



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Decaimiento de un bosón escalar a dos bosones
vectoriales neutros en un campo magnético

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Física

PRESENTA:

Ana Laura Zuñiga Loreto

TUTOR

Dr. Angel Sánchez Cecilio





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mi hermana, Monserrat,
por la libertad de hacer lo que uno ama en la vida.
Queridísima Haydé,
aquí está la explicación que te debía sobre cuántica.*

Agradecimientos

Son muchas las personas que tanto académicamente, como personalmente, ayudaron a la realización de este trabajo. En primer lugar, quisiera mencionar al Dr. Angel Sánchez Cecilio, que tan amablemente aceptó dirigir este trabajo. Siempre le estaré agradecida por todo su apoyo y confianza; pero, sobre todo, la paciencia que tuvo a lo largo de este camino. También quisiera agradecer a la Dra. Gabriela Murguía por su amistad. No imagino una mejor guía que ustedes en este fascinante mundo de las altas energías.

A cada uno de los miembros del jurado, que tan amablemente leyeron el trabajo y dieron valiosos comentarios sobre el mismo. También, quiero agradecerle Jorge por tus recomendaciones y apoyo. Y a Miguel, por prestarme un cachito de tu espacio para poder trabajar.

A mi querida familia, Carmen, Arturo y Monserrat, por confiar en mi y apoyarme pacientemente en mis proyectos más locos. Todo lo que he podido lograr es gracias a ustedes. Mi más infinito amor y cariño. A mis tías, Silvia, Isabel, Rosario y Remedios, y a mis abuelitas, Hermelinda e Irma, por siempre recibirme con una sonrisa y alegrarse con todos mis triunfos. Día a día me inspiran a ser mejor persona.

A José Luis, Carlos y Miroslava, por todas esas pláticas acompañadas de un café. Por siempre estar dispuestos a escucharme y apoyarme. Mi paso por la Facultad de Ciencias no hubiera sido así de bonita sin ustedes. A Iván y Ruth, mis queridos amigos de media vida, no podría estar más agradecida de que sigan acompañándome en esta maravillosa aventura. A Ana, mi mejor amiga, por todas las veces que has estado incondicionalmente para ayudarme. Te admiro infinitamente. A Olivia, Ricardo y Angel, por todas esas tardes de risas interminables en la Facultad de Filosofía y Letras. También a Tonatiuh. En tan poco tiempo se han convertido en personas sumamente importantes para mí.

Un especial agradecimiento a Mariana, Caleb, Jonathan, Andrea, Joey, Andy, Laura y Bernardo, por todos esos viajes, salidas a bailar, comidas y pláticas que, sin duda alguna, me dieron el aliento y la inspiración para terminar este trabajo.

Por último, quiero agradecer la beca de titulación otorgada por el proyecto PAPIIT IN118219.

Resumen

El presente trabajo de tesis tiene como objetivo estudiar el efecto de un campo magnético en el proceso $H \rightarrow \gamma\gamma$ a orden dominante con un lazo de fermiones. Los efectos del campo magnético se introducen al diagrama a partir de los propagadores de los fermiones cargados que fluyen en el lazo, los cuales contienen un factor que se le denomina fase de Schwinger.

En particular, este trabajo se centra principalmente en estudiar el efecto que tendrá este término de fase en el proceso de interés. Esto permite conocer la influencia que tiene este factor sobre la amplitud escalar de dispersión, la cual interviene en la tasa del decaimiento.

Uno de los aportes centrales fue encontrar la expresión general de la matriz de transición para este proceso, con un lazo fermiónico, para una intensidad arbitraria de campo magnético (véase ecuación (3.71)). Sin embargo, debido a la complejidad de la traza sobre espines, y que el propósito principal es cuantificar el efecto de la fase en el proceso, únicamente se nos enfocaremos en el estudio en el término relacionado a la métrica, dado que esta estructura tensorial conserva las divergencias de la teoría en el caso sin campo magnético.

Al considerar las condiciones físicas en las cuales se produce el bosón de Higgs en las colisiones de iones pesados, así como la evolución del campo magnético en el tiempo, se aproximó la amplitud de transición para campos magnéticos débiles, asumiendo, por simplicidad, el régimen de momentos transversos menores a la masa de los fermiones del lazo. Bajo estas condiciones, se encontró que la fase de Schwinger contribuye cuando los momentos transversos de los fotones son ortogonales entre sí. De forma general se encontró que el aumento en la intensidad de campo magnético incrementa la amplitud escalar de transición.

Si el comportamiento anterior se preserva para la ecuación completa de la amplitud de transición, entonces, experimentalmente, se espera un aumento en la observación de fotones en colisiones periféricas, con respecto a los producidos en las no periféricas.

Índice general

1. Perfil histórico y fenomenológico del bosón de Higgs	1
1.1. Electrodinámica cuántica (QED)	1
1.1.1. Ecuación de Klein-Gordon	1
1.1.2. Ecuación de Dirac	2
1.1.3. Cuantización del campo de Dirac	4
1.1.4. Reglas de Feynman para electrodinámica cuántica	5
1.2. Modelo Estándar de la física de partículas	6
1.3. Perfil histórico del bosón de Higgs	8
1.3.1. Mecanismo de Brout-Englert-Higgs (BEH)	9
1.3.2. Mecanismo de Higgs en el modelo de Weinberg-Salam	11
1.4. Producción y detección del bosón de Higgs	14
1.4.1. Búsqueda del bosón de Higgs en colisionadores de Hadrones	15
1.4.2. Perspectivas para la física del bosón de Higgs y su producción en colisiones de iones pesados	16
2. Matriz de dispersión del proceso $H \rightarrow \gamma\gamma$	19
2.1. Estructura de la amplitud de dispersión	19
2.2. Cálculo de la matriz de dispersión	24
2.2.1. Tiempo propio de Schwinger	25
2.3. Cálculo de la tasa de decaimiento	29
3. Matriz de dispersión del proceso $H \rightarrow \gamma\gamma$ en presencia de un campo magnético	33
3.1. Estructura del propagador fermiónico en un campo magnético externo	34
3.2. Cálculo de la matriz de dispersión	35
3.2.1. Integrales sobre los momentos transversos	41
3.2.2. Integrales sobre los momentos paralelos	44
3.3. Límite de campo magnético cero	46
3.4. Caso general	47
3.4.1. Integrales sobre los momentos paralelos y transversos	48

4. Límite de campo magnético débil y sus efectos en la tasa de decaimiento	53
4.1. Aproximación de campo débil para momentos transversos pequeños . . .	53
4.2. Cálculo de la amplitud escalar A	57
4.3. Estudio del efecto del campo magnético	62
5. Conclusiones	69
A. Cálculos extra: caso libre	71
A.1. Cálculo del elemento de matriz mediante parámetro de Feynman . . .	71
B. Integrales Gaussianas	75
B.1. Caso general	75
B.2. Caso en ausencia de campo magnético	76
B.3. Caso con campo magnético	77
C. Cálculos extra: caso con campo magnético	79
C.1. Demostración de que el tensor de dispersión con campo magnético se reduce al caso sin campo	79
C.2. Matriz de dispersión con campo magnético del diagrama conjugado de carga	81
C.3. Argumentos de las exponenciales de las integrales sobre los momentos transversos	83
C.3.1. Integral sobre $Q_{1\perp}$	83
C.3.2. Integral sobre $Q_{2\perp}$	84
C.3.3. Integral sobre k_{\perp}	86

Capítulo 1

Perfil histórico y fenomenológico del bosón de Higgs

A continuación, se presentará un perfil histórico y fenomenológico relacionado con la física del bosón de Higgs, con el propósito de presentar los fundamentos teóricos necesarios para la realización del cálculo de interés de este trabajo. A su vez, este análisis permitirá contextualizar la importancia que podrían tener los efectos del campo magnético en la producción del bosón de Higgs, a partir de colisiones de iones pesados en las siguientes corridas del LHC, así como en nuevos aceleradores.

1.1. Electrodinámica cuántica (QED)

En mecánica cuántica no relativista las partículas de espín $\frac{1}{2}$ son descritas a través de la ecuación de Schrödinger. Cuando se quiere formular una teoría cuántica relativista, se debe considerar que la ecuación de onda asociada debe ser invariante de Lorentz. Debido a la diferencia de órdenes de las derivadas en las coordenadas espaciales y temporal, la ecuación de Schrödinger no es invariante de Lorentz y por lo tanto, no puede describir la dinámica de partículas que viajan a velocidades considerablemente cercanas a la de la luz. Por esto, se realizaron diversos intentos para encontrar una ecuación que pudiera ser utilizada en un régimen relativista [1][2].

1.1.1. Ecuación de Klein-Gordon

La ecuación de Klein-Gordon fue el primer intento de construir una teoría cuántica relativista. Esta ecuación se obtiene al utilizar la relación de energía-momento de Einstein [1], la cual, en forma de operadores, es

$$\hat{E}^2\psi(\mathbf{x}, t) = \hat{\mathbf{p}}^2\psi(\mathbf{x}, t) + m^2\psi(\mathbf{x}, t), \quad (1.1)$$

donde

$$\hat{\mathbf{p}} = -i\nabla \quad \text{y} \quad \hat{E} = i\frac{\partial}{\partial t}. \quad (1.2)$$

Escribiendo explícitamente la forma de los operadores, se obtiene que la ecuación de Klein-Gordon es

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \nabla^2 \psi - m^2 \psi \quad (1.3)$$

que en su forma invariante de Lorentz es

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\psi = 0. \quad (1.4)$$

Por construcción, las soluciones de la ecuación de Klein-Gordon satisfacen la relación de energía-momento relativista. Al no contar con alguna restricción, pueden tomar tanto valores positivos como negativos de energía, dado que

$$E = \pm \sqrt{p^2 + m^2}. \quad (1.5)$$

Es decir, la partícula podría tener energía negativa y una densidad de probabilidad negativa, lo cual no es físicamente posible. Así, la ecuación de Klein-Gordon fue descartada al no dar una descripción consistente de una partícula relativista¹.

1.1.2. Ecuación de Dirac

Para solucionar los problemas que se derivaban del formalismo de Klein-Gordon, Paul Dirac [3] en su célebre artículo de 1928, propuso una ecuación que fuera consistente con la relación de energía-momento relativista y que, de manera simultánea, sus derivadas fueran de primer orden tanto, en las coordenadas espaciales, como en el tiempo, es decir

$$\hat{E}\psi = (\boldsymbol{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{p}} + \beta m)\psi. \quad (1.6)$$

Escribiendo explícitamente la ecuación (1.6) en términos de los operadores de energía y momento, se tiene que la ecuación de Dirac es de la forma

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = \left(-i\alpha_x \frac{\partial}{\partial x} - i\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} - i\alpha_z \frac{\partial}{\partial z} + \beta m \right) \psi. \quad (1.7)$$

Como se mencionó anteriormente, para que las soluciones de la Ec. (1.7) representen partículas relativistas, deben satisfacer la relación de energía-momento de Einstein. Esto provoca que las matrices $\boldsymbol{\alpha}$ y β deban satisfacer las siguientes

¹En 1934 Pauli y Weisskopf mostraron que la ecuación de Klein-Gordon describe exitosamente a las partículas libres que tienen espín 0 [1].

propiedades [2]

$$\begin{aligned}\alpha_x^2 &= \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = \beta^2 = I, \\ \alpha_j \beta + \beta \alpha_j &= 0, \\ \alpha_j \alpha_k + \alpha_k \alpha_j &= 0 \quad (j \neq k).\end{aligned}\tag{1.8}$$

De esta forma, Dirac concluyó que α_x , α_y , α_z y β son matrices hermitianas anticonmutativas de dimensión par y traza cero. La mínima dimensión que estas pueden tener es de 4×4 . Por lo tanto, los operadores de la Ec. (1.6) actúan sobre una función de onda de 4 componentes conocida como *espinor de Dirac*,

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix},\tag{1.9}$$

donde ψ_L y ψ_R son dos vectores columna. La forma del espinor de Dirac está sugiriendo que la ecuación de Dirac describe dos tipos de partículas: **partículas izquierdas** con una función de onda ψ_L y **partículas derechas** descrita por la función de onda ψ_R [4].

Por otro lado, no hay una única forma de representar a las matrices α_i y β . En la *representación de Dirac-Pauli*, o simplemente *representación quiral*, por ejemplo, estas matrices tienen la forma

$$\gamma_\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu \\ \sigma_\mu & 0 \end{pmatrix},\tag{1.10}$$

donde σ_μ representa a las matrices de Pauli, $\gamma_0 = \beta$ y $\gamma_i = \alpha_i$. De esta manera, la ecuación de Dirac en su forma invariante de Lorentz se escribe como

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0.\tag{1.11}$$

Las soluciones de la ecuación de Dirac, por construcción, todavía conservan los estados de energía negativa que resultaban de la ecuación de Klein-Gordon. La diferencia radica en que ya no se relacionan con densidades de probabilidad negativa. Sin embargo, surge una pregunta de que si estos estados de energía, efectivamente, son accesibles para las partículas de Dirac, entonces ¿por qué éstas no caen espontáneamente a estados de menor energía?

Para contestar esta pregunta, Paul Dirac propuso que en el vacío todos los estados de energía negativa están ocupados por partículas que cumplen con el principio de

exclusión de Pauli. De esta manera, los fermiones con energía positiva no “caerían” a estados de menor energía. Asimismo, planteó que cuando se excitara a una partícula de energía negativa, del ahora llamado “mar de Dirac”, dejaría un hueco que correspondería a una **antipartícula** con energía positiva, la cual tendría las mismas propiedades que la partícula, excepto la carga que sería del signo contrario.

Las soluciones de la ecuación de Dirac tienen la forma [4]

$$\begin{aligned}\psi^+ &= u(p)e^{-ip \cdot x} = \begin{pmatrix} u_L(p) \\ u_R(p) \end{pmatrix} e^{-ip \cdot x} \\ \psi^- &= v(p)e^{ip \cdot x} = \begin{pmatrix} v_L(p) \\ v_R(p) \end{pmatrix} e^{ip \cdot x},\end{aligned}\tag{1.12}$$

donde el superíndice (\pm) refiere a si la solución tiene energía positiva o negativa, respectivamente. Por otro lado, $u(p)$ y $v(p)$ corresponden a espinores de Dirac, los cuales, en la representación quiral antes mencionada, tienen la forma

$$u(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \xi \\ \sqrt{p \cdot \bar{\sigma}} \xi \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad v(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \eta \\ -\sqrt{p \cdot \bar{\sigma}} \eta \end{pmatrix},\tag{1.13}$$

con $\xi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\eta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ que brindan información sobre el espín.

1.1.3. Cuantización del campo de Dirac

La densidad Lagrangiana asociada con la ecuación de Dirac es

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi,\tag{1.14}$$

donde $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$. Esta Lagrangiana tiene una simetría de norma global $U(1)$ por lo que es invariante bajo transformaciones de norma global $\psi(x) \rightarrow \psi(x)e^{i\alpha}$.

Existen distintos mecanismos para obtener una teoría cuántica de campo derivada del formalismo de Dirac. Uno de ellos consiste en utilizar la Lagrangiana (1.14) para cuantizar canónicamente el campo de Dirac. Así, se promueven las soluciones (1.12) a operadores, obteniéndose que el campo cuantizado es

$$\begin{aligned}\hat{\psi} &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_{s=1}^2 \left(u^s(p) \hat{a}_{s\mathbf{p}} e^{-ip \cdot x} + v^s(p) \hat{b}_{s\mathbf{p}}^\dagger e^{ip \cdot x} \right) \\ \hat{\bar{\psi}} &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_{s=1}^2 \left(\bar{u}^s(p) \hat{a}_{s\mathbf{p}}^\dagger e^{-ip \cdot x} + \bar{v}^s(p) \hat{b}_{s\mathbf{p}} e^{ip \cdot x} \right),\end{aligned}\tag{1.15}$$

donde \hat{a} y \hat{a}^\dagger son los operadores de creación y aniquilación de partículas respectivamente; mientras que, \hat{b} y \hat{b}^\dagger corresponden a los operadores asociados a las de las antipartículas. Estos objetos matemáticos obedecen las siguientes relaciones de anticonmutación

$$\{\hat{a}_{s\mathbf{p}}, \hat{a}_{r\mathbf{p}}^\dagger\} = \{\hat{b}_{s\mathbf{p}}, \hat{b}_{r\mathbf{p}}^\dagger\} = \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{q})\delta_{sr}. \quad (1.16)$$

La forma explícita del propagador para fermiones se obtiene calculando la función de Green $D_F(x, y) = \langle 0 | T \hat{\psi}(x) \hat{\bar{\psi}}(y) | 0 \rangle$, la cual se escribe como [5]

$$D_F(x, y) = iS(x, y) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} e^{-ik \cdot (x-y)}. \quad (1.17)$$

1.1.4. Reglas de Feynman para electrodinámica cuántica

Al ser partículas cargadas, los fermiones que describe la ecuación de Dirac interactúan con los campos electromagnéticos. Esta interacción, está descrita por el Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{QED} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi - e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi. \quad (1.18)$$

Este Lagrangiano resulta de exigirle a (1.14) invarianca de norma local U(1), $\psi(x) \rightarrow \psi(x)e^{i\alpha(x)}$. Para asegurar esta simetría local, se introduce un campo de norma A a través de la derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu(x)$ de pedirle al campo de norma que a su vez se transforme como $A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x)$. Finalmente, para asegurar la interacción entre los fotones y los fermiones se agrega el término cinético, $\mathcal{L}_{Maxwell} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, donde $F^{\mu\nu}$ es el tensor electromagnético asociado a campos con espín 1 [6].

Las reglas de Feynman para calcular la amplitud, \mathcal{M} , asociada a los diagramas de Feynman de la QED se enumerarán a continuación [1].

1. Las líneas internas contribuyen con los siguientes factores:

$$\begin{aligned} \text{Fermiones:} & \begin{cases} u^s(p) & (\text{entrante}) \\ \bar{u}^s(p) & (\text{saliente}) \end{cases} \\ \text{Fotones:} & \begin{cases} \epsilon^\mu & (\text{entrante}) \\ \epsilon^{\mu*} & (\text{saliente}) \end{cases} \end{aligned} \quad (1.19)$$

2. Cada vértice contribuye con un factor

$$ie\gamma^\mu, \quad (1.20)$$

donde la constante de acoplamiento e está relacionada con la carga del electrón.

3. Cada línea interna contribuye con uno de los siguientes factores:

$$\begin{aligned} \text{Fermiones y antifermiones: } & \frac{i}{\not{p} - m + i\epsilon} \\ \text{Fotones: } & \frac{ig_{\mu\nu}}{(k^2 + i\epsilon)}. \end{aligned} \tag{1.21}$$

4. Por cada loop de fermiones se debe calcular la traza del producto de matrices.

5. Debido a la estadística de Fermi-Dirac que describe a los fermiones, se debe agregar un signo menos por cada loop.

La interacción electromagnética no es la única forma posible de interacción entre las partículas. Como veremos a continuación, existen otras fuerzas mediante las cuales pueden interactuar, descritas por una teoría conocida como Modelo Estándar.

1.2. Modelo Estándar de la física de partículas

El Modelo Estándar de la física de partículas es una teoría cuántica de campos que engloba todas las propiedades e interacciones de los constituyentes fundamentales de toda la materia visible en el Universo, los leptones y los quarks, conocidas como *partículas elementales*. Los doce fermiones fundamentales que lo constituyen, se dividen en tres familias o generaciones, como se muestra en la tabla 1.1.

	Leptones			Quarks		
	Partícula	Q	masa/GeV	Partícula	Q	masa/GeV
Primera generación	electrón (e^-)	-1	0.005	down (d)	-1/3	0.003
	neutrino (ν_e^-)	0	$< 10^{-9}$	up (u)	+2/3	0.005
Segunda generación	muón (μ^-)	-1	0.106	strange (s)	-1/3	0.1
	neutrino (ν_μ^-)	0	$< 10^{-9}$	charm (c)	+2/3	1.3
Tercera generación	tau (τ^-)	-1	1.78	bottom (b)	-1/3	4.5
	neutrino (ν_τ^-)	0	$< 10^{-9}$	charm (c)	+2/3	174

Tabla 1.1: Los doce fermiones fundamentales divididos en quarks y leptones [2].

Las partículas elementales interactúan entre ellas a través de cuatro fuerzas fundamentales: la gravedad, el electromagnetismo, la fuerza débil y la fuerza fuerte. Sin embargo, como muestra la tabla 1.2, la interacción gravitacional es tan débil que sus efectos son ignorados a escalas cuánticas. Las partículas cargadas experimentan la fuerza electromagnética. Aunado a esto, todos los fermiones interactúan a través de la fuerza débil, la cual es responsable de los decaimientos beta. Por último, la fuerza fuerte únicamente es “sentida” por los quarks al tener una carga de color y, debido

CAPÍTULO 1. PERFIL HISTÓRICO Y FENOMENOLÓGICO DEL BOSÓN DE HIGGS

a esta propiedad, siempre se encuentran en estados ligados llamados *hadrones*, como es el caso de los núcleones del átomo [1][2].

Como se mencionó anteriormente, cada una de estas interacciones están descritas por una teoría cuántica de campos (QFT) que cumple el principio de norma (“gauge principle”), el cual establece que las fuerzas están mediadas por partículas vectoriales asociadas a un grupo de simetría, por lo que existe un único campo de norma para cada generador de las álgebras de Lie asociadas a las simetrías del sistema. Para el caso de la fuerza electromagnética y fuerte, los bosones mediadores, el *fotón* y el *gluón*, tienen masa cero; mientras que para la fuerza débil son los bosones vectoriales W y Z son masivos [7].

Fuerza	Magnitud	Grupo de simetría de norma	Mediador
Fuerte	10	$SU(3)$	Gluón no masivo
Electromagnética	10^{-2}	$U(1)$	Fotón no masivo
Débil	10^{-13}	$SU(2)$	Bosones W y Z masivos
Gravitacional	10^{-42}	-	Gravitón (hipotético)

Tabla 1.2: Fuerzas fundamentales descritas en el Modelo Estándar [1] [6].

El éxito principal del Modelo Estándar es proveer un modelo unificado de las partículas elementales y sus interacciones. En los 1960’s Sheldon Glashow, Abdus Salam y Steven Weinberg desarrollaron el modelo GSW que unía la fuerza electromagnética con la nuclear débil, la cual debía estar mediada por bosones vectoriales de norma [8] [9] [10]. Esta teoría explicaba por qué los fermiones tenían tanto quiralidad izquierda como derecha, mientras que los neutrinos únicamente se observaban con quiralidad izquierda [4].

Para dar explicación al origen de la masa de los bosones vectoriales intermedios W^\pm y Z y de los fermiones, el modelo GSW establece que ésta el resultado de la interacción de las partículas con el vacío, el cual se encuentra en una fase donde la simetría de norma está “rota” como resultado del mecanismo de Brout-Englert-Higgs (BEH), más conocido como mecanismo de Higgs [7].

La introducción del mecanismo BEH al Modelo Estándar es de suma importancia, debido a que, sin este, no sería una teoría consistente. Sin embargo, aún existía el problema de la renormalización, asociado a tener bosones de norma masivos. Gerard ’t Hooft en 1971 [11] [12] mostró que únicamente las teorías con invariancia de norma local eran renormalizables. Así, el rompimiento de la simetría de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ del modelo GSW no podía ser ignorada [2].

1.3. Perfil histórico del bosón de Higgs

En 1960, Yoichiro Nambu [13] introdujo el concepto de rompimiento espontáneo de la simetría en la física de partículas. Propuso que la masa del pión y sus interacciones de bajas energías tenían su origen en el rompimiento espontáneo de la simetría γ_5 (quiral), haciendo una analogía con la teoría de la superconductividad de Bardeen, Cooper y Schrieffer² [14].

La aplicación del rompimiento espontáneo de la simetría a un campo bosónico complejo,

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2), \quad (1.22)$$

fue introducido por Jeffrey Goldstone [15] en 1961. Asimismo, consideró que este bosón pseudoescalar interactuaba consigo mismo. Así, su densidad Lagrangiana es

$$\mathcal{L}(\phi) = (\partial_\mu \phi)^*(\partial^\mu \phi) - \mu^2(\phi^* \phi) - \frac{\lambda}{6}(\phi^* \phi)^2. \quad (1.23)$$

En términos de los dos campos escalares reales ϕ_1 y ϕ_2 , el potencial será

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{24}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2, \quad (1.24)$$

donde $\lambda > 0$ para que el mínimo sea finito. Sin embargo, no hay restricción alguna para μ . Se observa que el Lagrangiano (1.23) es invariante bajo la transformación

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha} \phi, \quad (1.25)$$

por lo que tiene una simetría de norma global $U(1)$.

La forma del potencial depende del valor del parámetro μ^2 . Si es positivo, el mínimo del potencial ocurre cuando los dos campos reales se anulan. En cambio, si es negativo, el potencial tiene un número infinito de mínimos definidos por

$$|\phi|^2 = -\frac{3\mu^2}{\lambda} = v^2, \quad (1.26)$$

como se muestra en la Figura 1.1. La fase de $\phi^* \phi$ no está determinada por ningún parámetro físico y escogerla equivaldría a romper la simetría global $U(1)$.

Dado que todos los valores de la fase tienen la misma energía debido a la simetría, Goldstone encontró que, sin pérdida de generalidad, si se escogía una v arbitraria real, y se sustituía en el Lagrangiano original, aparecían dos grados de libertad: uno masivo $\eta(x) = \phi_1 - v$ asociado a las oscilaciones en la dirección de v y otro no

²En este modelo se propone que, debido al rompimiento espontáneo de la simetría $U(1)$, el fotón adquiere masa cuando se propaga a través de ciertos materiales a temperaturas lo suficientemente bajas [16].

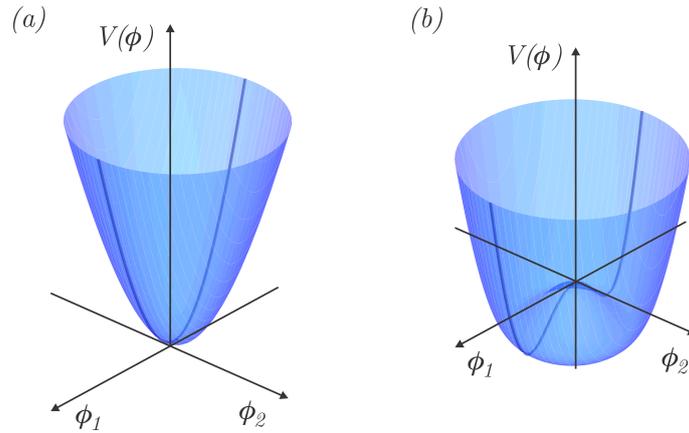


Figura 1.1: El potencial escalar $V(\phi)$ para (a) $\mu^2 > 0$ y (b) $\mu^2 < 0$.

masivo $\xi = \phi_2$ correspondiente a las excitaciones en la dirección donde el potencial no cambia (figura 1.2). La partícula sin masa asociada al campo ξ ahora se conoce como bosón de Goldstone [2]. Posteriormente, Goldstone junto con Salam y Weinberg [9] demostraron que para teorías invariantes de Lorentz, el rompimiento espontáneo de una simetría debía estar acompañada por la aparición de uno o más bosones de Nambu-Goldstone [16].

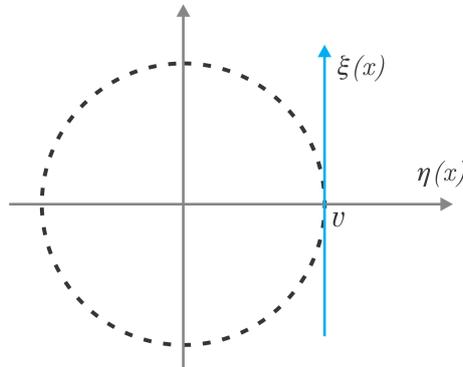


Figura 1.2: Los campos $\eta(x)$ y $\xi(x)$ en términos del vev en $\phi = (v, 0)$.

