanzi, 2019).

### 2.5.3. *Propiedades de los materiales viscoelásticos*

Los materiales viscoelásticos poseen tres propiedades importantes: relajación de esfuerzos (una deformación constante resulta en una disminución del esfuerzo), creep o deslizamiento (un esfuerzo constante resulta en un incremento de la deformación) e histéresis (se manifiesta como un desfase entre la relación esfuerzo-deformación) (Yang, 2017).

### 2.5.4. *Relajación de esfuerzos*

En los ensayos de relajación de esfuerzos, se aplica una deformación  $\epsilon_0$  al material como parámetro de entrada en el tiempo  $t_0$  (inicio del experimento). A través del tiempo la curva de esfuerzo va disminuyendo hasta alcanzar una meseta pasado cierto período de tiempo. En la Figura 2.11 se muestran dos gráficas. La del lado izquierdo corresponde a la deformación a través del tiempo, la cual tiene la forma de una recta horizontal, mientras que la gráfica de la derecha corresponde al esfuerzo a través del tiempo, la cual presenta un decaimiento típico de un sólido viscoso el cual alcanzan un esfuerzo de equilibrio en un punto mayor a cero (Cabello, 2014).

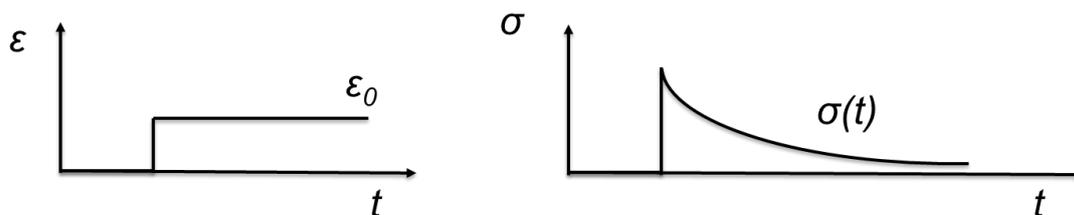


Figura 2.11 Deformación y esfuerzo a través del tiempo en un ensayo de relajación de esfuerzos.

### 2.5.5. *Fluencia lenta (Creep)*

En los ensayos de creep o de fluencia lenta, se aplica un esfuerzo constante en el tiempo  $t_0$  (inicio del experimento) como parámetro de entrada. La curva de deformación para un sólido viscoelástico a través del tiempo va incrementando de forma gradual hasta alcanzar un valor de equilibrio distinto de cero. En la Figura 2.12 se presentan dos gráficas respecto al tiempo. La del lado derecho corresponde al esfuerzo constante, mientras que la del lado izquierdo corresponde a la deformación del material (Iskakbayev, Bagdat & Sergei, 2016).

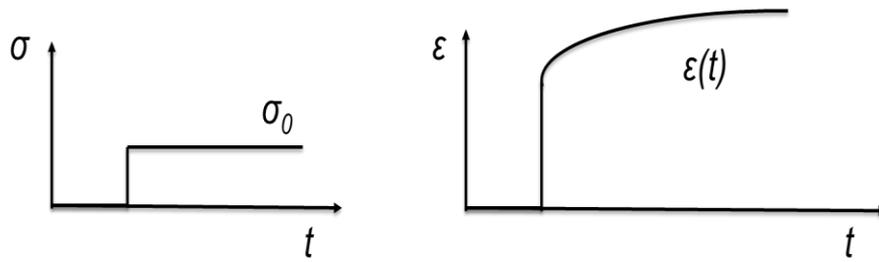


Figura 2.12 Esfuerzo y deformación a través del tiempo en un ensayo de fluencia lenta.

### 2.5.6. Histéresis

La histéresis mecánica en los materiales viscoelásticos se aprecia mediante la curva esfuerzo-deformación, en la cual el material exhibe un comportamiento distinto para el proceso de carga (aplicación de cargas externas) y de descarga (retiro de carga). En la Figura 2.13 se muestra la comparación de un material que se rige bajo la ley de Hooke (elástico lineal) y de un material viscoelásticos de tipo Kelvin-Voigt, donde se aprecia que el último presenta una trayectoria distinta para el proceso de carga y descarga del material (Yang, 2017).

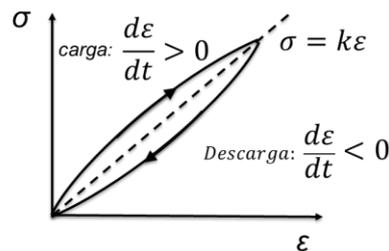


Figura 2.13 Comparación material elástico y viscoelástico tipo Kelvin Voigt.

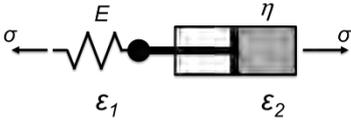
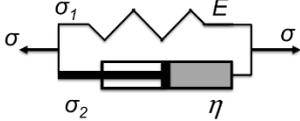
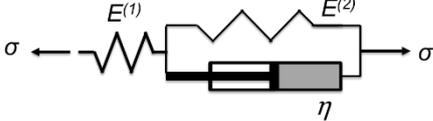
Usualmente, se requiere contabilizar la deformación total, la relación de cantidad de energía almacenada y la cantidad disipada, para un material dado y un modo de deformación determinado (Tschoegl, 1989). Con el afán de dar respuestas a estas inquietudes desde el campo de la reología se han formulado algunos modelos basados en las observaciones experimentales.

- **Modelos mecánicos (reológicos)**

Los modelos mecánicos reológicos lineales son una combinación de resortes y amortiguadores lineales con los cuales se describe el comportamiento de ciertos

materiales viscoelásticos lineales. En la Tabla 2.1 se presenta un resumen de los modelos equivalente elementales, según la disposición de los elementos elásticos y de amortiguamiento. Hay que destacar que cada uno de estos modelos tiene sus méritos y detracciones dependiendo de la aplicación y del material que se está modelando (Fombuena, Boronat, Sánchez-Nácher, García-Sanoguera y Balart, 2014).

Tabla 2.1 Modelos mecánicos

Modelos mecánicos (reológicos)	Esquema
Modelo de Maxwell	
Modelo de Kelvin Voigt	
Modelo de tres elementos. Presenta cuatro variaciones. (se ejemplifica con el sólido linear estándar)	

**Fuente:** (Fombuena, Boronat, Sánchez-Nácher, García-Sanoguera y Balart, 2014).

Debido a la dinámica del sistema en estudio durante esta investigación se prestó especial atención al modelo viscoelástico de tipo Kelvin Voigt, el cual se presenta a continuación.

- **Modelo Kelvin Voigt**

El modelo Kelvin Voigt consta de un resorte y amortiguador en paralelo. Para este modelo se asume que no hay desviación. Por lo tanto, el resorte y el amortiguador experimentan la misma deformación en todo momento. En consecuencia, el esfuerzo total sobre el material corresponde a la sumatoria de la fracción del esfuerzo soportado por el resorte y la fracción soportada por el amortiguador.

En la Figura 2.14 se presenta un modelo de un material viscoelástico del tipo Kelvin Voigt. En éste se aprecia que ambos elementos presentan la misma deformación y que el esfuerzo total corresponde a la contribución de ambos elementos (Ashter 2014; Malkin y Isayev 2017; Zhang y Shimizu, 1999).

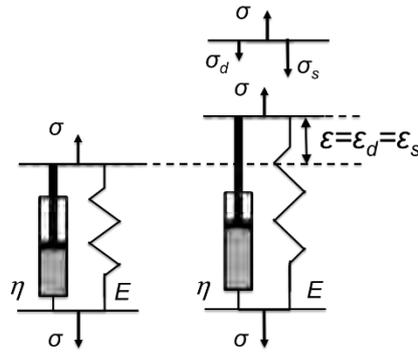


Figura 2.14 Modelo sólido tipo Kelvin-Voigt.

Donde  $\sigma_s$  corresponde a la porción del esfuerzo soportado por el resorte y  $\sigma_d$  corresponde a la porción del esfuerzo soportado por el amortiguador. Se tiene en cuenta que la ecuación correspondiente a la deformación de un material elástico y la tasa de deformación de un material viscoso lineal tienen la forma 2.41 y 2.42. Dónde ambos contribuyen al esfuerzo total soportado se tiene que:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma_s \quad , \quad \dot{\varepsilon} = \frac{1}{\eta} \sigma_d \quad , \quad \sigma = \sigma_s + \sigma_d \quad (2.43)$$

Sustituyendo  $\sigma_s$  y  $\sigma_d$  por sus correspondientes ecuaciones se obtiene que el esfuerzo total  $\sigma$  tiene la forma general de la ecuación de Kelvin Voigt:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.44)$$

Como parte de este modelo se tiene en consideración que al aplicar una tensión sobre el material (Carga), parte de la energía será almacenada por el resorte y el resto se disipará progresivamente a medida que se vaya desplazando el émbolo, lo que provoca una deformación dependiente del tiempo. Al remover la carga (descarga), se recuperará la forma original en función de la energía que había quedado almacenada en el resorte, pero no así la del amortiguador.

La Ec. 2.44 es una ecuación diferencial de primer orden no homogénea. Por lo tanto, se tiene que:

$$\varepsilon = C e^{-\left(\frac{E}{\eta}\right)t} + \frac{\sigma_0}{E} \quad (2.45)$$

Donde C es una constante arbitraria.

### 2.5.7. Respuesta para creep o fluencia lenta

Si se aplica una carga repentina  $\sigma_0$  al material viscoelástico de tipo Kelvin Voigt, el resorte tratará de estirarse, pero será detenido por el amortiguador, el cual no puede reaccionar de forma inmediata. Por lo tanto, el resorte no cambia su longitud y la carga inicial es tomada por el amortiguador, en consecuencia, la curva inicia con una pendiente  $\sigma_0/\eta$ . Después de que ocurre una deformación del material la carga es transferida del amortiguador al resorte. La curva de fluencia tiene la forma  $\sigma_2/\eta$ , donde  $\sigma_2$  es el esfuerzo del amortiguador, que continua decreciendo. En el límite cuando  $\sigma_2 = 0$ , la carga del amortiguador tiende a cero, y el resorte absorbe toda la carga y alcanza la máxima deformación  $\sigma_0/E$ . (Kelly Piaras, 2013).

Resolviendo la ecuación 2.45 para la condición inicial  $\varepsilon(0) = 0$  se determina la constante c y la ecuación resultante tiene la forma de:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\left(\frac{E}{\eta}\right)t} \right) \quad (2.46)$$

Suponiendo que la carga es retirada en el tiempo  $t=\tau$  La ley constitutiva se reduce a:

$$0 = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.47)$$

Resolviendo, se tiene que:

$$\varepsilon = C e^{-\left(\frac{E}{\eta}\right)t} \quad (2.48)$$

Donde C es la constante de integración. El tiempo es medido desde que la carga ha sido removida. Tomando como condición inicial  $t=\tau$  de la ecuación 2.48 se obtiene:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} e^{-\left(\frac{E}{\eta}\right)t} \left( e^{-\left(\frac{E}{\eta}\right)t} - 1 \right) \quad t > \tau \quad (2.49)$$

La respuesta de fluencia lenta y recuperación se muestra en la Figura 2.15. Hay una fluencia de tipo transitorio y una recuperación que sigue otra trayectoria en el tiempo. No se tiene deformación instantánea o permanente.

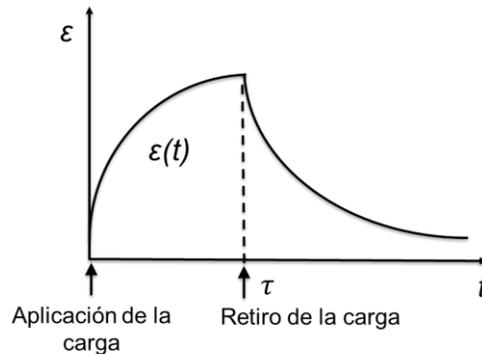


Figura 2.15 Modelo tipo Kelvin-Voigt fluencia lenta y recuperación.

En términos generales, la expresión básica del modelo Kelvin-Voigt se ajusta al comportamiento exponencial de la fluencia en función del tiempo, pero se debe tener en consideración que este modelo no considera la deformación instantánea como sí lo hace el modelo de Maxwell (Balart, Fombuena, García-Sanoguera, Sánchez-Nacher & Boronat, 2017). Una mejor aproximación se puede alcanzar con la combinación de estos modelos según los requerimientos del caso de estudio.

## 2.6. Cables

Los cables mecánicos son elementos flexibles capaces de soportar cargas de tensión en la dirección axial sin sufrir grandes deformaciones. Éstos pueden ser de diferentes materiales y arreglos, con el fin de obtener diferentes propiedades. Dentro de los diferentes tipos de cables se encuentran las cuerdas de alambre (mecates), los cuales están constituidos por hebras de metal entrelazadas entre sí en forma de hélice. Los cables tienen un sin número de aplicaciones que van desde puentes atirantados, ascensores, líneas de vida, refuerzos de estructuras, transmisión flexible, robots, entre otros (Childs, 2019).

En la práctica de ingeniería básica, se suelen tratar a los cables como elementos inextensibles, pero lo cierto es que estos elementos, como muchos otros, exhiben un

comportamiento viscoelástico, ya que son capaces de almacenar energía, al mismo tiempo que disipan una parte de ella durante su deformación. El tratamiento viscoelástico de los cables es un fenómeno complejo debido a los múltiples efectos de interacción entre las fibras que lo conforman. Aunque algunos autores como Foti, Martinelli y Perotti (2016), Xiang et al. (2015) y Spak (2014) han intentado describirlo, dichos tratamientos van más allá de los alcances de esta investigación. Por lo tanto, para esta investigación se recurre a una forma práctica de conocer las propiedades de los cables a través de la experimentación.

## **2.7. Caracterización de elementos viscoelásticos**

La caracterización de elementos viscoelásticos consiste en determinar el comportamiento de los materiales (esfuerzo-deformación) a través del tiempo cuando son sometidos a diferentes condiciones según el tipo de ensayos. Normalmente los elementos viscoelásticos son caracterizados por medio de tres tipos de ensayos, conocidos como ensayos tipo Creep (fluencia lenta), relajación de esfuerzos y respuesta dinámica. Estos ensayos generalmente vienen acompañados de un control de temperatura, debido a la estrecha relación de las propiedades viscoelásticas con los cambios de temperatura. Los ensayos de caracterización viscoelásticas se suelen aplicar en el estudio de materiales poliméricos y de metales cerca del punto de fusión (Kimanzi, 2019).

### **2.7.1. Ensayos de caracterización viscoelástica**

#### *2.7.1.1. Ensayos Creep*

Los ensayos Creep o fluencia lenta consisten en someter a las probetas a una condición de carga constante y medir la deformación del material durante ese periodo. Este tipo de ensayos se suelen aplicar en máquinas de ensayos universales o máquinas especiales para fluencia lenta según el tipo de material y temperaturas a ensayar (Iskakbayev, Bagdat & Sergei, 2016).

#### *2.7.1.2. Ensayos de relajación*

Los ensayos de relajación de esfuerzos consisten en aplicar una deformación constante al material a través de un ensayo a tracción y temperatura constante, Donde se registra el

decremento del esfuerzo a través del tiempo (Cabello-Sequera, Delgado, Puchi & Torres, 2009).

### *2.7.1.3. Ensayos a respuesta dinámica*

Los ensayos a respuesta dinámica consisten en someter a las probetas a una fuerza del tipo armónica y medir la respuesta del material ante esta entrada. La diferencia de fase entre la entrada y la respuesta del material indica el grado de viscoelasticidad que presenta el material.

Indistintamente del método que se emplee para determinar las propiedades viscoelásticas, su conocimiento resulta de vital importancia en el campo de la ingeniería, ya que con éstas se pueden prevenir fallas en estructuras que están sometidas a períodos prolongados de cargas, como en el caso de puentes atirantados y líneas de transmisión, cuyas catenarias se van acercando al suelo con el pasar del tiempo.

Tener un conocimiento de estas deformaciones a través del tiempo permite a los ingenieros tomar acciones de mantenimiento para compensarlas. Así como también permite explotar estas propiedades de los materiales para el control de vibraciones y disipación energética, en aplicaciones como la fabricación de equipos de protección (Kimanzi, 2019).

Generalmente, los ensayos para viscoelasticidad se aplican sobre probetas con dimensiones estandarizadas, como sucede con el estudio de polímeros, en el cual se emplean probetas de sección transversal rectangular del mismo tipo de las que se emplean para los ensayos a tracción. Para el caso del estudio de metales se emplean probetas de tracción estándar de sección transversal circular usualmente ensayadas sobre las máquinas de ensayos universales (Hyde, Balhassn & Wei Sun, 2013).

En esta investigación es de interés conocer las propiedades viscoelásticas de los cables de acero trenzado, las cuales tienen influencia en la respuesta dinámica de las estructuras principales cuando se emplean amortiguadores de masa sintonizadas basados en cable en un arreglo planar. Los cables típicamente son ensayados a fluencia lenta, con la finalidad de determinar su deformación plástica y ruptura bajo diferentes condiciones de carga a través del tiempo.

Sin embargo, este tipo de ensayos se emplea para determinar la fluencia en la segunda etapa, deformación permanente (Vlasblom & Bosman, 2006). Para fines de esta investigación interesa conocer el comportamiento en la primera fase donde el material presenta una deformación reversible dependiente del tiempo, retardada por el componente viscoso del material.

Dentro de las especificaciones de los cables de acero trenzado comerciales no se muestran las propiedades viscoelásticas, ASTM-A 492 no lo exige, pero éstas son parte fundamental del modelo dinámico que describe la respuesta de los AMS basados en cables mecánicos bajo configuración plana. Por tal motivo, se requiere de máquinas que permitan determinar las propiedades viscoelásticas de los cables y el estudio de los AMSBC-CP.

En la siguiente sección se presentan las bases diseño de máquinas que sirvieron de guías durante la presente investigación.

## **2.8. Diseño de máquinas**

La búsqueda de soluciones a problemas reales requiere de la creación de artefactos o máquinas donde el diseño representa la etapa intermedia que permite la vinculación entre las ideas (pensamiento abstracto) y la consecución del producto. En este proceso (Freddi & Salmon 2019; French, 1992<sup>a</sup>; Glegg, 1973; Pahl, Beitz, Wallace, Blessing & Bauert, 2007) han presentado aportaciones destacables a través del desarrollo de metodologías de diseño mecánico. De estos, Freddi y Salmon (2019) presentan un acercamiento a la naturaleza cognitiva del diseño en la cual señalan que los métodos de diseño son el resultado de la experiencia y no una postura apriorista cuando se aborda un nuevo problema. Por esta razón, sugieren que cualquier método que deriva de la experiencia humana, empieza por la percepción del problema y termina con una solución relacionada.

Desde la perspectiva de la metodología de diseño se tiene que todos los métodos comparten el objetivo de transformar el complejo y dinámico proceso de diseño en un procedimiento sistemático, fácil de seguir, sin pretensiones de ser un algoritmo riguroso que se deba cumplir a cabalidad (French, 1992<sup>a</sup> ; Pahl, Beitz, Wallace, Blessing & Bauert,

2007; Ulrich & Eppinger, 2013). Asimismo, comparten la idea de partir desde un enfoque general a un enfoque específico, partiendo desde los requerimientos o características deseadas hasta llegar al diseño de detalle.

En este sentido, los procesos de diseño involucran diferentes etapas, las cuales engloban una serie de tareas que en conjunto van destinadas a la consecución de un producto. De forma general, el proceso de diseño empleado durante el desarrollo de esta investigación se puede resumir siguiendo el procedimiento señalado por Freddi y Salmon (2019). En la Tabla 2.2 se muestra el procedimiento de diseño. Este consta de 3 etapas: requerimientos, diseño conceptual y diseño de detalle. Cada una de estas etapas involucra una serie de tareas.

Tabla 2.2 Metodología de diseño

Requerimientos	Diseño conceptual	Diseño de detalle
1. Planificación (alcance)	3. Diseño conceptual (generación de ideas)	5. Desarrollo de prototipo
2. Clarificación de tareas (requerimientos, especificaciones)	4. Primer prototipo (validación, pruebas)	6. Diseño de detalle (verificación)

Fuente: Freddi & Salmon 2019

### 2.8.1. *Requerimientos*

Constituye la primera etapa del proceso de diseño, en la cual se define el alcance del proyecto e identificación de oportunidades. Para ello se requiere establecer un plan de trabajo y definir las especificaciones (Ulrich & Eppinger, 2013).

- *Planificación*: Comprende las tareas de definir los tiempos y recursos destinados para el desarrollo del proyecto. Implica tener una visión general del proceso de diseño.
- *Especificaciones*: Proceso de acotar el problema en estudio, el cual inicia con un deseo o necesidades a satisfacer y culmina con una serie de métricas o rango de éstas dentro de las cuales se bosqueja la solución a esas necesidades.

### **2.8.2. *Diseño conceptual***

Constituye parte del proceso creativo de busca de solución, donde el concepto de un producto es una descripción aproximada de la tecnología, principios de trabajo y forma del producto. Requiere actividades para la clarificación del problema (Ulrich y Eppinger, 2013).

Durante la fase de diseño conceptual, Pahl, Beitz, Wallace, Blessing y Bauert (2007) sugieren buscar la estructura funcional abstracta y los principios de solución; combinar los principios de solución en variantes conceptuales y evaluar variantes conceptuales utilizando criterios técnicos y económicos.

Asimismo, con el objeto de bosquejar las formas o factibilidad de las ideas generadas, se sugiere construir prototipos de funcionalidad limitada de bajo costo y rápida construcción que permitan un entendimiento de los principios de funcionamiento, así como la posibilidad de explorar otras alternativas.

### **2.8.3. *Diseño de detalle***

Comprende el proceso de refinamiento del diseño de cara a la obtención de un producto terminado. Esto implica los detalles para la construcción, elaboración de planos y revisión del producto. Es la parte del diseño en la que se desarrolla el plan para un producto específico, a partir de las variantes seleccionadas por el diseño conceptual.

Dado que constituye el proceso de materialización de los conceptos seleccionados, es importante verificar que se satisfacen las especificaciones del producto. Al igual que el diseño conceptual se desarrolla de acuerdo con la siguiente lógica, propuesta por Pahl, Beitz, Wallace, Blessing y Bauert (2007):

- Catalogar las diferentes soluciones.
- Seleccionar las mejores soluciones.
- Eliminar errores.
- Optimizar las mejores soluciones.

