



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – APROVECHAMIENTOS HIDRÁULICOS

ESTUDIO HIDRÁULICO PARA EL APROVECHAMIENTO ENERGÉTICO DEL FLUJO EN CANALES MEDIANTE
TURBINAS HIDROCINÉTICAS

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
M. I. JAVIER MARTÍNEZ REYES

TUTOR PRINCIPAL
DR. NAHÚN HAMED GARCÍA VILLANUEVA, CONAGUA

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR
DR. ARIOSTO AGUILAR CHÁVEZ, IMTA
DR. VÍCTOR HUGO ALCO CER YAMANAKA, CONAGUA
DR. VÍCTOR MANUEL ARROYO CORREA, IMTA
DR. HEBER ELEAZAR SAUCEDO ROJAS, CONAGUA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., OCTUBRE 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. ARIOSTO AGUILAR CHÁVEZ
Secretario: DR. VÍCTOR HUGO ALCOCER YAMANAKA
1 er. Vocal: DR. NAHÚN HAMED GARCÍA VILLANUEVA
2 do. Vocal: DR. VÍCTOR MANUEL ARROYO CORREA
3 er. Vocal: DR. HEBER ELEAZAR SAUCEDO ROJAS

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGÍA DEL AGUA, JIUTEPEC, MORELOS, MÉXICO.

TUTOR DE TESIS:

DR. NAHÚN HAMED GARCÍA VILLANUEVA

FIRMA

AGRADECIMIENTOS.

Agradezco a Dios por todo lo que me ha dado.

A mi familia por su apoyo incondicional en todo momento.

A los miembros del comité tutor por los aportes a la presente investigación y por el tiempo invertido en mi formación académica.

Al Dr. Nahún Hamed García Villanueva por su orientación y consejos brindados, tanto en el ámbito académico, como en los ámbitos personal y profesional.

A la UNAM, al CONACyT y al IMTA, por las facilidades otorgadas durante este estudio.

A todos los colaboradores y compañeros del Posgrado IMTA-UNAM por su gran amistad.

CONTENIDO

1. RESUMEN.....	18
2. COMPONENTES DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN.....	20
2.1. Introducción.....	20
2.2. Planteamiento del problema.....	21
2.3. Justificación.....	22
2.4. Hipótesis.....	22
2.5. Objetivo general.....	22
2.6. Objetivos particulares.....	22
2.7. Aportación al estado del conocimiento.....	23
3. ESTADO DEL ARTE.....	24
3.1. Aspectos generales de las turbinas hidrocínéticas.....	24
3.1.1. Tipos de turbinas hidrocínéticas.....	24
3.1.2. Tendencias de aplicación de las turbinas hidrocínéticas.....	26
3.1.2.1. En ríos y canales.....	26
3.1.2.2. En corrientes marinas.....	27
3.1.3. Potencia en turbinas hidrocínéticas.....	28
3.2. Condiciones básicas para la selección de turbinas hidrocínéticas.....	29
3.3. Cálculo del coeficiente de potencia de turbinas hidrocínéticas instaladas en un canal abierto.....	32
3.4. Efecto de la extracción de energía mediante turbinas hidrocínéticas sobre la velocidad del flujo en canales.....	33
3.5. Estelas en turbinas hidrocínéticas.....	34
3.6. Discos porosos y turbinas reales.....	36
3.6.1. Descripción.....	36
3.6.2. Instalación experimental con discos porosos simulando turbinas reales.....	38
3.6.3. Optimización del espacio para instalar turbinas hidrocínéticas colocadas en serie.....	40
3.6.4. Discos porosos y modelos numéricos.....	41
4. MARCO TEÓRICO.....	44
4.1. Criterios para la ubicación de turbinas en la sección de un canal de riego.....	44
4.2. Cálculo del coeficiente de potencia de una turbina hidrocínética de flujo axial, en función de la relación de bloqueo.....	49

4.3.	Modelación numérica con dinámica de fluidos computacional CFD	55
4.3.1.	Modelado de la turbulencia	55
4.3.2.	Ecuaciones de continuidad y Navier-Stokes para flujos viscosos e incompresibles	56
4.3.2.1.	Ecuación de continuidad	56
4.3.2.2.	Ecuación de Navier-Stokes	57
4.3.3.	Modelos de turbulencia	58
4.3.4.	Modelado de la superficie libre	58
4.3.5.	Cálculo del coeficiente de arrastre C_T con <i>Ansys Fluent</i> [®]	60
5.	MATERIALES Y MÉTODOS	62
5.1.	Pruebas experimentales con discos porosos para simular turbinas en un canal	62
5.1.1.	Recuperación de la velocidad en la estela lejana aguas abajo del disco poroso	71
5.1.2.	Cálculo de la intensidad de turbulencia	72
5.1.3.	Problemas del velocímetro ADV marca Nortek para generar las gráficas de turbulencia	73
5.1.4.	Desarrollo e implementación de un dispositivo para medir el empuje hidrodinámico	73
5.1.5.	Frecuencia de medición del empuje hidrodinámico y tiempo mínimo de medición	78
5.1.6.	Cálculo del coeficiente de potencia utilizando datos experimentales	83
5.1.7.	Discos porosos colocados en serie	84
5.1.8.	Esfuerzo de corte aparente por turbulencia aguas abajo del disco poroso, al centro del canal	85
5.1.9.	Distribución de velocidades en una sección transversal del canal ubicada a 2.0 m de la entrada y cálculo de la vorticidad	86
5.1.10.	Correlación de fluctuaciones y espectro de energía entre el flujo de ingreso al canal y flujo que pasa a través de un disco poroso	89
5.2.	Modelación numérica con dinámica de fluidos computacional, para distintos escenarios de relaciones de bloqueo	94
5.2.1.	Descripción	94
5.2.2.	Dependencia de la malla	95
6.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	97
6.1.	Pruebas experimentales con distintas relaciones de bloqueo y números de Froude	97

6.1.1.	Recuperación de la velocidad y la intensidad de turbulencia en el canal, con un disco poroso de $D_1 = 92$ mm de diámetro con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$	97
6.1.2.	Recuperación de la velocidad y la intensidad de turbulencia en el canal, con un disco poroso de $D_2 = 121$ mm de diámetro con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$	102
6.1.3.	Recuperación de la velocidad y la intensidad de turbulencia en el canal, con un disco poroso de $D_3 = 136$ mm de diámetro con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$	107
6.1.4.	Cálculo del coeficiente de arrastre C_T y coeficiente de potencia C_p para relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$, $B_3 = 0.197$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$, con pruebas experimentales en discos porosos	113
6.1.5.	Cálculo del coeficiente de arrastre C_T y coeficiente de potencia C_p con pruebas experimentales en discos porosos colocados en serie	117
6.2.	Pruebas con modelos de dinámica de fluidos computacional CFD (<i>Ansys Fluent</i> [®]) para distintas relaciones de bloqueo y números de Froude	118
6.2.1.	Recuperación de la velocidad con un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm, relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y número de Froude $Fr_3 = 0.295$. Con modelos de turbulencia $k - \omega$ SST, $k - \varepsilon$ Standard y $k - \varepsilon$ Realizable.....	118
6.2.2.	Recuperación de la velocidad con un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm, relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y número de Froude $Fr_3 = 0.295$. Con modelo de turbulencia $k - \omega$ SST	122
6.2.3.	Recuperación de la velocidad con un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm, relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y número de Froude $Fr_3 = 0.295$. Con modelo de turbulencia $k - \omega$ SST	125
6.2.4.	Cálculo del coeficiente de arrastre C_T en discos porosos con CFD (<i>Ansys Fluent</i> [®]) para distintas relaciones de bloqueo y números de Froude	128
6.3.	Comparación entre resultados experimentales, CFD (<i>Ansys Fluent</i> [®]) y teoría unidimensional para el coeficiente de potencia máximo, con relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$, y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$	129
7.	CONCLUSIONES.....	133
8.	RECOMENDACIONES.....	135
9.	ANEXOS.....	137
9.1.	Potencia de una turbina de viento teoría unidimensional (Kreith & Krundieck, 2014)	137
9.2.	Eficiencia de una turbina en un canal de marea (Garrett & Cummins, 2007)	139

9.3. Una corrección en el bloqueo para turbinas de marea con superficie libre (Whelan <i>et al.</i> , 2009)	145
9.4. Aplicación de la teoría de momento lineal con disco actuador a el flujo de un canal abierto (Houlsby <i>et al.</i> , 2008)	148
9.5. Códigos numéricos en MATLAB®	154
9.5.1. Coeficiente de potencia vs factor de inducción axial.....	154
9.5.2. Cálculo de la relación $\Delta h/h_1$	155
9.6. Modelos de turbulencia.....	156
9.6.1. Modelo $k - \varepsilon$ Standard.....	156
9.6.2. Modelo $k - \varepsilon$ Realizable	157
9.6.3. Modelo $k - \omega$ SST	159
10. REFERENCIAS	163

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Características de operación de algunas turbinas hidrocínicas (ordenadas de acuerdo a su posible aplicación en canales de riego), (Garman, 1986).....	31
Tabla 4.1. Resultados del cálculo de la velocidad media, el tirante y gastos correspondientes, para el conjunto de canales con características: $n = 0.014$, canal de sección trapecial con talud 1.5:1, relación ancho de plantilla-tirante $b/h = 1$ y pendiente del canal $s_0 = 0.0002$, con flujo uniforme...46	46
Tabla 5.1. Condiciones hidráulicas y geométricas para el cálculo del coeficiente de potencia.....	65
Tabla 5.2. Condiciones hidráulicas para el cálculo del coeficiente de potencia con distintas relaciones de bloqueo, incrementando el tirante en el canal.	67
Tabla 5.3. Coeficiente de potencia máximo para distintas relaciones de bloqueo y números de Froude, utilizando la teoría unidimensional propuesta por Housby et al. (2008).	68
Tabla 5.4. Condiciones hidráulicas y geométricas para la medición de los perfiles de velocidad en una sección transversal del canal.	86
Tabla 5.5. Escenarios para las modelaciones en Ansys Fluent® con discos porosos.....	94
Tabla 5.6. Tamaños de malla analizados en Ansys Fluent® para determinar la independencia de la malla.....	95
Tabla 6.1. Empuje hidrodinámico en discos porosos y vástago.....	113
Tabla 6.2. Coeficiente de arrastre y coeficiente de potencia con discos porosos, resultados experimentales.	114
Tabla 6.3. Coeficiente de potencia con discos porosos, resultados experimentales.	116
Tabla 6.4. Resumen del análisis de varianza para el coeficiente de potencia con discos porosos, resultados experimentales.	116
Tabla 6.5. Empuje hidrodinámico y coeficientes de arrastre y potencia para discos porosos colocados en un arreglo en serie, resultados experimentales.	117
Tabla 6.6. Coeficiente de arrastre en discos porosos resultados Ansys Fluent®.	128
Tabla 6.7. Comparación del coeficiente de arrastre en discos porosos, con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales, Ansys Fluent® y Teoría 1-D.	129
Tabla 6.8. Comparación de coeficientes de potencia en discos porosos, con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales, Ansys Fluent® y Teoría 1-D.	130
Tabla 9.1. Relaciones de continuidad.	153
Tabla 9.2. Valores de las constantes en el modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ Standard.....	157
Tabla 9.3. Valores de las constantes del modelo $k - \varepsilon$ Realizable:	159
Tabla 9.4. Valores de las constantes del modelo $k - \omega$ SST.....	162

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 3.1. Clasificación general de las turbinas hidrocínéticas (Khan, Bhuyan, Iqbal, & Quaicoe, 2009).....	24
Ilustración 3.2. Turbinas hidrocínéticas aplicables a ríos o canales.	25
Ilustración 3.3. Turbina hidrocínética comercial instalada en el río Mississippi, E.U.A.	27
Ilustración 3.4. Prototipo de turbina hidrocínética desarrollada por Hydrovolts.	27
Ilustración 3.5. Turbina hidrocínética tipo Seagen.	27
Ilustración 3.6. Comparación entre un aerogenerador eólico y una turbina de corrientes marinas para obtener 1 MW.....	27
Ilustración 3.7. Coeficiente de potencia en función de la velocidad específica λ (Hau, 2013).....	29
Ilustración 3.8. Efecto de la relación de bloqueo en la potencia para $Fr = 0.22$: -*- denota máxima en $Fr = 0.22$; -o- denota máxima en $Fr = 0$ (Whelan et al., 2009).....	32
Ilustración 3.9. Reducción en la elevación de la superficie del agua debido a la extracción de energía (Bryden et al., 2004).....	33
Ilustración 3.10. Turbina hidrocínética de 0.7 m de diámetro (Maganga et al., 2010).	35
Ilustración 3.11. Discos porosos instalados en laboratorio simulando turbinas de viento.	38
Ilustración 3.12. Discos de actuadores utilizados para simular matrices de turbinas (Myers & Bahaj, 2012).	39
Ilustración 3.13. (a) Disco dual montado en un brazo transversal hidrodinámico, (b) plataforma de medición de empuje (Myers & Bahaj, 2012).....	39
Ilustración 3.14. Coeficiente de potencia normalizado de una formación de turbinas hidrocínéticas colocadas en serie con una recuperación de velocidad de la estela del 90% (caso idealizado “erróneo”, sólo para fines didácticos).	41
Ilustración 3.15. Coeficiente de potencia normalizado de una formación de turbinas de viento (Kroll et al., 2015).	41
Ilustración 4.1. Potencia de una turbina hidrocínética por unidad de área de barrido en kW/m^2 , en función del coeficiente de potencia C_p y la velocidad media aguas arriba de la turbina u_0 , con una densidad del agua $\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3$, que corresponde a una temperatura de 20°C	44
Ilustración 4.2. Elementos geométricos del canal y la ubicación de las turbinas hidrocínéticas. h_t es la separación entre la plantilla o fondo del canal y el rotor de la turbina y Z la distancia horizontal que se utiliza para indicar el talud del canal.	45
Ilustración 4.3. Cálculo de la velocidad media y el gasto en función del tirante, para el conjunto de canales con características: $n = 0.014$, canal de sección trapecial con talud 1.5:1, relación ancho de plantilla-tirante $b/h = 1$ y pendiente del canal $s_0 = 0.0002$, con flujo uniforme.	47
Ilustración 4.4. Distribución de velocidades en la vertical, para un canal con características $n = 0.014$, sección trapecial con talud 1.5:1, $b/h = 1$ hasta $b/h = 10$ a cada 1.0, $h_{\min} = 0.05 \text{ m}$ y $h_{\max} = 6.05 \text{ m}$ a cada 0.05 m, pendiente del canal $s_0 = 0.0002$, con flujo uniforme.	49
Ilustración 4.5. Representación de una turbina en un canal (Houlsby et al., 2008).....	50
Ilustración 4.6. Coeficiente de potencia máximo $C_{p\max}$, en función del número de Froude Fr y de la relación de bloqueo B , utilizando la teoría unidimensional propuesta por Houlsby et al. (2008).....	53
Ilustración 4.7. Coeficiente de arrastre C_T , correspondiente al coeficiente de potencia máximo $C_{p\max}$ en función del número de Froude Fr y de la relación de bloqueo B , utilizando la teoría unidimensional propuesta por Houlsby et al. (2008).	54
Ilustración 4.8. Relación $\Delta h/h_1$ en un canal, considerando el coeficiente de potencia máximo $C_{p\max}$, en función del número de Froude Fr y de la relación de bloqueo B , utilizando la teoría unidimensional propuesta por Houlsby et al. (2008).	55
Ilustración 4.9. Velocidad en un punto en el flujo turbulento como función del tiempo (Çengel & Cimbala, 2006).....	56

Ilustración 4.10. Ejemplo de valores de referencia utilizados en la simulación con Ansys Fluent®.	61
Ilustración 4.11. Activar la monitorización del coeficiente de arrastre C_T (C_d) en Ansys Fluent®.	61
Ilustración 4.12. Convergencia del coeficiente de arrastre C_T (C_d) en Ansys Fluent®.	61
Ilustración 5.1. Canal experimental de sección rectangular (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).	62
Ilustración 5.2. Ubicación del disco poroso en la sección transversal del canal experimental (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).	62
Ilustración 5.3. Manufactura del disco poroso.	63
Ilustración 5.4. Coeficiente de potencia C_p vs factor de inducción axial a , con un tirante $h = 0.265$ m y número de Froude igual a $Fr = 0.354$ (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).	66
Ilustración 5.5. Discos porosos de diámetros: a) $D_1 = 92$ mm, b) $D_2 = 121$ mm y c) $D_3 = 136$ mm (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).	66
Ilustración 5.6. Ondas gravitatorias de superficie utilizando un disco poroso $D_3 = 136$ mm (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).	67
Ilustración 5.7. Coeficiente de potencia C_p vs factor de inducción axial a , para los experimentos en el canal experimental para las distintas relaciones de bloqueo y números de Froude.	68
Ilustración 5.8 Ubicación del velocímetro acústico Doppler ADV respecto a la posición del disco poroso.	69
Ilustración 5.9. Ejemplo de aplicación del filtro de Goring y Nikora (2002), modificado por Mori, Suzuki y Kakuno (2007), en una medición de las velocidades instantáneas a 5 diámetros aguas abajo del disco poroso.	70
Ilustración 5.10. Etapa de construcción e instalación del dispositivo para medir empuje sobre el disco poroso.	74
Ilustración 5.11. Componentes del dispositivo para medir el empuje hidrodinámico en los discos.	75
Ilustración 5.12. Instalación del dispositivo para medir el empuje hidrodinámico en los discos.	75
Ilustración 5.13. Librería del módulo HX711_ADC para calibrar la celda de carga.	76
Ilustración 5.14. Aplicación CoolTerm versión 1.5.0 para intercambiar datos con el hardware a través del puerto USB del ordenador.	77
Ilustración 5.15. Transferencia de datos del empuje hidrodinámico, del módulo electrónico hacia el ordenador.	77
Ilustración 5.16. Comportamiento del empuje hidrodinámico medio en la serie de tiempo para distintas frecuencias de adquisición de datos, con un disco poroso de 92 mm de diámetro ($B_1 = 0.090$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.	79
Ilustración 5.17. Comportamiento del empuje hidrodinámico medio en la serie de tiempo para distintas frecuencias de muestreo con un disco poroso de 121 mm de diámetro ($B_2 = 0.156$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.	80
Ilustración 5.18. Comportamiento del empuje hidrodinámico medio en la serie de tiempo para distintas frecuencias de muestreo con un disco poroso de 136 mm de diámetro ($B_3 = 0.197$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.	81
Ilustración 5.19. Empuje hidrodinámico medio en función de la frecuencia con un disco poroso de 92 mm de diámetro ($B_1 = 0.090$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.	82
Ilustración 5.20. Empuje hidrodinámico medio en función de la frecuencia con un disco poroso de 121 mm de diámetro ($B_2 = 0.156$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.	82
Ilustración 5.21. Empuje hidrodinámico medio en función de la frecuencia con un disco poroso de 136 mm de diámetro ($B_3 = 0.197$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.	82
Ilustración 5.22. Dispositivo para medir el empuje hidrodinámico sobre un disco poroso (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).	83
Ilustración 5.23. Discos porosos colocados en un arreglo en serie en el canal experimental.	84

Ilustración 5.24. Correlación bidimensional de las velocidades turbulentas fluctuantes en la capa de corte (Ting, 2016).....	85
Ilustración 5.25. Esfuerzos de corte $-u'v'$ para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 5, 7, 9$ aguas abajo del disco poroso, y en $x/D = 3$ y $x/D = 5$ aguas abajo sin disco sumergido.	86
Ilustración 5.26. a) Ubicación de los ejes verticales donde se midieron los perfiles de velocidad en la sección transversal del canal, b) Discretización del dominio para la caracterización del campo de velocidades (unidades en cm).....	87
Ilustración 5.27. Distribución de velocidades en la sección transversal del canal, visto de frente, en la dirección del flujo principal eje x . Las flechas azules indican el vector resultante de la suma de las componentes de velocidad en el sentido y, z	87
Ilustración 5.28. Construcción de la malla de puntos para un modelo de discretización con aproximación en diferencias centradas.....	88
Ilustración 5.29. Campo de vorticidad en la dirección del flujo (componente i) en la sección transversal del canal.	89
Ilustración 5.30. Componentes de la velocidad a $9D$ aguas arriba del disco poroso.....	91
Ilustración 5.31. Componentes de la velocidad a $3D$ aguas abajo del disco poroso.....	91
Ilustración 5.32. Tensor de correlación y autocorrelación de las fluctuaciones de velocidad a $9D$ aguas arriba del disco.	92
Ilustración 5.33. Tensor de correlación y autocorrelación de las fluctuaciones de velocidad a $3D$ aguas abajo del disco.....	92
Ilustración 5.34. Tensor de densidades espectrales de energía entre el muestreo de la velocidad del flujo a $9D$ aguas arriba, a $3D$ aguas abajo del disco y el modelo propuesto por Kolgomorov. ...	93
Ilustración 5.35. Densidad espectral de energía para las componentes de velocidad fluctuante u'_1 , en las ubicaciones $9D$ aguas arriba del disco poroso, $3D$ aguas abajo del disco y el modelo propuesto por Kolgomorov.....	93
Ilustración 5.36. Recuperación de la velocidad media de los perfiles U/u_0 , para los distintos tipos de malla en $x/D = 3, 6, 9, 12, 15$ y 18 , aguas abajo del disco y al centro del canal.....	96
Ilustración 5.37. Recuperación de la velocidad en $y/D = 1.15$ de los perfiles u_c/u_0 , para los distintos tipos de malla en $x/D = 3, 6, 9, 12, 15$ y 18 , aguas abajo del disco y al centro del canal.	96
Ilustración 6.1. Intensidad de turbulencia en la sección del canal donde se ubicaron los discos porosos para un número de Froude $Fr_3 = 0.295$ (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).	97
Ilustración 6.2. Perfiles de velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de velocidad sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$	98
Ilustración 6.3. Mapa de curvas de velocidad. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$	99
Ilustración 6.4. Intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$	100
Ilustración 6.5. Filtrado de datos aplicado a las intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$	101
Ilustración 6.6. Mapa de curvas de Intensidad de turbulencia. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$	102

Ilustración 6.7. Perfiles de velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de velocidad sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	103
Ilustración 6.8. Mapa de curvas de velocidad. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	104
Ilustración 6.9. Intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	105
Ilustración 6.10. Filtrado de datos aplicado a las intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	106
Ilustración 6.11. Mapa de curvas de Intensidad de turbulencia. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	107
Ilustración 6.12. Perfiles de velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de velocidad sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	108
Ilustración 6.13. Mapa de curvas de velocidad. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	109
Ilustración 6.14. Intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	110
Ilustración 6.15. Filtrado de datos aplicado a las intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	111
Ilustración 6.16. Mapa de curvas de Intensidad de turbulencia. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude a) $Fr_1 = 0.205$, b) $Fr_2 = 0.250$ y c) $Fr_3 = 0.295$.	112
Ilustración 6.17. Coeficiente de arrastre en función del número de Froude y de la relación de bloqueo, en un disco con porosidad igual a 0.34 , resultados experimentales.	115
Ilustración 6.18. Coeficiente de potencia en función del número de Froude y de la relación de bloqueo, en un disco con porosidad igual a 0.34 , resultados experimentales.	115
Ilustración 6.19. Diagrama de Pareto de efectos estandarizados para el coeficiente de potencia.	116
Ilustración 6.20. Coeficientes de potencia normalizados en un arreglo en serie de discos porosos en un canal experimental, con una relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y distintos números de Froude.	118
Ilustración 6.21. Mapas de velocidad en planos transversales para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm. La ubicación de los planos es: $x/D = 6$ aguas arriba del disco y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo.	119
Ilustración 6.22. Malla estructurada utilizada para modelar un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.	119

Ilustración 6.23. Mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.	120
Ilustración 6.24. Recuperación de la velocidad para $x/D = 3$ y 12 aguas abajo del disco, al centro del canal. Para los tres modelos de turbulencia utilizados y un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.	120
Ilustración 6.25. Recuperación de la velocidad en $y/D = 1.15$ para los tres modelos de turbulencia utilizados y un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.	121
Ilustración 6.26. Recuperación de la velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco al centro del canal. Para el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST y un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.	121
Ilustración 6.27. Comparación de u_c/u_0 entre los resultados experimentales y los del modelo numérico para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm utilizando el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.	122
Ilustración 6.28. Mapas de velocidad en planos transversales para un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm. La ubicación de los planos es: $x/D = 6$ aguas arriba del disco y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo.	123
Ilustración 6.29. Malla estructurada utilizada para modelar un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm.	123
Ilustración 6.30. Mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm.	124
Ilustración 6.31. Recuperación de la velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco al centro del canal. Para el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST y un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm.	124
Ilustración 6.32. Comparación de u_c/u_0 entre los resultados experimentales y los del modelo numérico para un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm, utilizando el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.	125
Ilustración 6.33. Mapas de velocidad en planos transversales para un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm. La ubicación de los planos es: $x/D = 6$ aguas arriba del disco y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo.	126
Ilustración 6.34. Malla estructurada utilizada para modelar un disco poroso de 136 mm de diámetro.	126
Ilustración 6.35. Mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm.	127
Ilustración 6.36. Recuperación de la velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco al centro del canal. Para el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST y un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm.	127
Ilustración 6.37. Comparación de u_c/u_0 entre los resultados experimentales y los del modelo numérico para un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm utilizando el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.	128
Ilustración 6.38. Coeficiente de arrastre en discos porosos con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales y CFD.	131
Ilustración 6.39. Coeficiente de potencia en discos porosos con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales y CFD.	131
Ilustración 6.40. Coeficiente de potencia en discos porosos con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales y Teoría 1-D para el $C_{pmáx}$	132
Ilustración 9.1. Tubo de corriente formado por el disco actuador (Kreith & Krumdieck, 2014).	137
Ilustración 9.2. Representación de una sola turbina en un canal (Garrett & Cummins, 2007).	139
Ilustración 9.3. Aproximación bi-dimensional del flujo que pasa en una turbina de marea (Whelan et al., 2009).	145

Ilustración 9.4. (a) Método de selección de la raíz para el caso $Fr = 0.14$ y $B = 0.64$. **(b)** El efecto de la relación de bloqueo en la potencia para $Fr = 0.22$: *- denota máxima en $Fr = 0.22$; -o- denota máxima en $Fr = 0$ (Whelan et al., 2009).147

Ilustración 9.5. Representación de una turbina en un canal abierto (Houlsby et al., 2008).148

NOMENCLATURA

a : Factor de inducción axial

\vec{a} : Vector en la dirección de la fuerza de arrastre

A : Área de sección transversal de la turbina/disco [m^2]

A_c : Área hidráulica del canal aguas arriba de la turbina/disco [m^2]

A_h : Área hidráulica del canal [m^2]

A_i : Área en la sección i [m^2]

b : Ancho de la plantilla del canal [m]

B : Relación de bloqueo en el canal A/A_c

B_i : Relación de bloqueo en el canal para distintos valores i

B' : Coeficiente de la ley de distribución de velocidades para canales rugosos muy anchos

C_p : Coeficiente de potencia

C_{p1} : Coeficiente de potencia de la turbina/disco ubicada en la fila 1

$C_{p\text{máx}}$: Coeficiente de potencia máximo

$C_{p\text{Betz}}$: Coeficiente de potencia para el límite de Betz

C_T : Coeficiente de empuje

$C_{T,C_{p\text{máx}}}$: Coeficiente de empuje correspondiente al coeficiente de potencia máximo

d : Operador derivada

D : Diámetro de la turbina/disco [m]

D_i : Diámetro de la turbina/disco para distintos valores i [m]

f : Frecuencia [Hz]

F : Fuerza de empuje [N]

F_a : Componente de la fuerza total [N]

\vec{F}_p : Vector de la fuerza de presión [N]

\vec{F}_v : Vector de la fuerza viscosa [N]

F_{x_i} : Componentes de las fuerzas de cuerpo por unidad de volumen en las direcciones x, y, z , es decir, F_x, F_y y F_z respectivamente [N/m^3]

F_1 y F_2 : Fuerza de empuje en las secciones 1 y 2 respectivamente [N]

F_i : Empuje hidrodinámico en la dirección x para el i -ésimo valor de la serie de tiempo [N]

F_i : Fuerzas de cuerpo externas por unidad de volumen [N/m^3]

F_j : Empuje hidrodinámico medio en la dirección x para el j -ésimo valor de la serie de tiempo parcial [N]

F_f Empuje hidrodinámico medio en la dirección x para la serie de tiempo total [N]

Fr : Número de Froude

Fr_i : Número de Froude para distintos valores i

g : Constante de aceleración de la gravedad [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$]

h : Tirante en el canal [m]

h_i : Tirante en el canal en la ubicación i [m]

h_{min} : Tirante mínimo [m]

$h_{máx}$: Tirante máximo [m]

h_t : Distancia mínima del fondo del canal a la punta de la pala [m]

Δh : Altura de la caída de la superficie libre [m]

i, j, k, l, m, n : Índices para las variables, o los tensores

$I. T$: Intensidad de turbulencia [%]

k_s : Rugosidad equivalente [m]

K : Coeficiente que relaciona la caída de presión a través del disco con la velocidad en la ubicación de disco.

\dot{m} : Flujo másico [kg/s]

n : Número total de mediciones

n : Coeficiente de Manning

p : Presión [Pa]

p_i : Presión en la ubicación i [Pa]

p : p-valor

Δp : Caída de presión [Pa]

\bar{p} : Promediado de la presión [Pa]
 p' : Fluctuación de la presión [Pa]
 p_a : Presión atmosférica [Pa]
 P : Potencia hidráulica en la turbina [W]
 P_m : Perímetro mojado del canal [m]
 P_{max} : Potencia hidráulica máxima [W]
 P_{ref} : Potencia hidráulica de referencia de la turbina [W]
 P_W : Pérdida de potencia hidráulica en el mezclado [W]
 P_0 : Potencia hidráulica disponible en el flujo [W]
 q_i : Flujo volumétrico a través de la sección i [m^3/s]
 Q : Gasto [m^3/s]
 Q_i : Gasto para distintos valores i [m^3/s]
 r : Coordenada espacial
 s_0 : Pendiente de la plantilla del canal
 $S_{u'_l u'_m}$: Tensor de densidades espectrales de energía entre u'_l, u'_m [m^3/s^2]
 R : Radio de la turbina [m]
 R_{ij} : Tensor de correlaciones entre u'_i y u'_j
 Rh : Radio hidráulico del canal [m]
 Re : Número de Reynolds
 T : Torque o par de giro [$N \cdot m$]
 t : Coordenada temporal
 \mathbf{u} : Vector velocidad [m/s]
 \bar{u}_i : Velocidad promediada en la serie de tiempo en los sentidos x, y, z para $i = 1, 2, 3$ respectivamente, es decir, $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$, [m/s]
 u_i : Velocidad instantánea en los sentidos x, y, z para $i = 1, 2, 3$ respectivamente, es decir, u, v, w [m/s]
 u'_i : Velocidad fluctuante en los sentidos x, y, z para $i = 1, 2, 3$ respectivamente, es decir, u', v', w' [m/s]

u_0 : Velocidad media del flujo no perturbada aguas arriba de la turbina/disco en la dirección longitudinal [m/s]

u_{0i} : Velocidad media del flujo no perturbada aguas arriba de la turbina/disco en la dirección longitudinal para distintos valores i [m/s]

u_1 : Velocidad media del flujo en la ubicación de la turbina en la dirección longitudinal [m/s]

u_3 : Velocidad media del flujo en la estela del tubo de corriente aguas abajo de la ubicación de la turbina/disco en la dirección longitudinal [m/s]

u_4 : Velocidad media del flujo fuera de la estela del tubo de corriente (bypass) aguas abajo de la ubicación de la turbina/disco en la dirección longitudinal [m/s]

u_{def} : Déficit de velocidad

u_c : Velocidad en la dirección longitudinal, al centro de la turbina [m/s]

\bar{U} : Velocidad media en el canal [m/s]

U : Velocidad media del perfil de velocidades vertical [m/s]

v : Velocidad del flujo en la posición y [m/s]

v^* : Velocidad de fricción [m/s]

$X(j)_{lm}$: Tensor de señales discretas de entrada

x : Eje coordenado horizontal

y : Eje coordenado vertical

$Y(k)_{lm}$: Tensor de coeficientes complejos de Fourier

Z : Distancia horizontal para indicar el talud de las paredes del canal [m]

z : Eje coordenado perpendicular a los ejes x, y

α : Constante que relaciona la velocidad u_3 con la velocidad u_0

α : Nivel de significancia estadística

α_1 : Fracción de volumen del aire

α_2 : Fracción de volumen del agua

β : Constante que relaciona la velocidad u_1 con la velocidad u_0

Γ : Volumen de control

η : Eficiencia de la turbina

λ : Velocidad específica

μ : Viscosidad dinámica del fluido [kg/(m · s)]
 μ_1 : Viscosidad dinámica del aire [kg/(m · s)]
 μ_2 : Viscosidad dinámica del agua [kg/(m · s)]
 θ : Porosidad del disco
 ρ : Densidad del fluido [kg/m³]
 ρ_1 : Densidad del aire [kg/m³]
 ρ_2 : Densidad del agua [kg/m³]
 τ : Incremento del tiempo [s]
 τ : Constante que relaciona la velocidad u_4 con la velocidad u_0
 τ_{turb} : Esfuerzo turbulento aparente [N/m²]
 τ'_{turb} : Esfuerzo turbulento fluctuante aparente [N/m²]
 ν : Viscosidad cinemática del agua [m²/s]
 Ω : Velocidad de rotación de las palas [s⁻¹]
 $\bar{\Omega}$: Vorticidad [s⁻¹]
 $\bar{\Omega}_x$: Vorticidad en x [s⁻¹]
 ω_n : Frecuencia angular fundamental [rad/s]
 $\langle \cdot \rangle$: Promediado de Reynolds [m²/s²]
 ∇ : Operador Nabla
 ∂ : Derivada parcial

De la presente investigación doctoral se derivó la siguiente publicación:

Martínez-Reyes, J., & García-Villanueva, N. H. (2020). Efectos de la relación de bloqueo por turbinas hidrocínéticas para el aprovechamiento energético en canales de riego / Effects of the blockage ratio due to hydrokinetic turbines for producing energy in irrigation channels. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 11(3) 190-235. ISSN 2007-2422.

Debido a ello, algunas de las ideas, figuras, tablas, gráficos, resultados y conclusiones presentadas en este documento, ya fueron publicadas con anterioridad en la citada publicación.

1. RESUMEN

Para el desarrollo e implementación de turbinas hidrocínicas especialmente diseñadas para la producción de energía en canales, se requiere contar con herramientas que permitan establecer criterios para transformar de manera eficaz la energía hidráulica en eléctrica. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es proporcionar criterios para la selección del tamaño y la ubicación de turbinas hidrocínicas que permitan maximizar la potencia hidráulica extraíble en canales de riego, sin poner en riesgo el funcionamiento hidráulico de los mismos.

Utilizando algunos criterios para el diseño de canales de riego en México, se identificó en cuáles canales se pueden encontrar velocidades medias mayores a 0.60 m/s y se determinó que se requiere un tirante mínimo aproximado de 0.85 m y gastos mayores a 1.10 m³/s. Así mismo, se identificaron tres zonas para la ubicación de turbinas hidrocínicas: 1) Desde el fondo del canal a 0.15 veces el tirante, no se recomienda instalar las turbinas; 2) De 0.15 a 0.40 veces el tirante, es recomendable instalar las turbinas; 3) De 0.4 a 1.0 veces el tirante, se considera una zona óptima para la instalación de las turbinas. Ver sección 4.1.

Se construyeron nomogramas para el cálculo del coeficiente de potencia máximo $C_{pmáx}$ y también para el cálculo de la sobreelevación Δh generada en el canal debido a la incorporación de turbinas hidrocínicas, ambos valores en función de la relación de bloqueo B y del número de Froude Fr , para ello se utilizó la metodología propuesta por (Houlsby, Draper, & Oldfield, 2008). Ver sección 4.2.

Para analizar el efecto que tiene la relación de bloqueo en el rendimiento de las turbinas hidrocínicas, la recuperación de la velocidad y los valores de intensidad de turbulencia, se utilizaron discos porosos para simular turbinas. Para ello se implementó un dispositivo experimental con el cual se midió el empuje sobre los discos y con la finalidad de caracterizar el desarrollo de la estela lejana se midieron las componentes de velocidad instantánea a distintas separaciones aguas abajo de la ubicación de los discos. Los resultados obtenidos se compararon con los de un modelo numérico unidimensional y los de un modelo de dinámica de fluidos computacional (CFD). Ver secciones 5 y 6.

Como complemento para el presente estudio y con la finalidad de mostrar el efecto que tiene la introducción de un disco poroso en la disipación de energía turbulenta, se elaboró un análisis espectral de las mediciones entre el flujo de ingreso al canal y el flujo que pasa a través del disco poroso. Se encontró que en la componente $S_{u_1 u_1}$ del tensor de densidades espectrales de energía, para la condición de baja frecuencia, existe una disminución en la energía turbulenta por efecto de la presencia del disco poroso. Ver sección 5.1.10

Al llevar a cabo el estudio experimental se analizaron tres relaciones de bloqueo distintas, variando el número de Froude y manteniendo fijos el tirante y la geometría del canal. Bajo estas condiciones se empleó un velocímetro acústico Doppler (ADV) para obtener las componentes de la velocidad instantánea y con ello caracterizar el comportamiento del flujo, y para medir el empuje hidrodinámico sobre los discos se utilizó una celda de carga.

Entre los principales resultados se tiene que en aproximadamente 12 diámetros aguas abajo del disco, la velocidad dentro de la estela lejana presenta una recuperación del 90%, independientemente de los números de Froude y relaciones de bloqueo analizados. A esa distancia, los valores de intensidad de turbulencia encontrados fueron cercanos al 8%, mientras que el valor de la intensidad de turbulencia media en la sección del canal antes de colocar los discos porosos fue del 5.7%.

Comparando los coeficientes de arrastre obtenidos en las pruebas experimentales con los obtenidos en las modelaciones numéricas en CFD, se obtuvieron diferencias máximas de aproximadamente el 2%.

Los coeficientes de potencia obtenidos para las distintas relaciones de bloqueo y números de Froude presentan un incremento máximo de 59% entre la relación de bloqueo más baja $B_1 = 0.090$ y la más alta $B_3 = 0.197$. Las diferencias entre los coeficientes de potencia de las pruebas experimentales y de los máximos obtenidos con la teoría unidimensional, se ubican entre 20% y 27% para el caso de $B_1 = 0.090$, entre 4% y 9% para $B_2 = 0.156$ y entre 1% y 4% para $B_3 = 0.197$. Se observó que con una relación de bloqueo del orden de 0.20, los valores del coeficiente de potencia se asemejan a los máximos esperados de acuerdo con la teoría unidimensional propuesta por Houlby *et al.* (2008), y que con valores inferiores a 0.10, de esta relación de bloqueo, dicho coeficiente cae entre un 20% y 27% con respecto al máximo teóricamente esperado. Tanto con las pruebas experimentales, como con la teoría unidimensional y con el modelo de dinámica de fluidos computacional, se observan diferencias poco relevantes en el cálculo del coeficiente de potencia, al utilizar distintos números de Froude.

Como conclusión principal, se proporcionaron criterios para la selección y ubicación de turbinas hidrocínicas en canales. Para ello se ha tomado en cuenta el efecto que genera la relación de bloqueo en el rendimiento de turbinas, el desarrollo de la estela lejana aguas abajo y el funcionamiento hidráulico de canales.

2. COMPONENTES DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

2.1. Introducción

La hidrogenación de energía en canales de riego pertenece al grupo de las nombradas Energías Renovables no Convencionales (ERNC) y presenta ciertas ventajas respecto a las fuentes de energía convencional como son: costo relativamente bajo, producción limpia, bajo impacto ambiental, mayor eficiencia en el uso de los recursos hídricos de los distritos de riego (operación y automatización) y apoyo en la mejora de la producción agrícola. Tales ventajas conllevan a un beneficio social para los agricultores (Ministerio de Energía, 2010).

De acuerdo con Lomelí y Álvarez (2014), México cuenta con una amplia red de canales de riego, con una longitud total de 49,160 km de canales, donde el 47% de estos canales se encuentran revestidos. Del total de canales 12,643 km corresponden a canales principales y 36,517 km son canales secundarios. En cuanto a la capacidad de los canales en los distritos de riego, por ejemplo, Morales (2007) muestra datos de los caudales en canales principales del Estado de Sinaloa que van desde 1 m³/s a 135 m³/s. En dichos canales, la energía hidráulica asociada con la velocidad del flujo puede ser aprovechada para generar electricidad utilizando turbinas hidrocínéticas.

Las turbinas hidrocínéticas aprovechan en forma eficiente la carga de velocidad del flujo, a diferencia de las turbinas hidráulicas convencionales que aprovechan básicamente la energía potencial del mismo. Para la adecuada instalación de este tipo de turbinas no es necesario realizar grandes inversiones en obra civil, además, se tiene la ventaja de que este tipo de dispositivos hidrocínéticos pueden ubicarse en sitios cercanos al lugar donde se demande la energía, evitando con ello la instalación de grandes líneas de conducción eléctrica (Yuce & Muratoglu, 2015).

Los principios físicos del funcionamiento de las turbinas hidrocínéticas se basan y tienen su origen en los aplicados a las turbinas eólicas (Burman, 2009). Si bien esta tecnología es relativamente nueva, en la literatura especializada se identifican avances y distintos tipos de turbinas hidrocínéticas para la extracción de energía en corrientes marinas. Dichos principios físicos de funcionamiento y algunos arreglos estructurales básicos podrían utilizarse y adaptarse para la generación de energía eléctrica en canales de riego.

Para determinar la potencia máxima teóricamente aprovechable por turbinas hidrocínéticas en canales se han desarrollado diversas metodologías de cálculo que utilizan el concepto del disco actuador para emular los efectos de bloqueo que producen las turbinas (el bloqueo o relación de bloqueo indica la relación entre el área del rotor de la turbina y el área hidráulica de la sección transversal del canal). Entre las metodologías más relevantes se encuentran las propuestas por Garrett y Cummins (2007); Houlby *et al.* (2008) y Whelan, Graham, y Peiró (2009), donde Houlby *et al.* (2008) proponen el modelo más completo, dicho modelo permite utilizar elevados números de Froude y toma en cuenta el incremento en el tirante aguas arriba del disco. Estos autores afirman que si se consideran los efectos de bloqueo de las turbinas y las fronteras del canal cercanas (flujo restringido), el coeficiente de potencia obtenido puede superar el límite de Betz, que es $C_{pBetz} = 0.593$ (Burton, Jenkins, Sharpe, & Bossanyi, 2011), es decir, se supera el límite máximo de la potencia

aprovechable de turbinas sin flujo restringido o con fronteras lejanas. En los resultados experimentales del presente estudio, utilizando discos porosos para simular turbinas hidrocínéticas, se obtuvieron coeficientes de potencia que van desde un valor de $C_p = 0.569$ para la relación de bloqueo más baja, hasta un valor de $C_p = 0.977$ para la relación de bloqueo más alta.

Chime y Malte (2014) realizaron estudios acerca de la influencia de la relación de bloqueo en el rendimiento de turbinas y en el desarrollo de la estela lejana utilizando modelos de dinámica de fluidos computacional CFD. Otros autores realizaron pruebas en canales experimentales con arreglos de discos porosos y con vallas rectangulares colocados en forma transversal dentro del canal, como es el caso de los estudios hechos por Myers y Bahaj (2012). Sin embargo, dentro de la literatura especializada, no se han encontrado estudios experimentales donde se utilice un solo disco poroso independiente que represente una turbina en un canal, donde se calcule la potencia aprovechable y además se describa el comportamiento de la estela lejana aguas abajo de turbinas hidrocínéticas con distintos escenarios de bloqueo, a excepción de la publicación realizada por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020), que se derivó de la presente investigación doctoral.

En este estudio se identificaron tres zonas para la ubicación de turbinas hidrocínéticas en la dirección vertical (óptima, recomendable y no recomendable), además se calculan los tirantes y gastos mínimos que deben tener los canales más comunes, a fin de que en ellos se presenten velocidades medias mayores a 0.60 m/s. También se construyeron nomogramas para el cálculo del coeficiente de potencia máximo $C_{p\text{máx}}$ y para el cálculo de la sobreelevación Δh generada en el canal.

Adicionalmente se analiza y cuantifica el efecto que tiene la relación de bloqueo generada por turbinas hidrocínéticas en la potencia hidráulica aprovechable en un canal. Para lo cual, se comparan los resultados experimentales utilizando discos porosos con los obtenidos mediante un modelo numérico unidimensional para el cálculo de la potencia máxima aprovechable. También, se analizaron las curvas de recuperación de la velocidad y las curvas de intensidad de turbulencia, para ello se caracterizó la forma en que se desarrolla la estela que se produce hacia aguas abajo. Como complemento, con los resultados experimentales se valida un modelo de dinámica de fluidos computacional (CFD). Lo anterior ha permitido contar con herramientas para el adecuado aprovechamiento del potencial energético en canales (en particular canales de riego) mediante el uso de turbinas hidrocínéticas, facilitando tanto la selección de las dimensiones como la ubicación óptima de las turbinas, y en los casos de interés, determinar la distancia mínima de separación de una turbina respecto a otra al ser colocadas en serie.

2.2. Planteamiento del problema

En diversos procesos de tecnificación hidroagrícola, así como en la operación y automatización de los canales de riego, se requiere suministrar energía eléctrica, ya sea para operar equipos electromecánicos, o bien para abastecer equipo electrónico. Una alternativa para tal caso es aprovechar la carga de velocidad contenida en el agua mediante

el uso de turbinas hidrocínéticas, sin necesidad de construir grandes obras de infraestructura.

El estudio para la generación de energía hidroeléctrica en canales de riego debe ser abordado desde una perspectiva integral, que abarque, entre otros aspectos:

- La selección adecuada del tipo de turbina y de obra civil requerida.
- Las afectaciones que tiene la introducción de la turbina en los canales de riego.
- El potencial de aprovechamiento de la energía generada para automatizar y mejorar la operación de los canales.

En consecuencia, es necesario establecer criterios y recomendaciones que permitan seleccionar las dimensiones y características de las turbinas que pueden ser instaladas y su adecuada ubicación, tanto en la sección del canal como a lo largo del mismo, con el fin de garantizar una mejor eficiencia de la turbina sin poner en riesgo el funcionamiento hidráulico del canal.

2.3. Justificación

Para la implementación de turbinas hidrocínéticas con fines de producción de energía en canales de riego, se requiere contar con criterios de selección y ubicación de turbinas basados en la máxima eficiencia de conversión energética y mínima afectación en el funcionamiento hidráulico del canal. Bajo este contexto, con el presente estudio de investigación se aborda este reto tecnológico.

2.4. Hipótesis

Se puede aprovechar el incremento en la relación de bloqueo en canales de riego para aumentar la potencia aprovechable de las turbinas hidrocínéticas, esto sin poner en riesgo el funcionamiento adecuado de los canales. Además, la recuperación de la velocidad y los valores de intensidad de turbulencia en la estela lejana de la turbina son independientes de la relación de bloqueo.

2.5. Objetivo general

Proporcionar criterios para la selección del tamaño y la ubicación de turbinas hidrocínéticas que permitan maximizar la potencia hidráulica extraíble en canales de riego, sin afectar el funcionamiento hidráulico de los mismos. De acuerdo con la literatura especializada este tema se identifica como un campo de oportunidad para la generación de energía a pequeña escala, y de manera particular para atender la demanda energética requerida para la operación de canales.

2.6. Objetivos particulares

El desarrollo del trabajo de investigación doctoral se centró en siete aspectos fundamentales:

1. Implementar un dispositivo experimental para analizar el comportamiento del flujo ante la presencia de turbinas hidrocínéticas y la potencia máxima extraíble.
2. Caracterizar el flujo en un canal experimental y en un modelo de dinámica de fluidos computacional, utilizando discos porosos para simular turbinas.
3. Determinar la influencia de la relación de bloqueo sobre el rendimiento de turbinas y en la recuperación de la estela lejana en un canal experimental.
4. Determinar qué zonas son adecuadas para la ubicación de la turbina a lo largo de los ejes vertical y horizontal del canal, donde se garantice que el rendimiento de la turbina no se vea afectado significativamente.
5. Analizar el rendimiento de turbinas hidrocínéticas colocadas en serie dentro de un canal experimental.
6. Elaborar nomogramas para el cálculo del coeficiente de potencia máximo y para determinar la sobreelevación del tirante aguas arriba con turbinas hidrocínéticas en canales con distintas relaciones de bloqueo y números de Froude.
7. Comparar los resultados experimentales con los de un modelo numérico (1-D) que mejor se adapte para el cálculo de la potencia máxima extraíble mediante turbinas hidrocínéticas.

2.7. Aportación al estado del conocimiento

No obstante que en la literatura especializada se encuentra un gran acervo bibliográfico referente a la generación de energía eléctrica mediante la transformación de la energía disponible en los fluidos en movimiento, ya sean aire o agua (energía eólica, mareomotriz, undimotriz, hidrocínética, etc.); es de reconocer que se requiere de una mejor comprensión acerca del aprovechamiento del potencial energético con turbinas hidrocínéticas en canales (Gunawan, Roberts, & Neary, 2015; Yuce & Muratoglu, 2015), lo que deja un espacio de oportunidad para el desarrollo de tecnología adecuada para la generación de energía hidroeléctrica a través de este tipo de turbinas. Bajo este marco de referencia se plantea establecer criterios y recomendaciones para la aplicación y selección de turbinas hidrocínéticas con la finalidad de generar energía eléctrica para la automatización de estructuras de control, o para instalar pequeños sistemas de bombeo en canales de riego; lo anterior siguiendo la pauta de máxima eficiencia de conversión de energía y garantizando que su implantación no afecte o comprometa el funcionamiento hidráulico de dichos canales.

3. ESTADO DEL ARTE

3.1. Aspectos generales de las turbinas hidrocinéticas

3.1.1. Tipos de turbinas hidrocinéticas

Para aprovechar la energía cinética del agua en movimiento, se han desarrollado diversos dispositivos como son: rotores, perfiles hidrodinámicos oscilantes, tornillo de Arquímedes, entre otros, nombrados turbinas hidrocinéticas. Sin embargo, los dispositivos más eficientes son los que aprovechan la fuerza de sustentación generada por un dispositivo moviéndose en una trayectoria orbital (South, Mitchell, & Jacobs, 1983), el cual transforma la energía cinética del agua en energía mecánica y a través de un rotor conectado a un generador es capaz de generar electricidad.

Las turbinas hidrocinéticas funcionan de forma similar a los dispositivos desarrollados para la industria eólica (Burman, 2009), siendo los conceptos de turbina hidrocinética más exitosos los que ocupan rotores de eje horizontal, eje vertical y de centro abierto (Sornes, 2010).

Una clasificación general de las turbinas hidrocinéticas es de acuerdo con el arreglo físico de sus rotores (Ilustración 3.1).

- Rotor de eje horizontal: El rotor se dispone en forma paralela a la dirección del flujo.
- Rotor de eje vertical: El rotor se dispone en forma cruzada a la dirección del flujo.

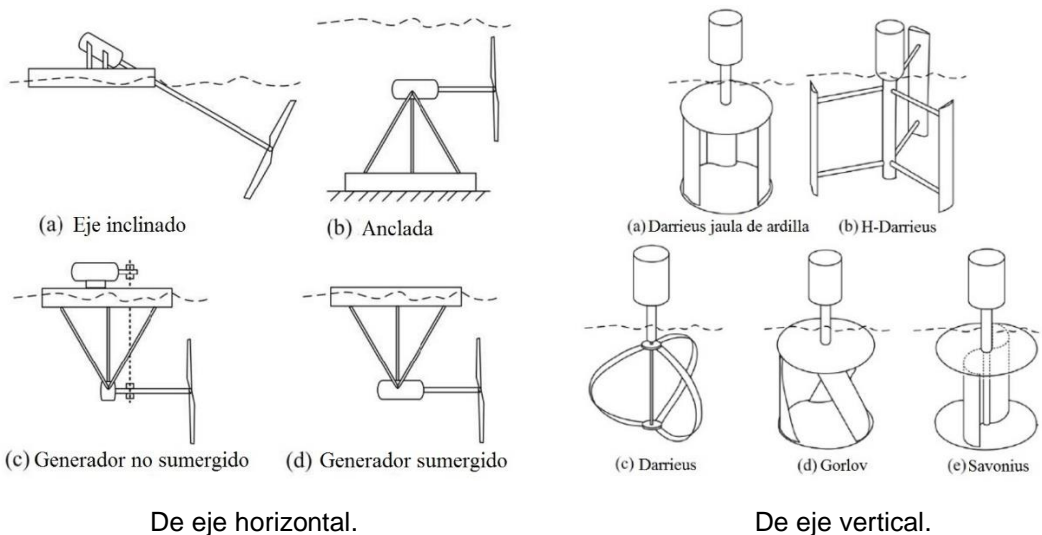


Ilustración 3.1. Clasificación general de las turbinas hidrocinéticas (Khan, Bhuyan, Iqbal, & Quaicoe, 2009).

Existen diversas configuraciones de turbinas hidrocínicas con eje de giro. En la Ilustración 3.2 se muestran algunos ejemplos de este tipo de dispositivos.



a) De centro abierto.



b) Eje horizontal con difusor.



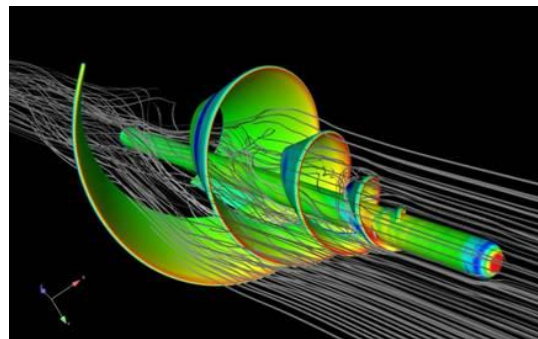
c) Eje vertical helicoidal (Turbina Gorlov).



d) Tornillo sin fin eje horizontal.



e) Turbina de río, eje horizontal.



f) Pax rotor de eje horizontal.

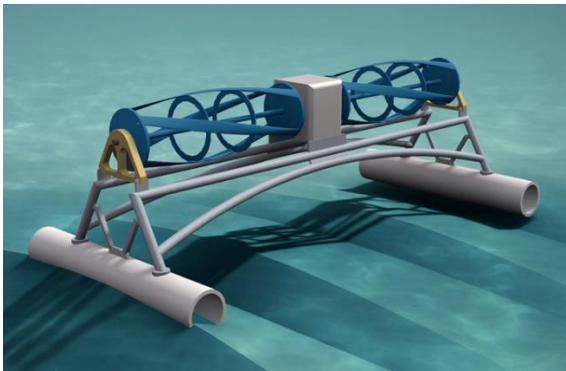
Ilustración 3.2. Turbinas hidrocínicas aplicables a ríos o canales.



g) Turbina Garman (Eje inclinado).



h) Eje horizontal (canal con alta velocidad de flujo).



i) Eje horizontal, transversal al flujo.



j) Eje horizontal de 3 palas.

Ilustración 3.2. Turbinas hidrocínéticas aplicables a ríos o canales. (Continuación).

3.1.2. Tendencias de aplicación de las turbinas hidrocínéticas

3.1.2.1. En ríos y canales

El uso de turbinas hidrocínéticas en ríos y canales se sustenta en la idea de aprovechar la carga de velocidad que contiene el agua sin necesidad de la construcción de una represa o dique, teniendo como condiciones hidráulicas un caudal elevado y una pendiente ligera. La aplicación de estas turbinas se encuentra en fase de investigación y desarrollo. Un ejemplo de este tipo de turbinas se muestra en la Ilustración 3.3 e Ilustración 3.4 (Robaldi, 2011).



Ilustración 3.3. Turbina hidrocínética comercial instalada en el río Mississippi, E.U.A.



Ilustración 3.4. Prototipo de turbina hidrocínética desarrollada por Hydrovolts.

3.1.2.2. En corrientes marinas

El interés de extracción de energía de las corrientes marinas se debe a que las variables densidad del agua (que es aproximadamente 850 veces superior a la del aire) y velocidad del fluido (velocidades mayores a 5 m/s) toman mayor importancia en la generación eléctrica (Robaldi, 2011). En la Ilustración 3.5 se muestra una turbina del tipo Seagen utilizada para generar energía en corrientes marinas y en la Ilustración 3.6 se muestra una comparativa entre las dimensiones de una turbina eólica y una turbina de corriente marina, ambas para obtener 1MW de potencia.



Ilustración 3.5. Turbina hidrocínética tipo Seagen.

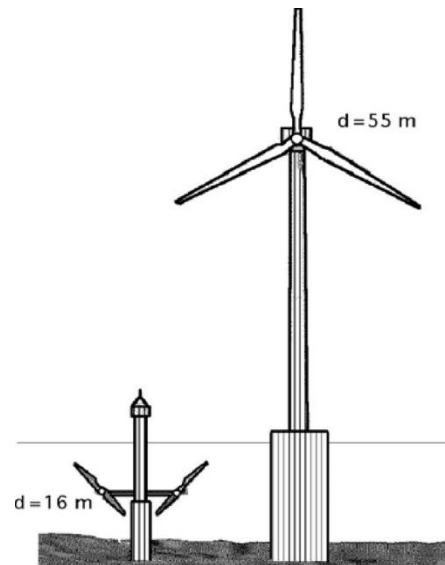


Ilustración 3.6. Comparación entre un aerogenerador eólico y una turbina de corrientes marinas para obtener 1 MW.

