



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y
EN SISTEMAS

EVALUACIÓN BAYESIANA DE MODELOS DE ELECCIÓN INTERTEMPORAL

T E S I S A

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
ESPECIALISTA EN ESTADÍSTICA APLICADA

P R E S E N T A:
ELENA VILLALOBOS NOLASCO

DIRECTOR:

DR. EDUARDO ARTURO GUTIÉRREZ PEÑA

SINODALES:

DR. ARTURO BOUZAS RIAÑO

M. EN E. LETICIA E. GRACIA-MEDRANO VALDELAMAR

M. EN E. PATRICIA ISABEL ROMERO MARES

DRA. LIZBETH NARANJO ALBARRÁN

Proyecto PAPIIT BG100818



CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX.

FEBRERO, 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**EVALUACIÓN BAYESIANA DE MODELOS DE ELECCIÓN
INTERTEMPORAL**

por

ELENA VILLALOBOS NOLASCO

Licenciada en Psicología

Tesina presentada para obtener el grado de

ESPECIALISTA EN ESTADÍSTICA APLICADA

en el

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y EN SISTEMAS

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Ciudad Universitaria, CD. MX.. Febrero, 2020

Agradecimientos

Al Dr. Eduardo por ser un excelente director pues sus comentarios, sugerencias y revisiones hicieron de éste un mejor trabajo. Al Dr. Arturo Bouzas por siempre brindarme claridad teórica y por proporcionarme las herramientas para seguir en la academia. A mis sinodales: Maestra Lety, Maestra Paty y Dra. Lizbeth, por haberse tomado el tiempo de leer el trabajo y de discutirlo conmigo.

A mi mamita linda por ser siempre mi luz, mi orgullo y mi fuerza, básicamente mi todo. A mi padre por su apoyo constante y por enseñarme a ser disciplinada. A Ana porque las risas compartidas son inigualables, así como su corazón. Los quiero.

A mis queridos Jekerimianos: Beto, Hrayr, Paco y Andres, porque de su compañía, he vivido y aprendido más del significado de la amistad. A Melisa Chávez por ser mi compañera todos estos años, escucharme y darme consejos. A Felisa por ser quien es y por ser tan linda en momentos difíciles. A Carlos por ser un ñoño que admiro. A mi Monis querida, a quien siempre le admiro su paciencia y amor por la vida, y obviamente a Alejandro por las pláticas valiosas de la vida en la academia. A Rafael Pérez por procurar a mi familia y también por ser quien es. A Niño por las discusiones académicas tan interesantes. A Manu, por haberme ayudado durante la especialidad. A José Luis por introducirme al mundo Bayesiano, y por haberme compartido una pequeña parte su tiempo y creatividad en gráficos. Y a mis compañeros y profesores de la especialidad que hicieron de ésta, un periodo interesante de mi vida.

Gracias infinitas a cada uno de ustedes.

Índice general

1. Introducción	1
2. Modelos	4
2.1. Familia de modelos basados en alternativas	4
2.1.1. Modelo exponencial	4
2.1.2. Modelo hiperbólico e hiperboloide	5
2.2. Familia de modelos basados en atributos	6
2.2.1. Modelo de Intercambio	6
2.2.2. Modelo ITCH	7
2.2.3. Modelo de Diferencias Directas	8
2.3. Aditividad en intervalos	8
2.3.1. No aditividad en intervalos	10
2.4. Variabilidad de la elección y diferencias individuales	11
2.5. Objetivo	13
3. Método	14
3.1. Participantes	14
3.2. Procedimiento	14
3.3. Diseño Experimental	15
4. Resultados	18
4.1. Modelamiento	20
4.2. Resultados de modelamiento	24

4.3. Modelo ITCH vs Modelo de Diferencias Directas	26
4.3.1. Participantes representativos	31
5. Discusión	34
5.1. Conclusiones	37

Evaluación Bayesiana de modelos de Elección Intertemporal

Resumen

Una de las principales preguntas en la literatura de Elección Intertemporal (i.e., elección entre opciones que ocurren en diferentes puntos en el tiempo) es cómo evaluamos alternativas que difieren en cantidad de recompensa y tiempo de entrega, es decir, cómo integramos y/o comparamos la información para elegir entre una alternativa que tiene una recompensa pequeña pero se entrega de manera inmediata o una alternativa que tiene recompensa grande pero su entrega está demorada en el tiempo. Existen dos grandes familias de modelos que describen este tipo de elecciones que tienen una regla de integración diferente, una es la familia de modelos basados en alternativas y la otra son los modelos basados en atributos. Efectos de intervalo es un fenómeno empírico que distingue entre ambos tipos de reglas. Se realizó un experimento donde se probaron los efectos de intervalo y se encontró que algunos sujetos presentan el fenómeno mientras que otros no. El objetivo del presente trabajo es estudiar y contrastar modelos, con herramientas bayesianas, que sean capaces de describir los patrones de datos encontrados.

