



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA

INSTITUTO DE RADIOASTRONOMÍA Y
ASTROFÍSICA

EVOLUCIÓN DEL MOMENTO ANGULAR
ESPECÍFICO DURANTE EL COLAPSO Y
FRAGMENTACIÓN DE NUBES MOLECULARES

T E S I S

PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRA EN CIENCIAS

PRESENTA

GRISELDA ARROYO CHÁVEZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. ENRIQUE CRISTIÁN VÁZQUEZ SEMADENI,
INSTITUTO DE RADIOASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

MORELIA, MICHOACÁN, MÉXICO. AGOSTO 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A CONACyT, por respaldar los sueños de todo científico primerizo.

Al Dr. Enrique Vázquez, por su paciente guía, sus excelentes consejos, su aguda visión científica y por las risas siempre presentes.

A mi hermana académica, Vianey, por nunca negarme su ayuda ante las más simples preguntas, y por sus palabras "Estamos para ayudar a los más jóvenes, no para hacerlos sufrir."

A mi familia, porque pese a la distancia, siempre se preocupan por mí y por mi salud.

A mis queridos amigos, compañeros y profesores, porque sólo se puede sobrevivir a la maestría con trabajo en equipo y buenos chistes.

A mi siempre físico favorito, mi compañero de viaje, por estar a mi lado en cada paso, compartiendo cada momento y haciendo más llevadera la carga con cada visita.

A Dios, por el sólo regalo de la vida, y porque no alcanzaría una tesis para agradecerle por todo.

Resumen

En este trabajo se calcula el momento angular específico (j) para grumos ("clumps") dentro de una simulación hidrodinámica por medio de partículas suavizadas (SPH) de la formación y colapso de nubes moleculares gigantes impulsadas por turbulencia inicial en decaimiento en el medio atómico tibio, sin contribución por el *feedback*. En ella los clumps son inicialmente definidos por diferentes umbrales de densidad y para diferentes tiempos de la simulación. Para cada clump se estima también su tamaño, encontrando que el conjunto sigue una relación $j \propto R^\alpha$ con un valor de $\alpha = 1.6 - 1.8$ ligeramente mayor al típico reportado de $1.5 - 1.6$. Para entender el origen de esta relación, se siguió la evolución de clumps individuales mediante el rastreo del conjunto Lagrangiano de partículas SPH que los componen, tanto hacia el pasado como hacia el futuro. Se comparó la evolución de j para clumps definidos como conjunto Lagrangiano de partículas con la de aquellos definidos utilizando un umbral de densidad para el mismo intervalo de tiempo estudiado. Nuestros resultados se pueden resumir como sigue: (i) la relación observada para j y R sólo se recupera cuando los clumps se definen con un mismo umbral de densidad, o cuando la dinámica de las partículas de un clump Lagrangiano está influenciado por la interacción con sus alrededores; (ii) la aparición de clumps compactos no es el resultado del colapso monolítico de una nube más grande, sino que resulta de la fragmentación de esta, y por lo tanto los cores intercambian momento angular con sus alrededores; (iii) para que un fragmento de un clump se colapse, sus partes externas deben dispersarse llevándose parte del momento angular. El mecanismo de transferencia de momento angular se asemeja al de los discos de acreción, donde el material que pierde momento angular cae hacia el centro del disco, mientras el material que lo gana se mueve hacia afuera; y (iv) la pendiente de la gráfica j vs R en observaciones de núcleos y grumos en nubes moleculares puede ser derivada semianalíticamente obteniendo una dependencia en la densidad columnar (Σ) que tiene la forma $j \propto \Sigma^{1/2} R^{3/2}$.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| Índice general | III |
| Índice de figuras | VI |
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Problema del momento angular | 1 |
| 2. Propiedades y estructura de las nubes moleculares | 4 |
| 2.1. Estructura de las nubes: jerarquía | 4 |
| 2.2. Relaciones de escala | 8 |
| 2.2.1. Relaciones de Larson | 8 |
| 2.2.1.1. Desviaciones a las relaciones de Larson | 11 |
| 2.2.2. Generalización de Heyer | 14 |
| 2.3. Modelos teóricos | 14 |
| 2.3.1. Modelo de colapso generalizado o teoría clásica | 15 |
| 2.3.2. Modelos de soporte | 16 |
| 2.3.2.1. Soporte magnético | 16 |
| 2.3.2.2. Soporte turbulento o modelo gravoturbulento | 20 |
| 2.3.3. Modelo de colapso jerárquico global | 23 |
| 3. Métodos numéricos SPH | 29 |
| 3.1. Códigos SPH | 29 |
| 3.1.1. Interpoladores sumatorios y sus kernels | 31 |
| 4. Metodología | 35 |
| 4.1. Datos numéricos | 35 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 4.1.1. | La simulación | 35 |
| 4.1.2. | Definición y búsqueda de clumps | 36 |
| 4.1.3. | Muestra de clumps | 38 |
| 4.2. | Parámetros físicos | 39 |
| 4.2.1. | Estimación del radio | 41 |
| 4.2.2. | Cálculo del momento angular específico | 41 |
| 4.2.3. | Disipación del momento angular intrínseco del código | 42 |
| 5. | Resultados | 43 |
| 5.1. | Momento angular específico a tiempos fijos en la simulación | 43 |
| 5.2. | Evolución del momento angular específico | 45 |
| 5.2.1. | Seguimiento de un conjunto Lagrangiano de partículas | 46 |
| 5.2.1.1. | Seguimiento hacia el pasado de subestructuras Lagrangianas de un mismo clump | 46 |
| 5.2.1.2. | Seguimiento hacia el pasado de diferentes clumps definidos al mismo umbral de densidad | 49 |
| 5.2.1.3. | Seguimiento hacia el futuro de subestructuras Lagrangianas de un mismo clump | 49 |
| 5.2.2. | Seguimiento de un clump definido como objeto conexo sobre un umbral de densidad | 52 |
| 6. | Discusión | 54 |
| 6.1. | Interpretando los resultados | 54 |
| 6.2. | Origen de la pendiente observada en la gráfica j vs R | 57 |
| 6.3. | Probando la simulación | 59 |
| 7. | Resumen y conclusiones | 62 |
| 7.1. | Resumen | 62 |
| 7.2. | Conclusiones | 64 |
| A. | Códigos de malla | 65 |
| A.0.1. | Diferencias finitas | 65 |
| A.0.2. | Métodos de alta resolución para captura de choques | 66 |
| A.0.2.1. | Volúmenes finitos | 68 |

| | |
|---|----|
| A.0.2.2. Problema de Riemann | 69 |
| A.0.2.3. Reconstrucción de variables en las interceldas | 70 |

| | |
|--------------------|-----------|
| Referencias | 74 |
|--------------------|-----------|

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| 1.1. Compilación de datos observacionales para la medición de j | 2 |
| 2.1. Mapas del gas molecular en Cygnus OB7 | 7 |
| 2.2. Gráficas originales de las relaciones de Larson. | 9 |
| 2.3. $\log(\sigma)$ vs $\log(M)$ para clumps del complejo de ρ Oph que no respetan la relación $\sigma - L$ de Larson. | 12 |
| 2.4. Relación densidad promedio-tamaño para estructuras con y sin densidad columnar constante. | 13 |
| 2.5. $\sigma_v/R^{1/2}$ vs Σ para nubes moleculares en el plano Galáctico. | 15 |
| 2.6. Comparación de la estructura generada en una nube con escalas de inyección de energía turbulenta diferente | 21 |
| 2.7. Relación $\delta v/r^{1/2}$ contra la densidad columnar Σ para nubes reportadas observacionalmente. | 23 |
| 2.8. Esquema gráfico del modelo de colapso jerárquico global. | 26 |
| 4.1. Esquema 2D de la operación del algoritmo de búsqueda de clumps. | 37 |
| 4.2. Muestra de clumps a diferentes umbrales de densidad y con diferentes morfologías. | 40 |
| 5.1. Relación j vs R para tiempos fijos en la simulación | 44 |
| 5.2. Ejemplo visual de la evolución de un clump definido como conjunto Lagrangiano de partículas. | 47 |
| 5.3. Representación 2D de la estructura de una nube y evolución de j para clump que forman parte de la misma nube. | 48 |
| 5.4. Porcentaje de partículas intrusas durante la evolución de cinco clumps que forman parte de la misma nube madre. | 48 |

| | |
|--|----|
| 5.5. Evolución de j en cinco clumps a la misma densidad detectados en diferentes regiones de la caja numérica. | 50 |
| 5.6. Evolución visual de un clump rastreado hacia el futuro. | 51 |
| 5.7. Evolución de j en dos clumps rastreados hacia el futuro. | 51 |
| 5.8. Evolución visual de un clump detectado con el mismo umbral de densidad en cada paso de tiempo. | 52 |
| 5.9. Evolución de j para un clump detectado usando la misma densidad umbral a cada paso de tiempo. | 53 |
| 6.1. Evolución de j y J para partículas densas y difusas en una misma nube. | 56 |
| 6.2. Σ vs R para la muestra de clumps detectados | 60 |
| 6.3. j vs R y $j/\Sigma^{1/2}$ vs R par a los clumps detectados | 61 |
| A.1. Ejemplos esquemáticos de soluciones a una EPD con y sin choques. | 67 |
| A.2. Discretización del espacio-tiempo en el esquema de volúmenes finitos. | 68 |
| A.3. Esquema del problema de Riemann (PVI). | 70 |
| A.4. Reconstructores de variables en códigos de malla | 71 |

Introducción

1.1. Problema del momento angular

El "Problema del Momento Angular"(AMP de aquí en adelante) es un problema que ha persistido a lo largo de varias décadas y que no ha sido completamente resuelto. El concepto fue bien ejemplificado por [Spitzer \[1978\]](#) y después retomado por [Bodenheimer \[1995\]](#), donde se plantea como ejemplo a una nube interestelar filamentaria de unos 10 pc de longitud y con 0.2 pc de radio, la cual gira a lo largo de su eje mayor con una velocidad angular de $\Omega = 10^{-15}$ s, tal como nuestra Galaxia. A una densidad de 20 partículas por cm^{-3} , se tiene una masa de $1 M_{\odot}$. Si la nube colapsa para formar una estrella con un radio de 6×10^{10} cm mientras el momento angular se conserva, se tendrá como resultado una velocidad de rotación que corresponde a un 20% de la velocidad de la luz, con un cociente entre la fuerza centrífuga y la gravitacional en el ecuador del orden de 10^4 . Tales condiciones resultan altamente inestables y causarían la destrucción de la estrella misma. De acuerdo con [Catalano and Stauffer \[1991\]](#) (Tabla 1, pág.4) el valor típico para el momento angular específico (j) para una nube molecular en escalas de 0.1 pc es de $10^{21} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$, mientras que para una estrella T Tauri $j = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. El AMP surge entonces de la discrepancia entre el valor de j para un núcleo denso (ver Sec. 2.1 sobre la jerarquía de las nubes) y una estrella T Tauri.

A pesar de que la diferencia parece ser bastante dramática, debe notarse que, aunque una

nube con $j = 10^{21} \text{ cm}^2 \text{ s}$ y $1 M_{\odot}$ tienen un momento angular total $J = 10^{54} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-1}$, una estrella T Tauri con un disco moderado de unas 100 AU tiene apenas un valor de J uno o dos órdenes de magnitud más pequeño. Esto significa que una nube con una velocidad de rotación ligeramente más pequeña de la típica puede dar origen a un sistema estrella-disco bajo un régimen de conservación de momento angular total. El AMP se convierte entonces en un problema de redistribución de momento angular.

Por otro lado, sin tomar en cuenta las etapas cercanas a la formación de una estrella, este problema parece extenderse sobre un amplio rango de tamaños de nubes, observando que j decrece con el radio para nubes que van desde decenas de parsecs a fracciones de parsec. Esta aparente pérdida de momento angular específico se puede ver en la Fig 1.1, donde hemos compilado algunas medidas de j para nubes que van desde 0.1 pc a decenas de parsec. Se puede ver [Chen et al., 2019a] para una compilación más amplia en el rango de 0.01 a 1 pc. Esta relación muestra típicamente una dependencia $j \propto R^{\alpha}$ con $\alpha \approx 1.5 - 1.6$.

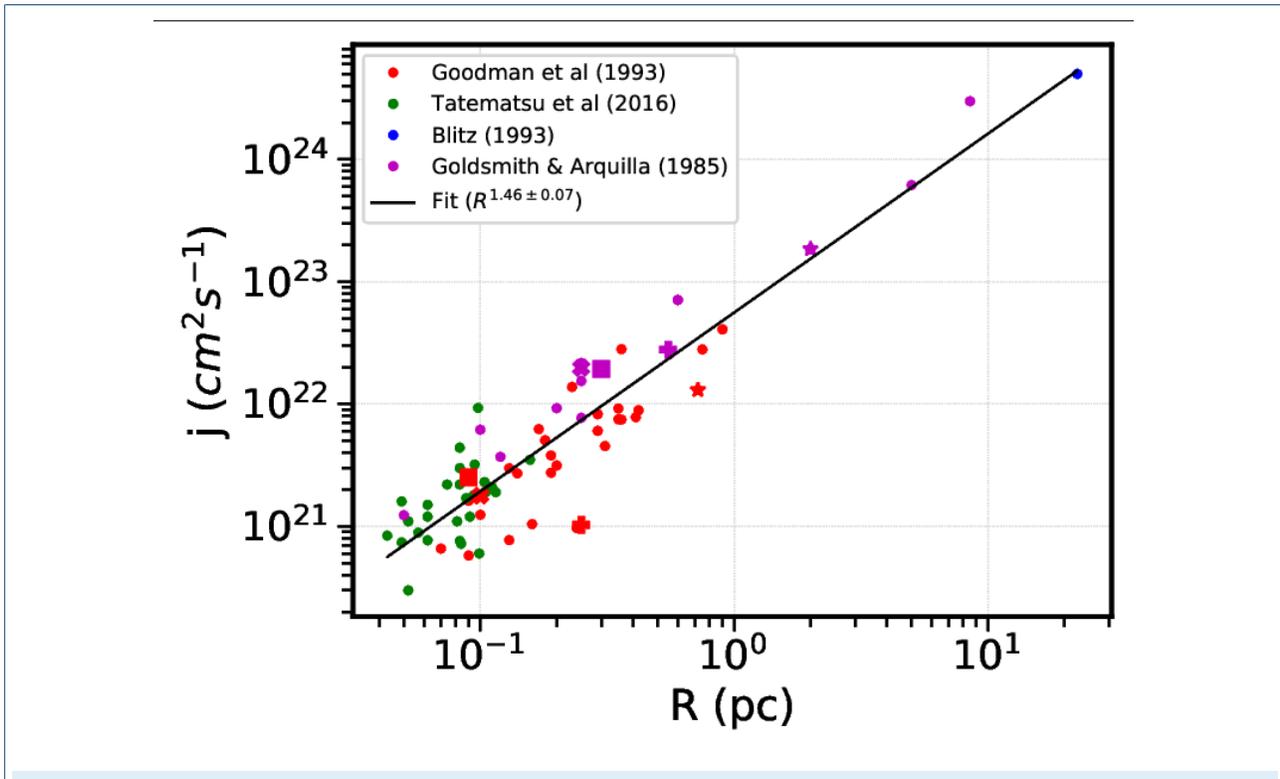


Figura 1.1: Compilación de mediciones del momento angular específico y el radio para muestras de clumps y cores reportados en Goodman et al. [1993], Tatematsu et al. [2016], Blitz [1993] y Goldsmith and Arquilla [1985]. El ajuste corresponde a una pendiente de 1.46 ± 0.07 . Los puntos con el mismo símbolo representan al mismo clump o core en dos muestras diferentes.

Hasta la década de los 90's, el mecanismo más recurrido para explicar la redistribución del momento angular fue el frenado magnético (ver Sec. 2.3.2.1). Tomando un valor típico para el campo magnético de 10^{-5} G y si el campo está anclado al material, entonces se produce un frenado en la rotación de la nube donde el momento angular es transportado hacia afuera por medio de ondas de Alfvén [Mestel, 1985; Mouschovias, 1977; Shu et al., 1987].

Sin embargo, en Mestel and Paris [1984] se encuentra que una condición necesaria para que el frenado magnético reduzca la velocidad de rotación de manera eficiente en las nubes es que su masa, M , sea mucho menor que su masa magnética crítica, M_c , mientras que en Crutcher et al. [2010] se muestra que las nubes son magneticamente supercríticas, es decir, $M > 2M_c$. Aunado a esto, Jappsen and Klessen [2004] muestran que simulaciones numéricas como las usadas más adelante en este trabajo, que no contienen campo magnético, continúan mostrando una pérdida sistemática de momento angular específico. Estos autores atribuyen el transporte de momento angular a torcas gravitacionales, las cuales son generadas por el ambiente turbulento y las interacciones entre objetos protoestelares bajo un escenario gravoturbulento (ver Sec. 2.3.2.2).

En este trabajo tomaremos ventaja del dominio temporal en simulaciones SPH (ver Sec. 3.1), que utilizan partículas suavizadas para seguir el movimiento del fluido, estudiando el comportamiento de las partículas individuales que conforman a un clump para seguir la evolución del momento angular específico medido en los clumps a cada paso de tiempo, tanto hacia el pasado como hacia el futuro. Veremos que la manera en la que se define un clump juega un papel importante en la evolución de j . Analizando y comparando la evolución de los clumps tomando en cuenta diferentes definiciones, nos dará una idea sobre cómo es la redistribución de j a medida que pasa el tiempo, exponiendo otros posibles mecanismos de transferencia de momento angular sumados a los ya mencionados anteriormente, e interpretados bajo el esquema de Colapso Jerárquico Global (ver Sec. 2.3.3).

Propiedades y estructura de las nubes moleculares

Antes de dar paso propiamente a los métodos y resultados de este trabajo, resulta conveniente dedicar algunas líneas a la descripción de nuestro objeto de estudio, es decir, a las nubes moleculares. Es por esto que en esta sección se describen algunas de las características más relevantes de las nubes en el contexto de este estudio, haciendo además una revisión sobre algunos de los modelos que buscan dar explicación a estas características.

2.1. Estructura de las nubes: jerarquía

Dadas las recientes observaciones sobre nubes moleculares, se ha dejado claro que las nubes son ricas en estructura interna, partiendo de las estructuras más grandes llamadas Nubes Moleculares Gigantes (GMCs por su siglas en inglés), y culminando en los núcleos o cores protoestelares que darán paso a la formación de estrellas. Las GMCs pueden llegar a tener masas de entre $10^5 - 10^6 M_{\odot}$ y tamaños de decenas de parsecs, mientras que los cores con tamaños ≤ 0.1 pc tienen apenas unas cuantas masas solares pero a una densidad mucho mayor. Entre estos dos extremos encontramos un amplio rango de subestructura, que se suele agrupar principalmente en cuatro escalas:

GMC \rightarrow Nube \rightarrow Grumo o clump \rightarrow núcleo denso o core.

| | Nube Molecular Gigante | Nube molecular | Grupo o clump | Núcleo o core protoestelar |
|--|--|---|------------------|----------------------------------|
| Tamaño (pc) | 10-60 | 2 – 20 | 0.1 – 2 | ≤ 0.1 |
| Densidad [$n(\text{H}_2)/\text{cm}^3$] | 100 – 500 | $10^2 – 10^4$ | $10^3 – 10^5$ | $> 10^5$ |
| Masa (M_\odot) | $10^4 – 10^6$ | $10^2 – 10^4$ | $10 – 10^3$ | 0.1 – 10 |
| Ancho de línea (km s^{-1}) | 5 – 15 | 1 – 10 | 0.3 – 3 | 0.1 – 0.7 |
| Temperatura (K) | 7 – 15 | 10 – 30 | 10 – 30 | 7 – 15 |
| Ejemplos | W3, M17, Orion- Monoceros, Complejo Tauro- Auriga-Perseus | L1641, L1630, W33, W3A, B227, L1495, L1529 | | |

Tabla 2.1: Propiedades física de las nubes tomada de [Mac Low and Klessen \[2004\]](#).

Las características principales de cada escala se muestran en la Tabla 2.1 presentada en [Mac Low and Klessen \[2004\]](#), trabajo que será usado como referencia principal para la primera mitad de este capítulo.

En cuanto a la composición química de las nubes, estas están dominadas por hidrógeno molecular (H_2) [[Ferrière, 2001](#)], que se forma en regiones suficientemente densas para ser ópticamente gruesas a la radiación ultravioleta fotodisociante en la Galaxia [[Hartmann et al., 2001](#)]. Las diferentes moléculas observadas requieren también densidades críticas diferentes para formarse. En la práctica, la densidad crítica se ha utilizado tradicionalmente como una medida de la densidad a la que se excita una transición particular y que se observa típicamente a longitudes de onda de radio. Sin embargo, dado que se pueden observar líneas moleculares por debajo de su densidad crítica, en ocasiones se recurre a la densidad efectiva de excitación, que a diferencia de la densidad crítica, toma en cuenta interacciones radiativas en la emisión de las líneas. Algunas densidades críticas y efectivas para diferentes moléculas se encuentran tabuladas en [[Shirley, 2015](#)].

Por otro lado, las nubes se encuentran principalmente sobre el plano de la galaxia, contaminadas con elementos reprocessados por la estrellas, los cuales se pueden condensar en granos de polvo o formar otras moléculas. La presencia de polvo juega un papel importante en la profundidad óptica de la nube así como en su calentamiento. La presencia de otras moléculas también contribuye a los procesos de enfriamiento y calentamiento [[Genzel, 1991](#)].

Así, la estructura de las nubes puede ser inferida a partir del estudio del polvo en la nube,

en particular de su densidad columnar. Esta última puede ser observada mediante dos técnicas principales: a partir de la emisión térmica del polvo a longitudes de onda milimétricas [Testi and Sargent, 1998], o a partir de la extinción en el infrarrojo dado un fondo luminoso estelar [Alves et al., 2001]. Para derivar la densidad o la masa a partir de la emisión térmica de polvo se debe modelar el perfil de temperatura que depende de la emisión ópticamente gruesa para una distribución de densidad desconocida. Por otro lado, la extinción en el infrarrojo sólo requiere de un fondo luminoso con estrellas adecuadas, arrojando un mayor rango dinámico de densidades columnares que la extinción en el óptico. Este método fue ampliamente desarrollado por Cambrésy et al. [2002], quien encontró que a mayor densidad columnar, mayor era también la diferencia en extinción entre la región y el fondo.

Sin embargo, la técnica más comúnmente usada para observar a las nubes es a partir de líneas moleculares. Algunos candidatos resultan ser el ^{12}CO , ^{13}CO y el C^{18}O , donde el uso de uno u otro depende tanto del objeto de estudio como de la escala a la que se observa. Ya que el CO se congela sobre los granos de polvo a densidades muy grandes, sólo puede trazar gas a densidades relativamente bajas, $n \leq 10^5 \text{ cm}^{-3}$, y con un rango dinámico que abarca un par de decenas en densidad columnar.

La jerarquía de las nubes es visible entonces sobre un amplio rango de escalas. Esto se puede ver en la Fig. 2.1 con observaciones de ^{13}CO , ^{12}CO y C^{18}O del complejo Cygnus OB7 para tres niveles de resolución [Falgarone et al., 1992]. A medida que se aumenta la resolución aparecen nuevas estructuras, teniendo estructuras sin resolver incluso para la resolución más grande.

Los clumps detectados en este tipo de muestras se encuentran típicamente dentro de un rango de masas que va desde $1 M_{\odot}$ hasta algunos cientos de M_{\odot} , y densidades de $50 < n(\text{H}_2) < 10^4 \text{ cm}^{-3}$. La distribución de masas o espectro de masas de los clumps, entendido como el número N de estructuras entre un rango de masas M y $M + dM$, está bien descrita por una ley de potencias de la forma

$$\frac{dN}{dm} \propto M^{\alpha}, \quad (2.1)$$

con $-1.3 < \alpha < -1.9$ para mediciones a partir de líneas de emisión [Heithausen et al., 1998; Kramer et al., 1998; Stutzki and Guesten, 1990], y $-1.9 < \alpha < -2.5$ para estudios de emisión de polvo [Motte et al., 1998; Testi and Sargent, 1998], los cuales se centran en regiones de mayor densidad columnar. El espectro de masa suele interpretarse como una evidencia de la estructura fractal de las nubes, sin embargo, no se ha determinado por completo la razón o proceso físico que lo origina. Por otro lado, el espectro de masas es susceptible a cambios dependiendo del trazador

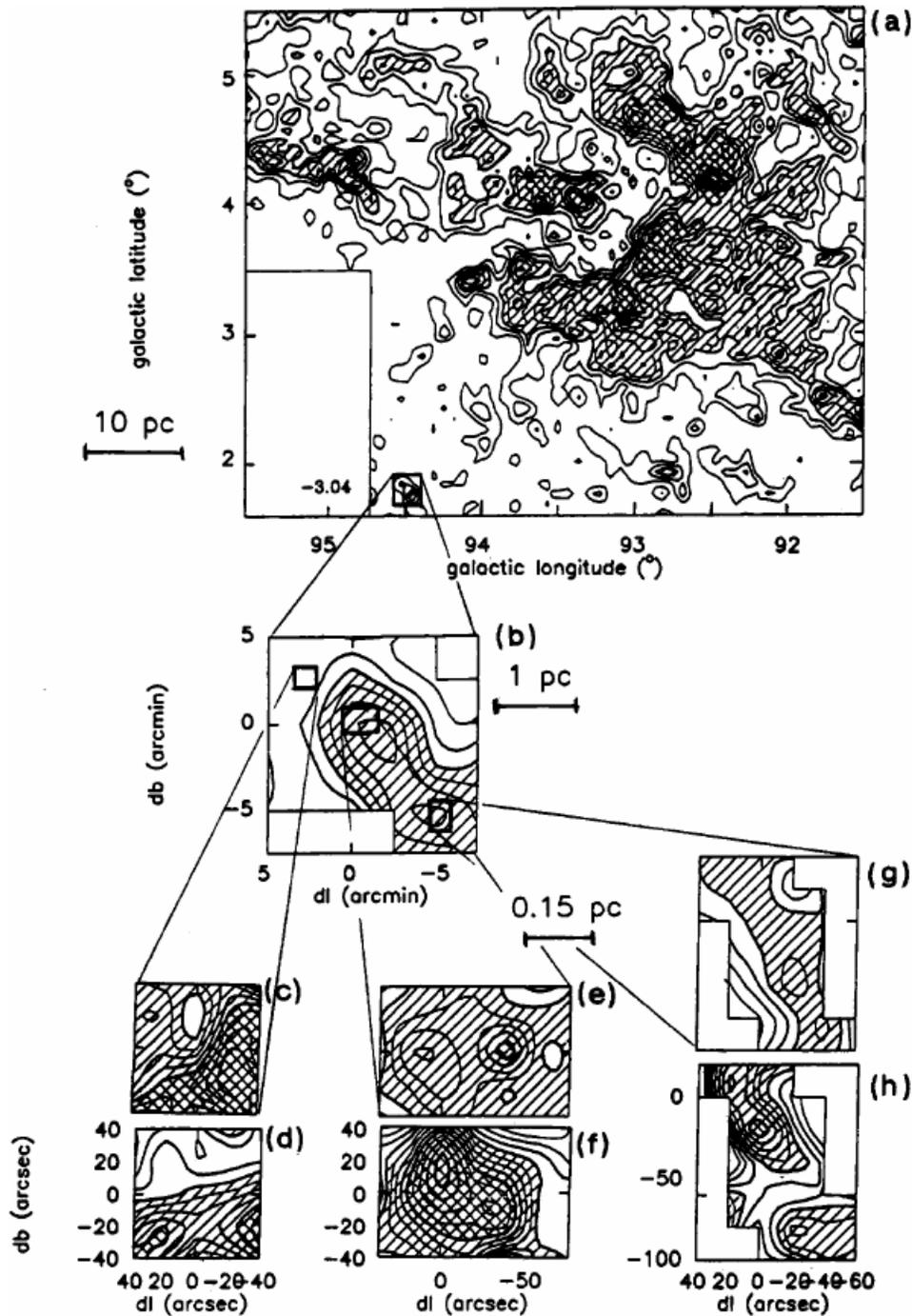


Figura 2.1: Mapas del gas molecular en Cygnus OB7. (a) Mapa de mayor escala observado con ^{13}CO ($J = 1 - 0$). El primer nivel y los espacios entre contornos son de 0.25 K. (b) Mapa de la misma transición a mayor resolución (primer nivel y espacio entre contornos de 0.3 K). (c) Emisión ^{12}CO ($J = 1 - 0$). (d) Emisión ^{13}CO ($J = 1 - 0$) de región transparente. (e) Emisión ^{13}CO ($J = 1 - 0$). (f) Emisión C^{18}O ($J = 1 - 0$) de la región más opaca. (g) Emisión ^{13}CO ($J = 1 - 0$). (h) Emisión C^{18}O ($J = 1 - 0$) de una región filamentaria. La imagen fue tomada de [Falgarone et al. \[1992\]](#)

utilizado, o en su análogo numérico, al algoritmo para definir una estructura (nube, clump o core), ya que en general las fronteras de las nubes no se pueden determinar con exactitud.