En general, las turbinas para las corrientes marinas suponen una tecnología relativamente nueva de donde se puede extraer gran cantidad de energía.

3.1.3. Potencia en turbinas hidrocínéticas

La potencia disponible en el flujo P_0 para una turbina con un área de sección transversal A colocada en forma perpendicular al flujo en movimiento, con velocidad u_0 y densidad ρ esta dada por la ecuación (Bryden & Melville, 2004):

$$P_0 = \frac{1}{2} \rho \int_A (u_0^3 dA) \quad 1$$

Si se utiliza la velocidad media del flujo que pasa a través del área de barrido perpendicular al flujo de un dispositivo de conversión energética (Bryden & Melville, 2004), la ecuación 1 se simplifica en:

$$P_0 = \frac{1}{2} \rho A u_0^3 \quad 2$$

Debido a que un dispositivo hidrocínético no puede convertir en su totalidad la energía disponible en el flujo, ya que existen pérdidas, entonces se introduce el término coeficiente de potencia C_p . El coeficiente de potencia es un porcentaje del total de la potencia del flujo que el dispositivo puede convertir de energía cinética del flujo a energía mecánica, por lo que la ecuación 2 queda expresada de la forma (Burton *et al.*, 2011):

$$P = \frac{1}{2} C_p \rho A u_0^3 \quad 3$$

Combinando 2 y 3 se tiene que

$$C_p = \frac{P}{P_0} \quad 4$$

El coeficiente de potencia C_p toma en cuenta la eficiencia de la propia turbina y también las pérdidas de energía debidas a la teoría de Lanchester-Betz y a los mecanismos internos de dicho dispositivo. El límite de Lanchester-Betz señala que, para una turbina sin fronteras de flujo cercanas, el coeficiente de potencia máximo alcanzable es $C_p = 16/27$ o 59.3% (Burton *et al.*, 2011).

La energía cinética del flujo es convertida en energía mecánica por las turbinas a través del aprovechamiento de las fuerzas de sustentación y/o arrastre. La aplicación de estas fuerzas de sustentación/arrastre con el brazo de palanca de la turbina R genera un par de giro T . De forma semejante a la ecuación 3, la potencia generada por una turbina también puede calcularse utilizando la velocidad angular Ω y el torque generado T (Burton *et al.*, 2011).

$$P = T\Omega$$

5

De la ecuación 5 puede notarse que la potencia extraída por la turbina P , es una función tanto de T como de Ω . Por lo tanto, a fin de encontrar el valor máximo del coeficiente de potencia C_p de una turbina, esta debe someterse a pruebas para variar T y Ω . Un parámetro creado para realizar dichas pruebas es la relación de velocidad específica de la turbina ($\lambda = TSR$). La velocidad angular Ω de una turbina con radio R se puede expresar como un valor relativo a la velocidad del flujo u_0 a través del valor adimensional λ (véase la ecuación 6). Graficando C_p vs TSR es posible visualizar el valor máximo de C_p y su correspondiente valor de TSR , esto en condiciones óptimas de operación de la turbina con el fin de producir la máxima eficiencia, como se observa en la Ilustración 3.7 (Kreith & Krumdieck, 2014).

$$TSR = \lambda = \frac{R\Omega}{u_0}$$

6

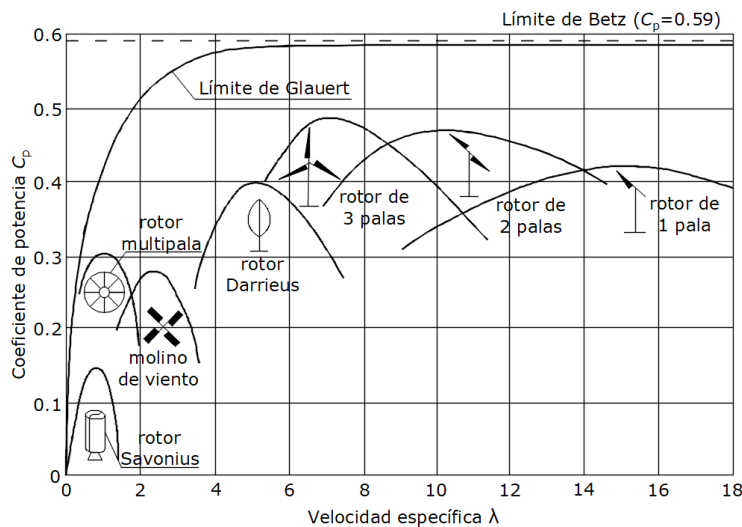


Ilustración 3.7. Coeficiente de potencia en función de la velocidad específica λ (Hau, 2013).

3.2. Condiciones básicas para la selección de turbinas hidrocinéticas

Las turbinas hidrocinéticas de flujo axial de tres palas presentan una mayor eficiencia de conversión de energía cinética a mecánica con respecto a las de flujo transversal, con valores del coeficiente de potencia C_p cercanos a 0.50 en condiciones óptimas de funcionamiento, como se observa en la Ilustración 3.7.

De acuerdo con Ramírez y Escobar (2002), los modelos de turbina de río que han sido probados en campo pueden operar con velocidades medias entre 0.60 m/s y 1.50 m/s. A su vez, Garman (1986) analiza el uso de turbinas con velocidades de 0.8 m/s a 1.50 m/s, mencionando que con velocidades menores que 0.8 m/s se debe justificar económicamente

su aplicación. Esto nos da información de los rangos de velocidades en los cuales sería posible operar las turbinas hidrocínéticas en canales.

En la selección del tipo adecuado de turbina hidrocínética para ser utilizada en canales, un aspecto importante a tomar en cuenta es la construcción mínima de obra civil para que la turbina funcione en forma correcta.

Se recomienda la utilización de turbinas de flujo axial con eje inclinado para la generación de energía eléctrica en canales, debido a que se puede obtener mayor cantidad de energía por unidad de área respecto a las de flujo transversal. Los elementos electromecánicos y los rodamientos se ubican externos al agua, lo que elimina el uso de empaques hidráulicos que representarían una manufactura más elaborada aumentando los costos de construcción. Tienen mayor velocidad de rotación en el eje en comparación con las de eje transversal, lo que permite utilizar multiplicadores de velocidad más sencillos (ver Tabla 3.1). Otra de las ventajas, no menos importante, es que se comportan adecuadamente ante paso de desechos, como lo pueden ser ramas pequeñas o maleza que pueden limitar el giro de la turbina. Aunque tienen la desventaja de contar con un bajo par de arranque, debiéndose instalar mecanismos auxiliares para tal fin, o realizar el arranque manualmente.

Tabla 3.1. Características de operación de algunas turbinas hidrocinéticas ordenadas de acuerdo a su posible aplicación en canales de riego (Garman, 1986).

	Tipo de rotor	Economía de los materiales	Velocidad de salida	Facilidad de construcción	Apropiado para ríos superficiales	Posición de los rodamientos	Capacidad para evitar desechos	Comentarios
1	Propulsor de eje inclinado	Económica	Buena	Fácil	Apropiado	Buena	Buena	Actualmente este rotor es la mejor elección para máquinas con potencia en el eje menores a 1 kW
2	Propulsor de eje horizontal	Económica	Muy buena	Fácil	No tan apropiado	No recomendable	Muy buena	No aprobado por el ITDG* debido a la anticipación de problemas en el rodamiento de las pruebas de los ejes horizontales Darrieus
3	Darrieus eje vertical	Accesible	Medianamente buena	Difícil	Apropiado	Buena	Buena	Conveniente para máquinas más grandes por encima de 1 kW de potencia del eje
4	Darrieus eje horizontal	Medianamente económica	Ideal	Medianamente difícil	Apropiado	No recomendable	Muy buena	Problemas de rodamiento y de potencia detuvieron el desarrollo de este rotor
5	Rueda hidráulica flotante	Muy cara	Muy baja	Muy fácil	Muy apropiado	Excelente	Muy mala	Gran cantidad de materiales usados para una potencia de salida comparable, no probado por ITDG*

*Intermediate Technology Development Group

3.3. Cálculo del coeficiente de potencia de turbinas hidrocinéticas instaladas en un canal abierto

La teoría unidimensional predice la máxima potencia útil que se puede extraer del flujo utilizando las leyes de conservación de masa, energía y cantidad de movimiento. Lanchester-Betz encontraron que un rotor ideal es capaz de extraer hasta 59% de la potencia cinética de entrada del flujo utilizando el análisis de tubo de corriente (Kreith & Krumdieck, 2014). Este análisis luego se aplica a las turbinas con fronteras cercanas en canales de marea por Garrett y Cummins (2007) para encontrar la eficiencia de una turbina. Un resultado de su trabajo fue que, para una velocidad dada aguas arriba, el factor de máxima eficiencia de Lanchester-Betz $16/27$ para una turbina en un medio infinito es incrementado por un factor $(1 - A/A_c)^{-2}$, para una turbina de área de sección transversal A en un canal de área de sección transversal A_c . Es decir, la potencia aumenta a medida que la relación de bloqueo $B = A/A_c$ aumenta.

Whelan *et al.* (2009) mejoran el análisis incluyendo los efectos de la proximidad de la superficie libre en el campo de flujo alrededor de las turbinas de corriente de mareas utilizando la teoría del disco actuador. Los resultados teóricos son presentados para una configuración de bloqueo, la cual tiene una matriz lineal que toma en cuenta la proximidad de la superficie libre y el fondo del mar. Dichos resultados teóricos son comparados con experimentos realizados en un canal abierto en el cual el campo de flujo se ha sustituido por un disco poroso y una valla que representan un alto bloqueo. Además, los resultados son comparados con mediciones más detalladas del rendimiento de un modelo de turbina de eje horizontal llevada a cabo en un túnel de viento (caso de no bloqueo). Esta teoría unidimensional sólo es válida para pequeños números de Froude y se encontró que existe un flujo subcrítico y otro supercrítico en la solución. También, el coeficiente de potencia de las turbinas depende de la velocidad del flujo de derivación, la velocidad a través de las turbinas, y la velocidad en el final de la región de expansión de la estela, normalizadas por la velocidad entrante del flujo. Por ejemplo, los autores muestran que para un número de Froude $Fr = 0.22$ el coeficiente de potencia máximo con una relación de bloqueo $B = 0.20$ tiene un valor cercano a $C_p = 0.95$ (Ilustración 3.8).

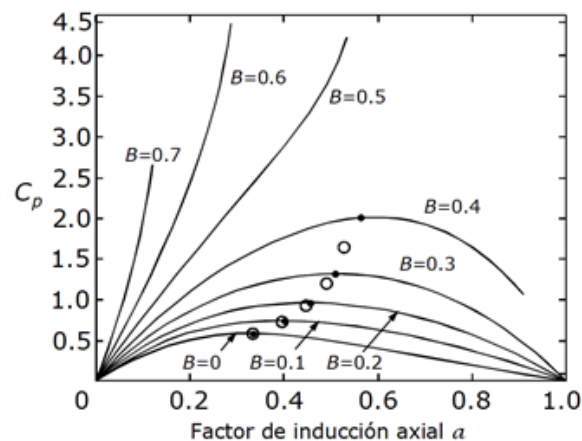


Ilustración 3.8. Efecto de la relación de bloqueo en la potencia para $Fr = 0.22$: *- denota máxima en $Fr = 0.22$; -o- denota máxima en $Fr = 0$ (Whelan *et al.*, 2009).

Posteriormente, Houlby *et al.* (2008) desarrollan un modelo unidimensional para determinar el coeficiente de potencia de una turbina en un canal abierto aplicando la teoría del disco actuador y mencionan que su modelo no tiene restricciones en la geometría de la matriz de turbinas o en el número Froude del flujo. A diferencia de la mayoría de las turbinas eólicas, las turbinas hidrocinéticas operarán en condiciones de bloqueo parcial, por ejemplo, en un canal donde el fondo y la superficie libre se encuentran cerca de la turbina. Mientras que la teoría clásica del disco actuador predice el coeficiente de potencia máximo para un rotor que opera en un flujo sin límites cercanos también conocido como el límite de Lanchester-Betz, se entiende que este límite podrá rebasarse por el funcionamiento de un rotor en condiciones de bloqueo (Schluntz & Willden, 2015).

Schluntz y Willden (2015) realizaron una investigación sobre el impacto de las condiciones locales de bloqueo en el rendimiento de las turbinas colocadas en vallas de marea y sus resultados confirman que el más alto coeficiente de potencia se consigue mediante el rotor diseñado para la condición de bloqueo correspondiente. Además, se muestra que con el fin de lograr la máxima eficiencia, los rotores diseñados para operar en alta relación de bloqueo local requieren mayor solidez y menor torsión que los rotores diseñados para la operación en flujo sin bloqueo. Por lo tanto, se sugiere que se anticipen las condiciones de operación con bloqueo, el cual debe ser considerado durante el proceso de diseño del rotor para tener un diseño óptimo del mismo.

3.4. Efecto de la extracción de energía mediante turbinas hidrocinéticas sobre la velocidad del flujo en canales

Bryden, Grinsted y Melville (2004) realizan un estudio para determinar el efecto de la extracción de energía en las propiedades del flujo en canales de marea. Los autores consideraron un canal de marea de ancho y fondo constante que une dos océanos infinitos. Al extraer energía y debido al principio de conservación de masa, se genera una reducción en la elevación de la superficie libre del agua que ocasiona un área hidráulica más pequeña aguas abajo del plano de extracción (ver Ilustración 3.9). Los autores analizaron dos escenarios, la extracción de 10% y 20% de la energía cinética en el canal. La extracción del 10% de energía resultó en un aumento del 3% en la velocidad media del flujo aguas abajo, mientras que la extracción del 20% condujo a un aumento del 6%.

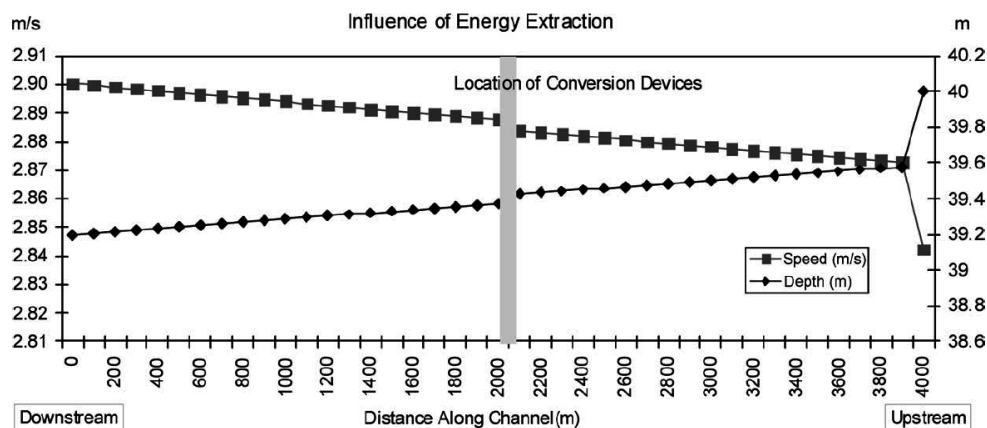


Ilustración 3.9. Reducción en la elevación de la superficie del agua debido a la extracción de energía (Bryden *et al.*, 2004).

Otra consecuencia de la reducción de la profundidad del flujo es la posibilidad del cambio de régimen de flujo en el canal. El régimen de flujo en canales abiertos normalmente es

subcrítico y a medida que el flujo se aproxima a las condiciones requeridas para cambiar de régimen subcrítico a supercrítico se tendrán perfiles de superficie de agua inestables, presentando dificultades en su análisis. Cabe mencionar que los flujos subcríticos son generalmente profundos y de movimiento lento, mientras que los flujos supercríticos generalmente son flujos poco profundos y rápidos (Hamill, 2011).

Myers y Bahaj (2007) mostraron que una caída en la elevación de la superficie aguas abajo del rotor de una turbina de aproximadamente 25%, condujo a un cambio de régimen de flujo de subcrítico a supercrítico, lo que a su vez provocó un cambio importante en el comportamiento del flujo y una pérdida considerable de energía.

3.5. Estelas en turbinas hidrocínéticas

Hay dos preocupaciones importantes en proyectos de energía en canales, una es la eficiencia de extracción energética y la otra es la perturbación de la turbina instalada sobre el medio circundante. Por ejemplo, la turbina genera interacciones que afectan la separación de las turbinas en un acomodo en forma de matriz, de modo que para maximizar la extracción de energía dentro de un sitio dado, es probable que la separación de las turbinas sea llevada a un límite tal, que la estela de la turbina influirá en el funcionamiento de la siguiente turbina ubicada inmediatamente aguas abajo (Xiao, Duan, Sui, & Rösger, 2013).

El fluido pasando a través de una turbina hidrocínética de eje horizontal experimentará una reducción en la velocidad a través del plano del rotor, esto se debe a la extracción de energía cinética del fluido por parte de la turbina. Aguas abajo del rotor esta región de fluido se moverá a una velocidad inferior a la corriente libre de fluido (que pasa alrededor del rotor) y por lo tanto debe expandirse para conservar la cantidad de movimiento. La expansión se realiza de manera gradual en forma de cono aguas abajo del rotor y es comúnmente conocida como estela. La mezcla turbulenta en la región límite entre la estela y el libre movimiento más rápido de la corriente del fluido sirve para re-energizar la estela, rompiéndola y aumentando la velocidad. A una distancia lejana aguas abajo, la estela se habrá disipado casi por completo y el campo de flujo se estrechará hasta parecerse al que existía aguas arriba del rotor (Myers & Bahaj, 2012).

La estela de un disco poroso se separa habitualmente en dos regiones distintas: la estela cercana y la estela lejana. La estela cercana se encuentra inmediatamente aguas abajo del disco y es generalmente delimitada dentro de una distancia de cinco diámetros de disco, mientras que la estela lejana se encuentra a más de cinco veces el diámetro de disco aguas abajo de la corriente (Xiao *et al.*, 2013).

Maganga, Germain, King, Pinon y Rivoalen (2010) realizaron un estudio experimental para examinar el desarrollo de la estela de una turbina de marea. El análisis experimental se realizó en un canal de laboratorio con una turbina hidrocínética de eje horizontal de 0.7 m de diámetro, dando una relación de bloqueo del 5% (Ilustración 3.10). El rendimiento del rotor se examinó utilizando celdas de carga, mientras que la velocidad del flujo se midió utilizando un Velocímetro Laser Doppler (LDV). Los autores examinaron cómo ciertas alteraciones a las condiciones de flujo afectaron tanto al rendimiento del rotor como al desarrollo de la estela aguas abajo. El parámetro que se utilizó para cuantificar los efectos de la estela y su recuperación aguas abajo fue el déficit de velocidad, dado por:

$$u_{def} = 1 - \frac{u_c}{u_0} \quad 7$$

Donde u_{def} es el déficit de velocidad, u_0 la velocidad del flujo que aún no ha sido alterado (m/s) y u_c la velocidad de la estela en la línea de centros del rotor (m/s).

O bien, la ecuación 7 se puede expresar como:

$$\frac{u_c}{u_0} = 1 - u_{def} \quad 8$$

Donde u_c/u_0 representa la recuperación de la velocidad de la estela.

Mientras que el rendimiento del rotor de la turbina se examinó utilizando el coeficiente de empuje. Algunas conclusiones importantes que resultaron a partir del estudio experimental se mencionan a continuación.

Una mayor intensidad de la turbulencia propia del flujo sin perturbar, es decir, sin turbina, dio lugar a mayores fluctuaciones de empuje a través del rotor durante un período de tiempo dado. Los autores sugirieron que esto conduciría a una mayor carga de fatiga en las turbinas de gran escala, lo cual afectaría su vida útil y el punto en el que puede ocurrir el fallo.

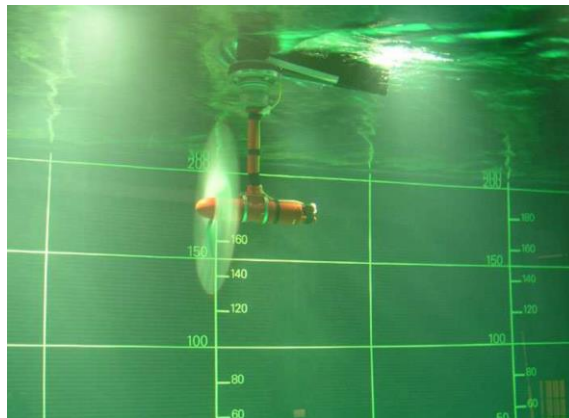


Ilustración 3.10. Turbina hidrocínética de 0.7 m de diámetro (Maganga *et al.*, 2010).

La potencia disponible del rotor en el caso de intensidad de turbulencia en el canal del 25% fue 15% menor que el caso de una turbulencia de 8%.

A pesar de estas cuestiones asociadas con una mayor intensidad de turbulencia, resultó en una recuperación más rápida de la estela aguas abajo del rotor. En el caso de 8% de turbulencia, se consiguió una recuperación del 80% de la velocidad 9 diámetros aguas abajo de la turbina. Sin embargo, este mismo nivel de recuperación se consiguió a 3 diámetros aguas abajo en el caso de una turbulencia en el canal del 25%.

3.6. Discos porosos y turbinas reales

3.6.1. Descripción

Un método simple para simular el efecto de una turbina eje horizontal de marea aguas abajo del flujo es mediante la simulación con un disco poroso del mismo diámetro. El disco poroso o actuador aplica una fuerza de empuje similar sobre el fluido que la que resultase si se mueven un conjunto de álabes en rotación, aunque las estructuras de turbulencia que desarrolla el disco varían en comparación con un rotor. Los experimentos que utilizan disco actuador permiten extender estudios de mapeo de flujo sin llevar a cabo la construcción de turbinas a escala con el costo asociado a grandes instalaciones experimentales de prueba (Harrison, Batten, Myers, & Bahaj, 2009).

Los discos requieren orificios para que exista un flujo entrante a través de ellos, de la misma manera que lo haría un conjunto de cuchillas giratorias. El efecto de incrementar la porosidad del disco es reducir el empuje axial que actúa sobre él (y por tanto el coeficiente de empuje) de la misma forma que la reducción de la velocidad de punta de la pala en una turbina conduce a una reducción en el empuje. Por lo tanto, al modificar la porosidad, se puede lograr que un disco sea representativo del funcionamiento particular de una turbina hidrocínética. Para que el empuje se distribuya lo más uniformemente posible, se busca que exista un patrón en el agujero sobre el área del disco poroso (Harrison *et al.*, 2009).

Los discos porosos resultan una herramienta adecuada, donde la modelización de los rotores de eje horizontal a escala pequeña se hace poco práctica debido a leyes de escalamiento dispares. Bajo condiciones típicas de laboratorio (por ejemplo, el canal de flujo Chilworth en la Universidad de Southampton, donde se utiliza un tirante de 0.3 m) una turbina hidrocínética de marea, al ser escalada debería tener un diámetro de alrededor de 0.1 m, para dar una representación razonable de las condiciones a escala de prototipo. Con este diámetro el rotor debería girar a 1500 rpm para escalar una turbina de 10 m de diámetro girando a 15 rpm. Esto no es viable desde un punto de vista de ingeniería, y por otra parte esta velocidad de rotación haría introducir un remolino y gradientes de presión dentro de la estela que no se encontrarían en condiciones del prototipo, además, las diferencias principales entre los discos porosos y los rotores sólo serían evidentes en la región de la estela cercana, que es hasta 5 diámetros aguas abajo. El disco poroso hace esto, pero tiene tres diferencias clave respecto a una turbina real (Harrison *et al.*, 2009):

- En lugar de extraer energía del flujo, el disco poroso la convierte en turbulencia de pequeña escala inmediatamente aguas abajo. Para ejemplificar este proceso, en la sección 5.1.10 se elaboró un análisis espectral entre el flujo de ingreso al canal y el flujo que pasa a través del disco poroso.
- Los vórtices que se desprenden de los bordes del disco son diferentes de los de una turbina de palas.
- El disco no introduce ningún remolino dentro del flujo, a diferencia de una cuchilla giratoria.

Myers y Bahaj (2012) mencionan que estudios previos han mostrado que los diámetros de rotor menores de 0.8 m introducen problemas, debido a la baja energía incidente del flujo disponible a velocidades de flujo bastante bajas para evitar grandes números de Froude y los cambios asociados en la elevación de la superficie del agua. Por lo tanto, los discos

porosos pueden ser utilizados en apropiados números de Froude con relaciones de escala de longitud y bajas relaciones de bloqueo para ejercer una cantidad similar de empuje sobre el fluido. Estudios adicionales han demostrado que la lejanía de la estela de flujo generada por un disco actuador se parece mucho a la de una turbina de eje horizontal (Myers & Bahaj, 2009).

En la región de la estela lejana, los estudios con turbinas eólicas y turbinas hidrocínéticas en mareas no han demostrado alguna diferencia importante entre los rotores y los discos porosos. Un ejemplo de ello es dado por el estudio de modelado numérico realizado por Masters, Malki, Williams y Croft (2013). Aquí los autores compararon los resultados de la prueba en canales con discos porosos, con los resultados de los modelos de CFD que utilizaron la teoría del momento del elemento de pala, para incorporar los perfiles de las palas y los efectos de remolino asociados con las palas de las turbinas. Los resultados de este análisis mostraron una buena concordancia, en la región de la estela, entre los discos actuadores en experimentos llevados a cabo por Myers y Bahaj (2012) y rotores de turbinas hidrocínéticas simulados en el modelo de momento del elemento de pala.

El coeficiente de empuje era igualmente aplicable tanto a los rotores como a los discos porosos. Por lo tanto, los autores concluyen que puede utilizarse para aplicar los resultados de experimentos a instalaciones de turbinas hidrocínéticas reales. Es por tanto útil el uso de estos dispositivos para simular la extracción de energía y los efectos ocasionados por una turbina en el flujo, de una forma más simple.

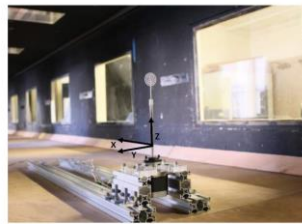
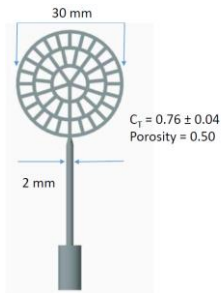
Actualmente se están realizando investigaciones para el adecuado desarrollo de parques de turbinas hidrocínéticas en forma de matrices. La adecuada disposición geométrica de las turbinas en dichas matrices dependerá de cómo un número de variables determinará el espaciamiento entre dichos dispositivos. Además, el campo de flujo generado por las turbinas afectará el rendimiento entre una y otra en una matriz. En turbinas de mareas será necesario un estudio de costo-beneficio para el desarrollo de una matriz de turbinas, con el fin de decidir en qué distancias laterales y longitudinales se separarán dichos dispositivos; con un espaciamiento demasiado corto, la eficiencia de los dispositivos caerá debido al movimiento lento del flujo turbulento, mientras que la sobre-separación no será un uso eficaz del sitio, que generalmente es espacialmente compacto (Myers & Bahaj, 2012).

Se han realizado estudios previos que investigaron los efectos de la estela y las pérdidas de energía dentro de matrices de las turbinas de viento (Barthelmie *et al.*, 2007). Los resultados muestran que las pérdidas de energía debidas a los efectos de interacción pueden ser significativas.

Dado que los estudios actuales se refieren a los efectos de la estela con arreglos de turbinas, el flujo en menos de $4D$ aguas abajo es poco probable que sea de gran interés. En los dispositivos de parques de turbinas de viento no tienden a ser separadas en menos de $7D$ debido a una serie de factores, incluyendo efectos adversos de turbulencia, y esto es probable que sea en el caso de dispositivos hidrocínéticos (Harrison *et al.*, 2009).

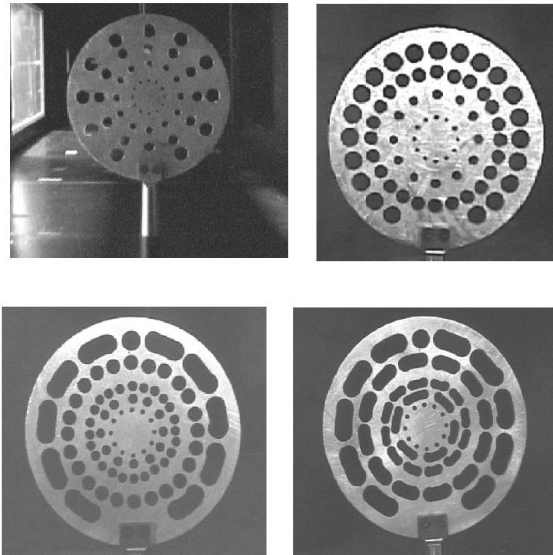
3.6.2. Instalación experimental con discos porosos simulando turbinas reales

Los discos porosos para simular turbinas son ampliamente utilizados en estudios de laboratorio para analizar el rendimiento de las turbinas en parques eólicos, algunos ejemplos son los realizados por Howland, Bossuyt, Martínez, Johan y Meneveau (2016); Kroll, Hall y Gagnon (2015); Medici y Alfredson (2005), como se observa en la Ilustración 3.11. Debido a la gran similitud de las turbinas de viento con las turbinas hidrocinéticas, resulta posible aplicar los mismos principios para la extracción de la energía cinética del agua.



a) Esquema de un modelo de disco poroso simulando una turbina de viento (Howland *et al.*, 2016).

b) Experimento en laboratorio con turbinas de viento y discos porosos (Kroll *et al.*, 2015).



c) Cuatro modelos de discos porosos utilizados para simular turbinas de viento (Medici & Alfredson, 2005).

Ilustración 3.11. Discos porosos instalados en laboratorio simulando turbinas de viento.

Myers y Bahaj (2012) estudian el campo de flujo alrededor de una matriz de 2 filas, la interacción dispositivo/dispositivo, así como la estructura de pérdida de la estela aguas abajo. Las filas se investigan mediante la simulación de turbinas individuales como discos actuadores porosos con un diámetro de 100 mm (Ilustración 3.12) utilizando un Velocímetro Acústico Doppler (ADV) para medir los campos de velocidad.



Ilustración 3.12. Discos de actuadores utilizados para simular matrices de turbinas (Myers & Bahaj, 2012).

Las pruebas experimentales se realizaron en un canal de pendiente variable ubicado al interior de la Universidad de Southampton. El canal tiene una longitud de 21 m, un ancho de 1.35 m y una profundidad de hasta 0.5 m. Se instalaron discos actuadores de 100 mm de diámetro con porosidad (proporción de área abierta a cerrada) constante igual a 0.48, colocados sobre un aparejo que incorpora una estructura de pivote para amplificar mecánicamente las pequeñas fuerzas de empuje que actúan sobre los discos (Ilustración 3.13). Las mediciones de la fuerza de empuje media se realizaron con una celda de carga de 10 N instalada en la parte superior de una plataforma.

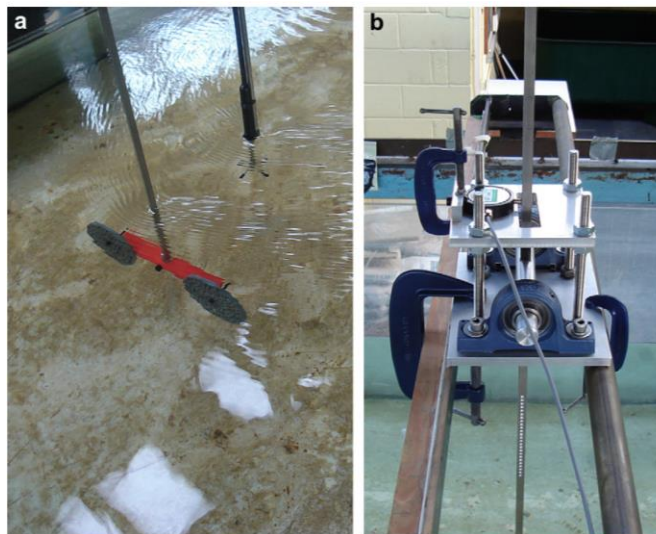


Ilustración 3.13. (a) Disco dual montado en un brazo transversal hidrodinámico, (b) plataforma de medición de empuje (Myers & Bahaj, 2012).

Los estudios de Myers y Bahaj (2012) manifiestan una separación lateral óptima entre los dispositivos en los que el flujo puede acelerarse entre un par de discos de rotor. Con una separación de 1.5 diámetros de disco y un tirante de 3 diámetros del disco, el flujo se aceleró

entre un par de discos porosos. Se menciona que esta región acelerada del flujo poseía el 22% más de energía cinética que el flujo lejano aguas arriba. Esta velocidad de flujo mejorada da lugar a que una fila aguas abajo de los dispositivos produzca más energía que la fila aguas arriba, generando un efecto mediante el cual una serie de dispositivos pueda generar más potencia que un número equivalente de turbinas aisladas.

En términos de escalamiento del dispositivo todas las distancias se escalan en forma lineal. El parámetro principal de escala es el valor de la fuerza de empuje ejercida sobre el fluido por el rotor. Esto es generalmente expresado como un parámetro adimensional, el coeficiente de empuje:

$$C_T = \frac{F}{0.5\rho u_0^2 A} \quad 9$$

Dónde C_T es el coeficiente de empuje (arrastre), ρ es la densidad del fluido (kg/m^3), u_0 es la velocidad del flujo longitudinal de la corriente libre (m/s), A es el área del rotor (m^2) y F es la fuerza de empuje sobre el disco o rotor de la turbina (N).

La ecuación 9 también se puede expresar para un flujo sin restricciones (con fronteras lejanas a la turbina) como:

$$C_T = 4a(1 - a) \quad 10$$

Donde a es el factor de inducción axial.

En turbinas colocadas en flujos con fronteras lejanas, el factor de inducción axial tiene un valor máximo de $1/3$, de ahí que el valor óptimo es $C_T = 0.9$. Esta ecuación se deriva de la teoría del disco actuador y es comúnmente encontrada en los textos de turbinas eólicas (Kreith & Krumdieck, 2014). Esto se aplica igualmente a turbinas hidrocínicas de eje horizontal, siendo la única diferencia la densidad del fluido y la velocidad de operación típica del flujo.

3.6.3. Optimización del espacio para instalar turbinas hidrocínicas colocadas en serie

Para optimizar el espacio existente entre una turbina y otra colocadas en serie, es importante conocer la separación aguas abajo existente entre ellas. Un valor del 90% en la recuperación de la velocidad resultaría entre 10 y 15 diámetros de turbina (Myers & Bahaj, 2009). Esta reducción en la velocidad del flujo repercutiría en una reducción del coeficiente de potencia del 27% en la segunda fila con respecto al valor de la primera. Suponiendo que esto sucede para las demás turbinas aguas abajo colocadas a la misma separación, se pensaría que el coeficiente de potencia se reduciría de acuerdo con lo mostrado en la Ilustración 3.14. Esto no es del todo cierto, ya que de acuerdo con Kroll *et al.* (2015), en un parque de turbinas de viento en California, Estados Unidos, se observa una caída brusca en el coeficiente de potencia para la segunda fila de turbinas, no así para las filas de turbinas subsiguientes que presentan pequeñas caídas del coeficiente de potencia (ver Ilustración 3.15).

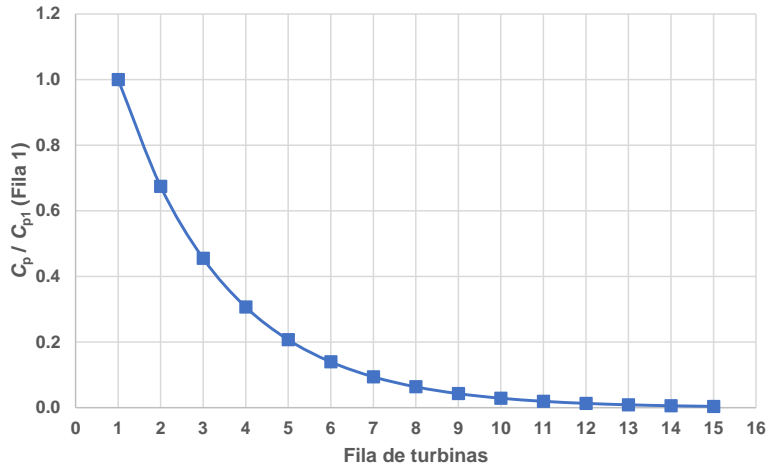


Ilustración 3.14. Coeficiente de potencia normalizado de una formación de turbinas hidrocinéticas colocadas en serie con una recuperación de velocidad de la estela del 90% (caso idealizado “erróneo”, sólo para fines didácticos).

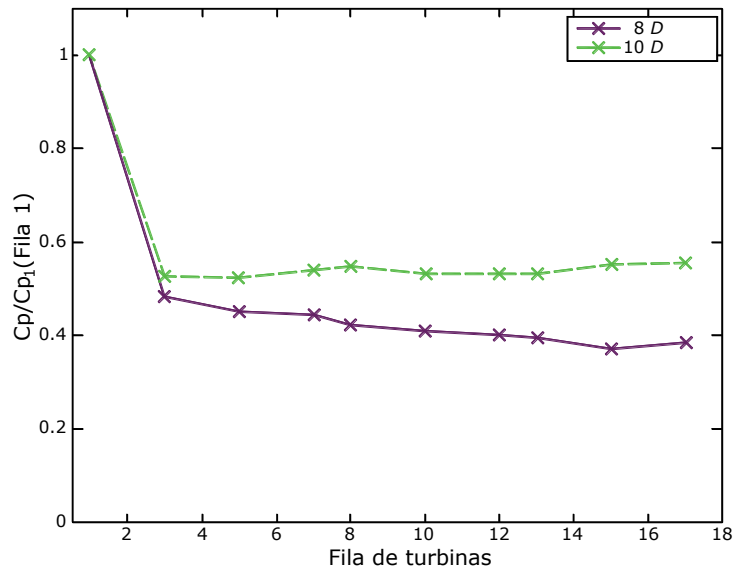


Ilustración 3.15. Coeficiente de potencia normalizado de una formación de turbinas de viento (Kroll *et al.*, 2015).

De lo anterior se concluye que si se requiere colocar una tercera fila o más filas de turbinas, hay que realizar el estudio correspondiente para no subestimar la potencia que se puede producir en las siguientes filas de turbinas.

3.6.4. Discos porosos y modelos numéricos

Los discos porosos o actuadores pueden ser utilizados como un método sencillo para simular las turbinas de eje horizontal, tanto en experimentos como en modelos CFD. Ellos producen una estela lejana similar a la de una turbina real, pero eliminan algunos de los

problemas de escala que se producen en los experimentos, y reducen la densidad de la malla requerida en las simulaciones de CFD (Harrison *et al.*, 2009). Es útil poder variar el coeficiente de arrastre C_T del disco poroso para estudiar diferentes turbinas. Esto se hace mediante la variación de la porosidad de la valla o placa utilizada.

La ecuación 11 define el empuje en términos de caída de presión Δp a través del disco/turbina. Por lo tanto C_T puede ser también definido por la ecuación 12.

$$F = \Delta p A \quad 11$$

$$C_T = \frac{\Delta p}{0.5 \rho u_0^2} \quad 12$$

Algunos intentos se han hecho para definir una relación entre la porosidad del material y el coeficiente de empuje C_T resultante (Whelan *et al.*, 2009). El material que contiene la porosidad puede ser definido como el que tiene un coeficiente de resistencia K , dicho coeficiente relaciona la caída de presión a través del disco con la velocidad en la ubicación de disco u_1 (ecuación 13).

$$\Delta p = 0.5 \rho K u_1^2 \quad 13$$

Taylor (1963) citado por Harrison *et al.* (2009) propuso una relación entre la proporción de área abierta θ (una medida de la porosidad) y K como se muestra en la ecuación 14. Whelan *et al.* (2009) examinaron esta relación y encontraron que si bien no existe una clara base teórica para el modelo, este da una razonable indicación de K para un θ dada.

$$\theta^2 = \frac{1}{1 + K} \quad 14$$

Taylor también da una relación teórica entre K y C_T .

$$C_T = \frac{K}{(1 + 0.25K)^2} \quad 15$$

Es esencial que el coeficiente de empuje C_T sea medido (utilizando una celda de carga) para los experimentos que involucran simuladores de disco poroso en lugar de los derivados teóricamente.

Si bien las cuestiones de escala no se aplican en los modelos CFD (ya que el modelo puede ser fijado en cualquier dimensión) hay significativos beneficios computacionales en la aproximación de la turbina como un disco poroso, en vez de modelar la geometría de esta en su totalidad. Un modelo completo de los álabes de la turbina requiere resolución de malla en la superficie suficiente para capturar la capa límite y la separación alrededor de la turbina, además de la captura del desarrollo de la estela por más de $30D$ aguas abajo. Esto requiere un número muy grande de elementos de malla y posteriormente un esfuerzo computacional

importante. Extendiendo este mallado con múltiples dispositivos en serie no es factible con los modestos recursos disponibles. Un modelo de CFD de una turbina, sin embargo, siempre tiene la ventaja de ser capaz de resolver las fuerzas alrededor de los álabes. El efecto de rotación de la turbina es de vital importancia para una correcta comprensión del entorno. Para modelar la rotación O'Doherty *et al.* (2009) utilizan un enfoque en el que un cilindro se extrae del canal para crear dos mallados; el interior del cilindro contiene la turbina hidrocínética y es capaz de girar, mientras que el canal exterior permanece estacionario. McCombes, Johnstone y Grant (2009) presentan la idea de un mallado adaptativo alrededor de los álabes y Williams, Croft, Masters, Willis y Cross (2010) utilizan un enfoque de BEMT (Blade element momentum theory)-CFD. Esta idea utiliza un canal con mallado estándar, pero, en lugar de mallar todas las cuchillas en detalle, el cálculo CFD es alimentado con información de un código BEMT externo actuando esencialmente como una condición de frontera dentro del dominio.

Otro enfoque para modelar una turbina es recrear la propia turbina, experimentalmente esto puede parecer un enfoque más obvio, aunque Harrison *et al.* (2009) sugieren que el uso de un disco poroso en experimentos de laboratorio daría resultados realistas debido a la escala que implica para una turbina en el laboratorio. En un modelo experimental el disco poroso genera turbulencia de pequeña escala a través de los orificios, en lugar de extraer la energía del flujo, mientras que las estructuras de turbulencia más grandes se generan a partir de los bordes del disco. Por lo tanto, la cantidad de movimiento perdida por el disco se convierte en un concepto útil (Harrison *et al.*, 2009).

4. MARCO TEÓRICO

4.1. Criterios para la ubicación de turbinas en la sección de un canal de riego

De acuerdo con el manual de diseño de zonas de riego (S.R.H, 1971), los tramos de canal que se consideran para revestir de concreto se escogerán con anchos de la base tales que las máquinas revestidoras puedan emplearse con pocos cambios de plantilla. En estas condiciones, al considerarse constante lo más posible el ancho de la base podrá variarse la altura del revestimiento, es recomendable que el tirante no exceda el ancho de la base. Los coeficientes de rugosidad que se utilizarán tendrán un valor de $n = 0.014$ para canales con radio hidráulico menores a 1.20 m, y para radios de 1.20 a 5.0 m el valor variará de 0.014 a 0.016. La velocidad máxima admisible en los canales de riego debe ser igual al 80% de la velocidad crítica, y en la proximidad de las tomas (en un tramo de 100 m) inferior a 1.0 m/s.

La velocidad media es el parámetro más sensible en la ecuación de la potencia de una turbina hidrocínética (ecuación 3), ya que al duplicarse la velocidad, la potencia generada es 8 veces mayor (considerando que no cambia el coeficiente de potencia C_p). En la Ilustración 4.1 se muestra un nomograma para calcular la potencia de una turbina hidrocínética por unidad de área de barrido, en función de la velocidad media del flujo y del coeficiente de potencia de la turbina.

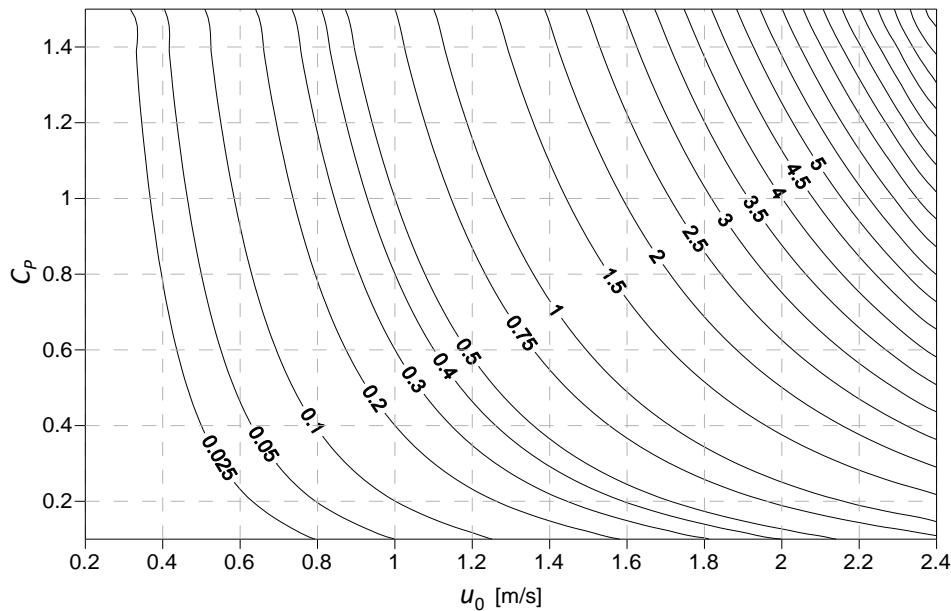


Ilustración 4.1. Potencia de una turbina hidrocínética por unidad de área de barrido en kW/m^2 , en función del coeficiente de potencia C_p y la velocidad media aguas arriba de la turbina u_0 , con una densidad del agua $\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3$ que corresponde a una temperatura de 20°C .

Con la finalidad de conocer en forma general con que tirantes y gastos sería posible encontrar velocidades medias de al menos 0.6 m/s en canales, se calcularon las velocidades medias del flujo considerando las condiciones más comunes de diseño en México y se muestran a continuación:

- 1.- Coeficiente de Manning $n = 0.014$ (canales revestidos con concreto)
- 2.- Canal con sección trapezoidal
- 3.- Talud 1.5:1
- 4.- Tirante igual a la base del canal $b/h = 1$, b es la base del canal y h el tirante
- 5.- $s_0 = 0.0002$

En la Ilustración 4.2 se muestra un esquema de una turbina hidrocínética de flujo axial dentro de un canal.

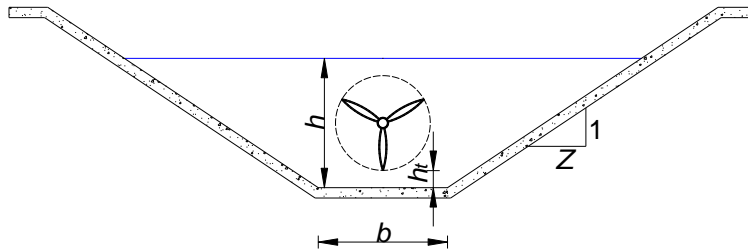


Ilustración 4.2. Elementos geométricos del canal y la ubicación de las turbinas hidrocínéticas. h_t es la separación entre la plantilla o fondo del canal y el rotor de la turbina y Z la distancia horizontal que se utiliza para indicar el talud del canal.

Debido a la simplicidad en su forma y a los resultados satisfactorios que proporciona en aplicaciones de ingeniería, la ecuación de Manning se ha convertido en la más utilizada de todas las ecuaciones de flujo uniforme para el cálculo de la velocidad media en canales abiertos. Esta ecuación fue desarrollada a partir de siete ecuaciones diferentes y con base en los datos experimentales de Bazin, además fue verificada mediante 170 observaciones y se expresa como (Chow, 1994):

$$\bar{U} = \frac{1}{n} Rh^{2/3} s_0^{1/2} \quad 16$$

donde \bar{U} es la velocidad media del flujo (m/s), n es el coeficiente de Manning, Rh el radio hidráulico del canal (m); $Rh = A_h/P_m$, A_h es el área hidráulica del canal (m^2), P_m es el perímetro mojado (m), y s_0 se puede interpretar como la pendiente del canal, si el ángulo de inclinación del canal es pequeño y se presenta un flujo uniforme.

El caudal o gasto en una sección transversal del canal se expresa por (Chow, 1994):

$$Q = \bar{U} A_h \quad 17$$

donde Q es el gasto en la sección transversal del canal (m^3/s)

Con las ecuaciones 16 y 17, se calcularon las velocidades medias y los gastos correspondientes para distintos valores de tirante y con las características del canal mencionadas con anterioridad. Los resultados de los cálculos se muestran en la Tabla 4.1 e Ilustración 4.3, se observa que para tener velocidades medias de al menos 0.6 m/s, se requiere un tirante mínimo aproximado de 0.85 m y gastos mayores a 1.10 m^3/s , en este rango de tirantes y gastos resultaría viable (en cuanto a velocidad de flujo) instalar turbinas

hidrocinéticas. Para cualquier otra condición del canal, es necesario realizar los cálculos correspondientes, o en su caso realizar los aforos en el sitio de instalación.

Tabla 4.1. Resultados del cálculo de la velocidad media, el tirante y gastos correspondientes, para el conjunto de canales con características: $n = 0.014$, canal de sección trapecial con talud 1.5:1, relación ancho de plantilla-tirante $b/h = 1$ y pendiente del canal $s_0 = 0.0002$, con flujo uniforme.

h [m]	b [m]	A_h [m ²]	P_m [m]	Rh [m]	\bar{U} [m/s]	Q [m ³ /s]
0.45	0.45	0.506	2.072	0.244	0.395	0.200
0.65	0.65	1.056	2.994	0.353	0.504	0.533
0.85	0.85	1.806	3.915	0.461	0.603	1.089
1.05	1.05	2.756	4.836	0.570	0.694	1.914
1.25	1.25	3.906	5.757	0.679	0.780	3.047
1.45	1.45	5.256	6.678	0.787	0.861	4.526
1.65	1.65	6.806	7.599	0.896	0.939	6.388
1.85	1.85	8.556	8.520	1.004	1.013	8.667
2.05	2.05	10.506	9.441	1.113	1.085	11.397
2.25	2.25	12.656	10.362	1.221	1.154	14.608
2.45	2.45	15.006	11.284	1.330	1.222	18.332
2.65	2.65	17.556	12.205	1.438	1.287	22.599
2.85	2.85	20.306	13.126	1.547	1.351	27.438
3.05	3.05	23.256	14.047	1.656	1.414	32.878
3.25	3.25	26.406	14.968	1.764	1.475	38.945
3.45	3.45	29.756	15.889	1.873	1.535	45.669
3.65	3.65	33.306	16.810	1.981	1.594	53.074
3.85	3.85	37.056	17.731	2.090	1.651	61.187
4.05	4.05	41.006	18.652	2.198	1.708	70.035
4.25	4.25	45.156	19.574	2.307	1.764	79.641
4.45	4.45	49.506	20.495	2.416	1.819	90.031
4.65	4.65	54.056	21.416	2.524	1.873	101.230
4.85	4.85	58.806	22.337	2.633	1.926	113.260
5.05	5.05	63.756	23.258	2.741	1.979	126.147
5.25	5.25	68.906	24.179	2.850	2.030	139.913
5.45	5.45	74.256	25.100	2.958	2.082	154.581
5.65	5.65	79.806	26.021	3.067	2.132	170.175
5.85	5.85	85.556	26.942	3.176	2.182	186.716
6.05	6.05	91.506	27.864	3.284	2.232	204.227

Nota: Para cualquier otra condición del canal, es necesario realizar los cálculos correspondientes.

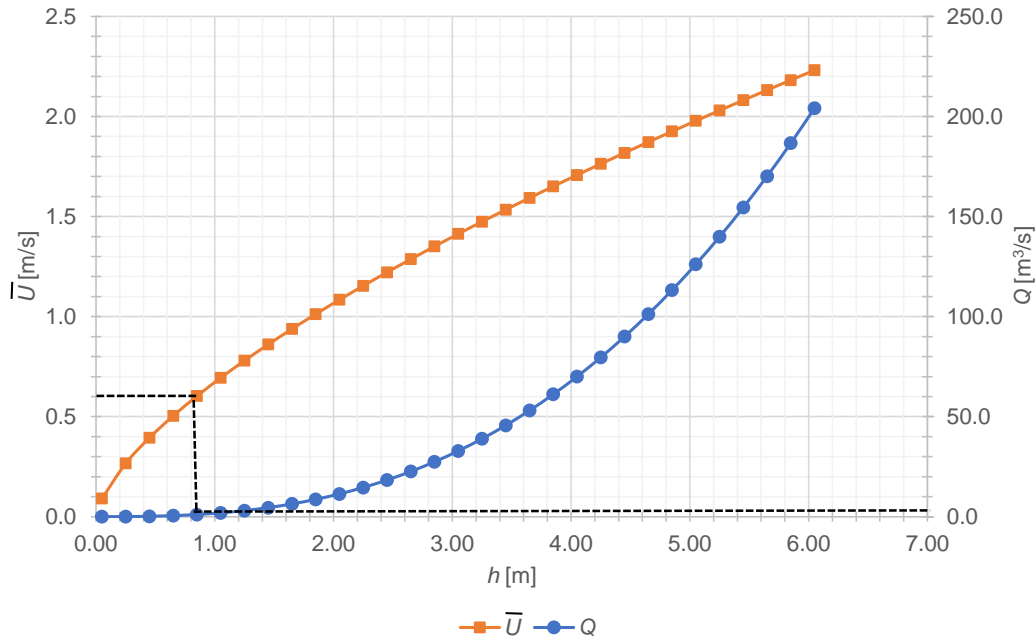


Ilustración 4.3. Cálculo de la velocidad media y el gasto en función del tirante, para el conjunto de canales con características: $n = 0.014$, canal de sección trapecial con talud 1.5:1, relación ancho de plantilla-tirante $b/h = 1$ y pendiente del canal $s_0 = 0.0002$, con flujo uniforme.

De acuerdo con Nikuradse (1933), mencionado por Keulegan (1938), la ley de distribución de velocidades en canales rugosos muy anchos es:

$$\frac{v}{v^*} = 2.5 \ln \left[\frac{y}{ks} \right] + B' \quad 18$$

donde v es la velocidad del flujo en la posición y (m/s), v^* velocidad de fricción (m/s), ks rugosidad del fondo del canal (m), B' es un coeficiente que varía de acuerdo a tres tipos de comportamiento para la zona turbulenta como se muestra a continuación (Sotelo, 2001):

- a) Cuando $v^* \cdot ks/\nu \leq 5$, el fondo rugoso se comporta igual que uno liso. Para este caso, el coeficiente B' se calcula como:

$$B' = 2.5 \ln \left[\frac{v^* \cdot ks}{\nu} \right] + 5.5 \quad 19$$

donde ν es la viscosidad cinemática del agua (m^2/s)

- b) Cuando el flujo turbulento en un fondo rugoso cumple que $5 < v^* \cdot ks/\nu \leq 70$, se comporta como hidráulicamente de transición y B' puede calcularse con la ecuación de Fuentes y Carrasquel (1978) citado por Sotelo (2001), que es:

$$B' = -2.5 \ln \left[\frac{1}{9.025 \cdot \frac{v_* \cdot k_s}{\nu}} + \frac{1}{30} \cdot e^{-10.78 \left(\frac{1}{\frac{v_* \cdot k_s}{\nu}} \right)} \right] \quad 20$$

la cual proporciona el valor $B' = 8.753$ para $v_* \cdot k_s/\nu = 70$, es decir un error de +3 por ciento del correcto ($B' = 8.5$).

- c) Cuando $v_* \cdot k_s/\nu > 70$, el fondo del canal se comporta como hidráulicamente rugoso y B' adquiere un valor constante, aproximadamente igual a 8.5, independientemente ($v_* \cdot k_s/\nu$), de la viscosidad del líquido.

La velocidad de fricción se puede escribir como sigue (Chow, 1994):

$$v_* = \sqrt{g \cdot Rh \cdot s_0} \quad 21$$

donde g es la aceleración de la gravedad (m/s^2)

La rugosidad equivalente k_s de acuerdo con la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles (ASCE, 1963):

$$k_s = (25 \cdot n)^6 \quad 22$$

La distribución de velocidades en la vertical, para canales rugosos muy anchos puede calcularse con la ecuación 18, esta distribución de velocidades nos permite determinar en qué zonas puede recomendarse ubicar las turbinas hidrocínéticas.

Despejando v de la ecuación 18, esta queda expresada como:

$$v = v_* \left(2.5 \log \left(\frac{y}{k_s} \right) + B' \right) \quad 23$$

Teniendo en cuenta que B' es una constante, al graficar una familia de curvas de perfiles de velocidad con distintos valores de B' , la forma básica de la curva no se modifica, sólo se desplaza en el sentido positivo o negativo de v , lo mismo sucede con los distintos valores que puede tomar v_* . Al adimensionalizar los valores de v con la velocidad media del perfil U , las curvas generadas convergen en una curva que representa la forma del perfil Ilustración 4.4. Esto no sucede al utilizar distintos valores de k_s , debido a que en este caso la forma de la curva si se modifica y cambia al utilizar distintos valores del coeficiente de Manning n . Debido a ello, se graficaron familias de curvas de distribución de velocidad en la vertical utilizando condiciones comunes en canales de México: Revestimiento con concreto ($n = 0.014$), sección trapecial con talud 1.5:1, ancho de la base igual al tirante $b/h = 1$ hasta $b/h = 10$ a cada 1.0, $h_{min} = 0.05$ m y $h_{máx} = 6.05$ m a cada 0.05 m, pendiente del canal $s_0 = 0.0002$, con flujo uniforme. Se han supuesto 3 zonas de ubicación de las turbinas hidrocínéticas, con las siguientes características:

Zona 1.