## **2.9. Bases del diseño**

Como bases para el desarrollo de esta investigación se tomaron algunos de los conceptos básicos planteados por René Descartes, descritos por Freddi y Salmon (2019); Ulrich & Eppinger (2013), los cuales sugieren:

- Refutar cualquier enunciado no verificado hasta que se tengan evidencias que lo soporten.
- Dividir un problema en diferentes partes y resolver cada una de estas partes por separadas.
- Resolver los problemas de forma gradual, empezando por el más simple hasta resolver los más complejos.
- Establecer un proceso estructurado de busca de solución, para asegurar que se han explorado todas las opciones que están al alcance.

Estos conceptos de búsqueda de solución están en consonancia con la filosofía del reduccionismo, herramienta en la cual se apoyan tanto la ciencia y como la ingeniería para el estudio de fenómenos complejos. Durante las diferentes etapas del diseño se tuvo presente los principios de diseño mecánico orientados a la creación de máquinas de precisión.

### **2.9.1. Principios de diseño mecánico**

Debido a la naturaleza del fenómeno en estudio se requiere de máquinas de precisión. Esto implica en no involucrar variables adicionales que pudiesen alterar la respuesta de los sistemas vibratorios equivalentes y causar que las pruebas bajo las mismas condiciones no fuesen repetibles y afectar la veracidad de los datos colectados.

Para alcanzar condiciones de repetibilidad French, 1992<sup>b</sup> y Slocum, 1992 sugieren que se trabaje bajo los principios de diseño cinemáticos, estructural, de función crítica y aprovechamiento de los recursos disponibles. Dentro de los que destacan:

- Utilizar caminos cortos, de fuerza directa.
- Evitar la concentración de cargas, simplemente para difundirlas nuevamente, y viceversa.

- Garantizar la determinación estática.
- Equilibrar cargas.
- Garantizar la alineación.
- Evitar cargas accidentales.
- Utilizar rutas de fuerza individuales en lugar de múltiples.
- Evitar hacer múltiples interfaz de contactos.
- Evitar sobre restricciones cinemáticas.

## **2.10. Diseño comparativo**

La investigación comparativa es una forma de estudio, aparentemente obvia, pero que representa una herramienta valiosa para la búsqueda de conocimiento que ha venido ganando terreno en distintos campos disciplinarios, tales como el diseño, la arquitectura, comunicación y sociología. Esta implica la comparación de mínimo dos ejemplares, con los que se intenta llegar a conclusiones más allá de casos individuales, se explica las diferencias y similitudes entre los objetos de análisis, así como las relaciones entre los objetos en el contexto (Adiyia & Ashton, 2017).

Para un estudio comparativo se requiere que los objetos de análisis se comparen sobre la base de un marco teórico común y que esto se realice basándose en conceptualizaciones y métodos equivalentes, así como: un propósito, unidades de medición claras y delimitadas, de al menos dos elementos de comparación. La valoración puede ocurrir en múltiples niveles y elementos.

El diseño comparativo guarda estrecha relación con el diseño de selección, ya que este último requiere el conocimiento de los atributos de las alternativas, los atributos que definen los requisitos y los criterios de elección para definir la óptima selección (Glegg, 1973). En un concepto básico, el diseño comparativo involucra la descripción de similitudes y diferencias. Para ello se selecciona una categoría de productos y se realiza un estudio de los diferentes tipos de productos, comparando fortalezas y debilidades, apreciando su evolución a través del tiempo (línea de tiempo), cambios en la forma de uso, materiales y tecnologías de fabricación (French & Ramírez, 1996).

Durante las diferentes etapas del diseño se emplearon las herramientas de diseño comparativos para esclarecer y buscar alternativas mediante asociación de los principios físicos, elementos y máquinas existentes que ofrecen una solución a retos análogos o similares a lo que se presentaron durante el estudio.

En la siguiente sección se presenta la metodología empleada durante esta investigación.

### 3. METODOLOGÍA

La actualidad demanda la construcción de nuevas edificaciones y estructuras, con mayor capacidad en zonas con condiciones desfavorables, con alta actividad sísmica, fuertes corrientes de viento, entre otros. Todo esto exige diseños y construcciones capaces de soportar cargas variables cíclicas para proteger a éstas de las vibraciones y así garantizar la seguridad y confort de los usuarios (Yurchenko, 2015). Los problemas vibratorios siguen hoy vigentes como un reto a superar de cara a satisfacer las necesidades que se vienen presentando. La idea de implementar dispositivos mecánicos para contrarrestar los efectos vibratorios no es nueva.

A lo largo de la historia se han presentado diferentes propuestas para mitigar los efectos vibratorios e incluso aprovechar la energía que las promueven en aplicaciones prácticas, generalmente, a través de la transformación a energía eléctrica. De hecho, Ibrahim (2008) y Ghaedi, Ibrahim, Adeli y Javanmardi (2017) presentaron una recopilación de los dispositivos mecánicos que se han ideado e incluso algunos de éstos han sido implementados. Cada uno de estos conceptos presenta sus ventajas y detracciones según el tipo de aplicación, su construcción y capacidad para reducir las vibraciones.

Autores como Dick, Atzil y Nagarajaiah (2016) y Gutierrez-Soto y Adeli (2014) han realizado aportaciones en el análisis de las vibraciones y atenuadores. Sin embargo, estos estudios analíticos y numéricos requieren, ocasionalmente, de un acompañamiento experimental que permita validar o replicar físicamente los resultados obtenidos. Las principales razones por las cuales los estudios de vibraciones requieren de un tratamiento experimental recaen sobre el hecho de que muchos materiales y arreglos presentan un comportamiento no lineal. En este sentido, las idealizaciones, aproximaciones y suposiciones que se emplean para una solución analítica pierden fidelidad al momento de describir el fenómeno. En estos casos, los métodos numéricos surgen como alternativa para intentar describir estos fenómenos complejos. A su vez, éstos deben ir acompañados de una validación experimental.

En esta investigación se introduce un concepto de amortiguador de masa sintonizada conformado por cables bajo una configuración plana, inspirado en el estudio de los cable robots planos. Para captar las características vibratorias pertenecientes al campo del estudio de sistemas no lineales y determinar la capacidad de estos dispositivos, se trabajó con un enfoque numérico para la resolución de las ecuaciones derivadas de los modelos en estudio, acompañadas de un estudio experimental que permitió establecer parámetros de comparación con elementos físicos.

En la figura 3.1 se muestra un esquema de la metodología de investigación implementada. En esta figura se observan tres grandes secciones. El bloque central está representado con un recuadro de color negro que comprende tres actividades: caracterización de los cables, estudio de AMSBC-CP y comparación de resultados. La sección de color azul comprende las actividades de experimentación, mientras que el recuadro de color rojo hace referencia a las actividades de simulación numérica. Todas las actividades están conectadas entre sí mediante un proceso de retroalimentación que se produce en la comparación de resultados.

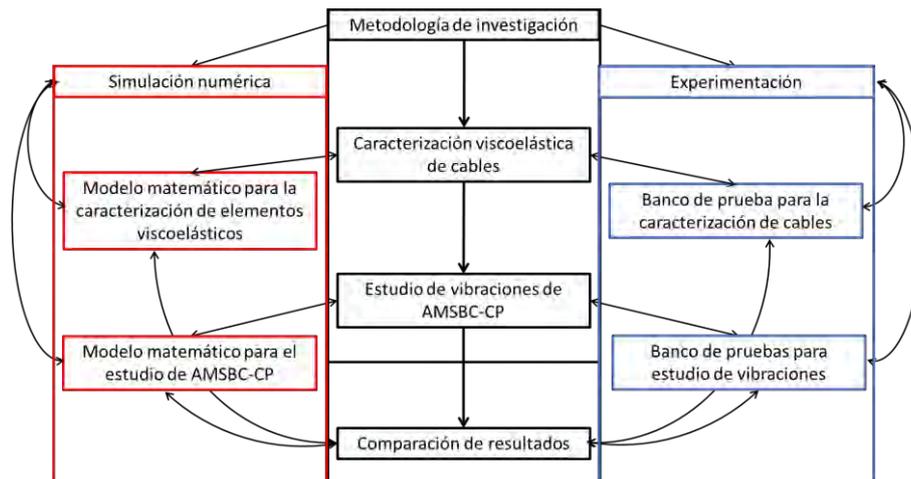


Figura 3.1 Esquema de la metodología de investigación implementada.

Debido a la naturaleza del fenómeno vibratorio en estudio se requirió de la elaboración de procedimientos experimentales, del diseño y construcción de bancos de pruebas, así como de la instrumentación y caracterización de cada uno de éstos. La experimentación tuvo como objeto central determinar las principales causas de la variación en las respuestas medidas, encontrar las condiciones que dan lugar a un máximo o mínimo de

respuestas, cuantificar la influencia de las variables y validar un modelo matemático que permita predecir futuros eventos.

De acuerdo con la figura 3.1, la primera actividad estuvo dirigida a la caracterización viscoelástica de los cables de acero trenzado, en virtud de que dichas propiedades están involucradas en las ecuaciones que describen la dinámica de los AMSBC-CP.

En la siguiente sección se describe la metodología empleada para la caracterización viscoelástica de los cables.

### **3.1. Metodología para la caracterización viscoelástica de los cables**

Para la caracterización viscoelástica de cables se empleó la respuesta dinámica de un sistema vibratorio de 1 grado de libertad, en el cual el cable a ensayar forma parte de los elementos elásticos y disipativos.

Del estudio de vibraciones se tiene que un sistema de 1Gdl amortiguado está constituido por una masa-resorte-amortiguador. En la expresión simple, considerando que se tiene una masa  $m$  constante, que los elementos elásticos  $k_e$  tienen un comportamiento lineal y que se tiene un amortiguamiento viscoso  $b_e$ , tiene la forma de:

$$m_t \frac{d^2x}{dt^2} + b_e \frac{dx}{dt} + k_e x = 0 \quad (3.1)$$

A partir de la ecuación 3.1, se creó una máquina de ensayos que permitiera recrear un sistema masa-resorte-amortiguador donde el cable de acero trenzado es modelado como un elemento viscoelástico del tipo Kelvin Voigt (resorte y amortiguador en paralelo). Del sistema equivalente se conocen el valor de la masa como dato de entrada y se obtiene la respuesta libre del sistema (desplazamiento en función del tiempo) de forma experimental. Quedan como incógnitas los parámetros de viscosidad y elasticidad del sistema equivalente, los cuales pueden ser determinados mediante ajustes de curvas, una vez obtenida la respuesta experimental (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).

Para obtener la respuesta libre del sistema equivalente se imponen condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad cero, asegurando que se mantenga una precarga en el cable al momento de iniciar las pruebas de forma tal de no alterar las condiciones iniciales. En la Figura 3.2 se presenta un esquema del principio de funcionamiento del banco de gravedad.

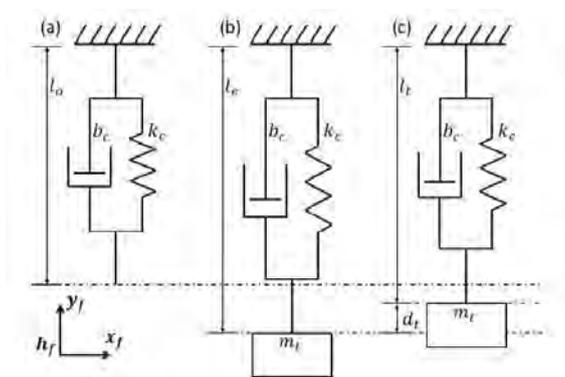


Figura 3.2 Esquema del principio de funcionamiento del banco de gravedad (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).

### 3.1.1. Diseño del banco de gravedad

Con el objeto de recrear un sistema masa-resorte-amortiguador para determinar los parámetros viscoelásticos de los cables de acero trenzado, se diseñó un banco de pruebas denominado banco de gravedad en virtud de que se emplea la fuerza de gravedad para provocar el movimiento oscilatorio del sistema equivalente. Durante el proceso de diseño se siguió el método sugerido en la sección anterior, en la cual se identifican 3 etapas: requerimientos, diseño conceptual y diseño de detalle.

#### 3.1.1.1. Requerimientos

En esta sección se establecieron los atributos con los que debe contar el banco de caracterización viscoelástica de los cables, dentro de las que destacan:

- Obtener la respuesta libre del sistema (desplazamiento a través del tiempo).
- Caracterizar cables de diferentes longitudes y diámetros
- Variar la masa del sistema.

- Aplicar condiciones de desplazamiento variables

Una vez establecidas las características que debe poseer el banco de caracterización viscoelástica, se procedió a establecer las métricas con el objeto de satisfacer estos requerimientos.

Asimismo, se han establecido las siguientes especificaciones:

- Longitudes de cables admisibles de 0.25-2 m.
- Diámetros de cables permisibles 1/32"- 1/8".
- Masa suspendida de 200-800 g.
- Desplazamiento desde el punto de equilibrio de 0.01-20mm.
- Sensibilidad de los sensores de desplazamiento <0,001mm.
- Frecuencia de muestreo > 500 Hz.

### *3.1.1.2. Diseño conceptual*

Esta etapa del diseño comprendió el proceso de búsqueda de soluciones donde se intentó cumplir con las especificaciones previamente definidas y de esta forma conseguir un diseño que permitiese la caracterización viscoelástica de los cables de acero trenzado. En este sentido, se inició un proceso de reflexión y entendimiento de las funciones principales requeridas para la caracterización viscoelástica. Posteriormente, se realizó una descomposición funcional para atacar el problema general desde problemas más simples. De esto surgieron 5 subsistemas: posicionamientos, sujeción, estructura, cinemática y cargas.

Una vez identificados los subsistemas, se procedió a la fase exploratoria. Durante este período se realizaron una serie de actividades motivadas a la generación de ideas mediante búsquedas externas a través de patentes, revisión bibliográfica, consultas a expertos y productos relacionados. De igual forma, se realizó una búsqueda interna para la cual se llevaron a cabo sesiones de lluvias de ideas, con técnicas de analogías, métodos de galería, entre otros. Para cada subsistema surgieron diferentes ideas basadas en diferentes principios físicos, así como disposición de elementos. En la Tabla 3.1 se muestran algunas de las propuestas.

Tabla 3.1 Propuestas para los subsistemas del banco de gravedad

Posicionamiento	Sujeción	Estructura	Cinemática	Cargas
Solenóide.	Placas	Sin soporte	Guías cuadradas	Discos
Palanca.	Prensas	Estructura fija	Guías circulares	Barras
Neumático.	Apretos cónicos	Bases removibles	Múltiples grados de libertad	Carga variable
Hidráulico.	Tornillos	Fragmentado	Un grado de libertad	Fluidos
Manual.	Ganchos Pinzas			Partículas.

Fuente: Acosta (2020)

En estas tempranas etapas del diseño basados en pros y contras, surgió una primera propuesta para el banco de gravedad motivada en gran medida por la disponibilidad de los recursos y facilidad de construcción. En la Figura 3.3 se muestra el primer prototipo de banco de gravedad, el cual constó de un sistema de 2 guías de sección transversal circular, una masa (carga) distribuida sobre los elementos rodantes, instrumentos de medición a uno de los lados paralelo al cable, un sistema de sujeción de cables mediante placas.



Figura 3.3 Primer prototipo de banco de gravedad.

Con la puesta a prueba de este primer prototipo se identificaron ciertas áreas de oportunidades, tales como:

- El móvil presentó atoramiento en diferentes puntos durante su desplazamiento, lo que se traduce en fuerzas tangenciales variables y movimiento indeseados que recaen en una dispersión de las mediciones. Se identificó que las sobrerestricciones están dadas por la redundancia de una de las guías.
- El centro de la masa suspendida no estaba alineado con el cable, lo cual provocó rotación de la masa y mediciones erróneas de las deformaciones del cable.

- Las mediciones de los desplazamientos se realizaron de forma indirecta, por lo cual amplificó los errores en las mediciones.
- Se amplificaron los momentos reactivos producto de los brazos de palanca que se generaron en los puntos de apoyo.

Una vez identificadas estas áreas de mejoras, se realizó una segunda iteración con la cual se intentó mejorar los aspectos anteriormente señalados.

De ésta se propuso un segundo prototipo de banco de pruebas, el cual se muestra en la Figura 3.4. Este constó de una sola guía lineal, un rodamiento axial, una masa distribuida alrededor de un eje sobre el cual se sujeta las probetas, los elementos de soporte se vincularon a tierra mecánica mediante un perfil T-Slot. Los cables fueron sujetos de forma cónica en ambos extremos.



*Figura 3.4 Segundo prototipo de banco de (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).*

De la puesta a prueba del segundo prototipo se corrigieron algunos de los problemas que se presentaron con el primer prototipo y surgieron otros, tales como:

- Sobrerresticciones en la sujeción de los cables. Al aplicar torción extra en los cables al momento del montaje, se altera la condición original de los cables y la lectura no corresponde al sistema original.
- Movimientos indeseados al momento que el cable alcanza la máxima tensión. Un solo elemento de apoyo resultó insuficiente.
- Deformación de los elementos de sujeción de los cables. Elemento con poca rigidez.

Finalizada la segunda iteración, se realizó una comparación entre propuestas y se combinaron principios de funcionamiento, mecanismos y elementos que permitan la construcción del banco de gravedad. En la Tabla 3.2 se muestran las cuatro de los diseños propuestos.

*Tabla 3.2 Diseños propuestos para el banco de gravedad*

Descripción	1	2	3	4
cinemáticas del móvil	Guía lineal cuadrada	2 guías cilíndricas	Conducción cilíndrica con un solo rodamiento	Conducción cilíndrica con 2 rodamientos
sujeción de cables	Placas (compresión) ambos extremos	Placas y perno con perforación en medio	Sujetador de aprietes cónicos ambos extremos	Sujetador de apriete conico y de placas.
Liberación de masa	manual	Solenoide transversal	Sistema de palancas	Actuador neumático
Medición	En un extremo del móvil	Extensión del móvil	Coaxial con el móvil	Coaxial y cerca del cable
Flujo de fuerzas	Trayectorias largas	Trayectorias intermedias	Trayectorias cortas	Trayectorias cortas
Estructura principal	Polímeros	Acero comercial	Aluminio	Aluminio

Teniendo en cuenta algunos de los principios de diseño tanto generales, estructurales y cinemáticos, se obtuvieron mejoras en el desempeño del banco de gravedad, siendo la versión 4 la que reúne las mejores cualidades. En la siguiente sección se detallan los componentes que conforman el banco de gravedad.

### *3.1.1.3. Diseño de detalle*

En esta sección se presenta a detalle los subsistemas que conforman el banco de gravedad, así como parte del proceso de construcción. En la Figura 3.5 se muestra un esquema de los principales componentes mecánicos del banco de gravedad. La estructura principal está constituida por un perfil T-slot 40X40 mm de aluminio, de 2m de longitud, dispuesto en la posición vertical, la cual sirve de soporte para el montaje de los instrumentos de medición, sujetadores de cables, caja porta rodamientos. Su ligereza y simplicidad permite que el conjunto se pueda manipular fácilmente y fijarse a estructuras con mayor inercia, como las bases de una edificación, las cuales le confieren la rigidez necesaria para el estudio de las vibraciones, reduciendo deformaciones y posibles alteraciones en los resultados.

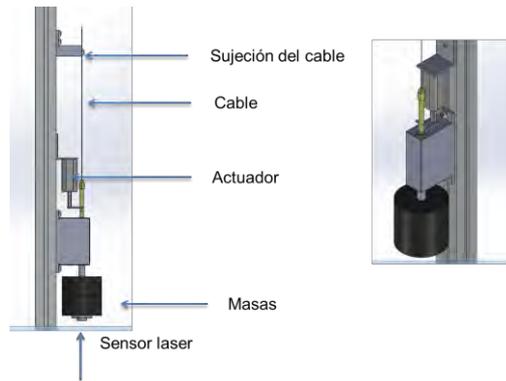


Figura 3.5 Esquema del banco de gravedad.

El perfil T-slot permite fijar mediante uniones roscadas la caja porta rodamientos, el sujetador superior, soporte de sensores y actuadores sobre una misma estructura. Así como también permite realizar reajustes y alineación de cada uno de estos elementos. En la parte superior de la estructura se encuentra ubicado el sujetador superior del cable.

El sujetador superior se encarga de asegurar uno de los extremos del cable. Para esto se emplea un apriete mediante uniones roscadas entre dos placas. El cuerpo del sujetador está conformado por accesorios angulares 40X40 de aluminios y perfiles t-slot. Este sistema de sujeción se puede desplazar a lo largo de uno de los canales de la estructura principal con el objeto de regular la longitud de los cables a ensayar. Al ser un ajuste roscado admite pequeños desplazamientos en otras direcciones con lo que se logra la alineación del cable con el resto de los elementos.

El extremo inferior del cable es asegurado mediante un mecanismo de apriete cónico, similar a las empleadas en las herramientas rotativas, con boquillas intercambiables que admiten cables de diámetros de 1/32-1/8 in. Este mecanismo se encuentra unido al extremo del eje porta masas el cual tiene 1 GdL traslacional alineado con la vertical.

El eje porta masas está constituido por una guía circular ranurada, vinculada al sujetador inferior del cable en uno de sus extremos, mientras que en el otro extremo se tiene un escalón que sirve de sostén para las diferentes masas con las cuales se desea ensayar los cables, éstas se unen al eje mediante pernos. El conjunto es guiado por dos rodamientos axiales. Con esto se buscó que tanto el cable como el eje porta masa móvil sean coaxiales y paralelos con la vertical.

Todos los elementos descritos hasta ahora constituyen la parte de la mecánica del banco de pruebas de gravedad. En el siguiente apartado se presenta la instrumentación y control del banco de gravedad.

### ***3.1.2. Instrumentación y control***

El banco de gravedad está fundamentado en la medición de la respuesta dinámica de un sistema de 1 GdL por medio de la cual se determinan las propiedades viscoelásticas de los cables de acero trenzado. En consonancia con esto, es necesario proporcionar unas condiciones iniciales para la consecución de cada experimento. Las condiciones iniciales para los diferentes ensayos estuvieron dadas por el desplazamiento de la masa, medidos a partir del punto de equilibrio (posición inicial) con velocidad inicial nula (cuerpo parte del reposo).

Las condiciones iniciales fueron proporcionadas con la ayuda de un actuador neumático comandado mediante un solenoide electro-neumático. El vástago del actuador neumático está dotado de un sistema de regulación fina, el cual consta de un tornillo regulador M-4 con el cual se realizan los pequeños ajustes hasta alcanzar la posición de lanzamiento de las pruebas (condiciones iniciales).

