Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Filosofía y Letras

Preservando el significado: hacia una teoría sobre la identidad de significado de constantes lógicas a través de distintos sistemas formales

T E S I S

que para obtener el título de:

Licenciado en Filosofía

presenta:

Juan Miguel López Munive

Tutor:

Dr. Mario Gómez Torrente

Cd. Universitaria, Ciudad de México, 2020

Índice general

Agradecimientos

En varios sentidos, escribir esta tesis fue un reto interesante para mi, y si he podido concluirla ha sido solo gracias al apoyo de muchas personas con quienes estoy inmensamente agradecido. En primer lugar debo agradecer a mis padres, Lucía y Rafael, por todo el cariño y apoyo que me han brindado siempre. Sin duda mis estudios habrían sido radicalmente diferentes de no haber contado con ellos. Agradezco también a mis hermanos y mis sobrinos por su compañía y toda la ayuda directa o indirecta que me ofrecieron durante la licenciatura.

De manera sumamente especial agradezco a Claudia Tanús Pimentel por su cariño y ayuda tanto personal como académica. Mi trabajo avanzó enormemente desde que conocí a Claudia, y eso no es ninguna coincidencia. A mis amigos, Aline Thomé Williams, Javier Gómez Olivares y Oscar Monroy Pérez les agradezco su apoyo y compañía durante prácticamente toda la licenciatura, y, claro, por todas las discusiones en las que aprendí muchísimo. Estoy muy contento de haber conocido gente tan inteligente, dedicada y noble. A Javier en especial le tengo que agradecer por haber salvado mi vida académica en más de una ocasión, y en general por ser tan buen compañero y amigo. A Ameyalli y Juana Trejo Cuevas y Brenda Garduño Sánchez les agradezco todo el apoyo y la motivación que me han brindado a lo largo de estos años.

Estoy muy agradecido con mi tutor, Mario Gómez Torrente, por su asesoría y su paciencia. Agradezco, por supuesto, a mis sinodales, Arturo González Yáñez, Axel Barceló Aspeitia, Cristian Gutiérrez

Ramírez y Gabriela Hernández Deciderio, por haber leído mi trabajo y haberme dado comentarios que me llevaron a mejorarlo. Me siento muy afortunado de haber recibido asesoría, consejo y retroalimentación de estos excelentes filósofos a quienes yo admiro. Adicionalmente, le agradezco a Arturo González Yáñez por haberme permitido ser su ayudante en sus clases de lógica durante el semestre 2019-2. Esta ayudantía fue una gran experiencia de la cual aprendí muchísimo.

Le tengo especial gratitud a Luis Estrada González por las asesorías que me brindó y por replicar mi charla en el Seminario de Estudiantes Asociados. Mi tesis sería muy distinta de no ser por sus observaciones y críticas, y seguramente no sería mejor. Agradezco también a Alessandro Torza y Ricardo Mena Gallardo por motivarme a mejorar mis habilidades en filosofía, por siempre estar dispuestos a discutir, y por acercarme a la vida académica dentro del Instituto de Investigaciones Filosóficas. También agradezco especialmente a Bogdan Dicher, uno de los autores que discuto en esta tesis, por enviarme su tesis doctoral y responder a varias de mis preguntas siempre con la mejor disposición.

Este trabajo se vio beneficiado por múltiples discusiones con muchas personas en diferentes espacios. Entre estos están: los seminarios de tesis I y II, el Grupo de Elaboración de Tesis (también conocido como Seminario de Tesistas en Aprietos), el Seminario de Estudiantes de Filosofía del Lenguaje, el Seminario de Tesistas en Filosofía de las Ciencias Formales (FiCiForTes), y el Seminario de Estudiantes Asociados del Instituto de Investigaciones Filosóficas. Agradezco a los asistentes y a los organizadores de estos espacios, especialmente a Afra Montero Ríos, Daniel Garibay García, Gabriel Jiménez Rodríguez, Luis Vargas Villalobos, Axel Fernández Ruiz, y Raymundo Morado Estrada.

Prácticamente todo el proceso de investigación y discusión de mi tesis sucedió en espacios organizados en el Instituto de Investigaciones Filosóficas. Agradezco a Ivette Sarmiento Gutiérrez y Moisés Vaca Paniagua, responsables del Programa de Estudiantes Asociados del Instituto, por el gran apoyo que se me ha brindado como miembro de este programa.

Esta tesis, además, fue realizada con el apoyo del Proyecto PAPIIT IN403719 "Intensionalidad hasta el final: un nuevo plan para la relevancia lógica", dirigido por Luis Estrada González.[1]

[1] Aclaración: esta tesis es más corta de lo que parece. La extensión de 155 páginas se debe únicamente al formato y al tamaño del papel utilizado (media carta). En hojas tamaño carta, la extensión es de 90 páginas aproximadamente.

Introducción

El tema general de esta tesis es el significado de ciertas expresiones fundamentales para la lógica vista como una ciencia: las *constantes lógicas* (a veces llamadas simplemente "expresiones lógicas"). Ejemplos paradigmáticos de este tipo de expresiones en español son "no", "y", "o", "si..., entonces...", "todos", y "alguno". De manera más específica, esta investigación girará únicamente en torno al significado de las primeras cuatro expresiones mencionadas, a las que también se les llama "conectivas lógicas". El punto central será el significado de estas expresiones a través de distintas *teorías lógicas*. Para tener una visión más clara sobre este tema conviene discutir ciertos puntos preliminares. En particular: ¿qué es *la* lógica, vista como una ciencia, y cuál es rol que las constantes lógicas tienen en ella? Además, ¿en qué se distingue *una* teoría lógica (o simplemente "*una* lógica") de *la* lógica como ciencia?[2]

La lógica, entendida como una disciplina científica, es el estudio de la relación de consecuencia. Esta relación está estrechamente ligada a la noción de "argumento". A grandes rasgos, podemos ver un argumento como una colección de enunciados entre los cuales hay uno que es apoyado por los demás. Los enunciados que brindan apoyo son las premisas del argumento, mientras que el enunciado que recibe el apoyo es la conclusión. La relación de consecuencia es la re-

[2]Para la discusión sobre los puntos preliminares me basaré principalmente en Beall y Logan (2017), Beall, Restall y Sagi (2019), Gómez-Torrente (2019), MacFarlane (2017) y Sider (2010).

lación que se da entre las premisas y la conclusión de un argumento como el siguiente:

1. Si Flor es matemática, entonces es buena en el ajedrez.

2. Flor es matemática.

C. Por lo tanto, Flor es buena en el ajedrez.

En este caso, 1 y 2 son las premisas, y **C** es la conclusión.[3] Se le llama relación de consecuencia porque, en un argumento como éste, la conclusión es consecuencia de las premisas. Otra manera de decirlo es que la conclusión *se sigue de* las premisas. Por ello es que a la relación de consecuencia también se le conoce como la relación de "seguirse de". Éste es el objeto de estudio de la lógica vista como una ciencia.

De acuerdo con los análisis contemporáneos, la relación de consecuencia tiene dos propiedades centrales: ser *necesaria* y ser *formal.* Como suele suceder en filosofía, no hay un consenso respecto a la naturaleza específica de estos rasgos. Sin embargo, se tienen caracterizaciones sumamente generales. Que la relación de consecuencia sea necesaria significa que en un argumento como el mencionado previamente la conclusión se sigue *necesariamente* de las premisas. A muy grandes rasgos, esto quiere decir que ese argumento no tiene excepciones (Beall y col., 2019), lo cual puede ser especificado de distintas maneras. Esta característica no es tan relevante ahora, por lo que no se discutirá con mayor detalle. Más relevante es la segunda característica: la formalidad.

Que la relación de consecuencia sea formal significa, en términos generales, que cuando en un argumento la conclusión se sigue de las premisas, esto se debe, al menos parcialmente, a su forma o estructura lógica, y no al contenido específico que se aborda en el argumento. La forma lógica de un argumento se deriva directamente de la forma lógica de los enunciados que lo componen (Beall &

[3] Es importante tener en cuenta que, siendo estrictos, "por lo tanto" no forma parte de la conclusión. Agradezco a Arturo González Yáñez señalarme esto.

Logan, 2017, p. 29). La forma lógica de un enunciado es, a su vez, un esquema o una estructura que se obtiene al abstraer su contenido particular. Así, la forma lógica de 1 sería algo como lo siguiente: "si *a* es *M*, entonces *a* es *B*". Mediante el mismo procedimiento se obtiene la forma de todo el argumento:

1'. Si *a* es *M*, entonces es *a* es *B*.

2'. a es *M*.

C'. Por lo tanto, *a* es *B*.

Que la relación de consecuencia se dé en virtud de la forma del argumento en cuestión—en oposición a su contenido—involucra la idea de que, en todo argumento de esa misma forma, la conclusión se seguirá de las premisas.

Como se habrá notado, al abstraer el contenido particular de los enunciados para obtener su forma lógica, ciertas palabras o frases son "ignoradas", pero otras no. Las palabras ignoradas quedan solo marcadas mediante letras esquemáticas, como "Flor" o "matemática", marcadas por "*a*" y "*M*", respectivamente. Las otras palabras permanecen en el esquema. Sin embargo, ¿cómo se decide cuáles son las palabras ignoradas, y cuáles no? ¿Por qué, por ejemplo, la forma lógica de 2 es representada por 2', y no por algo como "*a* es matemática"? Una respuesta parcial es que la forma lógica de un enunciado tiene, cuando menos, la propiedad de que las expresiones en ella que no son letras esquemáticas son ampliamente aplicables a través de diferentes áreas de discurso (Gómez-Torrente, 2019). El nombre "Flor" y el sustantivo "matemática", seguramente no cumplen con esta característica, como tampoco lo hace "ser buena en ajedrez". Como probablemente ya se notó, las palabras que permanecen al construir la forma lógica de una oración son las constantes lógicas. La forma lógica de un enunciado está determinada, así, tanto por su estructura sintáctica o semántica, como por el posicionamiento de las constantes lógicas que ocurren en él (MacFarlane, 2017). Uno de los rasgos centrales de la relación de consecuencia, entonces, recae en este tipo de expresiones.

Es importante mencionar que hay personas que rechazan que la relación de consecuencia es formal. En este trabajo no intentaré defender que de hecho lo es; simplemente lo asumiré, siguiendo a los análisis tradicionales. También es importante tener en mente que aún no hay una respuesta satisfactoria a una de las preguntas planteadas en el párrafo anterior, a saber: al obtener la forma lógica de una oración, ¿cómo se decide cuáles son las palabras ignoradas, y cuáles no? En otras palabras, aún no hay un criterio justificado satisfactoriamente para distinguir entre expresiones lógicas y expresiones no lógicas. Éste es el llamado "problema de las constantes lógicas" (Gómez-Torrente, 2002; MacFarlane, 2017). El rasgo mencionado anteriormente, i.e., que las constantes son ampliamente aplicables a través de distintas áreas de discurso, sirve para descartar casos relativamente obvios, como nombres, adjetivos y sustantivos. Sin embargo, hay muchos otros casos que no es obvio que sean expresiones no lógicas, pero tampoco es claro que puedan ser considerados como constantes lógicas, p. ej., el predicado "es verdad", los operadores de posibilidad y necesidad, o el signo de identidad, "=" (MacFarlane, 2017). Algunas personas incluso han argumentado que la distinción expresión lógica/expresión no lógica no puede ser fundamentada satisfactoriamente.[4] No abordaré estas discusiones. Asumiré, de nuevo, siguiendo los análisis estándar, que tiene sentido distinguir entre expresiones lógicas y expresiones no lógicas, y, de cualquier manera, me limitaré a discutir casos paradigmáticos de expresiones lógicas, i.e. los signos para la negación, conjunción, disyunción y la condicionalidad: "no", "y", "o", y "si..., entonces...".

Como se mencionó al inicio, el tema central de esta tesis es el significado de estas expresiones, las conectivas lógicas, a través de distintas *teorías lógicas*. Una teoría lógica, llamada a veces simplemente "una lógica", puede verse como una respuesta a la pregunta: dado un lenguaje L, ¿qué enunciados de L se siguen de qué otros enunciados de L? Al lenguaje que solamente incluye las conectivas y

[4]Para un panorama sobre la discusión alrededor del problema de las constantes lógicas, ver Gómez-Torrente (2002) y MacFarlane (2017)

los cuantificadores (expresiones como “todos” y “alguno”) se le conoce como “lenguaje de primer orden”.[5] Por otro lado, al lenguaje que incluye solamente a las conectivas, se le conoce como “lenguaje de orden cero”, o “lenguaje proposicional”. Como podrá recordarse, el enfoque de esta tesis está solo en el significado de las conectivas, y no de los cuantificadores. Por ello, se discutirán únicamente lógicas para lenguajes proposicionales.

A finales del s. XIX y principios del s. XX se desarrolló una teoría lógica para un lenguaje de primer orden. A esta teoría lógica, cuyo planteamiento se remonta a las obras fundacionales de la lógica moderna—*Begriffsschrift* (1879) de Gottlob Frege, y los volúmenes de *Principia Mathematica* (1910 - 1913) de Alfred N. Whitehead y Bertrand Russell—se le ha llamado “lógica clásica de primer orden”. Ésta fue la teoría lógica predominante durante el s. XX, e incluso hasta nuestros días se considera la lógica “estándar”.

Sin embargo, como dice Priest (2006b, p. 155), los *Principia* difícilmente habían salido de la imprenta cuando el lógico polaco Jan Łukasiewiecz ya había desarrollado teorías lógicas distintas para, presumiblemente, el *mismo* lenguaje proposicional que el de la lógica clásica de primer orden. ¿En qué era distinta de la lógica proposicional clásica? En que daba una respuesta *diferente* a la pregunta “¿qué enunciados de un lenguaje proposicional se siguen de qué otros enunciados de ese mismo lenguaje?”. Ese sería solo el inicio de una práctica que con el tiempo se volvería común. Durante todo el s. XX y lo que va del s. XXI ha proliferado la creación de diferentes teorías lógicas cuya respuesta a esta pregunta es diferente a la de la lógica clásica. Se desarrolló, por ejemplo, la lógica intuicionista, según la cual *no* es el caso que un enunciado se sigue del condicional cuyo antecedente—la cláusula que va después del “si”—es la negación de ese mismo enunciado y cuyo consecuente es una contradicción. Otro ejemplo son las lógicas de la relevancia, en las cuales *no* es el caso que un condicional se sigue de su consecuente

[5]Para ser más precisos, en el lenguaje de primer orden se cuantifica únicamente sobre objetos. Si se tiene un lenguaje en el que se cuantifica también sobre propiedades, entonces éste es un lenguaje de *segundo* orden.

(la clausula que va después del "entonces"). Un ejemplo más son las lógicas paraconsistentes, según las cuales *no* es el caso que de una contradicción se sigue un enunciado cualquiera. En todos estos casos, en cambio, el "'veredicto" de la lógica clásica es que sí hay una relación de consecuencia.

La pluralidad de teorías lógicas incitó numerosas discusiones sobre el estatus de estas teorías y sus relaciones. En estas discusiones se preguntaba, por ejemplo: ¿son las diferentes lógicas teorías *rivales*, en el sentido en el que, por ejemplo, una teoría geocéntrica y una heliocéntrica lo son? ¿En qué sentido puede una lógica ser correcta? ¿Qué sucede con las conectivas a través de diferentes lógicas? Esta tesis está estrechamente relacionada con esta última pregunta.[6]

El filósofo estadounidense W.V.O. Quine tenía una postura muy clara respecto a esta cuestión. De manera sumamente resumida, puede decirse que, de acuerdo con este autor, cuando dos teorías lógicas dan respuestas incompatibles respecto a qué enunciados se siguen de qué otros enunciados de *un mismo* lenguaje, entonces ambas lógicas están tratando con el mismo lenguaje solo en un sentido tipográfico; tratan con enunciados que se ven exactamente igual. Sin embargo, en realidad las lógicas están tratando con lenguajes diferentes, en el sentido de que las conectivas lógicas que aparecen en el lenguaje tratado por cada lógica involucran nociones distintas (Quine, 1986, 2013). Por ejemplo, cuando en la lógica intuicionista se afirma que no es el caso que un enunciado se sigue del condicional cuyo antecedente es la negación de ese mismo enunciado y cuyo consecuente es una contradicción, entonces o la noción de negación o la de condicionalidad involucrada en el lenguaje que se utiliza en la lógica intuicionista es distinta a las nociones involucradas en el lenguaje utilizado en la lógica clásica (a pesar de que los lenguajes son tipográficamente idénticos). Esta idea es frecuentemente resumida mediante el nombre de la sección en la que Quine presenta el argumento más reconocido a su favor: "cambio de lógica, cambio de

[6]Para discusiones sobre las otras preguntas (y más) ver, por ejemplo, Haack (1974, 1978)

tema" (Quine, 1986).

Quine no planteó su postura en términos del significado de las conectivas, probablemente debido a su escepticismo sobre la noción misma de "significado" (Warren, 2018). En la literatura posterior, sin embargo, la idea detrás del célebre eslogan "cambio de lógica, cambio de tema" sí ha sido planteada en términos del significado de las conectivas. Así se trabajará también en esta tesis, pues es la manera más común de hacerlo en la literatura contemporánea. Apelando al significado de estas expresiones la idea es algo cercano a lo siguiente: cuando dos teorías lógicas dan respuestas incompatibles respecto a qué enunciados se siguen de qué otros enunciados de *un mismo* lenguaje, entonces estas lógicas tratan con el mismo lenguaje solo en un sentido tipográfico. En realidad cada lógica utiliza un lenguaje diferente, en el sentido de que el significado de las conectivas que aparecen en el lenguaje utilizado por una de ellas es diferente al significado de las conectivas que aparecen en el lenguaje utilizado por la otra. Llamemos a esta idea, siguiendo la costumbre en la literatura sobre este tema, la tesis de la variación del significado (VS).[7] Si hubiera que poner esta tesis de la manera más sintética posible, la siguiente formulación quizás sería una opción: para cada lenguaje hay exactamente una lógica.[8]

Habiendo discutido el trasfondo se puede entrar de manera más cómoda en los detalles de esta investigación. La pregunta que se busca responder en esta tesis es: ¿cuáles son las condiciones suficientes para preservar el significado de las conectivas lógicas a través de diferentes teorías lógicas para un mismo lenguaje? Aquí, cuando se habla de "un mismo lenguaje" es en sentido sintáctico o tipográfico. En otras palabras, el objetivo de esta investigación es encontrar condiciones suficientes para falsear la tesis de la variación del significado. Antes de continuar es conveniente hacer una breve corrección.

[7] *Meaning-variance thesis*, en inglés. De acuerdo con Hjortland (2019, n. 1) este nombre aparece por primera vez en Haack (1978, p. 224).

[8] O al menos para todo lenguaje con ciertas características, como los que pretende usar la lógica clásica. "Lenguaje" se utilizaría aquí *no* en sentido tipográfico o sintáctico, sino en un sentido semántico, que involucra significados.

Este trabajo lleva por título *Preservando el significado: hacia una teoría sobre la identidad de significado de constantes lógicas a través de distintos sistemas formales*. A veces los sistemas formales que son utilizados en el estudio de la lógica son también llamados "lógicas". Esto puede dar pie a confusiones, justo como en este caso. Lo que se busca en esta tesis son condiciones para la identidad de significado de conectivas a través de diferentes *teorías lógicas*, que son cosas muy distintas a un sistema formal. Una misma teoría lógica, como será brevemente discutido en el primer capítulo, puede ser formalizada utilizando diferentes sistemas. Así, un título más adecuado para esta investigación se obtendría reemplazando "distintos sistemas formales" por "distintas teorías lógicas" o, simplemente "distintas relaciones de consecuencia" (esto se verá más claramente en el primer capítulo).

¿Por qué es relevante encontrar condiciones suficientes para la falsedad de VS? La tesis de la variación del significado ha sido empleada para argumentar en contra de tres célebres y no poco apoyadas posturas en filosofía de la lógica: i) hay desacuerdos lógicos genuinos; ii) hay más de una lógica correcta *para el mismo lenguaje*; iii) hay una única lógica correcta, donde "ser correcta" no es una cuestión de capturar la semántica de las conectivas del lenguaje natural mediante un lenguaje formal. ¿En qué consisten tales posturas, y cómo es que VS se ha usado en su contra?

A grandes rasgos, podemos entender un desacuerdo lógico como aquel en el que dos personas tienen posturas incompatibles sobre si un enunciado se sigue de otro u otros enunciados. Si VS es verdadera, sin embargo, las personas involucradas en este desacuerdo en realidad se estarían posicionando respecto de enunciados de lenguajes *diferentes*, pues las conectivas que ocurren en los enunciados de los que hablan tendrían diferentes significados.[9] En pocas palabras, en un desacuerdo lógico las personas involucradas en realidad tendrían posturas incompatibles respecto de enunciados diferentes (pues per-

[9]Además de que las personas tengan posturas incompatibles técnicamente también se requiere que su desacuerdo no se pueda resolver por medio de la deducción, ver Quine (1960).

tenecen a lenguajes diferentes), a pesar de que son tipográficamente idénticos. Así, por ejemplo, cuando la persona defensora de la lógica clásica y la defensora de la lógica paraconsistente están en desacuerdo sobre el llamado Principio de Explosión, i.e., que de una contradicción se sigue lo que sea, lo que una sostiene en realidad no es incompatible con lo que la otra sostiene. La defensora de la lógica clásica sostiene que de una contradicción *en el lenguaje clásico* se sigue cualquier otro enunciado *del lenguaje clásico*, mientras que la defensora de la lógica paraconsistente sostiene que de una contradicción *en el lenguaje paraconsistente* no se sigue cualquier otro enunciado *del lenguaje paraconsistente*. Lo que cada una dice es cierto *para su lenguaje*, y no entra en conflicto con lo que la otra dice. En ese caso es difícil ver cómo ese desacuerdo sería genuino. Parecería, más bien, que cada persona habla de algo diferente (esto trae a la mente el "cambio de tema" mencionado por Quine).

Este panorama es sumamente desalentador, y para muchos simplemente falso. La proliferación de nuevas y distintas teorías lógicas ha sido mayormente acompañada por una proliferación de desacuerdos lógicos aparentemente genuinos. Las personas que han desarrollado nuevas teorías lógicas muchas veces no lo han hecho con el fin de clarificar la relación de consecuencia de lenguajes diferentes; no han querido dar simplemente una lógica diferente para un lenguaje diferente. Estas personas han considerado que una lógica (frecuentemente, la lógica clásica) está *equivocada*, en la medida en que incluye afirmaciones que no son verdaderas, y, por lo tanto, han propuesto nuevas teorías en un intento por corregirla. Éste era sin duda el caso de las lógicas de Łukasiewiecz, o de la lógica intuicionista defendida por Dummett (1978), o de la lógica paraconsistente defendida por Priest (2006a).[10] No obstante, la verdad de VS, se ha pensado, implicaría que estos desacuerdos no son genuinos y que estas personas, a pesar de sus intenciones, en realidad solo están desarrollando otras lógicas para otros lenguajes.

[10]Hay numerosos casos como estos en la literatura. Para más sobre ellos, ver Haack (1974, p. 2), Haack (1978), Sider (2010) y Beall y Logan (2017).

VS, por otro lado, no es inmediatamente problemática para la postura según la cual hay más de una lógica correcta, llamada *pluralismo lógico*.[11] El problema surge, sin embargo, cuando se sostiene que hay más de una lógica correcta para *el mismo* lenguaje, como lo han hecho, por ejemplo, Beall y Restall (2006) y Dicher (2014, 2016). La razón es que, de acuerdo con VS, al dar más de una respuesta a la pregunta "dado un lenguaje L, ¿qué enunciados de L se siguen de qué otros enunciados de L?" se cambia de lenguaje (en sentido semántico), pues se están considerando conectivas con un significado diferente. Curiosamente, VS también puede ser problemática para la postura opuesta, es decir, si se defiende que hay una única lógica correcta. A esta postura se le conoce como *monismo lógico*. Como en el caso del pluralismo, VS no es inmediatamente problemática.[12] Esta tesis se vuelve un problema, de nuevo, cuando se supone que lógicas diferentes dan veredictos incompatibles sobre los mismos enunciados y sobre las mismas conectivas. En especial, se vuelve un problema cuando se considera que diferentes lógicas son teorías distintas del comportamiento de *las mismas* conectivas y la lógica correcta es la que explica exitosamente este comportamiento. Stephen Read (2008) está entre los autores que han defendido un monismo de este tipo. En el primer capítulo se discutirá con algo más de detalle cómo es que la tesis de la variación del significado es problemática para estas tres posturas.

Estos problemas han motivado fuertemente la búsqueda de argumentos contra VS.[13] Sin embargo, hasta el momento no se ha logrado plantear un argumento lo suficientemente convincente en

[11] Warren (2018) esboza un pluralismo lógico que está completamente de acuerdo con la tesis de la variación del significado. Carnap (2002) es un antecedente para este tipo de pluralismos.

[12] Ver Priest (2006a) para un monismo que está de acuerdo con VS.

[13] Hay autores que no han buscado falsear VS, sino mostrar por qué en realidad no es tan problemática. Hjortland (2014) menciona algunos de ellos, y Priest (2006b) propone una manera de hacerlo. Ésta es sin duda una estrategia interesante y posiblemente exitosa; sin embargo, no se discutirá aquí. El interés en la falsedad de VS está detrás de esta investigación, y ésta es simplemente una estrategia distinta.

contra de esta tesis. La motivación de esta tesis es, precisamente, contribuir en la construcción de un argumento en contra de VS. El fin sería, claro, defender la intuición de que hay desacuerdos lógicos genuinos, y posibilitar el planteamiento de los tipos de pluralismo y monismo lógicos que se han mencionado. Concretamente, se buscará contribuir en la construcción de ese argumento proveyendo condiciones para falsedad de VS. Así, en contra de VS podría plantearse un argumento de la siguiente forma:

1. VS es falsa si el significado de las conectivas funciona de tal y cual manera.

2. El significado de las conectivas funciona del tal y cual manera.

$\therefore$ VS es falsa.

Desde esta perspectiva, el objetivo de esta investigación es determinar qué puede ir a la derecha del "si" en la premisa 1 de este argumento. Debe ser claro, sin embargo, que *no* se buscará defender que la premisa 2 es el caso. Es decir, no se intentará defender que el significado de las constantes *de hecho* funciona en la manera descrita en la premisa 1. Hacer esto requeriría de mucho más trabajo y espacio, por lo que tendrá que dejarse para otra ocasión.

Como se mencionó en un inicio, la lógica, vista como una ciencia, es el estudio de la relación de consecuencia. A grandes rasgos, puede decirse que en la actualidad existen dos enfoques generales para estudiar la relación de consecuencia. Uno de ellos apela de manera fundamental a la noción de "verdad", mientras que otro apela de manera fundamental a la noción de "prueba" o "demostración". Esta investigación se desarrollará únicamente dentro del segundo enfoque; se buscarán condiciones suficientes para falsear VS desde la perspectiva de la teoría de pruebas, i.e., el estudio de la estructura general y las propiedades de las pruebas matemáticas (Negri & Von Plato, 2008, p. xi). De acuerdo con este acercamiento, un enunciado se sigue de otro u otros enunciados si y solo si existe una prueba del primero a partir de los segundos (Prawitz, 2005). La teoría de pruebas también ha sido utilizada para explicar el significado de las constantes lógicas. Desde este enfoque, el significado de una constante está fijado por su comportamiento en las reglas de inferencia que gobiernan su uso (Hjortland, 2010, p. 10). Algunos detalles generales sobre este acercamiento a la lógica y al significado de las constantes serán dados en los primeros dos capítulos.

Curiosamente, los intentos por encontrar condiciones para preservar el significado de las constantes a través de distintas lógicas se han desarrollado mayormente desde el enfoque de teoría de pruebas.[14] Hasta la fecha son dos las principales propuestas desarrolladas en esta dirección. La primera es el llamado "minimalismo estructural", defendido por Restall (2002, 2014) y Paoli (2003, 2007, 2014), pero que, de acuerdo con Hjortland (2010, 2014), tiene antecedentes importantes en Haack (1974) y Putnam (1969).[15] De acuerdo con esta propuesta, las reglas para utilizar una constante determinan completamente su significado y forman una especie de núcleo. Así, cuando este núcleo es compartido por "otra" constante en una lógica diferente, puede afirmarse que éstas tienen el mismo significado. Lo que resulta crucial es que para obtener lógicas diferentes muchas veces no es necesario modificar o rechazar las reglas que determinan el significado de las conectivas. Esto se puede lograr modificando la *estructura* de la relación de consecuencia, que es, según estos autores, ajena al significado de las constantes. Así, la diversidad de lógicas puede ser resultado de modificaciones estructurales. Éstas, a su vez, dejan intacto el "núcleo" que conforma el significado de las conectivas y esto permite preservar su significado a través de teorías lógicas distintas.

Por otro lado está la propuesta de Dicher (2014, 2016), que desa-

[14] Esto no significa, sin embargo, que esta tarea solo pueda desarrollarse desde esta perspectiva. Restall (2002) esboza varias estrategias para hacer esto desde el enfoque de teoría de modelos. Estrada-González (2017) presenta una propuesta dentro de este mismo enfoque. Éstas, sin embargo, no serán discutidas en esta investigación.

[15] El nombre "minimalismo estructural" fue introducido por Hjortland (2014), Paoli lo llama simplemente "minimalismo semántico para las constantes lógicas".

rrolla dentro de lo que él llama un "pluralismo de la codeterminación". De acuerdo con este autor, las reglas que determinan el significado de las conectivas no son simplemente las reglas que gobiernan su uso, sino las que cumplen las siguientes tres características: i) ser únicas; ii) ser conservativas; y iii) inducir únicamente las propiedades estructurales que son requeridas para definir la constante en cuestión.[16] Diferentes constantes pueden ser gobernadas por reglas distintas a través de diferentes lógicas, sin embargo, tendrán el mismo significado, de acuerdo con la teoría de Dicher, si son definidas por las mismas reglas que, además de ser estructuralmente mínimas, son únicas y conservativas.

Hasta la fecha, sin embargo, no hay un consenso sobre la medida en que estas teorías logran su cometido (o sobre si alguna de hecho lo logra). En los últimos 10 años el minimalismo estructural ha sido ampliamente discutido. Hjortland (2010, 2014) ha presentado objeciones importantes al trabajo de Paoli y, aunque este autor responde a las primeras en Paoli (2014), Hjortland cuestiona sus respuestas y presenta contraargumentos en su artículo de ese mismo año. El mismo Dicher (2016) también presentó una objeción a uno de los preceptos centrales del minimalismo, tal y como lo presenta Restall (2014). Según el mismo Dicher, esta objeción sería fatal para el proyecto minimalista. No obstante, hasta ahora no se ha presentado ninguna evaluación de la objeción de Dicher, como tampoco se ha respondido a algunos de los contraargumentos de Hjortland. Así, a pesar de que el minimalismo estructural ha sido atacado fuertemente, no tenemos razones para pensar que las objeciones que se le han presentado son concluyentes. Por otro lado, la propuesta positiva de Dicher—su visión del significado de las conectivas—no ha sido examinada con cuidado. No tenemos una visión general sobre sus virtudes—además de las señaladas por Dicher, si es que son ciertas—ni de sus fallas. La cuestión, entonces, parece estar completamente abierta.

Esta tesis puede ser vista como intento por llenar este vacío en la

[16] La explicación de las tres características es algo extensa. Esto se hará en el capítulo 2.

literatura. Como se ha dicho ya múltiples veces, la pregunta que se busca responder es: ¿cuáles son las condiciones suficientes para preservar el significado de las conectivas lógicas a través de diferentes teorías lógicas para un mismo lenguaje? Mi hipótesis, la respuesta que sugiero en este trabajo, es que son las condiciones planteadas por el minimalismo estructural: se preserva el significado de una conectiva, c, a través de diferentes lógicas, si el significado de c en una lógica, L, está completamente determinado por las reglas operacionales para c en el cálculo de secuentes libre de Corte, **S**, para L y existe al menos una presentación de un cálculo de secuentes de ese tipo para ambas lógicas en la cual las reglas operacionales para c son idénticas. "Dos reglas" son idénticas, según esta teoría, si y solo si: i) o bien tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, o bien la única diferencia entre ellas concierne las propiedades estructurales de su consecuencias internas; y ii) sus consecuencias externas poseen las mismas propiedades estructurales. Esta respuesta se defenderá mediante un argumento a la mejor explicación. En pocas palabras, se comenzará por presentar las principales respuestas que se han planteado a esta pregunta desde el enfoque de teoría de pruebas. Éstas son, como ya se mencionó, el minimalismo estructural y la imagen del significado propuesta en el pluralismo de la codeterminación. Posteriormente se mostrará que la propuesta minimalista tiene ventajas considerables sobre su rival, de manera que es la mejor explicación disponible hasta ahora.

De manera más detallada, la estructura de esta tesis es la siguiente. El capítulo 1 estará dedicado a la tesis de le variación del significado. En él se buscará principalmente explicar de manera más detallada cómo se entenderá el contenido de VS. Para esto se dará una noción más precisa, y hasta cierto punto técnica, de "lógica". Ésta se utilizará en la formulación de una versión también más precisa y técnica de la tesis de la variación del significado. En el capítulo 2 se presentarán las dos principales teorías sobre la preservación del significado de las conectivas: el minimalismo estructural, de Paoli y Restall, y la propuesta del pluralismo de la codeterminación, de Bogdan Dicher. Estos autores utilizan un cálculo lógico específico para desarrollar sus teorías: el cálculo de secuentes. En este capítulo también se explicarán las características generales de este tipo de cálculo, así como de la teorización sobre el significado de las conectivas desde el enfoque de teoría de pruebas (que suele llamarse *semántica de teoría de pruebas*). En el capítulo 3 se buscará mostrar que el minimalismo estructural tiene ventajas considerables sobre la propuesta de Dicher. De manera más específica, argumentaré que la propuesta de Dicher tiene varias fallas importantes, para luego ofrecer una respuesta a las principales objeciones que se le han planteado al minimalismo. Si lo dicho es correcto, el minimalismo es capaz de responder exitosamente a sus críticas más fuertes. El balance final, entonces, se inclinaría a favor del minimalismo estructural. Este capítulo terminará con sugerencias sobre nuevas vías de investigación relacionadas con el tema discutido. Finalmente, en la última sección de la tesis ofreceré conclusiones y comentarios finales.

Antes de comenzar es necesario tener algo en mente. A la lógica moderna también se le llama lógica "matemática" o "simbólica", pues su método es el estudio matemático de los lenguajes formales (Sider, 2010). En esta tesis, entonces, se hablará mucho de ciertos elementos de estos lenguajes formales, como fórmulas y algunos símbolos. Dicho brevemente, una fórmula puede ser vista como una "oración" del lenguaje formal en cuestión. La convención es que, en un sistema lógico formal, una fórmula representa un enunciado (una oración, una aseveración) del lenguaje natural (Dicher & Paoli, 2018, p. 5). Además, en estos sistemas se utilizan símbolos especiales para representar a las conectivas lógicas. En esta tesis se utilizará la notación estándar:

Expresión del lenguaje natural	Símbolo lógico
No; no es el caso que	$\neg$
Y	$\wedge$
O; o bien... o bien...	$\vee$
Si..., entonces...	$\supset$ (condicional material) $\rightarrow$ (condicional arbitrario)

A lo largo de la tesis se introducirán otros símbolos, pero serán explicados en su momento.

