



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO DE CIENCIAS DE LA TIERRA
INSTITUTO DE GEOFÍSICA

**USO DEL RUIDO SÍSMICO AMBIENTAL PARA CALCULAR E
INTERPRETAR LOS COCIENTES ESPECTRALES $H/V(z, f)$ EN
MEDIOS SUBACUÁTICOS CON BASE EN LA TEORÍA
GENERALIZADA DE CAMPOS DIFUSOS.**

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS

PRESENTA:
ARISTÓTELES HOMERO JARAMILLO RIVERA

DIRECTOR DE TESIS
DR. FRANCISCO JOSÉ SÁNCHEZ SESMA
INSTITUTO DE GEOFÍSICA

Ciudad Universitaria Cd. Mx. Febrero 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

SIN MIEDO A LA OSCURIDAD

Hace unos cuantos siglos apenas, un segundo en el tiempo geológico no sabíamos nada sobre donde o cuando nos encontrábamos. Inconscientes del resto del cosmos hemos habitado en una especie de prisión, un minúsculo universo encerrado en una cáscara de nuez. ¿Cómo escapamos de esa prisión?. Fue el trabajo de generaciones de buscadores, que siguieron 5 reglas sencillas:

1.- ***Cuestionen la autoridad.*** Ninguna idea es verdadera solo porque alguien dice que lo es, y esto nos incluye a todos.

2.- ***Piensen por sí mismos y cuestionense a sí mismos.*** *No crean en algo solo porque quieren creer,* creer en algo no lo hace verdadero.

3.- ***Prueben sus ideas por medio de la evidencia obtenida de la observación y experimentación.*** Si una idea falla en una prueba *bien diseñada* está equivocada. Supéralo.

4.- ***Sigan la evidencia hasta donde esta los lleve.*** Si no tienen evidencia resérvense su juicio.

5.- Y tal vez la regla más importante de todas... ***Todos podemos equivocarnos.*** Todos los más grandes científicos de la historia cometieron errores, eran humanos.

La ciencia es una forma de evitar engañarnos a nosotros mismos, y a los demás. Mientras más nos pertenezca la ciencia a todos, menos probable es que la usemos mal. *Estos valores debilitan el atractivo del fanatismo y la ignorancia,* después de todo el universo es mayormente oscuro, punteado por algunas islas de luz. Averiguar la edad de la tierra o la distancia entre las estrellas o cómo evoluciona la vida ¿qué diferencia hace?. La diferencia es el tamaño del universo donde uno quiere vivir, a algunos les gusta pequeño está bien y es comprensible. Pero a mí me gusta expandirlo, y cuando asimilo todo esto en mi corazón y en mi mente, me siento bien, y quiero saber que es real, que no es algo que solo pasa dentro de mi mente, porque *la verdad importa, y nuestra imaginación palidece comparada con la realidad asombrosa de la naturaleza.*

Neil deGrasse Tyson

DEDICADA A:

AL LECTOR

A MIS HIJOS

A MI MADRE

A MI PADRE

A MIS HERMANOS

A MIS AMIGOS

A MIS MAESTROS

A GEOEXPLORA

A EL AMOR

Resumen

El cociente espectral de los componentes horizontales y el vertical (H/V) ha demostrado ser una poderosa y rápida herramienta de bajo costo que cada día cobra más popularidad en estudios de ingeniería geotécnica, su objetivo principal es estimar la frecuencia fundamental del terreno (f_0) para fines de riesgo sísmico y exploración. La teoría de campos difusos en sismología, ha proporcionado los argumentos teóricos para la construcción de un nuevo algoritmo para modelar el cociente espectral en profundidad $H/V(z, f)$, el cual puede aplicarse no solo en tierra, sino también en ambientes lacustres, marinos e inclusive en pozos. Para el presente trabajo se realizó una prueba en un medio marino en la bahía de Zihuatanejo, Guerrero, México. El algoritmo para modelar $H/V(z, f)$ está formulado para medios 1D (medios de capas planas y paralelas) y se implantó mediante el método de Thomson-Haskell, para calcular el campo de desplazamientos debido a una fuente impulsiva unitaria, también llamado función de Green.

Para el experimento realizado se construyó un sismómetro sumergible de 3 componentes (x, y, z), con el cual se hicieron mediciones en lagos y zonas marinas en tirantes de agua de hasta 25 m de profundidad. El nuevo algoritmo para modelar $H/V(z, f)$ se aplicó en la obtención de perfiles de velocidades de onda 1D y modelar las vibraciones ambientales registradas en el lecho marino de la bahía de Zihuatanejo.

Abstract

The horizontal-to-vertical spectral ratio (H/V) is a powerful and fast measurement. Its low-cost and simple processing also contribute to its growing popularity in geotechnical engineering studies. The main goal is to estimate the fundamental frequency (f_0) of a given site for seismic risk purposes and exploration. Advances in seismic interferometry and the advent of diffuse field theory in seismology have provided the theoretical tools for the construction of a new algorithm for horizontal-to-vertical spectral ratio as it applies to receivers at depth $H/V(z, f)$, which can be applied not only on the land surface, but also in underground (wells) and marine and lake environments. For the present work a test was carried out in a marine environment in the Zihuatanejo's bay. The $H/V(z, f)$ algorithm is formulated for 1D media (environments of flat and parallel layers) and is computed through the Thomson-Haskell method, to compute the displacement field from such a simple source also called Green's function.

For the experiment performed, a 3-component ocean-bottom seismometer (x, y, z) was constructed to measure at lakes and offshore with water depth of up to 25 m. The new $H/V(z, f)$ modeling algorithm was applied to obtain 1D profiles of wave rates and model environmental vibrations recorded in the seabed at Zihuatanejo Bay at Guerrero, Mexico.

ÍNDICE

1	Introducción	1
2	Fundamentos teóricos	3
2.1	El cociente H/V	3
2.2	Introducción a teoría de campos difusos	4
2.2.1	Equipartición de la energía	5
2.2.2	Función de Green	6
2.2.3	Relación entre la Función de Green y las densidades de energía	8
2.2.4	Concepto de función de transferencia	9
3	El cociente espectral $H/V(z, f)$ a partir de la teoría de campos difusos	11
3.1	Una interpretación física del cociente espectral $H/V(z, f)$	11
3.1.1	Método de Thompson-Haskell para estimar la contribución de las ondas SH en la parte imaginaria de la función de Green	13
3.1.2	Método de Thompson-Haskell para estimar la contribución de las ondas $P-SV$ en la parte imaginaria de la función de Green	18
4	Ejemplos sintéticos de aplicación	27
4.1	Modelos sintéticos	27
4.1.1	Caso I - Un estrato sobre un semiespacio (en tierra)	27
4.1.2	Caso II - Un estrato sobre un semiespacio (medio subacuático)	29
4.1.3	Caso III - Un estrato sobre un semiespacio en presencia de un estrato líquido superficial de espesor variable	30
4.1.4	Caso IV - Cuatro estratos con V_p y V_s crecientes a profundidad	31
4.1.5	Caso V - Cuatro estratos con V_p y V_s decrecientes a profundidad	33
5	Bahía de Zihuatanejo Guerrero México, caso de estudio	36
5.1	Ubicación y geología del área de estudio	36
5.2	Equipo utilizado	37
5.3	Puntos de medición en la Bahía de Zihuatanejo	38
5.4	Procesamiento de datos	39
5.5	Inversión de datos	43
5.5.1	Parametrización	43

5.5.2	Resultados de la inversión.....	43
5.5.3	Mapa de isoperiodos de la bahía de Zihuatanejo	48
6	Conclusiones	50
7	Agradecimientos	53
8	Bibliografía	54

1 Introducción

Ha surgido una nueva teoría para interpretar el cociente espectral H/V y sus sorprendentes propiedades que nos ayudan a entender la naturaleza sísmica de la tierra. El inicio de esta nueva teoría llamada “*campos difusos*” podría rastrearse en el teorema de fluctuación-disipación de Enstein o en los trabajos de Nyquist en los albores del siglo pasado. Sin embargo, en la década de los 50’s los trabajos del astrofísico hindú Chandrasekhar influyeron en diversos desarrollos y le valieron el Premio Nobel de física. Aki (1957), propuso un método pionero para conocer la estructura del subsuelo a partir de correlaciones de ruido sísmico ambiental al que llamó SPAC (Spatial autocorrelation method), para posteriormente escribir un artículo en conjunto con el sismólogo Ru-shan Wu donde aplicaron la teoría del hindú para simular ondas sísmicas.

Hacia el año de 1982 Richard L. Weaver integra el concepto de campo difuso para medios sólidos proponiendo que la energía tiende a estabilizarse en cocientes fijos dependiendo de las velocidades de propagación de ondas P y S . A pesar que se tenía ya una base teórica robusta sobre la naturaleza del ruido sísmico en la tierra, había dudas de su validez por lo que Hennino *et al.* (2001) realizaron la primera verificación experimental utilizando la coda de varios sismos registrados en Chilpancingo, Guerrero, y demostraron que la energía de las ondas P y S está repartida en la coda de los sismos con un cociente muy semejante al que predice la teoría de campos difusos. En 2004 Weaver y Lobkis utilizan un teorema de representación de tipo correlación y con base en la isotropía de la iluminación calculan el campo de desplazamientos debido a una fuente impulsiva unitaria, también llamado función de Green.

Tomando en cuenta que la energía en un campo difuso está igualmente repartida y equiparticionada en el sentido propuesto por Weaver (1982), Sánchez-Sesma y Campillo (2006) demostraron que el promedio de las correlaciones del campo vectorial del movimiento en el dominio de la frecuencia es proporcional a la parte imaginaria de la función de Green.

Sánchez- Sesma *et al.* (2011) presenta por primera vez la relación del cociente H/V con la teoría de campos difusos, demostrando que este cociente puede ser calculado en términos de la parte imaginaria de la función de Green. Recientemente Lonsi *et al.* (2019) usa la teoría de campos difusos con el fin de obtener modelos sintéticos a profundidad $H/V(z,f)$, comparándolos con datos reales obtenidos en pozos profundos.

Si un campo difuso se construye con un conjunto de ondas que constituyen una iluminación isótropa y equiparticionada, y bajo la hipótesis de que la superficie de la tierra se comporta como un campo difuso la mayor parte del tiempo, la ingeniería para medir microtremores puede ampliar sus fronteras de aplicación, no solo en zonas que presentan riesgo sísmico, sino también en lugares donde se quiere una caracterización geotécnica del terreno. Los estudios de ingeniería determinan a través de los microtremores el cociente espectral H/V , de donde se obtiene la frecuencia fundamental de sitio f_0 (Nakamura, 1989; Lachet *et al.*, 1994; Konno-Ohmachi *et al.*, 1998; Bonefoy-Claudet *et al.*, 2006) y en algunos estudios se establece el factor de amplificación de sitio (Nakamura, 2000), esta última interpretación ha sido motivo de controversia y de un amplio debate. Si bien la frecuencia fundamental de sitio en la mayoría de los casos corresponde con la frecuencia en la que es máximo el cociente H/V (Lonsi

et al., 2019), este cociente es tan sólo el promedio de las amplitudes de muchos cocientes en los que se ignora la o las fuentes que generan el campo difuso, en este contexto no se considera el cociente H/V como una función de transferencia que proporcione el factor de amplificación de sitio. Por lo anterior, es conveniente contar con una formulación teórica y física completa del cociente H/V , con el fin obtener un modelo de capas 1D del subsuelo.

En la actualidad no se realizan mediciones de microtemores para caracterizaciones geotécnicas ingenieriles en lagos, océanos o pozos, debido a la desconfianza que existe en las mediciones de ruido sísmico sobre un lecho marino o lacustre, lo extraordinariamente costoso de los equipos que requieren (ocean-bottom seismometer u OBS) y la escasa experiencia que existe en este tipo de mediciones.

Esta tesis tiene como objetivos principales mostrar que es posible realizar mediciones de ruido ambiental H/V en el lecho marino o en medios subacuáticos, y aplicar la teoría de campos difusos para obtener del cociente espectral H/V no solo la frecuencia fundamental del sitio f_0 , si no también recobrar un modelo estratigráfico simple que nos ayude a realizar una caracterización geotécnica.

Uno de los recientes avances en la teoría de interferometría de ruido sísmico (Sánchez-Sesma *et al.*, 2011) es la extensión del concepto de campos difusos para permitir la interpretación de $H/V(z, f)$ en medios marinos o lacustres y también en tierra. La idea fundamental consiste en medir el cociente H/V en términos de la energía de los movimientos horizontales y verticales. Estas cantidades están directamente relacionadas con la función de Green, de hecho, la parte imaginaria de la función de Green en régimen armónico es proporcional a la energía inyectada al medio por la fuerza unitaria armónica en el punto de interés en el que coinciden fuente y receptor.

La determinación de un cociente espectral $H/V(z, f)$ subacuático, con una clara definición en su frecuencia fundamental f_0 , estimar la afectación por profundidad y por la presencia de un estrato líquido superficial en el cociente $H/V(z, f)$, así como una buena estimación del espesor de sedimentos en la bahía de Zihuatanejo, sin tener ninguna información previa son algunas de las contribuciones del presente trabajo que está estructurado en cinco capítulos.

Los capítulos dos y tres abordan los fundamentos teóricos en los que se fundamenta el algoritmo $H/V(z, f)$, por lo que se discute la técnica de cocientes espectrales H/V de Nakamura que es una primera interpretación empírica de esta útil medición, para pasar a los conceptos de física estadística en los que está basada la teoría de campos difusos.

El capítulo cuatro presenta la aplicación del algoritmo $H/V(z, f)$ generalizado a varios modelos sintéticos simulando distintas condiciones geológicas en tierra y mar. Además, se presenta un análisis paramétrico con el fin de observar su influencia en amplitud, forma, y frecuencia en el cociente $H/V(z, f)$.

El capítulo cinco tiene por objeto mostrar la aplicación del método en la bahía de Zihuatanejo con tirantes de agua de 5 a 25 m, para todos los casos se calculan los H/V teóricos y se realiza un modelado del cociente para estimar un perfil de velocidades 1D del terreno, con el fin de lograr una caracterización geotécnica eficiente y económica de la bahía. Por último, el capítulo seis presenta las conclusiones del presente trabajo.

2 Fundamentos teóricos

2.1 El cociente H/V

Como se ha demostrado a lo largo de la historia, las ciudades que se encuentran en zonas sísmicamente activas, acusan daños en sus estructuras los que se relacionan con la amplificación de las ondas sísmicas en suelos y estructuras, situaciones que tienen su origen en el tipo de sismo que afecta la zona, la rigidez y el espesor de los materiales que constituyen el subsuelo del sitio (efecto de sitio), así como el fenómeno de resonancia que se presenta cuando el terreno y las estructuras presentan la misma frecuencia fundamental de vibración.

El estudio del cociente espectral H/V ha sido enfocado en la evaluación del riesgo sísmico, no obstante, la aplicación del cociente también puede ser utilizada en diversas áreas con fines; geotécnicos, geológicos, mineros, petroleros, marítimos etc. Su campo de aplicación se extiende a otras disciplinas de la ciencia y la ingeniería.

El cociente espectral H/V propuesto en Japón (Nogoshi and Igarashi, 1971), ha demostrado ser de una utilidad ingenieril fundamental para evaluar el riesgo sísmico, ya que puede proporcionar la frecuencia fundamental de resonancia, parámetro que ayuda a mitigar el fenómeno de resonancia de estructuras. Al aplicar la teoría de campos difusos (Sánchez-Sesma et al, 2011) se puede llegar a obtener un algoritmo generalizado para el cálculo directo del cociente $H/V(z, f)$, con el cual y a través de un proceso de inversión, es factible determinar un modelo del subsuelo 1D y estimar el efecto de sitio, informaciones relevantes en la evaluación de riesgo sísmico.

A pesar de que cociente H/V fue propuesto por Nogoshi e Igarashi en 1971, es mucho más conocido como la técnica de Nakamura, debido a su publicación de 1989. Esta metodología consiste en calcular los cocientes espectrales de registros sísmicos en la superficie con duración de 20 min o mayores, con un sensor de 3 componentes, a su vez el procesamiento de los datos consiste en dividir los espectros promedio de Fourier de las componentes horizontales del registro entre la componente vertical. Esta interpretación del cociente H/V se resume en dos sencillas fórmulas (Nakamura, 2000).

$$H_f(\omega) = A_h * H_b + H_s ; \quad V_f(\omega) = A_v * V_b + V_s , \quad (2.1)$$

donde,

$H_f(\omega)$ = Espectro de amplitud de Fourier del movimiento en la superficie,

A_h = Factor de amplificación horizontal,

$H_b(\omega)$ = Espectro horizontal del movimiento en la base,

$H_s(\omega)$ = Espectro horizontal de las ondas de Rayleigh,

$V_f(\omega)$ = Espectro de amplitud de Fourier del movimiento vertical en la superficie,

A_v = Factor de amplificación vertical,

$V_b(\omega)$ = Espectro vertical del movimiento en la base,

$V_s(\omega)$ = Espectro vertical de las ondas de Rayleigh,

$$QTS = \frac{H_f(\omega)}{V_f(\omega)}, \quad (2.2)$$

donde:

$QTS = \text{cuasi - espectro de transferencia.}$

Las amplitudes de $H_f(\omega)$ difícilmente permite identificar las frecuencias naturales del sito debido a que este contiene también las frecuencias dominantes de las fuentes generadoras de ondas (Franco Cruz, 2013), mientras que $V_f(\omega)$ presenta un mínimo espectral alrededor de la frecuencia fundamental.

Este proceso se realiza dividiendo un registro sísmico de ruido ambiental en ventanas de tiempo de 20 a 120s, y puede existir traslape de un 5% a 20% entre dichas ventanas de tiempo, para las que se obtiene el “*cuasi - espectro de transferencia QTS*”, mejor conocido como la razón espectral H/V de cada ventana, para posteriormente realizar el promedio de todos los cocientes H/V obtenidos, Por lo que esta técnica podemos resumirla como un *promedio de cocientes*.

La simplicidad de los conceptos de Nogoshi e Igarashi atrajo la atención de muchos autores para emplear la técnica experimental tanto a microtemores como a movimientos fuertes, concluyendo la mayor parte de los investigadores e ingenieros, que la técnica del cociente H/V es un buen estimador de la frecuencia fundamental de sitio, no así para el factor de amplificación dinámica, el cual debe ser obtenido a partir de registros de movimiento fuerte (Dravinski *et al.*, 1996). Es importante aclarar que el término QTS “*cuasi - espectro de transferencia*”, es un término acuñado por Nakamura (2000), y se presenta en esta tesis sin modificaciones al artículo original, sin embargo este término es inadecuado.

Actualmente la técnica de Nakamura (1989) está entrando en desuso ya que carece de una base teórica sólida, por tal motivo la presente tesis se basa en la teoría de campos difusos que se describe a continuación.

2.2 Introducción a teoría de campos difusos

El concepto de difusión tiene varias acepciones posibles. También eso ocurre con los campos que denominaremos difusos. El fenómeno de difusión se presenta en múltiples circunstancias de nuestra vida cotidiana. En sismología se requiere que una fuente inicial o fuerza inyecte energía en el medio y que sus partículas o heterogeneidades difracten las ondas que la fuente generó, de forma tal que es difícil definir de donde viene la perturbación del medio, ya que esta se ha generalizado y se encuentra viajando en todas direcciones.

Un ejemplo claro de un campo difuso es un día nublado, en este caso como la luz está generalizada en el medio y se encuentra viajando en todas las direcciones, no se generan sombras, por lo que se habla entonces de iluminación difusa, porque debido a sus múltiples difracciones la luz nos llega de todos lados, este tipo de fenómenos en la naturaleza se cataloga como difusión.

Si se considera la intensidad del movimiento sísmico o la energía intrínseca asociada a este es claro que se trata de medidas promedio de los campos de onda. Mientras los desplazamientos satisfacen las

ecuaciones de movimiento (por ejemplo, las de la elasticidad dinámica), la energía y su variación espacial se pueden describir mediante modelos de tipo difusivo, tales como los que describen la propagación del calor. Esa es otra razón para considerar a las densidades de energía (cantidad de energía acumulada en una región del espacio por unidad de volumen) un resultado de los procesos difusivos.

En la tierra las ondas sísmicas tienen un comportamiento análogo, las heterogeneidades en el subsuelo hacen que los registros sísmicos no sean muy limpios, porque después de las ondas de cuerpo y las superficiales principales llegan ondas reflejadas, refractadas y difractadas. Se ha demostrado (Hennino *et al.*, 2001) que la coda de los sismogramas y el ruido sísmico son evidencia de la difracción múltiple en el subsuelo. Las ondas sísmicas se propagan con las leyes que describe la elastodinámica, sin embargo, la energía asociada y su interacción con múltiples objetos y discontinuidades están gobernadas por ecuaciones de transporte que en tiempos largos tienden a ser ecuaciones de difusión.

De acuerdo con Weaver (1982), si un campo de ondas puede ser descrito mediante los modos normales del sistema, entonces un campo difuso de ondas consiste en la distribución equitativa (equiparticionada) de la energía en todos los modos normales. Sánchez-Sesma y Campillo (2006) proponen, de acuerdo con Weaver (1982) y Murray (1996), que un campo difuso puede ser representado como una superposición isótropa de ondas planas con amplitudes y fases aleatorias.

Si la iluminación es isótropa y equiparticionada (formando *per se* un campo difuso), el campo resultante en regiones contiguas es también difuso. Esto se desprende de los resultados de Sánchez-Sesma *et al.* (2006) y Pérez-Ruiz *et al.* (2008).

2.2.1 Equipartición de la energía

La equipartición de la energía se define como un estado estadístico alcanzado por un campo aleatorio, independiente de las condiciones iniciales o de las fuentes, en el límite de un gran número de conversión de modos, dispersiones o reflexiones (Weaver, 2010). Puede entenderse la equipartición de la energía como un estado en el que las energías de todos los posibles modos de onda en un sistema llegan a ser iguales (Nakahara *et al.*, 2011). Weaver (1982) extiende el concepto refiriéndose a la estabilidad de la energía entre todos los estados del sistema, entendiéndose por estados a todos los posibles modos (tipos de onda P y S) en el caso de un medio infinito, además de la contribución de ondas superficiales si se trata de un semiespacio (Rivera, 2017). En un régimen equiparticionado el flujo neto de energía es igual a cero, toma lugar después de una suficiente y larga dispersión múltiple del campo de ondas debida a las heterogeneidades del medio (Malcolm *et al.*, 2004; Wapenaar, 2004) lo que resulta en múltiples conversiones entre diferentes modos de onda.

