

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Evaluación experimental del control de motores de inducción bajo el esquema sensorless

> T E S I S Que para obtener el título de Ingeniero Eléctrico Electrónico

**P R E S E N T A** Emigdio Alexandro Albíter Alpízar

> **DIRECTOR DE TESIS** Dr. Hoover Mujica Ortega



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2020



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

#### Jurado asignado

Presidente:	Dr. Gerardo René Espinosa Pérez
Secretario:	Dra. Sofía Magdalena Avila Becerril
Vocal:	Dr. Hoover Mujica Ortega
$1^{er}$ suplente:	Dra. Alejandra Icxiuh de la Guerra Carrasco
$2^{do}$ suplente:	M.I. Mauro Gilberto López Rodríguez

Ciudad Universitaria, Laboratorio de Control, Laboratorio de Automatización.

Ciudad de México

Director de tesis

Dr. Hoover Mujica Ortega

## Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, mi segundo hogar, por todas las oportunidades que me brindó durante mis estudios, le estaré en deuda siempre.

A la Facultad de Ingeniería, por todas las enseñanzas, conocimientos y herramientas que me proporcionaron todos mis profesores durante mi estancia en ella.

A mi profesor y asesor de tesis, el Dr. Hoover Mujica Ortega, por aceptarme para trabajar con él, por la confianza, la amistad, así como por la dedicación y gran compromiso para la realización de esta tesis.

A mis compañeros tesistas Alejandro, Emmanuel, Uriel, Yesica, y a todos los miembros del Laboratorio de Automatización con los que compartí gratos momentos durante estos meses.

A mis amigos de la carrera Brayan, Cristóbal, Erick y Mariana, porque nunca dejé de aprender de ellos, y por enseñarme que los amigos hacen el mejor equipo.

A mi hermano Vicente, por las que fueron asesorías, por siempre tener una respuesta a mis preguntas, y por todos sus consejos, siempre pensados en lo mejor para mí.

A mi hermano David, por ser para mí un ejemplo de que cuando te esfuerzas en lo que más te apasiona, obtienes los mejores resultados y una gran satisfacción.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) de la UNAM por el apoyo y la beca brindada en el Proyecto UNAM-PAPIME PE114419.

## Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis padres Vicente y Maribel, quienes siempre lo dieron todo para que nunca me faltara nada.

#### Resumen

En los últimos años, el interés de la industria por lograr el mejor desempeño en las máquinas eléctricas ha llevado a muchos investigadores a buscar soluciones a este problema. Ejemplo de ello está en los trabajos que se han realizado sobre el control de motores de inducción bajo la condición *sensorless*. Este esquema se refiere a la obtención de información de la velocidad de rotor a partir de la medición exclusiva de variables de naturaleza eléctrica del motor, es decir voltajes y corrientes de estator. Un ejemplo de los trabajos que se han realizado al respecto es el observador bivaluado, el cual es el primero de su tipo con propiedades de convergencia para todo régimen de operación. Los resultados en simulación de estas propiedades muestran la factibilidad de su uso, no obstante, gracias a la contribución que esto supondría para la comunidad de máquinas eléctricas, es de interés verificar la operación de dicho observador de forma experimental. En tal sentido, en esta tesis se presenta la evaluación experimental de dicho método.

El observador empleado se fundamenta en un análisis de observabilidad particular reportado en la literatura, que establece la existencia de trayectorias indistinguibles en ciertos estados del motor (par de carga, velocidad y encadenamientos de flujos de rotor) cuando únicamente se pueden medir variables de naturaleza eléctrica del estator. El concepto de trayectorias indistinguibles se refiere a trayectorias internas del estado de un sistema que son diferentes bajo el mismo conjunto de entradas y salidas. Así, en este trabajo se obtienen dichas trayectorias en una plataforma experimental que contiene a un motor de inducción. El método requiere no solo de la medición de las variables de índole eléctrica, sino también del cálculo de sus derivadas, por lo que en este trabajo se emplean métodos de diferenciación numérica basados en sistemas dinámicos que limitan la amplificación de ruido presente en la medición.

Se realizaron experimentos para estimar la velocidad de rotor y del par de carga, evaluando el desempeño del observador en escenarios tanto en ausencia como en presencia de ruido en la medición. Los resultados demuestran que es posible implementar el observador bivaluado para recuperar las trayectorias indistinguibles de la velocidad y par de carga, pero que el ruido juega un papel muy importante en la calidad de las estimaciones. En efecto, se muestra que la obtención de las derivadas de las mediciones de corrientes y voltajes de estator compromete el desempeño de las estimaciones de las trayectorias.

# Contenido

Ín	Índice de figuras		
Ín	dice	e tablas	IX
1.	Intr	ducción	1
	1.1.	Motivación	1
	1.2.	Antecedentes	3
	1.3.	Formulación del problema	5
	1.4.	Objetivos	6
	1.5.	Contribuciones	7
	1.6.	Organización de la tesis	8
<b>2</b> .	Mot	or de inducción trifásico	9
	2.1.	Modelo matemático	9
		2.1.1. Modelo no lineal del motor de inducción trifásico	9
		2.1.2. Modelo no lineal del motor de inducción bifásico	11
		2.1.3. Modelo ortogonal equivalente $dq$	11
		2.1.4. Modelo ortogonal equivalente $ab$	13
	2.2.	Análisis de observabilidad	14
		2.2.1. Conceptos de observabilidad	14
		2.2.2. Observabilidad del motor de inducción <i>sensorless</i> y observador bi-	
		valuado	14
	2.3.	Control basado en pasividad como generador de perfiles deseados	18
3.	Dife	enciadores numéricos de señales en presencia de ruido	23
	3.1.	Filtro lineal	24
	3.2.	Observador de alta ganancia	25
	3.3.	Comparación del desempeño de los diferenciadores	26
4.	Eva	ación experimental	33
	4.1.	Análisis en ausencia de ruido	34
	4.2.	Análisis en presencia de ruido	38
	4.3.	Discusión de los resultados	42

5. Conclusiones y trabajo futuro	45
A. Plataforma experimental y diseño electrónico	47
B. Implementación por simulación	55
Referencias	59

# Índice de figuras

3.1.	Condiciones de evaluación para la comparación de diferenciadores	27
3.2.	Resultados de diferenciación de voltajes en ausencia de ruido.	28
3.3.	Resultados de diferenciación de voltajes en presencia de ruido	28
3.4.	Resultados de diferenciación de corrientes en ausencia de ruido.	29
3.5.	Resultados de diferenciación de corrientes de estator	30
4.1.	Escenario 1: simulación de voltajes y corrientes.	34
4.2.	Escenario 1: resultados en simulación	35
4.3.	Escenario 2: simulación de voltajes y corrientes	36
4.4.	Escenario 2: resultados en simulación	37
4.5.	Escenario 1: medición de voltajes y corrientes	38
4.6.	Escenario 1: resultados experimentales	39
4.7.	Escenario 2: medición de voltajes y corrientes	40
4.8.	Escenario 2: resultados experimentales	41
A.1.	Plataforma experimental del motor de inducción.	47
A.2.	Curvas del desempeño del motor de inducción	49
A.3.	Diagrama esquemático para la medición de señales de entrada	50
A.4.	Diagrama esquemático para activar el freno de partículas de polvo magnético.	51
A.5.	Diagrama esquemático para las fuentes de alimentación aisladas	51
A.6.	Diseño de la tarjeta electrónica	52
A.7.	Diseño CAD de la tarjeta electrónica	53
B.1.	Diagrama de bloques principal para simulación.	55
B.2.	Diagrama de bloques del generador PBC para simulación	56
B.3.	Diagrama de bloques del observador bivaluado para simulación	57
B.4.	Diagrama de bloques del selector de diferenciadores para el observador	
	bivaluado	57

# Índice de tablas

3.1.	Parámetros del motor de inducción	27
4.1.	Parámetros del motor de inducción	34
A.1.	Características del motor de inducción trifásico ZDNM3581T y datos de su desempeño proporcionados por el fabricante.	48

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

El motor de inducción (MI), también llamado motor asíncrono, es una de las máquinas eléctricas más utilizadas. Entre las ventajas que presenta frente a otras alternativas se encuentran el hecho de no tener conmutador mecánico o escobillas, puede tolerar sobrecargas y puede producir un par de carga más elevado con peso y tamaño menores en comparación con otros motores de dimensiones similares. En el área industrial, destaca sobre otro tipo de motores de una manera predominante debido a su bajo costo, alta confiabilidad de operación, alto nivel de robustez y facilidad de mantenimiento [Marino, et al., 2010].

La importancia del MI se refleja en un gran campo de aplicaciones y por ello existe un creciente interés por optimizar las estrategias de control del motor. La industria automotriz ha comenzado a cambiar su enfoque de manufactura con los vehículos eléctricos e híbridos como respuesta al problema del calentamiento global y el MI ha sido incorporado en algunos modelos de dichos vehículos. Tal es el caso del *model S* de Tesla, en el cual se incluyó un MI de tres fases, cuatro polos y 310 kW [Biswas, *et al.*, 2012], o el modelo *e-tron* de Audi, introducido en 2018 con dos MI de tres fases y 300 kW [Audi, 2018].

En la robótica, el motor de corriente directa constituye el tipo de actuador más empleado en manipuladores industriales. A pesar de que los MI tienen un menor costo de fabricación y generan un par más alto que los motores de CD [Torres, et al., 2016], su uso en esta área se ha visto limitado porque anteriormente eran más difíciles de controlar. No obstante, los avances en la electrónica de potencia y los procesadores de señales digitales han permitido superar esta dificultad [Marzi, 2007], por lo que se han reportado varias oportunidades de implementar motores de inducción en manipuladores [Tomei, et al., 2009], [Torres, et al., 2016]. Ahora bien, el problema de control del MI es un tópico de interés de ingenieros e investigadores desde hace ya varios años y una de sus variaciones más atractivas es el esquema *sensorless*, que se entiende como la condición bajo la cual se realiza el control sin sensores de variables de naturaleza mecánica (velocidad/posición, par de carga y flujos magnéticos) y únicamente con sensores de variables eléctricas (voltajes y corrientes). Estos algoritmos de control se han expandido en áreas que incluyen aplicaciones industriales, electrodomésticas, e incluso en transporte. Por ejemplo, en los trenes de alta velocidad que poseen MI en su sistema de tracción, los sistemas de detección de fallas requieren de la medición de par de carga, pero todos los sensores de oscilación de par son sensibles a las perturbaciones, además de que tener un gran número de sensores complica la infraestructura necesaria para realizar el control de tracción. El avance de los microprocesadores ha hecho posible implementar esquemas *sensorless* en este tipo de aplicaciones [Guzinski, *et al.*, 2013], obteniendo la información que podría proporcionar un sensor a través de métodos de cálculo y estimación.

En la industria de procesos, donde a la condición usualmente se le denomina *encoderless*, es común tener que operar un MI en ambientes hostiles, lo que generalmente requiere eliminar sensores de velocidad [Holtz, 2002]. Sin embargo, muchos de los motores que operan en esta área se utilizan para aplicaciones que generalmente no requieren de una rutina de control elaborada y no hacen uso de *encoders* o *hardware* complicado [Chapman, 2013], ya sea porque no lo necesitan o porque no es posible instalar sensores en las flechas de los motores. En estas aplicaciones, los motores son sometidos a perfiles de velocidad suaves y por ello muchas de estas máquinas no utilizan controladores que permiten actuar ante perturbaciones. En este sentido, el desarrollo de rutinas de control sensorless, que identifican comportamientos indeseados a partir de la medición exclusiva de variables eléctricas, representa un área de estudio que favorece a una gran cantidad de motores que actualmente no poseen sensores mecánicos.

En las comunidades de teoría de control y máquinas eléctricas, la condición sensorless aplicada en MI es un área que ha sido ampliamente estudiada en las últimas dos décadas, pues al no disponer de sensores se abre la posibilidad de diseñar observadores que proporcionen información sobre las variables que no se pueden medir. Así, se han reportado varios análisis de observabilidad del MI en operación sensorless y también se han propuesto observadores, muchos de ellos funcionales y probados en simulaciones. Sin embargo, es poco común encontrar evaluaciones de dichos análisis en plataformas experimentales que contengan un MI, sin tomar en cuenta el efecto que tiene el ruido de medición proveniente de los sensores de voltajes/corrientes de estator en los métodos de observación, lo cual puede ser un factor que afecte la robustez de las rutinas de control. En este sentido, es importante abordar el problema desde un punto de vista experimental, con el fin de validar la posibilidad de implementar métodos de observación sensorless.

### **1.2.** Antecedentes

El modelo matemático del MI es un sistema no lineal, multivariable, subactuado y con parámetros variantes en el tiempo. Es por ello que el diseño de esquemas de control del MI no es trivial y es un problema que, en general, tiene como objetivos conseguir alto desempeño de seguimiento en la velocidad de rotor, y asegurar la mayor eficiencia energética posible con los flujos magnéticos de rotor [Marino, *et al.*, 2010]. Eliminar sensores tanto de velocidad como de flujos en el diseño de controladores *sensorless* constituye un tema de estudio que ha motivado mucho trabajo de investigación, ya que permite diseñar observadores para aquella información que no puede ser obtenida mediante un sensor.

Previo al diseño de un observador, se sabe que es necesario verificar si el sistema para el cual se diseña cumple con la propiedad de observabilidad, y en el caso del MI, esta propiedad depende de las condiciones bajo las cuales opera la máquina. En [Canudas, et al., 2000] se presenta un análisis de observabilidad local del MI sin medición de velocidad, en particular cuando la máquina opera a bajas frecuencias. En el trabajo se concluye que hay una falta de observabilidad que físicamente se debe a las bajas frecuencias del voltaje de entrada, una región de operación que coincide cuando el rotor gira a velocidades bajas, por lo que no es posible reconstruir las variables no medibles en dicha región.

