



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA
FACULTAD DE CIENCIAS
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

LA RELEVANCIA DE LA CLARIDAD
ONTOLÓGICA EN LA MECÁNICA
CUÁNTICA

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRÍA EN:
FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

P R E S E N T A:
JUAN ALBERTO GUZMÁN GARCÍA

DIRECTOR DE TESIS:
DR. ELIAS OKON GURVICH
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., agosto 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Página en blanco

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Guzmán
García
Juan Alberto
Universidad Nacional Autónoma de México
Programa de Maestría en Filosofía de la Ciencia

2. Datos del tutor

Dr.
Elias
Okon
Gurvich
Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM.

3. Datos del sinodal 1

Dr.
Yuri
Bonder
Grimberg
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM.

4. Datos del sinodal 2

Dr.
Jorge Alberto
Manero
Orozco
Instituto de Filosofía, Academia de Ciencias de la República Checa.

5. Datos del sinodal 3

Dra.
Fernanda
Samaniego
Bañuelos
Facultad de Filosofía y Letras, UNAM.

6. Datos del sinodal 4

Dr.
Luis Fernando
De la Peña
Auerbach
Instituto de Física, UNAM.

7. Datos del trabajo escrito

La relevancia de la claridad ontológica en la mecánica cuántica
47 p.
2020

Índice general

Introducción	1
Parte 1. Mecánica cuántica estándar y problema de la medición	4
Capítulo 1. Postulados, éxitos y problemas	5
1. Formulación estándar de la mecánica cuántica	5
2. El problema de la medición	7
3. El experimento de la doble rendija	12
4. Contexto filosófico: relevancia del problema de la medición	13
5. Ontología	16
Parte 2. Alternativas al formalismo estándar de la mecánica cuántica	18
Capítulo 2. Teoría de la onda piloto	19
1. Antecedentes	19
2. Generalidades de la teoría de la onda piloto	21
3. Partícula en una caja	23
4. Doble rendija con elección retrasada	25
Capítulo 3. Teorías de colapso objetivo	30
1. Antecedentes	30
2. Colapso Objetivo: GRW	31
3. Ontología: beables locales	34
4. Ontología de saltos y el experimento de doble rendija	35
Parte 3. Comentarios finales	38
Capítulo 4. Claridad Ontológica	39
1. Beneficios de la claridad ontológica	39
2. Ontología en contextos relativistas	40
3. Ontología y realismo	41
Conclusión	44
Bibliografía	46

Introducción

Nadie puede negar el poder de la mecánica cuántica. Es sin duda una de las mejores teorías físicas por su capacidad predictiva. Por mencionar algunas de las tantas virtudes podemos citar los ejemplos clásicos: la explicación que ofrece referente a la radiación del cuerpo negro y la predicción del comportamiento de los electrones al cruzar la doble rendija.¹ Pero, ¿todo es perfecto en esta teoría?, ¿todo es éxito? Lamentablemente, y para desgracia de muchos, la respuesta es negativa: la mecánica cuántica es ambigua y existe una gran dificultad cuando se intenta interpretarla. Además, la evolución de un estado físico se puede ver afectada por agentes externos (observadores) y esto rompe con la tradición en física de construir teorías que nos den una imagen objetiva del mundo. A la dificultad recién mencionada se le conoce como el *problema de la medición*. Este problema, en otras palabras, radica en que la evolución de un sistema físico depende de si algún observador le realiza o no la medición de alguna de sus propiedades, considerando que el formalismo cuántico no precisa qué es una medición y además no la independiza de la acción de un agente externo.

Gran parte de las ambigüedades presentes en la mecánica cuántica son consecuencia de la dificultad mencionada. Señalemos por el momento una: la explicación del fenómeno producido por el experimento de la doble rendija. En efecto, líneas arriba se dijo que las predicciones en torno a este experimento eran un éxito de la teoría y parece ahora una contradicción resaltar que ahí se evidencia una problemática, pero no hay una contradicción en esta afirmación. Veamos a grandes rasgos el porqué. Cuando un electrón pasa a través de una doble rendija, la teoría cuántica predice exitosamente que tendrá un comportamiento *como onda* (con onda nos referimos simplemente a un patrón de interferencia) al tocar la pantalla. En este contexto es natural preguntarse si el electrón pasó por solo una o por ambas rendijas. La cuestión es que cuando uno intenta verificar experimentalmente esto, resulta que sólo pasa por una de las dos rendijas (no por ambas), pero al hacerlo desaparece el patrón de interferencia sobre la pantalla. Es decir, ahora el electrón ya no se comporta como onda, sino como si fuera una partícula. En suma, la mecánica cuántica dice que si realizas el experimento de la doble rendija e intentas medir por qué rendija pasa (usando detectores en las rendijas), el electrón se comportará como partícula, pero si no realizas la medición, el electrón se comportará como onda. Esto sin lugar a dudas, experimentalmente hablando, es una predicción exitosa, sin embargo no aclara la naturaleza del electrón (¿es onda o es partícula, es ambas o es otra cosa?) y la explicación se basa en el agente externo que va y mide (poniendo

¹Para una discusión sobre la teoría de la radiación del cuerpo negro puede consultarse p. 16-19 de [9], o bien, p.3-8 de [33]. Con respecto al tema de la doble rendija, será expuesto en la sección 3 del capítulo 1 de este trabajo.

detectores), cayendo así en el problema de la medición. No obstante, este tipo de explicaciones son un fracaso y una salida fácil si lo que se quiere es dar una historia consistente de por qué vemos lo que vemos. La cuestión no termina aquí. Los problemas interpretativos aumentan cuando uno intenta explicar el patrón de interferencia o no interferencia con experimentos de doble rendija con elección retrasada (*delayed choice*), es decir, realizar un experimento en el que se tome la decisión de producir un patrón de partícula o de onda después de que el electrón haya pasado la rendija (se puede producir en principio un patrón como el de partícula sin hacer uso de detectores en las rendijas). Aquí ya no es tan fácil responder con la visión estándar de la mecánica cuántica qué está sucediendo con el electrón. La pregunta ahora es la siguiente: si uno intenta resolver el problema de la medición, ¿se puede dar una explicación consistente y objetiva de los fenómenos mencionados?

En este escrito se mostrará que, en efecto, si se resuelve, y no sólo eso, sino que además se precisa una ontología (es decir, se es claro respecto a lo que la teoría dice que hay en el mundo), se puede dar una explicación clara y objetiva de los ejemplos mencionados. En esencia, *el objetivo de este trabajo* es evidenciar que el formalismo estándar de la mecánica cuántica debe ser reemplazado por teorías que resuelven el problema de la medición y que son claras respecto a su ontología. Si no se consideran teorías de este tipo, la mecánica cuántica se vuelve un formalismo vago que no ofrece explicaciones consistentes de fenómenos de gran interés físico y además, se torna en una formulación que permite malinterpretaciones que nos alejan del proyecto de una ciencia objetiva. Además de esto, se argumentará que la claridad ontológica es un tema de gran relevancia que va más allá de cuestiones interpretativas: (i) en cuanto al ámbito de interés físico es relevante por su utilidad para analizar en qué sentido teorías pueden ser unificadas; (ii) en cuanto al ámbito de interés filosófico es relevante para entender en qué sentido se pueden asumir posturas realistas.

Para desarrollar y justificar lo anterior, se utilizarán dos propuestas alternas de la mecánica cuántica que resuelven el problema de la medición: (1) la teoría de la onda piloto y (2) las teorías de colapso objetivo.² En el primer capítulo introduciremos los postulados básicos de la mecánica cuántica, retomaremos el problema de la doble rendija para abarcar los detalles no contemplados en esta introducción y explicaremos con cuidado el problema de la medición y su relevancia; argumentaremos por qué es importante resolverlo. En el capítulo 2 introduciremos la teoría de la onda piloto, su estatus ontológico y su explicación referente al problema de la doble rendija ordinario y de elección retrasada (de igual forma, los experimentos de elección retrasada serán explicados con mayor profundidad para abarcar los detalles que en esta introducción no se dieron). En el tercer capítulo hablaremos de las teorías de colapso objetivo junto con la propuesta ontológica de saltos que da Bell y veremos cómo enfrenta los problemas anteriores. Con esto se pretende evidenciar que una ontología precisa permite claridad explicativa a la hora de interpretar fenómenos y no da entrada a ambigüedades o explicaciones a modo. Por otro lado, el capítulo final cubrirá los últimos puntos del objetivo de este trabajo: es decir, se discutirá la utilidad de la claridad ontológica más allá del experimento de la doble rendija. Se evidenciará la importancia del tema cuando se intentan abordar preguntas

²Para un primer acercamiento a este tema se sugiere consultar [28].

relacionadas con la unificación de teorías (por ejemplo, cuando uno se pregunta sobre la compatibilidad entre la teoría cuántica y la relatividad especial), además de estudiar la importancia en discusiones más filosóficas asociadas con debates en torno a la posibilidad de asumir posturas realistas.

Finalmente, en la conclusión mostraremos las razones por las que las propuestas alternas son superiores al formalismo estándar y recapitularemos los beneficios de resolver el problema de la medición y de la precisión ontológica; también indicaremos cuáles son algunos problemas abiertos que valdría la pena ser analizados por la teoría de la onda piloto y por las teorías de colapso objetivo. En la medida de lo posible este trabajo será autocontenido, sin embargo, se supondrá que el lector está familiarizado con nociones generales de mecánica cuántica.³

³Si el lector no está familiarizado con las nociones generales de la teoría cuántica, puede consultar [9], [27] o [33].

Parte 1

Mecánica cuántica estándar y problema de la medición

Postulados, éxitos y problemas

Este capítulo estará compuesto por cinco secciones que serán la base y la motivación para el desarrollo de este trabajo. Veremos (1) los postulados de la formulación estándar de la mecánica cuántica, (2) el problema de la medición, (3) el experimento de la doble rendija, (4) el contexto filosófico y (5) la justificación para definir una ontología. Una vez estudiado esto, quedará en evidencia la necesidad de formular una mecánica cuántica que se libre de las vaguedades del formalismo estándar.

1. Formulación estándar de la mecánica cuántica

Si lo que se intenta en este trabajo es dar argumentos para reformular la versión estándar de la mecánica cuántica, la primer pregunta que nos debemos plantear es la siguiente: ¿a qué le estamos llamando mecánica cuántica estándar? Una vez especificado esto es cuando ya podemos analizar las ventajas y desventajas de la teoría. En esta primera sección nos encargaremos de responder la pregunta recién mencionada y daremos un esbozo de su problemática principal; en las siguientes secciones estudiaremos más a fondo los inconvenientes de la formulación.

La mecánica cuántica, en su formulación estándar, se construye a partir de los siguientes postulados.

POSTULADO 1. *A cada sistema físico se le asocia un espacio de Hilbert. Dado un tiempo fijo t_0 , a la descripción completa del sistema, llamado estado del sistema en el instante t_0 , se le asigna un vector en el espacio de Hilbert de longitud uno.*

POSTULADO 2. *Las propiedades de un sistema que pueden ser medidas (llamadas frecuentemente observables o variables dinámicas) se representan por operadores lineales hermitianos.¹ La relación entre los operadores, que representan propiedades, y los valores de dichas propiedades en los posibles estados del sistema, está dada por lo que se conoce como la regla eigenvalor-eigenvector (E/E) que enuncia lo siguiente: “un estado posee el valor α de una propiedad representada por el operador \mathcal{O} si y sólo si ese estado es un eigenvector de \mathcal{O} con eigenvalor α ”.*

POSTULADO 3. *La evolución del estado de un sistema viene descrita por la ecuación de Schrödinger:*

$$(1.1) \quad i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = \mathcal{H}|\psi\rangle,$$

¹Es conveniente señalar lo siguiente: (1) un operador lineal \mathcal{O} satisface que $\mathcal{O}(\alpha|A\rangle + |B\rangle) = \alpha\mathcal{O}|A\rangle + \mathcal{O}|B\rangle$, siendo α un número real; (2) los operadores hermitianos poseen eigenvalores reales. Para más información y propiedades de los operadores lineales (hermitianos) puede consultarse el capítulo 8 de [9].

siendo \mathcal{H} el operador hamiltoniano, \hbar la constante de Planck y $|\psi\rangle$ el estado del sistema.

POSTULADO 4. *Sea $|\psi\rangle$ el vector que representa el estado de un sistema y \mathcal{F} el operador que representa la variable dinámica que se desea medir. Supongamos que $|\psi\rangle$ no es eigenestado de \mathcal{F} . Para determinar (1) la ‘lista’ de los posibles resultados de una medición y (2) la probabilidad de que al medir obtengamos uno u otro de estos posibles resultados, se utiliza la regla de Born. Ésta indica que la ‘lista’ de esos posibles valores está compuesta por los eigenvalores del operador \mathcal{F} y las probabilidades de que al medir se obtenga uno u otro de esos posibles resultados están dadas por la expresión*

$$P(f_i) = |\langle\psi|f_i\rangle|^2,$$

siendo $\mathcal{F}|f_i\rangle = f_i|f_i\rangle$.

POSTULADO 5. (Postulado del Colapso). *Sea una vez más $|\psi\rangle$ el vector que representa el estado de un sistema y \mathcal{F} el operador asociado a la variable dinámica que se desea medir. Si el resultado tras la medición arroja el valor f_i , el sistema cambia instantáneamente al eigenestado asociado a dicho eigenvalor, esquemáticamente:*

$$|\psi\rangle \rightarrow |f_i\rangle.$$

Los postulados recién mencionados son asumidos en diferentes textos de física, por mencionar solo dos títulos se encuentran las obras clásicas de Paul Dirac (*Principios de Mecánica Cuántica*, ver [12]) y de John von Neumann (*Fundamentos Matemáticos de la Mecánica Cuántica*, ver [38]).² Como podemos notar, hay dos reglas de evolución muy distintas. Primero tenemos la dada por la ecuación de Schrödinger (Postulado 3), que es una ley de evolución lineal, continua y determinista (pues está dada por una ecuación diferencial en términos de operadores lineales), y por otro lado, la evolución que viene dada por el postulado del colapso (Postulado 5) que es no lineal, discontinua e indeterminista. Tener dos reglas radicalmente diferentes no representa ningún inconveniente siempre y cuando la teoría te indique en qué casos usar cada una. Sin embargo, la ‘receta’ que da el formalismo estándar para decidir entre una y otra regla de evolución no es satisfactoria en el sentido que a continuación discutiremos.

Según la mecánica cuántica tradicional cada ley dinámica intervendrá en las siguientes circunstancias:

(i) Si no se efectúa una medición, el estado del sistema evoluciona acorde a la ecuación de Schrödinger.

(ii) Si se efectúa una medición, el estado del sistema cambia según el postulado del colapso.

¿Y por qué esto es una dificultad? Como ya habíamos señalado en la introducción, utiliza la palabra medición que no es precisada en la teoría y depende del observador.

²Consúltese una discusión al respecto de estos postulados en [1]. Por otro lado hay que tener presente que no todos los libros de texto de mecánica cuántica asumen esta interpretación, por ejemplo, un libro introductorio bastante utilizado (al menos en latinoamérica) que se aleja del formalismo estándar es [9]. Sin embargo, todavía es la interpretación estándar la imperante en los textos de mecánica cuántica.

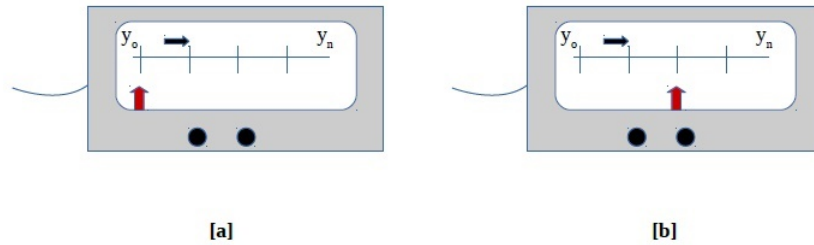


FIGURA 1. Aparato de medición.