La implementación de un actuador neumático estuvo dada con la intención de explotar las grandes aceleraciones que alcanzan estos sistemas y con ello obtener una liberación rápida de la masa. El mecanismo de posicionamiento se instaló sobre la estructura de soporte del banco de gravedad (perfil T-slot), de forma tal que cuando éste se encuentra en la posición retraída (condiciones iniciales) carga una parte del peso de la masa suspendida y una vez que el vástago es extendido la masa cae libremente, describiendo un movimiento vibratorio.

La adquisición de los datos de la respuesta vibratoria del sistema equivalente se realizó mediante una tarjeta (DAQ) modelo NI USB 6216, la cual permite establecer la conexión desde el ordenador con las variables externas (físicas). Esta tarjeta controla un solenoide electro-neumático, el cual es activado mediante una de las salidas digitales de la DAQ. Este solenoide a su vez acciona el actuador neumático, el cual se encarga de liberar la masa suspendida, para provocar la vibración libre del sistema masa-resorte-amortiguador y de esta manera dar inicio a las pruebas.

El movimiento oscilatorio del sistema masa-cable es registrado mediante un sensor laser del tipo Omron® model ZX1-LD300A61, el cual emite una señal analógica que es adquirida por en uno de los puertos de la DAQ a una frecuencia de muestreo de 1 KHz, este sensor laser tiene una resolución de 0,002mm. El sensor láser está posicionado en la parte inferior de la estructura principal y su haz está dirigido de manera colineal con el cable apuntando a la superficie inferior del eje porta masa, permitiendo una medición directa del sistema vibratorio equivalente. La alineación del haz del láser se logra mediante ajustes de un soporte roscado sobre el cual se ancla el sensor.

En la Figura 3.6 se muestra un esquema del principio de funcionamiento del banco de gravedad. En éste se puede apreciar la integración de los principales elementos del sistema mecánico junto con el sistema de adquisición de datos y control. La probeta (cable) está representada por la línea de color azul. El flujo de información es representado por las líneas discontinuas de color negro.

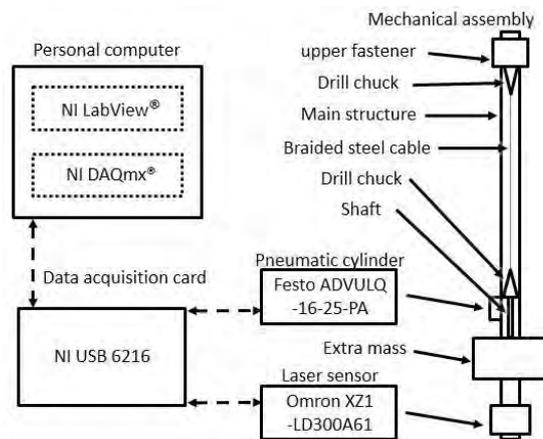


Figura 3.6 Esquema del principio de funcionamiento del banco de gravedad. Integración de control y mecánica (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).

El banco de gravedad al igual que cualquier otra máquina requiere de una calibración y puesta a punto para su correcto uso. En el siguiente apartado se expone el proceso de caracterización del banco.

### 3.1.3. Caracterización del banco de gravedad

La puesta a punto del banco de gravedad implica la lubricación de los rodamientos, revisión de los elementos que integran el banco para asegurarse de que estos se encuentren correctamente ajustados, alineados y que no haya deslizamiento de ningún tipo. De igual

forma, se recomienda evitar agentes que causen ruido externo, como vibraciones y luz intensa que pudiesen alterar la respuesta y mediciones del sensor láser.

La fricción entre el eje porta masa y los elementos rodantes que conforman los baleros constituyen una fuerza externa inevitable, forman parte de las irreversibilidades propias de todo sistema. Con la lubricación de estos elementos se busca reducir las pérdidas de energía que esta provocan y que esta se mantenga dentro de parámetros conocidos. Para caracterizar los valores de disipación energética propios del banco de gravedad se requiere realizar ensayos exclusivamente del eje porta masas (sin el cable), para determinar cuánto es la porción de energía disipada de este sistema. Para ello se realizó un diagrama de cuerpo libre sobre el porta masa y se obtuvo:

$$m_e \frac{d^2 z_1}{dt^2} + b_e \frac{dz_1}{dt} + \mu \operatorname{sign}\left(\frac{dz_1}{dt}\right) - gm_e = 0 \quad (3.2)$$

Donde  $b_e$  constituye el componente de fricción viscosa del aire y lubricante,  $\mu$  corresponde a la fricción de Coulomb, y  $g$  corresponde a la aceleración de gravedad.

Del estudio de los cuerpos bajo la acción exclusiva de la gravedad (caída libre) con fuerza de rozamiento despreciable se tiene que:

$$v_y(t) = v_0 - gt \quad (3.3)$$

$$y(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (3.4)$$

Las ecuaciones 3.3 y 3.4 representan los valores máximos de velocidad y desplazamiento que puede alcanzar el eje porta masa para un tiempo dado. Estos se usan como parámetros de comparación en la caracterización de la disipación energética propia del banco de gravedad. Una vez conocidos los parámetros correctivos del banco de pruebas y dadas las condiciones, se puede dar inicio a la experimentación.

#### **3.1.4. Procedimiento experimental**

En esta sección se describe el procedimiento experimental que se llevó a cabo durante la caracterización viscoelástica de los cables de acero trenzado de 1/32" diámetro y

filamentos 7X7. La base de la estimación de las funciones de disipación y elasticidad recaen sobre un análisis gráfico de la respuesta teórica y experimental de un sistema masa-resorte-amortiguador. Para obtener la respuesta experimental del sistema equivalente se realizó un diseño de experimento de un factor y seis niveles, siendo el único factor la longitud del cable y los niveles las medidas que van desde 0,5m a 1,75m con igual espaciamiento.

La experimentación se realizó con un número de cuatro (4) repeticiones por cada nivel, para un total de 24 especímenes ensayados. De acuerdo con Pulido y de la Vara-Salazar (2008), se le asignó un número a cada probeta y la ejecución se realizó de forma aleatoria. Esto con el fin de evitar el sesgo y obtener datos representativos.

La preparación de las probetas consistió en cortar e identificar los tramos de cables a ensayar. El corte se realizó de forma aleatoria y con un excedente de 10 cm en la longitud, para facilitar el montaje dentro del banco de gravedad. La enumeración se hizo en consonancia con los números asignados a cada probeta. Se cuidó que los cables no presentaran ningún tipo de deformaciones, que no hubiesen sido usados en ensayos previos y que sus extremos no estuviesen deshebrados. Todo esto con el objeto de obtener una lectura representativa de los cables sin ninguna alteración.

A continuación, se describe el procedimiento de montaje de las probetas en el banco de gravedad:

1. Activar el actuador neumático desde la interfaz de Matlab para que este sostenga al eje porta masas cerca del punto de equilibrio del sistema masa-resorte-amortiguador.
2. Regular la distancia entre los puntos de sujeción acorde con la longitud del cable a ensayar. Esto se logra desplazando el sujetador superior.
3. Una vez posicionado el sujetador superior a la distancia requerida, apretar firmemente el cable para evitar que el cable deslice. Finalmente, se realiza la alineación de los puntos de sujeción con la vertical mediante una plomada o un haz láser.
4. Retraer el actuador neumático desde el computador, para que la carga sea soportada por el cable y el sistema alcance el punto de equilibrio.

5. Establecer la posición de cero desplazamientos en el punto de equilibrio del sistema masa-cable. Esto se realiza desde la interfaz de LabView.
6. Colocar la masa en la posición de lanzamiento (condiciones iniciales) mediante el actuador neumático y el tornillo de posicionamiento.

Después de realizado el montaje de los cables, el resto de la prueba se ejecuta desde el ordenador a través de la interfaz gráfica de LabView. Para ello, se selecciona la muestra a ensayar y se asigna el nombre al archivo donde se almacenan los datos. Definido esto, se establece un tiempo de muestreo, durante el cual se almacenan los datos de desplazamiento de la masa.

El tiempo empezará a contar desde el momento en que se libera la masa, acción que provoca la respuesta de vibración libre. Estos datos son adquiridos con una frecuencia de 1KHz, el período de muestreo se estableció en un segundo debido a que las vibraciones ocurren en un período de tiempo inferior a este; es decir, el sistema alcanza nuevamente un equilibrio estático en un lapso inferior a un segundo.

Una vez establecidos todos los parámetros requeridos para la prueba, se da inicio a la experimentación a través del botón “inicio” desde la interfaz de LabView. Este botón manda la señal que retrae el actuador neumático, liberando la masa que cae bajo la acción de la fuerza de gravedad, provocando el movimiento oscilatorio. Durante este período es necesario evitar cualquier perturbación en los alrededores debido a que estas pueden alterar las mediciones.

La respuesta experimental es comparada con la respuesta numérica de un sistema masa-resorte-amortiguador a través de las herramientas de ajuste de curvas de Matlab. Teniendo en consideración que la masa es una constante conocida, solo se requiere realizar ajustes sobre los parámetros viscoelásticos del sistema dinámico de 1 GdL, para obtener las funciones de  $k$  y  $b$  de los cables para diferentes longitudes.

Este procedimiento se realizó para las 24 muestras ensayadas, mediante el cual se obtuvo la relación de los parámetros viscoelásticos de los cables en función de la longitud para el rango seleccionado. En el Capítulo 4 se presentan los resultados derivados de la caracterización de los cables.

Una vez conocidos los parámetros viscoelásticos de los cables de acero trenzados 7x7 1/32in, se continuó con el estudio de los amortiguadores de masa sintonizada basado en cables con configuración plana, los cuales involucran estas propiedades dentro de las ecuaciones que describen la dinámica de estos sistemas. El estudio de la influencia de los AMS basados en cables requirió de un banco de pruebas adaptadas a las necesidades de estos sistemas cableados.

### **3.2. Estudio experimental de AMSBC**

El estudio experimental de sistemas dinámicos basados en cables data de las primeras observaciones realizadas por Galileo sobre los péndulos simples. Particularmente, los sistemas cableados del tipo pendular han sido objeto de múltiples estudios a lo largo de la historia debido a que han permitido el entendimiento de algunos fenómenos físicos como los introducidos por Foucault. Asimismo, los sistemas oscilatorios cableados han conseguido múltiples aplicaciones en diferentes sectores; entre ellos, en la ingeniería, siendo de interés en esta investigación, especialmente las aplicaciones relacionadas con la reducción de los efectos vibratorios en las estructuras.

Cuando se estudia la integración de AMS a una estructura se busca determinar algunos parámetros esenciales para la descripción de los fenómenos vibratorios como lo son las frecuencias naturales, frecuencias de excitación, tiempos de asentamientos, amplitudes y fuerzas. La forma de determinar estos parámetros varía de acuerdo con el tipo de sistema en estudio, el montaje y la instrumentación que se emplee (Gómez, Rodríguez, Torres & Díaz, 2007; Mutha, Metkar, Kothawade, Pandey & Bhole, 2017; Torres, Rodríguez & Díaz, 2008).

Para el estudio de los AMSBC-CP se realizó el diseño y construcción de un banco de experimentación al cual se le denominó banco de oscilaciones #2.

### **3.3. Metodología para el estudio de AMSBC-CP**

Para el estudio de los AMSBC-CP se recreó un sistema dinámico de 2 grados de libertad (GdL) donde el 1° GdL lo constituye la estructura principal a la cual se le desea reducir o eliminar las vibraciones y el 2° GdL corresponde a la masa auxiliar que está vinculada a la estructura principal mediante cables en configuración plana.

Los sistemas basados en cables en arreglo plano requieren un plano de sujeción para la sujeción de los cables, los cuales necesitan de una mayor área de trabajo a diferencia de los sistemas convencionales que generalmente emplean resortes helicoidales y amortiguadores del tipo telescópicos. Estas características hacen que los bancos de pruebas tengan una geometría particular adaptada a estas exigencias, influida en gran medida por las propiedades del cable.

Con el objeto de estudiar la influencia de los AMS basados en cables bajo configuración plana sobre una estructura, y validar el modelo matemático planteado en sección 2.4.4, se plantearon unos requisitos mínimos con los que ha de cumplir el banco.

### **3.3.1. Requerimientos**

- Emular sistemas de 1 y 2 grados de libertad.
- Obtener la respuesta libre y forzada de sistemas de 1GdL y 2GdL.
- Admitir una masa auxiliar basada en cables (2° GdL).
- Permitir variaciones en la longitud, diámetro, orientación y el número de cables.
- Aceptar que el 2° GdL tenga diferentes masas.
- Habilitar variaciones en la frecuencia y magnitud de la fuerza de excitación.
- Ser capaz de establecer diferentes condiciones iniciales.
- Permitir el intercambio de los parámetros del primer grado de libertad.
- Repetibilidad en las pruebas.

Con base en los requerimientos iniciales se establecieron las especificaciones para el diseño del banco de oscilaciones #2, las cuales se presentan a continuación:

- Masa del primer grado de libertad 10-20 kg.
- Masa del segundo grado de libertad 0,1-2 kg.
- Longitud de cables admisibles de 0,1-0,7 m.
- Número de cables permisibles >1
- Carrera máxima del 1°GdL 0,1m.
- Magnitud de fuerzas externas 1-5N.
- Frecuencia de excitación de 0,1-2Hz
- Fuerza de excitación sinusoidal.
- Frecuencia de muestreo > 500 Hz

- Sensibilidad de los sensores de desplazamiento  $< 0,001\text{mm}$ .
- Deformaciones estructurales  $< 2\%$  de las amplitudes vibratorias.

Una vez establecidos los requerimientos y especificaciones para el banco de oscilaciones #2, se dio paso a la etapa de diseño conceptual.

### **3.3.2. *Diseño conceptual Banco de Oscilaciones #2***

En esta etapa del proceso de diseño del banco de oscilaciones #2 se utilizó el mismo tratamiento para la búsqueda de soluciones con el que se ha venido trabajando a lo largo de la investigación. Con los antecedentes de la participación en el proceso de diseño del banco de gravedad y el banco de oscilaciones #1 se dividió el problema en sub-problemas más simples, cuyas soluciones estuviesen dirigidas a la solución general.

El banco de oscilaciones #2 corresponde al segundo estudio de las vibraciones de sistemas basados en cable con arreglo planar dentro del Centro de Diseño Mecánico e Innovación Tecnológica (CDMIT). Para el diseño del banco se dividió el conjunto en subsistemas de: cinemática, estructura principal (1° GdL), masa auxiliar (2°GdL), sujetadores y agitadores.

- *Estructura*

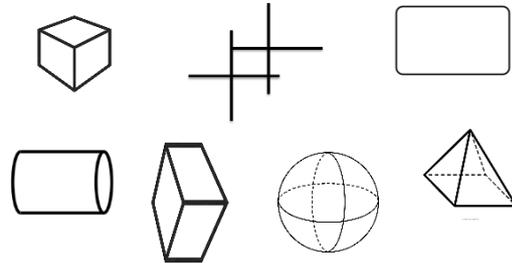
Para el subsistema correspondiente a la estructura principal la generación de conceptos estuvo centrada en la idea de conseguir una geometría que permitiese tener una estructura principal (1°GdL) donde se pudiese disponer de un plano para la sujeción de la masa auxiliar (2°GdL). Asimismo, resultó necesario que el centro de masa y centroide coincidiesen. Esto con el objeto de identificar y facilitar el estudio de los sistemas equivalentes. El plano de sujeción para el 2° GdL constituye uno de los elementos diferenciadores de esta investigación.

Por lo tanto, se procuró que este fuese lo suficientemente rígido como para permitir unir mediante cables un 2° GdL, sin que la estructura sufra deformaciones que pudiesen afectar la respuesta del sistema dinámico de 2 GdL. Para ello se requiere que la estructura sea lo suficientemente rígida como para permitir el montaje y desmontaje de sujetadores, así como la posibilidad de variar las longitudes de los cables. Con todas estas

consideraciones se realizó una búsqueda de soluciones. Se presentaron algunas propuestas, como se muestra en la Tabla 3.3

Tabla 3.3 Estructura principal 1° GdL

- Estructura en forma de cubo.
- Estructura en forma de pirámide.
- Paralelepípedo.
- Esférica.
- Estructura en forma de cruz.
- Estructura rectangular.
- Cilíndrica.



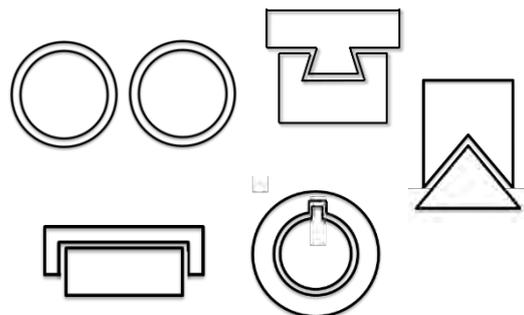
- *Cinemática*

El subsistema de cinemática tiene como base proveer a la estructura principal de 1 GdL traslacional en la dirección de la aplicación de la fuerza de agitación, o visto de otra manera, perpendicular al plano de sujeción de la masa auxiliar. En este sentido, se realizó una búsqueda de mecanismos y guías disponibles en el mercado. Además, se buscaron productos análogos y se intentó extraer el principio de funcionamiento de otras máquinas como las bancadas de los tornos.

De igual forma, se trabajó en las posibles ubicaciones de estos elementos dentro del banco de gravedad. En la Tabla 3.4 se presentan algunas de las propuestas que se presentaron en esta etapa.

Tabla 3.4 Cinemática

- Guías lineales con rodamientos
- Conducción tipo cola de milano
- Conducción cilíndrica
- Conducción de superficies
- Doble conducción cilíndrica
- Conducción de tejado
- Rieles de ventanas
- Correderas de extensión



- *Masa auxiliar (2° GdL)*

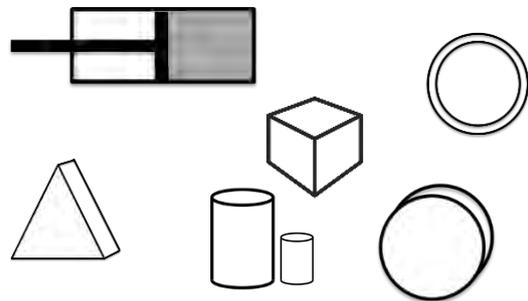
Teniendo en cuenta que el 2° GdL tiene que estar vinculado a la estructura principal mediante cables en un arreglo planar, ha de permitir cambios en la masa. Por lo tanto, su centro de masa debe de ser conocido. Además, tiene que describir un movimiento traslacional que describa una línea recta perpendicular al plano de sujeción y ha de permitir la conexión de diferentes números de cables en diferentes orientaciones.

Con todas estas consideraciones se realizaron actividades de generación de ideas y prototipos de funcionalidad limitadas.

En la Tabla 3.5 se presentan algunas de las propuestas realizadas.

*Tabla 3.5 Masa auxiliar (2° GdL)*

- Pentaedro Con lastres intercambiables.
- Cubo con pesas intercambiables.
- Cilindro embolo con partículas sólidas.
- Cilindro émbolo con fluidos viscosos.
- Discos intercambiables
- Cilindros intercambiables
- Anillos intercambiables
- Aros rellenables



- *Sujetadores*

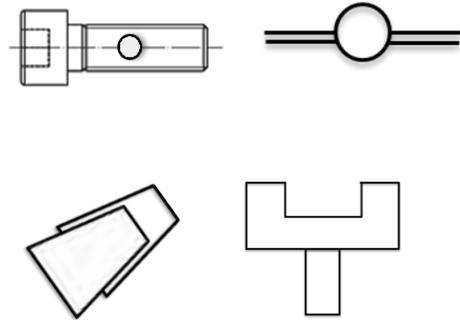
Comprende las uniones de los cables a la estructura principal y a la masa auxiliar. Estos deben mantener los cables paralelos entre sí en cada momento, evitar el deslizamiento, permitir regulaciones en las tensiones, permitir el montaje de sensores de fuerza, permitir cambios de longitudes, orientación y posición de los cables.

Con los antecedentes del banco de gravedad y en el banco de oscilaciones #1 se tomaron algunos conceptos y se generaron otros.

En la Tabla 3.6. se muestran algunos de estos conceptos.

Tabla 3.6 Sujetadores

- Placas planas.
- Aprietes de conos truncos.
- Perfiles T-slot con tornillos en los extremos.
- Elementos tipo T- C
- Pernos con agujeros pasantes.
- Uniones roscadas simples.
- Uniones tipo  $\Omega$ .
- Lazos.
- Tensores.



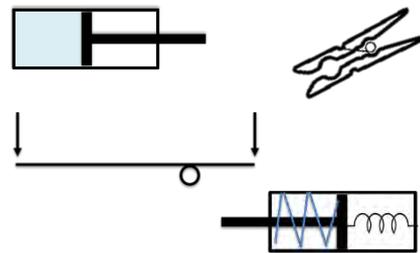
- *Agitadores*

El subsistema correspondiente a los agitadores abarca los dispositivos destinados a generar la respuestas libres y forzadas del sistema vibratorio. Para la respuesta libre se requieren condiciones iniciales de posición y velocidad nula. Por su parte, para las respuestas forzadas se requieren entradas de fuerzas sinusoidales, con posibilidad de cambiar la magnitud y frecuencia de excitación.

Para la respuesta libre se tomó la idea de los posicionadores propuestos e implementados en trabajos previos. De igual forma se presentaron nuevas propuestas motivadas a que el sistema requiere de una carrera de 10 cm. En la Tabla 3.7 se presentan algunas de las propuestas destinadas a provocar la respuesta libre del sistema

Tabla 3.7 Propuestas para provocar la respuesta libre

- Actuador neumático.
- Posicionador manual.
- Pinzas.
- Solenoide.
- Mecanismo de Palancas (Trampa de ratón).
- Disparador mediante cuerdas.



Para la respuesta forzada se realizó una búsqueda dentro de la literatura acerca de los agitadores empleados para el estudio de vibraciones. De Silva (2000) señala que los

agitadores se clasifican en tres tipos: electrohidráulicos, inerciales y electromagnético, y su implementación va acorde con las características de los sistemas en estudio. De igual forma se buscó adecuar algunos mecanismos y dispositivos para que fungieran de agitadores.