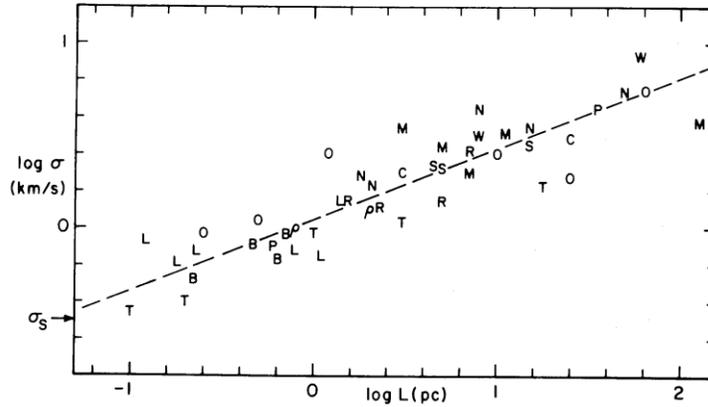
Otra forma de cuantificar a la estructura de una nube es mediante la función de distribución de probabilidades o PDF por sus siglas en inglés, tanto para la densidad como para la velocidad. Hasta cierto punto, los parámetros físicos que describen a un fluido pueden considerarse como variables aleatorias ya que es imposible, en términos prácticos, predecir el valor de una cantidad como la densidad o la velocidad en un punto del espacio. La PDF de una variable aleatoria es una función que, integrada sobre un cierto rango, regresa la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor dentro del rango integrado. Para el caso isotérmico en el que los flujos están modelados por una ecuación politrópica con $\gamma = 1$, por ejemplo, la PDF de las fluctuaciones de densidad tiene una forma lognormal (normal en el espacio del logaritmo de la densidad) [Vazquez-Semadeni et al., 1998; Vazquez-Semadeni, 1994], determinada tanto por la serie de choques sucesivos que dan paso a las fluctuaciones, como por las características de la malla para muestrear a la nube.

2.2. Relaciones de escala

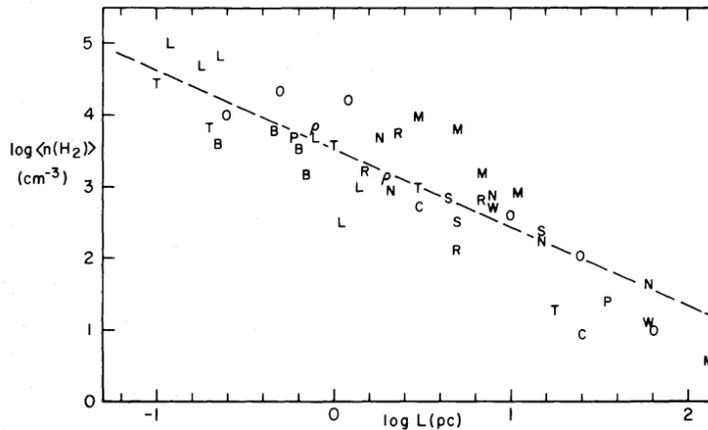
En esta misma línea sobre la estructura de las nubes, existen relaciones muy bien observadas para ciertos parámetros de la nube como lo son el tamaño, la densidad o la dispersión de velocidades. Dos importantes relaciones son las reportadas por Larson [1981] para la dispersión de velocidades-tamaño y densidad-tamaño de las nubes, relaciones que se habían considerado como universales hasta no hace muchos años. Más recientemente Heyer et al. [2009], mostraron que las relaciones de Larson eran más bien un caso específico, proponiendo una generalización en la que entraba en juego un nuevo parámetro: la densidad columnar. Ambos trabajos se describen en esta sección.

2.2.1. Relaciones de Larson

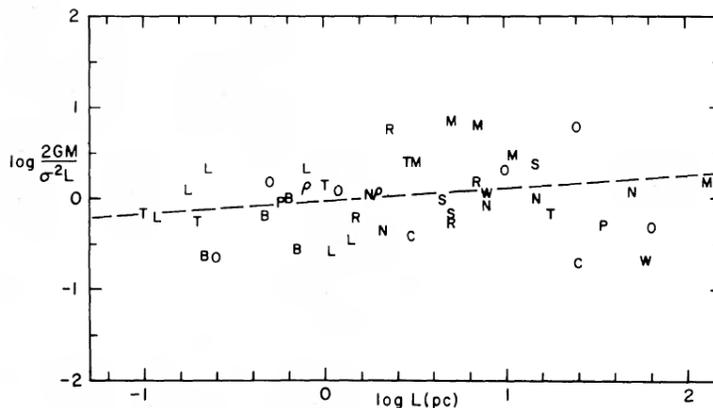
Las gráficas reportadas por Larson [1981] para las relaciones dispersión de velocidades-tamaño, densidad promedio-tamaño y $2GM/\sigma^2$ vs L se presentan en la Fig. 2.2. Los datos corresponden a más de 50 regiones observadas obtenidas de 38 referencias diferentes publicadas entre los años 1974-1979, y que van desde grandes complejos (Tauro, Orion, etc.) hasta nubes individuales dentro de los complejos y clumps.



(a) Dispersión de velocidades-tamaño



(b) Densidad promedio-tamaño



(c) Cociente de Larson-Tamaño

Figura 2.2: Gráficas reportadas por Larson [1981] para más de 50 regiones observadas obtenidas de 38 referencias diferentes publicadas entre los años 1974-1979, y que van desde grandes complejos (Tauro, Orion, etc.) hasta nubes individuales dentro de los complejos y clumps. Los ajustes denotados por las líneas discontinuas corresponden a $\sigma(\text{km s}^{-1}) = 1.10L(\text{pc})^{0.38}$ y $\langle n(\text{H}_2) \rangle (\text{cm}^{-3}) = 3400L(\text{pc})^{-1.10}$ y $2GM/\sigma^2L = 0.92L(\text{pc})^{0.14}$, respectivamente.

La relación encontrada entre la dispersión de velocidades (σ_v) y el tamaño (L) tiene la forma

Relación dispersión de velocidades-tamaño de Larson

$$\sigma_v = \sigma_{v0} \left(\frac{L}{L_0} \right)^\beta, \quad (2.2)$$

donde L dada en parsecs corresponde a la dimensión máxima proyectada y que para fines prácticos se considera como el “diámetro” de la nube; $\sigma_{v0} \approx 1 \text{ km s}^{-1}$, $L_0 \approx 1 \text{ pc}$ y $\beta \approx 0.5$. Esta relación es usualmente interpretada como evidencia de la naturaleza turbulenta de las nubes con un espectro de energía $E_k \propto k^{-2}$, con k el número de onda, y cuyo origen es independiente de la relación densidad promedio-tamaño que se abordará más adelante.

Por su parte la relación entre la densidad promedio-tamaño está dada por

Relación densidad promedio-tamaño de Larson

$$\langle n \rangle = n_0 \left(\frac{L}{L_0} \right)^{-\kappa}, \quad (2.3)$$

donde $n_0 = 3400 \text{ cm}^{-3}$ y $\kappa \approx 1$.

En cuanto a la tercera relación de Larson, $2GM/\sigma^2$ vs L , se puede demostrar que es posible deducirla a partir de las dos relaciones de Larson vistas anteriormente. Retomando la idea de equilibrio virial, se sabe que en este caso se debe satisfacer la igualdad $|E_g| = 2E_k$, con E_g la energía gravitacional y E_k la energía cinética no térmica. Explícitamente se tiene que

$$\frac{2E_k}{|E_g|} \approx \frac{M\sigma_v^2}{GM^2/R}. \quad (2.4)$$

Si se considera a $L = 2R$ con R el radio de la nube, y se escribe M en términos de R como $M \approx \rho R^3$, entonces la Ec. 2.4 se vuelve ahora

$$\frac{2E_k}{|E_g|} \propto \frac{\sigma_v^2}{G\rho R^2}. \quad (2.5)$$

Introduciendo ambas relaciones de Larson se llega finalmente a

$$\frac{2E_k}{|E_g|} \propto \frac{R}{GR^{-1}R^2} = cte = \alpha \sim 1, \quad (2.6)$$

donde el valor numérico ~ 1 se obtiene de considerar todos los factores. De este resultado

se deriva el argumento de que las nubes se encuentran en equilibrio virial, donde la energía turbulenta es capaz de soportar a la nube contra el colapso gravitacional. Sin embargo, en una sección más adelante sobre los modelos teóricos, se explicará más a fondo cómo la equipartición de la energía no necesariamente implica que las nubes se encuentren en equilibrio virial. A α en la Ec.2.6 se le conoce precisamente como *parámetro virial*, y es un parámetro utilizado para determinar si una nube o estructura se encuentra ligada gravitacionalmente. Si $\alpha \gg 1$, la energía cinética no térmica domina sobre la gravedad, promoviendo la dispersión de la nube.

2.2.1.1. Desviaciones a las relaciones de Larson

De las observaciones se tiene evidencia de que algunos clump masivos con formación estelar activa no siguen la relación dispersión de velocidades-tamaño de Larson, lo que resulta inconsistente con una cascada de energía turbulenta que se expande sobre un amplio rango de escalas que van desde las GMCs hasta los clump masivos. Por ejemplo, en Loren [1989], tras mapear 81 clump sin estrellas embebidas en el complejo de ρ Oph se aprecia una relación casi plana en la gráfica σ vs R ($\sigma_{TOT} \propto R^{-0.005}$), mientras que al agregar ocho clumps restante con formación estelar activa la relación se vuelve apenas más empinada ($\sigma_{TOT} \propto R^{0.19}$). Y no sólo eso, sólo los clumps más grandes son las que parecieran encontrarse en equilibrio virial, mientras que los más pequeños presentan un exceso de energía cinética (ver Fig. 2.3). Otra posible explicación fue sugerida por Ballesteros-Paredes et al. [2011] en donde el origen de la relación $\sigma_v - L$ no proviene de la turbulencia, sino más bien es un producto de la contracción gravitacional global de las nubes que se combina con un sesgo en las observaciones. Se hablará más a fondo del esquema de colapso global en la Sección 2.3.3.

En cuanto a la relación densidad-tamaño de Larson, se verá en la siguiente sección que esta relación podría ser el resultado de un artificio observacional más que tratarse de una ley universal. Scalo [1990] sugirió que los posibles efectos de selección pueden deberse a que: se utilizaron técnicas particulares en la estimación de los parámetros de las nubes de cada muestra; algunas muestras se encuentran a distancias diferentes pero con la misma resolución angular, por lo que la resolución lineal es diferentes y da paso a que los gradientes de densidad internos se interpreten como una relación inversa entre la densidad y el tamaño; o que simplemente por errores en la estimación de la distancia pueda aparecer una correlación donde no la hay.

Aunado a esto, Scalo [1990] hace notar que las observaciones tienden a ser sensibles a un intervalo reducido de densidades columnares, ya que se encuentran acotadas, por arriba por saturación, y por abajo por sensibilidad. En otras palabras, el rango comprendido entre la

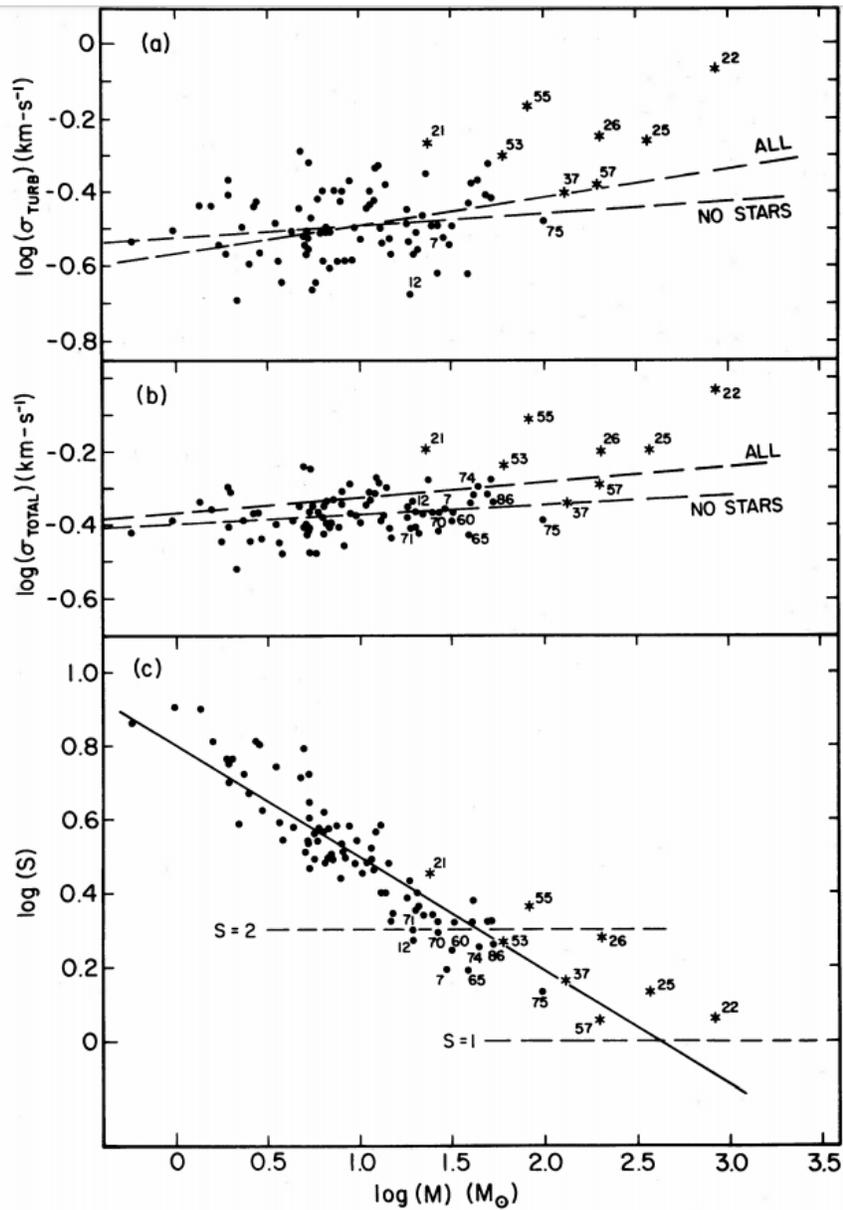
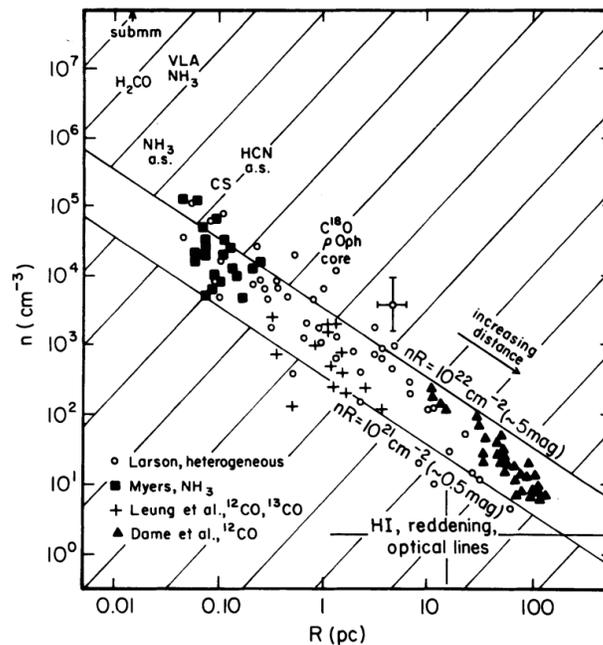


Figura 2.3: En (a) y (b) se presenta la gráfica $\log(\sigma)$ vs $\log(M)$ con mediciones de 81 clumps en el complejo de ρ Oph sin estrellas embebidas y 8 con formación estelar tanto para σ_{TOT} como para σ_{TURB} . En (c) se muestra el cociente $S = \sigma_{TOT}/\sigma_{VIR}$ donde $S = 1$ implica equilibrio virial. Los clumps más grandes y masivos son lo que se encuentran entre $S = 1 - 2$. Fuente: [Loren \[1989\]](#).

densidad columnar mínima detectable para el telescopio y la densidad columnar en la que la nube se vuelve ópticamente gruesa, abarca alrededor de un orden de magnitud. Esto último se puede ver más claramente en la Fig. 2.4a, donde las observaciones parecen concentrarse en un régimen de densidad columnar casi constante.

Si bien ahora se cuenta con más resolución para resolver la subestructura de las nubes y las distancias se vuelven cada vez más precisas, sigue siendo un hecho que el trazador juega un papel importante durante las observaciones, lo que limita el rango dinámico de densidades columnares que somos capaces de ver. Esto se convierte entonces en un problema técnico más que tecnológico.



(a) Relación densidad volumétrica-tamaño en observaciones

Figura 2.4: Relación entre la densidad volumétrica y el tamaño para diferentes muestras de clumps recopiladas en [Scalo \[1990\]](#). Algunas etiquetas hacen referencias a las especies observadas o a las diferentes técnicas. Las dos líneas diagonales sólidas que siguen a la relación denotan las limitaciones en densidad columnar al observar con ^{12}CO y ^{13}CO .

2.2.2. Generalización de Heyer

Por su parte Heyer et al. [2009], haciendo uso del Boston University-FCRAO Galactic Ring Survey para emisión $^{13}\text{CO } J = 1 - 0$, analizó nubes moleculares en el plano Galáctico que ya habían sido estudiadas previamente por Solomon et al. [1987] en ^{12}CO , pero con el beneficio de que el ^{13}CO resulta ser una línea ópticamente delgada que permite distinguir estructuras densas y pequeñas, permitiendo un mayor rango dinámico en densidad columnar. Las nubes estudiadas por Solomon et al. [1987] eran consistentes con ambas relaciones de Larson mostradas en la sección anterior. Sin embargo, el mayor rango dinámico de las observaciones de Heyer et al. [2009] hizo evidente que las nubes moleculares no tienen todas la misma densidad columnar, invalidando la relación densidad-tamaño de Larson. Adicionalmente, de los datos de Heyer et al. [2009] se observa que el cociente $\sigma_v/R^{1/2}$, que debería ser constante de acuerdo a la relación dispersión de velocidades-tamaño de Larson, no lo es, sino que depende de la densidad columnar como $\Sigma^{1/2}$ (Fig. 2.5).

Sin embargo, a pesar de la dependencia con Σ , las nubes en la muestra de Heyer et al. [2009] parecen seguir cumpliendo con la condición de equilibrio virial cuando se considera Σ no constante; es decir, la relación ahora está dada por

Relación densidad promedio-tamaño de Larson

$$\frac{\sigma_v}{R^{1/2}} \approx \left(\frac{\pi G \Sigma}{5} \right)^{1/2}. \quad (2.7)$$

Esta ecuación puede entenderse como la generalización de la relación de Larson para el caso de Σ no constante, ya que se sigue directamente de la Ec. 2.4 introduciendo la sustitución $\Sigma = M/\pi R^2$.

2.3. Modelos teóricos

En esta sección se explicarán los modelos de formación estelar dominantes a lo largo de los años. En concreto se abordarán cuatro principales modelos, partiendo del modelo de colapso generalizado (también llamado teoría clásica), para pasar después a los modelos de soporte tanto magnético (o modelo estándar) y turbulento (o modelo gravoturbulento). Finalizaremos con el modelo más reciente de colapso jerárquico global, bajo el cual hemos interpretado los resultados de este trabajo. A medida que se describe cada modelo, se dará una descripción

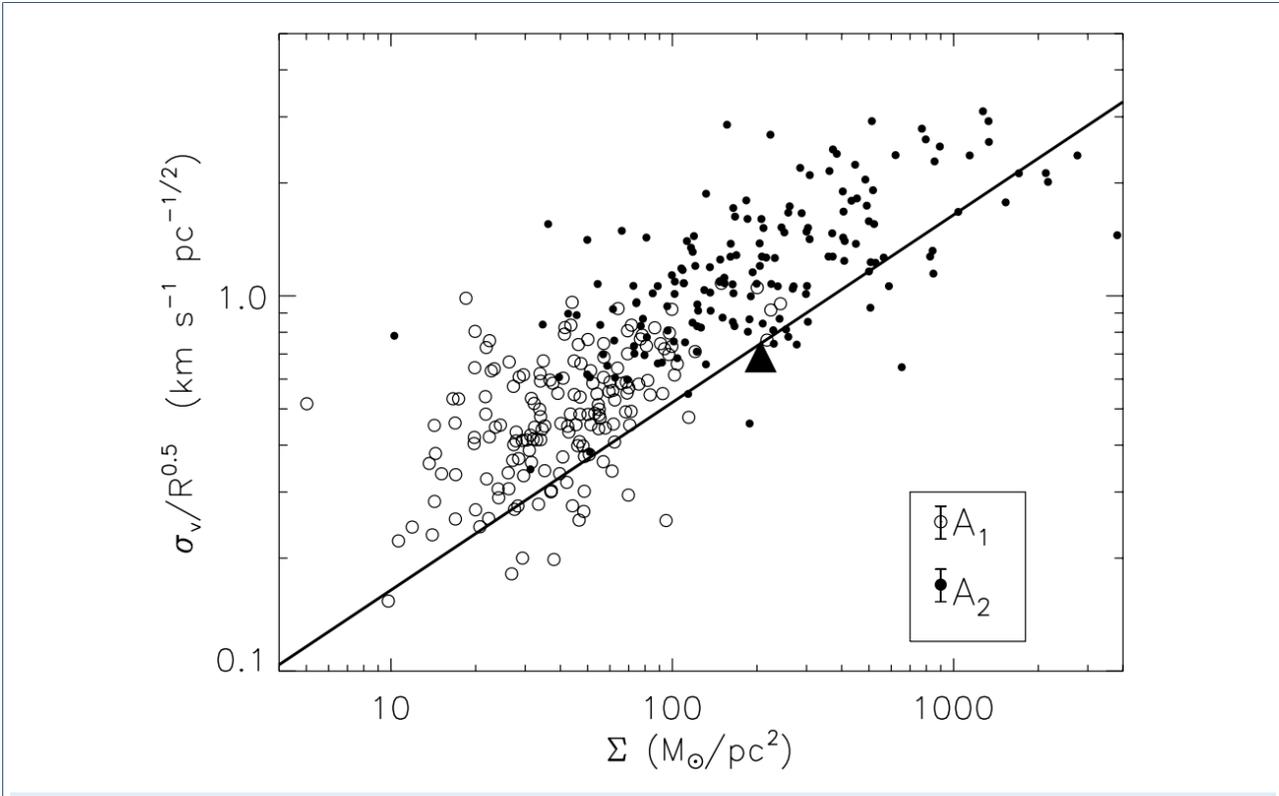


Figura 2.5: $\sigma_v/R^{1/2}v_s\Sigma$ para nubes moleculares en el plano Galáctico presentadas en [Heyer et al. \[2009\]](#). Los círculos blancos y negros corresponden a la misma muestra pero con fronteras definidas con criterios diferentes.

global del escenario así como los problemas que presenta.

2.3.1. Modelo de colapso generalizado o teoría clásica

La propuesta del modelo de colapso gravitacional generalizado surgió como una primera interpretación a la presencia de anchos de línea supersónicos en las nubes moleculares [[Wilson et al., 1970](#)]. Fue propuesto por [Goldreich and Kwan \[1974\]](#), quienes descartaron la idea de turbulencia a pequeña escala como mecanismo generador de estas líneas bajo el argumento de que, tanto las líneas más abundante y opacas como las más débiles y ópticamente delgadas, tenían una forma similar. Dado que con las líneas ópticamente delgadas se podían observar regiones más internas, entonces estas deberían verse más afectadas por la naturaleza turbulenta de la nube a diferencia de las líneas opacas, cuya temperatura de brillo observada sería más una medida de la temperatura de excitación cercana al promedio de la nube completa. Es así como

optan por la idea de que las nubes se encuentran en colapso global. Sin embargo, esta teoría no tardó en ser refutada en el mismo año por [Zuckerman and Evans \[1974\]](#) y [Zuckerman and Palmer \[1974\]](#) con base en los siguientes argumentos:

- si las nubes se encontraran en colapso global sin mayor resistencia, entonces la tasa de formación estelar (SFR por su siglas en inglés) sería mucho más grande de la observada;
- por otro lado, dado el movimiento de caída de las capas exteriores de la nube, las líneas en absorción observadas deberían presentar un corrimiento sistemático, lo que en general no se observa.

En vista de estos aparentes problemas de la teoría clásica, fue que se abrieron paso los modelos de soporte, en los que se trata de encontrar un mecanismo que ofrezca resistencia ante el colapso, siendo capaz de frenarlo de manera que la tasa de formación estelar se vea reducida. Algunos de los modelos de soporte que se han propuesto se describen en la siguiente sección.

2.3.2. Modelos de soporte

En esencia, los modelos de soporte plantean un mecanismo de retraso para el colapso gravitacional. Algunos de ellos aquí mencionados recurren a dos consideraciones para desacelerar el colapso: la presencia de campo magnético en las nubes y la naturaleza turbulenta de las mismas. Aunque efectivamente retrasan el colapso, ambos modelos presentan inconsistencias con las observaciones. Se verá también cómo cada uno de estos escenarios da respuesta al problema del momento angular recurriendo a procesos físicos diferentes.

2.3.2.1. Soporte magnético

En esta sección abordaremos el primero de los dos casos mencionados anteriormente, y que se refiere a la importancia del campo magnético en las nubes moleculares. A medida que la ionización es suficientemente grande como para ligar al campo magnético con la materia, entonces el flujo magnético dado por $\Phi = \pi R^2 B$, con B el campo magnético, debería permanecer constante, de acuerdo a la ecuación de conservación de flujo magnético de la MHD. Así, si bien el campo magnético no produce ninguna oposición ante el colapso al principio de la contracción, ejercerá una mayor influencia a medida que las líneas de campo también se compriman y sean igualmente deformadas por el material ligado a ellas. De la expresión de equilibrio virial considerando al

campo magnético y despreciando los términos superficiales, se puede obtener la masa crítica que debe ser superada para que la atracción gravitacional pueda vencer al soporte magnético, y que está dada por

$$M > M_{cr} \equiv \frac{5^{3/2}}{48\pi^2} \frac{B^3}{G^{3/2}\rho} = (4 \times 10^6 M_{\odot}) \left(\frac{n}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-2} \left(\frac{B}{3 \mu G} \right)^3, \quad (2.8)$$

donde las constantes numéricas están calculadas para una esfera uniforme y n , la densidad numérica, ha sido calculada con una masa media por partícula de $\mu = 2.11 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$. Para valores típicos del medio interestelar difuso, la masa en la Ec. 2.8 es considerablemente mayor que la masa de incluso las nubes moleculares más grandes en la Galaxia, lo que supondría que la mayoría de las nubes en este estado tenderían a ser *subcríticas*, i.e., con $M < M_{cr}$ (las nubes con $M > M_{cr}$ son llamadas *supercríticas*). La expresión de la Ec. 2.8 se escribe comúnmente en términos del cociente masa-flujo como sigue

Cociente masa-flujo magnético

$$\left(\frac{M}{\Phi} \right) = \left(\frac{5}{18} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\pi^2 G} \right)^{1/2}, \quad (2.9)$$

donde las constantes de igual manera están calculadas para una esfera uniforme.

Un problema a resolver en este contexto es el de la fragmentación. Si la materia está ligada al campo magnético, ¿cómo pueden colapsar subregiones de la nube para formar estrellas? Este problema fue resuelto vía *Difusión Ambipolar* [Mestel and Spitzer, 1956]. Este efecto consiste en la separación de la materia neutra atraída por la gravedad, de los iones cargados que permanecen ligados al campo magnético. De esta forma, parte de la masa puede colapsar para formar estrellas, pero en un tiempo considerablemente mayor al tiempo de caída libre, puesto que, de cálculos precisos, se obtiene que el cociente entre el tiempo de caída libre y el tiempo en el que actúa la difusión ambipolar, t_{AD}/t_{ff} , es de entre 10-20 [Shu et al., 1987]. Este resultado favorece también que se obtengan tasas de formación estelar más pequeñas a diferencia de la predichas con la teoría clásica.

La presencia de campos magnéticos fuertes es utilizada para describir los movimientos supersónicos en las nubes como un conjunto de ondas de Alfvén, que transportan momento angular hacia afuera, resolviendo el problema del momento angular en lo que se conoce como *frenado magnético* [Mouschovias, 1977]. Dado que se supone que el campo magnético permea tanto a la nube como al medio circundante, si la nube comienza a girar, entonces las líneas de

campo se enrollan, oponiéndose al movimiento y generando ondas magnetohidrodinámicas que transportan momento angular hacia afuera.

Siguiendo a [Ballester et al. \[2018, Sec. 7.3.3\]](#), algunos de los problemas que presenta esta teoría y por los cuales perdería fuerza en años recientes se describen en los siguiente puntos.

- **Frenado magnético catastrófico** [Krasnopolsky and Königl \[2002\]](#) y [Galli et al. \[2006\]](#) ven que tanto numérica como analíticamente el efecto del frenado magnético resulta demasiado fuerte en condiciones de magnetohidrodinámica (MHD) ideal. A este fenómeno se le conoce como *frenado magnético catastrófico*, donde se elimina tanto momento angular del disco protoestelar, que el resultado es la formación de un pseudo-disco con rotación no Kepleriana y por ende, no soportado por rotación.
- **Discrepancia con las escalas de tiempo observadas.** Según el modelo, si la etapa preestelar dura al menos un orden de magnitud más que el tiempo de caída libre, entonces se debería ver un número proporcionalmente mayor de cores en esta etapa que en la protoestelar. Sin embargo, del cociente entre el número de cores protoestelares y el número de clumps sin estrellas, se obtiene que la escala de tiempo sin formación estelar es apenas tres veces mayor que la etapa protoestelar, siendo entre 2-44 veces más corto que el predicho por el modelo [[Lee and Myers, 1999](#)]. Intentos de reconciliar al tiempo de difusión ambipolar con el tiempo de caída libre [e.g., [Ciolek and Basu, 2001](#)] implican poca importancia relativa del campo magnético en la nube.
- **El cociente masa flujo como condición de frontera.** Dada la expresión $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, que implica que las líneas de campo no terminan, se tiene que, en realidad, las líneas de campo se extienden indefinidamente más allá de lo que se establece como las fronteras de la nubes. Teniendo esto en mente, en general es posible encontrar un segmento del tubo de flujo suficientemente largo para considerarse supercrítico. A esta longitud se le conoce como *longitud de acumulación* [[Hartmann et al., 2001](#); [Mestel, 1985](#); [Vázquez-Semadeni et al., 2011](#)]. La longitud de acumulación l para formar una nube magnéticamente crítica se puede escribir como

$$l \sim 430 \left(\frac{B}{5 \mu G} \right) \left(\frac{n_H}{1 \text{ cm}^{-3}} \right) \text{pc}, \quad (2.10)$$

donde las constantes numéricas provienen de suponer un campo magnético Galáctico y una densidad de hidrógeno como la de la vecindad solar [[Hartmann et al., 2001](#)]. Es por esto que el cociente masa-flujo se vuelve más una condición de frontera subjetiva que

un parámetro universal; esto es, es determinado por la posición de las fronteras relativa a la longitud de acumulación, y puede cambiar de un punto a otro de la misma nube [Vázquez-Semadeni et al., 2011].