1.3.1. Mecanismo de Brout-Englert-Higgs (BEH)

El rompimiento espontáneo de la simetría de norma fue discutido en 1964 por tres grupos independientes: (i) Francois Englert y Robert Brout [17]; (ii) Peter Higgs [18] [19] y (iii) Gerald Guralnik, Richard Hagen y Tom Kibble [20]. Estos demostraron cómo al combinar dos bosones masivos de Goldstone y un bosón de norma relacionado con una simetría local, daba como resultado un bosón vectorial masivo en una teoría invariante de Lorentz [16].

En sus artículos, Higgs mostró que el teorema de Goldstone fallaba cuando las cargas conservadas asociadas al grupo de simetría de la teoría estaban acopladas a

1.3. PERFIL HISTÓRICO DEL BOSÓN DE HIGGS

campos de norma, produciendo que algunos campos de espín 1 adquirieran masa, como es el caso de los bosones W^\pm y Z . Sin embargo, los grados de libertad longitudinales de estas partículas se convierten en bosones de Nambu-Goldstone cuando el acoplamiento tiende a cero [19].

El modelo más simple para observar el fenómeno anterior, el cual utilizaron Higgs y anteriormente Goldstone [9], es la interacción de un campo escalar complejo (1.22) con un campo vectorial A_μ no masivo, dada por la densidad Lagrangiana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - \mu^2\phi^2 - \lambda\phi^4, \quad (1.27)$$

donde $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu$ es la derivada covariante con g la constante de acoplamiento y $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

El Lagrangiano (1.27) es invariante bajo transformaciones de norma local U(1)

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{ig\chi(x)}\phi, \quad (1.28)$$

siempre y cuando, a su vez, el campo de norma A_μ se transforme como

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu - \partial_\mu\chi(x). \quad (1.29)$$

De la misma forma que (1.24), la forma del potencial del Lagrangiano (1.27) depende de μ^2 . Si este es negativo, el estado de vacío será degenerado y por lo tanto, al establecerse, se rompería espontáneamente la simetría. Si se expande el campo escalar alrededor del valor de expectación del vacío (vev) seleccionado

$$\phi(x) = \frac{1}{2}[v + \eta(x) + \xi(x)], \quad (1.30)$$

el Lagrangiano resultante es

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2}\partial_\mu\eta(\partial^\mu\eta)}_{\eta \text{ masivo}} - \lambda v^2\eta^2 + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)(\partial^\mu\xi)}_{\xi \text{ no masivo}} - \underbrace{\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\text{campo norma masivo}} + \frac{1}{2}g^2v^2A_\mu A^\mu - V_{int} + gvA_\mu(\partial^\mu\xi), \quad (1.31)$$

donde $V_{int}(\eta, \xi, A)$ contiene los términos de autointeracción de los campos η, ξ y A . Como en el caso presentado por Goldstone, el rompimiento espontáneo de la simetría U(1) produjo un grado de libertad masivo η y un bosón de Nambu-Goldstone ξ . Aunado a esto, el campo A_μ adquirió un término de masa $\frac{1}{2}g^2v^2A_\mu A^\mu$ [2].

A pesar de que el Lagrangiano (1.31) es exactamente el mismo que (1.27), surgen varios problemas de realizar la expansión sobre v . La densidad Lagrangiana original contiene cuatro grados de libertad, uno por cada campo escalar ϕ_1 y ϕ_2 y dos por cada estado de polarización transverso del campo A_μ . Además, el bosón de norma se hizo masivo, por lo que adquiere un estado extra de polarización longitudinal.

Aunado a esto, el término $gvA_\mu(\partial^\mu\xi)$ parece representar un acoplamiento directo entre el campo de Goldstone ξ y A , que podría traducirse en un campo de norma de espín 1 se puede transformar en un campo escalar de espín 0 [2].

El campo de Goldstone ξ puede ser eliminado del Lagrangiano si se utiliza la *norma unitaria*, la cual consiste en escoger el campo escalar complejo completamente real,

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta(x)) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x)), \quad (1.32)$$

donde $h(x)$ es el campo de Higgs en la norma unitaria. Escribiendo $\mu^2 = -\lambda v^2$ e ignorando los términos $\lambda v^4/4$, el Lagrangiano (1.31) se reduce a [2]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) - \lambda v^2 h^2}_{\text{campo escalar masivo } h} - \underbrace{\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g^2 v^2 A_\mu A^\mu}_{\text{campo de norma masivo}} \\ & + \underbrace{\frac{1}{2}g^2 v A_\mu A^\mu h + \frac{1}{2}g^2 A_\mu A^\mu h^2}_{\text{interacciones } h,A} - \underbrace{\lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4}_{\text{autointeracciones } h}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Este Lagrangiano describe la interacción entre un campo escalar masivo de Higgs h y un campo de norma masivo A asociado a una simetría de norma local $U(1)$. Así, la masa del bosón de norma es

$$m_B = gv, \quad (1.34)$$

donde g es la constante de acoplamiento y v el valor de expectación del campo de Higgs. La masa del bosón de Higgs es

$$m_H = \sqrt{2\lambda}v. \quad (1.35)$$

1.3.2. Mecanismo de Higgs en el modelo de Weinberg-Salam

El mecanismo de Higgs, anteriormente descrito, fue introducido por Abdus Salam [21] y Steven Weinberg [10] al modelo propuesto por Sheldon Glashow [8], en el cual se unificó las interacciones electromagnéticas y débiles [16]. En la teoría de Weinberg-Salam, el rompimiento espontáneo de la simetría del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ da como resultado que los bosones de norma electrodébiles W^\pm y Z^0 adquieran un grado de libertad longitudinal, *i.e.* que se genere su masa.

Por otro lado, Weinberg en su artículo observó que el vev del campo escalar, al cual denota como λ , también dotaba de masa a los fermiones fundamentales [10]. En el modelo de Weinberg-Salam, los fermiones con quiralidad izquierda se escriben

1.3. PERFIL HISTÓRICO DEL BOSÓN DE HIGGS

en dobletes de SU(2)

$$L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}; \quad (1.36)$$

mientras que los fermiones derechos se representan mediante singletes de SU(2)

$$R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2} l, \quad (1.37)$$

donde l representa a los leptones e , μ y τ . Los experimentos también sugieren este acomodo en dobletes, debido a que un electrón e siempre decae, mediante la interacción débil, en un electrón con distinto momento o en un neutrino del electrón más otras partículas [6].

El Lagrangiano de interacción se escribe en términos de los campos R y L , el cual, para que exista invariancia de norma local, también deberá contener los campos B_μ y \mathbf{W}_μ , asociados a las transformaciones de norma local U(1) y SU(2), respectivamente. Para que los fermiones adquieran masa, es decir, se rompa espontáneamente la simetría, se debe introducir el doblete de Higgs, que es un campo complejo masivo de espín 0, el cual se escribe como un doblete de SU(2)

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

De esta forma, el Lagrangiano que describe al modelo de Weinberg-Salam es [4]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{L}i\gamma^\mu D_\mu L + \bar{R}i\gamma^\mu D_\mu R + (D^\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) \\ & + \frac{m_h^2}{2} \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2 - G_e (\bar{L} \phi R + \bar{R} \phi^\dagger L) \\ & - \frac{1}{4} \mathbf{G}_{\mu\nu}^{(W)} \mathbf{G}^{(W)\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(B)} F^{(B)\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1.39)$$

donde las derivadas covariantes tienen la forma

$$\begin{aligned} \text{SU}(2) : D_\mu &= \partial_\mu - \frac{i}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu, \\ \text{U}(1) : D_\mu &= \partial_\mu + ig' B_\mu, \end{aligned} \quad (1.40)$$

con $\mathbf{G}_{\mu\nu}^{(W)} = \partial_\mu \mathbf{W}_\nu - \partial_\nu \mathbf{W}_\mu + g \mathbf{W}_\mu \times \mathbf{W}_\nu$, $F_{\mu\nu}^{(B)} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$, y g , g' constantes de acoplamiento distintas.

El término del Lagrangiano en la Ec. (1.39) que está asociado con la interacción entre el campo de Higgs y los fermiones [6]

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -G_e (\bar{L} \phi R + \bar{R} \phi^\dagger L), \quad (1.41)$$

es conocido como **acoplamiento de Yukawa**. Después del rompimiento espontáneo de la simetría SU(2), el doblete de Higgs se puede reescribir en términos de la norma unitaria

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (1.42)$$

De esta manera, el Lagrangiano de Yukawa (1.41) se transforma en [6]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} &= -\frac{G_e(v+h)}{\sqrt{2}}(\bar{l}l + \bar{l}l) \\ &= \underbrace{-\frac{g_l v}{\sqrt{2}}(\bar{l}l)}_{\text{Masa fermiones}} - \underbrace{\frac{g_H h}{\sqrt{2}}(\bar{l}l)}_{\text{Interacción Higgs-fermiones}}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

El procedimiento es equivalente para el caso de los neutrinos.

El valor del acoplamiento de Yukawa G_e no está determinado por el mecanismo de Higgs, pero puede ser escogido de tal forma que sea consistente con la masa del electrón,

$$m_e = \frac{g_e v}{\sqrt{2}}. \quad (1.44)$$

Así, el acoplamiento de Yukawa para los distintos fermiones con el campo de Higgs está dado por

$$g_f = \sqrt{2} \frac{m_f}{v}, \quad (1.45)$$

donde el vev del campo de Higgs está dado por $v = 246\text{GeV}$ [2].

De esta forma, el bosón de Higgs interactúa con todos los fermiones con una constante de acoplamiento proporcional a la masa de estos (figura 1.3). En este trabajo, partiendo de la Ec. (1.43), consideraremos que el vértice de la interacción de Yukawa está dado como

$$-i \frac{m_f}{v} \equiv i g_H. \quad (1.46)$$

Observemos que el quark top, al ser el fermión más masivo de todos, será el que más se acople con el bosón de Higgs y por lo tanto, será el vértice de Yukawa que más se observe en los experimentos.

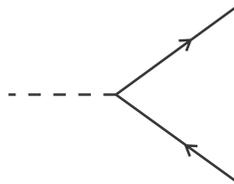


Figura 1.3: Diagrama de Feynman de un vértice de Yukawa. La línea punteada representa el propagador de un campo escalar de espín cero, mientras que, las líneas sólidas representan los propagadores de los fermiones.

1.4. Producción y detección del bosón de Higgs

Benjamin Lee fue quien bautizó al bosón de Higgs de esta forma, al mencionar en repetidas ocasiones “campos escalares de Higgs” en su charla para la Conferencia internacional de física de altas energías de 1972. Por estas fechas, únicamente se contaba con unos pocos artículos que sugerían formas de demostrar la existencia de un bosón de Higgs físico [16].

La dificultad de acotar sus propiedades físicas fue consecuencia de que la masa del bosón de Higgs es un parámetro libre del Modelo Estándar, dado por $m_H = 2\lambda v^2$ [2]. Por esto, se clasificaba en distintos rangos: ligera ($m_H \leq m_Z$), intermedia ($m_Z \leq m_H \leq 3m_t$) y pesada ($2m_t \leq m_H \leq 600 \text{ GeV}$). Estos rangos tenían sentido físico en ese tiempo debido a que se pensaba que la masa del quark top tenía un valor aproximado de 45 GeV, hasta que en 1995 se detectó en el Tevatron, encontrándose que su masa es cercana a los 173 GeV. Después de esto, se redefinió el rango intermedio como $m_Z \leq m_H \leq 2m_Z$ [7].

El primer intento de realizar un estudio sistemático de la posible fenomenología del bosón de Higgs y su detección directa en aceleradores fue realizada en 1975 por John Ellis, Mary Gaillard y Dimitri Nanopoulos [22]. Estudiaron su producción en colisiones de hadrones en intermedias y altas energías así como a través de decaimientos de otras partículas, los cuales dependían del rango al que perteneciera su masa (tabla 1.3). Concluyeron que si $m_H \leq 2m_t$, los canales de decaimiento dominantes serían $H \rightarrow e^+e^-$ y $H \rightarrow \gamma\gamma$; mientras que, si era mayor de 10 GeV, su vida media decrecería a $O(10^{-20})$ s.

Canal	Tasa de decaimiento
$H \rightarrow b\bar{b}$	57.8 %
$H \rightarrow WW^*$	21.6 %
$H \rightarrow \tau^+\tau^-$	6.4 %
$H \rightarrow gg$	8.6 %
$H \rightarrow c\bar{c}$	2.9 %
$H \rightarrow ZZ^*$	2.7 %
$H \rightarrow \gamma\gamma$	0.2 %

Tabla 1.3: Las tasas de decaimiento predichas del bosón de Higgs para $m_H = 125 \text{ GeV}$ [2].

En 1986 se publicó un estudio detallado, realizado tanto por físicos teóricos como experimentales, en el cual, debido al éxito del Modelo Estándar, se discutió la posibilidad de producir y detectar el bosón de Higgs en el Large Electron Positron Collider (LEP) del CERN [23]. En este acelerador, se esperaba encontrar un Higgs ligero, utilizando el proceso $Z^0 \rightarrow H + b\bar{b}$ [16]. Sin embargo, no fue hasta la década

de los 90s, con la entrada en operación de LEP II, con una energía de centro de masa de $\sqrt{s} = 200$ GeV, cuando formalmente inició su búsqueda usando la reacción $e^+e^- \rightarrow H + Z$, que resultó en un límite superior de la masa hasta el valor $m_H \geq 111$ GeV al final de la vida media del colisionador.

1.4.1. Búsqueda del bosón de Higgs en colisionadores de Hadrones

A pesar de que algunos investigadores del LEP aseguraron observar trazas del bosón de Higgs e insistían en que se mantuviera en operación; el tunel donde estaba posicionado fue limpiado con el fin de construir los detectores ATLAS y CMS. Estos aparatos fueron diseñados para detectar el bosón de Higgs, a través de pruebas de precisión electrodébil, en un rango de $115 \leq m_H \leq 130$ GeV, cuyos canales de decaimiento principales eran $H \rightarrow \gamma\gamma$ y $H \rightarrow ZZ$ [7].

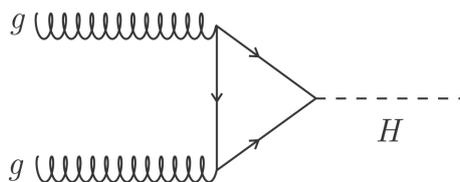


Figura 1.4: Producción de bosón de Higgs por fusión de gluones.

La detección del bosón de Higgs en colisiones protón-protón es más problemática que en los tipo LEP. Las señales de fondo (background) de otros procesos que también se están llevando a cabo en el colisionador se producen en mayor cantidad. Aunado a esto, la producción directa a través de los quarks del protón es pequeña debido al tamaño de sus masas. Sin embargo, la detección indirecta es posible y de hecho el principal mecanismo de producción es mediante fusión de gluones (Fig. 1.4), la cual tiene efectos cuánticos similares al canal de decaimiento más distintivo del bosón de Higgs, a $\gamma\gamma$, el cual se muestra en la Figura 1.5 [16].

El Large Hadron Collider (LHC) entró en operaciones en 2011. El experimento ATLAS colectó en el primer año 4.8 fb^{-1} datos a $\sqrt{s} = 7$ TeV; mientras que en 2012 fueron 5.8 fb^{-1} a $\sqrt{s} = 8$ TeV [24]. Por otro lado, el detector CMS recolectó 5.1 fb^{-1} datos a 7 TeV en 2011 y 5.3 fb^{-1} a 8 TeV al año siguiente [25]. En ambos aparatos se estudió el canal de decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$ debido a que, junto con el decaimiento a dos bosones Z, ofrece una mejor resolución para reconstruir la masa del Higgs.

La búsqueda del bosón de Higgs a través del decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$ se realiza en un rango de masa entre los 110 a 150 GeV [25]. La masa invariante de los dos fotones producidos en ATLAS se calcula realizando un análisis cinemático del proceso, para el cual se utilizan las energías de los fotones medidas en el calorímetro, el ángulo

azimutal ϕ entre los dos fotones y los puntos de impacto de estos dentro del detector. En el rango de masa seleccionado, se observaron 23 788 y 35 251 candidatos de difotones en la toma de datos a 7 y 8 TeV, respectivamente [24].

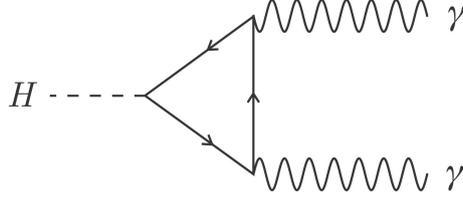


Figura 1.5: Decaimiento de bosón de Higgs a dos fotones.

Fig. 1.6 muestra el espectro de masa invariante de los difotones de los eventos derivados del Higgs a $\sqrt{s} = 7$ y 8 TeV en ATLAS. En esta señal es claramente visible un pico sobre las señales de fondo, cuya posición corresponderá a la masa del Higgs [26]. De esta forma, la masa medida en ATLAS [24], correspondiente a este canal de decaimiento, fue

$$m_H = 126.5 \pm 1.8 \pm 0.5 \text{ GeV.} \quad (1.47)$$

Por otro lado, el grupo de CMS [25], siguiendo un procedimiento similar, estimó que su masa es

$$m_H = 125 \pm 1.6 \pm 0.4 \text{ GeV.} \quad (1.48)$$

Combinando los datos de ambos experimentos, se concluyó que la masa de la nueva partícula descubierta en el LHC es [16]

$$m_H = 125.98 \pm 0.42(\text{stat}) \pm 0.28(\text{syst}) \text{ GeV.} \quad (1.49)$$

1.4.2. Perspectivas para la física del bosón de Higgs y su producción en colisiones de iones pesados

A pesar de que el Modelo Estándar explica muchos de los fenómenos observados en los experimentos; ha sido incapaz de explicar problemas teóricos, como la unificación y el sabor, así como observaciones cosmológicas, relacionadas con la materia y energía oscuras. Además, tampoco se ha propuesto una posible solución para el *problema de la jerarquía*³ experimentado por el bosón de Higgs. Lo anterior, ha sido uno de los motores fundamentales para la búsqueda de teorías “más allá” del Modelo Estándar.

³El problema de la jerarquía está relacionado a la diferencia de escalas entre las masas de los bosones de norma, W^\pm , Z y el bosón de Higgs ($M_{W,Z,h} \approx 100 \text{ GeV}$) con respecto a la masa de Planck ($M_{\text{Planck}} \approx 10^{19} \text{ GeV}$) [27]. En otras palabras, la masa del bosón de Higgs se ve afectada por la presencia de partículas pesadas y recibe correcciones cuánticas que desestabilizan la escala débil [28].

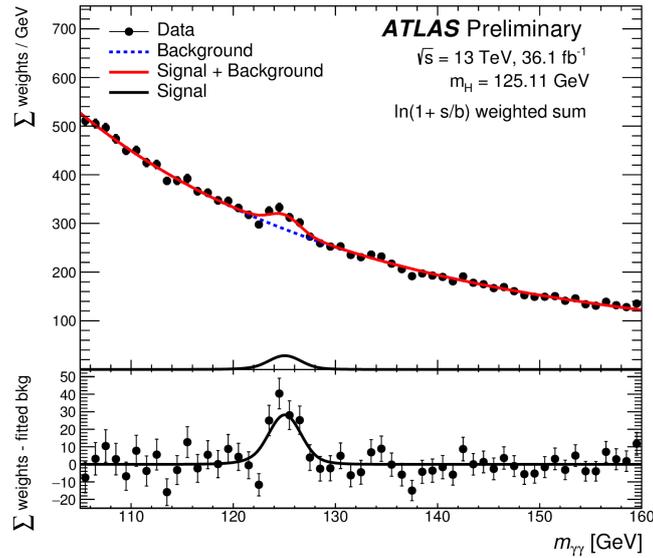


Figura 1.6: Reconstrucción de la distribución de masa invariante del bosón de Higgs proveniente del decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$ (ATLAS Collaboration/CERN)

De esta forma, verificar las propiedades del bosón de Higgs e implementar o excluir posibles alternativas al Modelo Estándar es uno de los objetivos principales de la física de partículas. Hasta este momento, el LHC ha proporcionado suficiente información para caracterizarlo; aunque, únicamente está basada en los acoplamientos de esta partícula a los fermiones más pesados y a los bosones de norma W y Z [7].

Los acoplamientos a fermiones más ligeros aún deben ser probados. Tampoco se ha establecido si se trata de una partícula elemental o si tiene estructura interna como otras partículas escalares que se han observado con anterioridad. Sin embargo, los acoplamientos que se han observado hasta ahora, han estado de acuerdo a las predicciones del Modelo Estándar. Por lo tanto, se espera que efectivamente sea elemental y se acople débilmente [28].

Para explicar algunos de los puntos anteriores, se han propuesto modelos teóricos que toman en cuenta física más allá del Modelo Estándar. Algunas de estas teorías, como SUSY [29], consideran la posibilidad de que exista más de un doblete de Higgs o predicen desviaciones del Modelo Estándar, las cuales implican la existencia de nueva física. Por otro lado, el entendimiento de la naturaleza de la materia oscura es otro objetivo de estas extensiones. Se ha propuesto, por ejemplo, que esta podría interactuar con la materia ordinaria a través del bosón de Higgs. Aunado a esto, se han propuesto candidatos a materia oscura en modelos compuestos de Higgs [30].

A pesar de la posibilidad de nueva física, las desviaciones del Modelo Estándar podrían estar relacionadas con parámetros experimentales que no suelen considerarse al momento de realizar los cálculos teóricos, como es el caso del campo magnético externo producido en colisiones no-centrales de iones pesados [31]. Así, se vuelve una

tarea importante delimitar cuáles son los ingredientes físicos relevantes a considerar durante el proceso de producción y decaimiento del bosón de Higgs [32].

Recientemente, Berger et. al. [33] demostraron que es posible la producción y decaimiento del bosón de Higgs en colisiones de iones pesados en el LHC, así como en futuros colisionadores. De esta forma, estudiar los efectos del campo magnético en los datos recopilados en los experimentos del CERN podría ayudar a explicar desviaciones que se pudieran estar malinterpretando como física más allá del Modelo Estándar.

Se ha mostrado [34] que el campo magnético producido por un solo evento puede tener efectos significativos y observables, como el efecto quiral magnético o inducir el rompimiento espontáneo de la simetría quiral. Asimismo, es importante mencionar que su intensidad varía con el tiempo y que está relacionado con la carga del núcleo, como $eB \sim Z^{1/3}$.

Por todo lo anterior, el objetivo del presente trabajo se centrará en estudiar el efecto que tendrá la fase proveniente de considerar los efectos del campo magnético en el propagador de fermiones, durante el decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$, para así poder conocer qué tanta influencia puede tener este parámetro sobre la tasa de decaimiento.

A continuación, con la finalidad de tener un valor de referencia con el cual comparar los resultados que consideren al campo magnético, se procederá a calcular la matriz de dispersión del proceso para el caso libre.

Capítulo 2

Matriz de dispersión del proceso

$$H \rightarrow \gamma\gamma$$

2.1. Estructura de la amplitud de dispersión

Como se mencionó anteriormente, una de las principales vías para la detección y el estudio del bosón de Higgs, es el canal de decaimiento a dos fotones, $H \rightarrow \gamma\gamma$, el cual está representado por el diagrama de Feynman de la Fig. 2.1. Este proceso no se produce directamente en la naturaleza; se induce a través de una fluctuación cuántica de fermiones, principalmente de quarks top [35].

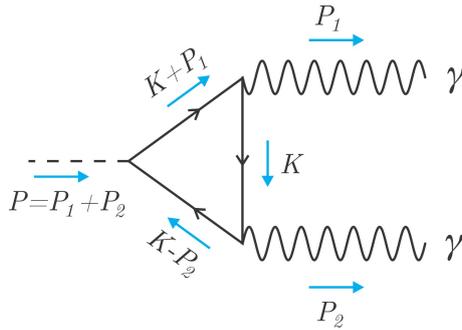


Figura 2.1: Diagrama de Feynman del decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$. En este caso se considerará que $P_1 = p_1$, $P_2 = p_2$ y $P = p$.

El bosón de Higgs producido es una partícula masiva de espín 0; mientras que los fotones a los que decae, son partículas no masivas de espín 1. Dado que no existe una dirección privilegiada y el momento se conserva durante todo el proceso, los fotones se propagan en direcciones opuestas y su distribución angular será isotrópica [36].

Si definimos a p_1^μ y p_2^μ como los cuadri-momentos correspondientes a los fotones

2.1. ESTRUCTURA DE LA AMPLITUD DE DISPERSIÓN

salientes presentes en el proceso de la Fig. 2.1, entonces la tasa de decaimiento diferencial, de acuerdo a la reglas de Feynman, está dada por

$$d\Gamma = \frac{1}{m_H} |\mathcal{M}|^2 \delta^4(p - p_1 - p_2) \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_1} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_2} \quad (2.1)$$

donde \mathcal{M} es la amplitud invariante que contiene toda la información del proceso.

Dado que el canal de decaimiento de interés de este trabajo es $H \rightarrow \gamma\gamma$, la matriz de dispersión \mathcal{M} únicamente es función de escalares. De esta manera, la tasa de decaimiento diferencial (2.1), al ser integrada en el espacio fase, se reduce a

$$\Gamma = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi m_H}. \quad (2.2)$$

La amplitud de dispersión, de acuerdo con [5], se escribe como

$$\mathcal{M}(p_1, \epsilon_1, p_2, \epsilon_2) = \mathcal{M}_{\mu\nu}(p_1, p_2) \epsilon_1^{*\mu}(p_1) \epsilon_2^{*\nu}(p_2), \quad (2.3)$$

donde ϵ_1 y ϵ_2 corresponden a los vectores de polarización de cada uno de los fotones resultantes. Estos momentos satisfacen las condiciones de capa de masa $p_1^2 = 0$, $p_2^2 = 0$ y $p^2 = (p_1 + p_2)^2 = m_H^2$, con m_H la masa del bosón de Higgs.

En el capítulo anterior, se observó que al introducir el campo $A_\mu(x)$ en el Lagrangiano de Dirac, la invariancia de norma local permitía identificar la corriente del fermión con la corriente del campo electromagnético y fijar la estructura de la interacción SU(2). De esta forma, la invariancia de norma tiene como consecuencia la conservación de la corriente electromagnética durante todo el proceso [4]. De esta manera, la matriz de dispersión $\mathcal{M}_{\mu\nu}$ satisface que

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mu\nu}(p_1, p_2) p_1^\mu &= 0 \\ \mathcal{M}_{\mu\nu}(p_1, p_2) p_2^\nu &= 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Las relaciones anteriores son conocidas como identidades de Ward, las cuales garantizan la invariancia de norma del diagrama de Feynman de interés.

Simultáneamente, el elemento de matriz debe cumplir la relación de simetría

$$\mathcal{M}_{\mu\nu}(p_1, p_2) = \mathcal{M}_{\nu\mu}(p_2, p_1), \quad (2.5)$$

que se deriva del hecho de que los fotones producidos, al ser bosones, son partículas indistinguibles. Por lo tanto, un observador arbitrario no podrá diferenciar el vértice de origen de cada fotón (véase Fig. 2.2).

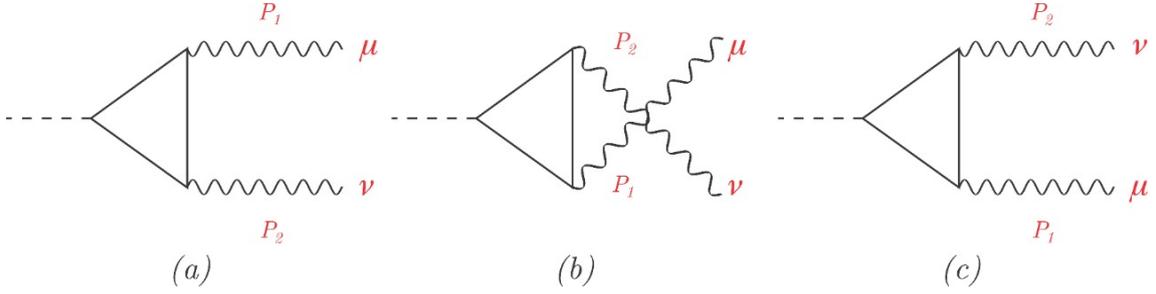


Figura 2.2: Para un observador arbitrario, posicionado en los puntos μ y ν , los diagramas (a) y (b) son equivalentes debido que el observador no podría distinguir entre ambos fotones. Por lo tanto, el diagrama (c) es el mismo que (b).