¿Pero a qué nos referimos con que la medición no es precisada en la teoría? Justo en la siguiente sección explicaremos en qué sentido esta palabra es problemática y la razón por la que se introduce el postulado del colapso. Es decir, presentaremos formalmente *el problema de la medición* basándonos primero, por simplicidad y claridad, en el ejemplo de la partícula en una caja para después introducir una enunciación más general del problema.

2. El problema de la medición

Cuando el experimentador realiza una medida de la energía (o cualquier variable dinámica arbitraria, como la proyección del espín en alguna dirección) en algún sistema, se debe reflejar con algún cambio físico en el instrumento de medición usado, por ejemplo, en el cambio de la posición del puntero de un aparato o reflejando algún número en una pantalla del dispositivo, etc. (ver Fig 1. [a]). Sabemos, en el caso de la mecánica cuántica, que el estado de un sistema puede no tener un valor definido de energía, sino una combinación de distintos valores discretos de ésta (a esto llamamos un estado en *superposición*).³ No obstante, a la hora de querer saber el valor de la energía del sistema, después de efectuar la medición, el puntero (o la pantalla, etc.) del dispositivo utilizado, marcará un valor concreto que se reflejará en alguna posición específica del puntero correspondiente a un solo valor de energía (ver Fig 1. [b]), no a muchos. Es decir, nunca se verá al puntero intentando marcar todos los posibles niveles de energía que en principio pudiera tener el sistema. Ahora, intentemos modelar esto con el formalismo cuántico en un caso particular, a saber, una partícula libre que es confinada en una caja.⁴

³Siendo formales, esto es consecuencia de tener una ley dinámica como la ecuación de Schrödinger. Cuando ésta se resuelve, la solución más general es una combinación lineal de los estados propios. Para no desviarnos de la discusión, el lector interesado (y ajeno a la teoría cuántica) puede consultar el capítulo 3 de [9] o [33]. De igual forma, se puede leer la nota al pie 3 del capítulo 3 de este trabajo.

⁴La partícula en una caja es estudiado frecuentemente en los libros introductorios de mecánica cuántica. En esta explicación nos concentraremos en puntos muy específicos que serán abordados durante el desarrollo de la sección, pero para más detalles puede verse la sección 2.2 de [28] o la sección 3.4 de [33].

Supongamos que se ha preparado una partícula en una caja de tal manera que su estado inicial sea una superposición de los primeros n estados propios de energía. Entonces, la función de onda asociada sería:⁵

$$(2.1) \quad \psi_0(x) = c_1\psi_1(x) + c_2\psi_2(x) + \dots + c_n\psi_n(x) = \sum_{i=1}^n c_i\psi_i(x),$$

siendo ψ_0 el estado inicial, ψ_1 la función de onda asociada a la partícula en una caja que se encuentra en el estado base, ψ_2 la función de onda asociada a la partícula libre en una caja que se encuentra en el estado energético posterior al estado base y así sucesivamente. El subíndice cero es utilizado para denotar el tiempo inicial y no un nivel de estado de energía (los niveles de energía corresponden a subíndices que tienen asociado un número natural).

En lo que respecta al aparato de medición, antes de que interactúe con el sistema cuántico descrito anteriormente, el puntero deberá estar en una posición inicial a la que llamaremos y_0 (utilizaremos la letra y para denotar la posición del puntero).⁶ Este estado de posición inicial, para hacer una descripción mecánico-cuántica, deberá tener una función de onda asociada, la cual en una buena aproximación, puede ser representada por una función gaussiana centrada al rededor del punto y_0 , es decir:

$$(2.2) \quad \phi_0(y) = N \exp\left\{\frac{-(y - y_0)^2}{4\sigma^2}\right\}.$$

siendo N una constante de normalización y σ un parámetro que da información del ancho de la función gaussiana.

En consecuencia, cuando comienza la interacción entre el aparato de medición y la partícula confinada en una caja, el estado inicial del sistema en conjunto es representado por el siguiente estado separable:

$$(2.3) \quad \Psi_0(x, y) = \psi_0(x)\phi_0(y).$$

Debido a la interacción, el estado anterior evolucionará de acuerdo a la ecuación de Schrödinger, que tiene la siguiente forma:

$$(2.4) \quad i\hbar \frac{\partial \Psi(x, y, t)}{\partial t} = \mathcal{H}\Psi(x, y, t).$$

De la expresión anterior surge el cuestionamiento sobre cuál deberá ser la forma correcta del hamiltoniano. En principio, debería ser la suma de tres términos: el correspondiente a (1) la partícula en una caja, (2) al puntero del aparato de medición y (3) un término de interacción entre los sistemas recién mencionados. De todas

⁵Se está ahora representando el estado de un sistema en términos de funciones. Recuérdese solo que $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$.

⁶Nuevamente podría ser una pantalla marcando algún número, pero por simplicidad y sin pérdida de generalidad, se modelará la acción de un puntero.

estas contribuciones, la más significativa es la correspondiente a (3).⁷ Para modelar esta interacción, lo que debe quedar claro es que para una partícula en un estado propio de energía ψ_n , el puntero deberá moverse una distancia proporcional a E_n . Considerando esto, una expresión del hamiltoniano que refleje lo anterior tendrá la siguiente forma:

$$(2.5) \quad \mathcal{H}_{int} = \lambda \mathcal{H}_x \mathcal{P}_y = -i\hbar\lambda \mathcal{H}_x \frac{\partial}{\partial y},$$

siendo λ la constante de proporcionalidad, \mathcal{H}_x el operador de energía para la partícula en una caja y \mathcal{P}_y el operador de momento para el puntero.

Sustituyendo (2.5) en (2.4) resulta:

$$(2.6) \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\lambda \mathcal{H}_x \frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

siendo ésta la ecuación que tenemos que resolver para ver cómo se comporta el aparato de medición (el puntero) cuando interactúa con el sistema cuántico. Pero antes de resolverla, veamos un caso particular donde se muestra que la interacción modelada es correcta.

Consideremos la situación en que la partícula en una caja se encuentra en un *eigenestado* de energía. La ecuación que representa el estado inicial puntero-partícula sigue siendo (2.3), sólo que ψ_0 se reduce a uno de los términos de los n sumandos presentes en (2.1) -es decir $\psi_0 = c_i \psi_i$ -, y este término dependerá del nivel energético en el que se encuentre la partícula (podría ser el estado base, el máximo nivel o algún otro entre estos dos extremos).⁸ Para este caso también tenemos que resolver la ecuación (2.6). Antes de resolverla podemos hacer una simplificación más observando que en esta ecuación, en el primer miembro de la igualdad (es decir $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$), el operador derivada que actúa en $\Psi(x, y, t)$ lo hace sobre la variable t , y en el segundo miembro de la igualdad (es decir $-\lambda \mathcal{H}_x \frac{\partial \Psi}{\partial y}$), el operador derivada que actúa en $\Psi(x, y, t)$ lo hace sobre la variable y , de manera que la variable x no está involucrada (y y t son variables acopladas). Esto quiere decir que $\Psi(x, y, t)$ puede pensarse como proporcional a $\psi_i(x)$,⁹ y si es proporcional, sigue siendo un eigenestado de energía del operador \mathcal{H}_x . Matemáticamente lo anterior se expresa como

$$\mathcal{H}_x \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \mathcal{H}_x \Psi = \frac{\partial}{\partial y} E_i \Psi = E_i \frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

⁷El hamiltoniano correspondiente a (1) simplemente contribuye en agregar, para cada término de (2.1), una fase compleja con distinta frecuencia. En cuanto a (2), el término del hamiltoniano caracteriza la energía cinética del puntero, es decir $\mathcal{H}_y = -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; como es un sistema macroscópico, se considera que el valor de M es muy grande, de manera que $H_y \approx 0$.

⁸Nos referimos a un máximo nivel porque estamos considerando en la expresión (2.1) a n finito.

⁹Esto queda más claro cuando uno piensa en el método de resolución de ecuaciones por separación de variables. Se propone una solución en forma de producto de las variables que se suponen independientes. En este caso $\Psi(x, y, t)$ sería de la forma $\Psi(x, y, t) = \phi(y, t) c_i \psi_i(x)$, y haciendo $\alpha = c_i \phi(y, t)$, notamos que para cada y y t $\Psi(x, y, t) = \alpha \psi_i(x)$ satisface una relación de proporcionalidad.

de manera que (2.6) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$(2.7) \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\lambda E_i \frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

cuya solución general es de la forma (pensando a $y_0 = 0$)

$$(2.8) \quad \Psi(x, y, t) = \psi_i(x)\phi(y - \lambda E_i t).$$

Entonces cuando la interacción partícula-puntero termina en un tiempo $t = T$ el estado cuántico se representa por el siguiente estado separable

$$(2.9) \quad \Psi(x, y, T) = \psi_i(x)\phi(y - \lambda E_i T),$$

que nos indica que la partícula se encuentra en el mismo *eigenestado* de energía previo a la interacción (lo que se espera obtener si se sabe que se va a medir un *eigenestado*), es decir, en el i -ésimo estado energético. Además el puntero sigue estando representado por una función gaussiana solo que desplazada una distancia en proporción a la energía de la partícula, es decir, desplazada hacia la derecha $\lambda E_i T$ de la posición inicial; esto es como se deseaba pues modela el desplazamiento físico del puntero en proporción al valor de energía detectado (por así decirlo) en la partícula (véase nuevamente Fig. 1). Concluimos entonces que este esquema de interacción de la medición se ajusta correctamente a lo que se espera ver en el laboratorio pese a todas las aproximaciones.

Lamentablemente el gusto dura poco cuando uno recuerda que una partícula en un *eigenestado* particular no es el único tipo de estados que uno quisiera representar en una interacción con el aparato de medición. ¿Qué pasa entonces si el estado de la partícula es una superposición de *eigenestados* como en (2.1)?

El estado inicial por (2.1) y (2.3) será:

$$(2.10) \quad \Psi_0(x, y) = \left[\sum_{i=1}^n c_i \psi_i(x) \right] [\phi(y)],$$

el cual evolucionará de acuerdo a la ecuación de Schrödinger (2.6). Basándonos en la linealidad de la ecuación de Schrödinger y la solución recién obtenida para un *eigenestado*, es decir (2.9), la solución general será:

$$(2.11) \quad \Psi(x, y, T) = \sum_{i=1}^n c_i \psi_i(x) \phi(y - \lambda E_i T),$$

que representa la superposición de estados entrelazados entre la partícula y el puntero. Esta expresión indica físicamente que el puntero no tiene una posición definida acorde a algún nivel de energía, sino que la superposición presente en la partícula es ‘contagiada’ al aparato de medición. El puntero del aparato de medición se encuentra en una combinación de diferentes posibles posiciones, algo que por supuesto no se ve en el experimento. En el experimento, cuando se realiza una medición, sí hay una posición concreta. El problema del ‘contagio’ es que es *ad infinitum*: podemos

incluir tantos aparatos de medición como uno desee para hacer el proceso más ‘realista’, sin embargo será un fracaso porque cada aparato agregado será igualmente contagiado.¹⁰

Ahora, para ‘arreglar’ esta situación es necesario forzar el ‘rompimiento’ de la superposición para así tener algo semejante a (2.9), es decir, *eigenestados* del operador de interés al medir. Lo grave es que este inconveniente se intenta solucionar con el postulado de colapso que introduce la palabra *medir*, que es un concepto que involucra un proceso físico que la teoría no es capaz de dar cuenta (en el sentido que se mostró con anterioridad). Este elemento metateórico resulta que es dependiente del observador (es decir, del sujeto que mide) y repercute directamente en la dinámica del sistema. Entonces, al no tener claro qué es una medición (y mucho menos qué o quién la produce -no se aclara qué es un observador-), ya no se cuenta con un criterio preciso para especificar cuándo decantarnos por las reglas (i) y (ii) mencionadas en la sección anterior. Es a esta dificultad la que llamamos *el problema de la medición*.

Lo anterior nos orilla a reflexionar en una serie de cuestiones. Por ejemplo, quizá el problema radica en que el estado cuántico no representa toda la información de un sistema físico (o dicho de otra manera, el estado cuántico no es *completo*) y por eso al modelar una medición se llegan a tener estos ‘contagios’ de superposición en los punteros. O bien, si aceptamos que en la función de onda sí está contenida toda la información del sistema, debemos también aceptar que el estado no siempre evolucionará de acuerdo a la ecuación de Schrödinger, porque si lo hiciera, las mediciones no siempre estarían definidas. Esto motiva a presentar el problema de la medición de una manera más general propuesta por Tim Maudlin [24], que consiste básicamente en reconocer que los siguientes enunciados son en conjunto incompatibles:

- (a) La descripción física que provee el vector de estado es completa.
- (b) Los estados cuánticos siempre evolucionan de acuerdo con la ecuación de Schrödinger.
- (c) Las mediciones siempre tienen resultados definidos.

Del ejemplo de la partícula en una caja utilizado para evidenciar el problema de la medición, podemos ver por qué estos enunciados son incompatibles. (I) Si (a) y (b) se cumplen, tenemos que el aparato de medición se ‘infecta’ con la superposición, y al ‘infectarse’, los resultados no están definidos, por ello no se satisface (c). (II) Si (a) y (c) se cumplen, debemos aceptar que hay algo como los colapsos de la función de onda, y hacer esto implica reconocer que hay una ley de evolución distinta a la de Schrödinger para los estados cuánticos, de manera que (b) no se satisface. (III) Por último, si suponemos que (b) y (c) se cumplen, reconocer que se satisface (a) implica que es compatible con (b), y de (I) sabemos que esto conduce a negar (c), teniendo entonces una contradicción.

¹⁰Consúltese el capítulo 3 de [28] para un tratamiento más extenso de este ejemplo y para una discusión del problema de la medición.

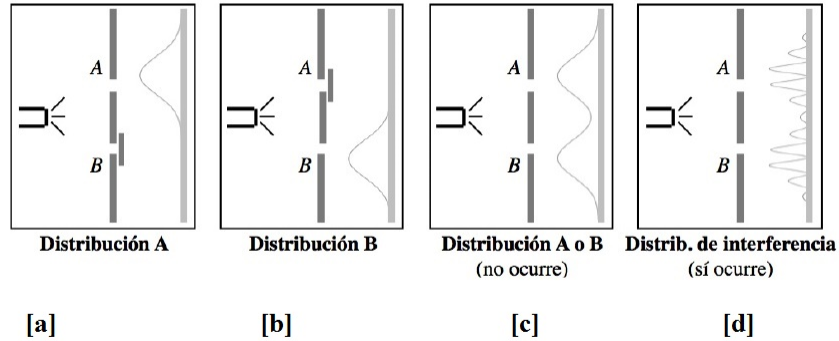


FIGURA 2. Experimento de la doble rendija.

Con la formulación de Maudlin es fácil clasificar alternativas a la mecánica cuántica estándar dependiendo cuál de los enunciados niegan. En particular, el formalismo estándar niega (b) al introducir el problemático postulado del colapso.

A pesar de lo anterior, la mecánica cuántica es exitosa en sus predicciones. En la siguiente sección veremos cómo opera el formalismo estándar usando el ejemplo clásico del experimento de la doble rendija.

3. El experimento de la doble rendija

Si uno se queda sólo con la sección anterior, parece que la superposición es problemática y no refleja lo que sucede en la experimentación. Esto es cierto en el contexto del ejemplo anterior cuando se intenta con el formalismo modelar una medición. Sin embargo, la superposición no es algo abstracto y alejado de lo que se ve en el mundo. Veamos en qué sentido decimos esto utilizando el famoso experimento de la doble rendija.