Capítulo 1

La tesis de la variación del significado

1.1. Introducción

El objetivo principal de este capítulo es explicar de manera más detallada cómo se entenderá el contenido de la tesis de la variación del significado (VS). Para esto, se comenzará por explicar de manera general la idea detrás de esta tesis tal y como puede extraerse a partir de la obra que detonó su discusión: Quine (1986). Posteriormente se explicará de manera un poco más precisa algunas de las razones por las cuales se considera que es problemática. Ambas tareas se realizarán en la sección 1.2.

Para los objetivos de esta investigación, sin embargo, se requiere de nociones más definidas; es necesario hacer explícito lo que se va a entender por "lógica", y "cambio de lógica" en la célebre afirmación "cambio de lógica, cambio de tema". En la sección 1.3 se presentará la noción específica de "lógica" que se utilizará, misma que será adoptada a lo largo de este investigación. Dado que se está trabajando dentro del enfoque de teoría de pruebas, la decisión estará basada en la manera en la que se ha trabajado en los últimos años en esta tradición particular. En la sección 1.4 se presentará la forma en la que, consecuentemente, se entenderá el "cambio de lógica". Finalmente, en esta sección se dará una formulación más técnica de la tesis de la variación del significado en términos de las nociones discutidas anteriormente. Siendo estrictos, esa es la versión particular de VS que se buscará falsear en esta investigación. El capítulo termina con un breve resumen y comentarios finales.

1.2. Cambio de lógica, cambio de tema

Podemos rastrear el origen de VS, en su versión lógica, a la obra de W.V.O. Quine. Como ya se ha mencionado, esta tesis frecuentemente es resumida mediante el famoso *dictum* quineano "cambio de lógica, cambio de tema".[1] La defensa más célebre de esta tesis se encuentra en *Philosophy of Logic*. Ahí, refiriéndose a una disputa sobre la posibilidad de contradicciones verdaderas, Quine afirma:

> "[...] ninguna de las partes del debate sabe de lo que habla. Ellos piensan que están hablando sobre la negación, '$\neg$', 'no'; pero seguramente la noción dejó de ser reconocible como una negación cuando ellos tomaron algunas conjunciones de la forma '$p.\neg p$' como verdaderas, y dejaron de considerar que tales oraciones implican a todas las demás. Aquí, evidentemente, está el predicamento del lógico divergente: cuando trata de negar la doctrina únicamente está cambiando de tema."(Quine, 1986, p. 81).[2]

A Quine le interesaba específicamente el caso en el que se discuten verdades de la lógica clásica. Es decir enunciados producidos por la

[1] La posible variación de significado de términos compartidos entre teorías científicas también ha sido ampliamente discutida en filosofía de la ciencia. Aunque es un fenómeno parecido, no me ocuparé de él en lo absoluto.

[2] Todas las traducciones de citas serán mías a menos de que se indique lo contrario. Quine utiliza "." para representar a la conjunción, aquí, como se mencionó en la introducción, se utilizará "$\wedge$".

lógica clásica como teoría de la relación de consecuencia de un lenguaje, p. ej., “de una contradicción se sigue cualquier cosa”. Estos enunciados a veces también son llamados “leyes lógicas” o “principios lógicos”. La idea original detrás de VS es, entonces, algo cercano a lo siguiente: si se rechaza una verdad de la lógica clásica, entonces se están utilizando nociones distintas a las involucradas en las conectivas de la lógica clásica, y esto es lo que Quine llama un “cambio de tema”.

A pesar de que Quine es sumamente cuidadoso y en ningún momento apela al significado de las conectivas—probablemente debido a su escepticismo respecto a la noción misma de “significado” (Warren, 2018)—en la literatura posterior sí se ha planteado la cuestión en términos del significado de estas expresiones. Éste es el tipo de acercamiento que seguiré en este trabajo, pues es el más discutido en la actualidad. Utilicemos letras mayúsculas del alfabeto latino, *A, B, C, D* etc., para designar enunciados cualesquiera. Desde esta perspectiva, entonces, de acuerdo con VS, si se rechaza una verdad de la lógica clásica, como que ninguna oración de la forma $A \wedge \neg A$ es verdadera, entonces se cambia el significado de alguna de las constantes lógicas involucradas en ella. No obstante, como han señalado autores como Warren (2018) y Priest (2006b), no hay razón para pensar que la situación descrita en VS aplica en el caso de la lógica clásica, pero no en el de otras lógicas (si es que aplica en lo absoluto, claro). La situación, más bien, parece ser completamente general: si se rechaza una verdad de *alguna* lógica, entonces se cambia el significado de las conectivas involucradas en esa verdad.[3] Ésta versión general de VS es la que me interesa discutir, y no solo la que concierne a la lógica clásica.

[3]Hay teorías lógicas inconsistentes, es decir, que, de un mismo argumento, afirman tanto que la conclusión se sigue como que *no* se sigue de las premisas. A esta postura se le llama dialeteísmo sobre la consecuencia lógica. Hasta donde sé, no se ha discutido la relación entre estas lógicas y VS. Me parece que podría afirmarse que en esos casos también hay cambio de significado, o al menos no logro ver por qué esto sería problemático. Agradezco a Arturo González Yáñez por señalarme este punto.

De acuerdo con VS, entonces, cuando en la lógica intuicionista se rechaza el Principio del Tercio Excluso, i.e., toda oración de la forma $A \vee \neg A$ es verdadera, en realidad se está cambiando el significado o bien de la disyunción, o de la negación (o ambas). El resultado, así, es que en la lógica intuicionista realmente no hay oraciones de la forma $A \vee \neg A$ que no son verdaderas, sino oraciones de la forma $A \vee \neg_I A$, por ejemplo, que no son verdaderas.[4] Asimismo, cuando en una lógica paraconsistente se rechaza que una conclusión arbitraria B se sigue del conjunto de premisas $\{A, \neg A\}$, en realidad se está cambiando el significado de la negación. En la lógica paraconsistente, por lo tanto, no se rechaza el Principio de Explosión, sino que una conclusión arbitraria B se siga del conjunto de premisas $\{A, \neg_{LP} A\}$. Este fenómeno, recordemos, no aplica exclusivamente a los principios de la lógica clásica (si es que aplica en lo absoluto). Así, cuando en la lógica clásica se rechaza la Tesis de Aristóteles, i.e., no es cierto que una proposición implique su propia negación ($\neg(A \rightarrow \neg A)$), en realidad se está cambiando el significado o bien de la negación o del condicional. En la lógica clásica, entonces, no hay oraciones de la forma $\neg(A \rightarrow \neg A)$ que sean falsas, sino oraciones de la forma $\neg(A \rightarrow_{LC} \neg A)$, por ejemplo, que lo son.

Es importante mencionar que para que haya variación de significado no es suficiente que una lógica simplemente tenga leyes diferentes a las de otra lógica. Considérese, por ejemplo, la lógica modal **K**, y la lógica proposicional clásica.[5] En **K**, $\Box A$ se sigue de $\Box(A \wedge B)$, y esto no sucede en la lógica proposicional clásica, pues carece de operadores modales. O considérese el fragmento implicacional de la lógica clásica y, de nuevo, a la lógica clásica.[6] En lógica clásica B se sigue de $\{\neg A \supset B, \neg A\}$, pero este no es el caso en su fragmento im-

[4]Esta manera sumamente ilustrativa de presentar la cuestión se encuentra en Hjortland (2014).

[5]La lógica modal estudia la relación de consecuencia entre enunciados que involucran las nociones de “necesidad” y “posibilidad”. El operador “$\Box$” se lee como “es necesario que...”.

[6]El fragmento implicacional de una lógica es el fragmento cuya única conectiva es el condicional.

plicacional, pues éste carece de negación. Como señala Paoli (2003, pp. 537, 538), es claro que este hecho no debería llevarnos a decir que la conjunción significa algo diferente en **K** y en lógica proposicional clásica, o que el condicional significa algo diferente en lógica clásica y su propio fragmento implicacional.

Como se mencionó en la Introducción, el cambio de lógica pertinente puede ser capturado simplemente exigiendo que las teorías lógicas en cuestión traten el mismo lenguaje (en sentido tipográfico). Quine mismo, sin embargo, no lo puso en estos términos. A pesar de ello, este autor es claro cuando se refiere al tipo de "cambio de lógica" que da raíz al cambio de significado de las conectivas. Sí se trata de un cambio en la clase de leyes lógicas, sin embargo, éste debe ser originado a partir del rechazo de una lógica hacia parte de otra lógica, por considerar que esta parte no es verdadera.[7]. De manera un tanto más concreta, la cuestión, como dice Haack, no es que se considere que una lógica no incluye enunciados que son verdaderos, sino que incluye enunciados que *no* son verdaderos (Haack, 1974, p. 2). Es claro que cuando dos lógicas que tratan el mismo lenguaje difieren, entonces una considera que la otra incluye enunciados que no son verdaderos. Sin embargo, no ocurre el caso opuesto: no es el caso que si una lógica considera que la otra incluye enunciados que no son verdaderos, entonces las lógicas en cuestión tratan el mismo lenguaje. Para ver esto simplemente considérese una lógica que rechaza una verdad de la lógica clásica, como una lógica relevante. Luego añádanse operadores modales. La lógica resultante seguirá rechazando parte de la lógica clásica, a pesar de que no tengan el mismo lenguaje. El núcleo de VS; lo que daría pie al cambio de significado, es precisamente esa diferencia entre lógicas, que se puede dar aunque éstas no compartan exactamente el mismo lenguaje. Por simplicidad, sin embargo, en esta tesis solo se discutirá el caso de lógicas que sí comparten lenguaje, y la formulación de VS que se planteará tomará esto en cuenta.[8].

[7] "It is a question rather of outright rejection of part of our logic as not true at all" (Quine, 1986, pp. 80, 81).

[8] En una nota hacia el final de este capítulo se esbozan los cambios que de-

Como se mencionó anteriormente, esta tesis representa una amenaza para el carácter genuino de los desacuerdos lógicos, pero también para el desarrollo de ciertos tipos de pluralismo y monismo lógico. Ahora es más fácil ver por qué. Si VS es verdadera, entonces cuando una persona rechaza una verdad de cierta lógica, mientras otra la defiende, cada quien le está dando un significado diferente a al menos una de las constantes que aparecen en esa verdad.[9] En ese caso, una persona está defendiendo algo distinto a lo que la otra rechaza, por lo que no es claro que estén teniendo una disputa genuina.

Por otro lado, VS también es problemática si se busca defender cierto tipo de pluralismo lógico. El pluralismo lógico, recordemos, es la postura según la cual hay más de una lógica correcta. VS es problemática si se busca defender una versión de esta postura en conjunción con la tesis según la cual la diferencia entre lógicas no es un efecto del hecho de que las conectivas tienen diferentes significados en diferentes lógicas (Dicher, 2016, p. 728). Este tipo de pluralismo lógico, de "significado invariante" (*meaning-invariant*), como lo llama Dicher (2016), ha sido defendido principalmente por Beall y Restall (2006), y el mismo Dicher (2016). Restall (2002) presenta de manera sumamente clara el tipo de pluralismo que está buscando, así como aquel del que quiere alejarse. Utilicemos el símbolo "$\vdash$" para representar la relación de consecuencia lógica, y letras mayúsculas A, B, C... para referirnos a oraciones arbitrarias. De acuerdo con Restall, la versión del pluralismo que quiere evitar es una según la cual, por ejemplo, de A junto con su negación *clásica* se sigue B, pero de A junto con su negación *relevantista*, *no* se sigue B. Es de-

berían considerarse para abarcar los casos de lógicas que solo comparten partes de su lenguaje

[9]En realidad la situación es un poco más complicada. Como señala Warren (2018), al hablar de desacuerdos es necesario añadir ciertas condiciones para que la afirmación de que un desacuerdo sobre una ley lógica induce el cambio de significado de las conectivas sea plausible. Este autor sugiere añadir dos condiciones: i) ninguna de las partes del debate está cometiendo un error computacional (como lagunas, por ejemplo) ; y ii) ninguna de las partes está dispuesta a referirse a una fuente externa que resuelva su disputa. No discutiré este aspecto.

cir, $A, \neg_C A \vdash B$ pero $A, \neg_R A \nvdash B$. Lo que se busca en el pluralismo de significado invariante es, más bien, que de A y $\neg A$ juntas, se sigue *clásicamente* B, pero de A y $\neg A$, no se sigue *relevantemente* B. Es decir, $A, \neg A \vdash_C B$, pero $A, \neg A \nvdash_R B$ (Restall, 2002, p. 433). Sin embargo, si VS es verdadera, solo es plausible el primer tipo de pluralismo.

Si, en cambio, se busca defender un monismo lógico como el de Stephen Read, por ejemplo, VS también representa un problema. El monismo lógico es la postura según la cual existe una única lógica correcta. Para Read la lógica correcta no será la que capture correctamente el significado que las constantes lógicas tienen en el lenguaje natural, como lo es para Priest (2006b), quien defiende otra clase de monismo. Para él, más bien, la lógica correcta será la teoría correcta sobre el comportamiento de las conectivas. De acuerdo con este autor:

> "[n]o queremos que el intuicionista, el clásico y el relevantista estén en desacuerdo sobre el significado de "$\rightarrow$"–en esa dirección se encuentra la tolerancia *carnapiana*, con una lógica diferente apropiada a cada significado diferente [...]queremos que estén de acuerdo respecto a aquello sobre lo cual están en desacuerdo, es decir, que estén en desacuerdo sobre la misma cosa, que atribuyan diferentes lógicas a la misma conectiva "$\rightarrow$", con un significado unívoco" (Read, 2008, p. 19).

Así, en este tipo de monismo es indispensable poder comparar diferentes lógicas e identificar qué es lo que tienen en común para así poder identificar, a su vez, en qué puntos no concuerdan. De otra forma, dice el autor, no se podrían aplicar criterios adecuados para decidir qué lógica es la correcta (Read, 2008, p. 1).

Esto es, en términos generales, en lo que consiste la tesis de la variación del significado, así como algunos de los problemas que motivan la búsqueda de condiciones para falsearla. Hasta ahora se ha llevado la discusión de manera relativamente informal y con el propósito de entender a grandes rasgos la idea detrás de VS y por qué es problemática. Para investigar las condiciones para falsearla, sin embargo, se necesita mayor precisión. En particular, debe quedar claro exactamente qué se entenderá por "lógica", y, consecuentemente, por "cambio de lógica" en la famosa afirmación "cambio de lógica, cambio de tema".

1.3. "Lógica" en "cambio de lógica"

Las lógicas son a veces vistas como colecciones de verdades lógicas o teoremas. De hecho ésta era la postura de Quine.[10] Sin embargo, como señalan, Dicher y Paoli (2018, p. 9), esto seguramente es inadecuado. Por un lado, hay sistemas formales que no tienen verdades lógicas, pero que son ampliamente, aunque no universalmente, reconocidos como lógicas. Uno de ellos es **K3**, la lógica trivaluada de Kleen. En esta lógica hay tres valores de verdad: verdadero, falso e indeterminado. El valor que se busca preservar de premisas a conclusión—el valor designado—es únicamente "verdadero". Este hecho, aunado a que una fórmula compuesta tendrá el valor indeterminado cuando todos sus componentes también lo tengan, hace que en esta lógica no haya fórmulas que sean verdaderas bajo toda interpretación, es decir, que no haya verdades lógicas (Priest, 2008, pp. 124, 140). Por otro lado, hay lógicas que tienen las mismas colecciones de verdades lógicas, pero que son vistas como lógicas distintas. Este es el caso de **LP**, de Graham Priest (1979), y la lógica clásica (Dicher & Paoli, 2018, p. 9). **LP** es exactamente igual a **K3** excepto por el tercer valor, que será leído como "verdadero *y* falso", y porque los valores que se busca preservar de premisas a conclusión—los valores designados—son tanto "verdadero", como "verdadero y falso". Esta aparentemente pequeña diferencia hace que **LP** sí tenga verdades lógicas. En esta lógica, sin embargo, no es válida la regla de separación del condicional, *modus ponens*: $p, p \supset q \vdash q$ (Priest, 2008, p. 125). En lógica clásica esta regla sí es válida, por lo que identificarla con **LP** parece ser algo incorrecto.

[10] Ver Quine (1986, p. 80) y Berger (1980)

Por otra parte, una lógica puede ser vista como un cálculo lógico. Sin embargo, esto también es inadecuado. Existe una inmensa cantidad de cálculos distintos: cálculos de deducción natural, cálculos de secuentes, cálculos axiomáticos estilo Hilbert, etc. Usualmente se acepta, sin embargo, que *una misma* lógica puede ser presentada en distintos tipos de cálculos. Las diferencias entre estos cálculos parece concernir más bien los procedimientos de prueba que son utilizados. Sería absurdo decir que la lógica clásica presentada en un sistema de Hilbert es distinta a la lógica clásica presentada en un sistema de Gentzen (Dicher & Paoli, 2018, p. 10).

La situación cambia si consideramos las relaciones de consecuencia de la lógica clásica, **K3** y **LP**; es decir, si consideramos las respuestas que estas lógicas dan a la pregunta: "¿esta fórmula (o colección de fórmulas) se sigue de aquella fórmula (o colección de fórmulas)?". A pesar de no tener verdades lógicas, la relación de consecuencia de **K3** no es vacía. En esta lógica, por ejemplo, $\neg B \supset \neg A$ se sigue de $A \supset B$ (Priest, 2008, p. 123). Por otro lado, a pesar de tener las mismas colecciones de verdades lógicas, las relaciones de consecuencia de **LP** y la lógica clásica son distintas.[11] Ya se mencionó el caso de *modus ponens*, pero otro caso llamativo es que en **LP** una fórmula arbitraria B no se sigue de una contradicción, $A \wedge \neg A$, mientras que en lógica clásica éste sí es el caso. Tomando a una lógica como una relación de consecuencia, entonces, se resuelven los problemas mencionados anteriormente. **K3** es una lógica a pesar de no tener verdades lógicas porque su relación de consecuencia no es vacía. **LP** es distinta a la lógica clásica porque son diferentes relaciones de consecuencia. Así que, siguiendo la práctica usual en la literatura contemporánea, se tomará a una lógica como una relación de consecuencia.

Sin embargo, ¿qué es exactamente una relación de consecuencia? El análisis paradigmático de la relación de consecuencia fue dado por

[11]Estas situaciones, que pueden ser un tanto desconcertantes, se deben a que tanto **LP** como **K3** invalidan el metateorema de la deducción: $A \vdash B$ si y solo si $\vdash A \to B$. Este teorema era probablemente obviado por Quine y las personas que identifican lógicas con sus conjuntos de verdades lógicas.

Tarski (1983). Según este autor, la relación de consecuencia tiene las siguientes características:

- Es una relación entre un conjunto de fórmulas (las premisas) y una sola fórmula (la conclusión);
- Es reflexiva, monotónica, y transitiva;
- si es consecuencia *lógica*, no debe variar a través de sustituciones.

Dicher y Paoli (2018, p. 11) dan la siguiente caracterización formal de la consecuencia tarskiana para un lenguaje proposicional L. Una *relación de consecuencia* sobre L es una relación $\vdash$ que es subconjunto del conjunto de pares ordenados cuyo primer elemento es un conjunto de fórmulas de L y el segundo elemento es una fórmula de L, y que obedece las siguientes condiciones, para toda X, Y conjuntos de fórmulas de L y A, B fórmulas de L:[12]

- Reflexividad: $X \vdash A$ siempre que $A \in X$ (i.e., siempre que A pertenezca al conjunto de premisas);
- Monotonicidad: si $X \vdash A$, entonces $X \cup Y \vdash A$ (i.e., si una conclusión se sigue de un conjunto de premisas, entonces también se sigue al agregar premisas nuevas);
- Transitividad: si $X \vdash A$ para toda $A \in Y$ y $Y \vdash B$, entonces $X \vdash B$ (i.e. si todas las fórmulas de un conjunto de premisas Y se siguen de un conjunto de premisas X, y una fórmula B se sigue del conjunto Y, entonces la fórmula B también se sigue del conjunto X).

¿Puede esta caracterización ser tomada como la caracterización definitiva de la relación de consecuencia? Lo más probable es que

[12] Con notación formal: una relación de consecuencia sobre L es una relación $\vdash \subseteq \wp(Fm(L)) \times Fm(L)$ que obedece las siguientes condiciones para toda $X, Y \in \wp(Fm(L))$ y $A, B \in Fm(L)$:...

no. Prácticamente todos los puntos de esta caracterización han sido cuestionados.[13] Algunos autores, como Béziau (2010) y Estrada-González (2014), han incluso argumentado que no es necesario que una relación de consecuencia satisfaga *ninguna* característica como reflexividad o transitividad. Esta discusión es una de las más complejas y extensas en la filosofía de la lógica, así que la adopción de una noción específica de "consecuencia" para esta investigación estará basada, más bien, en razones prácticas y no en argumentos que busquen mostrar que ésta es más apropiada o mejor que otras.

Como ya se discutió, en esta investigación se buscan condiciones suficientes para falsear VS desde un enfoque de teoría de pruebas. Desde hace 20 años, al menos, un número de autores trabajando dentro de esta tradición ha mostrado especial interés en utilizar un marco de teoría de pruebas (i.e. un cálculo) específico: el cálculo de secuentes, introducido por Gerhard Gentzen (1964). Entre ellos están, por ejemplo, Paoli (2003, 2007, 2014), Restall (2010, 2014), Schroeder-Heister (2018), Wansing (2000) y Dicher (2016). Este cálculo se discutirá con algo de detalle en el próximo capítulo, por ahora basta tener en cuenta lo siguiente.

Como podría esperarse, en el cálculo de secuentes se manipulan secuentes, y no fórmulas. Un secuente es una expresión formada por una colección—posiblemente vacía—de fórmulas de un lenguaje, Γ, una flecha, $\Rightarrow$, y otra colección de fórmulas—posiblemente vacía—Δ. Un secuente $\Gamma \Rightarrow \Delta$ representa un enunciado de consecuencia. Si Δ posee un solo elemento, ese secuente se lee como "la fórmula en Δ se sigue de la conjunción de las fórmulas en Γ". Si tiene más de un elemento se lee como "la disyunción de las fórmulas en Δ se sigue de la conjunción de las fórmulas en Γ". Conviene distinguir tres tipos de secuentes:[14]

- Secuentes de nivel 0: $\Rightarrow A \to ((A \to B) \to B)$

[13] Ver Dicher y Paoli (2018), Mares y Paoli (2014) para un breve resumen de algunos de estos cuestionamientos.

[14] Agradezco a Luis Estrada González y a los asistentes del seminario FiCiForTes por señalarme este punto.

- Secuentes de nivel 1: $A, A \to B \Rightarrow B$
- Secuentes de nivel 2:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A, \Delta \qquad \Gamma \Rightarrow A \to B, \Delta}{\Gamma \Rightarrow B, \Delta}$$

Un secuente de nivel 2 representa una inferencia de los secuentes superiores—los secuentes premisa—al secuente inferior—el secuente conclusión—. Una práctica usual entre las personas trabajando dentro de este enfoque es identificar una lógica con la clase de secuentes de nivel 1 que pueden ser probados en el cálculo de secuentes para esa lógica. Así lo hacen los tres autores que se discutirán principalmente en esta tesis: Paoli (2003, 2007, 2014), Restall (2010, 2014) y Dicher (2014, 2016). Esto no es para nada arbitrario. De acuerdo con el enfoque de teoría de pruebas, A se sigue de X si y solo si hay una prueba de A a partir de X (Prawitz, 2005). Si se trabaja dentro del cálculo de secuentes esto equivale a decir que A se sigue de X si y solo si el secuente $X \Rightarrow A$ puede ser probado en el cálculo en cuestión (Dicher & Paoli, 2018, pp. 11, 12). Lo que se está haciendo, en pocas palabras, es identificar la relación de derivabilidad de un cálculo de secuentes—lo que se puede probar en el cálculo—con la relación de consecuencia que estaba destinada a representar.

¿Qué características tiene esa relación de derivabilidad? Hace un momento se comentó que un secuente representa un enunciado de consecuencia entre colecciones de fórmulas de un lenguaje. Hay, sin embargo, diferentes tipos de colecciones que pueden ser utilizadas. Por un lado están, por ejemplo, los *conjuntos*. Los conjuntos son individuados por los elementos que tienen, en el sentido de que si dos conjuntos tienen los mismos elementos, entonces son idénticos. En los conjuntos no se codifican las repeticiones de los elementos, ni tampoco su orden. El conjunto cuyos elementos son únicamente A, B, C cumple, por lo tanto, con las siguientes identidades:

C: $\{A, B, C, A\} = \{A, B, C\} = \{C, B, A\}$

Por otro lado están las *secuencias*, en las cuales se codifica tanto el orden como las repeticiones de los elementos. Por ello, lo siguiente es cierto sobre la secuencia $\langle A, B, C\rangle$:

S: $\langle A, B, C\rangle \neq \langle C, B, A\rangle, \neq \langle C, B, A, A\rangle$

Existen numerosas formas distintas de agrupar objetos, pero la última que se mencionará son los *multiconjuntos*. Los multiconjuntos se encuentran"en medio", por así decirlo, de los conjuntos y las secuencias: en estas colecciones sí se codifican las repeticiones de los elementos, pero no su orden. Así, lo siguiente es cierto sobre el multiconjunto $\{A, B, C, A\}$:

M: $\{A, B, C, A\} = \{A, A, B, C\} \neq \{A, A, B, C, A\} \neq \{A, B, C\}$

La elección sobre el tipo de objeto que ha de flanquear a la flecha de secuente, "$\Rightarrow$", dependerá de los propósitos e intereses de cada autor. Gentzen (1964), por ejemplo, utilizó secuencias en la formulación original de los cálculos de secuentes para la lógica clásica y la lógica intuicionista, **LK** y **LJ**, respectivamente. Sin embargo, esto también se puede hacer tanto con conjuntos como con multiconjuntos. Es importante mencionar, sin embargo, que ésta es una elección sustancial. Elegir un tipo determinado de objeto influye en las reglas estructurales que se deben incluir o rechazar explícitamente en un sistema.[15]

Una estrategia usual en esta literatura es optar por los multiconjuntos. De hecho, esto es lo que hacen los tres autores que se discutirán en este trabajo: Paoli, Restall y Dicher. Además, estos tres autores discuten únicamente cálculos de secuentes en los que: i) todas las instancias de $A \Rightarrow A$ se encuentran entre los secuentes que pueden ser probados; y ii) la regla Corte es al menos admisible.[16] De acuerdo con Mares y Paoli (2014, p. 13), para todo cálculo de secuentes que cumpla con estas características la relación que hay

[15] Para más sobre este tema, ver Paoli (2002).

[16] Este rasgo se explicará con más detalle en el siguiente capítulo. Como se verá ahora, la regla Corte codifica la transitividad de la relación de derivabilidad.

entre los multiconjuntos de fórmulas de un lenguaje proposicional, Γ y Δ, cuando el secuente $\Gamma \Rightarrow \Delta$ se puede probar en ese cálculo es una *relación de consecuencia entre multiconjuntos* tal y como la definió Avron (1988). De acuerdo con este autor, una relación de consecuencia entre multiconjuntos sobre un lenguaje proposicional L es una relación binaria $\vdash$ entre multiconjuntos finitos de fórmulas de L que obedecen las siguientes condiciones para toda fórmula de L y para todo multiconjunto $\Gamma, \Delta, \Pi, \Sigma$ de fórmulas de L:

1. $A \vdash A$ (*Reflexividad*)

2. Si $\Gamma, A \vdash \Delta$ y $\Pi \vdash A, \Sigma$, entonces $\Gamma, \Pi \vdash \Delta, \Sigma$ (*Corte*).[17]

Paoli (2014, p. 453) adopta explícitamente esta noción de consecuencia, a diferencia de Restall y Dicher. Es bien sabido, sin embargo, que Restall sí exige que una relación de consecuencia sea transitiva y reflexiva para que sea considerada como tal (ver, por ejemplo Beall y Restall (2006, p. 91)).[18] Este hecho, aunado a que utiliza cálculos de secuentes en los que se trabaja con multiconjuntos dan buena evidencia, creo, de que adoptaría la propuesta de Avron. Dicher, por su parte, parece estar abierto a relaciones de consecuencia que no sean transitivas, sin posicionarse sobre el estatus de relaciones de consecuencia no reflexivas. Como ya se comentó, este autor utiliza cálculos de secuentes que cumplen las características i) y ii) mencionadas anteriormente, lo cual es una señal, creo, de que al menos *no* rechaza que relaciones que solo son transitivas y reflexivas puedan ser relaciones de consecuencia. En todo caso, Dicher posee una noción más débil de "consecuencia", pero no una más fuerte. Esto y, una vez más, el hecho de que los tres autores se limitan a discutir cálculos de secuentes que cumplen las características i) y ii),

[17]Paoli (2014, p. 453) comenta que ésta es una formulación más general de la regla de Corte, misma que es equivalente a la formulación estándar para las relaciones de consecuencia tarskianas. El cambio es necesario, según este autor, debido a la utilización de multiconjuntos, en vez de conjuntos, y a la ausencia de *Monotonicidad*.

[18]Agradezco a Claudia Tanús Pimentel por señalarme este punto.

indican, creo, que es apropiado utilizar esta concepción de la relación de consecuencia, y por lo tanto de "lógica", en este trabajo. De aquí en adelante, una lógica será entendida como una relación de consecuencia entre multiconjuntos finitos de fórmulas, tal y como la definió Avron (1988).[19]

1.4. ¿Qué tipo de "cambio de lógica"?

Como se mencionó anteriormente, la tesis de la variación del significado no puede afirmar simplemente que cuando dos lógicas tienen leyes distintas, entonces sus constantes tienen significado diferente. Utilizando la noción de "lógica" discutida en la sección anterior, esto equivale a afirmar que VS no puede identificarse con la tesis según la cual si dos relaciones de consecuencia (sobre multiconjuntos) son diferentes, entonces sus constantes significan cosas distintas. Esto nos llevaría a resultados nada plausibles, como que las constantes compartidas por la lógica modal **K** y la lógica clásica, o por ésta y el fragmento implicacional de la lógica clásica, tienen significados distintos. Como también ya se mencionó, la manera en que se resolverá esta cuestión es exigir, además de la diferencia entre las relaciones de consecuencia, que el lenguaje utilizado por ambas lógicas sea el mismo. Por esto debe entenderse, claro, el mismo vocabulario y las mismas reglas de formación (lo cual implica el mismo conjunto de fórmulas bien formadas).[20] Vale la pena recordar, sin embargo, que en teoría, el rechazo que da pie a la variación del significado también puede suceder entre lógicas con diferentes lenguajes. Así, la diferencia relevante entre las relaciones de consecuencia (sobre lenguajes

[19] Me parece que esta noción de "lógica" no implica que las expresiones de una lógica han de tener significado. Sin embargo, como ya se mencionó, éste es un supuesto de esta investigación. Asumo, sin dar un argumento, que tiene sentido hablar del significado de una oración y de una palabra, y, concretamente, que las conectivas lógicas tienen un significado.

[20] Las fórmulas bien formadas son las combinaciones de símbolos sintácticamente correctas de acuerdo con las reglas de formación de un lenguaje formal.

distintos) puede recuperarse mediante otra condición.[21]

A partir de estas nociones de "lógica", y "cambio de lógica", se obtiene la siguiente versión de la tesis de la variación del significado (VS): si dos relaciones de consecuencia entre multiconjuntos finitos de fórmulas de un mismo lenguaje difieren sobre la relación que hay entre dos multiconjuntos, entonces el significado de al menos una de las conectivas que ocurre en alguna fórmula de alguno de esos multiconjuntos en una de esas relaciones de consecuencia es distinto al significado de esa constante en la otra relación de consecuencia. De manera un poco más formal:

[21] La condición, en pocas palabras, es que los lenguajes utilizados por dos lógicas simplemente *compartan* fórmulas bien formadas, y que los elementos de los multiconjuntos cuya relación de consecuencia se esté discutiendo sean elementos del conjunto de las fórmulas que comparten los lenguajes de ambas lógicas. La motivación es la siguiente. Supongamos que se utiliza la condición de que los conjuntos de fórmulas bien formadas de los lenguajes utilizados por ambas lógicas sea el mismo. Esto le impediría afirmar a la defensora de la variación de significado que las constantes compartidas entre lógicas con lenguajes distintos pueden tener significados diferentes. La defensora de VS, por ejemplo, no podría afirmar que al añadir operadores modales a una lógica relevante, el condicional de la lógica resultante tiene un significado distinto al de la lógica clásica (sin operadores modales), pues estas lógicas no tienen los mismos conjuntos de fórmulas bien formadas. Esta situación es extraña, ¿por qué la defensora de VS puede afirmar que el significado del condicional en la lógica relevante *sin* operadores modales es distinto al de la lógica clásica, pero no puede hacerlo cuando agrega operadores modales a esa misma lógica? O al contrario, si tiene sentido que la persona que se opone a VS afirme que el condicional tiene el mismo significado en esas dos lógicas, ¿por qué no podría decir lo mismo cuando se agregan operadores modales? En vez de exigir que las lógicas que se están tratando tengan exactamente los mismos conjuntos de fórmulas bien formadas puede exigirse, creo, que las lógicas en cuestión simplemente *compartan* fórmulas bien formadas. Teniendo esto, el "rechazo directo de una lógica por parte de la otra", sería indicado por el hecho de que las relaciones de consecuencia en cuestión difieren sobre la relación que hay entre multiconjuntos de elementos del conjunto de fórmulas *compartidas* por los lenguajes utilizados en cada lógica (que quizá son diferentes). Tomando esto en cuenta, se obtiene una versión de VS ligeramente distinta: si dos relaciones de consecuencia sobre lenguajes con fórmulas compartidas difieren sobre la relación que hay entre multiconjuntos de elementos del conjunto de fórmulas compartidas por los dos lenguajes, entonces el significado de al menos una de las constantes que ocurren en esos multiconjuntos es diferente en cada lógica.

> **VS**: para cualesquiera lógicas M y N, es decir, relaciones de consecuencia $\vdash_M$ y $\vdash_N$ entre multiconjuntos finitos de fórmulas de un mismo lenguaje, L, y cualesquiera multiconjuntos finitos de fórmulas de ese lenguaje Γ, Δ, si $\Gamma \vdash_L \Delta$, pero $\Gamma \nvdash_M \Delta$, entonces el significado de al menos una de las constantes lógicas que ocurren o bien en Γ o en Δ, en L, es distinto al significado de esa(s) constante(s) en M.

Esta es la versión de VS con la que se trabajará en esta investigación. El objetivo principal es encontrar condiciones suficientes para falsear esta tesis, tal y como acaba de ser formulada. En otras palabras, se buscan condiciones suficientes para preservar el significado de las conectivas lógicas a través de relaciones de consecuencia entre multiconjuntos finitos de fórmulas de un mismo lenguaje que difieren respecto a la relación entre el mismo par de multiconjuntos.