De acuerdo con Berkof (1979), si se analizan los efectos inerciales de un mecanismo de 1 GdL, el par de entrada y la velocidad angular están relacionados por la energía cinética de la forma:

$$M_{in} = \frac{1}{\dot{\phi}_1} \frac{dT}{dt} \quad (3.5)$$

Donde  $M_{in}$  es el torque de entrada,  $\dot{\phi}_1$  es la velocidad angular,  $\frac{dT}{dt}$  tasa de cambio de la energía cinética. Todas las variables son dependientes del tiempo, no se consideran los efectos gravitatorios, fricción y cargas externas. De acuerdo con Arakelian, Le Baron, y Mkrtychyan (2016), aplicando la ecuación 4.1 al mecanismo de yugo escoces se tiene que

$$M_{in} = -0,5 m_3 l_{0a}^2 \dot{\phi}^2 \sin(2\phi) \quad (3.6)$$

Donde  $m_3$  corresponde a la masa vinculada al mecanismo de yugo escoces,  $l_{0a}$  corresponde al radio de rotación,  $\phi$  corresponde al ángulo de rotación tal como se muestra en la Figura 3.7.

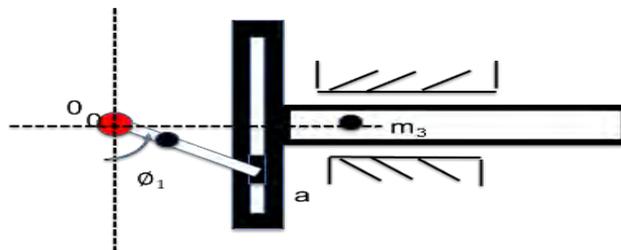
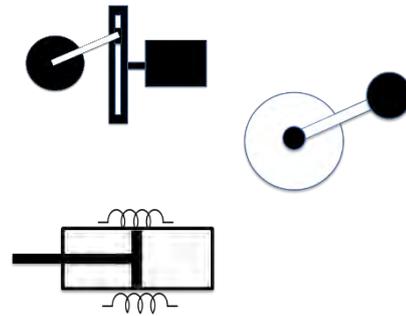


Figura 3.7 Esquema del mecanismo de yugo escoces

Con el objeto de aprovechar esta entrada sinusoidal como mecanismo de excitación, se consideró al yugo escoces como un posible agitador. En la Tabla 3.8 se muestran las propuestas de agitadores para promover la respuesta forzada.

Tabla 3.8 Propuestas para provocar la respuesta forzada

- Agitador electrohidráulico.
- Agitador inercial.
- Agitador electromagnético.
- Mecanismo de Yugo escoses.
- Agitador manual.
- Excentricidad.
- Doble excentricidad.
- Voice coil.



Una vez que se generaron las primeras ideas con las que se intenta cumplir con las especificaciones de cada uno de los subsistemas, se procedió a integrar estas propuestas dentro de conceptos que permitan bosquejar posibles soluciones para la construcción del banco de oscilaciones #2. En estas primeras etapas del diseño conceptual se presentaron 2 modelos de posibles prototipos.

### 3.3.2.1. Propuesta 1

En la Figura 3.8 se muestra la propuesta de prototipo 1, la cual consta de una estructura de forma en forma de cubo, con unas barras verticales a la mitad del cubo que fungen como plano de sujeción para los cables que forman parte del 2ºGdL. La masa auxiliar tiene forma de cubo y está sujeta por 4 cables. Se disponen 2 guías líneas en la 2 de las aristas de la parte inferior del cubo. Se dispone de un resorte en una de las caras del cubo, colineal con el centroide del 2ºGdL.

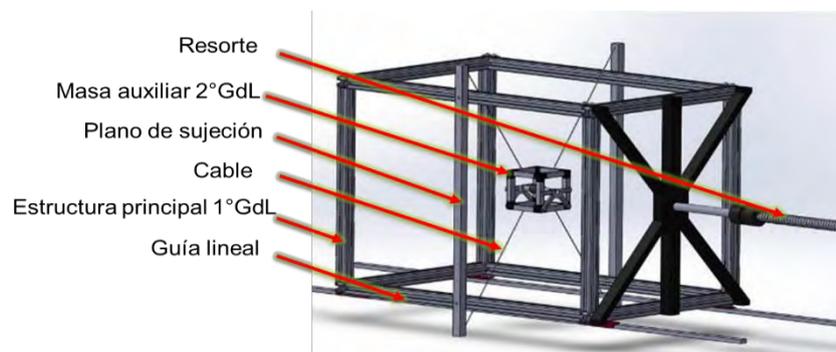


Figura 3.8 Propuesta 1 del banco de oscilaciones #2.

### 3.3.2.2. Propuesta 2

En la Figura 3.9 se presenta la segunda propuesta para el banco de oscilaciones #2. Éste consta de una estructura en forma de paralelepípedo, reforzada con unos perfiles cruzados a la mitad. Esta estructura se apoya sobre una guía circular en uno de los lados y sobre rodamientos radiales en el lado opuesto, ambos dispuestos a la mitad respecto a la vertical. El conjunto es excitado por un agitador del tipo yugo escoces dispuestos en un extremo de la estructura principal y alineado con la masa auxiliar. Esta última tiene forma de un paralelepípedo y está sujeta a la estructura principal por 6 cables. Las guías que conducen al 1° GdL están vinculados a la base quien sirve de soporte para toda la estructura y de carril para los rodamientos radiales.

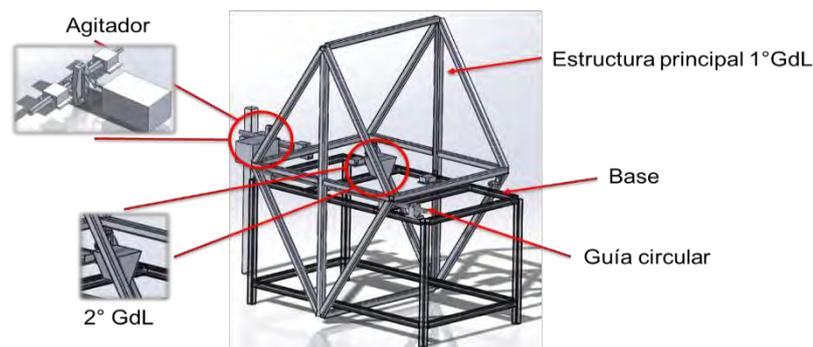


Figura 3.9 Propuesta 2 del banco de oscilaciones #2.

Estas primeras propuestas de diseño asistido por computadora (CAD) permitieron identificar algunas áreas de mejora tanto en la funcionalidad de las propuestas de banco de oscilación como del proceso de construcción. Siguiendo con el proceso de validación de conceptos, se realizaron algunos prototipos de funcionalidad limitada. En la Figura 3.10 se muestran algunos de éstos. Los resultados que hasta esta etapa se obtuvieron dieron paso al análisis para la toma de decisiones.

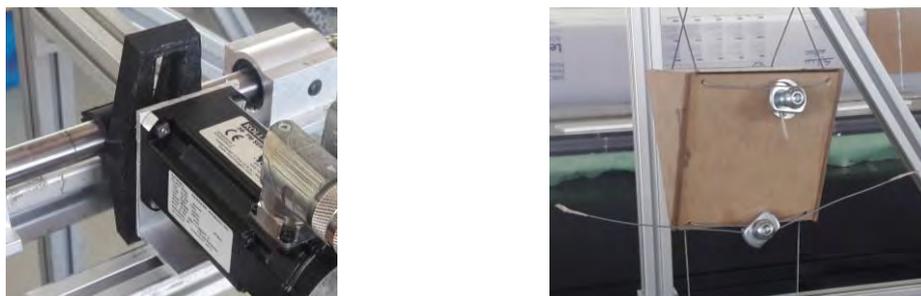


Figura 3.10 A) Mecanismo de yugo escoces realizado por manufactura aditiva. B) masa auxiliar construida con fibras de densidad media (mdf).

### 3.3.3. Análisis y toma de decisiones

Los criterios para la toma de decisiones están basados en los principios de diseño mecánico descritos en sección 3.3, así como en consideraciones económicas, constructibilidad, cumplimiento de las funciones e integración de las partes dentro del banco de oscilaciones #2. A continuación, se muestra parte del proceso de análisis.

#### 3.3.3.1. Fuerzas estáticas y disposición de los cables

A sabiendas de que un objeto se encuentra en equilibrio cuando la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero, y que se tienen tres clases de equilibrios estáticos según la posición del centro de masa respecto al punto de suspensión, conocidos estas formas de equilibrio como: equilibrio estable, inestable y neutro. Aplicando estos conceptos al diseño de la masa auxiliar se tiene todo cuerpo suspendido por debajo de su centro de masa presenta un comportamiento inestable, mientras que aquellos elementos que son suspendidos por encima de su centro de masa presentan un comportamiento estable, ya que la estabilidad está en función de la contribución de la fuerza de gravedad.

Cuando los sistemas estables son apartados de su posición de equilibrio retornan a ésta por efecto de la gravedad, la cual cumple la función de una fuerza restitutiva. En la Figura 3.11 se presenta un mismo objeto sujetado de 2 formas diferentes, siendo la primera una suspensión por debajo del centro de masa (C.M.) correspondiente en equilibrio inestable, mientras que la segunda es suspendida por encima del C.M. y presenta un equilibrio estable.

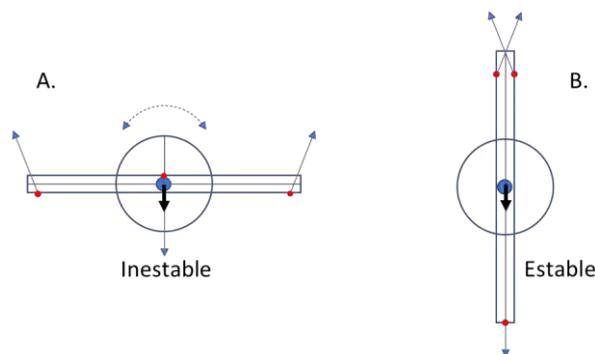


Figura 3.11 A) Equilibrio inestable. B) Equilibrio estable.

Para los fines de esta investigación se requiere que la masa auxiliar presente un comportamiento estable, ya que de esta forma se evitan movimientos indeseados en otras direcciones que pudiesen alterar el fenómeno vibratorio en estudio.

### 3.3.3.2. Número de cables

Los criterios para determinar el número de cables están basados en la estabilidad de la masa auxiliar y en la factibilidad del montaje y ajuste de las tensiones de cada uno de los cables, con el objeto de garantizar que la masa auxiliar tenga un plano de vibración preferencial, cuyas amplitudes sean más grandes en relación con las que se pudiesen generar en otras direcciones. Para lograr esto, se requiere de una configuración plana mediante la cual se restrinja el movimiento en esas otras direcciones.

Teóricamente, un plano queda descrito por un mínimo de 3 puntos. Sin embargo, los objetos físicos como la masa auxiliar pertenecen a un espacio de 3 dimensiones. Por lo tanto, se requiere de más de un plano de sujeción con el fin de evitar rotaciones sobre ejes instantáneos indeseadas y generar una mayor estabilidad. El número y disposición de los cables están relacionados con grados de libertad que se desean restringir. Si se tiene un sistema con un mayor número de restricciones que grados de libertad se dice que el sistema está sobre restringido.

Un mayor número de cables permite restringir en mayor medida un objeto en ciertas direcciones. En el caso de la configuración cableada plana, 3 es el mínimo de cables requeridos. Más de eso evita en mayor medida las rotaciones, pero al mismo tiempo dificulta el ajuste de igualdad de tensión en cada uno de los cables. En la Figura 3.12 se muestran 2 configuraciones planas de 8 y 3 cables.

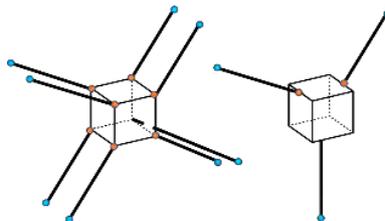


Figura 3.12 A) 2 planos de sujeción 8 cables. B) 2 planos de sujeción 3 cables.

Para fines de esta investigación, interesa que la masa auxiliar tenga un eje de vibración preferente; es decir, que su movimiento pueda ser descrito por una coordenada cartesiana generalizada, y que en la práctica se puedan conocer y configurar las tensiones de cada uno de los cables.

### 3.3.3.3. Estabilidad estructural

Para el diseño del banco de oscilaciones #2 se busca que la estructura presente un comportamiento estable, reduciendo la posibilidad de volcadura y movimientos indeseados en otras direcciones distintas a la del eje perpendicular al plano de sujeción de los cables. Para alcanzar esto se recomienda identificar el número de punto de sujeción requeridos, distribuir la carga equitativamente sobre estos y ubicar el centro de masa cerca de los apoyos. Otra técnica recurrente consiste en aumentar la superficie de sustentación separando los puntos de apoyo. En la Figura 3.13 se muestran unos ejemplos de estabilidad.

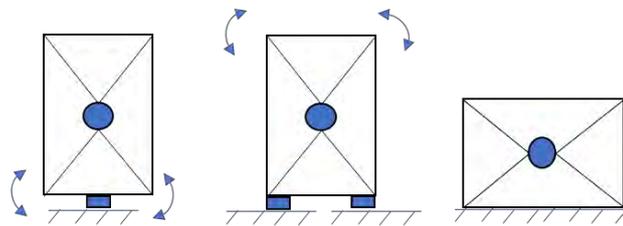


Figura 3.13 Criterios de estabilidad. A) Inestable, B) Estable C) Neutro.

### 3.3.3.4. Análisis de cargas estructurales

El banco de oscilaciones #2 se modela como un sistema dinámico de 2 GdL, lo cual implica que las 2 masas (estructura principal y masa auxiliar) se comportan como cuerpos rígidos, es decir, que no presentan deformaciones o que éstas son despreciables. Para alcanzar eso, se requiere que el banco de oscilaciones tenga una estructura suficientemente rígida o que sus deformaciones estén por debajo del 2% de las amplitudes vibratorias para que se consideren despreciables. Apoyados en la teoría de análisis de armaduras, es posible obtener una visión general de la transmisión de fuerza en cada uno de los eslabones que conforman una estructura.

Con la geometría del banco de oscilaciones se busca reducir las deformaciones y aprovechar las características de los elementos que lo conforman. En la Figura 3.14 se muestra una comparación de una estructura triangular y una cuadrada bajo la acción de una fuerza horizontal.

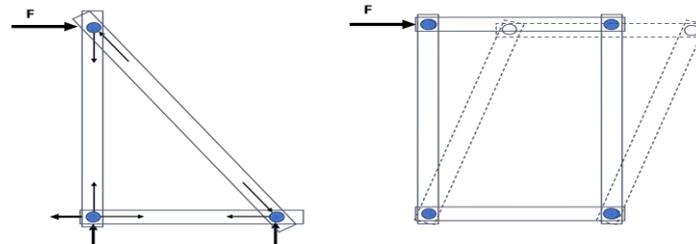


Figura 3.14 Comparación de la distribución de cargas de una estructura triangular y una rectangular.

### 3.3.3.5. Análisis Cinemático

Con el objeto de obtener repetibilidad en las pruebas, se busca que la selección de los elementos para la conducción del movimiento evite las fuerzas tangenciales variables (Slocum, 1992). Una de las principales causas de estas fuerzas variables proviene de las sobre restricciones cinemáticas. Por tal motivo, se persigue un diseño sin sobre restricciones cinemáticas. En ese sentido, se evalúan cada una de las guías lineales y sus posibles combinaciones.

### 3.3.3.6. Agitador

Con el objeto de proporcionar la entrada de fuerza requerida para el estudio de la respuesta forzada, se tomó en consideración la Tabla 3.9 sugerida por De Silva (2000). De igual forma, se tuvo en consideración la disponibilidad de los equipos, posibilidad de adquisición o construcción.

Tabla 3.9 Tipos de agitadores

Tipo de agitador	Frecuencia Hz	Carrera máxima cm	Velocidad máxima cm/s	Aceleración máxima g	Fuerza máxima N	Forma de la onda de excitación
Hidráulico	Intermedio (0.1-500)	50	125	20	450000	Flexibilidad promedio
Inercial	Baja (2-50)	2.5	125	20	4500	Solo sinusoidal
Electro-magnético	Alta (2-10000)	2.5	125	100	2000	Alta flexibilidad y precisión

Fuente: De Silva (2000).

Teniendo en consideración los aspectos técnicos señalados e identificadas las oportunidades a través de los prototipos de funcionalidad limitada, se decidió potenciar la opción que consta de:

- 6 cables
- Estructura en forma de paralelepípedo reforzada internamente.
- Cinemática de conducción cilíndrica y rodamiento radial.
- 2° GdL con cilindros intercambiables.
- Agitador inercial con excentricidad.

#### 3.3.4. *Diseño de detalle*

En la Figura 3.15 se muestran los principales elementos que conforman el banco de oscilaciones #2 donde la estructura principal (1°GdL) tiene la forma de paralelepípedo reforzada internamente. Idealmente, el centro geométrico coincide con el centro de masa. La estructura está conformada por perfiles T-slot 28X28 de aluminio. Estos elementos permiten un ensamble y desensamble mediante uniones roscadas, sirven como guía para el posicionamiento y orientación de los sujetadores de cables, los cuales pueden ser ubicados en diferentes puntos dentro del plano construido para la 2ª masa, así como también facilitan el montaje y alineación de instrumentos de mediciones, agitador, rodamientos y resortes.

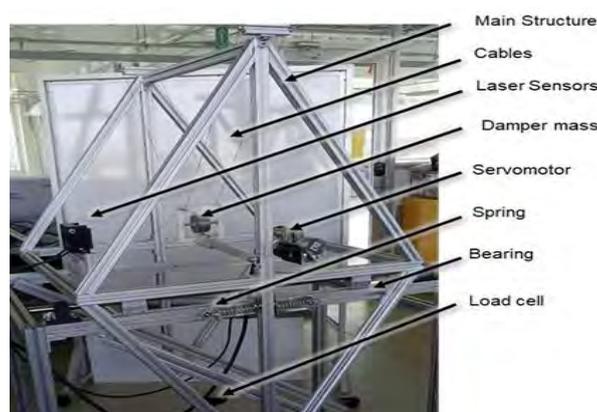


Figura 3.15 Banco de oscilaciones #2 (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich,).

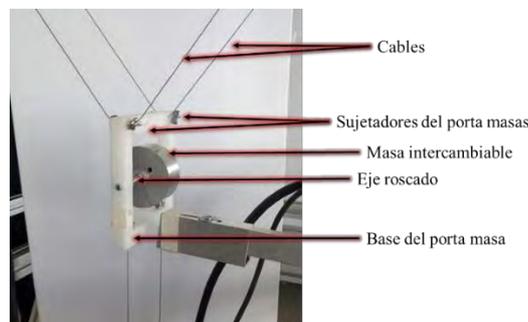
En el centro de la estructura principal se ubica el plano donde se aloja la masa auxiliar. Las diagonales que soportan este plano distribuyen las cargas al resto de la estructura

evitando deformaciones y movimientos indeseados sobre el plano de sujeción. El 1º grado de libertad lleva consigo unos resortes y rodamientos que sirven de vinculación con la tierra mecánica.

La tierra mecánica está constituida por una estructura de perfiles T-slot 40X40, cuyas funciones son guiar y sujetar los rodamientos del 1º GdL, servir de marco referencial, y soporte para los elementos de medición.

El 2º GdL está referenciado al 1º mediante 6 cables, unidos por medio de sujetadores en sus extremos. Los sujetadores vinculados a la estructura principal son elementos roscados que se pueden posicionar en diferentes puntos del plano de sujeción, evitan el deslizamiento de los cables y permiten mantener a los cables paralelos entre ellos. Los sujetadores vinculados a la masa auxiliar consisten en uniones mediante placas metálicas dotadas con agujeros roscados que permiten asegurar el cable en medio de ellas. Éstos se caracterizan por ser uniones ligeras que afectan de forma significativa la distribución de masas del 2º GdL.

La masa auxiliar consta de una base de polímeros que sirve de alojamiento para un eje roscado sobre el cual se colocan masas intercambiables. Este eje roscado permite posicionar los cilindros (masas intercambiables) en el centro geométrico del rectángulo de polímero mediante contratuercas que evitan el movimiento relativo entre los elementos. La geometría y orientación del porta masas evita rotaciones indeseadas de la masa auxiliar. En la Figura 3.16 se muestra el diseño integrado del 2º GdL



*Figura 3.16 Segundo grado de libertad*

El sistema de desplazamiento lineal del banco de oscilaciones #2 está conformado por dos rodamientos axiales Thomson que se mueven a través de un eje de acero bonificado

de  $\frac{3}{4}$  in h6 y dos rodamientos radiales que trabajan sobre una de las caras de un perfil T-slot que forma parte de la estructura de soporte. Por un lado, la unión eje-rodamientos axiales restringe 4 GdL de la estructura principal, permitiendo solo la rotación sobre su propio eje y el movimiento traslacional sobre el mismo.

Por el lado opuesto, los dos rodamientos radiales paralelos al eje restringen el movimiento de rotación en un sentido mientras que en el otro sentido la rotación es restringida por el peso de la estructura. Los rodamientos, tanto radiales como axiales, sirven de interfaz entre la estructura principal y la tierra mecánica como se observa en la Figura 3.17.

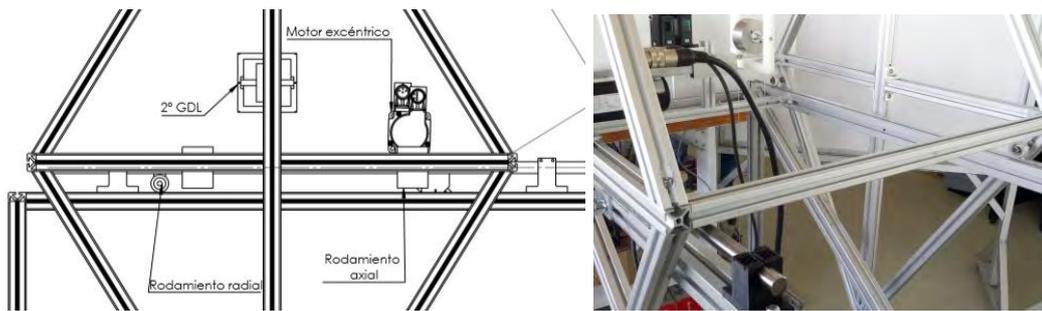


Figura 3.17 Sistema de desplazamiento lineal, diseño cinemático (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich,)

Para provocar la respuesta forzada el banco de oscilaciones #2 cuenta con agitador inercial, también conocido como agitador mecánico, cuyo principio de funcionamiento está basado en la fuerza provocada por el movimiento inercial. Este está constituido por un servomotor, cuyo rotor está unido a un mecanismo que crea una excentricidad regulable, tal como se muestra en la Figura 3.18.