- **Gradiente del cociente masa-flujo magnético en cores densos.** En el modelo, la concentración de material en el core se da vía difusión ambipolar, por lo que, de conservarse el flujo magnético, entonces el cociente masa-flujo magnético normalizado, μ , debería aumentar en comparación al del resto de la nube, μ_0 . Por el contrario, si los cores son ensamblados por acumulación sobre las líneas de campo, sin difusión ambipolar, entonces se espera que la parte central tenga un valor menor del cociente masa-flujo. En particular, en Vázquez-Semadeni et al. [2005] muestran que el valor de μ estará acotado entre los valores

$$\mu_0 \frac{\ell}{L} \leq \mu \leq \mu_0, \quad (2.11)$$

para una subregión de tamaño ℓ dentro una nube completa de tamaño L . Crutcher et al. [2009] encuentran que en efecto, el valor de μ en las partes centrales de los cores es menor que en sus envolventes, lo que sugiere que el escenario de acumulación es el que tiene lugar en los cores.

- **Ausencia de observaciones de nubes y cores magnéticamente subcríticos.** Estudios estadísticos detallados [Crutcher et al., 2010], arrojan dos resultados importantes en contra del modelo: (a) para densidades de $n \gtrsim 300 \text{ cm}^{-3}$, B escala como $\sim n^{0.65}$, lo que está en acuerdo con los modelos donde el campo magnético es demasiado débil como para sostener a la nube; y (b) casi no se encuentran observaciones de cores magnéticamente subcríticos, lo que sugiere que las estrellas se forman generalmente de nubes supercríticas.
- **Discrepancia en los perfiles de densidad de los cores.** Los cores parecen tener perfiles de densidad planos en el centro, contrario a lo que se tiene en la esfera isotérmica singular, la cual fue propuesta como punto de partida según los modelos de Shu [1977]. Por otro lado, condiciones como la de la esfera isotérmica singular son difíciles de encontrar en la naturaleza, porque es el estado de equilibrio esférico más inestable
- **Llegada de las simulaciones.** Como se comentó anteriormente, el modelo suponía que la presencia del campo magnético lograba evitar la disipación rápida de la turbulencia. Con la llegada de modelos numéricos se vio que el campo magnético no jugaba un papel importante en impedir la disipación de la turbulencia. Stone et al. [1998] y Mac Low [1999]

mostraron que la turbulencia supersónica decaía en menos de un tiempo de caída libre para condiciones dentro de una nube molecular, ya sea que esta esté magnetizada o no.

Por las razones mencionadas arriba, el modelo de soporte turbulento perdió fuerza durante los 90's, dando paso a otro nuevo paradigma que habría de llamarse modelo de soporte turbulento o gravoturbulento, y del que se hablará en la siguiente sección.

2.3.2.2. Soporte turbulento o modelo gravoturbulento

El modelo gravoturbulento, como su nombre lo indica, resalta la importancia del carácter turbulento del medio interestelar, donde la turbulencia es capaz de inhibir el colapso gravitacional de manera global, permitiendo a su vez colapsos locales por medio de choques, que después darán lugar a estrellas.

Dado que el campo magnético no era suficiente para detener el colapso como se vio en la sección anterior, la pregunta seguía abierta para qué otro mecanismo podía hacerle frente a la gravedad. Cabe hacer notar que para entonces se seguía manteniendo la idea de que las nubes debían encontrarse en equilibrio debido a la equipartición de energías cinética y gravitacional con la que se observaba. En la siguiente sección se discutirá que no necesariamente este estado involucra un estado de equilibrio.

La pregunta es entonces: ¿puede la turbulencia por sí sola frenar el colapso gravitacional más allá de un tiempo de caída libre? Modelos numéricos tempranos entre los años de 1987 y 2000 (Bonazzola et al. [1987], Passot et al. [1988], Leorat et al. [1990], Vazquez-Semadeni et al. [1995]) de turbulencia altamente compresible con autogravedad, resaltaron la importancia de las fluctuaciones de densidad generadas por la turbulencia, con el fin de entender y explicar el mecanismo de soporte contra la gravedad.

Sobre esta línea, modelos numéricos de turbulencia forzada con autogravedad, como en Leorat et al. [1990] y Klessen et al. [2000], muestran que el colapso ocurre pese a que se inyecte una cantidad de energía equiparable a la energía gravitacional, a menos que se inyecte en escalas menores que la longitud de Jeans [Leorat et al., 1990]. Adicionalmente, la turbulencia supersónica produce choques, que a su vez producen fluctuaciones de densidad. Al considerar que el soporte turbulento tiene origen en flujos supersónicos que pueden comprimir al gas, y si se trata de un gas isotérmico con densidad ρ , entonces la densidad post-choque será $\rho' = \mathcal{M}^2 \rho$, con \mathcal{M} el número de Mach. Así, la longitud de Jeans turbulenta, $\lambda_J \propto \rho'^{-1/2}$, cae por un factor de \mathcal{M} en un choque isotérmico, promoviendo el colapso local. Para que una fluctuación de

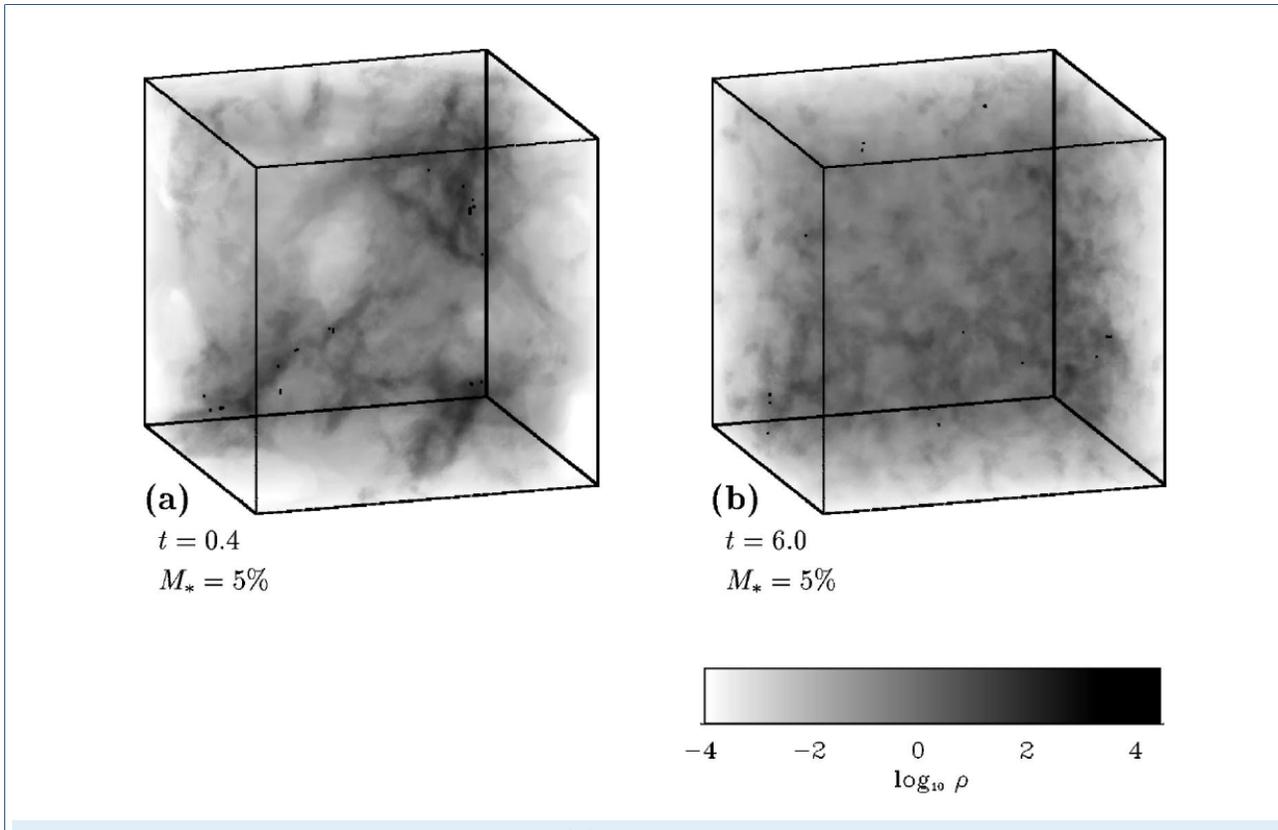


Figura 2.6: Fluctuaciones de densidad para (a) un modelo de inyección de energía turbulenta a gran escala para un tiempo en el que 5% de la masa total ha sido acreetada por las protoestrellas; y (b) un modelo con inyección de energía turbulenta a pequeña escala. La inyección de energía a gran escala resulta en una distribución más organizada de protoestrellas (puntos negros) cerca de las regiones más densas las cuales presentan una estructura más rica y un contraste mayor con el resto de la nube; mientras que la inyección de energía a pequeña escala resulta en una estructura más aleatoria con estrellas más dispersas. [Klessen et al., 2000].

densidad colapse en este modelo, es necesario que las fluctuaciones de densidad alcancen valores suficientemente grandes para que la masa de Jeans local se vuelva menor que la masa de las fluctuaciones mismas.

Si bien el modelo requiere la inyección constante de energía turbulenta, es importante determinar también las escalas en la que se lleva a cabo la inyección, puesto que determinarán la estructura de los flujos turbulentos y por ende, la localización de las regiones de formación estelar (ver Fig. 2.6). Pese a que pueden existir contribuciones a la turbulencia desde escalas tan grandes como la Galáctica, Mac Low and Klessen [2004] sugieren que la inyección de energía es dominada por explosiones de supernova en galaxias que presentan formación estelar, y que suelen estar dispersas en la cercanía de la nube.

Por otro lado, la energía que es inyectada a escalas grandes se transmite a las pequeñas mediante una cascada turbulenta de energía que se disipa en escalas de cores densos (~ 0.1 pc). Así, los clumps en las escalas intermedias entre la inyección y la disipación son internamente turbulentos, y se cree que están soportados contra su propia autogravedad debido a esta turbulencia interna, de manera que se dará paso al colapso cuando la turbulencia se disipe.

Este modelo ha sido el más aceptado después de que el modelo estándar o modelo de soporte magnético perdiera fuerza. Sin embargo, también ha sido recientemente criticado por diversos autores exponiendo algunas inconsistencias. Siguiendo a [Vázquez-Semadeni et al. \[2019\]](#) y las referencias citadas ahí, los principales problemas que presenta esta teoría son:

- Se encuentra que la dispersión de velocidades medida en nubes con formación estelar es similar a la de nubes sin formación estelar, por lo que la inyección de energía por estrellas masivas locales no puede explicar los movimientos supersónicos en dichas nubes.
- Las nubes suelen encontrarse cerca de la equipartición entre las energías gravitacional y cinética (salvo a bajas densidades columnares donde parece observarse un exceso de energía cinética). Usualmente esto se interpreta como equilibrio virial, de modo que la inyección de energía debería ser regulada con precisión para alcanzar un estado de equilibrio. En principio, no hay ninguna razón para suponer que la turbulencia inducida alcance dicha condición.
- Como se vio en la Sección 2.2.2 y también en [Ballesteros-Paredes et al. \[2011\]](#), las nubes presentan una relación de escala que va como

$$\frac{\sigma_v}{R^{1/2}} \approx \sqrt{G\Sigma}, \quad (2.12)$$

(Ver Fig. 2.7). Esta relación no se cumple en el caso de turbulencia agitada por explosiones de supernova que no contiene autogravedad, sino que cumplen que $\sigma_v \propto R^{1/2}$ o $\sigma_v R^{-1/2} = cte$. Este último resultado es consistente con observaciones de nubes moleculares gigantes ubicadas en las regiones externas de la Galaxia [p. ejm., [Padoan et al., 2016](#)], pero no representan a la mayoría de las nubes moleculares con formación estelar [p. ej., [Heyer et al., 2009](#); [Leroy et al., 2015](#)]. Además, [Ballesteros-Paredes et al. \[2011\]](#) mostraron que la relación (2.12) se cumple no sólo para nubes moleculares, sino también para los clumps y cores que ellas contienen.

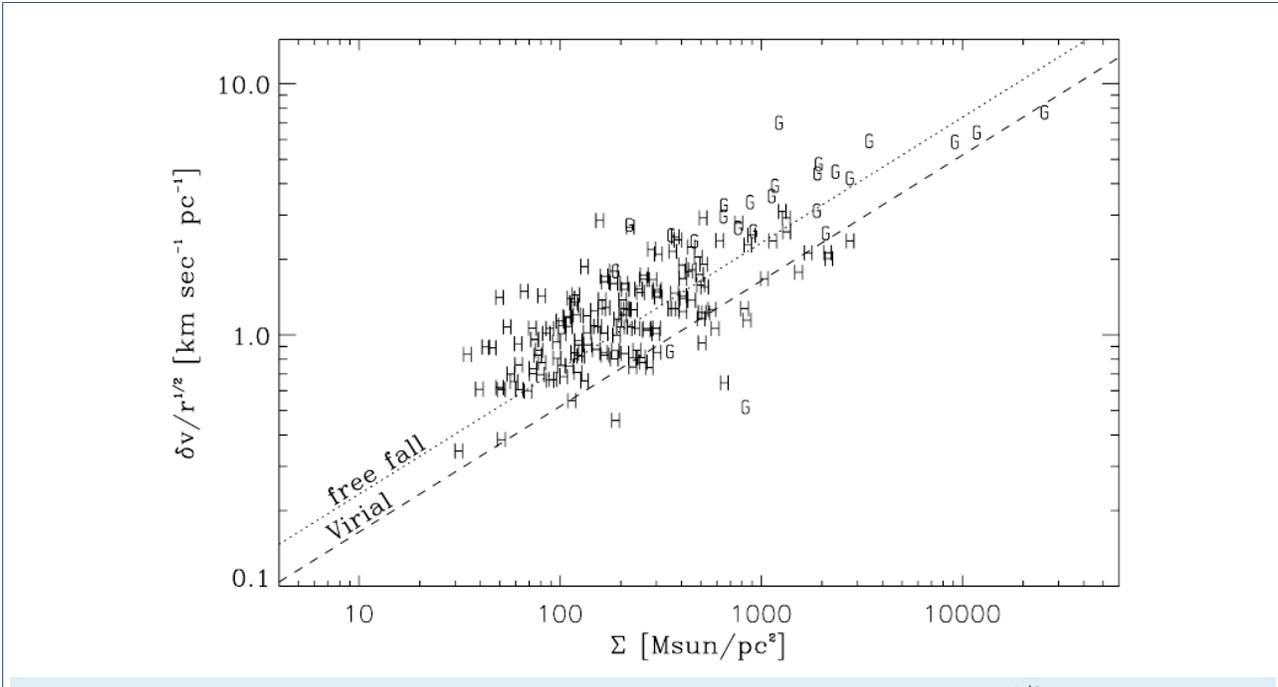


Figura 2.7: Gráfica tomada de [Ballesteros-Paredes et al. \[2011\]](#) para la relación $\delta v / r^{1/2}$ contra la densidad columnar Σ para nubes reportadas observacionalmente.

2.3.3. Modelo de colapso jerárquico global

Para esta sección se tomará como referencia principal a [Vázquez-Semadeni et al. \[2019\]](#) y las referencias citadas ahí.

A partir de las críticas al modelo de colapso generalizado (ver Sección 2.3.1) de [Zuckerman and Evans \[1974\]](#) y [Zuckerman and Palmer \[1974\]](#), estos mismos autores sugirieron entonces que los anchos de línea supersónicos tenían su origen en la turbulencia a pequeña escala más que en el colapso global monolítico, lo que dio paso al modelo de soporte turbulento presentado en la sección anterior, y cuyas ideas aún permanecen hasta el día de hoy. Al no considerar la contribución de movimientos a gran escala en este modelo, se evitaba entonces la predicción del corrimiento de las líneas entre las regiones de la envoltura y el core. Sin embargo, se ha sugerido también que esta teoría presenta una serie de problemas importantes, como se mencionó en la sección anterior.

Desde el punto de vista observacional, existen evidencias de que las nubes, más que estar soportadas por turbulencia, se encuentran en colapso global después de todo. Tal es el caso de [Peretto et al. \[2007\]](#), donde el clump elongado NGC 2264-C parece estar en colapso y

fragmentación a lo largo de su eje mayor. Para recrear la dinámica de este clump en simulaciones, esos autores tuvieron que considerar un cociente entre la energía turbulenta y la gravitacional de apenas $\sim 5\%$, por lo que se sugiere que el clump había sido estructurado principalmente por la gravedad. Otras contribuciones observacionales a la idea de colapso global multiescala en las nubes se pueden ver en [Galván-Madrid et al. \[2009\]](#), [Peretto et al. \[2013\]](#), [Yuan et al. \[2018\]](#), [Barnes et al. \[2019\]](#); y con respecto a evidencia de flujo longitudinal en los filamentos se pueden ver [Peretto et al. \[2014\]](#), [Gong et al. \[2018\]](#), [Chen et al. \[2019b\]](#).

Por su parte, desde el punto de vista numérico, simulaciones de formación de nubes moleculares gigantes mediante perturbaciones en el medio atómico difuso, han arrojado una serie de resultados que si bien retoman la importancia de la gravedad, sugieren un paradigma diferente al de la teoría clásica de colapso monolítico y al del soporte turbulento. Los resultados de estos trabajos se resumen a continuación.

- I Tanto las nubes mismas como su subestructura (clumps, cores) son capaces de acretar material de escalas más grandes, de su medio ambiente difuso, por lo que su masa es variable [[Ballesteros-Paredes et al., 1999](#); [Banerjee et al., 2009](#); [Galván-Madrid et al., 2009](#)].
- II En simulaciones en la que la turbulencia es generada a partir de la compresión de material [[Audit and Hennebelle, 2005](#); [Heitsch et al., 2005, 2006](#)] a escalas de clumps individuales ($\lesssim 1pc$) se encuentra que la turbulencia resulta ser sólo moderadamente supersónica, con números de Mach sónicos $\mathcal{M}_s \sim 3$, que son significativamente más pequeños que los valores típicos reportados para escalas de GMCs [[Heyer and Brunt, 2004](#)].
- III Debido al punto anterior, la turbulencia no es capaz de soportar a la nubes moleculares gigantes, las cuales colapsarían tan pronto adquirieran una masa mayor a su masa de Jeans [[Carroll-Nellenback et al., 2014](#); [Vázquez-Semadeni et al., 2007](#)].
- IV El colapso, por su parte, resulta un proceso acelerado altamente no-lineal, que inicia lentamente y termina rápidamente [[Girichidis et al., 2011](#)].
- V El colapso, lejos de ser monolítico y homólogo, es *jerárquico*, y consiste en colapsos a pequeña escala dentro de colapsos a mayor escala [[Vázquez-Semadeni et al., 2009](#)].
- VI Debido a la etapa inicial de colapso lento, no hay formación estelar durante los primeros mega-años, tanto en el caso no magnético [[Heitsch and Hartmann, 2008](#); [Vázquez-Semadeni et al., 2007](#)] como en el magnético [[Fogerty et al., 2016](#); [Vázquez-Semadeni et al., 2011](#)].

VII Como se vio en la sección anterior, las nubes en simulaciones con turbulencia agitada debido a explosiones de supernova que no contienen autogravedad, no siguen la relación de escalamiento de acuerdo a la Ec. (2.12) [Ibáñez-Mejía et al., 2016; Padoan et al., 2016], siendo que se ha determinado que la mayoría de las nubes observadas lo hacen [Ballesteros-Paredes et al., 2011; Heyer et al., 2009].

En vista de los resultados anteriores, y con el objetivo de recuperar la idea de colapso global, Vázquez-Semadeni et al. [2019] proponen soluciones a los dos argumentos presentados anteriormente en Zuckerman and Evans [1974]. Con respecto a la tasa de formación estelar, una solución alternativa consiste en tomar en cuenta el *feedback* de las primeras estrellas formadas dentro de la nube, de manera que sólo una fracción de la masa del gas se convierte en estrellas [Elmegreen, 1983; Franco et al., 1994]. Así, más que un periodo de formación estelar constante que perdura durante toda la vida de la nube, se tienen periodos de alta formación estelar intermitentes que provocan la destrucción de la nube antes de que la mayor parte de la masa se convierta en estrellas.

Se ha sugerido a partir de simulaciones numéricas que la radiación ionizante de las primeras estrellas (bajo ciertas condiciones) es capaz de dispersar nubes con masas de $\lesssim 10^5 M_{\odot}$ [Colín et al., 2013; Haid et al., 2019], mientras que para masas mayores se requiere de la ayuda de otros mecanismos (p.ej. vientos, presión térmica o presión de radiación) [Rahner et al., 2017]. Pero en cualquier caso, se ha determinado observacionalmente que los cúmulos o asociaciones estelares dispersan el gas en sus alrededores en un periodo de 5 – 10 Myr [ver p. ej., Lada and Lada, 2003; Leisawitz et al., 1989], disminuyendo la tasa de formación estelar de ahí en adelante.

Con respecto al problema del corrimiento de las líneas, el que no seamos capaces de observar este fenómeno puede ser debido a la misma geometría de la nube. La predicción del corrimiento de las líneas supone un colapso esféricamente simétrico y monolítico, dirigido hacia un mismo centro geométrico. Sin embargo, es bien sabido ahora que las nubes usualmente están lejos de ser objetos esféricos. Por el contrario, suelen presentar una compleja red de filamentos y clumps en su interior [Arzoumanian et al., 2011; Busquet et al., 2013], aunado a un fenómeno de acreción multiescala en diferentes direcciones [Peretto et al., 2014]. Así que, en principio, no hay motivo para pensar en un corrimiento sistemático de las líneas debido al material alrededor de los clumps centrales. Cabe mencionar que en estudios recientes [Barnes et al., 2018] se ha encontrado evidencia de colapso a partir de la diferencia sistemática en los centroides de velocidad de las líneas de ^{12}CO (que mapea el gas en las regiones externas) y ^{13}CO (para mapear al gas en las regiones internas).

Habiendo restaurado la idea del colapso global de [Goldreich and Kwan \[1974\]](#), es claro ahora que este no tiene lugar bajo un colapso esféricamente simétrico y monolítico, sino más bien jerárquico y anisotrópico. El mecanismo de colapso en este esquema fue esencialmente presentado por [Hoyle \[1953\]](#) y desarrollado matemáticamente por [Hunter \[1962\]](#). En resumen, este mecanismo se basa en el hecho de que, en un medio cercanamente isotérmico (o con exponente politrópico efectivo $\gamma < 4/3$), la masa de Jeans decrece a medida que la densidad incrementa. Así, si una nube de masa fija M se contrae gravitacionalmente, el número de masas de Jeans que contiene incrementará con el tiempo, de modo que algunas regiones internas se volverán gravitacionalmente inestables iniciando su propia etapa de colapso. Este proceso se repite hasta escalas en las que el medio deja de comportarse isotérmicamente a medida que se vuelve ópticamente grueso, es decir $\gamma > 4/3$, y que típicamente ocurre cuando los fragmentos alcanzan masas de $\sim 0.1 M_\odot$ y densidades $\sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ [[Masunaga and Inutsuka, 2000](#)]. A recordar, γ se define como el cociente entre las capacidades caloríficas a presión y volumen constantes, i.e., $\gamma = C_p/C_V$, que representa al caso adiabático de la ecuación politrópica $pV^n = cte$ con $n = \gamma$.

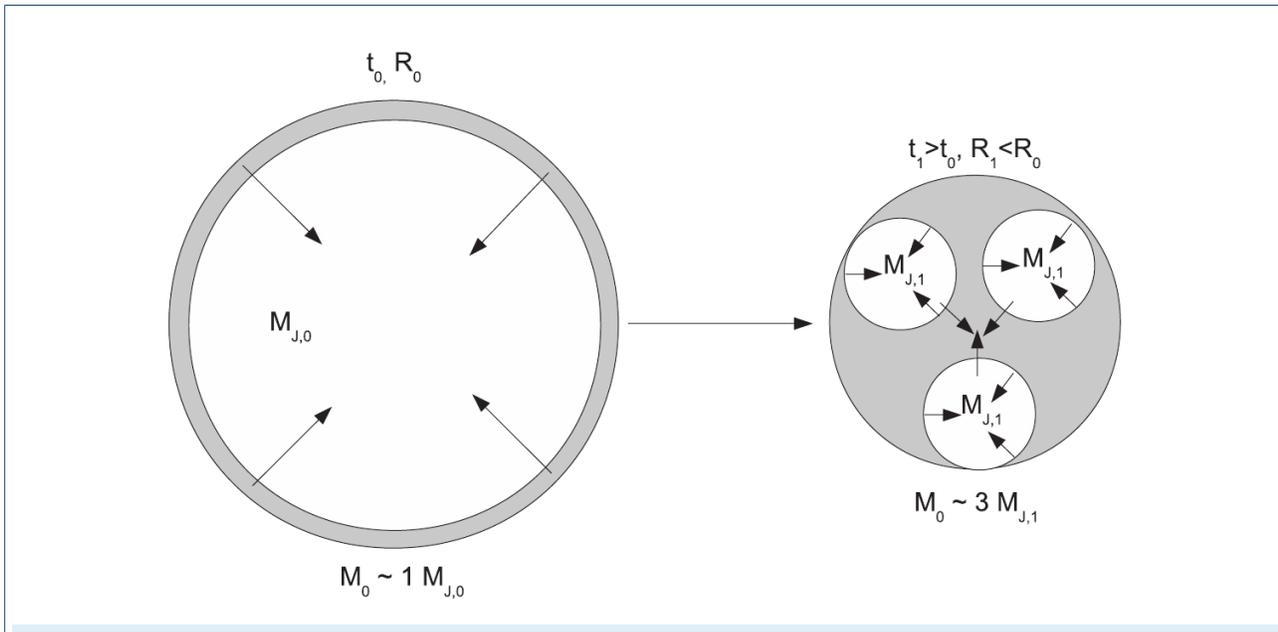


Figura 2.8: Representación esquemática de la primera etapa de la fragmentación. Partiendo de una nube con masa M que resulta ligeramente mayor que su masa de Jeans $M_{J,0}$ comienza a colapsarse gravitacionalmente. A medida que la densidad promedio incrementa, su masa de Jeans disminuye, por lo que tiempo después el número de masas de Jeans que contiene será mayor y procederá a fragmentarse en objetos con masas del orden de su masa de Jeans instantánea. Los fragmentos iniciarán su propia etapa de colapso mientras participan también del colapso a gran escala. [Vázquez-Semadeni et al. \[2019\]](#)

Escenario global

El mecanismo propuesto para el escenario de colapso jerárquico global se resume en los siguientes puntos, y que de manera gráfica puede verse en la Fig. 2.8.

1. Este mecanismo consiste esencialmente en una cascada de masa y energía de escalas grandes a pequeñas, impulsada por la misma autogravedad de la nube [Field et al., 2008]. Así, para un cierto tiempo, cada estructura/subestructura estará acretando material de escalas más grandes.
2. Los movimientos no térmicos del gas tienen dos contribuciones principales: un fondo con turbulencia moderadamente supersónica y un flujo de caída dominante debido a la contracción gravitacional.
3. Los flujos debidos al colapso poseen una naturaleza jerárquica. Mientras los flujos a gran escala (usualmente en forma de filamentos) se dirigen a los mínimos de potencial a gran escala, los de pequeña escala se dirigen a los mínimos de potencial locales, provocando una fragmentación tipo Hoyle [Gómez and Vázquez-Semadeni, 2014; Vázquez-Semadeni et al., 2009]. Este tipo de flujos usualmente se asocian con las típicas cintas transportadoras de las fábricas, de ahí el nombre de flujos *conveyor belt* en inglés [Longmore et al., 2014].
4. El proceso de colapso jerárquico consiste en la desestabilización secuencial de fluctuaciones de densidad a escalas cada vez más pequeñas. A medida que el colapso global incrementa la densidad promedio en la nube, pequeñas fluctuaciones turbulentas se vuelven gravitacionalmente inestables, iniciando su propio proceso de colapso después del inicio del colapso de la escala más grande.
5. A medida que la densidad promedio de la nube aumenta con el tiempo y la masa de Jeans promedio disminuye, el cociente entre la masa de la nube y la masa de Jeans aumenta, y el colapso a gran escala se acerca a un régimen sin presión. Esto hace que los movimientos de colapso amplifiquen las anisotropías [Lin et al., 1965] y se formen estructuras tipo sábanas y filamentos [Gómez and Vázquez-Semadeni, 2014].
6. El colapso a cada escala comienza en un tiempo finito durante la evolución de la nube, con un radio inicial finito y una velocidad de caída local de cero [Ballesteros-Paredes et al., 2018].