De acuerdo con esta tesis, o bien la conjunción, o la negación, o la disyunción tiene diferente significado en lógica clásica ($\vdash_{LC}$) y lógica intuicionista ($\vdash_{LI}$), vistas como relaciones de consecuencia con las características mencionadas, pues sucede que $A \wedge \neg A \vdash_{LC} B \vee \neg B$, pero $A \wedge \neg A \nvdash_{LI} B \vee \neg B$. La situación es la misma con la negación en la lógica clásica y las lógicas paraconsistentes ($\vdash_{LP}$), pues es el caso que $A, \neg A \vdash_{LC} B$, pero $A, \neg A \nvdash_{LP} B$. Lo mismo sucedería con el condicional en la lógica clásica y en las lógicas relevantes ($\vdash_{LR}$), pues $\vdash_{LC} A \to (B \to A)$, pero $\nvdash_{LR} A \to (B \to A)$. La misma situación se da entre la lógica clásica y la lógica cuántica ($\vdash_{QL}$) respecto de la conjunción o la disyunción, pues éstas difieren de la siguiente manera: $A \wedge (B \vee C) \vdash_{LC} (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$, pero $A \wedge (B \vee C) \nvdash_{QL} (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$. Es importante recordar que no es necesario que la lógica clásica esté involucrada, VS cuantifica sobre toda relación de consecuencia con las características mencionadas. Así, de VS también se podría concluir que o bien la disyunción o bien la negación tienen diferentes significados en la lógica intuicionista y la lógica intuicionista dual ($\vdash_{ID}$), pues éstas son tales que $\vdash_{ID} A \vee \neg A$, pero $\nvdash_{LI} A \vee \neg A$. Como estos hay incontables casos. Lo que se busca, en pocas palabras, es la manera de evitar el cambio de significado de las conectivas en ellos.

1.5. Conclusiones

Este capítulo estuvo dedicado a clarificar la idea general de VS, explicar por qué es problemática, y dar nociones más precisas de lo que se entenderá por "lógica" y "cambio de lógica" en esta investigación. En pocas palabras, la idea detrás de VS es que cuando dos lógicas le asignan un estatus distinto a un argumento, entonces las conectivas que aparecen en ese argumento tienen un significado distinto en cada lógica. Esto es problemático, pues pone en duda el carácter genuino de los desacuerdos lógicos, e impide el planteamiento de cierto tipo tanto de pluralismo, como de monismo lógico.

Siguiendo las prácticas usuales en el acercamiento de teoría de pruebas a la lógica, una lógica será entendida como una relación de consecuencia entre multiconjuntos finitos de fórmulas, tal y como la definió Avron (1988). El"cambio de lógica" pertinente—el que está en juego en el eslogan "cambio de lógica, cambio de tema"—será capturado por la diferencia entre relaciones de consecuencia sobre *el mismo* lenguaje (i.e., sobre un mismo conjunto de fórmulas bien formadas). De acuerdo con esto, VS puede entenderse como la tesis según la cual si dos relaciones de consecuencia entre multiconjuntos finitos de fórmulas de un mismo lenguaje difieren sobre la relación que hay entre dos multiconjuntos, entonces el significado de al menos una de las conectivas que ocurre en alguna fórmula de alguno de esos multiconjuntos en una de esas relaciones de consecuencia es distinto al significado de esa constante en la otra relación de consecuencia. El objetivo principal de esta tesis es encontrar condiciones suficientes para preservar el significado de las conectivas a través de relaciones de consecuencia que difieren precisamente de esta manera.

Capítulo 2

Preservación del significado desde la teoría de pruebas

2.1. Introducción

El objetivo principal de este capítulo es presentar las dos teorías más influyentes sobre la preservación de significado de las constantes lógicas a través de diferentes relaciones de consecuencia: el minimalismo estructural, defendido por Francesco Paoli (2003, 2007, 2014), y Greg Restall (2014), y la teoría del significado del pluralismo de la codeterminación de Bogdan Dicher (2014, 2016). Estas dos teorías pertenecen al enfoque de la *semántica de teoría de pruebas* (*proof-theoretic semantics*), el cual se encuentra estrechamente relacionado con una teoría más general sobre lo que es el significado de una palabra: la semántica de roles conceptuales. En este capítulo comenzaremos por explicar, en términos muy generales, en qué consiste esta teoría, para luego hablar de la idea general detrás de la semántica de teoría de pruebas. Las dos propuestas que serán discutidas apelan de manera fundamental a un cálculo lógico específico: el cálculo de secuentes. Las nociones básicas de este cálculo serán introducidas en la sección 2.2. En la sección 2.3 se presentará el minimalismo estructural. En las subsecciones que la componen se tratarán las maneras en las que sus principales proponentes han desarrollado las ideas centrales de esta teoría. Aquí también se tratará parte de la discusión que Dicher hace de la propuesta de Restall, pues será fundamental para el siguiente capítulo. En la sección 2.4 se discutirán los detalles de la teoría de Dicher. Este capítulo termina con un breve resumen y algunos comentarios finales.

2.2. Significado, inferencias y pruebas

Existen varios tipos de semánticas de roles conceptuales. Sin embargo, todas buscan el significado de una expresión en lo que se hace con ella; en el uso que se le da. Así, de acuerdo con estas teorías, el significado de una expresión está determinado, no por lo que la acompaña o por lo que se asocia con ella, sino por el rol que juega en el lenguaje de una persona. Es importante mencionar que la idea central no es simplemente que una expresión significa lo que significa por la manera en la que es utilizada, sino que, para una expresión, tener un significado *no es más* que tener un uso. Por ello se les conoce como teorías del significado basadas en el *uso* (Whiting, 2006).

Lo que constituye el significado de una expresión no es, sin embargo, la totalidad de sus usos, sino su uso en *inferencias*. De acuerdo con estas teorías, entender una expresión es estar preparado para hacer ciertas transiciones inferenciales, i.e., para pasar o transitar de una oración en la que ocurre esa expresión a otra oración en la que también ocurre. Por ejemplo, entender el término "soltera" es estar preparado para pasar de "x es una mujer no casada" a "x es soltera". Así, siendo más específicos, podemos decir que, de acuerdo con la semántica de roles conceptuales, el significado de una expresión es su potencial inferencial, es decir las posibles maneras en las que los hablantes pueden usarla para hacer ciertas transiciones inferenciales (por ello se le conoce también como semántica de roles inferenciales).

Para esta clase de semántica son principalmente las oraciones los objetos lingüísticos capaces de tener un significado; es decir, los portadores de significado. Sin embargo, dentro de este enfoque también se puede hablar del significado de una palabra como la contribución estable que ésta hace al potencial inferencial de las oraciones en las que aparece, o dicho de otra forma, como la colección de los roles inferenciales de esas oraciones (Whiting, 2006).

Como se mencionó al inicio de esta sección, la semántica de roles conceptuales es una teoría sobre lo que significa una palabra, sin importar qué tipo de palabra sea. Aplicada al caso específico de las constantes lógicas, que es el caso que nos interesa ahora, el punto central de una teoría de este tipo es que el significado de una constante está fijado por el comportamiento de esa constante en *las reglas de inferencia* que gobiernan su uso (Hjortland, 2010, p. 10).

La semántica de teoría de pruebas es, de acuerdo con Hjortland, un intento por integrar esta idea en el marco formal de un cálculo lógico (o, como dice él, en un marco de teoría de pruebas), como el cálculo de deducción natural o el cálculo de secuentes (Hjortland, 2010, p. 10). ¿Cómo se hace esto? Los cálculos lógicos son utilizados para formalizar las condiciones de prueba de las fórmulas en las que ocurren determinadas constantes lógicas, esto es, las condiciones bajo las cuales se puede probar una fórmula en la cual cierta constante tiene una ocurrencia principal (Hjortland, 2010, pp. 10, 11).

Para algunos autores, incluyendo Paoli, las condiciones bajo las cuales se puede probar una oración—que son, finalmente, lo que hay que especificar para hacer explícito su significado—son las condiciones bajo las cuales esa oración puede ser aseverada justificadamente (Paoli, 2007, p. 555). Es importante tener en mente que no es necesario comprometerse con una postura así al elaborar una teoría sobre el significado de las constantes lógicas perteneciente a este enfoque. No parece haber razones fuertes para que el acto de aseverar, y no, por ejemplo, el de negar, domine la teoría (Hjortland, 2010, p. 159).

Las condiciones bajo las cuales se puede probar una fórmula en la que la constante c es la constante principal son formalizadas en un cálculo mediante las reglas de inferencia para c. En el caso del cálculo de deducción natural éstas son las reglas de introducción y eliminación, mientras que en el cálculo de secuentes es el par de reglas operacionales I (para introducción a la izquierda) y D, (para introducción a la derecha).

A la semántica de las constantes lógicas que resulta de aplicar este enfoque se le puede llamar *molecular* (Paoli, 2007): el significado de una constante en una lógica es provisto por las reglas para usarla en un cálculo para esa lógica; por el "par local" formado por sus reglas de introducción y eliminación, o I y D.[1] Esto se opone a una visión "holista" (Paoli, 2003, 2007) o "Hilbertiana" (Hjortland, 2010), según la cual el significado de las constantes en una lógica está dado por el cuerpo entero de postulados del cálculo para esa lógica.

Finalmente, es importante mencionar que, a pesar de que la semántica de teoría de pruebas recurre a los cálculos formales para trabajar con condiciones de prueba, la motivación sigue siendo que los formalismos se aproximen a la semántica de las expresiones correspondientes del lenguaje natural ("y", "o", "no"...etc.) (Hjortland, 2010, p. 12).

De acuerdo con los autores, el cálculo de secuentes presenta ciertas ventajas sobre la deducción natural en la tarea de formular una

[1] Es importante aclarar, sin embargo, que no cualquier par de reglas—elegidas independientemente de cualquier restricción—es capaz de determinar el significado de una constante. Esta parece ser la enseñanza principal de Prior (1960), donde el autor presenta el caso de la célebre constante *tonk*. Las reglas de *tonk* son tales que, al introducir esta constante a un sistema cuya relación de derivabilidad es transitiva, se obtiene un sistema trivial: de una fórmula arbitraria se sigue cualquier otra fórmula. Este problema ha sido discutido ampliamente en la literatura desde que fue planteado por Prior, y, aunque muchos consideraron que con él se mostraba una falla fundamental del enfoque inferencial del significado, se han planteado ya numerosas estrategias para solucionarlo, p. ej., Belnap (1962) y Dummett (1978). Hablaremos un poco más de este problema al discutir la propuesta de Dicher.

semántica molecular para las constantes lógicas.[2] Es por esto que, como se mencionó al inicio de este capítulo, la herramienta formal que se utiliza para teorizar sobre el significado de las constantes en las dos propuestas que analizaremos a continuación es el cálculo de secuentes. Antes de discutir estas teorías, entonces, presentaremos las principales características de este tipo de cálculo.

2.3. Introducción al cálculo de secuentes

En el cálculo de secuentes las reglas de inferencia no manipulan fórmulas en sí, sino, como podía esperarse, secuentes. Dado un lenguaje L, un secuente está formado por una colección finita— posiblemente vacía—de fórmulas de L, Γ, una flecha, $\Rightarrow$, y, de nuevo, una colección finita—posiblemente vacía—de fórmulas de L, Δ.[3] Un secuente $\Gamma \Rightarrow \Delta$ representa una inferencia de la colección de formulas Γ a la colección de fórmulas Δ. Si Δ tiene una sola fórmula, este secuente se lee como: la fórmula en Δ se sigue, o es derivable de la conjunción de fórmulas en Γ. Si Δ tiene más de una fórmula, se lee como: la disyunción de las fórmulas en Δ se sigue o es derivable de la conjunción de las fórmulas en Γ. En este caso a Γ se le llama el antecedente, y a Δ el consecuente. Para representar fórmulas arbitrarias (y no colecciones) usaremos, como suele hacerse, letras mayúsculas del alfabeto latino: *A, B, C, D*...etc.

De acuerdo con Gentzen, el secuente $A_1, ..., A_n \Rightarrow B_1, ...B_m$ tiene el mismo significado informal que la fórmula $A_1 \wedge ... \wedge A_n \supset B_1 \vee ... \vee B_m$. Por lo tanto, en el antecedente de un secuente la coma debe ser leída como una conjunción, y en el consecuente, como una disyunción. La flecha, finalmente, corresponde a la implicación. (Paoli, 2002, p. 5)

[2]Ver Paoli (2003) y Dicher (2016). Esto no significa que sus propuestas sean completamente dependientes de este cálculo. Hjortland (2010) muestra, por ejemplo, que la teoría de Paoli se puede rescatar también en un cálculo de deducción natural.

[3]Según los objetivos particulares que se tengan se podrá elegir un tipo de colección diferente: conjuntos, multiconjuntos, listas, secuencias, etc.

Los postulados del cálculo son sus axiomas y reglas. De manera intuitiva, puede decirse que las reglas codifican formas de transformar inferencias de manera aceptable, es decir, sin alterar la relación de derivabilidad entre el antecedente y el consecuente (de un secuente). Las reglas pueden tener alguna de estas dos formas, donde 'S_n' representa un secuente arbitrario:

$$\frac{S_1}{S_2} \qquad\qquad \frac{S_1 \qquad S_2}{S_3}$$

Los secuentes arriba de la línea horizontal, también llamada línea de fracción (Hjortland, 2014) son los *secuentes superiores* o las *premisas* de la regla; el secuente debajo de la línea es llamado el *secuente inferior*, o la *conclusión*, de la regla. Este cálculo, además, tiene dos clases de reglas: las *estructurales*, y las *operacionales*. Este aspecto será de vital importancia más tarde. Para ilustrar, veamos algunos de los postulados de **LK**—el cálculo de secuentes para la lógica clásica de primer orden desarrollado por Gerhard Gentzen (1964) (en el Apéndice se encuentran varios de los otros cálculos que mencionaré a lo largo de este trabajo).

Este cálculo tiene un solo axioma, *Id*:

$$A \Rightarrow A$$

Tres de sus reglas estructurales son:

Debilitamiento
(a la izquierda y a la derecha)

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\mathrm{DI}) \qquad\qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}\ (\mathrm{DD})$$

Y:

Corte

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad A, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\mathrm{Corte})$$

(A la fórmula que comparten los secuentes premisa en una aplicación de Corte, en este caso A, se le llama *fórmula Corte* (*cut-formula*)). Las reglas operacionales de la negación son:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\neg A, \Gamma \Rightarrow \Delta} (\neg I) \qquad\qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \neg A} (\neg D)$$

Las de la conjunción son:

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} (\wedge I) \qquad\qquad \frac{B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} (\wedge I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B} (\wedge D)$$

A las fórmulas en una regla se les llama de distinta manera dependiendo de su función. Usemos la regla $\wedge D$ como ejemplo. La fórmula que se introduce en el secuente conclusión, en este caso $A \wedge B$, es la *fórmula principal* de la regla. A la fórmula principal y las fórmulas de los secuentes premisa que son componentes de la fórmula principal, en nuestro ejemplo son A y B, se les llama *fórmulas activas*. A las fórmulas que no son activas se les suele llamar *fórmulas pasivas* o *laterales*, y a las colecciones de fórmulas pasivas, representadas por las letras mayúsculas griegas, se les llama *contextos* (Dicher, 2016, p. 729) (Paoli, 2002, pp. 6, 7). En el caso de $\wedge D$, los contextos son Γ y Δ.

Una prueba en cálculo de secuentes puede verse, por ejemplo, así (donde S_n es un secuente arbitrario):

$$\frac{\dfrac{S_1}{S_2} \qquad \dfrac{S_3}{S_4}}{S_5}$$

A esta estructura se le llama *árbol*. A los espacios entre las líneas de fracción se les llama *nodos*, y cuando un secuente ocupa este espacio se dice que el nodo está *marcado* por ese secuente. Los primeros nodos en la parte superior del árbol, S_1 y S_3, en nuestro ejemplo, son las *hojas* de la prueba. Por otra parte, el nodo inferior, S_5 en nuestro ejemplo, se conoce como la *raíz* o el *secuente final* de la prueba. Con estas nociones podemos introducir la siguiente noción formal de prueba para **LK**: una prueba es un árbol finito cuyos nodos han sido marcados por secuentes de tal manera que las hojas están marcadas por axiomas y cada secuente en un nodo es obtenido a partir de secuentes en el nodo inmediatamente precedente por medio de las reglas de **LK**.

Finalmente, diremos que un secuente S puede ser probado en **LK** (es un *teorema* de **LK**) si y solo si etiqueta la raíz de una prueba en **LK**. Para ilustrar veamos la prueba del secuente $A, B \Rightarrow A \wedge B$:

$$\dfrac{\dfrac{A \Rightarrow A}{A, B \Rightarrow A}\,DI \qquad \dfrac{B \Rightarrow B}{A, B \Rightarrow B}\,DI}{A, B \Rightarrow A \wedge B}\,\wedge D$$

Una propiedad de un cálculo de secuentes que tendrá bastante importancia en la discusión posterior es la *eliminabilidad de la regla Corte*. Un cálculo posee esta propiedad cuando, a pesar de que la regla Corte es válida, sus aplicaciones son prescindibles. Es decir, cualquier prueba de un secuente en la que se usa Corte puede ser transformada en una prueba de ese mismo secuente en la que *no* se usa esta regla. Cuando esto sucede Corte no añade secuentes nuevos al cálculo, por lo que es, en realidad, redundante (Paoli, 2002, p. 30).[4] En ese caso, se dice que el cálculo es *libre de corte* (*cut-free*) Esta propiedad tiene varias ventajas técnicas y filosóficas, discutidas en Paoli (2002), pero que no mencionaremos ahora.

2.4. Minimalismo estructural

El minimalismo estructural puede ser caracterizado, al menos inicialmente, como la conjunción de las siguientes dos tesis: i) el significado de una constante lógica, c, en una lógica, L, está determinado

[4] Es importante notar que la eliminabilidad de Corte en un cálculo *no* implica que esta regla sea considerada un modo de inferencia inválido.

completamente por las reglas operacionales para c en el cálculo de secuentes libre de Corte, **S**, para L; y ii) si o bien las reglas operacionales R y R' tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, o bien la única diferencia entre ellas es estructural, entonces esas reglas son idénticas.[5] Es importante mencionar que los principales defensores de esta teoría, Paoli y Restall, han desarrollado sus propuestas de manera independiente y considerablemente distinta. A esto se le añade que cada uno parte de motivaciones diferentes. Paoli busca la rivalidad genuina entre lógicas, mientras que Restall quiere desarrollar un pluralismo lógico de significado invariante. A pesar de esto, ambos tienen el mismo propósito: preservar el significado de las constantes a través de lógicas diferentes. Además, uno puede, por supuesto, encontrar que sus propuestas comparten el mismo núcleo formado por las tesis anteriormente mencionadas.

Al englobar las propuestas de Paoli y Restall en una teoría general, el minimalismo estructural, estoy siguiendo principalmente a Hjortland (2014), quien hace esto mismo y de hecho propone el nombre de “minimalismo estructural” para la teoría en cuestión. Sin embargo, también sigo a Dicher (2014, 2016), cuya caracterización de la propuesta de Restall es prácticamente la misma que la caracterización que Hjortland hace de la propuesta de Paoli. Es interesante notar que aunque Dicher y Hjortland también trabajaron de manera independiente, ambos le atribuyen explícitamente el segundo disyunto de ii) al autor que discuten.[6] Por estas razones me parece que es correcto tratar estas propuestas como una sola teoría general.

Dicher (2014, p. 61) resume de manera sumamente concisa la idea central de esta teoría. De acuerdo con él, el minimalismo estructural explota la división entre reglas y propiedades estructurales, por un lado, y reglas operacionales, por el otro. El uso de las mismas reglas *modulo* modificaciones estructurales garantiza la preservación de significado al nivel de las conectivas. La diversidad lógica se obtiene

[5] A veces en vez de decir “las reglas R y R”' diré simplemente “dos reglas operacionales”. Ésta, sin embargo, es solo una manera útil de hablar. Si resulta que son idénticas entonces no son dos reglas, sino una sola.

[6] Ver Hjortland (2014, p. 474) y Dicher (2016, p. 733).

variando las propiedades estructurales de la relación de derivabilidad.[7] En los siguientes apartados se discutirá con detalle la manera en la que Paoli y Restall desarrollan sus propuestas. Esto será de utilidad para aclarar exactamente en qué consiste el minimalismo estructural, pues no se reduce a las tesis mencionadas al inicio de esta sección. Por otro lado, estos detalles serán importantes en la discusión que se llevará a cabo en el tercer capítulo.

2.4.1. Distintas nociones de "prueba"

Para Restall, como ya se mencionó, el significado de una constante en una lógica está determinado por el par de reglas operacionales que la gobiernan en el cálculo de secuentes para esa lógica. Este autor desarrolla su propuesta particular de la siguiente manera. De acuerdo con él, al aplicar diferentes restricciones sobre pruebas es posible obtener diferentes tipos de pruebas. Esto resultaría, a su vez, en distintas relaciones de consecuencia para el mismo lenguaje. Restall inicia poniendo como ejemplo las siguientes reglas de la negación, la conjunción y la disyunción en el cálculo de secuentes para la lógica clásica **LK**:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma, \neg A \Rightarrow \Delta}\ (\neg I) \qquad\qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \neg A, \Delta}\ (\neg D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I) \qquad\qquad \frac{B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A, \Delta}{\Gamma \Rightarrow A \vee B, \Delta}\ (\vee D) \qquad\qquad \frac{\Gamma \Rightarrow B, \Delta}{\Gamma \Rightarrow A \vee B, \Delta}\ (\vee D)$$

De acuerdo con Restall (2014), uno de las grandes aportaciones de Gentzen a la teoría de pruebas fue descubrir que estas reglas

[7] Para ser más específicos, Dicher caracteriza así al pluralismo de teoría de pruebas que ofrece Restall (2014). Como se verá, ésta es en realidad una muy buena imagen global del minimalismo estructural.

también son las reglas para las conectivas si se razona siguiendo las restricciones de la lógica intuicionista. Así, si se toman *las mismas* reglas, pero se tiene el cuidado de usarlas únicamente en pruebas en las que hay a lo más una fórmula en el lado derecho de un secuente, las instancias que se usarán son las siguientes, las instancias *intuicionistas* de las reglas para las conectivas:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma, \neg A, \Rightarrow}\ (\neg I_I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow}{\Gamma \Rightarrow \neg A}\ (\neg D_I)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow C}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow C}\ (\wedge I_I) \qquad \frac{B, \Gamma \Rightarrow C}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow C}\ (\wedge I_I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma \Rightarrow A \vee B}\ (\vee D_I) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \vee B}\ (\vee D_I)$$

El autor nota que exactamente el mismo tipo de restricción se puede imponer a la izquierda de un secuente, en vez de a la derecha. Si se permiten pruebas en las que hay a lo más una fórmula a la izquierda, se obtienen las siguientes instancias de las reglas para las conectivas:

$$\frac{\Rightarrow \Delta, A}{\neg A \Rightarrow \Delta}\ (\neg I) \qquad \frac{A \Rightarrow \Delta}{\Rightarrow \neg A, \Delta}\ (\neg D)$$

$$\frac{A \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I) \qquad \frac{B \Rightarrow \Delta}{A \wedge B \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I)$$

$$\frac{C \Rightarrow A, \Delta}{\Gamma \Rightarrow A \vee B \Delta}\ (\vee D) \qquad \frac{C \Rightarrow B, \Delta}{C \Rightarrow A \vee B, \Delta}\ (\vee D)$$

Éstas son las instancias de las reglas para las conectivas en la lógica intuicionista dual. De acuerdo con Restall, esto nos da tres tipos de pruebas; a saber, pruebas clásicas, pruebas intuicionistas, y pruebas de la lógica intuicionista dual:

- Una prueba clásica es, como se discutió antes en este capítulo, un árbol de secuentes cuyas hojas son axiomas y cuyas transiciones son instancias de las reglas, ya sea de las reglas operacionales o las reglas estructurales.

- Una prueba intuicionista *es* una prueba clásica en la que los pasos que involucran a las conectivas satisfacen la restricción de poseer a lo más hay una fórmula a la derecha de de los secuentes.

- Una prueba en la lógica intuicionista dual *es* una prueba clásica en la que los pasos que involucran a las conectivas satisfacen la restricción de poseer a lo más una fórmula a la izquierda de los secuentes.

Así, según Restall, las pruebas intuicionistas e intuicionistas duales son pruebas clásicas con restricciones adicionales (Restall, 2014, p. 284). Además, hay teoremas que pueden ser probados tanto en la lógica intuicionista dual como en la lógica clásica, pero no en la lógica intuicionista, p. ej., $A \vee \neg A$. Por otro lado, también hay pruebas que se pueden realizar en la lógica clásica, pero no en la intuicionista ni en la intuicionista dual, como la prueba de $A \wedge \neg A$ a $A \vee \neg A$. En resumen, hay 3 clases de pruebas: la clase general de pruebas clásicas y dos subclases que se traslapan, la clase de pruebas con solo una fórmula a la derecha (intuicionistas) y la clase de pruebas con solo una fórmula a la izquierda (intuicionistas duales).

En esta imagen, dice Restall, por medio de una familia de pruebas y diferentes criterios que pueden ser aplicados a ellas se tiene *un* lenguaje, y *tres* relaciones de consecuencia sobre este lenguaje (Restall, 2014, p. 284).

De acuerdo con esta propuesta, entonces, al usar las reglas para, digamos, la negación en la lógica clásica, intuicionista e intuicionista dual, se deben seguir las restricciones apropiadas de cada lógica. Lo único que cambia en un sentido sustancial, para Restall, son las restricciones que se tienen al momento de razonar, las restricciones sobre pruebas, y no las reglas. Apelar a este tipo de restricciones sobre pruebas es otra manera de referirse a las modificaciones estructurales mencionadas por Paoli y Hjortland. Ahora es claro que

Restall de hecho acepta la tesis según la cual si dos reglas difieren solo estructuralmente entonces son idénticas, que es un precepto central del minimalismo estructural. Restall en efecto parece asumir que si dos reglas difieren solo con respecto a las restricciones sobre pruebas que se aplican en el sistema en el que son usadas, entonces esas reglas son idénticas. Precisamente en esto es en lo que se basa para afirmar que la conjunción, la disyunción y la negación tienen el mismo significado en la lógica clásica, intuicionista, e intuicionista dual. Llamaremos a esta tesis, siguiendo a Dicher (2016) la *tesis de la identidad*. En el siguiente capítulo será discutida de manera extensa.

2.4.2. Dicher, la noción de "estructural" y la individuación de reglas operacionales

De acuerdo con la manera en la que Dicher entiende lo estructural, las modificaciones estructurales solamente afectan a los contextos de una regla. Lamentablemente este autor nunca explica directamente cómo es que llegó a esta noción de estructural. Sin embargo, se puede ver claramente que de hecho así entiende este concepto. En Dicher (2014, p. 62), por ejemplo, el autor brinda la siguiente formulación alternativa de la tesis de la identidad: "[l]a tesis de la identidad afirma que las conectivas que sean definidas por reglas que son idénticas *excepto por sus contextos pasivos* son idénticas (en cuanto a su significado)" (las cursivas son mías).[8] Además, al dar un ejemplo propio de un par de reglas cuya única diferencia es estructural, Dicher presenta dos reglas cuya única diferencia concierne sus contextos.[9]

¿Cómo obtuvo Dicher esta noción de estructural? Mi conjetura es la siguiente. Dicher nota que las diferencias estructurales que se dan entre las reglas que, según Restall, son idénticas, no involucran

[8] "The sameness-claim states that connectives defined by rules which are identical except for their passive contexts are (meaning) identical".

[9] Ver Dicher (2016, p. 735), esto también se discutirá con detalle en el próximo capítulo, por ahora no se tocará más el tema.

> “ninguna diferencia respecto a las conectivas que ocurren [en las reglas], ni en el sentido de que algunas reglas presenten más o menos conectivas, ni en el sentido de que presenten más o menos ocurrencias de conectivas, ni, finalmente, en el sentido de que las posiciones de las ocurrencias de las conectivas sean modificadas” (Dicher, 2014, p. 64).

Como se mencionó anteriormente en este capítulo, sin embargo, en una regla, las fórmulas que están directamente relacionadas con las conectivas son las fórmulas activas. Esto se debe a que, recordemos, las fórmulas activas son la fórmula principal, que es la fórmula en la cual se introduce la conectiva que se está tratando, y las fórmulas auxiliares, i.e., los componentes inmediatos de la fórmula principal. Así, el hecho de que las modificaciones estructurales sean ajenas a las conectivas, en el sentido planteado por Dicher, lo llevó a pensar, creo, que las modificaciones estructurales no afectan a las fórmulas activas de una regla. Sin embargo, en una regla únicamente hay fórmulas activas y contextos, así que si los cambios estructurales no afectan a las fórmulas activas, deben afectar únicamente a los contextos. Aunque la idea de que las modificaciones estructurales afectan solo a los contextos de una regla es correcta (en un sentido muy general) es necesario precisarla para evitar errores importantes. Esto será un tema de discusión importante en el siguiente capítulo.

Dicher luego intenta llegar a la noción de “regla” que Restall está suponiendo. Su punto de inicio es Restall (2002), donde este autor expresa su simpatía por la postura según la cual las reglas de inferencia son simplemente patrones inferenciales. Pero, ¿qué es, entonces, un patrón inferencial? Con base la tesis de la identidad, Dicher ofrece la siguiente respuesta. Un patrón inferencial está determinado por sus posiciones *destacadas* (*highlighted positions*), que corresponden a las fórmulas activas en el esquema de una regla (Dicher, 2016, p. 734). Con esto Dicher se refiere a que, si dos reglas destacan las mismas posiciones, entonces exhiben los mismos patrones inferenciales (Dicher, 2014, p. 735). Además de las posiciones destacadas, en una regla también hay posiciones *opacadas* (*obscured positions*), que corresponden a las fórmulas laterales, i.e. los elementos de los contextos. Un punto crucial, añade este autor, es que lo que ocurre en la parte opacada de la regla no tiene consecuencias para el significado de una conectiva (Dicher, 2016, p. 734). Como se mencionó, Dicher llega a este resultado principalmente por medio de la tesis de la identidad. Sin embargo, el autor no hace explícita la manera en la que de hecho deriva este resultado de ella. El razonamiento implícito, a mi parecer, es el siguiente.

Dicher piensa que, según Restall, dos reglas operacionales son idénticas si y solo si exhiben el mismo patrón inferencial (después de todo, para Restall una regla no es más que un patrón inferencial). Además, de la propuesta de Restall se obtiene que las modificaciones estructurales afectan únicamente a los contextos de una regla y no a sus fórmulas activas (o eso cree Dicher). Aquí es donde entra la tesis de la identidad. Supongamos que la tesis es verdadera, ¿qué noción de "patrón inferencial" (y por lo tanto de "regla"), se obtiene? De acuerdo con esta tesis, si la única diferencia entre dos reglas operacionales es estructural, entonces son idénticas. Tomando en cuenta lo anterior, de esto se sigue que si la única diferencia entre dos reglas operacionales concierne sus contextos, entonces éstas son idénticas (ésta es prácticamente la formulación alternativa que Dicher da de la tesis de la identidad). Así, dos reglas pueden ser idénticas sin importar qué pase con sus contextos; éstos no son relevantes para la determinación de una regla. Sin embargo, no es poco razonable suponer que debe haber algo que determine la regla, y este algo debe aparecer en la regla misma.[10] No obstante, en una regla, como ya se mencionó, únicamente hay fórmulas activas y contextos, así que si los contextos no son relevantes para determinar una regla, lo tienen que ser las fórmulas activas, i.e., las posiciones destacadas. Las posiciones destacadas determinarían una regla en el sentido de que, si dos reglas operacionales tienen las mismas posiciones destacadas,

[10] Dicher no hace mención explícita de este punto. Es un compromiso tácito en su razonamiento, sin embargo, como mencioné, parece ser bastante razonable.

entonces son idénticas. Considerando la noción de "regla" que Restall favorece, Dicher concluye que, para Restall, si dos reglas tienen las mismas posiciones destacadas (i.e., fórmulas activas), entonces exhiben el mismo patrón inferencial. Éste será otro de los puntos a discutir en el siguiente capítulo. Ahora es turno de discutir la manera en la que Paoli introduce las tesis principales del minimalismo estructural.

2.4.3. Paoli y el significado operacional

De acuerdo con Paoli, la adopción de una semántica de teoría de pruebas, y, en específico, la utilización del cálculo de secuentes en la tarea de caracterizar el significado de las constantes lógicas, permite distinguir varios 'aspectos' del significado de una constante lógica, c, en una lógica **L**.[11] Por un lado está el significado *operacional*, especificado completamente por las reglas operacionales para c en un cálculo de secuentes libre de Corte, **S**, para **L**. La comprensión del significado operacional, afirma Paoli, consiste en saber cómo usar c en la práctica inferencial. Por otro lado está el significado global de c, especificado por la clase de los secuentes que pueden ser probados en **S** y que contienen a c. Para Paoli la comprensión del significado global se manifiesta en la capacidad que tiene un hablante para asentir a una inferencia correcta que involucra a c (Paoli, 2014, p. 441).

Paoli además distingue entre el significado global molecular, y el significado global contextual de una constante. El significado global molecular de una constante, c, consiste en la clase de secuentes (que pueden ser probados en **S**) cuya única constante es c, mientras que el significado global contextual consiste en la clase de secuentes que, además de c, involucran también a otras constantes. De acuerdo con el autor, el significado global molecular de una constante está determinado exclusivamente por sus reglas operacionales y las reglas estructurales del cálculo, mientras que el significado global

[11] Paoli utiliza la palabra "aspectos", sin entrecomillar, al introducir su propuesta. Esto puede dar una imagen incorrecta de su propuesta, por lo que yo preferiría utilizar otra palabra. Más adelante discutiré este detalle.

contextual está determinado por esas reglas, y además, por las reglas operacionales de las otras constantes (Paoli, 2003, p. 537).

Por la manera en la que el autor presenta su propuesta, especialmente en Paoli (2003), se puede tener la impresión de que el significado *simpliciter* de una constante está compuesto por ambos, su significado operacional, y su significado global. Sin embargo, esto no es correcto. Lo que Paoli sugiere es que identificando el significado *simpliciter* con el significado operacional de una constante se puede preservar el significado de estas expresiones a través de lógicas en las que sus reglas operacionales sean las mismas, y con ello evitar el problema presentado por la tesis de la variación del significado:

> "[a]hora, sucede frecuentemente que diferentes lógicas proposicionales tienen las mismas reglas operacionales para todas sus conectivas, aunque obviamente validan diferentes secuentes. Si identificamos al significado *tout court* con el significado operacional, entonces estamos en posición de afirmar que, aunque las clases de secuentes que pueden ser probados en cada caso son diferentes..., los significados de las conectivas no cambian a través de este rango particular de lógicas. Un cambio de lógica, *pace* Quine, no implica un cambio de tema" (Paoli, 2014, pp. 441, 442).[12]

Aceptar que el significado operacional de una constante *es* su significado, entonces, es conveniente si se busca una semántica molecular para las constantes lógicas que permita preservar el significado de estas expresiones a través de distintos sistemas formales. De acuerdo con esta postura, el 'significado' global (la clase de los secuentes en los que ocurre una constante), a pesar de las apariencias, en realidad no aporta nada al significado de esa constante (Hjortland, 2014,

[12] "If we identify meaning *tout court* with operational meaning, therefore, we are in a position to claim that although the classes of provable sequents are different in each case..., the connectives' meanings do not change across this particular range of logics. A change of logic, *pace* Quine, does not entail a change of subject". Cursivas en el texto.

p. 471). Sin embargo, si uno está de acuerdo con una visión holista del significado de las constantes y defiende la tesis de la variación del significado probablemente buscará argumentar, en cambio, que el significado global *es* el significado *simpliciter* de una constante (Paoli, 2007, p. 557). Es por esta situación que decidí entrecomillar la palabra "aspectos" al inicio de esta sección. Decir que el cálculo de secuentes nos permite distinguir entre dos aspectos del significado de una constante da la imagen, creo, de que se está observando a un mismo objeto desde diferentes perspectivas, y esto no es así. Lo que la semántica de teoría de pruebas y, específicamente, el cálculo de secuentes, nos puede ayudar a distinguir son dos posibles nociones de significado, una de las cuales nos permite afirmar que se preserva el significado de las constantes lógicas a través de relaciones de consecuencia que difieren en la manera relevante.