La importancia de la equipartición se debe a que es una condición necesaria para recuperar la Función de Green exacta mediante correlaciones del campo elástico (Sánchez-Sesma y Campillo, 2006). Si no existe un régimen equiparticionado, la función de Green no se recupera, pero las correlaciones pueden proporcionar resultados valiosos de significado físico, así como permitir la reconstrucción de arribos específicos (Piña, 2015). Lo que implica que la energía de las ondas P (E_p) y de las ondas de corte S (E_s), de un campo de ondas elásticas difuso, tienen un decaimiento exponencial con el tiempo, y las relaciones E_p/E_s tienden a una constante. Para dominios en 2D y 3D los valores pueden obtenerse

mediante el conteo de los modos de estas ondas en función de la frecuencia, encontrándose que esas constantes son $(\alpha/\beta)^2$ y $2(\alpha/\beta)^3$, respectivamente.

Donde α y β son las velocidades de propagación de las ondas P y S . La deducción de este resultado se encuentra en Weaver (1982) y Sánchez-Sesma y Campillo (2006). Shapiro *et al.* (2000) realizaron un experimento en Chilpancingo, México con el que demostraron la rápida estabilización de las relaciones de energías, comprobando que la propagación de ondas sísmicas de periodo corto, en regiones tectónicamente activas, es dominada por la difracción múltiple.

2.2.2 Función de Green

El campo de desplazamientos en dirección i en un punto A , ante una carga unitaria impulsiva en dirección j , aplicada en otro punto B , se conoce como la Función de Green (FG) del sistema $G_{ij}(A, B)$, en otras palabras, es la respuesta del sistema (campo de desplazamientos) debido a una fuerza impulsiva unitaria en espacio-tiempo.

La FG en sismología se compone por ondas de cuerpo y ondas superficiales (Aki & Richards, 2002), estas últimas, generalmente contienen más energía ya que al ser guiadas por la superficie libre y la estratigrafía de cada sitio presentan una atenuación menor. La forma de la FG dependerá del espesor de cada estrato, sus velocidades de propagación P y S y la densidad de cada uno de estos. Al conocer la FG de un sitio, se puede estimar su respuesta ante un evento sísmico.

En un medio estratificado anisótropo, el promedio de las correlaciones cruzadas entre campos de ondas difusos registrados en dos puntos de medición, permite la recuperación de la FG del sistema (Sánchez-Sesma *et al.*, 2006). La coherencia residual de las ondas, hace que el promedio de las correlaciones cruzadas de ventanas independientes del ruido sísmico haga emerger la FG, en donde mientras más ventanas de tiempo se dispongan mejor será la obtención de la FG.

La figura 2.1, tomada de Stehly *et al.* (2006), tiene como objeto presentar las correlaciones cruzadas a partir de Ruido Ambiental Sísmico (RSA), esquematizando el efecto de la distribución espacial de las fuentes y heterogeneidades alrededor de dos puntos de medición y sus efectos en la obtención de la FG.

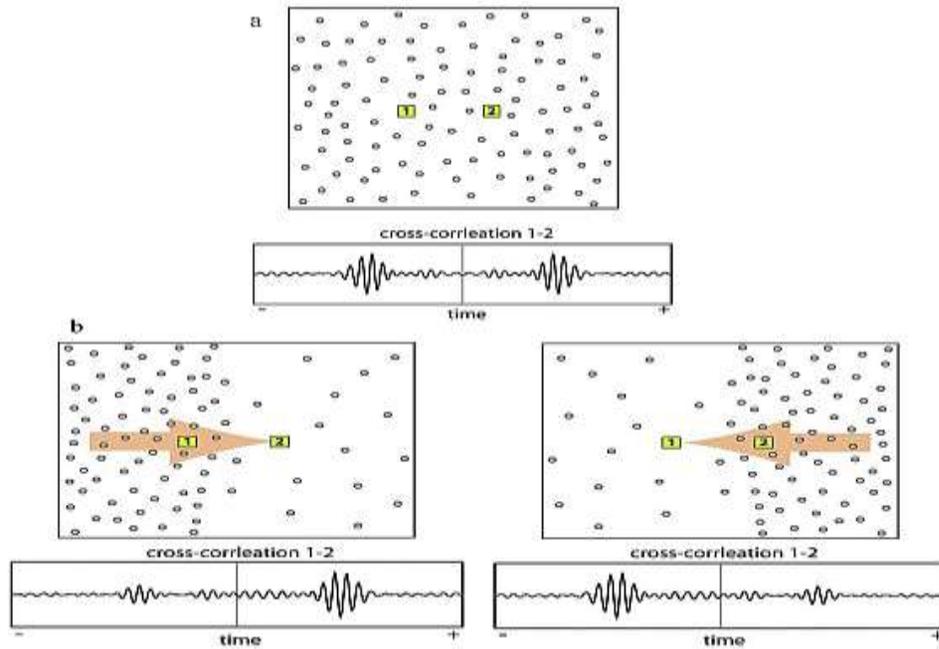


Figura 2.1 Efecto de la isotropía espacial de las fuentes y heterogeneidades alrededor de dos puntos de observación 1 y 2, en las FG obtenidas a partir del promedio de correlaciones cruzadas de RSA: (a) fuentes distribuidas de manera isotrópica donde se obtiene una FG ideal, (b) mayor densidad de fuentes en el lado izquierdo y después en el derecho, de 1 y 2, recuperando FG asimétricas en amplitud, pero con tiempos de llegada correctos. Tomada de Stehly *et al.* (2006).

La FG es una cantidad compleja con parte real y parte imaginaria y se define como:

$$G_{ij}(A, B, \omega) = \text{Re}[G_{ij}(A, B, \omega)] + i \text{Im}[G_{ij}(A, B, \omega)], \quad (2.3)$$

donde G_{ij} es la FG, y ω es la frecuencia angular.

En el caso de el cociente H/V y aceptando la teoría de campos difusos, se asume que fuente y receptor coinciden en el origen (fuerza concentrada en cero), por lo que la solución matemática en el dominio de la frecuencia implica que la parte real sea infinita (singular en $r=0$) cuando la fuerza esta aplicada en el origen, donde r es la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y el observador o punto de medición. Por lo anterior es posible la recuperación de la FG completa si se tiene acceso a la parte imaginaria de G_{ij} , y como consecuencia de esto, el promedio de las correlaciones cruzadas entre campos de onda difusos es proporcional a la parte imaginaria de la FG del sistema, lo que se resume como:

$$\text{Re}\langle u_i(A; \omega)u_j^*(B; \omega) \rangle \propto \text{Im}[G_{ij}(A, B, \omega)], \quad (2.4)$$

donde $u_i(A)$ es el desplazamiento en dirección i en un punto A , y $u_j(B)$ es el desplazamiento en la dirección j en un punto B con $(i, j = 1, 2 \text{ y } 3)$; el superíndice * indica el complejo conjugado y los operadores $\langle _ \rangle$ indica el promedio en el dominio de la frecuencia del campo vectorial medido en los puntos A y B .

2.2.3 Relación entre la Función de Green y las densidades de energía

Sánchez-Sesma y Campillo (2006), demuestran bajo la teoría de campos difusos, la proporcionalidad entre las densidades de energía promedio ($\langle u_i u_j^* \rangle$) y la parte imaginaria de la FG (G_{ij}) como:

$$\langle u_i(\mathbf{y}; \omega) u_j^*(\mathbf{x}; \omega) \rangle = -2\pi\mu E_s k^{-3} \text{Im}[G_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)], \quad (2.5)$$

donde $G_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ = desplazamiento en el punto x en la dirección i producido por una fuerza armónica puntual unitaria que actúa en el punto y en dirección j , $k = \omega/\beta =$ número de onda S , $E_s = \rho\omega^2 S^2 =$ densidad de energía promedio de las ondas S , $S^2 =$ densidad espectral promedio de las ondas S .

La ecuación 2.5 expone claramente la relación entre la densidad de energía y la parte imaginaria de la FG, lo que es la consecuencia analítica del teorema de representación de tipo correlación, por lo que se acepta que existe equipartición de la energía entre los estados del sistema y que esa condición se extiende a los grados de libertad como lo establecen Perton *et al.* (2009).

La FG y la correlación promedio azimutal son ecuaciones tensoriales, lo que permite que la ecuación 2.5 sea válida para cualquier sistema de referencia. Por lo tanto, esta ecuación es válida para puntos x y y arbitrarios. Si el principio de equipartición no es válido, e.g. $P^2\alpha^3 \neq S_V^2\beta^3 \neq S_H^2\beta^3$, no es posible recuperar de manera exacta la FG (Sánchez-Sesma y Campillo, 2006).

Sánchez-Sesma *et al.* (2011), proponen que los microtemores se producen por múltiples fuentes aleatorias cerca de la superficie de la Tierra y que incluyen los efectos de difracción múltiple. Esto sugiere que sus intensidades podrían ser bien descritas por las ecuaciones de difusión. Dentro de este marco teórico, el promedio de las correlaciones de los desplazamientos en un receptor (en el dominio de la frecuencia) mide la densidad media de la energía y ésta es proporcional a la parte imaginaria de la FG cuando la fuente y el receptor coinciden.

Ahora suponiendo que fuente y receptor coinciden, en otras palabras, reescribiendo la ecuación 2.5 asumiendo que $x = y$, la densidad de energía en el punto x se puede escribir como:

$$E(\mathbf{x}) = \rho\omega^2 \langle u_m(\mathbf{x}) u_m^*(\mathbf{x}) \rangle = -2\pi\mu E_s k^{-1} \text{Im}[G_{mm}(\mathbf{x}, \mathbf{x}, \omega)], \quad (2.6)$$

donde $\mu = \rho\beta^2 =$ módulo de elasticidad en cortante.

La ecuación (2.6) relaciona la densidad de energía total con la parte imaginaria de la traza del tensor de Green cuando fuente y receptor coinciden; así mismo, la parte imaginaria de la FG representa la potencia inyectada por unidad de carga armónica en un punto.

A partir de la ecuación 2.6 reemplazando $E(\mathbf{x})$ por $E_m(\mathbf{x})$, que corresponde a la densidad de energía asociada con una dirección m dada (Perton *et al.*, 2009), se puede reconocer que las densidades de energía direccional contienen la proporcionalidad entre las autocorrelaciones promedio y la parte imaginaria de la FG en una dirección específica. A partir de lo anterior, se puede expresar el cociente H/V como la raíz

cuadrada de la relación de las densidades de energía direccional (Sánchez-Sesma *et al.*, 2011).

$$\frac{H(\omega)}{V(\omega)} = \sqrt{\frac{E_1(\vec{x}, \omega) + E_2(\vec{x}, \omega)}{E_3(\vec{x}, \omega)}} \quad (2.7)$$

donde E_1 , E_2 y E_3 son las densidades de energía direccional (DED), los subíndices 1 y 2 refieren a las componentes horizontales (N-S y E-W) y el subíndice 3 a la vertical (Z). Siguiendo las ecuaciones 2.6 y 2.7, la expresión del cociente H/V se puede escribir en función de las componentes diagonales del tensor de Green.

$$\frac{H(\omega)}{V(\omega)} = \sqrt{\frac{\text{Im}[G_{11}(\vec{x}, \vec{x}; \omega)] + \text{Im}[G_{22}(\vec{x}, \vec{x}; \omega)]}{\text{Im}[G_{33}(\vec{x}, \vec{x}; \omega)]}} \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) Sánchez-Sesma (2010) liga el promedio de las mediciones de H/V , ahora como un cociente de promedio expresados en la parte izquierda de la ecuación 2.8 con una propiedad intrínseca del medio expresada en la parte derecha de la ecuación, lo que permite la inversión del cociente H/V , considerando la contribución de todo el campo de ondas que recobra la FG.

2.2.4 Concepto de función de transferencia

El Diccionario Enciclopédico de Geofísica Aplicada (Sheriff, 1991), define como función de transferencia de un sistema al cociente de una señal de salida entre una señal de entrada, como una función de la frecuencia. Implícitamente se acepta causalidad y que la excitación del sistema es común (Fig 2.2).

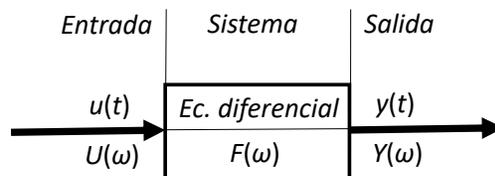


Figura 2.2 Diagrama de bloque para representar la relación entrada-salida en los dominios del tiempo y frecuencia.

En otras palabras, al multiplicar la transformada de Fourier de la entrada (en el dominio de la frecuencia) por la función de transferencia se obtiene la transformada de la salida. La función de transferencia (FT) es compleja pues tiene parte real y parte imaginaria. Usualmente es representada por una curva de amplitud (o módulo) y otra de fase, ambas contra frecuencia. La FT contiene la misma información que la respuesta impulsiva en el dominio del tiempo, esta última es convertible a la respuesta impulsiva del sistema en el dominio de la frecuencia a través de la transformada de Fourier (Sheriff, 1991).

El modelo básico de un sistema describe matemáticamente la relación de la señal de entrada $u(t)$ con la señal de salida $y(t)$. Suponiendo que ambas están relacionadas en el dominio del tiempo mediante una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes de orden n , mientras que en dominio de la frecuencia están relacionadas por la función de transferencia $F(\omega)$ que puede representarse como:

$$F(\omega) = \frac{Y(\omega)}{U(\omega)}, \quad (1.9)$$

donde $U(\omega)$ = señal de entrada, $Y(\omega)$ = señal de salida.

Las funciones de transferencia en ingeniería sísmica han sido utilizadas para evaluar la amplificación o atenuación del movimiento debido a que establecen una relación entre dos sitios mediante un cociente, obteniendo el resultado en un intervalo de frecuencias (Torres, 2010). Conocidos los espectros de Fourier de dos sitios que se desean comparar (E1, E2) se puede realizar un cociente espectral que da como resultado una Función de Transferencia (figura 2.3).

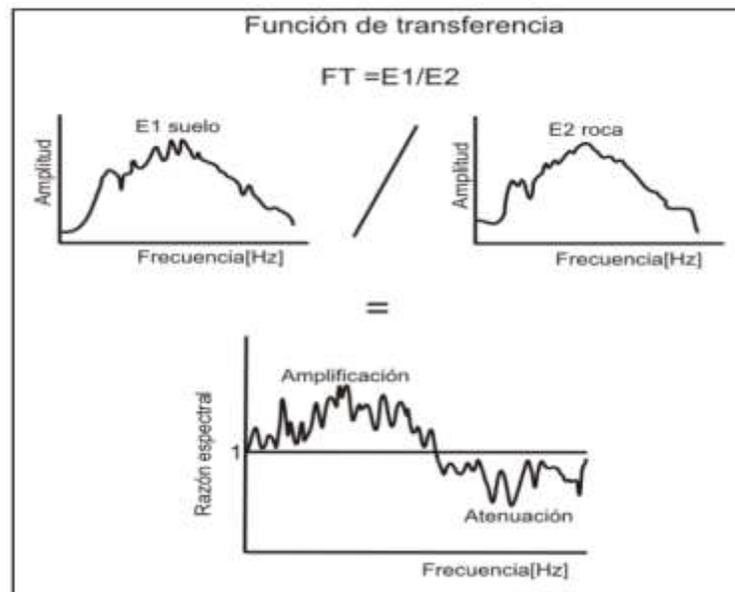


Figura 2.3 Cálculo de función de transferencia. Tomada de Gonzales (2010)

Una forma analítica de obtener la función de transferencia en ingeniería sísmica se basa en el método de la matriz propagadora de Thomson-Haskell (Thompson, 1950; Haskell, 1962; Aki y Richards, 1980). Este método considera un medio elástico estratificado horizontalmente sobre un semiespacio. A este modelo se le impone una excitación sísmica producida por la incidencia de ondas planas SH o $P-SV$, en la base con cualquier ángulo de entrada (comúnmente se suponen ondas SH con incidencia vertical, por su mayor amplitud durante un temblor). Para aplicar este método es necesario conocer el espesor h , las velocidades de ondas de cuerpo V_s y V_p , la densidad ρ , y un parámetro de amortiguamiento ξ de cada estrato del sistema así como del semiespacio.

3 El cociente espectral $H/V(z, f)$ a partir de la teoría de campos difusos

La nueva definición de cociente espectral $H/V(z, f)$ en función de la profundidad, basado en la teoría de campos difusos, ha sido usada en esquemas de inversión para estimar los perfiles de velocidad de onda (Lontsi *et al.*, 2015), información que es crucial en una infinidad de proyectos de ingeniería geotécnica y sísmológica, entre otras. Hoy en día el desarrollo e implementación de nuevos algoritmos estables y mucho más económicos en términos computacionales, permiten la implementación del cálculo y la inversión del cociente $H/V(z, f)$, extendiendo su nueva aplicación no solo a mediciones en tierra, sino también en ambientes lacustres, marinos y en pozos, convirtiéndose en un reto que la ingeniería actual tiene que probar o desmentir.

Tomando en cuenta los avances en la interferometría del ruido sísmico (e.g. Lobkis y Weaver, 2001; Shapiro y Campillo, 2004; Curtis *et al.*, 2006; Wapenaar y Fokkema, 2006; Sánchez -Sesma *et al.*, 2011), actualmente la teoría de campos difusos es una base sólida para la interpretación del cociente espectral H/V , teoría que ha sido extendida para receptores a profundidad en tierra (Lontsi *et al.*, 2015), lo que llevó a un algoritmo con receptores en profundidad en ambientes lacustres y marinos (Lontsi *et al.*, 2019).

Uno de los primeros análisis del cociente H/V en el fondo marino lo presenta Huerta Lopez *et al.* (2003), realiza un modelado del cociente H/V bajo la hipótesis de que, el cociente se debe principalmente a un campo de ondas planas SH , con lo que el cociente espectral H/V se interpreta solamente como una función de transferencia de ondas de cuerpo SH , interpretación que actualmente puede ser mejorada de forma substancial, integrando la teoría de campos difusos.

En la presente tesis se aplican los mas recientes algoritmos de inversión del cociente H/V bajo la hipótesis de campos difusos, lo que permite la interpretación del cociente a profundidad $H/V(z, f)$, en aplicaciones en tierra y en profundidad incluyendo el caso de un estrato superficial líquido. En este contexto, el modelado del cociente $H/V(z, f)$, depende directamente del cálculo de la FG, para lo cual se utiliza la matriz propagadora de Thomson- Haskell (Thomson, 1950; Haskell, 1953), misma que permite el cálculo de los desplazamientos y esfuerzos para las ondas SH y $P-SV$ en dos puntos a profundidad en un medio elástico 1D. El uso de la matriz propagadora permite incluir un estrato líquido en la cima del medio 1D, con lo es posible calcular la FG a cualquier profundidad. El método de Tomsom-Haskell es inestable debido a errores de redondeo numérico cuando aparecen ondas evanescentes, por lo cual, se usa la ortonormalización de Wang (1999), que preserva la matriz original de Tomsom-Haskell y evita el problema de inestabilidad numérica.

3.1 Una interpretación física del cociente espectral $H/V(z, f)$

A partir de datos de vibración ambiental en un sensor de tres componentes ortogonales y reescribiendo la ecuación 2.8 en términos de la frecuencia f y la profundidad z , el cociente espectral en un punto dado puede estimarse como:

$$\frac{H}{V}(z, f) = \sqrt{\frac{E_1(z, f) + E_2(z, f)}{E_3(z, f)}}, \quad (3.1)$$

donde, E_1, E_2 y E_3 son las densidades de energía direccional, generalizando se tiene que: $E_m(z, f) = \rho \omega^2 \langle u_m(z, f) u_m^*(z, f) \rangle$, $u_m (m=1,2,3)$ es el desplazamiento registrado en el campo de ondas en una de las tres direcciones ortogonales m , donde por convención se utiliza los índices 1 y 2 para los componentes horizontales y 3 para el componente vertical. La convención de suma en índices repetidos no es aplicable en este caso, mientras que el símbolo * indica el complejo conjugado.

A partir de 3.1 podemos expresar el cociente $H/V(z, f)$, en términos de la parte imaginaria de la función de Green (Sánchez-Sesma *et al.*, 2008) cuando fuente y receptor coinciden, como:

$$\frac{H}{V}(z, f) = \sqrt{\frac{\text{Im}[G_{11}(z, z, f) + \text{Im}[G_{22}(z, z, f)]}{\text{Im}[G_{33}(z, z, f)]}} = \sqrt{\frac{2\text{Im}[G_{11}(z, z, f)]}{\text{Im}[G_{33}(z, z, f)]}} \quad (3.2)$$

debido a que los componentes horizontales de la traza del tensor de Green son iguales: $G_{11} = G_{22}$, mientras que $G_{11} \neq G_{33}$.

Para el cálculo de la función de Green en el caso elástico 1D referente a un medio homogéneo estratificado, se toma un marco de referencia en coordenadas cilíndricas y la contribución del movimiento radial vertical (caso P - SV) y transversal (caso SH) son separados, con lo cual, es posible resolver cada caso por separado utilizando la integración discreta en el número de onda (Bouchon & Aki, 1977).

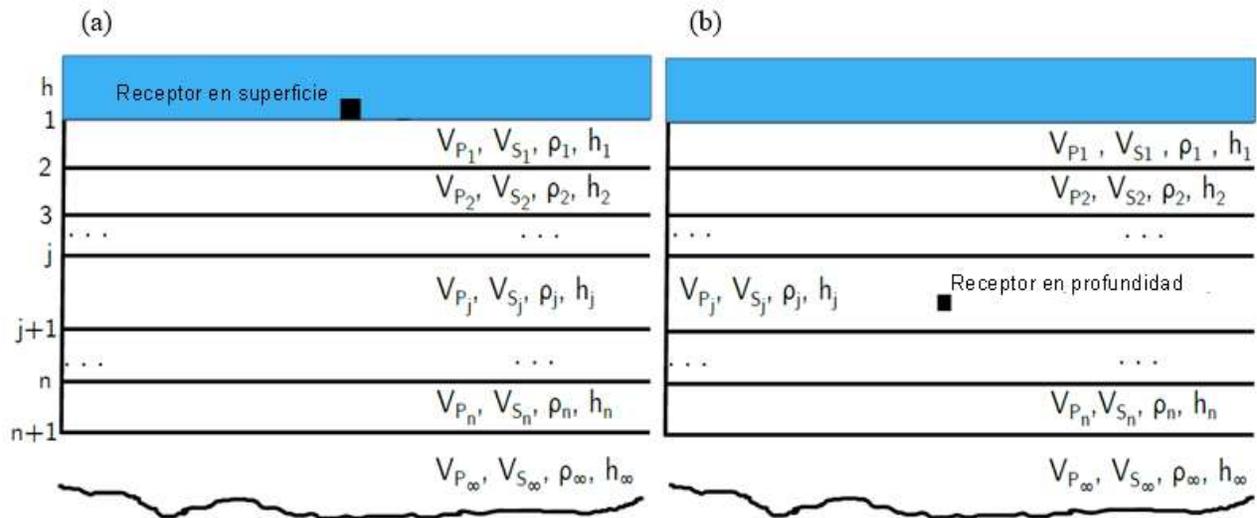


Figura 3.1 Representación esquemática de un medio estratificado 1D, (a) representación sin la capa de agua corresponde con un receptor en la superficie de la tierra, y con la capa de agua con un receptor en un lago, mar u océano, donde, el receptor se localiza a una cierta profundidad. A excepción de la capa de agua donde las ondas de corte son nulas, cualquier capa j es caracterizada por sus parámetros sísmicos $V_{pj}, V_{sj}, \rho_j, h_j, Q_{pj}$ y Q_{sj} , (b) representación sin la capa de agua en la cima: corresponde con el caso terrestre, (Lontsi *et al.*, 2019).