En [Ibarra-Rojas, et al., 2004] se presenta un análisis de observabilidad global, en el cual se introdujo la idea de «trayectorias indistinguibles» en el contexto sensorless del MI. Este concepto fue descrito por primera vez en [Hermann y Krener, 1977] y se refiere a trayectorias internas del estado de un sistema que son diferentes bajo el mismo conjunto de entradas/salidas. Debido a que se utiliza la salida de un sistema para determinar el comportamiento de todos los estados, si las trayectorias son indistinguibles entonces es imposible afirmar la observabilidad del sistema, pues se tiene más de una solución para un par entrada/salida. En el análisis de [Ibarra-Rojas, et al., 2004] —que parte de la suposición de que únicamente se miden corrientes y voltajes de estator, que se conocen todos los parámetros del modelo matemático y que se conoce el par de carga como una función constante— se establece que cuando el MI opera sensorless, el modelo posee estados que exhiben trayectorias indistinguibles y se concluyó que no existe observabilidad global en restricciones sensorless dado este fenómeno.

A pesar de la falta de observabilidad global, se han reportado diversos esfuerzos por reconstruir las variables mecánicas del MI en operación *sensorless* y entre los más comunes se encuentran los relacionados con filtros de Kalman extendidos (EKF, por sus siglas en inglés). Una de las mayores ventajas de estos filtros es la tolerancia a errores de modelado y al ruido de medición, pero entre sus problemas se encuentran la alta carga computacional necesaria para la estimación, así como el hecho de que la covarianza de la estimación se propaga en un modelo lineal, lo cual genera imprecisiones [Besançon y Ticlea, 2013]. Para solucionar este último problema, en [Jafarzadeh, et al., 2012] se propone un EKF unscented que propaga esta cantidad en un modelo no lineal, lo que incrementa la precisión de la estimación pero requiere de sintonías heurísticas. Asimismo, en [Alonge, et al., 2014] se propone un EKF basado en un análisis de observabilidad particular de un modelo matemático del MI que tiene variables complejas. Este EKF fue implementado tanto en simulación como experimentalmente y los resultados muestran que es posible proveer buenas estimaciones siempre y cuando se cumplan las condiciones de observabilidad que propone su análisis. En efecto, cuando el MI opera con velocidades cercanas a cero o el voltaje de operación posee una frecuencia muy baja, el EKF no muestra buen desempeño.

Se ha explotado también el concepto de «inyección de señal» en varios trabajos desde que fue propuesto en [Jansen y Lorenz, 1995]. Este método básicamente consiste en saturar al MI con voltajes de alta frecuencia en regiones donde los observadores no lineales tienen un desempeño pobre, en particular cuando la velocidad tiende a cero, lo que lo convierte en un técnica mayormente heurística. En [Holtz, 2006] se estudia a fondo esta metodología pero se admite que los métodos de estimación basados en modelo son menos complicados de implementar. En [Combes, *et al.*, 2016] se aborda un buen estado del arte sobre esta técnica y se explica que medir únicamente corrientes de un MI *sensorless* con inyección de señales de alta frecuencia no es suficiente para asegurar un buen desempeño de estos observadores.

Otro método bastante estudiado es el observador basado en sistemas adaptables por modelo de referencia (MRAS, por sus siglas en inglés) y en los últimos años se han obtenido buenos resultados de estimación incluso con frecuencias de excitación bajas [Zaky, et al., 2018]. Sin embargo, se sabe que la variación de los parámetros del modelo de referencia, especialmente la resistencia del estator, tiene repercusiones en la estimación de la velocidad. En ese sentido, el problema de estimación sin sensores mecánicos involucra también los cambios paramétricos del modelo del motor, por lo que de igual forma se ha tomado en cuenta en el diseño de observadores [Besançon y Ticlea, 2018]. Además, recientemente se han reportado observadores MRAS combinados con redes neuronales artificiales para rutinas *sensorless*, que han demostrado tener un mejor comportamiento al estimar parámetros que algunos métodos basados en el modelo matemático, además de que han sido probados experimentalmente con un buen desempeño dinámico en bajas frecuencias [Maiti, et al., 2012], [Cirrincione, et al., 2013].

Si bien se han presentado esfuerzos por solucionar el problema de la observabilidad del MI *sensorless* como las citadas previamente, estas poco o nada tienen que ver con el concepto de trayectorias indistinguibles, por lo que no explotan la información que provee el análisis de observabilidad global de la máquina. Una solución natural para sistemas no observables debido a la existencia de trayectorias indistinguibles es construir observadores multivaluados que estimen todo el conjunto posible de trayectorias compatibles con las entradas/salidas del sistema. En ese sentido, en [Moreno, et al., 2017] se propone un observador «bivaluado» para el MI en operación sensorless, cuya estructura parte de la idea de que los flujos magnéticos, la velocidad y el par de carga del MI cuando opera sensorless siempre presentan dos trayectorias indistinguibles, es decir que siempre aparecen en pares. Este es el primer observador no lineal reportado para un motor sensorless con propiedades de convergencia para todo régimen de operación. Cabe destacar que el observador bivaluado no identifica el comportamiento real de los estados, sino que únicamente provee estimaciones de los pares de trayectorias indistinguibles. El trabajo de la presente tesis se trata de una adaptación de lo reportado en [Moreno, et al., 2017] para una plataforma experimental.

Ahora bien, implementar el observador bivaluado reportado en [Moreno, et al., 2017] no sólo requiere de medir únicamente los voltajes y corrientes de estator como lo estipula el esquema sensorless, sino que también de calcular las primeras derivadas de la señales de voltaje, y las primeras y segundas derivadas de las señales de corriente, debido a que así lo exige el análisis. Estas señales se encuentran contaminadas con ruido de medición, lo que conlleva calcular una aproximación de sus tasas de cambio. La diferenciación de señales en tiempo real es un tópico que se ha abordado en varios trabajos en los últimos años, como en [Mboup, et al., 2007], [Cruz-Zavala, et al., 2011], [Listmann y Zhao, 2013] o [Mujica-Ortega y Espinosa-Pérez, 2015]. Entre las soluciones más empleadas se encuentran los filtros lineales limitados en frecuencia, que atenúan el ruido de la señal pero generan desfase a la salida. También se han propuesto algoritmos que utilizan altas ganancias, donde se suelen reducir dichas ganancias para evitar la amplificación de ruido de la señal, lo que compromete la aproximación de la derivada. Así, con el objetivo de lograr un buen desempeño tanto para la diferenciación como para la disminución del ruido, se han propuesto métodos óptimos para la elección de ganancias como el reportado en [Vasiljevic y Khalil, 2008] para el high quin observer. En general, el efecto que tiene la obtención en línea de las derivadas de las señales de voltajes y corrientes en el desempeño de observadores para motores sensorless no está estudiado, pues en varios de estos casos no se requiere de la diferenciación de dichas variables.

#### 1.3. Formulación del problema

Con base en lo expuesto en la sección anterior, se define el problema a resolver en dos ramas principales:

La primera: hacer la evaluación experimental del observador bivaluado del MI bajo condiciones *sensorless* para mostrar su desempeño en operación normal con carga y con ruido de medición. La diferencia de este con respecto a otra clase de observadores no lineales que se han diseñado, es que este sí considera un análisis de observabilidad global de la máquina en la restricción *sensorless* y, como consecuencia, busca garantizar la convergencia del observador para toda región de operación. Pese a que el observador bivaluado ya ha sido probado en simulación, no existe una prueba experimental de este que permita validar la posibilidad de implementarlo físicamente en motores de inducción.

La segunda: estudiar el papel que juega el ruido de medición proveniente de las variables medibles, es decir los voltajes y corrientes de estator, en el desempeño del observador bivaluado. La razón de contemplar este factor radica en que la implementación del observador bivaluado requiere de la diferenciación en línea de señales contaminadas con ruido de medición (las corrientes y voltajes) y esto resulta naturalmente complicado dado el comportamiento de la respuesta en frecuencia del operador derivada.

## 1.4. Objetivos

El presente trabajo de tesis tiene como objetivos:

- Entender el análisis de observabilidad del MI en el esquema *sensorless*, y las dificultades que conlleva el diseño de observadores como consecuencia de la falta de observabilidad del modelo no lineal del motor.
- Integrar en una plataforma experimental un método de observación para motores de inducción bajo la condición *sensorless*: el observador bivaluado. Esto con el fin de someter al motor a distintos escenarios de evaluación para estimar los pares de trayectorias indistinguibles que exhiben la velocidad y el par de carga cuando únicamente se miden corrientes y voltajes de estator en el MI.
- Implementar diferentes estrategias de diferenciación para obtener la primera derivada de las señales de voltajes, y la primera y segunda derivada de las señales de corrientes (debido a que lo exige el análisis de observabilidad global del MI sensor-less), en particular un filtro lineal y un observador de alta ganancia. Esto con el propósito de evaluar cuál de ellas permite evitar la excesiva amplificación de ruido de medición sin comprometer la aproximación de las derivadas.
- Evaluar el efecto del ruido no sólo en la obtención de las derivadas, sino también en la estimación de los pares de trayectorias indistinguibles de la velocidad y par de carga. Una vez entendida la influencia del ruido, optimizar los métodos de diferenciación de modo que el observador bivaluado muestre un buen desempeño.
- Diseñar una tarjeta electrónica para la plataforma enfocada a la medición de corrientes y al acondicionamiento de la señales de entrada y salida, para lograr una mayor fiabilidad en el desempeño de las estimaciones que provee el observador bivaluado.

Con el fin de mostrar el buen desempeño del observador, se presentan los resultados en .

## 1.5. Contribuciones

- Se presentaron los resultados de la implementación del observador bivaluado en una plataforma experimental. Se ilustró el desempeño del observador en diferentes escenarios: i) con condiciones ideales en ausencia de ruido de medición; y ii) con condiciones reales en presencia de ruido de medición. La implementación permitió entender que la reconstrucción de los pares de trayectorias se ve limitada por el ruido.
- Para generar señales de voltaje determinadas que correspondieran a perfiles de velocidad y par de carga deseados, se identificó el Control Basado en Pasividad para MI como una opción adecuada para ello. Así, la ley de control se utilizó exclusivamente como generador de perfiles deseados para evaluar el observador con dos distintas formas de velocidad: una con variaciones del tipo trapezoidal y otra del tipo sinusoidal.
- Se propusieron distintos métodos de diferenciación para aproximar la primera derivada de los voltajes, y la primera y segunda derivada de las corrientes, requeridas para la evaluación del observador bivaluado. Específicamente, se emplearon tres diferenciadores basados en filtros lineales limitados en frecuencia y un diferenciador basado en el observador de alta ganancia. Se realizó una serie de simulaciones preliminares que contribuyó a evaluar cuál de los métodos propuestos mostraba un mejor desempeño tanto en la aproximación del comportamiento de las tasas de cambio como en la disminución de ruido.
- Se entendió que el efecto del ruido de medición es un factor considerable en la evaluación del observador bivaluado, lo que significó un avance para implementaciones futuras de este. En efecto, se identificó que ante la presencia de ruido, existen condiciones en particular bajo las cuales su impacto es mayor y se relacionaron estas condiciones con el análisis de observabilidad.
- Los métodos de diferenciación propuestos para la evaluación del observador ayudaron a comprender, a través de diferentes pruebas con ruido de medición, que entre mejor es el balance entre la aproximación de las derivadas temporales y la atenuación del ruido, mejores son las estimaciones que provee el observador bivaluado.
- En vista de que la presencia de ruido en las señales de voltajes y corrientes de estator reduce el desempeño del observador, se propuso el diseño de una tarjeta electrónica para la plataforma experimental que busca garantizar una mayor relación señalruido en las mediciones. Dicho diseño está enfocado a la medición de corrientes y al acondicionamiento de la señales de entrada y salida en el banco experimental.

## 1.6. Organización de la tesis

El presente trabajo de tesis se encuentra dividido en cinco capítulos, siendo el presente el que concierne a la introducción. Los siguientes cuatro se describen a continuación:

En el **Capítulo 2**, se presentan las condiciones bajo las cuales se obtiene el modelo matemático del MI representado en un marco de referencia bifásico fijo al estator, y las razones por las cuales dicho modelo resulta conveniente en el contexto *sensorless*. A partir del modelo matemático, se presenta el análisis de observabilidad del MI *sensorless* y la formulación del observador bivaluado, el cual es empleado para la evaluación experimental. Debido a que la evaluación del observador requiere la inyección de señales particulares de voltaje hacia el motor para generar ciertos perfiles de velocidad, en este capítulo también se enuncia la ley de Control Basado en Pasividad empleada en el MI.

En el **Capítulo 3**, se detallan los métodos de diferenciación propuestos para aproximar la primera derivada de los voltajes, y la primera y segunda derivada de las corrientes, requeridas para la implementación del observador. En particular, se consideran diferenciadores basados en filtros lineales limitados en frecuencia, y un diferenciador basado en el observador de alta ganancia. A través de simulaciones con ambos diferenciadores, se estudia el impacto del ruido en la calidad de aproximación de las tasas de cambio temporales.

Para validar el análisis de observabilidad, en el **Capítulo 4** se muestran los resultados del observador bivaluado bajo simulación y en la plataforma experimental, con distintos escenarios de evaluación en lazo abierto. Con el fin de mostrar el buen desempeño del observador, los resultados tratan de ilustrar la efectividad de implementar este método de observación bajo condiciones realistas, recalcando los problemas presentes al poseer información que proviene únicamente de sensores de corrientes y voltajes.

Finalmente, en el **Capítulo 5** se establecen las conclusiones y el potencial trabajo futuro sobre este tema. Los elementos involucrados en la plataforma experimental, así como el diseño electrónico para esta última, se incluyen en el **Apéndice A**. En el **Apéndice B** se presenta el desarrollo en *software* de las simulaciones.

# Capítulo 2

## Motor de inducción trifásico

## 2.1. Modelo matemático

Se considera el modelo matemático del MI trifásico de rotor tipo jaula de ardilla, el cual es representado en un plano bifásico ortogonal equivalente. El motor posee un número de par de polos  $n_p$ , se compone de un rotor formado de barras conductoras colocadas en su periferia y conectadas por anillos deslizantes (o bien, están en corto circuito internamente) y que gira a una velocidad angular  $\omega$ , así como de un estator con tres devanados fijos.