Considérese un dispositivo que lanza electrones (en diferentes direcciones) y una barrera capaz de obstaculizar su paso. Esta barrera posee dos rendijas que pueden cubrirse a gusto del experimentador. Detrás de la barrera se encuentra una pantalla detectora de electrones. El experimento simplemente consiste en identificar el patrón de distribución de los electrones en la pantalla al atravesar las rendijas después de que el dispositivo los ha lanzado (véase Fig. 2).¹¹

Si realizamos este experimento cubriendo alguna de las dos rendijas (A o B), se obtiene la distribución dada por las dos primeras imágenes de la Fig. 2. Al ver esto, la intuición clásica nos indica que al dejar abierta ambas rendijas, obtendremos un patrón como el de la tercer imagen en la Fig. 2. Pero esto no ocurre, sino que se obtiene una distribución como el de la cuarta imagen, distribución que normalmente asociamos al comportamiento ondulatorio: hay un comportamiento extraño y claramente distinto en el mundo subatómico cuando se le compara con el mundo

¹¹Figura tomada de [31].

macroscópico.

La pregunta es: ¿por cuál de las rendijas pasó el electrón? Lo extraño es que no podemos decir que pasó por ambas debido a que las detecciones en la pantalla son en un solo punto y con la misma intensidad (el patrón de interferencia se forma incluso lanzando electrón por electrón), ni tampoco decir que pasó por A o B, pues en ese caso se hubiera tenido la distribución de la imagen [c]. La situación se torna aún más extraña cuando se utilizan detectores en las rendijas para cerciorarse por qué lado pasó, pues en este caso, el patrón de interferencia desaparece y la distribución corresponde ahora sí a la Fig. 2 [c]. En consecuencia, los detectores no marcan que el electrón atravesó al mismo tiempo ambas rendijas, sino que pasó por A o pasó por B. ¿Qué podríamos concluir entonces?, ¿que el electrón no pasó por ningún lado? Si este fuera el caso, no habría ningún patrón de distribución, por lo que incluso esta respuesta queda descartada. Entonces, si se desea explicar el patrón de distribución pensando en términos clásicos, como lo es pensar en trayectorias posibles por las que puede ir un electrón para producir la interferencia, no se va a lograr nada. Para explicar esto, hay que pensarlo en otros términos, en una nueva forma de concebir a la naturaleza, donde el mundo subatómico tiene propiedades y manifestaciones diferentes, y es justo aquí cuando entra en juego la superposición. La mecánica cuántica estándar predice el patrón del tipo ondulatorio cuando las dos rendijas están abiertas, y lo explica diciendo que el electrón entra en una superposición de viajar por ambos caminos. ¿Qué es exactamente la superposición y que más se puede decir de ella? Esto ya no lo responde el formalismo estándar, lo único que dice este formalismo es que es un ‘comportamiento’ común en el mundo cuántico. ¿Y por qué cuando se intenta poner detectores en las rendijas la distribución de interferencia desaparece? En esta circunstancia, el formalismo estándar diría que los detectores son un proceso de medición que interrumpe la evolución según Schrödinger, colapsando la función de onda y en consecuencia, produciendo una distribución diferente. Cayendo así en una explicación que no se libra del problema de la medición.¹²

Podemos notar que la mecánica cuántica estándar es exitosa porque predice lo que se ve experimentalmente, sin embargo, sus explicaciones son oscuras y no se libran de la dependencia del agente externo que provoca las mediciones. ¿Pero qué tan grave es no librarse de esta dependencia? En la siguiente sección abordaremos la relevancia de resolver el problema de la medición y daremos un contexto filosófico.

4. Contexto filosófico: relevancia del problema de la medición

A grandes rasgos lo que se ha discutido es por qué es tan problemática la mecánica cuántica, sin dejar de hacer énfasis en sus virtudes predictivas. Esta tensión ha puesto a reflexionar a muchos físicos respecto a cómo interpretarla. El problema de la medición es uno de los tantos inconvenientes, pero no es el único que ha aquejado. Otro ejemplo es el de la *no localidad* que está implícita en el postulado del colapso y que dio origen al famoso artículo publicado por Albert Einstein, Boris Podolsky

¹²La exposición del experimento de la doble rendija aquí presentada puede consultarse en la sección 2.1 de [31].

y Nathan Rosen (conocido como el artículo de EPR por las iniciales de sus apellidos).¹³ Detallemos brevemente en qué sentido decimos que hay una relación entre la no localidad y el postulado del colapso. Vamos a suponer que tenemos un sistema (compuesto por dos subsistemas A y B) descrito por un estado que los físicos suelen llamar *estado entrelazado*. Estos estados son tales que no podemos hablar de las propiedades individuales de cada subsistema porque no están definidas (pero sí de las propiedades del sistema en su totalidad). Si queremos conocer el valor de determinada propiedad, por ejemplo sobre el subsistema A , debemos ir y medir el valor de esa propiedad en ese subsistema. Pero al hacerlo, el estado entrelazado por el que era descrito inicialmente el sistema en su conjunto, por el postulado del colapso, cambiará. En el momento en el que es definida la propiedad en el subsistema A tras la medición, *inmediatamente* se define el valor de las propiedades que pudiera tener el subsistema B , por lo que ahora el estado del sistema en su conjunto es un *estado separable*, es decir, un estado en el que ahora sí podemos hablar de manera individual en cada subsistema de sus respectivas propiedades. La no localidad, *grosso modo*, es esta influencia instantánea que afecta en un sistema B (al que no se le hace nada) al medir algo en el sistema A . Y es así como está relacionada la no localidad con el postulado del colapso. Respecto a la no localidad, Einstein la bautizó como la *fantasmal acción a distancia*.¹⁴ Lamentablemente para él, hoy sabemos por John Bell que no podemos contruir una teoría local que reproduzca los resultados de la mecánica cuántica.¹⁵ Queda entonces con esto de manifiesto que las teorías que resuelvan el problema de la medición, deberán conservar ese carácter no local.

Por lo anterior, no es de extrañar que muchos físicos estén tentados a decir que la mecánica cuántica no ofrece una descripción correcta sobre la *realidad del mundo*, sino que sólo es una herramienta para predecir fenómenos y resultados de laboratorio. En particular, fue la postura de muchos grandes físicos. Es pertinente no pasar por alto algunas frases emblemáticas que lo manifiestan. Citemos a Bell que las recopila:¹⁶

Por ejemplo, «Bohr una vez declaró al preguntársele si el algoritmo cuántico podía considerarse como algo que refleja una realidad cuántica subyacente: “No existe un mundo cuántico. Hay sólo una descripción cuántica abstracta. Es equivocado pensar que la tarea de la física consiste en descubrir cómo *es* la Naturaleza. La física se ocupa de lo que podemos decir de la Naturaleza”».

Y para Heisenberg «... en los experimentos acerca de sucesos atómicos tratamos con cosas y hechos, con fenómenos que son tan reales como cualquier fenómeno cotidiano. Pero los átomos y las partículas elementales no son tan reales; constituyen un mundo de potencialidades o posibilidades antes que de cosas y hechos».

¹³Para consultar los datos del artículo, véase [14].

¹⁴El nombre de *fantasmal acción a distancia* la utilizó Einstein en una carta a Bohr, véase p. 158 de [5].

¹⁵Para una discusión sobre el teorema de Bell consúltese el capítulo 16 de la compilación de los artículos de este autor en [3].

¹⁶Véase capítulo 16, p. 201 de [3].

Y «Jordan declaró, enfáticamente, que las observaciones no sólo perturban lo que ha de medirse; lo *producen*. En una medida de la posición, por ejemplo, realizada con el microscopio de rayos gamma, “se fuerza al electrón a tomar una decisión. Le obligamos a *adoptar una posición definida*; previamente no se encontraba, en general, ni aquí ni allá; no había tomado una decisión sobre una posición definida... Si se mide la *velocidad* del electrón mediante otro experimento, esto quiere decir: el electrón está obligado a decidirse por algún valor exactamente definido de la velocidad... nosotros mismos producimos los resultados de la medida”».

Por ejemplo, detrás de las frases de Niels Bohr y Werner Heisenberg, hay una serie de compromisos filosóficos que a continuación pondremos de manifiesto. En el párrafo anterior, antes de introducir las frases, mencionamos la palabra “*realidad del mundo*”, que incluso fue escrita con cursivas. En la cita de Heisenberg se menciona también la palabra “*real*” cuando él reflexiona sobre el estatus de los átomos y las partículas elementales. Hablar sobre la realidad ha sido un tema de gran interés filosófico y existen diferentes niveles de discusión (distintas dimensiones para abordar el tema). A continuación distinguiremos dos dimensiones.¹⁷

Realismo Metafísico (« R_m »). Es la postura que afirma que el mundo existe por sí mismo independiente del conocimiento o conciencia de éste (independiente de observadores o de cualquier actividad mental).

Realismo Epistémico (« R_e »). Es la postura que sostiene la posibilidad de *conocer* al mundo tal como es en sí mismo (nuestro conocimiento lo describe y lo explica, y este conocimiento puede venir de nuestras teorías científicas). Se da por hecho la aceptación del realismo metafísico y por eso la verdad o falsedad de una teoría depende del mundo independiente y no de sujetos cognoscentes.

Este último tipo de realismo se opone, por ejemplo, al *instrumentalismo*, que es la postura que sostiene que las teorías no ofrecen una descripción verdadera de la realidad, sino que sólo brindan un método para explicar y predecir fenómenos.¹⁸ Por ejemplo, las frases mencionadas por Bohr y Heisenberg (sin indagar tanto en su filosofía) podrían interpretarse como instrumentalistas.¹⁹

Regresando al problema de la medición y enlazándolo con lo recién discutido, es importante señalar que si se desea claridad explicativa y conceder un rango de mayor aplicabilidad a la teoría, es necesario resolver esta problemática independientemente

¹⁷Los niveles de realismo presentados pueden encontrarse en [7], sólo que a lo que el autor llama *realismo ontológico*, aquí fue nombrado como *realismo metafísico*. Normalmente se suele hablar de otra dimensión del realismo llamada *realismo semántico* (véase por ejemplo [8]). Retomaremos esta dimensión en la última sección del último capítulo de este trabajo.

¹⁸Con respecto al término *instrumentalismo*, en la literatura se pueden encontrar diferentes matices. La definición aquí utilizada es tomada de [7].

¹⁹Considerar instrumentalista a Bohr es una visión demasiado simplista. Para una discusión sobre el tema léase [11].

de si se acepta o se niega una postura de realismo epistémico. Por ejemplo, Bell comenta:²⁰

¿Qué exactamente califica a algún sistema físico para jugar el rol de ‘medidor’? ¿Estaba la función de onda del mundo esperando miles de millones de años para colapsar hasta el momento en que una criatura unicelular viva apareciera? ¿O tuvo que esperar un poco más para obtener un sistema mejor calificado... digamos que alguien con un doctorado? Si la teoría es para aplicarla sobre cualquier ámbito y no sólo a operaciones de laboratorio altamente idealizadas, ¿no estamos obligados a aceptar que más o menos procesos ‘semejantes a medidas’ están ocurriendo más o menos todo el tiempo, más o menos en todas partes? ¿No tenemos entonces colapsos todo el tiempo?

Si suponemos que en el pasado hubo colapsos, la visión estándar no los explica: se reduce su rango de aplicabilidad. Es en este sentido que decimos que se pierde poder predictivo y esto es algo que no se debería permitir en una teoría física (independientemente de los compromisos filosóficos que se asuman). Si el lector está convencido de que el problema de la medición es grave, la pregunta que se debe plantear ahora es sobre cómo se podría resolver. A continuación, en el siguiente capítulo estudiaremos dos propuestas: (1) la teoría de la onda piloto y (2) las teorías de colapso objetivo. Pero antes, hablemos de la importancia de la claridad ontológica y su conexión con lo abordado, después de todo el objetivo de este trabajo es evidenciar que teorías que dan una resolución del problema de la medición y además son precisas respecto a su ontología, presentan muchas ventajas en contraste con la formulación estándar (pues ofrecen respuestas a situaciones físicas que el formalismo tradicional no da, como se estudiará).

5. Ontología

Hemos visto la necesidad de resolver el problema de la medición, pero esto no es suficiente si uno desea librarse de toda ambigüedad interpretativa dentro de una teoría. Para esto también será necesario definir una ontología, y esto significa decir qué hay en el mundo según la teoría. En otras palabras lo que se pretende es hacer cuestionamientos del siguiente tipo: si la mecánica cuántica fuera verdadera, si consideramos que ésta describe lo que nos rodea, entonces ¿qué hay en el mundo según ella?, ¿cuáles de todos los objetos matemáticos tienen correspondencia con la realidad y cuáles son meros constructos?²¹ Se sostiene que si se hacen este tipo de planteamientos y se define una ontología, uno se puede librar de la oscuridad a la hora de explicar fenómenos (ya sea que uno se comprometa o no con la realidad de los objetos que se postulan). Esto se intentará mostrar en los siguientes capítulos. Para ello se estudiarán tanto el experimento clásico de la doble rendija como el experimento de la doble rendija con elección retrasada en el marco de las teorías que resuelven el problema de la medición. Comenzaremos primero estudiando la

²⁰Traducción libre, véase original en p. 216 capítulo 23 de [4]. El autor usa la palabra *salto* para referirse al *colapso* de la función de onda. En la traducción aquí usada se utiliza directamente la palabra *colapso*.

²¹La introducción del tema de la ontología sigue la motivación de Valia Allori. Véase la sección 2.6 *The Problem of the Lack of a Clear Ontology* de [2].

teoría de la onda piloto (Capítulo 2) y después las teorías de colapso objetivo (Capítulo 3) y veremos cómo se enfrentan a los problemas interpretativos.

Parte 2

Alternativas al formalismo estándar de la mecánica cuántica

Teoría de la onda piloto

En este capítulo nos concentraremos en la teoría de la onda piloto. Introduciremos las generalidades de esta propuesta, indicaremos en qué sentido resuelve el problema de la medición y resaltaremos las virtudes de su claridad ontológica. Utilizando el experimento de la doble rendija con elección retrasada, evidenciaremos las deficiencias explicativas de la mecánica cuántica estándar y evidenciaremos también que la entrada de malinterpretaciones se debe a que es una teoría vaga al no resolver el problema de la medición y no poseer una ontología precisa. Contrastaremos esta formulación, usando el mismo experimento, con la teoría de la onda piloto y estudiaremos cómo ésta libra las dificultades interpretativas. Pero antes de entrar de lleno en la materia, para contextualizar y motivar la presentación, iniciaremos con un panorama histórico general.

1. Antecedentes

Hablemos de la mecánica cuántica usual. Uno de los personajes que no estaba conforme con la teoría era Einstein. De las cosas que más le molestaba era la no localidad, como ya habíamos advertido en la sección 4 del capítulo pasado. En el ya citado artículo EPR, asumiendo la premisa de localidad, se muestra que la mecánica cuántica es incompleta, de hecho, el último párrafo del artículo dice lo siguiente:¹

Si bien hemos mostrado que la función de onda no proporciona una descripción completa de la realidad física, dejamos abierta la pregunta de si dicha descripción existe o no. Nosotros creemos, sin embargo, que tal teoría es posible.

Como ya también se había comentado, Bell demostró que no era posible construir una teoría local que reprodujera los resultados de la mecánica cuántica. Sin embargo, Einstein y los coautores del artículo EPR no estaban del todo equivocados en pensar que si se consideraba que la función de onda no era completa, en efecto era posible construir otra teoría, sólo que ésta sería no local. Esta otra teoría es la de la onda piloto, que además rescata el determinismo (como estudiaremos más adelante). Einstein no tuvo la oportunidad de conocer el teorema de Bell (cuya primera versión se escribió en 1964),² pero sí logró conocer las generalidades de la teoría de la onda piloto mediante la formulación de David Bohm, que es probable que haya sido rechazada por él justo por ser explícitamente no local. Otra razón de

¹Véase p. 780 de [14] para consultar la frase (traducción libre). Si el lector no está familiarizado con el argumento, además de sugerir leer el artículo original, puede consultar la referencia [32] como primer acercamiento.