La estructura más general de la matriz de dispersión $\mathcal{M}^{\mu\nu}$ es

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = A(p_1 \cdot p_2)g^{\mu\nu} + Bp_1^\mu p_2^\nu + Cp_2^\mu p_1^\nu + Dp_1^\mu p_1^\nu + Ep_2^\mu p_2^\nu + F\epsilon_{\mu\nu\sigma\rho}p_1^\sigma p_2^\rho, \quad (2.6)$$

donde los coeficientes son funciones escalares de invariantes de Lorentz, como la masa de los fermiones del loop y la del bosón de Higgs [36]. Utilizando las identidades (2.4) y (2.5) se determina que los términos D y E son iguales a cero. Por otro lado, dado que el elemento de matriz debe respetar la conservación de paridad, F también deberá ser nulo.

Por lo anterior, los únicos términos que constituyen al elemento de matriz son

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = A[(p_1 \cdot p_2)g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_1^\nu] + Bp_1^\mu p_2^\nu. \quad (2.7)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (2.3), se obtendrá que la amplitud de dispersión debe calcularse como

$$\mathcal{M} = A[(p_1 \cdot p_2)g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_1^\nu]\epsilon_\mu^*(p_1)\epsilon_\nu^*(p_2) + Bp_1^\mu p_2^\nu \epsilon_\mu^*(p_1)\epsilon_\nu^*(p_2). \quad (2.8)$$

2.1. ESTRUCTURA DE LA AMPLITUD DE DISPERSIÓN

Dado que los momentos p_1 y p_2 están asociados a los vértices μ y ν , respectivamente, en la capa de masa el coeficiente B se anula. Por lo tanto, el único término que contribuye al cálculo es

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = A[(p_1 \cdot p_2)g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_1^\nu]. \quad (2.9)$$

Para simplificar el cálculo de la amplitud de dispersión, y con ello el de la tasa de decaimiento Γ , es de utilidad conocer la proyecciones sobre las amplitud escalar A , esto es, la expresión del coeficiente en términos de tensor de amplitud de dispersión $M_{\mu\nu}$. De esta manera, A se puede reescribir como

$$\begin{aligned} A &= [g^{\mu\nu}(p_1 \cdot p_2) - p_2^\mu p_1^\nu] \frac{1}{(p_1 \cdot p_2)^2} \mathcal{M}_{\mu\nu} \\ &= \left[g^{\mu\nu} - \frac{p_2^\mu p_1^\nu}{(p_1 \cdot p_2)} \right] \frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \mathcal{M}_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Por simplicidad, definimos el proyector $\mathcal{P}_{\mu\nu}$ como

$$\mathcal{P}^{\mu\nu} \equiv g^{\mu\nu} - \frac{p_2^\mu p_1^\nu}{(p_1 \cdot p_2)}. \quad (2.11)$$

Por otro lado, para conocer la tasa de decaimiento Ec. (2.2), se debe calcular el cuadrado de la amplitud de dispersión, la cual está dada de la siguiente forma

$$|\mathcal{M}|^2 = \sum_{\lambda, \lambda'=\pm 1} \left[M^{\mu\nu} \epsilon_\mu^{*\lambda}(p_1) \epsilon_\nu^{*\lambda'}(p_2) \right] \left[M^{*\alpha\beta} \epsilon_\alpha^\lambda(p_1) \epsilon_\beta^{\lambda'}(p_2) \right]. \quad (2.12)$$

De acuerdo con [37] y [38], cuando los fotones se acoplan únicamente a corrientes conservadas, como ocurre en este caso, dado que los fotones resultantes del decaimiento son siempre transversos a la dirección de propagación, se cumple que

$$\sum_{\text{polarizaciones}} \epsilon_\mu^* \epsilon_\alpha \rightarrow -g_{\mu\alpha}. \quad (2.13)$$

De este modo, la matriz de dispersión (2.12) se reduce a

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= M^{\mu\nu} M^{*\alpha\beta} g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} \\ &= M^{\mu\nu} M_{\mu\nu}^*. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Haciendo uso del resultado (2.9) en (2.14), en la capa de masa se sigue que

$$\begin{aligned} M^{\mu\nu} M_{\mu\nu}^* &= A(p_1 \cdot p_2) \mathcal{P}^{\mu\nu} A(p_1 \cdot p_2) \mathcal{P}_{\mu\nu} \\ &= A^2 \left[D - 2 + \frac{p_1^2 p_2^2}{(p_1 \cdot p_2)} \right] \\ &= 2 \left(\frac{m_H^2}{2} \right)^2 A^2, \end{aligned} \quad (2.15)$$

de donde se usó que $g_\mu^\mu = D$ y que $m_H^2 \equiv (p_1 + p_2)^2$, al estar en la capa de masa. Entonces

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{m_H^2}{2}. \quad (2.16)$$

Por lo tanto, reemplazando (2.15) en (2.2), la tasa de decaimiento se reduce a

$$\Gamma = \frac{m_H^3 |A|^2}{64\pi}, \quad (2.17)$$

es decir, obtenemos una expresión de Γ dada únicamente en términos de la amplitud escalar A . Esta ecuación coincide con la reportada por [35], usando las relaciones

$$\begin{aligned} \frac{G_F}{\sqrt{2}} &= \frac{g_W^2}{8m_W^2} \\ \alpha &= e^2, \end{aligned} \quad (2.18)$$

con G_F la constante de acoplamiento de Fermi, g_W la constante de acoplamiento débil, m_W la masa del bosón W y α la constante de estructura fina en cgs.

2.2. Cálculo de la matriz de dispersión

El elemento de matriz asociado al diagrama de la Fig. 2.1, de acuerdo a las reglas de Feynman, es

$$i\mathcal{M}^{\mu\nu} = -\text{TR} [S_F(k - p_2)(ie\gamma^\nu)S_F(k)(ie\gamma^\mu)S_F(k + p_1)(ig_H)], \quad (2.19)$$

donde el signo menos extra está asociado a la estadística que cumplen los fermiones de acuerdo a su espín y la notación TR se refiere a la traza sobre todas las contribuciones de espín y momento. Por otro lado, $S_F(p)$ es la notación reducida para referirse al propagador de Feynman

$$S_F(p) = \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}, \quad (2.20)$$

en el cual se introdujo la notación $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$, con γ^μ las matrices de Dirac. Notemos que m corresponde a la masa del fermión en el loop y e a su carga.

Explícitamente, la contribución a la amplitud de dispersión del diagrama de Feynman de interés es

$$i\mathcal{M}^{\mu\nu} = e^2 g_H \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\frac{\not{k} - \not{p}_2 + m}{(k - p_2)^2 - m^2} \gamma^\nu \frac{\not{k} + m}{k^2 - m^2} \gamma^\mu \frac{\not{k} + \not{p}_1 + m}{(k + p_1)^2 - m^2} \right] \quad (2.21)$$

Utilizando la propiedad cíclica de la traza, podemos escribir la traza como

$$\begin{aligned} \text{Tr}[(\not{k} - \not{p}_2 + m)\gamma^\nu(\not{k} + m)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}_1 + m)] = \\ \text{Tr}[\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}_1 + m)(\not{k} - \not{p}_2 + m)\gamma^\nu(\not{k} + m)] \end{aligned} \quad (2.22)$$

y sustituyendo el resultado (2.22) en (2.21), obtenemos que el elemento de matriz tiene la forma

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{\mu\nu} &= e^2 g_H \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{Tr}[\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}_1 + m)(\not{k} - \not{p}_2 + m)\gamma^\nu(\not{k} + m)]}{[(k + p_1)^2 - m^2][(k - p_2)^2 - m^2][k^2 - m^2]} \\ &= e^2 g_H 4m \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{g^{\mu\nu}(m^2 - k^2 - p_1 \cdot p_2) + (2k^\mu + p_1^\mu)(2k^\nu - p_2^\nu) + p_2^\mu p_1^\nu}{[(k + p_1)^2 - m^2][(k - p_2)^2 - m^2][k^2 - m^2]}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Notemos que en (2.22), Tr se refiere únicamente a la suma de contribuciones sobre espín y no se debe confundir con la notación TR , que además incluye la traza sobre los momentos.

2.2.1. Tiempo propio de Schwinger

Existen varios métodos que permiten resolver la integral de la Ec. (2.23). Uno de ellos es a partir del tiempo propio de Schwinger s [39]. Este parámetro permite la resolución de ecuaciones que tienen su origen en teorías invariantes de norma, como es el caso de la QED, al dar soluciones que respetan la simetría. Por lo tanto, este procedimiento resulta útil dado que, además de aislar los aspectos divergentes del cálculo, no depende de la norma o el sistema de referencia.

Para introducir el tiempo propio de Schwinger s al elemento de matriz original, utilizamos la identidad matemática

$$\frac{1}{x} = -i \int_0^\infty ds e^{ixs}. \quad (2.24)$$

De esta manera, la matriz de dispersión (2.23) se reescribe en términos de los parámetros s_1 , s_2 y s_3 como

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{\mu\nu} &= e^2 g_H 4m \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \int_0^\infty ds_1 ds_2 ds_3 e^{i[(k+p_1)^2 - m^2]s_1} e^{i[(k-p_2)^2 - m^2]s_2} e^{i[k^2 - m^2]s_3} \\ &\quad \times (-i)^3 [g^{\mu\nu}(m^2 - k^2 - p_1 \cdot p_2) + (2k^\mu + p_1^\mu)(2k^\nu - p_2^\nu) + p_2^\mu p_1^\nu]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Para resolver las integrales sobre el momento k , primero se agruparán los términos de las exponenciales con la finalidad de obtener integrales Gaussianas, cuya solución es conocida. Así, el argumento de la exponencial se reescribe como

$$\begin{aligned} &is_1[(k+p_1)^2 - m^2] + is_2[(k-p_2)^2 - m^2] + is_3[k^2 - m^2]s_3 \\ &= i(s_1 + s_2 + s_3) \left[\left(k + \frac{s_1 p_1 - s_2 p_2}{s_1 + s_2 + s_3} \right)^2 - \left(\frac{s_1 p_1 - s_2 p_2}{s_1 + s_2 + s_3} \right)^2 + \frac{s_1 p_1^2 + s_2 p_2^2}{s_1 + s_2 + s_3} - m^2 \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

2.2. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN

Podemos simplificar la expresión anterior introduciendo los parámetros v_1 , v_2 y $v_3 \in [0, 1]$ tales que

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= sv_1 \\ s_2 &= sv_2 \\ s_3 &= s(1 - v_1 - v_2) \end{aligned} \right\} \rightarrow s_1 + s_2 + s_3 = s(v_1 + v_2 + 1 - v_1 - v_2) = s. \quad (2.27)$$

De esta manera, los términos de (2.26) se reducen a

$$\begin{aligned} &is \left[\left(k + \frac{sv_1p_1 - sv_2p_2}{s} \right)^2 - \left(\frac{sv_1p_1 - sv_2p_2}{s} \right)^2 + \frac{sv_1p_1^2 + sv_2p_2^2}{s} - m^2 \right] \\ &= is [(k + v_1p_1 - v_2p_2)^2 - (v_1p_1 - v_2p_2)^2 + v_1p_1^2 + v_2p_2^2 - m^2]. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Definiendo el parámetro $\xi \equiv (k + v_1p_1 - v_2p_2)^2 - (v_1p_1 - v_2p_2)^2 + v_1p_1^2 + v_2p_2^2 - m^2$, entonces, al sustituir (2.28) en (2.25), el elemento de matriz es de la forma

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{\mu\nu} &= e^2 g_H 4m \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 e^{is\xi} (-i)^3 \\ &\times [g^{\mu\nu}(m^2 - k^2 - p_1 \cdot p_2) + (2k^\mu + p_1^\mu)(2k^\nu - p_2^\nu) + p_2^\mu p_1^\nu] \end{aligned} \quad (2.29)$$

Observamos que la integral sobre el parámetro s se puede escribir como

$$\begin{aligned} \int_0^\infty ds s^2 e^{is\xi} (-i)^3 &= (-i) \left(-i \frac{\partial}{\partial \xi} \right)^2 \int_0^\infty ds e^{is\xi} \\ &= \frac{2}{\xi^3}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Por lo tanto, sustituyendo (2.30) en el elemento de matriz (2.29) se obtiene que

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{\mu\nu} &= e^2 g_H 4m \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \\ &\times 2 \frac{[g^{\mu\nu}(m^2 - k^2 - p_1 \cdot p_2) + (2k^\mu + p_1^\mu)(2k^\nu - p_2^\nu) + p_2^\mu p_1^\nu]}{[(k + v_1p_1 - v_2p_2)^2 - \Delta^2]^3}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

con $\Delta^2 \equiv m^2 - v_1p_1^2 - v_2p_2^2 + (v_1p_1 - v_2p_2)^2$. Nótese que este resultado coincide con la ecuación (A.3), la cual se obtuvo utilizando método de parámetro Feynman en la ecuación del Apéndice B.

Por lo anterior, se puede concluir que efectivamente ambos procedimientos son equivalentes. Sin embargo, como veremos posteriormente, cuando se considere el efecto del campo magnético, la resolución del problema se simplifica si primero integramos sobre los momentos. Por lo tanto, para poder comparar los resultados de ambas secciones, se procederá a integrar primero sobre los momentos.

Así, si se integra primero sobre el momento k , se reescribe el elemento de matriz (2.29) como

$$i\mathcal{M}^{\mu\nu} = ie^2 g_H 4m \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{is(k+v_1 p_1 - v_2 p_2)^2} e^{-is\Delta^2} \quad (2.32)$$

$$(-i)^3 \times [g^{\mu\nu}(m^2 - k^2 - p_1 \cdot p_2) + (2k^\mu + p_1^\mu)(2k^\nu - p_2^\nu) + p_2^\mu p_1^\nu].$$

La integral sobre k se puede indentificar como una distribución Gaussiana de la forma

$$e^{is(k+v_1 p_1 - v_2 p_2)^2} = e^{-a(k-b)^2}, \quad (2.33)$$

cuando $\mathcal{R}(a) > 0$. Sin embargo, como el tiempo propio de Schwinger s es puramente real, a tendrá que ser un imaginario puro. Para solucionar este problema, se considera que la exponencial contiene implícitamente un parámetro $\tilde{\epsilon}$ que cumple $\mathcal{R}(a) = \mathcal{R}((\tilde{\epsilon} - 1)s) = \tilde{\epsilon}s > 0$ [40]. Para simplificar el cálculo, se seguirá escribiendo $a = -is$ y $b = v_2 p_2 - v_1 p_1$, pero recordando que la parte real, asociada a $\tilde{\epsilon}$, está implícita.

Por lo tanto, el resultado de las integrales Gaussianas sobre el momento k , tomando en cuenta los resultados del Apéndice B, es

$$i\mathcal{M}^{\mu\nu} = e^2 g_H 4m \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 e^{-is\Delta^2} \frac{(-i)^3}{(4\pi)^{d/2}} \frac{ie^{-i\frac{\pi}{4}d}}{s^{d/2}}$$

$$\times \left\{ g^{\mu\nu} \left[m^2 - p_1 \cdot p_2 - \frac{id}{2s} - (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^2 \right] - p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu \right. \quad (2.34)$$

$$+ 4 \left[\frac{i}{2s} g^{\mu\nu} + (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^\mu (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^\nu \right]$$

$$\left. + 2 [p_1^\mu (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^\nu - (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^\mu p_2^\nu] \right\}.$$

En la ecuación (2.34), los únicos términos que presentan una divergencia cuando $d \rightarrow 4$, son aquellos que tienen un factor $\frac{1}{s}$. Para extraerlos, se realiza un proceso de regularización dimensional que permite obtener un resultado finito. Para esto se

2.2. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN

debe observar que ambos términos tienen como factor común

$$\int_0^\infty ds s^{1-\frac{d}{2}} e^{-is\Delta^2} = (i\Delta^2)^{\frac{d}{2}-2} \Gamma\left(3 - \frac{d}{2}\right) \frac{1}{2 - \frac{d}{2}} \quad (2.35)$$

Por otro lado, el resto de los términos tienen como coeficiente común

$$\int_0^\infty ds s^{2-\frac{d}{2}} e^{-is\Delta^2} = (i\Delta^2)^{\frac{d}{2}-3} \Gamma\left(3 - \frac{d}{2}\right) \quad (2.36)$$

De este modo, sustituyendo (2.35) y (2.36) en el elemento de matriz (2.34), es decir haciendo la integral sobre el parámetro s , se obtiene

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{\mu\nu} = & -e^2 g_H 4m \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 e^{-i\frac{\pi}{4}d} \frac{(i\Delta^2)^{\frac{d}{2}-3}}{(4\pi)^{d/2}} \Gamma\left(3 - \frac{d}{2}\right) \\ & \times \left\{ \frac{i}{2} \frac{i\Delta^2}{2 - \frac{d}{2}} g^{\mu\nu} + g^{\mu\nu} [m^2 - p_1 \cdot p_2 - (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^2] \right. \\ & + 4 [(-v_1 p_1 + v_2 p_2)^\mu (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^\nu] - p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu \\ & \left. + 2 [p_1^\mu (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^\nu - (-v_1 p_1 + v_2 p_2)^\mu p_2^\nu] \right\}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Reduciendo los términos de la expresión (2.37) y haciendo el límite cuando $d \rightarrow 4$, el tensor de dispersión tiene la forma

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{\mu\nu} = & \frac{-ie^2 g_H 4m}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \left\{ \frac{g^{\mu\nu} [v_1 p_1^2 + v_2 p_2^2 - p_1 \cdot p_2 - 2(v_2 p_2 - v_1 p_1)^2]}{\Delta^2} \right. \\ & \left. + \frac{[(2v_1 - 1)p_1^\mu - 2v_2 p_2^\mu][2v_1 p_1^\nu - (2v_2 - 1)p_2^\nu] + p_1^\nu p_2^\mu}{\Delta^2} \right\}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Por lo tanto, si consideramos proceso en la capa de masa, es decir cuando $p_1^2 = p_2^2 = 0$ y $p_1 \cdot p_2 = \frac{m_H^2}{2}$, la matriz de dispersión se reducirá a la expresión

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{\mu\nu} = & \frac{-ie^2 g_H 4m}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{1}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} \left\{ (4v_1 v_2 - 1) \frac{m_H^2}{2} g^{\mu\nu} \right. \\ & + (2v_1 - 1) p_1^\mu [2v_1 p_1^\nu - (1 - 2v_2) p_2^\nu] \\ & \left. + p_2^\mu [(1 - 4v_1 v_2) p_1^\nu + 2v_2 (2v_2 - 1) p_2^\nu] \right\}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

resultado que nuevamente coincide con la expresión obtenida en (A.12).

2.3. Cálculo de la tasa de decaimiento

Para calcular la tasa de decaimiento Γ , se debe encontrar el valor de la amplitud escalar A . De acuerdo a la Sec. 2.1, el método más sencillo para realizarlo es utilizando el proyector (2.11) sobre el tensor de amplitud de dispersión (2.39).

Se observa que el elemento de matriz calculado consiste en dos integrales sobre los parámetros v_1 y v_2 . Así, introduciendo el proyector $\mathcal{P}_{\mu\nu}$, la amplitud escalar es de la forma

$$\begin{aligned}
 A = & -\frac{e^2 g_H 4m}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{1}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} \left[g^{\mu\nu} - \frac{p_{2\mu} p_{1\nu}}{p_1 \cdot p_2} \right] \\
 & \times \frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \left\{ (4v_1 v_2 - 1) \frac{m_H^2}{2} g^{\mu\nu} \right. \\
 & + (2v_1 - 1) p_1^\mu [2v_1 p_1^\nu - (1 - 2v_2) p_2^\nu] \\
 & \left. + p_2^\mu [(1 - 4v_1 v_2) p_1^\nu + 2v_2 (2v_2 - 1) p_2^\nu] \right\}. \tag{2.40}
 \end{aligned}$$

Realizando las operaciones y reducciones correspondientes, se encuentra que el valor de la amplitud escalar A en la capa de masa es

$$A = -\frac{e^2 g_H 4m}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{4v_1 v_2 - 1}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2}. \tag{2.41}$$

Integrales de la forma

$$\int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{4v_1 v_2 - 1}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2}. \tag{2.42}$$

han sido trabajadas por [36] y [41], dando como resultado que

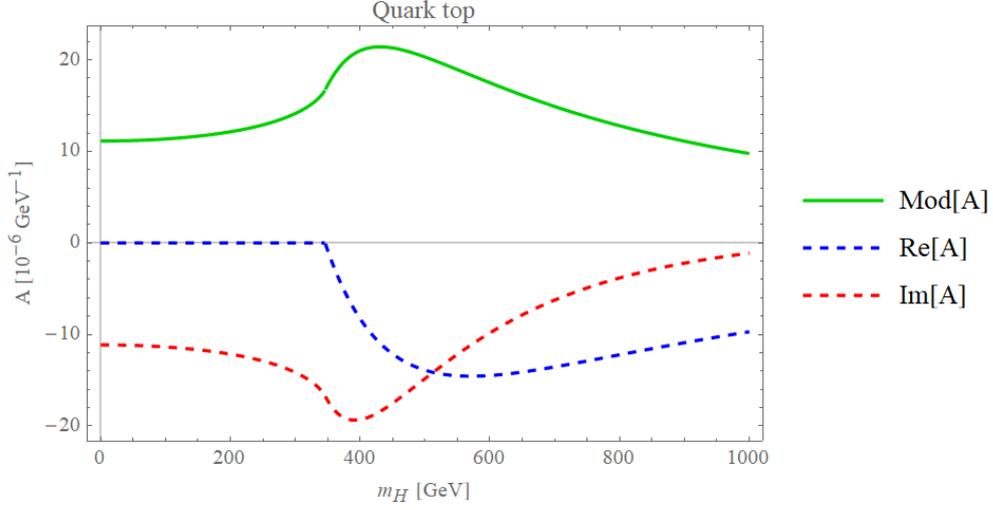
$$A = -\frac{e^2 g_H 4m}{(4\pi)^2} \frac{1}{z} \left[\left(1 - \frac{1}{z} \right) \left[\ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - i\pi \right]^2 - 4 \right] \text{ para } z > 1, \tag{2.43}$$

con

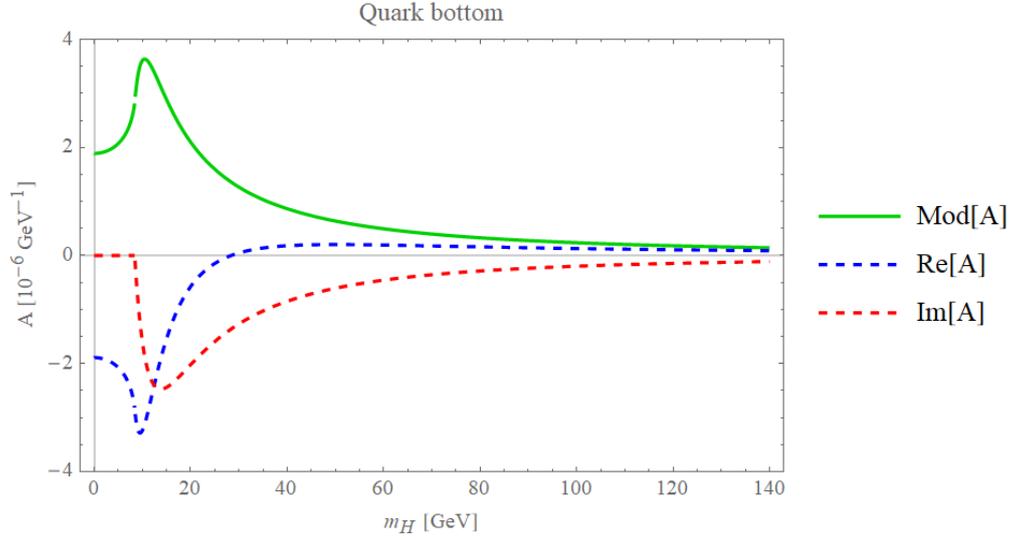
$$z = \frac{m_H^2}{4m_f^2} \tag{2.44}$$

Este resultado, utilizando las relaciones (2.18), así como el valor de expectación del vacío del Higgs $v = \frac{2m_W}{g_W}$, coinciden con el presentado por [42].

2.3. CÁLCULO DE LA TASA DE DECAIMIENTO



(a) Contribución del quark top a la amplitud escalar A .



(b) Contribución del quark bottom a la amplitud escalar A .

Figura 2.3: Contribuciones a la amplitud escalar A del quark top, con $m_t \approx 173$ GeV, y del quark bottom, con $m_b \approx 4.2$ GeV.

El factor dependiente de z en la ecuación (2.43), puede ser reescrito en términos del parámetro

$$\beta = \frac{4m_f^2}{m_H^2} \quad (2.45)$$

como

$$A_f = \sum_{\text{fermiones}} N_C Q_f^2 2\beta[1 + (1 - \beta)f(\beta)], \quad (2.46)$$

con

$$f(\beta) = \begin{cases} \arcsen^2(\beta^{-\frac{1}{2}}) & \text{para } \beta \geq 1 \\ -\frac{1}{4} \left[\ln \frac{1+\sqrt{1+\beta}}{1+\sqrt{1-\beta}} - i\pi \right]^2 & \text{para } \beta < 1 \end{cases}, \quad (2.47)$$

donde $N_C = 1$ cuando se trata de leptones y $N_C = 3$ si son quarks, resultado reportado por [22] y [35].

En las figuras 2.3a y 2.3b, se presentan las contribuciones del quark top y el quark bottom, respectivamente, a la amplitud escalar A . Se observa que en ambos casos, se graficaron el modulo de A , así como la parte real e imaginaria de (2.47). En el presente trabajo, únicamente nos concentraremos en estudiar el comportamiento del modulo, debido a que a través de este se analiza la tasa de decaimiento.

En la figura 2.3 podemos observar que cuando la masa del Higgs coincide con la dada por (1.49), la magnitud de la amplitud escalar, al considerar el quark bottom, es muy cercana a cero. En cambio, cuando se considera que el fermión que circula en el loop es el quark top, $\text{Mod}[A] \approx 12 \times 10^{-6} [\text{GeV}^{-1}]$. Por lo tanto, durante el decaimiento, el quark top tiene más posibilidad de acoplarse con el Higgs.

2.3. CÁLCULO DE LA TASA DE DECAIMIENTO

Capítulo 3

Matriz de dispersión del proceso $H \rightarrow \gamma\gamma$ en presencia de un campo magnético

En los últimos años, se han realizado diversas observaciones que indican la presencia de campos magnéticos en el Universo de diversas escalas, desde mG a G [43] [44] [45] [46]. El origen de estos campos magnéticos aún es desconocido; sin embargo éste podría estar presente en una etapa temprana del universo conocida como Inflación. Esto ha provocado que el estudio de procesos electrodébiles en campos magnéticos sea relevante en la física actual, incluida la de Altas Energías.

En los aceleradores de partículas actuales, como el Large Hadron Collider (LHC), se estudian las propiedades de la materia a escalas de energía de TeV, en particular, mediante la colisiones de iones pesados relativistas. Se ha especulado que, durante la interacción, se genera un nuevo estado de la materia conocido como el plasma de quarks y gluones (QGP) [47]. Además, se ha estimado que durante las colisiones periféricas se genera un campo magnético del orden de 10^{18} G en la zona de reacción [34], el cual da origen a nuevos fenómenos como el Efecto Quiral Magnético [31].