Para la obtención del modelo, se asume que

- Los devanados por fase son sinusoidalmente distribuidos y las fases son idealmente simétricas.
- El estator y rotor se encuentran alineados concéntricamente.
- El entrehierro entre estator y rotor tiene una longitud radial uniforme.
- La permeabilidad magnética en los núcleos laminados es infinita, despreciando los efectos en las ranuras, las pérdidas de hierro y devanados.

#### 2.1.1. Modelo no lineal del motor de inducción trifásico

El modelo matemático de un MI trifásico, representado en un marco de referencia fijo *abc* [Meisel, 1984], constituye un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales de séptimo orden descrito como:

$$\dot{\psi}_{s}^{3\phi} = U_{s}^{3\phi} - R_{s}I_{s}^{3\phi} \tag{2.1a}$$

$$\dot{\psi}_r^{3\phi} = U_r^{3\phi} - R_r I_r^{3\phi} \tag{2.1b}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\tau_e}{J} - \left(\frac{B}{J}\right)\omega - \frac{\tau_L}{J},\tag{2.1c}$$

donde  $U_s^{3\phi} \in \mathbb{R}^3$  y  $U_r^{3\phi} \in \mathbb{R}^3$  son los vectores de voltajes trifásicos de estator y rotor respectivamente,  $R_s, R_r > 0$  las resistencias en estator y rotor respectivamente,  $I_s^{3\phi} \in \mathbb{R}^3$  y  $I_r^{3\phi} \in \mathbb{R}^3$  los vectores de corrientes trifásicas de estator y rotor respectivamente,  $\psi_s^{3\phi} \in \mathbb{R}^3$  y  $\psi_r^{3\phi} \in \mathbb{R}^3$  los vectores de encadenamientos de flujos de estator y rotor respectivamente,  $\omega$  la velocidad en el eje del motor,  $\tau_e$  el par mecánico de origen eléctrico, J > 0 el momento de inercia del rotor,  $B \ge 0$  el coeficiente de amortiguamiento mecánico o fricción viscosa y  $\tau_L$  el par de carga externo aplicado al eje del rotor.

Si se considera la particularidad de la conexión de las terminales del rotor, únicamente los voltajes aplicados excitan a los devanados de estator, lo que significa que la ecuación (2.1a) es afectada directamente por voltajes externos, mientras que los voltajes trifásicos de rotor en (2.1b) equivalen a cero.

La matriz de inductancias, desarrollada en [Krause, et al., 2002], está descrita por

$$D_e^{3\phi} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_s^{3\phi} & \mathbf{L}_{sr}^{3\phi} \\ (\mathbf{L}_{sr}^{3\phi})^T & \mathbf{L}_r^{3\phi} \end{pmatrix}, \qquad (2.2)$$

con

$$\mathbf{L}_{s}^{3\phi} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{L}_{r}^{3\phi} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{ls} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix}$$

$$(2.3)$$

$$\mathbf{L}_{sr}^{3\phi} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix},$$
(2.4)

donde  $\mathbf{L}_{s}^{3\phi}$  y  $\mathbf{L}_{r}^{3\phi}$  representan las inductancias propias de estator y rotor respectivamente,  $L_{ls}$  y  $L_{ms}$  son las inductancias de dispersión y magnetización en los devanados de estator,  $L_{lr}$  y  $L_{mr}$  corresponden al rotor,  $L_{sr}$  es la amplitud de la inductancia mutua entre estator y rotor, y  $\theta_r$  la posición eléctrica del rotor (es decir, el ángulo eléctrico desde la posición del rotor con respecto al estator).

Asimismo, de la aplicación de la Ley de Gauss y la Ley de Ampere [Meisel, 1984] se tiene que

$$\psi_s^{3\phi} = \mathbf{L}_s^{3\phi} I_s^{3\phi} + \mathbf{L}_{sr}^{3\phi} I_r^{3\phi} \tag{2.5a}$$

$$\psi_r^{3\phi} = \mathbf{L}_r^{3\phi} I_r^{3\phi} + \mathbf{L}_{sr}^{3\phi} I_s^{3\phi}.$$
 (2.5b)

#### 2.1.2. Modelo no lineal del motor de inducción bifásico

El modelo matemático del motor de inducción trifásico puede representarse en un plano bifásico mediante la transformación Park, mostrada en [Park, 1929], que bajo las consideraciones de que las fases del motor son simétricas y además distribuidas sinusoidalmente permite simplificar en gran medida el análisis de dicha máquina [Liu, *et al.*, 1989]. En general, la transformación para un sistema con vectores trifásicos del tipo  $X^{3\phi} \in \mathbb{R}^3$ está dada por

$$X^{dq} = \mathbf{P}(\theta_r)^T \mathbf{C}^T X^{3\phi}, \qquad (2.6)$$

 $\operatorname{con}$ 

$$P(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & -\sin(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix}, \qquad C = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}.$$
 (2.7)

#### 2.1.3. Modelo ortogonal equivalente dq

La transformación Park (2.6) aplicada a las ecuaciones (2.1a) y (2.1b) permite tener un nuevo conjunto de ecuaciones no lineales de quinto orden que comúnmente se conoce como modelo dq [Meisel, 1984] o modelo en el marco de referencia rotatorio [Marino, *et al.*, 2010]. Aplicando la mencionada transformación a dichas ecuaciones, se tiene

$$U_s^{dq} = R_s I_s^{dq} + \dot{\psi}_s^{dq} - \omega_s \mathcal{J}\psi_s^{dq}$$
(2.8a)

$$U_r^{dq} = R_r I_r^{dq} + \dot{\psi}_r^{dq} - \omega_r \mathcal{J} \psi_r^{dq} = 0, \qquad (2.8b)$$

11

donde  $U_s^{dq} \in \mathbb{R}^2$  y  $U_r^{dq} \in \mathbb{R}^2$  son los vectores de voltajes bifásicos en el marco de referencia rotatorio de estator y rotor respectivamente,  $I_s^{dq} \in \mathbb{R}^2$  y  $I_r^{dq} \in \mathbb{R}^2$  los vectores de corrientes bifásicas en el marco de referencia rotatorio de estator y rotor respectivamente,  $\psi_s^{dq} \in \mathbb{R}^2$  los vectores de encadenamientos de flujos en el marco de referencia rotatorio de estator y rotor respectivamente. Además,  $\omega_s$  representa la velocidad angular del nuevo marco de referencia, denominado dq, y  $\omega_r = \omega_s - n_p \omega$  representa la velocidad relativa del rotor con respecto a dicho marco de referencia.

Por su parte, las ecuaciones de los encadenamientos de flujos (2.5a) y (2.5b) pueden reescribirse en el nuevo sistema de referencia rotatorio como

$$\psi_s^{dq} = \mathbf{L}_s I_s^{dq} + \mathbf{L}_{sr} I_r^{dq} \tag{2.9a}$$

$$\psi_r^{dq} = \mathbf{L}_r I_r^{dq} + \mathbf{L}_{sr} I_s^{dq}, \tag{2.9b}$$

donde  $L_s$  y  $L_r$  son las inductancias cíclicas de estator y rotor respectivamente, y  $L_{sr}$  la inductancia mutua cíclica.

El hecho de poder reemplazar el conjunto de ecuaciones (2.9) en el conjunto (2.8) permite reescribir el modelo no lineal del MI en términos de las corrientes de estator y los flujos de rotor para emplearlos como variables de estado del sistema (un proceso detallado en [Marino, *et al.*, 2010]), y como resultado se tiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\dot{I}_{s}^{dq} = -\gamma I_{s}^{dq} - \omega_{s} \mathcal{J} I_{s}^{dq} + \left(\frac{L_{sr}R_{r}}{\sigma L_{r}^{2}}\right) \psi_{r}^{dq} - \left(\frac{n_{p}L_{sr}}{\sigma L_{r}}\right) \omega \mathcal{J} \psi_{r}^{dq} + \frac{U_{s}^{dq}}{\sigma}$$
(2.10a)

$$\dot{\psi}_r^{dq} = -\left(\frac{R_r}{L_r}\right)\psi_r^{dq} - (\omega_s - n_p\omega)\mathcal{J}\psi_r^{dq} + \left(\frac{R_r L_{sr}}{L_r}\right)I_s^{dq}$$
(2.10b)

donde a  $\bar{\sigma} = 1 - \frac{L_{sr}^2}{L_s L_r}$  se le conoce como coeficiente de dispersión o coeficiente de Blondel con  $\sigma = L_s \bar{\sigma}$ , mientras que

$$\gamma = \left(\frac{L_{sr}^2 R_r}{\sigma L_r^2} + \frac{R_s}{\sigma}\right), \quad \mathcal{J} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -1\\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\mathcal{J}^T.$$

Para completar el modelo, es necesario incluir la ecuación que describe la interacción electromecánica (la cual se deduce de la segunda ley de Newton para movimiento rotacional). Para ello, se parte de (2.1c) y se tiene que esta ecuación está dada por

$$\dot{\omega} = \left(\frac{1}{J}\right) \frac{n_p L_{sr}}{L_r} (I_s^{dq})^T \mathcal{J} \psi_r^{dq} - \left(\frac{B}{J}\right) \omega - \frac{\tau_L}{J}.$$
(2.11)

Este modelo, a diferencia de otras representaciones del MI, no muestra dependencia explícita respecto a la posición angular. Sin embargo, implícitamente sí muestra esta dependencia, pues  $\omega_s$  se vincula directamente con la posición del rotor. Así, la representación dq del MI ha sido utilizada en algunas propuestas de controladores considerando a  $\omega_s$  como una variable de control auxiliar [Guerrero, 2006].

#### 2.1.4. Modelo ortogonal equivalente *ab*

El modelo no lineal del MI puede escribirse también en un sistema de referencia fijo. Esta representación es conocida como modelo *ab* [Seely, 1962], [Meisel, 1984], modelo de Stanley [Krishnan, 2001] o modelo en el marco de referencia fijo al estator [Krause, *et al.*, 2002], [Marino, *et al.*, 2010]. Para obtenerlo, del modelo dq se considera  $\omega_s = 0$ , lo que da como resultado

$$\dot{I}_s = -\gamma I_s + \left(\frac{L_{sr}R_r}{\sigma L_r^2}\right)\psi_r - \left(\frac{n_p L_{sr}}{\sigma L_r}\right)\omega \mathcal{J}\psi_r + \frac{U_s}{\sigma}$$
(2.12a)

$$\dot{\psi}_r = -\left(\frac{R_r}{L_r}\right)\psi_r + (n_p\omega\mathcal{J})\psi_r + \left(\frac{R_rL_{sr}}{L_r}\right)I_s$$
(2.12b)

$$\dot{\omega} = \left(\frac{1}{J}\right) \underbrace{\frac{n_p L_{sr}}{L_r} I_s^T \mathcal{J}\psi_r}_{\tau_e} - \left(\frac{B}{J}\right) \omega - \frac{\tau_L}{J}$$
(2.12c)

donde  $U_s \in \mathbb{R}^2$  es el vector de voltajes bifásicos de estator en el marco de referencia fijo  $ab, I_s \in \mathbb{R}^2$  es el vector de corrientes bifásicas de estator en el marco de referencia fijo  $ab, y \psi_r \in \mathbb{R}^2$  el vector de encadenamientos de flujos de rotor en el marco de referencia fijo ab.

Este modelo presenta ventajas desde el punto de vista de control [Marino, et al., 2010]. Una de ellas es que el vector de entradas  $U_s$  repercute directamente en la dinámica de las corrientes de estator  $I_s$ , las cuales pueden considerarse variables de control «intermedias» pues. como puede notarse, controlan las dinámicas de la velocidad  $\omega$  y los flujos de rotor  $\psi_r$ . La ventaja más destacable es que se evita la dependencia explícita de la posición del rotor, una característica que ha sido aprovechada para el diseño de algunos controladores bajo la condición sensorless [Guerrero, 2006] [Liping Fan y Yi Liu, 2010].

### 2.2. Análisis de observabilidad

#### 2.2.1. Conceptos de observabilidad

En general, la implementación de algoritmos de control en tiempo real idealmente requiere del conocimiento de todos los estados del sistema a controlar. Cuando la medición de uno de los estados no está disponible, una de las soluciones radica en reemplazar el sensor que mide la variable del estado por un observador, el cual es un algoritmo matemático que provee estimaciones del valor real de dicha variable. Previo al diseño de un observador, es necesario verificar si el sistema cumple con la propiedad de observabilidad, que determina si los estados internos pueden ser inferidos a través de las salidas externas.

Para el caso de un sistema lineal, es bien sabido que analizar la observabilidad requiere de una metodología basada en el criterio de observabilidad de Kalman [Kalman, 1960]. En cambio, para sistemas no lineales no existe un criterio generalizado que indague sobre esta propiedad, por lo que se han desarrollado varias técnicas y herramientas que analizan si un sistema no lineal es observable o no.

En sistemas no lineales donde los estados no dependen de la entrada del sistema, la propiedad de observabilidad se puede determinar siguiendo formas canónicas, lo que permite diseñar observadores. No obstante, si se pierden las condiciones de observabilidad cuando se aplica una entrada (como lo es con el MI), el diseño de observadores no es trivial [Glumineau y De Leon Morales, 2015].

#### 2.2.2. Observabilidad del motor de inducción *sensorless* y observador bivaluado

Para el caso particular del MI, determinar si la máquina es observable o no depende de las condiciones bajo las cuales opera el motor. En la operación *sensorless*, el análisis de observabilidad parte del hecho de que se desconoce velocidad/posición, par de carga y flujos magnéticos y únicamente se miden las variables de índole eléctrica.