Paoli en realidad no da un argumento a favor de que el significado de una constante se reduce a su significado operacional; simplemente se limita a decir que él es partidario de la semántica de roles inferenciales para las constantes lógicas y de desarrollar una semántica formal para la lógica utilizando las herramientas de la teoría de pruebas (Paoli, 2003, 2007). Es importante mencionar que el simple hecho de trabajar dentro de la semántica de teoría de pruebas no implica un compromiso con una teoría como la de Paoli. Como ya fue discutido en la sección 2.2, de acuerdo con la semántica de roles inferenciales el significado de las constantes lógicas está determinado por su comportamiento en las reglas de inferencia que gobiernan su uso, y esta idea se puede desarrollar dentro del marco formal de un cálculo lógico, como el cálculo de secuentes. No obstante, estas posturas generales no determinan desde un inicio exactamente qué subconjuntos de las reglas inferenciales de un cálculo pueden considerarse como las que determinan el significado de las constantes. Diferentes autores trabajando dentro de estos enfoques pueden desarrollar propuestas distintas, como es el caso de los autores que discutimos en este capítulo.

El que Paoli opte por señalar solo a las reglas operacionales para cada conectiva como aquellas que determinan su significado no es, sin embargo, algo inusual. Las reglas operacionales son, finalmente, reglas que gobiernan pasos que, en una prueba, involucran apariciones principales de una constante lógica particular; son reglas específicas para el manejo de cada constante en una prueba. Las reglas estructurales, por otro lado, no conciernen a ninguna constante en específico; son reglas para el manejo de secuentes, cuya estructura es lo único que se toma en cuenta en la aplicación de una regla de este tipo. Una motivación más para excluir a las reglas estructurales del significado de las constantes es, entonces, que son demasiado generales (Hjortland, 2010, p. 168). Tomando estos aspectos en cuenta la propuesta de Paoli parece ser una opción relativamente natural.[13]

Volviendo al tema principal de esta sección, creo que podemos decir que el núcleo de la propuesta de Paoli es el siguiente. Digamos que el significado de una constante, c, en una lógica, **L**, no es más que su significado operacional, es decir, su par de reglas operacionales I y D. Como ya se adelantó brevemente en la cita anterior, es posible que una constante en dos lógicas, **L** y **L'**, tenga las mismas reglas operacionales, pero que haya un secuente que puede ser probado en una lógica, pero no en la otra *en virtud de la disponibilidad de diferentes reglas estructurales* en **L** y **L'**. Así, a pesar de que tenemos conjuntos de secuentes que difieren en la manera relevante, las reglas operacionales de las constantes son las mismas, y por lo tanto su significado también es el mismo: tenemos el cambio de lógica, pero no el cambio de significado de las constantes, como se buscaba. En un caso como este, entonces, **L** y **L'** le asignan propiedades diferentes "a lo que plausiblemente podemos identificar como la misma constante" (Paoli, 2007, p. 557). Por ahora esto puede sonar algo abstracto, pero en realidad hay varios casos de lógicas entre las cuales se da esta situación, como menciona el mismo Paoli; más adelante trataremos ejemplos concretos.

Ya fue dicho que las reglas operacionales de las constantes lógicas

[13] Hay que tener en mente, sin embargo, que no es la postura dominante en la semántica de teoría de pruebas, si es que de hecho hay una que podamos llamar así. Para ver otras opciones, no necesariamente incompatibles con VS, ver Paoli (2002) y Hjortland (2010).

determinan completamente su significado, así que dos constantes tendrán el mismo significado siempre y cuando tengan las mismas reglas. El siguiente paso en la explicación sería decir cuándo podemos afirmar que dos constantes tienen 'las mismas' reglas; es decir, dar condiciones suficientes y necesarias para individuar reglas. Esto es de vital importancia, pues nos permite identificar los casos particulares de reglas, y por lo tanto de constantes, que son idénticas de acuerdo con esta propuesta. Esto le da mayor especificidad al contenido de esta teoría.

Para resolver estas cuestiones de raíz sería necesario explicar con qué noción de 'regla' se está trabajando, y esto es algo que, hasta donde alcanzo a ver, el autor no hace en ninguno de los tres artículos en los que discute su propuesta: Paoli (2003, 2007, 2014). Sin embargo, creo que varias afirmaciones en ellos son bastante informativas. Por ejemplo, en Paoli (2003) el autor muestra por ostensión cuándo piensa que las negaciones de dos lógicas tienen las mismas reglas:

> "[l]a mayoría de los cálculos de secuentes disponibles para las lógicas "divergentes" comparten las mismas reglas operacionales para la negación con la lógica clásica, a saber:
>
> $$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma, \neg A, \Rightarrow \Delta}\ (\neg I) \qquad\qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \neg A, \Delta}\ (\neg D)$$
>
> ...Por lo tanto, el significado operacional de la negación es el mismo a través de un amplio rango de cálculos" (Paoli, 2003, p. 539).

En este caso las reglas en cuestión son 'las mismas' en un sentido bastante literal: las reglas tienen exactamente las mismas fórmulas activas y los mismos contextos. La situación se repite constantemente a lo largo del artículo. Siempre que el autor dice que dos constantes específicas tienen las mismas reglas operacionales, las reglas en cuestión tienen exactamente las mismas fórmulas activas y los mismos contextos. Así, parece que ésta una condición suficiente, al menos, para individuar reglas: si dos reglas tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, entonces son idénticas.[14]

La situación es distinta en Paoli (2014) y a raíz de ciertas críticas realizadas por Hjortland (2010). Es importante mencionar que, en su crítica, Hjortland parece asumir, sin dar mayor argumento, una versión muy fuerte del criterio de individuación de reglas en la propuesta de Paoli: tener las mismas fórmulas activas y los mismos contextos es tanto condición suficiente como necesaria para la identificación de reglas. En efecto, en su tesis doctoral Hjortland afirma que el minimalismo de Paoli (2003) "no hace todo lo que nos habíamos propuesto hacer" (Hjortland, 2010, p. 170). Con esto el autor se refiere a que de esta propuesta no se puede concluir que algunas célebres contrapartes de constantes de la lógica clásica de hecho tienen el mismo significado que las constantes clásicas, como muchos autores han estado interesados en mostrar (p. ej, Putnam (1969), Haack (1974)). Algunos ejemplos son la disyunción de la lógica cuántica y tanto la negación intuicionista como la intuicionista dual. Concluir que estas constantes tienen el mismo significado es un desideratum que, según Hjortland, una teoría sobre la preservación del significado de las constantes a través de distintas lógicas debería cumplir. A mi parecer Hjortland no solo afirma que de la propuesta de Paoli no se puede concluir que algunas constantes no-clásicas tienen el mismo significado que sus contrapartes clásicas, sino algo más fuerte, a saber: que según la teoría de Paoli estas constantes tienen significado diferente (Hjortland, 2010, p. 170). La identidad de significado no se lograría en la teoría de Paoli, según Hjortland, porque los conjuntos de secuentes derivables en las lógicas en las que aparecen estas constantes no difieren en virtud de tener reglas estructurales distintas; son diferencias en las reglas operacionales las que provocan el cambio, específicamente, son diferencias en los contextos de las reglas operacionales las que lo provocan. Por esta razón, según el

[14]Siendo estrictos, la relación entre las reglas operacionales y la relación de consecuencia también influye en el proceso de identificación de reglas. Esto lo hablaremos con más detalle un poco más adelante, por ahora lo ignoraremos.

autor, en estos casos sí hay variación de significado (Hjortland, 2010, p. 170). Sin embargo, para concluir que las constantes en cuestión tienen significado distinto a partir de las diferencias en contextos de las reglas operacionales que las gobiernan es necesario asumir que tener los mismos contextos es una condición necesaria para la individuación de reglas. Así, todo apunta a que Hjortland, como ya dijimos, de hecho tiene esa suposición.

Veamos un poco más de cerca las diferencias, mencionadas por Hjortland, entre las reglas para la negación clásica, intuicionista e intuicionista dual:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma, \neg A, \Rightarrow \Delta}\ (\neg I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \neg A, \Delta}\ (\neg D)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A}{\neg A, \Gamma \Rightarrow}\ (\neg I_I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow}{\Gamma \Rightarrow \neg A}\ (\neg D_I)$$

$$\frac{\Rightarrow \Delta, A}{\neg A, \Rightarrow \Delta}\ (\neg I_{ID}) \qquad \frac{A \Rightarrow \Delta}{\Rightarrow \Delta, \neg A}\ (\neg D_{ID})$$

La diferencia entre estas reglas puede ponerse, de manera simplificada, como sigue. En la lógica clásica hay contextos (representados por Γ y Δ) en ambos lados, en la lógica intuicionista se permiten únicamente a la izquierda, mientras que en la lógica intuicionista dual se permiten únicamente a la derecha. *Si* la minimalista quisiera que de su teoría se derive que estas tres negaciones significan lo mismo—nótese que es un condicional—, tendría que refinar sus nociones de ‘significado operacional’ y ‘significado global’ para que estas diferencias entre contextos contaran como parte del significado global. Hjortland en realidad no tiene muchas razones para pensar que el minimalista de hecho querría identidad de significado en estos casos en vez de simplemente morder la bala, pero encuentra apoyo para su reforma de las nociones del minimalista en un breve comentario de Paoli (2003). En este artículo, y precisamente en la sección en la que el autor afirma que la mayoría de los cálculos de secuentes para las lógicas 'divergentes' comparten las reglas de la negación con la lógica clásica, Paoli dice: "Ignoramos por el momento el problema de las posibles restricciones sobre contextos, que, sin embargo, pertenece al aspecto estructural de la lógica, en vez del operacional" (Paoli, 2003, p. 539). Hjortland toma esto como una señal de que Paoli de hecho cree que las restricciones en contextos pertenecen al significado global (Hjortland, 2010, 170, n. 20), y propone tratar con *propiedades*, en vez de *reglas* estructurales u operacionales afirmando que, para abarcar casos que previamente estaban fuera del alcance del minimalismo "evidentemente debemos refinar la definición para que el significado global no solo incorpore *reglas* estructurales..., sino, de manera más general, *propiedades* estructurales (como restricciones en contextos)" (Hjortland, 2010, p. 171).[15]

¿Qué son las propiedades estructurales? De acuerdo con Hjortland, las propiedades estructurales son simplemente hechos sobre el cálculo de secuentes (el 'marco prueba-teórico' (*proof-theoretic framework*)) que estamos usando; y es una categoría abierta que incluye propiedades como transitividad, monotonicidad, reflexividad, y tener múltiples conclusiones, o tener una sola conclusión (Hjortland, 2010, p. 167). Conforme se avance en la tesis se irá clarificando esta noción.

Anteriormente dijimos que Paoli (2003) parecía tener un criterio de individuación de reglas bastante fuerte: si dos reglas tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, entonces son idénticas. Luego mencionamos que esta postura había cambiado a raíz de las críticas de Hjortland (2010) que acabamos de discutir. ¿Cómo cambió la propuesta de Paoli? Paoli (2014) parece aceptar la sugerencia mencionada algunas líneas más arriba, tratar con *propiedades*, en vez de *reglas* estructurales u operacionales:

> "Hjortland prefiere reemplazar la dicotomía '*reglas* estructurales *vs* operacionales' por el dualismo más general '*propiedades* estructurales *vs* operacionales', donde

[15] "...evidently, we must refine the definition so that global meaning not only incorporates structural *rules*..., but also, more generally, structural *properties* (like restrictions on contexts)". Cursivas en el original.

> las propiedades estructurales también abarcan, p. ej., el manejo de fórmulas laterales en el cálculo de secuentes bajo discusión. Estoy completamente de acuerdo con él en este aspecto" (Paoli, 2014, n. 8).[16]

¿Cuáles serán, entonces, las condiciones para individuar reglas? Para evitar confusiones conviene recapitular la discusión. De Paoli (2003) obtuvimos, recordemos, una condición suficiente bastante fuerte para individuar reglas, a saber: tener las mismas fórmulas activas y los mismos contextos. Hjortland (2010) sugiere modificar las nociones de significado global y significado operacional para que abarquen propiedades y no solo reglas. Las propiedades estructurales, naturalmente, serían excluidas del significado operacional. El significado operacional estaría relacionado únicamente con lo que Paoli llama "propiedades operacionales". Sin embargo, el autor nunca da una caracterización clara de estas propiedades. Resulta más fructífero, creo, seguir a Hjortland (2014) y ver al significado operacional como aquello que está completamente libre de propiedades estructurales. De acuerdo con este autor:

> "[...] el minimalista estructural aceptará reglas inferenciales como 'la misma' cuando difieren solo con respecto a sus propiedades estructurales, e.g. consecuente múltiple vs consecuente (o antecedente) simple, hipersecuentes, o secuentes marcados" (Hjortland, 2014, p. 474).

Hjortland pasa por alto que la minimalista también acepta reglas inferenciales como "la misma" cuando tienen tanto mismas formulas activas como mismos contextos, pero captura muy bien la manera en la que se modifica la condición para individuar reglas. Al aceptar la propuesta de Hjortland, la condición suficiente, al menos, para

[16] "Hjortland prefers to replace the dichotomy 'structural *vs* operational *rules*' by the more general dualism 'structural *vs* operational *properties*', where structural properties also embrace e.g. the management of side formulas in the sequent calculus under discussion. I completely agree with him on this count" cursivas en el original.

individuar reglas es disyuntiva. “Dos” reglas serán la misma si o bien tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, o bien difieren solo con respecto a sus propiedades estructurales.

Un criterio de individuación de reglas como el planteado en el párrafo anterior le da bastante flexibilidad a la teoría de Paoli, y al mismo tiempo aumenta considerablemente su alcance, esto en el sentido de que le permite identificar el significado de constantes cuyas reglas llegan a diferir en ciertos aspectos, como mencionó Hjortland en el extracto previamente citado. De manera más específica, con esta condición suficiente para individuar reglas, el minimalismo estructural es capaz de identificar el significado de al menos una constante a través de las siguientes lógicas: lógica clásica, lógica lineal, lógica intuicionista, lógica cuántica, lógica intuicionista dual, y algunas lógicas de la relevancia (Hjortland, 2014, p. 472).

En este punto puede parecer que tenemos un criterio plausible para la individuación de reglas. Sin embargo, esto es incorrecto. Recordemos que en esta propuesta el significado de las constantes lógicas está determinado por su par de reglas operacionales I y D. Recordemos también que, como mencionamos en la sección 2, un secuente $\Gamma \Rightarrow A$ representa un enunciado de consecuencia, es decir, nos dice que *A se sigue de Γ*. Siendo un poco más específicos, entonces, las reglas operacionales para una constante, c, pueden ser vistas como métodos para *inferir* enunciados de consecuencia que contienen fórmulas cuya constante principal es c a partir de enunciados de consecuencia que contienen a los componentes inmediatos de aquellas fórmulas (Paoli, 2014, p. 454). Así, como señala Paoli (2014), y gracias, de nuevo, a las críticas de Hjortland (2010), dos reglas en distintas lógicas podrían parecer idénticas—y esto incluso en un sentido fuerte, teniendo, por ejemplo, las mismas fórmulas activas y los mismos contextos—pero ser diferentes si es que no manejan la misma noción de consecuencia. En ese caso, las constantes a las que gobiernan no serían idénticas. Para resolver este problema y llegar a un mejor criterio de individuación de reglas es necesario responder las siguientes preguntas: ¿qué se quiere decir con ‘se sigue de’, al hablar de un secuente, y qué con ‘inferir’, al hablar de una regla?

Después de responder esto debemos responder, ¿estamos seguros de que los sentidos en los que son usadas estas expresiones en distintas lógicas garantizan la preservación del significado de las constantes a través de ellas? De la respuesta a estas preguntas depende gran parte del éxito del minimalismo estructural.

Para responder estas preguntas Mares y Paoli (2014) desarrollan y aplican una interpretación filosófica de la distinción formal entre consecuencia *interna* y consecuencia *externa*, propuesta por Avron (1988). Esta interpretación, dicen los autores, está basada, a su vez, en una distinción que realiza C.I. Lewis entre dos sentidos de 'seguirse de' proveniente del uso de esta expresión en matemáticas.

Por un lado, está el sentido de "seguirse de" en el que un teorema matemático, T, "se sigue de" los axiomas de la teoría a la que pertenece. Al afirmar que T se sigue de los axiomas de la teoría en este sentido, sin embargo, no afirmamos que todos los axiomas de la teoría fueron *usados* para obtener T, o que el contenido de los axiomas es relevante para T. De acuerdo con Mares y Paoli, lo que queremos decir cuando afirmamos que T se sigue de los axiomas de la teoría, en este sentido, más bien, es que siempre que concedamos los axiomas estaremos comprometidos a aceptar T. Por otro lado, está el sentido de 'seguirse de' que parecemos tener en mente cuando afirmamos que el teorema T se sigue de, digamos, un lema L. Según los autores, para que esa afirmación sea apropiada es necesario que el lema L sea *usado* en la prueba de T (Mares & Paoli, 2014, pp. 14, 15).

De acuerdo con Mares y Paoli, entonces, podemos querer decir dos cosas diferentes, al menos, cuando afirmamos que una conclusión A se sigue de las premisas en Γ:

- Dadas las reglas de la lógica en cuestión, podemos extraer la información de que A a partir de la combinación de la información provista por las oraciones en Γ;

- Γ provee fundamentos para aseverar A; ie. siempre que aceptemos Γ estamos comprometidos a aceptar A (Mares & Paoli, 2014, p. 15).[17]

Para Mares y Paoli el primer sentido corresponde al que está presente en el enunciado de consecuencia que representa un secuente $\Gamma \Rightarrow A$. A este sentido los autores le llaman la lectura "horizontal" de la consecuencia, simbolizada, naturalmente, por la flecha de secuente '$\Rightarrow$'. Dado esto, no es difícil ver por qué estos autores creen que éste sentido corresponde a lo que Avron llamó la consecuencia *interna* de un cálculo de secuentes **S**, definida de la siguiente manera: si Γ es un multiconjunto de fórmulas y A es una fórmula, A se sigue "internamente" de Γ ($\Gamma \vdash^{I}_{S} A$) si y solo si $\Gamma \Rightarrow A$ es un secuente que puede ser probado en **S**.

Por otro lado, el sentido de "inferir" al que nos referimos cuando afirmamos que las reglas operacionales para una constante, c, pueden ser vistas como métodos para *inferir* enunciados de consecuencia a partir de otros enunciados de consecuencia; es decir, el sentido en el que el secuente premisa "se sigue" del secuente conclusión en una regla operacional, corresponde al segundo de los mencionados por Mares y Paoli, y a lo que Avron llama "consecuencia externa", la cual será definida en breve.

Recordemos que, como se mencionó en la sección 1, en la semántica de teoría de pruebas las reglas de inferencia de una constante c determinan su significado porque especifican las condiciones bajo las cuales se puede probar una oración cuya constante principal es c. Para Paoli éstas son las condiciones bajo las cuales esa oración puede ser aseverada justificadamente (*warrentedly asserted*). Este autor, junto con Mares, afirma que el segundo sentido de "seguirse de" que mencionaron es el que captura la preservación de la justificación para aseverar, pues que A se siga de Γ, en este sentido, significa que Γ nos da el fundamento para aseverar A (Mares & Paoli, 2014, p. 16). Por ello, ésta es la noción que se tiene en mente cuando se afirma que las reglas del cálculo de secuentes para una constante c nos dan el

[17] "[G]iven the rules of the logic at issue, we can extract the information that A from the combined information provided by the sentences in Γ; Γ yields grounds for asserting A; i.e. whenever we accept Γ we are committed to accepting A".

significado de c especificando cuándo estamos en posición de *inferir* una oración donde c es la conectiva principal a partir de las oraciones que la componen. Aquí, de acuerdo con los autores, al ver una regla estamos interesados en la manera en la que su conclusión "se sigue" de las premisas en el sentido que está codificado por la *línea de fracción* que los separa, en vez de ver a los secuentes individuales, pues no estamos interesados en la manera en la que los consecuentes 'se siguen' de los antecedentes en el sentido codificado por la flecha de secuente (Mares & Paoli, 2014, p. 16) (Paoli, 2014, p. 454). La noción que nos interesa es una noción *vertical* de inferencia, llamada 'externa' por Avron, y definida de la siguiente manera. Para un multiconjunto finito de fórmulas Γ y una fórmula A, A se sigue externamente de Γ ($\Gamma \vdash_S^E A$) si y solo si $\Rightarrow A$ puede ser probado en el cálculo de secuentes que se obtiene agregando como axiomas los secuentes $\Rightarrow B$, para toda fórmula B en Γ, así como Corte como regla primitiva. Así, en conclusión, la relación de consecuencia externa es la relación relevante en lo que concierne a la determinación del significado de las constantes lógicas.

Con esto se han aclarado, espero, los sentidos de "seguirse de" que son utilizados en la teoría de Paoli. Sin embargo, ¿tenemos la garantía de que las maneras en las que es usada esta expresión *en distintas lógicas* garantizan la preservación del significado de las constantes a través de ellas? Paoli reconoce que el significado de "seguirse de", en cualquiera de sus dos sentidos, puede ser sensible a las propiedades estructurales que se le atribuyan a la relación de consecuencia (esto es, a la naturaleza de lo que Belnap (1962) llamó "el contexto precedente de deducibilidad", que funge como una suerte de trasfondo que precede a la introducción de las expresiones lógicas), como transitividad, reflexividad y monotonicidad. Si dos relaciones de consecuencia poseen diferentes propiedades estructurales, entonces "seguirse de", en cualquiera de los sentidos mencionados, podría significar algo distinto. En ese caso podría suceder que, en una regla operacional, el secuente conclusión se siguiera del secuente premisa en un sentido distinto del de otra lógica con, aparentemente, la misma regla operacional (cuando esta lógica tiene propiedades estructurales distintas). Esto implicaría que estas reglas son distintas y, por lo tanto, que las constantes que gobiernan, finalmente, no tienen el mismo significado.

El problema es que, como se mencionó múltiples veces a lo largo de esta sección, es sumamente común que dos lógicas posean propiedades estructurales diferentes, y Paoli buscaba preservar el significado de las constantes a través de ese mismo rango de lógicas, pues en muchos casos las reglas operacionales para sus constantes parecían ser las mismas. En este punto la discusión sobre la consecuencia interna y externa cobra la mayor importancia. Paoli observa que cuando se afirma que una lógica no es, digamos, monotónica, es porque se invalida la regla estructural de Debilitamiento. Esto implica que la relación de consecuencia afectada es la interna, pues en ese caso no se permite agregar fórmulas arbitrarias a la izquierda de la *flecha de secuente*. De esto no se sigue, sin embargo, que la consecuencia externa no sea monotónica. Si un cálculo de secuentes **S** invalida las reglas de Debilitamiento, sigue siendo el caso que $A, B \vdash^{E}_{\mathbf{S}} A$, pero no es el caso que $A, B \vdash^{I}_{\mathbf{S}} A$ (Mares & Paoli, 2014, p. 13). Como se concluyó en la discusión anterior, para Paoli (y Mares) la relación de consecuencia externa es la relación relevante en lo que concierne a la determinación del significado de las constantes lógicas, así que invalidar reglas estructurales no afecta el significado de "seguirse de" cuando decimos que el secuente conclusión de una regla operacional se sigue del secuente premisa. La variación de reglas estructurales, en pocas palabras, no es una amenaza para la preservación del significado de las constantes lógicas según la teoría de Paoli.

¿Tenemos la garantía, sin embargo, de que el significado de "seguirse externamente de" es el mismo en el rango de lógicas a través del cual queremos preservar el significado de las constantes? Paoli parece suponer que, de no ser así, entonces no se podría preservar el significado de las constantes a través de esas lógicas. Por ello, este aspecto es una condición necesaria para lograr esto. De acuerdo con Mares y Paoli (2014), el significado de "seguirse externamente de" sí es el mismo en el rango de lógicas a través del cual queremos preservar el significado de las constantes. La razón es que las propiedades estructurales de la consecuencia externa no son sensibles a cambios en la consecuencia interna. La consecuencia interna puede ser no monotónica, pero la externa seguirá siendo monotónica, transitiva, y reflexiva.[18] En palabras de Hjortland (2014), la línea de fracción parece tener estas propiedades "por definición".

Así por fin encontramos las condiciones necesarias y suficientes para la individuación de reglas según el minimalismo estructural. De acuerdo con esta teoría, dos reglas son idénticas si y solo si o bien las reglas R y R' tienen las mismas fórmulas y los mismos contextos, o bien difieren solo estructuralmente, *y* las propiedades estructurales de las relaciones de consecuencia externa de los cálculos en los que aparecen son las mismas. Por ello es que Paoli (2014) concluye diciendo:

> "[c]omo apenas vimos, puedes cambiar tu lógica (tu conjunto de secuentes derivables, sin cambiar de tema (las propiedades operacionales de tus conectivas, el contexto precedente de deducibilidad en términos del cual están definidas)" (Paoli, 2014, p. 459).[19]

Resumamos la teoría del minimalismo estructural en los siguientes preceptos:

I. El significado de las constantes lógicas en una lógica L está determinado por su par de reglas operacionales I y D del cálculo de secuentes libre de Corte, **S**, para L.

II. Dos constantes lógicas tienen el mismo significado si y solo si tienen las mismas reglas operacionales.

[18] En Dicher y Paoli (2018) los autores aseguran que las propiedades estructurales la relación de consecuencia de todos los cálculos fórmales son idénticas.

[19] As we have just seen, you can change the logic (your set of derivable sequents) without changing the subject (the operational properties of your connectives, the antecedently given context of deducibility in terms of which they are defined).

III. El sentido en el que el secuente conclusión se sigue del secuente premisa en las reglas operacionales de un cálculo de secuentes está codificado por la consecuencia externa de ese cálculo; i.e., por la línea de fracción.

IV. Las reglas R y R' son idénticas si y solo si o bien tienen las mismas fórmulas y los mismos contextos, o bien difieren solo estructuralmente, y las propiedades estructurales de las relaciones de consecuencia externa de los cálculos en los que aparecen son las mismas.

De aquí solo falta un pequeño paso para llegar a las condiciones suficientes para falsear VS. Se debe considerar que muchas lógicas tienen más de una presentación de un cálculo de secuentes. ¿Qué sucede en estos casos? ¿Para preservar el significado de una constante se requiere que en todas las presentaciones de los cálculos de secuentes de las lógicas que se están considerando las reglas para la constante en cuestión satisfagan las condiciones mencionadas? Según Paoli (2014), no. Basta que cada lógica en cuestión tenga *una* presentación de un cálculo de secuentes y que, en éstas, las reglas para la conectiva que se trate sean idénticas. Este aspecto puede ser un tanto controvertido, pero no se discutirá sino hasta el siguiente capítulo. Tomando esto en cuenta, puede decirse que para el minimalismo estructural, se preserva el significado de una constante c a través de dos lógicas diferentes *si*:

1. el significado de c en una lógica, L, está completamente determinado por las reglas operacionales para c en el cálculo de secuentes libre de Corte, **S**, para L; y

2. existe al menos una presentación de un cálculo de secuentes de ese tipo para ambas lógicas en la cual las reglas operacionales para c son idénticas; es decir i) o bien tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, o bien difieren solo estructuralmente; y ii) las propiedades estructurales de las relaciones de consecuencia externa de los cálculos en los que aparecen son las mismas.

2.5. Significado en el pluralismo de la co-determinación

A diferencia de Paoli y Restall, Dicher (2014, 2016) propone que, para considerar que ciertas reglas determinan el significado de una conectiva, éstas deben cumplir tres propiedades adicionales. El autor resume esta propuesta de manera sumamente sintética en su *Tesis 2*:

> "**Tesis 2.** El significado de una conectiva está dado por las reglas que la definen conservativa y únicamente y que, al mismo tiempo, no inducen más propiedades estructurales de las que son requeridas para la definibilidad de la conectiva" (Dicher, 2016, p. 749).[20]

¿Qué significa esto? Comencemos con las primeras dos propiedades: conservatividad y unicidad. Estas dos propiedades están relacionadas con un problema general que enfrenta la semántica de roles inferenciales en lógica y que se mencionó brevemente en la nota 2: el problema de que "no toda definición inferencial es exitosa" (Dicher, 2016, p. 730). En pocas palabras, esto quiere decir que no cualquier par de reglas define una conectiva exitosamente.[21] Para enfrentar este problema Dicher sigue a Belnap (1962), cuyo veredicto respecto a esta situación es que reglas como las de la conectiva *tonk* ignoran ciertos compromisos con propiedades importantes de una relación de consecuencia, en este caso el compromiso con la transitividad expresado por la inclusión de la regla Corte.

[20] "Thesis 2. The meaning of a connective is given by the rules which define it conservatively and uniquely while at the same time inducing no more structural properties than are required for the connective's definability".

[21] Como se mencionó también en la nota 2, se han propuesto muchas estrategias para enfrentar este problema, basadas principalmente, en la noción de 'armonía'. Dicher decide usar los criterios de Belnap principalmente para tener terreno común con quien considera su principal interlocutor, Greg Restall, mismo que ha aceptado estos criterios en Restall (2007) y Restall (2010) (Dicher, 2014, p. 62).

De acuerdo con Belnap, antes de llegar al problema de caracterizar las constantes lógicas ya se tienen algunas suposiciones sobre el contexto de deducibilidad dentro del cual se está operando. Es difícil saber exactamente a qué tipo de suposiciones se refiere Belnap, pero, siguiendo a Hjortland (2014) y al propio Dicher, no parece ser tan arriesgado pensar que la adscripción de la propiedad de reflexividad o transitividad a la relación de consecuencia son algunos ejemplos de ellas.[22] Así, mediante un uso descuidado de las definiciones es posible crear una situación en la que nos vemos forzados a decir cosas que son incompatibles con los supuestos con los que nos comprometimos previamente (como en el caso de *tonk* y la transitividad) (Belnap, 1962, p. 131).

La moraleja principal que Dicher extrae de esto es que el comportamiento de las constantes lógicas debe ser evaluado con respecto al contexto precedente de deducibilidad, i.e., al cuerpo de suposiciones que se tienen respecto de la naturaleza de la relación de consecuencia dentro de la cual se está trabajando. Belnap propone que la definición de una constante lógica por medio de reglas de inferencia es exitosa si y solo si sus reglas son *conservativas* y *únicas*. Una constante c está gobernada por reglas conservativas si cuando c se agrega al lenguaje no se obtienen nuevos secuentes en los que no ocurre c. Es decir, añadir c mediante una regla de este tipo no hace que se puedan derivar secuentes en los que no ocurre y que antes no podían derivarse con el lenguaje disponible (Dicher, 2016, p. 731). Las reglas para una constante son únicas si y solo si determinan "máximo un rol inferencial" (Belnap, 1962, p. 133). Esto significa que las variantes notacionales de reglas son indistinguibles en lo que respecta a su rol de deducibildad, es decir, las mismas reglas formuladas para las constantes c y c' deben ser interderivables.

Utilizando el marco formal del cálculo de secuentes se puede mostrar que las reglas en cuestión son conservativas mostrando que las

[22]Ver Paoli (2014, p. 457) para sugerencias sobre suposiciones distintas sobre el contexto de deducibilidad que se podrían tener en mente. Las propiedades mencionadas son las siguientes. Reflexividad: $A \vdash A$; transitividad: si $\Gamma \vdash A$ y $\Pi, A \vdash B$, entonces $\Gamma, \Pi \vdash B$ (Hjortland, 2014, p. 467)

aplicaciones de la regla de Corte son prescindibles, en el sentido discutido en la sección 1. La conservatividad es una propiedad global de un sistema lógico, así que evaluando la conservatividad de un sistema averiguamos cómo es que las reglas para una constante interactúan con todas las otras reglas del sistema, tanto operacionales como estructurales. Cuando Dicher dice que las reglas que determinan el significado de una constante tienen que ser conservativas, sin embargo, no parece referirse exclusivamente a que, considerando el sistema completo, las aplicaciones de una regla de Corte sean prescindibles. El autor afirma que cuando evaluamos la conservatividad de las supuestas reglas que han de definir a una constante es mejor pensar en una versión 'localizada' de este criterio. En este caso lo que se hace, esencialmente, es considerar a la constante de manera aislada y revisar si es conservativa en el sistema que contiene únicamente Corte, Id, y las reglas que pretenden definirla. Así, según Dicher, en vez de buscar probar conservatividad 'total' (i.e. como propiedad de un sistema completo), podríamos estar satisfechos con saber que las aplicaciones de la regla Corte son eliminables cada vez que sus secuentes premisa fueron obtenidas por medio de las reglas I y D de la conectiva en cuestión, y la fórmula principal de los secuentes premisa es la fórmula Corte (Dicher, 2016, p. 749).[23] Cuando esto sucede se dice que para la conectiva en cuestión siempre es posible hacer 'reducciones de Corte' (*cut-reductions*). Esto es lo que en realidad prueba el autor cuando presenta las pruebas de que las reglas que han de definir a una constante son conservativas, por lo que parece que el requisito de conservatividad puede ser "debilitado" a la exigencia de que para las conectivas en cuestión siempre sea posible hacer reducciones de Corte.

Aunque Dicher es el único de los autores aquí tratados que menciona estas propiedades explícitamente, esto no significa que es el único que considera el problema de *tonk* y de cómo las reglas pueden combinarse para definir una constante exitosamente. Puede verse, creo, que tanto Paoli (2003, 2014) como Restall (2014) dan por sen-

[23] En la sec. 1 se explicó qué es la fórmula Corte.

tado que existe este problema—sin detenerse mucho a discutirlo—e integran en sus propuestas estrategias para evitarlo. Paoli, como ya se mencionó, considera que son las reglas operacionales de un cálculo de secuentes *libre de Corte* las que determinan el significado de las constantes en una lógica, mientras que Restall menciona únicamente lógicas con cálculos para los cuales ya se ha probado la eliminabilidad de Corte (Dicher, 2016, p. 732).[24] Además, ambos autores están de acuerdo en que si dos reglas son simplemente variantes notacionales, su rol deducibilidad ha de ser el mismo (es decir, formulaciones notacionalmente distintas de la misma regla son interderivables). Así que, al proponer estas dos propiedades, Dicher no está recuperando un aspecto importante olvidado por Paoli y Restall, ni, lo que sería más llamativo, integrando un aspecto con el que ellos no estarían de acuerdo. Lo que hace este autor es, más bien, hacer explícitos rasgos que han adquirido gran aceptación dentro de la literatura sobre semántica de roles conceptuales para otorgar mayor plausibilidad a la afirmación de que las reglas de inferencia determinan el significado de las constantes lógicas, y que aparentemente los otros dos autores que tratamos daban por sentado.