En el presente capítulo se busca estudiar el efecto de un campo magnético en la tasa de decaimiento del proceso $H \rightarrow \gamma\gamma$ estudiado en el capítulo anterior, el cual podría tener una repercusión directa en las observables físicas. La importancia de esto consiste en que estas desviaciones pudiesen estarse interpretando como física

más allá del Modelo Estándar.

3.1. Estructura del propagador fermiónico en un campo magnético externo

La forma del propagador en un campo electromagnético uniforme fue estudiado en 1951 por Julian Schwinger [39] utilizando el formalismo propuesto por Fock [48]. El propagador, en el espacio de configuración [49], está dado por

$$\tilde{S}_F^B(x, z) = \Omega(x, z) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} S_F^B(k) e^{-ik \cdot (x-z)}, \quad (3.1)$$

donde $\Omega(x, z)$ depende de la fase de campo magnético y es conocida como la fase de Schwinger

$$\Omega(x, z) \equiv \exp \left[\int_z^x d\xi^\mu A_\mu(\xi) \right] \quad (3.2)$$

y $S_F^B(k)$ es la parte invariante de norma del propagador

$$S_F^B(k) \equiv \int_0^\infty \frac{ds}{\cos(eBs)} \exp \left[-is \left(m^2 - k_\parallel^2 - k_\perp^2 \frac{\tan(eBs)}{eBs} \right) \right] \times \left[(m + \mathcal{K}_\parallel) e^{-ieBs\Sigma_3} + \frac{\mathcal{K}_\perp}{\cos(eBs)} \right], \quad (3.3)$$

con k_\parallel y k_\perp las componentes paralelas y perpendiculares al campo magnético, respectivamente, del cuadrimomento k y $\Sigma_3 \equiv i\gamma^1\gamma^2$. En el caso particular que el campo magnético se encuentre únicamente sobre la dirección z , las componentes tienen la forma

$$k_\parallel^\mu = (k^0, 0, 0, k^3) \quad \text{y} \quad k_\perp^\mu = (0, k^1, k^2, 0). \quad (3.4)$$

Es importante señalar que la influencia del campo magnético externo en el propagador de una partícula cargada está determinada por su carga específica, es decir, la relación que exista entre su carga y su masa. Por lo tanto, los fermiones más ligeros, en especial los electrones, serán más sensibles a los efectos del campo [50].

3.2. Cálculo de la matriz de dispersión

El elemento de matriz en el espacio de configuración, asociado al diagrama de la Fig. 3.1, que se encuentra bajo la influencia de un campo magnético externo es

$$i\tilde{\mathcal{M}}_B^{\mu\nu}(x, y, z) = -\text{Tr}[\tilde{S}_F^B(x, z)(ie\gamma^\nu)\tilde{S}_F^B(z, y)(ie\gamma^\mu)\tilde{S}_F^B(y, x)(ig_H)]. \quad (3.5)$$

donde el término Tr se refiere a la traza sobre todas las contribuciones de espín y $\tilde{S}(x, y)$ es la notación reducida del propagador de Feynman con campo magnético.

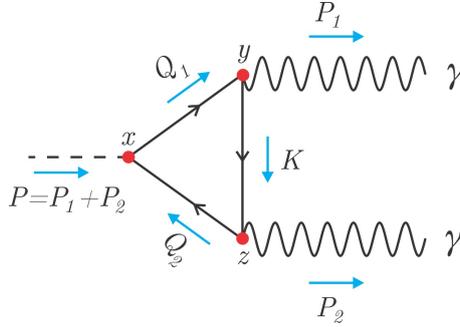


Figura 3.1: Diagrama de Feynman del decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$.

Utilizando la propiedad cíclica de la traza, se reescribe el término Tr como

$$\text{Tr}[\tilde{S}_F^B(x, z)\gamma^\nu\tilde{S}_F^B(z, y)\gamma^\mu\tilde{S}_F^B(y, x)] = \text{Tr}[\gamma^\mu\tilde{S}_F^B(y, x)\tilde{S}_F^B(x, z)\gamma^\nu\tilde{S}_F^B(z, y)]. \quad (3.6)$$

Tomando en cuenta que las partículas entrantes y salientes de cada uno de los vértices tienen asociada una onda plana, entonces, al realizar una transformada de Fourier sobre el elemento de matriz (3.5), se obtiene la matriz de dispersión en el espacio de momentos.

Considerando la convención utilizada por [38], en la cual

$$\begin{aligned} \text{Onda entrante} &\rightarrow e^{-ikx} \\ \text{Onda saliente} &\rightarrow e^{ikx}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

el elemento de matriz en el espacio de momentos tiene la forma

$$i\mathcal{M}_B^{\mu\nu}(p, p_1, p_2) = \int d^4x d^4y d^4z e^{-ip\cdot x} e^{ip_1\cdot y} e^{ip_2\cdot z} \tilde{\mathcal{M}}_B^{\mu\nu}(x, y, z). \quad (3.8)$$

3.2. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN

En ausencia de fuentes de campo magnético, la fase de Schwinger $\Omega(x, z)$ no contribuirá en (3.1). Si este fuera el caso, el que propagador fermiónico es

$$\tilde{S}_F^B(x, z) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} S_F(k) e^{-ik \cdot (x-z)}, \quad (3.9)$$

con $S_F(k)$ el propagador de Feynman original (2.20). Es importante recalcar que z es el punto inicial y x el punto final de propagación de la onda asociada.

En el apéndice C, se muestra cómo, al sustituir (3.9) en la matriz de dispersión (3.8), esta se reduce a

$$i\mathcal{M}^{\mu\nu} = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(ie\gamma^\mu) S_F(k+p_1) S_F(k-p_2) (ie\gamma^\nu) S_F(k) (ig_H)]. \quad (3.10)$$

Se puede observar que la ecuación (3.10) coincide con el elemento de matriz (2.23), lo cual es de esperarse dado que $\Omega = 0$, es decir, no hay fuentes de campo magnético.

Por lo anterior, para analizar el efecto del campo magnético durante el proceso, se debe utilizará el propagador completo

$$\tilde{S}_F^B(x, z) = \Omega(x, z) S_F^B(x - z). \quad (3.11)$$

En este trabajo, se considerará el caso donde el campo magnético externo \mathbf{B} se encuentra únicamente sobre la dirección z . Por lo tanto, el campo de norma que lo describe es

$$A^\mu(\xi) = \left(0, -\frac{B}{2}\xi^2, \frac{B}{2}\xi^1, 0 \right). \quad (3.12)$$

y la fase $\Omega(x, z)$ tiene la forma

$$\Omega(x, z) = \int_z^x d\xi^\mu A_\mu(\xi) = - \int_z^x (d\xi^1 A^1 + d\xi^2 A^2). \quad (3.13)$$

CAPÍTULO 3. MATRIZ DE DISPERSIÓN DEL PROCESO $H \rightarrow \gamma\gamma$ EN
PRESENCIA DE UN CAMPO MAGNÉTICO

Utilizando la parametrización $\xi = (x - z)t + z$ con $t \in [0, 1]$, la ecuación (3.13) se reduce a la expresión

$$\begin{aligned}\Omega(x, z) &= - \int_0^1 dt \left\{ (x^1 - z^1) \left[-\frac{B}{2}(x^2 - z^2)t - \frac{B}{2}z^2 \right] + (x^2 - z^2) \left[\frac{B}{2}(x^1 - z^1)t - \frac{B}{2}z^1 \right] \right\} \\ &= \frac{1}{2} (-F^{12}x_1z_2 - F^{21}x_2z_1) \\ &= -\frac{1}{2}F^{\mu\nu}x_\mu z_\nu,\end{aligned}\tag{3.14}$$

con $F^{\mu\nu}$ el tensor electromagnético.

Por lo tanto, las fases que acompañan a los propagadores en (3.8) son

$$\begin{aligned}\Omega(x, z) &= \exp \left[\frac{ie}{2}F^{\mu\nu}x_\mu z_\nu \right] = \frac{ie}{2}xFz, \\ \Omega(z, y) &= \exp \left[\frac{ie}{2}F^{\mu\nu}z_\mu y_\nu \right] = \frac{ie}{2}zFy, \\ \Omega(y, x) &= \exp \left[\frac{ie}{2}F^{\mu\nu}y_\mu x_\nu \right] = \frac{ie}{2}yFx.\end{aligned}\tag{3.15}$$

Al sustituir las fases (3.15) en la matriz de dispersión (3.8), se obtiene que

$$\begin{aligned}i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} &= - \int d^4x d^4y d^4z \int \frac{d^4Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ipx} e^{ip_1y} e^{ip_2z} \\ &\quad \times e^{-iQ_1(y-x)} e^{-iQ_2(x-z)} e^{-ik(z-y)} \\ &\quad \times e^{\frac{ie}{2}xFz} e^{\frac{ie}{2}zFy} e^{\frac{ie}{2}yFx} \\ &\quad \times \text{Tr}[(ie\gamma^\mu)S_F^B(Q_1)S_F^B(Q_2)(ie\gamma^\nu)S_F^B(k)(ig_H)].\end{aligned}\tag{3.16}$$

Por lo tanto, si se realiza el álgebra correspondiente, el elemento de matriz resultante (3.8), se reescribe como

$$\begin{aligned}i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} &= - \int \frac{d^4Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[(ie\gamma^\mu)S_F^B(Q_1)S_F^B(Q_2)(ie\gamma^\nu)S_F^B(k)(ig_H)] \\ &\quad \int d^4x d^4y d^4z \left[e^{ix(-p+Q_1-Q_2)} e^{iy(p_1-Q_1+k)} e^{iz(p_2+Q_2-k)} \right] \\ &\quad \times \left[e^{\frac{ie}{2}xFz} e^{\frac{ie}{2}zFy} e^{\frac{ie}{2}yFx} \right].\end{aligned}\tag{3.17}$$

En este caso, como se está trabajando con un campo magnético que se encuentra

3.2. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN

únicamente en la dirección z , las componentes no nulas del tensor electromagnético son $F^{12} = F_{21} = -F^{21} = -F_{12} = -B$. Así, cuando se integra sobre las componentes 0 y 3, las integrales dan lugar a deltas de Dirac

$$\begin{aligned} I_{X\parallel} &\equiv \int d^2x_{\parallel} d^2y_{\parallel} d^2z_{\parallel} e^{ix_{\parallel}(-p+Q_1-Q_2)_{\parallel}} e^{iy_{\parallel}(p_1-Q_1+k)_{\parallel}} e^{iz_{\parallel}(p_2+Q_2-k)_{\parallel}} \\ &= (2\pi)^2 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p+Q_1-Q_2) (2\pi)^2 \delta_{\parallel}^{(2)}(p_1-Q_1+k) (2\pi)^2 \delta_{\parallel}^{(2)}(p_2+Q_2-k). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Por otro lado, para el caso de las componentes transversas, 1 y 2, donde sí se observan los efectos del campo magnético, se tiene que

$$\begin{aligned} I_{X\perp} &\equiv \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} d^2z_{\perp} e^{ix_{\perp}(-p+Q_1-Q_2)_{\perp}} e^{iy_{\perp}(p_1-Q_1+k)_{\perp}} e^{iz_{\perp}(p_2+Q_2-k)_{\perp}} e^{\frac{ie}{2}(yFx+xFz+zFy)_{\perp}} \\ &= \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{ix_{\perp}(-p+Q_1-Q_2)_{\perp}} e^{iy_{\perp}[(p_1-Q_1+k)_{\perp} + \frac{e}{2}Fx]_{\perp}} (2\pi)^2 \delta_{\perp}^{(2)} \left[(p_2+Q_2-k)_{\perp} + \frac{e}{2}F(y-x) \right]. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Utilizando las propiedades de la delta de Dirac

$$\int dt \delta(at - t_0) = \frac{1}{|a|} \int dt \delta\left(t - \frac{t_0}{a}\right) \quad (3.20)$$

y

$$\delta(Ax) = \frac{1}{|\det A|} \delta(x) \quad \text{con } A \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (3.21)$$

se reescribe la delta de Dirac obtenida en (3.19) como

$$\begin{aligned} \delta_{\perp}^{(2)} \left[(p_2+Q_2-k)_{\perp} + \frac{e}{2}F(y-x) \right] &= \left(\frac{2}{eB} \right)^2 \delta_{\perp}^{(2)} \left[\frac{2}{eB^2}(p_2+Q_2-k)F + (y-x) \right] \\ &= \left(\frac{2}{eB} \right)^2 \delta_{\perp}^{(2)} \left[\frac{2}{eB^2}(p_2+Q_2-k)_{\beta} F^{\beta\alpha} + (y-x)^{\alpha} \right]. \end{aligned} \quad (3.22)$$

De esta manera, la integral sobre las coordenadas transversas se reescribe como

$$\begin{aligned} I_{X\perp} &= \left(\frac{2}{eB} \right)^2 \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{ix_{\perp}(-p+Q_1-Q_2)_{\perp}} e^{iy_{\perp}[(p_1-Q_1+k)_{\perp} + \frac{e}{2}Fx]_{\perp}} \\ &\quad \times (2\pi)^2 \delta_{\perp}^{(2)} \left[\frac{2}{eB^2}(p_2+Q_2-k)_{\beta} F^{\beta\alpha} + (y-x)^{\alpha} \right]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

CAPÍTULO 3. MATRIZ DE DISPERSIÓN DEL PROCESO $H \rightarrow \gamma\gamma$ EN
PRESENCIA DE UN CAMPO MAGNÉTICO

Haciendo la integral sobre y_{\perp} , utilizando la definición integral de la delta de Dirac, $y = x - \frac{2}{eB^2}(p_2 + Q_2 - k)F$, la expresión (3.23) se reduce a

$$I_{X\perp} = \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^2 \int d^2x_{\perp} e^{ix_{\perp}(-p+Q_1-Q_2)_{\perp}} e^{i\left[x - \frac{2}{eB^2}(p_2+Q_2-k)F\right]_{\perp} \left[(p_1-Q_1+k) + \frac{e}{2}Fx\right]_{\perp}}. \quad (3.24)$$

El argumento de las exponenciales en notación tensorial, se reduce a

$$\begin{aligned} & x^{\alpha}(-p + Q_1 - Q_2)_{\alpha} + \left[x^{\alpha} - \frac{2}{eB^2}(p_2 + Q_2 - k)_{\beta} F^{\beta\alpha} \right] \left[(p_1 - Q_1 + k)_{\alpha} + \frac{e}{2}F_{\alpha\lambda}x^{\lambda} \right] \\ &= x^{\alpha}(-p + p_1 + p_2) + \frac{2}{eB}(p_1 - Q_1 + k)\hat{F}(p_2 + Q_2 - k). \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde $\hat{F} = \frac{F}{B}$. Así, por (3.24), se obtiene que la integral sobre las coordenadas transversas es

$$\begin{aligned} I_{X\perp} &= \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^2 \int d^2x_{\perp} e^{ix_{\perp}(p_1+p_2-p)} e^{\frac{2i}{eB}(p_1-Q_1+k)\hat{F}(p_2+Q_2-k)} \\ &= \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) e^{\frac{2i}{eB}(p_1-Q_1+k)\hat{F}(p_2+Q_2-k)}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Sustituyendo los resultados de las ecuaciones (3.18) y (3.26) en la matriz de amplitud de dispersión (3.17), se obtiene que

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} &= - \int \frac{d^4Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[(ie\gamma^{\mu})S_F^B(Q_1)S_F^B(Q_2)(ie\gamma^{\nu})S_F^B(k)(ig_H)] \\ &\quad \times (2\pi)^6 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + Q_1 - Q_2) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_1 - Q_1 + k) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_2 + Q_2 - k) \quad (3.27) \\ &\quad \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) e^{\frac{2i}{eB}(p_1-Q_1+k)\hat{F}(p_2+Q_2-k)}. \end{aligned}$$

El término en (3.27) proveniente de la fase, se reduce a

$$\begin{aligned} (p_1 - Q_1 + k)\hat{F}(p_2 + Q_2 - k) &= Q_1\hat{F}(k - p_2 - Q_2) - Q_2\hat{F}(k + p_1) \\ &\quad + k\hat{F}(p_1 + p_2) + p_1\hat{F}p_2, \end{aligned} \quad (3.28)$$

donde se utilizó que $p_1\hat{F}Q_2 = -Q_2\hat{F}p_1$, $-p_1\hat{F}k = k\hat{F}p_1$ y $k\hat{F}k = 0$.

3.2. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN

Por lo tanto, la matriz de amplitud de dispersión tiene la forma

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} = & - \int \frac{d^4 Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[(ie\gamma^\mu) S_F^B(Q_1) S_F^B(Q_2) (ie\gamma^\nu) S_F^B(k) (ig_H)] \\
& \times (2\pi)^6 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + Q_1 - Q_2) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_1 - Q_1 + k) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_2 + Q_2 - k) \\
& \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) e^{\frac{2i}{eB} Q_1 \hat{F}(k-p_2-Q_2)} e^{-\frac{2i}{eB} Q_2 \hat{F}(k+p_1)} \\
& \times e^{\frac{2i}{eB} k \hat{F}(p_1+p_2)} e^{\frac{2i}{eB} p_1 \hat{F} p_2}.
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Al igual que las coordenadas espaciales, los momentos también se pueden dividir en componentes paralelas, 0 y 3, y componentes transversas, 1 y 2. Por lo que, para obtener una expresión del elemento de matriz únicamente en términos de los momentos externos, p_1 , p_2 y p_3 , se procederá a realizar las integrales sobre los momentos de la misma manera que se hizo para las coordenadas x , y y z .

Aunado a lo anterior, se debe escribir de forma explícita los propagadores $S_F^B(Q)$ de la traza del elemento de matriz. De la expresión del propagador de fermiones en presencia de campo magnético (3.3), se puede verificar que éste contiene términos que involucran, independientemente, las partes transversas y paralelas de los momentos de las partículas involucradas en el proceso.

La integral sobre la parte transversa de los momentos tendrá la forma

$$\begin{aligned}
I_{\perp}^{\mu\nu} = & \int_0^{\infty} \frac{ds_1}{c_1} \frac{ds_2}{c_2} \frac{ds_3}{c_3} \int \frac{d^2 Q_{1\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2 Q_{2\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2 k_{\perp}}{(2\pi)^2} f(Q_1, Q_2, k) \\
& \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) e^{i\frac{t_1}{eB} Q_{1\perp}^2} e^{i\frac{t_2}{eB} Q_{2\perp}^2} e^{i\frac{t_3}{eB} k_{\perp}^2} \\
& \times e^{\frac{2i}{eB} Q_{1\perp} \hat{F}(k-p_2-Q_2)_{\perp}} e^{-\frac{2i}{eB} Q_{2\perp} \hat{F}(k+p_1)_{\perp}} e^{\frac{2i}{eB} k \hat{F}(p_1+p_2)_{\perp}} e^{\frac{2i}{eB} p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp}} (ie^2 g_H),
\end{aligned} \tag{3.30}$$

con

$$\begin{aligned}
f(Q_1, Q_2, k) = & \text{Tr} \left\{ \gamma^\mu \left[(m + \mathcal{Q}_{1\parallel}) e^{-ieB s_1 \Sigma_3} + \frac{\mathcal{Q}_{1\perp}}{c_1} \right] \right. \\
& \times \left[(m + \mathcal{Q}_{2\parallel}) e^{-ieB s_2 \Sigma_3} + \frac{\mathcal{Q}_{2\perp}}{c_2} \right] \gamma^\nu \\
& \left. \times \left[(m + \mathcal{K}_{\parallel}) e^{-ieB s_3 \Sigma_3} + \frac{\mathcal{K}_{\perp}}{c_3} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Cabe resaltar que, con la intención de simplificar la lectura de los cálculos, se introdujo la siguiente notación

$$\begin{aligned} c_i &\equiv \cos(eBs_i) \\ t_i &\equiv \tan(eBs_i). \end{aligned} \tag{3.32}$$

3.2.1. Integrales sobre los momentos transversos

Como primera aproximación, únicamente se considerará el término métrico $4m^3 g^{\mu\nu}$ de $f(Q_1, Q_2, k)$. Esta estructura tensorial, también aparece en el caso libre y, además, contiene las divergencias provenientes de la teoría, las cuales permanecerán con el campo magnético. De esta manera, le llamaremos término divergente.

Primero, se realizará la integral sobre Q_1 , la cual se escribe como

$$I_{Q_{1\perp}} = \int \frac{d^2 Q_1}{(2\pi)^2} e^{i\frac{t_1}{eB} Q_{1\perp}^2} e^{\frac{2i}{eB} Q_{1\perp} \hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp}. \tag{3.33}$$

Para resolverla, primero se agruparon los términos de las exponenciales de tal forma que se obtuvieran distribuciones Gaussianas, cuya solución es conocida. Así, el argumento de la exponencias se reescribe, de acuerdo a (C.12), como

$$\begin{aligned} &\frac{i}{eB} t_1 \left[Q_{1\perp}^2 + \frac{2}{t_1} Q_{1\perp} \hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp \right] \\ &= \frac{i}{eB} t_1 \left[Q_{1\perp} + \frac{\hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp}{t_1} \right]^2 - \frac{i}{eB} t_1 \left(\frac{\hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp}{t_1} \right)^2. \end{aligned} \tag{3.34}$$

Por lo tanto, sustituyendo (3.34) en (3.33), y utilizando los resultados (B.11) y (C.15) de los Apéndices B y C, se tiene que la integral sobre $Q_{1\perp}$ es

$$\begin{aligned} I_{Q_{1\perp}} &= \exp \left[-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp]^2}{t_1} \right] \\ &\quad \times \int \frac{d^2 Q_{1\perp}}{(2\pi)^2} \exp \left[\frac{i}{eB} t_1 \left(Q_{1\perp} + \frac{\hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp}{t_1} \right)^2 \right] \\ &= \exp \left[-\frac{i}{eB} \frac{(k-p_2-Q_2)_\perp^2}{t_1} \right] \frac{1}{(2\pi)^2} \left[\frac{\pi eB}{it_1} \right]. \end{aligned} \tag{3.35}$$

3.2. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN

De esta manera, sustituyendo el valor de $I_{Q_{1\perp}}$ en la integral sobre los momentos transversos (3.30), se obtiene que ésta

$$\begin{aligned}
 I_{\perp}^{\mu\nu} = & ie^2 g_H \left(\frac{2}{eB} \right)^2 (2\pi)^4 \int \frac{d^2 Q_{2\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2 k_{\perp}}{(2\pi)^2} \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) e^{i \frac{t_2}{eB} Q_{2\perp}^2} e^{i \frac{t_3}{eB} k_{\perp}^2} \\
 & \times e^{-\frac{2i}{eB} Q_{2\perp} \hat{F}(k+p_1)_{\perp}} e^{\frac{2i}{eB} k_{\perp} \hat{F}(p_1+p_2)_{\perp}} e^{\frac{2i}{eB} p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp}} \\
 & \times e^{-\frac{i}{eB} \frac{[Q_{2\perp}^2 - 2(k-p_2) \cdot Q_{2\perp}]_{\perp}}{t_1}} e^{-\frac{i}{eB} \frac{(k-p_2)_{\perp}^2}{t_1}} \left(\frac{\pi e B}{i t_1} \right) \frac{4m^3 g^{\mu\nu}}{(2\pi)^2}.
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Con la misma metodología que para el momento $Q_{1\perp}$, se procedió a realizar la integral sobre $Q_{2\perp}$

$$I_{Q_{2\perp}} = \int \frac{d^2 Q_{2\perp}}{(2\pi)^2} e^{i \frac{t_2}{eB} Q_{2\perp}^2} e^{-\frac{2i}{eB} Q_{2\perp} \hat{F}(k+p_1)_{\perp}} e^{-\frac{i}{eB} \frac{[Q_{2\perp}^2 - 2(k-p_2) \cdot Q_{2\perp}]_{\perp}}{t_1}}. \tag{3.37}$$

Para resolverla, primero se reescribirá de tal manera que tenga una distribución Gaussianas. Así, el argumento de la exponencias, de acuerdo con (C.20), tendrá la forma

$$\frac{i}{eB} C_1 \left(Q_{2\perp} - \frac{w}{C_1} \right)^2 - \frac{i}{eB} \frac{w^2}{C_1}, \tag{3.38}$$

donde

$$w_{\alpha} = \hat{F}_{\alpha\beta} (k + p_1)^{\beta} - \frac{1}{t_1} (k - p_2)_{\alpha} \tag{3.39}$$

y

$$C_1 = \frac{t_1 t_2 - 1}{t_1}. \tag{3.40}$$

Por lo tanto, sustituyendo (3.38) en (3.37), y utilizando los resultados (B.12) y (C.21) de los Apéndices B y C, se tiene que la integral sobre $Q_{2\perp}$ da como resultado

$$\begin{aligned}
 I_{Q_{2\perp}} = & \exp \left[-\frac{i}{eB} \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} (k + p_1)_{\perp}^2 \right] \\
 & \times \exp \left[\frac{i}{eB} \frac{2}{t_1 t_2 - 1} (k - p_2)_{\perp} \hat{F}(k + p_1)_{\perp} \right] \\
 & \times \exp \left[-\frac{i}{eB} \frac{1}{t_1 (t_1 t_2 - 1)} (k - p_2)_{\perp}^2 \right] \\
 & \times \frac{1}{(2\pi)^2} \left[\frac{\pi e B t_1}{i (t_1 t_2 - 1)} \right].
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

CAPÍTULO 3. MATRIZ DE DISPERSIÓN DEL PROCESO $H \rightarrow \gamma\gamma$ EN
PRESENCIA DE UN CAMPO MAGNÉTICO

De esta manera, sustituyendo el valor de $I_{Q_{2\perp}}$, la integral sobre los momentos transversos (3.30) se reduce a

$$\begin{aligned}
 I_{\perp}^{\mu\nu} = & ie^2 g_H \left(\frac{2}{eB} \right)^2 (2\pi)^4 \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) e^{i\frac{t_3}{eB}k_{\perp}^2} e^{\frac{2i}{eB}k\hat{F}(p_1+p_2)_{\perp}} \\
 & \times e^{-\frac{i}{eB}\frac{(k-p_2)_{\perp}^2}{t_1}} e^{\frac{2i}{eB}p_{1\perp}\hat{F}p_{2\perp}} e^{-\frac{i}{eB}\frac{t_1}{t_1t_2-1}(k+p_1)_{\perp}^2} \\
 & \times e^{\frac{i}{eB}\frac{2}{t_1t_2-1}(k-p_2)_{\perp}\hat{F}(k+p_1)_{\perp}} \\
 & \times e^{-\frac{i}{eB}\frac{1}{t_1(t_1t_2-1)}(k-p_2)_{\perp}^2} \\
 & \times \left(\frac{\pi eB}{i\cancel{t_1}} \right) \left(\frac{\pi eB \cancel{t_1}}{i(t_1t_2-1)} \right) \frac{4m^3 g^{\mu\nu}}{(2\pi)^4}.
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

Por último, realizando el mismo procedimiento que con las integrales de los momentos $Q_{1\perp}$ y $Q_{2\perp}$, el cual se muestra con detalle en el Apéndice C3.3., la integral sobre k da como resultado

$$\begin{aligned}
 I_{k_{\perp}} = & \frac{1}{(2\pi)^2} \exp \left[-\frac{i}{eB} \frac{q^2}{C_2} \right] \exp \left[-\frac{i}{eB} \left(\frac{t_1}{t_1t_2-1} \right) p_{1\perp}^2 \right] \\
 & \times \exp \left[\frac{2i}{eB} \frac{t_1t_2}{t_1t_2-1} p_{1\perp}\hat{F}p_{2\perp} \right] \exp \left[-\frac{i}{eB} \frac{t_2}{t_1t_2-1} p_{2\perp}^2 \right] \\
 & \times \left[\frac{\pi eB (t_1t_2-1)}{i(t_1t_2t_3-t_1-t_2-t_3)} \right],
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

donde

$$\begin{aligned}
 \frac{q^2}{C_2} = & \left[\frac{t_1^2 t_2^2}{(t_1t_2-1)(t_1t_2t_3-t_1-t_2-t_3)} \right] \\
 & \times \left[(p_1 + p_2)_{\perp}^2 + 2 \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) p_{2\perp}\hat{F}p_{1\perp} + \left(\frac{1}{t_1}p_{2\perp} - \frac{1}{t_2}p_{1\perp} \right)^2 \right].
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Por lo tanto, sustituyendo (3.43) en (3.42), y realizando el álgebra correspondientes, se tiene que el aporte de la parte transversa a la matriz de dispersión es

$$\begin{aligned}
 I_{\perp}^{\mu\nu} = & ie^2 g_H \int_0^{\infty} \frac{ds_1}{c_1} \frac{ds_2}{c_2} \frac{ds_3}{c_3} \left(\frac{i\pi eB}{t_1t_2t_3-t_1-t_2-t_3} \right) b g^{\mu\nu} \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) \\
 & \times \exp \left[\frac{i}{eB} \frac{t_1t_3p_{1\perp}^2 + t_2t_3p_{2\perp}^2 + t_1t_2(p_{1\perp} + p_{2\perp})^2 + 2t_1t_2t_3p_{2\perp}\hat{F}p_{1\perp}}{t_1 + t_2 + t_3 - t_1t_2t_3} \right].
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

De la misma forma que para la parte transversa de la matriz de dispersión (3.29),

en la siguiente sección se realizará las integrales sobre los momentos paralelos I_{\parallel} con la finalidad de obtener la expresión del elemento de matriz completo para el caso divergente.