Para esta condición de operación, se sabe que la velocidad de rotor  $\omega$ , el par de carga  $\tau_L$  y los encadenamientos de flujos magnéticos de rotor  $\psi_r$  son dependientes de las entradas y además exhiben trayectorias indistinguibles, es decir, trayectorias que no resultan en un solo valor. El concepto de estas trayectorias fue descrito por primera vez en [Hermann y Krener, 1977] y se refiere a trayectorias internas de los estados de un sistema que son diferentes bajo las mismas entradas/salidas. El análisis reportado en [Ibarra-Rojas, *et al.*, 2004] concluye que el MI no es local ni globalmente observable dado el fenómeno de las trayectorias indistinguibles. Dado que la salida de un sistema es determinante para conocer el comportamiento de todos los estados, si las trayectorias de estos últimos son indistinguibles entonces no es posible confirmar la observabilidad del sistema.

En [Moreno, et al., 2017] se propone un observador no lineal para el MI en operación sensorless, el cual se denomina observador bivaluado, y se basa en un análisis que parte de la suposición de que únicamente se miden corrientes y voltajes de estator, que se conocen todos los parámetros del modelo matemático, y que se desconoce el par de carga. La estructura del estimador parte de la idea de que los flujos magnéticos, la velocidad, y el par de carga del MI, cuando este opera sensorless, siempre presentan dos trayectorias indistinguibles. Cabe destacar que dicho observador bivaluado no identifica el comportamiento real de los estados, pero puede identificar las dos trayectorias y, en consecuencia, proveer estimaciones de los estados indistinguibles.

A continuación se muestra un análisis de observabilidad del MI que parte del realizado en [Moreno, et al., 2017], en donde, a partir del modelo ab del motor, se utiliza una metodología que emplea a las variables medibles,  $I_s y U_s$ , y sus derivadas, para encontrar expresiones matemáticas que describen a  $\omega$ ,  $\psi_r$ , y  $\tau_L$ , esto con la ayuda de un cambio difeomórfico de variables. El análisis presentado en el presente trabajo se limita a encontrar solamente una expresión para  $\omega y \tau_L$ .

Partiendo del modelo representado por las ecuaciones (2.12), es posible agrupar los parámetros del motor en varios términos escalares como

$$a = \frac{R_r}{L_r}; \quad b = \frac{L_r R_s}{L_{sr}}; \quad c = \frac{L_r}{L_{sr}}$$
$$\alpha = \frac{n_p L_{sr}}{L_r J}; \quad \beta = \frac{L_{sr}}{L_r \sigma}; \quad f = \frac{B}{J}.$$

Es posible además, realizar una manipulación de los términos del conjunto de ecuaciones (2.12) con la finalidad de agrupar las variables no medibles en un solo término denominado  $\rho$ .

$$\dot{I}_s = \beta [\rho - (L_{sr}a + b)I_s + cU_s]$$
 (2.13a)

$$\dot{\psi}_r = -\rho + L_{sr}aI_s \tag{2.13b}$$

$$\dot{\omega} = -B\omega + \alpha I_s^T \mathcal{J}\gamma^{-1}\rho - \frac{\tau_L}{J}$$
(2.13c)

donde

$$\gamma = a\mathcal{I} - n_p \omega \mathcal{J} \tag{2.14}$$

y de la cual:

 $\mathcal{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$ 

Asimismo,

$$\rho = \gamma \psi_r \tag{2.15}$$

y, por ende,

$$\psi_r = \gamma^{-1} \rho. \tag{2.16}$$

La ventaja del conjunto de ecuaciones (2.13) es que el cambio de variables separa a las variables medibles de las no medibles y se puede encontrar una relación entre ellas al indagar en la dinámica de  $\rho$ . Dado que esta última representa un producto, su derivada puede escribirse como

$$\dot{\rho} = \gamma \psi_r + \dot{\gamma} \psi_r$$
$$\dot{\rho} = \gamma \dot{\psi}_r - n_p \dot{\omega} \mathcal{J} \psi_r \qquad (2.17)$$

Multiplicando (2.17) por  $\psi_r^T$  y sabiendo que  $\psi_r^T \mathcal{J} \psi_r = 0$ , entonces

$$\psi_r^T \dot{\rho} = \psi_r^T \gamma \dot{\psi}_r - \dot{\omega} \psi_r^T n_p \mathcal{J} \psi_r$$
$$\psi_r^T \dot{\rho} = \psi_r^T \gamma \dot{\psi}_r. \tag{2.18}$$

Sustituyendo la ecuación (2.16) en (2.18), se tiene que

$$\rho^T \gamma^{-T} \dot{\rho} = \rho^T \gamma^{-T} \gamma [-\rho + L_{sr} a I_s].$$
(2.19)

El desarrollo de las ecuaciones que prosigue requiere de manipular  $\gamma$  y su valor inverso transpuesto, así como del cuadrático. De la ecuación (2.14) se tiene que

$$\gamma^{-1} = \frac{1}{a^2 + n_p^2 \omega^2} (a\mathcal{I} + n_p \omega \mathcal{J})$$
(2.20a)

$$\gamma^{-T} = \frac{1}{a^2 + n_p^2 \omega^2} (a\mathcal{I} - n_p \omega \mathcal{J})$$
(2.20b)

$$\gamma^{-T} = \frac{1}{a^2 + n_p^2 \omega^2} (\gamma)$$
 (2.20c)

$$\gamma^2 = (a^2 - n_p^2 \omega^2) \mathcal{I} - 2an_p \omega \mathcal{J}$$
(2.20d)

Ahora, sustituyendo (2.20c) en (2.19),

$$\frac{1}{a^2 + n_p^2 \omega^2} \rho^T \gamma \dot{\rho} = \frac{1}{a^2 + n_p^2 \omega^2} \rho^T \gamma \gamma [-\rho + L_{sr} a I_s]$$

$$\rho^T \gamma \dot{\rho} = \rho^T \gamma^2 [-\rho + L_{sr} a I_s]. \qquad (2.21)$$

Y sustituyendo (2.20d) en (2.21) se tiene que

$$\rho^T (a\mathcal{I} - n_p \omega \mathcal{J}) \dot{\rho} = \rho^T [(a^2 - n_p^2 \omega^2) \mathcal{I} - 2an_p \omega \mathcal{J}] [-\rho + L_{sr} a I_s].$$

Por lo tanto,

$$a\rho^{T}\dot{\rho} - n_{p}\omega\rho^{T}\mathcal{J}\dot{\rho} = -a^{2}\rho^{T}\rho + n_{p}^{2}\omega^{2}\rho^{T}\rho + a^{3}L_{sr}\rho^{T}I_{s} - n_{p}^{2}\omega^{2}L_{sr}a\rho^{T}I_{s} - 2a^{2}L_{sr}n_{p}\omega\rho^{T}\mathcal{J}I_{s}.$$

$$(2.22)$$

Nótese que la ecuación obtenida posee una forma cuadrática y de ella se puede extraer  $\omega$ . En efecto, la ecuación (2.22) puede reescribirse como sigue:

$$\underbrace{(\rho^{T}\rho - L_{sr}a\rho^{T}I_{s})n_{p}^{2}}_{\mathcal{A}}\omega^{2}$$

$$+\underbrace{(-2a^{2}L_{sr}\rho^{T}\mathcal{J}I_{s} + \rho^{T}\mathcal{J}\dot{\rho})n_{p}}_{\mathcal{B}}\omega$$

$$+\underbrace{(a^{3}L_{sr}\rho^{T}I_{s} - a^{2}\rho^{T}\rho - a\rho^{T}\dot{\rho})}_{\mathcal{C}} = 0,$$
(2.23)

de la cual es posible obtener dos valores de la velocidad  $\omega$  que satisface la ecuación general de segundo grado:

$$\omega = \frac{-\mathcal{B} \pm \sqrt{\mathcal{B}^2 - 4\mathcal{A}\mathcal{C}}}{2\mathcal{A}}.$$
(2.24)

De esta ecuación, en [Moreno, et al., 2017] se concluye que es posible establecer una relación entre variables medibles y no medibles, pues se puede obtener  $\omega$  en términos de las variables  $I_s$ ,  $\rho$ , y  $\dot{\rho}$ , que a su vez pueden extraerse exclusivamente de las mediciones de  $I_s$  y  $U_s$ , y sus respectivas derivadas. Asimismo, se concluye que existen dos posibles situaciones con las cuales se puede obtener  $\omega$ , las cuales corresponden al concepto de trayectorias indistinguibles descrito previamente:

1. Caso distinguible: la ecuación (2.22) tiene una única solución. Esto implica que existe una sola trayectoria real del sistema, la cual es distinguible. Esta solución a la ecuación corresponde al valor real de la velocidad.

2. Caso indistinguible: la ecuación (2.22) posee dos soluciones. En este caso, las trayectorias son indistinguibles y ambas soluciones corresponden a dos posibles valores de la velocidad real. Es imposible determinar cuál de las dos soluciones es una estimación correcta del valor real si solo se tiene información de las variables medibles  $I_s \ge U_s$ .

Una vez obtenidos ambos valores de  $\omega$ , se pueden calcular los valores de pares de carga correspondientes [Moreno, *et al.*, 2017], dados por

$$\tau_{L}(\omega) = \frac{J}{n_{p}\rho^{T}\rho}\rho^{T}(n_{p}\omega\mathcal{J} - a\mathcal{I})\mathcal{J}\dot{\rho} - \frac{MaJ}{n_{p}\rho^{T}\rho}(-2n_{p}\omega a\rho^{T}I_{s} + (n_{p}^{2}\omega^{2} - a^{2})\rho^{T}\mathcal{J}I_{s}) + J\left(-(2a+f)\omega + \frac{\alpha(-a\rho^{T}\mathcal{J}I_{s} - n_{p}\omega\rho^{T}I_{s})}{a^{2} + n_{p}^{2}\omega^{2}}\right).$$
(2.25)

En el presente trabajo de tesis se evalúa este análisis de observabilidad en una plataforma experimental, el cual estima los pares de trayectorias indistinguibles de la velocidad y par de carga establecidos por las ecuaciones (2.24) y (2.25) respectivamente. Como se aprecia en el análisis de observabilidad, dichas ecuaciones no solo requieren del conocimiento de los voltajes  $U_s$  y corrientes  $I_s$ , sino también de las primeras derivadas de  $U_s$  y primeras y segundas derivadas de  $I_s$ . Los métodos empleados para obtener estos cálculos se describen en el Capítulo 3.

# 2.3. Control basado en pasividad como generador de perfiles deseados

La evaluación de la presente tesis requiere de generar perfiles de velocidad en el motor, excitándolo con voltajes determinados. Para la generación de dichos voltajes, se considera el controlador basado en pasividad (PBC, por sus siglas en inglés) no lineal para el seguimiento de velocidad y norma de flujos magnéticos de rotor. La forma del controlador da indicio de que en los experimentos se ejecutó un control realimentado; sin embargo, la acción de control fue empleada únicamente para generar los perfiles de velocidad en el MI en lazo abierto.

En este sentido, en esta sección se describe la formulación del controlador basado en pasividad para motores de inducción (PBC-MI), propuesto en [Ortega, *et al.*, 1995]. La metodología para formular el controlador requiere de escribir el modelo del MI separando la dinámica eléctrica y mecánica, de modo tal que se evite la aparición explícita de los

flujos de rotor magnéticos en la ley de control, que, como se sabe, no están disponibles para medición.

La dinámica eléctrica del modelo (2.12) puede presentarse en forma matricial, como

$$\underbrace{\begin{bmatrix} L_r \sigma I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}}_{\mathcal{D}_e} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{I}_s \\ \dot{\psi}_r \end{bmatrix}}_{\dot{x}_e} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & n_p L_{sr} \mathcal{J}\omega \\ -n_p L_{sr} \mathcal{J}^T \omega & -n_p \mathcal{J}\omega \end{bmatrix}}_{\mathcal{C}_e(\omega)} \underbrace{\begin{bmatrix} I_s \\ \psi_r \end{bmatrix}}_{x_e} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_r \sigma \gamma I_2 & -\frac{L_{sr} R_r}{L_r} I_2 \\ -\frac{L_{sr} R_r}{L_r} I_2 + n_p L_{sr} \mathcal{J}^T \omega & \frac{R_r}{L_r} I_2 \end{bmatrix}}_{\mathcal{R}_e(\omega)} \underbrace{\begin{bmatrix} I_s \\ \psi_r \end{bmatrix}}_{x_e} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_r U_s \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{Q}_e}$$
(2.26)

, donde  $I_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  es la matriz identidad, de modo tal que se puede escribir la dinámica eléctrica y mecánica respectivamente como

$$\mathcal{D}_e \dot{x}_e + \mathcal{C}_e(\omega) x_e + \mathcal{R}_e(\omega) x_e = \mathcal{Q}_e \tag{2.27a}$$

$$J\dot{\omega} + B\omega = \tau_e - \tau_L. \tag{2.27b}$$

El problema de control del MI consiste en imponer un comportamiento deseado de los estados  $x_e$  definido por  $x_{ed} \triangleq [I_{sd}^T, \psi_{rd}^T, \omega_d]^T = [I_{sad}, I_{sbd}, \psi_{rad}, \psi_{rbd}, \omega_d]^T$ . Esto para que se asegure el seguimiento asintótico global de velocidad  $\omega$  y la regulación de la norma de flujo en rotor  $\|\psi_r\|$ , donde  $\|\cdot\|$  es la norma Euclidiana, tal que

$$\lim_{t \to \infty} |\omega - \omega_d| = 0, \quad \lim_{t \to \infty} |||\psi_r|| - ||\psi_{rd}||| = 0,$$

con todas las señales internas uniformemente acotadas, bajo las siguientes suposiciones:

- **S.1** Se dispone de medición de corrientes de estator  $I_s(t)$ .
- S.2 Todos los parámetros del modelo son conocidos.
- **S.3** El par de carga  $\tau_L(t)$  es una función desconocida, pero con primera derivada acotada.
- **S.4** El perfil de velocidad del rotor deseado  $\omega_d$  es una función acotada, suave y dos veces diferenciable con cotas conocidas.
- **S.5** La norma del flujo de rotor deseado  $\|\psi_{rd}\|$  es una constante positiva.