7. Mientras las escalas pequeñas están sufriendo su propio colapso, estas simultáneamente son parte del colapso a gran escala de la nube, es decir, ellas mismas están cayendo hacia los mínimos de potencial a gran escala.

Volviendo al tema que compete a este trabajo, el papel del momento angular en escalas tanto de nubes como de cores densos no ha sido del todo estudiado, así como tampoco su importancia en los procesos de fragmentación y formación estelar. En particular, se estudiará la importancia del momento angular en estos procesos bajo el enfoque del modelo de colapso jerárquico global.

Antes de pasar a describir en detalle los métodos seguidos en este trabajo y los resultados, se hará una breve revisión de los métodos numéricos ocupados en los diferentes tipos de códigos que usualmente se usan en la descripción del medio interestelar.

Métodos numéricos SPH

Dado el reciente avance tecnológico y las cada vez más pequeñas limitaciones observacionales, se ha optado por recurrir a las simulaciones numéricas en las diferentes ramas de la astrofísica. En particular, las simulaciones han tenido una gran relevancia en el desarrollo teórico sobre el medio interestelar, y por ende en el estudio de las nubes moleculares. Es por eso que en este capítulo se describirán las características de los códigos SPH, que al igual que otros códigos, describen al medio interestelar como un fluido, además de ser el tipo de código que se utilizó en este trabajo. Otro tipo de códigos ampliamente usados son los basados en métodos de malla, en sus variantes de malla adaptativa o fija, pero que no serán discutidos aquí. Para ver una breve descripción de estos códigos y los métodos numéricos que emplean, se puede el Apéndice [A](#).

3.1. Códigos SPH

Para esta sección se tomará como referencia principal el Review de [Monaghan \[2005\]](#), aunque el método haya sido descrito desde [Gingold and Monaghan \[1977\]](#), e independientemente el mismo año por [Lucy \[1977\]](#).

Hidrodinámica de partículas suavizadas o SPH por su siglas en inglés, es un método que, como su nombre lo indica, consiste en obtener soluciones aproximadas a las ecuaciones de la

dinámica de fluidos mediante el reemplazo del fluido mismo por un conjunto de partículas.

Desde el punto de vista matemático, las partículas representan puntos de interpolación sobre los que se calculan las propiedades del fluido. Mientras que en física, las partículas pueden además ser tratadas como partículas materiales las cuales se comportan como cualquier otro sistema de partículas.

[Monaghan \[2005\]](#) presenta seis ventajas de este método, y que se enlistan a continuación.

1. El término de advección de las ecuaciones de la hidrodinámica se puede tratar de manera exacta. Así, si se conoce el valor de una cantidad A para cada partícula y sus velocidades, entonces el transporte de A en el sistema de partículas es exacto.
2. Si el fluido está compuesto de dos materiales diferentes, cada uno descrito por su propio conjunto de partículas, los problemas de interface pueden ser triviales en ocasiones, en comparación con la dificultad que pueden presentar en el esquema de diferencias finitas.
3. Este método conecta de manera natural al continuo y a la fragmentación. De ahí su aplicación a problemas de fracturación en materiales sólidos.
4. Como cuarta ventaja se tiene que la resolución se puede hacer depender de la posición y el tiempo, lo que resulta muy atractivo en campos como la geofísica o astrofísica.
5. En cuanto a ventajas computacionales, dado que los cálculos sólo tienen lugar donde está la materia (las partículas) y no en todo el espacio, se tienen entonces una reducción en almacenamiento y cálculo.
6. Finalmente, debido a la similitud de este método con la dinámica molecular, es posible en ocasiones introducir procesos físico complejos con relativa facilidad.

Si bien la idea de un fluido formado de partículas es fácil de visualizar, el problema no tan obvio reside en qué tipo de interacciones entre las partículas logran reproducir la dinámica de un fluido. La idea propuesta por Gingold, Monaghan y Lucy, e impulsada por otros métodos estadísticos, fue derivar las ecuaciones de movimiento usando una técnica de estimación basada en un *kernel*, y así estimar las densidades de probabilidad a partir de una muestra. Hacer una interpolación permite estimar el valor de función en cualquier punto usando valores de la función en la posición de las partículas, y para garantizar que dicha función sea diferenciable, entonces el kernel también debe serlo.

Un concepto importante a tener en cuenta es la *longitud de suavizado* de una partícula, la cual puede o no ser la misma para cada partícula del fluido, y que en la práctica consiste en la definición del número de vecinos de una partícula las cuales tendrán influencia en el cálculo de alguna cantidad para la partícula de interés.

Por otro lado, si bien las ventajas del método son claras, ha sido también criticado por su falta de precisión para resolver choques, en comparación con los resultados obtenidos al utilizar los conocidos *Riemann solvers*. Sin embargo, [Monaghan \[2005\]](#) señala que, aunque el método de partículas no pueda resolver bien los choques, lo relevante es poder recrear los valores pre y pos choque de las variables físicas de interés, lo que sí es posible con SPH.

Aunque el método SPH es directamente aplicable en astrofísica (pues se suele simular al medio interestelar como un fluido), en las siguientes líneas sólo nos concentraremos en explicar los fundamentos del método y cómo se pueden reescribir las ecuaciones en este esquema.

3.1.1. Interpoladores sumatorios y sus kernels

La interpolación en el esquema SPH de una cantidad A , la cual es una función de las coordenadas espaciales, está basada en el interpolador integral

$$A_1(\mathbf{r}) = \int A(\mathbf{r}')W(\mathbf{r} - \mathbf{r}')d\mathbf{r}', \quad (3.1)$$

donde W es el kernel y $d\mathbf{r}'$ es un elemento de volumen diferencial. Si el kernel es una función delta entonces se recupera A de manera exacta, aunque en la práctica el kernel es una función que tiende a la función delta a medida que la longitud de suavizado h tienda a cero. [Gingold and Monaghan \[1977\]](#) utilizaron un kernel Gaussiano de la forma $W(x, h) = \exp(-x^2/h^2)/(h\sqrt{\pi})$, mientras que [Lucy \[1977\]](#) utilizó otro de la forma $W(r, h) = 105/(16\pi h^3)(1 - r/h)^3(1 + 3r/h)$ en $0 \leq r \leq h$ y cero en otro caso. Sin embargo, el kernel más común se basa en los M_n splines, que son funciones por partes continuas con soporte compacto, es decir, que decaen a cero en una distancia finita, y cuyas derivadas hasta $(n - 2)$ son también continuas.

De entre los M_n splines el más usado es M_4 , al que también se le llama spline cúbico, ya que

es un polinomio cúbico por partes, que tiene la forma

$$M_4(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}[(2-q)^3 - 4(1-q)^3], & \text{para } 0 \leq q \leq 1, \\ \frac{1}{6}(2-q)^3, & \text{para } 1 \leq q \leq 2, \\ 0, & \text{para } q > 2. \end{cases} \quad (3.2)$$

Para aplicar una interpolación a un fluido, primero se divide en pequeños elementos de masa, de modo que el elemento a tendrá una masa m_a , densidad ρ_a y posición \mathbf{r}_a . El valor de A para la partícula a se denota entonces como A_a . La interpolación integral se puede escribir como

$$\int \frac{A(\mathbf{r}')}{\rho(\mathbf{r}')} \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (3.3)$$

donde el elemento de masa es $\rho d\mathbf{r}'$. Para el caso de un conjunto de partículas discretas entonces el interpolador sumatorio se escribe como

$$A_s(\mathbf{r}) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_b, h), \quad (3.4)$$

donde la suma se lleva a cabo sobre todas las partículas. En la práctica, la suma sólo se realiza sobre los vecinos, ya que W cae rápidamente con la distancia. Así, por ejemplo, si A es la densidad ρ , entonces la interpolación toma la forma

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_b m_b W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_b, h). \quad (3.5)$$

Dado que las ecuaciones de la dinámica de fluidos tienen la forma

$$\frac{dA}{dt} = f(A, \nabla A, \mathbf{r}), \quad (3.6)$$

donde

$$\frac{d}{dt} = \frac{\delta}{\delta t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \quad (3.7)$$

es la derivada Lagrangiana o derivada que sigue al movimiento, resulta de interés conocer cómo se escriben las derivadas de una interpolación. En particular, se expondrá aquí el caso de la

primera derivada.

Como se mencionó antes, si W tiene la característica de ser diferenciable, una manera sencilla de aproximar la primera derivada es escribiendo

$$\frac{\delta A_s}{\delta x} = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} \frac{\delta W}{\delta x}. \quad (3.8)$$

Sin embargo, si A es constante en todo el fluido, la ecuación 3.8 no se cancela en la forma en la que está escrita. Una manera sencilla de asegurarse que efectivamente se cancele cuando A es constante es escribir

$$\frac{\delta A}{\delta x} = \frac{1}{\Phi} \left(\frac{\delta(\Phi A)}{\delta x} - A \frac{\delta \Phi}{\delta x} \right), \quad (3.9)$$

donde Φ puede ser cualquier función diferenciable. Incluyendo 3.9 en 3.8, entonces se tiene

$$\left(\frac{\delta A}{\delta x} \right)_a = \frac{1}{\Phi_a} \sum_b m_b \frac{\Phi_b}{\rho_b} (A_b - A_a) \frac{\delta W_{ab}}{\delta x_a}, \quad (3.10)$$

con $W_{ab} = W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b, h)$. Se pueden hacer muchas elecciones para Φ , pero una forma simple es escoger $\Phi = 1$, entonces se tiene

$$\frac{\delta A_a}{\delta x_a} = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (A_b - A_a) \frac{\delta W_{ab}}{\delta x_a}, \quad (3.11)$$

o escoger $\Phi = \rho$, de modo que

$$\frac{\delta A_a}{\delta x_a} = \frac{1}{\rho_a} \sum_b m_b (A_b - A_a) \frac{\delta W_{ab}}{\delta x_a}. \quad (3.12)$$

Finalmente, algo que conviene saber escribir en el esquema SPH es una divergencia. Por ejemplo, en el caso de la ecuación de continuidad (o ecuación de convergencia como la llama Monaghan [2005]) se escribe como

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot v, \quad (3.13)$$

y que dadas las dos opciones para Φ presentadas aquí, se puede escribir 3.13 como

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \rho_a \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} v_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}, \quad (3.14)$$

o

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b v_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}, \quad (3.15)$$

con $v_{ab} = v_a - v_b$. Para ver derivadas de orden superior se puede consultar a [Monaghan \[2005\]](#).

Con estas reglas para reescribir las ecuaciones en el esquema SPH se pueden incluir otros procesos en las simulaciones tales como transferencia de calor. A medida que se escriben las ecuaciones se deben tener en cuenta las leyes físicas del proceso que se quiere describir. Así, por ejemplo, en el caso de la transferencia de calor, las ecuaciones se deben escribir considerando que el calor siempre fluye de un cuerpo "caliente" a uno "frío".

Finalmente, algunos ejemplos de códigos SPH que han sido usados en la simulación de nubes moleculares son:

- GIZMO (<http://www.tapir.caltech.edu/~phopkins/Site/GIZMO.html>)
- GADGET-2 (<https://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/gadget/>), utilizado en este trabajo.
- PHANTOM (<https://phantomsph.bitbucket.io/>)
- NDSPMHD DUSTY SMOOTHED PARTICLE MAGNETOHYDRODYNAMICS (<http://users.monash.edu.au/~dprice/ndspmhd/index.html>)

Cabe mencionar que ahora existen códigos que recogen las ventajas de los códigos de malla y de los códigos SPH, como es el caso del código AREPO (<https://arepo-code.org/about-arepo>), donde se tiene una malla que es capaz de moverse y deformarse.

En el capítulo siguiente se describen más en detalle las características de la simulación así como la metodología que se siguió para estudiar al momento angular específico en los clumps detectados dentro de la simulación.

Metodología

En este capítulo se describirán los métodos empleados en el estudio de la evolución del momento angular específico para los clumps seleccionados dentro de la simulación, describiendo las características de la misma, así como la manera en la que se determinaron las propiedades físicas de los clumps tales como el radio y momento angular específico.

4.1. Datos numéricos

4.1.1. La simulación

Para este trabajo se empleó una simulación SPH (ver Sección 3.1), la cual se describe ampliamente en [Heiner et al. \[2015\]](#). Fue realizada mediante el código GADGET-2 [[Springel et al., 2001](#)], con $296^3 \approx 2.6 \times 10^7$ partículas dentro de una caja de 256 pc por lado. La masa de cada partícula se fijó en $0.06 M_{\odot}$, por lo que la masa total en la caja resulta $1.58 \times 10^6 M_{\odot}$ y la densidad promedio es de 3 cm^{-3} . En esta versión se incluyó una prescripción para los sinks (partículas estelares) de [Jappsen et al. \[2005\]](#), fijando la densidad umbral para la formación de un sink en $3.2 \times 10^6 n_0$, con $n_0 = 1 \text{ cm}^{-3}$. De igual manera se incluyeron procesos radiativos de enfriamiento y calentamiento de [Vázquez-Semadeni et al. \[2007\]](#), al igual que un algoritmo rpSPH de [Abel \[2011\]](#), el cual reporta mejoras en el manejo de inestabilidades

físicas tales como Kelvin-Helmholz y Rayleigh-Taylor, eliminando varios efectos no físicos que presentan los códigos SPH estándar. Por otro lado, no se incluyeron efectos del feedback estelar. La temperatura inicial fue fijada en 730 K; tales condiciones simulan el ambiente en un brazo espiral de la galaxia.

La simulación comienza con la aplicación de turbulencia en el espacio de Fourier que después se deja decaer. En este caso la turbulencia está compuesta por modos puramente selenoidales con números de onda que van de $k = 1$ a $k = 4$, aplicados durante los primeros 0.65 Myr. Para este tiempo, la dispersión de velocidades máxima alcanzada es $\sigma \approx 18 \text{ km s}^{-1}$.

4.1.2. Definición y búsqueda de clumps

Como se ha visto en el Capítulo 2.1, las nubes presentan estructura, por lo que es necesario establecer una manera de definirla dentro de la simulación. Numéricamente definiremos a un grumo o *clump* como el conjunto conexo de partículas para que la densidad mínima corresponda al umbral de densidad seleccionado alrededor de un máximo local de la densidad. Los clumps definidos de esta manera pueden a su vez contener subestructura, por ejemplo, núcleos densos, que se encuentran completamente por arriba de la densidad umbral.

Para buscar y seleccionar los clumps bajo la definición dada previamente, se hizo uso de un algoritmo de búsqueda de clumps (clump-finding algorithm) descrito en [Camacho et al. \[2016\]](#), y que consiste en lo siguiente. Primeramente, se encuentran todas aquellas partículas que posean una densidad mayor a la densidad umbral (n_{th}). De entre estas partículas se selecciona aquella con la densidad más alta asignándole el número uno y todas aquellas partículas que se encuentren dentro de una longitud de suavizado de esta partícula serán asignadas al clump con el mismo número. Dentro de las partículas asignadas al clump se encuentra a la partícula con la siguiente densidad más alta y de igual forma se incluyen al clump las partículas dentro de su longitud de suavizado y que no han sido agregadas previamente. El proceso se repite hasta que no quedan más partículas en esa región que se encuentren por arriba de la densidad umbral. Si aún quedan partículas sin asignación a un clump, implicará que estas se encuentran en otra región de la caja, por lo que se tomará a la partícula sin asignar con la mayor densidad para definir el clump número dos, repitiendo el proceso hasta que todas las partículas que cumplan la condición estén asignadas a un clump. En la Fig. 4.1 se presenta un esquema de la forma en la que opera el algoritmo de búsqueda de clumps.

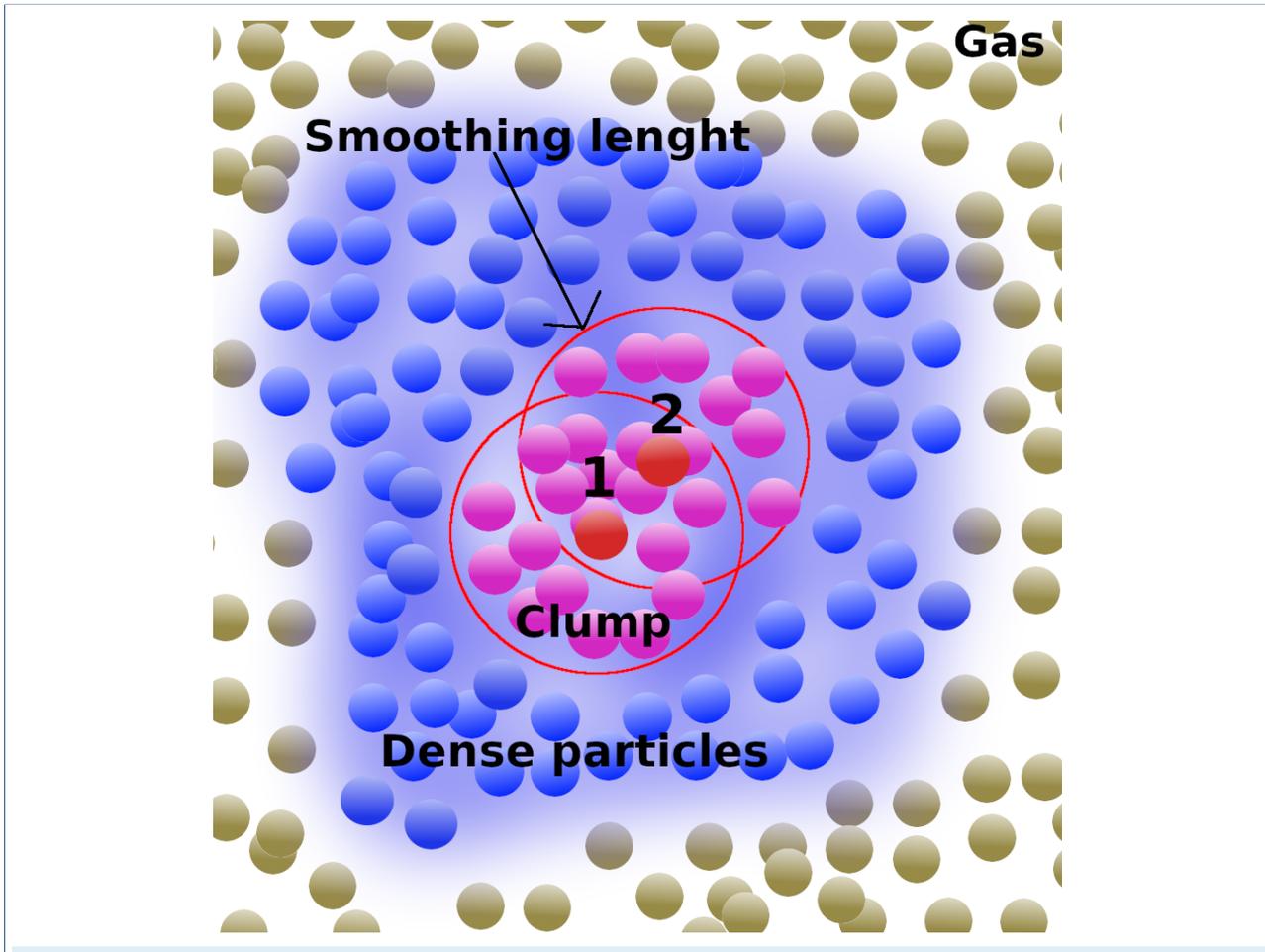


Figura 4.1: Esquema 2D de la operación del algoritmo de búsqueda de clumps utilizado. Primero, se detectan todas las partículas que poseen una densidad por arriba de cierta densidad umbral (partículas azules), escogiendo a la más densa de entre ellas (partícula 1) que definirá al clump 1. Todas las partículas dentro de su longitud de suavizado serán asignadas al clump 1 (partículas rosa), para seleccionar después a la siguiente partícula más densa (partícula 2) y repitiendo el proceso hasta que todas las partículas azules son asignadas.

4.1.3. Muestra de clumps

La muestra de los clumps a estudiar se seleccionó a partir de tres tiempos en la simulación, antes y después de la formación de sinks. Los tiempos corresponden a $t = 14.60, 19.78$ y 19.92 Myr, donde los dos últimos corresponden a dos capturas (snapshots) consecutivos. La diferencia entre snapshots es entonces ~ 0.13 Myr.

Se aplicó el algoritmo de búsqueda de clumps sobre la caja numérica completa para los siguientes umbrales de densidad $n_{th} = 10^3, 3 \times 10^3, 10^4, 3 \times 10^4, \text{ y } 10^5 n_0$. De los clumps encontrados sólo se seleccionaron aquellos que contaran con un número mayor a 80 partículas para garantizar que estuvieran bien resueltos. Esto porque la longitud de suavizado se tomó de tal manera que incluyera a 40 partículas vecinas, de manera que nuestro criterio de selección de clumps corresponde al doble del volumen de suavizado.

Como se mencionó anteriormente, la masa de las partículas m_p se fijó en $0.06 M_\odot$, de manera que la masa en gas de un clump será $M_{gas} = N_c m_p$, donde N_c es el número de partículas que conforman al clump. A tiempos tempranos en la simulación, cuando aún no ha comenzado la formación de sinks, toda la masa de los clumps estará contenida en forma de gas. Para tiempos posteriores a la formación de sinks, algunos clumps habrán colapsado para formar objetos estelares y serán afectados por el feedback estelar. Dado que la simulación no incluye efectos del feedback, es necesario establecer un criterio para evitar tomar en cuenta a los clumps cuya eficiencia de formación estelar (SFE por sus siglas en inglés) sea mayor a cierto valor, para los cuales, el efecto del feedback no puede ser despreciado. Para este trabajo requerimos que nuestros clumps cumplan la condición

Eficiencia de formación estelar

$$\frac{M_*}{M_{tot}} = \frac{M_*}{M_* + M_{gas}} < 50\%, \quad (4.1)$$

donde M_* es la masa contenida en estrellas (sinks). Un sink será asociado con un clump si este se encuentra dentro de la caja definida por las posiciones mínima y máxima de las partículas que lo conforman, en cada eje coordenado, y será considerado en el cálculo de la SFE como una contribución en M_* .

Por otro lado, teniendo nuestra muestra de clumps y con el fin de estudiar la evolución del momento angular específico, se rastrearon clumps de manera Lagrangiana, es decir, inicialmente definidos como un mismo conjunto conexo de partículas SPH, en dos casos diferentes: para

cinco de los clumps más masivos definidos a diferentes umbrales de densidad y que forman parte de una misma nube madre; y para cinco clumps definidos al mismo umbral de densidad sobre diferentes regiones de la caja. Tomando ventaja de las propiedades de un código SPH y conociendo el “nombre” o identificador de cada partícula (ID), se rastrearon las partículas que conforman a un clump a tiempos tanto anteriores como posteriores al momento en el que fueron detectados, calculando el momento angular específico y el radio en cada paso de tiempo. El rastreo se llevó a cabo por un período de 2.65 Myr, que representan 20 snapshots en la simulación.

Finalmente, se identificaron dos clumps al tiempo $t = 19.92$ Myr para los que se aplicó el algoritmo de búsqueda de clumps por umbral de densidad sobre la misma región del espacio por algunos snapshots. Se fijó la misma densidad umbral $n_{th} = 10^3 \text{ cm}^3$ para todos los tiempos, de manera que el clump era capaz de crecer, ya fuera gradualmente, por acreción continua de material, o mediante la incorporación de otro clump más pequeño. A medida que la densidad máxima de un clump aumenta por contracción gravitacional, es probable que en algún momento el clump forme sinks. Cuando una partícula SPH cae en un sink, pasa a tener un número de identificación negativo con el mismo valor que el número de identificación del sink, pero mantiene su número de identificación original en un ID secundario. Pese a que estas partículas visualmente desaparecen, pueden ser rastreadas por su ID secundario. Sin embargo, al caer a un sink, se congelan en el espacio. Es por esto que, tras comenzar a formar sinks, a cada paso de tiempo se deben eliminar del clump las partículas SPH que caen a un sink, lo que provoca una pérdida de masa en gas.

A manera de ejemplo, en la Fig. 4.2 se presenta un muestra de clumps que fueron detectados con diferentes umbrales de densidad al mismo tiempo en la simulación ($t = 19.92$ Myr), y que forman parte de la misma nube madre. Se puede ver que los clumps detectados poseen diferentes morfologías y tamaños.

4.2. Parámetros físicos

En esta sección se explicará más a detalle la manera en la que fueron calculados los parámetros físicos de los clumps, tales como la masa (ver Sección 4.1.3), radio y el momento angular específico.

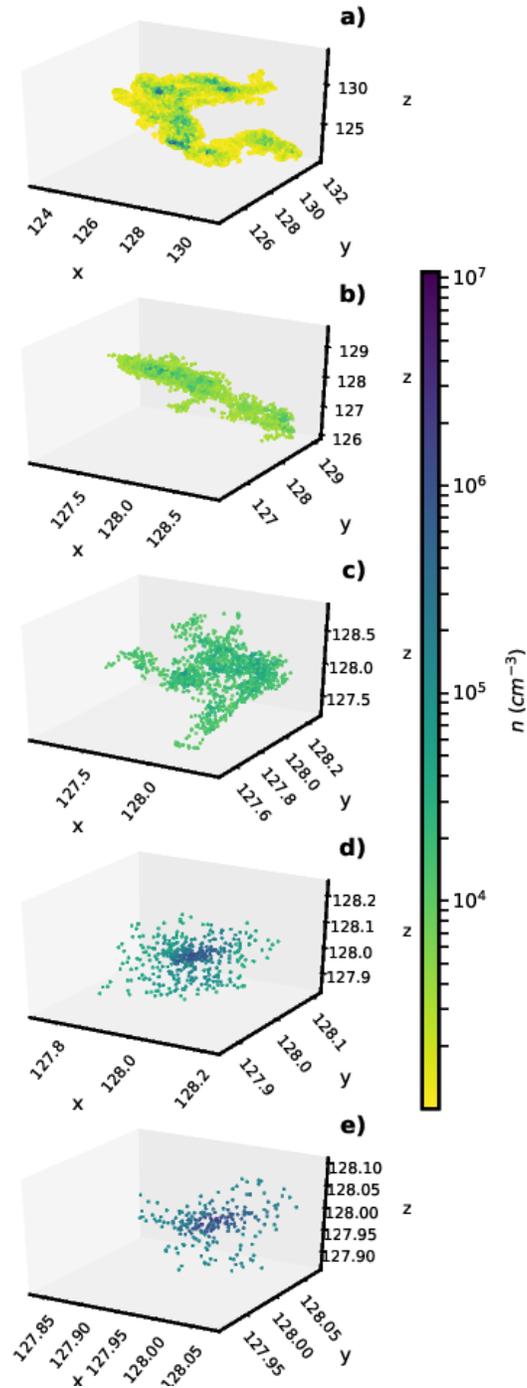


Figura 4.2: Muestra de clumps detectados a diferentes umbrales de densidad al mismo tiempo $t = 19.92$ Myr. Los ejes corresponden a las coordenadas espaciales en pc, mientras que la densidad numérica se aprecia mediante el código de color. Las densidades umbrales corresponden a (a) $n_{th} = 10^3 n_0$, (b) $n_{th} = 3 \times 10^3 n_0$, (c) $n_{th} = 10^4 n_0$, (d) $n_{th} = 3 \times 10^4 n_0$ y (e) $n_{th} = 10^5 n_0$. Los clumps son parte de la subestructura de la misma nube madre. Como se puede ver, las morfologías son variadas.

4.2.1. Estimación del radio

Como se puede ver en la Fig. 4.2, debido a la forma amorfa que suelen tener los clumps, establecer un radio puede resultar ambiguo. Como una primera aproximación, el radio ha sido calculado como la raíz cúbica del volumen total del clump determinado a partir de la densidad de cada una de las partículas que conforman al clump, es decir, $R = (3V/4\pi)^{1/3}$. Siguiendo a Camacho et al. [2016], para un conjunto discreto de partículas el volumen total puede ser calculado como sigue

Volumen de un clump a partir de las partículas SPH que lo componen

$$v = \sum_{i=1}^{N_c} V_i = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{m_p}{\rho_i} = m_p \sum_{i=1}^{N_c} \rho_i^{-1}. \quad (4.2)$$

Debe notarse que esta manera de calcular el radio sólo aplica en el caso de partículas “conectadas”, o dicho de otro modo, para el tiempo en el que el clump fue detectado. Durante el rastreo de los clumps definidos como conjunto Lagrangiano de partículas, las partículas se alejarán unas de otras de modo que el radio calculado a partir de la Ec. 4.2 no reflejará la verdadera extensión del clump, pues otras partículas que inicialmente ese encontraban en el exterior del clump pueden posteriormente ingresar a él. En este caso, el radio será determinado como el promedio geométrico de las máximas diferencias en posición de las partículas constitutivas del clump, dividido por dos, sobre cada eje coordenado. Esto es,

Radio para clumps rastreados en el tiempo

$$R \approx \left(\frac{x_{max} - x_{min}}{2} * \frac{y_{max} - y_{min}}{2} * \frac{z_{max} - z_{min}}{2} \right)^{1/3}. \quad (4.3)$$

4.2.2. Cálculo del momento angular específico

El momento angular específico, j , será calculado a partir de los vectores de posición y velocidad de cada partícula del clump, calculados con respecto al centro de masa del mismo; es decir,

Momento angular específico del clump con respecto a su centro de masa

$$\mathbf{L} = \mathbf{r}_{CM} \times \mathbf{p}_{CM} = \mathbf{r}_{CM} \times m_p \mathbf{v}_{CM}, \quad (4.4)$$

donde el subíndice CM representa a las cantidades medidas con respecto al centro de masa. Así, el momento angular específico estará dado como L/M_{gas} .