Zona con elevados gradientes de velocidad y velocidades menores a 0.9 veces la velocidad media.

$h_t < 0.15 h$ No recomendable

Donde: h_t es la distancia mínima del fondo del canal a la punta de la pala

Zona 2.

Velocidades entre 0.9 y 1.0 veces la velocidad media

$0.15 h \geq h_t < 0.40 h$ Recomendable

Zona 3.

Velocidades superiores a la velocidad media

$h_t \geq 0.40 h$ Óptimo

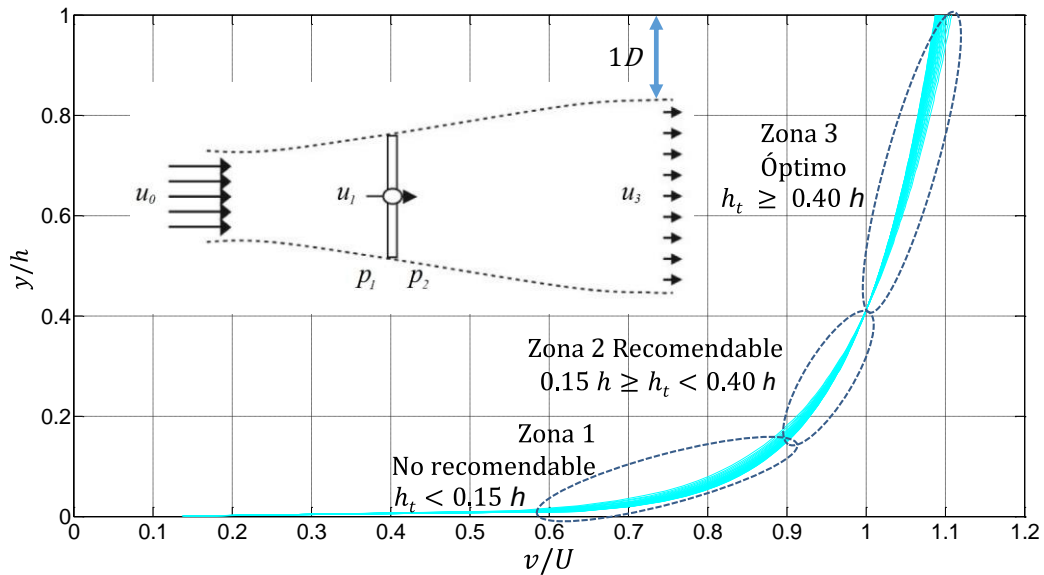


Ilustración 4.4. Distribución de velocidades en la vertical, para un canal con características $n = 0.014$, sección trapezoidal con talud 1.5:1, $b/h = 1$ hasta $b/h = 10$ a cada 1.0, $h_{min} = 0.05$ m y $h_{max} = 6.05$ m a cada 0.05 m, pendiente del canal $s_0 = 0.0002$, con flujo uniforme.

4.2. Cálculo del coeficiente de potencia de una turbina hidrocínética de flujo axial, en función de la relación de bloqueo

De acuerdo con Okulov y van Kuik (2012) la teoría del disco actuador es la representación matemática de una turbina en cálculos de dinámica de fluidos, donde la carga en un rotor real es reemplazada por una distribución de presión en un disco permeable infinitamente delgado con el mismo diámetro, y en su presentación más elemental, esta carga es uniforme y normal con el disco colocado en un flujo axial, es decir, perpendicular a la dirección del flujo.

Utilizando la teoría unidimensional propuesta por Housby *et al.* (2008) se calculó el coeficiente de potencia teórico C_p de turbinas hidrocínéticas, en función de la relación de bloqueo y el número de Froude presentes en el canal. En el siguiente apartado se muestra parte del planteamiento teórico para el cálculo de dicho coeficiente de potencia. Este planteamiento ya ha sido publicado previamente por (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).

En la Ilustración 4.5 se muestra la representación de una turbina en un canal abierto utilizando el concepto de disco actuador. Se identifican cinco secciones: (1) aguas arriba, lejos de la turbina, (2) inmediatamente aguas arriba de la turbina, (3) inmediatamente aguas abajo de la turbina, (4) aguas abajo, lo suficientemente lejos de la turbina donde la presión puede ser tratada nuevamente como uniforme (aunque la velocidad no lo sea) y (5) aguas abajo, lo suficientemente lejos para que el flujo tenga velocidad uniforme (Houlsby *et al.*, 2008).

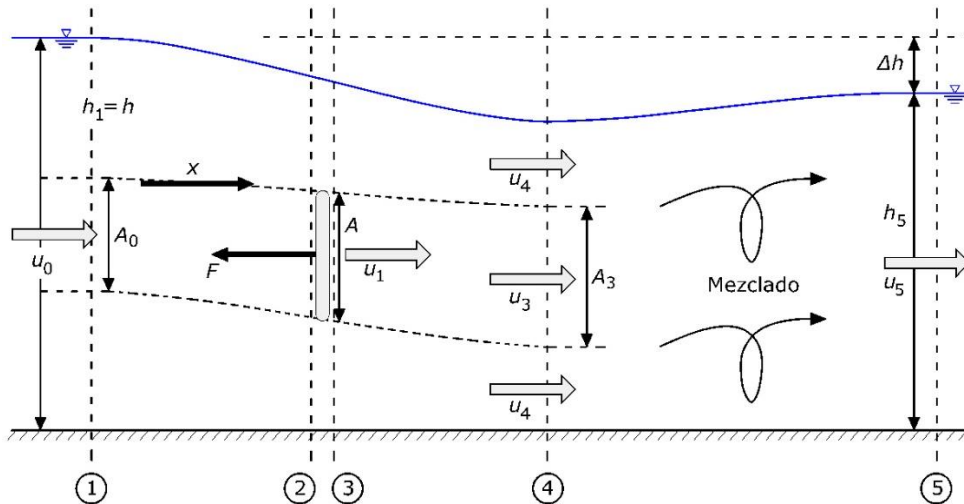


Ilustración 4.5. Representación de una turbina en un canal (Houlsby *et al.*, 2008).

Se asume que en las secciones 1, 4 y 5 la presión es hidrostática, las dimensiones aguas abajo del flujo no son fijas, pero existe relación entre dimensión y velocidad, y entre dimensión y fuerza de presión (Houlsby *et al.*, 2008).

El desarrollo de las ecuaciones 24 a 34 se ha tomado de algunos fragmentos del estudio realizado por Houlsby *et al.* (2008).

Aplicando la ecuación de Bernoulli en la sección 1 y 4 (en la región del flujo desviado), como entre las secciones aguas arriba y aguas abajo de la turbina y, además, aplicando la condición de equilibrio de fuerzas en la turbina, resulta:

$$F = \frac{\rho u_0^2 B b h_1}{2} (\tau^2 - \alpha^2) \quad 24$$

Donde es la B relación de bloqueo, b el ancho del canal en (m), h_1 la carga hidrostática en la sección 1 (m), F la fuerza de empuje hidrodinámico en la turbina/disco (N), u_0 la velocidad media del flujo aguas arriba de la turbina/disco (m/s), α la constante que relaciona la velocidad media del flujo en la estela aguas abajo de la turbina/disco u_3 con la velocidad u_0 , ρ la densidad del agua (kg/m^3) cuyo valor es 998.2 kg/m^3 a una temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$, τ la constante que relaciona la velocidad media del flujo fuera de la estela del tubo de corriente (en la región del flujo desviado) aguas abajo de ubicación de la turbina/disco u_4 con la velocidad u_0 .

Aplicando la ecuación de cantidad de movimiento entre las secciones 1 y 4:

$$\frac{1}{2}g(h_1^2 - h_4^2) - Bh_1 \frac{u_0^2}{2}(\tau^2 - \alpha^2) = u_0^2 h_1 B\beta(\alpha - 1) + u_0^2 h_1(1 - B\beta)(\tau - 1) \quad 25$$

Donde g es la constante de aceleración de la gravedad (m/s^2), h_4 la carga hidrostática en la sección 4 (m), β la constante que relaciona la velocidad media del flujo en la ubicación de la turbina/disco u_1 con la velocidad u_0 .

Además, haciendo uso de la relación de continuidad:

$$h_4 = Bh_1 \frac{\beta}{\alpha} + h_1 \frac{(1 - B\beta)}{\tau} \quad 26$$

y llevando a cabo algunas combinaciones y reacomodos algebraicos se obtienen:

$$B\beta \frac{(\tau - \alpha)}{\alpha\tau} = \frac{\tau - 1}{\tau} - \frac{u_0^2}{2gh_1}(\tau^2 - 1) \quad 27$$

y

$$B\beta(\tau - \alpha) \left(4 + \frac{(\tau^2 - 1)}{\alpha\tau} \right) = 2B(\tau^2 - \alpha^2) + \frac{(1 - \tau)^3}{\tau} \quad 28$$

Despejando β de 28 se llega a la solución:

$$\beta = \frac{2(\tau - \alpha) - \frac{(\tau - 1)^3}{B\tau(\tau - \alpha)}}{4 + \frac{(\tau^2 - 1)}{\alpha\tau}} \quad 29$$

El número de Froude aguas arriba es:

$$F_r = \frac{u_0}{\sqrt{gh_1}} \quad 30$$

Dividiendo 29 y 27 para eliminar β y después de un reordenamiento algebraico, se obtiene una ecuación de cuarto grado en τ :

$$\frac{F_r^2}{2}\tau^4 + 2\alpha F_r^2 \tau^3 - (2 - 2B + F_r^2)\tau^2 - (4\alpha + 2\alpha F_r^2 - 4)\tau + \left(\frac{F_r^2}{2} + 4\alpha - 2B\alpha^2 - 2 \right) = 0 \quad 31$$

El coeficiente de arrastre C_T está definido como:

$$C_T = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho B b h_1 u_0^2} \quad 32$$

Combinando 24 con 32 se tiene:

$$C_T = (\tau^2 - \alpha^2) \quad 33$$

El coeficiente de potencia C_p se expresa como:

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho B b h_1 u_0^3} \quad 34$$

Además, la potencia extraída del flujo por la turbina es $P = F u_1$ (Whelan *et al.*, 2009) y al sustituir en 34 resulta:

$$C_p = \beta(\tau^2 - \alpha^2) \quad 35$$

El parámetro utilizado con más frecuencia para representar la pérdida de velocidad en la zona de la turbina es el factor de inducción axial (Whelan *et al.*, 2009):

$$a = 1 - \frac{u_1}{u_0} \quad 36$$

Donde a es el factor de inducción axial.

Y dado que $u_1 = \beta u_0$ se tiene:

$$a = 1 - \beta \quad 37$$

Houlsby *et al.* (2008) proponen un procedimiento para el cálculo del coeficiente de potencia utilizando la teoría unidimensional para distintas relaciones de bloqueo y números de Froude, y se muestra a continuación:

- a) Se especifican los valores de ρ , g y h_1 , se ha considerado h_1 como el tirante en el canal.
- b) Se calcula el número de Froude aguas arriba con la Ecuación 30
- c) Se calcula la relación de bloqueo B con la Ecuación 38

$$B = \frac{A}{b h_1} \quad 38$$

Donde A es el área de barrido de la turbina/disco en m^2 .

- d) Se propone un conjunto de valores de α , los cuales deben de estar dentro del rango $0 \leq \alpha \leq 1$, y para cada uno de ellos se obtiene τ mediante la solución de la Ecuación 31
- e) Se calcula β con la Ecuación 29, tal que $\tau > 1$ y $1 > \beta > \alpha$
- f) Se calcula el coeficiente de arrastre C_T con la Ecuación 33

g) Se calcula el coeficiente de potencia C_p mediante la Ecuación 35. Con estos valores se genera una curva de C_p vs a , y se elige el valor máximo de C_p para obtener el coeficiente de potencia máximo C_{pmax} .

Proponiendo valores del número de Froude $Fr = 0.01$ a $Fr = 0.30$ y de la relación de bloqueo $B = 0.001$ a $B = 0.30$ y utilizando la teoría unidimensional propuesta por Houlsby *et al.* (2008), se construyó un gráfico para determinar el coeficiente de potencia máximo de una turbina hidrocínética Ilustración 4.6. Este gráfico resulta útil, para determinar la potencia máxima aprovechable en el flujo con distintas relaciones de bloqueo y números de Froude.

Para valores mayores tanto del número de Froude, como de la relación de bloqueo, no incluidos en la Ilustración 4.6, será necesario realizar los cálculos correspondientes y determinar si es adecuado utilizar valores fuera de este rango de datos, debido a la aparición de ondas gravitatorias de superficie, donde es necesario realizar un estudio más profundo.

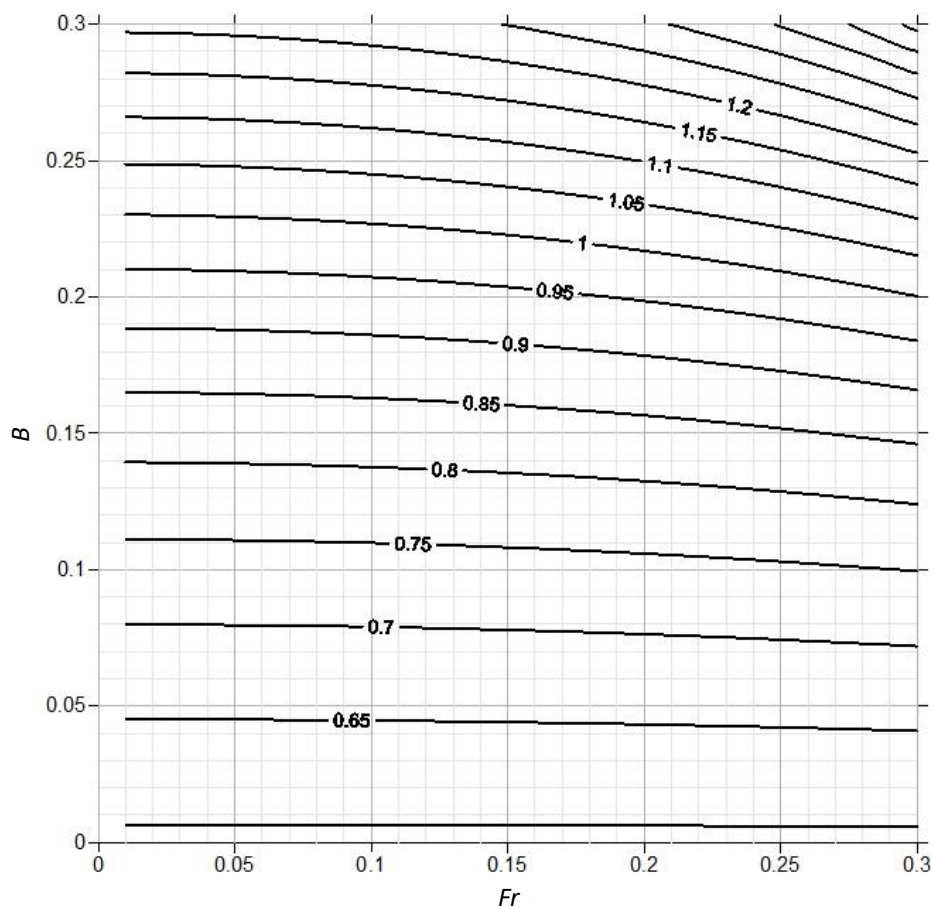


Ilustración 4.6. Coeficiente de potencia máximo C_{pmax} , en función del número de Froude Fr y de la relación de bloqueo B , utilizando la teoría unidimensional propuesta por Houlsby *et al.* (2008).

Los resultados del cálculo del coeficiente de arrastre C_T , correspondiente al valor del coeficiente de potencia máximo C_{pmax} , para los distintos números de Froude y relaciones de bloqueo, se presentan en la Ilustración 4.7.

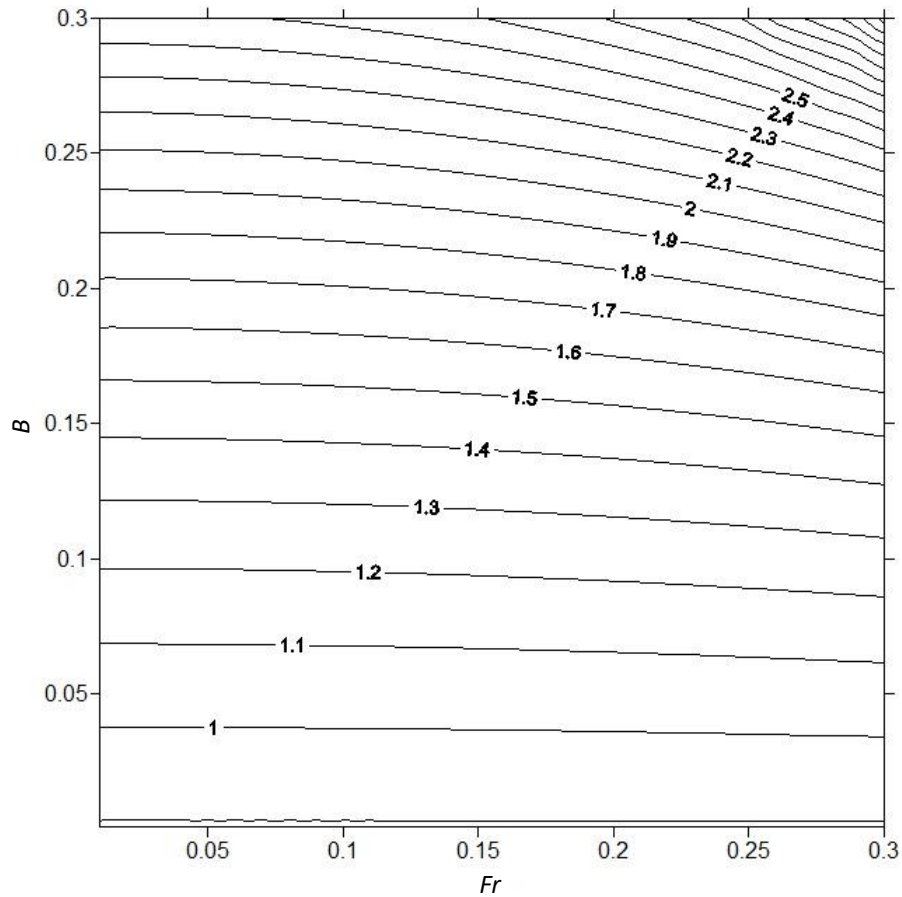


Ilustración 4.7. Coeficiente de arrastre C_T , correspondiente al coeficiente de potencia máximo $C_{pm\acute{a}x}$ en función del número de Froude Fr y de la relación de bloqueo B , utilizando la teoría unidimensional propuesta por Houlsby *et al.* (2008).

La sobreelevación Δh generada en el canal por la incorporación de una turbina hidrocínética se puede calcular con la ecuación 39 (Houlsby *et al.*, 2008). Se resuelve la ecuación cúbica y se determina el valor de la relación $\frac{\Delta h}{h_1}$, h_1 representa el tirante en el canal en la sección 1, aguas arriba de la ubicación de la turbina ver Ilustración 4.5. Es necesario conocer previamente el coeficiente de arrastre C_T representativo de la turbina seleccionada.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta h}{h_1} \right)^3 - \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta h}{h_1} \right)^2 + \left(1 - Fr^2 + \frac{C_T B Fr^2}{2} \right) \frac{\Delta h}{h_1} - \frac{C_T B Fr^2}{2} = 0 \quad 39$$

El gráfico que permite calcular la sobreelevación Δh en el canal, seleccionando $\frac{\Delta h}{h_1}$, para los coeficientes de potencia máximos obtenidos con cada número de Froude y relación de bloqueo seleccionados se muestra en la Ilustración 4.8.

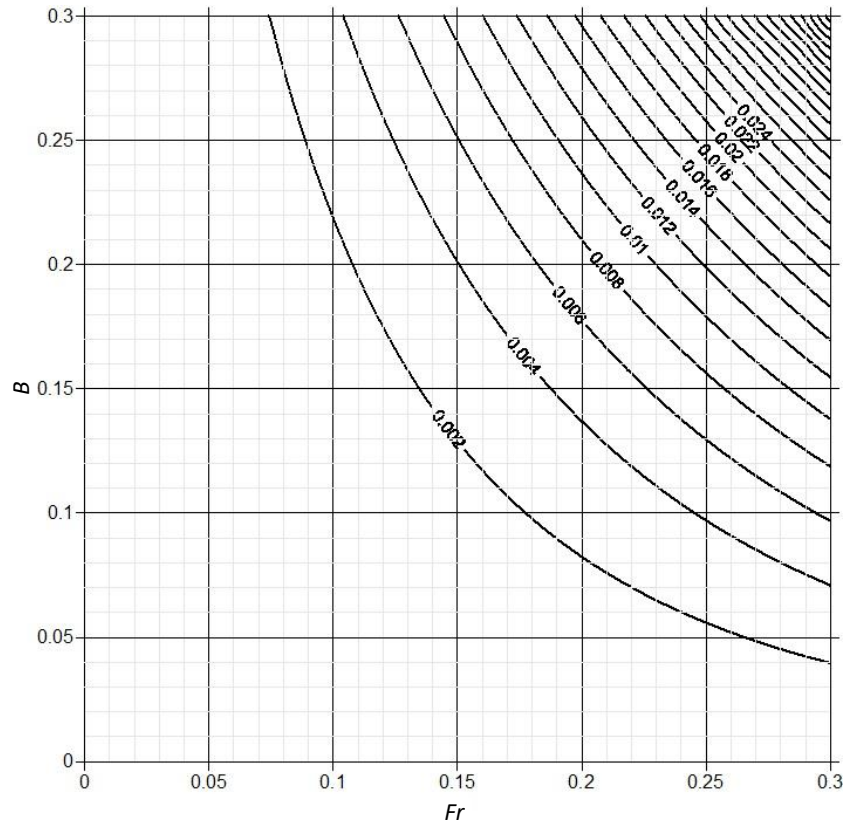


Ilustración 4.8. Relación $\frac{\Delta h}{h_1}$ en un canal, considerando el coeficiente de potencia máximo $C_{p\text{máx}}$, en función del número de Froude Fr y de la relación de bloqueo B , utilizando la teoría unidimensional propuesta por Housby *et al.* (2008).

4.3. Modelación numérica con dinámica de fluidos computacional CFD

4.3.1. Modelado de la turbulencia

El término turbulencia se refiere al estado fluctuante y desordenado del movimiento de un fluido que se origina por la aparición de irregularidades en las condiciones iniciales o de contorno del flujo. Se caracteriza por las fluctuaciones aleatorias (remolinos) que se superponen al valor promedio (estadístico). En la aproximación RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes) se introduce un promediado temporal a las variables con el objeto de separar el valor medio de la parte fluctuante. Para que esta operación tenga sentido estadístico (y físico), el tiempo de promedio tiene que ser mucho más grande que el periodo característico de las fluctuaciones turbulentas de la escala integral. Con esta aproximación los flujos turbulentos se resuelven a partir de las ecuaciones promediadas en el tiempo. Al aplicar este promedio sobre las ecuaciones de flujo, se obtiene un nuevo conjunto de ecuaciones que pasan a describir las variables promediadas, pero además contiene promedios de los productos de las componentes fluctuantes de la velocidad. Estos productos (los esfuerzos de Reynolds) tienen que modelarse para cerrar el sistema de ecuaciones (Fernández, 2012).

En un flujo turbulento, los remolinos giratorios transportan masa, cantidad de movimiento y energía a otras zonas del flujo con mayor rapidez que la difusión molecular, y aumentan la masa, la cantidad de movimiento y la transferencia de calor. Como consecuencia, el flujo turbulento se asocia con valores más altos de coeficientes de fricción, transferencia de calor y masa. En cualquier punto del flujo turbulento, esos remolinos pasan con un amplio rango de longitud y escalas de tiempo, causando fluctuaciones de las variables de flujo con diferentes frecuencias y amplitudes, como se muestra en la Ilustración 4.9. Además, se observa la variación de la componente de velocidad instantánea u con el tiempo en una posición específica, que se puede expresar como la suma de un valor promedio \bar{u} y un valor fluctuante u' . Por lo tanto, las otras componentes de velocidad instantánea (v , w), así como la de presión se expresan de la siguiente manera (Çengel y Cimbala, 2006):

$$u = \bar{u} + u'$$

$$v = \bar{v} + v'$$

$$w = \bar{w} + w'$$

$$p = \bar{p} + p'$$

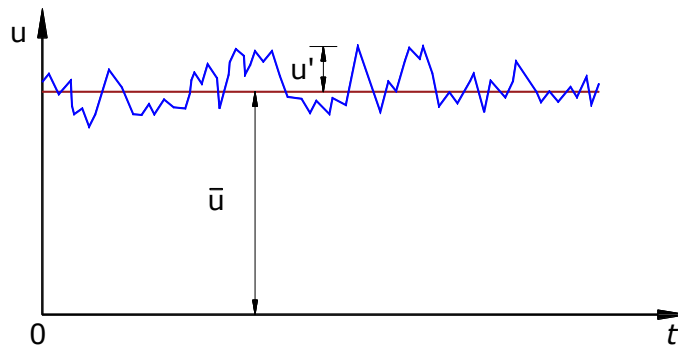


Ilustración 4.9. Velocidad en un punto en el flujo turbulento como función del tiempo (Çengel & Cimbala, 2006).

4.3.2. Ecuaciones de continuidad y Navier-Stokes para flujos viscosos e incompresibles

Las ecuaciones de continuidad y Navier-Stokes expresadas en coordenadas cartesianas son (Çengel y Cimbala, 2006):

4.3.2.1. Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad 40$$

4.3.2.2. Ecuación de Navier-Stokes

Componente-x de las ecuaciones Navier-Stokes:

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial x} + F_x \quad 41$$

Componente-y de las ecuaciones Navier-Stokes:

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] = \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial y} + F_y \quad 42$$

Componente-z de las ecuaciones Navier-Stokes:

$$\rho \left[\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] = \mu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial z} + F_z \quad 43$$

Donde ρ es la densidad del fluido, μ es la viscosidad dinámica del fluido, $u, v, y w$ son las componentes de velocidad en las direcciones $x, y, y z$. F_x, F_y y F_z son las componentes de las fuerzas de cuerpo por unidad de volumen en las tres direcciones, p es la presión.

Sustituyendo en las ecuaciones de continuidad y Navier-Stokes para obtener las ecuaciones que describen el flujo turbulento.

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial z} = 0 \quad 44$$

Además

$$\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial z} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad 45$$

Procesos similares se aplican a las tres ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento (41, 42, 43) para obtener las ecuaciones (46, 47, 48) de movimiento de Reynolds para un fluido turbulento.

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \\ & = F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial \rho \bar{u}'^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{u}' v'}{\partial y} + \frac{\partial \rho \bar{u}' w'}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad 46$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) & \quad 47 \\ = F_y - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial \rho \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \overline{v'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) & \quad 48 \\ = F_z - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial \rho \overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \overline{v'w'}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \overline{w'^2}}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

En notación indicial, una expresión abreviada para las ecuaciones es (49)

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = F_{x_i} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial (\rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \quad 49$$

4.3.3. Modelos de turbulencia

Un modelo de turbulencia es un procedimiento computacional para aproximar el sistema de ecuaciones de flujo medio, y calcular una variedad de problemas de flujo.

Los modelos de turbulencia son normalmente 'semi-empíricos' y se basan en suposiciones de modelado y experiencia práctica. Generalmente, hay dos grupos de modelos de turbulencia: los modelos clásicos y los modelos LES (Large eddy simulation).

Los modelos clásicos usan las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas de Reynolds (RANS), para obtener el patrón de flujo promedio con todo el rango de escalas de turbulencia modelado. Esos modelos reducen considerablemente el costo computacional, así como la memoria de la computadora requerida y el tiempo de proceso, por lo que han sido ampliamente adoptados en muchos paquetes de software CFD comerciales, por ejemplo, FLUENT y CFX. Los modelos de dos ecuaciones $k - \varepsilon$, $k - \omega$ y de esfuerzos de Reynolds son los modelos turbulentos basados en RANS más comunes.

Alternativamente, la simulación LES es otro enfoque para el modelado de la turbulencia de altos números de Reynolds, en el que los remolinos más grandes se calculan directamente, pero los remolinos de pequeña escala se modelan, ya que los remolinos más grandes en la turbulencia transportan la mayor de cantidad de movimiento, masa y energía. Sin embargo, los cálculos LES son mucho más lentos y costosos computacionalmente hablando comparados con los cálculos RANS (ANSYS Inc., 2013).

4.3.4. Modelado de la superficie libre

La superficie libre es la interface entre dos fluidos inmiscibles: agua y aire. Su modelado es relevante para conocer los efectos del flujo de canales abiertos debido a que la superficie libre no está fija y puede variar espacial y temporalmente.

Los modelos de flujos en zonas móviles se pueden modelar definiendo el tipo de malla, ya sea dinámica o deslizante. El modelo de malla dinámica permite mover los límites de una zona de celda relacionada a otros límites de la zona y consecuentemente ajustar la malla. El movimiento de los límites puede ser rígido o deformable. En cualquier caso, los nodos que definen las celdas en el dominio pueden actualizarse como una función de tiempo y debido a ello las soluciones de malla dinámica son cambiantes.

El modelo de malla deslizante es un caso especial del movimiento de malla dinámica. En la malla deslizante todos los límites y las celdas de una zona de malla dada se mueven juntas en un movimiento de cuerpo rígido. En este caso, los nodos de la malla se mueven en el espacio, pero las celdas definidas por los nodos no se deforman. Si la interacción entre las partes fijas y móviles es importante se puede emplear el enfoque de malla deslizante para capturar el comportamiento transitorio del flujo y, en este caso, de la superficie libre (ANSYS Inc., 2013).

Dentro de los enfoques para el modelado de multifase están el modelo del volumen de fluido (VOF) que es una técnica de seguimiento de superficie aplicada a una malla Euleriana fija. El método VOF considera dos o más fluidos (o fases) que no son interpenetrantes. Cada fase está representada por su propia fracción de volumen en cada celda de cálculo o volumen de control, y las fracciones de volumen de todas las fases en un volumen de control suma la unidad. Simplificando para el caso de dos fases (agua y aire), que es la situación real para la simulación de flujo de canal abierto, el 'Aire' se define como la fase primaria y su fracción de volumen se puede denotar como α_1 . Mientras que el 'Agua' se define como la fase secundaria y su fracción de volumen se pueden representar como α_2 . En cada volumen de control existen tres condiciones posibles para la fracción de volumen de agua α_2 :

$\alpha_2 = 0$: la celda está vacía (de agua, pero llena de aire)

$\alpha_2 = 1$: la celda está llena (de agua, pero vacía de aire)

$0 < \alpha_2 < 1$ la celda contiene la interface entre el aire y el agua

El rastreo de la interface entre las fases se logra a través de la solución de la ecuación de continuidad (50) para calcular la fracción de volumen α_2

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + u_j \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_j} = 0 \quad 50$$

La fracción de volumen del aire α_1 entonces se puede obtener a partir de la ecuación (51)

$$\alpha_1 = 1 - \alpha_2 \quad 51$$

Las propiedades del fluido, que aparecen en las ecuaciones de transporte, como la densidad ρ y la viscosidad dinámica μ están determinadas por α_1 y α_2 en cada volumen de control y se calculan con las ecuaciones (52) y (53) respectivamente.

$$\rho = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 \quad 52$$

$$\mu = \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2 \quad 53$$

donde μ_1 y ρ_1 son la viscosidad dinámica y densidad del aire, μ_2 y ρ_2 son la viscosidad dinámica y densidad del agua.

Una sola ecuación de cantidad de movimiento (54) se resuelve en el método VOF y el campo de velocidad resultante se comparte entre las fases. La ecuación (54) depende de las fracciones de volumen de todas las fases a través de ρ y μ .

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \rho g_i + F_i \quad 54$$

donde ρg_i y F_i son la fuerza de cuerpo gravitacional y la fuerza de cuerpo externa respectivamente. F_i también contiene otros términos fuente dependientes del modelo, tales como las fuentes de medios porosos y definidas por el usuario en *FLUENT*. Dependiendo de la definición del problema, la solución puede incluir ecuaciones escalares adicionales por lo que, en el caso del modelado de la turbulencia se resuelve un solo conjunto de ecuaciones de transporte, y las variables de turbulencia (por ejemplo: k y ε o los esfuerzos de Reynolds) son compartidas por ambas fases de agua y aire a lo largo del campo (Fluent Inc., 2003).

4.3.5. Cálculo del coeficiente de arrastre C_T con *Ansys Fluent*[®]

Para el cálculo del coeficiente de arrastre de un objeto en *Ansys Fluent*[®], se requiere calcular la componente de la fuerza total a lo largo del vector de fuerza \vec{a} (sentido del flujo: eje x). Esto mediante el producto escalar de la fuerza de presión y las fuerzas viscosas en cada cara o elemento del objeto, con el vector de fuerza especificado \vec{a} .

Los términos en esta suma representan los componentes de fuerza de presión y fuerza viscosa en la dirección del vector \vec{a}

$$F_a = \vec{a} \cdot \vec{F}_p + \vec{a} \cdot \vec{F}_v \quad 55$$

donde: \vec{a} es el vector de la fuerza especificado, F_a es la componente de la fuerza total, \vec{F}_p es el vector de la fuerza de presión, \vec{F}_v es el vector de la fuerza viscosa (ANSYS, Inc., 2013).

Al calcular el coeficiente de arrastre con *Ansys Fluent*[®], es necesario incluir valores de referencia, como lo son el área de sección transversal de la zona en análisis, la velocidad, la densidad del fluido y su viscosidad dinámica ver Ilustración 4.10 .

Reference Values	
Area (m ²)	0.0072314
Density (kg/m ³)	998,2
Enthalpy (j/kg)	0
Length (m)	1
Pressure (pascal)	0
Temperature (k)	288,16
Velocity (m/s)	0,503
Viscosity (kg/m-s)	0,001003
Ratio of Specific Heats	1,4

Ilustración 4.10. Ejemplo de valores de referencia utilizados en la simulación con *Ansys Fluent*[®].

También es necesario incluir en la simulación la monitorización del coeficiente de arrastre C_T (C_d en *Ansys Fluent*[®]), para determinar en qué momento el coeficiente de arrastre converge, ver Ilustración 4.11 e Ilustración 4.12.

Monitors
Residuals, Statistic and Force Monitors
Residuals - Print, Plot
Statistic - Off
cd-1 - Plot, Write
<input type="button" value="Create"/> <input type="button" value="Edit..."/> <input type="button" value="Delete"/>

Ilustración 4.11. Activar la monitorización del coeficiente de arrastre C_T (C_d) en *Ansys Fluent*[®].

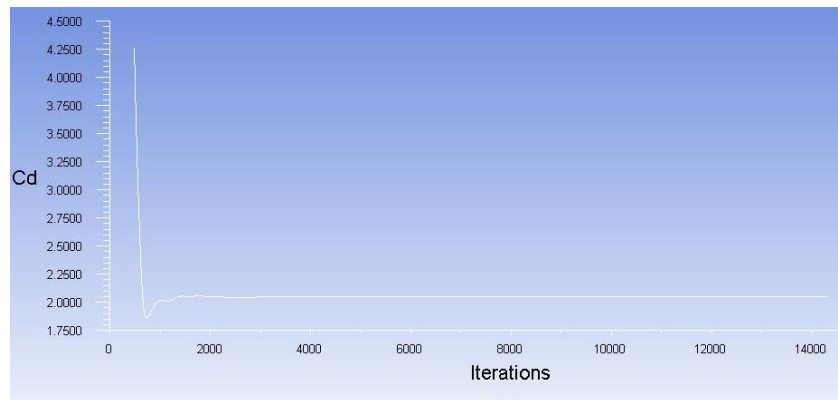


Ilustración 4.12. Convergencia del coeficiente de arrastre C_T (C_d) en *Ansys Fluent*[®].

5. MATERIALES Y MÉTODOS

5.1. Pruebas experimentales con discos porosos para simular turbinas en un canal

Con la finalidad de examinar el comportamiento del flujo en canales mediante la introducción de discos porosos para simular turbinas hidrocínéticas, y para determinar el rendimiento máximo de estas turbinas con distintos escenarios de bloqueo se realizaron pruebas en un banco experimental. Se analizaron los cambios en la región de la estela lejana generados por efecto de la inclusión de discos porosos en el fluido y la posible aparición de ondas gravitatorias de superficie en los canales. Las pruebas experimentales se llevaron a cabo en un canal de sección rectangular ubicado en el laboratorio del Posgrado IMTA-UNAM. El canal tiene una longitud de 5.0 m, 0.245 m de ancho y una altura de 0.5 m (ver Ilustración 5.1).



Ilustración 5.1. Canal experimental de sección rectangular (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).

Durante el desarrollo de las pruebas experimentales se utilizó una separación entre la base inferior de los discos porosos y el fondo del canal de $0.2 h$ (0.06 m), donde h representa el tirante en el canal. Esta separación permite que el disco se encuentre ubicado en una zona lo suficientemente lejana al fondo, es decir, en regiones en que los gradientes de velocidad no son elevados y como consecuencia no existen grandes variaciones con respecto a la velocidad media del flujo (Ilustración 5.2.).

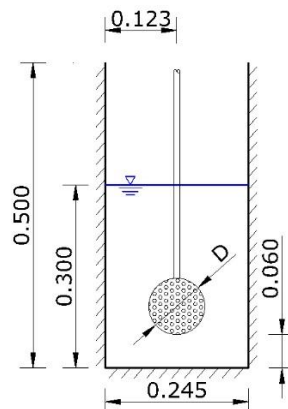
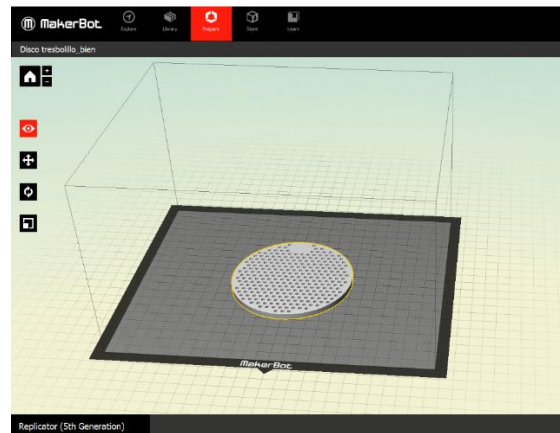


Ilustración 5.2. Ubicación del disco poroso en la sección transversal del canal experimental (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).

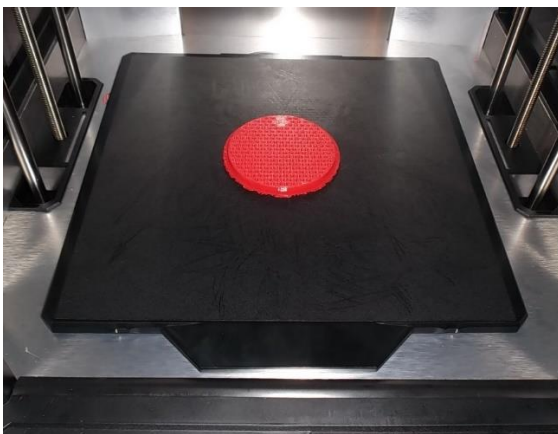
Los discos porosos tienen un espesor de 4 mm y una porosidad de 34% (relación entre área abierta y cerrada del disco). Los poros u orificios, tienen un diámetro de 3 mm y están separados 5.3 mm de forma equidistante, es importante señalar que esta configuración ya ha sido utilizada en otros estudios experimentales (Xiao *et al.*, 2013). Una vez diseñados, los discos porosos se manufacturaron en poliláctico, o PLA, por sus siglas en inglés, utilizando una impresora 3D, modelo *Maker Bot Replicator Z18*, que tiene una resolución máxima de capas de 0.1 mm. Los archivos de entrada para la impresión (STereo Lithography) y los sólidos en 3D se generaron con el software *AUTOCAD® 3D* ver Ilustración 5.3.



a. Impresora 3D Maker Bot Replicator Z18.



b. Software para impresión en 3D.



c. Etapa final de la impresión 3D.



d. Disco con porosidad de 0.34.

Ilustración 5.3. Manufactura del disco poroso.

Durante la etapa experimental los ejes de los discos fueron alineados respecto al eje central del canal y colocados transversalmente a la dirección del flujo, como se muestra en la Ilustración 5.8 .

En cualquier análisis o instalación de algún dispositivo en canales a superficie libre es importante determinar el régimen de flujo en el canal, para ello se calcula el número Froude y se define como:

$$Fr = \frac{u_0}{\sqrt{gh}} \quad 56$$

Donde u_0 es la velocidad media del flujo aguas arriba de la turbina/disco (m/s), g la constante de aceleración de la gravedad (m/s^2), h el tirante en el canal (m).

Entre los modelos a escala real (prototipo) y los modelos experimentales a escala reducida, se requiere una paridad en el número de Froude para que la relación entre fuerzas inerciales y fuerzas gravitatorias sean iguales en ambos casos. En el caso de flujos a superficie libre, esta condición es absolutamente esencial debido a que el flujo es impulsado por fuerzas gravitacionales (Echávez, 1996).

El número de Froude basado en la profundidad del canal es una medida de la deformación de la superficie libre para flujos en canales abiertos (Xiao et al., 2013). El escalamiento de Froude es importante debido a la presencia de la superficie libre cerca del rotor de la turbina y, por lo tanto, no se pueden ignorar los efectos gravitacionales. Con altos números de Froude se puede tener un comportamiento inestable de la superficie libre, así, la paridad del número de Froude generalmente se mantiene entre el prototipo y el modelo a escala (Myers & Bahaj, 2010).

Sería ideal contar con la igualdad del número de Reynolds entre el modelo y el prototipo, que es la relación de fuerzas inerciales con viscosas, sin embargo, para el mismo modelo esto no es físicamente posible ya que ambos números de Froude y Reynolds dependen de la longitud característica del sistema y no se escalan igualmente (Echávez, 1996). En un canal, las fuerzas viscosas dominan especialmente cerca del fondo, por lo tanto, el escalamiento de Reynolds es importante en esa zona (Myers & Bahaj, 2010). Se acepta la disparidad entre la escala de Froude y Reynolds siempre que la disparidad de número de Froude no resulte en un flujo no representativo y que el número de Reynolds resultante de la configuración experimental a escala reducida esté en la misma clasificación de turbulencia que el sistema a escala completa (Echávez, 1996).

En los estudios utilizando discos porosos, el número de Reynolds Re se define como (Xiao et al., 2013):

$$Re = \frac{u_0 D}{\nu} \quad 57$$

Donde ν es la viscosidad cinemática del agua (m^2/s), u_0 la velocidad media del flujo aguas arriba del disco poroso en el canal (m/s) y D el diámetro del disco (m).

El gasto máximo que se puede circular por el canal experimental es 37.06 l/s y el gasto mínimo utilizado fue 25.72 l/s, que corresponden a velocidades medias en el canal de 0.50 m/s y 0.35 m/s respectivamente. También se realizaron pruebas con una velocidad intermedia igual a 0.43 m/s con un gasto de 31.34 l/s. El tirante utilizado en las pruebas finales fue de $h = 0.30$ m y ha sido utilizado en pruebas experimentales realizadas por (Myers & Bahaj, 2012). Los números de Froude que se utilizaron para las tres condiciones establecidas en el canal fueron de 0.205, 0.250 y 0.305 teniendo en todas, un flujo subcrítico.

Durante las pruebas, los distintos números de Reynolds van desde 32,194 hasta 68,416, los cuales representan un flujo turbulento y el valor mínimo está por encima del utilizado por (Xiao *et al.*, 2013).

En una turbina hidrocínética de marea el mayor efecto del número de Reynolds se espera en el desarrollo de la capa límite de fondo y en la estela del eje rotor, esto porque el número de Reynolds puede influir en los lugares de separación de flujo, y afectar el rendimiento de la turbina (Xiao *et al.*, 2013).

Las condiciones de las pruebas preliminares para el cálculo del coeficiente de potencia fueron: un canal rectangular con un ancho de $b = 0.245$ m, y un tirante de $h = 0.265$ m, con velocidad media en el flujo de 0.570 m/s, y un número de Froude igual a 0.354. Los diámetros del disco utilizados para el cálculo fueron 92 mm, 121 mm y 136 mm, esto permitió hacer estudios del flujo para distintas relaciones de bloqueo ver Tabla 5.1.

A través del análisis unidimensional propuesto por Houlby *et al.* (2008) se calculó el coeficiente de potencia C_p para distintos valores de factor de inducción axial a de una turbina hidrocínética de diámetro equivalente al disco actuador.

El disco poroso con la menor relación de bloqueo, es el disco que presenta el menor diámetro $D_1 = 92$ mm, y ha sido utilizado en pruebas experimentales de otros autores (Xiao *et al.*, 2013). El disco con mayor relación de bloqueo, es el de diámetro más grande $D_3 = 136$ mm, y fue el valor más alto de relación de bloqueo con el que se logró verificar la teoría unidimensional propuesta por Houlby *et al.* (2008). El disco de diámetro intermedio $D_2 = 121$ mm se seleccionó buscando que la curva de coeficiente potencia vs factor de inducción axial se encontrase equidistante entre las dos curvas asociadas a los discos anteriores Ilustración 5.4.

Tabla 5.1. Condiciones hidráulicas y geométricas para el cálculo del coeficiente de potencia.

Variable	Valor	Unidades
ρ	998.2	kg/m ³
h	0.265	m
b	0.245	m
u_0	0.570	m/s
Fr	0.354	
D_1	0.092	m
D_2	0.121	m
D_3	0.136	m

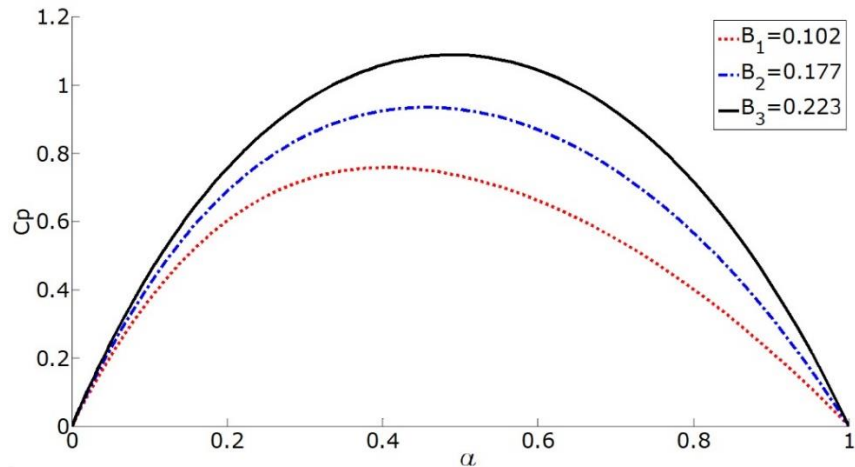


Ilustración 5.4. Coeficiente de potencia C_p vs factor de inducción axial a , con un tirante $h = 0.265$ m y número de Froude igual a $Fr = 0.354$ (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).

La Ilustración 5.5 muestra los discos porosos fabricados con diámetros $D_1 = 92$ mm, $D_2 = 121$ mm y $D_3 = 136$ mm.

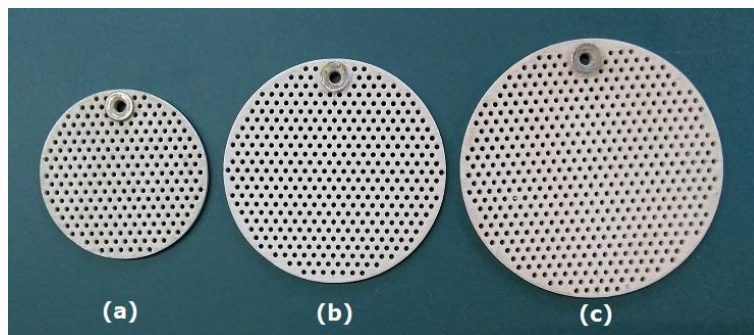


Ilustración 5.5. Discos porosos de diámetros: a) $D_1 = 92$ mm, b) $D_2 = 121$ mm y c) $D_3 = 136$ mm (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).

Se realizaron pruebas preliminares en el canal experimental introduciendo los discos porosos de distinto diámetro, para lo cual se utilizaron en todos los casos las condiciones hidráulicas mostradas en la Tabla 5.1. Al utilizar los discos porosos con diámetros $D_1 = 92$ mm y $D_2 = 121$ mm, no se observaron ondas gravitatorias de superficie notablemente visibles hacia aguas abajo del disco, contrariamente a lo que sucedió con el disco de diámetro $D_3 = 136$ mm ya que en este caso se visualizó claramente dicho fenómeno Ilustración 5.6.



Ilustración 5.6. Ondas gravitatorias de superficie utilizando un disco poroso $D_3 = 136$ mm (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).

Debido a lo expuesto con anterioridad, se decidió incrementar el tirante en el canal, conservando el gasto utilizado. El tirante se incrementó a un valor $h = 0.3$ m, este tirante ha sido utilizado en experimentos realizados por (Myers & Bahaj, 2012), de esta manera las nuevas condiciones con las que se realizaron los experimentos se presentan en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Condiciones hidráulicas para el cálculo del coeficiente de potencia con distintas relaciones de bloqueo, incrementando el tirante en el canal.

Variable	Valor	Unidades
ρ	998.2	kg/m ³
h	0.300	m
b	0.245	m
u_{01}	0.350	m/s
u_{02}	0.426	m/s
u_{03}	0.503	m/s
Fr_1	0.205	
Fr_2	0.250	
Fr_3	0.295	
D_1	0.092	m
D_2	0.121	m
D_3	0.136	m

Con los nuevos resultados obtenidos aplicando la teoría unidimensional para los tres diámetros de disco y tres números de Froude, para el caso más favorable, se observa que es posible incrementar el coeficiente de potencia con el disco de diámetro $D_3 = 136$ mm, con una relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y número de Froude $Fr_3 = 0.295$, en un valor cercano a $C_{pm\acute{a}x} = 0.985$. Para el disco con menor diámetro $D_1 = 92.0$ mm, $B_1 = 0.090$ y $Fr_3 = 0.295$, el coeficiente de potencia máximo resultó $C_{pm\acute{a}x} = 0.732$, valor superior al límite de Betz ($C_{pBetz} = 0.593$). Con el disco con diámetro $D_2 = 121$ mm, $B_2 = 0.156$ y $Fr_3 = 0.295$, el coeficiente de potencia tiene un valor cercano a $C_{pm\acute{a}x} = 0.872$, siendo una magnitud intermedia entre las de los dos anteriores coeficientes de potencia máxima. La diferencia

máxima entre los valores de los coeficientes de potencia con número de Froude $Fr_1 = 0.205$ y las tres relaciones de bloqueo utilizadas fue de 1.2 %, así mismo, para $Fr_2 = 0.250$ fue de 2.6% y con $Fr_3 = 0.295$ fue de 3.9%. Esto indica que hay un pequeño incremento en el coeficiente de potencia a medida que se incrementa el número de Froude en el canal Ilustración 5.7 y Tabla 5.3.

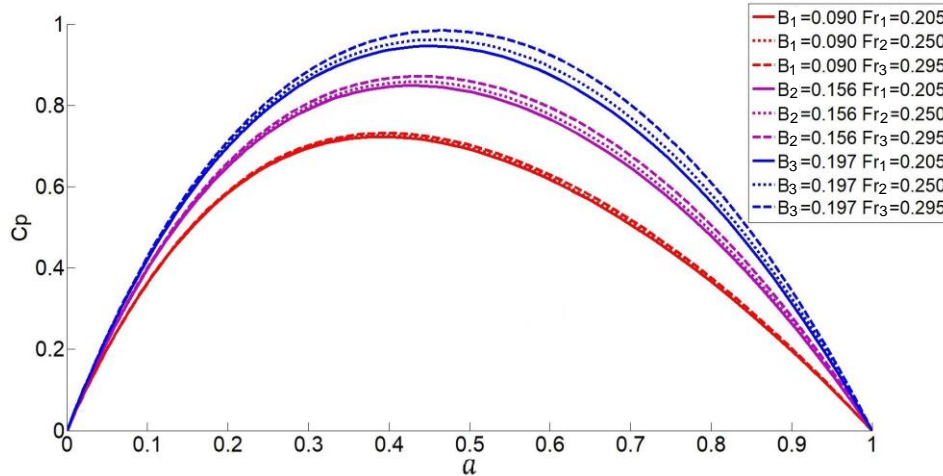


Ilustración 5.7. Coeficiente de potencia C_p vs factor de inducción axial a , para los experimentos en el canal experimental para las distintas relaciones de bloqueo y números de Froude.

Tabla 5.3. Coeficiente de potencia máximo para distintas relaciones de bloqueo y números de Froude, utilizando la teoría unidimensional propuesta por Houlsby *et al.* (2008).

Diámetro del disco D [mm]	Relación de bloqueo B	Factor de inducción axial a	Coeficiente de potencia máximo $C_{pmáx}$
$Fr_1 = 0.205$			
92	0.0904	0.395	0.723
121	0.1564	0.433	0.849
136	0.1976	0.455	0.947
$Fr_2 = 0.250$			
92	0.0904	0.396	0.727
121	0.1564	0.436	0.859
136	0.1976	0.459	0.963
$Fr_3 = 0.295$			
92	0.0904	0.399	0.732
121	0.1564	0.440	0.872
136	0.1976	0.466	0.985

Para capturar el patrón de velocidades se utilizó un velocímetro acústico Doppler (ADV), de esta manera se obtuvieron las componentes de las velocidades instantáneas en las regiones analizadas. Aunado a ello, se obtuvieron los perfiles de velocidad en el eje vertical,

en todos los casos el ADV se situó a una distancia de 3, 6, 9, 12 y 15 diámetros aguas abajo del disco poroso (Ilustración 5.8).

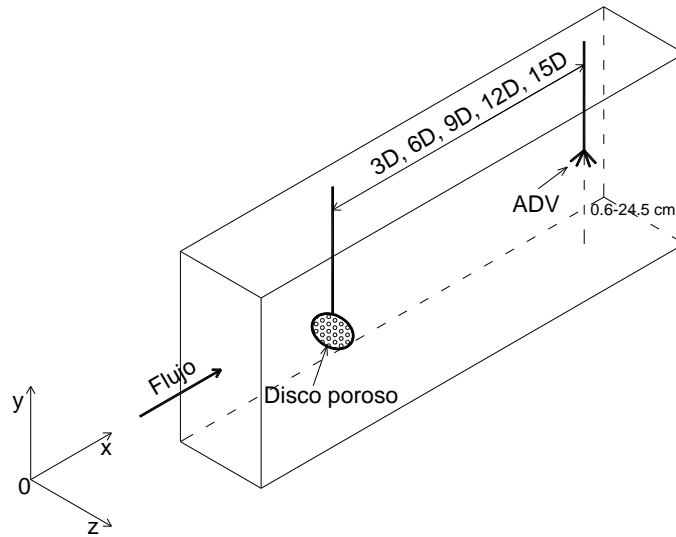
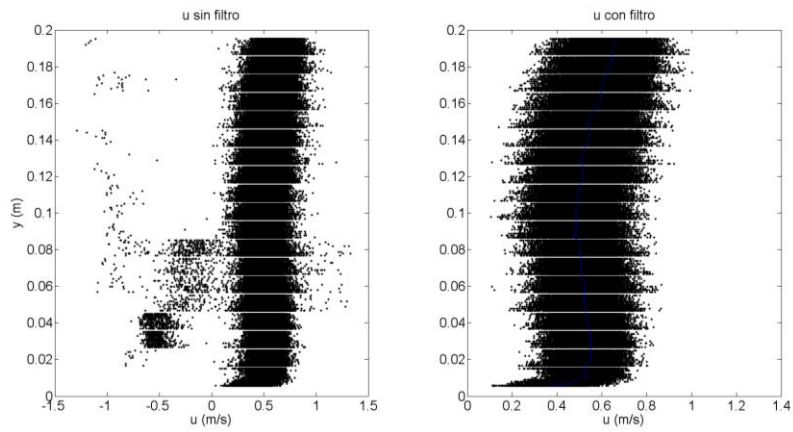


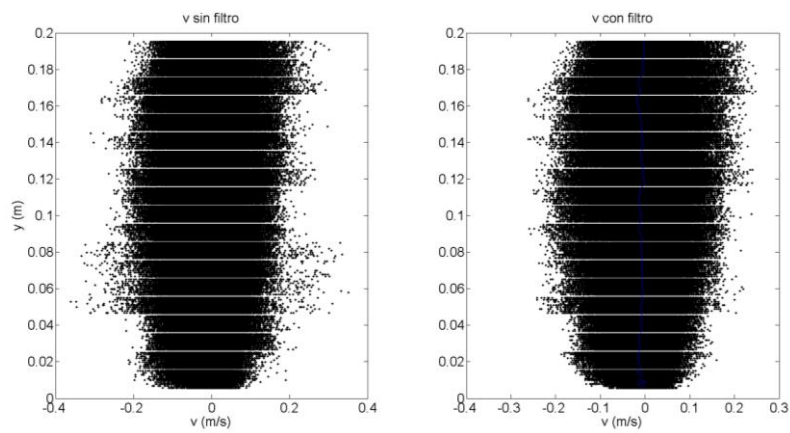
Ilustración 5.8 Ubicación del velocímetro acústico Doppler ADV respecto a la posición del disco poroso.