Dada la representación (2.27) y con el objetivo de que lograr el comportamiento deseado  $x_{ed}$ , se define el error de estados eléctricos como

$$e_e = \begin{bmatrix} e_{I_s} \\ e_{\psi} \end{bmatrix} = x_e - x_{ed}, \quad x_{ed} = \begin{bmatrix} I_{sd} \\ \psi_{rd} \end{bmatrix}.$$
(2.28)

Si se expresa la dinámica eléctrica del motor descrita en (2.27a) en términos del error (2.28) se tiene que

$$\mathcal{D}_e \dot{e}_e + \mathcal{C}_e(\omega) e_e + \mathcal{R}_e(\omega) e_e = \Phi_{ei} \tag{2.29}$$

con

$$\Phi_{ei} = \begin{bmatrix} \Phi_{e1} \\ \Phi_{e2} \end{bmatrix} = \mathcal{Q}_e - \{ \mathcal{D}_e \dot{x}_{ed} + \mathcal{C}_e(\omega) x_{ed} + \mathcal{R}_e(\omega) x_{ed} \},$$
(2.30)

donde  $\Phi_{ei} \in \mathbb{R}^2, i = 1, 2.$ 

Para el diseño de la ley de control se considera, primero, el término derecho de las dos primeras filas de la ecuación matricial (2.30), los cuales se escriben como

$$\Phi_{e1} = L_r U_s - \left( L_r \sigma \dot{I}_{sd} + n_p L_{sr} \mathcal{J} \omega \psi_{rd} + \left( \frac{L_{sr}^2 R_r}{L_r} + L_s R_s \right) I_{sd} - \frac{L_{sr} R_r}{L_r} \psi_{rd} \right).$$
(2.31)

De esta expresión, se obtiene la expresión de la ley que determina los voltajes de control como

$$U_{s} = \sigma \dot{I}_{sd} + \frac{n_{p}L_{sr}}{L_{r}}\mathcal{J}\omega\psi_{rd} + \left(\frac{L_{sr}^{2}R_{r}}{L_{r}^{2}} + R_{s}\right)I_{sd} - \frac{L_{sr}R_{r}}{L_{r}^{2}}\psi_{rd} - K_{I_{s}}e_{I_{s}}$$
(2.32)

en la cual se incluye un término de amortiguamiento constante  $K_{I_s}e_{I_s}$  en el error de corrientes, por lo que  $\Phi_{e1} = -K_{I_s}e_{I_s}$ . Por su parte, la expresión para  $K_{I_s}$  garantiza la convergencia de los errores 2.28 a cero, y está dada por

$$K_{I_s} = \frac{L_{sr}^2 n_p^2 \omega^2}{4\varepsilon}; \qquad 0 < \varepsilon < R_r.$$
(2.33)

Con la estructura del controlador establecida, es necesario definir las diferentes variables involucradas en la política de control. Si se consideran las segundas filas de la ecuación matricial (2.30), que describen la dinámica de los enlaces de flujos de rotor, se tiene

$$\Phi_{e2} = 0 - \{ \dot{\psi}_{rd} - n_p \omega \mathcal{J} \psi_{rd} - \frac{R_r L_{sr}}{L_r} I_2 I_{sd} + \frac{R_r}{L_r} I_2 \psi_{rd} \}$$
(2.34)

y despejando a  $I_{sd}$  con el fin de hacer que  $\Phi_{e2} \to 0$ , se tiene

$$I_{sd} = \frac{L_r}{R_r L_{sr}} \left( \dot{\psi}_{rd} - n_p \omega \mathcal{J} \psi_{rd} + \frac{R_r}{L_r} \psi_{rd} \right).$$
(2.35)

Los flujos de rotor deseados se obtienen de la expresión

$$\psi_{rd} = \left\|\psi_{rd}\right\| \begin{bmatrix} \cos(\nu)\\ \sin(\nu) \end{bmatrix}$$

donde

$$\nu = \arctan\left(\frac{\psi_{r2}}{\psi_{r1}}\right)$$

por lo que terminan siendo solución del sistema dinámico

$$\dot{\psi}_{rd} = \left(n_p \omega + \frac{R_r}{n_p \|\psi_{rd}\|^2} \tau_d\right) \mathcal{J}\psi_{rd}; \quad \psi_{rd}(0) = \begin{bmatrix} \|\psi_{rd}\| \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.36)

entonces se obtiene, por un lado, que  $\Phi_{e2} = 0$  y, por otro, que

$$I_{sd} = \frac{L_r}{L_{sr} n_p \|\psi_r\|^2} \tau_d \mathcal{J} \psi_{rd} + \frac{1}{L_{sr}} \psi_{rd}.$$
 (2.37)

Por último, se necesita definir el par mecánico de origen eléctrico deseado  $\tau_d$ . Para ello, se establece  $e_{\omega} = \omega_r - \omega_d$  para expresar en términos de esta variable a la ecuación (2.27b) como

$$J\dot{e}_{\omega} + Be_{\omega} = \tau_e - \tau_L - J\dot{\omega}_d - B\omega_d$$

Si se define

$$\tau_d = J\dot{\omega}_d + B\omega_d + \hat{\tau}_L - K_\omega e_\omega \tag{2.38}$$

donde

$$\hat{\tau}_L = -K_{\omega i} \int e_{\omega} dt, \quad K_{\omega i} > 0, \quad \hat{\tau}_L(0) = 0.$$
 (2.39)

La derivada temporal de  $I_{sd}$  requerida para la implementación de la ley de control (2.32) se obtiene analíticamente y está dada por

$$\dot{I}_{sd} = \frac{L_r}{L_{sr}n_p} \left[ \left( \frac{\dot{\tau}_d - 2\tau_d \dot{\beta}}{\beta} \right) \mathcal{J} \psi_{rd} + \left( \frac{\tau_d}{\beta^2} \right) \mathcal{J} \dot{\psi}_{rd} \right] + \frac{L_r}{R_r L_{sr}} \left[ \left( \frac{\ddot{\beta}\beta - \dot{\beta}^2}{\beta^2} \right) \psi_{rd} + \left( \frac{\dot{\beta}}{\beta} \right) \dot{\psi}_{rd} \right] + \frac{\dot{\psi}_{rd}}{L_{sr}},$$
(2.40)

al igual que la derivada temporal de  $\tau_d$ , definida por

$$\dot{\tau}_d = J\ddot{\omega}_d + B\dot{\omega}_d + \dot{\hat{\tau}}_L - K_\omega \dot{e}_\omega.$$
(2.41)
## Capítulo 3

## Diferenciadores numéricos de señales en presencia de ruido

La diferenciación de señales en tiempo real es un problema que parte de la necesidad de calcular con mayor exactitud las derivadas (de un orden elevado) de señales que poseen ruido de medición. Dado que el análisis de observabilidad del MI *sensorless* requiere de la primera derivada de los voltajes de estator y la primera y segunda derivada de las corrientes de estator, resulta necesario atenuar el ruido contenido en las señales que proporcionarían los sensores y aproximar sus tasas de cambio.

En este capítulo se busca evaluar, en simulación, cuál es el método de diferenciación numérica que tiene un mejor comportamiento con base en la capacidad de atenuar el ruido sin comprometer la aproximación de las derivadas. Para ello, se hace uso de dos tipos de diferenciadores numéricos. El primero de ellos es un diferenciador basado en un filtro lineal, y se analizan filtros de segundo, tercer y cuarto orden a fin de compararlos y averiguar si existen ventajas al aumentar o reducir el orden de los filtros. El segundo de ellos es un observador de alta ganancia.

Para la comparación, se utiliza el generador de perfiles deseados descrito en 2.32 aplicado en el modelo del MI mencionado en 2.12, y descrito por las ecuaciones:

$$\begin{split} \dot{I}_s &= -\gamma I_s + \left(\frac{L_{sr}R_r}{\sigma L_r^2}\right)\psi_r - \left(\frac{n_p L_{sr}}{\sigma L_r}\right)\omega\mathcal{J}\psi_r + \frac{U_s}{\sigma}\\ \dot{\psi}_r &= -\left(\frac{R_r}{L_r}\right)\psi_r + (n_p\omega\mathcal{J})\psi_r + \left(\frac{R_r L_{sr}}{L_r}\right)I_s\\ \dot{\omega} &= \left(\frac{1}{J}\right)\underbrace{\frac{n_p L_{sr}}{L_r}I_s^T\mathcal{J}\psi_r}_{\tau_e} - \left(\frac{B}{J}\right)\omega - \frac{\tau_L}{J}, \end{split}$$

esto con el fin de extraer las señales de voltajes y corrientes de estator y evaluar los diferenciadores con dichas señales. A continuación se describen los algoritmos de diferenciación numérica y la asignación de sus parámetros de sintonía.

#### 3.1. Filtro lineal

En [Mujica-Ortega y Espinosa-Pérez, 2015] se propone un método de diferenciación numérica que es llamado «diferenciador sucio» de tercer orden, el cual es usado para estimar velocidad y aceleración de rotor de un MI a partir de la posición medida por un codificador incremental. La mayor ventaja que ofrece este tipo de diferenciador es un buen desempeño dinámico, debido a que su estructura se asemeja a una cadena de integradores, obteniendo una versión de velocidad de rotor con menos ruido y de la cual pueden calcularse sus respectivas derivadas de forma exacta.

Para el caso particular de este trabajo, se propone el uso del mismo método de diferenciación mencionado pero para estimar las derivadas de las variables medibles del MI en restricción *encoderless*, es decir los voltajes y corrientes de estator. El diferenciador necesario es de segundo orden, pero con propósito de comparación también se hace uso de diferenciadores de tercer y cuarto orden. El método del diferenciador de segundo orden está descrito por:

$$\dot{z}_1 = z_2 \tag{3.2a}$$

$$\dot{z}_2 = -\lambda^2 z_1 - 2\lambda z_2 + \lambda^2 \eta, \qquad (3.2b)$$

el método del diferenciador de tercer orden está descrito por:

$$\dot{z}_1 = z_2 \tag{3.3a}$$

$$\dot{z}_2 = z_3 \tag{3.3b}$$
$$\dot{z}_3 = -\lambda^3 z_1 - 3\lambda^2 z_2 - 3\lambda z_3 + \lambda^3 \eta,$$

y el método del diferenciador de cuarto orden está descrito por:

$$\dot{z}_1 = z_2 \tag{3.4a}$$

$$\dot{z}_2 = z_3 \tag{3.4b}$$

$$\dot{z}_{3} = z_{4} \dot{z}_{4} = -\lambda^{4} z_{1} - 4\lambda^{3} z_{2} - 6\lambda^{2} z_{3} - 4\lambda z_{4} + \lambda^{4} \eta,$$
(3.4c)

donde en todos ellos,  $\eta$  representa la variable de naturaleza eléctrica medida en las terminales del motor (es decir, cada elemento de los vectores de corrientes  $I_s$  y  $U_s$ , que

representan el valor en cada fase),  $z_1$  la misma variable pero filtrada,  $\dot{z}_1$  la primera derivada de la variable,  $\dot{z}_2$  la segunda derivada de la variable,  $\dot{z}_3$  la tercera derivada de la variable, y  $\dot{z}_4$  la cuarta derivada de la variable, con

$$\begin{bmatrix} z_1(0) & z_2(0) & z_3(0) & z_4(0) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \eta(0) & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

En realidad, las únicas derivadas de interés son la primera y segunda, pero el desempeño de estas cambia dependiendo del orden del filtro, lo cual se muestra más adelante.

Como puede notarse, este método está fundamentado en sistemas dinámicos lineales con multiplicidad de polos. La condición bajo la cual existe estabilidad en dichos sistemas es  $\lambda > 0$ , pero como primera aproximación se recomienda asignar  $\lambda$  mayor a dos veces el valor máximo de la frecuencia de las variables de índole eléctrica, así se preserva el contenido frecuencial de la señal de entrada. Note, que conforme  $\lambda \to \infty$ , este método será una mejor aproximación al operador derivada, por lo tanto más sensible al ruido [Mujica-Ortega y Espinosa-Pérez, 2015]. Una característica intrínseca de estos sistemas lineales es que generan un desfase o retraso en el tiempo con respecto a la señal de entrada.

#### 3.2. Observador de alta ganancia

Se considera el observador lineal de alta ganancia descrito en [Vasiljevic y Khalil, 2008] y dado por

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u \tag{3.5}$$

para estimar los estados de un sistema dado por:

$$\dot{x}_i = x_{i+1}, \quad 1 \le i \le n-1$$
  
 $\dot{x}_n = f(x,t) , \qquad (3.6)$   
 $y = x_1$ 

con

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -\mu_1/\varepsilon & 1 & \dots & 0 \\ -\mu_2/\varepsilon^2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mu_{n-1}/\varepsilon^{n-1} & \dots & \dots & 0 & 1 \\ \mu_n/\varepsilon^n & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}, \qquad \hat{B} = \begin{bmatrix} -\mu_1/\varepsilon \\ -\mu_2/\varepsilon^2 \\ \vdots \\ \mu_{n-1}/\varepsilon^{n-1} \\ \mu_n/\varepsilon^n \end{bmatrix}, \qquad (3.7)$$

donde u es una señal acotada y n veces diferenciable, y el polinomio  $s^n + \mu_1 s^{n-1} + \dots + \mu_{n-1} s + \mu_n$  posee raíces localizadas en el semiplano izquierdo del plano complejo. Nótese que para

esto suceda, basta con que  $\mu_1, \ldots, \mu_n$  sean constantes positivas. La función de transferencia de u a  $\hat{x}$  es

$$T(s) = \frac{\mu_n}{p_n(s)} \begin{bmatrix} 1 + \varepsilon q_1(\mu_1, \dots, \mu_n, s, \varepsilon) \\ s + \varepsilon q_2(\mu_1, \dots, \mu_n, s, \varepsilon) \\ \vdots \\ s^{n-2} + \varepsilon q_{n-1}(\mu_1, \dots, \mu_n, s, \varepsilon) \\ s^{n-1} + \varepsilon q_{n-2}(\mu_1, \dots, \mu_n, s, \varepsilon) \end{bmatrix},$$
(3.8)

donde  $p_n(s) = \varepsilon^n s^n + \varepsilon^{n-1} \mu_1 s^{n-1} + \dots + \varepsilon \mu_{n-1} s + \mu_n \text{ y } q_k(\mu_1, \dots, \mu_n, s, \varepsilon)$  para  $1 \leq k \leq n$ son polinomios. Es importante notar que, asintóticamente, si  $\varepsilon \to 0$  entonces  $T(s) \to \begin{bmatrix} 1 & s & \dots & s^{n-2} & s^{n-1} \end{bmatrix}^T$ , lo que significa que el sistema (3.5) actúa como diferenciador.