²La primera versión del teorema de Bell aparece en el artículo llamado “*Sobre la paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen*”, y puede consultarse en el capítulo 2 de [3].

rechazo para Einstein fue el determinismo, por ejemplo, en una carta a Max Born le escribe:³

¿Te has dado cuenta de que Bohm cree (como lo hizo de Broglie, hace 25 años) que es capaz de interpretar la teoría cuántica en términos deterministas? Ese camino me parece demasiado barato.

Y así las ideas de la teoría de la onda piloto que Bohm planteó fueron rechazadas también por otros físicos. Por ejemplo, Robert Oppenheimer se refirió a ellas como “desviacionismo juvenil” y dijo que “si no podemos refutar a Bohm, entonces debemos acordar ignorarlo”. Por otro lado, Léon Rosenfeld dijo que la teoría era “muy ingeniosa, pero básicamente equivocada” y Wolfgang Pauli la catalogó de “simplicidad absurda” que “por supuesto está más allá de toda ayuda”.⁴

La teoría de la onda piloto se caracteriza por tener una ecuación de movimiento para las partículas. Las raíces de esta propuesta se debieron a Louis de Broglie. Presentó su idea (aún incipiente) en el año de 1927 en Bruselas cuando se llevaba a cabo el Quinto Congreso de Solvay sobre Física Atómica.⁵ No obstante, no se tuvo mucho interés por la comunidad y además, de Broglie no respondió correctamente las objeciones de Pauli sobre la dispersión inelástica, lo que provocó una mala impresión ante la audiencia del congreso.⁶ De Broglie dejó a un lado su proyecto y no lo retomó hasta que Bohm en el año de 1952 desarrolló en forma la teoría.

Los aspectos más relevantes de la teoría de la onda piloto (también llamada mecánica de Bohm o teoría de De Broglie-Bohm) son que rescata el determinismo y establece que hay partículas que siempre tienen posiciones bien definidas proporcionando una ecuación explícita para la velocidades (llamada ecuación de la onda piloto). En principio, las partículas poseen tanto posición como velocidad de manera simultánea, cuestión que no sucede en el formalismo estándar (recuérdese el principio de incertidumbre de Heisenberg).

Pese al gran rechazo, Bell fue uno de los grandes defensores de la teoría. Él comentaba lo siguiente:⁷

¿Por qué se ignora la representación de la onda piloto en los libros de texto? ¿No debería enseñarse, no como el único camino, sino como un antídoto contra la complacencia prevaleciente, para mostrar que la vaguedad, la subjetividad y el indeterminismo no nos vienen impuestos por los hechos experimentales, sino por una deliberada elección teórica?

En la siguiente sección presentaremos los principios básicos de la propuesta.

³Léase 7.7, sección titulada *Reactions* de [28]. Las siguientes menciones de frases en lo que resta de este apartado, son extraídas de la referencia y sección mencionada.

⁴Paráfrasis de párrafo tomado de la referencia citada en la nota al pie anterior (los entrecorillados representan una traducción literal).

⁵Consúltese la sección dedicada a Louis de Broglie de la referencia [21].

⁶Léase la sección 3 titulada *History* de [18].

⁷Consúltese capítulo 17, *Sobre la imposible onda piloto*, de la referencia [3], p. 222-223.

2. Generalidades de la teoría de la onda piloto

Recordando el *Postulado 1* de la formulación estándar de la mecánica cuántica, la función de onda (o el vector de estado si se quiere ser más general) contiene la descripción completa del estado de un sistema físico. Sin embargo, en la teoría de la onda piloto, esto no es cierto. Según esta propuesta, los sistemas físicos son partículas que siguen trayectorias, de manera que tendrán bien definidas sus ubicaciones para cualquier instante de tiempo. Como la función de onda evidentemente no provee esta información,⁸ se corrige y completa el formalismo estándar para dar cuenta de las posiciones, recuperando así una noción clásica de partículas pero con trayectorias dictadas por una dinámica cuántica basada en lo que se denomina *ecuación guía* o *ecuación de la onda piloto*. En esta teoría, por ejemplo, un electrón es una partícula cuyo movimiento es controlado por una onda. Veamos con detalle la formulación y a qué nos referimos con la aseveración anterior.

La ley dinámica que seguirá la onda estará dada por la ya conocida ecuación de Schrödinger:

$$(2.1) \quad i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathcal{H}\Psi.$$

Ahora construyamos la ecuación que estará asociada con el movimiento de las partículas, para esto será necesario inspirarse en la fórmula de de Broglie que parte del supuesto que a una partícula se le pueden asociar propiedades ondulatorias. En un sentido más preciso, de Broglie supone que el momento de una partícula está relacionado con la longitud de una onda de la siguiente manera:

$$(2.2) \quad p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k,$$

siendo p el momento de la partícula, λ la longitud de onda y k el número de onda. Por ejemplo, si tenemos una partícula bajo la influencia de una onda plana $\Psi \sim \exp\{ikx\}$ con un valor definido para k , y nos preguntamos cuál será su velocidad bajo tal influencia, utilizando la fórmula de de Broglie tendremos la siguiente respuesta:

$$(2.3) \quad v = \frac{p}{m} = \frac{\hbar}{m} k.$$

Con base en lo anterior, uno puede inspirarse para el caso general, en donde no necesariamente se hable de una onda plana. En este caso, utilizamos la expresión general de la función de onda en su forma polar, es decir, $\Psi(x, t) = R(x, t) \exp\{iS(x, t)\}$ donde R y S son funciones reales. Y en analogía con (2.3), se propone como expresión para la velocidad de la partícula lo siguiente:

$$(2.4) \quad v = \frac{\hbar}{m} \frac{\partial S}{\partial x}.$$

⁸Recuérdese que *dos variables dinámicas pueden tener valores bien definidos simultáneamente en un sistema físico si y sólo si los operadores que los representan conmutan*. Recuérdese también que la posición y el momento no conmutan, por tanto, la función de onda, que representa la información del sistema físico, no provee una descripción de estas variables dinámicas de manera simultánea. Para ver la demostración del teorema anterior (en itálicas), puede consultarse [9].

Como puede notarse, (2.3) es entonces un caso particular de (2.4) cuando $S(x, t) = kx$. Lo que se debe tener claro ahora es que la expresión anterior debe ser evaluada en la posición de la partícula en el instante de tiempo en el que se quiera calcular, es decir, en $X(t)$. Recordemos que lo novedoso de esta propuesta en contraste con la mecánica cuántica estándar es que las partículas siempre tienen una posición bien definida. Para ser más exactos, la expresión anterior toma la siguiente forma:

$$(2.5) \quad \frac{dX(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \frac{\partial S(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=X(t)},$$

que es sencillo mostrar que puede reescribirse como:

$$(2.6) \quad v = \frac{dX(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left[\frac{\frac{\partial \Psi}{\partial x}}{\Psi} \right] \Big|_{x=X(t)},$$

denotando a «Im» como la parte imaginaria de una función.

En el caso de dos partículas (puede generalizarse hasta n) con una función de onda $\Psi(x_1, x_2, t)$, la velocidad de alguna de éstas, por ejemplo la partícula 1, se escribiría de la siguiente manera:

$$(2.7) \quad v_1 = \frac{dX_1(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left[\frac{\frac{\partial \Psi(x_1, X_2(t), t)}{\partial x_1}}{\Psi(x_1, X_2(t), t)} \right] \Big|_{x_1=X_1(t)}.$$

Esta expresión hace explícita la no localidad, pues la velocidad instantánea de una partícula depende de la posición instantánea de la otra aun si una estuviera en la Tierra y la otra en Alfa Centauri. En otras palabras, el movimiento de una partícula dependerá instantáneamente del movimiento de las demás partículas pese a la distancia entre éstas (¡nótese que esto asume un marco de referencia privilegiado!).⁹ Algunos podrían pensar que es una forma grotesca de manifestación de la no localidad (por eso el repudio de Einstein, entre otros), pero después de todo por el teorema de Bell, era de esperarse que la teoría fuera no local en algún sentido.

Un hecho más que hay que agregar es que según esta teoría, aunque la partícula siempre tiene una posición bien definida (como hemos intentado resaltar cada que se tiene oportunidad), ésta no siempre puede conocerse. La teoría postula que en algún momento inicial cosmológico $t = 0$, la función de onda del universo fue Ψ_0 , donde las posiciones de las partículas se seleccionaron al azar acorde con la distribución de probabilidad $P(x, 0) = |\Psi(x, 0)|^2$. Ahora, si este es el caso se puede mostrar que para un tiempo posterior t , la distribución de probabilidad de las partículas será $P(x, t) = |\Psi(x, t)|^2$.¹⁰ Bajo estas circunstancias, el principio de incertidumbre de Heisenberg toma una nueva interpretación; recuérdese que cuando se quería hablar de posición y momento de una partícula en la mecánica cuántica estándar, no se podía dar un valor preciso simultáneamente a ambas variables dinámicas

⁹Para que la expresión (2.7) tenga sentido, se presupone un espacio-tiempo absoluto en donde la noción de simultaneidad está bien definida. Esto quiere decir que la teoría asume la existencia de un marco de referencia privilegiado.

¹⁰Véase el capítulo 7 de [28] para profundizar. En particular esta sección sigue su tratamiento.

pues objetivamente no estaban definidas, pero con la teoría de la onda piloto, una partícula tiene tanto posición como momento bien definido, sólo que las posiciones no se pueden conocer siempre (la restricción es epistémica, y por esta razón, el marco de referencia privilegiado implícito que habíamos mencionado es inaccesible). Obsérvese pues que la teoría es determinista, pero es nuestra ignorancia respecto a la posición de todas las partículas en el universo la que nos obliga a trabajar con probabilidades.¹¹

Con el párrafo anterior concluimos nuestra presentación de la teoría de la onda piloto. Sólo añadimos que si nos situamos en el planteamiento del problema de la medición según Maudlin, esta alternativa niega **(a)**, pues como ya hemos visto, se niega que la descripción física que provee el vector de estado sea completa.

En la siguiente sección veremos las virtudes de la propuesta y cómo no se tiene que hacer referencia a la medición en el sentido problemático que lo hace la mecánica cuántica tradicional, como diría Bell:¹²

Trataré de interesarles en la versión de de Broglie-Bohm de la mecánica cuántica no relativista. Es en mi opinión, muy instructiva. Es equivalente desde el punto de vista experimental a la versión usual en tanto ésta no es ambigua. Pero no requiere, en su misma formulación, una vaga división del mundo en sistema y «aparato», ni de la historia en «medición» y «no medición», de modo que se aplica al mundo en extensión y no sólo a procedimientos de laboratorio. De hecho, la teoría de de Broglie-Bohm es precisa donde la usual es difusa y general donde esta última es especial.

Para mostrar las virtudes, retomaremos el ejemplo de la partícula en una caja y veremos cómo la teoría de la onda piloto responde al contagio de la superposición del puntero del aparato de medición. Además, retomaremos el experimento de la doble rendija pero en una situación experimental ligeramente diferente que será detallada. Evidenciaremos la pobreza explicativa del formalismo estándar y mostraremos cómo la teoría de la onda piloto, teniendo una ontología clara (las partículas), no es ambigua a la hora de explicar el fenómeno físico.

3. Partícula en una caja

Recordemos primero el ejemplo de la partícula en una caja. Antes de la interacción con el aparato de medición, la función de estado del sistema partícula-aparato era (ver (2.10)):

$$(3.1) \quad \Psi_0(x, y) = \left[\sum_{i=1}^n c_i \psi_i(x) \right] [\phi(y)].$$

Una vez que interactuaba la partícula con el aparato de medición, la función de estado correspondiente, tras la evolución vía Schrödinger, era (ver (2.11)):

¹¹Ignorancia que la teoría especifica objetivamente.

¹²Léase el primer párrafo, p. 163, capítulo 14 de [3].

$$(3.2) \quad \Psi(x, y, T) = \sum_{i=1}^n c_i \psi_i(x) \phi(y - \lambda E_i T).$$

En estos términos, se había comentado que el problema de la medición consistía en que el puntero de nuestro aparato se ‘infectaba’ con la superposición. ¿Cómo aborda esta situación la teoría de la onda piloto? Con lo que se ha estudiado se está en condición de responder lo que esta propuesta nos dice. Primero, la función de onda no provee toda la información del estado de un sistema pues hace falta considerar que lo que puebla el universo son partículas con posiciones bien definidas. Considerando esto, podemos decir que los punteros tienen posiciones bien definidas al estar conformados de partículas. Si $X(t)$ representa la posición de la partícula en la caja y $Y(t)$ la posición del puntero, para conocer las respectivas evoluciones de la posición, la teoría nos indica que habría que resolver una ecuación de la forma (2.6), es decir:

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \frac{dX(t)}{dt} &= \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left[\frac{\frac{\partial \Psi}{\partial x}}{\Psi} \right] \Bigg|_{x=X(t)}, \\ \frac{dY(t)}{dt} &= \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left[\frac{\frac{\partial \Psi}{\partial y}}{\Psi} \right] \Bigg|_{y=Y(t)}. \end{aligned}$$

En consecuencia, la teoría de la onda piloto se libra del problema de la medición pues no existe algo como una superposición para la ubicación del puntero para ningún tiempo ni debido a la interacción con algún sistema físico. Ahora sólo queda una pregunta por resolver: en la formulación estándar tras la medición, la partícula en una caja tendría asociada una función de onda colapsada; si decimos que la teoría de la onda piloto reproduce los resultados de la mecánica cuántica estándar, ¿cómo se llegaría a este resultado? Resulta que para conocer la función de onda Φ de la partícula después de que se realizó el proceso de medición y el puntero del aparato se fijó en alguna posición asociada a algún nivel de energía m , hay que evaluar la posición del puntero en la expresión (3.2). Como las funciones ϕ son gaussianas muy angostas centradas en $\lambda E_i t$, para todo $i \neq m$ el valor de cada una de ellas será aproximadamente cero, pero para $i = m$ se alcanzará el valor máximo ($Y(t) \approx \lambda E_m T$). Entonces tenemos que:¹³

$$(3.4) \quad \Phi(x, T) \sim \sum_{i=1}^n c_i \psi_i(x) \phi(Y(t) - \lambda E_i T) \approx \psi_m(x) \phi(Y(t) - \lambda E_m T),$$

que es equivalente a decir que

$$(3.5) \quad \Phi(x, T) = \psi_m(x).$$

Notamos entonces que la función de onda de la partícula, tras la interacción con el aparato de medición, evoluciona de un estado en superposición de distintos valores de energía a un estado al que se le asocia un solo valor de energía, reproduciendo

¹³El símbolo “ \sim ” es utilizado porque la función de onda no está normalizada.

el resultado de la mecánica cuántica estándar pero explicando de una manera diferente por qué vemos cosas como colapsos de la función de onda. Con los resultados obtenidos, pasemos ahora a estudiar el experimento de la doble rendija con elección retrasada.