La parte central y distintiva de la propuesta de Dicher se encuentra, creo, en la tercera propiedad que sugiere: las reglas que determinan el significado de las constantes lógicas no inducen más propiedades estructurales de las que son requeridas para la definibilidad de la conectiva. La pregunta natural en este punto es: ¿a qué se refiere el autor con que las reglas para una constante pueden "inducir propiedades estructurales" y que algunas de éstas son requeridas para la definibilidad de una constante y otras no? ¿Y por qué este rasgo es relevante para las reglas que determinan el significado de una constante?

Dicher da una imagen relativamente más informativa de lo estructural. Este autor describe a las propiedades estructurales como cualidades de "la estructura teórico-conjuntista de los secuentes". El

[24]Las pruebas para los cálculos de secuentes **LK** y **LK**, para la lógica clásica e intuicionista, respectivamente, se encuentran en Gentzen (1964), para el caso de la lógica intuicionista dual, ver Urbas (1996) y Aoyama (2004)

autor llama a esta estructura el "marco" (*framework*) de un secuente (Dicher, 2016, p. 730), y menciona dos opciones: o bien la estructura de un secuente es tal que hay más de una fórmula en alguno de sus lados, o bien es tal que a lo más hay una fórmula en alguno de sus lados. En el primer caso el autor dice que del lado en cuestión hay un *multiconjunto* (MSET), mientras que en el segundo caso habría, del lado en cuestión, solo una fórmula (FMLA). Así, como las reglas para la negación en lógica clásica permiten más de una fórmula en ambos lados de la flecha de secuente, su marco es, siguiendo la notación de Dicher, MSET:MSET. Como en la lógica intuicionista se permite solo una fórmula a la derecha, el marco de sus reglas para la negación es MSET:FMLA, mientras que en la lógica intuicionista dual es FMLA:MSET.

Siguiendo a Dicher, entonces, podemos ver a las propiedades estructurales como los atributos del marco de un secuente. En palabras de este autor, tales atributos son propiedades relativas "a la cardinalidad de los secuentes y su transformación" (Dicher, 2016, p. 753). Algunos ejemplos son: 'tener dos fórmulas en el consecuente', 'tener a lo más una fórmula de cada lado', o 'poder tener antecedentes vacíos' (Dicher, 2016, p. 745). De acuerdo con Dicher, este tipo de propiedades no pueden excluirse del significado de las constantes, pues cierto rango de ellas es determinado por las constantes mismas (Dicher, 2016, p. 738).

Así, rechazar que las propiedades estructurales carecen de un rol en la determinación del significado de las constantes lógicas es, como ya se mencionó, un aspecto central en la propuesta de Dicher. La segregación de propiedades estructurales del significado de las constantes, sin embargo, se debe a una postura más general sobre la relación entre los aspectos estructurales de un cálculo, por un lado, y las constantes lógicas y las reglas que las gobiernan, por el otro. Para explicar cómo es que las propiedades estructurales son relevantes para el significado de las constantes, Dicher debe establecer que esa relación no es tan lejana como podría creerse. La situación es, en términos generales, la siguiente.

Probablemente con la noción del "contexto precedente de deducibilidad” en mente, y tomando en cuenta la generalidad de los aspectos estructurales de un cálculo (es decir, que conciernen todo tipo de derivaciones sin importar qué constantes ocurran en ellas), puede pensarse que la relación de consecuencia “provee un ambiente en el que las constantes, digamos, muestran sus propiedades inferenciales tal y como son expresadas por las reglas operacionales” (Dicher, 2016, p. 733). De acuerdo con esta postura, la naturaleza de la relación de consecuencia estaba ya terminada en el momento anterior a la introducción de las constantes lógicas. Bajo esta imagen, entonces, la contribución de las constantes hacia la naturaleza de la relación de consecuencia es nulo.

Dicher señala que esta lectura no es necesaria. Uno puede tomar a la relación de consecuencia como el trasfondo o contexto en el cual las constantes lógicas son introducidas y respecto del cual son evaluadas; pero también a la inversa, se puede introducir y evaluar una relación de consecuencia tomando a un conjunto de constantes como trasfondo, por ejemplo, juzgando que determinada relación de consecuencia, con ciertas propiedades estructurales, está justificada *porque* es requerida para la validez de un argumento. De acuerdo con Dicher, ningún lado (relación de consecuencia o constantes lógicas) debe, o puede, ser favorecido: la ‘legitimidad’ de una conectiva y de una relación de consecuencia debe ser evaluada simultáneamente (Dicher, 2016, p. 738). En la literatura sobre semántica de teoría de pruebas, sin embargo, se suele tomar una postura parcial. Por ejemplo, cuando se propone que A se sigue de Γ si y solo si hay una prueba de A a partir de Γ, y que las pruebas son construidas por medio de inferencias válidas, se sugiere que la estructura de las derivaciones son un efecto de inferir; esta estructura sería, por así decirlo, construida durante el proceso de inferir. De acuerdo con esta postura, entonces, las cadenas de inferencias se proveen así mismas de una estructura (Dicher, 2016, p. 739). En cambio, la solución que Belnap da al problema presentado por *tonk* y la defensa de Restall de un pluralismo lógico sin variación de significado dan una imagen diferente en el sentido de que una base para estructurar inferencias debe estar disponible con antelación.

Para Dicher existe una tensión entre las dos concepciones previamente descritas, y ninguna de ellas hace justicia a la compleja interacción entre maniobras inferenciales estructurales y maniobras inferenciales operacionales. De acuerdo con este autor, esta tensión puede ser eliminada simplemente reconociendo tal interacción y reconociendo que se trata de una relación de codeterminación. Dicher plantea esta idea en su *Tesis 1*, la tesis de la codeterminación:

> "**Tesis 1.** (Codeterminación). La estructura de la relación de derivabilidad es un efecto de las reglas operacionales tanto como es efecto de estipulaciones estructurales *directas*" (Dicher, 2016, p. 739).[25]

Así en vez de ver a ciertos aspectos de la estructura de la relación de consecuencia como un prerrequisito para la aplicación de una regla operacional, ésta se verá como una *consecuencia* de la presencia de la constante en cuestión (Dicher, 2016, p. 742).

Como dijimos previamente, un primer paso para recuperar la relevancia semántica de las propiedades estructurales es cambiar la concepción que se tiene sobre la relación entre la estructura de la relación de consecuencia y las reglas que gobiernan el comportamiento de las constantes lógicas. El propósito de la *Tesis 1* es precisamente presentar una visión distinta sobre esta relación, misma que es, claro, más adecuada para los intereses de este autor.

Para explicar cómo es que las constantes lógicas, por medio de las reglas que las definen, determinan algunas de las propiedades estructurales de la relación de consecuencia, Dicher apela a la distinción entre reglas—y constantes—aditivas y multiplicativas.[26] Para entender mejor esta distinción veamos el siguiente par de reglas D, donde la primera es aditiva, y la segunda es multiplicativa:

[25]'Thesis 1 (codetermination). The structure of the derivability relation is as much an effect of the operational rules as it is the effect of *direct* structural stipulations". Cursivas en el original.

[26]Las constantes aditivas también son conocidas como "extensionales", mientras que a las multiplicativas se les conoce como "intensionales".

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A, \Delta \qquad \Gamma \Rightarrow B, \Delta}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B, \Delta} \wedge D \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow A, \Delta \qquad \Sigma \Rightarrow B, \Theta}{\Gamma, \Sigma \Rightarrow A \wedge B, \Delta, \Theta} \wedge D_m$$

Reglas con dos secuentes premisa, como las anteriores, son aditivas si requieren que los secuentes premisa tengan exactamente los mismos contextos pasivos, o, en otras palabras, que compartan contextos; y son multiplicativas si permiten que los secuentes premisa tengan contextos distintos. Según el tipo de reglas que gobiernen a una constante diremos, también, que es o bien aditiva, o bien multiplicativa. Las reglas apenas mencionadas corresponden, entonces, a la conjunción aditiva y a la conjunción multiplicativa, respectivamente.

Las reglas I de estas constantes son las siguientes:

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta}{\Gamma, A \wedge B \Rightarrow \Delta} \wedge I \qquad \frac{\Gamma, A, B \Rightarrow \Delta}{\Gamma, A \wedge B \Rightarrow \Delta} \wedge I_m$$

$$\frac{\Gamma, B \Rightarrow \Delta}{\Gamma, A \wedge B \Rightarrow \Delta} \wedge I$$

Un punto central es que, de acuerdo con Dicher, los pares $\{\wedge I, \wedge D\}$ y $\{\wedge I_m, \wedge D_m\}$ definen a un tipo de conectiva conjuntiva, sin embargo, no *a la misma*. Esto es una consecuencia directa, según el autor, de que las fórmulas activas de las reglas $\wedge I$ y $\wedge I_m$ son distintas. Además, hay dos reglas $\wedge I$, mientras que solo hay una regla $\wedge I_m$. A esto se le puede añadir que las reglas $\wedge D_m$ y $\wedge D$ también son distintas, pues Dicher muestra que el par $\{\wedge I, \wedge D\}$ define conservativa y únicamente a la conjunción aditiva sin apelar a la regla estructural de Debilitamiento, mientras que el par $\{\wedge I, \wedge D_m\}$ debe recurrir esencialmente a esa regla para lograr la conservatividad. Estas reglas, entonces, definen constantes diferentes.

La situación se vuelve especialmente interesante, creo, cuando observamos la diferencia entre $\wedge I$ (en cualquiera de sus formulaciones) y $\wedge I_m$. Agregar una fórmula activa en el secuente premisa de $\wedge I$ es suficiente para obtener una regla distinta, y por lo tanto una constante distinta (el par $\{\wedge I_m, \wedge D_m\}$ cumple con las condiciones para definir a una constante exitosamente). Claro, también se puede ver a la inversa: eliminar una fórmula activa del secuente premisa de $\wedge I_m$ es suficiente para obtener una regla distinta, y por lo tanto una constante distinta. Lo que esto nos muestra, de acuerdo con Dicher, es que la conjunción multiplicativa no podría ser definida si usamos reglas cuyo antecedente esta restringido a involucrar a lo más una fórmula, es decir, reglas con marco FMLA:MSET; su introducción a la izquierda requiere de secuentes cuyo antecedente involucre al menos dos fórmulas (Dicher, 2016, p. 741). La conjunción aditiva, en cambio, puede sobrevivir incluso si los secuentes de sus reglas están restringidos a tener a lo más una fórmula a ambos lados; sus reglas pueden ser formuladas incluso en el marco FMLA:FMLA.

Estas observaciones, creo, llevan a Dicher a concluir que diferentes constantes tienen diferentes grados de involucramiento o compromiso estructural; es decir, hay cierto umbral de complejidad estructural que es indispensable para definir una conectiva (Dicher, 2016, p. 741). Dicher afirma que el hecho de que la regla I de la conjunción multiplicativa no puede formularse cuando los antecedentes contienen a lo más una fórmula no es consecuencia de una falla de los criterios de definibilidad de una constante, sino simplemente una consecuencia de que los marcos en cuestión no son lo suficientemente generosos para expresar las reglas que son requeridas. Si se busca un comportamiento inferencial como el que es generado por $\{\wedge I_m, \wedge D_m\}$, se requieren multiconjuntos en el antecedente.[27]

El autor comenta que hay que ser cuidadosos cuando decimos que el comportamiento inferencial de una conectiva depende de que el marco de los secuentes de sus reglas cumpla una propiedad particular, pues hay casos en los que hay más de un requisito estructural para la definibilidad de la conectiva, y la satisfacción de cualquiera de ellos es suficiente para que ésta pueda ser definida. Este es el caso, de acuerdo con el autor, de la negación. Dicher afirma que la nega-

[27]La situación es completamente análoga con la disyunción multiplicativa, y aditiva, y sus respectivas reglas. Evitamos esta discusión, presente en el mismo artículo, por motivos de brevedad.

ción determina, por medio de sus reglas, la propiedad estructural de tener un espacio vacío (ya sea antecedente o consecuente) y la propiedad estructural de tener (al menos) dos ocurrencias de formulas en el mismo lado.[28] Sería equivocado, entonces, decir simplemente que la negación 'requiere secuentes con antecedente vacío y un multiconjunto en el consecuente', pues también puede ser definida de la manera inversa. Así, los requerimientos estructurales de la negación deben ser especificados por medio de una clausula *disyuntiva*: la negación requiere o bien antecedente vacío y un multiconjunto en el consecuente, o bien un multiconjunto en el antecedente y consecuente vacío. Éste es un aspecto crucial para el significado de la negación tal y como es descrito por la teoría de este autor. Dependiendo de qué clausula se escoja se obtendrán, de acuerdo con Dicher, las reglas de la negación en diferentes lógicas. Eligiendo el primer disyunto se tendrían secuentes con marco FMLA:MSET, con lo cual se pueden formular las reglas de la negación en la lógica intuicionista dual. Eligiendo el segundo disyunto se opta por el marco MSET:FMLA, con el cual se formulan las reglas de la negación en la lógica intuicionista. Si, en cambio, tomamos ambos disyuntos, nos vemos forzados a aceptar más de una fórmula a ambos lados de la flecha de secuente, con lo cual llegamos al marco MSET:MSET, y en éste podemos formular las reglas para la negación en la lógica clásica (Dicher, 2016, p. 742)

El autor captura las ideas centrales de esta discusión en el *Hecho 2* y *Hecho 3* (Dicher, 2016, p. 744):[29]

> "**Hecho 2.** Hay un nivel de complejidad estructural que es la condición *sine qua non* para la definibilidad de una conectiva.

[28]Esta postura sobre la negación se opone a la de Avron, quien defiende que la negación genuina solo es posible si se admite más de una fórmula en ambos lados del secuente (es decir, secuentes con marcos MSET:MSET). Dicher presenta un argumento a favor de su postura, sin embargo no lo trataré aquí.

[29]"Fact 2. There is a level of structural complexity which is the sine qua non precondition for the definability of a connective. Fact 3. Different connectives have different degrees of structural complexity."

> **Hecho 3.** Diferentes conectivas tienen diferentes grados de complejidad estructural".

Una de las principales lecciones hasta ahora es, entonces, que las reglas para las constantes lógicas llevan consigo información estructural. Además, parte de esa información estructural es imprescindible, o, como dice Dicher, *sine qua non*, en el sentido de que codifica propiedades estructurales sin las cuales no es posible definir una constante. Desde una perspectiva que le da prioridad a las constantes, podemos decir que son justamente las constantes las que inducen estas propiedades. Dicher llama a esta clase de propiedades estructurales "intrínsecas a las conectivas" (*connective-intrinsic*), o solo "intrínsecas". Ejemplos de propiedades estructurales intrínsecas son la propiedad de tener dos fórmulas en el consecuente, intrínseca a la disyunción multiplicativa, y la propiedad de permitir al menos un antecedente (o consecuente) vacío y al menos un multiconjunto como consecuente (o antecedente), intrínseca a la negación (Dicher, 2016, p. 745). Según el autor, además, la relación entre las constantes y las propiedades estructurales es de muchas a una; es decir, diferentes constantes pueden inducir las mismas propiedades estructurales. Las propiedades estructurales intrínsecas de una constante, entonces, son una parte integral de su significado, y expresan las restricciones que ésta impone sobre la relación de consecuencia (Dicher, 2016, p. 745).

Por otro lado están las propiedades cuya ausencia no afecta la definibilidad de una constante; a éstas Dicher las llama 'extrínsecas'. Ya que se puede prescindir de ellas (es decir, no se requieren para definir a la constante en cuestión), las propiedades estructurales extrínsecas no determinan el significado de las constantes lógicas. Dicher se basa precisamente en la distinción entre propiedades estructurales extrínsecas e intrínsecas para formular el núcleo de su teoría del significado de las constantes lógicas en su *Tesis 2*, tal y como fue expuesta previamente.

Resumiendo brevemente, Dicher propone que el significado de una constante lógica está dado por las reglas que la definen conservativa y únicamente, y que al mismo tiempo no inducen más información de la que es requerida para definirla. De acuerdo con el autor, las siguientes reglas satisfacen solo los requisitos estructurales mínimos de la disyunción multiplicativa, $+$:

$$\frac{C \Rightarrow A, B}{C \Rightarrow A + B} +R \qquad\qquad \frac{A \Rightarrow C \qquad B \Rightarrow D}{A + B \Rightarrow C, D} +\mathrm{L}$$

Una manera de formular las reglas para la negación satisfaciendo los requisitos estructurales mínimos de esta conectiva es:

$$\frac{C \Rightarrow A}{C, \neg A \Rightarrow} \neg L \qquad\qquad \frac{C, A \Rightarrow}{C \Rightarrow \neg A} \neg R$$

El autor muestra, además, que las reglas para la negación son conservativas y únicas (Dicher, 2016, p. 732), mientras que las pruebas de conservatividad y unicidad de las reglas para la disyunción multiplicativa pueden obtenerse fácilmente a partir de la prueba de la conservatividad y unicidad de la *conjunción* multiplicativa, también ofrecida por el autor (Dicher, 2016, p. 740). Así, de acuerdo con su propuesta, las reglas apenas presentadas determinan el significado de la disyunción multiplicativa y la negación.

Este tipo de reglas estructuralmente mínimas no suele encontrarse en un sistema lógico, sino que en estos se utilizan reglas que inducen más información de la que es necesaria para definir a sus constantes. Este hecho no es gratuito; a pesar de que esa información es redundante con respecto a la definibilidad de la conectiva, la información estructural extrínseca juega un rol importante en una lógica. Dicher da un ejemplo bastante ilustrativo para explicar esto. Supongamos que queremos un sistema en el que se incluyen las conectivas que acabamos de mencionar, y, además, imponemos la política de usar exactamente las reglas que acabamos de presentar; es decir, las reglas que satisfacen únicamente los requisitos estructurales mínimos de las conectivas que pretenden definir.

Como puede verse, las reglas para la disyunción multiplicativa tienen el marco FMLA:MSET, mientras que las de la negación tienen marco MSET:FMLA. El problema con esto, sin embargo, es que en este sistema obtenemos pruebas en las cuales la regla Corte no es eliminable.[30] Para poder eliminar Corte de estas pruebas tendríamos que recurrir a aplicaciones incorrectas de las reglas para las constantes en cuestión. Dicher afirma, entonces, que si insistimos en mantener estas versiones estructuralmente mínimas de las reglas, la disyunción multiplicativa y la negación (gobernada por reglas que inducen este disyunto particular de la clausula que específica los requisitos estructurales de esta conectiva) no pueden interactuar. En las pruebas en las que Corte no es eliminable lo que sucede es que la aplicación de esta regla mezcla los marcos de las reglas que utilizamos, mientras que éstas fueron formuladas bajo la suposición de que los marcos son inmutables.

Para Dicher este ejemplo nos muestra que la interacción entre las dos constantes en cuestión está condicionada por el hecho de que sus respectivas reglas expresan suficiente información estructural para reflejar las necesidades estructurales de cada una. Así, si queremos un sistema en el que éstas puedan interactuar necesitamos hacer modificaciones apropiadas. Específicamente, debemos permitir la aplicación de las reglas para $+$ y $\neg$ en contextos que están justificados por *cualquiera* de estas constantes (Dicher, 2016, p. 747). El contexto FMLA:MSET está justificado, como ya se dijo, por la disyunción multiplicativa, mientras que MSET:FMLA está justificado por la negación. Si requerimos contextos que estén justificados por cualquiera de ellas, necesitamos permitir la aplicación de las reglas en secuentes con marco MSET:MSET. Esto nos permite ver una situación peculiar: la propiedad de tener multiconjuntos como consecuentes es intrínseca a la disyunción multiplicativa, sin embargo, para que pueda interactuar con la negación, permitimos la apli-

[30]Es importante recordar que esto no significa que las reglas *no* sean conservativas. Como se mencionó anteriormente, el requisito de conservatividad no se refiere solo a la conservatividad como propiedad global de un sistema, sino que basta mostrar que, en el sistema que incluye únicamente las reglas de *Corte*, *Id*, y las que pretenden definir a la constante en cuestión, siempre se puedan hacer reducciones de Corte con respecto a las reglas que se están evaluando. Este sería un caso en el que, a pesar de tener un significado coherente, las conectivas en cuestión no podrían interactuar.

cación de las reglas para esta conectiva—la negación—cuando hay multiconjuntos a la derecha del secuente. En pocas palabras, modificando de esta manera las reglas estamos explotando las propiedades (intrínsecas) de $+$ en aplicaciones de las reglas para la negación. Esto, a su vez, hace que podamos probar el secuente $\neg\neg A \Rightarrow A$ (que no se podía probar si para la aplicación de reglas para la negación solo permitimos secuentes con marco MSET:FMLA):

$$\dfrac{\dfrac{A \Rightarrow A}{\Rightarrow \neg A, A}\ \neg R}{\neg\neg A \Rightarrow A}\ \neg L$$

Así, una modificación a las reglas para la negación que las hace incluir información extrínseca a ella, pero intrínseca a la disyunción, hace, según el autor, que podamos hacer más con la negación.

Resumamos brevemente esta discusión. En un sistema en el que se utilizan solo reglas estructuralmente mínimas puede suceder fácilmente que las constantes no puedan interactuar, pues se obtienen pruebas en las que Corte no es eliminable. Para resolver esta situación agregamos información estructural a las reglas que, si bien es redundante en lo que concierne a la definibilidad de la constante cuyo significado pretenden fijar, es necesaria para que la interacción entre las constantes sea posible. Así, las reglas con las que finalmente se maneja una constante en un sistema—las reglas operacionales para esa constante—pueden incluir las propiedades estructurales propias de otras conectivas, pues esto es necesario para la interacción entre ellas.

Recordemos, ahora, que el conjunto de teoremas que se pueden probar en cada lógica es producto, claro, de las reglas operacionales y estructurales que están disponibles en esa lógica. Como acabamos de decir, sin embargo, las reglas operacionales para una constante son, a su vez, 'producto' de la conjunción de propiedades estructurales intrínsecas y extrínsecas a la constante en cuestión. Así, diferencias en el conjunto de teoremas en los que c es la constante principal no tienen por qué implicar un cambio en las propiedades intrínsecas a c; es decir, un cambio en las reglas que definen el significado de

c. La diferencia en los teoremas podría deberse a que las reglas estructuralmente mínimas de c son modificadas de manera distinta en las lógicas en cuestión, pues c interactúa con constantes que tienen diferentes requisitos estructurales en cada lógica. Así, aunque las reglas estructuralmente mínimas para una constante se formulen, digamos, en el marco FMLA:FMLA, podemos ubicar a esta constante en un sistema en el que sus reglas operacionales tienen marco MSET:MSET, y explicar la presencia de información estructural redundante en ellas a partir de la necesidad de interactuar con las otras constantes del sistema.

Dicher resume el punto central de estas observaciones en el *Hecho 4*:

> "**Hecho 4** La información estructural extrínseca llevada por las reglas para una conectiva le permite *interactuar* con otras conectivas".[31]

El autor incluye este aspecto a su propuesta y brinda la siguiente caracterización formal. Tenemos una lógica L con conectivas $c_1, ..., c_n$, cada una de las cuales determina un conjunto específico de propiedades estructurales. De acuerdo con el autor, la lógica misma está caracterizada estructuralmente por la unión de las propiedades estructurales inducidas por cada c_i. Algunas de las conectivas de L serán dadas por reglas que hacen más que definir a las conectivas (*more-than-defining rules*). La presencia de propiedades estructurales extrínsecas a una conectiva c_i se refleja en pruebas particulares. Las pruebas que involucran tanto a c_i como a otras conectivas muestran como estas conectivas interactúan *actualmente* en L. Por ejemplo, la siguiente prueba de $\Rightarrow \neg A + A$ nos muestra como $\neg$ y $+$ interactúan *actualmente* en esta lógica:

$$\dfrac{\dfrac{A \Rightarrow A}{\Rightarrow \neg A, A}\,\neg R}{\Rightarrow \neg A + A}\,+L$$

[31] "Fact 4. The extrinsic structural information carried by the rules for a connective allows it to *interact* with other connectives".

Por otro lado están las pruebas con contextos estructurales más generosos de lo necesario y en las que ocurre solo una conectiva, como la prueba de $\neg\neg A \Rightarrow A$, presentada más arriba. Si bien estos casos, de acuerdo con Dicher, no nos dicen nada sobre la interacción entre la negación y las otras conectivas (aunque sí sobre cómo la negación interactúa si misma), podemos entenderlos en términos de interacción potencial. Estos casos, entonces, exhibirían consecuencias del potencial para interactuar poseído por una conectiva. Lo importante, según este autor, es que en ningún caso es necesario apelar a una modificación en el significado de la constante para explicar nuevos y quizás inesperados aspectos de su comportamiento en una prueba (Dicher, 2016, p. 745).

Podemos resumir la teoría que acabamos de discutir en los siguientes preceptos (afortunadamente, Dicher los marcó de manera clara):

I. La estructura de la relación de derivabilidad es tanto un efecto de las reglas operacionales como es efecto directo de estipulaciones estructurales. (Tesis 1)

II. Hay un nivel de complejidad estructural que es condición *sine qua non* para la definibilidad de una conectiva. (Hecho 2)

III. Diferentes conectivas tienen diferentes grados de complejidad estructural. (Hecho 3)

IV. El significado de una conectiva está dado por las reglas que la definen conservativa y únicamente y que, al mismo tiempo, no inducen más propiedades estructurales de las que son requeridas para la definibilidad de la conectiva. Llamemos a estas reglas, reglas Ω (Tesis 2).

V. La información estructural extrínseca llevada por las reglas para una conectiva le permite interactuar con otras conectivas. (Hecho 4)

2.6. Conclusiones

En este capítulo presentamos las dos teorías más influyentes sobre la preservación de significado de las constantes lógicas a través de diferentes relaciones de consecuencia: el minimalismo estructural de Francesco Paoli (2003, 2007, 2014), y Greg Restall (2014), y la teoría del significado del pluralismo de la codeterminación de Bogdan Dicher (2014, 2016).

De acuerdo con Paoli y Restall, dos contantes tienen el mismo significado si y solo si tienen las mismas reglas operacionales. Dos reglas operacionales son, a su vez, idénticas, si y solo si o bien tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, y las propiedades estructurales de las relaciones de consecuencia externa de los cálculos en los que aparecen son las mismas. Se podrá decir que una constante tiene el mismo significado en dos lógicas diferentes si existe una presentación del cálculo de secuentes de esas lógicas en la cual las reglas para esa conectiva sean idénticas. Esto les permite afirmar que las conectivas no cambian de significado a través de la lógica clásica, intuicionista, intuicionista dual, cuántica, algunas lógicas de la relevancia, entre otras.[32]

Para Dicher no son las reglas operacionales que de hecho se usan en cada sistema las que definen a sus constantes, sino las reglas que, aparte de ser conservativas y únicas, son también estructuralmente mínimas, y éstas rara vez aparecen explícitamente en un sistema. La teoría de Dicher también puede llevar a identificar reglas que difieren en cierto grado, sin embargo esto se deberá a que la clausula que especifica los requisitos estructurales de la constante en cuestión es disyuntiva. Satisfaciendo diferentes disyuntos se obtendrán reglas que difieren de cierta manera, pero al final podremos contarlas como la misma, pues están satisfaciendo la misma clausula. Esto le permite a Dicher afirmar que la negación clásica, intuicionista e intuicionista dual son gobernadas por las mismas reglas Ω y, por lo tanto, tienen el mismo significado.

[32] En el Apéndice se encuentran las presentaciones relevantes de los cálculos de secuentes para estas lógicas.

El propósito de este capítulo fue simplemente presentar las principales propuestas en lo que concierne a la preservación del significado de las constantes lógicas a través de diferentes relaciones de consecuencia, sin detenernos mucho a criticar o evaluarlas. Ésta será la tarea principal del siguiente capítulo.

Capítulo 3

En defensa del minimalismo estructural

3.1. Introducción

En este capítulo haré una evaluación de las dos propuestas presentadas en el capítulo anterior: el minimalismo estructural, defendido por Paoli y Restall, y la visión del significado presente en el pluralismo de la codeterminación, defendido por Dicher. El objetivo, claro, es determinar cuál de estas teorías logra mejor su cometido: preservar el significado de las conectivas a través de relaciones de consecuencia que difieren en la manera relevante.

Para esto comenzaré por mencionar tanto los aspectos positivos como los aspectos problemáticos de la teoría de Dicher. Esto en las secciones 3.2 y 3.3. En la sección 3.4 expondré los aspectos positivos del minimalismo estructural. En la sección 3.5 discutiré los aspectos problemáticos de esta teoría, así como la manera en la que, a mi parecer, pueden enfrentarse exitosamente. La manera en la que la propuesta de Dicher lidia con esos problemas será discutida brevemente en la sección 3.6. Finalmente, en la sección 3.7 haré un recuento de las virtudes y los problemas de las propuestas tratadas para mostrar que el minimalismo estructural es la mejor teoría disponible. Este capítulo termina con la presentación de algunas nuevas vías de investigación que pueden iniciarse a partir de las discusiones que se han llevado a cabo en este trabajo (sec. 3.8).

3.2. Significado en el pluralismo de la codeterminación: aspectos positivos

Una ventaja notable de la propuesta de Dicher es que no se ve afectada por la existencia de múltiples presentaciones del cálculo de secuentes para una misma lógica. Como se mencionó brevemente al final de la discusión sobre el minimalismo estructural en el capítulo anterior, una misma lógica puede tener más de una presentación en cálculo de secuentes. De acuerdo con la minimalista, para preservar el significado de una constante a través de dos lógicas diferentes es suficiente que exista al menos una presentación del cálculo de secuentes para cada lógica en la cual las reglas operacionales para la constante en cuestión sean idénticas. Sin embargo, ¿cómo se justifica esta postura? Este es un aspecto controvertido, como se discutirá posteriormente.

La propuesta de Dicher, en cambio, no enfrenta este problema. Según este autor, las reglas que determinan el significado de las conectivas cumplen tres características: i) ser conservativas, ii) ser únicas, y iii) ser estructuralmente mínimas. Si se trabaja con sistemas transitivos, entonces el punto crucial es que la conservatividad y la unicidad se evalúan en una presentación específica de un cálculo de secuentes, a saber; aquel que *únicamente* involucra las reglas estructurales Id y Corte, y las reglas estructuralmente mínimas que se están evaluando. Este sistema es, por así decirlo, "privilegiado". Una conectiva podrá tener reglas operacionales diferentes en presentaciones diferentes de cálculo de secuentes para una misma lógica, o para lógicas distintas. Sin embargo, su significado dependerá no de lo que suceda en esas presentaciones, sino de las reglas estructuralmente mínimas que sean únicas y conservativas en el sistema que, además de incluirlas, incluya solo las reglas Id y Corte.

En realidad el núcleo de la propuesta de Dicher es incluso independiente de ese sistema "privilegiado". La razón es que la teoría de este autor no requiere admitir la regla Corte como una regla válida; es decir, no requiere tratar únicamente con sistemas transitivos. El autor menciona explícitamente que el criterio para evaluar las reglas que han de definir a una constante es la conservatividad, y no la eliminación de la regla Corte. En sistemas no transitivos, i.e., que invalidan la regla Corte, la conservatividad puede evaluarse confirmando que al aplicar las reglas en cuestión se obtengan pruebas que poseen la propiedad de la subfórmula (*subformula property*). Una prueba posee esta propiedad cuando cada formula que ocurre en ella es un componente (una subfórmula) de las fórmulas que aparecen en el secuente conclusión (Dicher, 2016, pp. 753, 754). Así, de acuerdo con la teoría de Dicher, las reglas que determinan el significado de una constante son las que, además de ser estructuralmente mínimas, son únicas y son tales que, al aplicarlas, se obtienen pruebas que satisfacen la propiedad de la subfórmula. La existencia de presentaciones alternativas del cálculo de secuentes para una lógica no es de especial importancia.

Otro aspecto positivo estrechamente relacionado con el anterior es el siguiente. A las reglas que cumplen con las tres características mencionadas por Dicher las he llamado "reglas Ω". De manera sumamente resumida, la propuesta de Dicher parece reducirse a lo siguiente: dos conectivas tendrán el mismo significado cuando éstas sean definidas por las mismas reglas Ω. Tomando en cuenta la discusión anterior, sin embargo, podría considerarse si esa condición para preservar el significado de las conectivas no puede ser también una condición necesaria. A mi parecer esto es bastante plausible. En todo caso, es mucho más plausible que ésta condición pueda ser una condición necesaria, en oposición a la condición propuesta por el minimalismo estructural.[1] La propuesta de Dicher, así, daría una teoría más completa—y para algunas personas más atractiva—sobre el significado de las conectivas lógicas.

3.3. Significado en el pluralismo de la codeterminación: aspectos problemáticos

El primer aspecto que me parece problemático en la propuesta de Dicher se refiere a la presencia de lo que es, creo, una inconsistencia entre la imagen final de la teoría de este autor y el marco general dentro del cual esta teoría supuestamente se desarrolla: la semántica de teoría de pruebas y la semántica de roles conceptuales.

A grandes rasgos, la cuestión está relacionada con que las reglas que determinan el significado de una constante en una lógica (las reglas Ω), según la propuesta de Dicher, muchas veces—quizá incluso la mayoría de las veces—no son las reglas que gobiernan a esa constante en esa lógica; es decir, las reglas operacionales para esa constante. Así, las reglas que determinan el significado de una constante en una lógica no tienen que ser aquellas que nos dicen cómo se *usa* esa constante (cómo se manejan las fórmulas en las que esa constante es la principal). Esto es problemático, pues la apelación a las reglas inferenciales de una constante con el fin de explicitar su significado se debía a que éstas codificaban las condiciones bajo las cuales esa constante podía ser utilizada (lo cual es un precepto central de la semántica de teoría de pruebas), y las condiciones bajo las cuales se utiliza una constante es lo que determina su significado

[1] Esto se debe, en pocas palabras, a que seguramente es equivocado pensar que si una conectiva significa lo mismo en dos lógicas diferentes, entonces *existe* una presentación del cálculo de secuentes para las lógicas en cuestión en la que las reglas para aquella conectiva son idénticas. Los cálculos de secuentes son herramientas artificiales creados por personas. La identidad de significado de una conectiva a través de distintas lógicas no puede implicar algo relacionado con su existencia.

(lo cual es un precepto de la semántica de roles conceptuales), como se explicó en la sec. 2.2 del capítulo anterior. La situación, sin embargo, es un poco más grave.