Para medir las componentes de la velocidad instantánea en las direcciones (x , y , z) empleando el velocímetro acústico Doppler (ADV), se utilizó un espaciado en la vertical de 1 mm aproximadamente y una longitud del volumen de medición de 1 cm. Con la finalidad de disminuir el tiempo empleado en las mediciones, estas se realizaron en intervalos de 1 cm con datos y 1 cm sin datos. La frecuencia de muestreo utilizada fue de 100 Hz, con un tiempo total de medición de 30 s, teniéndose así un total de 3 000 mediciones en cada punto de análisis (a cada milímetro). El perfil de velocidades inicia desde 0.60 cm a partir del fondo del canal, llegando una altura de 23.5 cm.

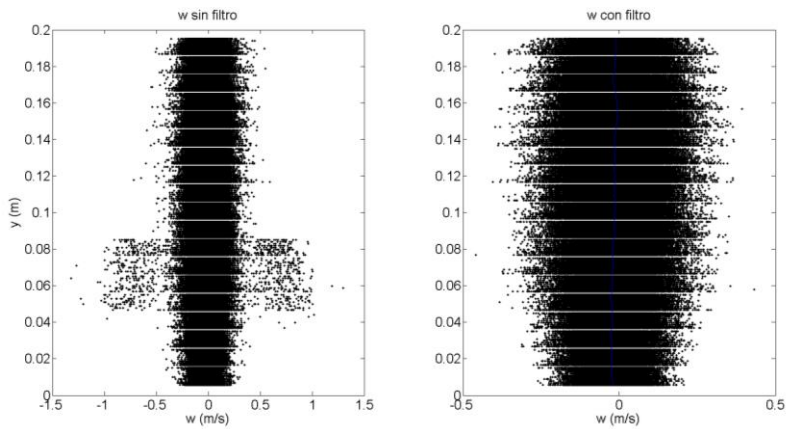
Para interpretar y analizar los datos obtenidos con el ADV, previamente se deben eliminar los valores atípicos de la velocidad instantánea, para tal fin se utilizó el método propuesto por Goring y Nikora (2002) y modificado por Mori, Suzuki y Kakuno (2007). En la Ilustración 5.9 se muestra un ejemplo de la aplicación de dicho método, para lo cual se aplica un filtrado de datos en una medición de las velocidades instantáneas en la serie de tiempo.



u (dirección x)



v (dirección y)



w (dirección z)

Ilustración 5.9. Ejemplo de aplicación del filtro de Goring y Nikora (2002), modificado por Mori, Suzuki y Kakuno (2007), en una medición de las velocidades instantáneas a 5 diámetros aguas abajo del disco poroso.

5.1.1. Recuperación de la velocidad en la estela lejana aguas abajo del disco poroso

Al momento de instalar un conjunto de turbinas colocadas en serie, es de suma importancia conocer la distancia a la que se puede instalar la siguiente turbina hacia aguas abajo (Xiao *et al.*, 2013), lo anterior para aprovechar al máximo el espacio disponible, sin que esto afecte el desempeño de dichas turbinas. Dos de los principales factores que influyen en la potencia aprovechable de las turbinas hidrocínéticas son la velocidad del flujo y la intensidad de turbulencia en la zona donde se ubica la turbina (Maganga *et al.*, 2010). Debido a esto, es importante conocer el efecto que tiene el incrementar la relación de bloqueo en la recuperación de la velocidad en la estela lejana, y en los valores de intensidad de turbulencia, para ello se realizaron pruebas experimentales en el canal de laboratorio de Posgrado del IMTA-UNAM.

La recuperación de la estela de una turbina de eje horizontal se define en términos del déficit de velocidad, el cual es un número adimensional que está relacionado con la velocidad del flujo que aún no ha sido alterado y la velocidad de la estela en la línea de centros del rotor ver sección 3.5.

Se espera que una reducción en la velocidad de 10% o menos, probablemente sea tolerada para colocar una turbina hidrocínética aguas abajo de otra. Como la potencia hidráulica de energía cinética es proporcional al cubo de velocidad, esto produciría una reducción razonable en la potencia de salida para una turbina aguas abajo. Para alcanzar una recuperación de al menos el 90 % de la velocidad en la estela es poco probable que el espaciamiento longitudinal de las turbinas hidrocínéticas sea menor a 10 diámetros (quizá 15 diámetros), a menos que las turbinas de aguas abajo estén desplazadas lateralmente de las que operan aguas arriba (Myers & Bahaj, 2009).

Para las turbinas eólicas el espaciamiento longitudinal (viento abajo) es del orden de 8-10 diámetros del rotor. Experimentos llevados a cabo por Myers, Bahaj, Rawlinson y Thompson (2012), con un disco actuador sumergido demostraron que los déficits de velocidad de la línea central todavía son apreciables a 10 diámetros aguas abajo y que el espaciamiento de las turbinas debería estar en el orden de 15 a 20 diámetros de la turbina.

Para implementar la tecnología de turbinas hidrocínéticas en canales, es necesario entender el comportamiento del flujo en la región de la estela lejana formada por las turbinas ($> 4D$ aguas abajo de la turbina). El objetivo de las pruebas experimentales es identificar los cambios en la estructura del flujo de la estela lejana y la recuperación del perfil de velocidades en una región lo suficientemente alejada hacia aguas abajo de la ubicación de las turbinas.

De ahí que, es importante investigar las variables clave que afectan el comportamiento de la estela aguas abajo de los discos poroso en un flujo con relaciones de bloqueo similares a las esperadas para turbinas hidrocínéticas en canales de riego.

Para conocer las curvas de recuperación de la velocidad en la estela lejana con distintas relaciones de bloqueo y números de Froude, se instalaron 3 diámetros distintos de discos porosos, con las características mencionadas en la sección 5.1, los diámetros utilizados fueron: $D_1 = 92$ mm, $D_2 = 121$ mm y $D_3 = 136$ mm, que corresponden a relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$ respectivamente. Los discos fueron instalados a una separación de 2.0 m con respecto a la entrada del canal y colocados al centro de este, con una separación del borde inferior del disco al fondo del canal de $0.2h$ (6.0 cm de separación). Como se ha mencionado con anterioridad, esta separación respecto al fondo del canal permite ubicar los discos fuera de zonas donde se presentan velocidades bajas debidas a efectos de pared con el fondo del canal. Los perfiles de velocidad se midieron al centro del canal, en la dirección vertical, esta zona es la más adecuada para analizar el efecto de recuperación de la velocidad en la estela y la intensidad de turbulencia, debido a que es la condición más desfavorable que presenta el cono de la estela.

El tirante en el canal se mantuvo constante en todos los escenarios con un valor de $h = 0.30$ m, se utilizaron tres gastos distintos para los experimentos: un gasto mínimo $Q_1 = 25.72$ l/s, uno intermedio $Q_2 = 31.34$ l/s y uno máximo $Q_3 = 37.05$ l/s, teniendo velocidades medias en el flujo de $u_{01} = 0.350$ m/s, $u_{02} = 0.426$ m/s y $u_{03} = 0.503$ m/s respectivamente. Los números de Froude son $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$. La intensidad de turbulencia media en una sección representativa en el canal utilizando una velocidad media en el canal $u_0 = 0.503$, fue de $I.T. = 5.7\%$ ver Ilustración 6.1. Los números de Reynolds en función del diámetro del disco van desde 32,194 hasta 68,416, para los distintos diámetros de disco y velocidades medias de flujo en el canal, con estos valores se presenta un flujo turbulento en el canal.

5.1.2. Cálculo de la intensidad de turbulencia

La intensidad de turbulencia es una escala que caracteriza la turbulencia, expresada como un porcentaje. Un flujo idealizado con ninguna fluctuación en la velocidad tendría un valor de intensidad de turbulencia de 0%. Este caso idealizado no ocurre en la naturaleza, sin embargo, debido a cómo se calcula la intensidad de turbulencia, son posibles valores superiores al 100%. Esto puede suceder, por ejemplo, cuando el promedio de la velocidad del flujo es pequeño y hay grandes fluctuaciones presentes.

De acuerdo con Panton (2005), la intensidad de turbulencia se expresa como:

$$I.T. = 100 \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(u'^2 + v'^2 + w'^2)}}{u_0} \quad 58$$

Donde $I.T.$ es la intensidad de turbulencia (%), u' , v' y w' son las componentes de fluctuación de velocidad en las direcciones x , y , z respectivamente (m/s).

5.1.3. Problemas del velocímetro ADV marca Nortek para generar las gráficas de turbulencia

Tanto en las gráficas de intensidad de turbulencia, como en otras relacionadas con el análisis de turbulencia, se presentan ciertos patrones en los datos que no corresponden a lo que se espera de la representación del fenómeno físico. Por ejemplo, al superponer en una gráfica los perfilados de velocidad generados con los datos obtenidos con el velocímetro ADV de la marca *Nortek* (Ilustración 6.4).

Thomas, Schindfessel, McLelland, Creëlle y De Mulder (2017) mencionan que esto se debe a que la señal de ruido varía de forma parabólica con un mínimo alrededor del punto justo llamado “sweet spot”, ubicado a 50 mm del transductor. Los haces receptores de la señal sólo convergen en el punto justo y en la región de divergencia se reduce significativamente el tamaño de la zona muestreada a partir del punto justo. Esto genera una reducción en la calidad de los datos, sin embargo, en la región entre aproximadamente 43 y 61 mm por debajo del transductor usualmente se puede recoger la información de velocidad más fiable.

Koca, Noss, Anlanger, Brand y Lorke (2017) señalan que el punto justo se ubica aproximadamente a 52 mm debajo del transductor, en esta zona, la región superpuesta de los haces acústicos del ADV es la más grande. De este modo se concluye que debe seleccionarse el punto con menor señal de ruido, que corresponde a un mínimo local.

Por esta razón, en las curvas de intensidad de turbulencia se aplica un filtrado de datos, en el cual se seleccionan los mínimos locales de cada perfilado para construir una gráfica que represente mejor el fenómeno físico.

5.1.4. Desarrollo e implementación de un dispositivo para medir el empuje hidrodinámico

El coeficiente de empuje y el empuje son los principales parámetros por los cuales los cambios en el rendimiento de las turbinas pueden cuantificarse con discos actuadores, para ello se hace uso de una celda de carga y se mide la fuerza de empuje actuante sobre los discos. La fuerza obtenida se utiliza para proporcionar información sobre el flujo inmediatamente aguas arriba y aguas abajo del disco, puntos donde no se puede tener acceso con el ADV. Las fuerzas medidas también podrían ser utilizadas para proporcionar datos de entrada para las simulaciones numéricas (Xiao *et al.*, 2013).

Para medir las fuerzas de empuje actuando sobre los discos, se diseñó y construyó el dispositivo mostrado en la Ilustración 5.10. El dispositivo cuenta con un soporte donde se montan dos rieles, estos permiten el movimiento de un carro deslizante en el sentido longitudinal del canal, el disco poroso se sujeta al carro deslizante mediante un vástago.

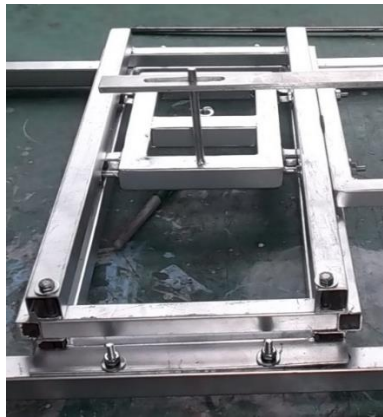
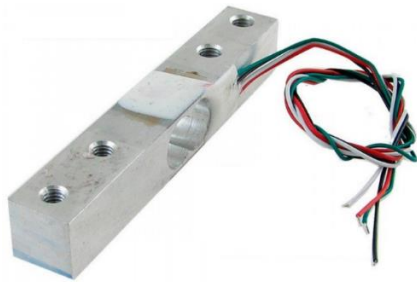


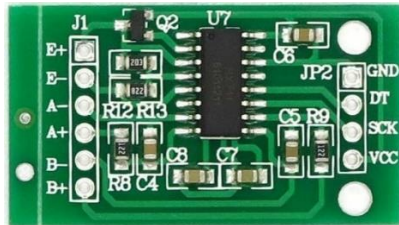
Ilustración 5.10. Etapa de construcción e instalación del dispositivo para medir empuje sobre el disco poroso.

Debido a la necesidad de obtener mediciones del empuje hidrodinámico de buena calidad, se requirió de un dispositivo que proporcionase una adecuada precisión en las mediciones y que permitiera realizar la transferencia de datos en forma digital hacia un ordenador. Para ello se ensambló un módulo electrónico que consta de: una celda de carga con capacidad de 9.806 N y precisión 0.00196 N, un convertidor analógico a digital *ADC* de 24-Bits *HX711*, y una placa *Arduino Uno*, con microprocesador *ATmega328*, ver Ilustración 5.11 e Ilustración 5.12. La transferencia de datos hacia el ordenador se realiza mediante una conexión con cable a un puerto *USB*.



Celda de carga:

Modelo *ARD2-2151*
 Carga nominal: 9.81 N (1000 g)
 Sobrecarga máxima: 14.71 N (1500 g)
 Voltaje de trabajo: 3 V – 12 V DC
 Precisión: 0.00196 N (0.2 g)



Convertidor analógico a digital (ADC) de 24-Bits
HX711:

Modelo *ARD2-2150*
 Voltaje de trabajo: 2.6 V – 5 V DC
 Temperatura de operación: -40 °C – 80 °C



Placa *Arduino Uno*:

Microcontrolador: *ATmega328*
 Voltaje de operación: 5 V
 Entradas/Salidas digitales: 14
 Comunicación con ordenador: *USB*

Ilustración 5.11. Componentes del dispositivo para medir el empuje hidrodinámico en los discos.

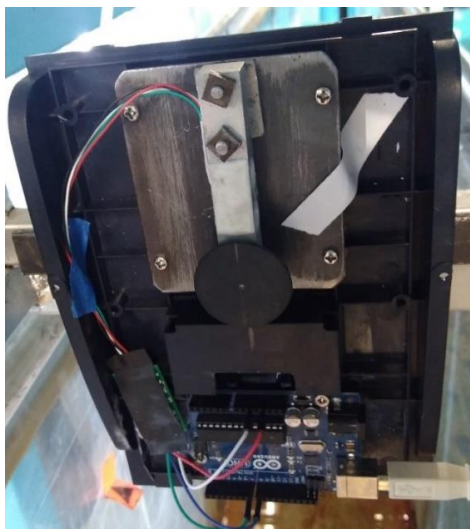


Ilustración 5.12. Instalación del dispositivo para medir el empuje hidrodinámico en los discos.

Para calibrar la celda de carga se utilizó la librería para el módulo *HX711_ADC* en el software *Arduino* versión 1.8.6 y para extraer los datos de empuje hidrodinámico en un archivo de texto se utilizó la aplicación *CoolTerm* versión 1.5.0, que permite intercambiar datos con el hardware a través del puerto *USB* del ordenador (Ilustración 5.13, Ilustración 5.14 e Ilustración 5.15).



```
Medicion_C1kg_02 Arduino 1.8.6
Archivo Editar Programa Herramientas Ayuda

Medicion_C1kg_02

//-----
// HX711_ADC.h
// Arduino master library for HX711 24-Bit Analog-to-Digital Converter for Weigh Scales
// Olav Kallhovd sept2017
// Tested with      : HX711 asian module on channel A and YZC-133 3kg load cell
// Tested with MCU  : Arduino Nano
//-----
// This is an example sketch on how to use this library
// Settling time (number of samples) and data filtering can be adjusted in the HX711_ADC.h file

#include <HX711_ADC.h>

//HX711 constructor (dout pin, sck pin)
HX711_ADC LoadCell(7, 8);

long t;

void setup() {
  //Serial.begin(28800);
  Serial.begin(28800);
  Serial.println("Wait...");
  LoadCell.begin();
  long stabilisingtime = 2000; // tare preciscion can be improved by adding a few seconds of stabilising time
  LoadCell.start(stabilisingtime);
  LoadCell.setCalFactor(2057.5); // user set calibration factor (float)
  Serial.println("Startup + tare is complete");
}

void loop() {
Guardado.
```

Ilustración 5.13. Librería del módulo HX711_ADC para calibrar la celda de carga.

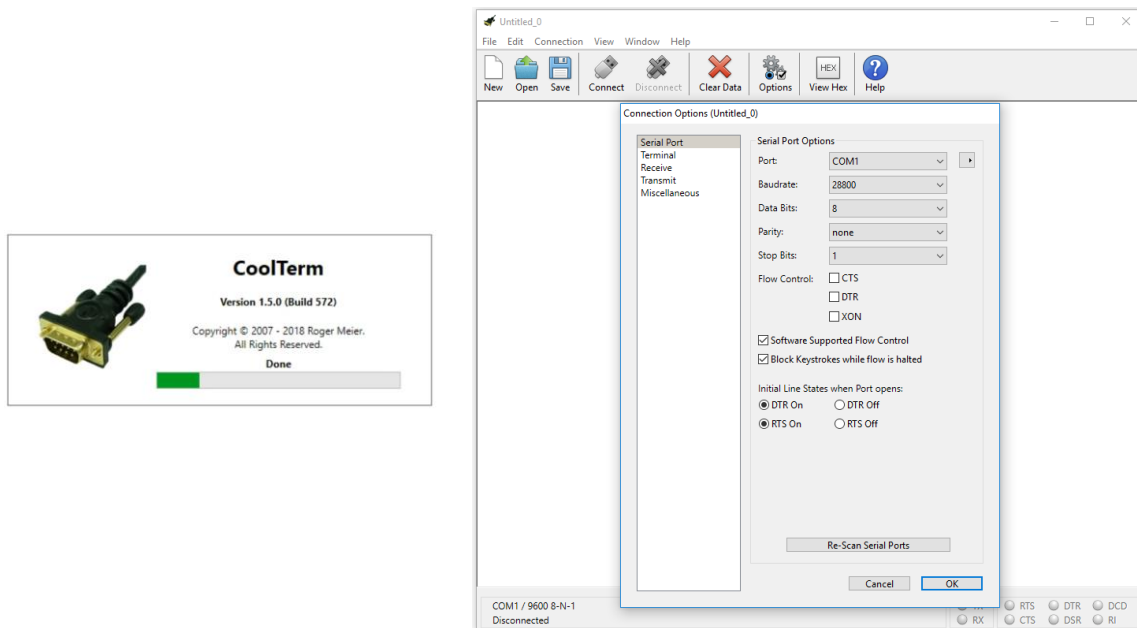


Ilustración 5.14. Aplicación *CoolTerm* versión 1.5.0 para intercambiar datos con el hardware a través del puerto *USB* del ordenador.



Ilustración 5.15. Transferencia de datos del empuje hidrodinámico, del módulo electrónico hacia el ordenador.

5.1.5. Frecuencia de medición del empuje hidrodinámico y tiempo mínimo de medición

La aplicación *CoolTerm* versión 1.5.0, permite seleccionar distintos valores de Baudrate, de los cuales se seleccionaron cuatro distintos valores: 9600, 14400, 19200 y 28800, que corresponden a frecuencias de 31.5 Hz, 31.5 Hz, 63 Hz y 94.5 Hz respectivamente. Se realizaron 5 repeticiones de cada medición para las distintas frecuencias y para los 3 diámetros de disco poroso (distintas relaciones de bloqueo).

Para determinar el número mínimo de mediciones requeridas para que el empuje medio se estabilice, se analizó el comportamiento del empuje medio a través de la serie de tiempo.

Se tiene que:

$$F_j = \frac{\sum_{i=1}^j F_i}{j} \quad 59$$

Donde F_i es el empuje hidrodinámico en la dirección x para el i -ésimo valor de la serie de tiempo, F_j es el empuje hidrodinámico medio en la dirección x para el j -ésimo valor de la serie de tiempo parcial

y

$$F_f = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{n} \quad 60$$

Donde F_f es el empuje hidrodinámico medio en la dirección x para la serie de tiempo total, n es el número total de mediciones.

En la Ilustración 5.16, Ilustración 5.17 e Ilustración 5.18 se muestra el comportamiento del empuje medio en la serie de tiempo en cinco repeticiones o pruebas de las mediciones con discos porosos de diámetros $D_1 = 92$ mm, $D_2 = 121$ mm y $D_3 = 136$ mm respectivamente y con un número de Froude en el canal $Fr_3 = 0.295$. El tiempo de medición para todas las pruebas fue de 180 s y las frecuencias de adquisición de datos fueron de 31.5 Hz, 47.25 Hz, 63 Hz y 94.5 Hz.

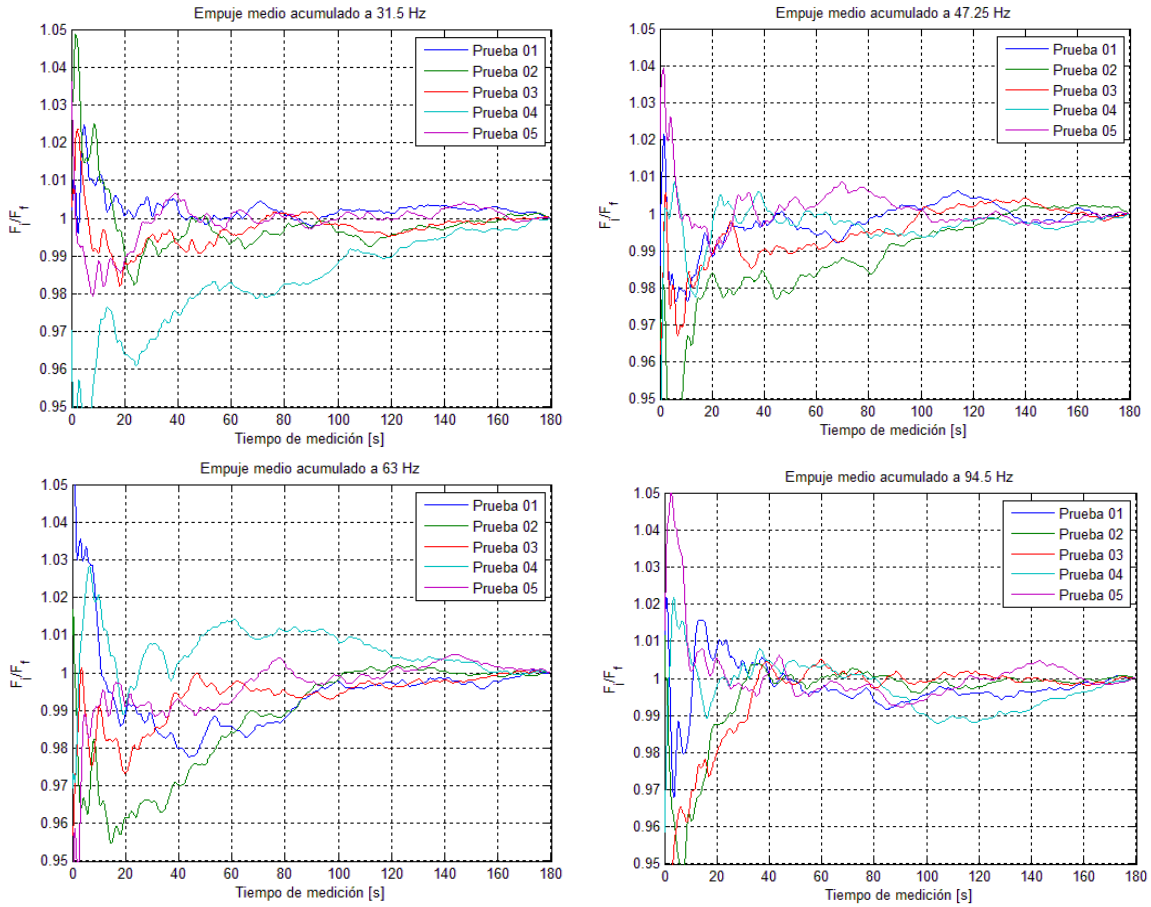


Ilustración 5.16. Comportamiento del empuje hidrodinámico medio en la serie de tiempo para distintas frecuencias de adquisición de datos, con un disco poroso de 92 mm de diámetro ($B_1 = 0.090$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.

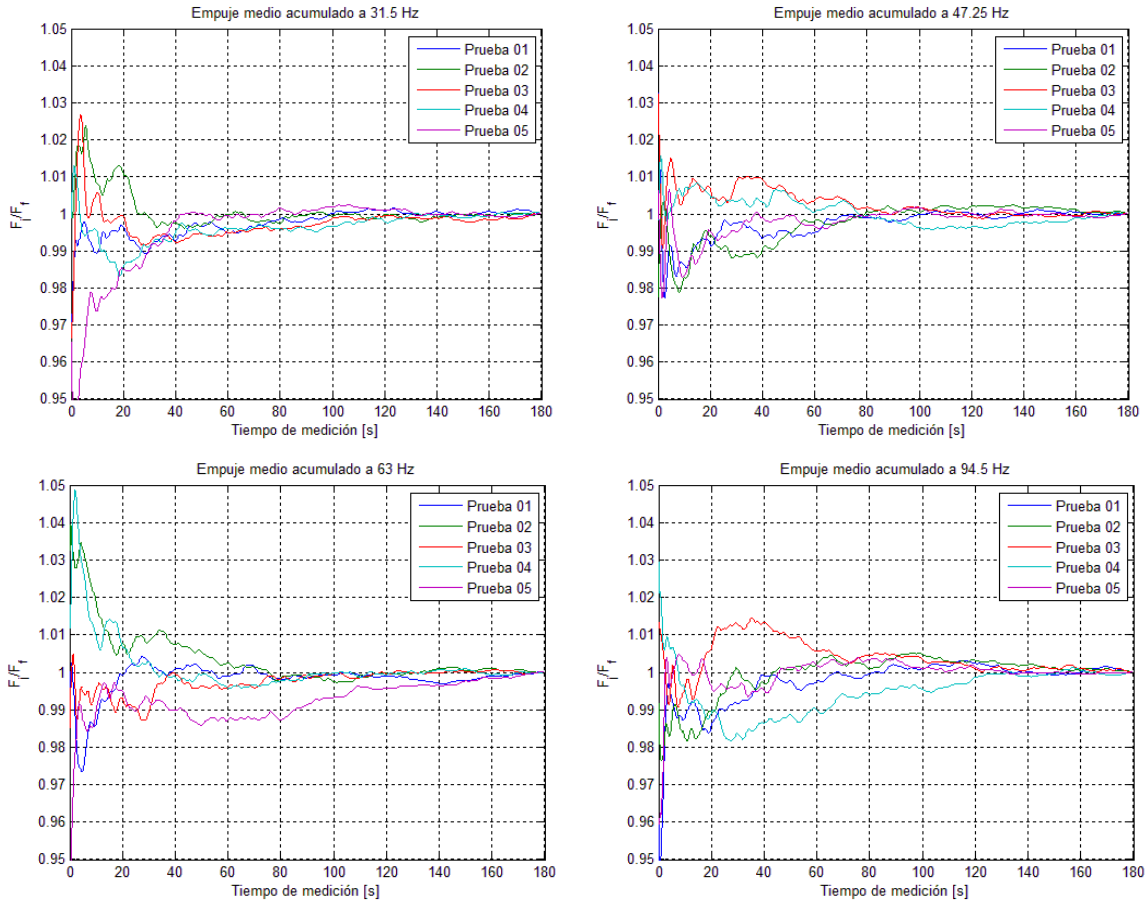


Ilustración 5.17. Comportamiento del empuje hidrodinámico medio en la serie de tiempo para distintas frecuencias de muestreo con un disco poroso de 121 mm de diámetro ($B_2 = 0.156$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.

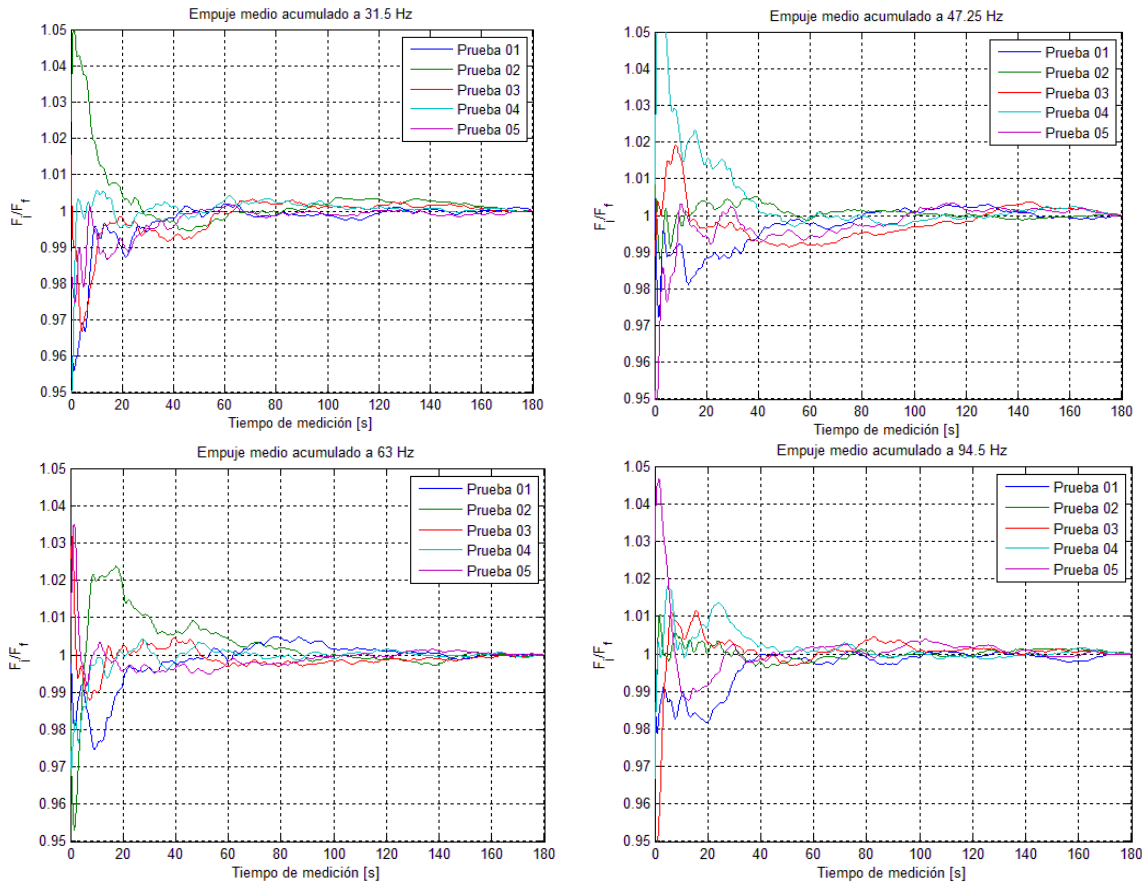


Ilustración 5.18. Comportamiento del empuje hidrodinámico medio en la serie de tiempo para distintas frecuencias de muestreo con un disco poroso de 136 mm de diámetro ($B_3 = 0.197$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.

Se puede concluir que al utilizar un tiempo de medición de al menos 120 s, las diferencias entre los empujes medios y empuje medio para toda la serie de tiempo se encuentran en el orden de 1% para los tres distintos diámetros de disco poroso, sin importar la frecuencia de muestreo que se utilice. Se seleccionó la frecuencia de muestreo de 94.5 Hz, la más parecida a la frecuencia de medición de la velocidad instantánea con el velocímetro acústico Doppler que fue de 100 Hz.

En la Ilustración 5.19, Ilustración 5.20 e Ilustración 5.21 se muestran los resultados de las mediciones de empuje para los distintos diámetros de disco poroso y frecuencias de medición con un número de Froude $Fr_3 = 0.295$. Se observa que la frecuencia en la medición no tiene una influencia relevante en la obtención del empuje medio sobre los discos.

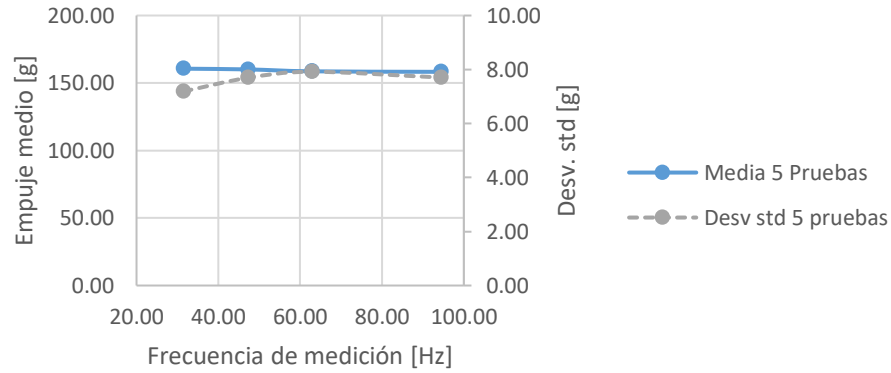


Ilustración 5.19. Empuje hidrodinámico medio en función de la frecuencia con un disco poroso de 92 mm de diámetro ($B_1 = 0.090$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.

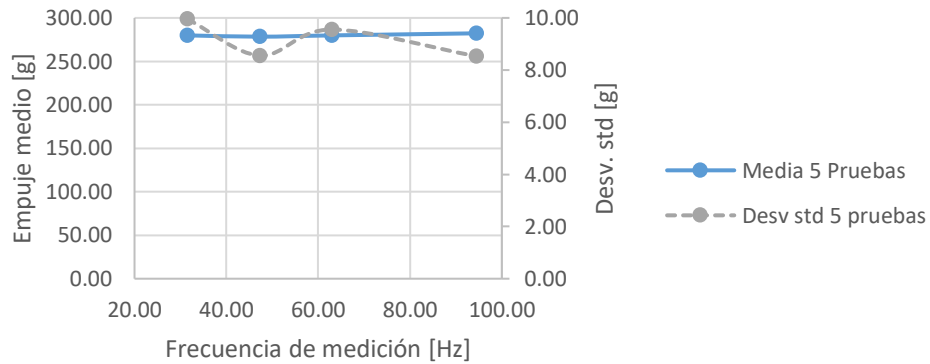


Ilustración 5.20. Empuje hidrodinámico medio en función de la frecuencia con un disco poroso de 121 mm de diámetro ($B_2 = 0.156$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.

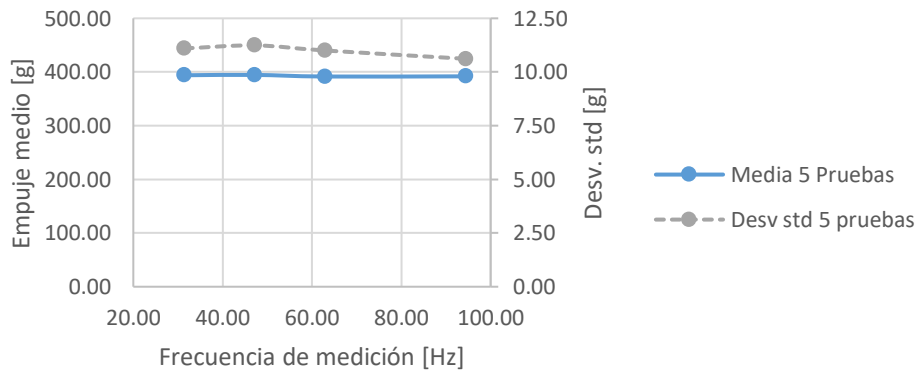


Ilustración 5.21. Empuje hidrodinámico medio en función de la frecuencia con un disco poroso de 136 mm de diámetro ($B_3 = 0.197$) y número de Froude $Fr_3 = 0.295$.

5.1.6. Cálculo del coeficiente de potencia utilizando datos experimentales

Se midió el empuje hidrodinámico sobre discos porosos de diámetros $D_1 = 92$ mm, $D_2 = 121$ mm y $D_3 = 136$ mm, que corresponden a relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$ respectivamente. Se utilizó una frecuencia de muestreo de 94.5 Hz y un tiempo de medición de 180 s teniendo un total de 17,010 muestras en cada medición, realizando cinco repeticiones de cada medición del empuje.

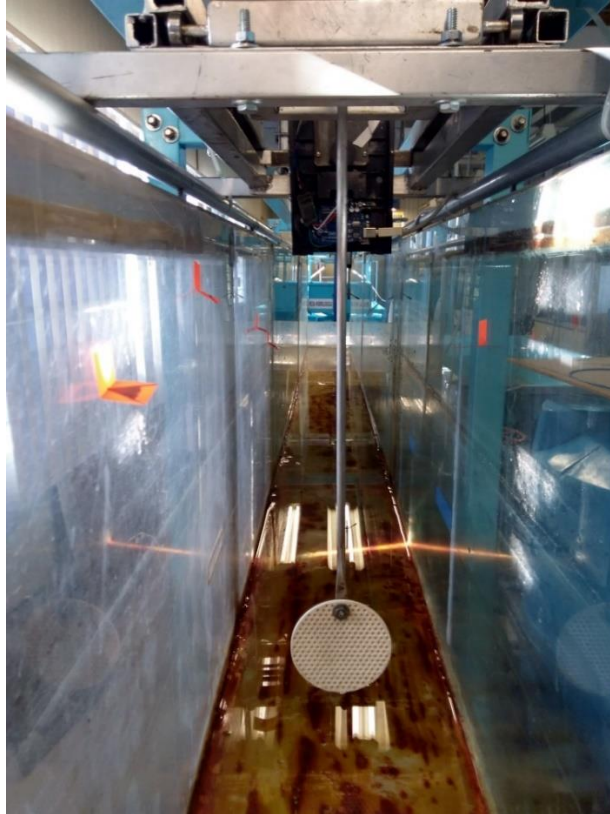


Ilustración 5.22. Dispositivo para medir el empuje hidrodinámico sobre un disco poroso (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).

Para obtener el empuje neto en los discos, se midió el empuje sobre el vástago y luego se restó al empuje obtenido con el ensamble total (vástago y disco).

Como señalan Harrison *et al.* (2009) el coeficiente de arrastre se calcula como:

$$C_T = \frac{F}{0.5\rho u_0^2 A} \quad 61$$

Donde F es el empuje sobre el disco (N), ρ es la densidad del fluido (kg/m^3), u_0 es la velocidad aguas arriba del disco poroso (m/s) y A es el área del disco poroso (m^2).

El velocímetro acústico Doppler utilizado tiene ciertas limitaciones físicas que no permiten acceder a la zona donde se ubican las caras de los discos porosos, dificultándose la medición de la velocidad media u_1 por lo que el cálculo aproximado de β se determinó a través de la aplicación de la teoría unidimensional propuesta por Houslyby *et al.* (2008). De

esta manera una vez estimado el valor del coeficiente de empuje C_T se determinó el valor del factor de inducción axial a correspondiente, así como el valor de β , con esta información se logró calcular el coeficiente de potencia.

5.1.7. Discos porosos colocados en serie

Se dispuso una fila de 3 discos porosos de 92 mm de diámetro en el canal de laboratorio del Posgrado IMTA-UNAM (ver Ilustración 5.23), las condiciones hidráulicas son las mismas que se utilizaron en los experimentos de la Tabla 5.2. El primer disco está ubicado a 1.40 m de la entrada del canal y la separación entre los discos fue de 12 diámetros hacia aguas abajo, dejando al final del canal un espacio libre de 15 diámetros de disco.



Ilustración 5.23. Discos porosos colocados en un arreglo en serie en el canal experimental.

Se utiliza una separación de 12 diámetros de disco debido a las restricciones en cuanto a longitud del canal, como se observa en la sección 6.1 a una separación de 12 diámetros de disco la velocidad en la estela lejana ya se ha recuperado en al menos un 90 % respecto a la velocidad de referencia u_0 .

Se midió el empuje hidrodinámico en cada uno de los tres discos porosos colocados en serie, teniendo una relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$. Se realizaron cinco repeticiones de cada medición, cada una con un tiempo de duración de 180 s y una frecuencia de medición de 94.5 Hz, teniendo un total de 17,010 muestras en cada medición.

5.1.8. Esfuerzo de corte aparente por turbulencia aguas abajo del disco poroso, al centro del canal

De acuerdo con (Ting, 2016) si se define τ'_{turb} como un esfuerzo turbulento fluctuante aparente que causa el mismo efecto que la cantidad de movimiento añadida por la turbulencia.

El equilibrio fuerza-momento puede expresarse como:

$$-\tau'_{\text{turb}} dA \equiv (\rho v' dA) u' \quad 62$$

Donde dA es un elemento diferencial de área del fluido, y u' y v' son las velocidades fluctuantes en las direcciones x , y respectivamente.

La ecuación anterior puede simplificarse en

$$\tau'_{\text{turb}} = -\rho u' v' \quad 63$$

Tomando un promediado en el tiempo, donde se hace la consideración de que $\overline{\tau'_{\text{turb}}} \equiv \tau_{\text{turb}}$, se tiene

$$\tau_{\text{turb}} = -\rho \overline{u' v'} \quad 64$$

Obsérvese que la generación de esfuerzo de corte aparente por turbulencia requiere que u' esté correlacionada con v' tal que $\overline{u' v'} \neq 0$. La Ilustración 5.24 muestra que en los flujos de capa límite cuando $u < 0$, se tiende a tener $v > 0$ y cuando $u > 0$, se tiende a ver que $v < 0$; por lo tanto, $\overline{u' v'} < 0$ y $\tau_{\text{turb}} > 0$.

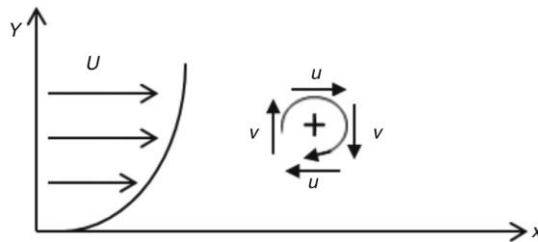


Ilustración 5.24. Correlación bidimensional de las velocidades turbulentas fluctuantes en la capa de corte (Ting, 2016).

Por ejemplo, con un número de Froude $Fr_3 = 0.295$ y un diámetro de disco $D_1 = 92$ mm los valores del esfuerzo de corte muestran correlaciones de u' y v' más grandes en la zona que corresponde a la altura de los bordes del disco poroso, es decir, $y/D = 0.65$ y $y/D = 1.65$, presentando correlaciones menores a la altura del centro del disco $y/D = 1.15$ (Ilustración 5.25).

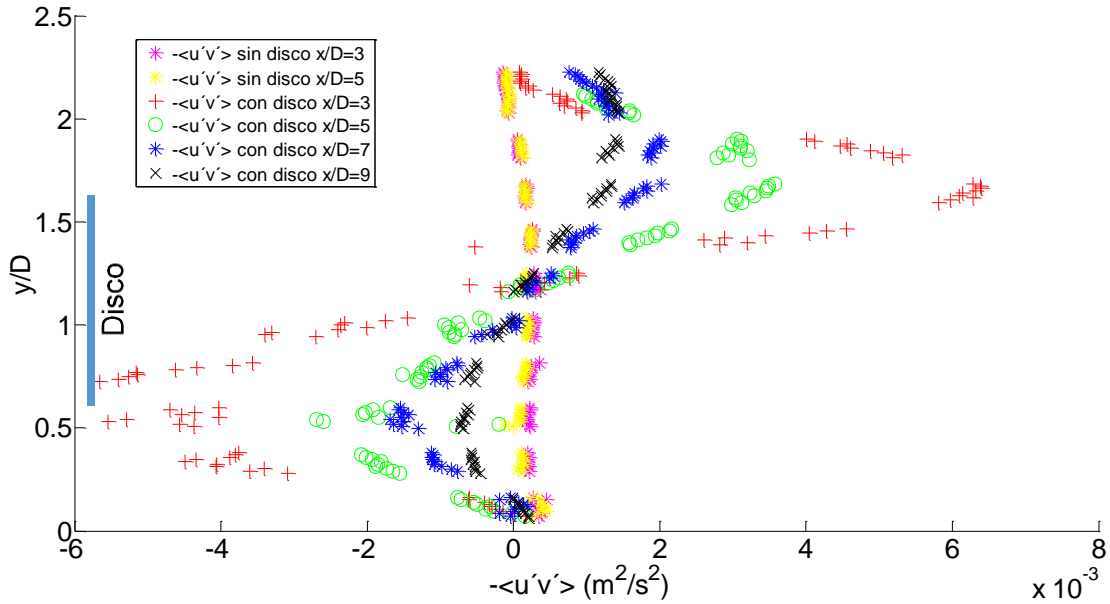


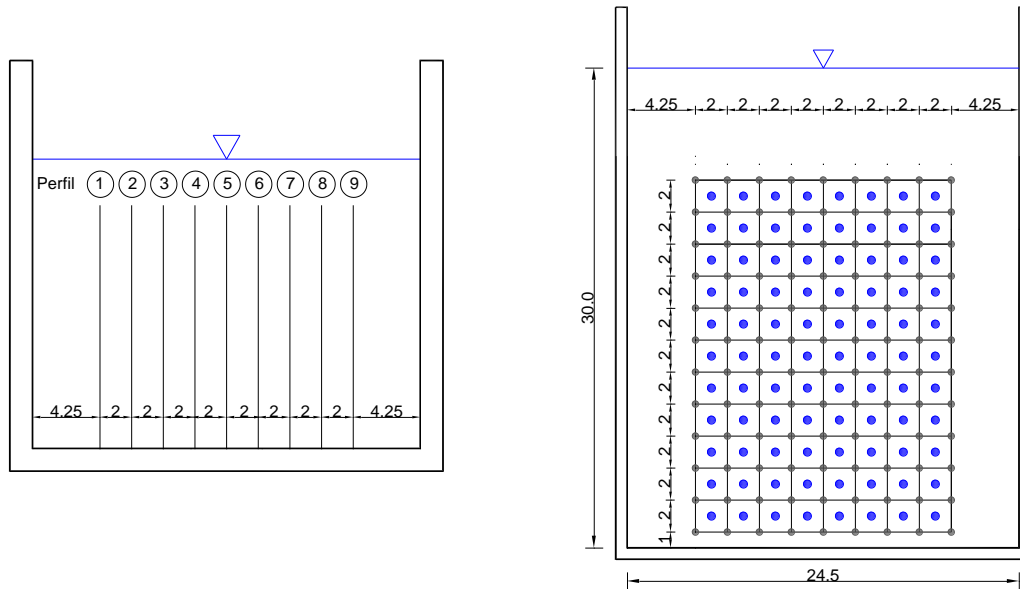
Ilustración 5.25. Esfuerzos de corte $-\overline{u'v'}$ para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 5, 7, 9$ aguas abajo del disco poroso, y en $x/D = 3$ y $x/D = 5$ aguas abajo sin disco sumergido.

5.1.9. Distribución de velocidades en una sección transversal del canal ubicada a 2.0 m de la entrada y cálculo de la vorticidad

Siguiendo el procedimiento de las mediciones anteriores de los perfiles de velocidad y bajo las condiciones hidráulicas y geométricas mencionadas en la Tabla 5.4, se realizaron mediciones de distintos perfiles de velocidad en una sección transversal del canal. La sección transversal se ubica a una distancia de 2.0 m de la entrada del canal, teniendo una separación entre cada perfil medido de aproximadamente 2 cm y una separación con la pared del canal de 4.25 cm. No fue posible acercarse más a la pared debido a las dimensiones del medidor de velocidad ADV, resultando un total de 9 perfiles de velocidad (ver Ilustración 5.26).

Tabla 5.4. Condiciones hidráulicas y geométricas para la medición de los perfiles de velocidad en una sección transversal del canal.

Variable	Valor	Unidades
h	0.300	m
b	0.245	m
u_{03}	0.503	m/s
Fr_3	0.295	



a)

b)

Ilustración 5.26. a) Ubicación de los ejes verticales donde se midieron los perfiles de velocidad en la sección trasversal del canal, b) Discretización del dominio para la caracterización del campo de velocidades (unidades en cm).

Los resultados de las mediciones se muestran en la Ilustración 5.27, los vectores de color azul simbolizan el vector de velocidad resultante de la suma de las componentes de velocidad v y w , en el sentido vertical y transversal respectivamente. Los vectores respetan una escala de magnitud en la imagen, teniendo los de mayor longitud una magnitud de 0.0258 m/s, que representa un valor cercano al 4.5 % de la velocidad media del flujo principal. Los valores máximos de la velocidad media u (en el sentido del flujo) se presentan en la parte superior central del canal. También se observa una pequeña zona de estancamiento en la parte superior derecha del canal.

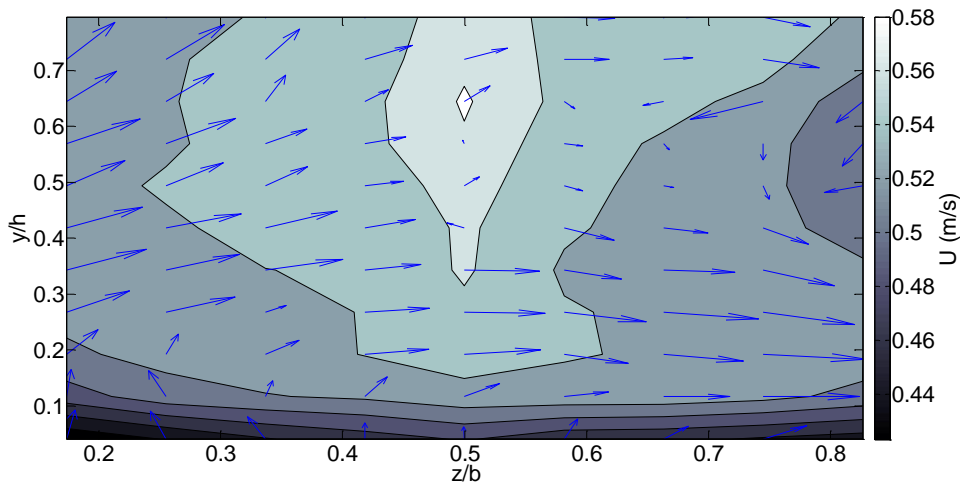


Ilustración 5.27. Distribución de velocidades en la sección transversal del canal, visto de frente, en la dirección del flujo principal eje x . Las flechas azules indican el vector resultante de la suma de las componentes de velocidad en el sentido y, z .

Con la finalidad de definir el campo de vorticidad en la sección transversal del canal, se procedió al cálculo de la vorticidad, esta se define como:

$$\bar{\Omega} = \nabla \times \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{bmatrix} \quad 65$$

Para el plano transversal del canal se tomará la componente \hat{i}

$$\bar{\Omega}_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad 66$$

Donde $\bar{\Omega}$ es la vorticidad (s^{-1}), ∇ es el operador Nabla, \mathbf{u} es el vector velocidad (m/s) y u, v, w son las componentes del vector velocidad (m/s).

Para la evaluación numérica de la vorticidad se propone un modelo de discretización de las ecuaciones con una aproximación en diferencias centradas, la construcción de la malla se muestra en la Ilustración 5.28 .

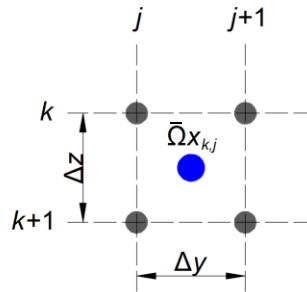


Ilustración 5.28. Construcción de la malla de puntos para un modelo de discretización con aproximación en diferencias centradas.

Entonces la intensidad de la vorticidad en el plano transversal se puede calcular como

$$\Omega_{x_{k,j}} = \frac{w_{j+1}^{k+1} - w_j^{k+1}}{2\Delta y} + \frac{w_{j+1}^k - w_j^k}{2\Delta y} - \frac{v_j^k - v_j^{k+1}}{2\Delta z} - \frac{v_{j+1}^k - v_{j+1}^{k+1}}{2\Delta z} \quad 67$$

El campo de vorticidad se presenta en la Ilustración 5.29, los valores más altos de vorticidad se encuentran en la parte superior derecha y el fondo del canal, dichos valores oscilan entre $-0.85 s^{-1}$ y $0.60 s^{-1}$. Esto indica que hay flujos preferenciales de poca intensidad.

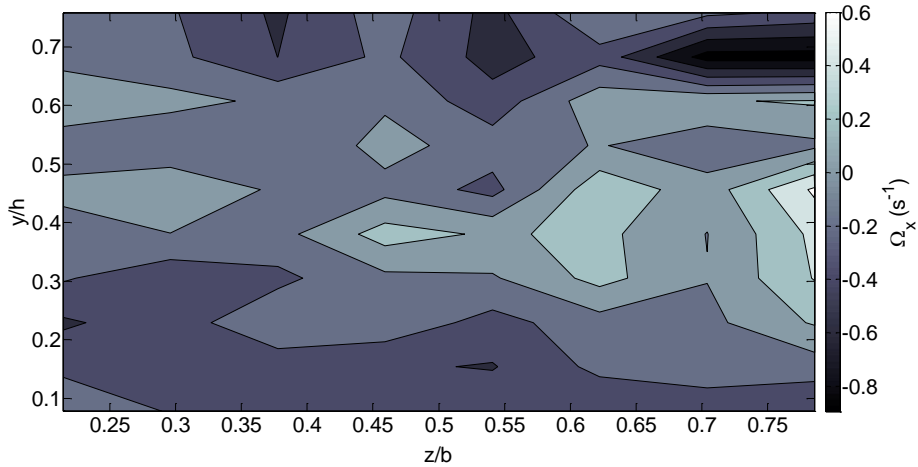


Ilustración 5.29. Campo de vorticidad en la dirección del flujo (componente i) en la sección transversal del canal.

5.1.10. Correlación de fluctuaciones y espectro de energía entre el flujo de ingreso al canal y flujo que pasa a través de un disco poroso

McQuivey (1973) menciona que la correlación estadística se puede aplicar a los términos de la velocidad fluctuante en el análisis de flujos turbulentos, ya que de acuerdo con Taylor (1935) sin importar el diámetro de un remolino existirá un alto grado de correlación entre las velocidades en dos puntos en el espacio si la separación entre estos puntos es pequeña en comparación con el diámetro del remolino, y por el contrario, si la separación entre dichos puntos es muchas veces el diámetro del remolino, entonces se espera tener poca correlación. Este concepto es muy importante al considerar las diversas escalas de movimiento en flujos turbulentos y al examinar el papel de las escalas en los procesos de flujo en canales abiertos.

Considerando las fluctuaciones de velocidad en dos puntos separados por una distancia r . Puede existir una correlación entre dichas fluctuaciones de velocidad y se puede definir como una función de r . Dado que existen tres componentes de las fluctuaciones de velocidad en x , $(u'(x), v'(x), w'(x))$, y tres componentes de las fluctuaciones de velocidad en $x + r$, $(u'(x + r), v'(x + r), w'(x + r))$, la correlación tiene nueve posibles combinaciones de componentes. Por lo tanto, la función de correlación tendrá nueve términos y puede ser expresada como un tensor de segundo orden en coordenadas cartesianas $R_{ij}(r)$ (McQuivey, 1973):

$$R_{ij}(r) = \overline{u'_i(x)u'_j(x+r)} \quad 68$$

Donde $R_{ij}(r)$ es el tensor de correlaciones espaciales entre u'_i y u'_j , u'_i y u'_j son las componentes de las fluctuaciones de velocidad en las coordenadas $x_{i,j} = (x_1, x_2, x_3)$, siendo $i, j = (1, 2, 3)$, y r la separación entre los puntos de medición de las velocidades.

La barra denota un promedio de medidas tomado para muchos puntos en un momento dado. Físicamente, tomar tantas medidas a la vez es casi imposible, por lo que las

fluctuaciones en dos puntos dados se miden en diferentes tiempos a medida que el fluido pasa a través de los instrumentos de medición. Las características estadísticas de la turbulencia están basadas en el supuesto de que los promedios estadísticos pueden ser utilizados para describir el sistema (McQuivey, 1973).

Asumiendo que $x = \bar{u}t$ es aplicable (siendo \bar{u} el promedio de la velocidad) y reemplazando la coordenada espacial x con una coordenada temporal equivalente t (McQuivey, 1973), se obtiene:

$$R_{ij}(\boldsymbol{\tau}) = \overline{u'_i(t)u'_j(t + \boldsymbol{\tau})} \quad 69$$

Donde $R_{ij}(\boldsymbol{\tau})$ es el tensor de correlación temporal entre u'_i y u'_j , t es la coordenada temporal, $\boldsymbol{\tau}$ es un incremento del tiempo. Cuando $i = j$ la función es nombrada como autocorrelación.

El espectro de energía proporciona información sobre cómo se distribuye la energía turbulenta con respecto a la frecuencia o al número de onda. Un análisis de espectros de energía implica tomar la transformada de Fourier de las distintas correlaciones previamente calculadas. La transformada de Fourier es simplemente el medio por el cual la forma de la onda aleatoria compleja del movimiento turbulento puede dividirse en una suma de ondas sinusoidales de diversas amplitudes y frecuencias, resultando que la suma de las ondas sinusoidales debe ser igual a la forma de la onda original (McQuivey, 1973).

Las correlaciones transformadas forman un espectro de energía que se reporta como un gráfico de las amplitudes de las diversas ondas sinusoidales, contra las respectivas frecuencias de las ondas. El espectro puede proporcionar información sobre la distribución de la energía cinética de la turbulencia para varias frecuencias de las fluctuaciones de velocidad (McQuivey, 1973).