3.1.1 Método de Thompson-Haskell para estimar la contribución de las ondas SH en la parte imaginaria de la función de Green

El método de Thompson-Haskell, permite estudiar y describir la propagación de ondas en medios estratificados. Se basa en la existencia de una matriz llamada “propagadora” en cada estrato mediante la cual se relacionan los desplazamientos y esfuerzos relevantes entre las dos interfaces. En este método se imponen condiciones de continuidad de desplazamientos y tracciones en las interfaces de los estratos y de superficie libre de esfuerzos, con lo que se obtienen relaciones entre los valores de los desplazamientos en superficie y las ondas incidentes. Todo esto en función del número de onda horizontal y de la frecuencia de excitación.

De acuerdo con los desarrollos de Aki y Richards (2002) y Lontsi *et al.* (2019), y considerando los desplazamientos $u_2 = v$, la ecuación de movimiento de la elastodinámica correspondientes a las ondas SH para la capa j de la figura 3.1 está dada por:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\mu_j}{\rho_j} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right). \quad (3.3)$$

Dado que los campos de desplazamientos u y w son iguales a cero, solo queda el campo $v(x, z)$ y una solución de la ecuación 3.3 puede tener la forma:

$$v = l_1(z, \omega, k) \exp[i(kx - \omega t)], \quad (3.4)$$

debido a que los esfuerzos de corte antiplanos asociados a planos horizontales están definidos por:

$$\sigma_{zy} = \mu \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (3.5)$$

los esfuerzos de corte asociados resultan:

$$\sigma_{yz} = \mu_j \frac{\partial}{\partial z} l_1 \exp[i(kx - \omega t)]. \quad (3.6)$$

Realizando un cambio de variable y reescribiendo la ecuación 3.5

$$\sigma_{yz} = l_2 \exp[i(kx - \omega t)], \quad (3.7)$$

para los ejes x , y los esfuerzos son:

$$\sigma_{xy} = ik\mu_j l_1 \exp[i(kx - \omega t)]. \quad (3.8)$$

Igualando las ecuaciones 3.6 y 3.7 obtenemos la ecuación diferencial:

$$\frac{dl_1}{dz} = \frac{1}{\mu_j} l_2, \quad (3.9)$$

tomando en cuenta la ecuación de movimiento de la elastodinámica

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \rho_j = \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x}, \quad (3.10)$$

sustituyendo las ecuaciones 3.4, 3.7 y 3.8 y aplicando las derivadas en la ecuación 3.10 obtenemos

$$\frac{dl_2}{dz} = (k^2 \mu_j - \omega^2 \rho_j) l_1. \quad (3.11)$$

Las ecuaciones 3.9 y 3.11 se pueden escribir como:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\mu_j} \\ k^2 \mu_j - \omega^2 \rho_j & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

donde la ecuación 3.12 tiene la forma,

$$\frac{d\mathbf{l}}{dz} = A_j \mathbf{l}; \quad \text{donde } \mathbf{l} = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

asumiendo un medio homogéneo la solución de la ecuación 3.13 para la capa j ésima definida por z_j y z_{j+1} esta dada por:

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_{z_{j+1}} = \mathbf{P}_j \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_{z_j}, \quad (3.14)$$

donde

$$\mathbf{P}_j = \exp[A_j(z_{j+1} - z_j)]. \quad (3.15)$$

Es posible demostrar que, si la matriz A es diagonalizable, por lo tanto, existe una matriz invertible L que satisface $A = L e L^{-1}$, donde L es la matriz de eigenvectores de A , y L^{-1} es su inversa y e , es el eigenvalor de la matriz.

Los eigenvalores de la matriz cuadrada de 2×2 para la propagación de ondas SH estarán dados por: $\lambda_1 = (z_{j+1} - z_j) v_j$ y por $\lambda_2 = - (z_{j+1} - z_j) v_j$ donde:

$$v_j = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{V_{s_j}^2}}, \quad (3.16)$$

donde V_{s_j} representa la velocidad de las ondas de corte en la capa j -ésima. Los eigenvectores se

obtienen resolviendo para los dos valores de λ , los cuales resultan:

para λ_1

$$(x_1, x_2) = (1, \mu_j v_j) x_1, \quad (3.17)$$

para λ_2

$$(x_1, x_2) = (1, -\mu_j v_j) x_1, \quad (3.18)$$

reorganizando los eigenvectores de forma matricial

$$\mathbf{L}_j = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mu_j v_j & -\mu_j v_j \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

y su inversa es:

$$\mathbf{L}_j^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/(2\mu_j v_j) \\ 1/2 & -1/(2\mu_j v_j) \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Ahora bien, si $\mathbf{E} = \exp(\mathbf{e})$, la matriz \mathbf{E}_j está dada por:

$$\mathbf{E}_j = \begin{pmatrix} \exp[v_j(z_{j+1} - z_j)] & 0 \\ 0 & \exp[-v_j(z_{j+1} - z_j)] \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

La matriz propagadora ahora se puede escribir como $\mathbf{P}_j = \mathbf{L}_j \mathbf{E}_j \mathbf{L}_j^{-1}$, al realizar esta operación y aplicando las definiciones de las funciones hiperbólicas llegamos a:

$$\mathbf{P}_j = \begin{pmatrix} \cosh[v_j(z_{j+1} - z_j)] & (\mu_j v_j)^{-1} \sinh[v_j(z_{j+1} - z_j)] \\ (\mu_j v_j) \sinh[v_j(z_{j+1} - z_j)] & \cosh[v_j(z_{j+1} - z_j)] \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Como ejemplo consideremos un medio de n capas sobre un semiespacio, a partir de 3.14 obtenemos:

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_{z_{n+1}} = \mathbf{P}_n \mathbf{P}_{n-1} \dots \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_{z_1}. \quad (3.22)$$

Introduciendo la ecuación 3.4 en 3.10, se obtiene una ecuación diferencial de segundo orden para l_1 , donde la solución puede ser escrita para la capa 1 en la forma:

$$l_1 = \acute{s}_1 \exp(v_1 z) + \grave{s}_1 \exp(-v_1 z), \quad (3.23)$$

donde las letras \acute{s}_1 y \grave{s}_1 son las constantes que representan la amplitud de las ondas SH que suben y bajan respectivamente. Sustituyendo la ecuación 3.9 en 3.23 se obtiene:

$$l_2 = \mu_1 v_1 \acute{s}_1 \exp(v_1 z) - \mu_1 v_1 \grave{s}_1 \exp(-v_1 z), \quad (3.24)$$

combinando las ecuaciones 3.23 y 3.24 se obtiene para la capa 1:

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(v_1 z) & \exp(-v_1 z) \\ \mu_1 v_1 \exp(v_1 z) & -\mu_1 v_1 \exp(-v_1 z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \acute{s}_1 \\ \grave{s}_1 \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

Generalizando para el semiespacio (capa n+1)

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} \exp(v_{n+1} z) & \exp(-v_{n+1} z) \\ \mu_{n+1} v_{n+1} \exp(v_{n+1} z) & -\mu_{n+1} v_{n+1} \exp(-v_{n+1} z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \acute{s}_{n+1} \\ \grave{s}_{n+1} \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Realizando las operaciones, y teniendo en cuenta que en el semiespacio no hay ondas que suben $\acute{s}_{n+1} = 0$, factorizando e insertando la ecuación 3.19 se obtiene

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_{n+1} = L_{n+1} \begin{pmatrix} \exp(v_{n+1} z_{n+1}) & 0 \\ 0 & \exp(-v_{n+1} z_{n+1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \grave{s}_{n+1}, \quad (3.27)$$

usando la ecuación 3.22 y sustituyéndola en la 3.27 se obtiene:

$$P_n P_{n-1} \dots P_1 \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_1 = L_{n+1} \begin{pmatrix} \exp(v_{n+1} z_{n+1}) & 0 \\ 0 & \exp(-v_{n+1} z_{n+1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \grave{s}_{n+1}, \quad (3.28)$$

reescribiendo la ecuación 3.28 se tiene que el desplazamiento en la superficie es:

$$\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_1 = P_1^{-1} \dots P_{n-1}^{-1} \dots P_n^{-1} L_{n+1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \grave{s}_{n+1} \exp(-v_{n+1} z_{n+1}), \quad (3.29)$$

donde $P_n^{-1} = L_n E_n^{-1} L_n^{-1}$. Si, además se define que $C_{n+1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $Y_{n+1} = L_{n+1} \times C_{n+1}$ y se interpreta que en la interfaz 1 se tiene una carga unitaria ($l_2=1$) y que el desplazamiento ($l_1=v$) siendo la respuesta unidimensional antiplana es formalmente la función de Green unidimensional SH o antiplana para el correspondiente número de onda horizontal k , es decir $l_1=v=g_{22SH}$. Así se tiene que

$$\begin{pmatrix} g_{22SH} \\ 1 \end{pmatrix} = L_1 E_1^{-1} L_1^{-1} \dots L_n E_n^{-1} L_n^{-1} Y_{n+1} \grave{s}_{n+1} \exp(-v_{n+1} z_{n+1}), \quad (3.30)$$

que puede ser resuelta para g_{22SH} que debe ser integrado para obtener la función de Green del correspondiente problema axisimétrico mediante:

$$Im[G_{22}^{SH}(z, f)] = Im[G_{11}^{SH}(z, f)] = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty Im[g_{22SH}] k dk. \quad (3.31)$$

Este resultado es consecuencia directa de las representaciones en coordenadas polares utilizadas por Sánchez-Sesma *et al.* (2011) para representar tanto de la excitación puntual como del campo de desplazamientos para $r \rightarrow 0$.

3.1.1.1 Receptores a profundidad caso SH

A partir de la ecuación 3.29, para un receptor a profundidad, el desplazamiento y el esfuerzo bajo del punto de aplicación de una fuerza, que se encuentra en la interface j se puede escribir como:

$$\begin{pmatrix} l_{b1} \\ l_{b2} \end{pmatrix}_{z_j} = \mathbf{P}_j^{-1} \dots \mathbf{P}_{n-1}^{-1} \mathbf{P}_n^{-1} \mathbf{L}_{n+1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \dot{s}_{n+1} \exp(-v_{n+1} z_{n+1}). \quad (3.32)$$

Por otro lado, precisamente arriba de la fuerza se debe tener:

$$\begin{pmatrix} l_{u1} \\ l_{u2} \end{pmatrix}_{z_j} = \mathbf{P}_{j-1} \dots \mathbf{P}_{j-2} \dots \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}_{z_1}. \quad (3.33)$$

Las condiciones de frontera en el punto donde se aplica la fuerza a profundidad están dadas, (1) para la capa superior $l_{u1} = g_{22SH}$; y $l_{u2} = \sigma_u$, y (2) para las capas inferiores $l_{b1} = g_{22SH}$; y $l_{b2} = \sigma_b$. Se define una carga unitaria en la fuente como $\sigma_b - \sigma_u = 1$. Esto implica continuidad de desplazamientos y una discontinuidad, o salto, en el esfuerzo horizontal.

La ecuación 3.33 puede ser escrita como

$$\begin{pmatrix} l_{u1} \\ l_{u2} \end{pmatrix}_{z_j} = \mathbf{P}_{j-1} \dots \mathbf{P}_{j-2} \dots \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} v_s. \quad (3.34)$$

Haciendo $\mathbf{Y}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ la solución básica de esfuerzo desplazamiento en la superficie, si este vector básico se propaga hacia abajo desde la superficie hacia la fuente se tiene;

$$\begin{pmatrix} Y_{u1} \\ Y_{u2} \end{pmatrix}_{z_j} = \mathbf{P}_{j-1} \dots \mathbf{P}_{j-2} \dots \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Por otro lado, la solución básica del vector de amplitud de la onda plana $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ en el semiespacio que se propaga hacia arriba en dirección de la fuente se define como:

$$\begin{pmatrix} Y_{b1} \\ Y_{b2} \end{pmatrix} = \mathbf{P}_j^{-1} \dots \mathbf{P}_{n-1}^{-1} \mathbf{P}_n^{-1} \mathbf{L}_{n+1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.36)$$

con las condiciones de frontera definidas se obtiene el g_{22SH} del tensor de Green como:

$$g_{22SH} = \frac{Y_{u1} Y_{b1}}{Y_{u1} Y_{b2} - Y_{u2} Y_{b1}}. \quad (3.37)$$

Para el caso de ondas SH a profundidad, la función de Green para un medio 1D queda definida nuevamente por:

$$Im[G_{22}^{SH}(z, f)] = Im[G_{11}^{SH}(z, f)] = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty Im[g_{22SH}] k dk . \quad (3.38)$$

3.1.2 Método de Thompson-Haskell para estimar la contribución de las ondas P - SV en la parte imaginaria de la función de Green

De manera similar que en el caso SH (Aki y Richards, 2002; capítulo 7, P.263), el vector desplazamiento esfuerzo \mathbf{r} es denominado en el caso PS - V por $\mathbf{r}=(r_1, r_2, r_3, r_4)^T$, y se obtiene a partir de las ecuaciones:

$$u = r_1(k, z, \omega) \exp(i(kx - \omega t)) , \quad (3.39)$$

$$v = 0 , \quad (3.40)$$

$$w = ir_2(k, z, \omega) \exp(i(kx - \omega t)) , \quad (3.41)$$

$$\sigma_{xy} = r_3(k, z, \omega) \exp(i(kx - \omega t)) , \quad (3.42)$$

$$\sigma_{zz} = ir_4(k, z, \omega) \exp(i(kx - \omega t)) . \quad (3.43)$$

Usando la ley de Hooke y de Newton para un medio homogéneo (Lonsi *et al.*, 2018) se obtiene:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & k & \frac{1}{\mu} & 0 \\ \frac{-k\lambda}{\lambda - 2\mu} & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda + 2\mu} \\ \frac{4k^2\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} - \omega^2\rho & 0 & 0 & \frac{k\lambda}{\lambda - 2\mu} \\ 0 & -\omega^2\rho & -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} . \quad (3.44)$$

La cual es la ecuación diferencial de primer orden para el vector desplazamiento-esfuerzo \mathbf{r} , donde λ y μ son las constantes de Lamé y la parte central de la ecuación es la matriz \mathbf{A} , de forma similar al caso SH . Para un medio homogéneo la solución de la ecuación 3.44 en dos puntos z_1 y z_2 están dados por:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_2} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_1} , \quad (3.45)$$

donde \mathbf{P}

$$\mathbf{P} = \exp[\mathbf{A}(z_2 - z_1)] . \quad (3.46)$$

Los eigenvalores para la matriz de 4×4 \mathbf{A} ($z_2 - z_1$) para la propagación de ondas P - SV son obtenidos encontrando las raíces de cuarto orden (Aki y Richards, 2002; capítulo 7 p.273) del polinomio en η definido por:

$$\det[\mathbf{A}(z_2 - z_1) - \eta \mathbf{I}] = 0, \quad (3.47)$$

$$\gamma = \pm \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{\alpha}} (z_2 - z_1), \quad (3.48)$$

$$v = \pm \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{\beta}} (z_2 - z_1), \quad (3.49)$$

donde α y β son las velocidades de onda P y S respectivamente.

De manera similar al caso SH , si la matriz \mathbf{A} es diagonalizable, entonces, existe una matriz invertible \mathbf{L} que satisface $\mathbf{A} = \mathbf{L} \mathbf{e} \mathbf{L}^{-1}$, donde \mathbf{L} es la matriz de eigenvectores de \mathbf{A} , mientras que \mathbf{L}^{-1} es su inversa y \mathbf{e} es el eigenvalor de la matriz con lo que $\mathbf{E} = \exp(\mathbf{e})$.

Con lo anterior las matrices \mathbf{L} , \mathbf{E} y \mathbf{L}^{-1} , (Lontsi *et al.*, 2019) se expresan como:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \alpha k & \beta k & \alpha k & \beta v \\ \alpha \gamma & \beta k & -\alpha \gamma & -\beta k \\ -2\alpha \mu k \gamma & -\beta \mu (k^2 + v^2) & 2\alpha \mu k \gamma & \beta \mu (k^2 + v^2) \\ -\alpha \mu (k^2 + v^2) & -2\beta \mu k v & -\alpha \mu (k^2 + v^2) & -2\beta \mu k v \end{pmatrix}, \quad (3.50)$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \exp[\gamma(z_2 - z_1)] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp[v(z_2 - z_1)] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp[-\gamma(z_2 - z_1)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp[-v(z_2 - z_1)] \end{pmatrix}, \quad (3.51)$$

$$\mathbf{L}^{-1} = \frac{\beta}{2\alpha\mu\gamma v \omega^2} \begin{pmatrix} 2\beta\mu k \gamma v & -\beta\mu v (k^2 + v^2) & -\beta k v & \beta \gamma v \\ -\alpha\mu\gamma (k^2 + v^2) & 2\alpha\mu k \gamma v & \alpha \gamma v & -\alpha k \gamma \\ 2\beta\mu k \gamma v & \beta\mu v (k^2 + v^2) & \beta k v & -\beta \gamma v \\ -\alpha\mu\gamma (k^2 + v^2) & -2\alpha\mu k \gamma v & -\alpha \gamma v & -\alpha k \gamma \end{pmatrix}. \quad (3.52)$$

La ecuación 3.45 puede reescribirse:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_2} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_1} = \mathbf{LEL}^{-1} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_1}. \quad (3.53)$$

En un medio 1D, para la capa n -ésima, el vector desplazamiento-esfuerzo en la base de la interface de la capa n -ésima es nombrado $n+1$ y está dado por:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_{n+1}} = \mathbf{P}_n \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_n}, \quad (3.54)$$

donde

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{L}_n \mathbf{E}_n \mathbf{L}_n^{-1}. \quad (3.55)$$

Para un medio de n capas sobre un semiespacio, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_{n+1}} = \mathbf{P}_n \mathbf{P}_{n-1} \dots \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_1}. \quad (3.56)$$

Para un semiespacio donde no hay ondas P y SV ascendentes ($\dot{P}_{n+1} = 0$; $\dot{S}_{n+1} = 0$), la ecuación 3.56 se reduce a:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_{n+1} = \mathbf{L}_{n+1} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{P}_{n+1} \exp(-\gamma_{n+1} z_{n+1}) \\ \dot{S}_{n+1} \exp(-\mu_{n+1} z_{n+1}) \end{pmatrix}. \quad (3.57)$$

Para un receptor en superficie, las condiciones de frontera para una fuerza armónica horizontal se definen como:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} g_{11PSV} \\ g_{31PSV}/i \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.58)$$

Para una fuerza vertical, con receptor en la superficie las condiciones de frontera son:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} g_{13PSV} \\ g_{33PSV}/i \\ 0 \\ -1/i \end{pmatrix}. \quad (3.59)$$

En el semiespacio las condiciones de frontera son:

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \\ \dot{p} \\ \dot{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.60)$$

Para una fuerza armónica horizontal se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = L_{n+1}^{-1} \mathbf{P}_n \mathbf{P}_{n-1} \dots \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} g_{11PSV} \\ g_{31PSV}/i \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.61)$$

Mientras que para una fuerza vertical se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = L_{n+1}^{-1} \mathbf{P}_n \mathbf{P}_{n-1} \dots \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} g_{13PSV} \\ g_{33PSV}/i \\ 0 \\ -1/i \end{pmatrix}. \quad (3.62)$$

Las dos ecuaciones matriciales 3.61 y 3.62 se resuelven para obtener g_{11PSV} y g_{33PSV} .