Dicher parece reconocer el compromiso con el uso que tiene el dar una teoría del significado de las constantes lógicas en términos de sus reglas de inferencia:

> "[d]esde una perspectiva de teoría de pruebas, el significado de las conectivas lógicas está determinado por las reglas de inferencia (primitivas) a las que obedecen. Saber lo que significa una conectiva es saber como utilizarla en pruebas, es decir, saber bajo qué condiciones una oración dominada por una conectiva puede ser usada como una premisa y bajo qué condiciones puede ser usada como una conclusión" (Dicher, 2016, p. 729).

Al discutir la conservatividad como un criterio para la coherencia del significado de una constante, sin embargo, el autor menciona que es mejor pensar en una versión "localizada". En esta versión, como se discutió en el capítulo anterior, lo que se hace es considerar en "aislamiento absoluto" a la conectiva cuyo significado se está evaluando, y se revisa si es conservativa en el sistema que contiene únicamente Corte, Id, y las reglas que la han de definir. Además, el autor menciona que en lugar de exigir conservatividad "total" podríamos quedar satisfechos sabiendo que las aplicaciones de la regla Corte son eliminables cada vez que sus secuentes premisa fueron obtenidos por medio de las reglas I o D de la conectiva en cuestión, y la fórmula principal de los secuentes premisa es la fórmula Corte; es decir, que para la conectiva en cuestión siempre es posible hacer reducciones de Corte. Las reglas para una constante c que cumplan esta propiedad, que sean únicas y estructuralmente mínimas, en los sentidos discutidos en el capítulo anterior, determinarán el significado de c.

El problema, sin embargo, es que el hecho de que las reglas satisfagan la propiedad anterior (que siempre se puedan hacer reducciones de Corte) no garantiza que el sistema sea conservativo. Esto puede verse, según Dicher, en el ejemplo que da sobre el sistema que solo maneja las reglas estructuralmente mínimas de la disyunción multiplicativa, $+$, y la negación, $\neg$, y que también discutimos en el capítulo anterior. En este caso, recordemos, lo que sucede es que el hecho de limitarnos a usar las reglas estructuralmente mínimas de estas conectivas provoca que haya pruebas en las cuales Corte no es prescindible, es decir, con tales reglas el sistema no es conservativo. Además esto muestra, según el autor, que esas conectivas no pueden interactuar. Dicher mismo menciona que el hecho de que para una conectiva siempre sea posible hacer reducciones de corte

> "[n]o siempre garantiza la conservatividad. Así que hay (*recte*: puede haber) una brecha entre el hecho de que una conectiva este dotada con un significado coherente y el hecho de que sea utilizable en un sistema lógico determinado" (Dicher, 2016, p. 749).

El autor, sin embargo, no considera esto un problema:

> "[e]sto no es algo que debería preocuparnos. Es solo otra ilustración del truismo de que el que una conectiva sea utilizable *hic et nunc* depende de más que solo las reglas que la definen" (Dicher, 2016, p. 749).

Así, la cuestión no es solo que las reglas que determinan el significado de las constantes en una lógica, según la teoría de Dicher, muchas veces no son las reglas que las gobiernan en esa lógica. El problema más grave se encuentra precisamente en la existencia de esa brecha entre el hecho de que una conectiva posea un significado coherente y el hecho de que esa conectiva sea utilizable en un sistema lógico específico: puede que una constante *no* sea utilizable en una lógica cuando las reglas que la gobiernan son precisamente las que determinan su significado exitosamente. ¿Cómo puede suceder esto, dado el enfoque semántico en el que estamos? Como se mencionó previamente, la apelación a las reglas de inferencia para determinar el significado de una constante depende una conexión muy cercana entre, por un lado, las reglas y el uso de las constantes, y, por el otro, el significado de estas expresiones. La brecha entre el significado de una constante en una lógica y la cuestión de si es utilizable o no en esa lógica contraviene, entonces, algunos de los compromisos centrales de la semántica de teoría de pruebas (y la semántica de roles inferenciales). A mi parecer, Dicher debería intentar dar una justificación más elaborada sobre esto y explicar, al menos, por qué continúa dando una semántica de las constantes lógicas en términos de sus reglas si la cuestión del uso de estas expresiones se ha dejado de lado de esta manera.

El segundo problema que veo en la propuesta de de Dicher concierne su explicación de las diversas y "a veces inesperadas" maneras en las que una conectiva se puede comportar en diferentes sistemas. Como se explicó en el capítulo anterior, Dicher distingue entre propiedades estructurales intrínsecas y propiedades estructurales extrínsecas. Las propiedades intrínsecas a una conectiva son esenciales para la definibilidad de esa constante y forman parte integral de su significado (Dicher, 2016, p. 745). Las propiedades extrínsecas, por otro lado, no son necesarias para definir a una constante. Sin embargo, estas propiedades juegan un papel significativo en una lógica, mismo que Dicher presenta en el *Hecho 4*: las propiedades estructurales extrínsecas presentes en las reglas para conectiva le permiten interactuar con otras conectivas.

De acuerdo con el autor, además, los distintos secuentes que pueden ser probados en un sistema y en los que aparece una conectiva, c, muestran cómo c interactúa con las otras conectivas en ese sistema, ya sea actualmente o potencialmente. Es por ello que Dicher afirma que la presencia de propiedades estructurales extrínsecas se refleja también en estos secuentes. Siendo más específicos, los secuentes en los que aparece c y otras conectivas, muestran como c interactúa actualmente con esas conectivas. Por otro lado, los secuentes en los que solo aparece c muestran consecuencias del potencial incrementado que esta conectiva tiene para interactuar. Así, "en ningún caso necesitamos invocar la alteración del significado de la conectiva para explicar los nuevos, y quizás inesperados, aspectos de su comportamiento en pruebas" (Dicher, 2016, p. 745).

Mi visión de esta situación es la siguiente. El comportamiento de una constante en un sistema se refleja en los secuentes en los que aparece esa constante y que pueden probarse en ese sistema. Cuando Dicher habla de los nuevos y quizás inesperados aspectos del comportamiento de una conectiva en pruebas, me parece que se refiere a la variedad de secuentes que pueden probarse en diferentes sistemas y en los que ocurre esa conectiva. Respecto a estos secuentes tenemos dos opciones, o bien c es la única conectiva que ocurre en ellos, o bien también ocurren otras conectivas además de c. Es respecto de estos casos que Dicher afirma que no es necesario apelar a un cambio de significado de c para explicar la diversidad.

¿Por qué no es necesario? Creo que la respuesta es la siguiente. La variedad de secuentes que pueden probarse en diferentes sistemas y en los que ocurre c y otras conectivas muestra que c interactúa de diferente manera con las conectivas de diferentes sistemas. La variedad de secuentes que pueden probarse en diferentes sistemas y en los que *solo* ocurre c muestra que el potencial para interactuar que tiene c es distinto en cada sistema. Recordemos, sin embargo, que son las propiedades estructurales extrínsecas a c las que permiten que esta conectiva interactúe con otras (y, por lo tanto, las que determinan su potencial para interactuar también). Así, si el potencial que c tiene para interactuar o la manera en la que de hecho interactúa con otras conectivas cambia en diferentes sistemas, esto se debe a la presencia de distintas propiedades estructurales extrínsecas en las reglas con las que se maneja c en diferentes sistemas. Recordemos, sin embargo, que para Dicher una lógica está estructuralmente caracterizada por la unión de las propiedades estructurales inducidas por todas sus constantes (Dicher, 2016, p. 748). Además, las propiedades estructurales inducidas por una constante son sus propiedades intrínsecas. De esto obtenemos que las propiedades extrínsecas a c que aparecen en sus reglas son, finalmente, propiedades intrínsecas de *otras* constantes. A esto se le añade que, como apenas fue mencionado, las propiedades intrínsecas son, para Dicher, parte integral del significado de una conectiva. Así que al afirmar que los cambios en la manera en la que c interactúa actual o potencialmente en diferentes sistemas se deben a la presencia de diferentes propiedades estructurales extrínsecas en las reglas para manejarla en cada sistema, estamos afirmando que esos cambios se deben a que las conectivas de esos sistemas poseen diferentes propiedades intrínsecas. Esto, a su vez, implica que esas conectivas tienen diferente significado en cada sistema.

Estamos, entonces, en una situación peculiar. Dicher resalta que su teoría no necesita apelar al cambio de significado de una constante para explicar "los nuevos y quizás inesperados aspectos de su comportamiento en pruebas". En esto tiene razón, no es necesario decir que esa constante cambió de significado. Sin embargo, si lo discutido previamente es correcto, lo que explica la diversidad de comportamientos de una constante en diferentes sistemas cuando ésta se debe al cambio de propiedades extrínsecas a esa constante es, finalmente, que *otras* constantes *sí* cambiaron de significado a través de esos sistemas. Es importante notar que la teoría de Dicher aún provee condiciones suficientes para falsear VS, pues VS solo afirma que las conectivas que ocurren en las fórmulas que son elementos de los multiconjuntos cuya relación de consecuencia se discute cambiaron de significado, y no que todas las constantes que aparecen en ambas lógicas tienen significados distintos. El problema con esta situación es que nos vemos, por así decirlo, decepcionados: la explicación que brinda Dicher sobre cómo es que una misma constante puede comportarse de maneras tan diversas en diferentes sistemas sin cambiar su significado, que él mismo presenta como un aspecto positivo de su teoría, se reduce señalar el cambio de significado de las *otras* constantes del sistema.[2]

Así, la teoría de Dicher parece entrar en conflicto con algunos de los preceptos centrales de los enfoques a los cuales supuestamente pertenecía: la semántica de teoría de pruebas y la semántica de roles conceptuales. Estos preceptos, además, justifican la explicación

[2]Es importante mencionar que ésta no es la única explicación que Dicher puede dar de este fenómeno, pero sí es una explicación original que él puede dar a partir de su teoría. Así que el problema es más bien que la contribución original de la teoría de Dicher en este respecto no resulta ser tan atractiva.

del significado de las constantes en términos de las reglas que las gobiernan. Al aceptar que existe una brecha entre el hecho de que una constante posea un significado coherente y el hecho de que sea utilizable en un sistema particular se está tomando una distancia considerable de estos preceptos, y entonces no es claro por qué es legítimo apelar a reglas de inferencia para dar una teoría del significado de las constantes lógicas. Por otro lado, la explicación que puede darse a partir de las herramientas que provee esta teoría sobre los diversos comportamientos de una conectiva en diferentes lógicas parece reducirse a la afirmación de que hubo otras conectivas que *sí* cambiaron de significado. Si el costo de abandonar esta teoría es que no podemos recurrir a esta explicación, entonces parece que podríamos abandonarla sin mucho remordimiento.

Un último aspecto que considero problemático es que no es claro exactamente cuáles son las conectivas cuyo significado es preservado, según la propuesta de Dicher, ni tampoco a través de qué lógicas es preservado. En sus escritos nunca se encuentra información explícita sobre este punto, que es fundamental. A pesar de esto, creo que sí puede derivarse de manera relativamente directa que su teoría permitiría preservar el significado de la negación a través de la lógica clásica, intuicionista, e intuicionista dual; puede verse que estas conectivas poseen las mismas reglas Ω. Sin embargo, ¿qué otros casos de preservación de significado permite esta teoría? Si el de la negación es el único, esto sería una debilidad importante frente al minimalismo estructural; si no es el único, es necesario hacerlo explícito.

3.4. Minimalismo estructural: aspectos positivos

El minimalismo estructural, en cambio, no sufre de ninguno de los problemas que aquejan a la teoría de Dicher. Probablemente éste es uno de los aspectos positivos que son percibidos más rápidamente. Por un lado, no existe ninguna inconsistencia o tensión entre esta teoría y los preceptos centrales de la semántica de la teoría de pruebas o la semántica de roles conceptuales. La razón es que, de acuerdo con el minimalismo estructural, las reglas que determinan el significado de una constante en una lógica son simplemente las reglas operacionales que gobiernan su comportamiento (en el cálculo de secuentes para esa lógica).

Por otro lado, el minimalismo estructural nunca explica la preservación del significado de una constante a través de diferentes lógicas apelando al cambio de significado de otras constantes, como si lo hace—implícitamente—la propuesta de Dicher. De acuerdo con el minimalismo estructural, vale la pena recordar, si la diferencia entre las reglas que gobiernan a una constante en lógicas diferentes se debe a divergencias en la estructura de sus relaciones de consecuencia, entonces esas reglas son idénticas. La preservación de significado es posible cuando la variación entre lógicas es meramente estructural. La estructura de la relación de consecuencia (simbolizada por la flecha de secuente), además, no juega un papel en la determinación del significado de las conectivas. La relación de consecuencia que sí es relevante para esta tarea es la codificada por la línea de fracción, la consecuencia externa. Así, lo que explica el diverso comportamiento de una misma constante a través de diferentes lógicas es la presencia de diferentes propiedades estructurales en las relaciones de consecuencia en cuestión. Estas propiedades son, a su vez,completamente ajenas al significado de las conectivas, así que la identidad de significado de una conectiva en diferentes relaciones de consecuencia nunca se explicará por medio del cambio de significado de otras conectivas.

A los dos aspectos anteriores se les puede añadir que el minimalismo estructural logra preservar el significado de al menos algunas conectivas a través de un buen número de lógicas. No solo eso, sino que, históricamente, ha habido gran interés en mostrar que se puede preservar el significado de las conectivas precisamente a través de este rango de lógicas, como menciona Hjortland (2010). Entre éstas están, como se mencionó brevemente en el capítulo anterior, la lógica clásica, intuicionista, dual intuicionista, cuántica, y algunas lógicas de la relevancia. Además, está el caso de la lógica clásica y la lógica linear subexponencial sin constantes multiplicativas, **LL**, en el cual se logra preservar el significado de *todas* las conectivas.[3] A estas ventajas aún se les pueden añadir un par más, pero se discutirán más tarde.

El minimalismo estructural, entonces, parece ser una teoría con un buen número de aspectos considerablemente positivos. En los últimos 10 años, sin embargo, se ha señalado que también sufre de problemas importantes. Si se quiere rescatar la plausibilidad de esta teoría habría responder a estos señalamientos. Creo que es posible ofrecer una respuesta satisfactoria a estas objeciones, y es justo eso lo que intentaré hacer en la siguiente sección.

3.5. Minimalismo estructural: aspectos problemáticos *y* posibles soluciones

En esta sección discutiré algunas de las objeciones o argumentos más reconocidos que se han planteado en contra del minimalismo estructural. Estos son: el argumento de Dicher contra la tesis de la identidad, la “objeción metaquineana” de Hjortland, y ciertos problemas relacionados a la justificación de la manera minimalista de individuar reglas operacionales.

[3]Ver el Apéndice para los cálculos de secuentes de la lógica clásica, intuicionista, intuicionista dual y de lógica de la relevancia. Las presentaciones de cálculo de secuentes en las cuales hay identidad de significado de las conectivas de la lógica clásica y la cuántica, según el minimalismo, son extensiones de la lógica básica, **B**, de Sambin, Battilotti y Faggian (2000). El cálculo para esta lógica—formulado con multiconjuntos—no tiene reglas estructurales, y las reglas operacionales no involucran contextos del lado en el que aparecen las fórmulas activas. Si a ese cálculo se le agregan las reglas Debilitamiento y Contracción, se obtiene un sistema de lógica cuántica. Si, además de añadir estas reglas, se admiten contextos a ambos lados de la flecha de secuente se obtiene un sistema de lógica clásica. Paoli (2002) discute la lógica **B** de manera sumamente clara y sintética.

3.5.1. Dicher contra la tesis de la identidad

Como mencionamos en el capítulo anterior, un precepto central del minimalismo estructural es la tesis según la cual si la única diferencia entre dos reglas operacionales es estructural, entonces estas reglas son idénticas. Hemos llamado a esta tesis, siguiendo a Dicher (2016), la *tesis de la identidad* (*the sameness claim*). El mismo Dicher argumenta, sin embargo, que esta tesis es falsa. Como también se ha mencionado, este autor le atribuye esta tesis a Restall, sin mencionar el trabajo de Paoli. Por ello, su critica también se desarrolla dentro del contexto de la propuesta particular de este autor, a quien considera su principal interlocutor. No obstante, el argumento de Dicher contra la tesis de la identidad no apela de manera fundamental a ninguna premisa que no sea compartida—o que no pueda ser compartida— también por Paoli. Así, la crítica de Dicher puede verse como una objeción al minimalismo estructural en general, y no solo a la propuesta particular de Restall.

En el capítulo anterior mencionamos la imagen implícita que, según Dicher, Restall tiene sobre la individuación patrones inferenciales. Dado que para Restall una regla es simplemente un patrón inferencial, esto tiene incidencia también en la individuación de reglas. De acuerdo con esta imagen, si dos reglas operacionales tienen las mismas posiciones destacadas, i.e., fórmulas activas, entonces exhiben el mismo patrón inferencia. Debemos recordar que Dicher obtiene esta imagen a partir de la noción de 'regla' utilizada por Restall—regla como patrón inferencial—, pero también, y principalmente, de la tesis de la identidad. Así que esta visión sobre la individuación de reglas operacionales depende en un sentido importante de la tesis de la identidad, de modo que no tenemos la afirmación por sí sola de que si dos reglas operacionales tienen las mismas posiciones destacadas, entonces exhiben el mismo patrón inferencial. Esto se obtuvo con la tesis de la identidad como supuesto, así que lo que tenemos más bien, es que si la tesis de la identidad es verdadera, entonces si dos reglas operacionales tienen las mismas posiciones destacadas, exhiben el mismo patrón inferencial. Es importante tener esto en mente, pues nos ayudará a entender la dialéctica del argumento que Dicher presenta contra la tesis de la identidad. En pocas palabras, este autor buscará mostrar que no es el caso que si dos reglas operacionales tienen las mismas posiciones destacadas, entonces exhiben el mismo patrón inferencial. Como esta afirmación dependía directamente de la tesis de la identidad, Dicher concluye que esta tesis es falsa. Ésta es, en términos muy generales, la dialéctica del argumento tal y como este autor lo plantea en su artículo, y la que se seguirá a continuación. Como seguramente se verá a lo largo de esta exposición, hay una manera más sencilla de argumentar contra esta misma tesis. Dicher, sin embargo, no la considera. Este argumento alternativo será discutido brevemente más tarde, por ahora nos apegaremos al argumento original de Dicher tal y como él lo presenta.

Este autor registra lo que para él es la 'refutación' de la tesis de la identidad en su *Hecho 1*:

> "**Hecho 1.** Los contextos pasivos (i.e. las posiciones opacadas) juegan un rol en la determinación de patrones inferenciales, y por lo tanto son relevantes para establecer la identidad de las conectivas" (Dicher, 2016, p. 737).[4]

Este 'hecho' es la negación de una consecuencia de la tesis de la identidad, a saber, del condicional 'si dos reglas tienen las mismas posiciones destacadas (i.e., fórmulas activas), entonces exhiben el mismo patrón inferencial'. En efecto, lo que este condicional afirma es que la posesión de las mismas fórmulas activas es *suficiente* para determinar patrones inferenciales. Sin embargo, si los contextos pasivos también juegan un rol en la determinación de patrones inferenciales, entonces no es el caso que la posesión de las mismas fórmulas activas es suficiente para ello. Si, como hemos mencionado, esto era una consecuencia de la tesis de la identidad, entonces Dicher está en lo correcto cuando concluye que esta tesis es falsa.

[4]**Fact 1.** The passive contexts (i.e. obscured positions) play a role in the determination of inference patterns, and hence are relevant for establishing the identity of connectives.

Para establecer el *Hecho 1* el autor considera las reglas de la conjunción aditiva y multiplicativa, $\wedge D$ y $\wedge Dm$, que mencionamos ya en el capítulo anterior:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A, \Delta \qquad \Gamma \Rightarrow B, \Delta}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B, \Delta} \wedge D \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow A, \Delta \qquad \Sigma \Rightarrow B, \Theta}{\Gamma, \Sigma \Rightarrow A \wedge B, \Delta, \Theta} \wedge Dm$$

Posteriormente Dicher muestra que estas reglas *no* determinan el mismo rol inferencial. Para esto apela también a la reglas I de la conjunción aditiva:

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta}{\Gamma, A \wedge B \Rightarrow \Delta} \wedge I \qquad\qquad \frac{\Gamma, B \Rightarrow \Delta}{\Gamma, A \wedge B \Rightarrow \Delta} \wedge I$$

Al usar $\wedge D$ en conjunción con $\wedge I$ se obtiene un par de reglas único y conservativo, en los sentidos discutidos en el capítulo anterior. Es decir, tomando el sistema que incluye únicamente las reglas Corte, Id y el par $\{\wedge I, \wedge D\}$, todas las aplicaciones de la regla Corte pueden ser reducidas. Esto significa, a su vez, que estas reglas logran definir una conectiva exitosamente, a saber, la conjunción aditiva. La situación es diferente si se reemplaza la regla $\wedge D$ por $\wedge Dm$. Al utilizar $\wedge Dm$ en conjunción con $\wedge I$, de nuevo, en el sistema que, además de contenerlas, contiene únicamente a Corte e Id, se obtienen pruebas en las que las aplicaciones de Corte *no* pueden ser reducidas. En otras palabras, el par $\{\wedge I, \wedge Dm\}$ no es conservativo, y, por lo tanto, no logra definir una constante exitosamente. Esto es problemático. Es natural que el comportamiento inferencial de dos reglas sea distinto al variar la disponibilidad de reglas estructurales. Sin embargo, si dos reglas son idénticas y se usan en sistemas con las mismas reglas estructurales, como en los casos que acabamos de mencionar, entonces su comportamiento inferencial debería ser el mismo.

Dicher comenta que la falla de definibilidad del par $\{\wedge I, \wedge Dm\}$ puede ser corregida si se acepta la utilización de la regla Debilitamiento a la izquierda (*DI*, presentada en el capítulo anterior) en el sistema en el que se evalúa su conservatividad, en lugar de permitir solo la presencia de Corte e Id. De ser así, ya no se tendrían aplicaciones de la regla Corte que no pueden ser reducidas. De esta manera el par $\{\wedge I, \wedge Dm\}$, además de ser único, sería conservativo, y por lo tanto definiría una constante exitosamente. El autor añade que la utilización de las reglas de Debilitamiento para evaluar la conservatividad de las reglas de una conectiva es un asunto controvertido. Sin embargo, aunque esto no fuera así y estuviéramos seguros de que este par de reglas define exitosamente una conectiva, sigue habiendo diferencias importantes entre el comportamiento de $\wedge D$ y $\wedge Dm$. Específicamente, el par $\{\wedge I, \wedge D\}$ define exitosamente a una conectiva independientemente de la permisibilidad de Debilitamiento, mientras que, para lograr esto, el par $\{\wedge I, \wedge Dm\}$ requiere que esta regla esté disponible. La conclusión es la misma, las reglas $\wedge D$ y $\wedge Dm$ tienen diferente comportamiento inferencial.

Como se mencionó anteriormente, parece ser verdadero que si dos reglas son idénticas y se usan en sistemas con las mismas reglas estructurales, entonces su comportamiento inferencial tiene que ser el mismo. $\wedge D$ y $\wedge Dm$ tienen diferente comportamiento inferencial, así que o bien no son idénticas, o se están usando en sistemas con diferentes reglas estructurales. Este segundo disyunto no es el caso: ambas reglas se usaron en sistemas con las mismas reglas estructurales, a saber, Corte e Id. De esto podemos concluir que las reglas $\wedge D$ y $\wedge Dm$ no son idénticas.

Sin embargo, Dicher piensa que, para Restall, las reglas no son más que patrones inferenciales, así que dos reglas son idénticas si y solo si exhiben el mismo patrón inferencial. Ya que $\wedge D$ y $\wedge Dm$ no son idénticas, de lo anterior se sigue que no exhiben el mismo patrón inferencial. A pesar de esto, $\wedge D$ y $\wedge Dm$ *sí* destacan las mismas posiciones, es decir, tienen las mismas fórmulas activas.[5] Esto nos brinda un contraejemplo al criterio de individuación de patrones

[5] Recordemos que la fórmula que se introduce en el secuente conclusión, en ambos casos $A \wedge B$, es la *fórmula principal* de estas reglas. A la fórmula principal y las fórmulas de los secuentes premisa que son componentes de la fórmula principal, de nuevo, en ambas reglas A y B, se les llama *fórmulas activas*.

inferenciales que mencionamos al principio, a saber: si dos reglas operacionales tienen las mismas posiciones destacadas (i.e., fórmulas activas), entonces exhiben el mismo patrón de inferencia. En efecto, a pesar de que $\wedge D$ y $\wedge Dm$ tienen las mismas posiciones destacadas, estas reglas no exhiben el mismo patrón inferencial.

En una regla solo hay posiciones destacadas y posiciones opacadas, es decir, fórmulas activas o contextos pasivos. Así que si la posesión de las mismas fórmulas activas no es suficiente para determinar que dos reglas exhiben el mismo patrón inferencial, esto significa—o así lo asume Dicher—que los contextos también juegan un rol en la determinación de estos patrones. Así llegamos a la idea expresada por el *Hecho 2*. Como se mencionó al inicio, sin embargo, el criterio de individuación de patrones inferenciales—la posesión de las mismas posiciones destacadas—se había obtenido a partir de la tesis de la identidad; ésta se tenía como supuesto. De esta manera, si el criterio de individuación de patrones inferenciales es falso, se sigue, por *modus tollens*, que la tesis de la identidad también lo es.

Visto de manera más esquemática, el argumento de Dicher contra la tesis de la identidad es el siguiente (las premisas 1-5 fueron expuestas en el capítulo anterior):

P.D.: No es el caso que si la única diferencia entre las reglas operacionales R y R' es estructural, entonces R y R' son idénticas (i.e., la tesis de la identidad es falsa).

1. Las reglas operacionales R y R' son idénticas si y solo si exhiben el mismo patrón inferencial. [Definición de regla]

2. Las modificaciones estructurales afectan a los contextos de una regla, y no a sus posiciones destacadas (fórmulas activas). [Premisa]

3. Supongamos que si la única diferencia entre las reglas operacionales R y R' es estructural, entonces R y R' son idénticas. [Hipótesis, Tesis de la Identidad]

4. Si la única diferencia entre las reglas operacionales R y R' concierne a sus contextos, y no a sus posiciones destacadas (fórmulas activas), entonces son idénticas. [2, 3]

5. Si las reglas operacionales R y R' tienen las mismas posiciones destacadas (fórmulas activas), entonces son idénticas. [4]

6. Si las reglas operacionales R y R' tienen las mismas posiciones destacadas (fórmulas activas), entonces exhiben el mismo patrón inferencial. [5, 1]

7. Si es el caso que si la única diferencia entre las reglas operacionales R y R' es estructural, entonces R y R' son idénticas, entonces si las reglas operacionales R y R' tienen las mismas posiciones destacadas (fórmulas activas), entonces exhiben el mismo patrón inferencial. [Introducción del condicional, 3 - 6]

8. Consideremos a las reglas $\wedge D$ y $\wedge Dm$. Estas reglas *no* determinan el mismo comportamiento inferencial aún con las mismas reglas estructurales disponibles (con el mismo contexto precedente de deducibilidad). [Premisa]

9. Si las reglas operacionales R y R' son idénticas, y las mismas reglas estructurales están disponibles, entonces R y R' determinan el mismo comportamiento inferencial. [Premisa]

10. $\wedge D$ y $\wedge Dm$ no son idénticas. [8, 9]

11. $\wedge D$ y $\wedge Dm$ no exhiben el mismo patrón inferencial. [10, 1]

12. Sin embargo, $\wedge D$ y $\wedge Dm$ sí destacan las mismas posiciones (tienen las mismas fórmulas activas). [Premisa]

13. No es el caso que si las reglas operacionales R y R' destacan las mismas posiciones (tienen las mismas fórmulas activas), entonces R y R' exhiben el mismo patrón inferencial. [*Hecho 1.* 11, 12]

∴ No es el caso que si la única diferencia entre las reglas operacionales R y R' es estructural, entonces R y R' son idénticas.[13, 7]

Como se ha mencionado previamente, esta reconstrucción busca seguir la dialéctica presentada originalmente por el autor. Sin embargo, si ésta se deja a un lado es posible ofrecer, con la información que el mismo Dicher brinda, un argumento más breve contra la tesis de la identidad.

Recordemos que, de acuerdo con la tesis de la identidad, si la única diferencia entre dos reglas operacionales es estructural, entonces estas reglas son idénticas. Consideremos ahora las reglas $\wedge D$ y $\wedge Dm$. La única diferencia entre estas reglas concierne sus contextos, así que, bajo la noción que Dicher tiene de "estructural"—y que le atribuye a Restall—, la única diferencia entre estas reglas es estructural. Sin embargo, como ya se mostró, estas reglas determinan diferentes comportamientos inferenciales en sistemas con las mismas reglas estructurales disponibles, así que $\wedge D$ y $\wedge Dm$ no son idénticas. En ese caso, este par de reglas es un contraejemplo a la tesis de la identidad: su única diferencia es estructural, pero no son idénticas. Por lo tanto, la tesis de la identidad es falsa, como se buscaba. No me queda del todo claro por qué Dicher no eligió esta manera de presentar su argumento. Sin embargo, éste puede utilizarse como una especie de respaldo en caso de que alguna premisa del argumento más extenso, y que no se utilice en la versión más corta, sea rechazada. Específicamente, podemos utilizar esta versión abreviada como un argumento en contra tanto de Restall como Paoli, ya que Paoli no hace referencia a patrones de inferencia ni a sus criterios de individuación.

3.5.2. Sobre la noción de "estructural"

A mi parecer el argumento de Dicher no es sólido. En particular me parece cuestionable la noción de "estructural" que este autor maneja, reflejada en la premisa 2 del argumento más extenso: "las modificaciones estructurales afectan a los contextos de una regla, y no a sus posiciones destacadas (fórmulas activas)". Esta noción también juega un papel central en la versión abreviada del argumento, por lo que si se logra plantear buenas razones en su contra tendríamos buenas razones para pensar que esta objeción general al minimalismo estructural no es exitosa.

En el capítulo anterior se intentó dar una posible explicación de como es que Dicher llegó a aquella noción de "estructural", pues ésta no se encuentra explícita en Restall (2002, 2014), pero tampoco en Dicher (2014, 2016). Lo único que encontramos en su trabajo es que Dicher, en efecto, trabaja con esa noción de "estructural" (y no es algo que se le esté atribuyendo injustamente), como lo atestigua su formulación alternativa de la tesis de la identidad: "la tesis de la identidad afirma que las conectivas que son definidas por reglas que son idénticas excepto por sus contextos pasivos son idénticas (respecto a su significado" (Dicher, 2014, p. 71).[6] La pregunta no era, entonces, qué noción tiene este autor de "estructural", sino cómo había obtenido la que de hecho tiene. En ese momento se mencionó que la idea de "estructural" era hasta cierto punto natural o intuitiva, dada la postura del mismo Restall. Esta naturalidad, sin embargo, cede muy pronto cuando comenzamos a cuestionar la noción.

El problema, en pocas palabras, consiste en que la referencia a contextos que se hace en la noción de "estructural" tal y como es reflejada en la premisa 2 del argumento más extenso—o en la premisa 4, también—es muy poco definida. Se habla de modificaciones que "afectan a los contextos de una regla" o de reglas que "difieren únicamente respecto a sus contextos". Sin embargo, ¿cómo exactamente se ven afectados los contextos al hacer una modificación estructural? ¿Cualquier clase de diferencia entre contextos cuenta como una diferencia estructural? Estas preguntas cobran especial importancia cuando se nota que la diferencia en los contextos que se da entre las reglas que menciona Restall—las reglas operacionales para el frag-

[6] "The sameness-claim states that connectives defined by rules which are identical except for their passive contexts are (meaning) identical", traducción propia.

mento que involucra a $\{\wedge, \vee, \neg\}$ de las lógicas clásica, intuicionista, e intuicionista dual—es distinta a la diferencia que se da entre $\wedge D$ y $\wedge Dm$. El primer caso puede verse como una restricción concerniente a la cardinalidad de los contextos: en lógica clásica se permiten contextos no vacíos a ambos lados, en lógica intuicionista se requieren contextos vacíos a la derecha, mientras que en lógica intuicionista dual contextos vacíos a la izquierda. Por otro lado, en las reglas $\wedge D$ y $\wedge Dm$ se permite que los contextos sean *distintos*; éstos podrían llegar a tener la misma cardinalidad, pero en ese caso sigue estando permitido que sean distintos.[7] Tenemos, entonces, la siguiente información: las reglas que menciona Restall difieren de manera distinta a como difieren las que menciona Dicher. La diferencia entre las primeras es estructural, eso esta fuera de discusión, pero, ¿estamos seguros que la diferencia existente entre las últimas también lo es?

Creo que volver a revisar la postura de Restall puede ser de ayuda para al menos intentar clarificar estas cuestiones. Como se mencionó en el capítulo anterior, este autor afirma que utilizando "las mismas reglas" pero aplicando distintas restricciones en pruebas se obtienen diferentes tipos de prueba o derivación, y con ello relaciones de consecuencia divergentes sobre un mismo lenguaje. Así, por ejemplo, si se tiene una prueba clásica (en LK, por ejemplo)—presentada también en el capítulo anterior—y se le aplica la restricción de tener a lo más una fórmula del lado derecho, se obtiene una prueba intuicionista. Por otro lado, si a la prueba clásica se le aplica la restricción de tener a lo más una fórmula del lado izquierdo se obtiene una prueba intuicionista dual (Restall, 2014, p. 284). Aquí, cuando Restall dice "del lado derecho" o "del lado izquierdo" se refiere, claro, al lado derecho o izquierdo *de la flecha de secuente*, "$\Rightarrow$". Así, las restricciones sobre pruebas de las que apenas hablamos se obtienen por medio de restricciones a la relación de derivabilidad, simbolizada por "$\Rightarrow$". Una prueba satisface cierta restricción cuando todos los secuentes que ocurren en ella la satisfacen. Por esto debe entenderse, claro, secuentes de nivel 1, i.e., de forma $\Gamma \Rightarrow \Delta$. Curiosamente, Dicher

[7] Agradezco a Claudia Tanús Pimentel por ayudarme a aclarar este punto.

parece estar de acuerdo en que, en la propuesta de Restall:

> "[l]a variación, entre dos lógicas, de la clase de secuentes derivables se debe al hecho de que diferentes lógicas imponen diferentes restricciones sobre la relación de derivabilidad; diferentes lógicas operan con diferentes nociones de prueba" (Dicher, 2016, p. 733).