3.2.2. Integrales sobre los momentos paralelos

Al igual que en caso de momentos transversos, se escribirá de forma explícita los términos de los propagadores $S_F^B(Q)$ de la traza del elemento de matriz, para así poder obtener el aporte de las integrales sobre las componentes paralelas de los momentos.

De la expresión del propagador de fermiones que considera al campo magnético externo (3.3), se verifica que la parte sobre las componentes paralelas I_{\parallel} es

$$I_{\parallel} = \int \frac{d^2 Q_{1\parallel}}{(2\pi)^2} \frac{d^2 Q_{2\parallel}}{(2\pi)^2} \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} e^{-is_1(m^2 - Q_{1\parallel}^2)} e^{-is_2(m^2 - Q_{2\parallel}^2)} e^{-is_3(m^2 - k_{\parallel}^2)} \\ \times (2\pi)^2 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + Q_1 - Q_2) (2\pi)^2 \delta_{\parallel}^{(2)}(p_1 - Q_1 + k) (2\pi)^2 \delta_{\parallel}^{(2)}(p_2 + Q_2 - k). \quad (3.46)$$

Las integrales sobre $Q_{1\parallel}$ y $Q_{2\parallel}$ son triviales, dando como resultado

$$I_{\parallel} = \int d^2 k_{\parallel} e^{is_1[(k+p_1)_{\parallel}^2 - m^2]} e^{is_2[(k-p_2)_{\parallel}^2 - m^2]} e^{is_3[k_{\parallel}^2 - m^2]} \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2). \quad (3.47)$$

Desarrollando los términos de las exponenciales obtenemos que

$$is_1[(k + p_1)_{\parallel}^2 - m^2] + is_2[(k - p_2)_{\parallel}^2 - m^2] + is_3[k^2 - m^2]s_3 \\ = i(s_1 + s_2 + s_3)k_{\parallel}^2 + 2i(s_1 p_1 - s_2 p_2)_{\parallel} \cdot k_{\parallel} + i(s_1 p_1^2 + s_2 p_2^2)_{\parallel} - i(s_1 + s_2 + s_3)m^2 \\ = i(s_1 + s_2 + s_3) \left[\left(k + \frac{s_1 p_1 - s_2 p_2}{s_1 + s_2 + s_3} \right)_{\parallel}^2 - \left(\frac{s_1 p_1 - s_2 p_2}{s_1 + s_2 + s_3} \right)_{\parallel}^2 + \frac{s_1 p_1^2 + s_2 p_2^2}{s_1 + s_2 + s_3} - m^2 \right]. \quad (3.48)$$

CAPÍTULO 3. MATRIZ DE DISPERSIÓN DEL PROCESO $H \rightarrow \gamma\gamma$ EN
PRESENCIA DE UN CAMPO MAGNÉTICO

Introduciendo la variable $\chi = (s_1 + s_2 + s_3) \left[m^2 - \frac{s_1 p_{1\parallel}^2 + s_2 p_{2\parallel}^2}{s_1 + s_2 + s_3} + \left(\frac{s_1 p_1 - s_2 p_2}{s_1 + s_2 + s_3} \right)_{\parallel}^2 \right]$, la integral sobre los momentos paralelos (3.47) se puede reescribir como

$$I_{\parallel} = e^{-i\chi} \int d^2 k_{\parallel} e^{i(s_1 + s_2 + s_3) \left(k + \frac{s_1 p_1 - s_2 p_2}{s_1 + s_2 + s_3} \right)_{\parallel}} \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2). \quad (3.49)$$

Utilizando el resultado (B.8), se obtiene que las integrales sobre la parte paralela contribuyen con el término

$$I_{\parallel} = \exp \left[-i (s_1 + s_2 + s_3) \left(m^2 - \frac{s_1 p_{1\parallel}^2 + s_2 p_{2\parallel}^2}{s_1 + s_2 + s_3} + \left(\frac{s_1 p_1 - s_2 p_2}{s_1 + s_2 + s_3} \right)_{\parallel}^2 \right) \right] \times \frac{\pi}{s_1 + s_2 + s_3} \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2). \quad (3.50)$$

Por lo tanto, utilizando los resultados (3.45) y (3.50), se tiene que la matriz de dispersión para el término divergente es de la forma

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_{\text{Div}}^{\mu\nu}(eB) &= e^2 g_H \int_0^{\infty} \frac{ds_1}{c_1} \frac{ds_2}{c_2} \frac{ds_3}{c_3} \left(\frac{\pi^2}{s_1 + s_2 + s_3} \right) \left(\frac{eB}{t_1 + t_2 + t_3 - t_1 t_2 t_3} \right) \\ &\times 4m^3 g^{\mu\nu} \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \delta_{\perp}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \\ &\times \exp \left[\frac{i}{eB} \frac{t_1 t_3 p_{1\perp}^2 + t_2 t_3 p_{2\perp}^2 + t_1 t_2 (p_{1\perp} + p_{2\perp})^2 + 2t_1 t_2 t_3 p_{2\perp} \hat{F} p_{1\perp}}{t_1 + t_2 + t_3 - t_1 t_2 t_3} \right] \\ &\times \exp \left[i \frac{s_1 s_3 p_{1\parallel}^2 + s_2 s_3 p_{2\parallel}^2 + s_1 s_2 (p_{1\parallel} + p_{2\parallel})^2}{s_1 + s_2 + s_3} - i(s_1 + s_2 + s_3) m^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Es interesante observar que las estructuras obtenidas tanto, para la parte paralela, asociada a los términos s_i , como para la parte transversa, con elementos $t_i = \tan(eBs_i)$, los cuales contienen la información del campo magnético, son muy similares.

A continuación, se mostrará que la matriz de dispersión que considera el efecto del campo magnético (3.51), en el límite $eB \rightarrow 0$, efectivamente se reduce al elemento de matriz para el caso libre, cuando no se considera el término de traza.

3.3. Límite de campo magnético cero

Para realizar el límite de campo magnético cero de la matriz de dispersión para el término divergente (3.51), se deben expandir las funciones trigonométricas a orden cero, i.e. $t_i = \tan(eBs_i) \approx eBs_i$ y $c_i = \cos(eBs_i) \approx 1$. Así

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_{\text{Div}}^{\mu\nu}(eB) &= e^2 g_H \int_0^\infty ds_1 ds_2 ds_3 \left(\frac{\pi^2}{s_1 + s_2 + s_3} \right) \left[\frac{1}{s_1 + s_2 + s_3 - (eB)^2 s_1 s_2 s_3} \right] \\
 &\times 4m^3 g^{\mu\nu} \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \delta_{\perp}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \\
 &\times \exp \left[i \frac{s_1 s_3 p_{1\perp}^2 + s_2 s_3 p_{2\perp}^2 + s_1 s_2 (p_{1\perp} + p_{2\perp})^2 + 2(eB) s_1 s_2 s_3 p_{2\perp} \hat{F} p_{1\perp}}{s_1 + s_2 + s_3 - (eB)^2 s_1 s_2 s_3} \right] \\
 &\times \exp \left[i \frac{s_1 s_3 p_{1\parallel}^2 + s_2 s_3 p_{2\parallel}^2 + s_1 s_2 (p_{1\parallel} + p_{2\parallel})^2}{s_1 + s_2 + s_3} - i(s_1 + s_2 + s_3)m^2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

Hay que considerar que, para el cálculo de la matriz de dispersión con campo magnético, se realizó una transformada de Fourier. Esto trajo como consecuencia la aparición de un término “extra” $(2\pi)^4 \delta^{(4)}(-p + p_1 + p_2)$, relacionado con la conservación de momento. Entonces, si se quieren comparar los resultados con el caso libre, se deberá considerar implícitamente el coeficiente anterior. Así, en el límite de campo magnético cero, $eB \rightarrow 0$, el elemento de matriz (3.52) se reduce a

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_{\text{Div}} &= e^2 g_H \frac{1}{(2\pi)^4} \int_0^\infty ds_1 ds_2 ds_3 4m^3 g^{\mu\nu} \left(\frac{\pi}{s_1 + s_2 + s_3} \right)^2 \\
 &\times \exp \left[i \frac{s_1 s_3 p_1^2 + s_2 s_3 p_2^2 + s_1 s_2 (p_1 + p_2)^2}{s_1 + s_2 + s_3} - i(s_1 + s_2 + s_3)m^2 \right].
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

Escribiendo la matriz de dispersión (3.53) en términos de los parámetros v_1, v_2 y $v_3 \in [0, 1]$, introducidos en (2.27), se tiene que

$$i\mathcal{M}_{\text{Div}} = e^2 g_H \frac{4m^3 g^{\mu\nu}}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds e^{-is\Delta^2}, \tag{3.54}$$

con $\Delta^2 \equiv m^2 - v_1 p_1^2 - v_2 p_2^2 + (v_1 p_1 - v_2 p_2)^2$. Al comparar esta ecuación con las Ec. (2.37) y (2.38), es evidente que este término no exhibe ninguna divergencia. Sin embargo se le ha llamado de esa forma por acompañar a la estructura tensorial de

la métrica, la cual, en el caso libre, exhibe una divergencia.

Por lo tanto, si se realiza la integral sobre el parámetro s , considerando que la exponencial contiene implícitamente el término $\tilde{\epsilon}$ tal que $\mathcal{R}((\tilde{\epsilon} - 1)s) = \mathcal{R}(\tilde{\epsilon}s) > 0$, se tiene que la matriz de dispersión divergente, en el límite campo cero, se reduce a

$$i\mathcal{M}_{\text{Div}}^{\mu\nu} = -ie^2 g_H \frac{4m}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{g^{\mu\nu} m^2}{\Delta^2} \quad (3.55)$$

Se observa que este resultado coincide con el término relacionado con la masa de los fermiones y el tensor métrico en (2.34). De esta forma, cuando se consideren todos los términos de $f(Q_1, Q_2, k)$, y se realice el proceso de regularización, la matriz de dispersión se reducirá a (2.38).

3.4. Caso general

En esta sección se considerarán todos los términos de la traza para el cálculo del tensor de amplitud de dispersión. De esta forma, las integrales que debemos calcular son las siguientes

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} = & - \int \frac{d^4 Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[(ie\gamma^\mu) S_F^B(Q_1) S_F^B(Q_2) (ie\gamma^\nu) S_F^B(k) (ig_H)] \\ & \times (2\pi)^6 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + Q_1 - Q_2) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_1 - Q_1 + k) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_2 + Q_2 - k) \quad (3.56) \\ & \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) e^{\frac{2i}{eB}(p_1 - Q_1 + k)_{\perp} \hat{F} (p_2 + Q_2 - k)_{\perp}}. \end{aligned}$$

De acuerdo con la ecuación (3.3), el propagador fermiónico que considera la influencia del campo magnético, en la notación reducida (3.32) tiene la forma

$$\begin{aligned} S_F^B(k) \equiv & \int_0^{\infty} \frac{ds_i}{c_i^2} \exp \left[-is_i \left(m^2 - k_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2 \frac{t_i}{eB s_i} \right) \right] \\ & \times [c_i(m + \mathcal{K}_{\parallel}) e^{-ieB s_i \Sigma_3} + \mathcal{K}_{\perp}]. \quad (3.57) \end{aligned}$$

3.4. CASO GENERAL

Por lo tanto, si se sustituye (3.57) en la ecuación (3.56), tendremos que el elemento de matriz se reescribe como

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} = & - \int_0^\infty \frac{ds_1}{c_1^2} \frac{ds_2}{c_2^2} \frac{ds_3}{c_3^2} \int \frac{d^2Q_{1\parallel}}{(2\pi)^2} \frac{d^2Q_{2\parallel}}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2} e^{-is_1(m^2-Q_{1\parallel}^2)} e^{-is_2(m^2-Q_{2\parallel}^2)} e^{-is_3(m^2-k_{\parallel}^2)} \\
& \times (2\pi)^6 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p+Q_1-Q_2) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_1-Q_1+k) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_2+Q_2-k) \\
& \times \int \frac{d^2Q_{1\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2Q_{2\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{i\frac{t_1}{eB}Q_1^2} e^{i\frac{t_2}{eB}Q_2^2} e^{i\frac{t_2}{eB}k^2} e^{\frac{2i}{eB}(p_1-Q_1+k)_{\perp}\hat{F}(p_2+Q_2-k)_{\perp}} \\
& \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(p_1+p_2-p) \\
& \times \text{Tr}[(ie\gamma^\mu)S_F^B(Q_{1\parallel}, Q_{1\perp})S_F^B(Q_{2\parallel}, Q_{2\perp})(ie\gamma^\nu)S_F^B(k_{\parallel}, k_{\perp})(ig_H)].
\end{aligned} \tag{3.58}$$

3.4.1. Integrales sobre los momentos paralelos y transversos

Realizando el mismo procedimiento que con el caso divergente, se pueden realizar las integrales sobre los momentos $Q_{1\parallel}$ y $Q_{2\parallel}$ del elemento de matriz (3.58). Así,

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} = & - \int_0^\infty \frac{ds_1}{c_1^2} \frac{ds_2}{c_2^2} \frac{ds_3}{c_3^2} \int \frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2} e^{is_1[(k+p_1)_{\parallel}^2-m^2]} e^{is_2[(k-p_2)_{\parallel}^2-m^2]} e^{is_3(k_{\parallel}^2-m^2)} \\
& \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (-ig_H)(ie)^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1+p_2-p) \\
& \times \int \frac{d^2Q_{1\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2Q_{2\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{i\frac{t_1}{eB}Q_1^2} e^{i\frac{t_2}{eB}Q_2^2} e^{i\frac{t_2}{eB}k^2} e^{\frac{2i}{eB}(p_1-Q_1+k)_{\perp}\hat{F}(p_2+Q_2-k)_{\perp}} \\
& \times \text{Tr}[\gamma^\mu S_F^B((k+p_1)_{\parallel}, Q_{1\perp})S_F^B((k-p_2)_{\parallel}, Q_{2\perp})\gamma^\nu S_F^B(k_{\parallel}, k_{\perp})].
\end{aligned} \tag{3.59}$$

De acuerdo con la expresión (3.59), las integrales sobre la parte transversa de los momentos son

$$\begin{aligned}
I_{\perp}^{\mu\nu} \equiv & ie^2 g_H \int \frac{d^2Q_{1\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2Q_{2\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{i\frac{t_1}{eB}Q_1^2} e^{i\frac{t_2}{eB}Q_2^2} e^{i\frac{t_2}{eB}k^2} e^{\frac{2i}{eB}(p_1-Q_1+k)_{\perp}\hat{F}(p_2+Q_2-k)_{\perp}} \\
& \times \text{Tr}[\gamma^\mu S_F^B((k+p_1)_{\parallel}, Q_{1\perp})S_F^B((k-p_2)_{\parallel}, Q_{2\perp})\gamma^\nu S_F^B(k_{\parallel}, k_{\perp})] \\
& \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (-ig_H)(ie)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(p_1+p_2-p).
\end{aligned} \tag{3.60}$$

CAPÍTULO 3. MATRIZ DE DISPERSIÓN DEL PROCESO $H \rightarrow \gamma\gamma$ EN
PRESENCIA DE UN CAMPO MAGNÉTICO

Por simplicidad, es conveniente escribir el término de la traza en (3.60) como

$$\text{Tr}[\gamma^\mu(\mathcal{M}_1 + \cancel{Q}_{1\perp})(\mathcal{M}_2 + \cancel{Q}_{2\perp})\gamma^\nu(\mathcal{M}_3 + \mathcal{K}_\perp)], \quad (3.61)$$

donde los términos \mathcal{M}_1 , \mathcal{M}_2 y \mathcal{M}_3 se definen de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &\equiv c_1[m + (\mathcal{K} + \not{p}_1)_\parallel] e^{-ieBs_1\Sigma_3} \\ \mathcal{M}_2 &\equiv c_2[m + (\mathcal{K} - \not{p}_2)_\parallel] e^{-ieBs_2\Sigma_3} \\ \mathcal{M}_3 &\equiv c_3(m + \mathcal{K}_\parallel) e^{-ieBs_3\Sigma_3}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

La integral sobre $Q_{1\perp}$, de acuerdo con las ecuaciones (3.35) y (3.61), es

$$\begin{aligned} I_{Q_{1\perp}}^{\mu\nu} &= \int \frac{d^2 Q_{1\perp}}{(2\pi)^2} e^{\frac{i}{eB}t_1 \left(Q_{1\perp} + \frac{\hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp}{t_1} \right)^2} e^{-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp]^2}{t_1}} \\ &\times \text{Tr}[\gamma^\mu(\mathcal{M}_1 + \cancel{Q}_{1\perp})(\mathcal{M}_2 + \cancel{Q}_{2\perp})\gamma^\nu(\mathcal{M}_3 + \mathcal{K}_\perp)]. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Como la traza en (3.63) tiene tanto términos lineales como constantes en $Q_{1\perp}$, utilizando los resultados (B.8) y (B.9) del Apéndice B, se tiene que la integral sobre $Q_{1\perp}$ es de la forma

$$\begin{aligned} I_{Q_{1\perp}}^{\mu\nu} &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp]^2}{t_1}} \left(\frac{\pi eB}{i t_1} \right) \frac{1}{(2\pi)^2} \\ &\times \text{Tr} \left[\gamma^\mu \left(\mathcal{M}_1 - \frac{1}{t_1} \cancel{\hat{F}}(k-p_2-Q_2)_\perp \right) (\mathcal{M}_2 + \cancel{Q}_{2\perp}) \gamma^\nu (\mathcal{M}_3 + \mathcal{K}_\perp) \right], \end{aligned} \quad (3.64)$$

donde $\cancel{\hat{F}}(k-p_2-Q_2)_\perp = \gamma^\mu \hat{F}_{\mu\nu}(k-p_2-Q_2)^\nu$.

Así, tendremos que la parte transversa del elemento de matriz (3.60) se reduce a

$$\begin{aligned} I_T^{\mu\nu} &= ie^2 g_H \int \frac{d^2 Q_{2\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} e^{i\frac{t_2}{eB} Q_2^2} e^{i\frac{t_2}{eB} k^2} e^{-\frac{2i}{eB} Q_{2\perp} \hat{F}(k+p_1)_\perp} e^{\frac{2i}{eB} k_\perp \hat{F}(p_1+p_2)_\perp} e^{\frac{2i}{eB} p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp}} \\ &\times \left(\frac{\pi eB}{i t_1} \right) \frac{1}{(2\pi)^2} e^{-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp]^2}{t_1}} \\ &\times \text{Tr} \left[\gamma^\mu \left(\mathcal{M}_1 - \frac{1}{t_1} \cancel{\hat{F}}(k-p_2-Q_2)_\perp \right) (\mathcal{M}_2 + \cancel{Q}_{2\perp}) \gamma^\nu (\mathcal{M}_3 + \mathcal{K}_\perp) \right]. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Por otro lado, utilizando el mismo razonamiento que para $Q_{1\perp}$, se realizó la

3.4. CASO GENERAL

integral sobre el momento $Q_{2\perp}$, la cual, de acuerdo a las ecuaciones (3.37) y (3.65), tiene la forma

$$\begin{aligned}
I_{Q_{2\perp}}^{\mu\nu} &= \int \frac{d^2 Q_{2\perp}}{(2\pi)^2} e^{\frac{i}{eB} C_1 (Q_{2\perp} - \frac{w}{C_1})^2} \\
&\times e^{\frac{i}{eB} \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} \left[(k+p_1)_\perp^2 - (k-p_2)_\perp \hat{F}(k+p_1)_\perp + \frac{1}{t_1^2} (k-p_2)_\perp^2 \right]} \\
&\times \text{Tr} \left[\gamma^\mu \left(\mathcal{M}_1 - \frac{1}{t_1} \hat{F}(k-p_2-Q_2)_\perp \right) (\mathcal{M}_2 + Q_{2\perp}) \gamma^\nu (\mathcal{M}_3 + \mathcal{K}_\perp) \right],
\end{aligned} \tag{3.66}$$

donde

$$w_\alpha = \hat{F}_{\alpha\beta} (k+p_1)^\beta - \frac{1}{t_1} (k-p_2)_\alpha, \tag{3.67}$$

con

$$C_1 = \frac{t_1 t_2 - 1}{t_1}. \tag{3.68}$$

En la expresión (3.66), además de los términos constantes y lineales sobre $Q_{2\perp}$, también se tienen cuadráticos. Así, además de utilizar los resultados (B.8) y (B.9), se usó (B.10) del Apéndice B. Por lo tanto, la integral sobre $Q_{2\perp}$ se reducirá a

$$\begin{aligned}
I_{Q_{2\perp}}^{\mu\nu} &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} \left[(k+p_1)_\perp^2 - (k-p_2)_\perp \hat{F}(k+p_1)_\perp + \frac{1}{t_1^2} (k-p_2)_\perp^2 \right]} \\
&\times \left(\frac{\pi eB}{i t_1} \right) \left(\frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} \right) \frac{1}{(2\pi)^2} \\
&\times \text{Tr} \left[\gamma^\mu \left\{ \left(\mathcal{M}_1 - \frac{1}{t_1} \hat{F} \left((k-p_2)_\perp - \frac{1}{t_1 t_2 - 1} (t_1 \hat{F}(k+p_1)_\perp - (k-p_2)_\perp) \right) \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left(\mathcal{M}_2 + \frac{1}{t_1 t_2 - 1} \left(t_1 \hat{F}(k+p_1)_\perp - (k-p_2)_\perp \right) \right) \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{i}{eB} \left(\frac{t_1 t_2 - 1}{t_1} \right) \gamma_\perp \hat{F} \gamma_\perp \right\} \gamma^\nu (\mathcal{M}_3 + \mathcal{K}_\perp) \right].
\end{aligned} \tag{3.69}$$

De esta forma, sustituyendo el resultado (3.69), y haciendo álgebra simple, la

parte transversa del tensor de dispersión se reescribe como

$$\begin{aligned}
 I_T^{\mu\nu} = & ie^2 g_H \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \left(\frac{\pi eB}{i} \right)^2 \frac{1}{(2\pi)^4} \left(\frac{1}{1-t_1 t_2} \right) e^{i \frac{t_3}{eB} k_\perp^2} e^{\frac{2i}{eB} k_\perp \hat{F}(p_1+p_2)_\perp} e^{\frac{2i}{eB} p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp}} e^{-\frac{i}{eB} \frac{(k-p_2)_\perp^2}{t_1}} \\
 & \times e^{-\frac{i}{eB} \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} \left[(k+p_1)_\perp^2 - (k-p_2)_\perp \hat{F} (k+p_1)_\perp + \frac{1}{t_1^2} (k-p_2)_\perp^2 \right]} \\
 & \times \left\{ \text{Tr} \left[\gamma^\mu \left(\mathcal{M}_1 + \frac{1}{1-t_1 t_2} \left[(\mathcal{K} + \not{p}_1)_\perp + t_2 \not{F}(k-p_2)_\perp \right] \right) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left(\mathcal{M}_2 + \frac{1}{1-t_1 t_2} \left[(\mathcal{K} - \not{p}_2)_\perp - t_1 \not{F}(k+p_1)_\perp \right] \right) \gamma^\nu (\mathcal{M}_3 + \not{K}_\perp) \right] \\
 & \left. + \text{Tr} \left[\gamma^\mu \gamma_\perp \hat{F} \gamma_\perp \gamma^\nu (\mathcal{M}_3 + \not{K}_\perp) \right] \left(-\frac{i eB t_1}{2(1-t_1 t_2)} \right) \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

Por lo tanto, se obtiene que el tensor de amplitud de dispersión completo es

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} = & ie^2 g_H \int_0^\infty \frac{ds_1}{c_1^2} \frac{ds_2}{c_2^2} \frac{ds_3}{c_3^2} \int \frac{d^2 k_\parallel}{(2\pi)^2} e^{is_1[(k+p_1)_\parallel^2 - m^2]} e^{is_2[(k-p_2)_\parallel^2 - m^2]} e^{is_3(k_\parallel^2 - m^2)} \\
 & \times (2\pi)^2 \delta_\parallel^{(2)}(p_1 + p_2 - p) \left(\frac{2\pi}{i} \right)^2 \left(\frac{1}{1-t_1 t_2} \right) \delta_\perp^{(2)}(p_1 + p_2 - p) \\
 & \times \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} e^{i \frac{t_3}{eB} k_\perp^2} e^{\frac{2i}{eB} k_\perp \hat{F}(p_1+p_2)_\perp} e^{\frac{2i}{eB} p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp}} e^{-\frac{i}{eB} \frac{(k-p_2)_\perp^2}{t_1}} \\
 & \times e^{-\frac{i}{eB} \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} \left[(k+p_1)_\perp^2 - (k-p_2)_\perp \hat{F} (k+p_1)_\perp + \frac{1}{t_1^2} (k-p_2)_\perp^2 \right]} \\
 & \times \left\{ \text{Tr} \left[\gamma^\mu \left(\mathcal{M}_1 + \frac{1}{1-t_1 t_2} \left[(\mathcal{K} + \not{p}_1)_\perp + t_2 \not{F}(k-p_2)_\perp \right] \right) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left(\mathcal{M}_2 + \frac{1}{1-t_1 t_2} \left[(\mathcal{K} - \not{p}_2)_\perp - t_1 \not{F}(k+p_1)_\perp \right] \right) \gamma^\nu (\mathcal{M}_3 + \not{K}_\perp) \right] \\
 & \left. + \text{Tr} \left[\gamma^\mu \gamma_\perp \hat{F} \gamma_\perp \gamma^\nu (\mathcal{M}_3 + \not{K}_\perp) \right] \left(-\frac{i eB t_1}{2(1-t_1 t_2)} \right) \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.71}$$

Se observa que, cuando se hace el límite de campo cero, $eB \rightarrow 0$, los términos de la traza relacionados a la fase \hat{F} se anularán, al igual que los términos que tengan un factor de eB . Como se observó en el término divergente, cuando se hace este límite, solamente se conservan los coeficientes independientes de la fase. Por lo tanto, la expresión (3.71) también se reducirá al tensor de amplitud de dispersión (2.25) en ausencia de fuentes de campo magnético.

3.4. CASO GENERAL

Capítulo 4

Límite de campo magnético débil y sus efectos en la tasa de decaimiento

El objetivo del presente capítulo es realizar una aproximación de campo débil sobre la expresión obtenida del tensor de amplitud de dispersión Ec. (3.45), lo cual permitirá conocer el efecto que el campo magnético tendrá sobre la tasa de decaimiento. Asimismo, se estudiará los efectos de la fase sobre el proceso.