Es conveniente mencionar que en algunos casos durante el rastreo de los clumps, las partículas pueden cruzar las fronteras periódicas de la caja numérica, de modo que una parte del clump puede encontrarse del otro lado de la caja a un cierto tiempo. Para evitar los errores que introduce este efecto numérico sobre j , el clump es trasladado al centro de la caja mediante una transformación de coordenadas.

4.2.3. Disipación del momento angular intrínseco del código

Es bien sabido que los códigos de partículas SPH introducen diferentes tipos de disipación no físicos con el objetivo de resolver las interacciones entre partículas. Para conocer el grado de disipación intrínseco de la simulación hemos calculado el momento angular de la caja completa con respecto al origen de coordenadas para tres tiempos diferentes: 13.28, 13.94 y 14.60 Myr. La diferencia entre cada tiempo corresponde a 5 snapshots de la simulación. Se encontró una pérdida del 5.8% durante los 10 snapshots de prueba. Pese a esta pérdida sistemática, creemos que nuestros resultados no se verán afectados ya que la pérdida de momento angular observada en las nubes recorre varios órdenes de magnitud (ver Fig. 1.1). Por esta razón, ignoraremos los efectos de la disipación numérica.

Resultados

Para discutir los resultados, los casos tanto de medición del momento angular específico a tiempos fijos en la simulación, así como del rastreo de los clumps, serán divididos en secciones individuales, para después compararlos entre sí y dar paso a la discusión.

5.1. Momento angular específico a tiempos fijos en la simulación

En la Fig. 5.1 se ha graficado el momento angular específico contra el radio a tiempos fijos en la simulación, para compararlos después con el ajuste realizado a partir de las observaciones. Se puede ver que nuestras muestras de clumps parecen tener una tendencia similar a las observaciones. Se puede observar también que, a tiempos tempranos en los que la simulación no ha formado sinks, la muestra de clumps densos es significativamente más pobre comparada con tiempos posteriores a la formación de sinks. Esto se debe a que a estos tiempos existen pocos clumps con las densidades requeridas. Por otro lado, el código de color representa los valores del llamado cociente de Larson y del parámetro virial, dados por

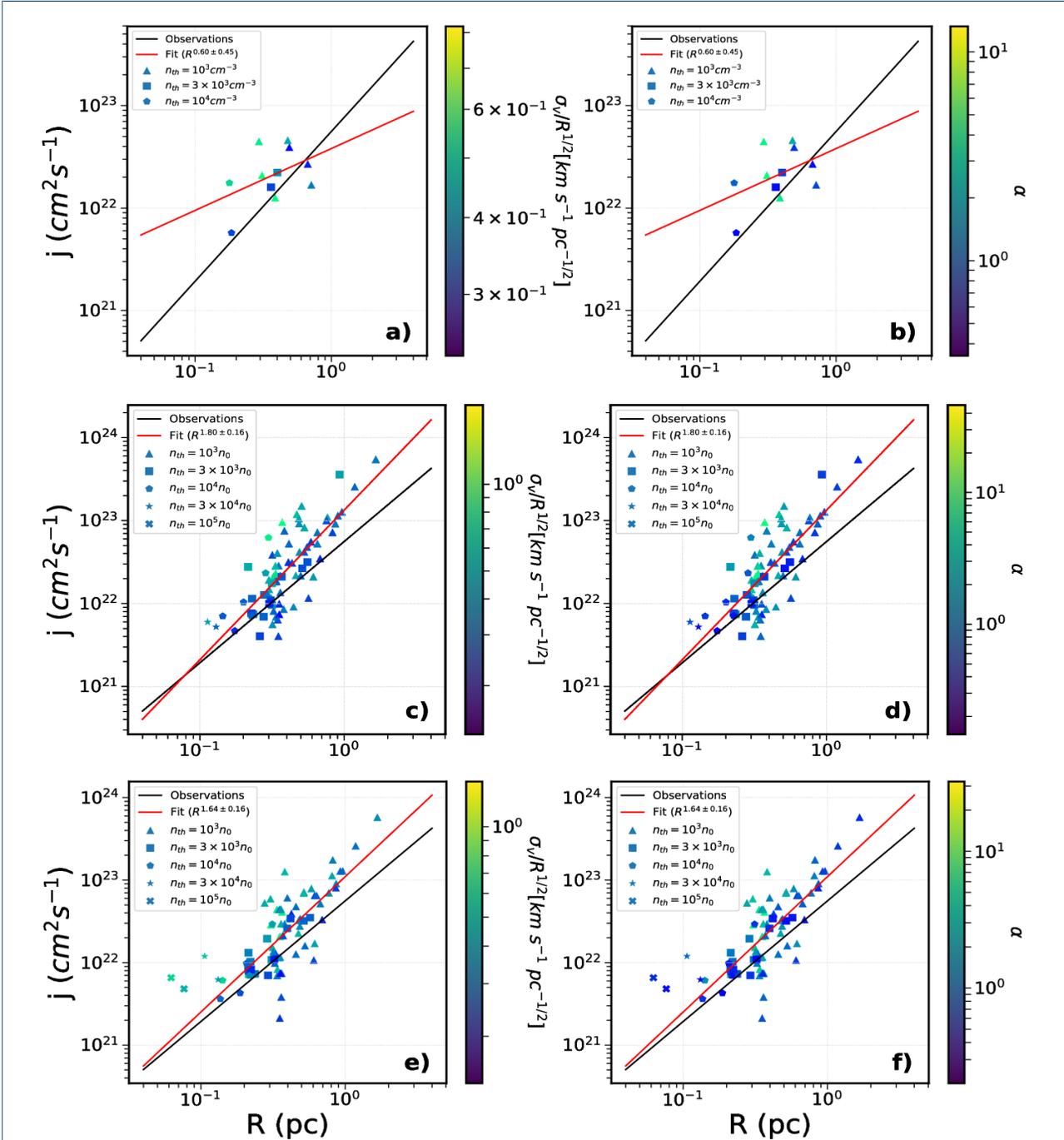


Figura 5.1: Relación entre el momento angular específico y el radio para la muestra de clumps seleccionada. El código de color representa los valores para el cociente de Larson y el parámetro virial. Los tiempos para cada muestra son (a) y (b) para $t = 14.60$ Myr, (c) y (d) para $t = 19.78$ Myr, (e) y (f) para $t = 19.92$ Myr. La línea negra representa el ajuste hecho a las observaciones mientras que la línea roja es el ajuste a los datos, siendo esta última más empinada.

Cociente de Larson y Parámetro virial

$$\frac{\sigma_v}{R^{1/2}} \approx \left(\frac{2\pi G \Sigma}{5} \right)^{1/2}, \quad \alpha \equiv \frac{5\sigma_v^2 R}{GM}, \quad (5.1)$$

respectivamente, donde la expresión para $\sigma_v/R^{1/2}$ ya ha sido discutida previamente en el Capítulo 2. Si bien estas fórmulas representan un método observacional para estimar estos parámetros, en una simulación numérica conocemos cada una de las componentes de la velocidad de cada partícula, por lo que la dispersión de velocidades (σ) es medida como

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^N (\mathbf{v}_i - \bar{\mathbf{v}})^2}{N}}, \quad (5.2)$$

siendo $\bar{\mathbf{v}}$ la velocidad promedio de las partículas, \mathbf{v}_i la velocidad individual de cada partícula y N el número total de partículas en el clump. Ambos parámetros en 5.1 son tradicionalmente interpretados como una medida de cantidad de energía cinética respecto de la energía gravitacional. Se puede ver en la Fig. 5.1 que aquellos clumps que se encuentran por arriba de la relación observacional, es decir, que poseen un valor de j más grande, tienden a tener también los valores más grandes para estos parámetros. Interpretando a la dispersión de velocidades σ como una muestra de la rotación, entonces las partículas en estos clumps giran más rápido y por ende poseen un valor de j más grande. Por otro lado, no debemos olvidar que el movimiento de las partículas no necesariamente involucra rotación, sino que puede tratarse de movimientos de contracción, expansión o de cizalla (o deslizamiento).

5.2. Evolución del momento angular específico

Para seguir la evolución del momento angular específico a partir de la muestra de clumps seleccionada (Sec. 4.1.3), se realizó el mismo cálculo que para la sección anterior estimando j y R pero a través de varios snapshots de la simulación, equivalentes a algunos Myr. Esto se hizo tanto para clumps definidos como un conjunto Lagrangiano de partículas (masa fija), como para clumps definidos sobre el mismo umbral de densidad a cada paso de tiempo. Los resultados se presentan a continuación.

5.2.1. Seguimiento de un conjunto Lagrangiano de partículas

5.2.1.1. Seguimiento hacia el pasado de subestructuras Lagrangianas de un mismo clump

Se identificaron cinco clumps definidos a diferentes densidades umbrales al tiempo $t = 19.9$ Myr, los cuales forman parte de la misma nube madre. Definidos como el mismo conjunto inicial de partículas, se rastrearon estos mismos cinco clumps a tiempos anteriores al tiempo de su detección; es decir, hacia el pasado. El rastreo se llevó a cabo por un periodo de 2.66 Myr. En la Fig. 5.2 se puede ver la evolución de uno de estos clumps, que inicialmente fue detectado con un umbral de densidad de $n_{th} = 10^4 n_0$. A medida que nos vamos más atrás en el tiempo, las partículas del clump comienzan a dispersarse y a disminuir su densidad, mostrada en el código de color. La evolución de j se presenta en la Fig. 5.3b, mientras que el esquema gráfico en 2D de los clumps se puede ver en la Fig 5.3a. Se puede apreciar que los clumps definidos con umbrales de densidad mayores se encuentran en regiones más internas del clump y poseen valores más pequeños de j . El clump de la Fig. 5.2 corresponde al clump en color morado de la Fig. 5.3b. Dado que el rastreo se realizó hacia atrás en el tiempo, la dirección de la evolución temporal en la Fig. 5.3b es de derecha a izquierda, donde el punto en el extremo izquierdo de cada traza corresponde al tiempo en el que los clumps fueron detectados.

Se pueden identificar dos períodos de evolución principales: un período temprano con una evolución a lo largo de una pendiente similar a la relación dada por las observaciones y uno tardío a j aproximadamente constante. La evolución a j constante se da cuando el clump es ya muy compacto. El periodo de pérdida de momento angular se da cuando las partículas del clump se encuentran dispersas. Sólo el clump más grande y definido con una densidad umbral menor evoluciona con $j \sim \text{cte.}$ durante todo el período de rastreo.

Esto abre paso a una primera consideración. A medida que rastreamos el clump a tiempos más tempranos en los que las partículas se encontraban más dispersas, es posible que otras partículas que no formarían parte del clump definido en el futuro se encontraran en ese momento mezcladas entre las partículas rastreadas. Llamaremos “partículas intrusas” a las partículas no rastreadas que se encuentran dentro de la caja definida por las posiciones mínima y máxima en cada eje coordenados de las partículas rastreadas. Si el número de partículas intrusas llega a ser una fracción considerable del total dentro de la caja donde se encuentra el clump, las partículas rastreadas pueden interactuar con las partículas intrusas intercambiando momento angular, por ejemplo. Este último efecto se refleja como una aparente pérdida de momento angular por

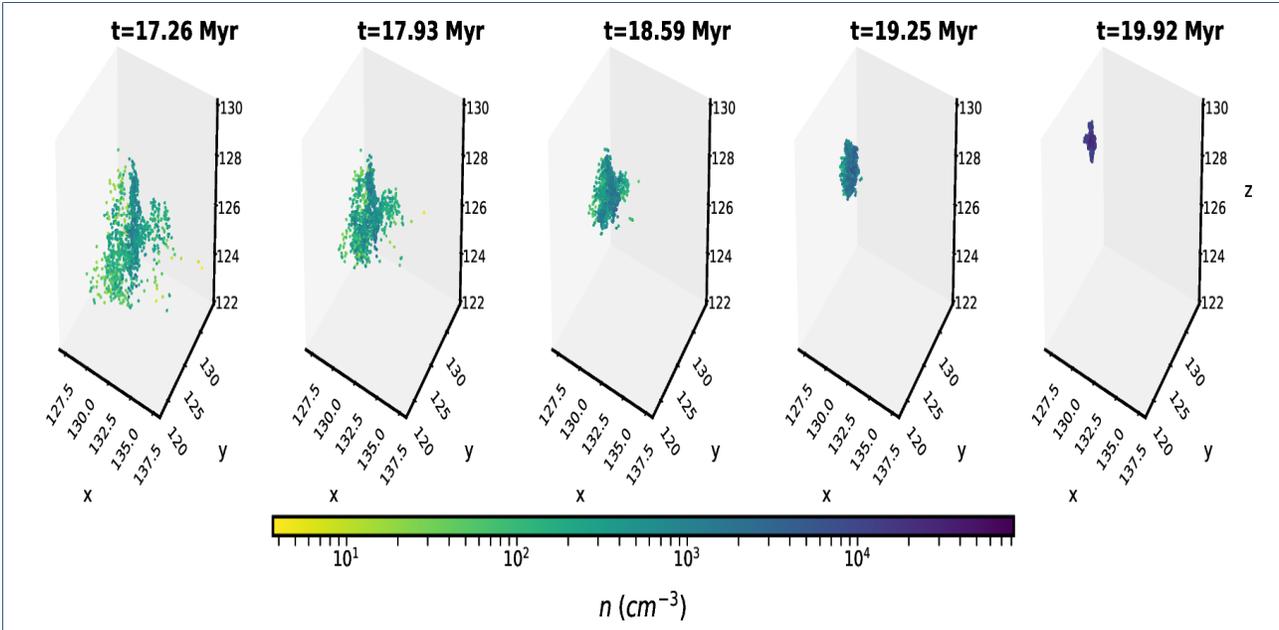


Figura 5.2: Clump detectado al tiempo $t = 19.92$ Myr con un umbral de densidad $n_{th} = 10^4 n_0$ y rastreado a tiempos más tempranos usando el mismo conjunto Lagrangiano de partículas. La diferencia entre el tiempo inicial y final corresponde a 20 snapshots de la simulación. Se puede ver la contracción de clumps a medida que pasa el tiempo, incrementando la densidad de sus partículas mostrada en el código de color.

parte de las partículas rastreadas. Con el objetivo de estudiar el efecto de las partículas intrusas sobre la dinámica del clump, se definió un paralelepípedo que encierra al clump y cuyos lados coinciden con las coordenadas mínima y máxima de las partículas en cada eje coordenado. Se calculó el porcentaje de masa que ocupan las partículas intrusas dentro de la caja, como se puede ver en la Fig. 5.4. Comparando visualmente con la Fig. 5.3b, se puede ver que los tiempos donde ocurre la caída en porcentaje de la masa en partículas intrusas corresponden a tiempos de evolución con j constante.

Una posible conclusión a partir de este resultado es que, una vez la dinámica del clump está dominada por un único conjunto de partículas, entonces j permanece constante durante la evolución. Esto da paso a pensar que el mismo conjunto de partículas puede evolucionar conservando su momento angular como se esperaría de la teoría, mientras que el “problema” de pérdida de momento angular aparece cuando las partículas que lo conforman tienen contrapartes con las que intercambiar (y perder) momento angular, como se verá más adelante. El clump azul, por lo tanto, pese a que posee un número muy grande de partículas intrusas, es suficientemente grande y masivo como para que la dinámica siempre esté dominada por sus propias partículas y

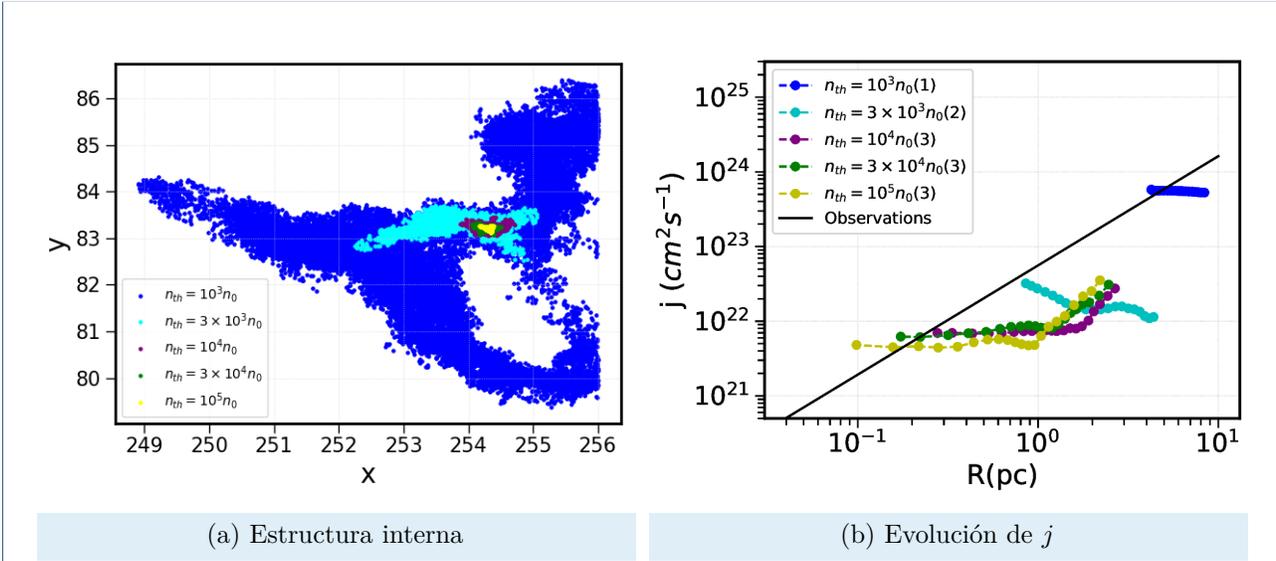


Figura 5.3: (a) Muestra de clumps detectados usando diferentes umbral de densidad dentro de una misma nube madre. Los clumps detectados con umbrales de densidad más grandes son parte de la estructura interna de la nube. (b) Rastreo de los cinco clumps en (a) detectados a $t = 19.92$ Myr. La dirección de la evolución temporal es de derecha a izquierda, donde el punto al extremo izquierdo de cada traza representa el tiempo en el que fueron detectados. Se puede apreciar una pérdida de j para clumps cada vez más densos y compactos. A tiempos tempranos los clumps evolucionan con una pendiente similar a la de las observaciones para entrar después en un periodo de conservación de j .

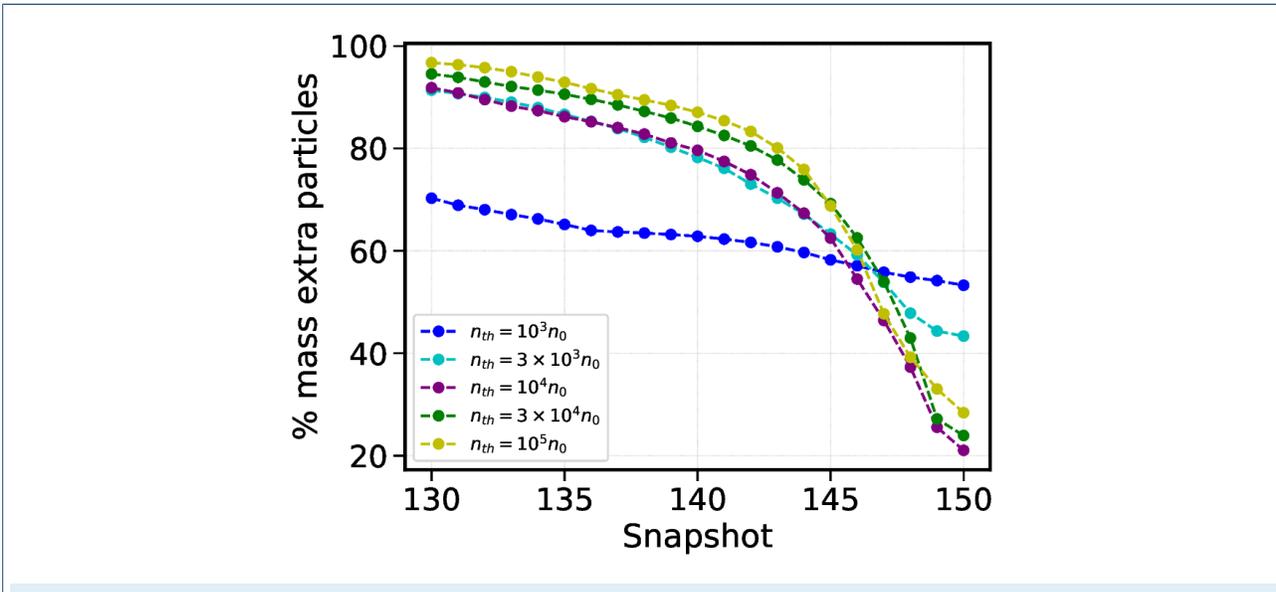


Figura 5.4: Porcentaje de partículas intrusas dentro de la caja que encierra a los clumps de la Fig. 5.3b definida a partir de las coordenadas mínima y máxima de las partículas del clump en cada eje coordenado.

evolucione siempre a j constante.

Por otro lado, la aparente pérdida de momento angular se pudo haber dado por la transferencia de momento angular a las partículas intrusas o partículas circundantes, lo que implica que el mecanismo de transferencia es de vital importancia para recuperar la pendiente típica observada.

Más adelante se estudiará el caso de la evolución de un clump pero definido a partir del mismo umbral de densidad en cada paso de tiempo sobre una misma región, donde la masa no es fija, y donde la evolución es completamente diferentes a los clumps estudiados hasta el momento.

5.2.1.2. Seguimiento hacia el pasado de diferentes clumps definidos al mismo umbral de densidad

La evolución de cinco clumps detectados en diferentes regiones de la simulación con el mismo umbral de densidad $n_{th} = 3 \times 10^3 n_0$ al tiempo $t = 19.9$ Myr se muestra en la Fig. 5.5. Se puede ver como dos de los cinco clumps (en color cian y morado) tienen un comportamiento similar al de los clumps del caso anterior para una misma nube madre, donde hay un periodo de pérdida de momento angular específico seguido de un periodo de evolución a j constante. Sin embargo, se observan fluctuaciones significativas de un clump a otro, algunos de ellos incluso incrementando ligeramente su momento angular específico durante la contracción. Comparando con la Fig 5.3b, en donde las subestructuras densas del mismo clump tienen comportamientos más similares entre sí, se infiere que las subestructuras de un clump comparten la tendencia general de su estructura madre, con menor variación que la que se da entre clumps diferentes, separados espacialmente.

5.2.1.3. Seguimiento hacia el futuro de subestructuras Lagrangianas de un mismo clump

El último caso de seguimiento de clumps definidos Lagrangianamente es el rastreo de clumps pero a tiempos posteriores al momento en el que fueron detectados. Se tomaron dos clumps al tiempo $t = 17.2$ Myr y se siguieron hacia el futuro. La evolución visual para uno de estos clumps se encuentra en la Fig. 5.6. A medida que el tiempo pasa, algunas partículas del clump parecen dispersarse, mientras que al mismo tiempo, una región del clump parece colapsarse volviéndose más densa de acuerdo al código de color. Por otro lado, debido al tipo de rastreo a tiempos posteriores, el clump puede formar un sink o ser afectado por un sink cercano, al que pueden

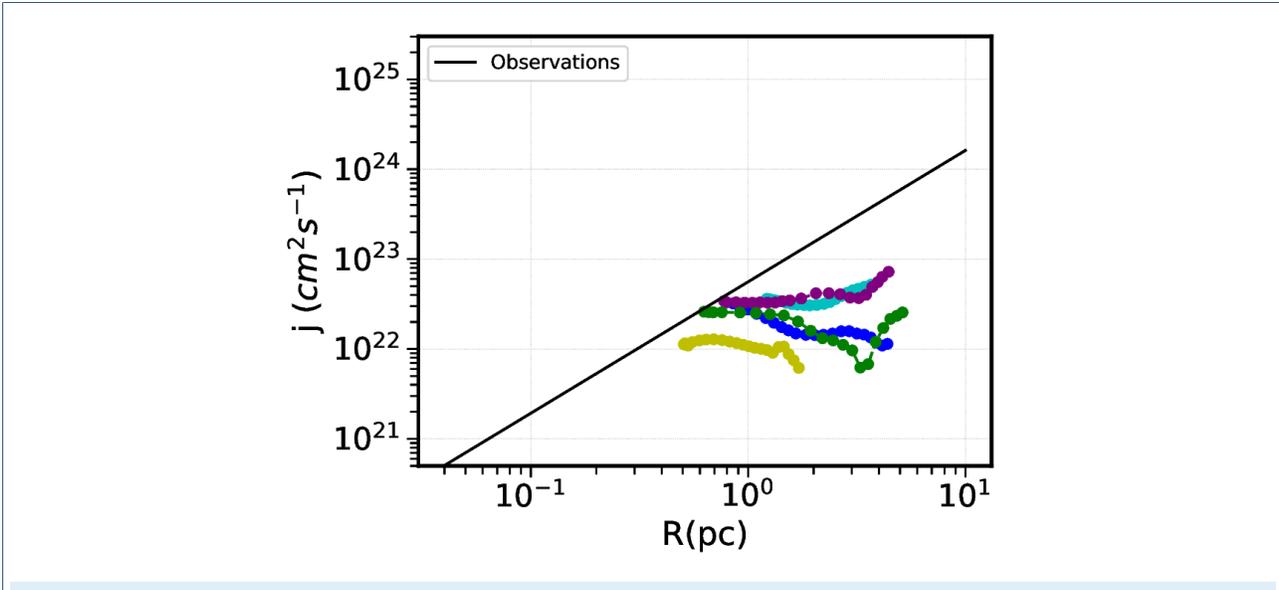


Figura 5.5: Evolución del momento angular específico de cinco clumps detectados el tiempo $t = 19.92$ con densidad umbral de $n_{th} = 3 \times 10^3 n_0$ seguidos hacia el pasado por 20 snapshots de la simulación o 2.7 Myr. La dirección de la evolución es de derecha a izquierda donde el punto en el extremo izquierdo de cada traza corresponde al momento en el que fueron detectados.

caer las partículas SPH, congelándolas en el espacio como se describió en el Cap. 4. Esto causa una aparente pérdida de masa en gas en el clump. Por esta razón, decidimos realizar el rastreo únicamente hasta el momento en el que las partículas del clump caen en un sink, reduciendo el seguimiento de 20 a 10 snapshots, o 1.32 Myr.

En la Fig. 5.7 se muestran las trazas de evolución para estos dos clumps, donde el sentido de evolución temporal es de izquierda a derecha. Mientras que el clump en color azul parece ganar momento angular específico, el clump en color cian parece perderlo a lo largo de todo el tiempo de prueba. Sin embargo, ninguno de los clumps tiene un cambio abrupto como los mostrados en la Sec. 5.2.1.1, lo que sugiere que la dinámica de este conjunto de partículas está ya siempre dominada por las interacciones entre ellas mismas. Es decir, que evolucionan de manera esencialmente independiente de su entorno, y, por lo tanto, conservando aproximadamente su momento angular.

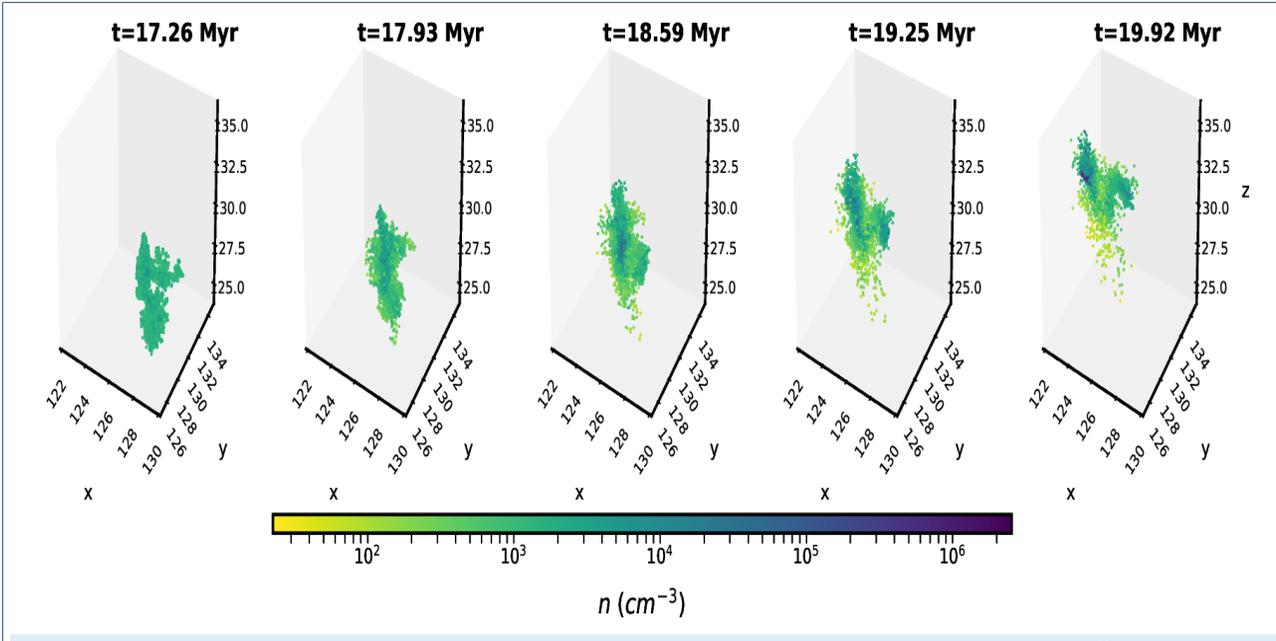


Figura 5.6: Clump detectado al tiempo $t = 17.26$ Myr con densidad umbral de $n_{th} = 10^3 n_0$ y seguido hacia el futuro por un periodo de 2.7 Myr. Se puede ver como una región en el clump se colapsa mientras que algunas partículas en el periferia tienden a dispersarse.