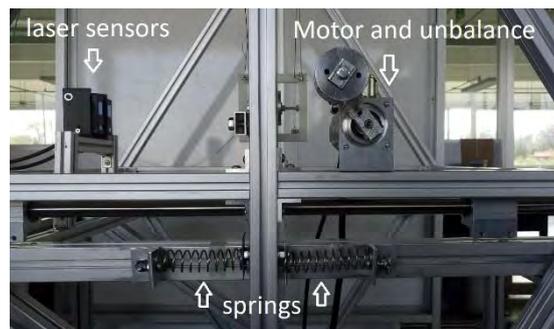


Figura 3.18 Agitador mecánico (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich).

Los agitadores inerciales están limitados a la transmisión de fuerzas sinusoidales simples, las cuales pueden ser descritas mediante la ecuación:

$$F_z = me\omega^2 \text{sen}(\omega t) \quad (3.7)$$

Donde:

$F_x$  Fuerza transmitida por el agitador sobre el eje x.

$m$  la masa excéntrica.

$e$  radio de excentricidad.

$\omega$  velocidad angular.

$t$  tiempo.

De acuerdo con la ecuación 3.7, la magnitud de  $F_z$  depende de 3 parámetros, como son: masa, radio de excentricidad y velocidad de rotación. Los dos primeros se pueden variar de forma mecánica hasta alcanzar la magnitud de fuerza deseada.

- *Variación del radio de excentricidad*

El mecanismo de regulación de la excentricidad consta de una unión rígida de aluminio la cual en su cuerpo está dotada con una corredera que permite regular el radio de sujeción de la masa excéntrica. También cuenta con una escala graduada donde se indica el radio de sujeción de la masa excéntrica.

- *Variación de la masa*

El agitador inercial permite regular la masa excéntrica de forma discreta, mediante un eje roscado que facilita el montaje de pesas, las cuales se aseguran mediante contratueras en uno de los extremos del eje mientras que el otro extremo del eje se fija al brazo de excentricidad, a la posición requerida.

Más detalles acerca de los elementos que integran el banco de oscilaciones, consultar apéndice (figura A.1-A.3).

### **3.3.5. Instrumentación y control**

Con esta investigación se busca cuantificar la influencia de un AMSBC-CP a través de un acercamiento entre los modelos teóricos y la experimentación. Esta última depende en esencia de las técnicas e instrumentos de medición empleadas durante el proceso. De acuerdo con De Silva (2000), un estudio experimental de vibraciones típicamente consta de 4 subsistemas:

- Objeto de medición
- Sistema excitación
- Sistema de control
- Sistema de adquisición de datos.

#### *3.3.5.1. Objeto de medición*

En esta investigación se trabajó sobre la respuesta libre y forzada de un sistema de 2 GdL, conformado por una estructura principal y un AMS basado en cables bajo configuración plana.

#### *3.3.5.2. Sistema de excitación*

La excitación o perturbación del sistema es provocada por 2 mecanismos según la respuesta que se desee estudiar. Para el caso de estudio de la respuesta libre se trabaja con un posicionador, el cual permite desplazar el conjunto desde su posición de equilibrio hasta la posición deseada. A diferencia, para la respuesta forzada se emplea un agitador inercial, el cual se encuentra sobre la estructura principal y se mueve junto con ésta.

#### *3.3.5.3. Sistema de control*

El control del banco de oscilaciones se realizó por medio de una computadora industrial NI PXIe-1082 con un controlador NI PXIe-8135. Esta contó con dos módulos, el primero fue un módulo de propósitos múltiples entradas/salidas modelo NI PXIe-6363 y el segundo un módulo para celdas de cargas modelo NI TB-4330. También se contó con una Compact Rio 9030 para el control del servo motor. La ejecución y el control de las pruebas se realizaron a través de una interfaz gráfica que se programó en LabView®.

Desde ahí se visualizan las fuerzas y los desplazamientos, se controla el inicio y fin de las pruebas, se controla la velocidad de rotación del servo motor, la cual impacta sobre la magnitud y frecuencia de excitación externa y también se controla el tiempo de muestreo.

Una de las limitantes de los agitadores inerciales es que durante las pruebas solo se puede variar la velocidad de rotación. Para variar la masa o radio de excentricidad es necesario detener el ensayo para realizar los ajustes de forma mecánica.

#### *3.3.5.4. Sistema de adquisición de datos*

Una de las prácticas más importantes dentro de la instrumentación es la instalación de sensores. Esta tarea inicia con la selección del fenómeno físico a emplear para medir las variables de interés, continúa con determinación de la capacidad o rango de medición y finaliza con calibración e instalación. Una correcta descripción del fenómeno requiere de una señal que accione al agitador y de la instalación de sensores que permitan captar las señales de respuestas del objeto de estudio. Adicionalmente, estas señales deben ser condicionadas para su registro, análisis y presentación.

Durante la experimentación, se registraron los valores de fuerza y desplazamiento a través del tiempo. Para ello se emplearon celdas de cargas y sensores de desplazamiento laser.

- *Medición de fuerzas*

En el banco de oscilaciones se midieron las fuerzas en 2 puntos. El primer punto se ubica en la base (tierra mecánica) y la estructura principal con el cual se determina la fuerza transmitida por el agitador mecánico bajo una configuración determinada de masa, radio de excentricidad y velocidad de rotación.

El segundo punto de medición de fuerzas se ubica entre los cables de la 2° (masa auxiliar) y el 1° GdL, ubicado en la dirección vertical (parte inferior). Con esto se registran los cambios en la tensión producto del desplazamiento relativo entre el 1° y 2° GdL. Para esto se empleó una celda de carga tipo viga. La fuerza aplicada por el agitador de 1-2 N y fuerzas registradas en el cable son de 5-90N.

- *Medición de la posición*

La posición de cada uno de los grados de libertad se determinó por medio de dos sensores del tipo Omron® model ZX1-LD300A61. Estos se fijaron sobre la base del banco alineados con la con el eje Z, apuntando directamente sobre cada uno de los GdL. Los sensores presentan una resolución de 0,002mm y los datos se adquirieron con una frecuencia de 1kHz, con un alcance de 30 cm.

- *Tiempo de muestreo*

La duración de las pruebas es contabilizada desde el momento que se da inicio a la misma a través del botón inicio desde la interfaz de LabView® hasta que se alcanza el tiempo establecido para la prueba. Durante este lapso el tiempo es registrado por medio de los contadores internos del programa. Los tiempos de muestreo de la respuesta libre fueron de 2-5 min, mientras que para la respuesta forzada fueron de 10-15 min.

En la Figura 3.19 se presenta un esquema de funcionamiento del banco de oscilaciones # 2. donde se tiene que los cables son presentados como elementos viscoelásticos. El agitador se encuentra montado sobre la estructura principal, la cual se halla vinculada a tierra mecánica por medio de un resorte y un amortiguador, se tiene a los sensores laser apuntan sobre cada una de las masas, y se representa el flujo de información por líneas punteadas de color azul.

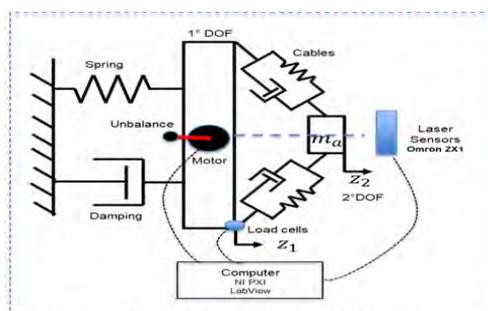


Figura 3.19 Esquema de funcionamiento del banco de oscilaciones #2 ((Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich,)

### 3.3.6. Caracterización del banco de oscilaciones #2

Antes de iniciar las pruebas de vibraciones, se requirió de la puesta a punto del banco. Esta actividad consiste en la lubricación de rodamientos, verificación de uniones y

reducción de agentes externos. Una vez asegurado esto, se determinaron los parámetros involucrados en las ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del sistema. Dentro de los parámetros de interés se tienen: masas, elasticidad, disipación energética y fuerza de excitación.

- *Masas*

La masa de la estructura principal y masa auxiliar se determinaron mediante basculas de acuerdo con las capacidades de estas. La masa de la estructura principal es de 14,2 kg y la masa auxiliar va desde 0.380-1.350 kg según las configuraciones de masas que se desee implementar.

- *Elasticidad*

En el banco de oscilaciones se identifican 2 elementos con apreciables propiedades elásticas, entre otras. El primero de estos elementos es un resorte helicoidal que se encuentra vinculado a tierra mecánica y el primer grado de libertad, y el segundo elemento lo representan los cables de acero vinculados entre el 1° y 2° GdL. Para la caracterización del resorte helicoidal se empleó un método de tracción simple, a través del cual se midió la deformación bajo la acción de diferentes cargas.

Posteriormente estos resultados fueron procesados y finalmente, a través de ajustes de curvas se determinó la ecuación de fuerza en función del desplazamiento. Para determinar las propiedades elásticas de los cables se recurrió a los ensayos del banco de gravedad y a través de la respuesta dinámica del sistema se obtuvieron las ecuaciones. Ver apartado referido al banco de gravedad (sección 3.5).

- *Disipación energética*

La disipación energética generalmente ocurre en forma de calor como producto de la fricción interna de los materiales y entre elementos. La fricción forma parte de las irreversibilidades del sistema. En el banco de oscilaciones se pierde energía en diferentes puntos, sin embargo, para el modelo estos pueden ser representados a través de 2 elementos equivalentes. El primero de estos es representado como un disipador vinculado entre la tierra mecánica y la estructura principal, el cual agrupa la energía disipada por los

rodamientos (axiales y radiales) y los resortes en espiral cilíndrico. El segundo disipador energético está vinculado a los cables del 2° GdL.

Para determinar la disipación energética de los elementos vinculados entre el 1° GdL y tierra mecánica de forma experimental, se estudió la respuesta libre del sistema como un sistema de 1 GdL, y se comparó con la respuesta numérica de un sistema equivalente subamortiguado, por medio de ajuste paramétrico. Para el caso de la disipación energética de los cables se recurrió al método empleado en el banco de gravedad. Ver apartado referido al banco de gravedad (sección 3.5).

- *Fuerzas*

La magnitud de la fuerza transmitida por el agitador inercial está dada por la ecuación 3.7. Para verificar este valor de forma experimental en un arreglo dado de masa excéntrica, radio de excentricidad y velocidad de rotación se realizó la medición de la fuerza transmitida entre la estructura y el 1° GdL por medio de una celda de carga.

### **3.3.7. Consideraciones**

Para el análisis dinámico, la estructura de perfiles T-slot en forma de paralelepípedo se idealizó como 1°GdL; es decir, se considera como un cuerpo rígido que puede ser tratado como un sistema de masa concentrada, cuyo movimiento es descritos por una coordenada generalizada. Esta idealización es valida siempre que la estructura se mueva como un conjunto y que las deformaciones se puedan considerar despreciables, se trabajó con deformaciones inferiores al 2% por debajo de la amplitud vibratoria o condiciones iniciales. Ver apéndice A (figura A.4).

El agitador mecánico empleado provoca una fuerza en el plano de rotación, la cual puede ser descompuesta en un plano cartesiano como en una componente horizontal y una vertical. La fuerza horizontal tiene influencia directa sobre las oscilaciones del sistema dinámico, mientras que la fuerza vertical no produce movimientos en el eje vertical. Esto motivado a que el diseño del banco está dado para facilitar la conducción en la dirección horizontal, restringiendo el movimiento en otras direcciones. En la dirección vertical el banco es restringido por la acción de las fuerzas reactivas normales y el propio peso de la estructura, cuyo valor es de 138N, mientras que la magnitud de

fuerza máxima provocada por el desbalance es de 2N. Esta última representa 1.4% del peso de la estructura y no se tiene elemento de almacenamiento energético (elástico) en esta dirección. Para fines de esta investigación se despreció la componente de fuerza vertical.

Idealmente, se considera que la masa auxiliar describe un movimiento oscilatorio sobre la horizontal, en la dirección Z. Para que esta condición se cumpla, se requiere que las fuerzas en esta dirección Z se mantengan equilibradas en todo momento. De acuerdo con las ecuaciones 2.27 y 2.31 el equilibrio de fuerzas se alcanza cuando los cables, vinculados a la masa auxiliar, están igualmente espaciados en el plano de sujeción, tienen igual longitud, misma pretensión y propiedades viscoelásticas. En la Figura 3.20 se muestra un diagrama de cuerpo libre para una masa auxiliar sujeta en un plano mediante 3 cables.

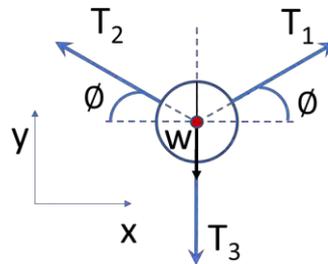


Figura 3.20 Diagrama cuerpo libre masa auxiliar.

Aplicando sumatorias de fuerzas se tiene que:

$$\sum F_x = 0$$

$$T_1 \cos(\phi) - T_2 \cos(\phi) = 0 \quad (3.8)$$

De donde se tiene que  $T_1 = T_2$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_2 \sin(\phi) + T_1 \sin(\phi) - T_3 - m = 0 \quad (3.9)$$

Para satisfacer la condición de igualdad de tensiones en cada uno de los cables  $T_1 = T_2 = T_3 = T$ , se tiene que:

$$T = \frac{W}{1 - 2\text{sen}(\emptyset)} \quad (3.10)$$

La condición de igual espaciamento angular e igual tensión en los cables solo se alcanza cuando la masa auxiliar tiende a cero o cuando la tensión en los cables tiende a infinito, ver apéndice (Figura A.5), de otra forma no es posible satisfacer ambas condiciones de forma simultánea. Reescribiendo la ecuación 3.10 para  $\emptyset$ , se tiene que:

$$\emptyset = \text{sen}^{-1}\left(\frac{W + T}{2T}\right) \quad (3.11)$$

De la Ec. 3.11 se observa que la función  $\text{sen}^{-1}$  no está definida para argumentos  $>1$ , por lo tanto, solo se tiene solución cuando la tensión en los cables  $T \geq W$ . De acuerdo con la Ec 3.11 cuando el valor de  $\emptyset \rightarrow 30^\circ$ , se satisfacen las condiciones de igual espaciamento angular e igual tensión en los cables.

Durante el desarrollo de esta investigación se considera que el movimiento descrito por la masa auxiliar es del tipo oscilatorio lineal, despreciando los efectos debido a las diferencias de ángulos en el plano de sujeción y la diferencia de pretensión en los cables.

Se trabajó bajo las condiciones de no deslizamiento de los cables, sin interrupciones de los desplazamientos, cuidando la longitud efectiva de los cables y resortes helicoidales.

### **3.3.8. Procedimiento experimental banco de oscilaciones #2**

La experimentación consistió en obtener la respuesta libre y forzada del primer grado de libertad (estructura principal) y evaluar la influencia de un amortiguador de masa sintonizado basado en cables con configuración plana sobre los tiempos de asentamientos y amplitudes vibratorias del primer grado de libertad.

La experimentación constó de cinco repeticiones por cada arreglo. El primer estudio se realizó sobre un sistema dinámico de un grado de libertad (estructura principal) para obtener la respuesta de vibración libre con condición inicial de posición de 25mm,

medidas desde su punto de equilibrio. El segundo estudio consistió en obtener la respuesta forzada del 1° GdL bajo una fuerza de 1.7N y frecuencia de excitación de 1-3 Hz.

Posteriormente se añadió el 2° GdL y se estudió la respuesta libre para masas de 0.350-0.750-1.350 kg, y se evaluó su influencia sobre el tiempo de asentamiento, y, finalmente, se estudió la respuesta forzada del sistema de 2 GdL, con una masa auxiliar de 1.350Kg para diferentes frecuencias de excitación de 1-3 Hz. Para ello se siguió el siguiente procedimiento:

1. Definir el sistema en estudio (sistemas dinámicos de 1 ó 2 GdL) y el tipo de experimentación respuesta libre o forzada.
2. Identificación del punto de equilibrio, puesta a cero de los sensores láseres de posición.
3. Configuración de las condiciones iniciales o forzadas según el tipo de estudio.
4. Establecer el tiempo de experimentación.
5. Asignar el nombre y lugar de almacenamiento de la prueba.
6. Iniciar la prueba mediante la interfaz de LabVIEW.
7. Procesamiento de datos.

Una vez obtenidos los resultados experimentales, estos fueron comparados con las respuestas numéricas de los sistemas equivalentes. En la siguiente sección se muestra el procedimiento que se empleó para la simulación numérica.

### ***3.3.9. Procedimiento para la simulación numérica***

La simulación numérica de los sistemas dinámicos se realizó mediante el programa computacional Matlab® versión R2019a. donde las ecuaciones diferenciales se resolvieron mediante la función predeterminada ODE45. Para obtener un estudio de la respuesta libre y forzada del sistema para diferentes condiciones se empleó una metodología de barrido, mediante un ciclo “for”. Los pasos de la simulación se adaptaron de forma tal de obtener una descripción del fenómeno y gráficas legibles. Durante cada iteración los valores se almacenaron en una matriz, los cuales son graficadas al finalizar el ciclo. En la figura 3.21 se presenta un resumen del algoritmo implementado.

```
Ciclo "for" desde el mínimo valor de A hasta el Máximo valor de A
  Ciclo "for" desde el mínimo valor de B hasta el Máximo valor de B
    Iniciar la simulación (resolución de ecuaciones)
    Obtener la respuesta a partir del vector A para cada uno de los valores de B
    Guardar las respuestas en una matriz
  fin
fin
Graficar la matriz resultante
```

*Figura 3.21 Algoritmo para las simulaciones numéricas.*

Para el estudio de la respuesta libre los datos fueron analizados con respecto al tiempo de asentamiento. Para ello se empleó el comando "step function", para conocer la respuesta en estado estable a 2% de la amplitud inicial, ver apéndice A.6. Mientras que en la respuesta forzada se analizó en función de las amplitudes en estado estable. Para ello se emplearon las funciones de máximos y mínimos predeterminadas en Matlab®.

## 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan los resultados numéricos y experimentales de los modelos dinámicos planteados en las secciones anteriores. Se inicia con el proceso de caracterización viscoelástica de los cables de acero trenzado 7x7 1/32”, parámetros esenciales para la descripción de los fenómenos vibratorios que involucran cables mecánicos en un arreglo planar.

En este sentido, se presentan las respuestas experimentales de los ensayos con variaciones en la longitud del cable realizados con en el banco de gravedad. Seguidamente, se presenta una comparación entre la respuesta numérica y experimental de uno de los ensayos. Posteriormente, se presenta una tabla con los valores de elasticidad  $k$  y viscosidad  $b$  según la longitud de los cables, y finalmente, se presentan las ecuaciones de estos parámetros en función de la longitud.

### 4.1. Caracterización de los cables

Durante las pruebas de caracterización de los cables de acero trenzado se midió la deformación de éstos a través del tiempo por medio de la respuesta libre de un sistema dinámico. El sistema masa-cable presenta una respuesta típica de un sistema subamortiguado, el cual puede ser descrito mediante una ecuación diferencial de segundo orden.

En el Gráfico 4.1-1 se muestran la respuesta experimental para cables de longitudes 0,5-1-1,5m. Se observa el punto de lanzamiento o inicio de las pruebas, correspondiente a 2.4mm medido desde la posición de equilibrio. También se aprecia decremento en las amplitudes vibratorias del sistema hasta que se estabiliza cerca del punto de equilibrio. Si se comparan las gráficas entre ellas, se observa una diferencia entre las amplitudes de oscilación iniciales como función a la longitud de los cables. También se aprecia una

diferencia en la frecuencia vibratoria, parámetros que guardan una estrecha relación con la elasticidad y disipación energética del sistema.

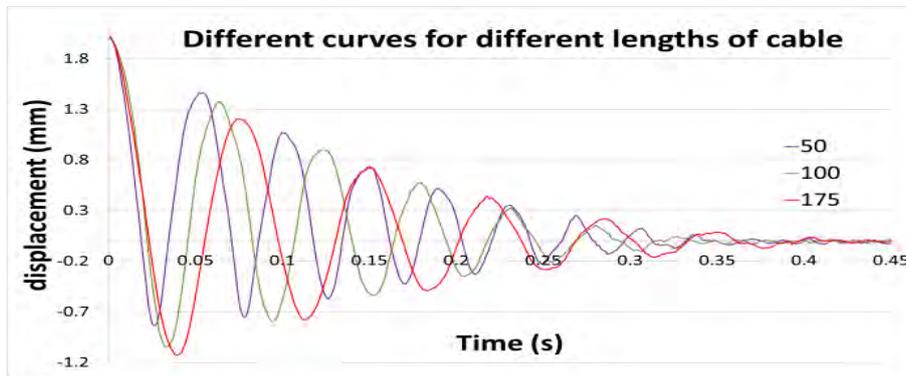


Gráfico 4.1-1 Ensayos con diferentes longitudes de cables mismo diámetro (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).

Las respuestas experimentales del sistema masa-cable, de cada una de las 24 probetas, fueron analizadas gráficamente por medio de la herramienta computacional Matlab®. Para ello se tomó la respuesta experimental con referencia o valor real y se fueron ajustando parámetros de elasticidad  $k$  y disipación  $b$  de la ecuación de un sistema masa-resorte-amortiguador, bajo las mismas condiciones iniciales y de masa que las empleadas en la experimentación hasta que la respuesta numérica se ajustó a la respuesta experimental. En el Gráfico 4.1-2 se muestra una comparación entre la respuesta numérica y la experimental para una probeta de 0,75m de longitud.

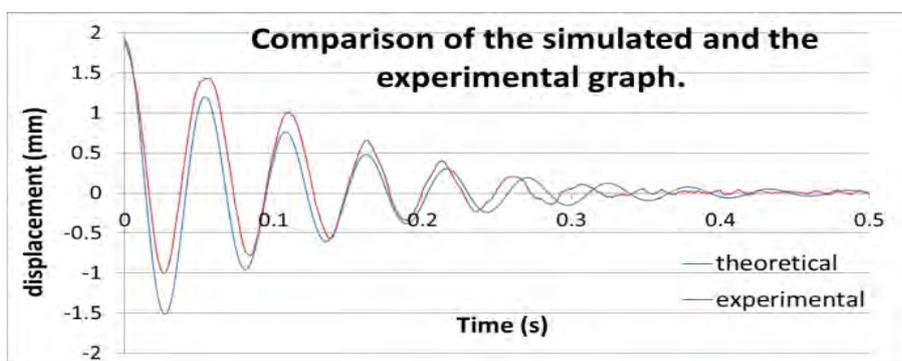


Gráfico 4.1-2 Comparación de la respuesta de vibración experimental y teórica (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).