4. Doble rendija con elección retrasada

Recapitemos parte de lo que se ha dicho del experimento de la doble rendija. Recordemos que cuando un electrón pasa a través de ésta, se produce un patrón de interferencia como si fuera una onda, pero cuando se intenta detectar por cuál rendija pasó, el patrón de interferencia desaparece y la pantalla genera un patrón que corresponde al comportamiento de una partícula. Con esto sigue la clásica pregunta de si el electrón es onda o partícula que el formalismo estándar no responde, pero la teoría de la onda piloto sí. Ignoremos de momento la teoría de la onda piloto e intentemos pensar en términos de la mecánica cuántica usual. Sin duda, lo que sucede con el electrón es un misterio, pero al menos se puede responder bajo qué circunstancias experimentales se produce cada comportamiento (y especular que el electrón es onda o es partícula bajo determinada configuración experimental). No obstante, la situación se torna confusa cuando se construye un experimento tal que uno u otro patrón se elige después de que el electrón haya pasado a través de una de las rendijas (¿o de las dos?). Es decir, ser capaces de producir, por ejemplo, un comportamiento de partículas sin hacer uso de detectores situados justo detrás de las rendijas. Así ya no se tiene certeza para afirmar por qué se produce un determinado patrón. Este tipo de experimento, que estudiaremos en esta sección, es llamado *experimento de doble rendija con elección retrasada*.¹⁴ En estos casos, la mecánica cuántica estándar muestra una deficiencia explicativa al respecto de la producción del fenómeno, por eso Bell ironizando dice “*Tal vez sea mejor no pensar en ello. «Ningún fenómeno lo es hasta ser un fenómeno observado»*”.¹⁵ Dejando de un lado la ironía, evidencia un problema filosófico muy fuerte, y es que se abre la puerta a pensar que de hecho ningún fenómeno sea realmente fenómeno hasta que en efecto sea observado, y no sólo eso, también se presta a otro tipo de interpretaciones, y esto es, asumir que el pasado no tiene existencia hasta que haya un presente, o en otras palabras, que es el presente el que determina el pasado.¹⁶ Lo que se intenta señalar es que incluso siendo partidario de tomar ambas o una de las dos interpretaciones precedentes, una mecánica cuántica bien formulada no las respalda, y es sólo el producto de una ambigüedad ontológica y un formalismo vago lo que permite malentendidos y explicaciones a modo. Veamos ahora con detalle la situación experimental y la explicación de la teoría de la onda piloto que no apela a metafísica extravagante.

¹⁴El término en inglés utilizado es *delayed choice*. Para estudiar variantes del experimento, puede consultarse el capítulo 14 de [3] o bien, el artículo [13]. Aunque para entender la problemática de fondo, basta con estudiar alguna configuración particular, como la presentada en la Fig. 1.

¹⁵Las cursivas no están presentes en la cita original, han sido usadas para resaltar. Para consultar la frase, véase p.164 del capítulo 14 de [3].

¹⁶Este tipo de explicaciones son llamadas *retrocausales*. J. Wheeler y U. Mohrhoff sugieren esta explicación en el contexto de la mecánica cuántica, véase [13].

Considere la Fig. 1 de este capítulo.¹⁷ En ésta hay una fuente F que es capaz de emitir electrones. El electrón cruzará la doble rendija (con rendijas 1 y 2) y será focalizado por lentes para que finalmente incida sobre alguno de los dos contadores de partículas (C_1 y C_2) presentes, a no ser (como se señala en la imagen) que se introduzca previamente una placa fotográfica P en una región en donde se crucen los electrones que provengan de una u otra lente. La placa fotográfica, si se coloca, será situada en la posición mencionada después de que el electrón haya atravesado la rendija doble. Si la placa es colocada, sobre ésta se reflejará el patrón de interferencia (comportamiento asociado a una onda), y si no es colocada, el electrón será detectado ya sea por C_1 o C_2 (comportamiento asociado a una partícula). Pero ¿cómo podemos justificar tal comportamiento?, ¿de qué depende en esta situación física generar uno u otro patrón?, ¿cómo se da cuenta de esta dualidad y de la naturaleza del electrón? En el caso de que sea colocada la placa, bajo la formulación estándar, no podemos decir nada sobre la trayectoria del electrón pues la problemática es análoga a la discutida en la sección 3 del capítulo 1. Por otro lado, si es detectada por C_1 o C_2 , tampoco se podrá decir nada al respecto de si pasó por una o por otra rendija, porque implicaría especificar una trayectoria, cuestión que del caso anterior, concluimos que no era posible. Nuevamente recae en el experimentador (al interponer o no la placa P) provocar que se produzca un determinado comportamiento sin alguna fundamentación teórica y sin esclarecer la naturaleza del electrón.¹⁸ Y es aquí donde entra la teoría de la onda piloto como una formulación capaz de ofrecer una historia consistente de lo que sucede. En esta teoría es clara la naturaleza del electrón: es una partícula. Además, formalmente y sin especulaciones, esta formulación da cuenta de las trayectorias, de manera que se puede dar una explicación del fenómeno sin entrar en los problemas interpretativos que hemos abordado durante esta sección.

La respuesta que da la teoría de la onda piloto es que la partícula emitida por la fuente puede pasar por la rendija 1 o por la rendija 2, pero no por ambas al mismo tiempo. Para determinar por cuál de las dos pasó, ya sea que la partícula contribuya al patrón de interferencia al chocar con la pantalla, o ya sea que haya sido detectada por C_1 o C_2 , se deberá resolver una ecuación como la expresada en (2.6). La partícula estará guiada por la onda con mayor probabilidad hacia lugares donde el valor de $|\Psi(x, t)|^2$ sea grande, pero alejada con mayor probabilidad de lugares donde el valor de $|\Psi(x, t)|^2$ sea pequeño. El poner la placa o quitarla, no afectará la ecuación que dicta la trayectoria, trayectoria que de la estructura de la ecuación se puede inferir que no es recta, como uno podría intuir de una visión clásica. En resumen, no hay nada misterioso, no hay metafísica extravagante: la dinámica no depende de observadores y no hay necesidad de apelar a explicaciones retrocausales.

Hablemos un poco más de este último punto. Lo que se tiene que aclarar respecto a la retrocausalidad es que sin el presente, nada se puede decir del pasado, pues es el presente el que lo determina. Apelando a una explicación de este tipo en el contexto del experimento con elección retrasada y utilizando la formulación estándar,

¹⁷Esta exposición se puede encontrar en capítulo 14 de [3].

¹⁸No existe manera alguna con el formalismo de justificar (ni siquiera especular como en el experimento tradicional) si el electrón pasó por las rendijas comportándose como una onda o como una partícula.

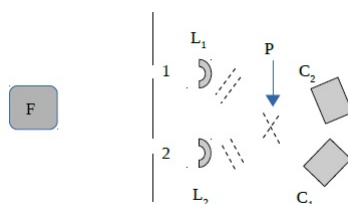


FIGURA 1. *Doble rendija con elección retrasada*. La imagen corresponde a una forma particular de hacer el experimento (pueden diseñarse configuraciones experimentales distintas). La letra F señala la fuente que lanza electrones. Frente a esta hay una doble rendija (con rendijas 1 y 2). Delante de las rendijas se colocan lentes (L_1 y L_2) que focalizan a los electrones para que finalmente incidan sobre alguno de los dos contadores de partículas (C_1 y C_2) presentes, a no ser que se introduzca previamente una pantalla detectora P en una región en donde se cruzan los caminos de las partículas provenientes de una u otra lente. La pantalla, si se coloca, será situada en la posición mencionada después de que los electrones hayan atravesado la rendija doble. Si la pantalla es colocada, sobre ésta se reflejará el patrón de interferencia (asociado a un comportamiento ondulatorio), y si no es colocada, el electrón será detectado ya sea por C_1 o C_2 (lo que significa que se tiene un comportamiento asociado a partículas).

diríamos que no es hasta que se interponga la pantalla y se genere el patrón de interferencia, que estamos en condiciones para decir que el electrón se comportó como onda. Antes de que se interponga la pantalla no podemos decir nada pues el pasado aún no está definido. Bien puede ser el caso en que el experimentador no ponga la pantalla y el contador registre el electrón; en esta situación el presente determinaría otra historia para el pasado, una historia en la que el electrón se comportó como partícula y pasó por sólo una rendija.¹⁹ Este tipo de explicaciones no tienen cabida en la teoría de la onda piloto. Como hemos comentado, la partícula emitida por la fuente siempre tiene una posición y sigue una trayectoria cuya velocidad es determinada por la ecuación guía. Esto es así independientemente de que se inserte o no la pantalla: si se inserta simplemente la partícula contribuirá en un punto del patrón de interferencia; si no se inserta, la partícula seguirá su camino hasta ser detectada por el contador.

Ahora, si se pretende estudiar al electrón registrando su paso por las rendijas, se deberán colocar detectores detrás de las rendijas 1 y 2. En el lenguaje de la mecánica cuántica estándar se diría que ‘mediríamos’ su paso, y es la intervención del experimentador lo que haría cambiar el comportamiento del electrón (desaparecería el patrón de interferencia si se insertara la placa P). Sin embargo, ante esta nueva situación experimental, la teoría de la onda piloto lo que diría es que el estado de la partícula en efecto se verá afectado, pues se deberán incluir a los detectores (que no jugarán un papel pasivo en la descripción del sistema) como parte de la función de onda total del sistema. No obstante, la intervención humana nada tendrá que

¹⁹La rendija por la que pasó el electrón se determinaría dependiendo de qué contador lo registró.

ver con el estado físico y la trayectoria del electrón. Veamos con detalle esto.

La función de onda inicial que describe la situación experimental mencionada es la siguiente:

$$(4.1) \quad \Psi_0 = \psi(0, \mathbf{r}) D_1^0(0, \mathbf{r}_1, \dots) D_2^0(0, \mathbf{r}'_1, \dots),$$

donde $\psi(0, \mathbf{r})$ es la función de onda inicial de la partícula, siendo \mathbf{r} sus coordenadas de posición (utilizando la notación habitual del uso de *negritas* para magnitudes vectoriales), y donde D_1^0 y D_2^0 denotan las funciones de onda (de muchas partículas) de los detectores cuando aún no han marcado si pasó o no por ellos la partícula.²⁰ Estas funciones de onda, como en el ejemplo de la partícula en una caja, pueden ser modeladas como funciones gaussianas. En el estado final podemos tener dos situaciones: una situación en la que el detector 1 marque el paso de la partícula (marque «sí»), que denotaremos como D_1^1 , y otra situación en la que sea el detector 2 el que marque el paso de la partícula, que denotaremos como D_2^1 . Considerando lo anterior, la función de onda deberá ser una combinación lineal de estas posibilidades, es decir:

$$(4.2) \quad \Psi(t) = \Psi_1(t) + \Psi_2(t),$$

siendo

$$(4.3) \quad \begin{aligned} \Psi_1(t) &= \psi_1(t, \mathbf{r}) D_1^1(t, \mathbf{r}_1, \dots) D_2^0(t, \mathbf{r}'_1, \dots), \\ \Psi_2(t) &= \psi_2(t, \mathbf{r}) D_1^0(t, \mathbf{r}_1, \dots) D_2^1(t, \mathbf{r}'_1, \dots). \end{aligned}$$

En consecuencia, la ecuación para la velocidad \mathbf{v} de la partícula de interés será

$$(4.4) \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left[\frac{\frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{X}_1(t), \dots, \mathbf{X}'_1(t), \dots, t)}{\partial \mathbf{r}}}{\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{X}_1(t), \dots, \mathbf{X}'_1(t), \dots, t)} \right] \Bigg|_{\mathbf{r}=\mathbf{X}(t)}.$$

Si de una determinada partícula que ya fue detectada por D_1 o D_2 queremos conocer su trayectoria, la expresión (4.4) se simplifica aplicando los mismos criterios que se utilizaron cuando se estudió la partícula en una caja. Es decir, evaluamos la posición del puntero en (4.4). Hacer esto implica que la función de onda Ψ tendrá una expresión más sencilla, pues Ψ_2 se ‘reducirá’ a cero si la partícula fue detectada por D_1 o Ψ_1 se ‘reducirá’ a cero si la partícula fue detectada por D_2 . Teniendo finalmente las siguientes expresiones según sea el caso:

$$(4.5) \quad \begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left[\frac{\frac{\partial \psi_1(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}}}{\psi_1(\mathbf{r}, t)} \right] \Bigg|_{\mathbf{r}=\mathbf{X}(t)}, \\ \mathbf{v}_2 &= \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left[\frac{\frac{\partial \psi_2(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}}}{\psi_2(\mathbf{r}, t)} \right] \Bigg|_{\mathbf{r}=\mathbf{X}(t)}. \end{aligned}$$

²⁰Recuérdese que aunque los detectores son instrumentos de medición, en esta teoría son vistos como sistemas físicos (totalmente objetivos) que están conformados por muchas partículas.

Por tanto, tenemos una descripción del comportamiento de la partícula apelando únicamente a las leyes de la teoría.

En resumen, de lo presentado podemos concluir que la teoría de la onda piloto es explicativa y no permite la entrada a interpretaciones a modo como el formalismo estándar sí lo hace debido a su ambigüedad. Además las descripciones que realiza no apelan a elementos dependientes del observador y no limita su aplicación a procedimientos de laboratorio. Todo lo anterior es consecuencia de ser una teoría que además de poseer una ontología clara, resuelve el problema de la medición. En el siguiente capítulo se dará otra alternativa a la mecánica cuántica estándar que de igual forma, resolverá el problema de la medición y tendrá una ontología precisa. Con la presentación de esta alternativa, se tiene como objetivo evidenciar, al igual que se hizo en esta sección, que la claridad ontológica y la resolución al problema de la medición son indispensables para no permitir malinterpretaciones.

Teorías de colapso objetivo

En este capítulo introduciremos lo que se entiende por *teorías de colapso objetivo*. Explicaremos cómo resuelven el problema de la medición y estudiaremos una propuesta ontológica particular que Bell sugirió. Una vez detallados los puntos anteriores, veremos cómo se da respuesta a los inconvenientes surgidos en el formalismo estándar al intentar analizar el experimento de la doble rendija con elección retrasada. Siguiendo la línea del capítulo anterior, se pretende argumentar lo indispensable que es resolver el problema de la medición y lo indispensable que es ser claros definiendo una ontología. De igual forma, iniciaremos con una breve historia para dar contexto.

1. Antecedentes

Uno de los ejemplos en la física que más ha repercutido en la cultura popular es el del famoso gato de Schrödinger. Ejemplo que nace para evidenciar lo raro que puede ser la mecánica cuántica y que se relaciona con la superposición de los estados físicos al evolucionar con la ecuación de Schrödinger. Si extrapolamos la superposición al mundo macroscópico, concluimos que hay ciertas circunstancias en las que existen gatos vivos y muertos a la vez. Ante esta tensión Bell comenta:¹

O bien, la función de ondas, dada por la ecuación de Schrödinger no lo es todo, o bien no es cierta.

De estas dos posibilidades, que la función de ondas no lo es todo, o no es cierta, la primera se desarrolla especialmente en la descripción de la «onda piloto» de de Broglie-Bohm.

El formalismo estándar es una ruta que va en la segunda línea, es decir, sabemos que la evolución vía Schrödinger no siempre es cierta porque hay colapsos de la función de onda (recuérdese el *Postulado 5*). Una teoría que sea llamada *teoría de colapso objetivo*, también va en esta línea, pero tiene como finalidad deshacerse de los elementos ambiguos que producen el colapso en la teoría cuántica estándar. La idea se debe a tres físicos italianos: Giancarlo Ghirardi, Alberto Rimini, y Tullio Weber. La presentaron en el año de 1986 en un artículo titulado “*Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems*”.² En este trabajo modificaron el formalismo estándar de la mecánica cuántica introduciendo términos estocásticos a la ecuación dinámica de la teoría. El interés que ellos tenían, en otras palabras, era presentar de una manera objetiva el colapso de la función de onda; objetiva en el sentido de que cuando se manifestara el colapso, fuera independiente de los observadores o del proceso de medición. Como precisaremos más adelante, la propuesta de GRW (por

¹Léase el artículo “¿Hay saltos cuánticos?” presente en el capítulo 22 de [3]. La frase puede ser encontrada en la p. 275.