El observador de alta ganancia utilizado en este trabajo es entonces de la forma

$$\dot{\varsigma}_1 = -\frac{\mu_1}{\varepsilon}(\varsigma_1 - x) + \varsigma_2 \tag{3.9a}$$

$$\dot{\varsigma}_2 = -\frac{\mu_2}{\varepsilon^2}(\varsigma_1 - x) + \varsigma_3 \tag{3.9b}$$

$$\dot{\varsigma}_3 = -\frac{\mu_3}{\varepsilon^3}(\varsigma_1 - x) \tag{3.9c}$$

donde x es la medición del estado (ya sea  $I_s$  o  $U_s$ ),  $\varsigma_1$  la misma variable pero filtrada,  $\varsigma_2$  la primera derivada estimada del estado, y  $\varsigma_3$  la segunda derivada estimada.

### 3.3. Comparación del desempeño de los diferenciadores

La comparación en simulación del desempeño de los diferenciadores se llevó a cabo en el ambiente MATLAB-Simulink, con el generador de perfiles deseados descrito en (2.32)aplicado en el modelo *ab* del MI. A partir del modelo, se extrajeron las señales de voltajes y corrientes de estator para realizar pruebas con tales señales.

Para el generador PBC, se eligieron la ganancia eléctrica  $K_{I_s} = 0$ , y ganancias mecánicas  $K_{\omega} = 0$ ,  $K_{\omega i} = 0$ , pues se trata de una acción de control en lazo abierto. La duración de las simulaciones fue de t = 13.2 s y se utilizó el método de solución numérica ODE4 (con un periodo de integración de 0.1 ms). Los parámetros del modelo matemático del MI utilizados se muestran en la Tabla 3.1. El perfil de velocidad deseado considerado para la prueba se muestra en la Figura 3.1a, mientras que el correspondiente para la norma de flujos magnéticos de rotor se muestra en la Figura 3.1b deseada. Los perfiles son un tanto simples, dado que lo requerido era obtener tan solo señales de voltaje y corrientes nominales de 60 Hz.

Parámetro	Magnitud			
Voltaje / potencia nominal	220 V / 1 HP			
Par de polos	$n_p = 2$			
Resistencia de estator	$R_s = 2.516 \ \Omega$			
Resistencia de rotor	$R_r = 1.9461 \ \Omega$			
Inductancia de estator	$L_s = 0.2340 \text{ mH}$			
Inductancia de rotor	$L_r = 0.2302 \text{ mH}$			
Inductancia mutua	$L_{sr} = 0.2226 \text{ mH}$			
Fricción viscosa	$B = 1.1 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$			
Coeficiente momento de inercia	$J = 6.04675 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$			

Tabla 3.1. Parámetros del motor de inducción



Figura 3.1. Condiciones de evaluación para la comparación de diferenciadores.

El primer escenario de simulación se realizó sin presencia de ruido, con el propósito de entender el funcionamiento de cada método de diferenciación y procurar, en el caso de los filtros lineales, que presentaran aproximadamente el mismo desfase con respecto a su señal de entrada. Se analizó la respuesta en frecuencia que caracteriza a cada sistema dinámico, y se tomó como referencia el desfase que presenta el diferenciador «sucio» de segundo orden con  $\lambda = 600$ ; para que los tres filtros exhibieran un desfase similar,  $\lambda = 928$ para el diferenciador «sucio» de tercer orden,  $\lambda = 1255$  para el diferenciador «sucio» de cuarto orden. Asimismo, se definió  $\mu_1 = 3$ ,  $\mu_2 = 3$ ,  $\mu_3 = 1$  y  $\varepsilon = 0.0017$  para el observador de alta ganancia. En el segundo escenario de simulación, se añadió ruido blanco a las señales de entrada de los diferenciadores con densidad espectral de potencia de 0.000001.

Los resultados de diferenciación en ausencia de ruido se muestran para una fase de voltaje en la Figura 3.2 y para una fase de corriente en la Figura 3.4, donde en la columna de la izquierda se muestra el rango de tiempo completo y en la columna de la derecha un acercamiento en la ventana de tiempo de 5 a 5.1 s.



(c) Primeras derivadas de voltajes de estator.

(d) Primeras derivadas de voltajes de estator.





Figura 3.3. Resultados de diferenciación de voltajes en presencia de ruido.



Figura 3.4. Resultados de diferenciación de corrientes en ausencia de ruido.



Figura 3.5. Resultados de diferenciación de corrientes de estator.

Los resultados de diferenciación de las señales con ruido se muestran para una fase de voltaje en la Figura 3.3, y para una fase de corriente en la Figura 3.5, donde igualmente en la columna de la izquierda se muestra el rango de tiempo completo y en la columna de la derecha un acercamiento de 5 a 5.1 s. Con la finalidad de comparación, es importante notar que en esta simulación se incluyó la función básica de diferenciación proporcionada por Simulink, que aproxima la derivada de una señal de entrada con respecto al paso de integración. Esta función es sensible a la dinámica de su señal de entrada, por lo que su salida puede contener fluctuaciones inesperadas, razón por la cual solamente fue sometida

a la prueba sin presencia de ruido.

Como es de notar en las Figuras 3.2 y 3.4, el desfase que presentan las salidas de los filtros lineales con respecto a la señal de entrada y sus derivadas reales siempre es constante, a diferencia de las aproximaciones del observador de alta ganancia, que aumenta el desfase a medida que aumenta el orden de diferenciación. El hecho de incrementar los valores de  $\lambda$  para el caso de los filtros lineales, y el valor de  $\varepsilon$  para el observador de alta ganancia, permite aproximar mejor el valor de la derivada real. Sin embargo, esto tiene un efecto en la amplificación del ruido, que es excesiva al verse aumentados los valores de  $\lambda$  o  $\varepsilon$ . En las Figuras 3.3 y 3.5, puede notarse que la amplificación de ruido incrementa mientras es mayor el orden de diferenciación.

En cuanto a los filtros lineales, mientras mayor es el orden del diferenciador, menor es la amplificación del ruido; en efecto, el filtro lineal de cuarto orden muestra un mejor desempeño a comparación de los demás filtros.

Una vez comparado el desempeño de los distintos diferenciadores, se utilizó cada uno de estos para la evaluación experimental, por lo que se integró el observador bivaluado en conjunto con los métodos de diferenciación en el Capítulo 4.

## Capítulo 4

### Evaluación experimental

Con el fin de mostrar el desempeño del observador bivaluado descrito en la Sección 2.2.2, en esta sección se presentan los resultados bajo escenarios ideales (análisis en simulación) y realistas (análisis experimental)<sup>1</sup>. En los dos tipos de escenarios, se muestra la capacidad del observador de reconstruir los pares de trayectorias indistinguibles que manifiesta el MI cuando este se encuentra en restricciones *sensorless*.

Las condiciones de evaluación del observador, referidas a los perfiles de velocidad y flujos magnéticos, son las mismas tanto en simulación numérica como experimentalmente. Así, se consideraron dos escenarios de evaluación: el primero de ellos se trata de un perfil de velocidad que tiene variaciones del tipo trapezoidal, mientras que el segundo escenario consta de un perfil de velocidad del tipo sinusoidal. Las formas de estos están pensados para determinar la factibilidad del observador bivaluado de estimar las trayectorias indistinguibles para perfiles con aceleración constante, nula, o con variaciones suaves o abruptas, y también para analizar la región donde la velocidad cruza por el valor cero, que como se ha estudiado es una región complicada para observadores *sensorless*.

Para ambos escenarios de evaluación, se eligieron las ganancias del controlador PBC como  $K_{I_s} = 0$ ,  $K_{\omega} = 0$  y  $K_{\omega i} = 0$ , pues se empleó la acción de control 2.32 en lazo abierto. Para los diferenciadores de voltajes y corrientes, se eligió  $\lambda = 600$  para el filtro lineal de segundo orden,  $\lambda = 928$  para el filtro lineal de tercer orden, y  $\lambda = 1255$  para el filtro lineal de cuarto orden, así como  $\mu_1 = 3$ ,  $\mu_2 = 3$ ,  $\mu_3 = 1$  y  $\varepsilon = 0.0017$  para el diferenciador basado en el observador de alta ganancia. Los tiempos de los experimentos fueron de 35 s, y el método de solución numérica empleado fue ODE4 (Runge-Kutta), con una frecuencia de muestreo de 0.1 ms. En la Tabla 4.1 se muestran los parámetros del MI. Es importante mencionar que no se consideró la posibilidad de variación paramétrica en el modelo para la ejecución del algoritmo de observabilidad.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>La plataforma experimental que se consideró para las pruebas y que contiene al MI es parte del Apéndice A. En cambio, los modelos usados para simulación se muestran en el Apéndice B.

Parámetro	Magnitud
Voltaje / potencia nominal	220 V / 1 HP
Par de polos	$n_p = 2$
Resistencia de estator	$R_s = 2.516 \ \Omega$
Resistencia de rotor	$R_r = 1.9461 \ \Omega$
Inductancia de estator	$L_s = 0.2340 \text{ mH}$
Inductancia de rotor	$L_r = 0.2302 \text{ mH}$
Inductancia mutua	$L_{sr} = 0.2226 \text{ mH}$
Fricción viscosa	$B = 1.1 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$
Coeficiente momento de inercia	$J = 6.04675 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Tabla 4.1. Parámetros del motor de inducción

#### 4.1. Análisis en ausencia de ruido

Para el primer escenario de evaluación, se aprecian las señales de voltaje de estator y corrientes de estator simuladas en la Figura 4.1. Resulta claro que bajo la condición *sensorless*, estas variables, junto a sus primeras y segundas derivadas, constituyen la única información de la que dispone el observador bivaluado para estimar los pares de trayectorias indistinguibles de la velocidad de rotor y par de carga.

Los resultados de observación de velocidad y par se muestran en la Figura 4.2. Estos resultados provienen de calcular las primeras derivadas de los voltajes y las primeras y segundas derivadas de las corrientes con los métodos de diferenciación descritos en el Capítulo 3 y probar el observador bivaluado con dicha información.



Figura 4.1. Escenario 1: simulación de voltajes y corrientes.



(a) Velocidades estimadas con filtro lineal de (b) Velocidades estimadas con filtro lineal de segundo orden. tercer orden.



(c) Velocidades estimadas con filtro lineal de cuarto orden.



(e) Pares de carga estimados con filtro de segundo orden.



(g) Pares de carga estimados con filtro de cuarto orden.



(d) Velocidades estimadas con diferenciador basado en HGO.



(f) Pares de carga estimados con filtro de tercer orden.



(h) Pares de carga estimados con diferenciador basado en HGO.

Figura 4.2. Escenario 1: resultados en simulación.

En cada una de las gráficas de la Figura 4.2, las líneas continuas verde y azul corresponden al cálculo de las dos trayectorias indistinguibles de cada variable (ya sea la velocidad de rotor  $\omega$  o el par de carga  $\tau_L$ ) y la línea discontinua naranja representa el valor real de la variable. Respecto a las estimaciones de la velocidad (Figuras 4.2a, 4.2b, 4.2c, y 4.2d) el observador bivaluado es capaz de calcular fielmente los pares de trayectorias, respaldando el análisis de observabilidad detallado en la Sección 2.2.2, el cual estipula la existencia de dichas trayectorias. Efectivamente, de ambas trayectorias se puede notar que sólo una de ellas puede ser interpretada como una estimación correcta de la velocidad real, mientras que la otra es indistinguible. El hecho de que una trayectoria corresponda al valor real mientras que la otra no, es algo que conmuta dependiendo del valor real de la velocidad. Además, destaca la habilidad del observador de calcular las trayectorias incluso en regiones cercanas a cero, lo que confirma sus propiedades de convergencia.

La exactitud de la observación para el par de carga (Figuras 4.2e, 4.2f, 4.2g, y 4.2h) es un tanto distinta, pues con cada uno de los métodos de diferenciación propuestos, las estimaciones de la variable son notoriamente diferentes. Las trayectorias indistinguibles observadas muestran un margen de diferencia respecto al valor real del par de carga que aumenta a medida que el par de carga real se aleja del valor cero. Las discrepancias entre las trayectorias y el valor real no descalifican la capacidad que posee el observador bivaluado de proporcionar cálculos correctos del valor real, sino que dependen de qué tan exactas son las aproximaciones de las derivadas de las variables medibles. En efecto, mientras mejor sea la diferenciación de los voltajes y corrientes es que se perciben mejores resultados. Como ejemplo, puede apreciarse que en el rango de tiempo de 4.5 s a 8 s, la brecha que existe entre el valor real del par de carga y la trayectoria indistinguible es menor para el filtro lineal de cuarto orden; lo mismo sucede para los rangos de 16 s a 19.5 s, de 23 s a 25 s, y de 29.5 s a 32 s. Como se estudió en la sección 3.3, este diferenciador resulta más fiable al computar las primeras y segundas derivadas temporales. En cambio, el peor resultado es el que exhibe el observador bivaluado en conjunto con el diferenciador basado en el HGO, debido a que sus derivadas presentan mayor desfase en el tiempo y mayor diferencia en magnitud mientras mayor sea el orden de diferenciación.



Figura 4.3. Escenario 2: simulación de voltajes y corrientes.