La función de Green para el caso P - SV en un medio 1D, queda definida como:

$$Im[G_{22}^{PSV}(z, f)] = Im[G_{11}^{PSV}(z, f)] = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty Im[g_{11PSV}] k dk, \quad (3.63)$$

$$Im[G_{33}^{PSV}(z, f)] = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty Im[g_{33PSV}] k dk. \quad (3.64)$$

3.1.2.1 Receptores a profundidad caso P - VS

El vector desplazamiento-esfuerzo que va desde el semiespacio hasta la fuente receptor puede ser descrito en términos de las amplitudes de las ondas en el semiespacio (Lontsi *et al.*, 2019) como:

$$\begin{pmatrix} r_{b1} \\ r_{b2} \\ r_{b3} \\ r_{b4} \end{pmatrix}_j = \mathbf{P}_j^{-1} \dots \mathbf{P}_{n-1}^{-1} \mathbf{P}_n^{-1} \mathbf{L}_{n-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \end{pmatrix}. \quad (3.65)$$

Mientras que el vector desplazamiento-esfuerzo desde la superficie libre hasta la fuente receptor está dado por:

$$\begin{pmatrix} r_{u1} \\ r_{u2} \\ r_{u3} \\ r_{u4} \end{pmatrix}_j = \mathbf{P}_j \mathbf{P}_{j-1} \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix}. \quad (3.66)$$

La solución de la propagación del desplazamiento-esfuerzo en la superficie hacia la fuente se define como:

$$\begin{pmatrix} Y_{u11} & Y_{u12} \\ Y_{u21} & Y_{u22} \\ Y_{u31} & Y_{u32} \\ Y_{u41} & Y_{u42} \end{pmatrix} = \mathbf{P}_{j-1} \mathbf{P}_{j-2} \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.67)$$

De manera similar la propagación del desplazamiento-esfuerzo precisamente bajo la fuente hacia el semi espacio se define como:

$$\begin{pmatrix} Y_{b11} & Y_{b12} \\ Y_{b21} & Y_{b22} \\ Y_{b31} & Y_{b32} \\ Y_{b41} & Y_{b42} \end{pmatrix} = \mathbf{P}_j^{-1} \dots \mathbf{P}_{n-1}^{-1} \mathbf{P}_n^{-1} \mathbf{L}_{n-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.68)$$

Para una fuerza armónica horizontal, se asume que los desplazamientos son continuos en la fuente, las soluciones para arriba y debajo de la fuente son respectivamente:

$$\begin{pmatrix} r_{u1} \\ r_{u2} \\ r_{u3} \\ r_{u4} \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} g_{11PSV} \\ g_{31PSV}/i \\ \sigma_{uh} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.69)$$

y

$$\begin{pmatrix} r_{b1} \\ r_{b2} \\ r_{b3} \\ r_{b4} \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} g_{11PSV} \\ g_{31PSV}/i \\ \sigma_{bh} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.70)$$

Las relaciones entre los esfuerzos están ligadas a las condiciones de equilibrio en la frontera, que son:

$$r_{u4} - r_{b4} = 0, \quad (3.71)$$

$$\sigma_{bh} - \sigma_{uh} = r_{b3} - r_{u3} = 1. \quad (3.72)$$

Las ecuaciones 3.69 y 3.70 pueden ser escritas como

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}_h, \quad (3.73)$$

donde \mathbf{A} se define como:

$$\mathbf{A} = (Y_b, -Y_u) = \begin{pmatrix} Y_{b11} & Y_{b12} & -Y_{u11} & -Y_{u12} \\ Y_{b21} & Y_{b22} & -Y_{u21} & -Y_{u22} \\ Y_{b31} & Y_{b32} & -Y_{u31} & -Y_{u32} \\ Y_{b41} & Y_{b42} & -Y_{u41} & -Y_{u42} \end{pmatrix}, \quad (3.74)$$

\mathbf{x} como:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \\ u \\ w \end{pmatrix}, \quad (3.75)$$

\mathbf{b}_h como:

$$\mathbf{b}_h = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.76)$$

De igual manera para la fuerza armónica vertical, las soluciones arriba y debajo de la fuente son respectivamente:

$$\begin{pmatrix} r_{u1} \\ r_{u2} \\ r_{u3} \\ r_{u4} \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} g_{13PSV} \\ g_{33PSV}/i \\ 0 \\ \sigma_{uv}/i \end{pmatrix}, \quad (3.77)$$

y

$$\begin{pmatrix} r_{b1} \\ r_{b2} \\ r_{b3} \\ r_{b4} \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} g_{13PSV} \\ g_{33PSV}/i \\ 0 \\ \sigma_{bv}/i \end{pmatrix}. \quad (3.78)$$

Mientras que en el caso vertical las condiciones de frontera son:

$$r_{u4} - r_{b4} = 1, \quad (3.79)$$

$$\sigma_{bv} - \sigma_{uv} = r_{b3} - r_{u3} = 0, \quad (3.80)$$

$$r_{u1} = r_{b1} = g_{13PSV}, \quad (3.81)$$

$$r_{u2} = r_{b2} = g_{33PSV}. \quad (3.82)$$

Para las ecuaciones 3.79 y 3.80, es posible escribirlas para una carga horizontal:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}_v, \quad (3.83)$$

donde \mathbf{A} y \mathbf{x} se definieron en las ecuaciones 3.74 y 3.75 y \mathbf{b}_v se define para este caso como:

$$\mathbf{b}_v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.84)$$

Las ecuaciones 3.73 y 3.84, pueden ser resueltas para obtener el g_{11PSV} y g_{33PSV} .
La función de Green para el caso P - SV en un medio 1D, queda definida como:

$$Im[G_{22}^{PSV}(z, f)] = Im[G_{11}^{PSV}(z, f)] = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} Im[g_{11PSV}] k dk, \quad (3.85)$$

$$Im[G_{33}^{PSV}(z, f)] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} Im[g_{33PSV}] k dk. \quad (3.86)$$

3.1.2.2 Pseudo-matriz propagadora de 4x4 para el caso del estrato líquido en superficie en un medio elástico estratificado

La presencia del estrato líquido en superficie viene acompañada de varias condiciones; la primera indica que los esfuerzos de corte en el estrato líquido son cero (pues $\mu=0$), y únicamente existe contribución de ondas P en la estimación de la función de Green.

Para la ecuación de onda caso P - SV , es posible demostrar que:

$$r_1 = \frac{k r_4}{\rho \omega^2}, \quad (3.87)$$

y

$$\frac{dr_4}{dz} = -\rho \omega^2 r_2, \quad (3.88)$$

$$\frac{dr_2}{dz} = \frac{1}{\rho \omega^2} \left(-k^2 + \frac{\omega^2}{\alpha^2} \right) r_4. \quad (3.89)$$

Por lo que la ecuación de movimiento puede escribirse como:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} r_2 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\rho \omega^2} \left(-k^2 + \frac{\omega^2}{\alpha^2} \right) r_4 \\ -\rho \omega^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_2 \\ r_4 \end{pmatrix}, \quad (3.90)$$

donde la ecuación 3.90 tiene la forma

$$\frac{d\mathbf{r}}{dz} = \mathbf{A} \mathbf{r}. \quad (3.91)$$

La solución de la ecuación 3.91 en dos puntos z_1 y z_2 , (superficie del estrato líquido y base del estrato líquido, respectivamente), está dada por (Aki & Richards, 2002):

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_2} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} r_2 \\ r_4 \end{pmatrix}_{z_1}, \quad (3.92)$$

donde \mathbf{P} es

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \cosh[\gamma(z_2 - z_1)] & -\frac{\gamma}{\rho\omega^2} \sinh[\gamma(z_2 - z_1)] \\ -\frac{\rho\omega^2}{\gamma} \sinh[\gamma(z_2 - z_1)] & \cosh[\gamma(z_2 - z_1)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_2 \\ r_4 \end{pmatrix}. \quad (3.93)$$

Para obtener la pseudo-matriz 4X4 del caso \mathbf{P} , se reescribe la ecuación 3.93 como (Lontsi *et al.*, 2019):

$$\begin{pmatrix} r_1|z_2 \\ r_2|z_2 \\ r_3|z_2 \\ r_4|z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cosh[\gamma(z_2 - z_1)] & 0 & -\frac{\gamma}{\rho\omega^2} \sinh[\gamma(z_2 - z_1)] \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{\rho\omega^2}{\gamma} \sinh[\gamma(z_2 - z_1)] & 0 & \cosh[\gamma(z_2 - z_1)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1|z_1 \\ r_2|z_1 \\ r_3|z_1 \\ r_4|z_1 \end{pmatrix}. \quad (3.94)$$

La matriz pseudo-propagadora puede ser expresada en términos de los eigenvectores (\mathbf{L}) y de sus eigenvalores (\mathbf{E}) con la siguiente estructura:

$$\mathbf{P}_{pseudo} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cosh[\gamma(z_2 - z_1)] & 0 & -\frac{\gamma}{\rho\omega^2} \sinh[\gamma(z_2 - z_1)] \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{\rho\omega^2}{\gamma} \sinh[\gamma(z_2 - z_1)] & 0 & \cosh[\gamma(z_2 - z_1)] \end{pmatrix}, \quad (3.95)$$

$$\mathbf{P}_{pseudo} = \mathbf{L}\mathbf{E}\mathbf{L}^{-1}, \quad (3.96)$$

$$\mathbf{P}_{pseudo} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\gamma}{\rho\omega^2} & 0 & \frac{\gamma}{\rho\omega^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp[\gamma(z_2 - z_1)] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp[-\gamma(z_2 - z_1)] \end{pmatrix} \quad (3.97)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\rho\omega^2}{2\gamma} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\rho\omega^2}{2\gamma} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

donde $\gamma = \sqrt{k^2 - \omega^2/\alpha^2}$, las operaciones y ecuaciones algebraicas son las presentadas anteriormente desde la ecuación 3.53. Para conservar la estabilidad del método de Thomson-Haskell en altas frecuencias se recomienda usar el algoritmo de orto-normalización de Wang (1999) descrito por Lontsi *et al.* (2019).

4 Ejemplos sintéticos de aplicación

A partir de la teoría de campos difusos y considerando ejemplos en medios estratificados se calcula la función de Green para obtener el cociente $H/V(z, f)$, con lo que desde un punto de vista teórico se estudia la respuesta del cociente $H/V(z, f)$, lo que permite analizar el comportamiento del cociente espectral en diferentes condiciones poco estudiadas, pero muy comunes en la práctica profesional.

4.1 Modelos sintéticos.

4.1.1 Caso I - Un estrato sobre un semiespacio (en tierra).

Consideremos un primer ejemplo simple, definido por un perfil de velocidades que consta de una capa sobre un semiespacio, el cual podría ser muy parecido a ciertas zonas en la Ciudad de México, definido por las siguientes propiedades sismo-estratigráficas:

No. de capa	Espesor (m)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m ³)	Q
1	40	1500	50	1400	100
Semiespacio	∞	2000	800	2000	100

Tabla 4.1.- Modelo de capas 1

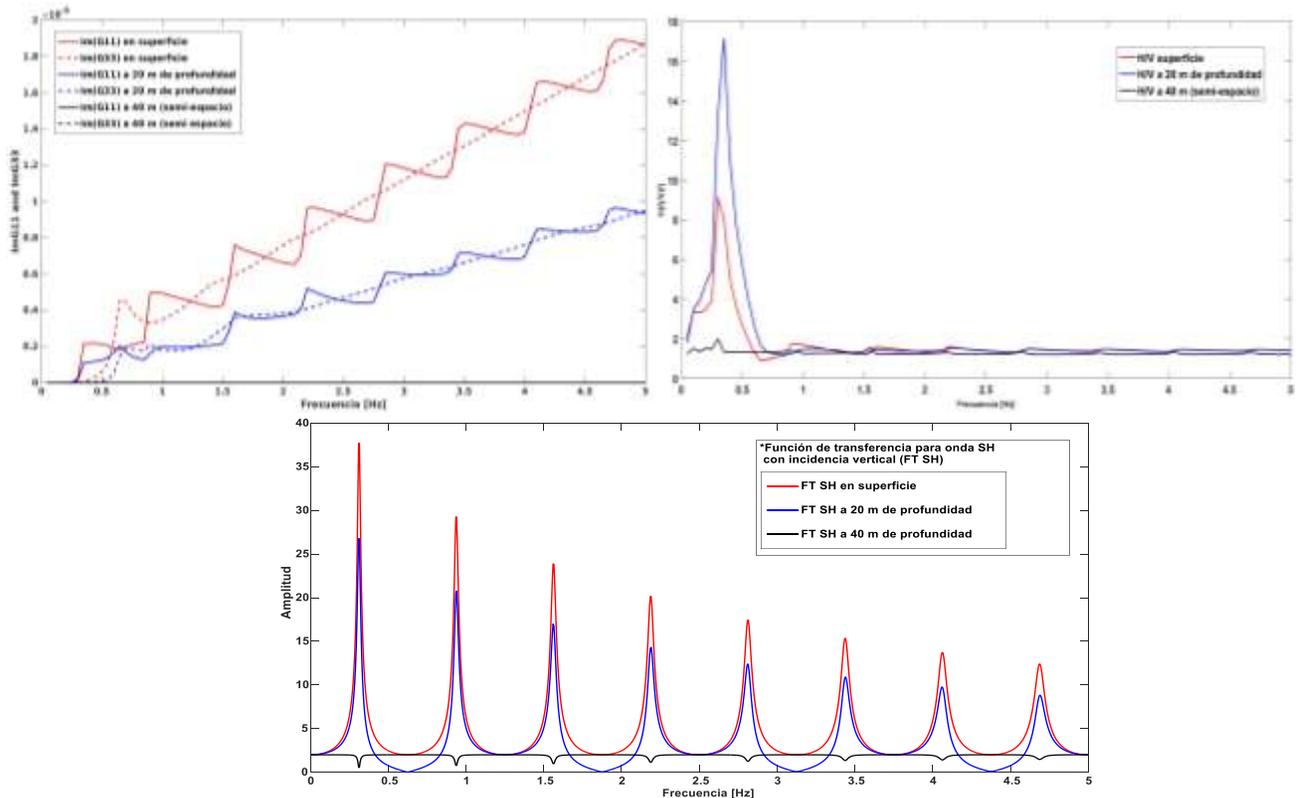


Figura 4.1.- (Superior izquierda) parte imaginaria del tensor de Green a 0, 20 y 40 m de profundidad, la línea continua y discontinua representan ImG_{11} e ImG_{33} respectivamente. (Superior derecha) se muestra el cociente espectral $H/V(z, f)$ a profundidades de 0, 20 y 40 m. (Inferior) función de transferencia caso SH con incidencia vertical a profundidades de 0, 20 y 40 m.

La figura 4.1 (panel superior izquierdo) contiene el cálculo de la parte imaginaria del tensor de Green ($\text{Im}G_{11}$ e $\text{Im}G_{33}$, respuesta horizontal y vertical respectivamente), para el modelo de capas propuesto en la tabla 4.1, nótese que el cálculo de $\text{Im}G_{22}$ no es necesario ya que $\text{Im}G_{11}=\text{Im}G_{22}$. La gráfica presenta la parte imaginaria del tensor de Green para tres profundidades distintas: 0, 20 y 40 m de profundidad, representadas por los colores rojo, azul y negro respectivamente. La respuesta de la FG para las profundidades de 0 y 20 m es similar a excepción por su amplitud, exhibiendo un aumento conforme aumenta la frecuencia, con un valor de prácticamente cero en bajas frecuencia hasta acercarse al valor de la frecuencia fundamental de resonancia ($f_0=0.31$ Hz), donde la respuesta horizontal ($\text{Im}G_{11}$) empieza a crecer rápidamente, mientras que la respuesta vertical ($\text{Im}G_{33}$) se mantiene en cero empezando un ascenso importante un poco antes del doble de la frecuencia fundamental de resonancia, la cual incluso rebasa la amplitud de la respuesta horizontal para posteriormente tener una tendencia creciente lineal. En el caso de 40 m de profundidad, punto donde se encuentra la interfaz estrato semiespacio, se muestra una tendencia casi plana para $\text{Im}G_{11}$ e $\text{Im}G_{33}$, con ligeros aumentos en la amplitud de $\text{Im}G_{11}$ en la frecuencia fundamental y en las frecuencias resonantes que por cuestiones de escala no es posible apreciar a detalle en esta comparación de la FG a profundidad.

Continuando con el panel superior izquierdo de la figura 4.1, la respuesta horizontal ($\text{Im}G_{11}$) denota saltos en las frecuencias resonantes dando el efecto de una especie de escalera creciente, comportamiento que ha sido explicado por el hecho que más de 2/3 partes de la energía inyectada al medio por una fuerza horizontal es transportada por ondas S , las resonancia consiguientes presentan un aumento en su amplitud en función de la frecuencia resonante (Sánchez-Sesma et al, 2011).

Ahora en el panel superior derecho de la figura 4.1, se muestran los cocientes espectrales a profundidades de 0, 20 y 40 m, en donde claramente se define el pico en torno a la frecuencia fundamental de resonancia $f_0=0.31$ Hz, debido a que estas gráficas son el resultado del cociente de dos funciones crecientes ($\text{Im}G_{11}$ y $\text{Im}G_{33}$), las manifestaciones de los modos superiores relacionados con las resonancias de la capa superficial se ven minimizadas con respecto a la frecuencia fundamental.

Adicionalmente el panel superior derecho de la figura 4.1 contiene dos situaciones físicas sobre el cociente $H/V(z, f)$ que es importante puntualizar. La primera se refiere a que la frecuencia fundamental de resonancia f_0 prácticamente no varía cuando aumenta o disminuye la profundidad, situación que puede explicarse teniendo en cuenta la ecuación $f_0 \approx v_s/4h$, donde h representa el espesor de la capa sobre el semiespacio, lo que implica que sin importar donde sea medido o calculado el cociente espectral $H/V(z, f)$, el espesor y velocidad de la capa o capas permanecen constantes, por lo que es importante no confundir los conceptos de espesor y profundidad. La segunda se refiere para el caso analizado el cociente espectral $H/V(z, f)$ aumenta su amplitud a la profundidad de 20 m casi en un 85%, mientras que a 40 m de profundidad se comporta prácticamente plano, lo que sugiere que la amplitud del cociente $H/V(z, f)$, puede aumentar o disminuir de amplitud conforme aumenta la profundidad, en secciones subsecuentes se muestran más ejemplos de este efecto.

En la figura 4.1 (panel inferior) se presenta la función de transferencia para incidencia vertical de ondas *SH* calculada con el método de Thomson-Haskell. La amplificación de 37 en 0.31 Hz indica el modo fundamental. La amplitud del pico máximo del cociente *H/V* calculado en superficie (valor de 9), es mucho menor a la amplificación mostrada en la función de transferencia de ondas *SH*, la cual presenta una amplificación de 37, situación que sugiere que el cociente *H/V* no es una función de transferencia.

4.1.2 Caso II - Un estrato sobre un semiespacio (medio subacuático).

Consideremos un modelo de capas similar al de la sección anterior, solo agregaremos un estrato de agua de 5 m espesor, ahora el modelo queda definido por las siguientes propiedades elásticas:

No. de capa	Espesor (m)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m ³)	Q
1	5	1500	0	1000	9999
2	40	1500	50	1400	100
Semiespacio	∞	2000	800	2000	100

Tabla 4.2.- Modelo de capas 2

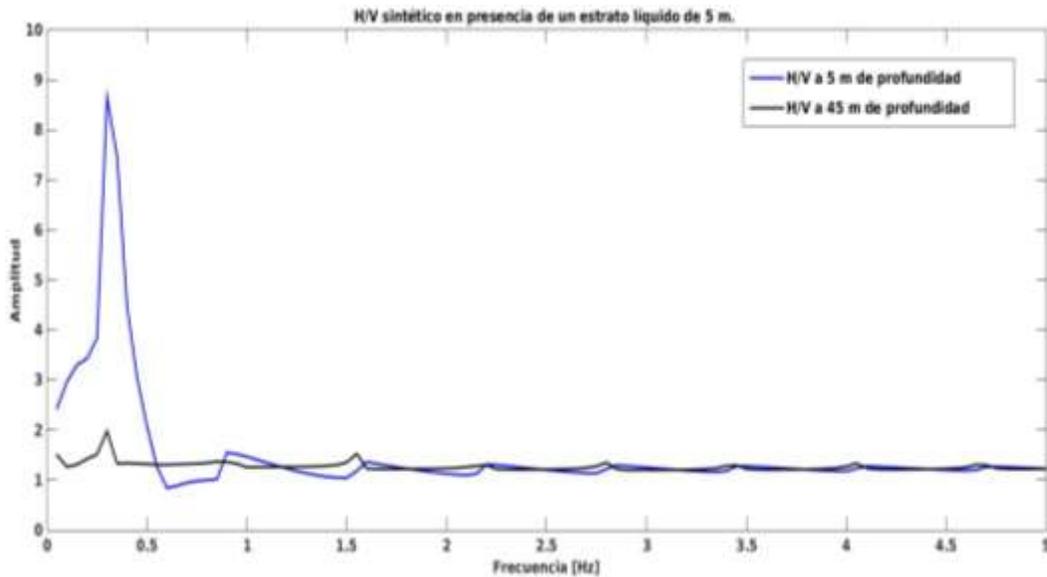


Figura 4.2. *H/V* (*z, f*) con estrato de agua de 5 m de espesor (caso subacuático).

Al agregar un estrato de agua de 5 m de espesor y calcular el cociente espectral sintético *H/V(z, f)* a 5 m de profundidad (lecho marino o lacustre), se obtiene una frecuencia fundamental de $f_0=0.31$ Hz, la cual coincide exactamente con el modelo anterior sin el estrato líquido, lo cual sugiere que la presencia de un estrato líquido no modifica la frecuencia fundamental de resonancia $f_0=0.31$ Hz.

Continuando con nuestra ejemplo teórico, la amplitud del *H/V(z, f)* sin el estrato líquido es de 9.1 (figura 4.1), mientras que al agregar un estrato de agua de 5 m de espesor, su amplitud se reduce a 8.7 (figura 4.2), la diferencia en la amplitud agregando el estrato de agua de 5 m, es menor a cinco por ciento.

El modelo sintético del $H/V(z, f)$ a 45 m de profundidad ubicado en la frontera estrato semiespacio no presenta variación significativa en amplitud o forma con respecto al modelo que no considera el estrato de agua, en esta frontera el $H/V(z, f)$ en general presenta una respuesta casi plana en la frontera con el semi espacio.

4.1.3 Caso III - Un estrato sobre un semiespacio en presencia de un estrato líquido superficial de espesor variable.

Consideremos un modelo de capas similar al de la sección 4.1.1, donde agregaremos un estrato de agua con 3 espesores distintos de 5, 100 y 1000 m, ahora el modelo queda definido por las siguientes propiedades elásticas:

No. de capa	Espesor (m)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m ³)	Q
1	5, 100, 1000	1500	0	1000	9999
2	40	1500	50	1400	100
Semiespacio	∞	2000	800	2000	100

Tabla 4.3.- Modelo de capas 2

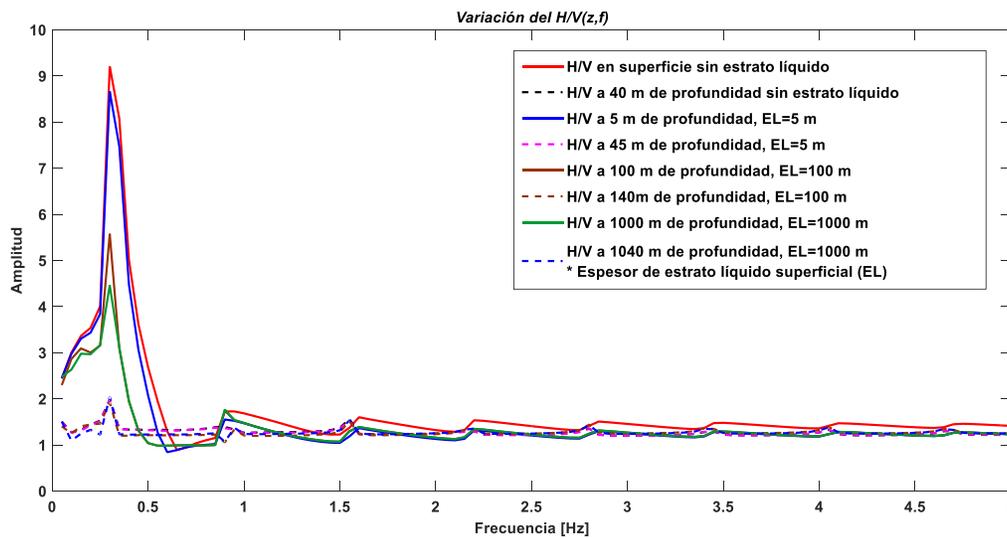


Figura 4.3. Variación de H/V con distintas columnas hidrostáticas.