El tensor de transformadas discretas de Fourier puede escribirse como (McQuivey, 1973; Oppenheim, Willsky, & Nawab, 1998):

$$Y(k)_{lm} = \sum_{j=1}^n X(j)_{lm} e^{-i\omega_n(j-1)(k-1)} \quad 70$$

Donde $Y(k)_{lm}$ es el tensor de coeficientes complejos de Fourier, $X(j)_{lm}$ es el tensor de señales discretas de entrada (en este caso es el tensor de correlaciones $R_{lm}(\boldsymbol{\tau})$), j es el indicador temporal, $\omega_n = 2\pi/n$ es la frecuencia angular fundamental, $\omega_n(k-1)$ corresponde al k -ésimo armónico de la frecuencia fundamental, $l, m = (1, 2, 3)$ los subíndices de las coordenadas cartesianas, e $i = \sqrt{-1}$.

Otra característica importante es la densidad espectral de energía, la cual nos indica como se encuentra dispersa la energía en cada frecuencia, esta se puede obtener en función de la transformada de Fourier de una señal y se expresa como $|Y(k)|^2$, por lo que el tensor de densidades espectrales de energía quedará expresado como $S_{u_l u_m} = |Y(k)_{lm}|^2$.

Con la finalidad de mostrar el efecto que tiene la introducción de un disco poroso en la disipación de energía turbulenta, se elaboró un análisis espectral de las mediciones entre

el flujo de ingreso al canal (ubicado a $9D$ aguas arriba del disco, sobre el eje longitudinal del canal y al centro del disco) y el flujo que pasa a través del disco poroso (ubicado a $3D$ aguas abajo del disco, sobre el eje longitudinal del canal y al centro del disco), utilizando un disco poroso con diámetro $D_1 = 136$ mm, para ello se midieron las componentes de la velocidad instantánea con una frecuencia de muestreo $f = 100$ Hz y un tiempo de total de medición de 30 s (ver Ilustración 5.30 e Ilustración 5.31), de lo anterior se obtuvieron los siguientes tensores de correlaciones y autocorrelaciones temporales de fluctuaciones de velocidad $R_{ij}(\tau)$ (ver Ilustración 5.32 e Ilustración 5.33), y los tensores de densidades espectrales de energía, donde se muestran las correlaciones y autocorrelaciones transformadas $S_{u_i u_j}$ (ver Ilustración 5.34).

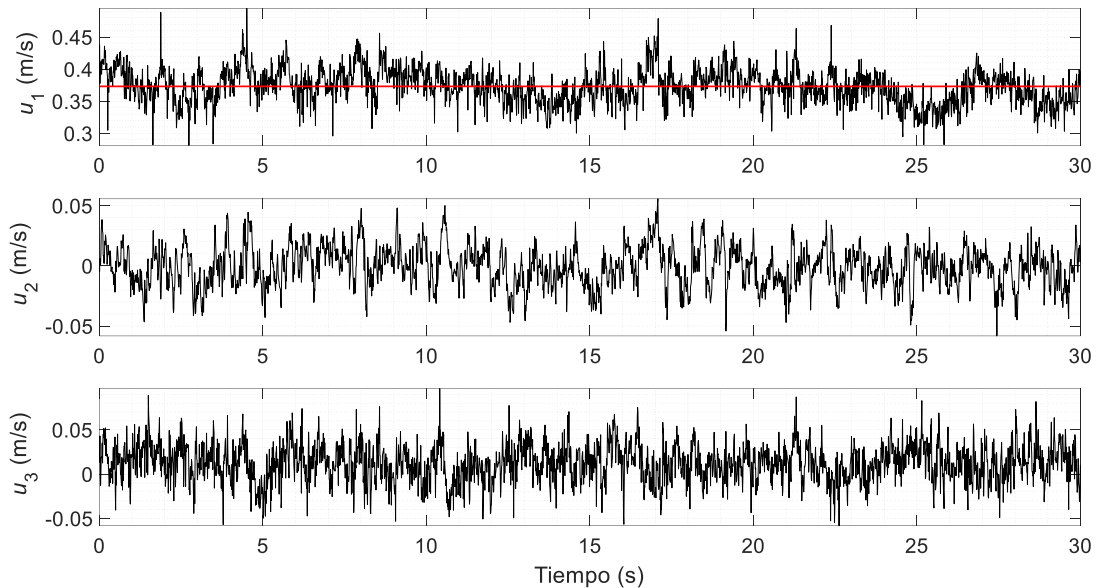


Ilustración 5.30. Componentes de la velocidad a $9D$ aguas arriba del disco poroso.

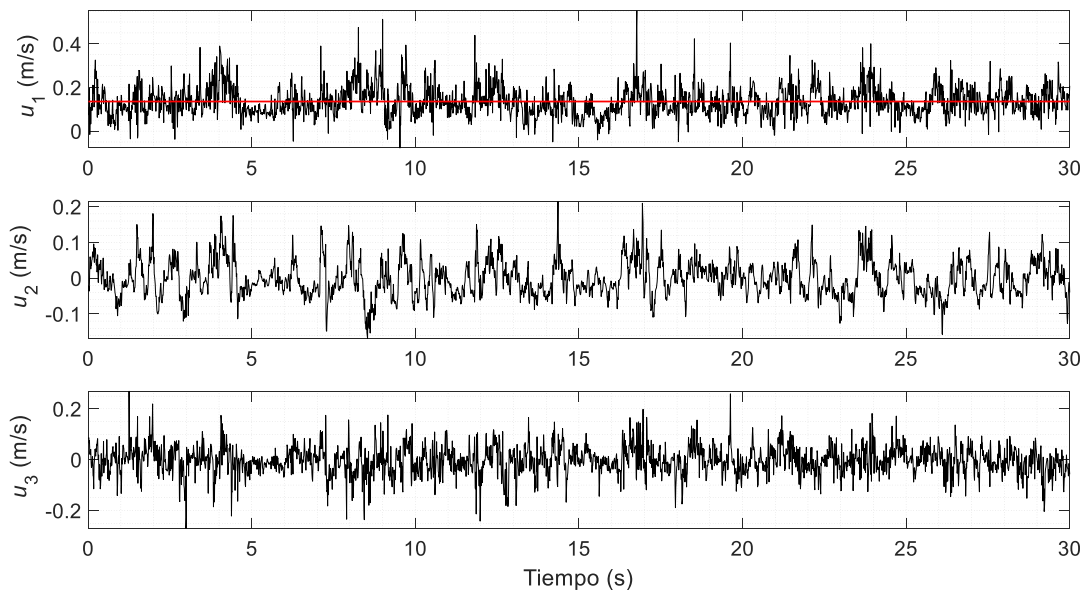


Ilustración 5.31. Componentes de la velocidad a $3D$ aguas abajo del disco poroso.

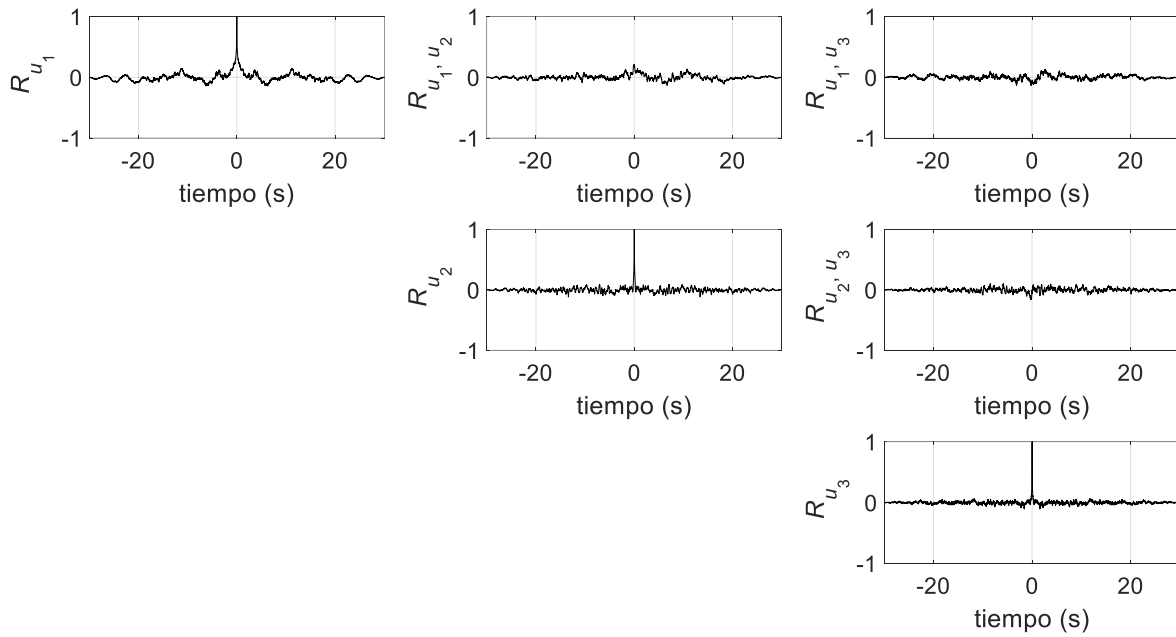


Ilustración 5.32. Tensor de correlación y autocorrelación de las fluctuaciones de velocidad a $9D$ aguas arriba del disco.

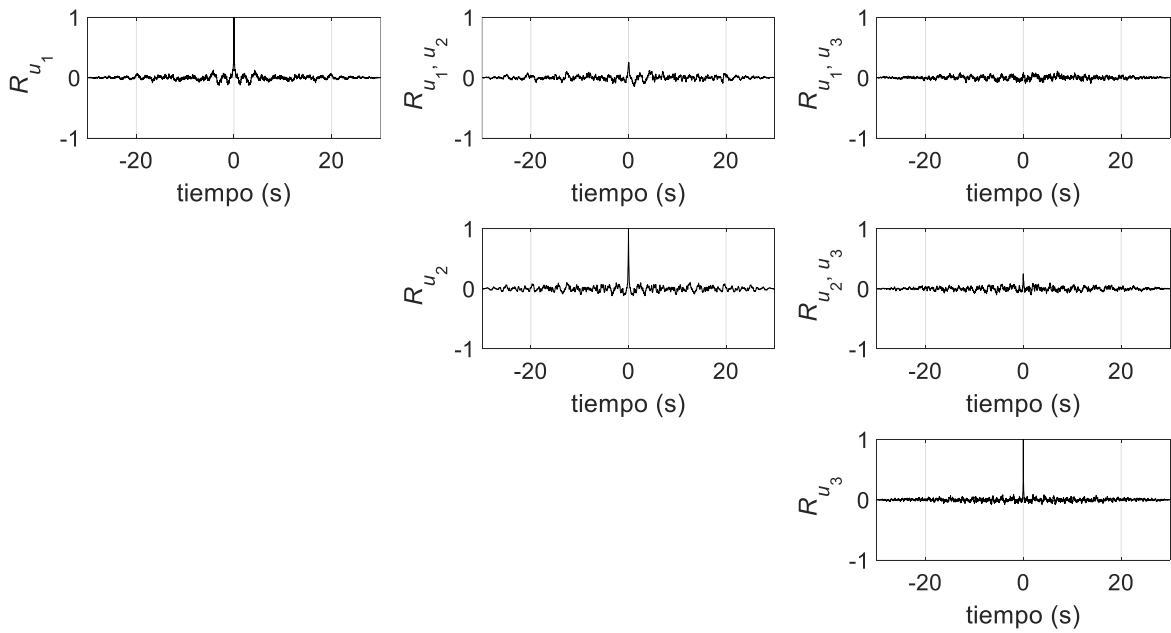


Ilustración 5.33. Tensor de correlación y autocorrelación de las fluctuaciones de velocidad a $3D$ aguas abajo del disco.

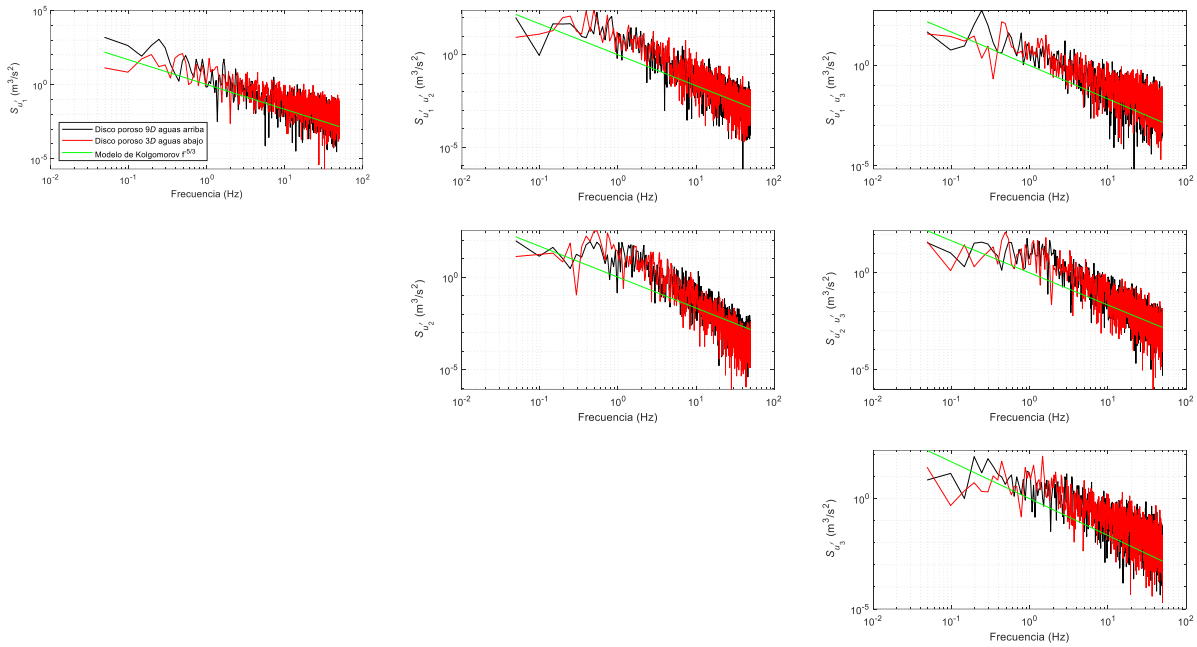


Ilustración 5.34. Tensor de densidades espectrales de energía entre el muestreo de la velocidad del flujo a 9D aguas arriba, a 3D aguas abajo del disco y el modelo propuesto por Kolgomorov.

En la componente $S_{u'_1 u'_1}$ del tensor de densidades espectrales de energía, para la condición de baja frecuencia se observa una disminución en la energía turbulenta por efecto de la presencia del disco poroso (ver Ilustración 5.35). Lo anterior demuestra en que escala turbulenta afecta la introducción de este obstáculo, y además no se observa un cambio en la pendiente de la disipación de la energía, ya que mantiene la misma magnitud energética y la tendencia de esta para todas las componentes del tensor de densidades espectrales de energía.

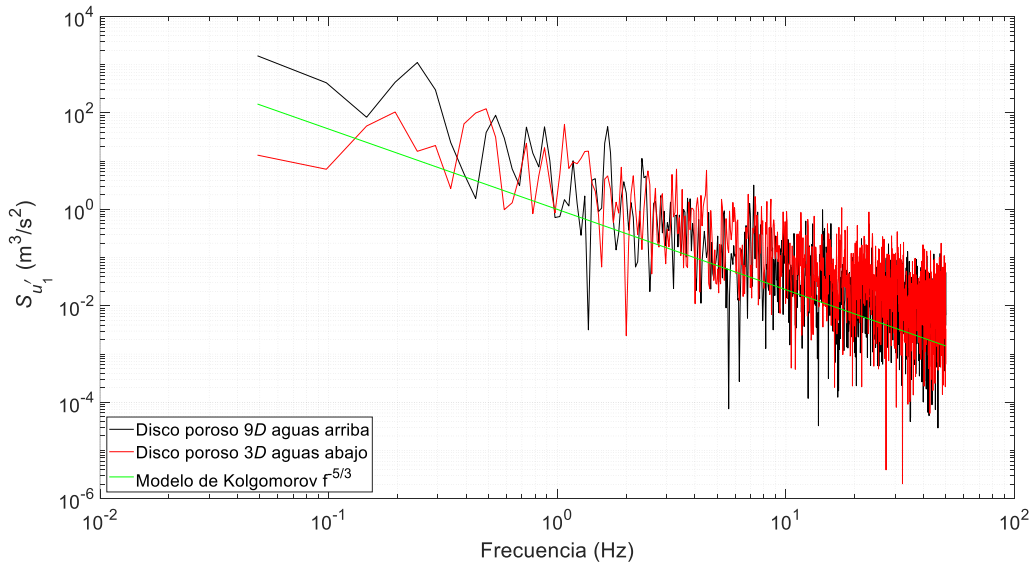


Ilustración 5.35. Densidad espectral de energía para las componentes de velocidad fluctuante u'_1 , en las ubicaciones 9D aguas arriba del disco poroso, 3D aguas abajo del disco y el modelo propuesto por Kolgomorov.

5.2. Modelación numérica con dinámica de fluidos computacional, para distintos escenarios de relaciones de bloqueo

5.2.1. Descripción

Se utilizó el programa comercial de dinámica de fluidos computacional (CFD), *Ansys Fluent*[®], este programa está basado en el método de volumen finito (ANSYS, Inc., 2013).

Las simulaciones se realizaron con tres discos porosos de distinto diámetro sumergidos en un canal rectangular. De acuerdo con Myers *et al.* (2012) el espaciamiento de turbinas hidrocinéticas colocadas en serie debería ser entre 15 y 20 diámetros de la turbina para que no se vea afectado el rendimiento de las mismas. Por lo tanto, en las simulaciones numéricas se ha variado la longitud del canal para simular aproximadamente 20 diámetros aguas abajo del disco y determinar las curvas de recuperación de velocidad en la estela lejana. Los distintos escenarios se muestran en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5. Escenarios para las modelaciones en *Ansys Fluent*[®] con discos porosos.

Disco				Velocidad [m/s]	Dimensiones canal [m]			Modelo de turbulencia
Tipo	Diámetro [mm]	Porosidad [%]	Espesor [mm]		Longitud	Altura	Ancho	
Poroso	92	34	4.0	0.503	3.50	0.50	0.245	$k - \omega$ SST, $k - \varepsilon$ Standard y $k - \varepsilon$ Realizable
Poroso	121	34	4.0	0.503	4.00	0.50	0.245	$k - \omega$ SST
Poroso	136	34	4.0	0.503	4.35	0.50	0.245	$k - \omega$ SST

La separación del disco con el fondo del canal fue de 60 mm, esto garantiza la no inclusión del disco en la zona de mayor gradiente de velocidades ubicada a 0.2 veces el tirante del canal respecto al fondo, como se ha recomendado en la sección 4.1.

Se tiene como condiciones de frontera un tirante establecido de 0.3 m a la salida del canal y una velocidad de 0.503 m/s en la entrada, para una sección transversal de 0.30 m x 0.245 m que corresponde a un gasto de 37 l/s.

Se utilizó el modelo VOF, seleccionando en *Ansys Fluent*[®] la opción de flujo en un canal abierto, el modelado se hizo en estado estacionario. Se supuso un flujo incompresible y se definió el aire como la fase primaria y el agua como la fase secundaria. En las paredes del canal se estableció la condición de no deslizamiento. Se utilizó la condición de simetría para disminuir el tiempo de cómputo y se consideraron los efectos gravitacionales estableciendo una fuerza de cuerpo por unidad de masa con $g = -9.8067 \text{ m/s}^2$ en la dirección vertical.

5.2.2. Dependencia de la malla

Cuando las soluciones numéricas que se obtienen en diferentes mallados coinciden dentro de un nivel de tolerancia, prefijado por el usuario, se dice que dichas soluciones son independientes de la malla (Fernández, 2012).

Cuando se aumenta el número de celdas, la precisión en los resultados del modelo numérico debería ser mejor, pero se incrementa el tiempo computacional. Debemos entonces encontrar un balance entre estos dos.

Para determinar la dependencia de la malla, se utilizó el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST, las dimensiones del canal rectangular fueron 3.50 m x 0.50 m x 0.245 m, la relación de bloqueo fue $B_1 = 0.090$. Los distintos tipos de mallado se muestran en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6. Tamaños de malla analizados en *Ansys Fluent*[®] para determinar la independencia de la malla.

Mallado	Número de celdas	Longitud de la celda en orificio [mm]	Longitud de la celda en canal [mm]
1	1,224,873	0.1	6.4
2	705,294	0.5	8.0
3	323,748	0.5	16.0
4	269,402	0.5	32.0
5	518,366	1.0	8.0

Para un mallado con una longitud de celda de 1.0 mm en los orificios y 8.0 mm en el resto del canal (1.0 mm x 8.0 mm) no se encontraron diferencias relevantes respecto a los mallados de 0.5 mm x 8.0 mm y de 0.1 mm x 6.4 mm. No así para los casos con mallado de 0.5 mm x 16.0 mm y 0.5 mm x 32.0 mm, que presentan diferencias notables en los valores de la velocidad analizados (ver Ilustración 5.36 e Ilustración 5.37).

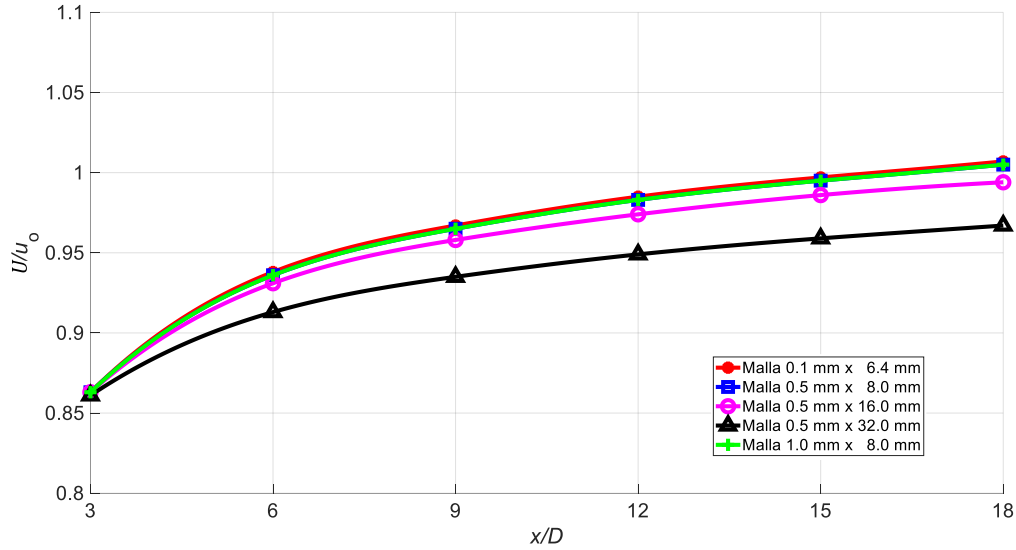


Ilustración 5.36. Recuperación de la velocidad media de los perfiles U/u_0 , para los distintos tipos de malla en $x/D = 3, 6, 9, 12, 15$ y 18 , aguas abajo del disco y al centro del canal.

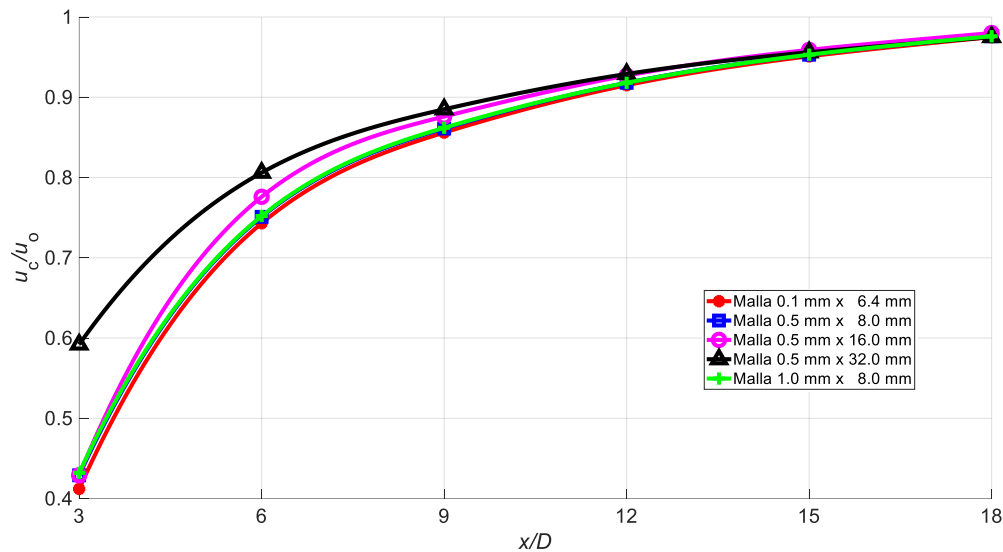


Ilustración 5.37. Recuperación de la velocidad en $y/D = 1.15$ de los perfiles u_c/u_0 , para los distintos tipos de malla en $x/D = 3, 6, 9, 12, 15$ y 18 , aguas abajo del disco y al centro del canal.

De lo anterior se concluye que es conveniente utilizar un mallado de 1.0 mm x 8.0 mm en las simulaciones, pero para tener una mejor resolución de la malla en la zona de los orificios se ha optado por utilizar un mallado de 0.5 mm x 8.0 mm.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

6.1. Pruebas experimentales con distintas relaciones de bloqueo y números de Froude

A partir de los datos del perfilado de velocidades en la vertical, se calculó la intensidad de turbulencia media en una sección transversal del canal. Las pruebas se realizaron sin disco poroso sumergido, resultando un valor de intensidad de turbulencia promedio de 5.7%. En la Ilustración 6.1 se muestra un mapa de curvas de intensidad de turbulencia para la sección transversal del canal donde se colocaron los discos porosos. Cabe resaltar que tanto en el fondo del canal como en la vecindad con la superficie libre se obtuvieron valores cercanos al 8.0%.

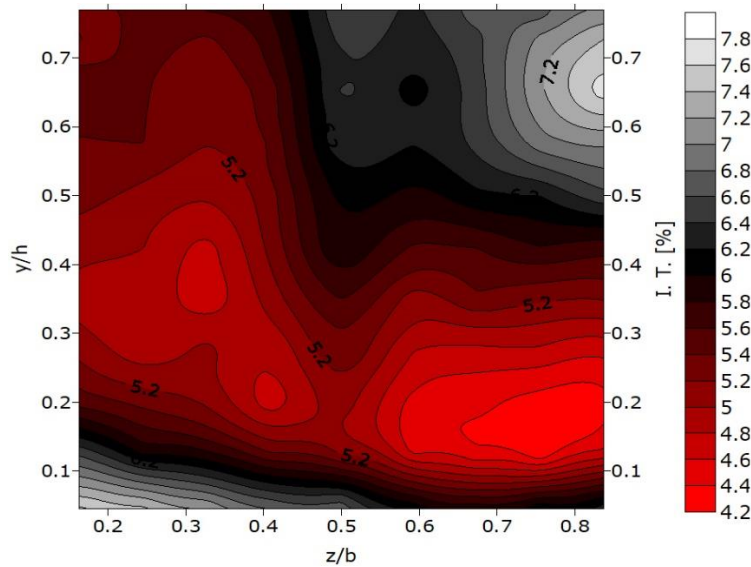
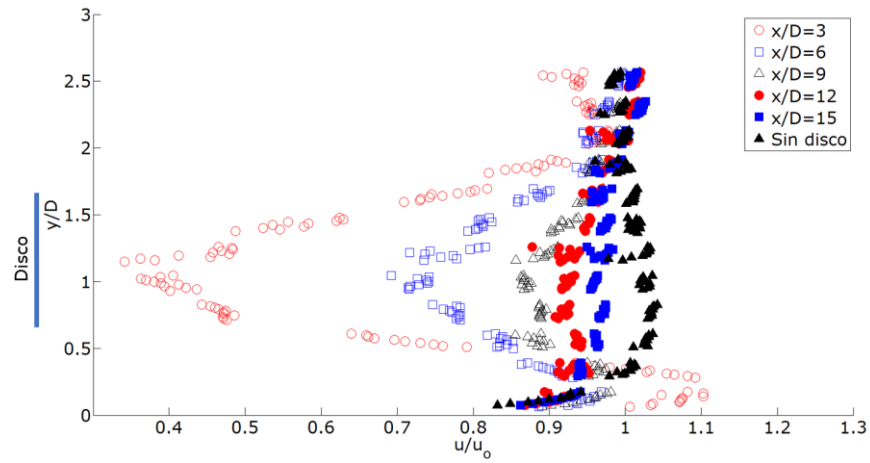


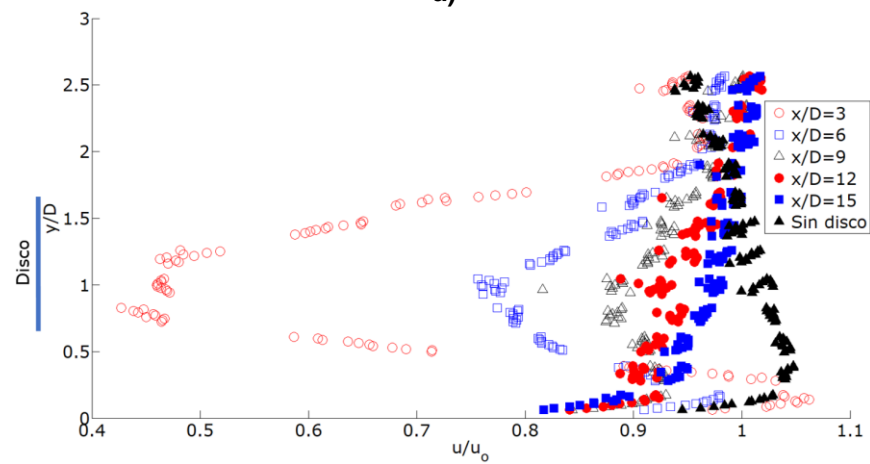
Ilustración 6.1. Intensidad de turbulencia en la sección del canal donde se ubicaron los discos porosos para un número de Froude $Fr_3 = 0.295$ (Martínez-Reyes & García-Villanueva, 2020).

6.1.1. Recuperación de la velocidad y la intensidad de turbulencia en el canal, con un disco poroso de $D_1 = 92$ mm de diámetro con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$

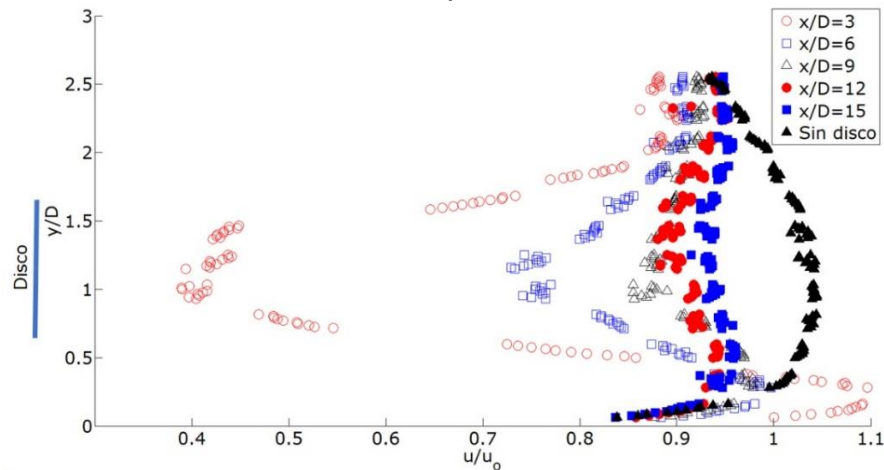
En la Ilustración 6.2 se muestran los resultados de las mediciones de los perfiles de velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, comparados con el perfil de velocidad sin disco sumergido en el fluido.



a)



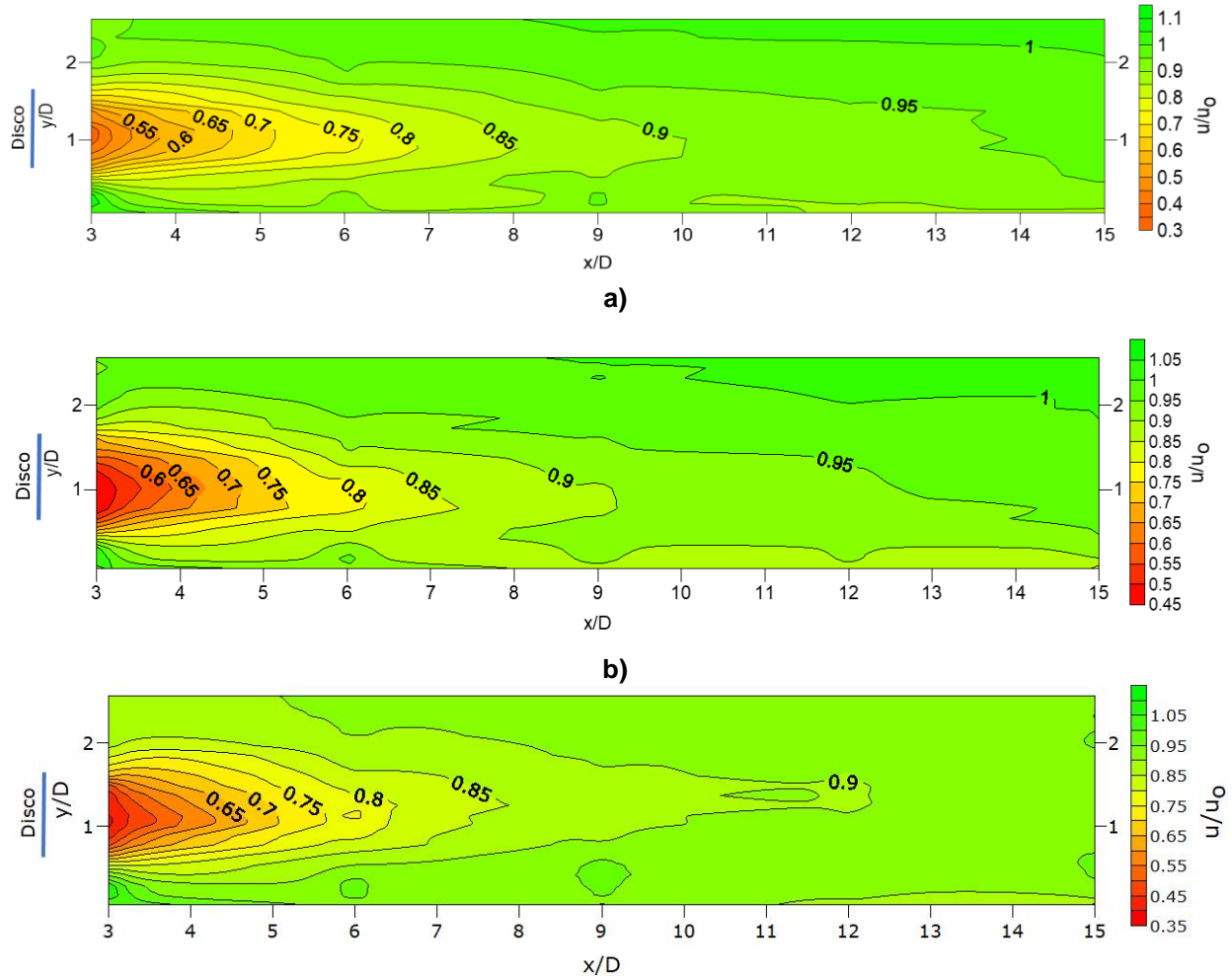
b)



c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.2. Perfiles de velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de velocidad sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

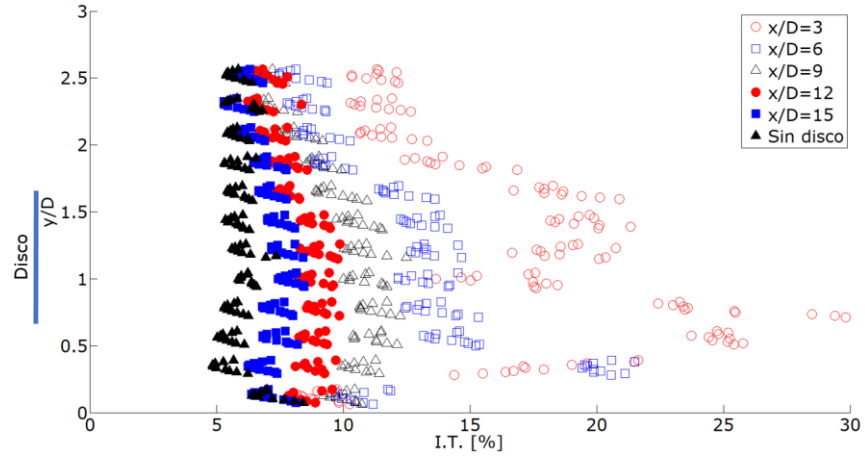
Con los datos de los perfiles de velocidad medidos en la vertical se generó un mapa de curvas de velocidades (Ilustración 6.3). Considerando los valores de los puntos ubicados al centro del disco, con respecto al fondo del canal $y/D = 1.15$, la recuperación de la velocidad en $x/D = 3$ es del 40% y para $x/D = 12$ se tiene una recuperación del 90%.



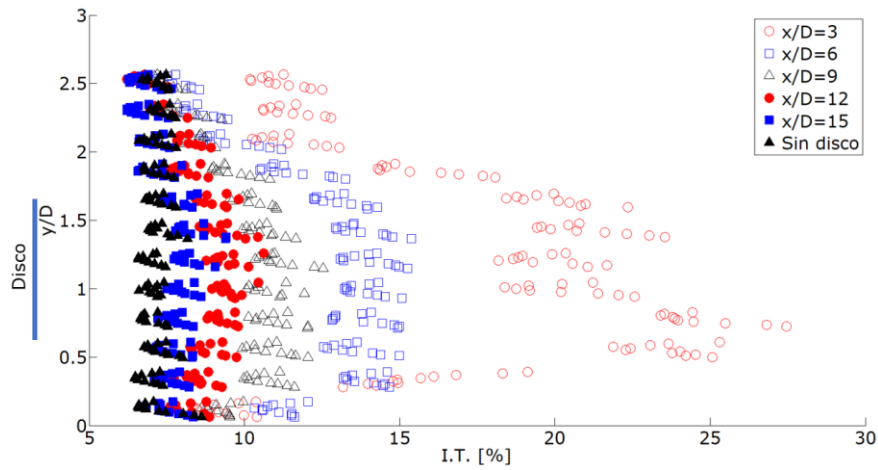
c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.3. Mapa de curvas de velocidad. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

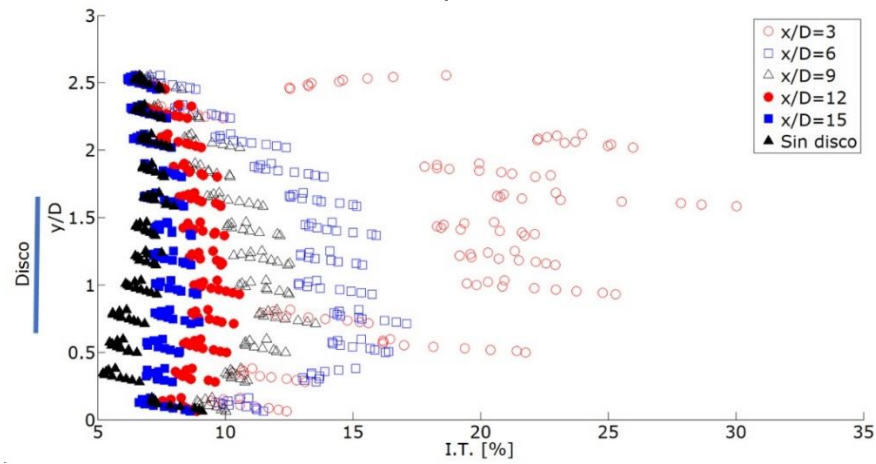
Los perfiles de intensidades de turbulencia en el canal para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el del perfil de intensidad de turbulencia sin sumergir el disco en el fluido se muestran en la Ilustración 6.4. Como se observa en dicha ilustración, la superposición de los perfilados generados con los datos obtenidos utilizando el velocímetro acústico Doppler ADV presenta ciertos patrones que no corresponden a lo esperado en el fenómeno físico.



a)



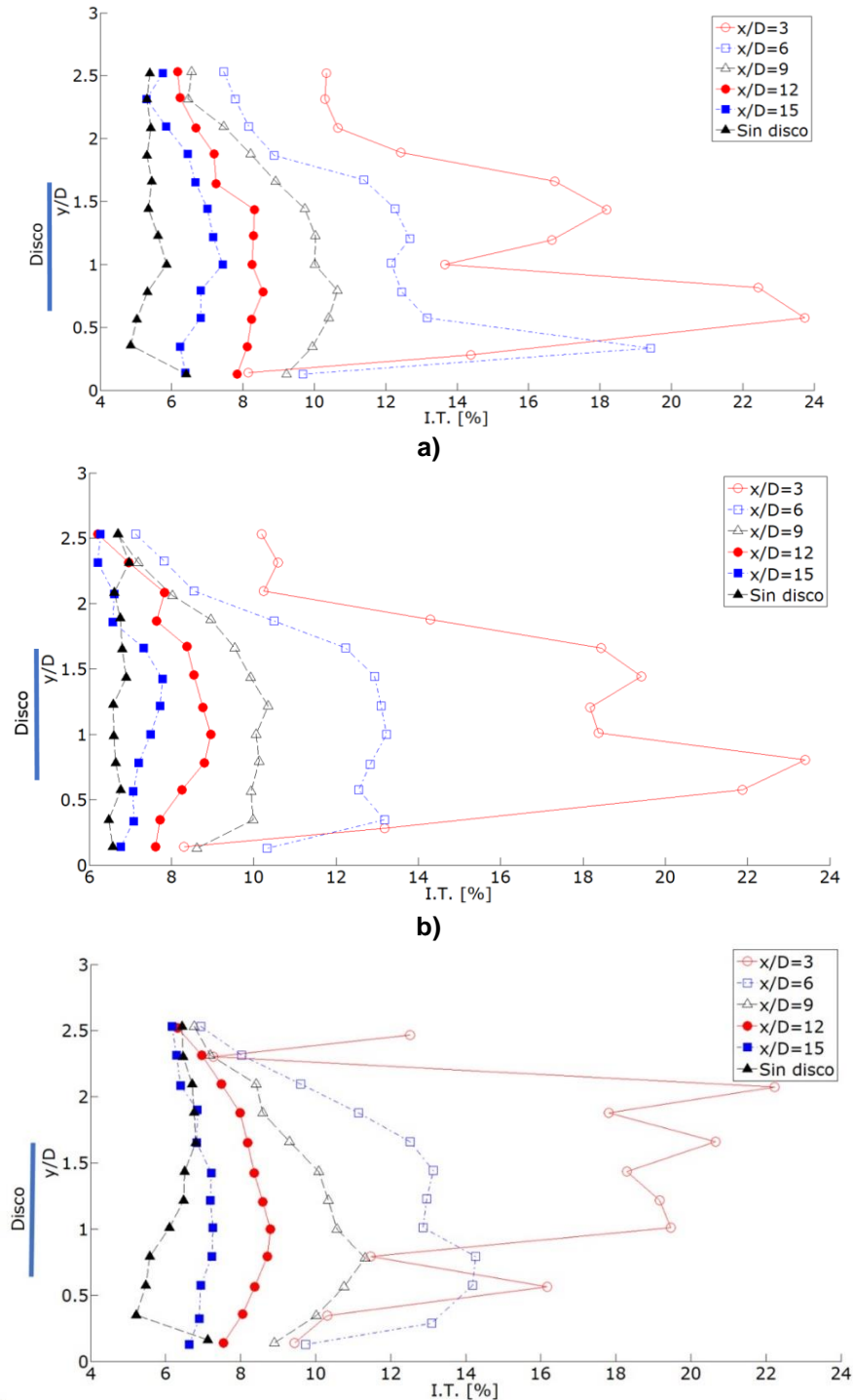
b)



c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.4. Intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

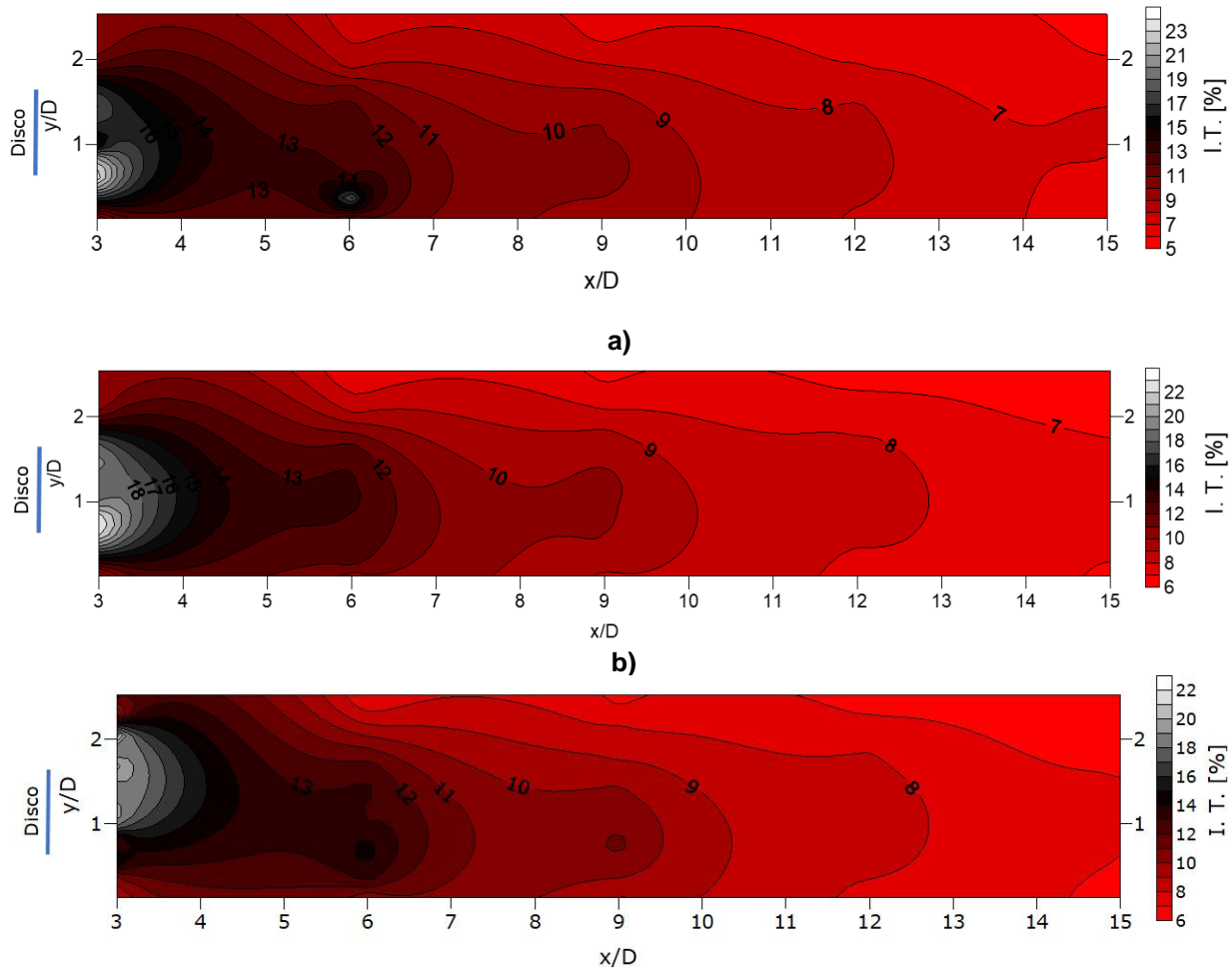
Aplicando el filtro a los perfiles de intensidad de turbulencia se generan los gráficos mostrados en la Ilustración 6.5.



c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.5. Filtrado de datos aplicado a las intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

La intensidad de turbulencia al centro del disco $y/D = 1.15$, presenta valores en $x/D = 3$ cercanos al 20 % y para $x/D = 12$ cerca del 8%, siendo, en general, los valores más altos de intensidad de turbulencia en cada perfil de velocidades medido (Ilustración 6.6).

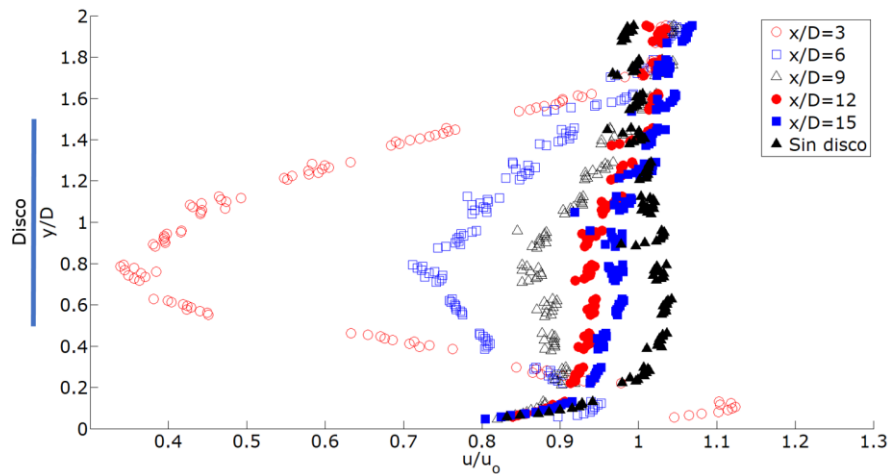


c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

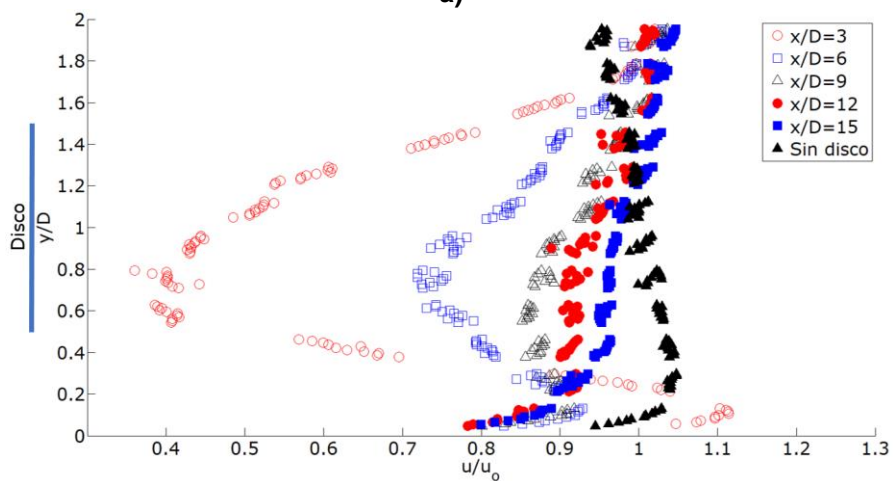
Ilustración 6.6. Mapa de curvas de Intensidad de turbulencia. Disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

6.1.2. Recuperación de la velocidad y la intensidad de turbulencia en el canal, con un disco poroso de $D_2 = 121$ mm de diámetro con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$

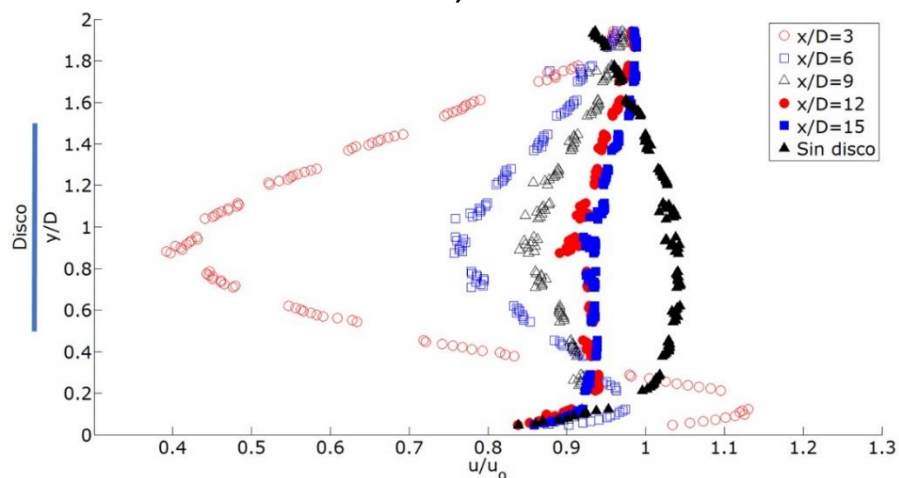
Los resultados de las mediciones de perfiles de velocidad en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso se muestran en la Ilustración 6.7, incluyendo el perfil de velocidad sin disco sumergido en el fluido.



a)



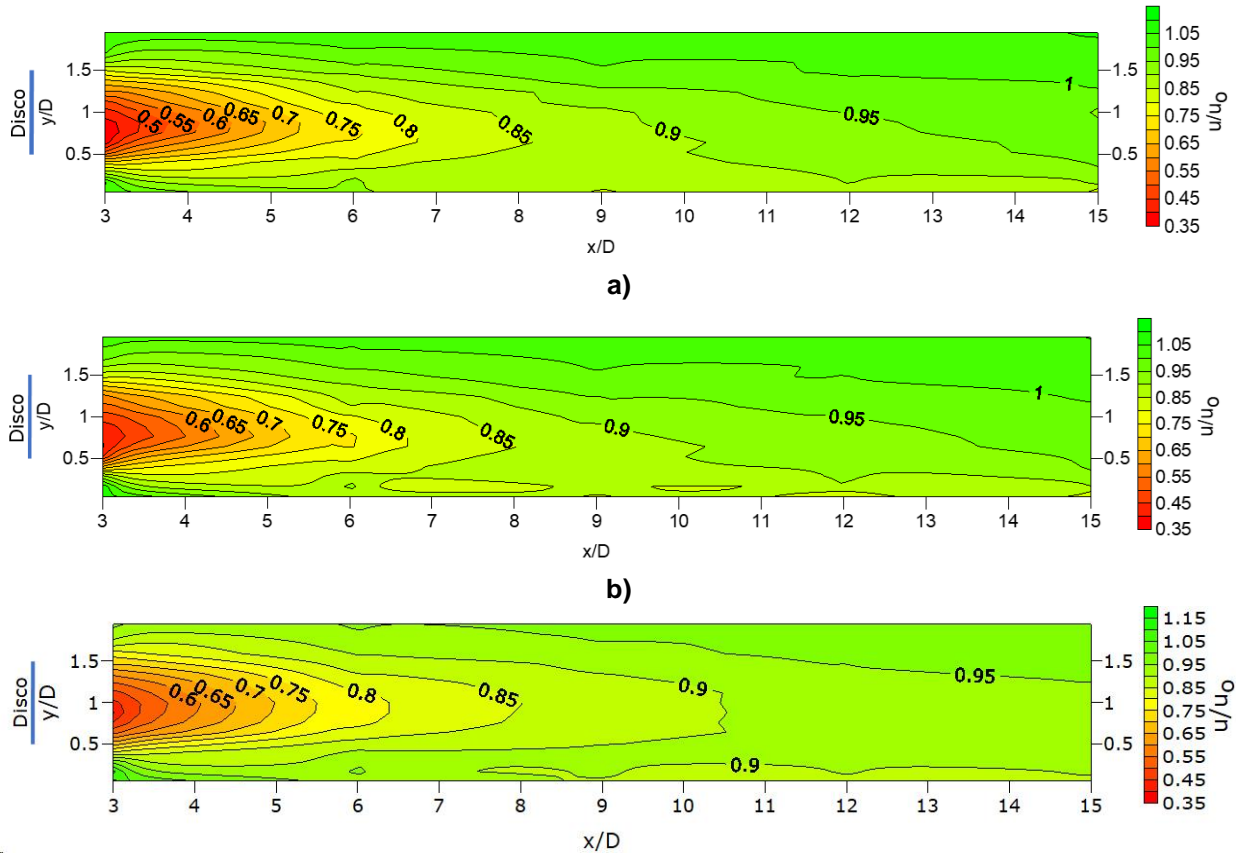
b)



c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.7. Perfiles de velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de velocidad sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

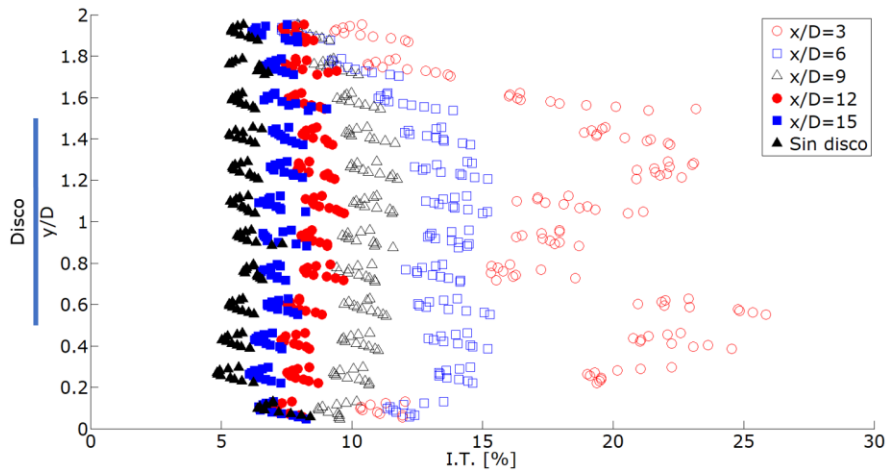
En la Ilustración 6.8 se muestra un mapa de curvas de velocidades generado con las mediciones de los perfiles de velocidad en la vertical. Para $y/D = 1.0$ que corresponde a la altura del centro del disco, la recuperación de la velocidad en $x/D = 3$ es del 40% y para $x/D = 12$ se tiene una recuperación del 92%.