²Consúltese la referencia [17] para conocer los detalles bibliográficos.

las siglas de los apellidos de los autores recién mencionados) resuelve el problema de la medición (prescinde de este concepto) atribuyendo el ‘cómo’ y ‘cuándo’ de un colapso a procesos aleatorios de la naturaleza que nada tienen que ver con sujetos que lo provoquen. De ahí la importancia de su estudio y también de ahí podemos ver en qué sentido es ventajosa la propuesta frente a la mecánica cuántica estándar. En esencia, las teorías basadas en GRW (es decir, aquellas que presentan algunas variantes o refinamientos de la propuesta original) se les llama teorías de colapso objetivo, por eso en este capítulo nos limitaremos a estudiar los rasgos principales de la propuesta original. Una vez presentado el formalismo, nos enfocaremos en la sugerencia de Bell sobre su interpretación ontológica, pues las teorías de colapso objetivo por sí mismas no tienen ya definida una ontología como sí lo fue en el caso de la teoría de la onda piloto. Comenzaremos la siguiente sección introduciendo los detalles formales.

2. Colapso Objetivo: GRW

Como se había comentado en el apartado anterior, las teorías de colapso objetivo consideran que la evolución del estado de un sistema no siempre está descrita por la ecuación de Schrödinger, sino que, de forma aleatoria y espontánea, el sistema colapsa. Por eso, dos preguntas relevantes son las siguientes: ¿qué hechos de la naturaleza podrían propiciar un colapso? y ¿qué modificación tendría la ecuación de Schrödinger? Primero es necesario señalar que la propuesta se construye a partir de la observación de que a nivel macroscópico no se manifiestan las superposiciones y además, que los objetos físicos tienen posiciones definidas. Por eso, cuando ocurren los colapsos, se debe hacer uso de una *base* que garantice lo anterior (es decir, la base de posiciones). Como el colapso es no lineal,³ el cambio en la ecuación de Schrödinger deberá también ser no lineal, y además se deberá agregar un elemento estocástico (por la característica aleatoria y espontánea del fenómeno), siendo éste el elemento que termina por suprimir la dependencia al ‘proceso de medición’ que se tenía en la formulación estándar. En resumen, en esta formulación no está presente el problema de la medición (como hemos estado recalando), y también renuncia al determinismo y la linealidad. Sin embargo, con todo lo mencionado, aún no se ha especificado con detalle la primera pregunta. Procedamos a responderla estudiando el modelo teórico de GRW que también es llamado *mecánica cuántica con localización espontánea* (MCLE) o (QMSL), por sus siglas en inglés (Quantum Mechanics with Spontaneous Localizations).⁴

2.1. Mecánica Cuántica con localización espontánea (MCLE). Consideremos un sistema de N partículas distinguibles. Sea

$$(2.1) \quad \psi(t, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_i, \dots, \mathbf{r}_N)$$

la función de onda que evoluciona normalmente según la ecuación de Schrödinger. Cuando una de las partículas colapsa en el punto \mathbf{x} , por ejemplo, la partícula

³La ecuación de Schrödinger es lineal en ψ . Esto quiere decir que si ψ_1 y ψ_2 son soluciones de la ecuación, la superposición $\alpha\psi_1 + \beta\psi_2$ también lo será. Cuando ocurre un colapso (en alguna determinada base), las superposiciones no son soluciones físicas posibles, y es en este sentido que decimos que es no lineal. Por tanto, la ley dinámica que describe la evolución que nos lleva a este estado físico tras el colapso, no está dada por la ecuación de Schrödinger.

⁴El desarrollo del capítulo 5 es basado en [16] (sección 5) y de [3] (capítulo 22).

i -ésima, la función de onda cambiará; en la terminología de Bell se dice que la función de onda dará un salto. La propuesta de GRW postula que este *salto* se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$(2.2) \quad \psi \rightarrow \psi' = \frac{j(\mathbf{x} - \mathbf{r}_i)\psi(t, \dots)}{R_i(\mathbf{x})}.$$

El factor j se define de la siguiente manera:

$$(2.3) \quad j(\mathbf{x}) = K e^{(-\mathbf{x}^2/2a^2)},$$

en donde a es una nueva constante de la naturaleza (de la cual hablaremos más adelante) y K es la constante de normalización de la función gaussiana en el siguiente sentido:

$$(2.4) \quad \int d^3\mathbf{x} |K e^{(-\mathbf{x}^2/2a^2)}|^2 = \int d^3\mathbf{x} |j(\mathbf{x})|^2 = 1.$$

En cuanto al factor R , éste normaliza a ψ' , de manera que

$$(2.5) \quad |R_i(\mathbf{x})|^2 = \int d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_N |j\psi|^2.$$

El centro del colapso \mathbf{x} se escoge al azar y las expresiones anteriores permiten que se defina su distribución de probabilidad con la siguiente expresión:

$$(2.6) \quad d^3\mathbf{x} |R_i(\mathbf{x})|^2.$$

Por otro lado, la probabilidad por unidad de tiempo de un salto en esta propuesta también se postula, definiéndose de la siguiente manera:

$$(2.7) \quad \frac{N}{\tau},$$

siendo N el número de argumentos \mathbf{r} (que depende del número de partículas) en la función de onda y $f = \tau^{-1}$ otra nueva constante de la naturaleza, llamada frecuencia media de localización.

¿Pero qué características deben satisfacer las nuevas constantes de la naturaleza f y a para que este nuevo formalismo tenga predicciones certeras? En términos generales, los nuevos parámetros f y a deben recuperar, para tiempos muy largos, (1) las predicciones cuánticas para objetos microscópicos y (2) la coincidencia entre la dinámica de objetos macroscópicos y su predicción clásica; además de considerar que la interacción entre un sistema microscópico y un sistema macroscópico (como un aparato de medición) origine un colapso. En particular, en el caso del parámetro f , éste debe ser escogido de tal manera que sea lo suficientemente pequeño para que se recuperen las predicciones cuánticas microscópicas, pero lo suficientemente grande para evitar las superposiciones macroscópicas. Y en el caso del parámetro a , éste debe ser grande con respecto al tamaño de los átomos, pero lo suficientemente chico para evitar que los objetos macroscópicos tengan posiciones dispersas. Para

las nuevas constantes de la naturaleza,⁵ GRW propone que los órdenes de magnitud deben ser:

$$(2.8) \quad f \approx 10^{-15} s^{-1},$$

$$(2.9) \quad a \approx 10^{-5} cm.$$

Con esto podemos ver que el tiempo medio para que el colapso ocurra en una partícula es de un orden de magnitud de

$$(2.10) \quad 10^{15} s = 10^8 \text{ años},$$

pero, si tenemos un sistema de 10^{23} partículas, haciendo uso de la expresión (2.7) puede verse que el tiempo medio previo a un salto es del orden de

$$(2.11) \quad \frac{10^{15}}{10^{23}} = 10^{-8} s.$$

Podemos notar entonces de la expresión reciente que, si bien el colapso es fortuito, la ocurrencia de éste en un sistema depende también de la cantidad de partículas que lo componen (los colapsos son muy raros para sistemas compuestos de pocas partículas). Con lo anterior regresamos a la pregunta que quedaba pendiente, es decir, ¿qué hechos de la naturaleza podrían propiciar un colapso? La respuesta es la interacción entre sistemas físicos en donde el número de partículas (de un sistema o de todos los sistemas en la interacción) sea muy grande. Todo esto es consecuencia directa de postular (2.7)-(2.8), y es necesario hacerlo para justificar lo que se ve experimentalmente. Con esto en mente, se pueden explicar los procesos de medición sin necesidad de introducir el vago concepto de *observador*. Veamos esto.

Sea

$$(2.12) \quad \phi(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_M) \psi(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N)$$

la función de onda en el que el primer factor representa a un sistema ‘pequeño’ (como un átomo o una molécula) que se encuentra temporalmente aislado de un sistema macroscópico (como un aparato de medición) que es representado por el segundo factor (M es un número ‘pequeño’ al compararlo con N que es un número muy ‘grande’).⁶ El primer factor colapsará en un tiempo medio dado por (2.10) y el segundo factor colapsará en un tiempo medio dado por (2.11).

Entonces, según la propuesta de GRW, la medición en mecánica cuántica (o cualquier proceso de interacción entre un sistema microscópico con un macroscópico), se describe de la siguiente manera. Considérese la función de onda

$$(2.13) \quad \phi_1(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_M) \psi_1(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N) + \phi_2(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_M) \psi_2(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N),$$

que representa la interacción entre el sistema pequeño y el aparato de medición (tras la evolución vía Schrödinger). Si una propiedad se ‘mide’ sobre el sistema ‘pequeño’

⁵Para consultar el argumento presentado de esta sección, véase [3] (capítulo 22).

⁶Con ‘grande’ nos referimos al menos al orden del número de Avogadro.

que interactuó con un instrumento ‘grande’, el sistema se proyecta al estado ψ_1 o ψ_2 . En el contexto GRW, lo que sucede es que para una gran cantidad de valores para \mathbf{r} , ocurrirá con mayor probabilidad un colapso alrededor de un punto específico, y esto matemáticamente se traduce en la multiplicación de la función de onda por $j(\mathbf{x}-\mathbf{r})$ que reduce a cero alguno de los términos de la expresión (2.13).⁷ Bajo este argumento, el gato de Schrödinger está «vivo y muerto» por una fracción diminuta de un segundo, es decir, los estados de superposición en un sistema existen, pero debido a su mínima duración, son imperceptibles. En la propuesta GRW, el colapso es un proceso de la naturaleza, a diferencia de la teoría cuántica estándar en la que es una operación realizada por el teórico en algún instante conveniente, como recalca Bell.⁸

3. Ontología: beables locales

Ahora, hablar de la evolución vía Schrödinger de un sistema físico y de los colapsos, es solamente hablar de la función de onda y su dinámica. Si queremos relacionar esto con lo que hay en el mundo de una manera explícita, hace falta algo más. La función de onda vive en un espacio $3N$ -dimensional, mientras que si pensamos en la distribución de los objetos cotidianos, éstos viven en el espacio físico, es decir, en un espacio-tiempo de 3 dimensiones espaciales y una temporal. La pregunta ahora es, ¿cómo podemos dar cuenta del mundo utilizando la función de onda?⁹ Parece entonces que hace falta postular algo, ubicado en el espacio-tiempo y no en el espacio $3N$ -dimensional, que el formalismo de la mecánica cuántica (considerando la “objetivización” del colapso) por sí solo no nos da, y conectar ese algo con la función de onda. En otras palabras, se requiere de una física en la que exista algo más que la función de onda. Todos los “algo más” de una teoría, ubicados en una región espacio-temporal, serán parte de la ontología. Bell llamó a estos objetos “beables locales”. De manera que lo que se observa en la naturaleza será consecuencia de los beables locales que ocupan una región particular del espacio-tiempo. Al respecto de lo mencionado con anterioridad, Bell lo expresa de la siguiente manera:¹⁰

No existe nada en esta teoría salvo la función de onda. Es en ésta donde debemos encontrar una imagen del mundo físico y, en particular, de la disposición de las cosas en el espacio tridimensional ordinario. Pero la función de onda reside en un espacio mucho mayor, de $3N$ dimensiones.

Resulta que cada vez que ocurre un *salto* (el salto es una función de onda colapsada), matemáticamente podemos asociar a esta nueva función de onda un punto específico (\mathbf{x}, t) en el espacio-tiempo.¹¹ Por eso Bell postula a estos eventos como los beables locales de la teoría, pues están perfectamente localizados en el espacio ordinario y

⁷La probabilidad de que sobreviva uno u otro término es proporcional, acorde a la teoría cuántica estándar, a la fracción de la norma total que lo representa.

⁸Véase página 278 de [3].

⁹Bien se podría asumir una postura realista con respecto al espacio de configuración, pero independientemente de eso, se debe ser claro con la conexión que hay entre este espacio abstracto y entre el espacio físico, pues después de todo, es en el espacio físico en donde se realizan los experimentos y las predicciones.

¹⁰Consúltese sección 3 del capítulo 22 de [3].

¹¹De manera general, esto no ocurre con la función de onda que describe al sistema físico antes de un colapso.

tienen su correspondencia explícita con el formalismo. Respecto a los saltos, Bell comenta lo siguiente:¹²

Estos constituyen las imágenes matemáticas en la teoría de sucesos reales en lugares y tiempos definidos en el mundo real (en distinción de los muchos puramente constructos que aparecen en la elaboración de teorías físicas, de cosas que pueden ser reales pero no localizadas y de los «observables» de otras formulaciones de la mecánica cuántica, de los que no se hace aquí uso alguno). Un trozo de materia es entonces una galaxia de tales sucesos.

Por lo que en este formalismo, existe forma de conectar lo abstracto de la teoría con lo que hay en el espacio físico. Ahora, teniendo una ontología definida en un formalismo que no tiene el problema de la medición, veremos en la siguiente sección de qué manera se interpreta el experimento de la doble rendija con elección retrasada.¹³

4. Ontología de saltos y el experimento de doble rendija

En el experimento de la doble rendija y doble rendija con elección retrasada, dado el patrón de interferencia, ‘¿por dónde pasó el electrón?’ es la pregunta misteriosa que el formalismo estándar de la mecánica cuántica no puede resolver satisfactoriamente. Se mostró cómo estas dificultades se disuelven con la teoría de la onda piloto, teoría que resuelve el problema de la medición y que tiene una ontología clara: las partículas. Ahora tenemos otra propuesta: la teoría de colapso objetivo con una ontología precisa (si seguimos la sugerencia de Bell de la *ontología de saltos*). La cuestión siguiente es si con esta alternativa tendremos el mismo éxito explicativo de la teoría de la onda piloto al analizar los experimentos mencionados. Estudiemos entonces qué es lo que esta propuesta nos dice que ocurre.

Primero, ¿qué es un electrón en el espacio físico bajo esta interpretación? Considerando lo anterior, es el producto de un “salto”. Es decir, lo que percibimos como electrón no es más que el rastro o la huella en el espacio-tiempo que dejan los colapsos de una función de onda que caracteriza a este sistema pequeño (donde $N=1$).¹⁴ Recuérdese lo que se dijo al final de la frase de Bell anterior: un trozo de materia es una galaxia de saltos.

Si consideramos que una partícula es aquel objeto físico que sigue una trayectoria espacio temporal, o en otras palabras, siempre tiene una ubicación en el espacio-tiempo, bajo esta propuesta queda claro que aquello que llamamos ‘electrones’ no son propiamente partículas. De hecho, como se había estudiado, un ‘electrón’ va a dejar su huella en el espacio-tiempo cada 10^8 años, salvo que interactúe con un

¹²*Ibíd.*

¹³Las teorías de colapso objetivo no tienen una ontología definida. En esta sección estudiamos la propuesta de Bell que es llamada ontología de saltos y en la literatura moderna se le conoce también como *ontología de flashes* (ver [37]). No obstante, no es la única propuesta ontológica posible para este tipo de teorías, pues se cuenta también con la llamada ontología de *densidad de masa*. El lector interesado puede consultar un primer acercamiento a esta propuesta en la sección 9.3 de [28].