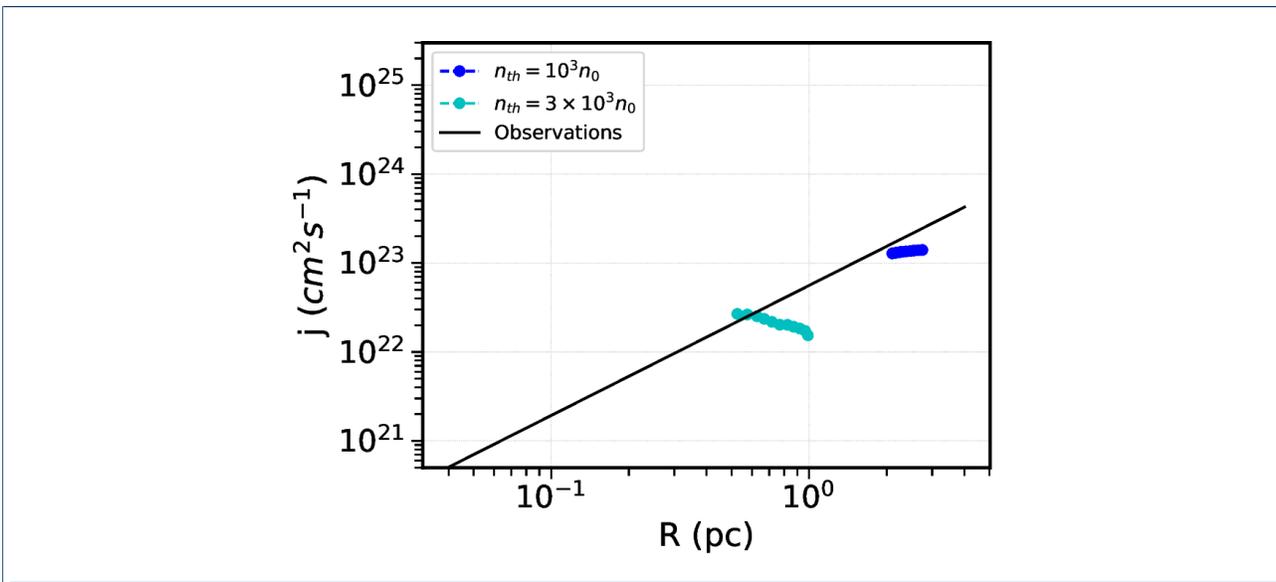


Figura 5.7: Evolución del momento angular específico para dos clumps detectados al tiempo $t = 17.2$ Myr con umbrales de densidad de $n_{th} = 10^3 n_0$ y $n_{th} = 3 \times 10^3 n_0$. Se rastrearon por un periodo de 10 snapshots o 1.32 Myr. La dirección de la evolución es de izquierda a derecha, donde el punto en el extremo izquierda representa el punto en el que fueron detectados.

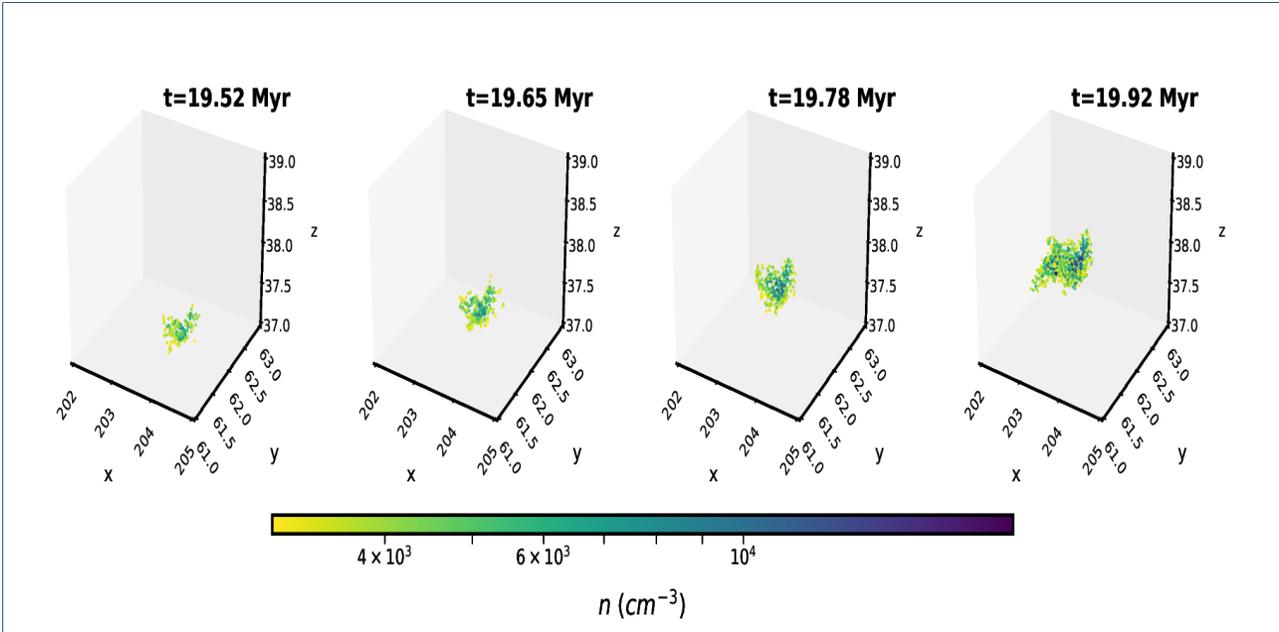


Figura 5.8: Evolución de un clump detectado con un umbral de densidad $n_{th} = 3 \times 10^3 n_0$ por un periodo de 0.4 Myr. En este caso, el algoritmo de búsqueda de clumps fue aplicado sobre la misma región y bajo el mismo umbral de densidad en cada paso de tiempo. El tiempo entre imágenes corresponde a un snapshot de la simulación o 0.13 Myr.

5.2.2. Seguimiento de un clump definido como objeto conexo sobre un umbral de densidad

En la Fig. 5.8 se muestra la evolución visual de un clump definido en todo momento utilizando el algoritmo de búsqueda de clumps sobre la misma región para una misma densidad umbral $n_{th} = 3 \times 10^3 n_0$. Es decir, en este caso, el conjunto de partículas SPH que lo componen no es Lagrangiano y, a medida que el tiempo pasa, el clump se mueve y crece, incrementando su masa así como la densidad de sus partículas, como lo indica el código de color. En la Fig. 5.9 se muestra la evolución de j a medida que el clump crece en tamaño. Para este clump en particular, el incremento tanto en radio como en momento angular específico parece darse a lo largo de la relación establecida por las observaciones. Contrario al comportamiento de los clumps seguidos como conjunto Lagrangiano de partículas, este clump crece rápidamente mientras que regiones en su interior colapsan localmente. Es por esto que el seguimiento se hizo sólo durante cuatro snapshots de la simulación, antes de que el clump desapareciera probablemente al formar un sinks.

Esta manera de seguir a los clumps es equivalente a como serían observados en la práctica,

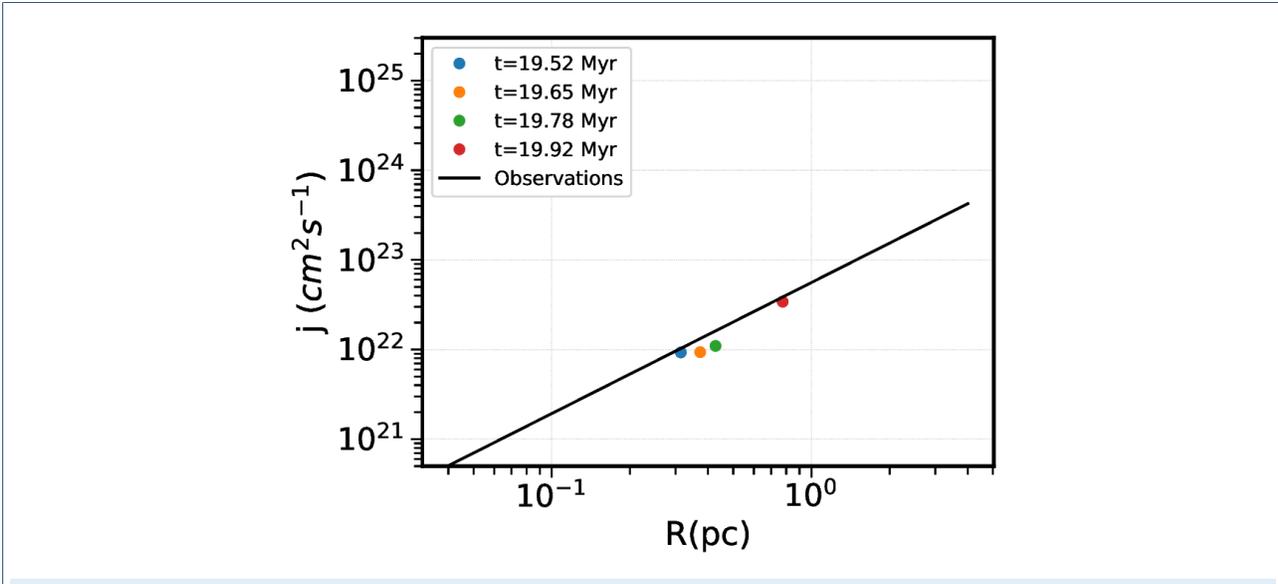


Figura 5.9: Evolución del momento angular específico de un clump definido a partir de la misma densidad umbral $n_{th} = 3 \times 10^3 n_0$ en cada paso de tiempo. A medida que el tiempo pasa el clump crece y se hace más masivo, mientras que tanto el radio como j crecen sobre la relación típica establecida por las observaciones.

lo que refuerza la idea de que el problema del momento angular proviene de la manera en la que observamos a los clumps, mientras que este desaparece si consideramos a un mismo conjunto de partículas dominadas por su propia dinámica.

Discusión

6.1. Interpretando los resultados

Se ha visto hasta ahora que los clumps definidos como un conjunto Lagrangiano de partículas tienden a evolucionar con j constante durante el lapso en el que la dinámica está dominada por sus propias partículas SPH y por lo tanto hay poca interacción con partículas intrusas, mientras que evolucionan siguiendo la pendiente de las observaciones cuando las partículas están dispersas y el volumen que ocupan contiene una alta fracción de partículas intrusas. Por el contrario, los clumps definidos con un mismo umbral de densidad recuperan el comportamiento de los clumps mostrados en las observaciones. Por otro lado, del seguimiento de clumps hacia el futuro en la Sec 5.2.1.3, se ve que durante la evolución temporal la estructura no colapsa de manera global o monolítica, ya que algunas partículas en la periferia se dispersan e incluso disminuyen su densidad por debajo de la densidad umbral que inicialmente definía al clump.

De los puntos anteriores se puede concluir que el mecanismo de transporte de momento angular hacia afuera del clump debe jugar un papel importante para recuperar la pendiente obtenida de las observaciones, ya que cuando este mecanismo se lleva a cabo únicamente entre las partículas del mismo clump se tiene una evolución con j constante. Esta idea es apoyada al comparar con el porcentaje de partículas intrusas durante la evolución. Cuando el porcentaje está por arriba de $\sim 60\%$, se transfiere momento angular hacia afuera del clump, recuperando

la pendiente típica. Pero además, puesto que no todo el clump participa en el colapso, sino que una parte se dispersa, es de esperarse que ocurra una redistribución de momento angular de tal manera que la región que colapsa es precisamente aquella que ha perdido momento angular durante la redistribución.

En este sentido, es incorrecto pensar en un núcleo denso como el resultado del colapso monolítico de una nube completa que se ha contraído hasta el tamaño del núcleo, conservando el momento angular durante el proceso. Esto queda ejemplificado en la Fig. 5.3b, donde se ve claramente que las estructuras más internas y densas de la nube, evolucionan con valores de j más pequeños que las estructuras más grandes. Así mismo, observamos que, para el clump definido a partir de un mismo umbral de densidad en cada paso de tiempo, j no parece conservarse, lo que ahora es de esperarse siguiendo la idea de que el clump es capaz de crecer en masa y por ende de intercambiar y redistribuir momento angular con sus alrededores. En otras palabras, en la práctica, cuando se observa a un clump definido por umbral de densidad de un tiempo a otro, no se está observando al mismo conjunto de partículas evolucionar, por lo que no es de sorprenderse que su momento angular varíe, pues el intercambio de partículas también implica intercambio de momento angular. Esto nos regresa a la idea de que los núcleos densos sólo poseen una fracción del momento angular total de la nube madre.

El mecanismo de transferencia de momento angular tanto entre las partículas que componen al clump como con las partículas intrusas, es incierto hasta cierto punto, pero es plausible que la redistribución interna de momento angular en los clumps estudiados pueda asemejarse al mecanismo presente en los disco de acreción. En los discos, el material que pierde momento angular cae hacia las regiones más internas del disco, mientras que el material que gana momento angular tiende a moverse a la periferia del disco. Transfiriendo esa idea a la nubes, la región del clump que colapsa tuvo que perder momento angular, mientras que las partículas en las faldas del clump se dispersan llevándose consigo parte del momento angular.

Para poner a prueba esta posibilidad, hemos estudiado la evolución del momento angular de la parte densa y la parte difusa para la nube de la Fig. 5.6. A cada paso de tiempo se hizo un conteo separado de las partículas con densidades mayores y menores que 10^4 cm^{-3} , y se calculó el momento angular para cada grupo con respecto al centro de masa del clump completo, con el objetivo de determinar si la parte más densa que colapsa pierde momento angular. Los resultados se muestran en la Fig. 6.1.

La Fig. 6.1a muestra el momento angular específico para las partículas en cada rango de densidad, apreciándose que las menos densas tienen valores de j varias veces más alto que las

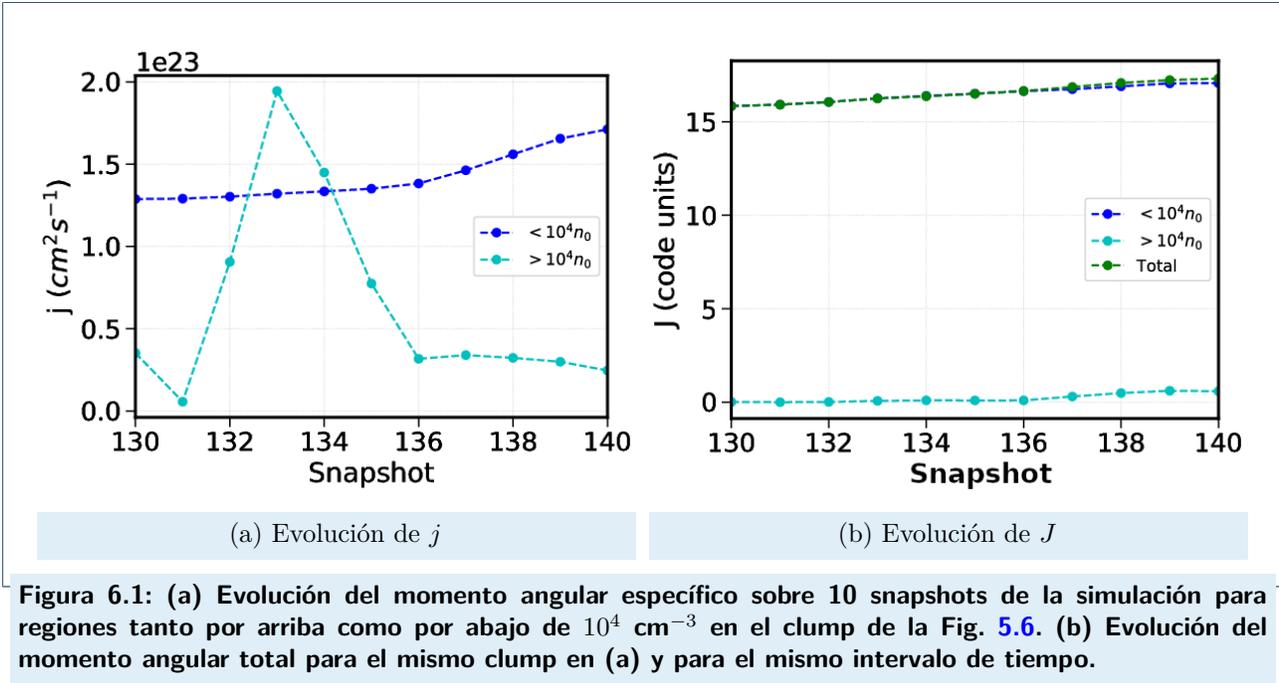


Figura 6.1: (a) Evolución del momento angular específico sobre 10 snapshots de la simulación para regiones tanto por arriba como por abajo de 10^4 cm^{-3} en el clump de la Fig. 5.6. (b) Evolución del momento angular total para el mismo clump en (a) y para el mismo intervalo de tiempo.

partículas más densas. Por su parte, la Fig. 6.1b muestra el momento angular *total* en cada grupo de partículas, así como su suma, apreciándose que las partículas de baja densidad contienen casi la totalidad del momento angular del clump. Esto refuerza la idea de que son las partículas con bajo momento angular específico las que pueden caer más profundo en el pozo de potencial del clump, alcanzando mayores densidades.

Además, mientras J , el momento angular total, evoluciona de manera suave, se puede observar un pico en la evolución de j para las partículas densas. A primera vista podría pensarse que un objeto con densidades por arriba de 10^4 cm^{-3} debería permanecer ya gravitacionalmente ligado, pero esto no es así. Por el contrario, durante el seguimiento se puede ver un intercambio de masa entre las regiones de baja y de alta densidad. Es decir, durante un periodo de aproximadamente cinco snapshots de la simulación ($\sim 0.66 \text{ Myr}$), la región densa pierde y recupera masa para evolucionar después de manera suave. Este comportamiento es consistente con que la parte densa del clump inicialmente sea una fluctuación de densidad turbulenta en el medio, y que sólo se liga gravitacionalmente hasta que el material se ha acomodado adecuadamente en el entorno para hacer al pozo de potencial suficientemente profundo. Este resultado es consistente con Galván-Madrid et al. [2007], donde se muestra que, dado un ambiente turbulento, no todas las fluctuaciones de densidad alcanzan su masa de Jeans, necesaria para colapsar. Esos autores se refieren a dichos cores como “cores fallidos”.

6.2. Origen de la pendiente observada en la gráfica j vs R

A pesar de que se ha visto que la aparente pérdida de momento angular es el resultado natural de la fragmentación y colapso de la nube, aún continúa pendiente la interpretación del valor numérico de la pendiente observada en la gráfica j vs R . Previamente, [Goodman et al. \[1993\]](#) presentaron una derivación semianalítica para la dependencia del momento angular específico con el radio, obteniendo un valor de 1.5 para la pendiente, el cual es muy cercano al obtenido por ellos de acuerdo a sus observaciones (~ 1.6) y al ajustado en este trabajo para nuestra compilación de datos observacionales (≈ 1.46 ; ver Sec. 1.1). Sin embargo, su derivación, basada en la hipótesis de que las nubes se encuentran en equilibrio virial, adolece de una importante contradicción interna. En el resto de esta sección repetimos y extendemos su derivación, haciendo notar la contradicción, y mostrando como esta se resuelve si en lugar de suponer equilibrio virial se supone que las nubes y sus clumps están en proceso de colapso gravitacional.

Suponiendo equilibrio virial, $2E_k = E_g$, en donde $E_k = (3/2)M\sigma^2$ es la energía turbulenta de la nube, siendo M su masa y σ su dispersión de velocidades unidimensional, y $E_g = qGM^2/R$ su energía gravitacional, con q una constante geométrica del orden de la unidad ($= 3/5$ para una esfera uniforme), [Goodman et al. \[1993\]](#) escriben

$$3\sigma^2 \approx \frac{qGM}{R} \quad (6.1)$$

Nótese que σ está relacionada con el ancho de línea a potencia media Δv mediante $\sigma = \Delta v / \sqrt{8 \ln 2}$. Introduciendo esta relación en la ecuación (6.1) se tiene ahora

$$\frac{3\Delta v^2}{8 \ln 2} = \frac{qGM}{R}. \quad (6.2)$$

Por otro lado, se define β como el cociente entre la energía rotacional y la energía gravitacional,

$$\beta \equiv \frac{E_r}{E_g} = \frac{(1/2)I\omega^2}{qGM^2/R} = \frac{1}{2} \frac{p\omega^2 R^3}{qGM}, \quad (6.3)$$

donde ω es la velocidad angular e $I = pMR^2$ es el momento de inercia, con p otra constante geométrica que toma el valor $2/5$ para el caso esférico con densidad uniforme. Escribiendo a β

como

$$\beta = \frac{1}{2} p \omega^2 R^2 \frac{R}{qGM}, \quad (6.4)$$

se puede ver que el último cociente del segundo miembro no es más que el recíproco de la ecuación (6.2). Así, sustituyendo (6.2) en (6.4) (es decir, introduciendo la suposición de equilibrio virial) se obtiene

$$\beta = \frac{p(8 \ln 2)}{6} \left(\frac{\omega R}{\Delta v} \right)^2 \approx 0.92p \left(\frac{\omega R}{\Delta v} \right)^2. \quad (6.5)$$

Goodman et al. [1993] encontraron que, para su muestra de clumps, β se mantiene aproximadamente constante con el radio, de manera que la ecuación (6.5) arroja que

$$\omega = \left(\frac{6\beta}{p(8 \ln 2)} \right)^{1/2} \frac{\Delta v}{R}. \quad (6.6)$$

Finalmente, escribiendo al momento angular como $J = I\omega = pMR^2\omega$ y usando la ecuación (6.6) teniendo en cuenta la relación de Larson $\Delta v \propto R^{0.5}$, Goodman et al. [1993] encuentran que

$$j = \frac{J}{M} = \frac{pMR^2\omega}{M} \propto \frac{R^2 R^{1/2}}{R} \propto R^{3/2}. \quad (6.7)$$

De esta manera Goodman et al. [1993] recuperan la dependencia con $R^{1.5}$ que típicamente reportan las observaciones.

Sin embargo, como se describió en la Sec. 2.2.2, hoy en día generalmente se acepta que las relaciones de Larson han sido generalizadas por la relación de Heyer et al. [2009], de manera que la expresión más general para la dispersión de velocidades es de la forma $\sigma \propto (\Sigma R)^{1/2}$. Adicionalmente dentro del contexto del colapso jerárquico global, asumido en este trabajo, este escalamiento surge no de la condición de equilibrio virial, sino de la condición de caída libre, en la que $E_k \approx E_g$. Podemos entonces hacer un tratamiento similar al de Goodman et al. [1993], pero sin necesidad de utilizar la relación dispersión de velocidades-tamaño de Larson, y considerando directamente la energía gravitacional, de la siguiente manera. Comencemos por escribir β como el cociente de las energías rotacional a gravitacional, ambas por unidad de masa, denotadas por e_r y e_g . Notando que $e_r = (1/2)I\omega^2/M = (1/2)j\omega$, y que $e_g = qGM/R = \pi qGR\Sigma$, con $\Sigma = M/\pi R^2$, obtenemos

$$\beta = \frac{1/2 j\omega}{\pi qGR\Sigma}. \quad (6.8)$$

Asumiendo el resultado empírico de Goodman et al. [1993] de que $\beta \approx \text{cte.}$, entonces podemos

despejar ω como

$$\omega = \frac{2\pi\beta qGR\Sigma}{j} \quad (6.9)$$

Por otro lado, el momento angular específico es $j = I\omega/M = pR^2\omega$. Sustituyendo la ec. (6.9) en esta expresión para j , obtenemos finalmente

Momento angular específico GHC

$$j = (2\pi pq\beta G)^{1/2} \Sigma^{1/2} R^{3/2}, \quad (6.10)$$

de manera que en el caso del escenario GHC, j depende no sólo del radio sino también de la densidad columnar.

6.3. Probando la simulación

Con el objetivo de determinar el efecto de la Ec. 6.10 en nuestros datos numéricos, hemos graficado $j/\Sigma^{1/2}$ vs. R en la Fig. 6.2, en donde se aprecia que en efecto existe una relación entre la densidad columnar y el radio. Considerando cada umbral de densidad por separado, se observa una dependencia casi lineal de Σ con R . Sin embargo, considerando el conjunto completo de clumps, la dependencia parece invertirse, de manera que Σ decrece con el radio, aunque con una fuerte dispersión.

En la Fig. 6.3a se muestra la dependencia del momento angular específico j con el tamaño para el conjunto completo de clumps al tiempo $t = 19.78$ Myr tanto sin (panel izquierdo) como con la corrección dada por la ec. (6.10) (panel derecho), mostrando cada umbral de densidad con un color diferente. Se puede ver que, para cada umbral (ver Fig. 6.3b para el caso del umbral $n = 10^3 \text{ cm}^{-3}$), la pendiente de la gráfica disminuye. Sin embargo, para el conjunto completo de clumps prácticamente no hay variación de la pendiente, dada la alta dispersión observada para el conjunto completo de puntos en la Fig. 6.2.

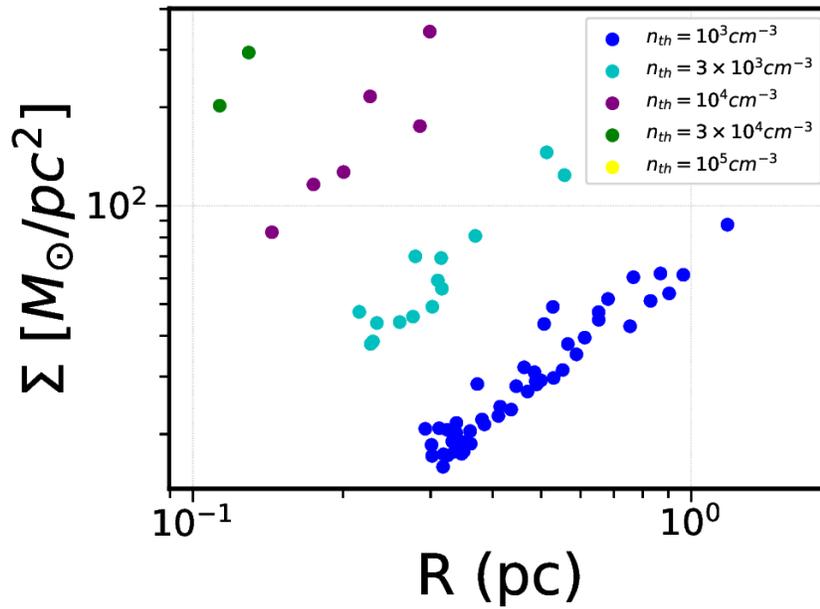
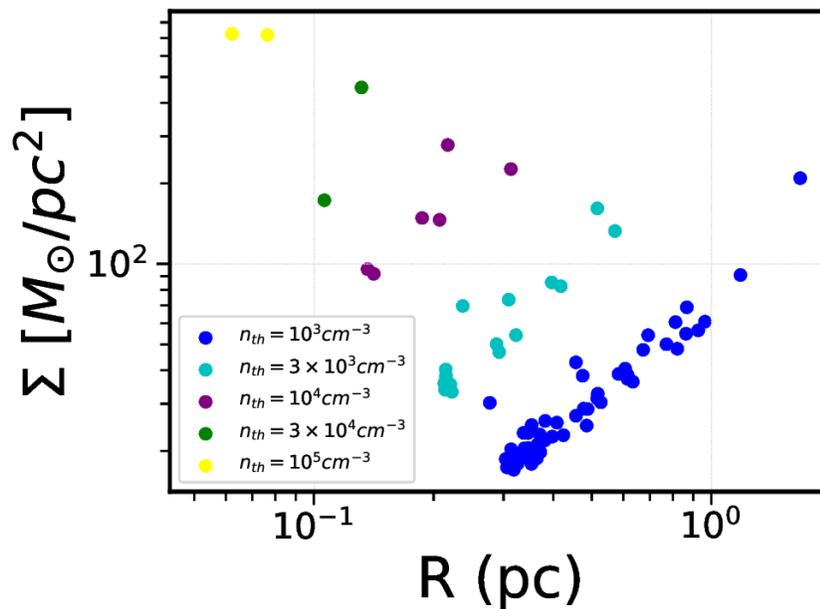
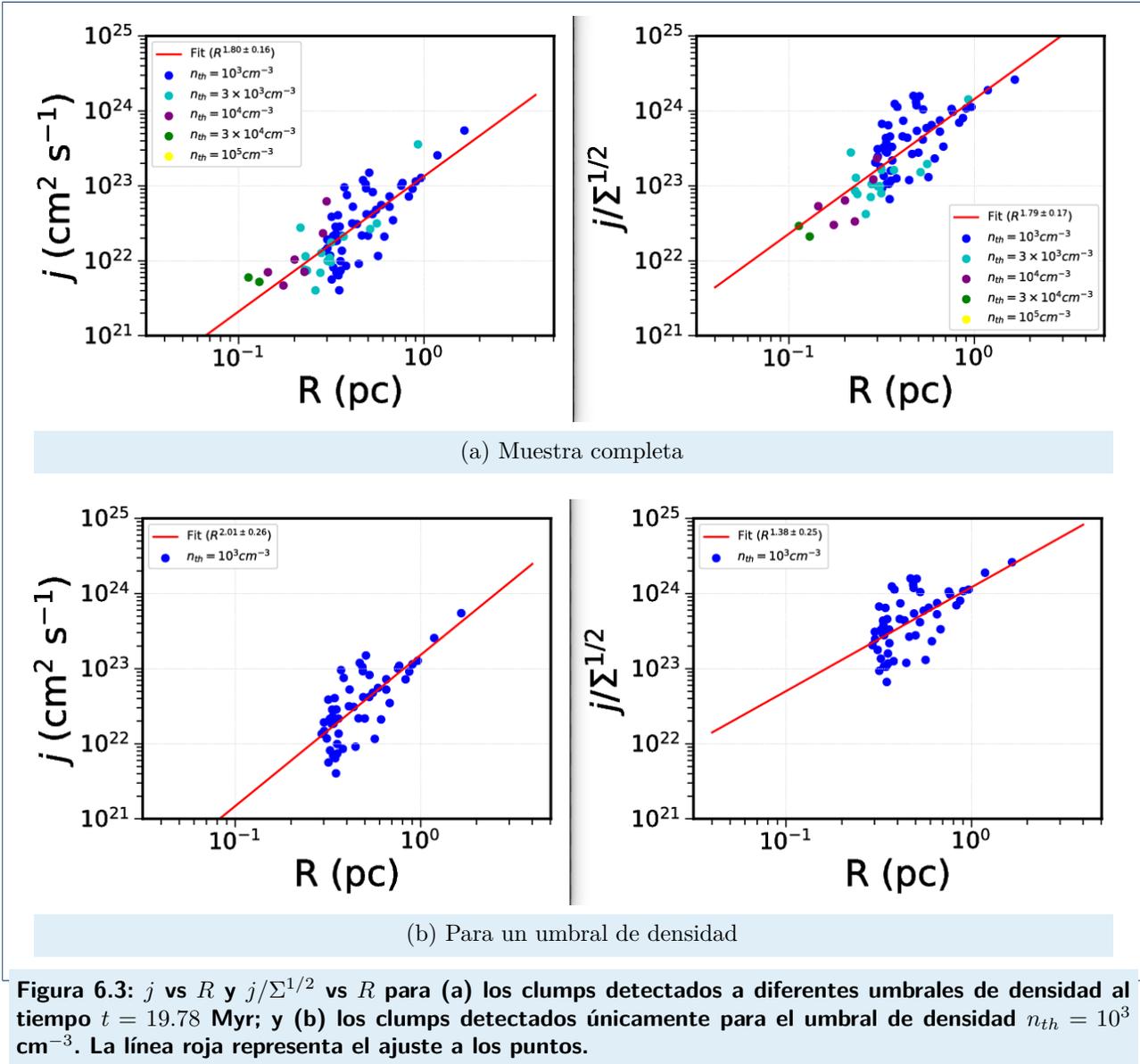

 (a) $t = 19.78$ Myr

 (b) $t = 19.92$ Myr

 Figura 6.2: Σ vs R para la muestra de clumps detectados a diferentes umbrales de densidad en dos tiempos de la simulación.