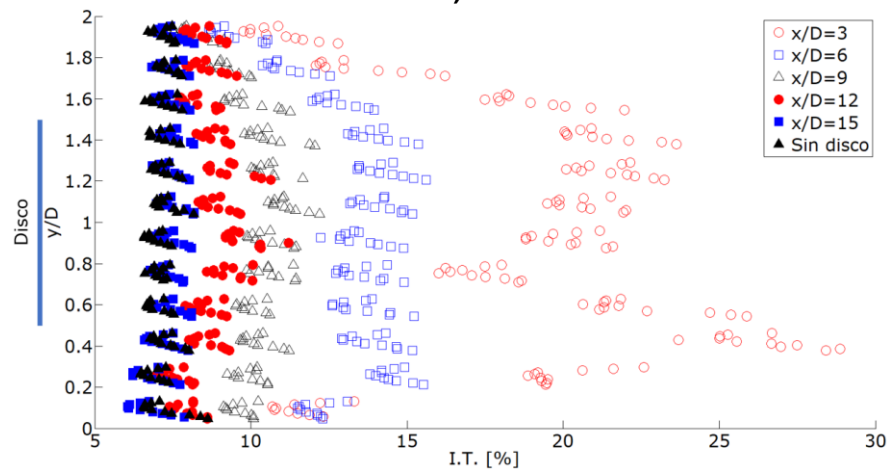
c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.8. Mapa de curvas de velocidad. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

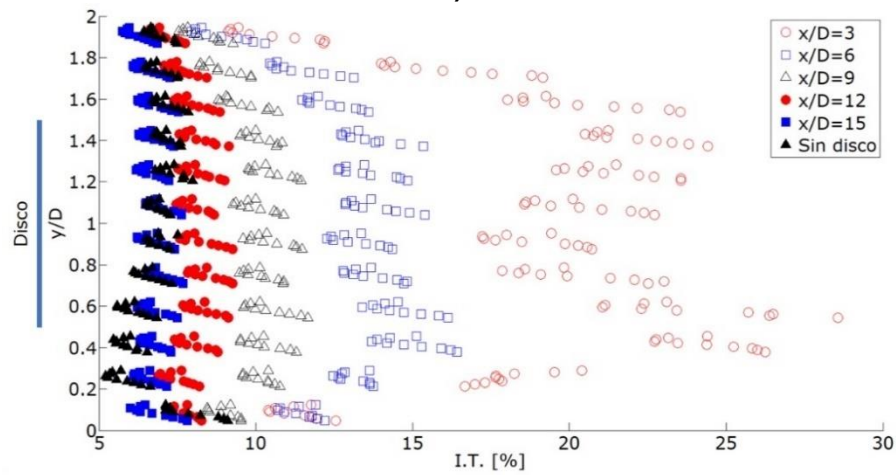
Los perfiles de intensidades de turbulencia en el canal para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de intensidad de turbulencia sin sumergir el disco en el fluido se muestran en la Ilustración 6.9.



a)



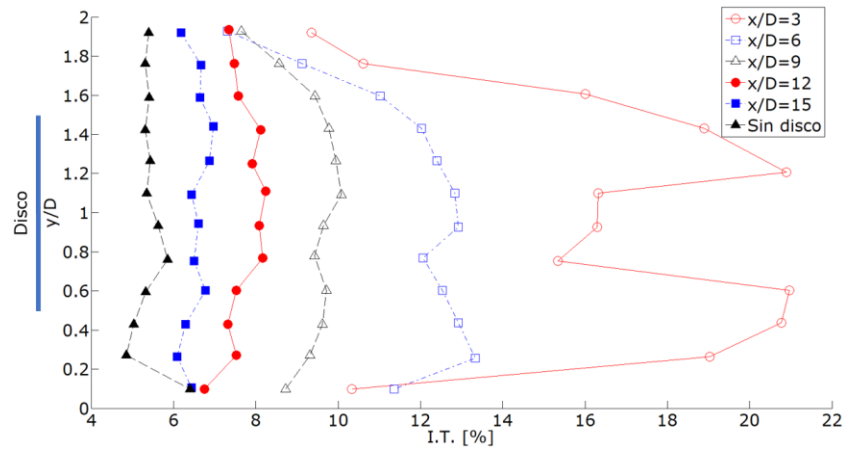
b)



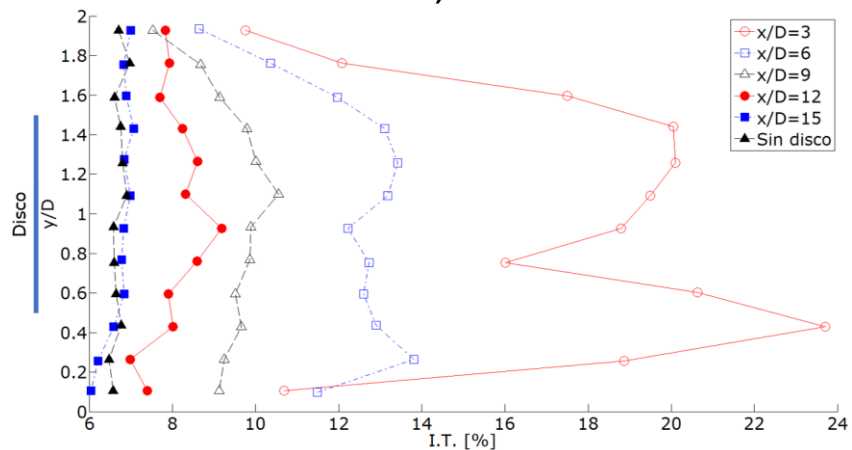
c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.9. Intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

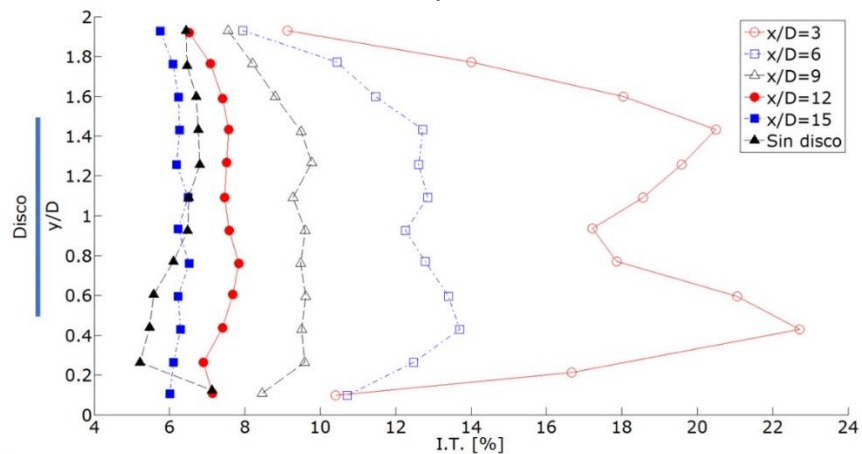
Aplicando el filtrado de datos a los perfiles de intensidad de turbulencia se generan los gráficos mostrados en la Ilustración 6.10.



a)



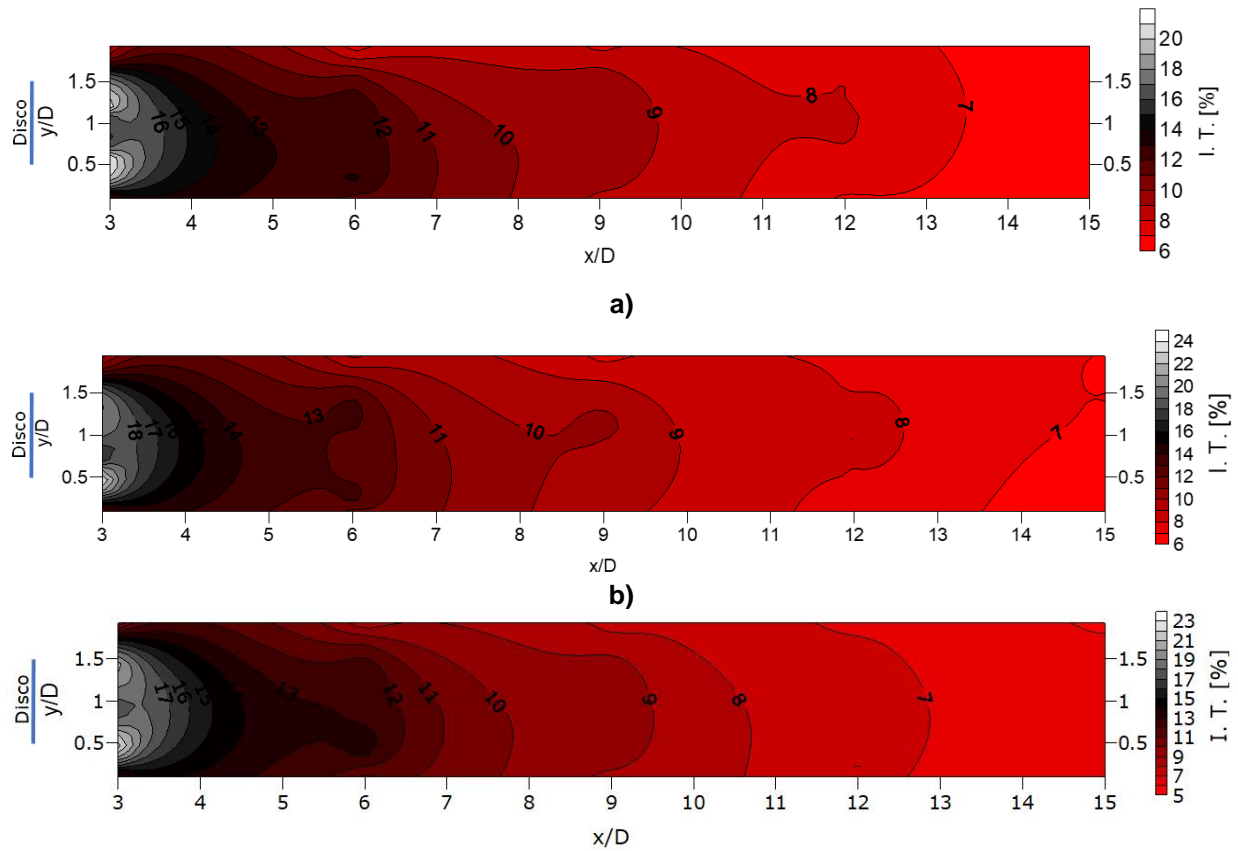
b)



c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.10. Filtrado de datos aplicado a las intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

En $y/D = 1.0$, que corresponde al centro del disco, la intensidad de turbulencia presenta valores en $x/D = 3$ cercanos al 18% y para $x/D = 12$ cerca del 8% (Ilustración 6.11).

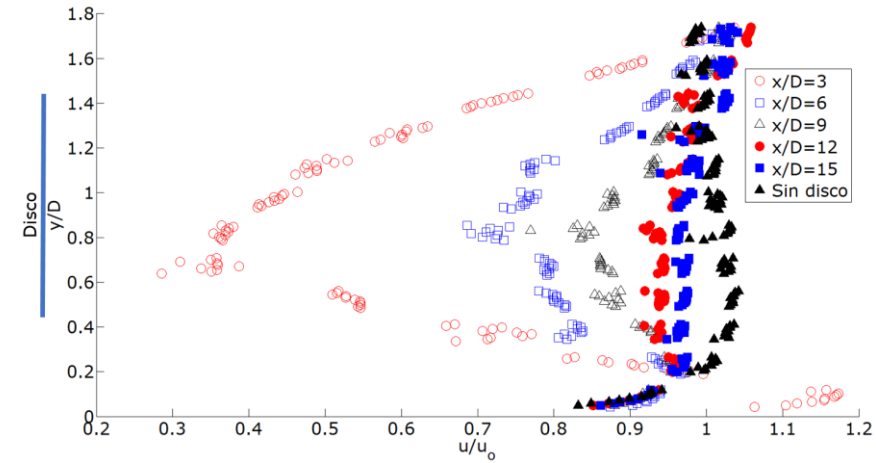


c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

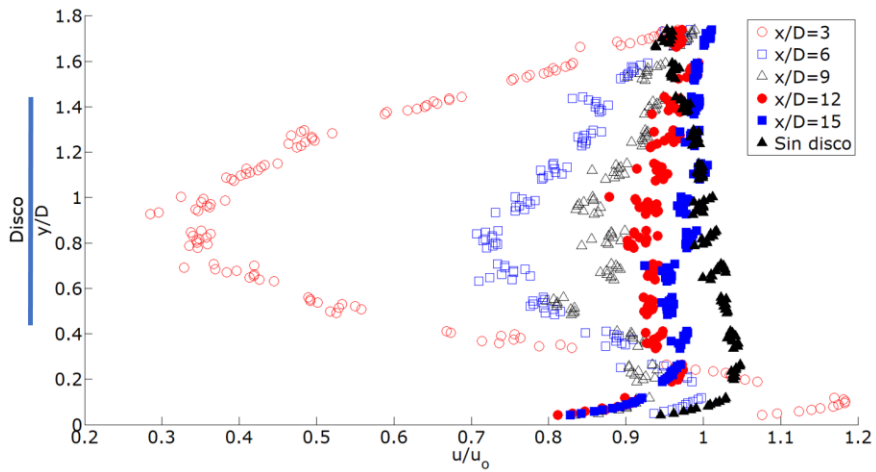
Ilustración 6.11. Mapa de curvas de Intensidad de turbulencia. Disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm con relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

6.1.3. Recuperación de la velocidad y la intensidad de turbulencia en el canal, con un disco poroso de $D_3 = 136$ mm de diámetro con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$

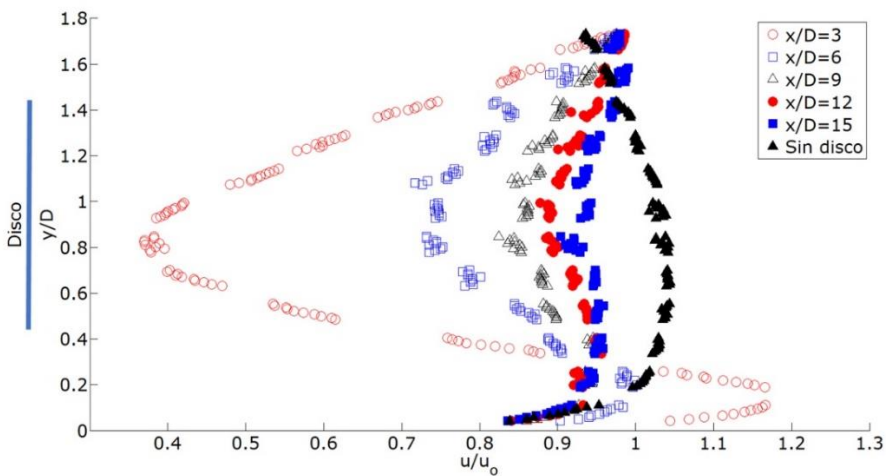
En la Ilustración 6.12 se muestran los resultados de las mediciones de los perfiles de velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de velocidad sin disco sumergido en el fluido.



a)



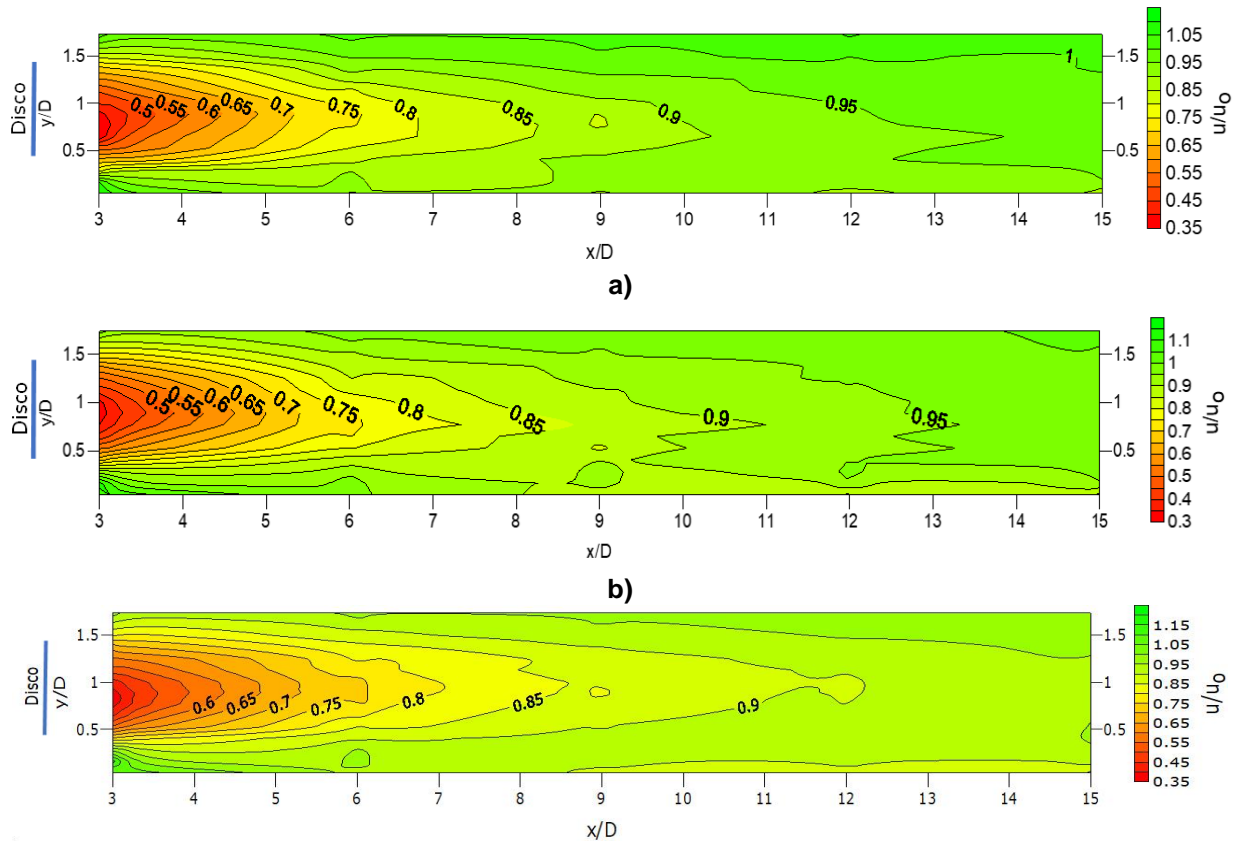
b)



c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.12. Perfiles de velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de velocidad sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

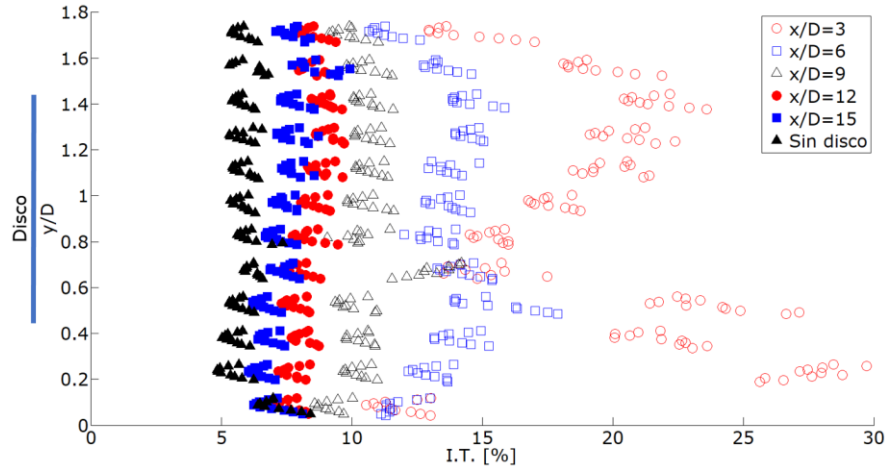
Con la información de los perfiles de velocidad en la vertical, se generó un mapa de curvas de velocidades (Ilustración 6.13). Considerando los valores de los puntos ubicados en $y/D = 0.95$, al centro del disco, la recuperación de la velocidad en $x/D = 3$ es del 40% y para $x/D = 12$ se tiene una recuperación del 90%.



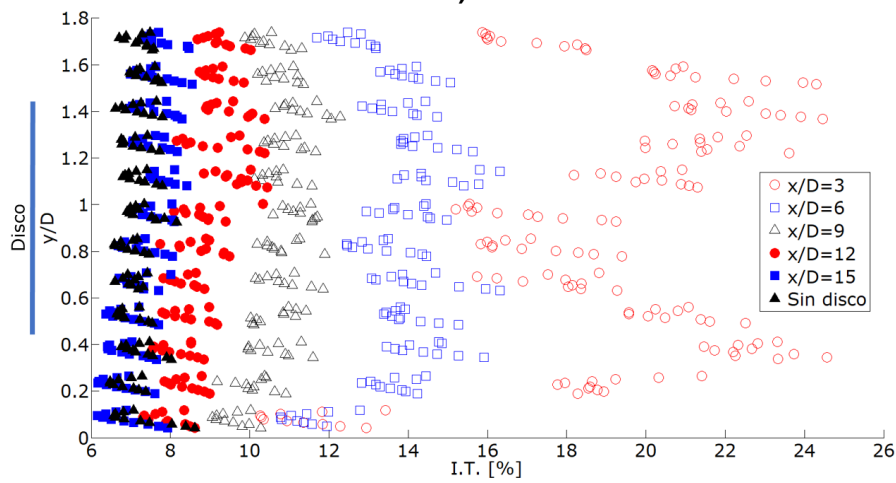
c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.13. Mapa de curvas de velocidad. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

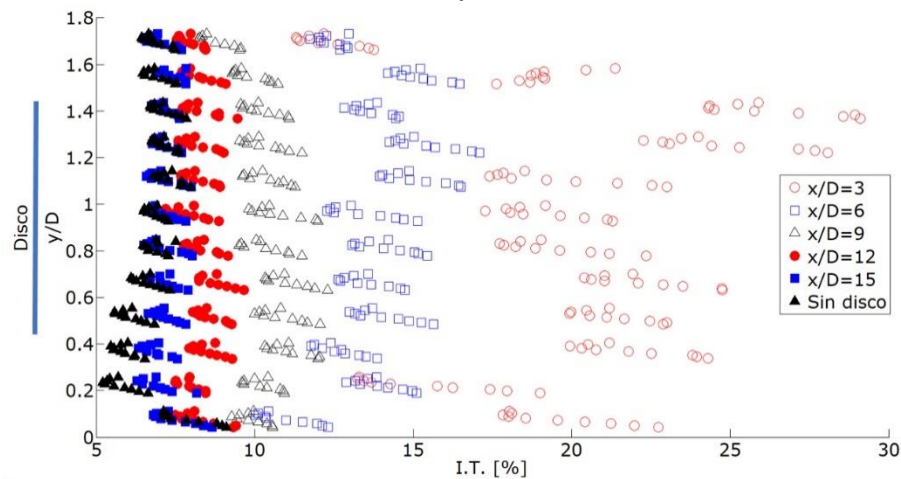
Los perfiles de intensidades de turbulencia en el canal para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, incluyendo el perfil de intensidad de turbulencia sin sumergir el disco en el fluido se muestran en la Ilustración 6.14.



a)



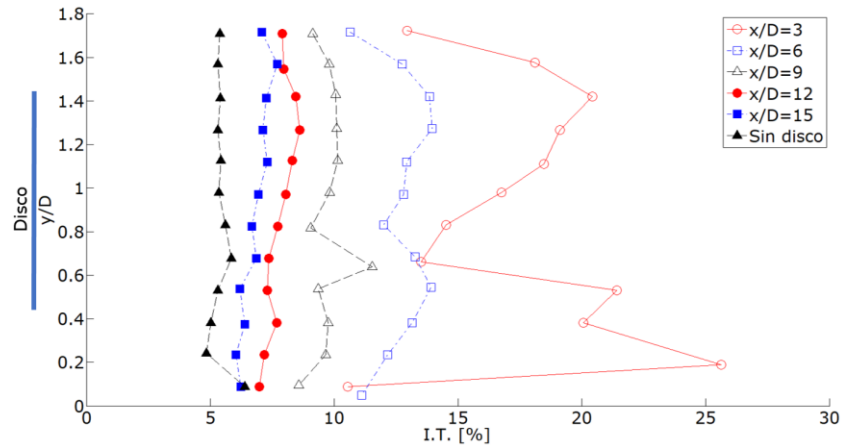
b)



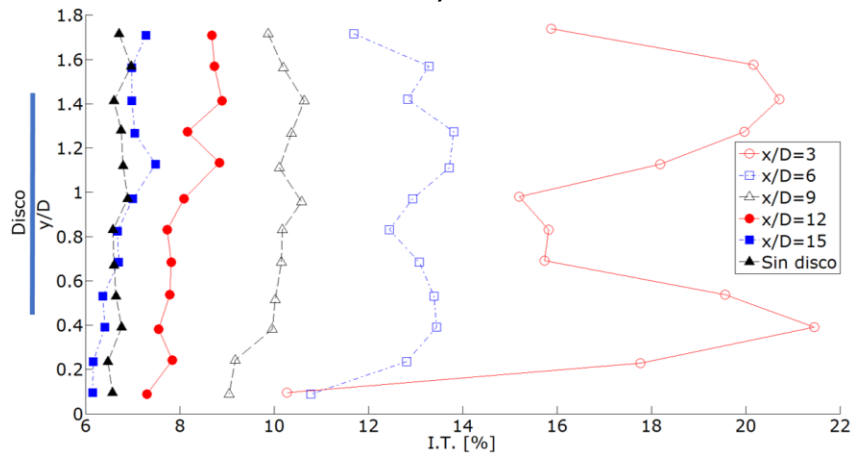
c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.14. Intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

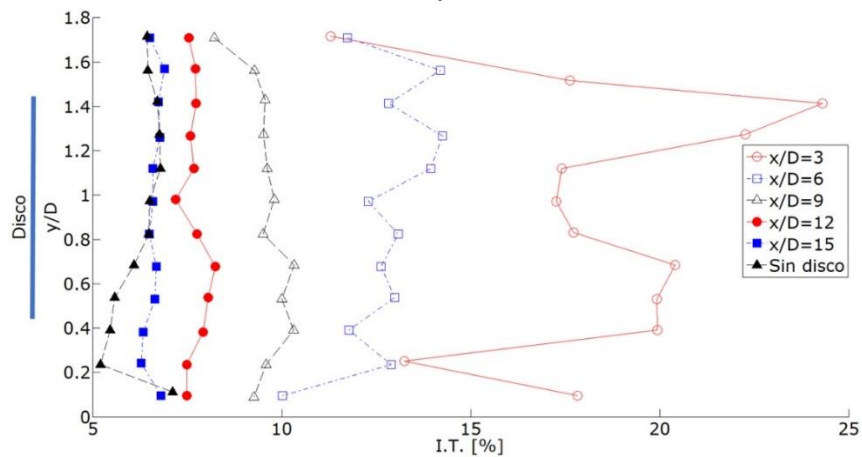
Aplicando el filtrado de datos a los perfiles de intensidad de turbulencia se generan los gráficos mostrados en la Ilustración 6.15.



a)



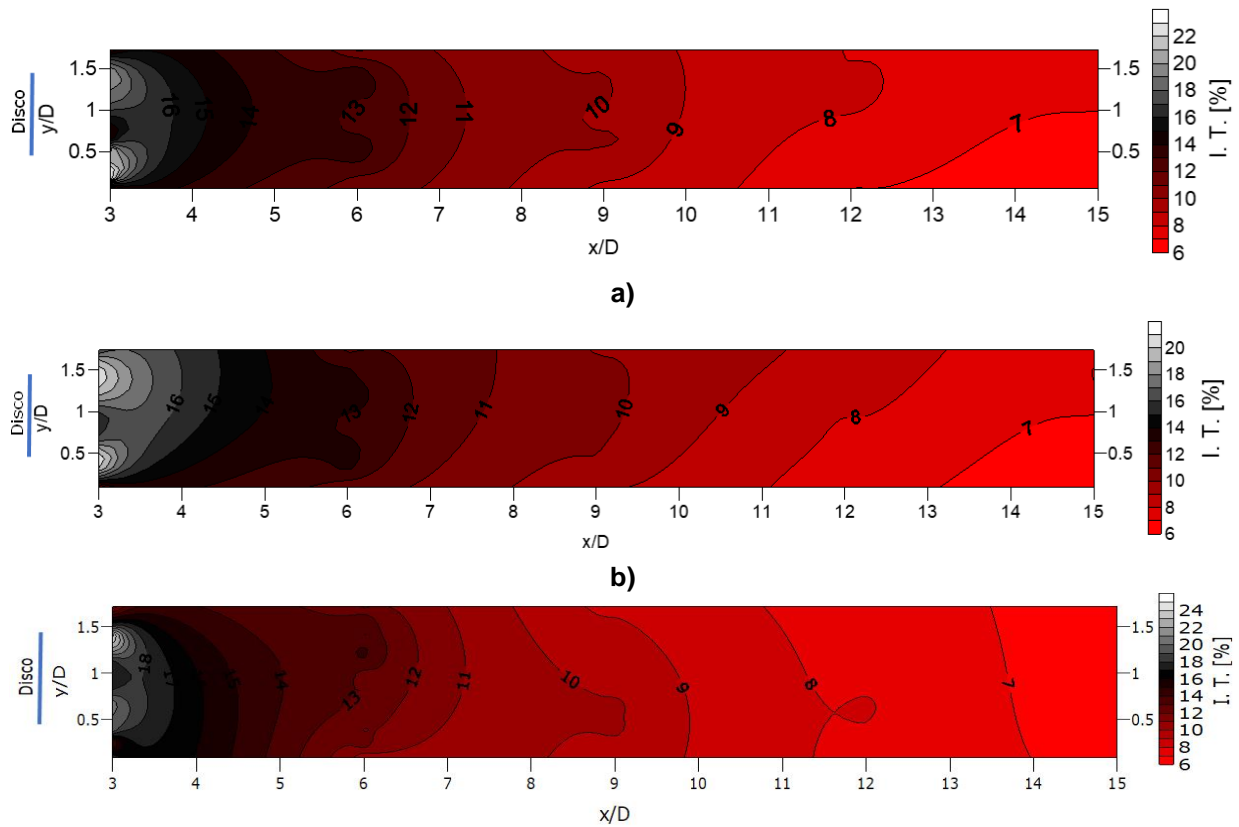
b)



c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.15. Filtrado de datos aplicado a las intensidades de turbulencia para los perfiles de velocidad en el canal en $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco poroso, y sin disco sumergido. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

Considerando los valores de los puntos ubicados al centro del disco con respecto al fondo del canal $y/D = 0.95$, la intensidad de turbulencia presenta valores en $x/D = 3$ cercanos al 18% y para $x/D = 12$ cerca del 8% (Ilustración 6.16).



c) Publicado por Martínez-Reyes y García-Villanueva (2020).

Ilustración 6.16. Mapa de curvas de Intensidad de turbulencia. Disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm con relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y números de Froude **a)** $Fr_1 = 0.205$, **b)** $Fr_2 = 0.250$ y **c)** $Fr_3 = 0.295$.

De los resultados de las pruebas experimentales se tiene que para las condiciones hidráulicas establecidas en el canal de laboratorio, independientemente de la relación de bloqueo y del número de Froude, la recuperación de la velocidad en la estela lejana a los 12 diámetros aguas abajo del disco alcanza un valor cercano al 90%. De igual forma sucede en el caso de la intensidad de turbulencia, que a los 12 diámetros aguas abajo del disco se tiene un valor cercano al 8%. Esto sugiere que el espaciamiento mínimo entre la primera y segunda fila de turbinas en un arreglo de turbinas colocadas en serie sea de 12 diámetros del disco.

6.1.4. Cálculo del coeficiente de arrastre C_T y coeficiente de potencia C_p para relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$, $B_3 = 0.197$ y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$, con pruebas experimentales en discos porosos

En la Tabla 6.1 se muestran los resultados de las mediciones del empuje hidrodinámico sobre los discos porosos para un tiempo de medición de 180 s, una frecuencia de adquisición de datos de 94.5 Hz y distintos números de Froude en el canal, se ha considerado también el empuje hidrodinámico medio en el vástago que sostiene el disco.

Tabla 6.1. Empuje hidrodinámico en discos porosos y vástago.

Diámetro del disco [mm]	Porosidad	Empuje total [g]		Empuje total [N]		Empuje sobre vástago [g]	Empuje sobre vástago [N]	Empuje sobre disco [g]		Empuje sobre disco [N]	
$Fr_1 = 0.205$											
92	0.34	72.211	±2.504	0.708	±0.025	5.244	0.051	66.967	±2.504	0.657	±0.025
121	0.34	138.380	±3.589	1.357	±0.035	4.224	0.041	134.156	±3.589	1.316	±0.035
136	0.34	188.143	±3.879	1.845	±0.038	3.720	0.036	184.423	±3.879	1.809	±0.038
$Fr_2 = 0.250$											
92	0.34	106.853	±3.320	1.048	±0.033	7.983	0.078	98.869	±3.320	0.970	±0.033
121	0.34	203.820	±3.967	1.999	±0.039	5.221	0.051	198.599	±3.967	1.948	±0.039
136	0.34	274.104	±5.096	2.688	±0.050	4.179	0.041	269.925	±5.096	2.647	±0.050
$Fr_3 = 0.295$											
92	0.34	147.704	±4.071	1.448	±0.040	10.488	0.103	137.216	±4.071	1.346	±0.040
121	0.34	282.148	±5.037	2.767	±0.049	8.996	0.088	273.152	±5.037	2.679	±0.049
136	0.34	379.255	±6.798	3.719	±0.067	8.285	0.081	370.970	±6.798	3.638	±0.067

Los resultados del cálculo del coeficiente de arrastre y coeficiente de potencia con pruebas experimentales para las distintas relaciones de bloqueo y números de Froude se muestran en la Tabla 6.2. Se observa que a medida que se incrementa la relación de bloqueo en el canal es posible obtener un aumento en el coeficiente de arrastre y el coeficiente de potencia con discos porosos.

Tabla 6.2. Coeficiente de arrastre y coeficiente de potencia con discos porosos, resultados experimentales.

Diámetro del disco [mm]	Relación de bloqueo B	Porosidad	Empuje sobre disco [N]		Área disco [m ²]	u_0 [m/s]	Densidad [kg/m ³]	C_T	β	C_p
$Fr_1 = 0.205$										
92	0.0904	0.34	0.657	± 0.025	0.0066	0.350	998.2	1.616	0.352	0.569
121	0.1564	0.34	1.316	± 0.035	0.0115	0.350	998.2	1.871	0.418	0.782
136	0.1976	0.34	1.809	± 0.038	0.0143	0.350	998.2	2.067	0.439	0.908
$Fr_2 = 0.250$										
92	0.0904	0.34	0.970	± 0.033	0.0066	0.427	998.2	1.607	0.368	0.592
121	0.1564	0.34	1.948	± 0.039	0.0115	0.427	998.2	1.866	0.432	0.806
136	0.1976	0.34	2.647	± 0.050	0.0143	0.427	998.2	2.037	0.462	0.941
$Fr_3 = 0.295$										
92	0.0904	0.34	1.346	± 0.040	0.0066	0.503	998.2	1.603	0.382	0.613
121	0.1564	0.34	2.679	± 0.049	0.0115	0.503	998.2	1.845	0.454	0.838
136	0.1976	0.34	3.638	± 0.067	0.0143	0.503	998.2	2.013	0.485	0.977

En los resultados experimentales, independientemente del número de Froude, el coeficiente de arrastre entre el disco con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y el de relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ tiene un incremento cercano al 15%, mientras que el coeficiente de arrastre entre el disco con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y el de relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ presenta un incremento del orden del 25%. Por otra parte, el coeficiente de potencia entre el disco con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y el de relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ presenta un incremento del 37%, y el coeficiente de potencia entre el disco con relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y el de relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ muestra un incremento del 59%. De la misma forma, manteniendo constante la relación de bloqueo y cambiando los números de Froude con valores $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$, los incrementos en el coeficiente de potencia para un mismo número de Froude presentan diferencias mínimas de 4% y máximas de 7%. Esto indica que tiene mayor influencia el incremento en la relación de bloqueo en el aumento del coeficiente de arrastre y del coeficiente de potencia, que el incremento en el número de Froude (Ilustración 6.17 e Ilustración 6.18).

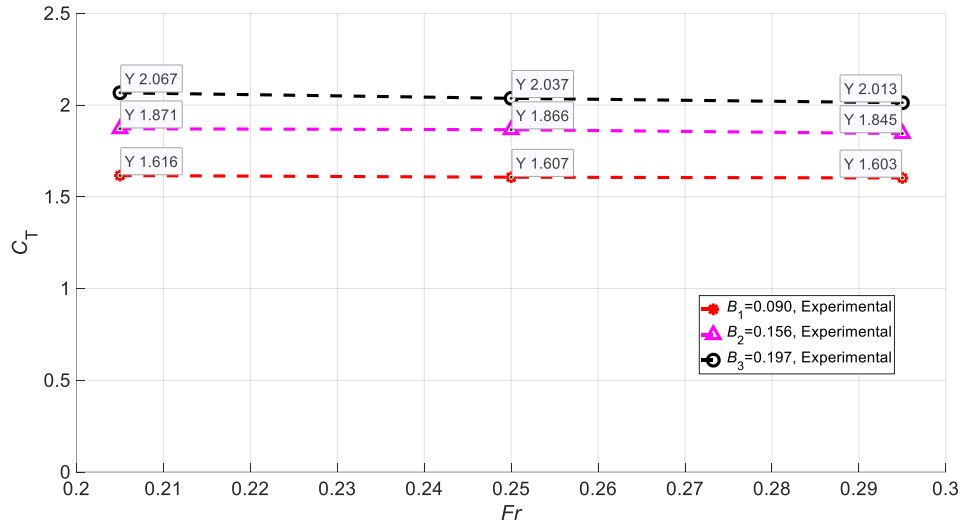


Ilustración 6.17. Coeficiente de arrastre en función del número de Froude y de la relación de bloqueo, en un disco con porosidad igual a 0.34, resultados experimentales.

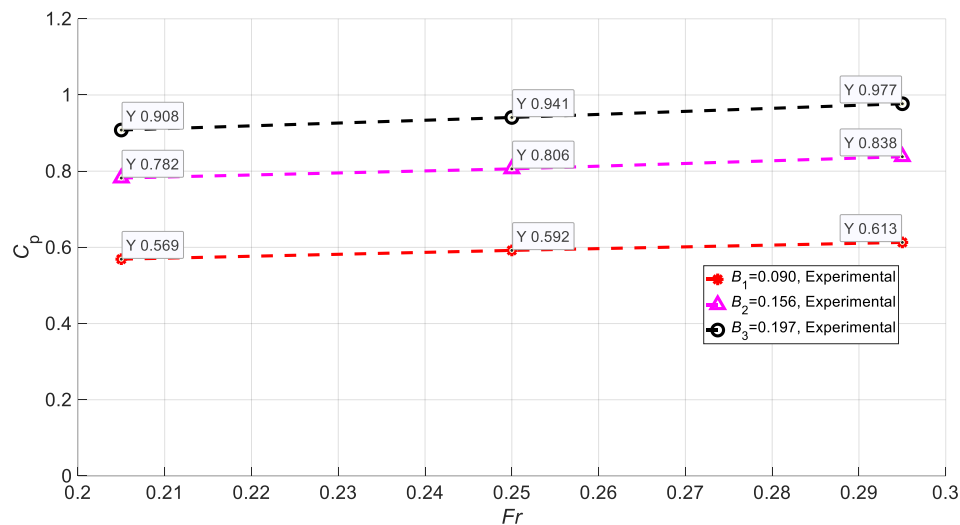


Ilustración 6.18. Coeficiente de potencia en función del número de Froude y de la relación de bloqueo, en un disco con porosidad igual a 0.34, resultados experimentales.

Se determinó que existen diferencias significativas entre los seis grupos de muestras de datos del coeficiente de potencia C_p obtenidos en las pruebas experimentales, utilizando los números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$ y relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$. Para ello se utilizó la prueba estadística ANOVA de dos factores con 3 niveles y 5 réplicas, utilizando un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ (ver Tabla 6.3). Los valores obtenidos del valor p resultaron menores a 0.05 (ver Tabla 6.4), y debido a ello se rechazó la hipótesis nula que plantea que las medias poblacionales son iguales, dando como resultado que existen diferencias significativas entre los seis grupos de muestras del C_p .

Tabla 6.3. Coeficiente de potencia con discos porosos, resultados experimentales.

	$Fr_1 = 0.205$		$Fr_2 = 0.250$		$Fr_3 = 0.295$	
$B_1 = 0.090$	0.567	0.594	0.584	0.574	0.620	0.619
	0.544	0.572	0.587	0.604	0.603	0.614
	0.570		0.608		0.608	
$B_2 = 0.156$	0.780	0.775	0.804	0.802	0.838	0.834
	0.791	0.781	0.804	0.807	0.837	0.840
	0.784		0.813		0.839	
$B_3 = 0.197$	0.911	0.905	0.942	0.939	0.978	0.978
	0.908	0.907	0.943	0.940	0.977	0.973
	0.911		0.943		0.977	

Tabla 6.4. Resumen del análisis de varianza para el coeficiente de potencia con discos porosos, resultados experimentales.

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	8	0.9649	0.12062	1693.94	0.001
Lineal	4	0.9641	0.24103	3385.03	0.001
Bloqueo	2	0.9408	0.47038	6606.05	0.001
Froude	2	0.0234	0.01168	164.02	0.001
Interacciones de 2 términos	4	0.0008	0.00020	2.84	0.038
Bloqueo*Froude	4	0.0008	0.00020	2.84	0.038
Error	36	0.0026	0.00007		
Total	44	0.9675			

La Ilustración 6.19 indica que las variables de mayor significancia con respecto al coeficiente de potencia, de acuerdo al orden de impacto son: La relación de bloqueo, el número de Froude y la interacción de estas dos.

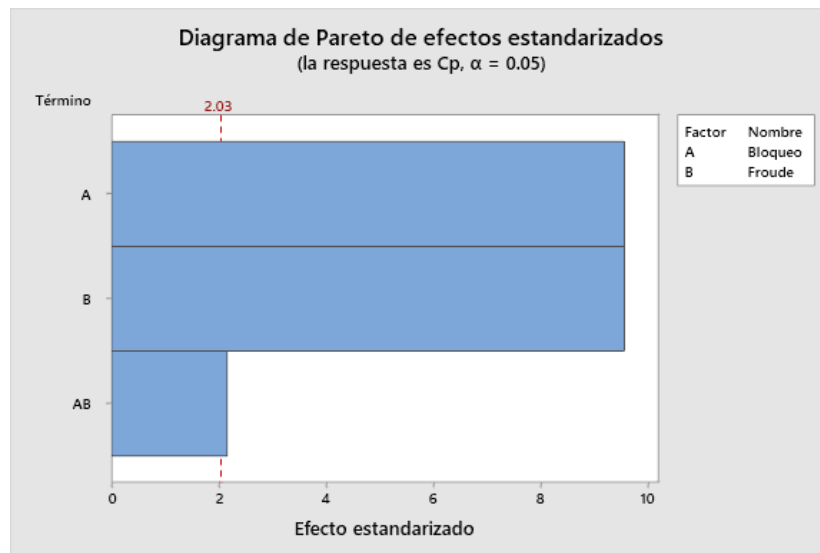


Ilustración 6.19. Diagrama de Pareto de efectos estandarizados para el coeficiente de potencia.

6.1.5. Cálculo del coeficiente de arrastre C_T y coeficiente de potencia C_p con pruebas experimentales en discos porosos colocados en serie

En la Tabla 6.5 se muestran los resultados de los empujes hidrodinámicos para las distintas posiciones de los discos y sus respectivos coeficientes de arrastre y de potencia.

Tabla 6.5. Empuje hidrodinámico y coeficientes de arrastre y potencia para discos porosos colocados en un arreglo en serie, resultados experimentales.

Fila	Diámetro [mm]	F [N]		u_0 [m/s]	C_T	β	C_p	C_p/C_{p1}
$B_1 = 0.090, Fr_1 = 0.205$								
1	92	0.654	± 0.021	0.350	1.609	0.357	0.574	1.00
2	92	0.617	± 0.022	0.350	1.519	0.357	0.542	0.94
3	92	0.611	± 0.023	0.350	1.503	0.357	0.537	0.93
$B_1 = 0.090, Fr_2 = 0.250$								
1	92	0.980	± 0.028	0.427	1.624	0.357	0.580	1.00
2	92	0.922	± 0.031	0.427	1.528	0.357	0.545	0.94
3	92	0.919	± 0.030	0.427	1.523	0.357	0.544	0.94
$B_1 = 0.090, Fr_3 = 0.295$								
1	92	1.377	± 0.035	0.503	1.640	0.359	0.589	1.00
2	92	1.315	± 0.040	0.503	1.566	0.359	0.562	0.95
3	92	1.309	± 0.038	0.503	1.560	0.359	0.560	0.95

Una comparativa de los coeficientes de potencia de los discos porosos para cada una de las filas con $B_1 = 0.090$ y números de Froude: $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$ se muestran en la Ilustración 6.20. Para los distintos números de Froude analizados y para el caso más desfavorable existe una pequeña caída entre el coeficiente de potencia del disco ubicado en la fila 1 respecto al de la fila 2, con un valor cercano al 5%. No así para el caso del coeficiente de potencia del disco ubicado en la fila 2 respecto al ubicado en la fila 3 ya que hay una caída del coeficiente de potencia del 1%.

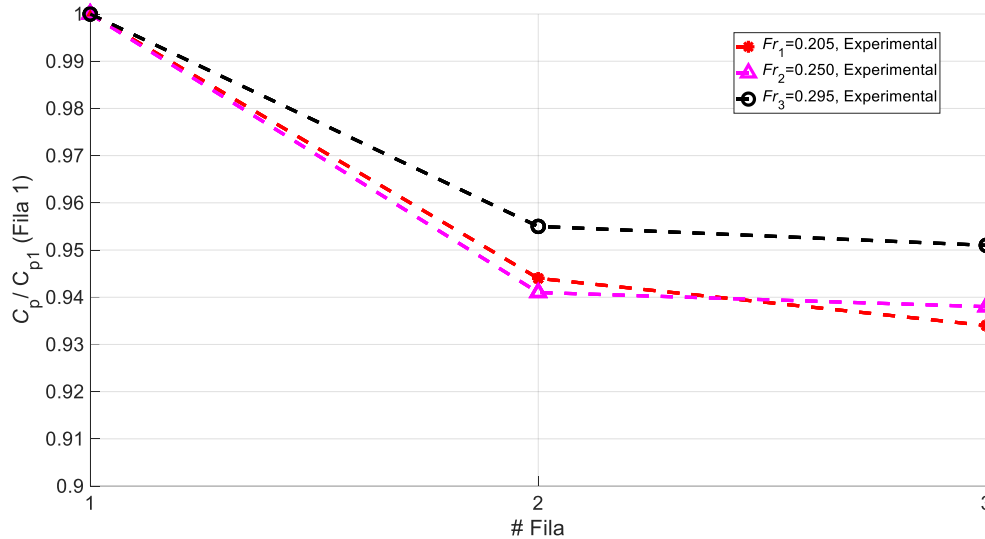


Ilustración 6.20. Coeficientes de potencia normalizados en un arreglo en serie de discos porosos en un canal experimental, con una relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y distintos números de Froude.

6.2. Pruebas con modelos de dinámica de fluidos computacional CFD (*Ansys Fluent*®) para distintas relaciones de bloqueo y números de Froude

6.2.1. Recuperación de la velocidad con un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm, relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y número de Froude $Fr_3 = 0.295$. Con modelos de turbulencia $k - \omega$ SST, $k - \varepsilon$ Standard y $k - \varepsilon$ Realizable

Con la finalidad de seleccionar el modelo de turbulencia más adecuado para describir la estela aguas abajo de los discos porosos, se realizaron modelaciones numéricas en CFD utilizando tres modelos de turbulencia distintos: $k - \omega$ SST, $k - \varepsilon$ Standard y $k - \varepsilon$ Realizable. Las dimensiones del canal rectangular fueron 3.50 m x 0.50 m x 0.245 m teniendo una relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y un número de Froude $Fr_3 = 0.295$. En la Ilustración 6.21 se muestra una proyección isométrica del canal con un disco poroso ubicado a 1.5 m aguas abajo de la entrada del canal. Se presentan los mapas de velocidad para los planos transversales ubicados a $x/D = 6$ aguas arriba y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo del disco, utilizando el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.

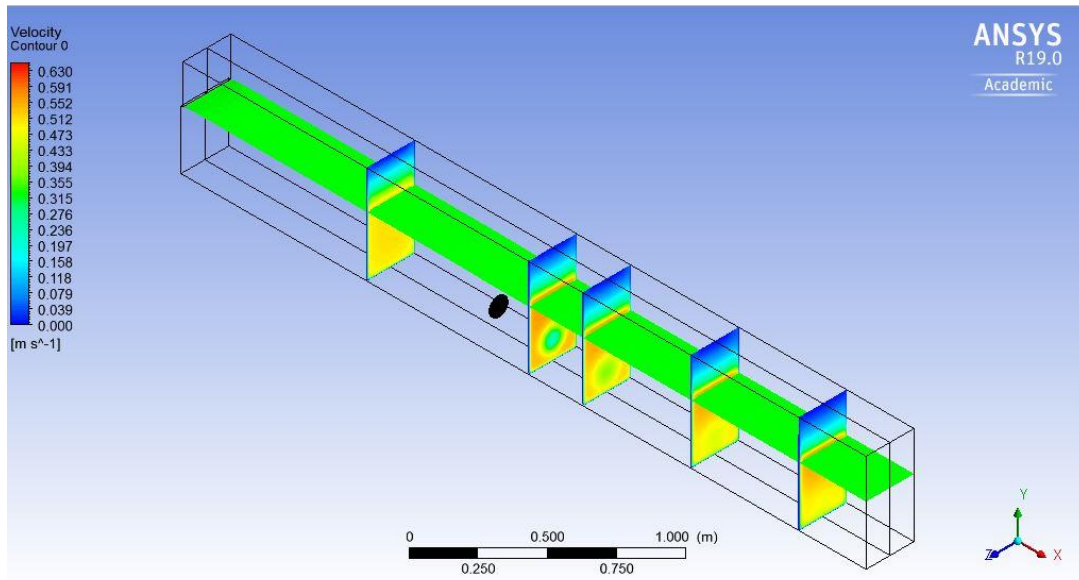


Ilustración 6.21. Mapas de velocidad en planos transversales para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm. La ubicación de los planos es: $x/D = 6$ aguas arriba del disco y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo.

Se utilizó una malla estructurada con dimensiones de 0.5 mm para la zona de los orificios y de 8 mm para el resto del canal, ver Ilustración 6.22.

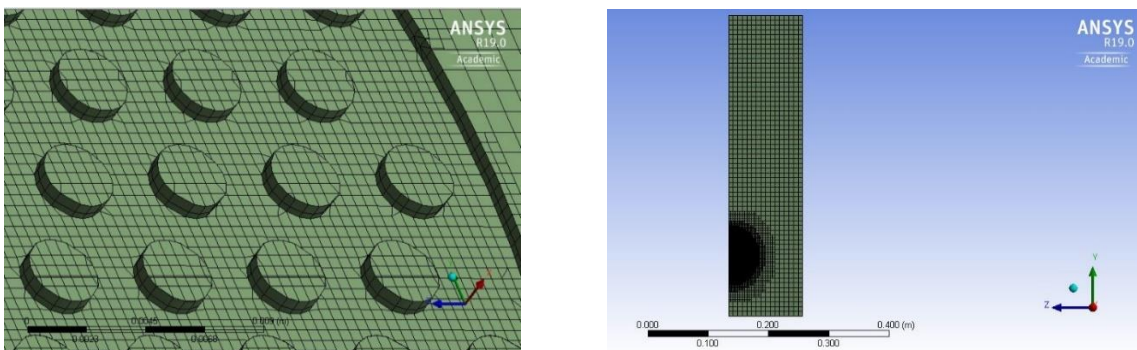


Ilustración 6.22. Malla estructurada utilizada para modelar un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.

En la Ilustración 6.23 se muestra un mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm. Se observa la estela formada detrás del disco y un incremento de la velocidad en los extremos del mismo.

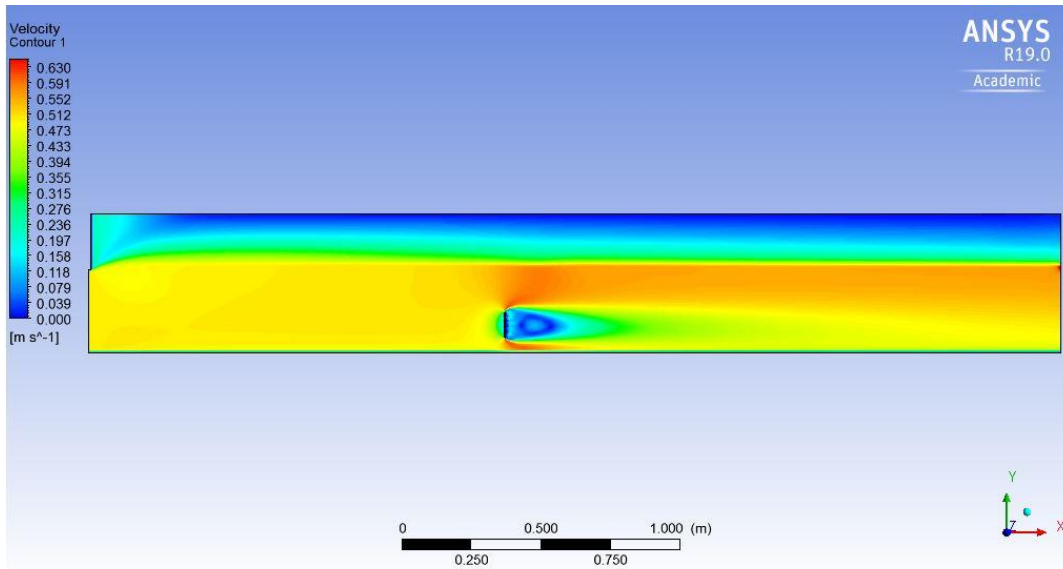


Ilustración 6.23. Mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.

En la Ilustración 6.24 se presentan las curvas de recuperación de la velocidad en la estela lejana para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm, ubicadas a $x/D = 3$ y 12 aguas abajo del disco, para los tres modelos de turbulencia utilizados y con datos experimentales.

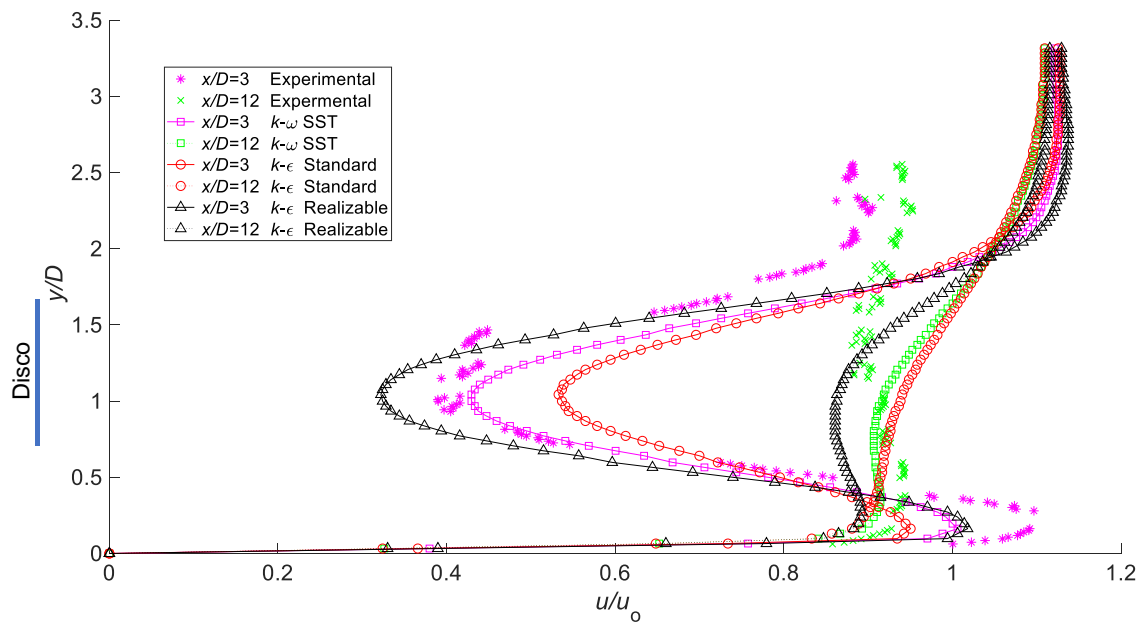


Ilustración 6.24. Recuperación de la velocidad para $x/D = 3$ y 12 aguas abajo del disco, al centro del canal. Para los tres modelos de turbulencia utilizados y un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.

En la Ilustración 6.25 se muestran los valores de u_c/u_0 (u_c es el valor de la velocidad en $y/D = 1.15$) en las distancias $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco, al centro del canal para los tres modelos de turbulencia utilizados. Es posible observar que el modelo de

turbulencia que mejor se aproxima a los datos experimentales es el modelo $k - \omega$ SST, debido a ello este modelo de turbulencia es el que se utilizó en las pruebas posteriores con CFD.