¹⁴Un sistema macroscópico no sería un sistema pequeño sino uno grande. Le correspondería una función de onda de $3N$ argumentos donde N podría ser al menos del orden del número de Avogadro.

sistema físico grande (por ejemplo, del orden del número de Avogadro), dejando su huella en un tiempo medio de 10^{-8} s, lapso suficientemente pequeño para creer que, si siguen habiendo saltos por una constante interacción con un sistema grande, habrá algo semejante a una distribución continua de tal huella en el espacio-tiempo como si fuera una partícula.¹⁵

Regresemos al experimento de la doble rendija con elección retrasada. Si disparamos un ‘electrón’ de la fuente e interponemos la pantalla (que es un objeto macroscópico), habrá una interacción entre estos dos sistemas y se producirá un colapso en la función de onda del electrón. Esto generará una huella en el espacio-tiempo que contribuirá con un punto en el patrón de interferencia sobre la pantalla.¹⁶ Si se repite muchas veces este experimento, se alcanzará a visualizar por completo el patrón de interferencia. ¿Pero qué hay entre la fuente y la pantalla? Absolutamente nada, salvo en el remoto caso que el electrón colapse antes de llegar a ésta, pero eso es muy poco probable porque la tasa media de colapso para el electrón es de 10^8 años, como habíamos comentado. Por tanto, en este caso concluimos que nada pasó por las rendijas. Por otro lado, si no se interpone la pantalla, el ‘electrón’ al interactuar con los contadores (que son también objetos macroscópicos) colapsará y dejará su huella en sólo un punto del espacio-tiempo, que será registrado por alguno de los dos contadores.¹⁷ Pero de igual forma que en el caso anterior, entre la fuente y los contadores tampoco hay nada (salvo en el caso poco probable y ya comentado de que haya un colapso antes de llegar a los contadores). De manera que tampoco nada pasa por las rendijas. En esta formulación por supuesto, no se respalda la creencia de que un fenómeno es fenómeno sólo al ser observado (justo porque los colapsos no dependen de observadores) y tampoco apela a explicaciones retrocausales. El presente no está definiendo el pasado, todo es perfectamente explicable teniendo clara la ontología y las leyes del formalismo. Se interponga o no se interponga una pantalla, existan o no contadores, no cambiará en absoluto lo que esta propuesta predice: el ‘electrón’ nunca dejará una huella en el espacio-tiempo a menos que haya un salto que bien puede ser ocasionado por la interacción con otro sistema. Una vez más con lo explicado, vemos la relevancia de una teoría que

¹⁵Por ejemplo, piénsese en los experimentos que se utilizan para detectar a las ‘partículas’ subatómicas (como electrones, partículas alfa, etc.). En particular considere la cámara de niebla. En este experimento podemos visualizar la traza que van dejando los electrones a lo largo de la cámara y concluir que se trata de una partícula al tener una trayectoria bien definida. En la teoría GRW con la ontología de saltos la explicación es distinta, como acabamos de mencionar. El electrón durante el experimento, está interactuando constantemente con un sistema macroscópico, esto provoca que esté colapsando constantemente y esté dejando su huella en el espacio-tiempo que se manifiesta en la traza a lo largo de la cámara, haciéndonos pensar que se trata de una partícula.

¹⁶En particular sabemos teóricamente que ese punto es una contribución al patrón de interferencia porque es lo que predice la evolución vía Schrödinger.

¹⁷La interacción entre los contadores y el ‘electrón’ se modela de la misma manera que en la sección anterior cuando se habló del proceso de medición. Es decir, existe una función de onda asociada al electrón y a los detectores. Cuando interactúan y el sistema electrón-detectores evoluciona según Schrödinger, habrá una combinación lineal de la posibilidad de que el electrón sea detectado por el contador 1 y de la posibilidad de que el electrón sea detectado por el contador 2. Sin embargo, como los contadores son objetos macroscópicos, la superposición durará tan solo una fracción de segundos y el sistema colapsará. El hecho de que colapse el sistema, implica que el electrón dejará su huella en el espacio-tiempo, y de esta huella tenemos conocimiento experimentalmente al saber que solo un contador se activará.

(I) resuelve el problema de la medición y (II) que además tiene claridad ontológica.¹⁸

Después de introducir lo anterior, surge una pregunta sumamente relevante: ¿cuál es la teoría correcta y cuál es la ontología más adecuada para describir el mundo? Parece indicar que tenemos un caso de subdeterminación.¹⁹ No abordaremos con profundidad este tema pero lo que se resaltaré es lo siguiente: la teoría de la onda piloto reproduce los mismos resultados que la mecánica cuántica, pero en el caso de las teorías de colapso objetivo, además de reproducir de manera aproximada las predicciones del formalismo estándar, ofrece predicciones nuevas, por lo que en principio hay una forma de contrastar experimentalmente qué propuesta es la correcta.²⁰

Por último, para concretar lo estudiado en los últimos dos capítulos, hagamos un cometario más. Con una teoría que satisfaga (I) y (II), no se permiten malinterpretaciones en el sentido siguiente: se puede contar una historia consistente de situaciones físicas tan importantes (como lo son el proceso de medición y el experimento de la doble rendija) sin permitir explicaciones a modo (como las retrocausales). Y lo más importante, las explicaciones que se dan son objetivas en el sentido de que no es necesario apelar a observadores para justificarlas. Además, el hecho de resolver el problema de la medición otorga un carácter general a las teorías pues no se restringen a operaciones idealizadas de laboratorio. Por tanto, si se busca construir una teoría cuántica fundamental, las teorías de colapso objetivo o la teoría de la onda piloto son mejores candidatos que la formulación estándar.²¹ Con el estudio de estas teorías hemos cubierto el objetivo de este trabajo que ha sido evidenciar los beneficios al compararlas con las explicaciones de la mecánica cuántica estándar, pero si bien aceptamos resolver el problema de la medición, ¿qué tan útil, más allá de los argumentos anteriores, es definir una ontología? Responderemos esto en el siguiente apartado y ofreceremos las conclusiones de este trabajo.

¹⁸Es decir, decimos claramente que hay en el espacio físico y cómo se conecta esto con el espacio de configuración.

¹⁹Entenderemos aquí por *subdeterminación* a la dificultad de elección entre dos teorías físicas cuando ambas dan cuenta de los mismos fenómenos de manera exitosa pero con ontologías distintas. El concepto de *subdeterminación* tiene muchas variantes y distintas connotaciones. Para una discusión general sobre este tema, puede consultarse [36].

²⁰Por ejemplo, en las teorías de colapso objetivo se predice que la superposición dura una determinada cantidad de tiempo dependiendo del sistema físico (microscópico o macroscópico). Esto a su vez depende de los valores de las constantes de la naturaleza que esta teoría postula, es decir, de a y f . En particular, en un experimento de doble rendija, que se produzca o no un patrón de interferencia dependerá del valor de estas constantes. Es decir, existe una predicción física en donde se puede determinar bajo qué circunstancias no se verá un patrón de superposición en la pantalla. De manera que, en principio, hay una manera de falsear la teoría, siendo esto una característica que puede ayudarnos a elegir entre esta propuesta o entre formulaciones alternas, como la mecánica de Bohm. Para más detalles sobre el ejemplo mencionado, puede consultarse la sección 9.4 de [28].

²¹Se espera que una teoría a nivel fundamental no dependa de observadores, más específicamente, no tenga un problema como el de la medición. Las propuestas estudiadas cumplen con este requisito y es una buena señal, aunque aún hay un largo camino para argumentar cuál de ambas es una teoría potencialmente más robusta. Habría que responder, por ejemplo, cuestiones relacionadas con contextos relativistas.

Parte 3

Comentarios finales

Claridad Ontológica

Si bien en la sección anterior se estudió por qué es importante la claridad ontológica, en este último capítulo se evidenciará su utilidad dejando de un lado los experimentos de la doble rendija (y sus variantes). Esta utilidad se manifiesta cuando uno intenta plantearse preguntas relacionadas con la compatibilidad entre teorías físicas, y además, también es útil para preguntarse en qué sentido una teoría puede interpretarse de manera realista. Una vez abordado estas temáticas, se presentarán las conclusiones para dar por finalizado este trabajo.

1. Beneficios de la claridad ontológica

Por el momento olvidémonos de la discusión anterior que giró en torno de los experimentos de la doble rendija. Concentrémonos en la mecánica cuántica y comparémosla con la relatividad especial. Habíamos comentado que en la teoría cuántica, si tenemos un sistema entrelazado compuesto de dos subsistemas A y B (separados por una distancia d muy grande), y colapsa el sistema A (y por tanto, quedan definidas sus propiedades individuales), inmediatamente queda definido el estado del sistema B (es decir, sus propiedades individuales). A esta influencia inmediata que ocurre en B tras el colapso de A le habíamos llamado *no localidad*. De lo anterior, se suele decir que en la no localidad hay una influencia en B debido al sistema en A que viaja más rápido que la luz. Por esta razón algunos físicos suelen concluir que ambas teorías son incompatibles: se suele afirmar normalmente que la relatividad prohíbe que algo viaje más rápido que la velocidad de la luz. Respecto a este punto, Maudlin hace un estudio detallado para evidenciar en qué sentido esto no es cierto.¹ Él comenta que es necesario analizar con cuidado qué es lo que realmente la relatividad especial prohíbe o restringe. De su desarrollo podemos resaltar tres posibles prohibiciones o restricciones: (i) la transmisión superlumínica de materia o energía, (ii) la transmisión de señales superlumínicas o (iii) la causación superlumínica. Aclarando esto, se está en posición de decir si realmente la teoría relativista es incompatible con la teoría cuántica. La mecánica cuántica no implica ni (i) ni (ii), pero sí (iii). Sin embargo, si uno recuerda los postulados con los que se construye la teoría relativista, no se debe dejar de lado el siguiente:²

POSTULADO 6. *Las leyes de la física son equivalentes en todo sistema inercial.*³

¹Consúltense los detalles de su obra en la referencia [25].

²El otro postulado fundamental es la *constancia de la velocidad de la luz*: la velocidad de la luz es la misma en todo sistema inercial.

³Este principio ya es asumido en la física clásica, sin embargo, cambia lo que se entiende como sistema inercial en el siguiente sentido: en la física pre-relativista la relación entre sistemas inerciales asume un tiempo universal, por lo que dos eventos simultáneos en un marco de referencia

En consecuencia, uno puede interpretar a la relatividad como aquella teoría que solo exige una invariancia de Lorentz (entendiendo como invariancia de Lorentz el enunciado anterior). Entonces, si queremos construir una versión relativista de una teoría cuántica que resuelva el problema de la medición, debemos exigir solo lo anterior. ¿Pero cómo emprender este proyecto? Para resolver esta cuestión debemos plantearnos primero la pregunta sobre qué es lo que será invariante de Lorentz. La respuesta no es clara hasta que sepamos qué nos dice la teoría que hay en el mundo. Una vez precisado este punto es cuando se pueden abordar estrategias. Estudiemos más a detalle este punto analizando la propuesta de GRW y la teoría de la onda piloto.

2. Ontología en contextos relativistas

En la teoría GRW con la ontología sugerida por Bell, la ecuación de Schrödinger evoluciona respecto a un tiempo clásico y los ‘saltos’ están ubicados en el espacio físico clásico. Para hacer que esta teoría sea relativista, habría que utilizar otra estructura espacio temporal: la de Minkowski. Además, debemos identificar cuáles son las leyes relevantes en esta propuesta que deberán satisfacer el Postulado 6. La estrategia para abordar este problema es clara cuando se identifica qué es lo que hay en el mundo, es decir, cuando se identifica la ontología. Si lo que hay en el mundo son los saltos, las leyes relacionadas con su dinámica deberán ser las invariantes. En el contexto no relativista, estas leyes son: (i) la ecuación de Schrödinger y (ii) la regla que determina cada cuándo se presentará un salto. Por consiguiente, la teoría formulada para un espacio-tiempo relativista, deberá buscar un sustituto de la ecuación de Schrödinger que sea invariante de Lorentz, además de exigir que la regla (ii) también lo sea. Ésta fue la sugerencia de Bell,⁴ y aunque él no logró construir una versión relativista de colapso objetivo con su propuesta ontológica, R. Tumulka sí lo hizo en el año 2006 en un artículo titulado “A Relativistic Version of the Ghirardi–Rimini–Weber Model”, ver [37]. El problema de esta versión relativista es que describe una física sin interacciones, por tanto, no es capaz de dar cuenta de la formación de cuerpos macroscópicos.⁵ No obstante, es un primer ejemplo en donde las ideas de Bell se materializan, y donde la claridad de la ontología define una ruta para establecer las condiciones sobre en qué sentido una teoría cuántica (ausente del problema de la medición) puede ser compatible con la relatividad especial.

Pero, ¿qué podemos decir de la teoría de la onda piloto en contextos relativistas? Según esta teoría, como se ha estudiado, lo que hay en el espacio físico son las partículas. Entonces, siguiendo la estrategia anterior, las leyes que están asociadas al comportamiento de las partículas son las que deberían ser construidas de manera invariante. Estas leyes son: (i) la ecuación de Schrödinger y (ii) la ecuación guía. Sin embargo, la ecuación guía asume un espacio-tiempo absoluto, donde la simultaneidad juega un papel relevante en la estructura de la ecuación (la velocidad de una partícula depende de la posición del resto de las partículas del sistema

inercial lo serán en cualquier otro, no así con la física relativista en la que la noción de simultaneidad absoluta carece de sentido. Para una discusión introductoria de este tema, consúltese [6], mientras que para una discusión filosófica puede revisarse [26].

⁴La sugerencia puede consultarse en la *sección 4* y en el *Apéndice* del artículo “¿Hay saltos cuánticos?” de la referencia [3].

⁵Consúltese la *sección 7* de [37].

a un tiempo dado). Esto plantea una grave dificultad porque sugiere renunciar a la invariancia de Lorentz a un nivel fundamental. De hecho, los actuales intentos de construir esta teoría en un espacio-tiempo relativista, no pueden evitar introducir un marco privilegiado, por lo que al añadir esta estructura adicional al espacio-tiempo relativista, queda abierta la pregunta de en qué sentido se puede rescatar la fundamentalidad de la invariancia de Lorentz. Si bien este marco privilegiado del espacio-tiempo no puede ser determinado empíricamente según la teoría, implica problemas interpretativos serios sobre el estatus de las teorías relativistas. Las propuestas para abordar esta dificultad giran en torno de si es posible determinar el marco requerido de manera invariante a través de la función de onda.⁶

De lo introducido en esta sección, no es nada trivial construir una teoría cuántico-relativista que resuelva el problema de la medición. De sólo plantear la posibilidad surgen numerosos problemas conceptuales y técnicos, además de que no hay una estrategia única. Sin embargo, lo que se quiere resaltar es que a pesar de todas estas complejidades, existe un camino a seguir cuando se tiene bien definido qué es lo que dice una teoría que hay en el mundo. La ontología manifiesta una utilidad insustituible para analizar en qué sentido pueden ser compatibles dos teorías distintas. En otras palabras, la ruta para resolver esta pregunta varía en función de ésta. Además, no es hasta que se define la ontología que uno tiene una noción precisa de los alcances y las limitaciones de una teoría, como puede verse de los ejemplos en esta sección. Por estas razones, es importante demandar su claridad. Hablemos más de la repercusión de este tema en un contexto más filosófico.

3. Ontología y realismo

Si se desea asumir la posición de que la física nos ayuda a conocer el mundo más allá de predicciones experimentales, y que este mundo no depende de observadores, la formulación estándar de la mecánica cuántica fracasa. Para asumir la posición referida (a la que llamamos realismo epistémico), se le debe exigir más a una teoría física: se debe especificar todo lo que la teoría postula e identificar qué tiene correspondencia con el mundo y qué es un mero constructo. Por tanto, para ser realista epistémico, la claridad ontológica es una condición necesaria, aunque no suficiente. Y no es suficiente porque el hecho de explicitar qué hay en el mundo según una determinada formulación, no garantiza que el mundo sea tal cual refiere la teoría: podrían tenerse dos propuestas exitosas (en cuanto a predicciones se refiere sobre los mismos fenómenos) con ontologías distintas.⁷ Esto puede verse de lo estudiado a lo largo de este trabajo: la teoría de la onda piloto es distinta ontológicamente hablando de la ontología de saltos en GRW. Mencionamos también (en la sección 4 del capítulo 3), que si alguna teoría ofrece al menos una predicción diferente de la teoría rival, se tiene una manera de decidir cuál es más adecuada empíricamente hablando (ya sea que esta predicción fracase o sea certera). Sin embargo, el hecho de justificadamente decantarse por alguna teoría determinada tampoco garantiza que la ontología que postula tal teoría sea la correcta para describir lo que hay en el mundo. Los filósofos suelen argumentar que a lo largo de la historia han habido

⁶Para abordar con profundidad lo mencionado en este párrafo sobre las dificultades técnicas y filosóficas de la teoría de la onda piloto en contextos relativistas, consúltese [10].