Al agregar un estrato de agua de 5, 100 o 1,000 m de espesor y calcular el cociente espectral $H/V(z, f)$ a nivel del lecho marino o lacustre, se obtiene una frecuencia fundamental de $f_0=0.31$ Hz, la cual coincide exactamente con el modelo de la sección 4.1.1 y 4.1.2, lo que nos hace pensar que sin importar el espesor de la columna hidrostática la frecuencia fundamental (f_0) del sitio no se ve afectada por el espesor del estrato líquido.

A pesar de que la frecuencia fundamental de resonancia del modelo de capas no presenta cambios significativos, la amplitud del $H/V(z, f)$ si se ve afectada conforme aumenta la profundidad, mostrando una reducción en función del aumento en la columna hidrostática. Para este ejemplo la amplitud de $H/V(z, f)$

sin el estrato líquido es de 9.1, mientras que al agregar un estrato de agua de 5, 100 y 1,000 m, su amplitud se reduce a 8.7, 5.6 y 4.5 respectivamente. La amplitud con una columna hidrostática de 1,000 m de espesor, puede llegar a reducir el cociente espectral $H/V(z, f)$ en 50%, como también lo comenta Lontsi *et al.* (2019), cabe resaltar que esta reducción de la amplitud del cociente $H/V(z, f)$, tiene un efecto más significativo en la banda de frecuencias cercanas a la frecuencia fundamental de resonancia, observándose una reducción mucho más ligera en bajas frecuencias. Para comprender la reducción en la amplitud del cociente $H/V(z, f)$, es importante asimilar que la densidad de energía en la componente horizontal no es sensible a la presencia de una capa de agua, esto es debido a que no se espera propagación de ondas S en un estrato líquido, por otro lado, se puede observar una variación significativa de la densidad de energía en la componente vertical la cual puede ser asociada a múltiples reverberaciones de ondas P en el estrato de agua superficial.

El modelo sintético del cociente $H/V(z, f)$ para varias profundidades (45, 140 y 1040 m), calculado para cada caso en la frontera estrato-semiespacio, no presenta variación significativa en amplitud o forma con respecto al modelo que no considera el estrato de agua, en esta frontera el $H/V(z, f)$ en general presenta una respuesta casi plana.

4.1.4 Caso IV - Cuatro estratos con V_p y V_s crecientes a profundidad.

En este apartado se considera un modelo de cuatro capas con velocidades de propagación de onda crecientes conforme aumenta la profundidad, situación común en la vida real, debido a que geológicamente muchos de los sitios que se estudian son valles aluviales planos, lugares que facilitan el asentamiento de estructuras civiles, donde usualmente el suelo se vuelve más rígido conforme aumenta la profundidad, hasta llegar al basamento geosísmico, considerado por los manuales de diseño de construcción de obras civiles como estratos de roca con velocidades de onda S mayores a 750 m/s (Hernández y Rocha, 2015), con lo que ahora el modelo queda definido por las siguientes propiedades elásticas:

No. de capa	Espesor (m)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m ³)	Q
1	20	600	120	1400	100
2	20	1000	300	1600	100
3	20	1700	550	1900	100
4	20	2500	1200	2000	150
Semiespacio	∞	4500	2600	2800	200

Tabla 4.4.- Modelo de capas 4

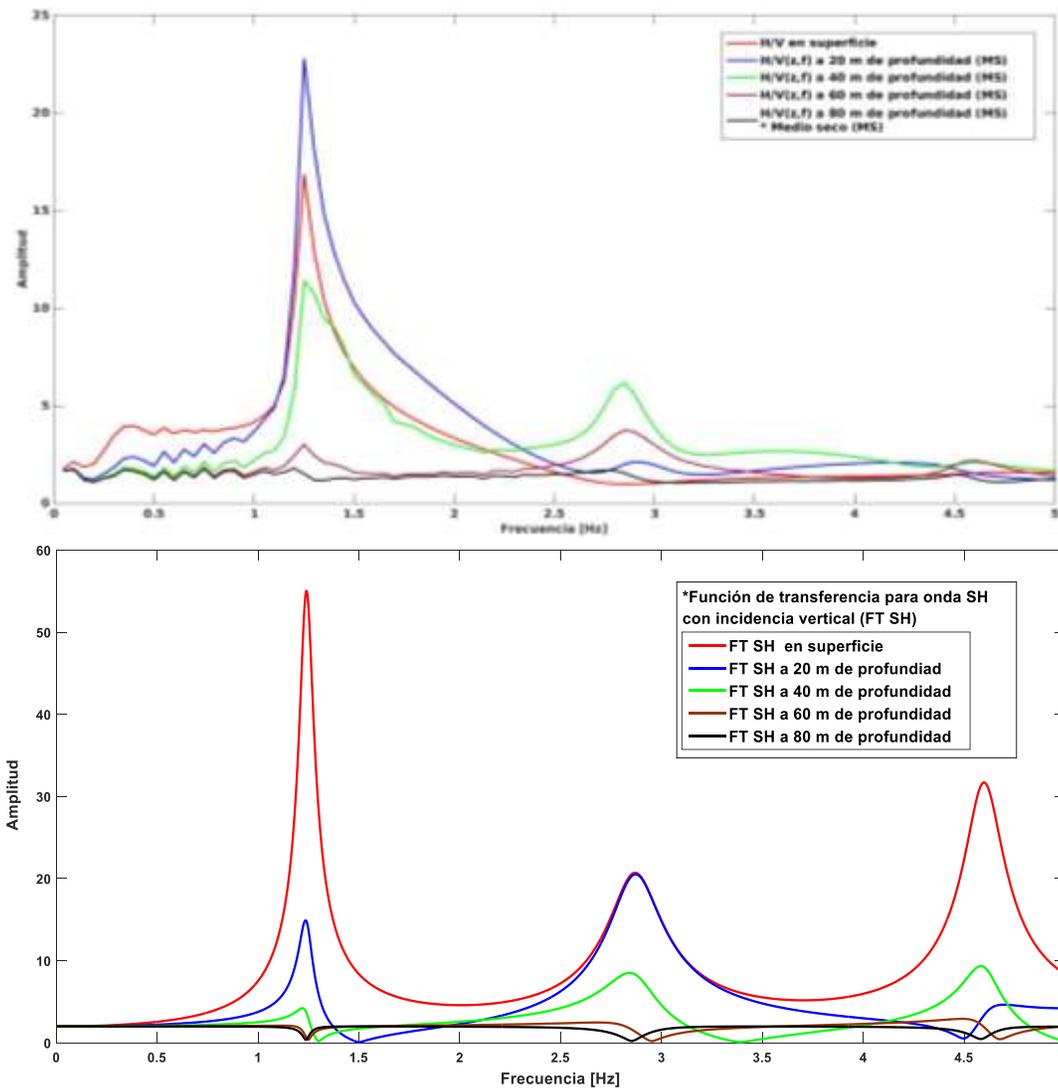


Figura 4.4 (Panel superior) estimación del cociente espectral $H/V(z,f)$, a profundidad para un modelo de velocidad de ondas V_p y V_s crecientes conforme aumenta la profundidad. (Panel inferior) función de transferencia caso SH con incidencia vertical a profundidad para el mismo modelo.

En este nuevo escenario, se presentan cuatro estratos secos con velocidades de onda que aumentan por estrato conforme aumenta la profundidad, esto es un modelo típico de zonas aluviales, como ya se ha expuesto anteriormente, la frecuencia fundamental del sitio no tiene cambios a profundidad obtenido para este modelo y bajo la teoría de campos difusos una frecuencia fundamental de resonancia de $f_0 = 1.25$ Hz.

En la figura 4.4 (panel superior) se presentan para las profundidades de 0, 20, 40, 60 y 80 m los cocientes espectrales teóricos con amplitudes de su pico máximo de 16.8, 22.8, 11.4, 3.0 y 1.8 respectivamente, situación indicativa que para este modelo estratigráfico con velocidades de propagación de onda crecientes a profundidad, el cociente $H/V(z, f)$ se incrementa un 26% a 20 m de profundidad, disminuye 32% a 40 m de profundidad, disminuye un 82% a 60 m de profundidad y se comporta prácticamente plano a 80 m de profundidad. Este fenómeno de aumento y decaimiento en la amplitud del cociente $H/V(z, f)$, demuestra la no linealidad de la amplitud con respecto a la profundidad, lo cual está

directamente relacionado con la densidad horizontal y vertical de energía ($\text{Im}G_{11}$ y $\text{Im}G_{33}$), que dependerá del espesor y las propiedades elásticas del medio donde se haga el cálculo o medición.

Continuando en la figura 4.4 (panel superior) en la frecuencia $f_1=2.8$ Hz se observa el primer modo de resonancia del cociente $H/V(z, f)$, el cual no se observa en el H/V calculado a nivel de superficie, mientras que para las profundidades de 20, 40 y 60 m, es mucho más energético, teniendo su máximo para esta frecuencia en la profundidad de 40 m, mientras que el segundo modo de resonancia $f_2=4.6$ Hz presenta un máximo local para la profundidad de 60 m. A partir de estos resultados sintéticos podemos deducir que el cociente H/V no se comporta como una función de transferencia de ondas SH .

En la figura 4.4 (panel inferior) se presenta la función de transferencia para incidencia vertical de ondas SH calculada con el método de Thomson-Haskell. La amplificación en 1.25 Hz indica el modo fundamental. La existencia de un armónico en 4.6 Hz se refleja más intensamente en superficie. Los receptores profundos presentan menores amplitudes en sus picos con la profundidad.

4.1.5 Caso V - Cuatro estratos con V_p y V_s decrecientes a profundidad.

Como último caso consideremos un modelo de cuatro capas con velocidades de propagación de onda decrecientes con la profundidad, situación poco común en la práctica, pero que se presenta en ciertos ambientes geológicos (zonas volcánicas que presentan interestratificación de rocas o tobas con suelos aluviales). Así, el modelo queda definido por las siguientes propiedades elásticas:

No. de capa	Espesor (m)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m ³)	Q
1	20	2500	1200	2000	100
2	20	1700	550	1900	100
3	20	1000	300	1600	100
4	20	600	120	1400	150
Semiespacio	∞	4500	2600	2800	200

Tabla 4.5.- Modelo de capas 4

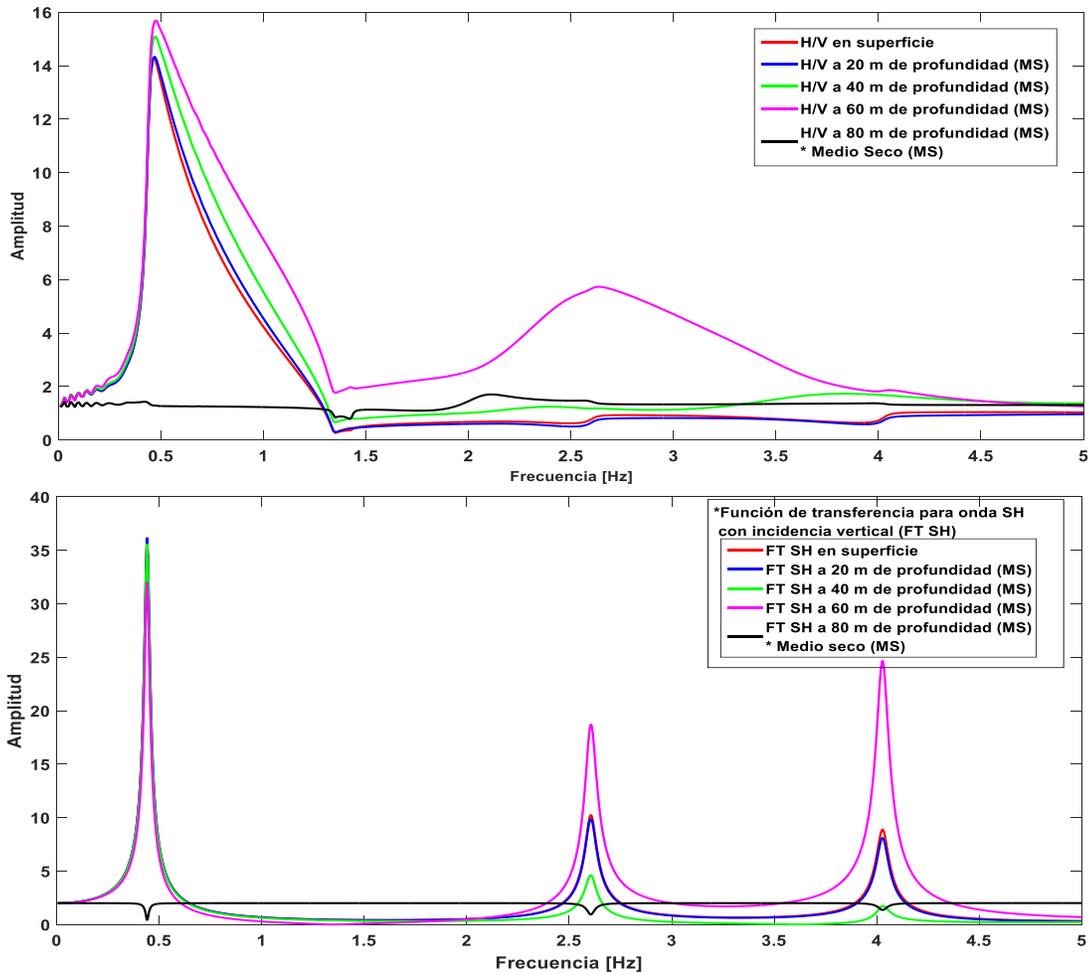


Figura 4.5. Estimación del cociente espectral $H/V(z, f)$ a profundidad para un modelo de velocidad de ondas V_p y V_s decrecientes conforme aumenta la profundidad. (Panel inferior) función de transferencia caso SH con incidencia vertical a profundidad para el mismo modelo.

El presente ejemplo se muestra en la figura 4.5 (panel superior), contempla las mismas velocidades propagación de onda que la sección anterior, pero de forma decreciente, en donde se presentan cuatro estratos con velocidades que disminuyen por estrato conforme aumenta la profundidad. Al igual que en los cuatro casos anteriores la frecuencia fundamental del sitio f_0 no tiene cambios conforme aumenta la profundidad, obtenido para este modelo y bajo la teoría de campos difusos una frecuencia fundamental de resonancia $f_0 = 0.45$ Hz; frecuencia muy distinta a la obtenida con las mismas velocidades de propagación en la sección anterior donde se obtuvo una frecuencia $f_0 = 1.25$ Hz, lo que demuestra que al aplicar la ecuación $f_0 \approx v_s/4h$ no se obtiene una buena aproximación de f_0 , situación que ocurre en sitios donde la velocidad de propagación de ondas disminuye conforme aumenta la profundidad. En la figura 4.5 (panel inferior) se agregó la función de transferencia para la misma estratigrafía con incidencia de ondas SH calculada con el método de Thomson-Haskell. Es clara la amplificación en 0.45 Hz y la existencia de un armónico en 2.6 Hz que se refleja de manera extendida en el H/V teórico en la superficie, nótese que el nivel de amplificación mostrado en la función de transferencia no corresponde con el H/V teórico de superficie.

Los resultados teóricos que se presentan en la figura 4.5 (panel superior), tienen un efecto creciente conforme aumenta la profundidad, con amplitudes de 14.2, 14.3, 15.1, y 15.8, para 0, 20, 40 y 60 m de profundidad respectivamente. Observándose un aumento en la amplitud del modo fundamental del 10% a la profundidad de 60 m, sin embargo, no solo en la banda de frecuencias cercanas al modo fundamental se presenta un aumento en la amplitud, sino también, en la banda de frecuencias cercanas al primer modo $f_1 = 2.6$ Hz. En la frontera con el semiespacio a 80 m de profundidad se mantiene el comportamiento casi plano del cociente $H/V(z,f)$ al igual que en los casos anteriores.

Los ejemplos anteriores fueron diseñados para mostrar claramente que el cociente espectral H/V no se comporta como una función de transferencia de ondas SH ; aun siendo un cociente espectral sus frecuencias pico y las amplitudes correspondientes no deben analizarse como resonancias o amplificaciones sino como indicadores. En la definición de función de transferencia existe una entrada y una salida (Sheriff, 1991), o también es posible calcular la función de transferencia por métodos como el de Thomson-Haskell (Thompson, 1950; Haskell, 1962), metodología que implica conocer las propiedades elásticas del sistema e imponer una excitación sísmica en la base (entrada o fuente), sin embargo el caso del cociente H/V , solo se tiene la salida, por lo que se sugiere interpretarlo como un cociente de densidades de energía cinética de las partículas en movimiento y no como una función de transferencia.

5 Bahía de Zihuatanejo Guerrero México, caso de estudio

Se realizó una campaña de medición de ruido ambiental en la Bahía de Zihuatanejo, en el estado de Guerrero, México, con el fin de efectuar un experimento en un medio marino con oleaje y columnas de agua salada que varían entre 5 y 25 m, con el fin de caracterizar geotécnicamente el terreno marino, determinando la frecuencia fundamental del sitio a través del cociente espectral $H/V(z,f)$, para después realizar una inversión de los datos observados utilizando la teoría de campos difusos.

Las aplicaciones de este tipo de experimentos pueden ser muy amplias, como un método de exploración geofísica en aguas someras y profundas que ayude a la instalación de infraestructura petrolera, portuaria, hidráulica, vías de comunicación marinas o inclusive estructuras civiles, obteniendo para todos estos tipos de infraestructura la frecuencia fundamental de resonancia (f_0) y un perfil de velocidades V_s y V_p del sitio, elementos fundamentales para cualquier diseño geotécnico y de ingeniería sísmica.

5.1 Ubicación y geología del área de estudio

El poblado de Zihuatanejo, comprende una superficie de tan solo 21 km² de la porción noroccidental del estado de Guerrero, en donde se encuentra la Bahía de Zihuatanejo que se localiza entre el Océano Pacífico y la Sierra Madre del Sur, en la región conocida como la costa grande de Guerrero (figura 5.1).

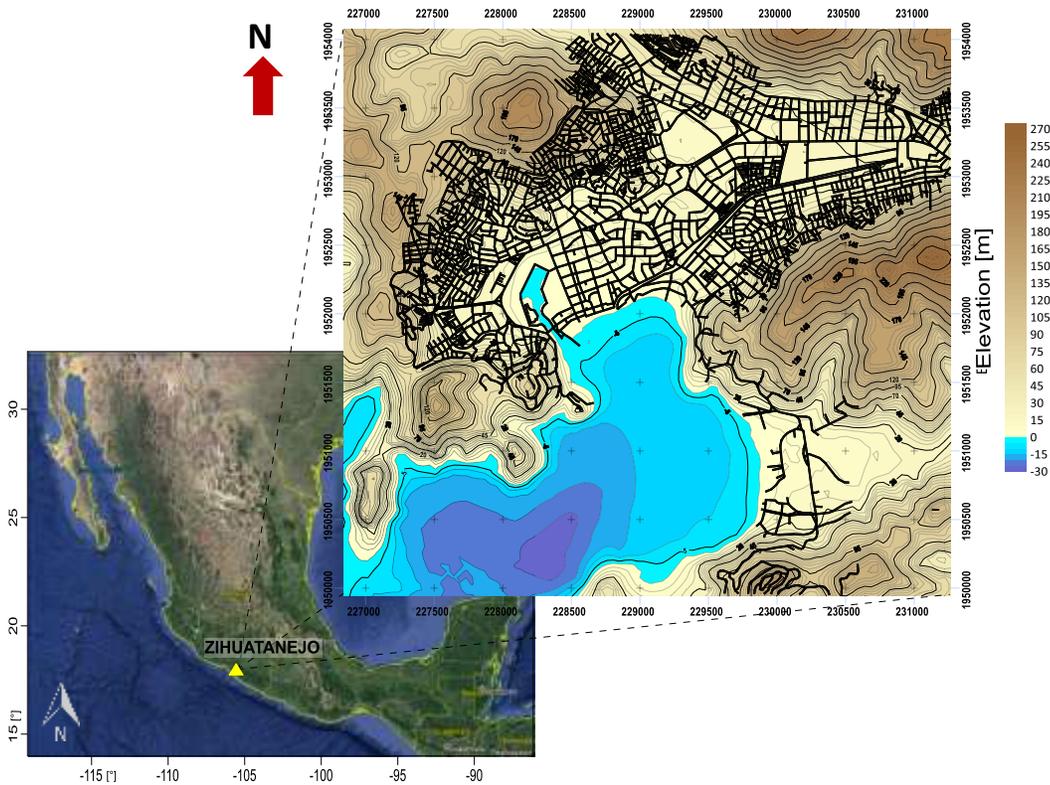


Figura 5.1. Localización del área de estudio

La Bahía de Zihuatanejo a pesar de ser un área muy pequeña, presenta una geología compleja, compuesta por rocas sedimentarias de la formación Zihuatanejo caracterizadas por una sucesión de arenisca, lutita y conglomerado volcanoclásticos de color gris verdoso (Vidal Serratos, 1986), con intercalaciones de algunos derrames de lava y toba (Martini-Pop, 2008), estas unidades minuciosamente descritas por Martini (2008), conforman la parte alta de la bahía así como el basamento del lecho marino y son integradas en una sola unidad en el informe de CONAGUA (2015), denominada metavolcánica. Cubriendo las unidades anteriores en las zonas de menor elevación de la población y bahía se encuentran depósitos cuaternarios aluviales que en la zona costera se presentan como arenas de playa, constituidas por arenas de grano muy fino (CONAGUA, 2015).

Geológicamente el área de estudio se encuentra sobre un basamento meta-volcánico, constituido por rocas muy densas, a las cuales les sobreyacen arenas de playa de espesores que varían de unos pocos metros en las zonas cercanas a los piedemonte hasta algunas decenas de metros (CONAGUA, 2015). La figura 5.2 se muestra el mapa geológico de la bahía de Zihuatanejo.