Los valores de  $k$  y  $b$  obtenidos para cada una de las 24 muestras se presentan en la Tabla 4.1 donde las filas muestran los niveles de experimentación, representados por la longitud de los cables que van desde 0.5-1.75 m., mientras que en las columnas se

muestran las repeticiones de los experimentos. La última columna muestra un promedio de los valores de  $k$  y  $b$  de las 4 repeticiones por nivel. La elasticidad  $k$  están dadas en N/m y las unidades de amortiguamiento  $b$  N/(m/s), ambas del sistema internacional.

Tabla 4.1 Elasticidad y disipación en función de la longitud

Factor (m)		Rep. N°1	Rep. N°2	Rep. N°3	Rep. N°4	Average
0.50 m	k	38600	38700	33500	32000	35700
	b	40	40	35	35	37.5
0.75 m	k	30500	32000	29500	30500	30625
	b	40	40	35	35	37.5
1.00 m	k	26000	26500	25000	25500	25750
	b	40	40	40	40	40
1.25 m	k	20800	21500	21500	21000	21200
	b	40	33	40	40	38.25
1.50 m	k	21500	19000	20000	19500	20000
	b	35	39	40	40	38.5
1.75 m	k	17000	18000	18000	19000	18000
	b	50	50	40	40	45

(Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).

Los valores de  $k$  y  $b$  promedios de la Tabla 4.1 se representaron gráficamente mediante puntos en el Gráfico 4.1-3 y 4.1-4, respectivamente. Sobre estos resultados se agregaron líneas de tendencia para obtener un modelo de  $k$  y  $b$  en función de la longitud. Por un lado, en la gráfica de elasticidad se observa que los valores de  $k$  tienden a disminuir a medida que la longitud del cable incrementa; es decir, a medida que la longitud del cable se hace mayor, el cable exhibe un comportamiento más elástico y su comportamiento es de carácter no lineal.

Por otro lado, en la gráfica de disipación energética se observa un comportamiento inverso en comparación con la elasticidad; es decir, que a medida que la longitud del cable incrementa los valores de  $b$  tienden a incrementar. El incremento de la longitud parece ir acompañado de un aumento en la disipación energética.

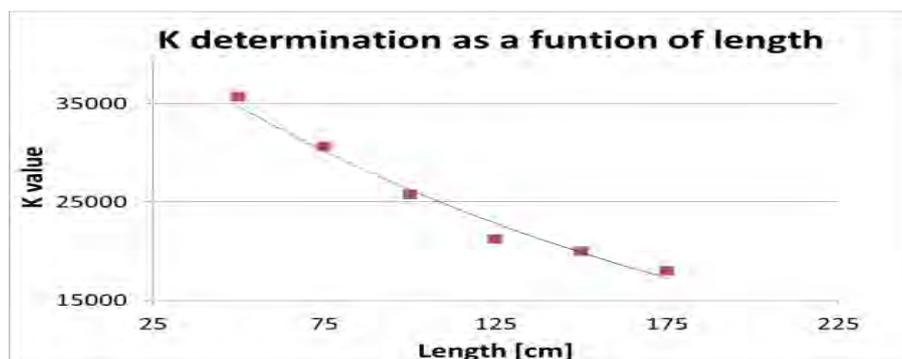


Gráfico 4.1-3 Elasticidad  $k$  en función de la longitud (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).

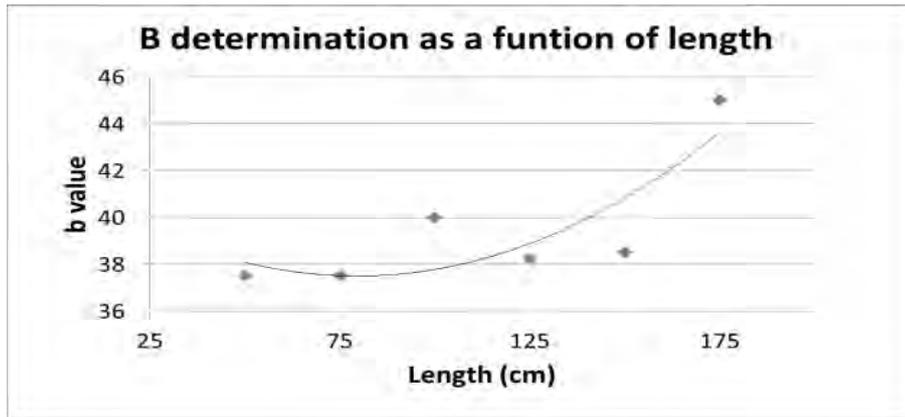


Gráfico 4.1-4 Disipación  $b$  en función de la longitud (Zamora-García, Acosta-Carrion, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2019).

De los gráficos 4.1-3 y 4.1-4 se determinaron unas ecuaciones para la elasticidad  $k$  y disipación energética  $b$  en función de la longitud del cable. Para el caso de los parámetros de la elasticidad, se obtuvo la ecuación 4.1 con un decremento exponencial. El ajuste de esta ecuación presenta un  $R$  de 97.83%. Mientras que para el caso del amortiguamiento viscoso se obtuvo la ecuación 4.2 con la forma de un polinomio de orden 2, con un coeficiente de determinación ajustado de 68,27%.

$$k(l_0) = 4.729 * 10^4 e^{-0.005875l_0} \quad 4.1$$

$$R^2 = 0.9783$$

$$b(l_0) = 0.0007 l_0^2 - 0.1068l_0 + 41.75 \quad 4.2$$

$$R^2 = 0.6827$$

Los resultados de la disipación energética pueden estar siendo alterados por agentes externos como la lubricación, desajuste o reacomodo de los baleros que forman parte de las guías lineales de banco de pruebas. Asimismo, se supuso que el sistema presenta un amortiguamiento viscoso cuando en realidad puede ser una combinación de amortiguamiento de Coulomb con amortiguamiento viscoso o algún otro.

Una vez definidas las características de los cables, se tienen todos los elementos necesarios para estudio numérico y experimental de la influencia de los AMS basados en cable con configuración plana sobre los efectos vibratorios de una estructura principal.

Antes de cuantificar los efectos de los AMS, se estudió la repuesta libre de una estructura principal mediante simulación numérica computacional y experimental.

#### 4.2.Vibración libre de la estructura principal (sistema de 1 GdL)

En el Gráfico 4.2 1 se muestran tres respuestas de vibración libre experimental de la estructura principal (1°Gdl), para condiciones iniciales de desplazamiento 30mm y velocidad inicia cero, donde el eje de las ordenadas representa la posición, y el eje de las abscisas representa el tiempo. En la gráfica se observa un decaimiento predominante de forma lineal, típico de sistemas amortiguados con disipación de Coulomb (RAO). El tiempo de asentamiento promedio para estos ensayos fue de 5,85 segundos. Se realizó un acercamiento en una de las zonas de la gráfica con el objeto de evidenciar la diferencia entre los ensayos, los cuales presentan una desviación muestral estándar promedio de 0,85mm.

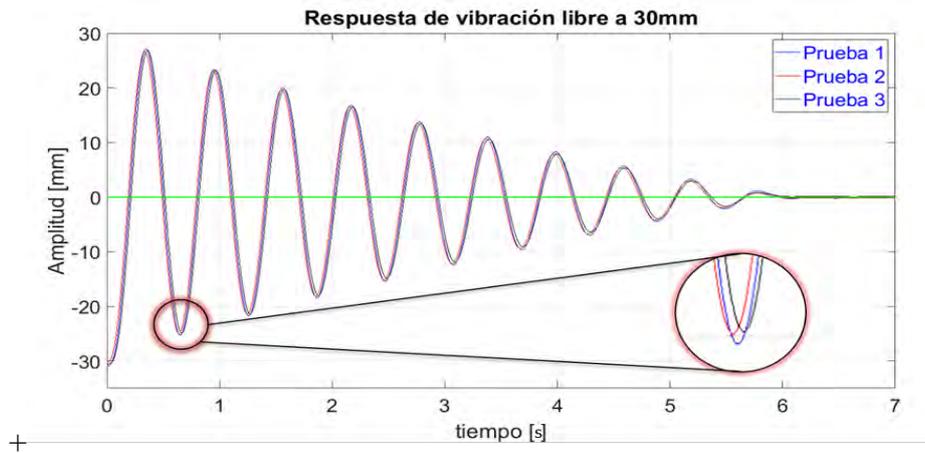


Gráfico 4.2-1 Respuesta de vibración libre 1°GdL (estructura principal).

En el Gráfico 4.2-2 se presenta una comparación de la respuesta de vibración libre experimental de la estructura principal para condiciones iniciales de 25mm y 30mm, ambas con velocidad inicial igual cero. En ésta se observa una diferencia entre los tiempos de asentamiento, siendo de 3,87s para los ensayos a 25 mm y de 5,85s para los ensayos de 30mm. También se observa una sintonía en la respuesta vibratoria con diferencias en las amplitudes.

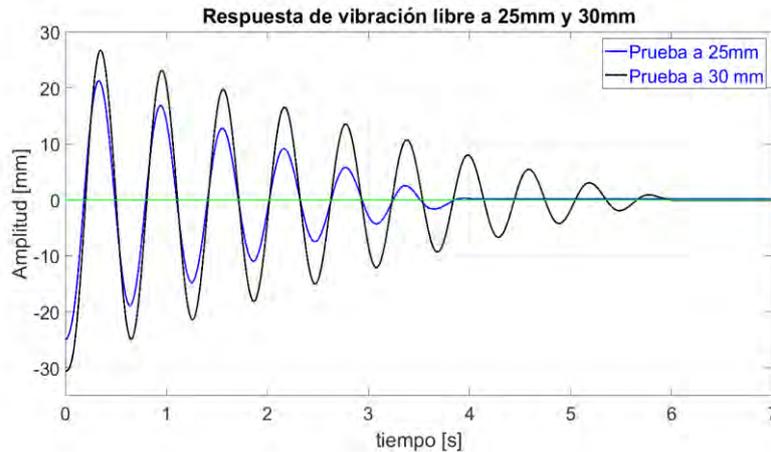


Gráfico 4.2-2 Respuesta de vibración libre del 1° GdL a diferentes condiciones iniciales.

En la Gráfico 4.2-3 se presenta la respuesta de vibración libre numérica y experimental del sistema masa-resorte-amortiguador equivalente correspondiente a la estructura principal, la cual es descrito por una ecuación diferencial de segundo orden para un sistema subamortiguado, con amortiguamiento de Coulomb (ficción seca) y del tipo viscoso. En la gráfica, la línea azul representa la respuesta numérica, mientras que la línea roja corresponde a la experimentación. En la gráfica se aprecian el punto de lanzamiento o posición inicial de 30mm, esta posición es medida desde el punto de equilibrio estático del sistema. Al igual que en las respuestas analizadas anteriormente, se observa un decremento en la amplitud vibratoria típico de sistemas subamortiguados, con una fase transitoria y una fase estable cuando el sistema alcanza el equilibrio estático. En esta gráfica se observa un decremento lineal predominante. El tiempo de asentamiento para la respuesta simulada es 5.87s y el de la real es 5.85s. El error absoluto promedio es de 0,84 mm y el error absoluto máximo de 6,04mm.



Gráfico 4.2-3 Respuesta de vibración libre del 1° GdL experimental y simulada. Condición inicial de 25mm y velocidad cero.

Antes de integrar el amortiguador de masa sintonizada sobre la estructura principal y cuantificar sus efectos primero se realizó un estudio de las características elásticas y disipativas de estos sistemas cableados. A continuación, se presenta una comparación de los resortes lineales y el equivalente elástico de los cables en configuración plana, del amortiguamiento viscoso y el equivalente disipativos en los cables, y finalmente la interacción entre sí de estos eslabones mecánicos cuando forman parte en un arreglo planar.

#### 4.3.No linealidades geométricas (sistemas basados en cables en arreglo planar)

En el Gráfico 4.3-1 se presenta una comparación entre el comportamiento de un resorte lineal y el equivalente elástico de los cables en arreglo planar. Donde las líneas continuas representan la fuerza elástica de los cables en la dirección  $z$  para diferentes valores de  $k$  cuando el cable sufre una elongación, mientras que las líneas punteadas representan la fuerza de los resortes lineales para la misma deformación. En esta gráfica se observa que la fuerza elástica de los cables es pequeña cerca del punto de equilibrio, lo que promueve una zona de baja rigidez, y a medida que la deformación incrementa el cable exhibe un comportamiento de resorte duro. Mientras que los resortes lineales su comportamiento está dado por una línea recta con pendiente  $k$ .

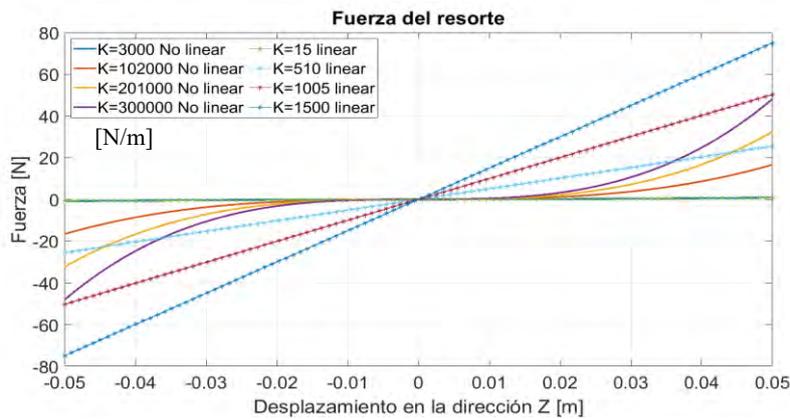


Gráfico 4.3-1 Fuerza de resorte para diferentes valores de elasticidad  $k$ .

En este Gráfico 4.3-2 se muestra una comparación entre el amortiguamiento viscoso lineal y el equivalente de amortiguamiento de los cables bajo un arreglo planar. Donde las líneas curvas continuas corresponden a la fuerza de amortiguamiento de los cables en configuración plana, y las líneas punteadas corresponden a la fuerza de amortiguamiento

viscosa lineal. En la gráfica se observa que los cables presentan un comportamiento de baja disipación cerca del punto de equilibrio, con una dependencia de la posición y velocidad; mientras que los amortiguadores lineales su fuerza solo depende de la velocidad.

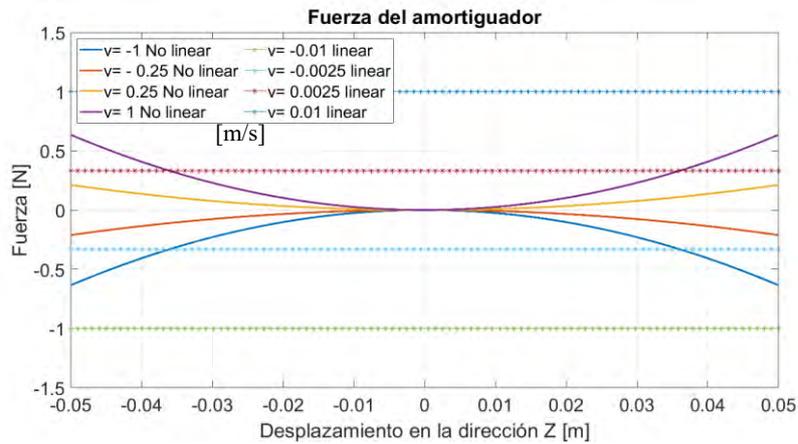


Gráfico 4.3-2 Fuerza de amortiguamiento para diferentes valores de velocidad.

En el Gráfico 4.3-3 se muestra la interacción de la fuerza disipativa y la fuerza elástica de la vibración libre de un sistema subamortiguado lineal. En esta se destaca que las fuerzas máximas de disipación ocurren cuando la masa alcanza la máxima velocidad, pasando por el punto de equilibrio con elongación cero, mientras que las fuerzas máximas de elasticidad se alcanzan cuando se tiene la mayores elongaciones con velocidad cero, dicho de otra manera, las fuerzas máximas de elasticidad y disipación están desfasadas  $90^\circ$ .

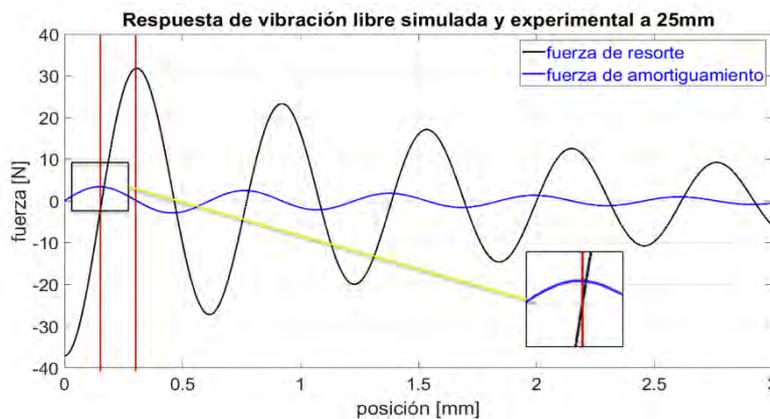


Gráfico 4.3-3 Fuerza del resorte y amortiguador de un sistema vibratorio de 1 GdL.

En el Gráfico 4.3-4 se presenta la interacción de las fuerzas disipativas y fuerzas elásticas de un sistema basado en cables con configuración plana. Dónde la línea negra corresponde a la fuerza elástica, y la línea azul corresponde a la fuerza disipativa. En esta gráfica se observa como cerca del punto de equilibrio, desplazamiento igual cero, ambos fuerzas tienden a cero, a pesar de que en ese punto durante las vibraciones la velocidad es máxima y la elongación es cero. Esto evidencia las características de baja rigidez y poca disipación cerca del punto de equilibrio.

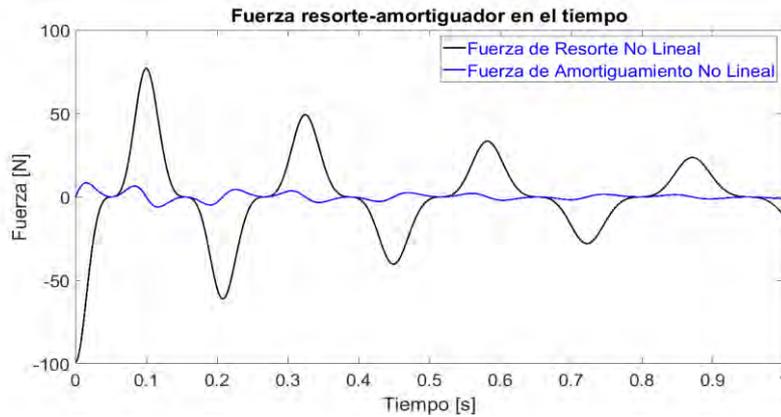


Gráfico 4.3-4 Interacción fuerza resorte amortiguador a través del tiempo.

En el Gráfico 4.3-5 se presenta la fuerza viscosa como función de la velocidad de la respuesta en el tiempo de un sistema de 1 Gdl basado en cable. La línea azul representa la fuerza de amortiguamiento como una función de la velocidad, mientras que la línea recta negra es un parámetro referencia de un sistema viscoso lineal. Ambos sistemas van en decremento a través del tiempo, los sistemas lineales van reduciendo la fuerza sobre una misma trayectoria, mientras que el sistema cableado lo hace describiendo diferentes trayectorias.

E

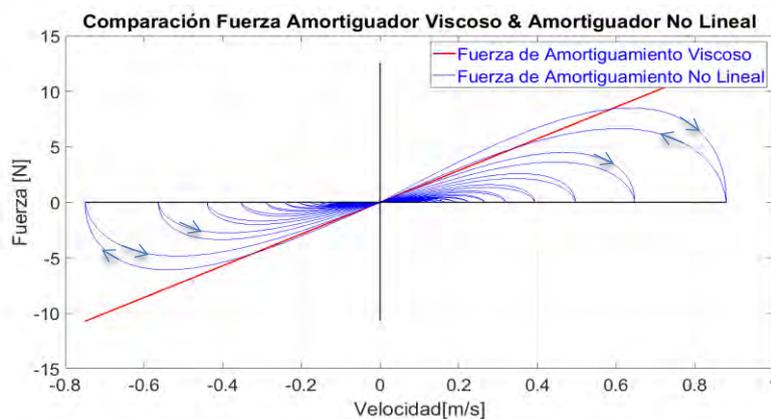


Gráfico 4.3-5 Comparación de fuerza de amortiguamiento viscoso lineal y sistema cableado.

Una vez estudiadas los efectos de las no linealidades geométricas se realizó el estudio de la vibración libre de un sistema de 1 GdL basado en cables.

#### 4.4. Vibración libre de la masa auxiliar (sistema de 1 GdL)

En el Gráfico 4.4-1 se presenta la respuesta libre, numérica y experimental de un sistema masa-resorte-amortiguador basado en cables bajo una configuración plana con oscilaciones perpendiculares al plano de sujeción de los cables. El sistema fue ensayado con una condición inicial de posición 30 mm, medido desde la posición de equilibrio y con velocidad inicial cero.

La línea negra representa la respuesta numérica, mientras que la línea azul representa la respuesta experimental. En ambas se observa que el sistema presenta un prolongado tiempo de asentamiento, 256s aprox. Esto debido a la baja disipación energética de los cables en arreglo planar.