4.1. Aproximación de campo débil para momentos transversos pequeños

La magnitud del campo magnético generado durante y después de la colisión de iones pesados depende de algunas cantidades, como la energía del centro de masa \sqrt{s} y el parámetro de impacto b [51]. También, se ha observado que la magnitud varía a través del tiempo [52]. Por ejemplo, a energías del LHC se producirán campos magnéticos fuertes, de hasta $eB \sim 3m_\pi^2 \simeq 10^{18}$ Gauss, aunque de corta duración (~ 1 fm/c) [53].

De acuerdo con Berger *et.al.* [33], es posible producir bosones de Higgs en colisiones de iones Pb-Pb. La vida media de esta partícula es de ~ 47 fm/c. De acuerdo

4.1. APROXIMACIÓN DE CAMPO DÉBIL PARA MOMENTOS TRANSVERSOS PEQUEÑOS

con [52], durante una colisión Pb-Pb, la rapidez de disminución de la magnitud del campo magnético será tal que $eB < 1 \text{ MeV} = 5 \times 10^{16} \text{ Gauss}$, a un tiempo propio de $\tau \sim 3 \text{ fm}/c$, una energía de centro de masa 7 TeV y un parámetro de impacto $b = 2 \text{ fm}$, al cual se darán la mayor parte de las colisiones de Pb-Pb en el LHC [54].

De esta forma, el decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$ se produciría en una etapa tardía de la colisión Pb-Pb, por lo tanto el límite que se deberá explorar es el de campo débil $eB \ll m^2$, es decir la escala de energía del campo magnético es mucho menor que el de la masa de los fermiones que están interactuando con éste. Para realizarlo, se debe considerar que las principales contribuciones surgen de la región donde $eBs \ll 1$ [55] [56], debido a que la función es altamente oscilatoria en dicha región [40]. De esta forma, será posible expandir los integrandos de la matriz de dispersión (3.45) en series de potencias de eB a segundo orden [57].

Se debe observar que los argumentos de las exponenciales en Ec. (3.45), combinan los momentos transversos con los términos de campo magnético. La expansión en serie de estos términos es válida debido a que se está considerando que tanto el momento transverso de la partícula escalar como los de los bosones vectoriales, son del orden de la masa de los fermiones, i.e. $p_{\perp} \lesssim m$. De lo contrario, se tendrá que considerar la *cross field approximation* [58], en la cual no es posible realizar la serie de Taylor de la exponencial.

Antes de realizar el desarrollo de Taylor a orden $(eB)^2$ de Ec. (3.45), se reescribirá el término transversos de la matriz de dispersión en términos de los parámetros v_1 , v_2 y $v_3 \in [0, 1]$, introducidos en el capítulo 2, tales que

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= sv_1 \\ s_2 &= sv_2 \\ s_3 &= sv_3 \end{aligned} \right\} \text{ con } s_1 + s_2 + s_3 = s, \quad (4.1)$$

con $v_3 = 1 - v_1 - v_2$.

De esta manera, tendremos que el elemento de matriz se reescribirá como

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_{\text{Div}}^B &= ie^2 g_H \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 \sec_{v_1} \sec_{v_2} \sec_{v_3} \\
 &\times \left(\frac{i \pi^2}{s} \right) \left(\frac{eB}{t_{v_1} t_{v_2} t_{v_3} - t_{v_1} - t_{v_2} - t_{v_3}} \right) 4m^3 g^{\mu\nu} \\
 &\times \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \delta_{\perp}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \\
 &\times \exp \left[\frac{i}{eB} \frac{t_{v_1} t_{v_3} p_{1\perp}^2 + t_{v_2} t_{v_3} p_{2\perp}^2 + t_{v_1} t_{v_2} (p_{1\perp} + p_{2\perp})^2}{t_{v_1} + t_{v_2} + t_{v_3} - t_{v_1} t_{v_2} t_{v_3}} \right] \\
 &\times \exp \left[\frac{2i}{eB} \frac{t_{v_1} t_{v_2} t_{v_3} p_{2\perp} \hat{F} p_{1\perp}}{t_{v_1} + t_{v_2} + t_{v_3} - t_{v_1} t_{v_2} t_{v_3}} \right] \\
 &\times \exp \left[-is \left(m - v_1(v_1 - 1) p_{1\parallel}^2 - 2v_1 v_2 p_{1\parallel} p_{2\parallel} + v_2(v_2 - 1) p_{2\parallel}^2 \right) \right]
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

con

$$\begin{aligned}
 \sec_{v_i} &\equiv \sec(eBsv_i) \\
 t_{v_i} &\equiv \tan(eBsv_i)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

donde $i = 1, 2$ y 3 y $b = 4m^3$.

Considerando las observaciones anteriores, se tiene que la matriz de dispersión en el límite de campo débil cuando los momentos transversos de las partículas involucradas también es pequeño, se escribirá como una serie de potencias de eB

$$i\mathcal{M}_{\text{Div}}^{\mu\nu} \simeq i\mathcal{M}^{\mu\nu}(0) + i\mathcal{M}^{\mu\nu}_1(eB) + i\mathcal{M}^{\mu\nu}_2(eB^2) \tag{4.4}$$

El término $\mathcal{M}(0)$, en principio, tendría que corresponder al elemento de matriz sin campo magnético (2.34). Sin embargo, como únicamente se consideró el término divergente, únicamente aparece el término relacionado con las masas de los fermiones

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}^{\mu\nu}(0) &= e^2 g_H 4m \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 e^{-is\Delta^2} \frac{g^{\mu\nu} m^2}{s^2} \\
 &\times \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \delta_{\perp}^{(2)}(-p + p_1 + p_2),
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

4.1. APROXIMACIÓN DE CAMPO DÉBIL PARA MOMENTOS
TRANSVERSOS PEQUEÑOS

con

$$\begin{aligned}\Delta^2 &\equiv m^2 - v_1 p_1^2 - v_2 p_2^2 + (v_1 p_1 - v_2 p_2)^2 \\ &= m^2 + v_1(v_1 - 1) p_1^2 - 2v_1 v_2 p_1 \cdot p_2 + v_2(v_2 - 1) p_2^2.\end{aligned}\tag{4.6}$$

Se observa que el coeficiente de la exponencial, $-is\Delta^2$, en (4.5) es exactamente igual al de la matriz de dispersión libre (2.34). Esto da un indicio de que, si se considerara el efecto de la traza completa en el caso con campo magnético, cuando se hiciera el desarrollo en serie de Taylor, $\mathcal{M}(0)$ efectivamente se reduciría al caso libre.

Por otro lado, se tiene que la función $\mathcal{M}_1(eB)$ tiene la forma

$$\begin{aligned}i\mathcal{M}_1^{\mu\nu}(eB) &= i(2\pi^2)e^2 g_H 4m^3 g^{\mu\nu} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 e^{-is\Delta^2} \\ &\quad \times eB (v_1 + v_2 - 1)v_1 v_2 p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp} \\ &\quad \times \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \delta_{\perp}^{(2)}(-p + p_1 + p_2).\end{aligned}\tag{4.7}$$

El teorema de Furry indica que cualquier término con coeficiente impar de corrientes electromagnéticas debe desaparecer [59]. Sin embargo, el hecho de que no se haya anulado el término $\mathcal{M}_1(eB)$ se debe a que no se tomó en consideración: (1) la traza y (2) el diagrama conjugado de carga, donde los términos de la fase $p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp}$ se ven afectados en un signo (véase Apéndice C.2). De esta manera, no se tomará en cuenta su contribución para el análisis del límite de campo débil.

Por último, el término $\mathcal{M}_2(eB^2)$ de orden $(eB)^2$ se escribe como

$$\begin{aligned}i\mathcal{M}_2^{\mu\nu}(eB^2) &= e^2 g_H \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 e^{-is\Delta^2} 4m^3 g^{\mu\nu} (eB)^2 \\ &\quad \times \left\{ 2\pi^2 (v_1 + v_2 - 1)^2 v_1^2 v_2^2 (p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp})^2 s^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} i\pi^2 [(v_1 - 1)^2 v_1^2 p_{1\perp}^2 + (v_2 - 1)^2 v_2^2 p_{2\perp}^2 \right. \\ &\quad \left. - 2v_1 v_2 [2v_1^2 + 3(v_1 - 1)v_2 - 3v_1 + 2v_2^2 + 1] p_{1\perp} \cdot p_{2\perp}] s - \frac{1}{6} \pi^2 \right\} \\ &\quad \times \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \delta_{\perp}^{(2)}(-p + p_1 + p_2).\end{aligned}\tag{4.8}$$

4.2. Cálculo de la amplitud escalar A

Con el fin de poder calcular la tasa de decaimiento en presencia de un campo magnético externo débil, de acuerdo con la ecuación (2.17), primero se debe obtener la amplitud escalar A . Este coeficiente, se obtiene al aplicar el proyector \mathcal{P} sobre la matriz de dispersión $\mathcal{M}_{\mu\nu}$, tal y como se muestra en (2.10). Para poder realizar una comparación con el caso libre (2.39), se deberá considerar implícito el término de conservación de momento $(2\pi)^4 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + p_1 + p_2) \delta_{\perp}^{(2)}(-p + p_1 + p_2)$.

Tomando en cuenta los comentarios anteriores, se tiene que la matriz de dispersión (4.2), se reescribirá como

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_T^{\mu\nu}(eB) &= ie^2 g_H \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 \sec_{v_1} \sec_{v_2} \sec_{v_3} \\
 &\times \exp \left[\frac{i}{eB} \frac{t_{v_1} t_{v_3} p_{1\perp}^2 + t_{v_2} t_{v_3} p_{2\perp}^2 + t_{v_1} t_{v_2} (p_{1\perp} + p_{2\perp})^2}{t_{v_1} + t_{v_2} + t_{v_3} - t_{v_1} t_{v_2} t_{v_3}} \right] \\
 &\times \exp \left[\frac{2i}{eB} \frac{t_{v_1} t_{v_2} t_{v_3} p_{2\perp} \hat{F} p_{1\perp}}{t_{v_1} + t_{v_2} + t_{v_3} - t_{v_1} t_{v_2} t_{v_3}} \right] \\
 &\times \exp \left[-is (m - v_1(v_1 - 1) p_{1\parallel}^2 - 2v_1 v_2 p_{1\parallel} p_{2\parallel} + v_2(v_2 - 1) p_{2\parallel}^2) \right] \\
 &\times \frac{1}{(2\pi)^4} \left(\frac{i \pi^2}{s} \right) \left(\frac{eB}{t_{v_1} t_{v_2} t_{v_3} - t_{v_1} - t_{v_2} - t_{v_3}} \right) 4m^3 g^{\mu\nu}.
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Entonces, si se realiza nuevamente el desarrollo en Taylor del elemento de matriz para estudiar el límite de campo débil, se tiene que

$$i\mathcal{M}^{\mu\nu}(0) = \frac{e^2 g_H}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds e^{-is\Delta^2} 4m^3 g^{\mu\nu} \tag{4.10}$$

y

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_2^{\mu\nu}(eB^2) &= e^2 g_H \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \int_0^\infty ds s^2 e^{-is\Delta^2} 4m^3 g^{\mu\nu} (eB)^2 \\
 &\times \left\{ \frac{1}{8\pi^2} (v_1 + v_2 - 1)^2 v_1^2 v_2^2 (p_{1\perp} \hat{F} p_{2\perp})^2 s^2 \right. \\
 &\quad - \frac{i}{48\pi^2} [(v_1 - 1)^2 v_1^2 p_{1\perp}^2 + (v_2 - 1)^2 v_2^2 p_{2\perp}^2 \\
 &\quad \left. - 2v_1 v_2 [2v_1^2 + 3(v_1 - 1)v_2 - 3v_1 + 2v_2^2 + 1] p_{1\perp} \cdot p_{2\perp}] s - \frac{1}{96\pi^2} \right\}.
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

4.2. CÁLCULO DE LA AMPLITUD ESCALAR A

Para que la integral sobre el parámetro s en (4.10) y (4.11) no diverja debido al término exponencial

$$e^{-is\Delta^2} = e^{-as}, \quad (4.12)$$

al igual que en el capítulo 2, se debe considerar que la exponencial contiene un factor de $\tilde{\epsilon}$ tal que $\mathcal{R}(i\Delta^2) = \epsilon\Delta^2 > 0$.

De esta manera, tenemos que en la capa de masa

$$i\mathcal{M}^{\mu\nu}(0) = -ie^2 g_H \frac{1}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{4m^3 g^{\mu\nu}}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} \quad (4.13)$$

y

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_2^{\mu\nu}(eB^2) = & -\frac{2ie^2 g_H}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{4m^3 g^{\mu\nu}}{(m^2 - v_1 v_2 m_H^2)^3} (eB)^2 \\ & \times \left\{ \frac{24 (v_1 + v_2 - 1)^2 v_1^2 v_2^2 (p_1 \hat{F} p_2)_\perp^2}{(m^2 - v_1 v_2 m_H^2)^2} + \frac{(v_1 - 1)^2 v_1^2 p_{1\perp}^2 + (v_2 - 1)^2 v_2^2 p_{2\perp}^2}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} \right. \\ & \left. - \frac{2v_1 v_2 [2v_1^2 + 3(v_1 - 1)v_2 - 3v_1 + 2v_2^2 + 1] (p_1 \cdot p_2)_\perp}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} + \frac{1}{6} \right\}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Para obtener la forma explícita de la amplitud escalar A , se tiene que realizar la siguiente operación

$$A = \mathcal{P}^{\mu\nu} \frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \mathcal{M}_{\mu\nu}, \quad (4.15)$$

donde el proyector $\mathcal{P}^{\mu\nu}$ está definido como

$$\mathcal{P}^{\mu\nu} \equiv g^{\mu\nu} - \frac{p_2^\mu p_1^\nu}{(p_1 \cdot p_2)}. \quad (4.16)$$

De esta manera, se obtiene que, en la capa de masa, la amplitud de dispersión escalar proveniente del término $\mathcal{M}(0)$ de la serie Taylor es

$$A_{\mathcal{M}_0} = -\frac{6e^2 g_H}{(4\pi)^2 m_H^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{4m^3}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2}. \quad (4.17)$$

Por otro lado, la amplitud de dispersión escalar asociada al término $(eB)^2$ del

desarrollo en serie se escribe como

$$\begin{aligned}
 A_{\mathcal{M}_2} = & -\frac{12e^2 g_H}{(4\pi)^2 m_H^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{4m^3 (eB)^2}{(m^2 - v_1 v_2 m_H^2)^3} \\
 & \times \left\{ \frac{24 (v_1 + v_2 - 1)^2 v_1^2 v_2^2 (p_1 \hat{F} p_2)_\perp^2}{(m^2 - v_1 v_2 m_H^2)^2} + \frac{(v_1 - 1)^2 v_1^2 p_{1\perp}^2 + (v_2 - 1)^2 v_2^2 p_{2\perp}^2}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} \right. \\
 & \left. - \frac{2v_1 v_2 [2v_1^2 + 3(v_1 - 1)v_2 - 3v_1 + 2v_2^2 + 1] (p_1 \cdot p_2)_\perp}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} + \frac{1}{6} \right\}.
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Por lo tanto, se tiene que la amplitud de dispersión escalar A es

$$\begin{aligned}
 A_B = & -\frac{6e^2 g_H}{(4\pi)^2 m_H^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{4m^3}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} \\
 & -\frac{12e^2 g_H}{(4\pi)^2 m_H^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{4m^3 (eB)^2}{(m^2 - v_1 v_2 m_H^2)^3} \\
 & \times \left\{ \frac{24 (v_1 + v_2 - 1)^2 v_1^2 v_2^2 (p_1 \hat{F} p_2)_\perp^2}{(m^2 - v_1 v_2 m_H^2)^2} + \frac{(v_1 - 1)^2 v_1^2 p_{1\perp}^2 + (v_2 - 1)^2 v_2^2 p_{2\perp}^2}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} \right. \\
 & \left. - \frac{2v_1 v_2 [2v_1^2 + 3(v_1 - 1)v_2 - 3v_1 + 2v_2^2 + 1] (p_1 \cdot p_2)_\perp}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} + \frac{1}{6} \right\}.
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Recordemos que las consideraciones que se tomaron en cuenta para la realización del límite de campo débil son las siguientes: (i) $eB \ll m^2$ y (ii) $p_{i\perp} \lesssim m$, donde m es la masa de los fermiones y $p_{i\perp}$ se refiere a los momentos transversos de los fotones. Por otro lado, observemos que se puede reescribir $(p_1 \cdot p_2)_\perp$ como

$$\begin{aligned}
 (p_1 \cdot p_2)_\perp & = |p_{1\perp}| |p_{2\perp}| \cos(\Theta) \\
 & = (\alpha m)(\beta m) \cos(\Theta)
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

donde Θ es el ángulo entre los fotones producidos. Los parámetros α, β , representan una comparación de dos escalas físicas, la del momento transverso de los fotones con respecto al valor más alto de momento al que tienen acceso los momentos transversos en esta aproximación. Por lo que únicamente pueden tomar valores entre $(0, 1)$.

Aunado a lo anterior, dado que solo estamos considerando las coordenadas perpendiculares, el tensor electromagnético normalizado \hat{F} tiene una estructura de Levi-

4.2. CÁLCULO DE LA AMPLITUD ESCALAR A

Civitta. Así, el término referente a la fase en (4.19), puede reescribirse como

$$\begin{aligned} (p_1 \hat{F} p_2)_\perp &= |(p_1 \times p_2)_\perp| \\ &= (\alpha m)(\beta m) \text{sen}(\Theta), \end{aligned} \quad (4.21)$$

donde nuevamente Θ es el ángulo entre los fotones producidos y $\alpha, \beta \in (0, 1)$. Este término, se estará “prendiendo” y “apagando”, para determinar cuál es la influencia de la fase en todo el proceso.

Utilizando (4.20) y (4.21), así como las consideraciones (i) y (ii) para el límite de campo débil, podemos reescribir la amplitud escalar (4.19) en términos del cociente de la masa del Higgs respecto a la masa de los fermiones $z = \frac{m_H^2}{4m_f^2}$ como

$$\begin{aligned} \tilde{A}_B = & -\frac{6}{(4\pi)^2} \left\{ \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{1}{1-4v_1v_2z} + 2 \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{1}{(1-4v_1v_2z)^3} \left(\frac{eB}{m^2} \right)^2 \right. \\ & \times \left[\frac{24(v_1+v_2-1)^2 v_1^2 v_2^2 \alpha^2 \beta^2 \text{sen}^2(\Theta)}{(1-4v_1v_2z)^2} + \frac{(v_1-1)^2 v_1^2 \alpha + (v_2-1)^2 v_2^2 \beta}{1-4v_1v_2z} \right. \\ & \left. \left. - \frac{2v_1v_2[2v_1^2 + 3(v_1-1)v_2 - 3v_1 + 2v_2^2 + 1] \alpha \beta \cos(\Theta)}{1-4v_1v_2z} + \frac{1}{6} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

donde $\tilde{A}_B \equiv \frac{m_H^4}{e^2 g_H^4 m^3} A_B$.

Notemos que, los parámetros α y β , al estar relacionados con los momentos y, por lo tanto, con la conservación de momento, están relacionados de la siguiente forma

$$\begin{aligned} m^2 &= (p_{1\perp} + p_{2\perp})^2 \\ &= m^2 \alpha^2 + m^2 \beta^2 + 2m^2 \alpha \beta \cos(\Theta) \\ \rightarrow 1 &= \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha \beta \cos(\Theta), \end{aligned} \quad (4.23)$$

donde estamos asumiendo que la magnitud del momento transverso del Higgs, es del orden de la masa de los fermiones. Así, se impone una restricción sobre el sistema, de tal forma que estos parámetros están relacionados como

$$\alpha = -\beta \cos(\Theta) \pm \sqrt{\beta^2 (\cos^2(\Theta) - 1) + 1}. \quad (4.24)$$

CAPÍTULO 4. LÍMITE DE CAMPO MAGNÉTICO DÉBIL Y SUS EFECTOS EN LA TASA DE DECAIMIENTO

De la relación (4.24), se observa que cuando $0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$, $\cos(\Theta) \geq 0$, entonces la única solución que daría valores $\alpha, \beta \in (0, 1)$, sería

$$\alpha = -\beta \cos(\Theta) + \sqrt{\beta^2(\cos^2(\Theta) - 1) + 1}. \quad (4.25)$$

Por otro lado, cuando $\frac{\pi}{2} < \Theta \leq \pi$, $\cos(\Theta) < 0$, ninguna solución cumple que $\alpha, \beta \in (0, 1)$. Así, también podemos concluir que la conservación de momento construye que los momentos salientes tengan un ángulo relativo entre $0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$.

Es importante señalar que éstas restricciones se imponen de tal forma que no violen las condiciones que se impusieron al sistema para poderse realizar al aproximación de campo débil.

4.3. Estudio del efecto del campo magnético

Con la finalidad de estudiar el comportamiento de la amplitud \tilde{A}_B , que engloba los efectos de un campo magnético externo, es conveniente definir una cantidad que nos permita visualizar la respuesta del sistema. Para ello, lo que se hará es comparar el sistema en presencia del agente externo con respecto al sistema sin el estímulo externo. Una forma simple es la siguiente

$$\Lambda = \|\tilde{A}_B\| - \|\tilde{A}_{\mathcal{M}_0}\|, \quad (4.26)$$

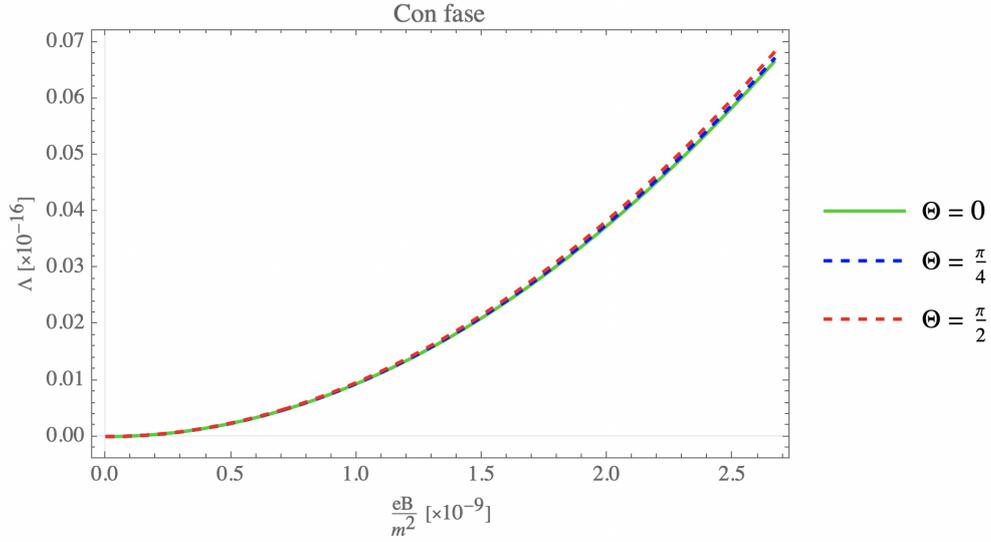
a la cual denominaremos, respuesta del sistema. Esta cantidad nos permitirá analizar el rol que juegan los diferentes parámetros. Debido a que la constante de acoplamiento del bosón de Higgs con quark top es mayor que con la del resto de los fermiones, se considerará que $m = m_t \approx 173$ GeV. Por lo tanto, utilizando el valor de la masa dada por (1.49), se tiene que

$$z = \frac{m_H^2}{4m_t^2} \approx 0.13. \quad (4.27)$$

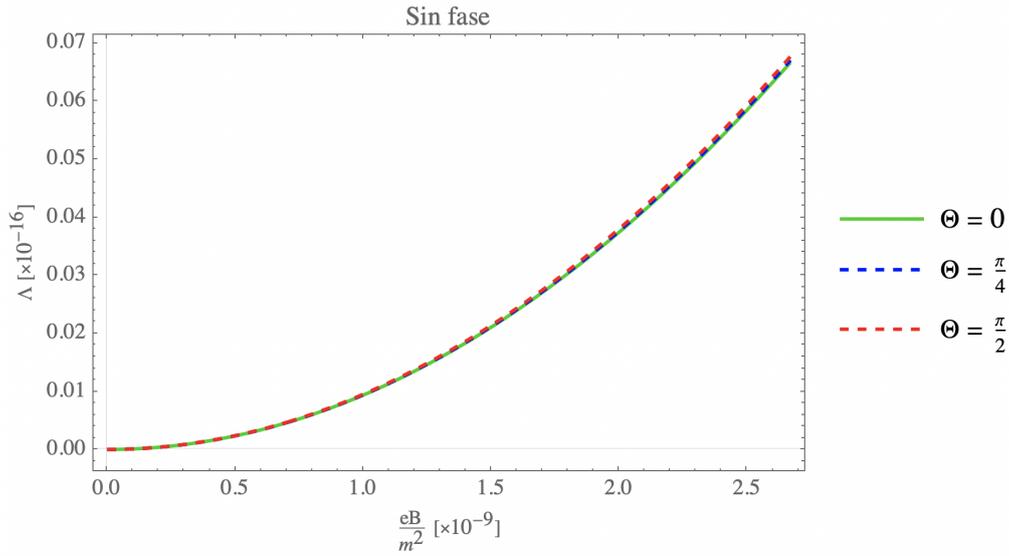
Asimismo, para la realización de las gráficas de Λ con respecto a $\frac{eB}{m^2}$, se consideró que el valor máximo que puede alcanzar el campo magnético débil en colisiones de iones de Pb-Pb es de $eB \sim 80$ MeV² a $\sqrt{s} = 7$ TeV [52]. De esta manera, como se está tomando en cuenta el acoplamiento con el quark top, cuya masa es del orden de 173 GeV, se cumple el límite de campo débil $eB \ll m^2$. Por lo tanto, $\frac{eB}{m^2}$ únicamente podrá tomar valores entre 0 y 2.67×10^{-9} .

En la Fig. 4.1, se grafica la Ec. (4.26) como función del campo magnético, para distintos valores del ángulo relativo de los fotones emitidos. En esta gráfica, podemos observar que la respuesta del sistema aumenta cuadráticamente cuando se incrementa la magnitud del campo magnético externo.

En la Fig. 4.1a se muestra la respuesta del sistema cuando se considera el término de fase en la Ec. (4.22); contrariamente, en la Fig. 4.1b, se muestra el caso si no se considera este factor. Para conocer el efecto del término proveniente de la fase, se compararán los resultados a través de la diferencia entre ambas respuestas.



(a) Gráficas de Λ vs $\frac{eB}{m^2}$ cuando se considera la fase, con $z = 0.13$, $\beta = 0.5$ y distintos valores de Θ .



(b) Gráficas de Λ vs $\frac{eB}{m^2}$ cuando no se considera la fase, con $z = 0.13$, $\beta = 0.5$ y distintos valores de Θ .

Figura 4.1: Gráficas de Λ vs $\frac{eB}{m^2}$ considerando distintos valores de Θ .