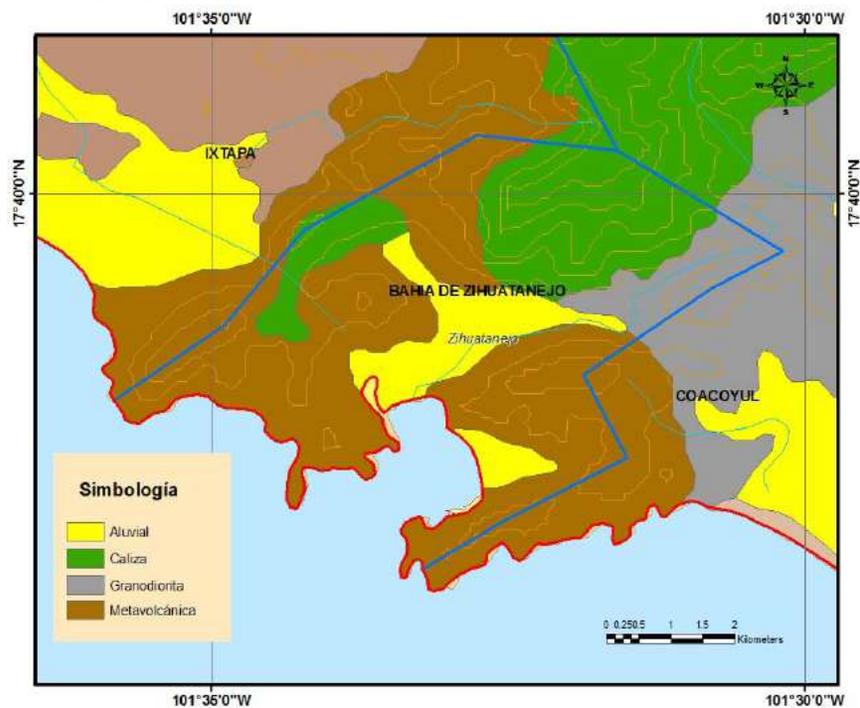


Figura 5.2. Mapa geológico de Zihuatanejo tomado de CONAGUA, 2015.

5.2 Equipo utilizado.

El equipo utilizado fue diseñado específicamente para los propósitos del experimento por *Geoexplora S.A. de C.V.*, el cual consiste en un muestreador digital de marca Kinematics, modelo K2, de 20 bits, con registro continuo de grabación a 100 muestras por segundo (mps), se utilizaron sensores marca *Geospace Technologies* de banda ancha de tres componentes con respuesta plana en velocidad de 50 Hz a 10 seg, con un sistema auto-nivelante, que automáticamente compensa ángulos de hasta $\pm 30^\circ$ sobre la horizontal.

Todos los componentes fueron encapsulados en un contenedor cilíndrico que en conjunto pesa 65 Kg, con un rango de operación hasta 100 m de profundidad.



Figura 5.3. (Izquierda) muestreador Kinemetrics modelo K2, (Derecha) OBS diseñado para el experimento en la bahía de Zihuatanejo.

5.3 Puntos de medición en la Bahía de Zihuatanejo.

Se realizaron cuatro puntos de observación en la bahía de Zihuatanejo, como se muestra en la figura 5.4, en los puntos referidos en la tabla 5.1. Adicionalmente y como valores de referencia debido a que no existen estudios previos de velocidad de propagación de onda P y S o frecuencias fundamentales de resonancia (periodos de sitio) en el área de estudio, se realizaron dos pruebas de Multichannel Analysis of Surface Waves (MASW) con 24 geófonos verticales de 4.5 Hz, con separación de 4 m y una ventana de tiempo de registro de 2 s, así como 32 mediciones de H/V distribuidas en la línea de costa y en los espacios disponibles de la zona que circunda la bahía, con el fin de comparar los valores en tierra con los obtenidos en el agua, usando como parámetros en entrada para el modelo de inversión un rango de velocidades de propagación de onda S obtenidos con la prueba MASW.

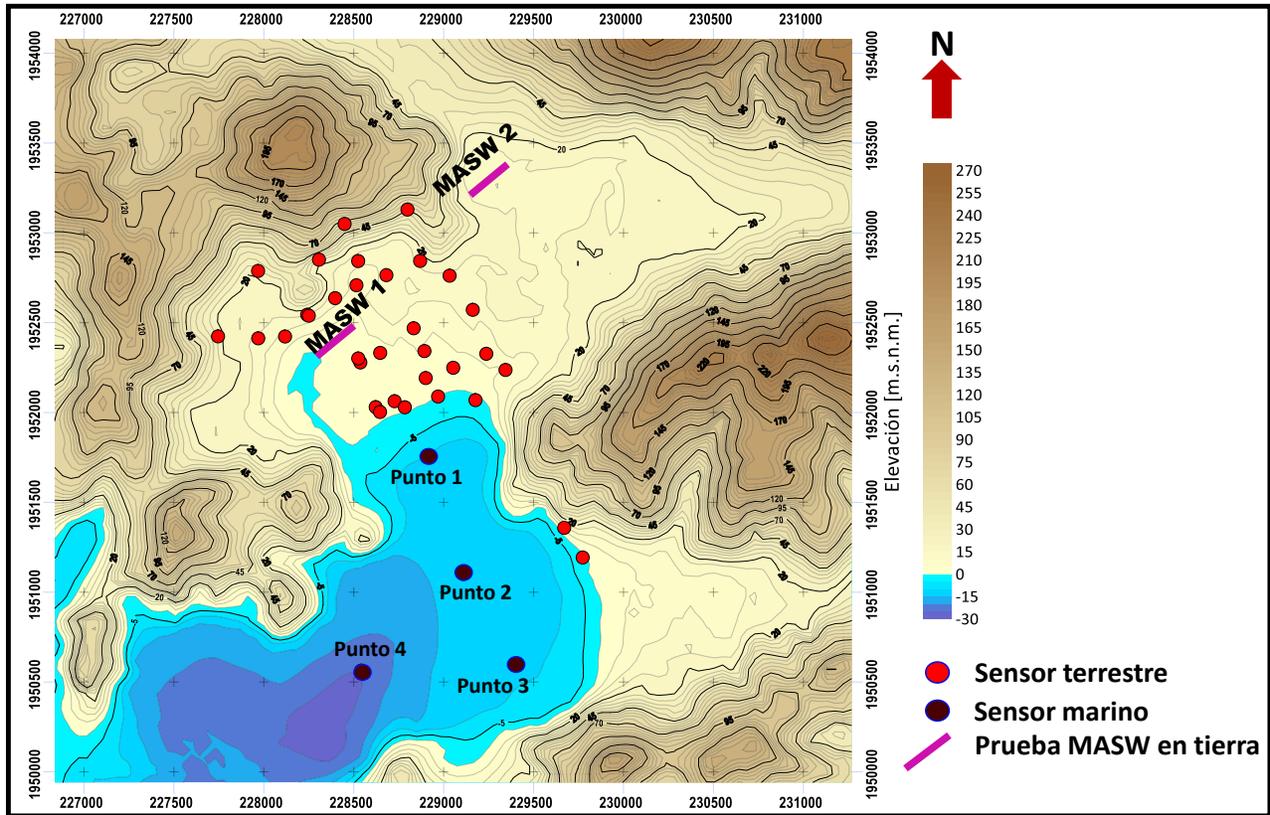


Figura 5.4 Ubicación de los sitios medidos en mar y tierra

Estación	Coordenada Este	Coordenada Norte	Profundidad (m)
Punto 1	228911	1951762	5
Punto 2	229108	1951102	12
Punto 3	229393	1950596	14
Punto 4	228541	1950563	23

Tabla 5.1 Ubicación de los puntos medidos en la bahía.

5.4 Procesamiento de datos

Los datos crudos obtenidos en cada medición fueron convertidos a formato SAC y se realizaron las correcciones por instrumento. Las mediciones tuvieron una duración de 25 minutos y una vez listas estas correcciones, el cociente espectral observado $H/V(z,f)$ fue calculado con ventanas de 30 s (más de 50 periodos de longitud) con el programa GEOPSY con un suavizamiento de Konno y Ohmachi (1998), usando una constante de suavizamiento $b=40$, desechando todas la ventanas de tiempo que se contaminaron con efectos de mareas, corrientes y viento. Finalmente los cocientes espectrales calculados y seleccionados en todas las ventanas se presentan en la figura 5.5 (a,b,c,d).

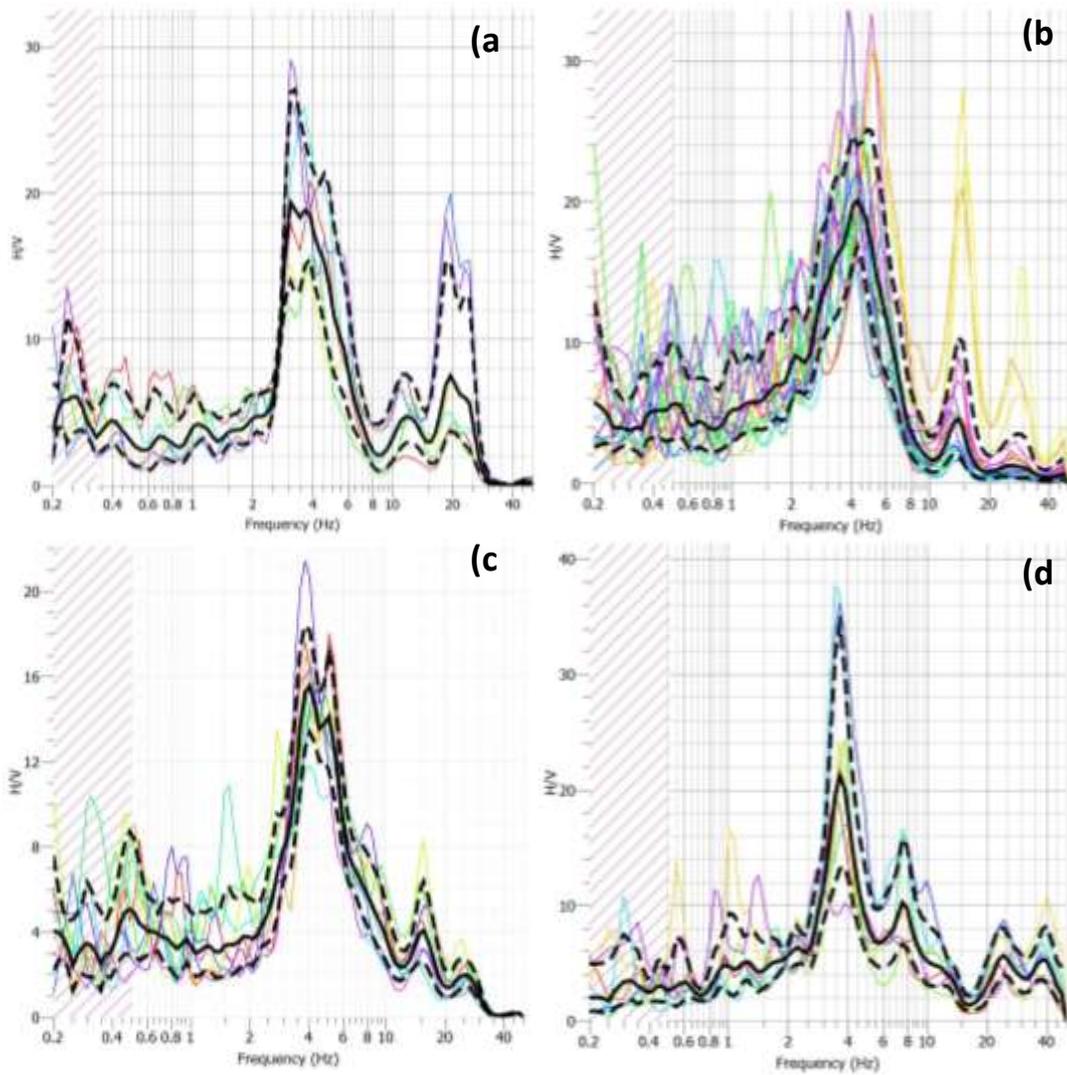


Figura 5.5 Cocientes espectrales observados $H/V(z,f)$ para los puntos 1, 2, 3 y 4 de medición a, b, c y d respectivamente. La línea continua negra representa el cociente utilizado para realizar la inversión.

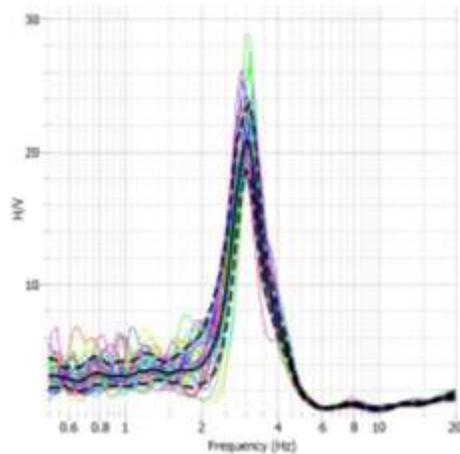


Figura 5.6. Cociente espectral H/V característico de la zona de playa de Zihuatanejo Gro.

Una vez realizado el procesamiento de los datos observados de $H/V(z,f)$ se obtuvieron frecuencias fundamentales de resonancia (f_0) de 3.1, 4.0, 4.0 y 3.6 Hz y amplitudes de 19, 20, 18 y 21 para los puntos de medición 1, 2, 3 y 4 respectivamente (figura 5.5). En la figura 5.6 se presenta un cociente H/V medido en la línea de costa, a una distancia aproximada de 280 m del punto de medición 1, en donde se observó una frecuencia de resonancia $f_0=3.1$ Hz con una amplitud de 21, valor en el mismo orden de magnitud a los obtenidos en las mediciones de la bahía.

La figura 5.7, tiene por objeto mostrar los resultados obtenidos con la dispersión de ondas superficiales, recolectados con el método Multichannel Analysis of Surface Waves (MASW), esta metodología permitió conocer el orden de velocidades de onda S que se pueden presentar los sedimentos de playa saturados en la bahía, los cuales según las velocidades obtenidas se encuentran en el intervalo de 120 a 220 m/s, mientras que para el basamento rocoso las velocidades de onda S se encuentra en el intervalo de 1400 a 1500 m/s, a profundidades de 10 a 12 m, en la zona donde se tienen los periodos de suelo más largos.

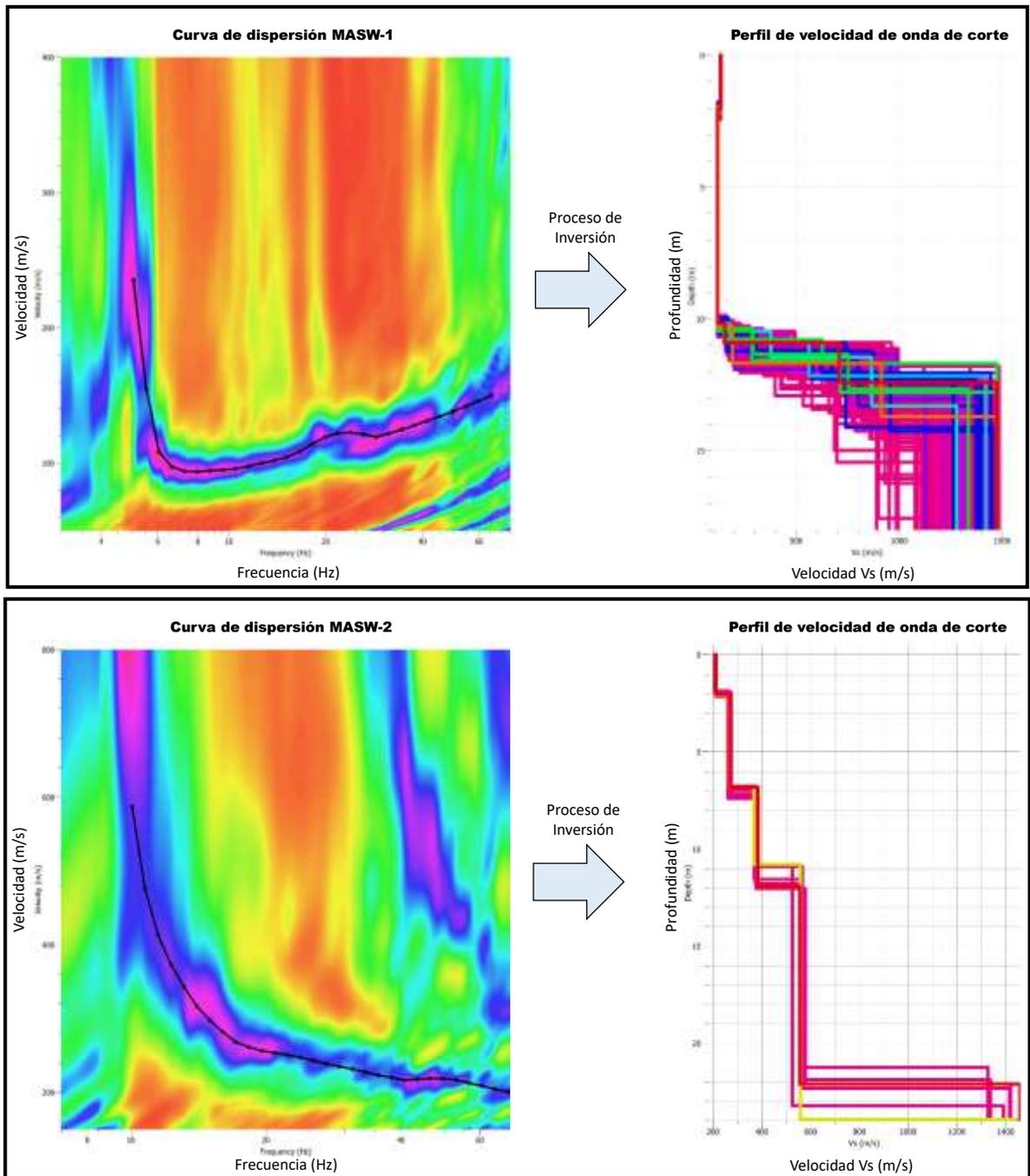


Figura 5.7. Resultados de velocidad de onda S obtenidos de las 2 pruebas MASW en tierra.

5.5 Inversión de datos

5.5.1 Parametrización

Con la información obtenida en las pruebas geofísicas en tierra, se obtuvieron los parámetros característicos del sitio, correspondientes a velocidades de onda S y frecuencias dominantes de la zona. Para la inversión de los datos observados, se consideró un modelo de una capa de agua y dos estratos sobre un semiespacio. El primer estrato correspondiente a una capa de suelos arenosos en estado suelto, con velocidades de onda S en el rango de 70 a 500 m/s, y de onda P , de 1,500 a 2,000 m/s, con un espesor máximo de 10 m, para este estrato se consideró una densidad aproximada de 1,300 kg/m³. La segunda capa asociada a materiales arenosos más densos, en estado medianamente compacto, considera velocidades de onda S en el rango de 100 a 500 m/s, y de onda P de 1,500 a 2,000 m/s, con un espesor de 0 a 10m (espesor máximo encontrado para el punto con la frecuencia más baja de resonancia en tierra), en este segundo estrato se consideró una densidad aproximada de 1,500 kg/m³. Para el semiespacio se consideró un rango de velocidades de onda S de 1,000 a 3,000 m/s, mientras que para onda P de 2,500 a 5,500 m/s. Los rangos propuestos para la inversión están dentro de un intervalo bien definido, y toman en cuenta los resultados obtenidos por la técnica MASW en la zona de la bahía, lo que permite reducir el costo computacional de la inversión y generar un modelo realista, ante a una solución teórica que ajuste mejor a la curva de $H/V(z,f)$. El resumen de los parámetros usados se muestran en la tabla 5.2.

Espesor de capa (m)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m ³)
0-10	1,500-2,000	70-500	1,300
0-10	1,500-2,000	70-500	1,500
∞	2,500-5,000	1,000-3,000	2,500

Tabla 5.2. Rango de parámetros, usados para la inversión de $H/V(z,f)$ en el lecho marino de la bahía de Zihuatanejo.

Para la capa de agua (estrato cero), se consideró la profundidad batimétrica medida en cada punto de observación, así como una velocidad de onda P de 1,500 m/s, velocidad de onda S nula, y una densidad de 1,000 kg/m³.

5.5.2 Resultados de la inversión

Con el uso del programa Dinver (módulo de inversión de GEOPSY), el cual tiene como motor de inversión geofísica el algoritmo *neighbourhood* y la función *misfit* (Wathelet, 2005), se calcularon e invirtieron las cuatro curvas $H/V(z,f)$ observadas. Para el cálculo directo de los modelos sintéticos de $H/V(z,f)$ se utilizó el programa denominado HVGNERALIZED desarrollado por Sánchez-Sesma y Lontsi en el año 2018, el cual utiliza los propagadores de Haskell (capítulo 2) para el cómputo de la función de Green.

Los resultados obtenidos en el punto de medición uno (frente a la playa de Zihuatanejo) se muestran en la figura 5.8. Los mejores modelos de inversión con un valor de *misfit* menor a dos se observan en color rojo, mostrándose el mejor ajuste para la curva de $H/V(z,f)$ en color negro (figura 5.8a), cabe mencionar que el ajuste de la curva $H/V(z,f)$ no es perfecto, debido a que la curva observada contiene tres picos

importantes en las frecuencias de 5, 12 y 20 Hz, frecuencias que al realizar la inversión se modelan como un máximo local alrededor de los 13 Hz. A pesar que el ajuste en las frecuencias cercanas a 5 y 20 Hz no es el óptimo, la parametrización correcta del modelo de entrada permite obtener resultados coherentes que concuerdan con los resultados obtenidos en las mediciones en tierra, resultando el modelo mostrado en la tabla 5.3, como mejor ajuste para el punto de medición uno. Los paneles mostrados en el segundo y tercer renglón (figuras 5.8d y e) contienen la convergencia del modelo para los parámetros velocidad de onda P , velocidad de onda S y espesor (h), correspondientes a las capas uno y dos.