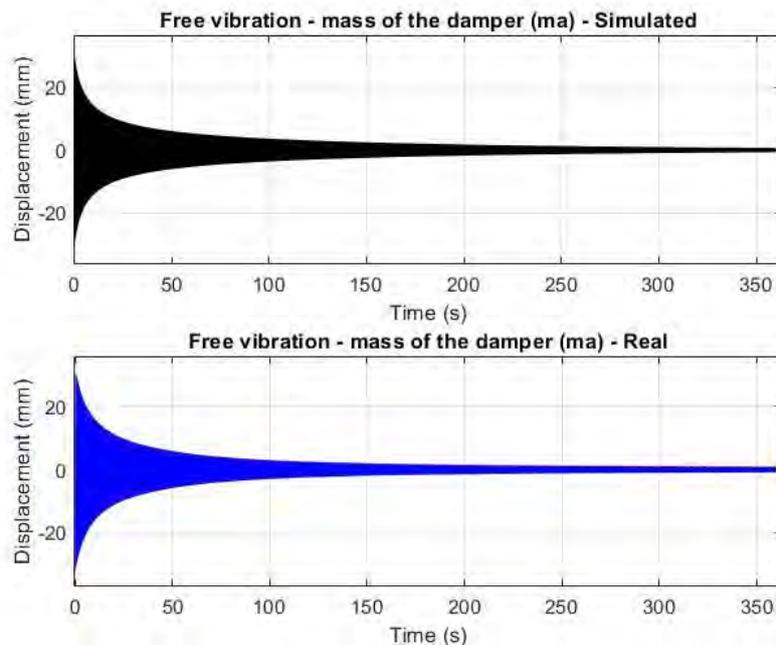


Gráfico 4.4-1 Respuesta de vibración libre de un sistema de 1 GdL basado en cable basado en cables con configuración plana (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich).

#### 4.5.Efectividad del AMSBC en vibración libre

Para evaluar la efectividad del AMSBC sobre el tiempo de asentamiento de la estructura principal cuando ésta es sometida a una perturbación inicial se realizó un estudio experimental y numérico. En esta ocasión, para la experimentación se agregaron masas auxiliares unidas a la estructura principal mediante cables en una configuración planar. Durante los ensayos se midió el desplazamiento de cada uno de los grados de libertad a partir del punto de equilibrio estático, y las pruebas se realizaron para condiciones iniciales de desplazamiento de 25mm y velocidad inicial cero para ambas masas. Se trabajó con 3 masas (0.350-0.750-1.350 Kg.) para el 2° GdL con el objeto de observar de forma experimental la influencia de la masa auxiliar sobre los tiempos de asentamiento de las vibraciones en la estructura principal.

La simulación numérica se trabajó con las mismas condiciones iniciales que la experimentación y con masas del segundo grado de libertad que va desde 0.1-1.5Kg. En el Gráfico 4.5-1 se muestra la respuesta numérica y experimental del tiempo de asentamiento de la estructura principal en función de la masa del 2° GdL. Donde la línea de color negro representa la respuesta numérica del 1°GdL, mientras que los puntos azules representan la respuesta experimental.

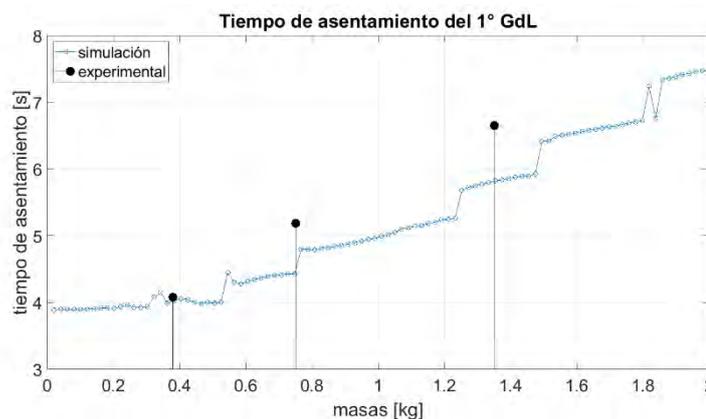


Gráfico 4.5-1 Tiempo de asentamiento de la estructura principal en función de la masa auxiliar (Zamora-García, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich).

En el Gráfico 4.5-1 se aprecia que el tiempo de asentamiento de las vibraciones libres de la estructura principal es modificado por la masa auxiliar. Para las mismas condiciones iniciales a medida que aumenta la masa del 2°GdL se prolonga el tiempo de asentamiento

de la estructura principal. El menor tiempo de asentamiento para las vibraciones del 1° GdL se alcanza cuando no se implementa ninguna masa auxiliar o cuando la masa de este 2° GdL tiende a cero.

En el Gráfico 4.5-2 se presenta la respuesta libre experimental a través del tiempo de del sistema 2 GdL acoplado, cuando se trabaja con un AMSBC-CP de 0.750kg. Donde la línea azul corresponde a la vibración libre de la estructura principal y la línea roja corresponde a la vibración de la masa auxiliar. En este gráfico se observa la interacción entre las 2 masas, con una apreciable diferencia entre las amplitudes vibratorias y los tiempos de asentamiento. El 2° GdL presenta un prolongado tiempo de asentamiento debido a la baja disipación energética que presentan los cables bajo la configuración planar, esto le permite seguir oscilando incluso después de que el 1° GdL se ha detenido.

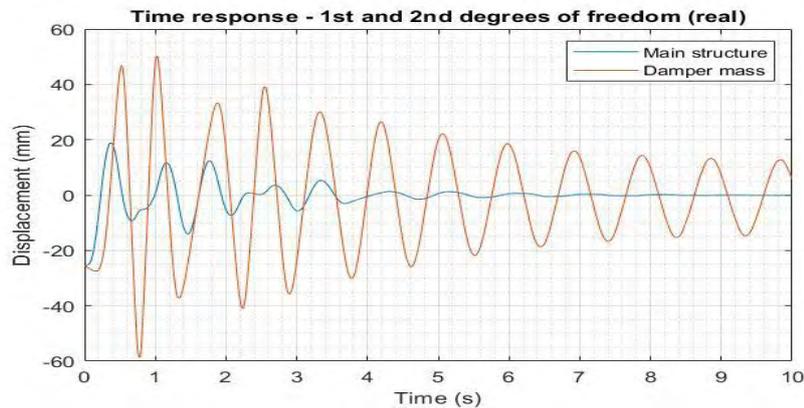


Gráfico 4.5-2 Respuesta experimental de vibración de sistema integrado con el AMSBC-CP (Zamora-García, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich).

Una vez estudiada la influencia de un AMSBC-CP sobre la respuesta de vibración libre de la estructura principal, se procedió al estudio de la influencia de los AMSBC-CP sobre la respuesta forzada con entrada armónica.

#### 4.6. Vibración forzada de la estructura principal

Los sistemas vibratorios lineales bajo la acción de una fuerza de agitación armónica tienden a vibrar en la misma frecuencia con la que son excitados una vez que el sistema se estabiliza. Por lo que típicamente se identifican dos zonas, una zona transitoria y una zona estable. En el Gráfico 4.6-1 se muestra la respuesta experimental de la estructura

principal bajo la acción de una fuerza de armónica de magnitud 1.7 N y frecuencia 2.9 Hz.

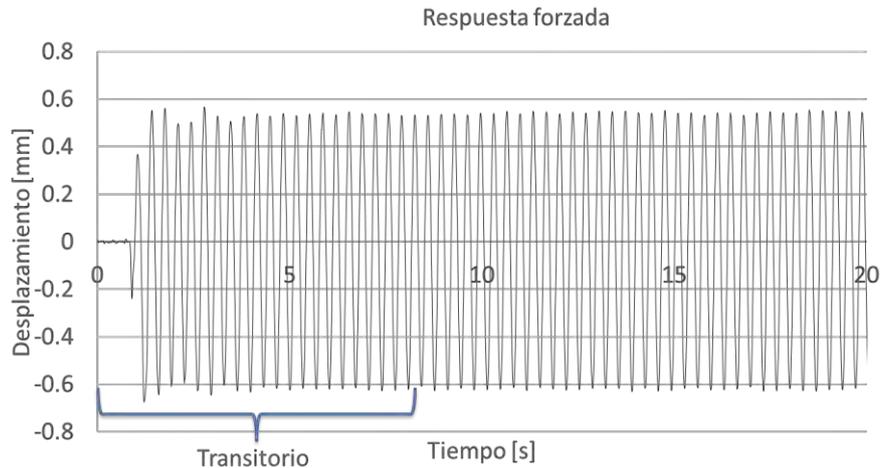


Gráfico 4.6-1 Respuesta forzada en el tiempo.

#### 4.7.Efectividad del AMSBC bajo vibración forzada

Para medir la efectividad de los AMSBC-CP en la reducción de las amplitudes vibratorias sobre una estructura se realizó un análisis numérico y experimental. Para esto se realizaron pruebas con excitación armónica de magnitud 1.7 N y frecuencias de 1-3Hz, con una masa auxiliar de 1.350kg, aprox. 9.5% de la masa de la estructura principal. De igual forma se realizaron simulaciones numéricas con las mismas condiciones de fuerza externa, y con variación de la frecuencia de agitación de 0.3-4 Hz.

En el Gráfico 4.7-1 se muestran las respuestas numéricas y experimental de la estructura principal con y sin AMSBC-CP. La línea negra representa la respuesta numérica sin amortiguamiento; la línea roja representa la respuesta numérica con AMSBC; los puntos rojos representan la respuesta experimental sin amortiguamiento y los puntos negros representan la respuesta experimental con AMSBC-CP.

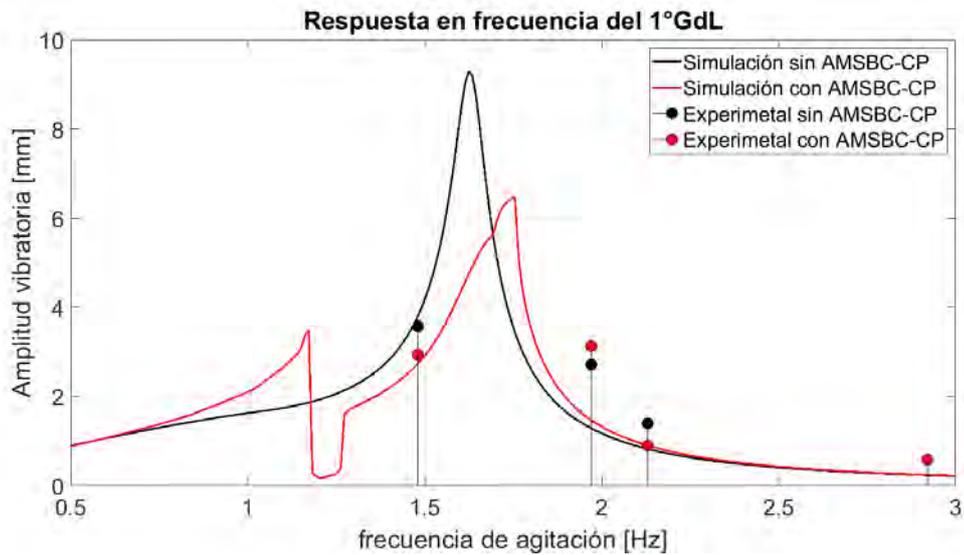


Gráfico 4.7-1 Respuesta en frecuencia de la estructura principal (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich).

En el Gráfico 4.7-1 se observa para la simulación numérica que el sistema sin AMS presenta un único pico de resonancia en 1.75 Hz, mientras que en la simulación AMSBC se observan 3 picos, siendo el mayor a 1.6Hz, un comportamiento distinto al que suele ocurrir con sistemas de 2 GdL lineales. La experimentación y simulación están bastante dispersas en la zona de resonancia, sin embargo, se aprecia una reducción en la amplitud vibratoria cuando se trabaja en la zona de resonancia.

En el Gráfico 4.7-2 se presenta la respuesta de vibración forzada experimental de la estructura principal a través del tiempo, con y sin AMSBC-CP, cuando ésta opera en la zona de resonancia con una configuración de resortes más flexibles y magnitud de fuerza de 3.54 N, esta zona se caracteriza por un incremento progresivo de las amplitudes. La línea azul corresponde a la vibración de la estructura principal sin AMSBC-CP, mientras que la línea roja representa la respuesta estructura principal con el AMSBC. En este gráfico se observa una evidente disminución de la amplitud vibratoria, siendo esta reducción de aproximadamente en un 50%.

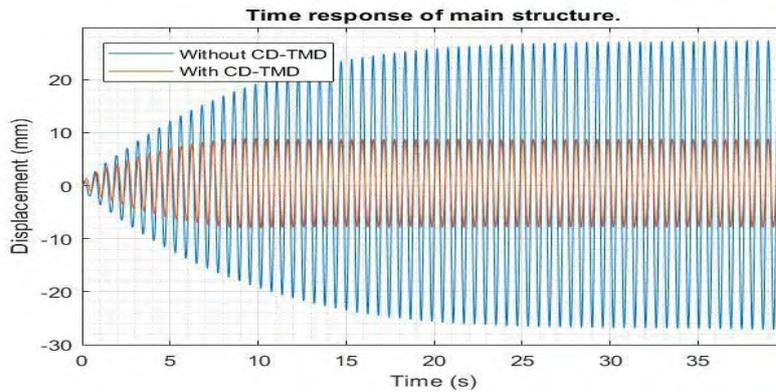


Gráfico 4.7-2 Respuesta de vibración forzada con y sin AMSBC-CP (Zamora-Garcia, Acosta-Carrion, Zepeda-Fuentes, Corona-Lira & Ramirez-Reivich, 2020)

Con el objeto de reducir aún más amplitudes vibratorias de la estructura principal, se realizó una simulación numérica para la frecuencia de 1,6 Hz variando los parámetros de pretensión y longitud de los cables. El Gráfico 4.7-3 se presentan las amplitudes máximas de la estructura principal para un periodo de vibraciones de 120s.

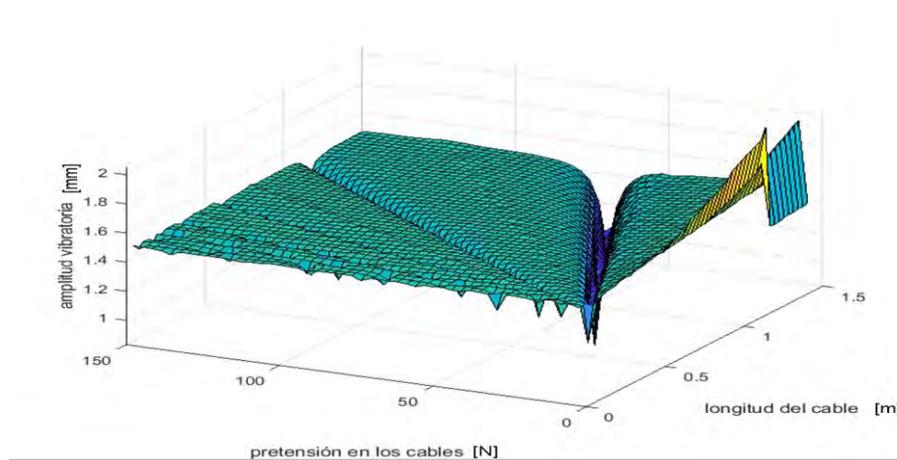


Gráfico 4.7-3 Variación de pretensión y longitud de los cables para una frecuencia de agitación de 1.63 Hz.

En el Gráfico 4.7-3 se observan una serie de combinaciones de pretensión y longitud de los cables que presentan una considerable disminución en la amplitud vibratorias, llegando a ser de 0.82 mm cuando el conjunto opera en la frecuencia de resonancia de la estructura principal, mientras que cuando el sistema opera sin AMSBC-CP, la amplitud es de 9mm, como se muestra en el Gráfico 4.7.1. Lográndose un decremento de 90% de con la sintonización del AMSBC-CP. Por lo que es posible mejorar la efectividad de estos dispositivos con una simple variación de parámetros.

## 5. CONCLUSIONES

Esta investigación tuvo como objetivo el estudio de la influencia de los AMSBC-CP sobre las vibraciones de una estructura a la cual es anexado. Para ello se realizó una investigación numérica y experimental que partió desde la caracterización viscoelástica de los cables de acero 7X7 1/32, hasta el estudio de vibraciones libres y forzadas de sistemas de 1GdL y 2 GdL. De este trabajo se destaca que:

- Los cables de acero 7X7 1/32” exhiben un comportamiento viscoelástico, cuyos valores de elasticidad y disipación son una función de la longitud de los cables. Para el caso de la elasticidad las ecuaciones de tendencias presentan un coeficiente de determinación ajustado de 0.97, lo cual indica un buen ajuste de las ecuaciones propuestas.
- De la ecuación de elasticidad de los cables en función de la longitud se tiene que los cables tienden a ser más flexibles a medida que incrementa su longitud, dicho de otra manera, los cables disminuyen su valor de elasticidad  $K$  a medida que se incrementa su longitud.
- Para el caso de la disipación energética de los cables no se tiene una tendencia marcada, y por ende no se tiene una ecuación que describa a cabalidad el comportamiento de esta como una función de la longitud, sin embargo, se observa un sutil incremento de la disipación energética a medida que incrementa la longitud de los cables.
- El modelo Kelvin Voigt resultó conveniente para un primer acercamiento de las características disipativas y elásticas de los cables, especialmente por los tiempos en los que ocurren las deformaciones, siendo estos partes de un sistema vibratorio.

- La implementación de los AMSBC-CP como parte de un sistema que presenta una respuesta de vibración libre con igualdad de condiciones iniciales prolonga el tiempo de asentamiento como una función del incremento de la masa auxiliar.
- Los AMSBC-CP reducen la amplitud vibratoria de una estructura que está siendo agitada mediante una fuerza armónica en resonancia.
- De acuerdo con la resolución numérica del modelo matemático planteado es posible reducir las amplitudes vibratorias de una estructura en 53% cuando esta opera en resonancia, mediante la implementación de un AMSBC-CP, sintonizándolo mediante variaciones en la pretensión y longitud de los cables.
- Los AMSBC-CP a diferencia de otros sistemas se pueden sintonizar a través de la variación de pretensiones y longitudes de los cables, lo cual les confiere una ventaja a estos sistemas frente a las otras soluciones., ya que no se requiere intercambiar componentes para un reajuste o sintonización.
- Los AMSBC-CP a diferencia de su homologo los AMSP describen un movimiento oscilatorio lineal e involucra las propiedades viscoelásticas de los eslabones.
- Para trabajos futuros se recomienda considerar la fricción de Coulomb dentro de la caracterización del banco de pruebas de caracterización de cables, así como la implementación de rodamientos axiales de precisión, con el fin de reducir los fenómenos disipativos externos y apreciar los efectos del cable.
- Para los AMSBC-CP se recomienda ensayar con otro tipo de agitador que permita obtener más puntos de medición experimental, con diferentes señales de entrada. Así como también se recomienda variar pretensiones y longitudes de los cables con el objeto de tener mayor cantidad de puntos de comparación.

## REFERENCIAS

- Adiyia, M. y Ashton, W. (2017). Comparative Research. *Rural Development Institute Brandon University*, 13. Recuperado de <https://www.brandonu.ca/rdi/publication/rdi-comparative-research-2017/>
- Arakelian, V.; Le Baron, J.P. y Mkrtchyan, M. (2016). Design of Scotch yoke mechanisms with improved driving dynamics. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics* 230 (4), 379–86. <https://doi.org/10.1177/1464419315614431>.
- Ashter, S. A. (2014). Mechanics of Materials. *Thermoforming of Single and Multilayer Laminates*, 123–45. Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-1-4557-3172-5.00006-2>.
- Baklouti, S.; Courteille, R.; Lemoine, P. y Caro, S. (2019). Vibration reduction of cable-driven parallel robots through elasto-dynamic model-based control. *Mechanism and Machine Theory* 139 (septiembre), 329–45. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.05.001>.
- Balart, J.F.; Fombuena, V.; García-Sanoguera, D.; Sánchez-Nacher, L. y Boronat, T. (2017). Viscoelastic models in green composites from PLA and hazelnut shell fillers with a natural plasticizer from epoxidized linseed oil. *Materiales Compuestos* 2 (4), 135-138. Recuperado de <https://riunet.upv.es/handle/10251/125217>
- Berkof, R. S. (1979). The input torque in linkages. *Mechanism and Machine Theory* 14 (1), 61–73. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(79\)90042-9](https://doi.org/10.1016/0094-114X(79)90042-9).
- Cabello-Sequera, S.B.; Delgado, A.P.; Puchi, E.S. y Torres, M. (2009). Comportamiento de relajación de esfuerzos en aceros perlíticos tratados termomecánicamente. *Suplemento de la Revista Latinoamericana de Metalurgia y Materiales*, Supl. 1 (1), 175-179.
- Cabello, S. (2014). Relajación de esfuerzos: definición, mecanismos de actuación y modelos matemáticos aplicables (Parte I). *Revista Ingeniería UC* 21 (1), 16-22. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/707/70732642003.pdf>
- Childs, P.R.N (2019). *Mechanical Design Engineering Handbook* 2nd ed. Oxford: Butterworth Heinemann.

- Chung, L.L.; Wu, L.Y.; Lien, K.H.; Chen, H.H. y Huang, H.H. (2013). Optimal design of friction pendulum tuned mass damper with varying friction coefficient. *Structural Control and Health Monitoring* 20 (4), 544–59. <https://doi.org/10.1002/stc.514>.
- Dai, J. Zhao-Dong, X. y Pan-Pan, G. (2019). Dynamic analysis of viscoelastic tuned mass damper system under harmonic excitation. *Journal of Vibration and Control* 25 (11), 1768–1779. <https://doi.org/10.1177/1077546319833887>.
- De Silva, C. W. (2000.) *Vibration: Fundamentals and Practice*. Boca Raton, FL: CRC Press.
- Dick, A. J.; Atzil, A. y Nagarajaiah, S. (2016). *Analytical investigation of vibration attenuation with a nonlinear tuned mass damper*. Houston, Texas, USA: American Society of Mechanical Engineers.
- Fombuena, V.; Boronat, T.; Sánchez-Nácher, L.; García-Sanoguera, y Balart, J.F. (2014). Usefulness of viscoelastic models in learning polymer materials engineering. *Ingeniería del agua* 18 (1), ix. <https://doi.org/10.4995/ia.2014.3293>.
- Foti, F.; Martinelli, L. y Perotti, F. (2016). On the modeling of self-damping in stranded cables. *An International Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 51, 2827-2845.
- Freddi, A. y Salmon, M. (2019). *Design principles and methodologies: from conceptualization to first prototyping with examples and case studies*. Suiza: Springer.
- French, M. J. (1992a). *Form, Structure and Mechanism*. London: Macmillan Education LTD.
- . (1992b). Design Principles Applied to Structural Functions of Machine Components. *Journal of Engineering Design* 3 (3), 229–241. <https://doi.org/10.1080/09544829208914759>.
- French, M., y Ramírez, A.C. (1996). Towards a comparative study of pneumatic quarter-turn actuators. *Journal of Engineering Manufacture*, 19 (2), 22-36.
- Gatti, G, y Tehrani, M.G. (2019). Some Features of Geometric Nonlinear Damping on Isolation Performance. *Journal of Physics: Conference Series* 1264 (julio): 012060. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1264/1/012060>.
- Ghaedi, K.; Ibrahim, Z.; Adeli, H. y Javanmardi, A. (2017). Invited Review: Recent Developments in Vibration Control of Building and Bridge Structures. *Journal of Vibroengineering*, 19 (5), 3564–3580. <https://doi.org/10.21595/jve.2017.18900>.
- Glegg, G. L. (1973). *The science of design*. New York: Cambridge University Press.