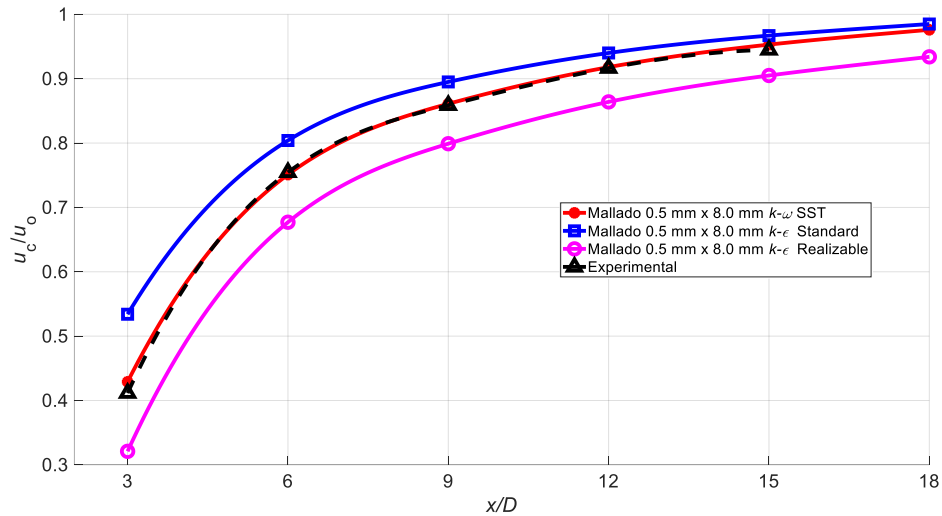


Ilustración 6.25. Recuperación de la velocidad en $y/D = 1.15$ para los tres modelos de turbulencia utilizados y un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.

En la Ilustración 6.26 se muestran las curvas de recuperación de la velocidad en la estela lejana para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm, ubicadas a $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco, todas al centro del canal, se utilizó el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.

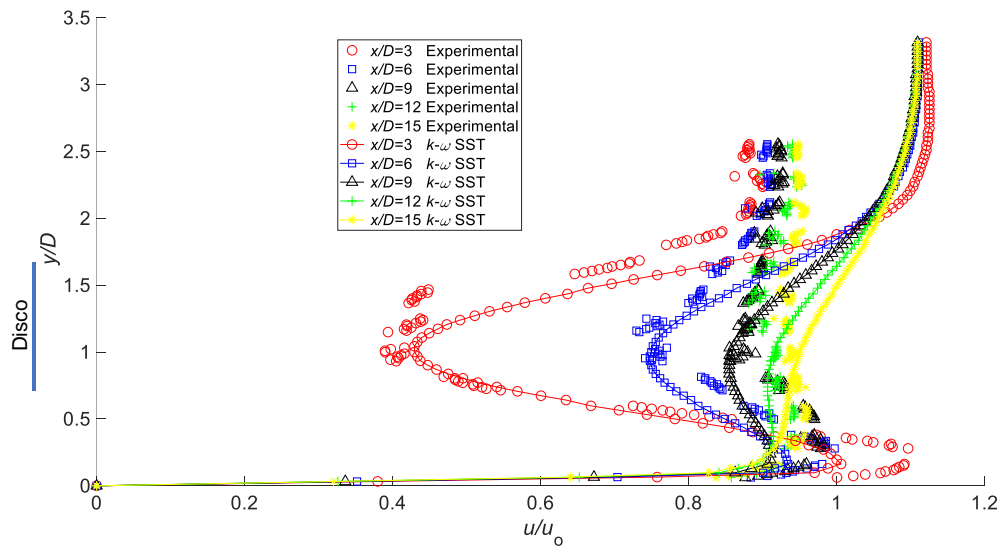


Ilustración 6.26. Recuperación de la velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco al centro del canal. Para el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST y un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm.

En la Ilustración 6.27 se muestra una comparativa de los valores de u_c/u_0 para las distintas separaciones respecto al disco poroso. Se tienen diferencias entre los datos medidos experimentalmente y los del modelo numérico en CFD de hasta el 4% en $x/D = 3$, y de 0.2% en $x/D = 12$, lo que indica una buena concordancia de los datos.

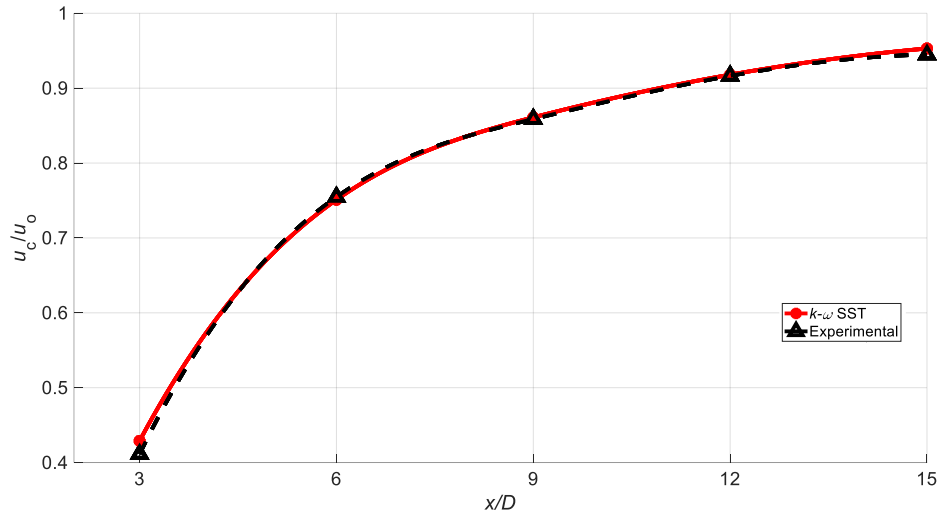


Ilustración 6.27. Comparación de u_c/u_0 entre los resultados experimentales y los del modelo numérico para un disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm utilizando el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.

6.2.2. Recuperación de la velocidad con un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm, relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y número de Froude $Fr_3 = 0.295$. Con modelo de turbulencia $k - \omega$ SST

En la Ilustración 6.28 se presenta un isométrico del canal con un disco poroso ubicado a 1.5 m aguas abajo de la entrada, con mapas de velocidad para los planos transversales ubicados a $x/D = 6$ aguas arriba del disco y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo. Se utilizó el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST, las dimensiones del canal rectangular fueron 4.00 m x 0.50 m x 0.245 m teniendo una relación de bloqueo $B_2 = 0.156$ y un número de Froude $Fr_3 = 0.295$.

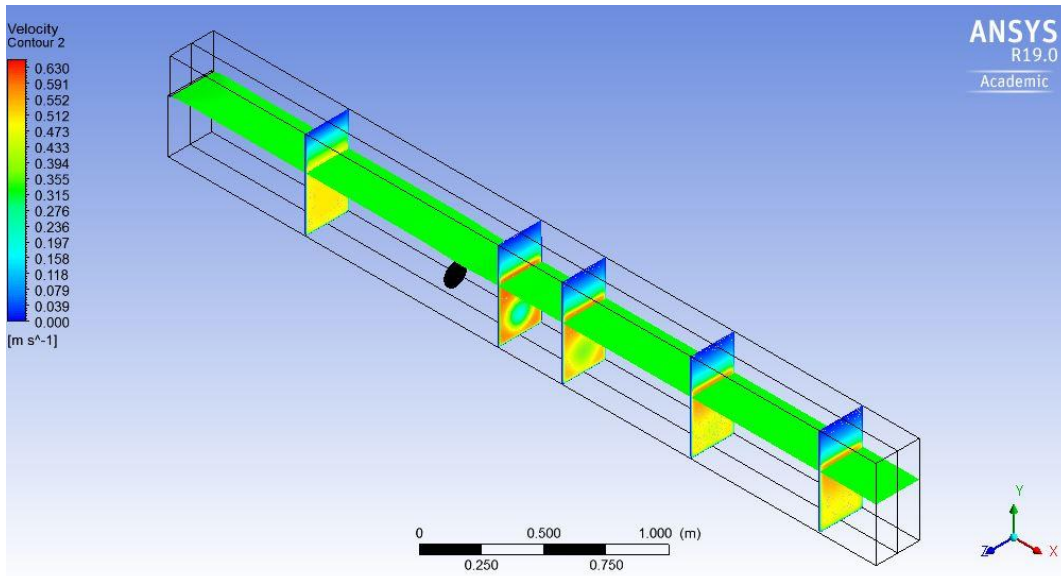


Ilustración 6.28. Mapas de velocidad en planos transversales para un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm. La ubicación de los planos es: $x/D = 6$ aguas arriba del disco y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo.

Se utilizó una malla estructurada con dimensiones de 0.5 mm para la zona de los orificios y de 8 mm para el resto del canal, ver Ilustración 6.29.

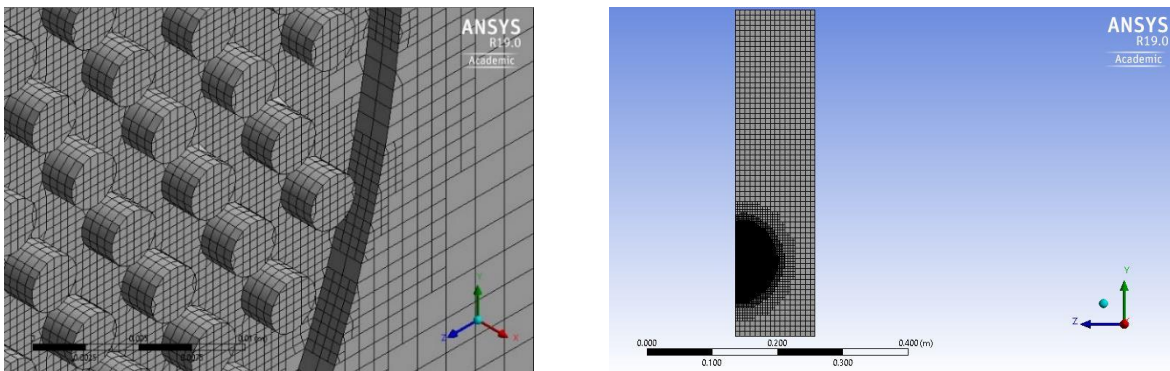


Ilustración 6.29. Malla estructurada utilizada para modelar un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm.

En la Ilustración 6.30 se muestra un mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm. De igual forma que con el disco poroso de diámetro $D_1 = 92$ mm, se observa la estela formada detrás del disco y un incremento de la velocidad en los extremos del mismo.

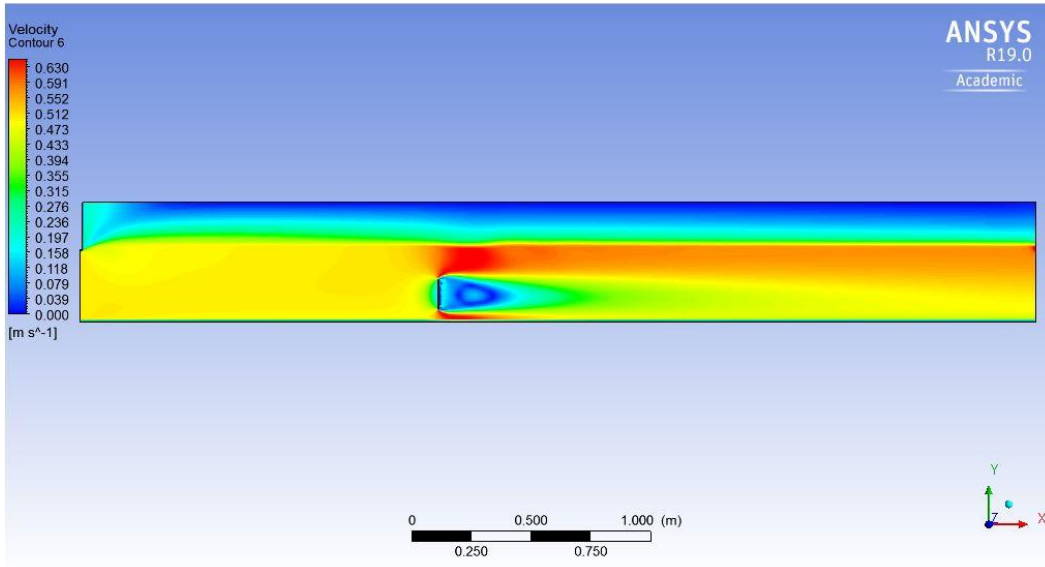


Ilustración 6.30. Mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm.

En la Ilustración 6.31 se muestran las curvas de recuperación de la velocidad en la estela lejana para un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm, ubicadas a $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco al centro del canal.

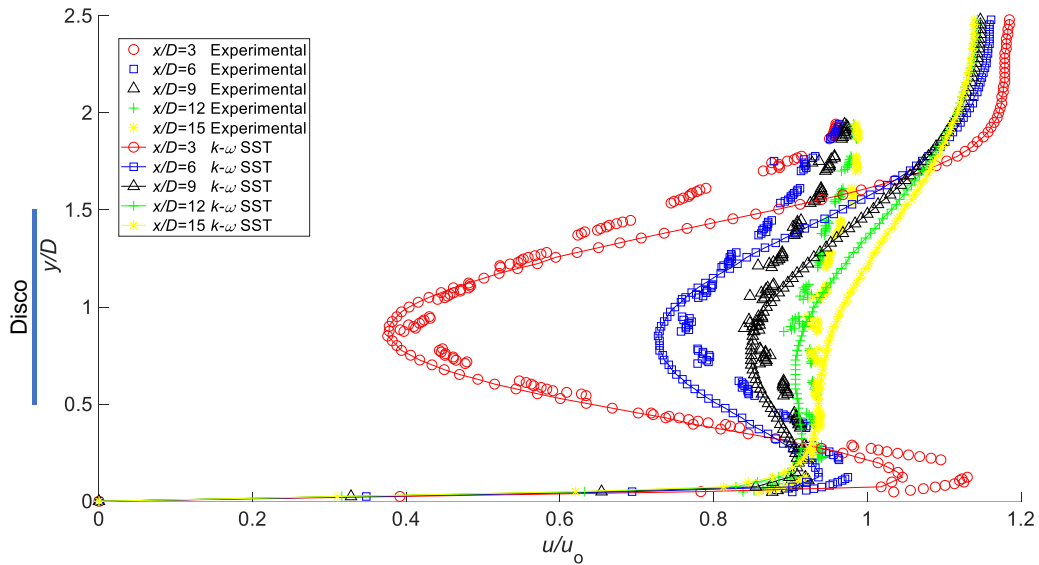


Ilustración 6.31. Recuperación de la velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco al centro del canal. Para el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST y un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm.

La Ilustración 6.32 muestra una comparativa de los valores de u_c/u_0 (u_c es el valor de la velocidad en $y/D = 0.95$) para las distintas separaciones respecto al disco poroso. Se tienen diferencias entre los datos medidos experimentalmente y los del modelo numérico con CFD de hasta el 2.7% en $x/D = 15$, y de 1.15% en $x/D = 3$, lo que indica una buena concordancia de los datos.

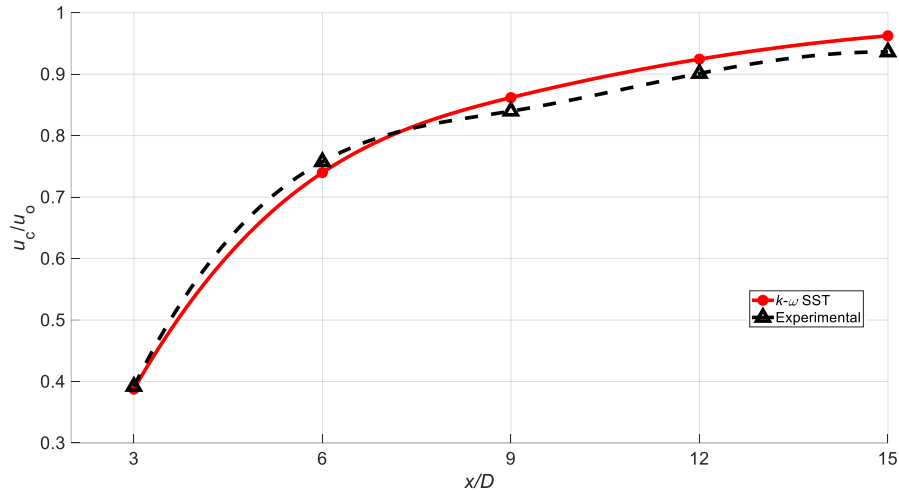


Ilustración 6.32. Comparación de u_c/u_0 entre los resultados experimentales y los del modelo numérico para un disco poroso de diámetro $D_2 = 121$ mm, utilizando el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.

6.2.3. Recuperación de la velocidad con un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm, relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y número de Froude $Fr_3 = 0.295$. Con modelo de turbulencia $k - \omega$ SST

En la Ilustración 6.33 se presenta un isométrico del canal con un disco poroso ubicado a 1.5 m aguas abajo de la entrada. Se muestran los mapas de velocidad para los planos transversales ubicados en $x/D = 6$ aguas arriba del disco y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo. Se utilizó el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST y las dimensiones del canal rectangular fueron 4.35 m x 0.50 m x 0.245 m teniendo una relación de bloqueo $B_3 = 0.197$ y un número de Froude $Fr_3 = 0.295$.

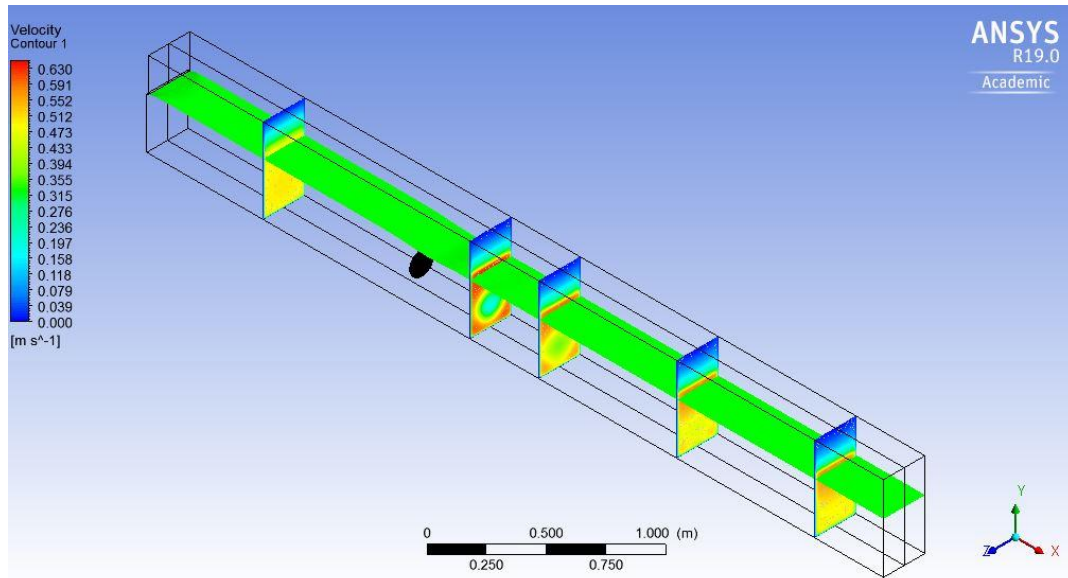


Ilustración 6.33. Mapas de velocidad en planos transversales para un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm. La ubicación de los planos es: $x/D = 6$ aguas arriba del disco y $x/D = 3, 6, 12$ y 18 aguas abajo.

Se utilizó una malla estructurada con dimensiones de 0.5 mm para la zona de los orificios y de 8 mm para el resto del canal, ver Ilustración 6.34.

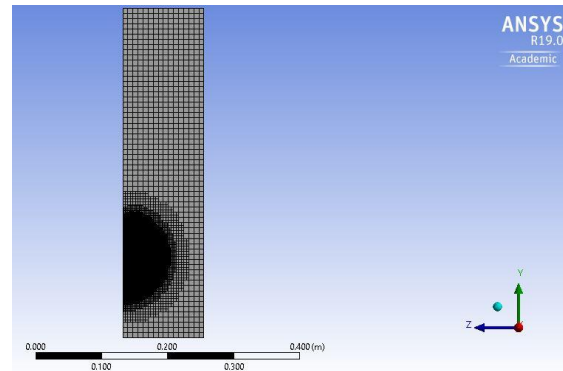
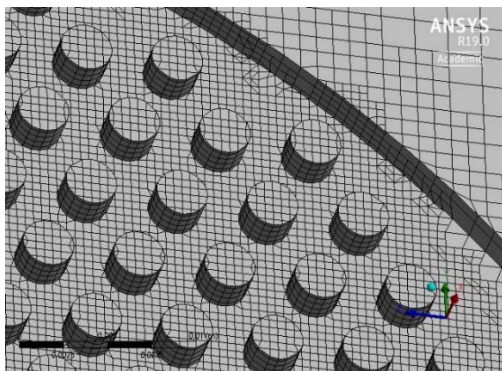


Ilustración 6.34. Malla estructurada utilizada para modelar un disco poroso de 136 mm de diámetro.

En la Ilustración 6.35 se muestra un mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm. Al igual que con los diámetros de disco anteriores, se observa la estela formada detrás del disco y un incremento de la velocidad en los extremos del mismo.

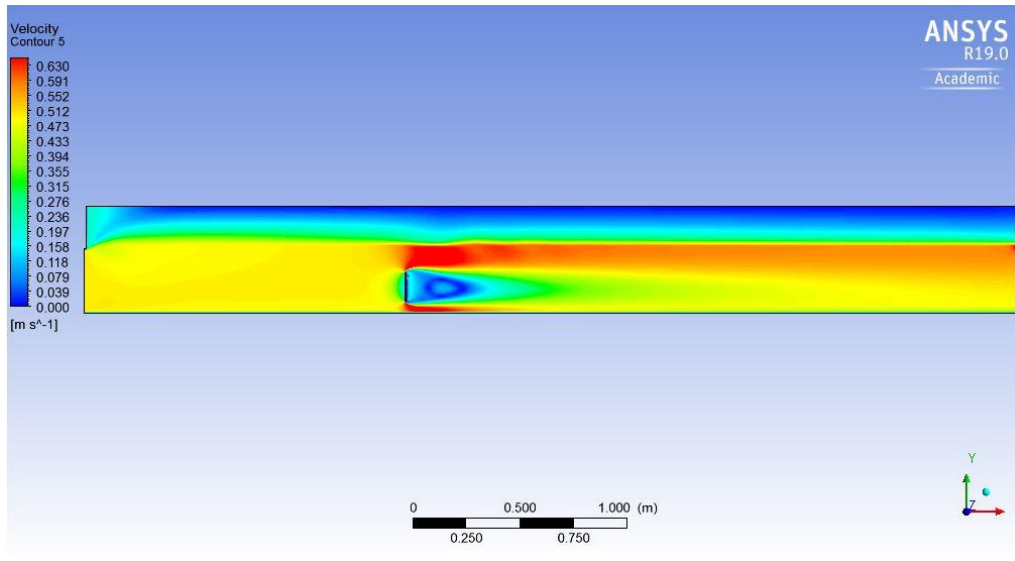


Ilustración 6.35. Mapa de velocidades en una sección longitudinal al centro del canal para un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm.

En la Ilustración 6.36 se muestran las curvas de recuperación de la velocidad en la estela lejana para un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm, ubicadas a $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco al centro del canal.

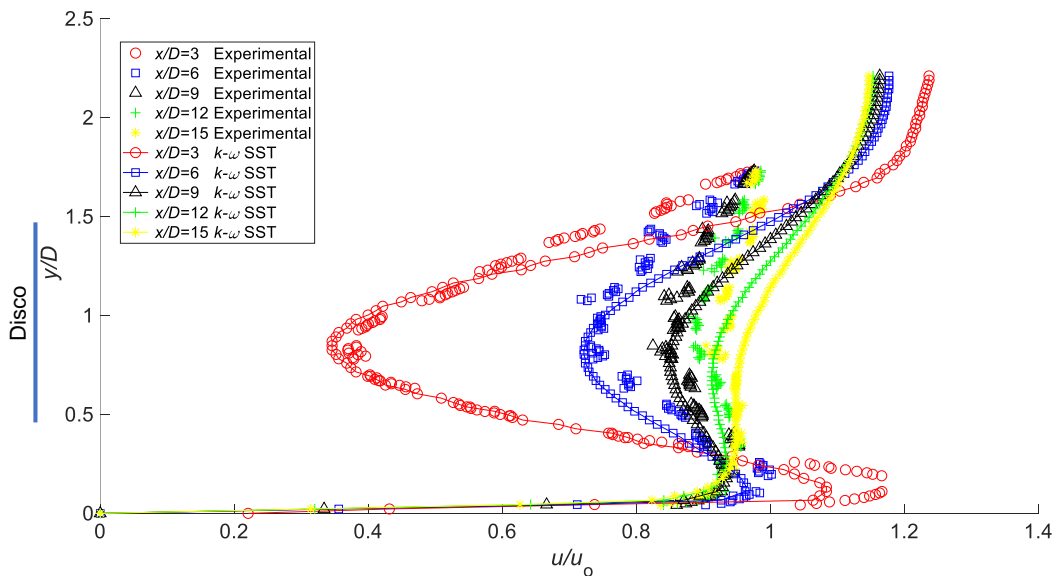


Ilustración 6.36. Recuperación de la velocidad para $x/D = 3, 6, 9, 12$ y 15 aguas abajo del disco al centro del canal. Para el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST y un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm.

En la Ilustración 6.37 se muestra una comparativa de los valores de u_c/u_0 (u_c es el valor de la velocidad en $y/D = 0.90$) para las distintas separaciones respecto al disco poroso. Se tienen diferencias entre los datos medidos experimentalmente y los del modelo numérico con CFD de hasta el 4.0% en $x/D = 3$, y de 0.40% en $x/D = 6$, lo que indica una buena concordancia de los datos.

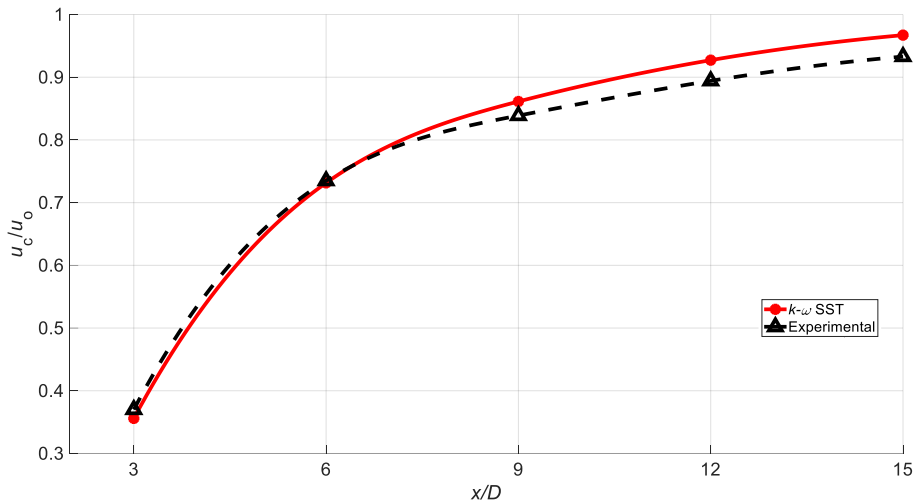


Ilustración 6.37. Comparación de u_c/u_0 entre los resultados experimentales y los del modelo numérico para un disco poroso de diámetro $D_3 = 136$ mm utilizando el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.

6.2.4. Cálculo del coeficiente de arrastre C_T en discos porosos con CFD (*Ansys Fluent*[®]) para distintas relaciones de bloqueo y números de Froude

Los resultados del cálculo del coeficiente de arrastre para los distintos diámetros de disco poroso, con pruebas en *Ansys Fluent*[®] (CFD), se muestran en la Tabla 6.6. Se observa un incremento en el coeficiente de arrastre a medida que aumenta la relación de bloqueo.

Tabla 6.6. Coeficiente de arrastre en discos porosos resultados *Ansys Fluent*[®].

Diámetro del disco [mm]	Relación de bloqueo B	Porosidad	Empuje sobre disco [N]	Área disco [m ²]	u_0 [m/s]	Densidad [kg/m ³]	C_T
$Fr_1 = 0.205$							
92	0.090	0.34	0.668	0.0066	0.350	998.2	1.644
121	0.156	0.34	1.336	0.0115	0.350	998.2	1.900
136	0.197	0.34	1.805	0.0145	0.350	998.2	2.062
$Fr_2 = 0.250$							
92	0.090	0.34	0.984	0.0066	0.427	998.2	1.630
121	0.156	0.34	1.967	0.0115	0.427	998.2	1.884
136	0.197	0.34	2.656	0.0145	0.427	998.2	2.044
$Fr_3 = 0.295$							
92	0.090	0.34	1.357	0.0066	0.503	998.2	1.616
121	0.156	0.34	2.712	0.0115	0.503	998.2	1.868
136	0.197	0.34	3.658	0.0145	0.503	998.2	2.024

6.3. Comparación entre resultados experimentales, CFD (Ansys Fluent®) y teoría unidimensional para el coeficiente de potencia máximo, con relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$, y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$

En la Tabla 6.7 se presenta una comparación entre los coeficientes de arrastre C_T , en discos porosos, obtenidos a partir de los resultados experimentales, CFD (Ansys Fluent®) y de la teoría unidimensional para el coeficiente de potencia máximo. Se presentan en general diferencias del orden del 2% entre los resultados experimentales del coeficiente de arrastre y los obtenidos con el Ansys Fluent®. Las diferencias máximas entre el coeficiente de arrastre de la teoría unidimensional correspondiente al coeficiente de potencia máximo y los resultados experimentales van del 32% al 35% para la relación de bloqueo más baja ($B_1 = 0.090$), y del 9% al 19% para la relación de bloqueo mayor ($B_3 = 0.197$).

Tabla 6.7. Comparación del coeficiente de arrastre en discos porosos, con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales, Ansys Fluent® y Teoría 1-D.

Diámetro del disco [mm]	Relación de bloqueo B	Porosidad	Experimental C_T	Ansys Fluent®		Teoría 1-D	
				C_T	Diferencia [%]	$C_{T,Cp\text{máx}}$	Diferencia [%]
$Fr_1 = 0.205$							
92	0.090	0.34	1.616	1.644	1.703	1.195	-35.230
121	0.156	0.34	1.871	1.900	1.526	1.497	-24.983
136	0.197	0.34	2.067	2.062	-0.242	1.736	-19.067
$Fr_2 = 0.250$							
92	0.090	0.34	1.607	1.630	1.411	1.205	-33.361
121	0.156	0.34	1.866	1.884	0.955	1.523	-22.521
136	0.197	0.34	2.037	2.044	0.342	1.781	-14.374
$Fr_3 = 0.295$							
92	0.090	0.34	1.603	1.616	0.804	1.217	-31.717
121	0.156	0.34	1.845	1.868	1.231	1.558	-18.421
136	0.197	0.34	2.013	2.024	0.543	1.843	-9.224

En la Tabla 6.8 se presenta una comparación entre los coeficientes de potencia C_p para los discos porosos obtenidos a partir de los resultados experimentales, CFD y de la teoría unidimensional (coeficiente de potencia máximo). Se presentan diferencias máximas del orden del 4% entre los resultados experimentales del coeficiente de potencia y los obtenidos con Ansys Fluent®. Las diferencias máximas entre el coeficiente de potencia máximo de la teoría unidimensional y los resultados experimentales van del 20% al 27% para la relación de bloqueo más baja ($B_1 = 0.090$), y del 1% al 5% para la relación de bloqueo mayor ($B_3 = 0.197$).

Tabla 6.8. Comparación de coeficientes de potencia en discos porosos, con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales, *Ansys Fluent*® y Teoría 1-D.

Diámetro del disco [mm]	Relación de bloqueo B	Porosidad	Experimental			<i>Ansys Fluent</i> ®				Teoría 1-D			
			C_T	β	C_p	C_T	β	C_p	Diferencia C_p [%]	$C_{T,Cp\acute{m}ax}$	β	$C_{p\acute{m}ax}$	Diferencia C_p [%]
$Fr_1 = 0.205$													
92	0.090	0.34	1.616	0.352	0.569	1.644	0.333	0.548	3.691	1.195	0.605	0.723	-27.065
121	0.156	0.34	1.871	0.418	0.782	1.900	0.406	0.772	1.279	1.497	0.567	0.849	-8.568
136	0.197	0.34	2.067	0.439	0.908	2.062	0.441	0.909	-0.110	1.736	0.545	0.947	-4.295
$Fr_2 = 0.250$													
92	0.090	0.34	1.607	0.368	0.592	1.630	0.353	0.575	2.872	1.205	0.604	0.727	-22.804
121	0.156	0.34	1.866	0.432	0.806	1.884	0.425	0.800	0.744	1.523	0.564	0.859	-6.576
136	0.197	0.34	2.037	0.462	0.941	2.044	0.460	0.940	0.106	1.781	0.541	0.963	-2.338
$Fr_3 = 0.295$													
92	0.090	0.34	1.603	0.382	0.613	1.616	0.374	0.605	1.305	1.217	0.602	0.732	-19.413
121	0.156	0.34	1.845	0.454	0.838	1.868	0.445	0.832	0.716	1.558	0.560	0.872	-4.057
136	0.197	0.34	2.013	0.485	0.977	2.024	0.482	0.976	0.102	1.843	0.534	0.985	-0.819

Los resultados del cálculo de los coeficientes de arrastre y de potencia con discos porosos se muestran en la Ilustración 6.38 e Ilustración 6.39 respectivamente, ambos en función de la relación de bloqueo y el número de Froude, con pruebas experimentales, y CFD (*Ansys Fluent*®). Para distintas relaciones de bloqueo, el coeficiente de arrastre prácticamente no cambia al incrementar el número de Froude, debido a que se observan diferencias máximas cercanas al 3%. A grandes rasgos, el coeficiente de potencia presenta diferencias máximas con un mismo número de Froude del orden del 9%. Además, se observa un incremento máximo en el coeficiente de potencia de 37%, al aumentar la relación de bloqueo de $B_1 = 0.090$ a $B_2 = 0.156$, y un incremento máximo en el coeficiente de potencia de 59% al aumentar la relación de bloqueo de $B_1 = 0.090$ a $B_3 = 0.197$.

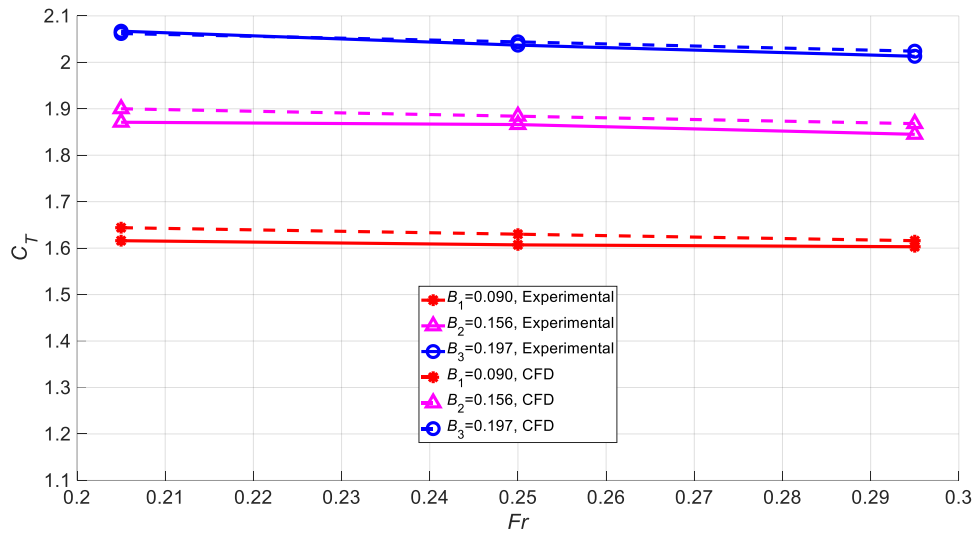


Ilustración 6.38. Coeficiente de arrastre en discos porosos con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales y CFD.

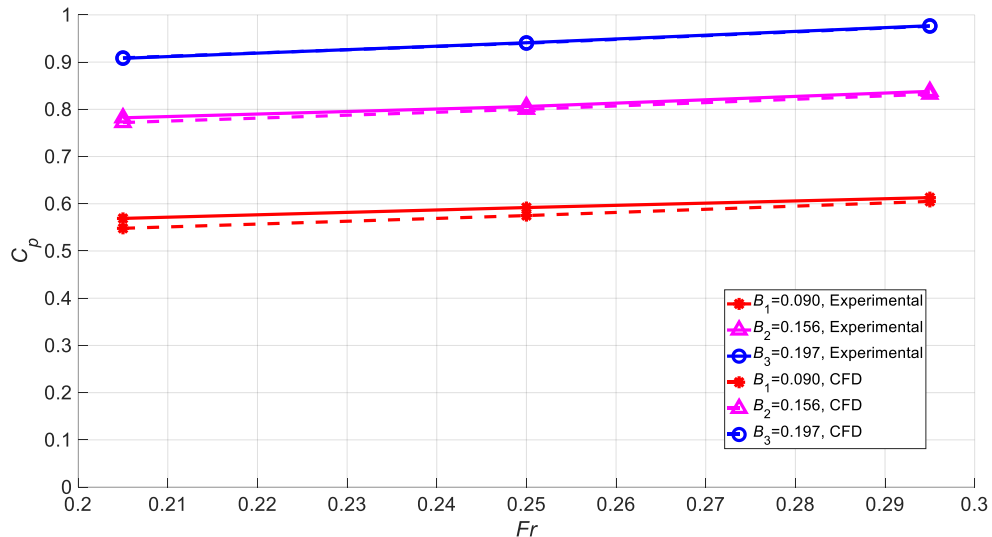


Ilustración 6.39. Coeficiente de potencia en discos porosos con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales y CFD.

En la Ilustración 6.40 se muestra la influencia de la relación de bloqueo y el número de Froude en el coeficiente de potencia utilizando discos porosos. Se grafican los resultados de las pruebas experimentales y los calculados utilizando la teoría unidimensional del disco actuador propuesta por Hously *et al.* (2008). Comparando los coeficientes de potencia obtenidos experimentalmente para las relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$ con los máximos teóricamente esperados, se encontró que con una relación de bloqueo del orden de 0.20, los valores del coeficiente de potencia se asemejan a los máximos teóricamente esperados, así mismo, con valores inferiores a 0.10 de relación de

bloqueo, dicho coeficiente cae entre un 16% y 21% con respecto al máximo teóricamente esperado.

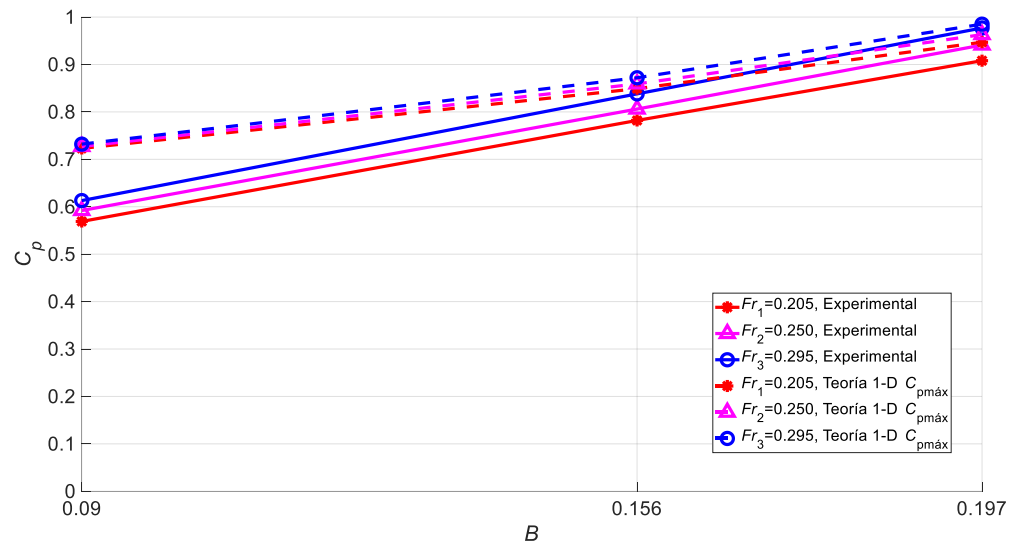


Ilustración 6.40. Coeficiente de potencia en discos porosos con distinta relación de bloqueo y números de Froude. Resultados experimentales y Teoría 1-D para el C_{pmax} .

7. CONCLUSIONES

Se identificaron canales (con geometría, pendiente y rugosidad en las paredes más comunes en el diseño) en los que pueden existir velocidades medias mayores que 0.60 m/s, para ello, se utilizó la ecuación de Manning para el cálculo de la velocidad media, donde se determinó que se requiere un tirante mínimo aproximado de 0.85 m y gastos mayores a 1.10 m³/s.

Utilizando la ley de distribución de velocidades en la vertical (Nikuradse, 1933), para flujo turbulento en fondo rugoso, se graficó una familia de curvas de perfiles de velocidad donde se identificaron principalmente tres zonas para la ubicación de turbinas hidrocínicas: 1) Desde el fondo del canal a 0.15 veces el tirante no se recomienda instalar las turbinas, debido a los valores más grandes del gradiente de velocidad que se presentan y que pueden afectar el rendimiento de las turbinas; 2) De 0.15 a 0.40 veces el tirante es recomendable instalar las turbinas ya que la velocidad en esta zona se encuentra entre 0.9 y 1.0 veces la velocidad media; 3) De 0.4 a 1.0 veces el tirante se considera una zona óptima para la instalación de las turbinas, en virtud de que se tienen velocidades mayores a la velocidad media se debe cuidar que la turbina se encuentre completamente sumergida.

Se utilizaron discos porosos para obtener el rendimiento de turbinas hidrocínicas con distintas relaciones de bloqueo, para ello se implementó un dispositivo experimental con el cual se midió el empuje sobre los discos. También, con el fin de caracterizar el desarrollo de la estela lejana se midieron las componentes de velocidad instantánea a distintas separaciones aguas abajo de la ubicación de los discos y con ello determinar la recuperación de la velocidad y los valores de la intensidad de turbulencia.

Se determinó que existen diferencias significativas entre los seis grupos de muestras de datos del coeficiente de potencia C_p obtenidos en las pruebas experimentales, utilizando los números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$ y relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$. Para ello se utilizó la prueba estadística ANOVA de dos factores con 3 niveles y 5 réplicas, empleando un nivel de significancia $\alpha = 0.05$. Tanto con las pruebas experimentales, como con la teoría unidimensional y con el modelo de dinámica de fluidos computacional, al utilizar distintos números de Froude ($Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$), las diferencias entre los valores del coeficiente de potencia se consideran aceptables, ya que se tienen diferencias máximas del orden del 9%.

De acuerdo con las distintas pruebas experimentales realizadas, se concluye que la recuperación de la velocidad en la estela lejana al centro del disco poroso y a lo largo del eje central del canal alcanza aproximadamente un valor de 90% a 12 diámetros aguas abajo del disco, independientemente de la relación de bloqueo y del número de Froude. Del mismo modo, el valor de intensidad de turbulencia en 12 diámetros aguas abajo del disco presenta un valor cercano al 8%, magnitud que se considera aceptable en comparación con el 5.7% que se tiene en la sección del canal sin disco poroso. De esta manera se puede recomendar que, ante un arreglo de turbinas colocadas en serie, se adopte este criterio para establecer la separación mínima entre una y otra turbina. Esta recomendación se acota bajo el escenario de los números de Froude ($Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$) y relaciones de bloqueo ($B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$) utilizados durante la presente

investigación. Cabe mencionar que estos números adimensionales no toman en cuenta el tamaño ni la geometría de los canales y debido a ello se recomienda que las turbinas se encuentren lo más alejadas posible de la región de la pared.

Adicionalmente se observa que existe un incremento en la potencia aprovechable de turbinas hidrocínicas al aumentar la relación de bloqueo en los canales. Debido a que al incrementar la relación de bloqueo de $B_1 = 0.090$ a $B_2 = 0.156$ (discos $D_1 = 92$ mm y $D_2 = 121$ mm respectivamente) se tiene un incremento en el coeficiente de potencia de 37% y con un incremento de $B_1 = 0.090$ a $B_3 = 0.197$ (discos $D_1 = 92$ mm y $D_3 = 136$ mm respectivamente) se tiene un aumento en el coeficiente de potencia del 59%, independientemente del número de Froude. Este incremento en el coeficiente de potencia sugiere que en vez de utilizar turbinas con una alta eficiencia de conversión de energía, que implican costos elevados de manufactura, debe buscarse que la relación de bloqueo sea lo más alta posible y utilizar turbinas hidrocínicas con una manufactura más simple y por consiguiente más económicas, compensando la baja eficiencia de la turbina con el incremento de la potencia aprovechable.

Comparando los coeficientes de potencia obtenidos experimentalmente para las relaciones de bloqueo $B_1 = 0.090$, $B_2 = 0.156$ y $B_3 = 0.197$, y números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$, con los valores máximos del coeficiente de potencia calculados utilizando la teoría unidimensional propuesta por Housby *et al.* (2008), se encontró que con una relación de bloqueo del orden de 0.20, los valores del coeficiente de potencia se asemejan a los máximos teóricamente esperados, y que con valores inferiores a 0.10 de esta relación de bloqueo, dicho coeficiente cae alrededor de un 20% con respecto al máximo teóricamente esperado. Los coeficientes de potencia máximos o una fracción de ellos podrían ser utilizados como punto de partida para estudios del aprovechamiento energético del flujo en canales, mediante el uso de turbinas hidrocínicas.

En los resultados de las pruebas experimentales realizadas con discos porosos colocados en serie, con una relación de bloqueo $B_1 = 0.090$ y con los números de Froude $Fr_1 = 0.205$, $Fr_2 = 0.250$ y $Fr_3 = 0.295$, existe una pequeña caída entre el coeficiente de potencia del disco ubicado en la fila 1 respecto al de la fila 2 con un valor cercano al 5 %, y en el caso del coeficiente de potencia del disco ubicado en la fila 2 respecto al ubicado en la fila 3 existe una caída del coeficiente de potencia del 1%. El coeficiente de potencia de la primera fila es más grande debido a que posee mayor energía cinética incidente sobre el disco poroso, ya que existe una mayor magnitud de la velocidad en el sentido del flujo. Al formarse las estelas de los discos de las filas uno y dos, estas no alcanzan a re-energizarse por completo a causa de la cercanía de la siguiente fila de discos, lo que ocasiona que la magnitud de la velocidad en el sentido del flujo sea menor que en la primera fila de discos, dando como resultado valores menores y muy parecidos del coeficiente de potencia entre la segunda y la tercera fila.

Se realizaron modelaciones numéricas con CFD utilizando el software *Ansys Fluent*[®], empleando el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST que presenta una mayor aproximación con los resultados experimentales, teniendo diferencias máximas en el cálculo del coeficiente de arrastre de aproximadamente 2%. Como parte del presente estudio, el modelo numérico con CFD permitió reforzar los resultados obtenidos experimentalmente al corregir detalles en la calibración de la celda de carga con los distintos escenarios de bloqueo y números de

Froude, es decir, se validó el modelo numérico CFD y hubo retroalimentación entre los resultados del modelo experimental y el modelo numérico en CFD, dando con ello mayor soporte a los resultados de la investigación. Para ello, se definieron las condiciones de frontera, el tamaño del mallado y el modelo de turbulencia adecuados, mismos que pueden utilizarse en estudios posteriores utilizando discos porosos para simular turbinas hidrocínéticas en canales.

Con la finalidad de contar con herramientas que permitan tomar decisiones acerca del aprovechamiento energético de turbinas hidrocínéticas en canales, se construyeron nomogramas para el cálculo del coeficiente de potencia máximo $C_{pmáx}$, y también para el cálculo de la sobreelevación generada en el canal Δh ante la incorporación de turbinas hidrocínéticas, ambos valores en función de la relación de bloqueo B , y del número de Froude Fr . Para ello se utilizó la teoría unidimensional propuesta por Housby *et al.* (2008), para el cálculo del coeficiente de potencia con turbinas hidrocínéticas en canales con flujo restringido. En los anexos se incluyen códigos en *MATLAB*[®] para el cálculo de $C_{pmáx}$ y Δh .

8. RECOMENDACIONES

En la revisión de literatura se encontró que las turbinas de flujo axial de tres palas presentan una mayor eficiencia de conversión de energía cinética a energía mecánica, respecto a las de flujo transversal, con valores del coeficiente de potencia máximos $C_{pmáx}$ cercanos a 0.50, en condiciones óptimas de funcionamiento y en flujos con fronteras lejanas, por lo que se recomienda su utilización en canales.

Se reportan modelos de turbina de río que han sido probados en campo y que pueden operar con velocidades medias entre 0.60 m/s y 1.50 m/s (Ramírez y Escobar, 2002). A su vez, Garman (1986) analiza el uso de turbinas con velocidades de 0.8 m/s a 1.50 m/s, mencionando que con velocidades menores que 0.8 m/s se debe justificar económicamente su aplicación. En consecuencia, en estos rangos de velocidades se tiene la certeza que es posible operar dichas turbinas en canales, fuera de este rango de velocidades se recomienda hacer pruebas de campo preliminares.

El parámetro más sensible en la ecuación de potencia de una turbina hidrocínética es la velocidad media del flujo, debido a que si se duplica su valor, la potencia generada es 8 veces mayor. Es de suma importancia seleccionar sitios donde la velocidad media del flujo sea lo más alta posible, considerando también que los valores de intensidad de turbulencia de los canales sean bajos para no afectar el rendimiento de las turbinas.

La aparición de ondas gravitatorias de superficie debe profundizarse en estudios futuros, ya que estas fueron perceptibles con elevados números de Froude y altas relaciones de bloqueo en el canal experimental. Cabe señalar que no se presentaron ondas gravitatorias de superficie visiblemente notorias en las pruebas finales realizadas, teniendo un número de Froude máximo de $Fr_3 = 0.295$ y una relación de bloqueo máxima de $B_3 = 0.197$.

Es importante señalar que los estudios con altas relaciones de bloqueo se deben extender analizando turbinas hidrocínéticas colocadas en serie, paralelo e incluso matrices, ya que

en ciertos casos sería conveniente instalarlas de esa forma en canales o ríos. Es de esperarse un aumento en la recuperación de la velocidad en la estela lejana a medida que se incrementa la relación de bloqueo en turbinas, como se muestra en los estudios de Chime y Malte (2014), con turbinas colocadas en paralelo. Bajo este escenario sería importante analizar el comportamiento de las curvas de intensidad de turbulencia y determinar la separación óptima entre turbinas.

Si bien es de reconocer que para generalizar los resultados es necesario contar con un mayor número de pruebas experimentales en canales de diferentes dimensiones y utilizando discos con distinta porosidad, los resultados obtenidos permiten tener una primera orientación ante la decisión de adoptar las dimensiones de una turbina y seleccionar la separación de estas cuando se colocan en serie, especialmente si se busca maximizar la potencia extraíble de las mismas. Así mismo es conveniente realizar pruebas en canales con condiciones reales, en estos, el efecto de la rugosidad puede ser significativa en los perfiles de velocidad.

9. ANEXOS

9.1. Potencia de una turbina de viento teoría unidimensional (Kreith & Krumdieck, 2014)

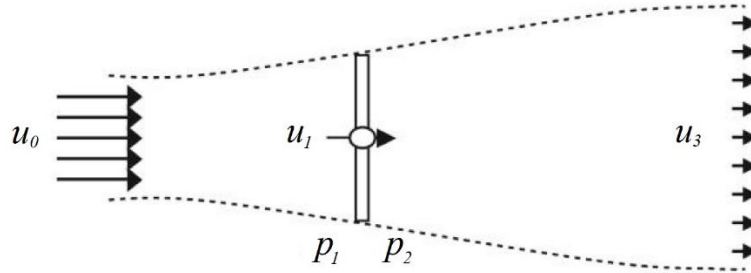


Ilustración 9.1. Tubo de corriente formado por el disco actuador (Kreith & Krumdieck, 2014).

Utilizando la ecuación de Bernoulli

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho u_0^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho u_3^2 \quad 71$$

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho u_0^2 - \frac{1}{2}\rho u_3^2 = \frac{1}{2}\rho(u_0^2 - u_3^2) = \Delta p \quad 72$$

Utilizando 72, el empuje del rotor es:

$$F_1 = \Delta p A = \frac{1}{2}\rho(u_0^2 - u_3^2)A = \frac{1}{2}\rho A(u_0 + u_3)(u_0 - u_3) \quad 73$$

La cantidad de movimiento neta en el flujo es igual al empuje sobre el volumen de control.

$$F_2 = \dot{m}(u_0 - u_3) \quad 74$$

donde \dot{m} es el flujo másico

$$\dot{m} = \rho A u_1 \quad 75$$

$$F_2 = \rho A u_1 (u_0 - u_3) \quad 76$$

Igualando F_1 con F_2 se tiene:

$$\frac{1}{2}\rho A(u_0 + u_3)(u_0 - u_3) = \rho A u_1 (u_0 - u_3) \quad 77$$

$$u_1 = \frac{u_0 + u_3}{2} \quad 78$$

Definiendo el factor de inducción axial como:

$$a = \frac{u_0 - u_1}{u_0} = 1 - \frac{u_1}{u_0} \quad 79$$

Esto implica que

$$u_1 = u_0 - au_0 = u_0(1 - a) \quad 80$$

sustituyendo 78 en 80

$$u_0(1 - a) = \frac{1}{2}(u_0 + u_3) \quad 81$$

$$2u_0(1 - a) = u_0 + u_3 \quad 82$$

$$u_3 = 2u_0(1 - a) - u_0 = u_0[2(1 - a) - 1] \quad 83$$

$$u_3 = u_0(2 - 2a - 1) = u_0(1 - 2a) \quad 84$$

El empuje F_2 que actúa sobre el flujo en movimiento a una velocidad u_1 que genera una potencia P en la turbina es:

$$P = F_2 u_1 \quad 85$$

A partir de 76 y utilizando 80 y 84

$$F_2 = \rho A u_0 (1 - a) [u_0 - u_0(1 - 2a)] \quad 86$$

$$F_2 = \rho A u_0 (1 - a) [u_0(1 - (1 - 2a))] = \rho A u_0 (1 - a) [u_0(1 - 1 + 2a)] \quad 87$$

$$F_2 = 2\rho A u_0^2 a (1 - a) \quad 88$$

Utilizando 80 y 85

$$P = F_2 u_1 = F_2 u_0 (1 - a) \quad 89$$

Sustituyendo 88 en 89

$$P = 2\rho A u_0^2 a(1 - a) u_0 (1 - a) \quad 90$$

$$P = 2\rho A u_0^3 a(1 - a)^2 \quad 91$$

O bien

$$P = \frac{1}{2} \rho A u_0^3 4a(1 - a)^2 \quad 92$$

9.2. Eficiencia de una turbina en un canal de marea (Garrett & Cummins, 2007)

Considere una sola turbina de área de sección transversal A en un canal con área de sección transversal uniforme A_c (Ilustración 9.2). El tubo de corriente para flujo estacionario a través de la turbina tiene un área de la sección transversal A_0 en el extremo aguas arriba en flujo no perturbado, donde la presión p_0 y la velocidad de flujo u_0 se suponen uniformes a través del canal. (Aquí se utiliza el término "presión" para describir la presión $+\rho gy$, con la coordenada vertical y, positiva hacia arriba).

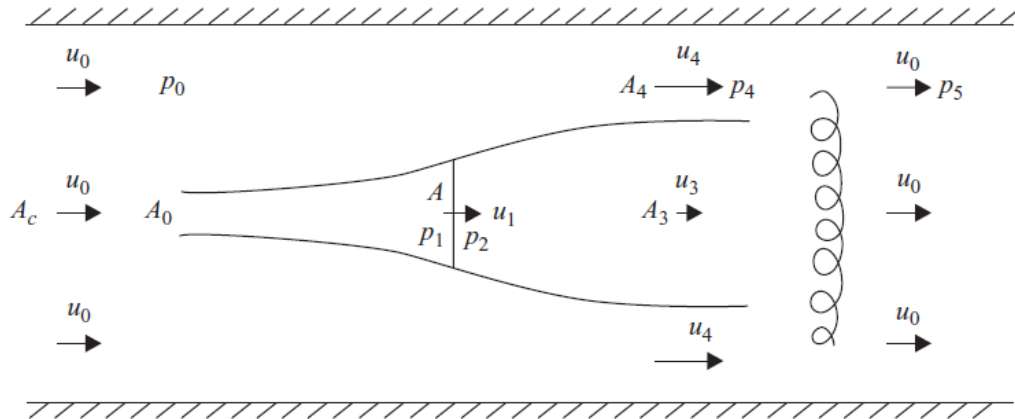


Ilustración 9.2. Representación de una sola turbina en un canal (Garrett & Cummins, 2007).

La presión en el mismo tubo de corriente es p_1 justo aguas arriba de la turbina, y p_2 justo aguas abajo, ambas se asumen uniformes a través de la turbina, como en la formulación de Lanchester-Betz. La velocidad de flujo u_1 a través de la turbina, también se asume uniforme. Como se muestra en la Ilustración 9.2, el tubo de corriente continúa expandiéndose en la estela aguas abajo de la turbina antes de establecerse en un área constante A_3 con velocidad u_3 . Fuera de la estela, la velocidad de flujo es u_4 y la presión a través de todo el canal es p_4 . Cualquier componente de remolino en el flujo es ignorado, como en el análisis Lanchester-Betz que tendría $A_c \rightarrow \infty$, $p_4 = p_0$, y $u_4 = u_0$. Se permite para una evolución más aguas abajo del flujo, con mezcla lateral, a un eventual retorno de

la velocidad lateralmente uniforme u_0 , con una presión p_5 que ahora es diferente de la presión aguas arriba p_0 .