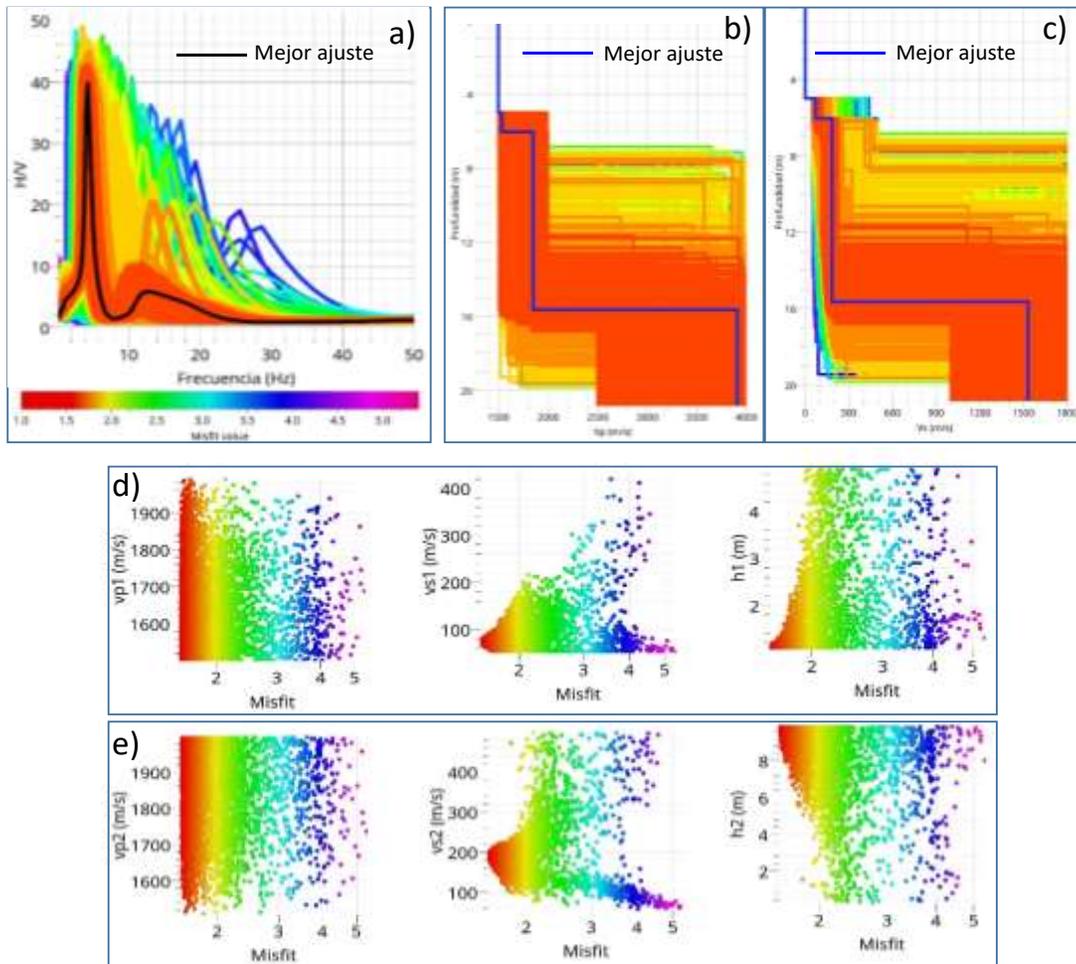


Figura 5.8. Resultados de la inversión correspondientes al punto de medición 1.

Espesor (m)	Vp (m/s)	Vs (m/s)	ρ (kg/m ³)	Litología probable
5	1500	-	1,000	Agua
1	1550	80	1,300	Arenas sueltas
10	1800	190	1,500	Arenas compactas
∞	3900	1550	2,500	Roca metavolcánica

Tabla 5.3. Mejor modelo de inversión para el punto 1 de medición $H/V(z,f)$.

En el punto dos de medición (parte central de la bahía), los mejores modelos de inversión se presentan con un valor de *misfit* menor a 0.8 en color rojo (figura 5.9), mostrándose el mejor ajuste para la curva de $H/V(z,f)$ en color negro (figura 5.9a), este ajuste es el de menor misfit para los 4 puntos medidos, la parametrización correcta del modelo de entrada permite obtener muy buenos resultados en el modelo 1D mostrado en la tabla 5.4. Los paneles mostrados en el segundo y tercer renglón (figuras 5.9d y e) se presenta la convergencia del modelo para los parámetros velocidad de onda P , velocidad de onda S y espesor (h), correspondientes a las capas uno y dos.

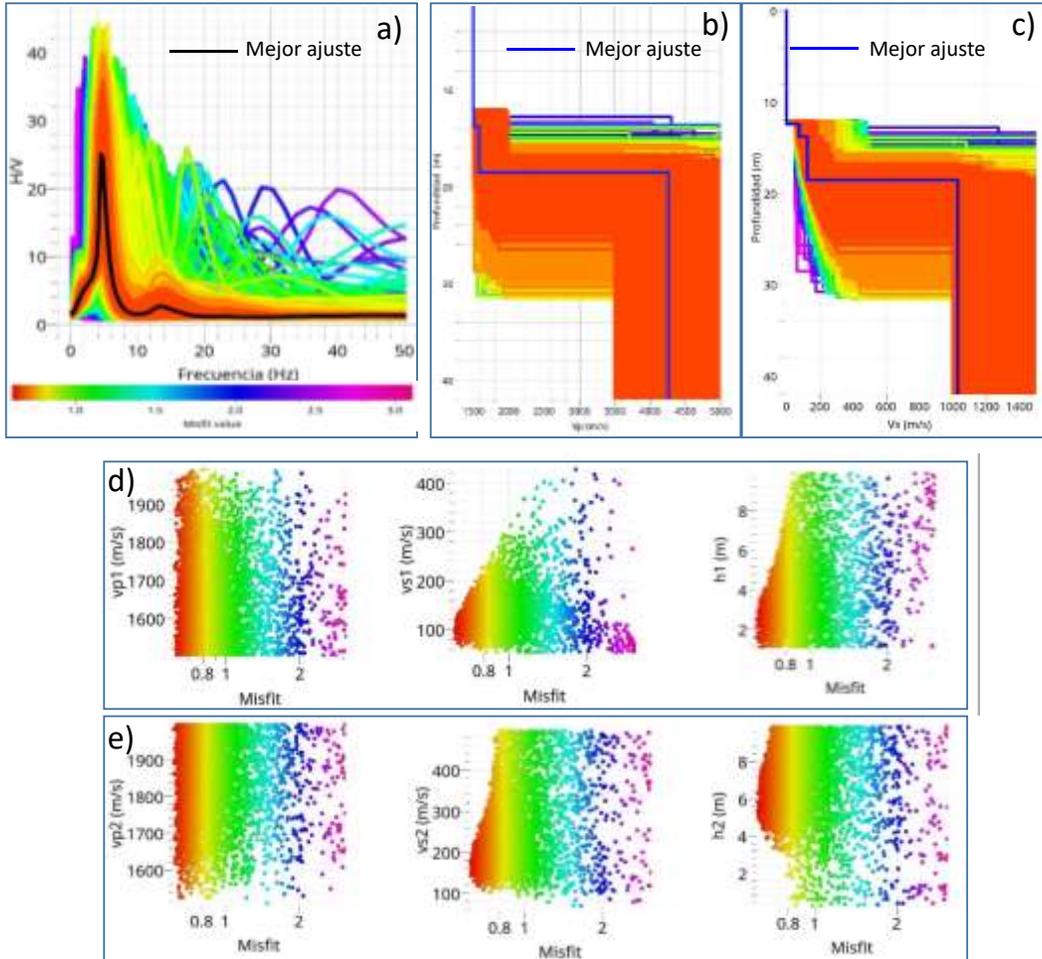


Figura 5.9. Resultados de la inversión correspondientes al punto de medición 2.

Espesor (m)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m^3)	Litología probable
12	1500	-	1,000	No aplica (Agua)
2	1500	80	1,300	Arenas sueltas
5	1600	120	1,500	Arenas compactas
∞	4200	1020	2,500	Roca metavolcánica

Tabla 5.4. Mejor modelo de inversión para el punto 2 de medición $H/V(z,f)$.

En el punto tres de medición (frente a la playa “La ropa”), los mejores modelos de inversión se presentan con un valor de *misfit* menor a 2.5 en color rojo (figura 5.10), mostrándose el mejor ajuste para la curva de $H/V(z,f)$ en color negro (figura 5.10a). El mejor modelo de capas para este sitio se muestra en la tabla 5.5. Los paneles mostrados en el segundo y tercer renglón (figuras 5.10d y e) se presenta la convergencia del modelo para los parámetros velocidad de onda P , velocidad de onda S y espesor (h), correspondientes a las capas uno y dos.

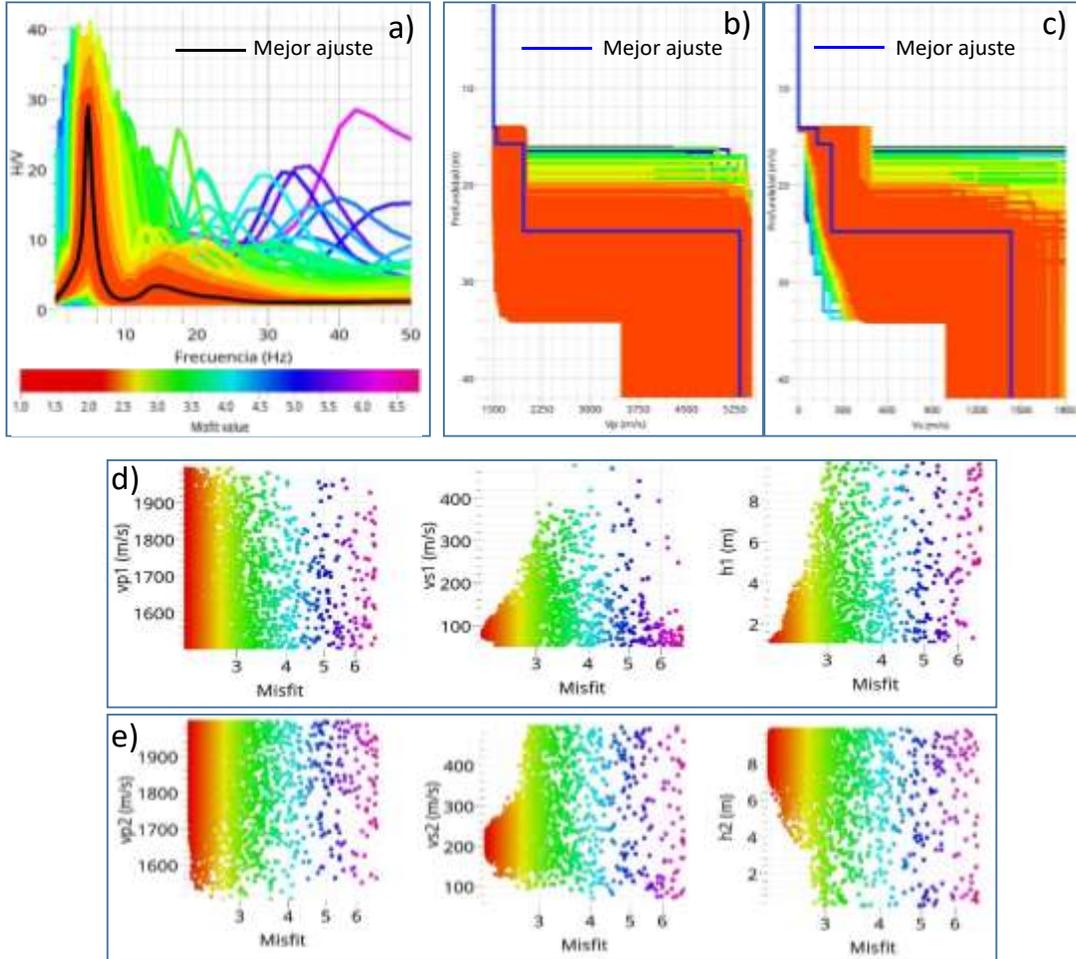


Figura 5.10. Resultados de la inversión correspondientes al punto de medición 3.

Espesor	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m ³)	Litología probable
14	1500	-	1,000	No aplica (Agua)
2	1550	110	1,300	Arenas sueltas
5	1900	210	1,500	Arenas compactas
∞	5250	1430	2,500	Roca metavolcánica

Tabla 5.5. Mejor modelo de inversión para el punto 3 de medición $H/V(z,f)$.

En el punto cuatro de medición ubicado en la entrada de la bahía (garganta), los mejores modelos de la inversión se presentan con un valor de *misfit* menor a 1.5 en color rojo (figura 5.11), mostrándose el mejor ajuste para la curva de $H/V(z,f)$ en color negro (figura 5.11a). El mejor modelo de capas para este sitio se muestra en la tabla 5.6. Los paneles mostrados en el segundo y tercer renglón (figuras 5.11d y e) contienen convergencia para las velocidades de ondas P y S y los espesores correspondientes a las capas uno y dos.

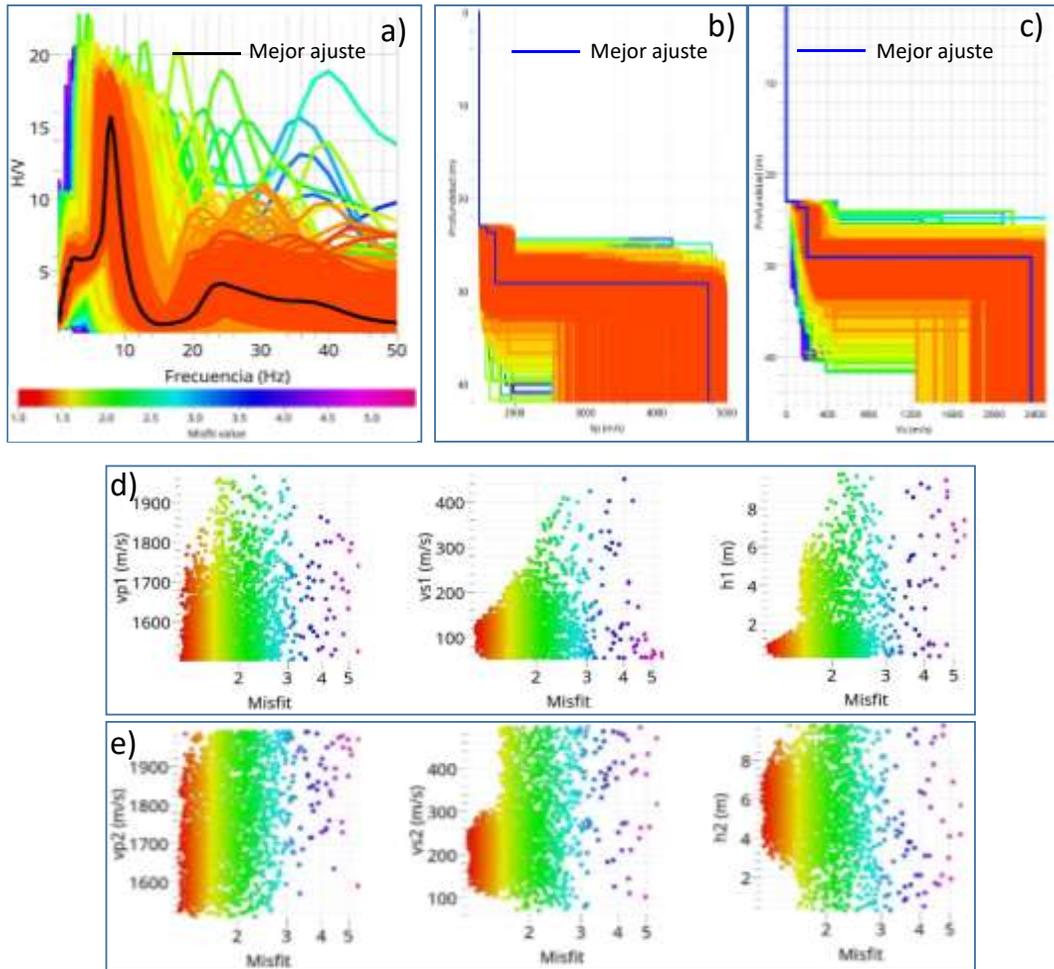


Figura 5.11. Resultados de la inversión correspondientes al punto de medición 4.

Espesor	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (kg/m ³)	Litología probable
23	1500	-	1,000	No aplica (Agua)
1	1600	100	1,300	Arenas sueltas
5	1700	190	1,500	Arenas compactas
∞	4900	2380	2,500	Roca metavolcánica

Tabla 5.6. Mejor modelo de inversión para el punto 3 de medición $H/V(z,f)$.

En todos los puntos de medición los parámetros V_p y V_s se encuentran en el mismo orden de magnitud. Por otra parte los espesores y velocidades V_p y V_s de los dos estratos que conforman el lecho mariano tienen una buena correlación con la geología y son consistentes con la frecuencia fundamental de resonancia f_0 , por lo que los 4 modelos presentados pueden ser una buena aproximación de la realidad.

Las altas frecuencias observadas en los cocientes $H/V(z,f)$ registrados en la bahía, con picos de amplitud importante en frecuencias mayores a 5 Hz, sugieren una mayor presencia de ondas de cuerpo, caso similar a lo expuesto por Kawase *et al.* (2011), quien propone la determinación del cociente H/V como el cociente de la función de transferencia horizontal entre la función de transferencia vertical ecuación 5.1.

$$\frac{H(0, \omega)}{V(0, \omega)} = \frac{\sqrt{\text{Im}[G_{horizontal}(0,0; \omega)]}}{\sqrt{\text{Im}[G_{vertical}(0,0; \omega)]}} = \sqrt{\frac{\alpha_H}{\beta_H}} \frac{|FT_{horizontal}(0, \omega)|}{|FT_{vertical}(0, \omega)|} \quad (5.1)$$

Las reberberaciones de ondas P en el agua pueden influir de manera sustancial en la contribución de ondas de cuerpo para el cociente H/V , situación generadora de altas frecuencias, que aumenta el valor del *misfit* en la inversión. Es probable que con registros de larga duración (días o semanas) se logre identificar intervalos de tiempo de menor contaminación del campo difuso para lograr cocientes espectrales sin efectos de mareas, viento o dependientes de las condiciones climáticas, para así lograr cocientes espectrales más claros.

5.5.3 Mapa de isoperiodos de la bahía de Zihuatanejo

Analizando los cocientes espectrales H/V obtenidos en el poblado de Zihuatanejo en conjunto con los del fondo de la bahía, se determinaron los periodos dominantes del suelo T_s . Con base en estos resultados se realizó una distribución espacial de periodos en la bahía y poblado de Zihuatanejo, usando interpolación con *splines* algebraicos.

Los periodos de sitio determinados en el área de estudio se encuentran en el intervalo de 0.1 a 0.4 s, periodos característicos de zonas con espesores reducidos de sedimentos o aluvión, los cuales varían su espesor de un par de metros a poco más de una decena de metros. Esta situación sitúa a estructuras de periodo corto (2 a 6 niveles) a ser susceptibles a efectos de resonancia en caso de sismo.

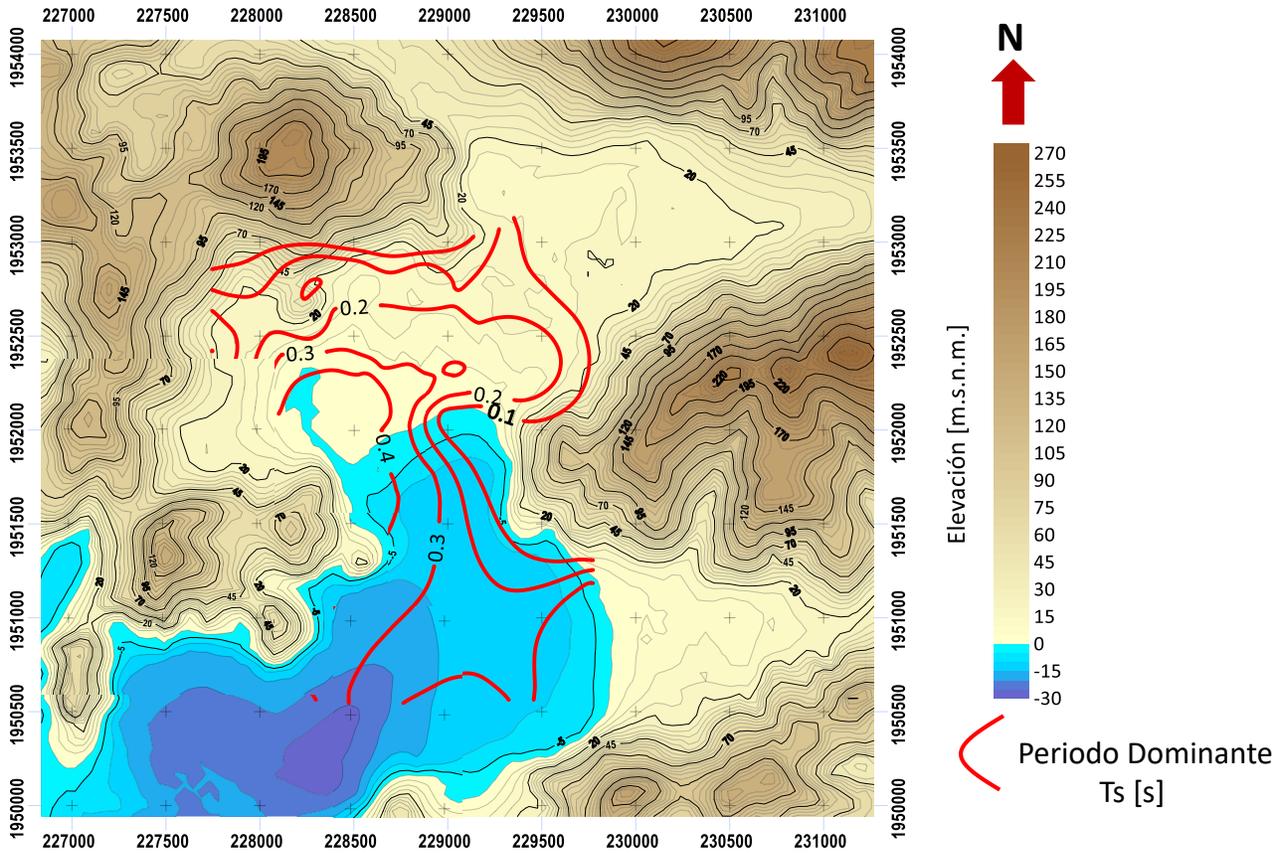


Figura 5.12 Mapa de periodos dominantes de la bahía de Zihuatanejo Gro.

Los picos de H/V en tierra son indicadores robustos de las frecuencias dominantes f_0 y en la mayor parte de Zihuatanejo este parámetro denota el espesor de los sedimentos mediante $f_0=Vs/4h$. Con base en las mediciones en tierra, los valores obtenidos para los sedimentos de la bahía y consideraciones de la topografía y batimetría se calculó el mapa de isoperíodos ($T_0=1/f_0$) de la bahía de Zihuatanejo. Utilizando la normativa nacional aplicable y software existente es posible estimar el riesgo sísmico.