De esta manera, como se puede apreciar en la Fig. 4.2, la importancia de la fase aumenta a medida que la magnitud del cociente $\frac{eB}{m^2}$ se incrementa. En particular, cuando $eB = 80 \text{ MeV}^2$, $\Theta = \frac{\pi}{4}$ y $\beta = 0.5$ se cumple que

$$\Lambda_{\text{fase}}(eB) - \Lambda_{\text{sinfase}}(eB) \approx 1.43 \times 10^{-20}. \quad (4.28)$$

4.3. ESTUDIO DEL EFECTO DEL CAMPO MAGNÉTICO

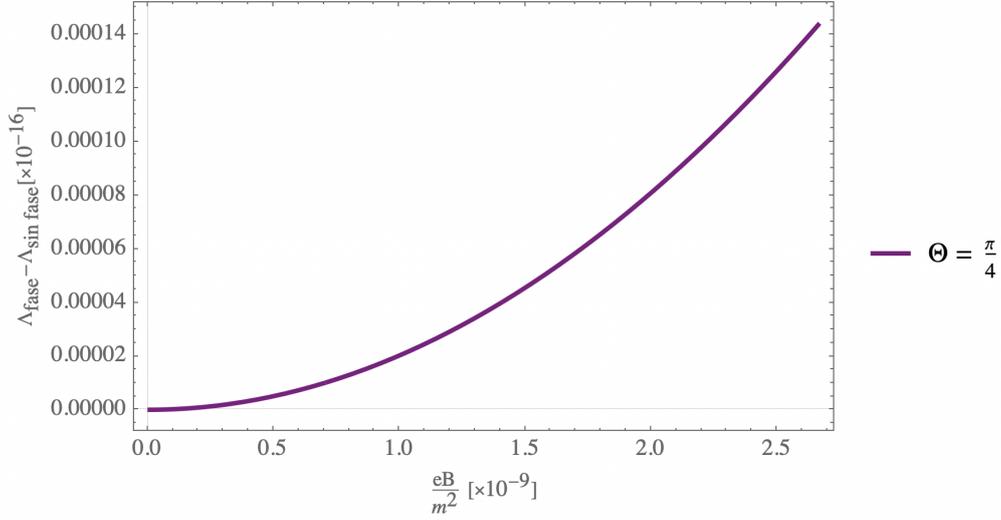


Figura 4.2: Gráfica donde se presenta la comparación de $\Lambda_{\text{fase}} - \Lambda_{\text{sin fase}}$ vs $\frac{eB}{m^2}$, considerando $z = 0.13$, $\beta = 0.5$ y $\Theta = \frac{\pi}{4}$.

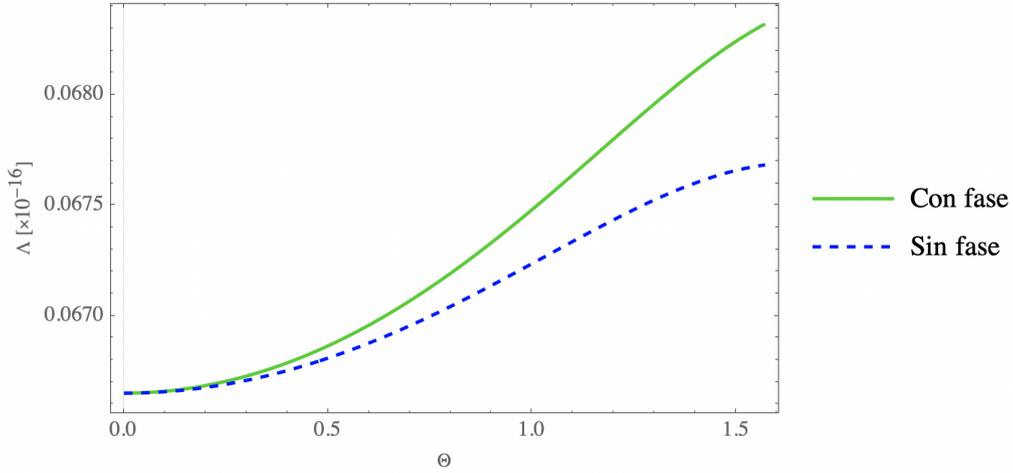


Figura 4.3: Gráfica de Λ vs Θ considerando $z = 0.13$, $\beta = 0.5$ y $\frac{eB}{m^2} = 2.67 \times 10^{-9}$, donde se presenta la respuesta del sistema cuando se considera o ignora el término proveniente de la fase.

En la Fig. 4.3 se presenta cómo se modifica Λ , considerando e ignorando el término proveniente de la fase, cuando se varía el ángulo Θ entre los fotones producidos tras el decaimiento. Por otra parte, en la figura 4.4 se observa que la diferencia entre $\Lambda_{\text{fase}} - \Lambda_{\text{sin fase}}$ es cero cuando los momentos transversos de los fotones están alineados. Sin embargo, a medida que se aumenta el ángulo, la relación entre ambos se modifica. Cuando los momentos transversos de los fotones son ortogonales entre

sí, esta diferencia es máxima, cumpliéndose que

$$\Lambda_{\text{fase}}(\Theta) - \Lambda_{\text{sinfase}}(\Theta) \approx 6.38 \times 10^{-20}. \quad (4.29)$$

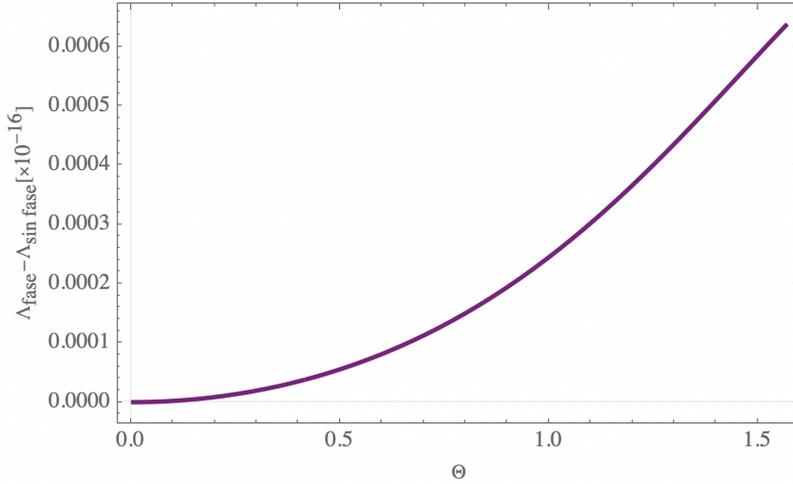
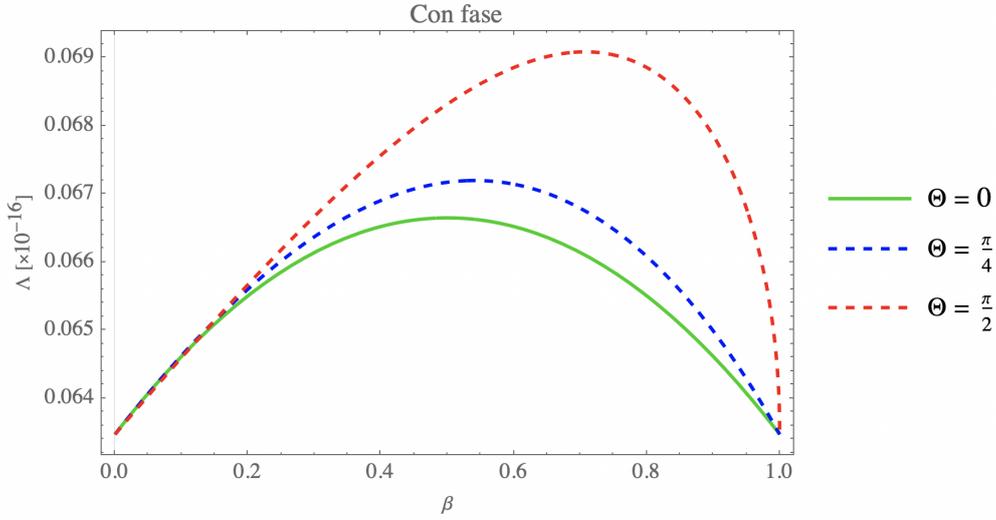


Figura 4.4: Gráfica donde se presenta la comparación de $\Lambda_{\text{fase}} - \Lambda_{\text{sinfase}}$ vs Θ , considerando $z = 0.13$, $\beta = 0.5$ y $\frac{eB}{m^2} = 2.67 \times 10^{-9}$.

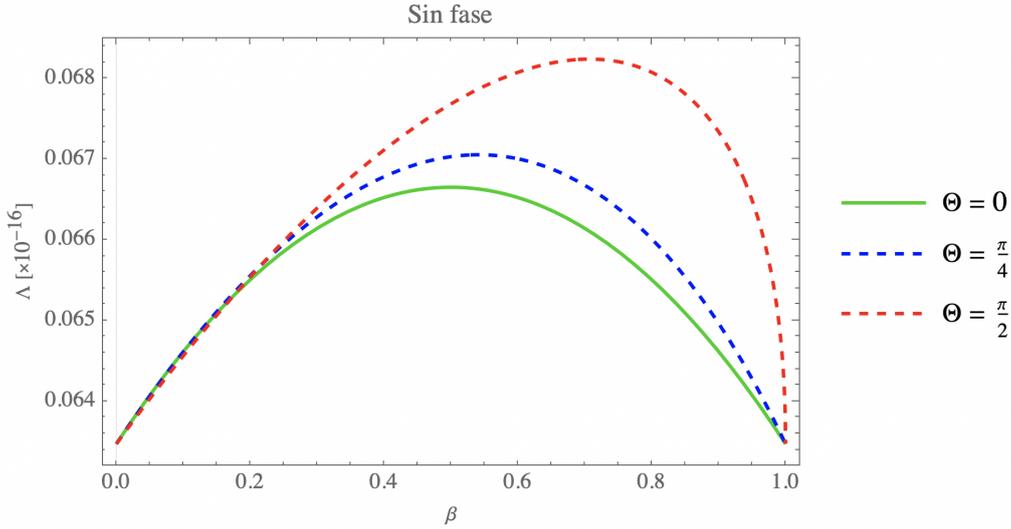
Por último, se graficaron las respuestas del sistema cuando se modifica el valor del parámetro β , el cual cuantifica la relación entre los momentos de los fotones y a la masa del fermión. Asimismo, se consideró que este parámetro está relacionado con α , de acuerdo a la Ec. (4.25). Es importante señalar que, debido a la conservación del momento, cuando β alcance su valor máximo, entonces α será mínimo, y viceversa.

De las gráficas presentadas en (4.5), se puede advertir que, dependiendo del ángulo Θ , la respuesta alcanza un valor máximo y posteriormente vuelve a disminuir. Lo anterior es una consecuencia directa de exigirle al sistema la condición (4.23).

4.3. ESTUDIO DEL EFECTO DEL CAMPO MAGNÉTICO



(a) Gráfica de Λ considerando $z = 0.13$ y $\frac{eB}{m^2} = 2.67 \times 10^{-9}$ para distintos valores de Θ .



(b) Gráficas de Λ vs β cuando no se considera la fase, con $z = 0.13$, $\frac{eB}{m^2} = 2.67 \times 10^{-9}$ y distintos valores de Θ .

Figura 4.5: Gráficas de Λ vs el parámetro β .

Por otro lado, en Fig. 4.5a se representa la respuesta del sistema cuando se considera el término de fase en (4.22). Asimismo, en Fig. 4.5b, se muestra el caso cuando no se considera este factor. Nuevamente, con la intención de obtener una relación entre ambas respuestas, se realizó Fig. 4.6, en la cual se muestra como en ese valor máximo de β , la diferencia entre considerar o no la fase se vuelve relevante.

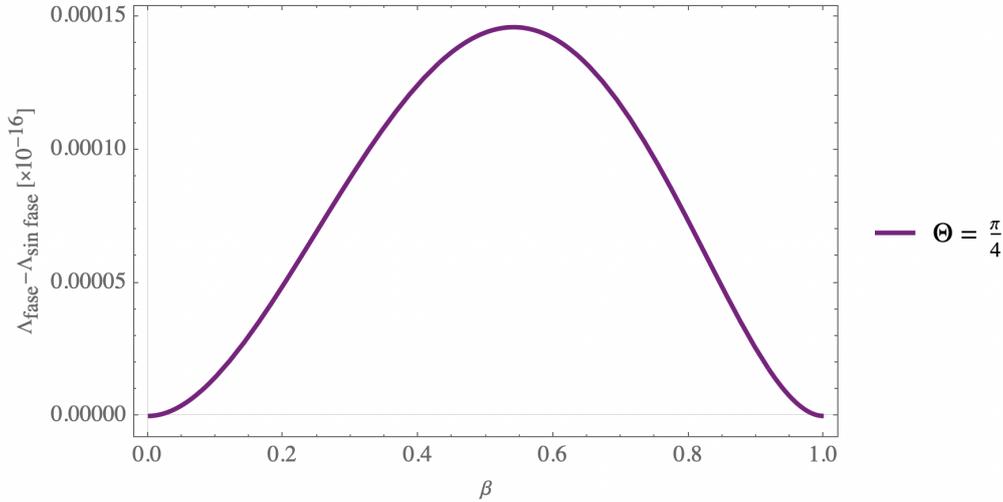


Figura 4.6: Gráfica donde se presenta la comparación de $\Lambda_{\text{fase}} - \Lambda_{\text{sin fase}}$ vs β , considerando $z = 0.13$, $\Theta = \frac{\pi}{4}$ y $\frac{eB}{m^2} = 2.67 \times 10^{-9}$.

De los resultados presentados, podemos inferir que tanto el parámetro β relacionado a la conservación de momento, como el ángulo Θ entre los momentos transversos de los fotones, juegan un papel fundamental en el estudio de la amplitud de dispersión escalar cuando se considera un campo magnético externo.

El análisis anterior nos muestra que cuando se aumenta la magnitud del campo magnético eB , relativa a la masa del fermión, el valor de la amplitud escalar es mayor que en el caso donde no se toma en cuenta su efecto. Por lo tanto, se esperaría que entre mayor fuera la magnitud del campo magnético, aumentara la producción de fotones.

También, permitió observar que el incremento del ángulo relativo de los momentos transversos de los fotones, aumenta la amplitud y enfatiza el rol que juega la fase en el proceso. Asimismo, se verificó que el aumento en la magnitud del momento transverso de los fotones, incrementa la amplitud, al menos en un rango limitado por la conservación del momento transverso.

4.3. ESTUDIO DEL EFECTO DEL CAMPO MAGNÉTICO

Capítulo 5

Conclusiones

En el presente trabajo, se estudió el efecto de un campo magnético en la tasa de decaimiento de un campo escalar neutro a dos bosones vectoriales neutros. La relevancia de este estudio se da en el contexto de la física del Higgs en el canal de decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$.

El aporte principal de este trabajo, fue encontrar la forma general de la matriz de dispersión del decaimiento del bosón de Higgs a dos fotones, con un lazo fermiónico, para una intensidad arbitraria de campo magnético (véase Ec. (3.71)). Por la complejidad de la traza, y la limitante del tiempo, nos concentramos en analizar el efecto de la fase considerando únicamente el término divergente ($4m^3g^{\mu\nu}$).

Dentro del contexto de producción de Higgs en colisiones de iones pesados, al tomar en cuenta las escalas físicas relevantes al proceso, se trabajó en la aproximación de campo débil. Lo que observamos es que el incremento en la intensidad de campo magnético aumenta la amplitud escalar de transición. Si este comportamiento se preserva para la ecuación completa de la amplitud A , que se obtendría de la Ec. (3.71), entonces, experimentalmente, se esperarí un aumento en la observación de fotones en colisiones periféricas con respecto de las no periféricas.

En la aproximación de campo débil, la aportación de la fase se identificó con un término de la forma $p_1 \hat{F} p_2$. Se observó que la contribución de la fase al proceso, si bien es pequeña en esta aproximación, muestra que podría ser relevante bajo otras condiciones; por ejemplo, cuando el campo magnético sea más intenso o los momentos transversos más altos. Asimismo, su efecto permitiría explicar el aumento en

la producción de fotones, con cierta dirección y valores de momento determinados, como se observa en Fig. 4.3 y Fig. 4.5, respectivamente. Es decir, considerando los efectos del campo magnético, introducidos a través de los propagadores de los fermiones en el lazo, se podrían explicar posibles desviaciones aparentemente cinemáticas, sin recurrir a física más allá del Modelo Estándar.

Finalmente, es relevante mencionar que la presente tesis es una primera aproximación al estudio del decaimiento de un campo escalar a dos bosones vectoriales neutros en un campo magnético externo, el cual, como se mencionó a lo largo del texto, tenía como propósito principal estudiar la relevancia que tiene la fase. En trabajos posteriores, se tiene planeado considerar el término de la traza, es decir la matriz de dispersión completa, para así obtener toda la información del proceso.

Apéndice A

Cálculos extra: caso libre

A.1. Cálculo del elemento de matriz mediante parámetro de Feynman

Un método alternativo al tiempo propio de Schwinger para calcular la matriz de amplitud de dispersión es el parámetro de Feynman. Este nos dice que podemos reescribir una multiplicación de tres funciones en el denominador como

$$\frac{1}{A_1 A_2 A_3} = \int_0^1 dv_1 dv_2 dv_3 \delta(v_1 + v_2 + v_3 - 1) \frac{2}{(v_1 A_1 + v_2 A_2 + v_3 A_3)^3}. \quad (\text{A.1})$$

Usando la expresión (A.1) podemos reescribir el cociente del elemento de matriz calculado en (2.23) como

$$\frac{1}{[(k + p_1)^2 - m^2][(k - p_2)^2 - m^2][k^2 - m^2]} = \int_0^1 dv_1 dv_2 dv_3 \frac{2\delta(v_1 + v_2 + v_3 - 1)}{\{[(k + p_1)^2 - m^2]v_1 + [(k - p_2)^2 - m^2]v_2 + [k^2 - m^2]v_3\}^3} \quad (\text{A.2})$$

Haciendo la integral sobre el parámetro v_3 y considerando que $v_1 + v_2 + v_3 = 1$, el tensor de amplitud de dispersión se reduce a

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = e^2 g_H 4m \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{2[g^{\mu\nu}(m^2 - k^2 - p_1 \cdot p_2) + (2k^\mu + p_1^\mu)(2k^\nu - p_2^\nu) + p_2^\mu p_1^\nu]}{[(k + v_1 p_1 - v_2 p_2)^2 - \Delta^2]^3}, \quad (\text{A.3})$$

A.1. CÁLCULO DEL ELEMENTO DE MATRIZ MEDIANTE PARÁMETRO DE FEYNMAN

con $\Delta^2 = m^2 + (v_1 p_1 - v_2 p_2)^2 - v_1 p_1^2 - v_2 p_2^2$.

Introduciendo la variable $\ell = k + v_1 p_1 - v_2 p_2$, se reescribe el elemento de matriz (A.3) en d dimensiones como

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = ie^2 g_H 8m \int_0^1 dv_1 dv_2 \int \frac{d^d \ell}{(2\pi)^d} \frac{T^{\mu\nu}(\ell)}{(\ell^2 - \Delta^2)^3}, \quad (\text{A.4})$$

donde $T^{\mu\nu}$ representa el tensor de la traza que tiene la forma

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} = & g^{\mu\nu} \left[m^2 - \left(1 - \frac{4}{d}\right) \ell^2 - (v_2 p_2 - v_1 p_1)^2 - p_1 \cdot p_2 \right] + p_1^\nu p_2^\mu \\ & + [-2v_1 p_1^\nu + (2v_2 - 1)p_2^\nu][2v_2 p_2^\mu - (2v_1 - 1)p_1^\mu]. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Una vez que se ha reducido tanto el numerador como el denominador de la ecuación (A.3), se observa que esencialmente se puede separar en dos tipos de integrales

$$\begin{aligned} I_1 &= \left(1 - \frac{4}{d}\right) \int \frac{d^d \ell}{(2\pi)^d} \frac{\ell}{[\ell^2 - \Delta^2]^3} \\ I_2 &= \int \frac{d^d \ell}{(2\pi)^d} \frac{1}{[\ell^2 - \Delta^2]^3}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

De acuerdo con el Apéndice A.4 de Peskin [38], las integrales tienen soluciones de la forma

$$\begin{aligned} \int \frac{d^d \ell}{(2\pi)^d} \frac{\ell^2}{(\ell^2 - \Delta^2)^n} &= \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d}{2} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2} - 1)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta^2}\right)^{n - \frac{d}{2} - 1} \\ \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\ell^2 - \Delta^2)^n} &= \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2})}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta^2}\right)^{n - \frac{d}{2}} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

De esta forma, sustituyendo los resultados anteriores en (A.6) obtenemos que

$$\begin{aligned} I_1 &= \left(1 - \frac{4}{d}\right) \frac{(-1)^2 i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d}{2} \frac{\Gamma(2 - \frac{d}{2})}{\Gamma(3)} \left(\frac{1}{\Delta^2}\right)^{2 - \frac{d}{2}} \\ &= \left(\frac{d-4}{d}\right) \frac{(-1)^2 i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d}{2} \frac{\Gamma(3 - \frac{d}{2})}{2} \left(\frac{1}{\Delta^2}\right)^{2 - \frac{d}{2}} \\ &= \frac{-i}{2(4\pi)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

e

$$I_2 = -\frac{i}{(4\pi)^2} \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta^2}. \quad (\text{A.9})$$

Sustituyendo (A.8) y (A.9) en (A.4) obtenemos

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = \frac{-ie^2 g_H 4m}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \left\{ \frac{g^{\mu\nu} [v_1 p_1^2 + v_2 p_2^2 - p_1 \cdot p_2 - 2(v_2 p_2 - v_1 p_1)^2]}{\Delta^2} + \frac{[(2v_1 - 1)p_1^\mu - 2v_2 p_2^\mu][2v_1 p_1^\nu - (2v_2 - 1)p_2^\nu] + p_1^\nu p_2^\mu}{\Delta^2} \right\}. \quad (\text{A.10})$$

Utilizando la conservación de momento, definimos $m_H \equiv (p_1 + p_2)^2$ entonces

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{m_H^2 - p_1^2 - p_2^2}{2}. \quad (\text{A.11})$$

Por lo tanto, la matriz de dispersión en la capa de masa tiene la forma

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = \frac{-ie^2 g_H 4m}{(4\pi)^2} \int_0^1 dv_1 \int_0^{1-v_1} dv_2 \frac{1}{m^2 - v_1 v_2 m_H^2} \left\{ (4v_1 v_2 - 1) \frac{m_H^2}{2} g^{\mu\nu} + (2v_1 - 1) p_1^\mu [2v_1 p_1^\nu - (1 - 2v_2) p_2^\nu] + p_2^\mu [(1 - 4v_1 v_2) p_1^\nu + 2v_2 (2v_2 - 1) p_2^\nu] \right\}. \quad (\text{A.12})$$

A.1. CÁLCULO DEL ELEMENTO DE MATRIZ MEDIANTE PARÁMETRO DE FEYNMAN

Apéndice B

Integrales Gaussianas

A continuación, se darán algunos resultados relacionados con las integrales Gaussianas utilizadas para el cálculo de la matriz de dispersión tanto en ausencia como en presencia de un campo magnético.

B.1. Caso general

El resultado más simple y general de una integral Gaussiana es

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad (\text{B.1})$$

siempre y cuando se cumpla que $\mathcal{R}(a) > 0$.

Cuando la exponencial contiene una fase adicional y/o se está multiplicando por polinomios, haciendo los cambios de variable pertinentes e integrando por partes, se puede mostrar que

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx x e^{-ax^2} = 0; \quad (\text{B.2})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 e^{-ax^2} = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}; \quad (\text{B.3})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-a(x\pm b)^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}}; \quad (\text{B.4})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx x e^{-a(x\pm b)^2} = \mp b \sqrt{\frac{\pi}{a}}; \quad (\text{B.5})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 e^{-a(x\pm b)^2} = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} + b^2 \sqrt{\frac{\pi}{a}}. \quad (\text{B.6})$$

B.2. Caso en ausencia de campo magnético

El elemento de matriz expresado en (2.32) se puede dividir esencialmente en cuatro tipos de integrales Gaussianas. A continuación, con ayuda de los resultados generales (B.1) - (B.6) se calculará uno de ellos explícitamente.

Para facilitar el cálculo, llamemos $q = v_2 p_2 - v_1 p_1$ y $k = \ell + q$. De esta forma,

$$\begin{aligned} I_1^{\mu\nu} &\equiv \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{is(k-q)^2} k^2 \\ &= \int \frac{d^4 \ell}{(2\pi)^4} e^{is\ell^2} (\ell + q)^2 \\ &= \int \frac{d^4 \ell}{(2\pi)^4} e^{is\ell^2} \ell^2 + \int \frac{d^4 \ell}{(2\pi)^4} e^{is\ell^2} q^2 \\ &= \int \frac{d^4 \ell_0}{(2\pi)} \frac{d^4 \ell_1}{(2\pi)} \frac{d^4 \ell_2}{(2\pi)} \frac{d^4 \ell_3}{(2\pi)} e^{-[is(\ell_0^2 - \ell_1^2 - \ell_2^2 - \ell_3^2)]} (\ell_0^2 - \vec{\ell} \cdot \vec{\ell}) + \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{-i}{s^2} q^2 \\ &= \left[\frac{1}{(4\pi)^2} \frac{-i}{s^2} \right] \left[\frac{1}{-2is} - \frac{3}{2is} \right] + \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{-i}{s^2} q^2 \\ &= \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{-i}{s^2} \left(\frac{2i}{s} + q^2 \right) \\ &= \frac{1}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \frac{ie^{-i\frac{\pi}{4}d}}{s^{\frac{d}{2}}} \left(\frac{d}{2} \frac{i}{s} + q^2 \right). \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Repitiendo el procedimiento anterior, obtenemos que las integrales Gaussianas faltantes tienen la forma

$$I_2^{\mu\nu} \equiv \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{is(k-q)^2} = \frac{1}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \frac{ie^{-i\frac{\pi}{4}d}}{s^{\frac{d}{2}}}; \quad (\text{B.8})$$

Hacemos lo mismo para el resto de los términos de la traza

$$I_3^{\mu\nu} \equiv \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{is(k-q)^2} k^\mu = \frac{1}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \frac{ie^{-i\frac{\pi}{4}d}}{s^{\frac{d}{2}}} q^\mu; \quad (\text{B.9})$$

$$I_4^{\mu\nu} \equiv \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{is(k-q)^2} k^\mu k^\nu = \frac{1}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \frac{ie^{-i\frac{\pi}{4}d}}{s^{\frac{d}{2}}} \left(q^\mu q^\nu + \frac{1}{2is} g^{\mu\nu} \right). \quad (\text{B.10})$$

B.3. Caso con campo magnético

Las integrales en (3.30) se pueden identificar como integrales Gaussianas. A continuación, utilizando el caso general (B.1), se procederá a calcular una de ellas explícitamente.