(a) Velocidades estimadas con filtro lineal de segundo orden.



(c) Velocidades estimadas con filtro lineal de cuarto orden.



(e) Pares de carga estimados con filtro de segundo orden.



(g) Pares de carga estimados con filtro de cuarto orden.



(b) Velocidades estimadas con filtro lineal de tercer orden.



(d) Velocidades estimadas con diferenciador basado en HGO.



(f) Pares de carga estimados con filtro de tercer orden.



(h) Pares de carga estimados con diferenciador basado en HGO.

Figura 4.4. Escenario 2: resultados en simulación.

Para el segundo escenario de evaluación, las señales de voltaje y corriente simuladas se encuentran en la Figura 4.3 y los resultados de observación se muestran en la Figura 4.4. El desempeño del observador bivaluado es bastante similar al que presenta para el primer escenario, aunque este perfil de velocidad presenta variaciones más suaves pues es sinusoidal. Para las velocidades, la estimación de una trayectoria es fidedigna cuando la otra no es distinguible. Sin embargo, esto no es necesariamente cierto para el par de carga, pues existe una diferencia significativa entre cada pico de las trayectorias y la amplitud real de la señal del par de carga. La magnitud de esta diferencia, de nuevo, depende de qué tan exacta es la aproximación de las primeras y segundas derivadas temporales de las señales eléctricas.

#### 4.2. Análisis en presencia de ruido

Una vez estudiado en simulación el desempeño del observador bivaluado, es importante estudiarlo cuando existe ruido de medición contenido en las señales de voltajes de estator y corrientes de estator, que es el caso de esta sección. Para el primer escenario de evaluación, se aprecian las señales de voltaje de estator y corrientes de estator en la Figura 4.5. Los resultados de observación de velocidad y par se muestran en la Figura 4.6, donde las líneas discontinuas naranjas se interpretan como mediciones de las variables.

En cuanto a las velocidades observadas (Figuras 4.6a, 4.6b, 4.6c, y 4.6d), es importante notar la limitación del observador bivaluado de estimar los pares de trayectorias indistinguibles ante la presencia de ruido en las señales de naturaleza eléctrica. Si bien se muestran las dos velocidades, las cuales siguen confirmando el análisis de osbervabilidad que las describe, estas se encuentran alteradas por el ruido de medición. Dado que el observador bivaluado requiere no solo de las señales de voltajes y corrientes, sino también de las primeras derivadas de ambas y de las segundas derivadas de corrientes, el efecto del ruido es inminente y se puede acentuar si las mediciones presentaran más de este.



Figura 4.5. Escenario 1: medición de voltajes y corrientes.



(a) Velocidades estimadas con filtro lineal de segundo orden.



(c) Velocidades estimadas con filtro lineal de cuarto orden.



(e) Pares de carga estimados con filtro de segundo orden.



(g) Pares de carga estimados con filtro de cuarto orden.



(b) Velocidades estimadas con filtro lineal de tercer orden.



(d) Velocidades estimadas con diferenciador basado en HGO.







(h) Pares de carga estimados con diferenciador basado en HGO.

Figura 4.6. Escenario 1: resultados experimentales.

Los resultados muestran además que el impacto del ruido se incrementa en un tipo de región en particular, es decir cuando se presenta el «caso distinguible» de la ecuación (2.24). Este caso se manifiesta en los segundos 11.9 s, 27.3 s, y 34.9 s, donde se puede observar que mientras las trayectorias se acercan a esta vecindad, la trayectoria que debería corresponder a una estimación correcta es en realidad muy ruidosa, lo que complica identificar si la estimación corresponde al valor físico de la velocidad o no. A partir de información proporcionada por el análisis de observabilidad, es importante mencionar que estos casos coinciden cuando el valor del discriminante de la ecuación (2.24) es cercano a cero. Esta limitación se podría ver más afectada, de nuevo, si las mediciones tuvieran mayor ruido, por lo que mientras mejor sea la filtración y diferenciación de las mediciones, se verá un menor impacto de este. Muestra de ello está en los resultados exhibidos con el filtro lineal de cuarto orden, el cual permite que el observador bivaluado presente mejor desempeño. No obstante, aun así existe un considerable margen de error respecto a la velocidad real en ciertas vecindades, sobre todo cerca de los «casos distinguibles».

Los resultados correspondientes al par de carga se muestran en las Figuras 4.6e, 4.6f, 4.6g, y 4.6h. Como puede notarse, en los cálculos del par de carga se manifiesta una excesiva cantidad de ruido. La razón principal de estos resultados se explican, de nueva cuenta, con las características intrínsecas de los diferenciadores empleados para computar las tasas de cambio de las mediciones de las señales eléctricas, pues al filtrar y derivar se obtienen señales que poseen desfase en el tiempo y diferencia de magnitud respecto a sus valores reales. Si bien es claro qué método de diferenciación permite que el observador bivaluado obtenga resultados con menos ruido, ninguno de ellos filtra de una manera considerable el ruido y por lo tanto los pares de trayectorias del par de carga son poco exactos.

Respecto al segundo escenario de evaluación, las señales de voltaje de estator y corrientes de estator, contaminadas con ruido, se encuentran en la Figura 4.7, y los resultados de observación de velocidad y par se muestran en la Figura 4.8.



Figura 4.7. Escenario 2: medición de voltajes y corrientes.



(a) Velocidades estimadas con filtro lineal de segundo orden.



(c) Velocidades estimadas con filtro lineal de cuarto orden.



(e) Pares de carga estimados con filtro de segundo orden.



(g) Pares de carga estimados con filtro de cuarto orden.



(b) Velocidades estimadas con filtro lineal de tercer orden.



(d) Velocidades estimadas con diferenciador basado en HGO.



(f) Pares de carga estimados con filtro de tercer orden.



(h) Pares de carga estimados con diferenciador basado en HGO.

Figura 4.8. Escenario 2: resultados experimentales.

En este segundo escenario, al ser el perfil de velocidad de forma sinusoidal, no hay momentos en los que la velocidad sea constante, pero sí hay varios cruces por cero. En este sentido, el observador bivaluado muestra las mismas dificultades mencionadas en el primer escenario. Así, se demuestra que con la restricción *sensorless*, ciertas variables del MI exhiben trayectorias indistinguibles que vienen en pares, es decir que para un valor real de la variable inobservable existe otra trayectoria indistinguible, pero el ruido de medición contenido en las señales de voltajes y corrientes impacta la estimación de dichas trayectorias.

#### 4.3. Discusión de los resultados

Con base en la evaluación experimental y simulación del observador reportado en [Moreno, *et al.*, 2017], se resumen los siguientes resultados:

• Se comprobó, mediante el análisis de observabilidad, la existencia de los pares de trayectorias indistinguibles de la velocidad de rotor  $\omega$  y el par de carga  $\tau_L$  cuando el MI opera *sensorless*.

Los experimentos fueron realizados bajo la suposición del conocimiento de los valores reales de la velocidad y par de carga, esto con propósitos de comparación. Gracias a ello fue posible inferir cuál de las dos trayectorias correspondía al valor de la máquina real y cuál no. Por otro lado, si únicamente se tiene información sobre las señales eléctricas  $U_s$  e  $I_s$ , es imposible determinar en qué momento cuál de las dos trayectorias representa una estimación correcta.

- Se corroboró que las proximidades en las que el observador bivaluado exhibe un desempeño limitado corresponden a cuando el valor del discriminante de la ecuación (2.24) es cercano a cero, que a su vez se refiere a cuando posee dos soluciones iguales. Si se explota aun más la información que provee el análisis de observabilidad, se podría indagar sobre la posibilidad de construir un método que permita distinguir cuál de las trayectorias es la de interés físico. De existir tal, se podría añadir un control retroalimentado en conjunto con el observador.
- El ruido contenido en las señales de  $U_s$  e  $I_s$  es un factor a considerar al momento de implementar el observador bivaluado en una plataforma experimental. Naturalmente, este ruido se ve incrementado al derivar dichas señales, por lo que es necesario emplear métodos de diferenciación numérica que eviten su amplificación.

De los métodos propuestos en esta tesis, el filtro lineal de cuarto orden es el que proporciona mejores cálculos, y como consecuencia, el observador bivaluado exhibe un mejor desempeño con este método. Aun así, cabe la posibilidad de utilizar diferenciadores que compensen el desfase en el tiempo y la diferencia en magnitud que presentan los diferenciadores de este trabajo, de modo que se obtengan mejores resultados.

• El nivel de ruido contenido en los sensores de corrientes  $I_s$  tiene repercusiones en la acción de control  $U_s$  si se incluye un control retroalimentado. Por ello, resulta conveniente no solo procesar de la manera más adecuada a las tasas de cambio de dichas señales, sino también integrar la electrónica necesaria en la plataforma experimental que logre la menor cantidad de ruido. La propuesta del diseño electrónico necesario se incluye en el Apéndice A.

### Capítulo 5

### Conclusiones y trabajo futuro

El esquema *sensorless* para el control de MI representa un área de estudio que beneficia a muchos motores en la actualidad. Una gran cantidad de estos MI operan en una gama de aplicaciones en las que no es conveniente emplear sensores mecánicos, y ante la falta de las mediciones de los sensores, algunos de estos motores son sometidos a perfiles de velocidad sin controladores que permiten actuar ante cualquier perturbación. Por ello, resultan importantes las técnicas de control que identifiquen comportamientos indeseados en las variables mecánicas de la máquina únicamente con información de su dinámica eléctrica.

A partir del análisis de observabilidad global del MI se sabe que este no es observable cuando opera sin la medición de variables mecánicas y únicamente con la de variables eléctricas —que se refiere a las restricciones *sensorless*—. La razón de la falta de observabilidad bajo estas condiciones se debe a que los estados no medibles siempre presentan dos trayectorias indistinguibles, lo que imposibilita el diseño de observadores globales que proporcionen un solo valor para cada uno de dichos estados. La solución a este problema se encuentra en el observador bivaluado, que da a conocer estimaciones de ambas trayectorias en todo rango de operación. De esta manera, se realizó la evaluación experimental de dicho observador con el interés de conocer las dificultades de implementarlo bajo condiciones realistas, recalcando los problemas presentes al poseer información que proviene únicamente de sensores de corrientes y voltajes, y que naturalmente se encuentra contaminada con ruido de medición.

La implementación del observador permitió estimar los pares de trayectorias indistinguibles de la velocidad de rotor y par de carga de un MI integrado en una plataforma experimental, demostrando que el algoritmo de estimación fundamentado en el análisis global de observabilidad es capaz de calcular ambos valores de las trayectorias. Si es que solamente se tiene información sobre las señales de índole eléctrica, es imposible determinar cuál de las dos trayectorias representa o no una estimación correcta. Es por ello que los resultados obtenidos no identifican el comportamiento real de las variables no medibles, sino que confirman que la máquina no es observable dada la existencias de las trayectorias indistinguibles. No es posible añadir un control realimentado en conjunto con el observador pues no se conoce el comportamiento real de las variables, pero si se explota más información del análisis de observabilidad se podría considerar el diseño de un «selector» que permita determinar cuál de las trayectorias es la de interés físico, lo que en consecuencia permitiría incluir una rutina de control en lazo cerrado.

Asimismo, se demostró que el observador presenta ciertas limitaciones ante la presencia de ruido. En particular, se reconoció al ruido de medición contenido en las señales de índole eléctrica como un factor que altera las estimaciones de la velocidad y par de carga. Naturalmente, este ruido se ve incrementado al derivar las variables eléctricas, por lo que fue necesario emplear métodos de diferenciación numérica adecuados que evitaran la amplificación excesiva del ruido sin comprometer la aproximación de las tasas de cambio. Los métodos propuestos en este trabajo (filtros lineales limitados en frecuencia, y observador de alta ganancia), generan desfase en el tiempo o bien diferencia en magnitud en sus cálculos de diferenciación. Estos inconvenientes se ven reflejados en las estimaciones de la velocidad, y en mayor medida, en el par de carga. Como solución a estas dificultades, existe la posibilidad de emplear técnicas de diferenciación numérica que puedan compensar el desfase natural que producen los sistemas dinámicos empleados para la atenuación de ruido.

Los resultados también permitieron identificar que el impacto del ruido, sobre las estimaciones de las trayectorias de velocidad y par de carga, se acentúa bajo ciertas condiciones de operación. En particular, se percibió que, cuando el discriminante de las ecuaciones cuadráticas de las trayectorias indistinguibles es cercano a cero, el desempeño del observador se ve reducido. Como consecuencia, al comparar las estimaciones de las trayectorias con los valores de la máquina real, no es trivial averiguar si alguna de las trayectorias corresponde al comportamiento real del estado.

# Apéndice A

# Plataforma experimental y diseño electrónico

La plataforma experimental para la cual están pensados los experimentos posee una tarjeta dSPACE DS1104, diseñada para el desarrollo de controladores digitales multivariable de alta velocidad e integrada al entorno Simulink, permitiendo así la visualización y captura de datos. Asimismo, la plataforma está compuesta por un MI trifásico de la marca Baldor (modelo ZDNM3581T) con velocidad nominal de 1725 rpm, 1 HP de potencia mecánica, 4 polos y tensión nominal de 230 V (RMS).



Figura A.1. Plataforma experimental del motor de inducción.

El motor está equipado con un codificador incremental de 1024 pulsos por revolución

y que está aislado eléctricamente de la cubierta del motor. Acoplados al motor también, se encuentran un sensor de par y un freno de partículas de polvo magnético, mismo que al ser energizado genera fricción en la flecha del MI para producir el par de carga. Un vista general de la plataforma se aprecia en la Figura A.1.