6 Conclusiones

El presente trabajo integra los recientes avances propuestos por la teoría de campos difusos, la cual tiene sus fundamentos en la equipartición de la energía producto de muchas fuentes aleatorias o difracción múltiple, el cálculo de la parte imaginaria de la función de Green cuando fuente y receptor coinciden, para finalmente establecer la relación entre la parte imaginaria de la función de Green y su proporcionalidad con la densidad de energía direccional. Es así que, invocando ciertas propiedades del ruido sísmico, suponiéndolo difuso en el sentido que se indica en este trabajo, se expresa el cociente espectral H/V empleando la parte imaginaria de los componentes correspondientes de la traza del tensor de Green.

El método de Thompson-Haskell permitió usar la matriz propagadora para calcular la función de Green de un medio 1D, con lo que es posible extender la teoría de campos difusos a cualquier profundidad donde sea necesario el cálculo del cociente $H/V(z, f)$, inclusive en medios subacuáticos, con lo que el cociente espectral H/V actualmente calculado en superficie con varias filosofías, en particular la teoría de campos difusos puede expresar el cociente $H/V(z, f)$ en función de la profundidad.

A partir de los ejemplos sintéticos calculados a través de la teoría de campos difusos es posible mostrar que para el caso de un estrato blando sobre un semiespacio el cociente $H/V(z, f)$ aumenta su amplitud en un 85%, a 20 m de profundidad, mientras que la frecuencia fundamental de resonancia permanece prácticamente constante. Al agregar un estrato líquido de 5, 100, y 1,000 m de espesor el cociente $H/V(z, f)$, presenta decrementos en su amplitud de 5, 39 y 51% respectivamente, situación indicativa que el cociente espectral $H/V(z, f)$ es sensible a la presencia de una capa de agua y puede reducir su amplitud en su pico máximo hasta un 50%, desde un punto de vista físico es importante asimilar que la densidad de energía en la componente horizontal no es sensible a la presencia de una capa de agua, esto es debido a que no se espera propagación de ondas S en un estrato líquido, por otro lado, se puede observar una variación significativa de la densidad de energía en la componente vertical la cual puede ser asociada a múltiples reverberaciones de ondas P en el estrato de agua superficial.

Los cálculos teóricos considerando la teoría de campos difusos así como las mediciones experimentales denotan que la presencia de un estrato líquido no modifica la frecuencia fundamental de resonancia (f_0) de un modelo estratificado saturado. Adicionalmente los resultados teóricos, tuvieron por objetivo mostrar que para medios subacuáticos someros con tirantes de agua menores a 20 m, la amplitud del $H/V(z, f)$ no presenta un cambio significativo. Para nuestro ejemplo la amplitud del $H/V(z, f)$ sin el estrato líquido es de 9.1, mientras que al agregar un estrato de agua de 5 m de espesor, su amplitud se reduce en menos del 5%.

Otra característica en la reducción de la amplitud del cociente $H/V(z, f)$ es su mayor efecto en la banda de frecuencias cercanas a la frecuencia fundamental de resonancia f_0 , observándose una menor reducción en la amplitud del cocientes en altas frecuencias.

La no linealidad del cociente espectral $H/V(z,f)$ también se presenta en los resultados de la sección 3.1.4, caso de 4 estratos sobre un semiespacio donde se observa un aumento en la amplitud del pico $H/V(z, f)$ en un 26%, a 20 m de profundidad con respecto al de superficie, mientras que a 40 y 60 m de profundidad este disminuye su amplitud de 32 a 82%. La no linealidad de la amplitud con respecto a la profundidad, está directamente relacionado con la densidad horizontal y vertical de energía ($\text{Im } G_{11}$ y $\text{Im } G_{33}$), que dependerá del espesor y las propiedades elásticas del medio en cuestión.

Una conclusión que muchas veces es contraria a nuestro sentido común, se refiere a que *la frecuencia fundamental de resonancia f_0 prácticamente no varía cuando aumenta o disminuye la profundidad*, situación que puede explicarse sencillamente teniendo en cuenta la ecuación $f_0 \approx v_s/4h$, donde h representa el espesor de la capa y v_s la velocidad de onda S promedio, implica que sin importar donde sea medido o calculado el cociente espectral $H/V(z,f)$, el espesor y velocidad de la capa o capas permanecen constantes, por lo que es importante no confundir los conceptos de espesor y profundidad.

Los cocientes espectrales $H/V(z, f)$, calculados en la frontera del semiespacio y dentro del semiespacio en todos los casos sintéticos presentaron una respuesta prácticamente plana en comparación de los calculados sobre los estratos sobreyacentes.

En los ejemplos sintéticos (capítulo 3) el lector puede observar claramente que el cociente espectral H/V no se comporta como función de transferencia de ondas SH ; aun siendo un cociente espectral sus frecuencias pico y las amplitudes correspondientes bajo la teoría de campos difusos, no deben analizarse como amplificaciones sino como indicadores.

Los rangos propuestos en los parámetros de entrada (V_P , V_S , h , y ρ) de la inversión geofísica son muy acotados, observación señalada en el trabajo de Lontsi *et al.* (2015). Se tomaron en cuenta los resultados obtenidos por la técnica MASW en la zona de la bahía lo que permitió acotar el costo computacional de la inversión geofísica y generar un modelo más realista, ante a una solución teórica que ajuste mejor a la curva de $H/V(z,f)$.

Para los 4 puntos registrados en el lecho marino de la bahía, el mejor ajuste de la inversión se logró en el punto de medición número 2, donde la amplitud, ancho y predominancia de un solo pico favorecieron el proceso de inversión, mientras que para los puntos de medición uno, tres y cuatro el ajuste no fue el óptimo debido a que la curva observada en estos casos contiene tres o cuatro picos importantes en frecuencias superiores a la fundamental, sin embargo a pesar de que el ajuste no fue óptimo, la correcta parametrización del modelo de entrada permitió obtener resultados coherentes al definir la profundidad del basamento y las velocidades de propagación V_S y V_P de los estratos que conforman el lecho marino.

Los resultados obtenidos en las mediciones marinas, pueden ser optimizados aumentando el tiempo de grabación a intervalos de 24 h o mayores, así como la selección de la época del año que presente una menor marea. Estas sencillas acciones pueden mejorar la forma y amplitud del cociente espectral $H/V(z,f)$, lo que reducirá sustancialmente las incertidumbres en la inversión geofísica.

Los periodos de sitio determinados en la bahía de Zihuatanejo se encuentran en el intervalo de 0.1 a 0.4 s, periodos característicos de lugares con espesores de sedimentos o aluvión reducidos, los cuales varían su espesor de un par de metros a poco más de una decena de metros. Esta situación sitúa a estructuras de periodo corto (2 a 6 niveles) como las más susceptibles a efectos de resonancia en caso de sismo. Se aplican estas ideas a Zihuatanejo, Gro. para llegar a obtener un mapa de periodos dominantes del suelo tanto en tierra como en la bahía y coadyuvar a tener un mapa de riesgo sísmico en este puerto.

7 Agradecimientos

A la *Universidad Nacional Autónoma de México*, por recibirme nuevamente en sus aulas, y en particular a los *Institutos de Geofísica* y de *Ingeniería* por las facilidades para realizar este estudio y la iniciativa conjunta México-Japón *SATREPS*. Estos esfuerzos han tenido apoyo parcial de DGAPA-UNAM con el proyecto PAPIIT IN100917.

A mi madre María de Lourdes Rivera Montesinos, por su gran apoyo constante y por creer en mí siempre.

Al Dr. Francisco José Sánchez Sesma, por su paciencia, confianza y amistad. Por explicarme tantas cosas en un millón temas y dedicarme tiempo, y sobre todo por no perder la chispa ni las ganas de enseñar a los demás.

Al Dr. Gerardo Suarez Reynoso por sus valiosas recomendaciones al presente trabajo desde sus inicios y contribuir a su revisión y corrección. Por su confianza y amistad.

Al Dr. Luis Eduardo Pérez Rocha por permitirme entrar a su clase de física de las ondas, por sus múltiples correcciones al presente trabajo y sus comentarios los que siempre me conducen a un mundo mejor.

Al Dr. Martín Cárdenas Soto por su exhaustiva revisión al presente trabajo y los valiosos comentarios al mismo.

Al Dr. Arturo Iglesias Mendoza por todos los conceptos aprendidos en su clase y por sus correcciones a la tesis.

Al Dr. Rene Chávez por amable disponibilidad a revisar mi trabajo y por sus útiles asesorías a lo largo de toda mi maestría.

Agradezco al Dr. Lonsi Agostiny Marrios y al Dr. Francisco José Sánchez Sesma por enseñarme y otórgame sus códigos de cálculo.

A la M. en C. Ana Lucia Ramos Barreto que sin su valor y apoyo, no me hubiera sido posible estudiar un posgrado.

A mi amigo Dr. Héctor Raúl Aguilar Becerril, quien siempre me ha apoyado como un hermano y fue la persona quien encendió la idea de seguir estudiando.

A Diana Vargas, Alfredo Domínguez, Elías Mendoza, Omar Velázquez, Guillermo Berrocal, Jesús Rojas, Juan Manuel, Gerardo Pérez, José Luis Lievanos y todo el equipo de Geoexplora quienes me apoyaron en esta etapa de mi vida.

8 Bibliografía

- Aki, K. (1957). Space and time spectra of stationary stochastic waves with special reference to microtremors, *Bull. Earthquake Res. Inst.* 35, 415–456
- Aki, K., & Richards, P.G., (2002). *Quantitative Seismology. Theory and Methods*, W. H. Freeman, San Francisco, U.S., 2nd ed.
- Alexeev, A. S., & Mikhailenko, B., (1980). The solution of dynamic problems of elastic wave propagation in inhomogeneous media by a combination of partial separation of variables and finite difference methods. *J. Geophys*, 48, 161-172.
- Arai, H., & Tokimatsu, K., (2004). S-wave velocity profiling by inversion of microtremor *H/V* spectrum. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 53–63, 2004.
- Bard, P.-Y., (1998). Microtremor measurements: a tool for site effect estimation? State-of-the-art paper. *Effects of Surface Geology on Seismic Motion*, 3, 1251–1279.
- Bonnefoy-Claudet, S., Cornou, C., Bard P.Y., Cotton, F., Moczo, P., Kristek, J., & Fäh, D., (2006). *H/V* ratio: a tool for site effects evaluation. Results from 1-D noise simulations. *Geophysical Journal International*, 167(2), 827–837.
- Bouchon, M., & Aki, K., (1977). Discrete wave-number representation of seismic-source wave fields. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 67(2), 259–277.
- CONAGUA, (2015). Actualización de la disponibilidad media anual de agua en el acuífero de la bahía de Zihuatanejo, Estado de Guerrero. *Comisión Nacional del Agua*, 2-11.
- Curtis, A., Gerstoft P., Sato, H., Snieder R., & Wapenaar K., (2006). Seismic interferometry-turning noise into signal. *The Leading Edge* 25:1082–1092
- Djikpesse, H., Sobreira, J. F., Hill, A., Wrobel, K., Stephen, R., Fehler, M., & Ronen, S. (2013). Recent advances and trends in subsea technologies and seafloor properties characterization. *The Leading Edge*, 32(10), 1214–1220.
- Domínguez, J., & Abascal, R. (1984). On fundamental solutions for the boundary integral equations method in static and dynamic elasticity. *Engineering Analysis*, 1(3), 128–134.
- Dravinski, M., Ding, G., & Wen, K. L., (1996). Analysis of spectral ratios for estimating ground. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 86.
- Fáh, D., Kind, F., & Giardini D., (2003). Inversion of local *S*-wave velocity structures from average *H/V* ratios, and their use for the estimation of site-effects, *Journal of Seismology*, 7(4), 449–467.
- Franco C. P., (2013). Teoría y aplicación de Cocientes espectrales en exploración sísmica somera. *Tesis de licenciatura, UNAM*.

- Gilbert, F., & Backus, G. E. (1966). Propagator matrices in elastic wave and vibration problems. *GEOPHYSICS*, 31(2), 326–332.
- Haskell, N.A., (1953). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 43(1), 17–34.
- Haskell, N.A., (1962). Crustal reflection of plane *P* and *SV* waves, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 67(12), 4751-4767.
- Hennino, R., Trégourès, N., Shapiro, M., Margerin, L., Campillo, M., van Tiggelen, B. A., & Weaver, R. L., (2001), Observation of equipartition of seismic waves. *Phys. Rev. Lett.* 86, 3447–3450.
- Hernández, U. M., & Pérez-Rocha, L. E. (2015). Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Sismo. *Comisión Federal de Electricidad*. Instituto de Investigaciones Eléctricas, México,D.F.
- Hobiger, M., Cornou, C., Wathelet, M., Giulio, G. D., Knapmeyer-Endrun, B., Renalier, F., & Bard P-Y. (2013). Ground structure imaging by inversions of Rayleigh wave ellipticity: Sensitivity analysis and application to European strong-motion sites. *Geophysical Journal International*, 192(1), 207-229.
- Huerta-Lopez, C., Pulliam, J., & Nakamura, Y. (2003). In situ evaluation of shear-wave velocities in seafloor sediments with a broadband ocean-bottom seismograph. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93(1), 139–151.
- Kausel, E., & Roesset, J. M. (1981). Stiffness matrices for layered soil. *Bulletin of the Seismological Society of America Vol. 71 No.6*, 1743-1761.
- Kawase, H., Sánchez-Sesma, F. J., & Matsushima, S. (2011). The optimal use of horizontal-to-vertical spectral ratios of earthquake motions for velocity inversions based on diffuse-field theory for plane waves. *Bull. Seismic Soc.*, 101: 2011-2014.
- Kennett, B. (2009). *Seismic Wave Propagation in Stratified Media*. ANU E Press, Canberra, Australia, 245-254.
- Knopoff, L. (1964). A matrix method for elastic wave problems. *B. Seismol. Soc. Am.*, 54(1), 431-438.
- Konno, K., & Ohmachi, T., (1998). Ground-motion characteristics estimated from spectral ratio between horizontal and vertical components of microtremor. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88(1), 228–241.
- Lachet, C., & Bard, P. Y. (1994). Numerical and Theoretical Investigations on the Possibilities and Limitations of Nakamura's Technique. *Journal of Physics of the Earth*, 42(5), 377–397.
- Lobkis, O. I., & Weaver, R. L. (2001). On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(6), 3011–3017.
- Lontsi, A. M., Molina-Villegas J. C., García-Jerez, A., Sánchez-Sesma F.J., Ohrnberger M., Molkenhain

- F.K.C., Shynkarenko, A., & Fáh D., (2019). A generalized theory for full microtremor $H/V(z, f)$ spectral ratio interpretation in offshore and onshore environments. *Geophys. J. Int.*
- Lontsi, A. M., Ohrnberger, M., Kruger, F., & Sánchez-Sesma, F. J. (2016). Combining surface wave phase velocity dispersion curves and full microtremor horizontal-to-vertical spectral ratio for subsurface sedimentary site characterization. *Interpretation*.
- Lontsi, A. M., Sánchez-Sesma, F. J., Molina-Villegas, J. C., Ohrnberger, M., & Kruger, F. (2015). Full microtremor $H/V(z, f)$ inversion for shallow subsurface characterization. *Geophysical Journal International*, 202(1), 298–312.
- Malcolm, A. E., Scales, J. A., & Van-Tiggelen, B. A. (2004). Extracting the green function from diffuse, equipartitioned waves. *Physical Review E*, E-70 (1), 015601-1/4.
- Martini Pop, M. (2008). Estratigrafía, deformación y magmatismo de la región comprendida entre Huetamo y Zihuatanejo (Michoacán, Guerrero): implicaciones para la evolución tectónica del Sur de México durante el cretácico y el terciario. *Tesis doctoral, UNAM Posgrado en Ciencias de la Tierra*, 99,100.
- Murray, H. (1996). When is diffuse-field theory aplicable?. *Applied Acoustics*, 49(3):197–207.
- Nakahara, H., & Margerin, L. (2011). Testing equipartition for s-wave coda using bore hole records of local earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 101, 2243-2251.
- Nakamura, Y. (1989). A method for dynamic characteristics estimations of subsurface using microtremors on the ground surface. *Q. Rept. RTRI Jpn*, 30, 25–33.
- Nakamura, Y., 2000. Clear identification of fundamental idea of Nakamura's technique and it's applications, *Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, New Zealand, paper 2656.
- Nogoshi, M., & Igarashi, T. (1971). On the amplitude characteristics of microtremor. *Jour. Seism. Soc. Japan*, 24,26-40.
- Overduin, P. P., Haberland, C., Ryberg, T., Kneier, F., Jacobi, T., Grigoriev, M. N., & Ohrnberger, M., (2015). Submarine permafrost depth from ambient seismic noise. *Geophysical Research Letters*, 42(18), 7581–7588.
- Pérez-Ruiz J. A., Luzón, F., & Sánchez-Sesma F.J., (2008). Retrieval of Elastic Green's Tensor near a Cylindrical Inhomogeneity from Vector Correlations. *Communications in Computations in Physics*, Vol.3, No. 1, pp. 250-270.
- Perton, M., Sánchez-Sesma, F. J., Rodríguez-Castellanos, A., Campillo, M., & Weaver, R. L. (2009). Two perspectives on equipartition in diffuse elastic fields in three dimensions. *The Journal of the Acoustical Soc. Am.*, 126 (3), 1125–1130

- Piña-Flores, J., (2015). Cálculo e inversión del cociente H/V a partir de ruido ambiental, *Tesis de Maestría UNAM*.
- Piña-Flores, J., Pertou, M., García-Jerez, A., Carmona, E., Luzón, F., Molina-Villegas, J. C., & Sánchez-Sesma, F. J. (2017). The inversion of spectral ratio H/V in a layered system using the diffuse field assumption. *Geophysical Journal International*, 208(1), 577–588.
- Ritzwoller, M. H., & Levshin, A. L. (2002). Estimating shallow shear velocities with marine multicomponent seismic data. *GEOPHYSICS*, 67(6), 1991–2004.
- Rivera, M. E. (2017). Campos difusos generalizados para tomografía de valles aluviales: El caso del Valle de la Cd. de México. *Tesis de Doctorado, UNAM, Instituto de Ingeniería*.
- Sánchez-Sesma, F. J., Victoria-Tobon, E., Carbajal-Romero, M., Rodríguez-Sánchez, J. E., & Rodríguez-Castellanos, A. (2018). Energy equipartition in theoretical and recovered seismograms. *Journal of Applied Geophysics*.
- Sánchez-Sesma, F. J., & Campillo, M. (2006). Retrieval of the Green's function from cross correlation: The canonical elastic problem. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96(3), 1182–1191.
- Sánchez-Sesma, F. J., Pérez-Ruiz, J. A., Luzón, F., Campillo, M., & Rodríguez-Castellanos, A. (2008). Diffuse fields in dynamic elasticity. *Wave Motion*, 45, 641–654.
- Sánchez-Sesma, F. J., Rodríguez, M., Iturrarán-Viveros, U., Luzón, F., Campillo, M., Margerin, L., & Rodríguez-Castellanos, A. (2011). A theory for microtremor H/V spectral ratio: application for a layered medium. *Geophysical Journal International*, 186(1), 221–225.
- Scherbaum, F., Hinzen, K. G., & Ohrnberger, M. (2003). Determination of shallow shear wave velocity profiles in the Cologne, Germany area using ambient vibrations. *Geophysical Journal International*, 152(3), 597–612.
- Shapiro, N. M., & Campillo, M. (2004). Emergence of broad band rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophysical Research Letters*, 31(7).
- Shapiro, N.M., Campillo, M., Margerin, L., Singh, S. K., Kostoglodov, V., and Pacheco, J., (2000). The energy partitioning and the diffusive character of the seismic coda. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90(3), 655-665.
- Sheriff, R. E., (1991), *Encyclopedic Dictionary of Applied Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, 3rd. ed. Tulsa, Oklahoma USA.
- Snieder, R., Sánchez-Sesma, F. J., & Wapenaar, K. (2009). Field fluctuations, imaging with backscattered waves, a generalized energy theorem, and the optical theorem. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2(2), 763–776.
- Snieder, R., Wapenaar, K., & Wegler, U. (2007). Unified Green's function retrieval by crosscorrelation;

- connection with energy principles. *Phys. Rev*, 75, 036103.
- Spica, Z. J., Perton, M., Nakata, N., Liu, X., & Beroza, G. C. (2018). Site characterization at groningen gas field area through joint surface-borehole *H/V* analysis. *Geophysical Journal International*, 212(1), 412–421.
- Stehly, L., Campillo, M., & Shapiro, N. M., (2006). A study of the seismic noise from its long-range correlation properties. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978-2012)* 111 (B10), B10306-1/12.
- Stephen, R. A., Koelsch, D. E., Berteaux, H., Bocconcelli, A., Bolmer, S., Cretin, J., Zani, C., (1994). The seafloor borehole array seismic system (seabass) and vlf ambient noise. *Marine Geophysical Researches*, 16(4), 243–286.
- Tassoulas, J. L., & Kausel, E. (1983). Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*.
- Thomson, W. T. (1950). Transmission of elastic waves through a stratified solid médium, *Journal of Applied Physics*, 21(2), 89–93.
- Torres, G. L. A., (2010). Efectos de sitio observados en estaciones acelerográficas de la ciudad de Puebla, *Tesis de licenciatura*, UNAM
- Vidal S. R., (1986). Tectónica de la región de Zihuatanejo, Guerrero, Sierra Madre del Sur. *Tesis de Licenciatura, Instituto Politécnico Nacional*, 155pp.
- Wang, R. (1999). A simple orthonormalization method for stable and efficient computation of Green's functions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 89(3), 733–741.
- Wapenaar, K. (2004). Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation. *Physical Review Letters*, 93 (25), 254301-1/4.
- Wapenaar, K., & Fokkema, J. (2006). Green's function representations for seismic interferometry. *GEOPHYSICS*, 71(4), SI33–SI46.
- Wathelet, M., (2005) Array recordings of ambient vibrations: surface-wave inversion. PhD thesis, Université de Liège, Belgium
- Weaver, R. L. (1982). Diffuse elastic waves in solid media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 71 (6): 1608-1609.
- Weaver, R. L., & Lobkis, O. I., (2004). Diffuse fields in open systems and the emergence of the Green's function, *J. Acoust. Soc. Am.* 116, 2731– 2734.
- Weaver, R. L. (2010). Equipartition and retrieval of Green's function. *Earthquake Science*, 23: 397–402.