Para facilitar el cálculo de la integral sobre $Q_{1\perp}$ se introduce un cambio de variable $\ell = Q_1 + \frac{\hat{F}(k-p_2-Q_2)}{\tan(eBs_1)}$, tal que

$$\begin{aligned} I_{Q_{1\perp}} &= \int \frac{d^2 Q_1}{(2\pi)^2} e^{\frac{i}{eB} t_1 \left[Q_1 + \frac{\hat{F}(k-p_2-Q_2)}{t_1} \right]^2} e^{-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)]^2}{t_1}} \\ &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)]^2}{t_1}} \int \frac{d^2 \ell}{(2\pi)^2} e^{\frac{i}{eB} t_1 \ell^2} \\ &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)]^2}{t_1}} \int \frac{d^2 \ell_1}{(2\pi)} \frac{d^2 \ell_2}{(2\pi)} e^{-\frac{i}{eB} t_1 \ell_1^2} e^{-\frac{i}{eB} t_1 \ell_2^2} \\ &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)]^2}{t_1}} \left(\sqrt{\frac{\pi}{\frac{i}{eB} t_1}} \right) \left(\sqrt{\frac{\pi}{\frac{i}{eB} t_1}} \right) \frac{1}{(2\pi)^2} \\ &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{[\hat{F}(k-p_2-Q_2)]^2}{t_1}} \left(\frac{\pi eB}{i t_1} \right) \frac{1}{(2\pi)^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Repetiendo el procedimiento anterior, obtenemos que la integral sobre $Q_{2\perp}$, haciendo el cambio de variable $\ell = Q_2 - \frac{w}{C_1}$, da como resultado

$$\begin{aligned} I_{Q_{2\perp}} &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{w^2}{C_1}} \int \frac{d^2 Q_2}{(2\pi)^2} e^{\left[\frac{i}{eB} C_1 \left(Q_2 - \frac{w}{C_1} \right)^2 \right]} \\ &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{w^2}{C_1}} \int \frac{d^2 \ell}{(2\pi)^2} e^{\frac{i}{eB} C_1 \ell^2} \\ &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{w^2}{C_1}} \left(\sqrt{\frac{\pi}{\frac{i}{eB} C_1}} \right) \left(\sqrt{\frac{\pi}{\frac{i}{eB} C_1}} \right) \frac{1}{(2\pi)^2} \\ &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{w^2}{C_1}} \left(\frac{\pi eB}{i C_1} \right) \frac{1}{(2\pi)^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

B.3. CASO CON CAMPO MAGNÉTICO

Repitiendo el procedimiento anterior, obtenemos que la integral sobre k_{\perp} , haciendo el cambio de variable $\ell = k + \frac{q}{C_2}$, da como resultado

$$\begin{aligned}
 I_{k_{2\perp}} &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{q^2}{C_2}} e^{\frac{i}{eB} c} \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} e^{\left[\frac{i}{eB} C_2 \left(Q_2 + \frac{q}{C_2} \right)^2 \right]} \\
 &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{q^2}{C_2}} e^{\frac{i}{eB} c} \int \frac{d^2 \ell}{(2\pi)^2} e^{\frac{i}{eB} C_1 \ell^2} \\
 &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{q^2}{C_2}} e^{\frac{i}{eB} c} \left(\sqrt{\frac{\pi}{\frac{i}{eB} C_2}} \right) \left(\sqrt{\frac{\pi}{\frac{i}{eB} C_2}} \right) \frac{1}{(2\pi)^2} \\
 &= e^{-\frac{i}{eB} \frac{q^2}{C_2}} e^{\frac{i}{eB} c} \left(\frac{\pi e B}{i C_2} \right) \frac{1}{(2\pi)^2}.
 \end{aligned} \tag{B.13}$$

Apéndice C

Cálculos extra: caso con campo magnético

C.1. Demostración de que el tensor de dispersión con campo magnético se reduce al caso sin campo

El elemento de matriz que considera la influencia del campo magnético, en el espacio de momentos, tiene la forma

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_B^{\mu\nu}(p, k, q) &= \int d^4x d^4y d^4z e^{-ip\cdot x} e^{ip_1\cdot y} e^{ip_2\cdot z} \tilde{\mathcal{M}}_B^{\mu\nu}(x, y, z) \\ &= \int d^4x d^4y d^4z e^{-ip\cdot x} e^{ip_1\cdot y} e^{ip_2\cdot z} \\ &\quad \times \text{Tr}[(ie\gamma^\mu)u\tilde{S}_F^B(y, x)\tilde{S}_F^B(x, z)(ie\gamma^\nu)\tilde{S}_F^B(z, y)(-ig_H)]\end{aligned}\tag{C.1}$$

En ausencia de fuentes de campo magnético, el propagador fermiónico, de acuerdo con (3.9), se reduce a

$$\tilde{S}_F^B(x, z) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} S_F(k) e^{-ik\cdot(x-z)},\tag{C.2}$$

C.1. DEMOSTRACIÓN DE QUE EL TENSOR DE DISPERSIÓN CON
CAMPO MAGNÉTICO SE REDUCE AL CASO SIN CAMPO

Si se sustituye (C.2) en (C.1), se tiene que

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_B^{\mu\nu} = & - \int d^4x d^4y d^4z \int \frac{d^4Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ipx} e^{ip_1y} e^{ip_2z} \\ & \times e^{-iQ_1(y-x)} e^{-iQ_2(x-z)} e^{-ik(z-y)} \\ & \times \text{Tr}[(ie\gamma^\mu)S_F(y,x)S_F(x,z)(ie\gamma^\nu)S_F(z,y)(-ig_H)] \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Agrupando las exponenciales, se observa que los términos se reducen como

$$\begin{aligned} & \exp[i(-px + p_1y + p_2z - Q_1y + Q_1x - Q_2x + Q_2z - kz + ky)] \\ & = \exp[ix(-p + Q_1 - Q_2) + iy(p_1 - Q_1 + k) + iz(p_2 + Q_2 - k)] \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Así, cuando se realizan las integrales sobre las coordenadas x , y y z , se obtiene que

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_B^{\mu\nu} = & - \int \frac{d^4Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[(ie\gamma^\mu)S_F(y,x)S_F(x,z)(ie\gamma^\nu)S_F(z,y)(-ig_H)] \\ & \times [(2\pi)^4\delta^4(-p + Q_1 - Q_2)] [(2\pi)^4\delta^4(-p_1 + Q_1 + k)] \\ & \times [(2\pi)^4\delta^4(-p_2 + Q_2 - k)]. \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Por lo tanto, cuando se realizan las sustituciones correspondientes, el tensor de dispersión resultante tendrá la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_B^{\mu\nu} = & - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[(ie\gamma^\mu)S_F(k + p_1)S_F(k - p_2)(ie\gamma^\nu)S_F(k)(-ig_H)] \\ & \times (2\pi)^4\delta^4(p - p_1 - p_2). \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Si se cumple que $\times(2\pi)^4\delta^4(p - p_1 - p_2) = 1$, se obtendrá la conservación del momento durante el decaimiento, es decir $p = p_1 + p_2$.

El resultado (C.6) coincide con la expresión del tensor de dispersión (2.23) para el caso sin campo magnético externo, calculada en la sección 2.

C.2. Matriz de dispersión con campo magnético del diagrama conjugado de carga

El diagrama conjugado de carga del proceso $H \rightarrow \gamma\gamma$ está representado en la Figura C.1.

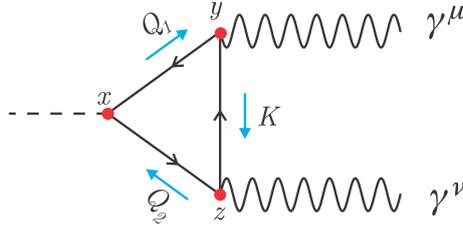


Figura C.1: Diagrama conjugado de carga del proceso $H \rightarrow \gamma\gamma$

Para obtener una expresión general del elemento de matriz, se realiza exactamente el mismo procedimiento que para el diagrama original.

Por las reglas de Feynman, tenemos que la matriz de dispersión en el espacio de configuración para el diagrama conjugado de carga del proceso es

$$i\tilde{\mathcal{M}}_B^{*\mu\nu}(x, y, z) = -\text{Tr}[\tilde{S}_F^B(x, y)(ie\gamma^\mu)\tilde{S}_F^B(y, z)(ie\gamma^\nu)\tilde{S}_F^B(z, x)(ig_H)]. \quad (\text{C.7})$$

donde Tr se refiere a la traza sobre todas las contribuciones de espín y \tilde{S}_F^B al propagador fermiónico que considera la influencia del campo magnético.

Para obtener el elemento de matriz en el espacio de momentos, se realiza un transformada de Fourier

$$i\mathcal{M}_B^{*\mu\nu}(p, p_1, p_2) = \int d^4x d^4y d^4z e^{-ip\cdot x} e^{ip_1\cdot y} e^{ip_2\cdot z} \tilde{\mathcal{M}}_B^{*\mu\nu}(x, y, z). \quad (\text{C.8})$$

Ahora, se procederá a realizar las integrales sobre las coordenadas x , y y z , de la misma manera que en el capítulo 3. De esta manera, se obtiene que la matriz de

C.2. MATRIZ DE DISPERSIÓN CON CAMPO MANGÉTICO DEL
DIAGRAMA CONJUGADO DE CARGA

dispersión para el diagrama conjugado es de la forma

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} &= ie^2 g_H \int \frac{d^4 Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[S_F^B(-Q_1)\gamma^\mu S_F^B(-k)S_F^B(-Q_2)] \\
 &\quad \times (2\pi)^6 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p - Q_1 + Q_2) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_1 + Q_1 - k) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_2 - Q_2 + k) \\
 &\quad \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(-p_1 - p_2 + p) e^{-\frac{2i}{eB}(p_1+Q_1-k)\hat{F}(p_2-Q_2+k)}.
 \end{aligned} \tag{C.9}$$

Desarrollando la fase observamos que

$$\begin{aligned}
 -(-p_1 - Q_1 + k)\hat{F}(-p_2 + Q_2 - k) &= -Q_1\hat{F}(k - p_2 - Q_2) + Q_2\hat{F}(k + p_1) \\
 &\quad - k\hat{F}(p_1 + p_2) - p_1\hat{F}p_2.
 \end{aligned} \tag{C.10}$$

Por lo tanto, cuando se sustituye (C.10) en (C.9), la matriz de dispersión se reescribe como

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_B^{\mu\nu} &= - \int \frac{d^4 Q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 Q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[(ie\gamma^\mu)S_F^B(Q_1)S_F^B(Q_2)(ie\gamma^\nu)S_F^B(k)(ig_H)] \\
 &\quad \times (2\pi)^6 \delta_{\parallel}^{(2)}(-p + Q_1 - Q_2) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_1 - Q_1 + k) \delta_{\parallel}^{(2)}(p_2 + Q_2 - k) \\
 &\quad \times \left(\frac{2}{eB}\right)^2 (2\pi)^4 \delta_{\perp}^{(2)}(p_1 + p_2 - p) e^{-\frac{2i}{eB}Q_1\hat{F}(k-p_2-Q_2)} e^{\frac{2i}{eB}Q_2\hat{F}(k+p_1)} \\
 &\quad \times e^{-\frac{2i}{eB}k\hat{F}(p_1+p_2)} e^{-\frac{2i}{eB}p_1\hat{F}p_2}.
 \end{aligned} \tag{C.11}$$

Es importante señalar que los términos provenientes de la fase, contenida en la matriz de dispersión en (C.11), difieren en un signo con respecto a los del elemento de matriz del diagrama de Feynman original (3.29).

C.3. Argumentos de las exponenciales de las integrales sobre los momentos transversos

En esta sección se presentaran los cálculos detallados para la obtención de algunos términos de las exponenciales presentes en las distintas integrales sobre los momentos transversos, en las cuales se considerarán los argumentos provenientes de la fase Ω , es decir, los efectos del campo magnético.

C.3.1. Integral sobre $Q_{1\perp}$

Para poder escribir la integral sobre el momento k_{\perp} , expresada en la ecuación (3.33) como una distribución Gaussiana, se completó el binomio cuadrado en (3.34), como se muestra a continuación

$$\begin{aligned}
 & \frac{i}{eB} \tan(eBs_1) \left[Q_1^2 + \frac{2}{t_1} Q_1 \hat{F}(k - p_2 - Q_2) \right] \\
 = & \frac{i}{eB} t_1 \left[Q_1^2 + \frac{2}{t_1} Q_1 \hat{F}(k - p_2 - Q_2) + \left(\frac{\hat{F}(k - p_2 - Q_2)}{t_1} \right)^2 \right] \\
 & - \frac{i}{eB} t_1 \left(\frac{\hat{F}(k - p_2 - Q_2)}{t_1} \right)^2 \\
 = & \frac{i}{eB} t_1 \left[Q_1 + \frac{\hat{F}(k - p_2 - Q_2)}{t_1} \right]^2 - \frac{i}{eB} t_1 \left(\frac{\hat{F}(k - p_2 - Q_2)}{t_1} \right)^2.
 \end{aligned} \tag{C.12}$$

Al realizarse esta operación, se introdujeron términos de la forma

$$\pm \frac{i}{eB} t_1 \left[\frac{\hat{F}(k - p_2 - Q_2)}{t_1} \right]^2. \tag{C.13}$$

Dado que, posterior a la integración sobre $Q_{1\perp}$, se realizarán las respectivas integrales sobre $Q_{2\perp}$ y k_{\perp} , se debe conocer la forma explícita (C.13) en términos únicamente de los momentos, tanto internos como externos. De esta manera, se tendrá que

$$\begin{aligned}
 [\hat{F}(k - p_2 - Q_2)]^2 &= [\hat{F}(k - p_2 - Q_2)]_\alpha [\hat{F}(k - p_2 - Q_2)]^\alpha \\
 &= \hat{F}_{\alpha\beta}(k - p_2 - Q_2)^\beta \hat{F}^{\alpha\lambda}(k - p_2 - Q_2)_\lambda \\
 &= \hat{F}_{\alpha\beta} \hat{F}^{\alpha\lambda} (k - p_2 - Q_2)^\beta (k - p_2 - Q_2)_\lambda \\
 &= g_\beta^\lambda (k - p_2 - Q_2)^\beta (k - p_2 - Q_2)_\lambda \\
 &= (k - p_2 - Q_2)^\beta (k - p_2 - Q_2)_\beta \\
 &= (k - p_2 - Q_2)^2.
 \end{aligned} \tag{C.14}$$

Así, al sustituir (C.14) en (C.13), el término de interés se reescribirá como

$$\begin{aligned}
 &\frac{i}{eBt_1} (k - p_2 - Q_2)^2 \\
 &= \frac{i}{eBt_1} [Q_2^2 - 2(k - p_2) \cdot Q_2] + \frac{i}{eBt_1} (k - p_2)^2.
 \end{aligned} \tag{C.15}$$

C.3.2. Integral sobre $Q_{2\perp}$

Para poder escribir la integral sobre el momento $Q_{2\perp}$, expresada en la ecuación (3.37) como una distribución Gaussiana, se completó el binomio cuadrado en (3.38), como se mostrará a continuación.

Se tiene que los términos del exponente se pueden agrupar como

$$\frac{i}{eB} \left\{ \left[t_2 - \frac{1}{t_1} \right] Q_2^2 - 2 \left[\hat{F}(k + p_1) - \frac{1}{t_1} (k - p_2) \right] Q_2 \right\}. \tag{C.16}$$

Renombrando

$$C_1 = t_2 - \frac{1}{t_1} = \frac{t_1 t_2 - 1}{t_1} \tag{C.17}$$

se puede simplificar la expresión (C.16) de la forma

$$\frac{i}{eB} C_1 \left\{ Q_2^2 - \frac{2}{C_1} \left[\hat{F}(k + p_1) - \frac{1}{t_1} (k - p_2) \right] Q_2 \right\}. \tag{C.18}$$

Para facilitar el cálculo, se introduce una nueva variable

$$w_\alpha = \hat{F}_{\alpha\beta}(k + p_1)^\beta - \frac{1}{t_1}(k - p_2)_\alpha, \quad (\text{C.19})$$

que sustituyéndola en la ecuación (C.18), se obtendrá que

$$\frac{i}{eB}C_1 \left(Q_2^2 - \frac{2}{C_1}w \cdot Q_2 + \frac{w^2}{C_1^2} - \frac{w^2}{C_1^2} \right) = \frac{i}{eB}C_1 \left(Q_2 - \frac{w}{C_1} \right)^2 - \frac{i}{eB} \frac{w^2}{C_1}. \quad (\text{C.20})$$

Debido a que w_α depende del momento k , sobre el cual se también se realizará una integral, se debe conocer la forma explícita (C.20), es decir se debe calcular el valor de w^2 . Así,

$$\begin{aligned} w^2 &= \left[\hat{F}_{\alpha\beta}(k + p_1)^\beta - \frac{1}{t_1}(k - p_2)_\alpha \right] \left[\hat{F}^{\alpha\lambda}(k + p_1)_\lambda - \frac{1}{t_1}(k - p_2)^\alpha \right] \\ &= \hat{F}_{\alpha\beta}(k + p_1)^\beta \hat{F}^{\alpha\lambda}(k + p_1)_\lambda - \frac{1}{t_1} \hat{F}_{\alpha\beta}(k + p_1)^\beta (k - p_2)_\alpha \\ &\quad - \frac{1}{t_1} \hat{F}^{\alpha\lambda}(k + p_1)_\lambda (k - p_2)_\alpha + \frac{1}{t_1^2} (k - p_2)_\alpha (k - p_2)^\alpha \\ &= \hat{F}_{\alpha\beta} \hat{F}^{\alpha\lambda} (k + p_1)^\beta (k + p_1)_\lambda - \frac{1}{t_1} (k - p_2) \hat{F}(k + p_1) \\ &\quad - \frac{1}{t_1} (k - p_2) \hat{F}(k + p_1) + \frac{1}{t_1^2} (k - p_2)^2 \\ &= g_\beta^\lambda (k + p_1)^\beta (k + p_1)_\lambda - \frac{2}{t_1} (k - p_2) \hat{F}(k + p_1) \\ &\quad + \frac{1}{t_1^2} (k - p_2)^2 \\ &= (k + p_1)^2 - \frac{2}{t_1} (k - p_2) \hat{F}(k + p_1) + \frac{1}{t_1^2} (k - p_2)^2. \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

C.3.3. Integral sobre k_{\perp}

Para poder escribir la integral sobre el momento k_{\perp} , expresada en la ecuación (3.42) como una distribución Gaussiana, se completó el binomio cuadrado en (3.43), como se mostrará a continuación.

Los términos de las exponenciales se pueden agrupar de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 & \frac{i \tan(eBs_3)}{eB} k^2 + \frac{2i}{eB} k \hat{F}(p_1 + p_2) - \frac{i}{eB} \frac{1}{t_1} (k^2 - 2p_2 \cdot k + p_2^2) \\
 & + \frac{2i}{eB} p_1 \hat{F} p_2 - \frac{i}{eB} \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} (k^2 + 2p_1 \cdot k + p_1^2) \\
 & + \frac{2i}{eB} \frac{1}{t_1 t_2 - 1} [k \hat{F}(p_1 + p_2) + p_1 \hat{F} p_2] - \frac{1}{t_1(t_1 t_2 - 1)} (k^2 - 2p_2 \cdot k + p_2^2) \\
 = & \frac{i}{eB} \left[t_3 - \frac{1}{t_1} - \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} - \frac{1}{t_1(t_1 t_2 - 1)} \right] k^2 \\
 & + \frac{2i}{eB} \left[\hat{F}(p_1 + p_2) + \frac{1}{t_1} p_2 - \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} p_1 + \frac{1}{t_1 t_2 - 1} \hat{F}(p_1 + p_2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{t_1(t_1 t_2 - 1)} p_2 \right] k - \left[\frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} p_1^2 + \frac{t_2}{t_1 t_2 - 1} p_2^2 \right] \\
 & + 2 \left[\frac{t_1 t_2}{t_1 t_2 - 1} \right] p_1 \hat{F} p_2.
 \end{aligned} \tag{C.22}$$

Para simplificar el cálculo, llamemos

$$\begin{aligned}
 C_2 &= t_3 - \frac{1}{t_1} - \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} - \frac{1}{t_1(t_1 t_2 - 1)} \\
 &= \frac{t_3(t_1 t_2 - 1) - t_1 - t_2}{t_1 t_2 - 1} \\
 &= \frac{t_1 t_2 t_3 - t_1 - t_2 - t_3}{t_1 t_2 - 1}
 \end{aligned} \tag{C.23}$$

Asimismo, se introduce la nueva variable

$$q_{\alpha} = \left(\frac{t_1 t_2}{t_1 t_2 - 1} \right) \left[\hat{F}_{\alpha\beta}(p_1 + p_2)^{\beta} + \frac{1}{t_1} p_{2\alpha} - \frac{1}{t_2} p_{1\alpha} \right] \tag{C.24}$$

y se nombra al término constante respecto a l como

$$c = - \frac{t_1}{t_1 t_2 - 1} p_1^2 - \frac{t_2}{t_1 t_2 - 1} p_2^2 + 2 \left[\frac{t_1 t_2}{t_1 t_2 - 1} \right] p_1 \hat{F} p_2. \tag{C.25}$$

De esta manera, utilizando (C.23), (C.24) y (C.25), se puede reescribir el término de la exponencial (C.22) de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \frac{i}{eB} C_2 \left(k^2 + \frac{2}{C_2} k \cdot q \right) + \frac{i}{eB} c &= \frac{i}{eB} C_2 \left(k^2 + \frac{2}{C_2} k \cdot q + \frac{q^2}{C_2^2} - \frac{q^2}{C_2^2} \right) + \frac{i}{eB} c \\ &= \frac{i}{eB} C_2 \left(k + \frac{q}{C_2} \right)^2 - \frac{i}{eB} \frac{q^2}{C_2} + \frac{i}{eB} c, \end{aligned} \tag{C.26}$$

con

$$\begin{aligned} q^2 &= \left(\frac{t_1 t_2}{t_1 t_2 - 1} \right)^2 \left[\hat{F}_{\alpha\beta} (p_1 + p_2)^\beta + \frac{1}{t_1} p_{2\alpha} - \frac{1}{t_2} p_{1\alpha} \right] \left[\hat{F}^{\alpha\lambda} (p_1 + p_2)_\lambda + \frac{1}{t_1} p_2^\alpha - \frac{1}{t_2} p_1^\alpha \right] \\ &= \left(\frac{t_1 t_2}{t_1 t_2 - 1} \right)^2 \left[(p_1 + p_2)^2 + \frac{2}{t_1} p_2 \hat{F} p_1 - \frac{2}{t_2} p_1 \hat{F} p_2 + \frac{1}{t_1^2} p_2^2 - \frac{2}{t_1 t_2} p_1 \cdot p_2 + \frac{1}{t_2^2} p_1^2 \right] \\ &= \left(\frac{t_1 t_2}{t_1 t_2 - 1} \right)^2 \left[(p_1 + p_2)^2 + 2 \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) p_2 \hat{F} p_1 + \left(\frac{1}{t_1} p_2 - \frac{1}{t_2} p_1 \right)^2 \right]. \end{aligned} \tag{C.27}$$

C.3. ARGUMENTOS DE LAS EXPONENCIALES DE LAS INTEGRALES SOBRE LOS MOMENTOS TRANSVERSOS

Bibliografía

- [1] D. J. Griffiths, *Introduction to elementary physics*, Wiley, 2008.
- [2] M. Thomson, *Modern Particle Physics*, Cambridge University Press, 2013.
- [3] P. Dirac, Proc. R. Soc. Lond. A **117**, 610 (1928).
- [4] T. Lancaster y S. J. Blundell, *Quantum Field Theory for the Gifted Amateur*, Oxford University Press, 2014.
- [5] M. D. Schwartz, *Quantum Field Theory and the Standard Model*, Cambridge University Press, 2014.
- [6] J. Schwichtenberg, *Physics from Symmetry*, Springer, 2015.
- [7] J. L. Díaz-Cruz, Revista Mexicana de Física **65**, 419 (2019).
- [8] S. Glashow, Nuclear Physics **22**, 579 (1961).
- [9] J. Goldstone, A. Salam y S. Weinberg, Phys. Rev. **127**, 965 (1962).
- [10] S. Weinberg
- [11] G. t' Hooft, Nucl. Phys.B **33**, 173 (1971).
- [12] G. t' Hooft, Nucl. Phys. B **35**, 167 (1971).
- [13] Y. Nambu, Phys. Rev. Lett. **4**, 380 (1960).
- [14] J. Bardeen, L. N. Cooper, y J. R. Schrieffer Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
- [15] J. Goldstone, Nuovo Cim **19**, 154 (1961).

BIBLIOGRAFÍA

- [16] J. Ellis, M. K. Gaillard y D. V. Nanopoulos, “An Updated Historical Profile of the Higgs Bosons”, en *he standard theory of particle physics : essays to celebrate CERN’s 60th anniversary*, eds. L. Maiani y L. Rolandi, World Scientific (2016), p. 255-274.
- [17] F. Englert y R. Brout, Phys. Rev. Lett. **13**, 321 (1964).
- [18] P. W. Higgs, Phys. Lett. **12**, 132 (1964).
- [19] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964).
- [20] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, C. R. and T. W. B. Kibble, Phys. Rev. Lett. **13**, 585 (1964).
- [21] A. Salam, “Weak and electromagnetic interactions”, en Selected Papers of Abdus Salam, 1994, p. 244-254.
- [22] J. Ellis, M. K. Gaillard y D. V. Nanopoulos, Nuclear Physics B **106**, 292 (1976).
- [23] H. Baer et. al., “New Particles” en Physics at LEP, eds. J. Ellis y R.D. Peccei, CERN Report 86-02 (1986), Vol. 1, p. 297-349.
- [24] ATLAS Collaboration, Phys. Lett. B **716**, 1 (2012).
- [25] CMS Collaboration, Phys. Lett. B **716**, 30 (2012).
- [26] K. Tackmann, Nucl. Part. Phys. Proc. **273-275**, 117 (2016).
- [27] E. Smith, ”The Hierarchy Problem”, The University of Chicago, 2019.
- [28] M. Carena *et al.*, “11. Status of Higgs Boson Physics” en M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018) and 2019 update. Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).
- [29] E. Bagnaschi *et.al.*, J. High Energy Phys. **03**, 158 (2016).
- [30] R. Barbieri, L. J. Hall y V. S. Rychkov, Phys. Rev. D **74**, 015007 (2006).
- [31] D. E. Kharzeev, L. D. McLerran y H. J. Warringa, Nucl. Phys. A **803**, 227 (2008).

BIBLIOGRAFÍA

- [32] J. Jaber-Urquiza, G. Piccinelli y A. Sánchez, *Phys. Rev. D* **99**, 056011 (2019).
- [33] E. L. Berger *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **122**, 041803 (2019).
- [34] V. Skokov, A. Y. Illarionov, V. Toneev, *Int. J. Mod. Phys. A* **24**, 5925 (2009).
- [35] W. J. Marciano, C. Zhang y S. Willenbrock, *Phys. Rev. D* **85**, 013002 (2012).
- [36] T. Procházka, *Two-photon decay of the Higgs boson: precise predictions of the standard model*, Diploma thesis, Universidad Carolina, 2018.
- [37] A. Lahiri y P. B. Pal, *A First Book of Quantum Field Theory*, Narosa, 2000.
- [38] M. E. Peskin y D. V. Schroeder, *An Introduction To Quantum Field Theory*, CRC Press, 1995.
- [39] J. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).
- [40] J. Jaber Urquiza, *Efectos de un campo magnético en la tasa de decaimiento de una partícula escalar neutra a fermiones cargados*, tesis para obtener el título de físico, Universidad Nacional Autónoma de México, 2018.
- [41] D. Huang *et al.*, *Commun. Theor. Phys.* **57**, 427 (2012).
- [42] M.I. Kotsky y O.I. Yakovlev *Physics Letters B* **418**, 335 (1998).
- [43] T. E. Clarke , P. P. Kronberg y H. Boringer, *Astrophys. J.* **547**, L111 (2001).
- [44] Kim E. J., P. P. Kronberg, G. Giovannini and T. Venturi, *Nature* **341**, 720-723 (1989).
- [45] Kronberg P. P., *Rep. Prog. Phys.* **57**, 325 (1994)
- [46] A. Neronov and I. Vovk, *Science* **328**, 73 (2010).
- [47] M. Le Bellac, *Thermal Field Theory*, Cambridge University Press, 2000, 272 p.
- [48] V.A. Fock, *Physik. Z. Sowjetunion* **12**, 404 (1937).
- [49] A. Erdas, *Phys. Rev. D* **80**, 113004 (2009).

BIBLIOGRAFÍA

- [50] A. V. Kuznetsov, A. A. Okrugin y A. M. Shitova, *Int. J. Mod. Phys. B* **30**, 1550140 (2015).
- [51] V. Voronyuk *et.al*, *Phys. Rev. C* **83**, 054911 (2011).
- [52] Y. Zhong *et. al.*, *Adv.High Energy Phys.* **2014**, 193039 (2014).
- [53] J. Margutti (ALICE Collaboration), “The search for magnetic-induced charged currents in Pb-Pb collisions with ALICE”, en 12th Workshop on Particle Correlations and Femtoscopy (WPCF 2017) Amsterdam, Netherdands, June 12-16, 2017, 2017, arXiv:1709.05618.
- [54] R. Rogly, G. Giacalone y J. Ollitrault *Phys. Rev. C* **98**, 024902 (2018).
- [55] W. Tsai y T. Erber, *Phys. Rev. D* **10**, 492 (1974).
- [56] WW. Tsai y T. Erber, *Phys. Rev. D* **12**, 1132 (1975).
- [57] M. Bastero-Gil , G. Piccinelli y A. Sanchez, *Astro. Nachr.* **8/9**, 805 (2015).
- [58] A. Kuznetsov y M. Mikheev, *Electroweak Processes in External Electromagnetic Fields*, Springer, 2004.
- [59] L. H. Ryder, *Quantum Field Theory*, Cambridge University Press, 1996.