Este análisis se basa en combinación de las formas integrales de las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y de la energía. Comenzando con las ecuaciones de continuidad para un tubo de corriente y el canal completo. Son, respectivamente,

$$A_0 u_0 = A u_1 = A_3 u_3 \quad 93$$

$$(A_c - A_3) u_4 + A_3 u_3 = A_c u_0 \quad 94$$

y (94) se puede escribir como

$$A_c (u_4 - u_0) = A_3 (u_4 - u_3) \quad 95$$

A continuación, se considera el balance en la cantidad de movimiento del agua entre la sección de aguas arriba y la sección de aguas abajo en la estela antes de que se mezcle lateralmente. Esto da la fuerza F en la turbina como

$$F = A_c u_0^2 - (A_c - A_3) u_4^2 - A_3 u_3^2 + (p_0 - p_4) A_c \quad 96$$

donde se ha tomado la densidad $\rho = 1$ para evitar llevarla a través de las fórmulas. Ahora la ecuación de Bernoulli a lo largo de una línea de corriente fuera del tubo de corriente que contiene la turbina implica que

$$p_0 - p_4 = \frac{1}{2} (u_4^2 - u_0^2) \quad 97$$

de modo que, utilizando también (95),

$$F = \frac{1}{2} A_3 (u_4 - u_3) (u_4 + 2u_3 - u_0) \quad 98$$

La fuerza F también puede derivarse usando la ecuación de Bernoulli desde aguas arriba a la turbina y de nuevo desde la turbina a la sección de la estela. Esto, combinado con (97), da

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} (u_4^2 - u_3^2) \quad 99$$

La fuerza en la turbina es sólo su área multiplicanda por esta diferencia de presión, por lo que:

$$F = \frac{1}{2}A(u_4^2 - u_3^2) \quad 100$$

Para que se cumplan (98) y (100), se requiere que:

$$u_1 = \frac{u_3(u_4 + u_3)}{u_4 + 2u_3 - u_0} \quad 101$$

donde se ha hecho uso de (93).

La potencia generada por la turbina, suponiendo que no hay pérdidas internas, es $P = Fu_1$ o, usando (100) y (101),

$$P = \frac{1}{2}A \frac{u_3(u_4 + u_3)(u_4^2 - u_3^2)}{u_4 + 2u_3 - u_0} \quad 102$$

Este resultado es consistente con la evaluación del balance de energía para el mismo volumen de control que se utiliza para (96), dando

$$P = A_c \left(p_0 u_0 + \frac{1}{2} u_0^3 \right) - (A_c - A_3) \left(p_4 u_4 + \frac{1}{2} u_4^3 \right) - A_3 \left(p_4 u_3 + \frac{1}{2} u_3^3 \right) \quad 103$$

y además, utilizando la ecuación de continuidad (95) y la ecuación de Bernoulli (97) anteriores.

Como $A_c \rightarrow \infty$ y, consecuentemente $u_4 \rightarrow u_0$, (101) se convierte en el resultado Lanchester-Betz

$$u_1 = \frac{1}{2}(u_0 + u_3) \quad 104$$

y (102) se reduce a

$$P = \frac{1}{4}A(u_0 + u_3)(u_0^2 - u_3^2) = \frac{1}{2}(1 + \alpha)(1 - \alpha^2) \frac{1}{2}Au_0^3 \quad 105$$

Donde $\alpha = u_3/u_0$ y $(1/2)Au_0^3$ es la energía de flujo del flujo no perturbado. La parte derecha de (105) tiene un máximo en $\alpha = 1/3$ de $16/27$, o 0.59, el clásico resultado de Lanchester-Betz. Un objetivo del presente estudio es ver cómo estos cambian si la turbina ideal está confinada dentro de un canal.

También se trató de comparar la energía obtenida de una turbina aislada con la potencia que se obtendría si el flujo que pasa a través de una valla de turbina ocupase toda la sección transversal del canal. Esta potencia de referencia es

$$P_{ref} = A_c u_0 (p_0 - p_5) \quad 106$$

donde p_5 es la presión localizada aguas abajo donde la estela de movimiento lento se ha unido con el flujo más rápido que lo rodea. La energía es perdida en esta unión, de forma que P debe ser menor que P_{ref} . Se obtiene p_5 evaluando los resultados de la conservación de cantidad de movimiento del flujo entre la sección de la estela y esta nueva sección más allá aguas abajo. Esto da

$$(A_c - A_3)(p_4 + u_4^2) + A_3(p_4 + u_3^2) = A_c(p_5 + u_0^2) \quad 107$$

Utilizando (95) para expresar A_3 en términos de A_c y (97) para reemplazar p_4 con p_0 , se obtiene

$$p_0 - p_5 = \frac{1}{2}(u_4 - u_0)(u_4 + 2u_3 - u_0) \quad 108$$

dado que

$$P_{ref} = A_c u_0 \frac{1}{2}(u_4 - u_0)(u_4 + 2u_3 - u_0) \quad 109$$

Usando (95) y (98), esto es simplemente

$$P_{ref} = F u_0 \quad 110$$

y

$$\frac{P}{P_{ref}} = \frac{u_1}{u_0} \quad 111$$

Para una turbina en un flujo sin límites cercanos, (110) es fácil de obtener si se considera el problema en un marco de referencia en el que la turbina se mueve aguas arriba a una velocidad u_0 dentro del fluido en reposo; la tasa de trabajo $F u_0$ entonces suprime la energía del flujo diferencial en la estela, así como la potencia $F u_1$ extraída por la turbina. En este marco de referencia la energía de la estela se pierde como la unión de la estela con su entorno.

También observamos a partir de (97) y (108) que

$$p_5 - p_4 = (u_4 - u_0)(u_0 - u_3) \quad 112$$

Ahora $u_4 > u_0$ y $u_3 < u_0$, de manera que $p_5 > p_4$ a pesar de que la energía es disipada entre las secciones con presiones p_4 y p_5 .

Ahora se requiere expresar P a partir de (102) y P_{ref} a partir de (109) o (111) en términos de A , A_c , u_0 y u_3 . A partir de (93) y (94), se tiene

$$u_3(u_4 - u_0) = Bu_1(u_4 - u_3) \quad \text{donde} \quad B = A/A_c \quad 113$$

Utilizando (101) para u_1 , se obtiene

$$(1 - B)u_4^2 - 2(u_0 - u_3)u_4 + u_0^2 - 2u_0u_3 + Bu_3^2 = 0 \quad 114$$

De dónde

$$u_4 = \frac{u_0 - u_3 + [Bu_0^2 - 2Bu_0u_3 + (1 - B + B^2)u_3^2]^{1/2}}{1 - B} \quad 115$$

Forzosamente es la raíz positiva, como se ve fácilmente en el límite cuando B es pequeña.

Primero se examina el límite para $B \ll 1$ para el cual se obtienen los resultados de Lanchester-Betz (104) y (105) para una turbina en flujo libre. Por lo tanto (111) da

$$\frac{P}{P_{ref}} = \frac{u_0 + u_3}{2u_0} \quad 116$$

Por lo tanto, la turbina aislada es más eficaz en comparación con una valla uniforme de marea, si u_3 se toma como u_0 , pero entonces la potencia real generada se va a cero. Si la potencia P de la turbina se maximiza tomando $u_3 = (1/3)u_0$, entonces, $P/P_{ref} = 2/3$.

Este es un resultado alentador, lo que demuestra que la pérdida de potencia mediante el uso de una sola turbina, o una valla de marea ocupando sólo una pequeña parte de una sección transversal del canal, es sólo un tercio de la potencia que se podría generar mediante el uso de toda la sección transversal.

A continuación, se examinará el otro límite, con la turbina ocupando casi toda la sección transversal del canal, de modo que $(1 - B) \ll 1$. Entonces

$$u_4 \cong 2(1 - B)^{-1}(u_0 - u_3) \quad \text{y si} \quad u_1 \cong u_3 \quad 117$$

y

$$P = 2(1 - B)^{-2}Au_3(u_0 - u_3)^2 \quad 118$$

Esto tiene un máximo cuando $u_3 = (1/3)u_0$ (curiosamente el mismo que para una turbina aislada) da

$$P_{max} = \frac{16}{27} (1 - B)^{-2} \frac{1}{2} A u_0^3 \quad 119$$

La "eficiencia" extra de $(1 - B)^{-2}$ comparado con el límite de Lanchester-Betz para una turbina aislada se produce debido a la influencia del confinamiento de las fronteras del canal que aumenta en gran medida la caída de presión que puede ocurrir.

También en este límite

$$\frac{P}{P_{ref}} = \frac{u_3}{u_0} \quad 120$$

También, como para $B \ll 1$, las turbinas son más efectivas en el límite de u_3 acercándose a u_0 , pero, de nuevo, esto implica que no hay potencia. Si esa misma potencia es maximizada, con $u_3 = (1/3)u_0$, entonces $P/P_{ref} = 2/3$.

Solución para todos los valores de A/A_c

Utilizando la solución de u_4 a partir de (115) en (102) dado que P puede ser expresada como $(1/2)Au_0^3$ veces una función de u_3/u_0 sólo para cualquier valor escogido de B . Para cada valor de B se encuentra el valor de u_3/u_0 que maximiza $P/((1/2)Au_0^3)$.

La solución numérica muestra que $P/((1/2)Au_0^3)$ es maximizada por $u_3/u_0 = 1/3$ para todos valores de B . Esto no es obvio analíticamente, pero se puede confirmar mediante la demostración de que, cuando $dP/du_3 = 0$ para encontrar P_{max} , la derivada implica du_4/du_3 cuando $u_3/u_0 = 1/3$ es la misma que la dada por la derivada de (114) con respecto a u_3 .

Continuando con este resultado general con $u_3/u_0 = 1/3$, se encuentra que

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{2}{3(1+B)}, \quad \frac{u_4}{u_0} = \frac{3+B}{3(1-B)} \quad 121$$

P_{max} viene dada por (119) para $0 \leq B < 1$. Se observa que el factor $(16/27)(1 - B)^{-2}$ multiplicando la energía cinética del flujo a través del área A en (119) es superior a 1 si $B > 0.23$. La relación de P_{max} a la potencia de referencia es

$$\frac{P_{max}}{P_{ref}} = \frac{2}{3(1+B)} \quad 122$$

Esta formulación general concuerda con los resultados anteriores para los casos límite de B pequeña o cercano a 1.

Otras cantidades de interés son

$$p_0 - p_4 = \frac{4B(3-B)}{9(1-B)^2} u_0^2, \quad p_5 - p_4 = \frac{8B}{9(1-B)} u_0^2 \quad 123$$

Además, si el arrastre F en la turbina está relacionada con la velocidad de la corriente aguas arriba u_0 para un coeficiente de arrastre C_T , con $F = C_T A u_0^2$, entonces para la potencia máxima

$$C_T = \frac{4(1+B)}{9(1-B)^2} \quad 124$$

el cual tiende a $4/9$ para B pequeño, pero se hace grande cuando B se aproxima a 1.

9.3. Una corrección en el bloqueo para turbinas de marea con superficie libre (Whelan et al., 2009)

Considerando una matriz de rotores situada a través de una corriente de marea de profundidad h_1 . La teoría no asume la posición vertical de la turbina y esta debe estar completamente sumergida. El fondo del mar se asume como horizontal. Los rotores son representados por discos actuadores. Donde el espaciamiento del rotor es bastante cercano, una primera aproximación para los efectos de la superficie libre y la proximidad del fondo del mar puede ser obtenida considerando un flujo promediado transversalmente, como se muestra en la (Ilustración 9.3). El área de la valla actuadora (o resistencia) por unidad transversal de ancho del flujo es tomada como igual al área ocupada por discos rotores por unidad de ancho; es decir, su relación de bloqueo $B = A/h_1$ es la misma. Una matriz infinita de rotores puede ser convenientemente representada en un laboratorio por un solo rotor en una sección transversal del flujo.

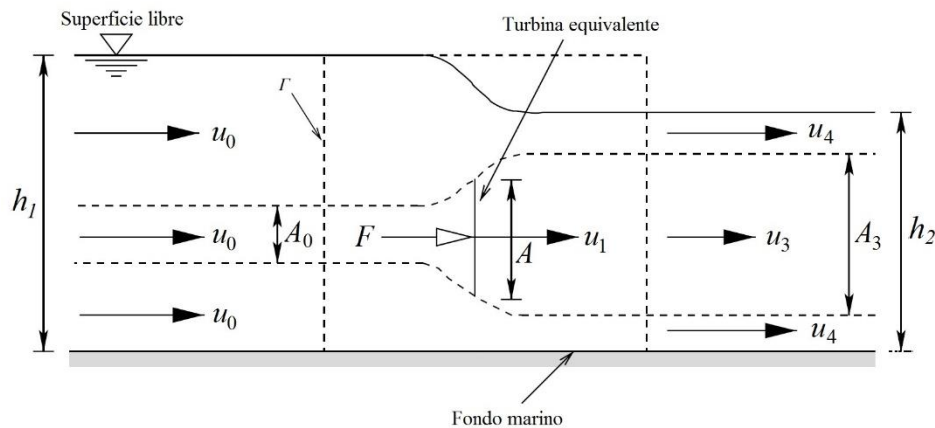


Ilustración 9.3. Aproximación bi-dimensional del flujo que pasa en una turbina de marea (Whelan et al., 2009).

Siguiendo la notación de la Ilustración 9.3, el flujo del canal de marea con una velocidad constante u_0 , y el tubo de corriente conteniendo la valla actuadora se aleja aguas abajo en el área A_3 y a una velocidad $u_3 = \alpha u_0$. La velocidad del flujo a través del disco es $u_1 = \beta u_0$.

La velocidad afuera del tubo de corriente (es referida en lo sucesivo como el bypass del flujo) lejana aguas abajo es denotada por $u_4 = \tau u_0$. Esto es un supuesto estándar para correcciones de bloqueo que el bypass del flujo es uniforme.

Para predecir la altura de caída de la superficie libre debida a la presencia de las turbinas, así como el desempeño característico de los dispositivos, se combinarán las ecuaciones de continuidad, Bernoulli y cantidad de movimiento para derivar una ecuación cuadrática en términos de τ .

Aplicando la continuidad al flujo que no pasa a través del rotor (flujo en el bypass) da

$$u_0(h_1 - A_0) = \tau u_0(h_2 - A_3) \quad 125$$

Y entonces aplicando continuidad a la parte interna del tubo de corriente (flujo a través del rotor) da

$$u_0 A_0 = \beta u_0 A = \alpha u_0 A_3 \quad 126$$

Re arreglando 125 y 126 conduce a

$$\beta = \frac{\alpha}{B(\tau - \alpha)} \left[\tau \left(1 - \frac{\Delta h}{h_1} \right) - 1 \right] \quad 127$$

donde $\Delta h = h_1 - h_2$ representa la altura de caída de la superficie libre. Este valor es obtenido a través del uso de la ecuación de Bernoulli a lo largo de la superficie libre como

$$\frac{\Delta h}{h_1} = \frac{Fr^2}{2} (\tau^2 - 1) \quad 128$$

donde $Fr = u_0 / \sqrt{gh_1}$ es el número de Froude aguas arriba. Suponiendo que no hay pérdida de presión aguas abajo del disco actuador, la aplicación de la ecuación de Bernoulli a lo largo de la línea de corriente central separadamente aguas arriba y aguas abajo de la turbina da la caída de presión Δp a través del actuador. Haciendo una suposición de que la caída de presión es el promedio de la caída de presión a través del disco, la fuerza en la turbina es

$$F = A\Delta p = \rho A \left[g\Delta h + \frac{1}{2} u_0^2 (1 - \alpha^2) \right] \quad 129$$

donde ρ es la densidad del fluido y g es la aceleración debida a la gravedad.

La fuerza en la turbina puede también ser obtenida aplicando el balance de cantidad de movimiento en el volumen de control Γ rodeando la turbina y penetrando la superficie libre, mostrado en la Ilustración 9.3, como sigue

$$\begin{aligned}
 F &= \int_0^{h_1} (p_a + \rho gh) dh - \int_0^{h_2} (p_a + \rho gh) dh - p_a(h_1 - h_2) - \rho(h_2 - A)(\tau u_0)^2 \\
 &\quad - \rho A_3(\alpha u_0)^2 + \rho h_1 u_0^2 \\
 &= \frac{1}{2} \rho g(2h_1 \Delta h - (\Delta h)^2) + \rho u_0^2 h_1(1 - \tau) + \rho \beta u_0^2 A(\tau - \alpha)
 \end{aligned}
 \tag{130}$$

donde p_a es la presión atmosférica.

Igualando 129 y 130 y sustituyendo β por 127 y $\Delta h/h_1$ por 128 conduce a un polinomio cuadrático en el cambio en la velocidad de la estela del bypass del flujo τ de la forma

$$\begin{aligned}
 Fr^2 \tau^4 + 4\alpha Fr^2 \tau^3 + (4B - 4 - 2Fr^2) \tau^2 + (8 - 8\alpha - 4Fr^2 \alpha) \tau \\
 + (8\alpha - 4 + Fr^2 - 4\alpha^2 B) = 0
 \end{aligned}
 \tag{131}$$

donde α es el factor por el cual la velocidad en la idealización de la estela lejana.

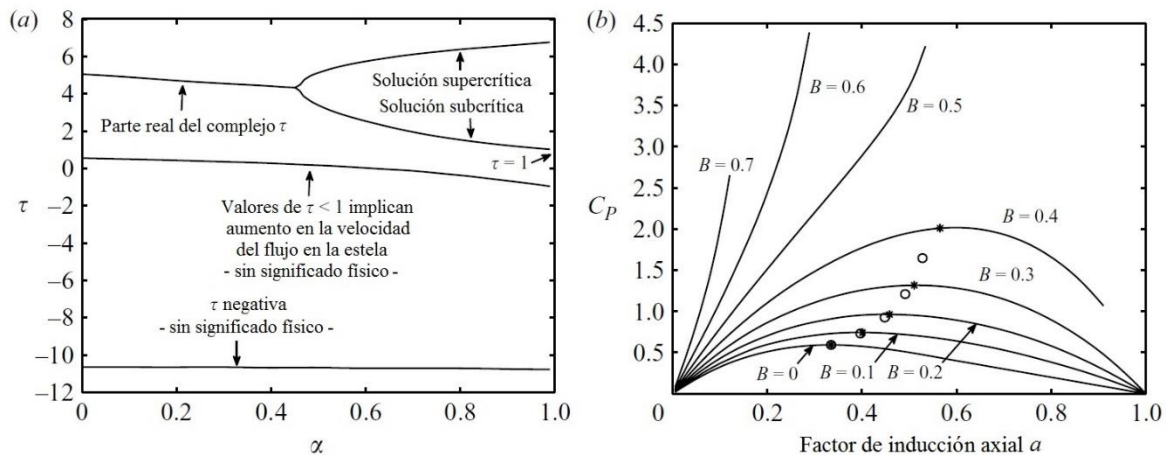


Ilustración 9.4. (a) Método de selección de la raíz para el caso $Fr = 0.14$ y $B = 0.64$. **(b)** El efecto de la relación de bloqueo en la potencia para $Fr = 0.22$: *- denota máxima en $Fr = 0.22$; -o- denota máxima en $Fr = 0$ (Whelan et al., 2009).

Esta ecuación cuártica entrega soluciones reales para τ para solo un subconjunto de entradas para número de Froude, la relación de bloqueo y α las cuales corresponden al bypass del flujo restante subcrítico. Un ejemplo de solución se muestra en la Ilustración 9.4 (a). Para encontrar la solución para τ en términos de α , es entonces es posible calcular otros parámetros.

El parámetro más frecuentemente utilizado para representar la pérdida de velocidad en el plano de la turbina (aquí denotado como β) es el factor de inducción axial $a = 1 - u_1/u_0$ el cual está dado por

$$a(\alpha) = 1 - \beta \quad 132$$

El coeficiente de empuje es

$$C_T(\alpha) = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho u_0^2 A} = (\tau^2 - \alpha^2) \quad 133$$

La potencia asumida fuera del flujo por la turbina es $P = Fu_1$ y el correspondiente coeficiente de potencia C_P está dado por

$$C_P(\alpha) = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho u_0^3 A} = \beta(\tau^2 - \alpha^2) \quad 134$$

9.4. Aplicación de la teoría de momento lineal con disco actuador a el flujo de un canal abierto (Houlsby *et al.*, 2008)

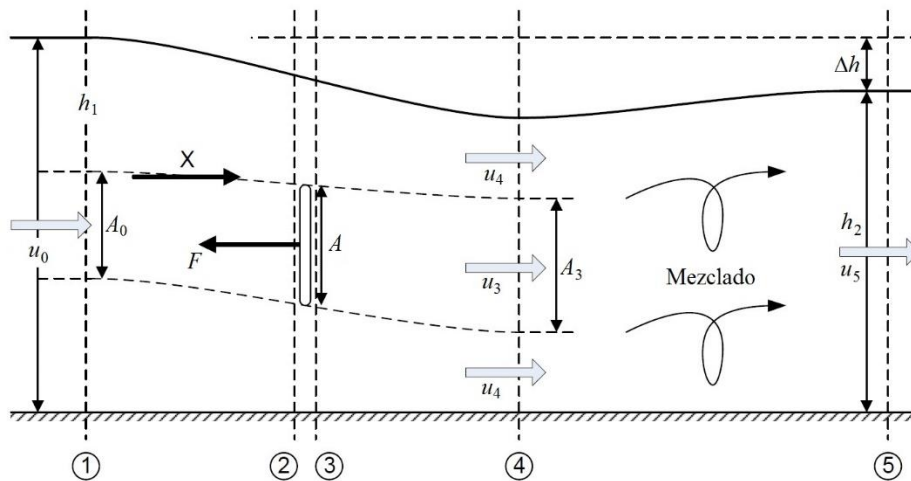


Ilustración 9.5. Representación de una turbina en un canal abierto (Houlsby *et al.*, 2008).

Se asume que en las estaciones 1, 4 y 5 la presión es hidrostática. En algunos sentidos el cálculo es un híbrido entre el cálculo a presión constante y la de un tubo fijo: las dimensiones aguas abajo del flujo no son fijas, pero hay relación entre dimensión y velocidad y entre dimensión y fuerza de presión.

Empezamos por notar que el flujo en el by-pass:

$$h_1 + \frac{u_0^2}{2g} = h_4 + \frac{u_0^2 \tau_4^2}{2g} \quad 135$$

Bernoulli aguas arriba y aguas abajo de la turbina:

$$h_1 + \frac{u_0^2}{2g} = h_{2t} + \frac{u_0^2 \beta^2}{2g} \quad 136$$

$$h_{3t} + \frac{u_0^2 \beta^2}{2g} = h_4 + \frac{u_0^2 \alpha^2}{2g} \quad 137$$

Y el equilibrio de la turbina:

$$\rho g (h_{2t} - h_{3t}) B b h_1 = F \quad 138$$

Combinando las ecuaciones 135, 136, 137 y 138:

$$h_{2t} - h_{3t} = \frac{F}{\rho g B b h_1} = \frac{u_0^2}{2g} (\tau^2 - \alpha^2) \quad 139$$

$$F = \frac{\rho u_0^2 B b h_1}{2} (\tau^2 - \alpha^2) \quad 140$$

Ahora considera la cantidad de movimiento entre las estaciones 1 y 4:

$$\frac{1}{2} \rho g b (h_1^2 - h_4^2) - F = \rho u_0^2 B b h_1 \beta (\alpha - 1) + \rho u_0^2 h_1 b (1 - B \beta) (\tau - 1) \quad 141$$

Eliminando F entre 140 y 141

$$\frac{1}{2} g (h_1^2 - h_4^2) - B h_1 \frac{u_0^2}{2} (\tau^2 - \alpha^2) = u_0^2 h_1 B \beta (\alpha - 1) + u_0^2 h_1 (1 - B \beta) (\tau - 1) \quad 142$$

Y se puede hacer uso de la relación de continuidad

$$h_4 = B h_1 \frac{\beta}{\alpha} + h_1 \frac{(1 - B \beta)}{\tau} \quad 143$$

Nótese también las formas siguientes

$$\tau = \frac{h_1(1 - B\beta)}{h_4 - \frac{Bh_1\beta}{\alpha}} \quad 144$$

$$\beta = \frac{\alpha}{Bh_1} + \frac{h_1(1 - \tau) + \tau(h_1 - h_4)}{(\alpha - \tau)} \quad 145$$

Eliminar (en principio) h_4 y τ entre 135, 142 y 143, dejan, como previamente, una relación entre β y α . Primero eliminar h_4 :

$$\left(1 - \left(\frac{B\beta}{\alpha} + \frac{(1 - B\beta)}{\tau}\right)\right) = \frac{u_0^2}{2gh_1}(\tau^2 - 1) \quad 146$$

y

$$\begin{aligned} \left(1 - \left(\frac{B\beta}{\alpha} + \frac{(1 - B\beta)}{\tau}\right)\right)^2 &= \frac{u_0^2}{gh_1}(2B\beta(\alpha - 1) + 2(1 - B\beta)(\tau - 1) + B(\tau^2 - \alpha^2)) \\ &= \frac{u_0^2}{gh_1}(2B\beta(\alpha - \tau) + 2(\tau - 1) + B(\tau^2 - \alpha^2)) \end{aligned} \quad 147$$

Es conveniente más adelante escribir los resultados en términos del número de Froude aguas arriba $F_r = u/\sqrt{gh_1}$, dividiendo 147 por 146 se obtiene

$$\left(1 + \frac{B\beta}{\alpha} + \frac{(1 - B\beta)}{\tau}\right) = \frac{2}{\tau^2 - 1}(2B\beta(\alpha - \tau) + 2(\tau - 1) + B(\tau^2 - \alpha^2)) \quad 148$$

La cual se reacomoda a

$$B\beta(\tau - \alpha) \left(4 + \frac{(\tau^2 - 1)}{\alpha\tau}\right) = 2B(\tau^2 - \alpha^2) + \frac{(1 - \tau)^3}{\tau} \quad 149$$

Llegando a la solución:

$$\beta = \frac{2(\tau - \alpha) - \frac{(\tau - 1)^3}{B\tau(\tau - \alpha)}}{4 + \frac{(\tau^2 - 1)}{\alpha\tau}} \quad 150$$

Reescribiendo 146 como

$$B\beta \frac{(\tau - \alpha)}{\alpha\tau} = \frac{\tau - 1}{\tau} - \frac{u_0^2}{2gh_1}(\tau^2 - 1) \quad 151$$

Y dividiendo 150 y 151 para eliminar β se obtiene después una manipulación:

$$(4\alpha\tau + (\tau^2 - 1)) \left((\tau - 1) - \frac{F_r^2}{2}(\tau^2 - 1)\tau \right) = 2B(\tau^2 - \alpha^2)\tau - (\tau - 1)^3 \quad 152$$

La cual es un cuarto en τ

$$\begin{aligned} \frac{F_r^2}{2}\tau^4 + 2\alpha F_r^2\tau^3 - (2 - 2B + F_r^2)\tau^2 - (4\alpha + 2\alpha F_r^2 - 4)\tau + \left(\frac{F_r^2}{2} + 4\alpha - 2B\alpha^2 - 2 \right) \\ = 0 \end{aligned} \quad 153$$

Como $B \rightarrow 0$ y $\tau \rightarrow 1$ nótese el límite

$$\frac{B}{(\tau - 1)} = \frac{2\alpha}{(1 - \alpha^2)} \left(1 - \frac{u_0^2}{gh_1} \right) \quad 154$$

La caída de carga aguas abajo puede ser calculada de la cantidad de movimiento total:

$$\frac{1}{2}\rho g b(h_1^2 - (h_1 - \Delta h)^2) - F = \rho b h_1 u_0 \left(\frac{u_0 h_1}{h_1 - \Delta h} - u_0 \right) \quad 155$$

$$\frac{1}{2} \left(2 \frac{\Delta h}{h_1} - \left(\frac{\Delta h}{h_1} \right)^2 \right) - \frac{F}{\rho b g h_1^2} = \frac{u_0^2}{g h_1} \left(\frac{\Delta h}{h_1 - \Delta h} \right) \quad 156$$

$$\frac{1}{2} \left(2 \frac{\Delta h}{h_1} - \left(\frac{\Delta h}{h_1} \right)^2 \right) - \frac{F}{\rho b g h_1^2} = F_r^2 \left(\frac{\Delta h/h_1}{1 - \Delta h/h_1} \right) \quad 157$$

Donde

$$C_T = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho B b h_1 u_0^2}$$

asi que

$$\frac{F}{\rho b g h_1^2} = \frac{C_T B F_r^2}{2}$$

esto es un cubico en $\Delta h/h_1$:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta h}{h_1} \right)^3 - \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta h}{h_1} \right)^2 + \left(1 - F_r^2 + \frac{C_T B F_r^2}{2} \right) \frac{\Delta h}{h_1} - \frac{C_T B F_r^2}{2} = 0 \quad 158$$

La pérdida de potencia en el mezclado se calcula como:

$$\begin{aligned} P_W &= \frac{1}{2} \rho u_0^3 b h_1 B \beta \alpha^2 + \frac{1}{2} \rho u_0^3 b h_1 (1 - B \beta) \tau^2 - \frac{1}{2} \rho u_0^3 b h_1 \left(\frac{h_1}{h_1 - \Delta h} \right)^2 \\ &\quad + h_1 b u_0 (h_4 - h_2) \rho g \\ &= \frac{1}{2} \rho u_0^3 B b h_1 \left(\beta \alpha^2 + \frac{(1 - B \beta)}{B} \tau^2 - \frac{1}{B} \left(\frac{1}{1 - \Delta h/h_1} \right)^2 + \frac{2(h_4 - h_2)g}{u_0^2 B} \right) \end{aligned} \quad 159$$

Alternativamente esta puede ser usada simplemente para calcular la potencia total obtenida del flujo:

$$\begin{aligned} P + P_W &= \frac{1}{2} \rho u_0^3 b h_1 - \frac{1}{2} \rho u_0^3 b h_1 \left(\frac{h_1}{h_1 - \Delta h} \right)^2 + h_1 b u_0 (h_1 - h_5) \rho g \\ &= \frac{1}{2} \rho u_0^3 b h_1 \left(1 - \left(\frac{1}{1 - \Delta h/h_1} \right)^2 + \frac{2\Delta h/h_1}{F_r^2} \right) \\ &= \rho g u_0 b h_1 \Delta h \left(1 - F_r^2 \frac{1 - \Delta h/2h_1}{(1 - \Delta h/h_1)^2} \right) \end{aligned} \quad 160$$

Por lo tanto, la eficiencia de la turbina es simplemente:

$$\eta = \frac{P}{P + P_W} = \frac{P}{\rho g u_0 b h_1 \Delta h} \left(1 - F_r^2 \frac{1 - \Delta h/2h_1}{(1 - \Delta h/h_1)^2} \right)^{-1} \quad 161$$

Para los de numero de Froude pequeños en el flujo esta puede ser aproximada a

$$\eta \approx \frac{P}{\rho g u_0 b h_1 \Delta h}$$

Tabla 9.1. Relaciones de continuidad.

Región		Estación 1	Estación 2	Estación 3	Estación 4	Estación 5
Turbina	Área	$A_0 = bh_1B\beta$	$A = bh_1B$		$A_3 = bh_1B\frac{\beta}{\alpha}$	
	Velocidad	u_0	$u_1 = u_0\beta$		$u_3 = u_0\alpha$	
	Flujo volumétrico	$q_{1t} = q_t = u_0bh_1B\beta$	$q_{2t} = q_{3t} = u_0bh_1B\beta$		$q_{4t} = u_0bh_1B\beta$	
	Elevación carga	h_1	h_{2t}	h_{3t}	h_4	
By-pass	Área	$A_{1b} = bh_1(1 - B\beta)$			$A_{4b} = bh_1\frac{(1 - B\beta)}{\tau}$	
	Velocidad	u_0			$u_4 = u\tau$	
	Flujo volumétrico	$q_{1b} = q_b = u_0h_1b(1 - B\beta)$			$q_{4b} = u_0h_1b(1 - B\beta)$	
	Elevación carga	h_1			h_4	
Total	Profundidad	h_1			h_4	$h_5 = h_2 = h_1 - \Delta h$
	Velocidad	u_0	Varias		Varias	$u_5 = \frac{u_0h_1}{(h_1 - \Delta h)}$
	Flujo volumétrico	$q_1 = q = u_0bh_1$			$q_4 = u_0bh_1$	$q_5 = u_0bh_1$
	Fuerza de presión	$p_1 = \frac{1}{2}\rho gh_1^2$	Varias	Varias	$p_4 = \frac{1}{2}\rho gh_4^2$	$p_5 = \frac{1}{2}\rho g(h_1 - \Delta h)^2$

9.5. Códigos numéricos en MATLAB®

9.5.1. Coeficiente de potencia vs factor de inducción axial

```
clear
clc
g= 9.8100; % m/s^2 Aceleración de la gravedad
ro= 998.2; % kg/m^3 Densidad del agua
h= 0.300; % m Tirante aguas arriba del flujo
b= 0.245; % m Ancho del canal
u= 0.5030; % m/s Velocidad aguas arriba del canal
% u= 0.4265;
% u= 0.3500;
d= 0.0920; % m Diámetro de la turbina
% d= 0.1208;
% d= 0.1357;

fe = 0:0.01:1.0;
alfa4=zeros(1,length(fe));
beta4=alfa4;
alfa2=alfa4;
Cp=alfa4;
Ct=Cp;
Ka=Cp;

% Cálculos
Fr=u/(g*h)^0.5; % adim Número de Froude
Ac=b*h; % m^2 Área hidráulica del canal
A=pi*(d.^2)/4; % m^2 Área hidráulica de la turbina
B=A/Ac; % adim Relación de bloqueo

Cpmax=zeros(1,length(Fr)); % adim Coeficiente de potencia máximo
if Fr<1;
for i=1:length(alfa4);
alfa4(i)=fe(i); % Coef. de velocidad estela lejana
t4=((Fr^2/2));
t3=(2*alfa4(i)*Fr^2);
t2=-((2-2*B+Fr^2));
t1=-((4*alfa4(i)+2*alfa4(i)*Fr^2-4));
t0=((Fr^2/2)+4*alfa4(i)-2*B*alfa4(i)^2-2);
x=[t4 t3 t2 t1 t0];
xx=roots(x);
for k=2:length(xx);
if xx(k-1)>=1;
xx1=xx(k-1);
else
xx1=xx(k);
end
end
beta4(i)=xx1; % Coef. velocidad en el by-pass
alfa2(i)=(2*(beta4(i)+alfa4(i))-((beta4(i)-1)^3)/(B*beta4(i)*(beta4(i)-
alfa4(i))))/...
(4+(beta4(i)^2-1)/(alfa4(i)*beta4(i))); % Coef. velocidad en la
turbina
if beta4(i)>1;
if alfa2(i)<1;
if alfa2(i)>alfa4
Cp(i)=alfa2(i)*(beta4(i)^2-alfa4(i)^2);
Ct(i)=(beta4(i)^2-alfa4(i)^2);
Ka(i)=Ct(i)/(1-alfa2(i))^2;
else
```

```

        end
    else
    end
else
    disp('Error');
end
Cpmax=max(Cp);
l=find(Cp==max(Cp));
Ctcpmax=Ct(l);
end
figure(1)
fig1 = figure(1);
set(fig1,'color',[1,1,1])
hold on
plot(1-alfa2,Cp,'r')
ylabel('Cp')
xlabel('a')
axis([0 1 0 1.001])
title('Coeficiente de potencia Cp vs relación de bloqueo B')
legend('B1=0.090','B2=0.156','B3=0.197')
else
    disp('Intento de nuevo, seleccione velocidad menor')
end
end

```

9.5.2. Cálculo de la relación $\Delta h/h_1$

```

clc
clear
B=0.200;           % Relación de bloqueo
Fr=0.295;         % Número de Froude
Ct=1.8722;        % Coeficiente de arrastre
t3=1/2;           % t3, t2, t1, t0 son los coeficientes de la ecuación
t2=-3/2;
t1=1-Fr^2+((Ct*B*Fr^2)/2);
t0=-(Ct*B*Fr^2)/2;
x=[t3 t2 t1 t0];
xx=roots(x);
Dhh1=xx(3,1);    % Relación dh/h1

```

9.6. Modelos de turbulencia

Los modelos de turbulencia que se presentan en esta sección son extractos de la guía teórica de *Ansys Fluent*[®] (ANSYS, Inc., 2013), por lo que las variables que aquí se emplean pueden no corresponder con las utilizadas en el desarrollo presente documento, debido a ello se recomienda consultar la guía citada.

9.6.1. Modelo $k - \varepsilon$ Standard

El modelo $k - \varepsilon$ Standard está basado en modelar las ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta (k) y su tasa de disipación (ε). La ecuación de transporte modelo para k se deriva de la ecuación exacta, mientras que la ecuación de transporte modelo para ε se obtuvo usando razonamiento físico y tiene poca semejanza matemática a la ecuación para k .

En la derivación del modelo $k - \varepsilon$, se asume que el flujo es completamente turbulento y los efectos de viscosidad molecular son despreciables. El modelo $k - \varepsilon$ Standard es entonces válido sólo para flujos completamente turbulentos.

Como las fortalezas y debilidades del modelo $k - \varepsilon$ Standard han llegado a ser conocidas, se han introducido modificaciones para mejorar su desempeño. Dos de estas variantes son el modelo $k - \varepsilon$ RNG y el modelo $k - \varepsilon$ Realizable.

Ecuaciones de transporte para el modelo $k - \varepsilon$ Standard

La energía cinética turbulenta (k) y su tasa de disipación (ε) se obtienen de las siguientes ecuaciones de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon$$

En las ecuaciones, G_k representa la generación de la energía cinética turbulenta debido a los gradientes de velocidad media, calculada como

$$G_k = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

Para evaluar G_k en una manera consistente con la hipótesis de Boussinesq

$$G_k = \mu_t S^2$$

Donde S es el módulo del tensor de la tasa de esfuerzo media, definida como

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

G_b es la generación de energía cinética turbulenta debido a flotabilidad, calculada como

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Donde $Pr_t = 0.85$ es el número de Prandtl turbulento para energía, g_i es la componente del vector gravitacional en la dirección i -ésima, β es el coeficiente de expansión térmico

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

Y_M representa la contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible para la tasa de disipación general, calculada como:

$Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2$, en la que

$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}$ es el número de Mach turbulento

$a \equiv \sqrt{\gamma RT}$ es la velocidad del sonido

La viscosidad turbulenta (μ_t) se calcula combinando k y ε como sigue:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$ y C_μ son constantes

σ_k y σ_ε son los números de Prandtl turbulentos para k y ε respectivamente

S_k y S_ε son términos definidos por el usuario

$C_{3\varepsilon} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right|$ mide el grado en el cual ε es afectada por la flotabilidad

Donde v es la componente de la velocidad de flujo paralela al vector gravitacional y u es la componente de la velocidad de flujo perpendicular al vector gravitacional. De esta manera, $C_{3\varepsilon}$ será 1 para capas de corte boyante para las cuales la dirección del flujo medio está alineado con la dirección de la gravedad. Para las capas de corte boyante que son perpendiculares al vector gravitacional, $C_{3\varepsilon}$ será 0. En la Tabla 9.2 se presentan los valores de las constantes del modelo $k - \varepsilon$ Standard:

Tabla 9.2. Valores de las constantes en el modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ Standard.

$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	σ_k	σ_ε	C_μ
1.44	1.92	1.00	1.3	0.09

9.6.2. Modelo $k - \varepsilon$ Realizable

El modelo $k - \varepsilon$ Realizable difiere del modelo $k - \varepsilon$ Standard de dos maneras importantes:

- El modelo $k - \varepsilon$ Realizable contiene una formulación alternativa para la viscosidad turbulenta.

- Se derivó una ecuación de transporte modificada para la tasa de disipación (ε) de una ecuación precisa para el transporte de la fluctuación de vorticidad cuadrada media.

Las ecuaciones de transporte de modelado para k y ε en el modelo $k - \varepsilon$ Realizable son

$$\frac{\partial(k\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(u_j k \rho)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho\varepsilon - Y_M + S_k$$

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \varepsilon \rho)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon$$

Donde

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

G_k representa la generación de energía cinética de turbulencia debido a los gradientes de velocidad media y se obtiene con la relación:

$$G_k = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \mu_t S^2$$

G_b es la generación de energía cinética de turbulencia debido a flotabilidad (sustentación hídrica)

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Donde $Pr_t = 0.85$ es el número de Prandtl turbulento para energía

β es el coeficiente de expansión térmico

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

Y_M , representa la contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible para la tasa de disipación general

$Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2$, en la que

$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}$ es el número de Mach turbulento

$a \equiv \sqrt{\gamma RT}$ es la velocidad del sonido

C_2 y $C_{1\varepsilon}$ son constantes

σ_k y σ_ε son los números de Pradtl turbulentos para k y ε respectivamente.

S_k y S_ε son términos definidos por el usuario

$C_{3\varepsilon} = \tanh\left|\frac{v}{u}\right|$ mide el grado en el cual ε es afectada por la flotabilidad.

Tabla 9.3. Valores de las constantes del modelo $k - \varepsilon$ Realizable:

$C_{1\varepsilon}$	C_2	σ_k	σ_ε
1.44	1.9	1.00	1.2

9.6.3. Modelo $k - \omega$ SST

Las características del modelo $k - \omega$ SST lo hacen más preciso y confiable para una clase más amplia de flujos (por ejemplo, flujos de gradiente de presión adversa, superficies aerodinámicas, ondas de choque transónicas) comparado con el modelo $k - \omega$ Standard.

El modelo $k - \omega$ SST tiene una forma similar al modelo $k - \omega$ Standard:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(u_i k \rho)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k + S_k$$

y

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \omega \rho)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega$$

G_k representa la generación de energía cinética de turbulencia

$$G_k = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \mu_t S^2$$

G_ω representa la producción de ω dada por

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k$$

Donde S es el modulo del tensor de la tasa de esfuerzo medio, definido en la misma forma como para el modelo $k - \varepsilon$ Standard.

El coeficiente α esta dado por

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + Re_t/R_\omega}{1 + Re_t/R_\omega} \right)$$

$$R_\omega = 2.95$$

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}$$

Nótese que en la forma del número de Reynolds alto del modelo $k - \omega$, $\alpha = \alpha_\infty = 1$

El coeficiente α^* reduce la viscosidad turbulenta provocando una corrección del número de Reynolds bajo, que está dado por

$$\alpha^* = \alpha_{\infty}^* \left(\frac{\alpha_0^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k} \right)$$

$$R_k = 6$$

$$\alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3}$$

$$\beta_i = 0.072$$

Nótese que en la forma del número de Reynolds alto del modelo $k - \omega$, $\alpha^* = \alpha_{\infty}^* = 1$

Γ_k y Γ_{ω} representa la difusividad efectiva de k y ω respectivamente, que se calcula como sigue:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$$

$$\Gamma_{\omega} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}}$$

Donde σ_k y σ_{ω} son los números de Prandtl turbulento para k y ω , respectivamente. La viscosidad turbulenta, μ_t , se calcula como sigue:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]}$$

Donde S es la magnitud de la tasa de esfuerzo

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{k,2}}}$$

$$\sigma_{\omega} = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{\omega,2}}}$$

Las funciones de mezclado, F_1 y F_2 , se obtienen a continuación:

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4)$$

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_{\omega}^+ y^2} \right]$$

$$D_{\omega}^+ = \max \left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right]$$

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2)$$

$$\Phi_2 = \max \left[2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right]$$

Donde y es la distancia a la superficie próxima y D_{ω}^{+} es la posición positiva del término de difusión transversal.

Y_k y Y_{ω} representan la disipación de k y ω debido a la turbulencia, calculadas como sigue:

La disipación de k está dada por

$$Y_k = \rho \beta^* f_{\beta^*} k \omega$$

Donde

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & \chi_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_k^2}{1 + 400\chi_k^2} & \chi_k > 0 \end{cases}$$

donde

$$\chi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

$$\beta^* = \beta_i^* [1 + \zeta^* F(M_t)]$$

$$\beta_i^* = \beta_{\infty}^* \left(\frac{\frac{4}{15} + (Re_t/R_{\beta})^4}{1 + (Re_t/R_{\beta})^4} \right)$$

$$\zeta^* = 1.5$$

$$R_{\beta} = 8$$

$$\beta_{\infty}^* = 0.09$$

La disipación de ω está dada por

$$Y_{\omega} = \rho \beta f_{\beta} \omega^2$$

Donde

$$f_{\beta} = \frac{1 + 70\chi_{\omega}}{1 + 80\chi_{\omega}}$$

$$\chi_{\omega} = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_{\infty}^* \omega)^3} \right|$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

El tensor de la tasa de esfuerzo se define como

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

Incluyendo la rotación y tensores de esfuerzos se reduce la generación de viscosidad de remolino en regiones donde la medición de vorticidad excede la tasa (índice) de esfuerzo.

Además

$$\beta = \beta_i \left[1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \zeta^* F(M_t) \right]$$

β_i^* se definió anteriormente

$F(M_t)$ es la función de compresibilidad

$$F(M_t) = \begin{cases} 0 & M_t \leq M_{t0} \\ M_t^2 - M_{t0}^2 & M_t > M_{t0} \end{cases}$$

donde

$$M_t^2 \equiv \frac{2k}{a^2}$$

$$M_{t0} = 0.25$$

$$a = \sqrt{\gamma RT}$$

Nótese que en la forma del número de Reynolds alto del modelo $k - \omega$, $\beta_i^* = \beta_\infty^*$. En la forma incompresible, $\beta^* = \beta_i^*$.

D_ω representa el término de difusión transversal

$$D_\omega = 2(1 - F_1)\rho \frac{1}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

S_k y S_ω son términos definidos por el usuario

Tabla 9.4. Valores de las constantes del modelo $k - \omega$ SST.

$\sigma_{k,1}$	$\sigma_{\omega,1}$	$\sigma_{k,2}$	$\sigma_{\omega,2}$	α_1	$\beta_{i,1}$	$\beta_{i,2}$	
1.176	2.0	1.00	1.168	0.31	0.075	0.0828	
α_∞^*	α_∞	α_0	β_∞^*	R_β	R_k	R_ω	ζ^*
1	0.52	$\frac{1}{9}$	0.09	8	6	2.95	1.5

10. REFERENCIAS

- ANSYS, Inc. (2013). *ANSYS Fluent Theory Guide*. Canonsburg, U.S.A: SAS IP, Inc.
- ASCE. (1963). *Friction Factor in Open Channels*. Report of the ASCE Task Force: Journal of Hydraulic Engineering, 89 HY2.
- Barthelmie, R. J., Frandsen, S. T., Nielsen, M. N., Pryor, S. C., Rethore, P. E., & Jørgensen, H. E. (2007). Modelling and Measurements of Power Losses and Turbulence Intensity in Wind Turbine Wakes at Middelgrunden Offshore Wind Farm. *Wind Energy*, 517-528.
- Bryden, I. G., Grinsted, T., & Melville, G. T. (2004). Assessing the potential of a simple tidal channel to deliver useful energy. *Applied Ocean Research*, 198-204.
- Bryden, I., & Melville, G. (2004). Choosing and Evaluating Sites for Tidal Current Development. *Centre for Environmental Engineering and Sustainable Energy*, 218, 567-577.
- Burman, K. (2009). *Ocean Energy Technology*. Golden Colorado: National Renewable Energy Laboratory (NREL).
- Burton, T., Jenkins, N., Sharpe, D., & Bossanyi, E. (2011). *Wind Energy Handbook*. United Kingdom: John Wiley & Sons.
- Çengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2006). *Mecánica de fluidos fundamentos y aplicaciones*. México D.F.: McGraw-Hill Interamericana.
- Chime, A. H., & Malte, P. C. (2014). *Hydrokinetic turbines at high blockage ratio*. Seattle, WA, U.S.A.: METS2014.: Hydrokinetic turbiProceedings of the 2nd Marine Energy Technology Symposium.
- Chow, V. T. (1994). *Hidráulica de canales abiertos*. Bogotá, Colombia: McGraw-Hill.
- Echávez A., G. (1996). *Introducción a los modelos hidráulicos de fondo fijo y a la ingeniería experimental*. México, D.F.: UNAM.
- Fernández Oro, J. M. (2012). *Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos*. Barcelona, España: Reverté, S.A.
- Fluent, Inc. (2003). *FLUENT 6.1 User's Guide*. Lebanon, NH: Fluent Inc.
- Fuentes, R., & Carrasquel, S. (1978). *Una ecuación empírica para zonas de transición*. Caracas, Venezuela: Publicación del Laboratorio Nacional de Hidráulica.
- Garman, P. (1986). *Water current turbines: A Fieldworker's Guide*. Warwickshire, UK: Intermediate Technology Publications.
- Garrett, C., & Cummins, P. (2007). The efficiency of a turbine in a tidal channel. *J. Fluid Mech.*, 243-250.
- Goring, D., & Nikora, V. (2002). Despiking acoustic Doppler velocimeter data. *Journal of Hydraulic Engineering*, 117-126.

- Gunawan, B., Roberts, J., & Neary, V. (2015). *Hydrodynamic effects of hydrokinetic turbine deployment in an irrigation canal*. Washington, D.C.: METS2015: Proceedings of the 3rd Marine Energy Technology Symposium.
- Hamill, L. (2011). *Understanding hydraulics*. Basingstoke, United Kingdom: Palgrave MacMillan.
- Harrison, M. E., Batten, W. M., Myers, L. E., & Bahaj, A. S. (2009). A comparison between CFD simulations and experiments for predicting the far wake of horizontal axis tidal turbines. *Proceedings of the 8th European Wave and Tidal Energy Conference*, 566-575.
- Hau, E. (2013). *Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics*. London, UK: Springer.
- Houlsby, G. T., Draper, S., & Oldfield, M. L. (2008). *Application of Linear Momentum Actuator Disc Theory to Open Channel Flow*. Oxford, U.K.: University of Oxford, Department of Engineering Science.
- Howland, M., Bossuyt, J., Martínez, L., Johan, M., & Meneveau, C. (2016). Wake Structure of Wind Turbines in Yaw under Uniform Inflow Conditions. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 1-17.
- Keulegan, G. (1938). Laws of turbulent flow in open channels. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 21, 707-741.
- Khan, M., Bhuyan, G., Iqbal, M., & Quaicoe, J. (2009). Hydrokinetic energy conversion systems and assessment of horizontal and vertical axis turbines for river and tidal applications: A technology status review. *Applied Energy*, 1829.
- Koca, K., Noss, C., Anlanger, C., Brand, A., & Lorke, A. (2017). Performance of the Vectrino Profiler at the sediment–water interface. *Journal of Hydraulic Research*, 573–581.
- Kreith, F., & Krumdieck, S. (2014). *Principles of sustainable energy systems*. Florida: Taylor & Francis Group .
- Kroll, T., Hall, W., & Gagnon, I. (2015). *Offshore Turbine Arrays: Numerical Modeling and Experimental Validation*. New Hampshire: University of New Hampshire.
- Lomelí, R., & Álvarez, N. (2014). La conservación de los distritos de riego y las cuencas de captación. *XXIII Congreso Nacional de Hidráulica*.
- Maganga, F., Germain, G., King, J., Pinon, G., & Rivoalen, E. (2010). Experimental characterisation of flow effects on marine current turbine behaviour and on its wake properties. *IET Renewable Power Generation*, 498-509.
- Martínez-Reyes, J., & García-Villanueva, N. H. (2020). Efectos de la relación de bloqueo por turbinas hidrocínicas para el aprovechamiento energético en canales de riego / Effects of the blockage ratio due to hydrokinetic turbines for producing energy in irrigation channels. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 11(3) 190-235. ISSN 2007-2422.

- Masters, I., Malki, R., Williams, A. J., & Croft, N. T. (2013). The influence of flow acceleration on tidal stream turbine wake dynamics: A numerical study using a coupled BEM–CFD model. *Applied Mathematical Modelling*, 7905-7918.
- McCombes, T., Johnstone, C., & Grant, A. (2009). Unsteady 3D Wake Modelling for Marine Current Turbines. *Proceedings of the 8th European Wave and Tidal Energy Conference*, 548-557.
- McQuivey, R. S. (1973). *Principles and Measuring Techniques of Turbulence Characteristics in Open-Channel Flows*. Washington: United States Government Printing Office.
- Medici, D., & Alfredson, P. (2005). Wind turbine near wakes and comparisons to the wake behind a disc. *ASME Conference*, 145-162.
- Ministerio de Energía. (2010). *Generación hidroeléctrica en pequeñas centrales asociadas a obras de riego*. Santiago de Chile: Gobierno de Chile.
- Morales, F. (2007). *Impacto de la Biotecnología en la formación de redes institucionales en el sector hortifrutícola de Sinaloa, México*. Barcelona, España: Tesis para obtener el grado de doctor. Universidad de Barcelona, Departamento de geografía física y análisis geográfico regional.
- Mori, N., Suzuki, T., & Kakuno, S. (2007). Noise of acoustic Doppler velocimeter data in bubbly flows. *Journal of Engineering Mechanics*, 122-125.
- Myers, L., Bahaj, A., Rawlinson, R., & Thompson, N. (2012). The Effect of Boundary Proximity Upon the Wake Structure of Horizontal Axis Marine Current Turbines. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 041-048.
- Myers, L. E., & Bahaj, A. S. (2009). Experimental analysis of the flow field around horizontal axis tidal turbines by use of scale mesh disk rotor simulators. *OceanEngineering*, 218-227.
- Myers, L. E., & Bahaj, A. S. (2012). An experimental investigation simulating flow effects in first generation marine current energy converter arrays. *Renewable Energy*, 28-36.
- Myers, L., & Bahaj, A. S. (2007). Wake studies of a 1/30th scale horizontal axis marine current turbine. *Ocean Engineering*, 758-762.
- Nikuradse, J. (1933). Strömungsgesetze in rauhen Röhren. *Ver. Deut. Ing.*, Forschungsheft 361.
- O’Doherty, T., Mason-Jones, A., Doherty, D. M., Byrne, C., Owen, I., & Wang, Y. (2009). Experimental and Computational Analysis of a Model Horizontal Axis Tidal Turbine. *In Proceedings of the 8th European Wave and Tidal Energy Conference*, 833-841.
- Okulov, V. L., & van Kuik, G. A. (2012). The Betz–Joukowski limit: on the contribution to rotor aerodynamics by the British, German and Russian scientific schools. *Wind Energy*, 335-344.
- Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., & Nawab, H. S. (1998). *Señales y sistemas*. Cambridge, Massachusetts: Prentice Hall.
- Panton L., R. (2005). *Incompressible Flow*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Inc. .

- Ramírez, S., & Escobar, R. (2002). Turbinas de río: una alternativa energética para la Amazonía. *Hidrored Red Latinoamericana de Micro Energía*, 11.
- Robaldi, M. (2011). *Comportamiento hidráulico de turbinas cinéticas de flujo axial en canales a superficie libre, como una alternativa de generación de energía hidroeléctrica en obras y estructuras existentes*. México D.F.: Tesis para obtener el grado de maestro en ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería.
- S.R.H. (1971). *Manual de diseño de zonas de riego*. México D.F.: Secretaría de Recursos Hidráulicos.
- Schluntz, J., & Willden, R. H. (2015). The effect of blockage on tidal turbine rotor design and performance. *Renewable Energy*, 432-441.
- Sornes, K. (2010). *Small-scale Water Current Turbines for River Applications*. Oslo: Zero Emission Resource Organisation.
- Sotelo Ávila, G. (2001). *Hidráulica de canales*. México D.F.: UNAM.
- South, P., Mitchell, R., & Jacobs, E. (1983). *Strategies for the evaluation of advanced wind energy concepts*. Golden, Colorado: Solar Energy Research Institute, 1983.
- Taylor, G. I. (1935). Distribution of dissipation of energy in a pipe over its cross-section. *The Royal Society*, 455-464.
- Taylor, G. I. (1963). *The scientific papers of Sir Geoffrey Ingram Taylor*. Cambridge University Press: G.K. Batchelor.
- Thomas, R., Schindfessel, L., McLelland, S., Creëlle, S., & De Mulder, T. (2017). Bias in mean velocities and noise in variances and covariances measured using a multistatic acoustic profiler: the Nortek Vectrino Profiler. *Measurement Science and Technology*, 1-25.
- Ting, D. (2016). *Basics of engineering turbulence*. Ontario, Canada: Elsevier.
- Whelan, J. I., Graham, J. M., & Peiró, J. (2009). A free-surface and blockage correction for tidal turbines. *J. Fluid Mech.*, 281-291.
- Williams, A. J., Croft, T. N., Masters, I., Willis, M. R., & Cross, M. (2010). Combined BEM-CFD Modelling of Tidal Stream Turbines Using Site Data. *International Conference on Renewable Energies and Power Quality*.
- Xiao, H., Duan, L., Sui, R., & Rösgen, T. (2013). Experimental investigations of turbulent wake behind porous disks. *Proceedings of the 1st Marine Energy Technology Symposium*, 1-11.
- Yuce, M. I., & Muratoglu, A. (2015). Hydrokinetic energy conversion systems :A technology status review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 72-82.