- Gómez, J. L.; Rodríguez, G.A.; Torres, J. E., y Díaz, S. E. (2007). Enseñanza teórico – práctica de vibraciones mecánicas aplicadas: Medición y análisis de vibraciones y rotodinámica de turbomáquinas. *Fifth Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology* (LACCEI'2007), 1-10. Recuperado de [http://www.laccei.org/LACCEI2007-Mexico/Papers%20PDF/EUE076\\_Gomez.pdf](http://www.laccei.org/LACCEI2007-Mexico/Papers%20PDF/EUE076_Gomez.pdf)
- Gordeev, B. A.; Okhulkov, S.N. y Zlobin, P. A. (2017). Damping characteristics of cable-based dampers and hydraulic bearings. *Russian Engineering Research* 37, 103–109. <https://doi.org/10.3103/S1068798X17020071>.
- Gutierrez-Soto, M., y Adeli, H. (2013). Tuned Mass Dampers. *Archives of Computational Methods in Engineering* 20 (4), 419–431. <https://doi.org/10.1007/s11831-013-9091-7>.
- Gutierrez-Lemini, D. 2014. *Engineering Viscoelasticity*. Boston, MA: Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-8139-3>.
- Hibbeler, R. C. (2011). *Mechanics of Materials*. 8th ed. Boston: Prentice Hall.
- Hyde, T. H.; Balhassn, S. M. y Wei Sun, A. (2013). Analysis and design of a small, two-bar creep test specimen. *Journal of Engineering Materials and Technology* 135 (4), 041006. <https://doi.org/10.1115/1.4025192>.
- Ibrahim, R. A. (2008). Recent advances in nonlinear passive vibration isolators. *Journal of Sound and Vibration*, 314 (3–5), 371–452. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.01.014>.
- Iskakbayev, A.; Bagdat, T. y Sergei, A. (2016). Determination of the creep parameters of linear viscoelastic materials. *Journal of Applied Mathematics*, 1–6. <https://doi.org/10.1155/2016/6568347>.
- Xue-Jun, J.; Dae Ik, J.; Pott, A.; Park, S.; Park, J-O y Ko, S.Y. (2013). Four-cable-driven parallel robot. 13th International Conference on Control, Automation and Systems. [http://icross.org/data/download/Table\\_of\\_Contents\\_ICCAS2013.pdf](http://icross.org/data/download/Table_of_Contents_ICCAS2013.pdf)
- Jordanov, I.N. y Cheshankov, B.I. (1988). Optimal design of linear and non-linear dynamic vibration absorbers. *Journal of Sound and Vibration* 123 (1), 157–70. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(88\)80085-3](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(88)80085-3).
- Kelly Piaras 2013 Solid Mechanics Lecture Notes (Auckland: The University of Auckland)

- Kimanzi, S. M. (2019). *A simple approach to viscoelastic material selection for impact absorption*. Tesis doctoral, University of British Columbia. Recuperado de <https://open.library.ubc.ca/cIRcle/collections/ubctheses/24/items/1.0376038>
- Lazar, I.F.; Neild, S.A. y Wagg, D.J. (2016). Vibration suppression of cables using tuned inerter Dampers. *Engineering Structures* 122, 62–71. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.017>.
- Lesellier, M.; Cuvillon, L.; Gangloff, J. y Gouttefarde, M. (2018). An active stabilizer for cable-driven parallel robot vibration damping. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 5063–5070. Madrid: IEEE. <https://doi.org/10.1109/IROS.2018.8594148>.
- Majcher, K. y Wójcicki, Z. (2014). Kinematically excited parametric vibration of a tall building model with a TMD-Part 1: Numerical analyses. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 14 (1), 204–217. <https://doi.org/10.1016/j.acme.2013.09.004>.
- Malkin, A.Y. y Isayev, A. (2017). Viscoelasticity. *Rheology. Concepts, methods and applications* 3rd ed. 45–128. Amsterdam: Elsevier.
- Mott, R. L. y Untener, J.A. (2014). *Applied fluid mechanics 7th ed.* Estados Unidos: Pearson.
- Mutha, S. K. V.; Metkar, S.; Kothawade, A.; Pandey, A. y Bhole.V. (2017). Review on design and development of vibration test rig. *International Conference on Ideas, Impact and Innovations in Mechanical Engineering (ICIIME- 2017)* 5 (6), 493-497. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/335432409\\_Review\\_on\\_Design\\_and\\_Development\\_of\\_Vibration\\_Test\\_Rig](https://www.researchgate.net/publication/335432409_Review_on_Design_and_Development_of_Vibration_Test_Rig)
- Pahl, G.; Beitz, W.; Wallace, K.; Blessing, L. y Bauert, F. (Eds.) (2007). *Engineering design: A systematic approach*. 3rd ed. London: Springer.
- Pott, A.; Mütherich, H.; Kraus, W.; Schmidt, V.; Miermeister, P. y Verl, A. 2013. IPAnema: A family of cable-driven parallel robots for industrial applications. En Bruckmann, T. y Pott, A. Cable-driven parallel robots. *Mechanisms and Machine Science*, 74, 119–34. Berlin, Heidelberg: Springer Berlín Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-31988-4\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-642-31988-4_8).
- Gutiérrez-Pulido, H. y de la Vara-Salazar, R. (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. México: McGraw Hill Interamericana.
- Rao, S. S.; Díaz-Muñoz, G.; Rodríguez-Figueroa, R.; Sepúlveda-García, D. y Navarro-Salas, R. (2012). *Vibraciones mecánicas* 5a ed. México: Pearson Educación.

- Rushton, M. (2016). *Vibration control in cable robots using a multi-axis reaction system*. (Tesis de Maestría). Universidad de Waterloo, Ontario, Canadá. Recuperado de <https://uwspace.uwaterloo.ca/handle/10012/10945?show=full>
- Gutierrez-Soto, M. y Adeli, H. (2014). Optimum tuning parameters of tuned mass dampers for vibration control of irregular highrise building structures. *Journal of Civil Engineering and Management* 20 (5), 609–20. <https://doi.org/10.3846/13923730.2014.967287>.
- Spak, K.S. (2014). *Modeling cable harness effects on spacecraft structures*. Tesis doctoral, Facultad del Instituto Politécnico de Virginia. Recuperado de [https://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/49302/Spak\\_K\\_D\\_2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/49302/Spak_K_D_2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Slocum, A. H. (1992). *Precision machine design*. Richmond: Ergodebooks.
- Torres, J.; Rodríguez, G. y Díaz, S. (2008). Caracterización de un banco de pruebas para la enseñanza de vibraciones mecánicas. *Revista de Ciencia e Ingeniería* 29 (3), 285-292. Recuperado de <http://bdigital.ula.ve/storage/pdf/cing/v29n3/articulo9.pdf>
- Tschoegl, N. W. (1989). Energy storage and dissipation in viscoelastic material. Tschoegl, N. W. *The phenomenological theory of linear viscoelastic behavior*, 443–488. Berlín, Heidelberg: Springer.
- Ulrich, K. T. y Eppinger, S.D. (2013). *Diseño y desarrollo de productos* 5ª ed. México: McGraw Hill.
- Vidyasagar, M. (1993). *Nonlinear systems analysis*. 2nd ed. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall.
- Vlasblom, M. y Bosman, M. (2006). Predicting the creep lifetime of HMPE mooring rope applications. *OCEANS 2006*, 1–10. <https://doi.org/10.1109/OCEANS.2006.307013>.
- Wagg, D. y Neild, S. (2010). *Nonlinear vibration with control: for flexible and adaptive structures. solid mechanics and its applications* 2nd ed. New York: Springer.
- Xiang, L., Wang, H.Y.; Chen, Y.; Guan, Y.J.; Wang, Y.L. y Dai, L. H. (2015). Modeling of multi-strand wire ropes subjected to axial tension and torsion loads. *International Journal of Solids and Structures* 58, 233–246. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.01.007>.
- Yang, K. H. (2017). *Basic finite element method as applied to injury biomechanics*. Ámsterdam: Elsevier.
- Yurchenko, D. (2015). Tuned mass and parametric pendulum dampers under seismic vibrations. Beer, M.; Kougioumtzoglou, I.A.; Patelli, E. y Siu-Kui Au. I. (Eds). *Encyclopedia of*

*Earthquake Engineering*, pp. 1–22. Berlín: Springer Berlín Heidelberg.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-642-36197-5\\_338-1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-36197-5_338-1).

Zamora-García, D. A.; Corona-Lira, M.P.; Ramirez-Reivich, A.C. y Denny Oetomo, J.E. (2019). On the Use of Tuned Mass Dampers for Reducing the Nonlinear Vibrations of Planar Parallel Cable Robots. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, 406–12. <https://doi.org/10.18178/ijmerr.8.3.406-412>.

Zamora-García, D. A.; Acosta-Carrion, L.M.; Corona-Lira, M.P. y Ramirez-Reivich, A.C. (2019). Experimental determination of axial viscoelasticity of braided steel cables through the design of a special purpose machine. *ASME 2019 International Mechanical Engineering Congress and Exposition* <https://doi.org/10.1115/IMECE2019-11919>.

Zamora-García, D. A.; Acosta-Carrion, L.M.; Corona-Lira, M.P. y Ramirez-Reivich, A.C. Numerical and experimental investigation of a cable-based nonlinear tuned mass damper to reduce free and forced vibrations. Artículo entregado para la publicación.

Zhang, W. y Shimizu, N. (1999). Damping properties of the viscoelastic material described by fractional Kelvin-Voigt Model. *JSME International Journal. Ser C* 42 (1), 1-9. Recuperado de <https://ci.nii.ac.jp/naid/10006923986>

## APÉNDICE

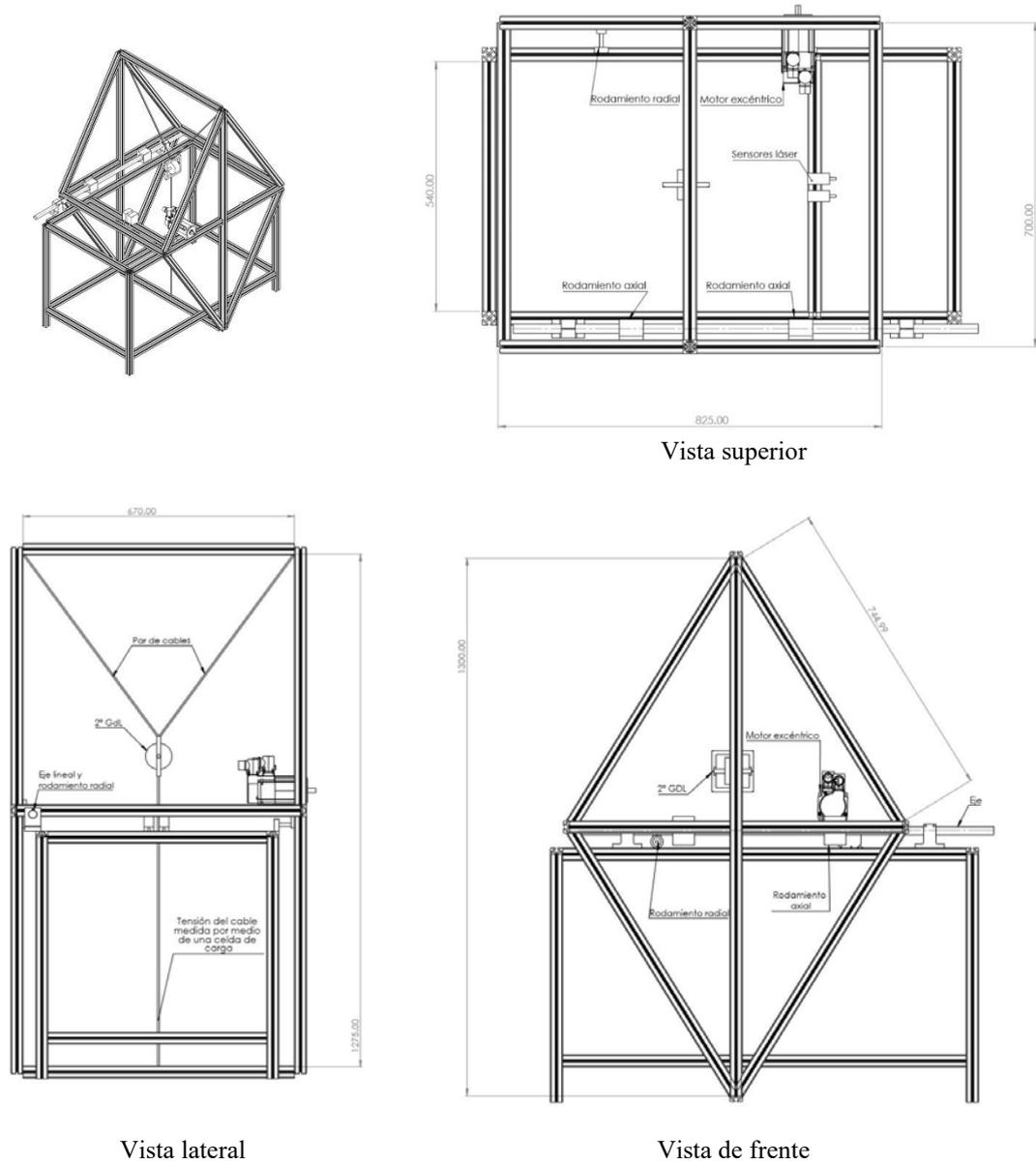


Figura A.1 Vistas del banco de oscilaciones #2.

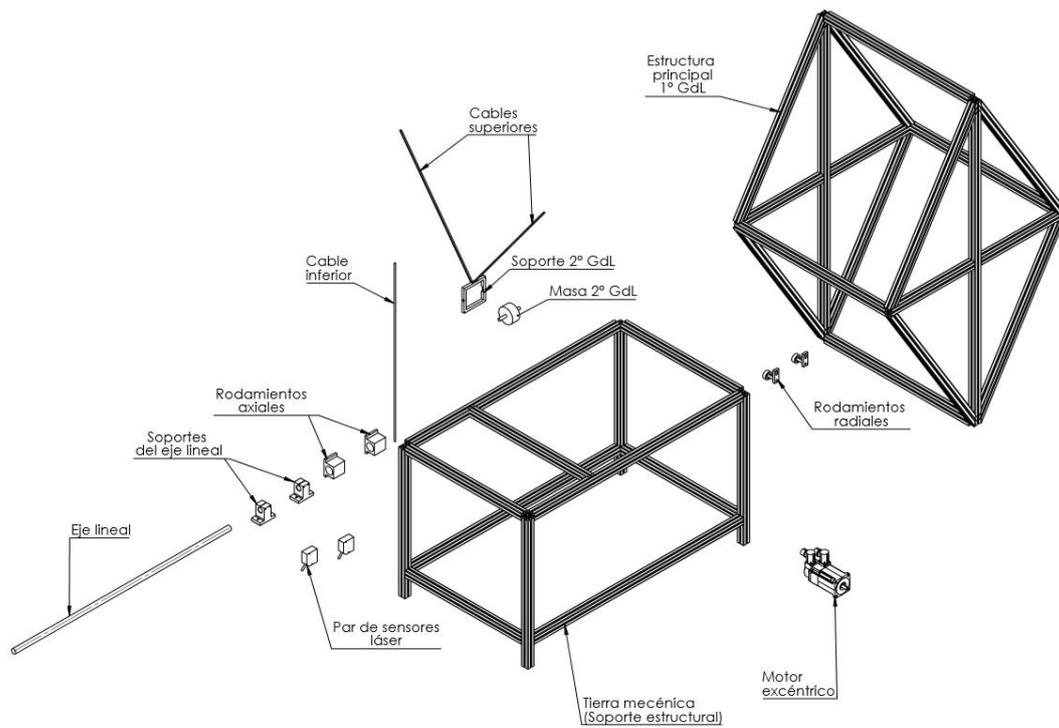


Figura A.2 Vista explosionada del banco de oscilaciones banco de oscilaciones #2.

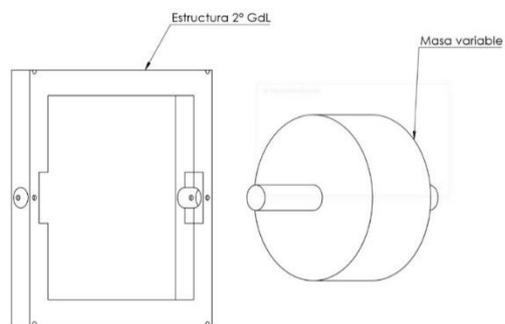


Figura A.3 2º Grado de libertad.

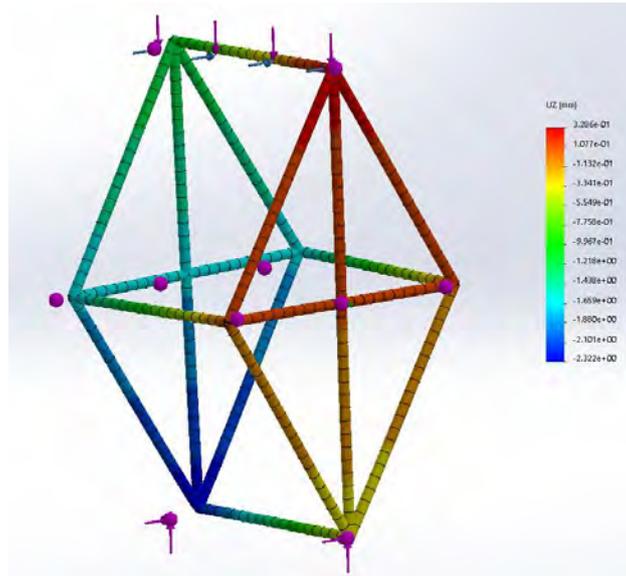


Figura A.4 Simulación numérica de desplazamientos en el eje Z, con fuerzas máximas.

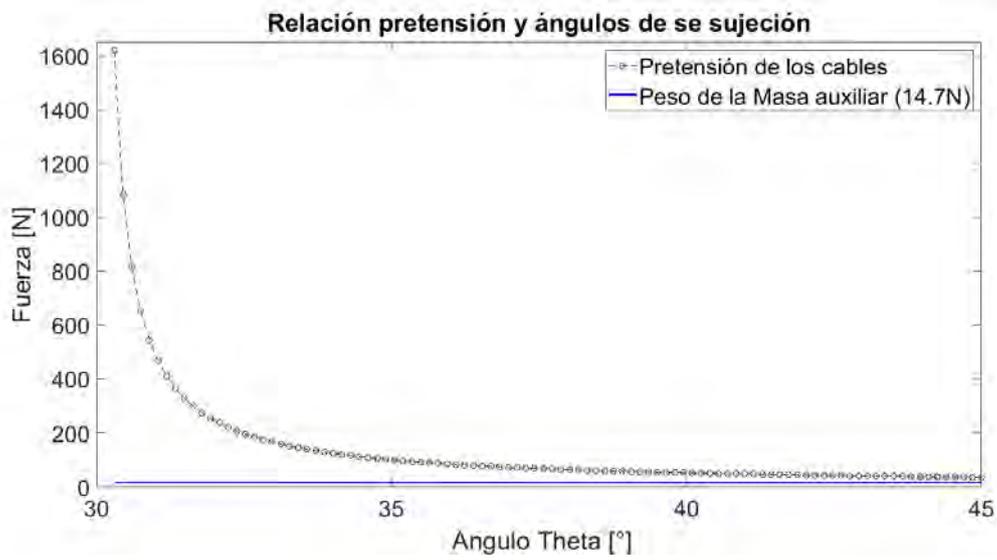


Figura A.5 Relación de fuerzas de pretensión y ángulos de sujeción de los cables

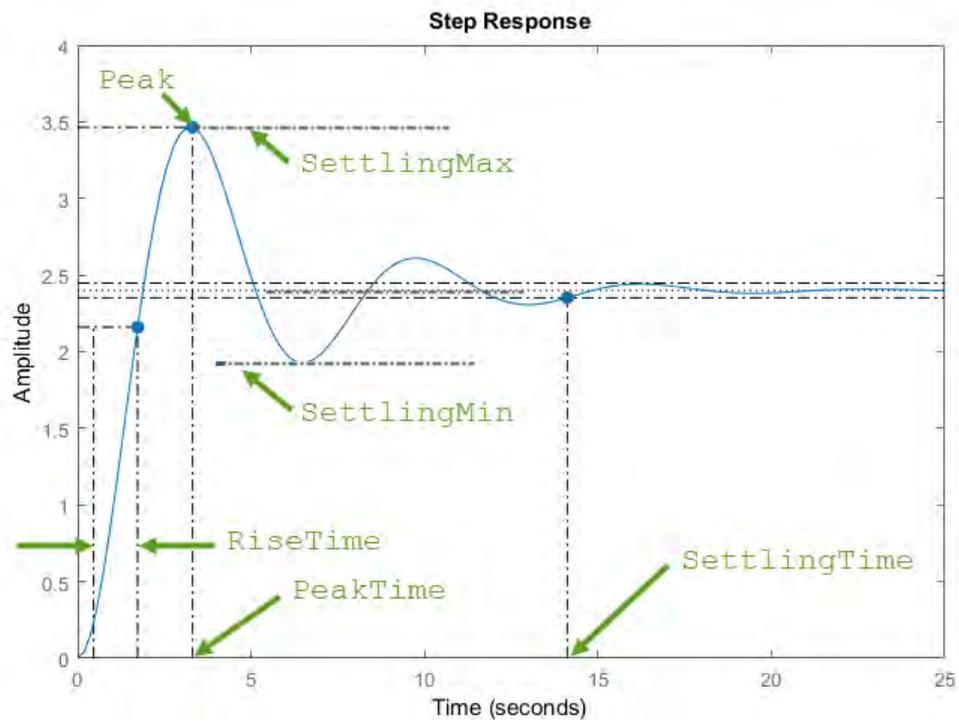


Figura A.6 Tiempo de asentamiento.  
 ([https://la.mathworks.com/help/control/ref/stepinfo.html?s\\_tid=srchtitle](https://la.mathworks.com/help/control/ref/stepinfo.html?s_tid=srchtitle)).