Tratar restricciones como las mencionadas previamente como restricciones sobre contextos parece ser inocuo, al menos en un principio. Las restricciones a las reglas de la lógica intuicionista o intuicionista dual pueden formularse como restricciones directas sobre la relación de derivabilidad, como lo hace Restall, pero también como restricciones sobre contextos, como vimos al inicio. Esto, sin embargo, puede dar pie a confusiones y llevar a pensar que las restricciones sobre contextos son solo otra forma de plantear restricciones sobre la relación de derivabilidad, cuando en realidad no tenemos garantía de que toda restricción sobre contextos se deba a una restricción sobre la relación de derivabilidad. Me parece que esto es precisamente lo que le pasa a Dicher. Es cierto que $\wedge D$ y $\wedge Dm$ difieren respecto a sus contextos, pero esta divergencia, creo, no se debe a una restricción sobre la relación de derivabilidad tal y como es representada por "$\Rightarrow$". Esta restricción, recordemos, es algo cercano a lo siguiente: "los contextos en los secuentes premisa deben poder ser distintos". ¿Qué característica deberían cumplir los secuentes de nivel 1 en una prueba para obtener tal restricción sobre contextos? No es claro que haya una en lo absoluto. En primer lugar, esta restricción hace referencia a secuentes premisa, y ningún secuente de nivel 1 es por sí mismo un secuente premisa. Un secuente se vuelve secuente premisa solo en el marco de la aplicación de una regla en una prueba. Lo mismo sucede con los contextos. Ninguna colección de fórmulas es un contexto por sí misma; solo lo es en el marco de la aplicación de una regla y con relación a una fórmula que se identificó como la fórmula principal de la regla. No obstante, el problema más grave, creo, ya fue mencionado: la diferencia en los contextos de los secuentes premisa de $\wedge Dm$, va más allá de la mera cardinalidad, como el mismo Dicher reconoce (Dicher, 2016, p. 737). Se debe permitir que los contextos sean distintos, aún pudiendo tener éstos la misma cardinalidad; si fuera así, entonces debe permitirse que los contextos puedan diferentes fórmulas como elementos. Hasta donde yo alcanzo a ver, no hay manera de recuperar estos rasgos mediante restricciones a secuentes de nivel 1.

De este análisis obtenemos, creo, dos resultados principales y que fungen como una respuesta directa al argumento de Dicher. En primer lugar, la noción de "estructural", tal y como puede extraerse del trabajo de Restall, es más fina de lo que Dicher piensa. Para ser más específico, no es correcto afirmar simplemente que "las modificaciones estructurales afectan a los contextos de una regla, y no a sus posiciones destacadas" o que si la única diferencia entre dos reglas es estructural, entonces esta diferencia concierne a sus contextos. Las modificaciones estructurales son principalmente restricciones a la relación de derivabilidad tal y como es representada por "$\Rightarrow$". Insisto en que esto es lo que puede obtenerse del trabajo de Restall. Si Dicher o alguien más piensa que cualquier modificación sobre contextos es correctamente caracterizada como estructural, tendría que ofrecer un argumento mostrando cómo eso es una extensión legítima de la propuesta de Restall. Dicher, por su parte, no hace esto.

Así, mientras que probablemente toda restricción a la relación de derivabilidad involucrará una restricción a los contextos de una regla, no es el caso que toda restricción sobre contextos involucre una restricción sobre la relación de derivabilidad, como se acaba de mostrar. Si se quisiera continuar haciendo referencia a contextos debería afirmarse, más bien, que las modificaciones estructurales involucran *cierto tipo* de afectaciones en los contextos de una regla, pero no cualquier tipo. De todas formas, sería útil no perder de vista que las modificaciones estructurales son principalmente modificaciones a la relación de derivabilidad, y solo en un sentido secundario modificaciones a los contextos de una regla.

De esta manera, revisando nuestra comprensión de la noción de "estructural", y apegándonos de manera un poco más estricta a lo dicho por Restall, vemos que no toda diferencia en los contextos de dos reglas puede catalogarse como una diferencia estructural. El punto crucial, el segundo resultado obtenido, es que, particularmente, la diferencia entre $\wedge D$ y $\wedge Dm$ *no* es estructural. Gracias a esta nueva información es posible ver que los argumentos en contra de la tesis de la identidad no logran su cometido. Las relaciones entre, especialmente, las premisas 1 - 7 en el argumento más extenso se rompen, y en el argumento más breve se pierde la premisa según la cual la única diferencia entre $\wedge D$ y $\wedge Dm$ es estructural. Así, este par de reglas ya no funge como un contraejemplo a la tesis de la identidad. Si lo dicho hasta ahora es correcto, entonces, Dicher no ha probado que la tesis de la identidad es falsa.

Esto es lo que puede decirse del argumento de Dicher apelando a su misma fuente y objeto de crítica: Restall (2014). El trabajo de Paoli, sin embargo, puede ayudar a clarificar un poco más varios puntos que están involucrados en esta cuestión, específicamente, la tesis de la identidad, el tipo de restricción presente en $\wedge Dm$, y por qué, a pesar de que la única diferencia entre $\wedge D$ y $\wedge Dm$ concierne sus contextos, la conectivas cuyo significado ayudan a determinar—la conjunción aditiva, y multiplicativa, respectivamente—tienen significados diferentes.

Es importante mencionar que Paoli solo hace un comentario sumamente sintético respecto a la diferencia entre $\wedge D$ y $\wedge Dm$:

> "[p]arte de su significado [de la conjunción clásica], si seguimos la postura defendida hasta ahora, está dado por su regla de introducción a la derecha, según la cual podemos aseverar justificadamente la fórmula $A \wedge B$ (dentro de un contexto dado), a condición de que podamos aseverar justificadamente sus componentes A, B (dentro del mismo contexto)... La especificación "dentro de un contexto dado" es importante, pues el comportamiento de las fórmulas laterales obviamente afecta las reglas operacionales que estamos considerando (hace la diferencia, por ejemplo entre las reglas de introducción de [la conjunción aditiva] y [la conjunción multiplicativa])..." (Paoli,

2014, p. 459).

Por ello debe aclararse que la siguiente discusión no se le atribuye directamente a este autor, aunque sí esté basada en su propuesta.

Como se explicó, la referencia conjunta a secuentes premisa y distinción de contextos que va más allá de la cardinalidad hacen que la restricción presente en $\wedge Dm$ no pueda ser capturada por restricciones a secuentes de nivel 1. Sin embargo, me parece que no hay impedimento para que esa restricción sea capturada por restricciones a secuentes de nivel 2, i.e., secuentes de la forma:

$$\frac{S_1 \qquad S_2}{S_3}$$

De hecho, el tipo de restricción presente en $\wedge Dm$ parece ser justo una restricción a secuentes de nivel 2, dada la referencia a los contextos de secuentes premisa. Retomando la discusión que se tuvo en el capítulo anterior sobre los diferentes sentidos de "seguirse de" involucrados en una regla operacional, podemos decir que si las restricciones a secuentes de nivel 1 son restricciones a la relación de derivabilidad, al sentido de "seguirse de" tal y como es representado por la flecha de secuente, "$\Rightarrow$", las restricciones a secuentes de nivel 2 son restricciones al sentido de "seguirse de" tal y como es representado por la *línea de fracción*. En otras palabras, la restricción presente en $\wedge Dm$ no es sobre la noción *horizontal* de "seguirse de", i.e., sobre la relación de consecuencia interna, sino sobre la noción *vertical*, es decir, sobre la relación de consecuencia *externa*.

¿Cuál es exactamente el sentido de "seguirse de" representado por la línea de fracción? Como se mencionó en el capítulo anterior, cuando afirmamos que el secuente conclusión *se sigue del* secuente premisa en este sentido, estamos afirmando que el secuente premisa provee fundamentos para aseverar el secuente conclusión; es decir, siempre que aceptemos el secuente premisa, estamos comprometidos a aceptar el secuente conclusión. Tomando esto en cuenta, la restricción presente en $\wedge Dm$ puede formularse de la siguiente manera: se podrá aseverar justificadamente la fórmula $A \wedge B$ (dentro de un contexto dado), si se puede aseverar justificadamente sus componentes, A, B (*en diferentes contextos*).

Introducir la distinción consecuencia interna/consecuencia externa permite formular la tesis de la identidad, así como su defensa, de manera más específica. Como se mencionó previamente en esta sección, para Restall las modificaciones estructurales son principalmente restricciones a la relación de derivabilidad tal y como es representada por "$\Rightarrow$". Este símbolo, sin embargo, también codifica la consecuencia interna del cálculo de secuentes en uso, así que cuando Restall y Paoli hablan de estructura y restricciones o cambios en las propiedades estructurales, se refieren a restricciones o cambios en las propiedades de la consecuencia interna. Así, cuando en la tesis de la identidad se afirma que una diferencia estructural no es suficiente para distinguir dos reglas, se quiere decir que una restricción a la consecuencia interna que opera en cada regla no es suficiente para afirmar que son distintas.

Por otro lado, si lo discutido unas líneas más arriba es correcto, la restricción presente en $\wedge Dm$ no es producto de una restricción sobre la consecuencia interna del cálculo de secuentes, sino sobre la consecuencia externa. Previamente se dijo que ésta restricción no era estructural, sin embargo, ahora vemos que es necesario matizar esta afirmación. La restricción sobre $\wedge Dm$ sí es estructural, pero no en el mismo sentido en el que las restricciones sobre las reglas de la negación en la lógica intuicionista o intuicionista dual lo son. Éstas restricciones son estructurales, y relativas a la consecuencia interna, mientras que la restricción sobre $\wedge Dm$ es también estructural, pero relativa a la consecuencia *externa*.

Si esto es correcto, cuando Dicher argumenta en contra de la tesis de la identidad no toma en cuenta la distinción consecuencia interna/consecuencia externa. Esto lo lleva a ignorar que la tesis de la identidad se encuentra a nivel de la consecuencia interna, así como a confundir propiedades estructurales relativas a la consecuencia externa con propiedades estructurales relativas a la consecuencia interna. Es por esto que el argumento de Dicher falla.

La situación, sin embargo, no es simplemente que el minimalismo estructural no se ve afectado por la objeción de Dicher, sino que esta teoría, en especial tal y como ha sido desarrollada por Paoli, puede incluso explicar cómo es que una diferencia tan sutil como la que distingue a las reglas operacionales de la conjunción aditiva y la conjunción multiplicativa puede dar pie a conectivas con diferente significado.

Para ver esto volvamos al caso de $\wedge D$ y $\wedge Dm$. Como se explicó anteriormente, la restricción presente en $\wedge Dm$ se debe a una restricción sobre la consecuencia externa: se permite que los secuentes premisa tengan contextos diferentes. Además, la relación de consecuencia externa es la relación relevante en lo que concierne a la determinación del significado de las conectivas. En el capítulo anterior se mencionó, sin embargo, que Paoli reconoce que el significado de "seguirse de", en cualquiera de sus dos sentidos, puede ser sensible a las propiedades estructurales que se le atribuyan a la relación de consecuencia. Dado que la consecuencia externa en $\wedge Dm$ tiene una restricción que no está presente en $\wedge D$, sus propiedades estructurales son diferentes a las de la consecuencia externa en $\wedge D$. En otras palabras, el sentido en el que el secuente conclusión se sigue del secuente conclusión en $\wedge D$ es distinto al sentido presente en $\wedge Dm$. Vimos que una condición necesaria para la individuación de reglas es que sus consecuencias externas tengan las mismas propiedades estructurales, y éste no es el caso con $\wedge D$ y $\wedge Dm$. Esto implica que estas reglas son distintas, y, por lo tanto, que las conectivas que gobiernan (parcialmente) tienen diferentes significados. Así, los aspectos aparentemente problemáticos de estas reglas en realidad van de acuerdo a los preceptos principales del minimalismo estructural.

3.5.3. Hjortland y la objeción metaquineana

En el capítulo anterior se mencionó muy brevemente que una de las motivaciones en Paoli (2014) para aclarar los sentidos de "seguirse de" involucrados en una regla y aplicar la distinción entre consecuencia interna y consecuencia externa a su versión del minimalismo estructural surgió a partir de una crítica de Hjortland (2010). Esta respuesta, sin embargo, es nuevamente criticada en Hjortland (2014), quien considera que la propuesta de Paoli no ataca el verdadero núcleo de la cuestión. Antes de considerar la réplica de Hjortland, sin embargo, conviene tener un panorama general de la situación.

A grandes rasgos, la objeción original presente en Hjortland (2010), llamada “metaquineana” por Paoli, consiste en argumentar que la estrategia de la minimalista estructural para lograr identidad de significado de las conectivas origina la variación de significado de los símbolos del metalenguaje, en especial, de “$\Rightarrow$”. Esto se debería, según Hjortland, a que las propiedades estructurales, y en específico las reglas estructurales, gobiernan estos símbolos. La variación de estas propiedades, que es a lo que el minimalista recurre para explicar los cambios en los conjuntos de secuentes que pueden ser probados en diferentes lógicas, implicaría el cambio de significado de los símbolos del metalenguaje.

La principal preocupación de Paoli respecto a la objeción metaquineana es la que se mencionó en el capítulo anterior; a saber, que el supuesto cambio de significado de “seguirse de”, en el sentido representado por la flecha de secuente, pueda reintroducir la variación de significado de las conectivas lógicas. De ser así, entonces incluso reglas con las mismas fórmulas activas y los mismos contextos podrían ser distintas. La flecha de secuente, dice Paoli, sería un “falso amigo” (Paoli, 2014, p. 445).

Como se explicó en el capítulo anterior, Paoli responde a esta objeción utilizando la distinción entre consecuencia interna y consecuencia externa. Independientemente de si la flecha de secuente es un falso amigo o no, el sentido de “seguirse de” que es relevante para la determinación del significado de las constantes es el representado por la línea de fracción. El punto crucial, además, es que las propiedades estructurales de este símbolo no cambian luego de modificaciones sobre las propiedades estructurales de la consecuencia interna. Así, “[a] pesar de que el separador de secuentes $\Rightarrow$ puede ser un falso amigo, la *línea de fracción* que separa los secuentes premisa de la conclusión en una regla operacional no lo es” (Paoli, 2014,

p. 459). Por lo tanto, incluso si la flecha de secuente tuviera diferente significado en lógicas que le atribuyen diferentes propiedades estructurales, esto no implicaría la variación de significado a nivel del lenguaje objeto.

Hjortland (2014) parece conceder que Paoli logra evitar la reintroducción de la variación de significado a nivel de lenguaje objeto por medio del cambio de significado de la flecha de secuente:

> "Es verdad que los cálculos de secuentes tienen una relación compartida de derivación de secuentes—la línea de fracción—que tiene algunas propiedades meramente por definición. Mientras éstas sean las mismas entre dos lógicas, el metaquineano no puede argumentar que hay cambio de significado" (Hjortland, 2014, p. 481).

Su réplica, sin embargo, consiste en señalar que la variación de significado a nivel de metalenguaje, y, específicamente, en el caso de la flecha de secuente, "$\Rightarrow$", es un problema por sí mismo. La razón, según Hjortland, es que si el significado de "seguirse de", o de "validez", representado por este símbolo del metalenguaje cambia a través de diferentes lógicas, entonces la aparente disputa entre dos personas sobre si un enunciado se sigue o no de ciertas premisas se debe a que utilizan la misma expresión, "se sigue de", para hablar de cosas diferentes. En palabras de Hjortland, la disputa se vuelve "verbal":

> "[e]l punto del metaquineano es que la variación de significado original no estaba dirigida en contra de las conectivas lógicas en particular. Simplemente se trataba de establecer que las disputas sobre lógica son meramente verbales. Ahora el argumento de la variación del significado se le está adhiriendo a más que solo las conectivas. Concierne las nociones de 'validez' o 'seguirse de'. Aun si el lógico clásico y el intuicionista quieren decir lo mismo con 'o' y con 'no', no se sigue que quieren decir lo mismo con 'A o no-A es válido' " (Hjortland, 2014, p. 478).

De acuerdo con este autor, además, si el significado de "seguirse de", en el sentido representado por la flecha de secuente, cambia a través de diferentes lógicas, entonces estas lógicas tratan temas distintos. En pocas palabras, la minimalista estructural no logra evitar el dictum quineano "cambio de lógica, cambio de tema" evitando la variación de significado a nivel del lenguaje objeto:

> "[s]i el concepto de validez no es estable a través de teorías rivales, no hay razón para pensar que el mismo tema está bajo disputa [...] Presumiblemente, lo que queremos es una teoría del desacuerdo lógico que evite hacer la disputa una [disputa] verbal, aun para expresiones como 'válido' " (Hjortland, 2014, p. 479).

Hay dos cosas importantes que notar respecto a la réplica de Hjortland. En primer lugar, sus observaciones no representan un problema para el minimalismo estructural como respuesta a la pregunta principal de esta investigación. Recordemos que se pregunta por condiciones suficientes para preservar el significado de las conectivas a través de lógicas que difieren en la manera relevante. La objeción metaquineana, como ya se mencionó, no cuestiona al minimalismo estructural en su capacidad para proveer estas condiciones; se concede que la variación de significado a nivel del lenguaje objeto fue eliminada. En segundo lugar, alguien como Restall, que está interesado en formular un pluralismo lógico sin variación de significado de las conectivas, no tendría ningún problema en conceder el punto de la objeción metaquineana. Restall, junto con JC Beall, recordemos, ha buscado plantear una versión del pluralismo lógico en la cual lo que cambia de significado no son las constantes lógicas, sino precisamente los sentidos de "validez" o "seguirse de" involucrados en ellas. Así, lo que Restall busca es decir que, por ejemplo: que "$A, \neg A \vdash_C B$, pero $A, \neg A \nvdash_R B$. [Es decir, que] A y $\neg A$ juntas, implican *clásicamente* B, pero A y $\neg A$, no implican *relevantemente* B" (Restall, 2002, p. 433). Esto se contrapone a: "$A, \neg_C A \vdash B$ pero $A, \neg_R A \nvdash B$. [Es decir, que] A junto con su negación *clásica* implica B, pero junto con su negación *relevantista* puede no implicar B"

(Restall, 2002, p. 433). Así, en la medida en que la objeción metaquineana no cuestiona ningún precepto del minimalismo estructural, de nuevo, visto como respuesta a la pregunta principal de esta investigación, me parece que no es necesario dar un argumento en su contra.

Considero importante mencionar, sin embargo, que hay otra cosa que esta objeción sí cuestiona, a saber, que respondiendo a esta pregunta se llegue a la solución de uno de los problemas que, como se mencionó, supuestamente representaba la tesis quineana: la amenaza al carácter genuino de los desacuerdos lógicos, i.e., desacuerdos sobre el estatus lógico de un argumento. Así, esta objeción de Hjortland puede verse como una objeción a la formulación de VS que se hizo en el primer capítulo; objetaría que no logra capturar la amenaza al carácter genuino de los desacuerdos lógicos. Como la pregunta principal de esta investigación está basada en esa formulación, también sería una objeción al planteamiento de esta pregunta. No creo que sea del todo necesario solucionar esta cuestión en este momento. Únicamente me gustaría notar, sin embargo, que no es para nada claro que el cambio de significado de "seguirse de" a través de distintas lógicas, *sin* la variación de significado de las conectivas, representa también un cambio de tema, y por lo tanto, una amenaza al carácter genuino de los desacuerdos lógicos, en la misma manera en la que lo representaba el cambio de significado a nivel del lenguaje objeto. Volviendo a Restall, si tenemos cambio de significado solo a nivel de metalenguaje, entonces tenemos *una misma* forma de argumento que se evalúa de maneras distintas. En cambio, teniendo cambio de significado en los dos niveles se tienen evaluaciones distintas sobre *dos* formas de argumento (Restall, 2002, p. 433). En el segundo caso puede verse que, en algún sentido, la disputa es verbal; las partes estarían hablando de cosas diferentes. Esto no es claro en el primer caso, aquí se puede afirmar que se habla del mismo tema en el sentido de que del mismo objeto se predican cosas distintas. Claro, el predicado es distinto, pero finalmente en eso consiste un desacuerdo. Para argumentar que de todas formas en este caso la disputa es solo verbal o no es genuina, Hjortland tendría que brindar cierta imagen sobre las relaciones entre los diferentes significados de “seguirse de” que le den más contenido a este punto y le sirvan de apoyo, y esto no lo hace.

3.5.4. ¿Qué determina el significado y por qué?

Como se ha discutido, una parte central del minimalismo estructural es la idea de que una regla operacional puede sufrir ciertos cambios—cambios estructurales—y poder seguir siendo identificable como esa misma regla. Por ejemplo, restringir la relación de consecuencia interna para que del lado derecho de la flecha de secuente haya a lo más una fórmula, en la lógica intuicionista, no hace que las reglas de la negación, conjunción y disyunción sean distintas a las de la lógica clásica (según Restall). Como el significado de las conectivas está dado por estas reglas, esto significa que hay aspectos de una regla que forman parte del significado de las conectivas y aspectos que no. En el capítulo anterior se presentó la justificación que la minimalista estructural ofrece respecto a la manera en la que demarca estos aspectos, y la discusión sobre la tesis de la identidad nos llevó a profundizar en este punto. Sin embargo, ¿qué tan efectiva es la justificación de la minimalista estructural respecto a la demarcación entre aspectos que forman parte del significado de una constante y aspectos que no forman parte de su significado? ¿Es ad hoc? Este es uno de los puntos que, según autores como Hjortland, debe ser clarificado:[8]

> “[p]ara que el minimalismo estructural sea plausible debe ser dada una demarcación mejor fundamentada entre lo estructural y lo no estructural. Una que no solo tenga un rango apropiado de aplicaciones, sino que también explique por qué ciertas propiedades de las reglas de inferencia constituyen el significado y otras no” (Hjortland, 2014, p. 476).

[8]Agradezco a Mario Gómez Torrente por presionarme a aclarar este punto.

A mi parecer, sin embargo, la demarcación de la minimalista estructural no es arbitraria. Las razones son las siguientes.

En primer lugar se debe tomar en cuenta que hay modificaciones a reglas que no hacen referencia alguna a las conectivas, como ha sido mencionado desde Haack (1974):

> "considérese la formulación de Gentzen de la lógica mínima (L_J); difiere de la lógica clásica no con respecto a las reglas de introducción y eliminación para las conectivas, sino con respecto a las reglas estructurales para la deducibilidad; a saber, [la lógica mínima] resulta de restringir las reglas para la lógica clásica (L_K) prohibiendo los consecuentes múltiples" (Haack, 1974, p. 10).

Dado que esta restricción no involucra fundamentalmente referencia alguna a las conectivas, afirma Haack, no es claro que se pueda explicar a partir de un cambio en el significado de estas expresiones. Este tipo de restricciones son ajenas a las conectivas en un sentido importante: al aplicarlas no sucede que algunas reglas involucren mas o menos conectivas, o que involucren más o menos ocurrencias de conectivas, ni que las posiciones de las ocurrencias de las conectivas sean modificadas (Dicher, 2014, p. 64). Lo que se modifica directamente son, al menos en un principio, las propiedades estructurales de la relación de consecuencia interna, p. ej. transitividad, reflexividad, monotonicidad, permitir una o múltiples conclusiones, permitir una o múltiples premisas, etcétera.

La intuición es, entonces, que los aspectos de una regla que sean producto de las propiedades estructurales de la relación de consecuencia, y por lo tanto no hagan referencia a las conectivas, no forman parte del significado de estas expresiones. Este punto, sin embargo, no es trivial. Se puede conceder que se modificó primordialmente la relación de consecuencia, y no las conectivas. Sin embargo, ¿por qué la modificación de las propiedades estructurales de esta relación no habría de involucrar un cambio en el significado de las conectivas? Darlo por sentado sería una petición de principio: la relación entre el significado de las conectivas y la relación de consecuencia es precisamente lo que está en juego. El punto crucial, creo, se encuentra en lo que entendamos por "uso" cuando afirmamos que el significado de una constante está fijado por su comportamiento en las reglas de inferencia que gobiernan su uso, así como en la distinción entre consecuencia interna y consecuencia externa.

En el capítulo anterior, recordemos, se explicó que aplicando la semántica de roles conceptuales al caso de las conectivas lógicas puede afirmarse que el significado de una conectiva está fijado por su comportamiento en las reglas de inferencia que gobiernan su uso. Por "uso de una conectiva" Paoli entiende la aseveración justificada (*warranted assertion*) de los enunciados en los que la conectiva principal es la conectiva en cuestión (Paoli, 2007, p. 555). Como se discutió anteriormente, el sentido de "seguirse de" que tiene que ver con la preservación de la justificación para aseverar (*preservation of the warrant to assert*) *no* es el representado por la flecha de secuente, "$\Rightarrow$", sino el que representa la línea de fracción (Paoli, 2014, pp. 468, 469) (Mares & Paoli, 2014, p. 16). En efecto, una conclusión se sigue de ciertas premisas, en este sentido, si las premisas proveen fundamentos para aseverar la conclusión (Mares & Paoli, 2014, p. 15). Ésta es justo la noción, de acuerdo con Mares y Paoli, que se tiene en mente cuando se afirma que las reglas de las conectivas en el cálculo de secuentes proveen el significado de estas expresiones por medio de la especificación de cuándo podemos inferir, digamos, una oración conjuntiva a partir de sus conyuntos. Por ello, lo que interesa *no es* el sentido en el que el consecuente se sigue del antecedente en un secuente (codificado por "$\Rightarrow$"). Por esto mismo es que, para la minimalista estructural, los aspectos de una regla que sean producto de las propiedades estructurales de la relación *interna* no formarán parte del significado de la conectiva que gobiernan. Por otro lado, los aspectos de una regla que sí afecten el significado de la conectiva que gobiernan serán los que involucren directamente conectivas u ocurrencias de conectivas, especialmente los que conciernan las fórmulas activas de una regla, o, si no involucran a las conectivas o sus ocurrencias, serán también los aspectos que sean producto de las propiedades estructurales de la consecuencia *externa* del cálculo de secuentes en cuestión.

Incluso habiendo aclarado esto se puede objetar, sin embargo, que esa demarcación de los aspectos que determinan el significado y los aspectos que no lo hacen recae en gran medida en la manera particular en la que se presenta la teoría de la prueba de una lógica, y no en rasgos intrínsecos a la lógica misma (Paoli, 2014, p. 444). En otras palabras, puede suceder que una lógica tenga más de una presentación en cálculo de secuentes y que rasgos que conciernen a la estructura de la relación interna en una presentación se formulen como rasgos que pertenecen a una conectiva en otra presentación, o vice versa. Ésta es una objeción presentada originalmente, de nuevo, por Hjortland, quien señala que algunas veces lo que pensamos que es una característica esencial de una conectiva lógica es extraída y formulada como una propiedad estructural que abarca el sistema entero (Hjortland, 2010, pp. 176, 177). Si los aspectos centrales en los que se basa el minimalismo estructural pueden variar de esta manera, puede haber casos en los que, en ciertas presentaciones de cálculo de secuentes para dos lógicas, las reglas operacionales de alguna de sus constantes difieran solo estructuralmente, mientras que, en otras presentaciones, la diferencia se deba a aspectos no estructurales. ¿Qué podemos decir acerca de la conectiva en cuestión en estos casos? ¿Significa lo mismo en ambas lógicas, o no? Además, ¿no es problemático basar la teoría en aspectos que dependen de la manera particular en la que se presenta una lógica, y no en características intrínsecas a ella?

Como ya se mencionó, Paoli piensa que para considerar que una constante, c, en una lógica L, significa lo mismo que en una lógica M en la que también ocurre, es suficiente que haya *una* presentación del cálculo de secuentes libre de Corte para cada lógica en la que las reglas operacionales para c sean las mismas (Paoli, 2014, p. 447). Mientras haya este par de presentaciones no es importante, entonces, que existan presentaciones alternativas para estas lógicas en las cuales las reglas para la conectiva en cuestión no sean idénticas. Respecto a la segunda objeción, Paoli concede que frecuentemente se cuenta con cierto margen para colocar la división entre lo estructural y lo no estructural aún dentro del mismo cálculo. Esto no significa, sin embargo, que la división misma sea "artificial" o una mera cuestión de la presentación del cálculo de secuentes, en vez de ser un aspecto que refleja características intrínsecas a la lógica que se esté tratando. De acuerdo con Paoli, algunas presentaciones de un cálculo de secuentes pueden ser menos artificiales que otras. En particular, las presentaciones en las que las reglas operacionales se formulen de manera tal que sea posible identificar estas reglas a través de diferentes lógicas serán menos artificiales que las presentaciones cuya formulación de las reglas operacionales sea *sui generis* (Paoli, 2014, p. 447).

Como menciona Paoli (2014, p. 447), al hecho de que la existencia de un solo par de presentaciones sea suficiente para afirmar que la conectiva en cuestión tiene el mismo significado en las dos lógicas que se están tratando se le puede plantear la siguiente objeción. Para cualesquiera conectivas c_1 y c_2, se puede, muy probablemente, elaborar una presentación de un cálculo de secuentes en la que las reglas operacionales para c_1 sean idénticas—bajo estándares minimalistas—a las reglas operacionales para c_2 en alguna otra presentación de un cálculo de secuentes. Así, al exigir el cumplimiento de un requisito tan débil como la existencia de un solo par de presentaciones en las que las reglas operacionales sean idénticas, del minimalismo estructural se podría derivar que cualquier conectiva significa lo mismo que cualquier otra conectiva (en cualesquiera lógicas).

Debe quedar claro, sin embargo, que hasta ahora lo anterior es solo una conjetura. Es cierto que la situación descrita parece ser posible, pero hasta el momento no se ha ofrecido un argumento mostrando cómo es que algo así de hecho puede suceder. Además, es importante mencionar que el minimalismo estructural no permite la utilización *cualquier* presentación de un cálculo de secuentes, sino que exige cálculos de secuentes *libres de Corte*. Existen, entonces, ciertas limitaciones para que las reglas operacionales del cálculo de secuentes para una lógica puedan verse como los elementos que determinan el significado de sus conectivas. Tomando esto en cuenta, no me parece nada claro que sea posible formular un par de presentaciones de cálculos de secuentes (libres de Corte) para dos lógicas en las que las reglas operacionales de alguna constante multiplicativa sean idénticas—bajo estándares minimalistas—a las reglas de alguna constante aditiva (especialmente de su contraparte). De nuevo, se requeriría un argumento para sostener que esto sí es posible.

Alternativamente, se podría conceder que del minimalismo no se puede concluir que cualquier conectiva significa lo mismo que cualquier otra (en cualesquiera lógicas), pero sí que se puede lograr la identidad de significado de conectivas de las que nadie querría afirmar que tienen el mismo significado. Hjortland (2014, p. 474) argumenta en esta dirección, mostrando dos sistemas en los que las reglas para la disyunción y la conjunción difieren solo estructuralmente. Bajo estándares minimalistas, entonces, la disyunción y la conjunción tienen el mismo significado, lo cual es claramente falso. No obstante, Hjortland no muestra que los sistemas que presenta sean libres de Corte. Sin esto, Hjortland en realidad no está mostrando ninguna consecuencia indeseable del minimalismo estructural.

Por otro lado, este autor apela a una extravagancia formal. Los sistemas que presenta usan secuentes "predireccionales", $\Gamma \Rightarrow\Leftarrow \Delta$, leídos informalmente como "o bien $\Gamma \Rightarrow \Delta$ o bien $\Delta \Rightarrow \Gamma$". La diferencia entre el sistema en el que se tienen las reglas de la conjunción y aquel en el que se tienen las reglas para la disyunción se debería a la disponibilidad de distintas reglas estructurales que gobiernan la dirección en la que ha de leerse el secuente. Un problema más que tiene esta objeción, creo, es que no es claro que la dirección de la relación de consecuencia sea un aspecto estructural en el mismo sentido en el que la transitividad o permitir múltiples consecuencias lo son. En ese caso, no sería claro por qué es legítimo apelar a secuentes predireccionales para argumentar en contra del minimalismo estructural. Hjortland mismo menciona este problema, sin embargo, responde que, en principio, un sistema con secuentes predireccionales no es distinto a otras generalizaciones del cálculo de secuentes, como aquellas que trabajan con hipersecuentes (*hypersequents*) o secuentes etiquetados (*labelled sequents*). Si la minimalista estructural afirma que su teoría abarca estas generalizaciones, entonces debería también aceptar los sistemas con secuentes predireccionales (Hjortland, 2014, n. 9). En Hjortland (2014) se encuentra varias veces la suposición de que a Paoli le interesa que su teoría de hecho incluya ese tipo de generalizaciones, sin embargo, es difícil ver cómo Hjortland obtuvo esta creencia, pues dicho interés no se encuentra explícito en ninguno de los artículos de Paoli.

A mi parecer, la minimalista podría simplemente mantenerse neutra sobre lo que pasa con las generalizaciones del cálculo de secuentes y esto no le quitaría atractivo a su propuesta. El núcleo de la teoría minimalista no se encuentra a nivel de las generalizaciones del cálculo de secuentes, sino al nivel de las formulaciones estándar; de sistemas como LK y LJ. La neutralidad podría mantenerse mientras se estudia qué pasa exactamente con las generalizaciones del cálculo de secuentes. Mientras tanto, el caso presentado por Hjortland no tiene por qué ser considerado como un problema para el minimalismo estructural.

A pesar de que estas objeciones específicas no son exitosas, debe concederse que sí tocan puntos en los que se requiere mayor claridad, específicamente en lo que respecta a la artificialidad de la distinción estructural/no estructural, y las condiciones de individuación de reglas operacionales. Es importante señalar, sin embargo, que en el caso de la distinción estructural/no estructural no se han ofrecido argumentos defendiendo que es completamente artificial, como tampoco razones *prima facie* a favor de este punto. En el caso de las condiciones de individuación de reglas operacionales, Dicher en efecto propuso un argumento defendiendo que las condiciones propuestas por la minimalista eran equivocadas. Sin embargo, como se ya se discutió, su argumento no es exitoso. Además de éste, no hay más argumentos ni razones *prima facie* a favor de que las condiciones de individuación de reglas operacionales del minimalismo estructural sean falsas, o no estén justificadas satisfactoriamente.

En cambio, sí se han dado argumentos o razones a favor de la postura minimalista en estos ámbitos. Como se mencionó previamente, Paoli considera que una presentación de un cálculo de secuentes para una lógica en la que las reglas operacionales están formuladas de manera tal que es posible identificarlas a través de diferentes lógicas es menos artificial que una presentación cuya formulación de las reglas operacionales es *sui generis*. Por otro lado, se mencionó que el número de fórmulas permitidas a los lados de la flecha de secuente es un aspecto que no determina el significado de una conectiva, pues permitir una o más premisas, o una o más conclusiones, es una propiedad estructural de la relación de consecuencia interna, la cual no es relevante para la determinación del significado de las conectivas. A pesar de esta justificación puede quedar cierto escepticismo respecto a esta idea, especialmente cuando se considera que puede afectar directamente a las reglas operacionales para las conectivas (como se ve en las reglas para la negación en la lógica clásica, intuicionista e intuicionista dual). Por ello, creo que las posibles carencias que el minimalismo estructural puede tener en estos ámbitos deberían ser vistas precisamente como puntos en los que es necesario profundizar, y no como problemas que aquejan a la teoría. Finalmente, no se tiene la pretensión de que ésta es una teoría terminada en todos los aspectos. Es necesario continuar investigando en esta dirección para lograr una teoría más completa.

3.6. De vuelta al pluralismo de la codeterminación

Una pregunta natural en este punto, creo, es qué tan bien lidia la propuesta de Dicher con los problemas que, según algunos, habría de tener el minimalismo estructural. Este es el último punto a tratar en lo que respecta a la evaluación de las teorías en cuestión.

En primer lugar, de la propuesta de Dicher no se puede derivar que las reglas $\wedge D$ y $\wedge Dm$ son idénticas, como según él, se obtiene del minimalismo. La razón, claro, es que Dicher no provee condiciones para individuar reglas operacionales. Finalmente, este autor de hecho no necesita tener una postura con respecto a ello, pues las reglas que determinan el significado de las conectivas en una lógica, según él, no son las operacionales, sino las reglas que, además de ser estructuralmente mínimas, son conservativas y únicas.