6.10.



Resumen y conclusiones

7.1. Resumen

En este trabajo se estudió la evolución del momento angular específico en muestras de clumps dentro de una nube “molecular” en una simulación numérica SPH de la formación y evolución de nubes dentro del medio neutro difuso. Para entender el mecanismo que produce la aparente pérdida de momento angular observada en regiones de tamaños progresivamente menores, se hizo el seguimiento hacia el pasado y hacia el futuro de grumos definidos ya como conjuntos Lagrangianos de partículas SPH (es decir, siempre el mismo conjunto de partículas), o como conjuntos conexos de partículas por encima de un cierto umbral de densidad (en los que las partículas constituyentes pueden cambiar con el tiempo). Los principales resultados de este trabajo son:

- El conjunto de clumps de la simulación definidos a un tiempo dado de la simulación como conjuntos conexos de partículas SPH presenta una relación en la gráfica j vs. R con una pendiente similar aunque ligeramente mayor (~ 1.7) que el valor observado (~ 1.5).
- La evolución de j para clumps definidos como conjuntos Lagrangianos de partículas y seguidos hacia el pasado presenta dos periodos: uno temprano, en el que evolucionan a lo largo de la pendiente observada en el diagrama j - R y otro tardío, en el que evolucionan

a $j \sim \text{cte}$. Especulamos que esto ocurre porque en el pasado el clump se encontraba más disperso, y por lo tanto el volumen ocupado por sus partículas contenía también una alta fracción de partículas ajenas al conjunto Lagrangiano, que llamamos “intrusas”. De esta forma, cuando la dinámica del clump está dominada por las partículas que posteriormente lo conforman, entonces la evolución es a j constante. Por otro lado, si se tiene un porcentaje alto de partículas intrusas localizadas entre las partículas seguidas, las partículas del conjunto Lagrangiano pueden intercambiar momento angular con las intrusas, dando por resultado una evolución a lo largo de la tendencia observacional.

- Las nubes más grandes presentan subestructura, y haciendo un seguimiento a los clumps dentro de una nube madre se determinó que el colapso no es monolítico; es decir, el colapso gravitacional ocurre en diferentes escalas de tiempo para partes del clump con diferentes densidades. Esto implica que las regiones más densas no son el resultado de la contracción de una de las estructuras a más gran escala, sino sólo un fragmento de ellas, y por lo tanto no tienen por qué conservar el momento angular de su estructura madre.
- Pese a las densidades altas que poseen algunos clumps que son seguidos hacia el futuro, se puede ver que no toda la estructura permanece ligada. Algunas regiones particulares del clump colapsan y forman sinks mientras que otras se dispersan. Observando la distribución de momento angular específico se puede apreciar que las regiones más densas poseen un valor considerablemente menor de j , mientras que las regiones menos densas y en la periferia tienen un valor de j más elevado. Esto nos lleva a la conclusión de que el mecanismo de transferencia de j sea similar al de los discos de acreción, donde el material con menor momento angular cae a la región más densa.
- El resultado anterior sugiere que la relación j - R observada no es más que el resultado de que clumps y cores de mayor densidad y menor tamaño presentan menores valores de j porque son precisamente aquellos que, por haber perdido momento angular intercambiándolo con su entorno, pueden caer más profundo en el pozo de potencial de la estructura, haciéndose más densos.
- Es posible derivar la pendiente de la gráfica j vs. R de manera semi-analítica siguiendo a [Goodman et al. \[1993\]](#) pero bajo el esquema de Colapso Gravitacional Jerárquico [[Vázquez-Semadeni et al., 2019](#) [Vázquez-Semadeni et al. \[2019\]](#)], de manera que la relación final es $j \propto \Sigma^{1/2} R^{3/2}$.

7.2. Conclusiones

En vista de estos resultados, se puede agregar como conclusión que el problema del momento angular puede no representar un problema en sí. Es más bien la suposición de que un core o estrella es el resultado del colapso monolítico de una nube, la que nos lleva a una aparente violación del principio de conservación del momento angular. Nuestros resultados concluyen que un core es el resultado del colapso local en una nube y forma parte de la subestructura de la misma, de manera que contiene sólo una fracción del momento angular total de la nube. Este idea está de acuerdo con el escenario de colapso jerárquico en donde se tienen colapsos dentro de colapsos.

Aunado a esto, un nuevo parámetro que no había sido considerado antes, entra ahora en juego en la relación que describe a la aparente pérdida de momento angular específico: la densidad columnar. Esta nueva expresión constituye una generalización de la expresión derivada por [Goodman et al. \[1993\]](#).

Finalmente, se ha propuesto un nuevo enfoque para la redistribución de momento angular en las nubes moleculares en colapso, y que se asemeja al mecanismo que tiene lugar en los discos de acreción. El material colapsado que se distingue del resto del medio y que es usualmente observado como una sobredensidad, tuvo que perder momento angular para llegar a ese estado, por lo que aquello que sea identificado como un clump o un core, necesariamente tendrá un momento angular menor en comparación con el de una nube más grande. Tomando en consideración el primer punto discutido en esta sección, esta suposición es factible ya que los fragmentos formados dentro de un esquema de colapso jerárquico son capaces de intercambiar momento angular con sus alrededores. Por su parte, una nube aislada que colapsa monolíticamente no permite la posibilidad de una pérdida de momento angular ya que no es capaz de perderlo a sus alrededores.

Todos estos puntos ponen de manifiesto la importancia del momento angular en el colapso y fragmentación de las nubes moleculares, importancia que tal vez no se le había dado anteriormente, y que puede dar paso a futuros trabajos de investigación en el campo.



Códigos de malla

La implementación de métodos numéricos tanto en astrofísica como en otras ramas se basa en discretizar el problema continuo descrito por ecuaciones diferenciales parciales (EDP) a un conjunto finito de valores discretos. El punto de partida es la discretización del dominio mediante una malla o rejilla, en la que ya no se habla de valores en un punto del espacio continuo, sino de valores definidos sobre cada punto de la malla. El problema reside entonces en cómo reconstruir una función continua a partir de los valores discretos de una malla.

Para resolver ecuaciones diferenciales es esencial conocer la forma de aproximar derivadas numéricamente. En las siguientes secciones se describirán algunos métodos basados en la discretización por medio de mallas.

A.0.1. Diferencias finitas

Como se mencionó arriba, es necesario discretizar al espacio y también al tiempo. Siguiendo a [Toro, 2009, pág. 164-165], se divide a la coordenada espacial en N intervalos igualmente espaciados de longitud Δx , de tal forma que un punto sobre ella pueda ser escrito como $x_j = j\Delta x$, con $j = 0, 1, \dots, N$. Se dividirá de igual forma a la coordenada temporal en N_t intervalos de longitud Δt , así $t^n = n\Delta t$, con $n = 0, 1, \dots, N_t$. De esta manera, la función f quedará definida por

las coordenadas (t^n, x_j) y la denotaremos como f_j^n . Además, $\Delta x = x_{j+1} - x_j$ y $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ serán las resoluciones espacial y temporal.

Conociendo la función f_j^n para un tiempo fijo y todas sus derivadas, es posible encontrar el valor de la función en la vecindad de un punto $x = x_j$. Esto es, para $x_j + \Delta x$, tenemos que

$$f(x_j + \Delta x) = f(x_{j+1}) = f(x_j) + \frac{\Delta x}{1!} f'(x_j) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_j) + \mathcal{O}(\Delta x^3), \quad (\text{A.1})$$

donde el término $\mathcal{O}(\Delta x^3)$ representa al error de truncamiento, siendo este el que determinará el orden de precisión de la aproximación. Si nos quedamos sólo a primer orden y despejamos el valor de la derivada se llega a

$$f'(x_j) = \frac{f(x_{j+1}) - f(x_j)}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x). \quad (\text{A.2})$$

A esta aproximación para la derivada se le llama *diferencia finita superior o delantera*, ya que la derivada se expresa en términos de la función evaluada en un punto y la evaluación en un punto a la derecha de éste a una distancia Δx .

Análogamente, se puede expandir en serie de Taylor para un punto a la izquierda del punto de interés, al que se le llama *diferencia finita inferior o anterior*. Haciendo uso de ambas es posible llegar a la conocida *diferencia finita centra*. Otras aproximaciones pueden tomar en cuenta un mayor número de punto tanto a la derecha como a la izquierda. Sin embargo, este método no resulta útil en presencia de discontinuidades o choques, ya que puede dar lugar a resultados diferentes con relación a qué puntos sean tomados en cuenta. En vista de este problema, se han desarrollado otros métodos que lo evitan y que se describen a continuación.

A.0.2. Métodos de alta resolución para captura de choques

Se sabe que las ecuaciones de la hidrodinámica, que son en general ecuaciones diferenciales parciales no lineales de tipo hiperbólico, tienden a generar soluciones que presentan ondas de choque aunque la condición inicial sea suave, es decir, formación de discontinuidades cuando se supera la velocidad de propagación de la solución.

A manera de ejemplo, una solución que no presenta ondas de choque se ve en la Figura [A.1a](#)

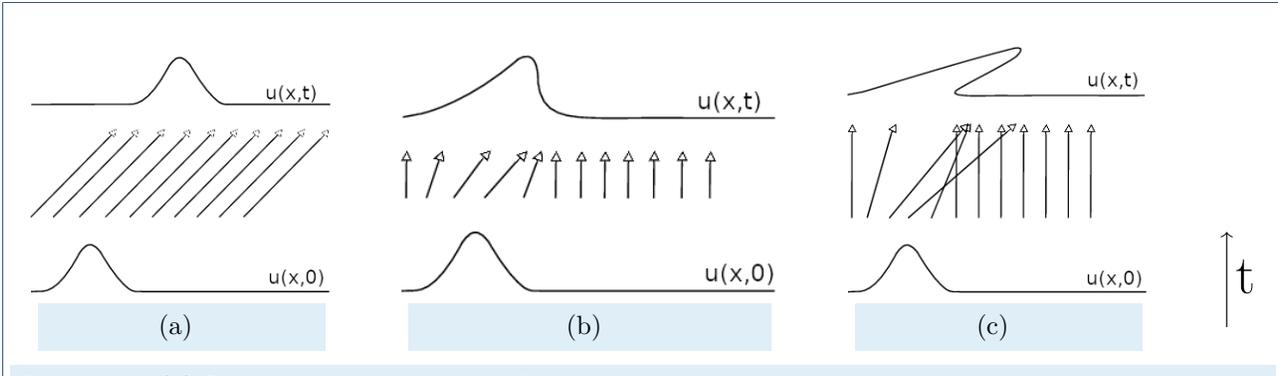


Figura A.1: (a) Solución a una ecuación diferencial parcial de tipo hiperbólico que evoluciona en el tiempo sin generar choques. (b) Solución que comienza a generar choques. (c) Solución que ya ha generado ondas de choque arrojando una función (o más bien relación) multivaluada. La evolución temporal ocurre en dirección vertical como lo indica la flecha a la derecha.

y corresponde a una ecuación de tipo hiperbólico en una dimensión

$$\partial_t u + a \partial_x u = 0 \quad (\text{A.3})$$

con a una constante que representa la velocidad de propagación de la onda ya sea a la izquierda o a la derecha según su signo, y donde los subíndices representan derivadas parciales espaciales (x) y temporales (t). Sin embargo, cuando la ecuación ya es de la forma

$$\partial_t u + \partial_x F(u) = 0 \quad (\text{A.4})$$

se pueden generar choques que llevarán a una solución multivaluada que carece de sentido físico. La razón, a grandes rasgos, tiene que ver con las llamadas curvas características, que son curvas sobre las cuales la solución $u(x, t)$ se mantiene constante. Los choques se generan debido al cruce entre estas curvas (ver [LeVeque, 1992, pág. 19-27] para más detalles). En las Figuras A.1b y A.1c se puede ver esquemáticamente cómo se van generando los choques, donde las curvas características están representadas por las líneas rectas en principio paralelas como en la Figura A.1a, pero que después llegan a cruzarse.

Por todo esto, es evidente que adoptar un esquema de solución basado en diferencias finitas, por ejemplo, no sería de ayuda en presencia de discontinuidades. Por otro lado, los métodos que sí resultan aplicables en estos casos son los llamados *High Resolution Shock Capturing Methods* o Métodos de captura de choques de alta resolución, los cuales se basan en la discretización de

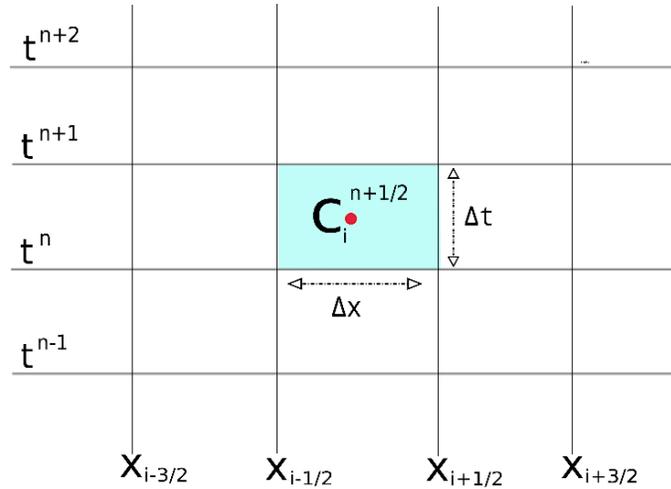


Figura A.2: Discretización del espacio-tiempo en el esquema de volúmenes finitos. El volumen de control se encuentra definido por $\Delta V = \Delta t \Delta x$ con sólo una dimensión espacial. La celda señalada se encuentra centrada en $C_i^{n+1/2}$ y está localizada en $(t^{n+1/2}, x_i)$.

volumen finito que se describirá a continuación, y considera la versión integral de las ecuaciones.

A.0.2.1. Volúmenes finitos

De manera similar a como se desarrolló en diferencias finitas (ver Toro [2009] y Font [2008]) se comienza por definir una malla numérica que representa al espacio-tiempo, cuyas celdas están igualmente espaciadas. Así, la coordenada temporal quedará discretizada con los valores $t^n = n\Delta t$, mientras que la posición del centro de la celda, $C_i^{n+1/2}$, en el espacio será $x_i = i\Delta x$. Las fronteras de la celda estarán ubicadas entonces en $x_{i-1/2}$ y $x_{i+1/2}$, con un tamaño de celda de $\Delta x \Delta t$ (Ver Figura A.2).

Como se mencionó arriba, se tienen grandes ventajas al utilizar la forma integral de la ecuación de balance de flujo, que resulta particularmente útil cuando el problema desarrolla discontinuidades. Por poner un ejemplo, se puede considerar la siguiente EDP :

$$\partial_t u + \partial_x F(u) = S, \tag{A.5}$$

donde S se conoce como término de fuente.

Para discretizar esta expresión y escribirla en forma integral se realiza un promedio sobre la

celda de espacio-tiempo, de lo que resulta

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \partial_t u dx dt + \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \partial_x F(u) dx dt \\ = \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \partial_t S dx dt \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

siendo $(t^n, t^{n+1}) \times (x_{i-1/2}, x_{i+1/2})$ el volumen de la celda sobre la que se integra. Integrando la expresión anterior se obtiene

$$\frac{1}{\Delta t} (\bar{u}_i^{n+1} - \bar{u}_i^n) = -\frac{1}{\Delta x} (\bar{F}_{i+1/2}^{n+1/2} - \bar{F}_{i-1/2}^{n+1/2}) + \bar{S}_i^{n-1/2} \quad (\text{A.7})$$

o de otra forma

Ecuación de evolución

$$\bar{u}_i^{n+1} = \bar{u}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\bar{F}_{i+1/2}^{n+1/2} - \bar{F}_{i-1/2}^{n+1/2}) + \bar{S}_i^{n-1/2} \Delta t, \quad (\text{A.8})$$

donde

$$\bar{u}_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} u(t^n, x) dx, \quad (\text{A.9})$$

$$\bar{F}_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+1}} F(u(t, x_{i+1/2})) dt, \quad (\text{A.10})$$

y

$$\bar{S}_i^{n-1/2} = \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} S dx dt. \quad (\text{A.11})$$

Con las ecuaciones ya discretizadas, si la función $u(x, t)$ desarrolla discontinuidades, entonces lo que el método debe resolver es básicamente el problema de Riemann en las fronteras de las celdas. El problema se describe brevemente en la siguiente sección.

A.0.2.2. Problema de Riemann

El problema de Riemann es un problema de valor inicial (PVI) que, dada una ecuación diferencial parcial, presenta una condición inicial discontinua (ver [Toro, 2009, pág. 49-50]). Esto

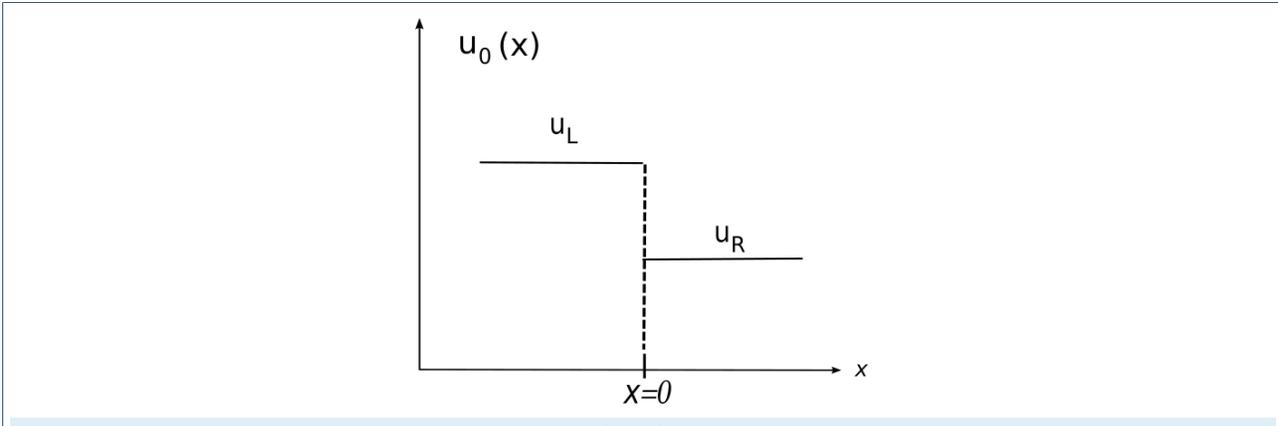


Figura A.3: Esquema del problema de Riemann (PVI).

es, para una función $u = u(x, t)$, la condición inicial se escribe como:

Problema de Riemann

$$u(x, t) = u_0(x) = \begin{cases} u_L & \text{si } x < 0, \\ u_R & \text{si } x > 0, \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

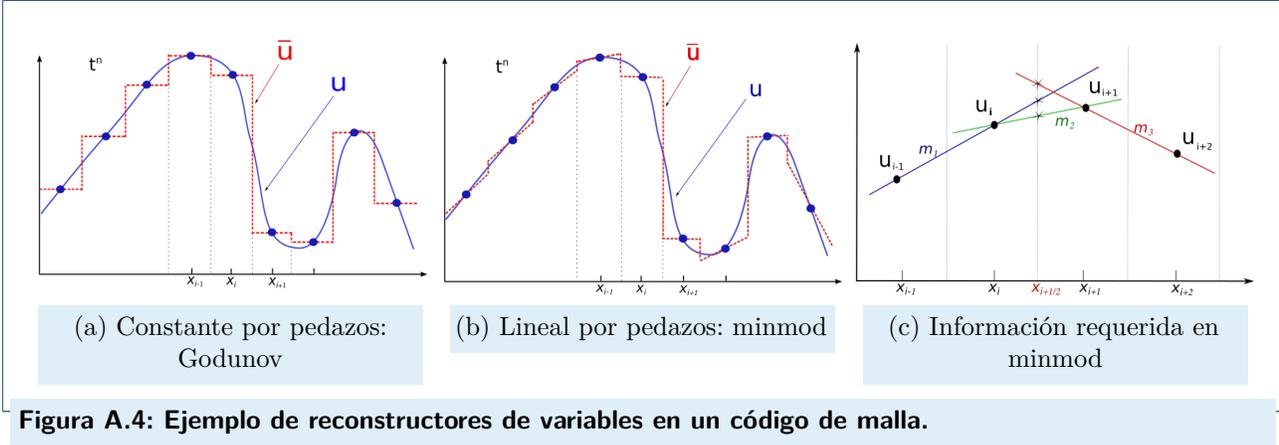
donde u_L (izquierda) y u_R (derecha) son dos valores constantes, como lo muestra la Figura A.3. Es necesario resolver este problema dado que la misma discretización nos lleva a tener casos semejantes en las interceldas, y para ello se introducirán los reconstructores de variables que ayudará a definir las condiciones de frontera en las interceldas.

A.0.2.3. Reconstrucción de variables en las interceldas

Constante por pedazos: Método de Godunov

Anteriormente se vio que el método de volúmenes finitos involucraba promedios espaciales de las variables u , es decir \bar{u} , cuyo valor se considera constante en la celda. Para un tiempo fijo, dichos promedios definirán una función constante por pedazos en lo que se conoce como método de Godunov, desarrollado por primera vez en Godunov [1959] (ver Figura A.4a), y que a su vez establecerán las condiciones iniciales que definirán el problema de Riemann en las interceldas.

Lineal por pedazos: minmod



Otra alternativa al método de Godunov para la reconstrucción de funciones son los métodos que aproximan la función real por medio de líneas rectas con cierta pendiente (ver Figura A.4b) Básicamente cada uno de estos métodos se diferencian entre sí por la forma es que dicha pendiente es escogida. Uno de ellos es el método *minmod* ([Roe, 1986]).

Para aplicar este método se debe contar en primera instancia con los valores de la función u en los puntos x_{i-1} , x_i , x_{i+1} y x_{i+2} , es decir, u_{i-1} , u_i , u_{i+1} y u_{i+2} . Se calcularán las pendientes de las rectas a la izquierda y a la derecha de, por ejemplo, la interfase en $x_{i+1/2}$. Para esto son necesarias tres pendientes auxiliares $m_1 = m_{i-1/2}$, $m_2 = m_{i+1/2}$ y $m_3 = m_{i+3/2}$ como lo muestra la Figura A.4c. La pendiente de la recta centrada en $x_{i+1/2}$ se define como

$$m_{i+1/2} = \frac{u_{i+1} - u_i}{x_{i+1/2} - x_i}. \quad (\text{A.13})$$

De manera semejante se pueden obtener las otras dos pendientes auxiliares. Así, las rectas que aproximan a la función u a la izquierda y a la derecha de la interfase se escriben como

Aproximación lineal por pedazos

$$\bar{u}_{i+1/2}^L = u_i + \sigma_i(x_{i+1/2} - x_i) \quad (\text{A.14})$$

$$\bar{u}_{i+1/2}^R = u_{i+1} + \sigma_{i+1}(x_{i+1/2} - x_{i+1}), \quad (\text{A.15})$$

donde los superíndices L y R significan izquierda (*Left*) y derecha (*Right*), y $\sigma_i = \sigma(m_1, m_2)$ y $\sigma_{i+1} = \sigma(m_2, m_3)$ se determinan por la función que le da el nombre a este método: la función *minmod*

Función minmod

$$\sigma = \text{minmod}(a, b) = \begin{cases} a & \text{si } |a| < |b|, \text{ con } ab > 0, \\ b & \text{si } |a| > |b|, \text{ con } ab > 0, \\ 0 & \text{si } ab < 0. \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

Como se puede ver, esta función escoge la pendiente mínima de entre las dos comparadas mientras éstas sean del mismo signo, es decir, cuyo producto sea positivo. Cuando las pendientes son de signo contrario, como el caso de m_2 y m_3 en la Figura A.4c, la función *minmod* asigna una función constante (de pendiente nula) con el valor de la función evaluada en el punto x_{i+1} .

Lineal por pedazos: MC

El otro reconstructor es el llamado *MC* o *Monotonized Central* (van Leer [1977]). Como se dijo antes, la diferencia con *minmod* radicará en la forma en que las pendientes de las rectas son escogidas, sin embargo la información que requiere en cuanto a las pendientes auxiliares es la misma. *MC* tiene la ventaja de que el valor de las pendientes puede ser mayor, con el fin de que la pendiente no se reduzca tan drásticamente. Las rectas que aproximan a la función estarán dadas de igual forma por las ecuaciones A.14 y A.15, donde ahora σ se escogerá mediante la función

Función MC

$$\sigma = \text{MC}(a, b) = \begin{cases} 2a & \text{si } |a| < |b| \text{ y } 2|a| < |c|, \\ 2b & \text{si } |a| > |b| \text{ y } 2|b| < |c|, \\ c & \text{si } |c| < 2|a| \text{ y } |c| < 2|b|, \\ 0 & \text{si } ab < 0. \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

Aquí c es una pendiente intermedia definida como $c = (a+b)/2$, y en particular las pendientes son del doble de la magnitud que en el caso de *minmod*. Puede consultarse Cruz-Orsorio [2014] para ver otros reconstructores.