Winding: 05WGX129Type:			05	524M	<b>Enclosure:</b> TENV			
Nameplate Data				General Characteristics at 460 V, 60 Hz: High Volt Connection				
Rated Output (HP)	1				Full Load Torque	3.02 LB-FT		
Volts	230/460			230/460			Start Configuration	DOL
Full Load Amps	2.9/1.45				Break Down Torque	14.3 LB-FT		
R.P.M.	1745				Pull-Up Torque	8.76 LB-FT		
Hz	60	Phase	3		Locked-rotor Torque	10.3 LB-FT		
NEMA Design Code	В	KVA Code	М		Starting Current	13.5 Amps		
Service Factor	1				No-load Current	0.89 Amps		
NEMA Nom. Eff.	85.5	P.F.	76		Line-line Res. @ 25°C.	15.922 Ohms		
Rating - Duty	40C AMB-CONT				Temp. Rise @ Rated Load			
S.F. Amps					Temp. Rise @ S.F. Load			

#### Load Characteristics at 460 Volts, 60 Hz, 1 HP

% of Rated Load	25	50	75	100	125	150	S.F.
Power Factor	33	53	67	76	81	85	
Efficiency	74.6	83.4	85.4	85.5	84.7	82.6	
Speed	1783.9	1773.9	1759.9	1743.9	1730.8	1698.3	
Line Amperes	0.935	1.05	1.22	1.45	1.7	1.99	





Figura A.2. Curvas del desempeño del motor de inducción.

En la Tabla A.1 se presentan las características eléctricas y mecánicas proporcionados por el fabricante del MI. Se muestra los datos de placa (tales como voltaje de operación, corriente a carga completa, eficiencia nominal, velocidad máxima, entre otras), y por otro lado se muestran los resultados de una evaluación de desempeño típico del MI conectado en alta tensión (460 V). De esta evaluación, se presentan la medición de resistencias eléctricas de línea a línea a 25 °C de temperatura, el par nominal a plena carga, la corriente que fluye en los devanados del estator cuando el motor no tiene carga mecánica, el par de arranque, par de rotor bloqueado, corriente de arranque y una comparación del factor de potencia, eficiencia y velocidad cuando se varía el par de carga. En la Figura A.2, se muestran curvas que describen la relación par-velocidad proporcionadas por el fabricante.

Para impulsar al motor, la estación posee un rectificador inversor trifásico que consta de dispositivos SCR e IGBT para las etapas de rectificación e inversión respectivamente. Las señales de salida de este sistema son del tipo PWM y su frecuencia de conmutación está determinada por la señal de control. Las mediciones de corriente en las tres fases se realizan con sensores magneto-resistivos NT-15 de la marca F.W. Bell, con capacidad nominal de 15 A, que se encuentran montados en una tarjeta electrónica dentro del contenedor que tiene los circuitos correspondientes al rectificador-inversor. Sin embargo, en el nuevo diseño electrónico propuesto, estos sensores de corriente son reemplazados por sensores CMS3015 de la marca Sensitec.



Figura A.3. Diagrama esquemático para la medición de señales de entrada.



Figura A.4. Diagrama esquemático para activar el freno de partículas de polvo magnético.



Figura A.5. Diagrama esquemático para las fuentes de alimentación aisladas.

El diseño electrónico consta de diferentes secciones. Una de ellas es la etapa de medición de señales de entrada, cuyo diagrama esquemático se muestra en la Figura A.3; otra es la activación del freno de partículas de polvo magnético, cuyo diagrama esquemático se encuentra en la Figura A.4; y la última es la que contiene las diferentes fuentes de alimentación para los distintos componentes de la tarjeta, que se aprecian en el diagrama esquemático de la Figura A.5. Por otro lado, el diseño de la tarjeta se encuentra en la Figura A.6. Finalmente, en la Figura A.7 se presenta el diseño CAD de la tarjeta electrónica.



(a) Capa superior de la tarjeta electrónica.



(b) Capa inferior de la tarjeta electrónica.

Figura A.6. Diseño de la tarjeta electrónica.



(a) Vista frontal de la tarjeta electrónica.



(b) Vista trasera de la tarjeta electrónica

Figura A.7. Diseño CAD de la tarjeta electrónica.

## Apéndice B

## Implementación por simulación



Figura B.1. Diagrama de bloques principal para simulación.

Para las pruebas en simulación, se construyó un modelo en Simulink como se muestra en la Figura B.1, que es la vista principal. En la parte superior izquierda de dicha figura, se distingue al generador de perfiles deseados basado en el PBC, y en la parte superior derecha, se aprecia el bloque del modelo matemático del motor. Al tratarse de un control en lazo abierto, el PBC no posee entradas realimentadas, y las entradas del bloque del



Figura B.2. Diagrama de bloques del generador PBC para simulación.

modelo matemático corresponden a las salidas del PBC. En la parte inferior se encuentra el observador bivaluado, cuyas entradas provienen de las salidas del modelo matemático. Además, este modelo de Simulink permite añadir ruido a las señales de voltajes y corrientes. Es importante mencionar que todo este esquema está implementado en el marco bifásico *ab*.

En la Figura B.2 se encuentran los bloques de los que se compone el generador de perfiles deseados basado en el PBC, donde por un lado está el selector de perfiles de velocidad y norma de flujos deseados, y por otro una función que posee el código del controlador y que tiene como salidas a las señales de voltajes de control. Las salidas de este subsistema se dirigen al bloque del modelo matemático del motor.

En la Figura B.3 se muestra el interior del observador bivaluado. Las entradas de este subsistema son las señales de voltajes de estator (provenientes del PBC) y las señales de corrientes de estator (provenientes del subsistema del modelo del motor). Este esquema consta de un subsistema que calcula las derivadas de las entradas (que a su vez se muestra en la Figura B.4), y de una función que posee el código del observador bivaluado.



Figura B.3. Diagrama de bloques del observador bivaluado para simulación.



**Figura B.4.** Diagrama de bloques del selector de diferenciadores para el observador bivaluado.
## Referencias

- [Alonge, et al., 2014] Alonge, F., D'Ippolito, F., Fagiolini, A., y Sferlazza, A. (2014). Extended complex kalman filter for sensorless control of an induction motor. Control Engineering Practice, 27:1 – 10. (Citado en página 4.)
- [Audi, 2018] Audi (2018). Press information: The audi e-tron. (Citado en página 1.)
- [Besançon y Ticlea, 2013] Besançon, G. y Ticlea, A. (2013). State observers for estimation problems in induction motors. (Citado en página 4.)
- [Besançon y Ticlea, 2018] Besançon, G. y Ticlea, A. (2018). Regularization approach for an immersion-based observer design. En 2018 European Control Conference (ECC), páginas 1951–1956. (Citado en página 4.)
- [Biswas, et al., 2012] Biswas, D., Mukherjee, K., y Kar, N. C. (2012). A novel approach towards electrical loss minimization in vector controlled induction machine drive for ev/hev. En 2012 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC), páginas 1–5. (Citado en página 1.)
- [Canudas, et al., 2000] Canudas, C., Youssef, A., Barbot, J., Martin, P., y Malrait, F. (2000). Observability conditions of induction motors at low frequencies. volumen 3, páginas 2044 – 2049 vol.3. (Citado en página 3.)
- [Chapman, 2013] Chapman, S. (2013). Fundamentos de Máquinas Elétricas 5ed. AMGH Editora. (Citado en página 2.)
- [Cirrincione, et al., 2013] Cirrincione, M., Accetta, A., Pucci, M., y Vitale, G. (2013). Mras speed observer for high-performance linear induction motor drives based on linear neural networks. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(1):123–134. (Citado en página 4.)
- [Combes, et al., 2016] Combes, P., Malrait, F., Martin, P., y Rouchon, P. (2016). An analysis of the benefits of signal injection for low-speed sensorless control of induction motors. En 2016 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), páginas 721–727. (Citado en página 4.)
- [Cruz-Zavala, et al., 2011] Cruz-Zavala, E., Moreno, J., y Fridman, L. (2011). Uniform robust exact differentiator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56. (Citado en página 5.)

- [Glumineau y De Leon Morales, 2015] Glumineau, A. y De Leon Morales, J. (2015). Sensorless AC Electric Motor Control. Advances in Industrial Control. Springer. (Citado en página 14.)
- [Guerrero, 2006] Guerrero, C. (2006). Control basado en pasividad de motores de inducción sin medición de variables mecánicas. Tesis doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México. (Citado en página 13.)
- [Guzinski, et al., 2013] Guzinski, J., Krzeminski, Z., Lewicki, A., Abu-Rub, H., y Diguet, M. (2013). Induction Motor Control Application in High-Speed Train Electric Drive, páginas 487–508. (Citado en página 2.)
- [Hermann y Krener, 1977] Hermann, R. y Krener, A. (1977). Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(5):728–740. (Citado en páginas 3 y 14.)
- [Holtz, 2002] Holtz, J. (2002). Sensorless control induction motor drive. Proceedings of the IEEE, 90:1359 - 1394. (Citado en página 2.)
- [Holtz, 2006] Holtz, J. (2006). Sensorless control of induction machines with or without signal injection. *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 53:7–30. (Citado en página 4.)
- [Ibarra-Rojas, et al., 2004] Ibarra-Rojas, S., Moreno, J., y Espinosa-Pérez, G. (2004). Global observability analysis of sensorless induction motor. Automatica, 40. (Citado en páginas 3 y 15.)
- [Jafarzadeh, et al., 2012] Jafarzadeh, S., Lascu, C., y Fadali, M. S. (2012). State estimation of induction motor drives using the unscented kalman filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(11):4207–4216. (Citado en página 4.)
- [Jansen y Lorenz, 1995] Jansen, P. L. y Lorenz, R. D. (1995). Transducerless position and velocity estimation in induction and salient ac machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 31(2):240–247. (Citado en página 4.)
- [Kalman, 1960] Kalman, R. (1960). On the general theory of control systems. IFAC Proceedings Volumes, 1(1):491 – 502. 1st International IFAC Congress on Automatic and Remote Control, Moscow, USSR, 1960. (Citado en página 14.)
- [Krause, et al., 2002] Krause, P., Wasynczuk, O., y Sudhoff, S. (2002). Analysis of electric machinery and drive systems. IEEE Press series on power engineering. IEEE Press. (Citado en páginas 10 y 13.)
- [Krishnan, 2001] Krishnan, R. (2001). Electric motor drives: modeling, analysis, and control. Prentice Hall. (Citado en página 13.)
- [Liping Fan y Yi Liu, 2010] Liping Fan y Yi Liu (2010). Neural network based speed identification for speed-sensorless induction motor drives. En 2010 Chinese Control and Decision Conference, páginas 3093–3097. (Citado en página 13.)
- [Listmann y Zhao, 2013] Listmann, K. D. y Zhao, Z. (2013). A comparison of methods for higher-order numerical differentiation. En 2013 European Control Conference (ECC), páginas 3676–3681. (Citado en página 5.)

- [Liu, et al., 1989] Liu, X., Verghese, G., Lang, J., y Onder, M. (1989). Generalizing the blondelpark transformation of electrical machines: necessary and sufficient conditions. *Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, 36(8):1058-1067. (Citado en página 11.)
- [Maiti, et al., 2012] Maiti, S., Verma, V., Chakraborty, C., y Hori, Y. (2012). An adaptive speed sensorless induction motor drive with artificial neural network for stability enhancement. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 8(4):757–766. (Citado en página 4.)
- [Marino, et al., 2010] Marino, R., Tomei, P., y Verrelli, C. M. (2010). Induction Motor Control Design. Advances in Industrial Control. Springer. (Citado en páginas 1, 3, 11, 12 y 13.)
- [Marzi, 2007] Marzi, H. (2007). Using ac motors in robotics. Advanced Robotics Systems International, 4(3). (Citado en página 1.)
- [Mboup, et al., 2007] Mboup, M., Join, C., y Fliess, M. (2007). A revised look at numerical differentiation with an application to nonlinear feedback control. En 2007 Mediterranean Conference on Control Automation, páginas 1–6. (Citado en página 5.)
- [Meisel, 1984] Meisel, J. (1984). Principles of electromechanical-energy conversion. R.E. Krieger. (Citado en páginas 9, 11 y 13.)
- [Moreno, et al., 2017] Moreno, J., Mujica-Ortega, H., y Espinosa-Pérez, G. (2017). A global bivalued-observer for the sensorless induction motor. (Citado en páginas 5, 15, 17, 18 y 42.)
- [Mujica-Ortega y Espinosa-Pérez, 2015] Mujica-Ortega, H. y Espinosa-Pérez, G. (2015). Evaluación de diferenciadores numéricos para la obtención de velocidad y aceleración en control de motores eléctricos. (Citado en páginas 5, 24 y 25.)
- [Ortega, et al., 1995] Ortega, R., Nicklasson, P., y Espinosa-Pérez, G. (1995). On speed control of induction motors. En American Control Conference. Proceedings of the, volumen 5. (Citado en página 18.)
- [Park, 1929] Park, R. H. (1929). Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i. American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the, 48(3):716-727. (Citado en página 11.)
- [Seely, 1962] Seely, S. (1962). *Electromechanical energy conversion*. Electrical and electronic engineering s. McGraw-Hill. (Citado en página 13.)
- [Tomei, et al., 2009] Tomei, P., Verrelli, C., Montanari, M., y Tilli, A. (2009). Robust output feedback learning control for induction motor servo drives. *International Journal of Robust* and Nonlinear Control, 19:1745 – 1759. (Citado en página 1.)
- [Torres, et al., 2016] Torres, F. J., Guerrero, G. V., Garcia, C. D., Gomez, J. F., Adam, M., y Escobar, R. F. (2016). Master-slave synchronization of robot manipulators driven by induction motors. *IEEE Latin America Transactions*, 14(9):3986–3991. (Citado en página 1.)
- [Vasiljevic y Khalil, 2008] Vasiljevic, L. K. y Khalil, H. K. (2008). Error bounds in differentiation of noisy signals by high-gain observers. Systems and Control Letters, 57(10):856 – 862. (Citado en páginas 5 y 25.)

[Zaky, et al., 2018] Zaky, M. S., Metwaly, M. K., Azazi, H. Z., y Deraz, S. A. (2018). Performance of a modified stator current based model reference adaptive system observer in sensorless induction motor drives. *Electric Power Components and Systems*, 46(16-17):1857–1871. (Citado en página 4.)