⁷En la nota al pie 19 del capítulo 3, identificamos esta problemática con el nombre de *subdeterminación*.

muchas teorías aparentemente exitosas que nos hablan de ciertos entes, pero que muchos de estos entes no son considerados como reales hoy en día (por ejemplo, el calórico y el éter). Este argumento, conocido como inducción pesimista, puede expresarse de la siguiente manera (como James Ladyman sugiere [22]):

- (i) Han habido muchas teorías empíricamente exitosas en la historia de la ciencia que posteriormente han sido rechazadas y cuyos términos teóricos no se refieren de acuerdo con nuestras mejores teorías actuales.
- (ii) Nuestras mejores teorías actuales no son diferentes en tipo de las teorías descartadas, por lo que no tenemos ninguna razón para pensar que, en última instancia, tampoco serán reemplazadas.
- (C) Entonces, por inducción, tenemos una razón positiva para esperar que nuestras mejores teorías actuales sean reemplazadas por nuevas teorías cuyos términos teóricos centrales no refieran. Por lo tanto, no debemos creer en la verdad aproximada o la referencia exitosa de los términos teóricos de nuestras mejores teorías actuales.

Sostener una postura realista epistémica con respecto a una teoría es complicado porque habría que enfrentar argumentos como el recién enunciado. Sin embargo, si se desea asumir este tipo de realismo, el primer paso es especificar lo que la teoría dice y argumentar por qué esos objetos son adecuados (o no) para dar cuenta del mundo.⁸ No obstante, no debe confundirse lo estudiado en las secciones anteriores con esta discusión filosófica. Lo que se ha intentado argumentar es la relevancia de la claridad ontológica sin comprometerse en asumir o negar una postura como la del realismo epistémico. La discusión se encuentra en una dimensión más débil que solo se enfoca en cuestiones de significado y correspondencia. La posición filosófica que sí podría defenderse es la denominada *realismo semántico*. Ésta es entendida de la siguiente manera:

Realismo semántico: Los términos teóricos de las teorías científicas exitosas refieren y las proposiciones lingüísticas que los configuran tienen valores de verdad. Dicho de otro modo, el conjunto de las proposiciones de las teorías científicas se interpretan literalmente, independientemente si esta interpretación es (o no es) la correcta.

El realismo semántico tiene como única función especificar las condiciones de verdad de las proposiciones de las teorías científicas, función que no debe confundirse con especificar las condiciones bajo las cuales una proposición debe aceptarse como verdadera. Ahora bien, para especificar las condiciones de verdad de las proposiciones teóricas, la interpretación de estas últimas debe satisfacer dos condiciones: (i) claridad ontológica y (ii) adecuación empírica.⁹ El punto (ii) se refiere a que los datos empíricos relevantes pueden explicarse en términos de la ontología propuesta. Si se sostiene que las teorías científicas deben satisfacer este tipo de realismo, el formalismo estándar es insuficiente por no cumplir con (i) y (ii). En cambio, las

⁸Hay toda una discusión amplia de cómo se puede enfrentar al argumento de la inducción pesimista y sostener algún tipo de realismo epistémico. Un camino es considerar posturas más débiles como el realismo estructural (en este caso más que de objetos, se hablaría de estructuras). Este tema involucra una discusión filosófica compleja que se sale de los alcances de este trabajo. Para una discusión más detallada puede consultarse [22]. Además, en este escrito se sostiene que la claridad ontológica es útil para la física independientemente de las posiciones filosóficas con respecto al realismo.

⁹Lo referido aquí respecto al realismo semántico es tomado de la Parte II de [23]. Consúltese esta referencia para una discusión más amplia y para conocer los autores relacionados con esta postura.

formulaciones estudiadas (teoría de la onda piloto y GRW con ontología de saltos) están más cerca de hacerlo. Para asumir un realismo epistémico, la dimensión semántica debe ser cubierta necesariamente. Por lo que una teoría que nos hable del mundo debe en algún sentido asemejarse más a las propuestas alternas de la mecánica cuántica que a la interpretación tradicional.

Más allá de cuestiones puramente filosóficas, si el físico está en busca de una teoría más fundamental (una teoría que en cierto sentido conjunte diversas áreas de la física y que sea capaz de dar cuenta del mundo), debe comenzar a tomar en serio las discusiones ontológicas para comprender de una manera más rigurosa las repercusiones del proyecto. Pues, como se ha argumentado y repetido en numerosas ocasiones, esto permite construir una teoría más sólida porque la claridad en torno a lo que hay en el mundo (al menos en un sentido putativo) mitiga ambigüedades y delimita la teoría (exhibe sus alcances y limitaciones).

Conclusión

Con lo estudiado con anterioridad, se evidencia que el formalismo estándar de la mecánica cuántica es deficiente principalmente por las siguientes razones: (i) tiene el problema de la medición, (ii) no tiene una claridad ontológica.

El primer punto hace que nuestra teoría sea vaga con respecto a lo que se pueda decir del pasado y el futuro pues la dinámica de un estado físico está en función de un observador que mide, y la teoría no especifica qué puede contar como un observador ni qué es medición. De manera que nuestras predicciones sobre el estado de un sistema se ven comprometidas, y además hace que nuestra teoría, en un sentido estricto, se limite a operaciones idealizadas de laboratorio, cuando lo que se quisiera es que tuviera una aplicación más general.

Con respecto a (ii), decimos que tiene como consecuencia la ambigüedad y las malinterpretaciones a la hora de estudiar fenómenos físicos. Esto pudo verse al analizar el experimento de la doble rendija con elección retrasada. Por ejemplo, el formalismo estándar permite la entrada a explicaciones de tipo retrocausales o permite posturas que sostienen que un fenómeno no es fenómeno hasta que éste sea observado. Aunque muchos sean partidarios de las ideas anteriores, queda claro que una mecánica cuántica bien formulada no respalda estas ideas y que realmente son producto de no tener una ontología precisa, pues una vez que ésta se define, las afirmaciones no se sostienen. La aseveración anterior se confirmó estudiando la teoría de la onda piloto y la teoría de GRW. Ambas formulaciones resuelven el problema de la medición, y con respecto a la primera teoría, la ontología es clara, pues las partículas son lo que pueblan el mundo. En la segunda propuesta, fue necesario postular una ontología: los saltos de la función de onda como Bell sugirió. En ambos casos, al tener la claridad ontológica y no tener el problema de la medición, se pudo explicar por qué vemos lo que vemos en el experimento estudiado, y esto es una clara ventaja con respecto al formalismo estándar, y es también una razón de peso para voltear a ver y estudiar más a fondo estas propuestas.

Por último, se argumentó que la ontología es una herramienta útil para analizar en qué sentido pueden ser compatibles dos teorías distintas. Se evidenció, analizando el caso de la teoría cuántica y de la relatividad especial, que para pensar en qué sentido se podía construir una teoría cuántica relativista (que resuelva el problema de la medición), la estrategia para abordar el problema (y de hecho, la pregunta en sí misma) cobraba sentido y estaba sujeta en función de la ontología. Una vez precisada ésta, es cuando verdaderamente se conocen los alcances y limitaciones de una teoría.

Sin embargo, aún quedan muchas preguntas abiertas. En este trabajo se analizó un experimento particular. Habría que preguntarse también qué otros fenómenos físicos presentan dificultades de interpretación y ver si estos formalismos que se libran del problema de la medición resuelven tales dificultades adecuadamente. Veamos un caso concreto. En la mecánica se tiene el siguiente teorema: «para todo estado de un sistema cuántico S que consta de dos subsistemas s_1 y s_2 , y para todo par de observables \mathbf{A} y \mathbf{B} (correspondientes al subsistema s_1 y s_2 , respectivamente), la probabilidad de los diferentes resultados de mediciones de \mathbf{A} , no depende de si se efectuó antes alguna medición en \mathbf{B} ». Normalmente esto suele ser interpretado diciendo que la no localidad cuántica no puede ser usada para el envío de señales. A esta imposibilidad se le denomina en la literatura como *no signaling* (no señalización), que muchas veces es enunciada de la siguiente manera: «si las regiones A y B tienen separación tipo espacio, entonces es imposible transmitir un mensaje, libremente escogido por un agente en A , a otro agente en B ». ¹⁰ Sin embargo R. Sorkin [35] muestra que el formalismo estándar de la mecánica cuántica permite construir una situación física en donde es posible explotar la no localidad cuántica para el envío de señales. ¹¹ Una pregunta interesante sería ver si esta violación de la no señalización no es más que un error de interpretación debido al uso de un formalismo vago que tiene el problema de la medición. Para responder esta interrogante habría que analizar si la teoría de la onda piloto o las teorías del colapso objetivo dan otra respuesta.

Por otro lado, en cuanto a la teoría de colapso objetivo se refiere, la propuesta ontológica estudiada en este trabajo no es la única. Existe otra en la literatura llamada *ontología de densidad de masa*. Se tendría entonces que responder cuál de ambas es más adecuada para describir el mundo y para adaptarse a contextos relativistas. Como se ha estudiado, aunque existe una propuesta relativista de la ontología basada en los saltos, ésta es aún deficiente porque no da cuenta de la interacción entre sistemas físicos, y además, no se tiene hasta el día de hoy alguna otra propuesta que subsane estas deficiencias.

Por tanto, tras analizar los beneficios de la claridad ontológica durante las secciones precedentes, este trabajo motiva a estudiar su alcance en contextos más amplios (como los recién mencionados). Además, sería conveniente no quedarse sólo en una discusión a nivel de la relatividad especial, sino explorar hasta qué punto teorías que resuelven el problema de la medición y que tienen una ontología bien definida pueden abordar dificultades en los fundamentos de gravitación cuántica, que es una línea de investigación abierta. ¹²

¹⁰Para una discusión más amplia de la no señalización, consúltese [25].

¹¹El ejemplo que utiliza Sorkin no viola el teorema mencionado, pero sí implica un tipo de no señalización.

¹²Por ejemplo, véase una aplicación de teorías de colapso objetivo para responder preguntas de gravitación cuántica en [30].

Bibliografía

- [1] Albert D., *Quantum Mechanics and Experience*, Harvard University Press, 1st. edition. USA, 1994.
- [2] Allori V., *Fundamental Physical Theories: Mathematical Structures Grounded on a Primitive Ontology*, Tesis para obtener el grado de doctor en filosofía. Universidad de Rutgers. Octubre 2007.
- [3] Bell J., *Lo decible y lo indecible en mecánica cuántica (Recopilación de artículos sobre filosofía cuántica)*, Alianza Editorial, S. A., Madrid 1990.
- [4] Bell J., *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, second edition, S. A., UK 2010.
- [5] Born M.(editor), *The Born-Einstein Letters*, Macmillan, Londres 1971.
- [6] Bonder Y. (et.al), *Los principios de la relatividad: Una introducción pedagógica*, Rev. Mex. Fis. E 64 (1). México, 2018.
- [7] Cassini A., *Realismo epistemológico, referencia y verosimilitud*, Crítica (Revista Hispanoamericana de Filosofía), Vol. XXIV **71**, Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México, México 1992.
- [8] Chakravartty, A. *Scientific Realism*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL <https://plato.stanford.edu/archives/sum2017/entries/scientific-realism/>.
- [9] De la Peña L., *Introducción a la Mecánica Cuántica*, FCE Ediciones Científicas-Texto Científico Universitario, 3a. Edición, México, 2006.
- [10] Detlef D., (et.al), *Can Bohmian mechanics be made relativistic?*, December, 2013. Disponible en <https://arxiv.org/abs/1307.1714v2>.
- [11] Dieks D., *Niels Bohr and the Formalism of Quantum Mechanics*, January, 2017. ISBN 978-1-3500-3511-9, DOI 10.5040/9781350035140.ch-014.
- [12] Dirac P., *Principios de Mecánica Cuántica*. Ediciones Ariel, 4a. edición. España 1968.
- [13] Egg M., *Delayed-Choice Experiments and the Metaphysics of Entanglement*, Found Phys (2013), **43**, p. 1124-1134, 2013.
- [14] Einstein A. (et. al), *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?*, Physical Review, Description of Physical Reality, Volume **47**, 1935.
- [15] French A., *Relatividad Especial*, Physics Course, Massachusetts Institute of Technology, Editorial Reverté S.A, España, junio de 2002.
- [16] Ghirardi G., *Collapse Theories*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.). Fecha de Consulta 8 de febrero de 2016, disponible en <http://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/qm-collapse/>.
- [17] Ghirardi G., (et.al). *Unified Dynamics for Microscopic and Macroscopic Systems*, Physical review D: Particles and fields, August 1986.
- [18] Goldstein, S. *Bohmian Mechanics*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL <https://plato.stanford.edu/archives/sum2017/entries/qm-bohm/>.
- [19] Guzmán J., *No localidad cuántica y relatividad especial*. Tesis de licenciatura en Física. Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Cd. Universitaria, D.F. Mayo 2017.
- [20] Hacyan S., *Relatividad para estudiantes de física*, FCE Ediciones Científicas Universitarias, 2a. Edición, México, 2013.
- [21] *History of Bohmian Mechanics*. Fecha de Consulta 12 de octubre de 2019, disponible en http://www.bohmian-mechanics.net/whatisbm_history.html.

- [22] Ladyman J., (et.al). *Every Thing Must Go. Metaphysics Naturalized*, Primera edición, Oxford University Press, Nueva York 2007.
- [23] Manero J., (et.al). *La huella de la estructura que subyace a las teorías físicas*, Tesis doctoral, UNAM. México 2018.
- [24] Maudlin T., *Three measurement problems*, Topoi, vol. 14, 1995.
- [25] Maudlin T., *Quantum Non-Locality and Relativity*, Metaphysical Intimations of Modern Physics. Wiley-Blackwell, Third edition, 2011.
- [26] Maudlin T., *Filosofía de la Física I: El espacio y el tiempo*, Fondo de Cultura Económica (Breviarios), Primera edición en español, México, 2014.
- [27] Messiah A., *Mecánica Cuántica*, Tomo I. Editorial Tecnos, 1a. edición 1965. España 1983.
- [28] Norsen T., *Foundations of Quantum Mechanics. An Exploration of the Physical Meaning of Quantum Theory*, Springer International Publishing AG 2017.
- [29] Okasha S., *Filosofía de la ciencia. Una introducción muy breve*, Editado por el Programa de Bachillerato y Licenciatura en Educación, Facultad de Educación, UNMSM. Lima, Perú 2005.
- [30] Okon E. (et.al), *Benefits of Objective Collapse Models for Cosmology and Quantum Gravity*, Found Phys. February 2014.
- [31] Okon E., *El problema de la medición en Mecánica Cuántica*, Revista Mexicana de Física E, **60** julio-diciembre 2014, México.
- [32] Okon E., *¿Es completa la mecánica cuántica? Replanteando el argumento de Einstein, Podolsky y Rosen*, Divulgación Científica **4**, CIIDET Tecnológico Nacional de México, México, Enero-Abril 2016.
- [33] Pereyra P., *Fundamentos de Física Cuántica*. Editorial Reverté-UAM, 1a. Edición. México 2011.
- [34] Schutz B., *A First Course in General Relativity*, Cambridge University Press, Second Edition, USA, 2009.
- [35] Sorkin R., *Impossible Measurements on Quantum Fields*, February, 1993. Disponible en <https://arxiv.org/abs/gr-qc/9302018v2>.
- [36] Stanford, K., *Underdetermination of Scientific Theory*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/scientific-underdetermination/>.
- [37] Tumulka R., *A Relativistic Version of the Ghirardi–Rimini–Weber Model*, Journal of Statistical Physics, Vol. 125, No. 4, November 2006.
- [38] von Neumann J., *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton 1955.