Algunos ejemplos de códigos de malla que han sido usados en la simulación de nubes moleculares son:

- FLASH (<http://flash.uchicago.edu/site/flashcode/>)

- ORION (<http://flash.uchicago.edu/~rfisher/orion/>)
- RAMSES (http://irfu.cea.fr/Phocea/Vie_des_labos/Ast/ast_sstechnique.php?id_ast=904)
- PLUTO (<http://plutocode.ph.unito.it/>)
- ENZO (<https://enzo-project.org/>)

Referencias

- Tom Abel. rpSPH: a novel smoothed particle hydrodynamics algorithm. *MNRAS*, 413(1): 271–285, May 2011. doi: 10.1111/j.1365-2966.2010.18133.x. [35](#)
- João F. Alves, Charles J. Lada, and Elizabeth A. Lada. Internal structure of a cold dark molecular cloud inferred from the extinction of background starlight. *Nature*, 409(6817): 159–161, January 2001. [6](#)
- D. Arzoumanian, Ph. André, P. Didelon, V. Könyves, N. Schneider, A. Men’shchikov, T. Sousbie, A. Zavagno, S. Bontemps, J. di Francesco, M. Griffin, M. Hennemann, T. Hill, J. Kirk, P. Martin, V. Minier, S. Molinari, F. Motte, N. Peretto, S. Pezzuto, L. Spinoglio, D. Ward-Thompson, G. White, and C. D. Wilson. Characterizing interstellar filaments with Herschel in IC 5146. *A&A*, 529:L6, May 2011. doi: 10.1051/0004-6361/201116596. [25](#)
- E. Audit and P. Hennebelle. Thermal condensation in a turbulent atomic hydrogen flow. *A&A*, 433(1):1–13, April 2005. doi: 10.1051/0004-6361:20041474. [24](#)
- José Luis Ballester, Igor Alexeev, Manuel Collados, Turlough Downes, Robert F. Pfaff, Holly Gilbert, Maxim Khodachenko, Elena Khomenko, Ildar F. Shaikhislamov, Roberto Soler, Enrique Vázquez-Semadeni, and Teimuraz Zaqarashvili. Partially Ionized Plasmas in Astrophysics. *Space Sci. Rev.*, 214(2):58, March 2018. doi: 10.1007/s11214-018-0485-6. [18](#)
- Javier Ballesteros-Paredes, Enrique Vázquez-Semadeni, and John Scalo. Clouds as Turbulent Density Fluctuations: Implications for Pressure Confinement and Spectral Line Data Interpretation. *ApJ*, 515(1):286–303, April 1999. doi: 10.1086/307007. [24](#)
- Javier Ballesteros-Paredes, Lee W. Hartmann, Enrique Vázquez-Semadeni, Fabian Heitsch, and Manuel A. Zamora-Avilés. Gravity or turbulence? Velocity dispersion-size relation. *MNRAS*, 411(1):65–70, February 2011. doi: 10.1111/j.1365-2966.2010.17657.x. [11](#), [22](#), [23](#), [25](#)

- Javier Ballesteros-Paredes, Enrique Vázquez-Semadeni, Aina Palau, and Ralf S. Klessen. Gravity or turbulence? - IV. Collapsing cores in out-of-virial disguise. *MNRAS*, 479(2):2112–2125, September 2018. doi: 10.1093/mnras/sty1515. [27](#)
- R. Banerjee, E. Vázquez-Semadeni, P. Hennebelle, and R. S. Klessen. Clump morphology and evolution in MHD simulations of molecular cloud formation. *MNRAS*, 398(3):1082–1092, September 2009. doi: 10.1111/j.1365-2966.2009.15115.x. [24](#)
- A. T. Barnes, S. N. Longmore, A. Avison, Y. Contreras, A. Ginsburg, J. D. Henshaw, J. M. Rathborne, D. L. Walker, J. Alves, J. Bally, C. Battersby, M. T. Beltrán, H. Beuther, G. Garay, L. Gomez, J. Jackson, J. Kainulainen, J. M. D. Kruijssen, X. Lu, E. A. C. Mills, J. Ott, and T. Peters. Young massive star cluster formation in the Galactic Centre is driven by global gravitational collapse of high-mass molecular clouds. *MNRAS*, 486(1):283–303, June 2019. doi: 10.1093/mnras/stz796. [24](#)
- Peter J. Barnes, Audra K. Hernandez, Erik Muller, and Rebecca L. Pitts. The Galactic Census of High- and Medium-mass Protostars. IV. Molecular Clump Radiative Transfer, Mass Distributions, Kinematics, and Dynamical Evolution. *ApJ*, 866(1):19, October 2018. doi: 10.3847/1538-4357/aad4ab. [25](#)
- Leo Blitz. Giant Molecular Clouds. In Eugene H. Levy and Jonathan I. Lunine, editors, *Protostars and Planets III*, page 125, Jan 1993. [2](#)
- Peter Bodenheimer. Angular Momentum Evolution of Young Stars and Disks. *ARA&A*, 33: 199–238, Jan 1995. doi: 10.1146/annurev.aa.33.090195.001215. [1](#)
- S. Bonazzola, J. Heyvaerts, E. Falgarone, M. Perault, and J. L. Puget. Jeans collapse in a turbulent medium. *A&A*, 172(1-2):293–298, January 1987. [20](#)
- Gemma Busquet, Qizhou Zhang, Aina Palau, Haiyu Baobab Liu, Álvaro Sánchez-Monge, Robert Estalella, Paul T. P. Ho, Itziar de Gregorio-Monsalvo, Thushara Pillai, Friedrich Wyrowski, Josep M. Girart, Fábio P. Santos, and Gabriel A. P. Franco. Unveiling a Network of Parallel Filaments in the Infrared Dark Cloud G14.225-0.506. *ApJ*, 764(2):L26, February 2013. doi: 10.1088/2041-8205/764/2/L26. [25](#)
- Vianey Camacho, Enrique Vázquez-Semadeni, Javier Ballesteros-Paredes, Gilberto C. Gómez, S. Michael Fall, and M. Dolores Mata-Chávez. Energy Budget of Forming Clumps in Numerical

- Simulations of Collapsing Clouds. *ApJ*, 833(1):113, Dec 2016. doi: 10.3847/1538-4357/833/1/113. [36](#), [41](#)
- L. Cambrésy, C. A. Beichman, T. H. Jarrett, and R. M. Cutri. Extinction with 2MASS: Star Counts and Reddening toward the North America and Pelican Nebulae. *AJ*, 123(5):2559–2573, May 2002. doi: 10.1086/339830. [6](#)
- Jonathan J. Carroll-Nellenback, Adam Frank, and Fabian Heitsch. The Effects of Flow-inhomogeneities on Molecular Cloud Formation: Local versus Global Collapse. *ApJ*, 790(1): 37, July 2014. doi: 10.1088/0004-637X/790/1/37. [24](#)
- S. Catalano and John Richard Stauffer. *Angular momentum evolution of young stars / edited by S. Catalano and J.R. Stauffer*. Kluwer Academic Publishers Dordrecht ; Boston, 1991. ISBN 079231316. [1](#)
- Che-Yu Chen, Shaye Storm, Zhi-Yun Li, Lee G. Mundy, David Frayer, Jialu Li, Sarah Church, Rachel Friesen, Andrew I. Harris, Leslie W. Looney, Stella Offner, Eve C. Ostriker, Jaime E. Pineda, John Tobin, and Hope H. H. Chen. Investigating the complex velocity structures within dense molecular cloud cores with GBT-Argus. *MNRAS*, 490(1):527–539, Nov 2019a. doi: 10.1093/mnras/stz2633. [2](#)
- Huei-Ru Vivien Chen, Qizhou Zhang, M. C. H. Wright, Gemma Busquet, Yuxin Lin, Haiyu Baobab Liu, F. A. Olguin, Patricio Sanhueza, Fumitaka Nakamura, Aina Palau, Satoshi Ohashi, Ken’ichi Tatematsu, and Li-Wen Liao. Filamentary Accretion Flows in the Infrared Dark Cloud G14.225-0.506 Revealed by ALMA. *ApJ*, 875(1):24, April 2019b. doi: 10.3847/1538-4357/ab0f3e. [24](#)
- Glenn E. Ciolek and Shantanu Basu. On the Timescale for the Formation of Protostellar Cores in Magnetic Interstellar Clouds. *ApJ*, 547(1):272–279, January 2001. doi: 10.1086/318348. [18](#)
- Pedro Colín, Enrique Vázquez-Semadeni, and Gilberto C. Gómez. Molecular cloud evolution - V. Cloud destruction by stellar feedback. *MNRAS*, 435(2):1701–1714, October 2013. doi: 10.1093/mnras/stt1409. [25](#)
- Richard M. Crutcher, Nicholas Hakobian, and Thomas H. Troland. Testing Magnetic Star Formation Theory. *ApJ*, 692(1):844–855, February 2009. doi: 10.1088/0004-637X/692/1/844. [19](#)

- Richard M. Crutcher, Benjamin Wandelt, Carl Heiles, Edith Falgarone, and Thomas H. Troland. Magnetic Fields in Interstellar Clouds from Zeeman Observations: Inference of Total Field Strengths by Bayesian Analysis. *ApJ*, 725(1):466–479, December 2010. doi: 10.1088/0004-637X/725/1/466. [3](#), [19](#)
- A. Cruz-Osorio. *Implementación numérica de la Magnetohidrodinámica ideal relativista*. PhD thesis, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 7 2014. [72](#)
- B. G. Elmegreen. Quiescent formation of bound galactic clusters. *MNRAS*, 203:1011–1020, June 1983. doi: 10.1093/mnras/203.4.1011. [25](#)
- E. Falgarone, J. L. Puget, and M. Perault. The small-scale density and velocity structure of quiescent molecular clouds. *A&A*, 257:715–730, April 1992. [6](#), [7](#)
- Katia M. Ferrière. The interstellar environment of our galaxy. *Reviews of Modern Physics*, 73(4):1031–1066, October 2001. doi: 10.1103/RevModPhys.73.1031. [5](#)
- George B. Field, Eric G. Blackman, and Eric R. Keto. A model of cloud fragmentation. *MNRAS*, 385(1):181–188, March 2008. doi: 10.1111/j.1365-2966.2007.12609.x. [27](#)
- E. Fogerty, A. Frank, F. Heitsch, J. Carroll-Nellenback, C. Haig, and M. Adams. Molecular cloud formation in high-shear, magnetized colliding flows. *MNRAS*, 460(2):2110–2128, August 2016. doi: 10.1093/mnras/stw1141. [24](#)
- José A. Font. Numerical hydrodynamics and magnetohydrodynamics in general relativity. *Living Reviews in Relativity*, 11(1):7, Sep 2008. ISSN 1433-8351. doi: 10.12942/lrr-2008-7. URL <https://doi.org/10.12942/lrr-2008-7>. [68](#)
- Jose Franco, Steven N. Shore, and Guillermo Tenorio-Tagle. On the Massive Star-forming Capacity of Molecular Clouds. *ApJ*, 436:795, December 1994. doi: 10.1086/174955. [25](#)
- Daniele Galli, Susana Lizano, Frank H. Shu, and Anthony Allen. Gravitational Collapse of Magnetized Clouds. I. Ideal Magnetohydrodynamic Accretion Flow. *ApJ*, 647(1):374–381, August 2006. doi: 10.1086/505257. [18](#)
- Roberto Galván-Madrid, Enrique Vázquez-Semadeni, Jongsoo Kim, and Javier Ballesteros-Paredes. Statistics of Core Lifetimes in Numerical Simulations of Turbulent, Magnetically Supercritical Molecular Clouds. *ApJ*, 670(1):480–488, Nov 2007. doi: 10.1086/522081. [56](#)

- Roberto Galván-Madrid, Eric Keto, Qizhou Zhang, Stan Kurtz, Luis F. Rodríguez, and Paul T. P. Ho. Formation of an O-Star Cluster by Hierarchical Accretion in G20.08-0.14 N. *ApJ*, 706(2):1036–1053, December 2009. doi: 10.1088/0004-637X/706/2/1036. [24](#)
- Reinhard Genzel. Physical Conditions and Heating/Cooling Processes in High Mass Star Formation Regions. In Charles J. Lada and Nikolaos D. Kylafis, editors, *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C*, volume 342 of *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C*, page 155, January 1991. [5](#)
- R. A. Gingold and J. J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *MNRAS*, 181:375–389, November 1977. doi: 10.1093/mnras/181.3.375. [29](#), [31](#)
- Philipp Girichidis, Christoph Federrath, Robi Banerjee, and Ralf S. Klessen. Importance of the initial conditions for star formation - I. Cloud evolution and morphology. *MNRAS*, 413(4): 2741–2759, June 2011. doi: 10.1111/j.1365-2966.2011.18348.x. [24](#)
- S.K. Godunov. A Difference Scheme for Numerical Solution of Discontinuous Solution of Hydrodynamic Equations. *Mat. Sb., Nov. Ser.*, 47:271–306, 1959. [70](#)
- Peter Goldreich and John Kwan. Molecular Clouds. *ApJ*, 189:441–454, May 1974. doi: 10.1086/152821. [15](#), [26](#)
- P. F. Goldsmith and R. Arquilla. Rotation in dark clouds. In D. C. Black and M. S. Matthews, editors, *Protostars and Planets II*, pages 137–149, Jan 1985. [2](#)
- Gilberto C. Gómez and Enrique Vázquez-Semadeni. Filaments in Simulations of Molecular Cloud Formation. *ApJ*, 791(2):124, Aug 2014. doi: 10.1088/0004-637X/791/2/124. [27](#)
- Y. Gong, G. X. Li, R. Q. Mao, C. Henkel, K. M. Menten, M. Fang, M. Wang, and J. X. Sun. The Serpens filament at the onset of slightly supercritical collapse. *A&A*, 620:A62, November 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201833583. [24](#)
- A. A. Goodman, P. J. Benson, G. A. Fuller, and P. C. Myers. Dense Cores in Dark Clouds. VIII. Velocity Gradients. *ApJ*, 406:528, Apr 1993. doi: 10.1086/172465. [2](#), [57](#), [58](#), [63](#), [64](#)
- S. Haid, S. Walch, D. Seifried, R. Wünsch, F. Dinnbier, and T. Naab. SILCC-Zoom: The early impact of ionizing radiation on forming molecular clouds. *MNRAS*, 482(3):4062–4083, January 2019. doi: 10.1093/mnras/sty2938. [25](#)

- Lee Hartmann, Javier Ballesteros-Paredes, and Edwin A. Bergin. Rapid Formation of Molecular Clouds and Stars in the Solar Neighborhood. *ApJ*, 562(2):852–868, December 2001. doi: 10.1086/323863. [5](#), [18](#)
- Jonathan S. Heiner, Enrique Vázquez-Semadeni, and Javier Ballesteros-Paredes. Molecular cloud formation as seen in synthetic H I and molecular gas observations. *MNRAS*, 452(2): 1353–1374, Sep 2015. doi: 10.1093/mnras/stv1153. [35](#)
- A. Heithausen, F. Bensch, J. Stutzki, E. Falgarone, and J. F. Panis. The IRAM key project: small-scale structure of pre-star forming regions. Combined mass spectra and scaling laws. *A&A*, 331:L65–L68, March 1998. [6](#)
- Fabian Heitsch and Lee Hartmann. Rapid Molecular Cloud and Star Formation: Mechanisms and Movies. *ApJ*, 689(1):290–301, December 2008. doi: 10.1086/592491. [24](#)
- Fabian Heitsch, Andreas Burkert, Lee W. Hartmann, Adrienne D. Slyz, and Julien E. G. Devriendt. Formation of Structure in Molecular Clouds: A Case Study. *ApJ*, 633(2):L113–L116, November 2005. doi: 10.1086/498413. [24](#)
- Fabian Heitsch, Adrienne D. Slyz, Julien E. G. Devriendt, Lee W. Hartmann, and Andreas Burkert. The Birth of Molecular Clouds: Formation of Atomic Precursors in Colliding Flows. *ApJ*, 648(2):1052–1065, September 2006. doi: 10.1086/505931. [24](#)
- Mark Heyer, Coleman Krawczyk, Julia Duval, and James M. Jackson. Re-Examining Larson’s Scaling Relationships in Galactic Molecular Clouds. *ApJ*, 699(2):1092–1103, Jul 2009. doi: 10.1088/0004-637X/699/2/1092. [8](#), [14](#), [15](#), [22](#), [25](#), [58](#)
- Mark H. Heyer and Christopher M. Brunt. The Universality of Turbulence in Galactic Molecular Clouds. *ApJ*, 615(1):L45–L48, November 2004. doi: 10.1086/425978. [24](#)
- F. Hoyle. On the Fragmentation of Gas Clouds Into Galaxies and Stars. *ApJ*, 118:513, November 1953. doi: 10.1086/145780. [26](#)
- C. Hunter. The Instability of the Collapse of a Self-Gravitating Gas Cloud. *ApJ*, 136:594, September 1962. doi: 10.1086/147410. [26](#)

- Juan C. Ibáñez-Mejía, Mordecai-Mark Mac Low, Ralf S. Klessen, and Christian Baczynski. Gravitational Contraction versus Supernova Driving and the Origin of the Velocity Dispersion-Size Relation in Molecular Clouds. *ApJ*, 824(1):41, June 2016. doi: 10.3847/0004-637X/824/1/41. [25](#)
- A. K. Jappsen and R. S. Klessen. Protostellar angular momentum evolution during gravoturbulent fragmentation. *A&A*, 423:1–12, Aug 2004. doi: 10.1051/0004-6361:20040220. [3](#)
- A. K. Jappsen, R. S. Klessen, R. B. Larson, Y. Li, and M. M. Mac Low. The stellar mass spectrum from non-isothermal gravoturbulent fragmentation. *A&A*, 435(2):611–623, May 2005. doi: 10.1051/0004-6361:20042178. [35](#)
- Ralf S. Klessen, Fabian Heitsch, and Mordecai-Mark Mac Low. Gravitational Collapse in Turbulent Molecular Clouds. I. Gasdynamical Turbulence. *ApJ*, 535(2):887–906, June 2000. doi: 10.1086/308891. [20](#), [21](#)
- C. Kramer, J. Stutzki, R. Rohrig, and U. Corneliussen. Clump mass spectra of molecular clouds. *A&A*, 329:249–264, January 1998. [6](#)
- Ruben Krasnopolsky and ArieH Königl. Self-similar Collapse of Rotating Magnetic Molecular Cloud Cores. *ApJ*, 580(2):987–1012, December 2002. doi: 10.1086/343890. [18](#)
- Charles J. Lada and Elizabeth A. Lada. Embedded Clusters in Molecular Clouds. *ARA&A*, 41: 57–115, January 2003. doi: 10.1146/annurev.astro.41.011802.094844. [25](#)
- R. B. Larson. Turbulence and star formation in molecular clouds. *MNRAS*, 194:809–826, March 1981. doi: 10.1093/mnras/194.4.809. [8](#), [9](#)
- Chang Won Lee and Philip C. Myers. A Catalog of Optically Selected Cores. *ApJS*, 123(1): 233–250, July 1999. doi: 10.1086/313234. [18](#)
- David Leisawitz, Frank N. Bash, and Patrick Thaddeus. A CO Survey of Regions around 34 Open Clusters. *ApJS*, 70:731, August 1989. doi: 10.1086/191357. [25](#)
- J. Leorat, T. Passot, and A. Pouquet. Influence of supersonic turbulence on self-gravitating flows. *MNRAS*, 243:293–311, March 1990. [20](#)

- Adam K. Leroy, Alberto D. Bolatto, Eve C. Ostriker, Erik Rosolowsky, Fabian Walter, Steven R. Warren, Jennifer Donovan Meyer, Jacqueline Hodge, David S. Meier, Jürgen Ott, Karin Sandstrom, Andreas Schruba, Sylvain Veilleux, and Martin Zwaan. ALMA Reveals the Molecular Medium Fueling the Nearest Nuclear Starburst. *ApJ*, 801(1):25, March 2015. doi: 10.1088/0004-637X/801/1/25. [22](#)
- R.J. LeVeque. *Numerical Methods for Conservation Laws*. Lectures in Mathematics ETH Zürich, Department of Mathematics Research Institute of Mathematics. Birkhäuser Basel, 1992. ISBN 9783764327231. URL <https://books.google.com.mx/books?id=3WhqLPcMdPsC>. [67](#)
- C. C. Lin, L. Mestel, and F. H. Shu. The Gravitational Collapse of a Uniform Spheroid. *ApJ*, 142:1431, November 1965. doi: 10.1086/148428. [27](#)
- S. N. Longmore, J. M. D. Kruijssen, N. Bastian, J. Bally, J. Rathborne, L. Testi, A. Stolte, J. Dale, E. Bressert, and J. Alves. The Formation and Early Evolution of Young Massive Clusters. In Henrik Beuther, Ralf S. Klessen, Cornelis P. Dullemond, and Thomas Henning, editors, *Protostars and Planets VI*, page 291, January 2014. doi: 10.2458/azu_uapress_9780816531240-ch013. [27](#)
- Robert B. Loren. The Cobwebs of Ophiuchus. II. 13CO Filament Kinematics. *ApJ*, 338:925, March 1989. doi: 10.1086/167245. [11](#), [12](#)
- L. B. Lucy. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *AJ*, 82:1013–1024, December 1977. doi: 10.1086/112164. [29](#), [31](#)
- Mordecai-Mark Mac Low. The Energy Dissipation Rate of Supersonic, Magnetohydrodynamic Turbulence in Molecular Clouds. *ApJ*, 524(1):169–178, October 1999. doi: 10.1086/307784. [19](#)
- Mordecai-Mark Mac Low and Ralf S. Klessen. Control of star formation by supersonic turbulence. *Reviews of Modern Physics*, 76(1):125–194, January 2004. doi: 10.1103/RevModPhys.76.125. [5](#), [21](#)
- Hirohiko Masunaga and Shu-ichiro Inutsuka. A Radiation Hydrodynamic Model for Protostellar Collapse. II. The Second Collapse and the Birth of a Protostar. *ApJ*, 531(1):350–365, March 2000. doi: 10.1086/308439. [26](#)
- L. Mestel. On the role of the magnetic field in star formation. *Physica Scripta Volume T*, 11: 53–58, Jan 1985. doi: 10.1088/0031-8949/1985/T11/007. [3](#), [18](#)

- L. Mestel and R. B. Paris. Star formation and the galactic magnetic field. *A&A*, 136:98–120, Jul 1984. [3](#)
- L. Mestel and Jr. Spitzer, L. Star formation in magnetic dust clouds. *MNRAS*, 116:503, January 1956. doi: 10.1093/mnras/116.5.503. [17](#)
- J. J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, 68(8): 1703–1759, August 2005. doi: 10.1088/0034-4885/68/8/R01. [29](#), [30](#), [31](#), [33](#), [34](#)
- F. Motte, P. Andre, and R. Neri. The initial conditions of star formation in the rho Ophiuchi main cloud: wide-field millimeter continuum mapping. *A&A*, 336:150–172, August 1998. [6](#)
- T. Ch. Mouschovias. A connection between the rate of rotation of interstellar clouds, magnetic fields, ambipolar diffusion, and the periods of binary stars. *ApJ*, 211:147–151, Jan 1977. doi: 10.1086/154912. [3](#), [17](#)
- Paolo Padoan, Liubin Pan, Troels Haugbølle, and Åke Nordlund. Supernova Driving. I. The Origin of Molecular Cloud Turbulence. *ApJ*, 822(1):11, May 2016. doi: 10.3847/0004-637X/822/1/11. [22](#), [25](#)
- T. Passot, A. Pouquet, and P. Woodward. The plausibility of Kolmogorov-type spectra in molecular clouds. *A&A*, 197(1-2):228–234, May 1988. [20](#)
- N. Peretto, P. Hennebelle, and P. André. Probing the formation of intermediate- to high-mass stars in protoclusters. II. Comparison between millimeter interferometric observations of NGC 2264-C and SPH simulations of a collapsing clump. *A&A*, 464(3):983–994, March 2007. doi: 10.1051/0004-6361:20065653. [23](#)
- N. Peretto, G. A. Fuller, A. Duarte-Cabral, A. Avison, P. Hennebelle, J. E. Pineda, Ph. André, S. Bontemps, F. Motte, N. Schneider, and S. Molinari. Global collapse of molecular clouds as a formation mechanism for the most massive stars. *A&A*, 555:A112, July 2013. doi: 10.1051/0004-6361/201321318. [24](#)
- N. Peretto, G. A. Fuller, Ph. André, D. Arzoumanian, V. M. Rivilla, S. Bardeau, S. Duarte Puertas, J. P. Guzman Fernandez, C. Lenfestey, G. X. Li, F. A. Olguin, B. R. Röck, H. de Villiers, and J. Williams. SDC13 infrared dark clouds: Longitudinally collapsing filaments? *A&A*, 561:A83, January 2014. doi: 10.1051/0004-6361/201322172. [24](#), [25](#)

- Daniel Rahner, Eric W. Pellegrini, Simon C. O. Glover, and Ralf S. Klessen. Winds and radiation in unison: a new semi-analytic feedback model for cloud dissolution. *MNRAS*, 470 (4):4453–4472, October 2017. doi: 10.1093/mnras/stx1532. [25](#)
- P. L. Roe. Characteristic-based schemes for the Euler equations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 18:337–365, 1986. doi: 10.1146/annurev.fl.18.010186.002005. [71](#)
- John Scalzo. *Perception of interstellar structure - Facing complexity*, volume 162 of *Astrophysics and Space Science Library*, pages 151–176. 1990. doi: 10.1007/978-94-009-0605-1_12. [11](#), [13](#)
- Yancy Shirley. The critical density and the effective excitation density of commonly observed molecular dense gas tracers. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 127, 01 2015. doi: 10.1086/680342. [5](#)
- F. H. Shu. Self-similar collapse of isothermal spheres and star formation. *ApJ*, 214:488–497, June 1977. doi: 10.1086/155274. [19](#)
- Frank H. Shu, Fred C. Adams, and Susana Lizano. Star formation in molecular clouds: observation and theory. *ARA&A*, 25:23–81, Jan 1987. doi: 10.1146/annurev.aa.25.090187.000323. [3](#), [17](#)
- P. M. Solomon, A. R. Rivolo, J. Barrett, and A. Yahil. Mass, Luminosity, and Line Width Relations of Galactic Molecular Clouds. *ApJ*, 319:730, August 1987. doi: 10.1086/165493. [14](#)
- Lyman Spitzer. *Physical processes in the interstellar medium*. 1978. doi: 10.1002/9783527617722. [1](#)
- Volker Springel, Naoki Yoshida, and Simon D. M. White. GADGET: a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. *New Astron.*, 6(2):79–117, Apr 2001. doi: 10.1016/S1384-1076(01)00042-2. [35](#)
- James M. Stone, Eve C. Ostriker, and Charles F. Gammie. Dissipation in Compressible Magnetohydrodynamic Turbulence. *ApJ*, 508(1):L99–L102, November 1998. doi: 10.1086/311718. [19](#)
- Jürgen Stutzki and Rolf Guesten. High spatial resolution isotopic co and cs observations of m17 sw-the clumpy structure of the molecular cloud core. *The Astrophysical Journal*, 356:513–533, 1990. [6](#)

- Ken'ichi Tatematsu, Satoshi Ohashi, Patricio Sanhueza, Quang Nguyen Luong, Tomofumi Umemoto, and Norikazu Mizuno. Angular momentum of the N_2H^+ cores in the Orion A cloud. *PASJ*, 68(2):24, Apr 2016. doi: 10.1093/pasj/psw002. [2](#)
- Leonardo Testi and Anneila I. Sargent. Star Formation in Clusters: A Survey of Compact Millimeter-Wave Sources in the Serpens Core. *ApJ*, 508(1):L91–L94, November 1998. doi: 10.1086/311724. [6](#)
- E.F. Toro. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction*. Springer Berlin Heidelberg, 2009. ISBN 9783540498346. URL <https://books.google.com.mx/books?id=SqEjX0um8o0C>. [65](#), [68](#), [69](#)
- Bram van Leer. Towards the ultimate conservative difference scheme iii. upstream-centered finite-difference schemes for ideal compressible flow. *JCP*, 23:263–275, 03 1977. [72](#)
- E. Vazquez-Semadeni, J. Ballesteros-Paredes, and J. M. Scalo. Clouds as Turbulent Density Fluctuations. Tests and Implications. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 193 of *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, page 71.15, December 1998. [8](#)
- Enrique Vazquez-Semadeni. Hierarchical Structure in Nearly Pressureless Flows as a Consequence of Self-similar Statistics. *ApJ*, 423:681, March 1994. doi: 10.1086/173847. [8](#)
- Enrique Vazquez-Semadeni, Thierry Passot, and Annick Pouquet. A Turbulent Model for the Interstellar Medium. I. Threshold Star Formation and Self-Gravity. *ApJ*, 441:702, March 1995. doi: 10.1086/175393. [20](#)
- Enrique Vázquez-Semadeni, Jongsoo Kim, Mohsen Shadmehri, and Javier Ballesteros-Paredes. The Lifetimes and Evolution of Molecular Cloud Cores. *ApJ*, 618(1):344–359, January 2005. doi: 10.1086/425951. [19](#)
- Enrique Vázquez-Semadeni, Gilberto C. Gómez, A. Katharina Jappsen, Javier Ballesteros-Paredes, Ricardo F. González, and Ralf S. Klessen. Molecular Cloud Evolution. II. From Cloud Formation to the Early Stages of Star Formation in Decaying Conditions. *ApJ*, 657(2): 870–883, Mar 2007. doi: 10.1086/510771. [24](#), [35](#)
- Enrique Vázquez-Semadeni, Gilberto C. Gómez, A. Katharina Jappsen, Javier Ballesteros-Paredes, and Ralf S. Klessen. High- and Low-Mass Star-Forming Regions from Hierarchical

- Gravitational Fragmentation. High Local Star Formation Rates with Low Global Efficiencies. *ApJ*, 707(2):1023–1033, December 2009. doi: 10.1088/0004-637X/707/2/1023. [24](#), [27](#)
- Enrique Vázquez-Semadeni, Robi Banerjee, Gilberto C. Gómez, Patrick Hennebelle, Dennis Duffin, and Ralf S. Klessen. Molecular cloud evolution - IV. Magnetic fields, ambipolar diffusion and the star formation efficiency. *MNRAS*, 414(3):2511–2527, July 2011. doi: 10.1111/j.1365-2966.2011.18569.x. [18](#), [19](#), [24](#)
- Enrique Vázquez-Semadeni, Aina Palau, Javier Ballesteros-Paredes, Gilberto C. Gómez, and Manuel Zamora-Avilés. Global hierarchical collapse in molecular clouds. Towards a comprehensive scenario. *MNRAS*, 490(3):3061–3097, Dec 2019. doi: 10.1093/mnras/stz2736. [22](#), [23](#), [25](#), [26](#), [63](#)
- R. W. Wilson, K. B. Jefferts, and A. A. Penzias. Carbon Monoxide in the Orion Nebula. *ApJ*, 161:L43, July 1970. doi: 10.1086/180567. [15](#)
- Jinghua Yuan, Jin-Zeng Li, Yuefang Wu, Simon P. Ellingsen, Christian Henkel, Ke Wang, Tie Liu, Hong-Li Liu, Annie Zavagno, Zhiyuan Ren, and Ya-Fang Huang. High-mass Star Formation through Filamentary Collapse and Clump-fed Accretion in G22. *ApJ*, 852(1):12, January 2018. doi: 10.3847/1538-4357/aa9d40. [24](#)
- B. Zuckerman and II Evans, N. J. Models of Massive Molecular Clouds. *ApJ*, 192:L149, September 1974. doi: 10.1086/181613. [16](#), [23](#), [25](#)
- B. Zuckerman and P. Palmer. Radio radiation from interstellar molecules. *ARA&A*, 12:279–313, January 1974. doi: 10.1146/annurev.aa.12.090174.001431. [16](#), [23](#)