En segundo lugar, la teoría de Dicher, *como respuesta a la pregunta principal de esta investigación* no es afectada por la objeción metaquineana. La situación es idéntica a la del pluralismo que le interesa a Restall. Ambos autores buscan un pluralismo de "significado invariante". Esto quiere decir que buscan preservar el significado de las conectivas del lenguaje objeto a través de distintas lógicas. Al igual que Restall, Dicher podría conceder que el significado de la flecha de secuente es distinto en lógicas con diferentes propiedades estructurales. Este autor quedaría satisfecho, sin embargo, con que la variación de significado no se presentara a nivel de lenguaje objeto.

No obstante, ¿se tiene la garantía de que la variación de significado de la flecha de secuente no vuelve a introducir el cambio de significado a nivel de las conectivas? El minimalismo estructural logra evitar esto, como ya se discutió, gracias a la distinción entre conclusión interna y conclusión externa. La propuesta de Dicher, a pesar de no tener este recurso, también lo logra. La razón es que, de acuerdo con su teoría, la unicidad y conservatividad de las reglas (estructuralmente mínimas) que han de definir a una constante se evalúan en el mismo sistema, a saber: aquel que únicamente incluye a las reglas Corte, Id, y las reglas a evaluar.[9] En un determinado sistema la flecha de secuente puede tener ciertas propiedades, y por lo tanto cierto significado, pero esto no será relevante para el significado de las conectivas. Como ya se mencionó anteriormente, lo que pasa en el sistema "completo" (con más reglas estructurales y con las reglas operacionales para otras conectivas) no tiene ningún rol en la determinación del significado de las constantes que aparecen en ella. Por lo tanto, si la flecha de secuente tiene distinto significado en dos lógicas, esto no vuelve a introducir la variación del significado de las conectivas que ocurren en ellas.

¿Qué hay de la manera en la que Dicher demarca los aspectos de

[9] Si se está trabajando en un sistema no transitivo sería el sistema que únicamente incluye Id y las reglas a evaluar.

las reglas que determinan el significado de las constantes de aquellos que no lo hacen? De acuerdo con este autor, las reglas que determinan el significado de las conectivas incluyen solo la información estructural indispensable para definirlas. Así, solo las reglas estructuralmente mínimas son candidatas para determinar el significado de una conectiva. El autor, sin embargo, no da ningún argumento a favor de este punto específico. No me parece controvertido que—desde un enfoque de teoría de pruebas—los aspectos estructuralmente mínimos de una regla forman parte del significado de la conectiva que gobiernan. Sin embargo, ¿podrían estos aspectos *agotar* el significado de una conectiva? ¿Qué razones hay para creer esto? A mi parecer, a partir de esta cuestión surgen varias preguntas. Por ejemplo, ¿cuáles son las reglas estructuralmente mínimas para cada conectiva? ¿Cómo se sabe que, al reducir la complejidad estructural de las reglas que habrían de definir a una conectiva, el par de reglas resultante sigue determinando el significado de la *misma* constante? Pienso que Dicher, o sus defensores, deberían proveer respuestas a estas preguntas para brindar mayor claridad a su propuesta.

Finalmente, ¿cómo lidia la propuesta de Dicher con el problema de la supuesta artificialidad de la distinción estructural/no estructural? A pesar de que esta teoría se diferencia significativamente del minimalismo estructural, la distinción estructural/no estructural también juega un papel importante en ella. Esto se debe a que, como apenas se mencionó, para Dicher solo las reglas *estructuralmente* mínimas pueden ser candidatas para definir a las conectivas. Si la distinción estructural/no estructural es completamente artificial, sin embargo, no podría hablarse de reglas estructuralmente mínimas en un sentido fuerte. Cierto par de reglas "estructuralmente mínimas" sería tal solo bajo cierta manera de demarcar lo estructural. Bajo una demarcación distinta las reglas estructuralmente mínimas serían diferentes. Lo importante, además, es que, si la distinción estructural/no estructural es completamente artificial, ninguna forma de demarcar lo estructural es mejor que otra. De esta manera, sería difícil ver por qué un par de reglas estructuralmente mínimas, bajo cierta demarcación de lo estructural, tiene mayor importancia, semánticamente hablando, que otro par para la misma conectiva y bajo una demarcación distinta. Como se ha mencionado, Dicher propone que la conservatividad y unicidad de las reglas estructuralmente mínimas sea evaluada en el sistema que, además de contenerlas, contiene únicamente las reglas estructurales Id y Corte. Esto señala, creo, que Dicher da preferencia a la manera de demarcar lo estructural que subyace a ese sistema. No obstante, el autor no da un argumento para defender este punto. Si Dicher quiere mantener la idea de reglas estructuralmente mínimas creo que tendría que defender que esa demarcación—o *alguna* demarcación—es menos artificial o "mejor" que otras, en algún sentido. Como mencioné anteriormente, pienso que es posible hacer esto. Si Dicher lo puede hacer y obtener resultados a su favor, sin embargo, aún esta por verse.

Así concluye la discusión sobre los aspectos positivos y negativos de las teorías tratadas en esta investigación. En la siguiente sección haré un recuento de las virtudes y desventajas de cada una. De esta manera se tendrá una imagen general de la discusión que permitirá ver más claramente, espero, cuál es la teoría más fuerte.

3.7. Conclusiones y evaluación final

En este capítulo discutí las virtudes y los problemas de las dos principales propuestas para preservar el significado de las conectivas: el minimalismo estructural y la imagen del significado presente en el pluralismo de la codeterminación. Esto, claro, con el propósito de evaluarlas y determinar cuál de ellas logra mejor su objetivo.

La imagen obtenida es, a muy grandes rasgos, la siguiente. El pluralismo de la codeterminación tiene varios aspectos positivos. Entre ellos se encuentran que, además de ofrecer condiciones suficientes para falsear VS, esta teoría puede probablemente ofrecer también condiciones *necesarias* para ello. Además, la propuesta de Dicher es completamente consistente con el hecho de que $\wedge D$ y $\wedge Dm$ son reglas distintas. Aunado a esto, para el pluralismo de la codeterminación *no* es problemático que puedan existir múltiples presentaciones del cálculo de secuentes para una misma lógica. Finalmente, esta propuesta logra evadir exitosamente la célebre objeción metaquineana: el cambio de significado a nivel del metalenguaje no reintroduce la variación de significado en el lenguaje objeto y tampoco es un problema para esta teoría, vista como respuesta a la pregunta principal de esta investigación.

La propuesta de Dicher, sin embargo, también sufre de problemas importantes. Si lo dicho anteriormente es correcto, existe tensión entre esta teoría y algunos de los preceptos centrales del enfoque dentro del cual se desarrolla: la semántica de roles conceptuales y la semántica de teoría de pruebas. Además, parece que la explicación original que esta teoría provee sobre la diversidad de comportamientos que una misma conectiva puede tener en diferentes lógicas se reduce a apelar al cambio de significado de otras conectivas. A esto se le añade que no es claro exactamente cuáles son las conectivas cuyo significado es preservado, ni a través de qué lógicas es preservado. Finalmente, tampoco es claro cómo Dicher podría justificar de forma más sustancial la manera en la que demarca los aspectos de reglas que afectan el significado de las conectivas, como tampoco es claro si esta teoría podría enfrentar exitosamente el problema de la supuesta artificialidad de la distinción estructural no/estructural.

En lo que respecta a los últimos dos aspectos la situación es un tanto distinta para el minimalismo estructural. Esta propuesta sí incluye una justificación de la manera en la que se demarcan los aspectos de reglas que afectan el significado de las conectivas, y Paoli discute muy brevemente el problema de la artificialidad de la distinción estructural/no estructural. Sin embargo, se debe reconocer que lo que ha sido planteado hasta ahora no es concluyente. Es necesario profundizar en estas cuestiones para brindar mayor solidez a la teoría.

Entre los aspectos que son relativamente más problemáticos para el minimalismo estructural se encuentran los siguientes. Por un lado, esta teoría no podría dar condiciones necesarias para preservar el significado de las conectivas. Sería extraño afirmar que si “dos” conectivas significan lo mismo en lógicas distintas, entonces su significado está determinado por las reglas operacionales que las gobiernan *y* existe una presentación del cálculo de secuentes para esas lógicas en las cuales las reglas operacionales de las conectivas en cuestión son idénticas. La identidad de significado de dos conectivas no puede implicar la existencia de un calculo formal. Por otro lado, dada la existencia de múltiples presentaciones del cálculo de secuentes para una misma lógica resulta un tanto problemático el rol central que juegan las reglas operacionales de este tipo de cálculo en el minimalismo. Si se quiere seguir apelando a esta herramienta habría que privilegiar cierto tipo de presentaciones. Hacer esto justificadamente, además, no es algo trivial, y dirige directamente al problema de la artificialidad de la distinción estructural/no estructural.

A pesar de lo anterior, el minimalismo estructural posee ventajas considerables. Primeramente, esta teoría evita cualquier tensión con los preceptos centrales de la semántica de roles conceptuales y la semántica de teoría de pruebas. Además, nunca explica la diversidad de comportamientos de una misma constante en diferentes lógicas apelando al cambio de significado de otras conectivas. A esto se le añade que permite preservar el significado de varias conectivas a través de lógicas cuyos casos han sido de interés en la historia de la filosofía de la lógica. Finalmente, si lo expuesto en las secciones 3.5.1 - 3.5.4 es correcto, es posible responder satisfactoriamente a las objeciones más reconocidas que se le han planteado a esta teoría. El resultado es que el minimalismo estructural en realidad es completamente consistente con el hecho de que $\wedge D$ y $\wedge Dm$ son reglas distintas. De hecho, incluso es posible que ella misma provea herramientas suficientes para explicar cómo es que la sutil diferencia entre esas reglas puede dar pie a conectivas con diferente significado. Por último, el minimalismo no se ve afectado por la objeción metaquineana, pues el cambio de significado a nivel del metalenguaje no reintroduce la variación de significado a nivel de las conectivas, y tampoco es un problema en sí mismo *considerando esta teoría como una respuesta a la pregunta principal de esta investigación.*

Esta información se encuentra resumida en la siguiente tabla, donde cada "aspecto" está formulado como una ventaja y "M.E."

y "PdC" significan "minimalismo estructural" y "pluralismo de la codeterminación", respectivamente:

Aspecto \ Teoría	M. E.	PdC
¿Evita tensión con preceptos de semántica de roles conceptuales o semántica de teoría de pruebas?	Sí	No
¿Podría dar condiciones necesarias para falsear VS?	No	Probablemente
¿Explica los diversos comportamientos de una constante en diferentes lógicas sin apelar al cambio de significado de otras conectivas?	Sí	No
¿Su criterio para demarcar aspectos de reglas que afectan el significado de conectivas está justificado y es plausible?	Sí, pero se necesita profundizar	Se necesita profundizar
¿Preserva el significado de conectivas a través de varias lógicas cuyos casos han sido de interés históricamente?	Sí	No es claro
¿Enfrenta exitosamente el problema de la supuesta artificialidad de la distinción estructural/no estructural?	No es claro, se necesita profundizar	Se necesita profundizar
¿Es consistente con el hecho de que $\wedge D$ y $\wedge Dm$ son reglas distintas?	Sí	Sí
¿Evita el problema de que una misma lógica puede tener múltiples presentaciones en cálculo de secuentes?	No	Sí
Evita la objeción metaquineana?	Sí	Sí

Así, en virtud de ser la mejor explicación, podemos afirmar que se preserva el significado de una conectiva c través de relaciones de consecuencia distintas *si*:

1. el significado de una constante, c, en una lógica, L, está determinado completamente por su par de reglas operacionales en el cálculo de secuentes libre de corte, **S**, para L; y

2. existe una presentación de un cálculo de secuentes (de ese tipo) para las lógicas en cuestión en la cual las reglas operacionales para c son idénticas, es decir; i) o bien tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, o bien la única diferencia entre ellas concierne las propiedades estructurales de su consecuencias internas; y ii) sus consecuencias externas poseen las mismas propiedades estructurales.

En otras palabras, las condiciones suficientes para falsear VS son las propuestas por el minimalismo estructural, pues es la mejor explicación disponible.

3.8. Nuevas vías de investigación

Creo que a partir de la discusión presente en este trabajo se abren varias nuevas e interesantes vías de investigación. Una de ellas concierne la aplicabilidad de las propuestas aquí tratadas para evitar la variación del significado a nivel de los cuantificadores de primer orden (al menos). La discusión sobre VS y los intentos por mostrar maneras en las que podría ser falsa han estado centrados, prácticamente en su totalidad, en el nivel proposicional. Sin embargo, el cambio de significado también puede darse, claro, en los cuantificadores. Quine mismo discute el tema de la 'cuantificación divergente' en el capítulo en el que presenta su argumento a favor de VS.

Ya que para Quine lo que existe, de acuerdo con una teoría, son todos y solo los objetos que pueden ser el valor de una variable en esa teoría, divergencias en la teoría de la cuantificación pueden afectar lo que cuenta como existir. La verdad de un enunciado existencial en la lógica intuicionista, por ejemplo, requiere que una manera de computar o construir la instancia que lo verifica sea conocida. De acuerdo con Quine: "[l]a cuantificación divergente del intuicionista (si ‘cuantificación’ sigue siendo una buena palabra para ello) lleva consigo una noción divergente de existencia (si ‘existencia’ sigue siendo una buena palabra para ello)”(Quine, 1986, p. 89).

Además, la categoría de las constantes lógicas parece ser una categoría unificada, formada—al menos y según las teorías estándar—por las conectivas y los cuantificadores. Por ello, creo que si se pretende dar una teoría plausible sobre el significado de las conectivas, el siguiente paso es evaluar qué tan bien puede aplicarse esta teoría a los cuantificadores.

Otras dos nuevas vías de investigación fueron ya mencionadas al final de la sección pasada: el problema de la artificialidad de la distinción estructural/no estructural, y el de encontrar condiciones plausibles para la individuación de reglas operacionales. En Hjortland (2010, 2014) se encuentra varias veces la idea de que la distinción estructural/no estructural presente en el cálculo de secuentes es artificial en el sentido de que no tiene un correlato informal fuera de este marco de teoría de pruebas; es solo una característica puramente formal perteneciente a este cálculo. Personalmente, creo que Paoli tiene razón cuando afirma que a pesar de que por motivos técnicos la línea entre lo estructural y lo no estructural se puede ubicar en diferentes lugares en distintas presentaciones de un cálculo de secuentes, esto no significa que la distinción misma sea artificial. Para brindar apoyo más sólido a este punto, sin embargo, sería bueno intentar responder exactamente qué aspecto informal o preteórico es capturado por la distinción estructural/no estructural. Esto se podría hacer, por ejemplo, aplicando las herramientas generales de la semántica de roles conceptuales y distinguiendo entre el sentido de “uso” presente en una regla operacional y el presente en una regla estructural.

Por otro lado, las condiciones para la individuación de reglas operacionales que se propongan dependerán de manera importante de lo que se piense que es una regla operacional. Por ello, creo que sería útil revisar nociones de “regla de inferencia” y, más específicamente, “regla operacional”, para a partir de ellas obtener criterios de individuación de reglas operacionales. La cuestión central, en pocas palabras, sería: ¿qué clase de objeto es una regla operacional y qué cambios puede sufrir sin afectar su identidad, de manera que podemos identificar a una misma regla a través de distintas lógicas (en las que tiene diferentes contextos, por ejemplo)?

Finalmente, creo que valdría la pena investigar qué tan bien se puede aplicar el enfoque minimalista y, en particular, la distinción entre consecuencia interna y consecuencia externa, al problema de la informatividad de la deducción. En pocas palabras, este problema gira alrededor de la siguiente pregunta: ¿cómo es que, en una deducción, pasar de las premisas a la conclusión puede ser informativo, si las premisas garantizan la conclusión? (Jago, 2013, p. 318). Pienso que distinguiendo la información provista por una regla operacional de la provista por una regla estructural, y definiendo la manera en la que interactúan en una prueba, así como sus relaciones con la consecuencia interna y la consecuencia externa se podría ofrecer una nueva y potencialmente útil forma de abordar este problema.

Conclusiones generales

En esta tesis propuse que las condiciones suficientes para preservar el significado de las conectivas a través de diferentes relaciones de consecuencia son las propuestas por el minimalismo estructural. De acuerdo con esta teoría, una constante c tiene el mismo significado en dos lógicas si el significado de c en una lógica, L, está completamente determinado por las reglas operacionales para c en el cálculo de secuentes libre de Corte, $\mathbf{S}$, para L y existe al menos una presentación de un cálculo de secuentes de ese tipo para ambas lógicas en la cual las reglas operacionales para c son idénticas; es decir i) o bien tienen las mismas fórmulas activas y los mismos contextos, o bien la única diferencia entre ellas concierne las propiedades estructurales de su consecuencias internas; y ii) sus consecuencias externas poseen las mismas propiedades estructurales.

Para llegar a esta conclusión analicé las dos principales teorías sobre la preservación del significado de las conectivas: el minimalismo estructural, y el pluralismo de la codeterminación. Posteriormente evalué estas teorías con base en sus aspectos positivos y negativos más reconocidos, o que habían surgido durante el análisis. El resultado de la evaluación favoreció al minimalismo estructural.

Dos puntos fundamentales que le dan ventaja al minimalismo estructural fueron las fallas que tiene la teoría de Dicher, pero no éste, y el hecho de que es posible responder a las objeciones que se le han planteado. En pocas palabras, según la propuesta de Dicher las reglas que determinan el significado de una conectiva en una lógica no son necesariamente las que gobiernan su uso en esa lógica. Esto implica un distanciamiento del enfoque de teoría de pruebas en el cual esta teoría se desarrolla. Con este distanciamiento, además, deja de ser claro por qué es legítimo apelar a reglas inferenciales para explicar el significado de las constantes. Por otro lado, en la explicación original que esta teoría provee sobre la preservación del significado de una constante a través de diferentes lógicas se apela de manera fundamental al cambio de significado de *otras* constantes.

La mayoría de las objeciones al minimalismo estructural ya habían sido abordadas por los proponentes de esta teoría, por lo que en varios de estos casos me limité a defender que las respuestas ofrecidas son satisfactorias. En otros casos, señalé que los argumentos o contraargumentos al minimalismo no son concluyentes, o que no afectan a esta teoría vista como una respuesta a la pregunta principal de esta investigación.

La situación fue distinta con la objeción del mismo Dicher. Para responder a ella seguí la estrategia utilizada por Paoli (2007) y Mares y Paoli (2014) para enfrentar las paradojas de la implicación y de la relación de consecuencia: mostrar que hay una confusión entre la relación de consecuencia interna y la relación de consecuencia externa. A partir del análisis de la postura minimalista concluí que la tesis de la identidad está formulada a nivel de la consecuencia *interna*. De acuerdo con ella, si dos reglas operacionales difieren únicamente con respecto a la estructura de sus consecuencias internas, entonces son idénticas. La objeción de Dicher falla porque, como se sostuvo en el capítulo 3, la única diferencia entre el par de reglas que presenta, $\wedge D$ y $\wedge Dm$, *no* concierne la estructura de sus consecuencias internas, y, por lo tanto, no son idénticas según el minimalismo estructural. Así, en el mejor de los casos (para Dicher) el presunto contraejemplo ofrecido por este autor simplemente no es un contraejemplo. En el peor de los casos (de nuevo, para él), la única diferencia entre las reglas que menciona concierne la estructura de sus consecuencias *externas*. Esto mostraría que Dicher confunde propiedades estructurales de la consecuencia interna (permitir cierto número de formulas a los lados de la flecha de secuentes), con propiedades estructurales de la consecuencia externa (permitir que los contextos en los secuentes premisa sean distintos).

Un aspecto clave en virtud del cual el minimalismo es capaz de enfrentar las objeciones que se le han planteado es la distinción entre consecuencia interna y consecuencia externa, y el hecho de que únicamente la segunda sea relevante para la determinación del significado de las constantes. Esto fue crucial para responder a la objeción metaquineana y, como se acaba de mencionar, al argumento contra la tesis de la identidad. Además, es esto lo que justifica la manera en la que la minimalista demarca los aspectos de una regla que afectan el significado de una conectiva de aquellos que no lo hacen.

La intención de preservar el significado de las conectivas a través de distintas lógicas conlleva un compromiso con la idea de que hay una brecha o desconexión entre lo que determina a una lógica y lo que determina al significado de las constantes. El éxito o fracaso de una teoría sobre la preservación del significado de las conectivas dependerá en gran medida, creo, de qué tan bien logre explicar exactamente en qué consiste esta brecha.

En la propuesta de Dicher la brecha parece consistir en que la relación de consecuencia utilizada en el sistema en el que se evalúa si un par de reglas estructuralmente mínimas define exitosamente a una constante solamente posee la información estructural inducida por esa constante. En una lógica con las otras conectivas, sin embargo, la relación de consecuencia posee también la información que todas las demás conectivas inducen. En pocas palabras, hay una lógica en la cual se evalúa si un par de reglas definen una constante exitosamente, y hay otra lógica (con más constantes) que es la que cambia. El problema, como ya se mencionó, es que al proponer que hay propiedades estructurales de la relación de consecuencia que son inducidas por las conectivas, Dicher esta comprometido con que, en algunos casos, la preservación del significado de una constante se da en virtud del cambio de significado de otra. Proponer una relación tan estrecha entre constantes y relaciones de consecuencia hace que la propuesta de Dicher tenga esta falla importante.

En cambio, creo que el minimalismo estructural hace un muy buen trabajo explicando esta brecha. Esto se debe, claro, a la distinción entre consecuencia interna y consecuencia externa. Al identificar a una lógica con el conjunto de los secuentes (de nivel 1) que pueden ser probados en el cálculo de secuentes para esa lógica, se le identifica con la relación de consecuencia *interna* de ese cálculo. La relación de consecuencia que es semánticamente relevante en las reglas operacionales que determinan el significado de las contantes es, sin embargo, la consecuencia externa; y, como Paoli explica, la consecuencia interna puede cambiar sin que esto implique un cambio en las propiedades estructurales de la consecuencia externa. Así, en esta teoría la preservación del significado de las constantes termina siendo tan plausible como lo es un cambio de consecuencia interna *sin* alteraciones a las propiedades estructurales de la consecuencia externa. Esto, a su vez, puede suceder sin mayor problema.

Apéndice A

Cálculos de secuentes

A.1. Lógica clásica

El cálculo de secuentes para la lógica clásica utilizando multiconjuntos es prácticamente idéntico a **LK** de Gentzen (1964). La diferencia es que, debido al uso de multiconjuntos, es innecesaria la regla estructural de Intercambio. Para esta formulación me apoyé de Paoli (2002), Restall (2014) y Dicher (2014).

Axiomas o secuentes básicos

$$A \Rightarrow A$$

(Id)

Reglas estructurales

Debilitamiento

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\text{DI}) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}\ (\text{DD})$$

Contracción

$$\frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\text{CI}) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}\ (\text{CD})$$

Corte

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad A, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\text{Corte})$$

Reglas Operacionales

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\neg A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\neg I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \neg A}\ (\neg D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I) \qquad \frac{B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}\ (\wedge D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\vee I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}\ (\vee D) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}\ (\vee D)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Pi \Rightarrow \Sigma}{A \to B, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\to I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B}\ (\to D)$$

A.2. Lógica lineal subexponencial sin constantes multiplicativas (LL)

Esta formulación se encuentra en Paoli (2003, pp. 546, 547).[1] En esta lógica se agregan las constantes de falsedad, **0**, y verdad, **1**, como conectivas lógicas. La regla Corte es admisible. La lógica clásica se obtiene simplemente agregando las reglas estructurales Debilitamiento y Contracción.

[1]Paoli la caracteriza como "sin constantes aditivas", pero, como nota Hjortland (2010), esto es un error.

Axiomas o secuentes básicos

$$A \Rightarrow A$$

Reglas estructurales

Corte

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad A, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\text{Corte})$$

Reglas Operacionales

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\neg A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\neg I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \neg A}\ (\neg D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I) \qquad \frac{B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}\ (\wedge D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\vee I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}\ (\vee D) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}\ (\vee D)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Pi \Rightarrow \Sigma}{A \to B, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\to I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B}\ (\to D)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\mathbf{1}, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\mathit{1}L) \qquad \Rightarrow\mathbf{1}\ (\mathbf{1}R)$$

$$\mathbf{0}\Rightarrow\ (\mathbf{0}L) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \mathbf{0}}\ (\mathit{0}R)$$

A.3. Lógica Intuicionista

Como se ha dicho, las reglas para la lógica intuicionista se obtienen restringiendo las de la lógica clásica de forma que del lado derecho de la flecha de secuente haya a lo más una fórmula. Esta restricción hace que en el cálculo de secuentes para lógica intuicionista no haya una regla que corresponda a Contracción a la derecha.

Axiomas o secuentes básicos

$$A \Rightarrow A$$

Reglas estructurales

Debilitamiento

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\text{DI}) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}\ (\text{DD})$$

Contracción

$$\frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\text{CI})$$

Corte

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad A, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\text{Corte})$$

Reglas Operacionales

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A}{\neg A, \Gamma \Rightarrow}\ (\neg I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow}{\Gamma \Rightarrow \neg A}\ (\neg D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow C}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow C}\ (\wedge I) \qquad \frac{B, \Gamma \Rightarrow C}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow C}\ (\wedge I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}\ (\wedge D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\vee I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma \Rightarrow A \vee B}\ (\vee D) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \vee B}\ (\vee D)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad B, \Pi \Rightarrow \Sigma}{A \rightarrow B, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Sigma}\ (\rightarrow I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \rightarrow B}\ (\rightarrow D)$$

A.4. Lógica Intuicionista Dual

Este es el fragmento proposicional del cálculo de secuentes para la lógica intuicionista dual presentado en Urbas (1996, p. 441). Como se ha dicho, estas reglas se obtienen restringiendo las reglas de la lógica clásica de forma que haya a lo más una fórmula a la izquierda de la flecha de secuente. Esta restricción hace que en el cálculo de secuentes para lógica intuicionista dual no haya una regla que corresponda a Contracción a la izquierda.

Axiomas o secuentes básicos

$$A \Rightarrow A$$

Reglas estructurales

Debilitamiento

$$\frac{\Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\text{DI}) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}\ (\text{DD})$$

Contracción

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}\ (\text{CD})$$

Corte

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad A \Rightarrow \Sigma}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\text{Corte})$$

Reglas Operacionales

$$\frac{\Rightarrow \Delta, A}{\neg A \Rightarrow \Delta}\ (\neg I) \qquad \frac{A \Rightarrow \Delta}{\Rightarrow \Delta, \neg A}\ (\neg D)$$

$$\frac{A \Rightarrow \Delta}{A \wedge B \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I) \qquad \frac{B \Rightarrow \Delta}{A \wedge B \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}\ (\wedge D)$$

$$\frac{A \Rightarrow \Delta \qquad B \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\vee I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}\ (\vee D) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}\ (\vee D)$$

$$\frac{\Rightarrow \Delta, A \qquad B \Rightarrow \Sigma}{A \rightarrow B \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\rightarrow I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \rightarrow B}\ (\rightarrow D) \qquad \frac{A \Rightarrow \Delta}{\Rightarrow \Delta, A \rightarrow B}\ (\rightarrow D)$$

A.5. Lógicas de la relevancia

A.5.1. R sin distribución ($\mathbf{LR^{ND}}$)

Esta formulación se encuentra en Paoli (2002, p. 51). En esta lógica se agregan las constantes de falsedad, **0**, y verdad, **1**, como conectivas lógicas. Además, es necesario distinguir entre la disyunción aditiva ($\vee$) y la disyunción multiplicativa ($+$), así como entre la conjunción aditiva ($\wedge$) y la conjunción multiplicativa ($\wedge m$).

Axiomas o secuentes básicos

$$A \Rightarrow A$$

Reglas estructurales

Contracción

$$\frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\mathrm{CI}) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}\ (\mathrm{CD})$$

Corte

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad A, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\mathrm{Corte})$$

Reglas Operacionales

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\neg A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\neg I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \neg A}\ (\neg D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I) \qquad \frac{B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}\ (\wedge D)$$

$$\frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\wedge Im) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Pi \Rightarrow \Sigma, B}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma, A \wedge B}\ (\wedge Dm)$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta \qquad B, \Pi \Rightarrow \Sigma}{A + B, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (+I) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A + B}\ (+D)$$

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (\vee I)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}\ (\vee D) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}\ (\vee D)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Pi \Rightarrow \Sigma}{A \to B, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma}\ (\to I) \qquad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B}\ (\to D)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\mathbf{1}, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (1L) \qquad \Rightarrow\mathbf{1}\ (\mathbf{1}R)$$

$$\mathbf{0}\Rightarrow\ (\mathbf{0}L) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \mathbf{0}}\ (0R)$$

A.5.2. LRM$^{\mathbf{ND}}$

Esta lógica se obtiene agregando las reglas de "anticontracción" o "duplicación" a **LR**$^{\mathbf{ND}}$ Paoli (2002, p. 65).

Anticontracción

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A, A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ \mathrm{ML} \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, A}\ \mathrm{MR}$$

Bibliografía

Aoyama, H. (2004). LK, LJ, Dual Intuitionistic Logic, and Quantum Logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, *45*(4), 193-213.

Avron, A. (1988). The semantics and proof theory of linear logic. *Theoretical Computer Science*, *57*(2-3), 161-184.

Beall, J. & Logan, S. A. (2017). *Logic: the basics*. Taylor & Francis.

Beall, J. & Restall, G. (2006). *Logical pluralism*. Oxford University Press on Demand.

Beall, J., Restall, G. & Sagi, G. (2019). Logical Consequence. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2019). Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Belnap, N. D. (1962). Tonk, plonk and plink. *Analysis*, *22*(6), 130-134.

Berger, A. (1980). Quine on Alternative Logics and Verdict Tables. *The Journal of Philosophy*, *77*(5), 259-277.

Béziau, J.-Y. (2010). What is a logic? Towards axiomatic emptiness. *Logical Investigations*, *16*, 272-279.

Carnap, R. (2002). *The logical syntax of language*. Open Court Publishing.

Dicher, B. (2014). *Logical Pluralism and the Meaning of the Logical Constants* (Tesis doctoral, The University of Melbourne).

Dicher, B. (2016). A proof-theoretic defence of meaning-invariant logical pluralism. *Mind*, *125*(499), 727-757.

Dicher, B. & Paoli, F. (2018). The original sin of proof-theoretic semantics. *Synthese*, 1-26.

Dummett, M. (1978). *Truth and other enigmas.* Harvard University Press.

Estrada-González, L. (2014). Fifty (more or less) shades of logical consequence. *Logica Yearbook.*

Estrada-González, L. (2017). The (non-) classicality of (non-) classical mathematics. *Journal of Indian Council of Philosophical Research*, *34*(2), 365-377.

Gentzen, G. (1964). Investigations into logical deduction. *American philosophical quarterly*, *1*(4), 288-306.

Gómez-Torrente, M. (2002). The problem of logical constants. *Bulletin of Symbolic Logic*, *8*(1), 1-37.

Gómez-Torrente, M. (2019). Logical Truth. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2019). Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Haack, S. (1974). *Deviant logic: Some philosophical issues.* CUP Archive.

Haack, S. (1978). *Philosophy of logics.* Cambridge University Press.

Hjortland, O. T. (2010). *The structure of logical consequence: proof-theoretic conceptions* (Tesis doctoral, University of St Andrews).

Hjortland, O. T. (2014). Verbal disputes in logic: Against minimalism for logical connectives. *Logique et Analyse*, *227*, 463-486.

Hjortland, O. T. (2019). Disagreement about logic. *Inquiry*, 1-23.

Jago, M. (2013). The content of deduction. *Journal of Philosophical Logic*, *42*(2), 317-334.

MacFarlane, J. (2017). Logical Constants. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2017). Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Mares, E. & Paoli, F. (2014). Logical consequence and the paradoxes. *Journal of Philosophical Logic*, *43*(2-3), 439-469.

Negri, S. & Von Plato, J. (2008). *Structural proof theory.* Cambridge University Press.

Paoli, F. (2002). *Substructural Logics: A Primer.* Springer Science & Business Media.

Paoli, F. (2003). Quine and Slater on paraconsistency and deviance. *Journal of Philosophical Logic*, *32*(5), 531-548.

Paoli, F. (2007). Implicational paradoxes and the meaning of logical constants. *Australasian Journal of Philosophy*, *85*(4), 553-579.
Paoli, F. (2014). Semantic minimalism for logical constants. *Logique et analyse*, *57*(227), 439-461.
Prawitz, D. (2005). Logical Consequence From a Constructivist View. En *The Oxford handbook of philosophy of mathematics and logic*.
Priest, G. (1979). The logic of paradox. *Journal of Philosophical logic*, *8*(1), 219-241.
Priest, G. (2006a). *Doubt Truth to be a Liar*. Oxford University Press.
Priest, G. (2006b). Logic and Revisability. En *Doubt Truth to be a Liar*. doi:10.1093/0199263280.001.0001
Priest, G. (2008). *An introduction to non-classical logic: From if to is*. Cambridge University Press.
Prior, A. N. (1960). The runabout inference-ticket. *Analysis*, *21*(2), 38-39.
Putnam, H. (1969). Is logic empirical? En *Boston studies in the philosophy of science* (pp. 216-241). Springer.
Quine, W. V. O. (1960). Carnap and logical truth. *Synthese*, *12*(4), 350-374.
Quine, W. V. O. (1986). *Philosophy of logic* (2 Ed.). Harvard University Press.
Quine, W. V. O. (2013). *Word and object*. MIT press.
Read, S. (2008). Harmony and modality. *Dialogues, logics and other strange things: Essays in honour of Shahid Rahman*, 285-303.
Restall, G. (2002). Carnap's tolerance, meaning, and logical pluralism. *The Journal of Philosophy*, *99*(8), 426-443.
Restall, G. (2007). Proof theory and meaning: on second order logic. *The Logica Yearbook*, 157-170.
Restall, G. (2010). Proof theory and meaning: on the context of deducibility. *Proceedings of Logica*, *7*, 204-219.
Restall, G. (2014). Pluralism and proofs. *Erkenntnis*, *79*(2), 279-291.
Sambin, G., Battilotti, G. & Faggian, C. (2000). Basic logic: reflection, symmetry, visibility. *Journal of Symbolic Logic*, 979-1013.

Schroeder-Heister, P. (2018). Proof-Theoretic Semantics. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2018). Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Sider, T. (2010). *Logic for philosophy.* Oxford University Press Oxford.

Tarski, A. (1983). *Logic, semantics, metamathematics: papers from 1923 to 1938.* Hackett Publishing.

Urbas, I. (1996). Dual-intuitionistic logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, *37*(3), 440-451.

Wansing, H. (2000). The idea of a proof-theoretic semantics and the meaning of the logical operations. *Studia Logica*, *64*(1), 3-20.

Warren, J. (2018). Change of Logic, Change of Meaning. *Philosophy and Phenomenological Research*, *96*(2), 421-442. doi:10.1111/phpr.12312

Whiting, D. (2006). Conceptual Role Semantics. En J. Fieser & D. Bradley (Eds.), *Internet Encyclopedia of Philosophy.*