Capítulo 1

Introducción

Elección intertemporal se refiere a aquellas situaciones donde las personas necesitamos elegir entre dos o más consecuencias que ocurren en diferentes puntos en el tiempo (Frederick, Loewenstein y O'Donoghue, 2002). En la vida real existen muchos ejemplos de elecciones intertemporales, uno de ellos es cuando se tiene que elegir entre guardar una cantidad de la quincena para el fondo de ahorro de la jubilación, o gastarlo todo inmediatamente, otro sería cuando la elección es entre comer algo alto en calorías, o seguir con la dieta. En estos ejemplos la elección es entre una opción que satisfará nuestras necesidades inmediatamente, y en la otra opción se obtendría mayor satisfacción y/o recompensa pero en el futuro. En este tipo de escenarios se ha observado que las personas tienden a elegir las situaciones donde la recompensa es inmediata pero pequeña, en lugar de esperar por la recompensa grande. Es decir, tienden a elegir gastar la quincena o comer algo alto en calorías que ahorrar para la jubilación o seguir con la dieta para verse mejor en el futuro.

Para estudiar elecciones intertemporales se utiliza una tarea donde se plantea la preferencia entre una recompensa pequeña inmediata (SSR, *Smaller Sooner Reward* por sus siglas en inglés) y una recompensa grande demorada (LLR, *Larger Later Reward*). Se ha argumentado que las personas eligen la recompensa pequeña inmediata sobre la recompensa grande debido a que ésta última pierde *valor subjetivo* a la vez que se le asocia con una demora de entrega (Ainslie, 1974; Mazur, 1984; Rachlin y Green, 1972). De manera formal, la reducción del valor subjetivo conforme incrementa la demora de entrega se conoce como *descuento temporal* (Green, Fry y Myerson, 1994; Rachlin y Green, 1972).

La toma de decisiones basada en valor es un proceso en el que se deben de especificar los atributos de cada opción pues con base en éstos, es que una alternativa es evaluada y subsecuentemente elegida o rechazada (Bhatia, 2013). Este proceso se puede describir a través de modelos de elección que se conforman por dos elementos. El primero es una regla de integración que agrega, asocia o computa los atributos de las alternativas en valores; por ejemplo, en algunos casos los atributos de la misma alternativa se ponderarán en un sólo valor. El segundo elemento es una regla de decisión que determinará cuál de las alternativas se elegirá en función de los valores ya asignados por la regla de integración; por ejemplo, cuando se elige aquella alternativa que tenga mayor valor (Bhatia & Stewart, 2018).

El presente trabajo se enfocará en modelar la elección intertemporal evaluando y contrastando dos grandes familias de modelos que tienen diferentes reglas de integración, una de ellas son los *modelos de elección basados en alternativas*, y la otra, son *modelos de elección basados en atributos*. En la primera familia se evalúan las opciones asignando un valor a cada alternativa de manera independiente, y en la segunda se comparan las diferencias entre los atributos de cada alternativa.

Para describir detalladamente la diferencia entre las reglas de integración de ambas familias, podemos tomar de ejemplo la elección entre una recompensa pequeña inmediata [$A = 160 \text{ pesos en un mes}$] y una recompensa grande demorada [$B = 300 \text{ pesos en 4 meses}$]. Por un lado, en todos los modelos basados en alternativas, la elección se realiza asignando un valor subjetivo a cada alternativa A y B, por separado. Dicho valor se descuenta en función de la demora, es decir, se pondera la cantidad de la recompensa por el tiempo de espera, y una vez obtenidos los valores subjetivos, se elige la alternativa que tenga el valor más alto (Green y Myerson, 2004; Rachlin, Raineri y Cross, 1991). Por ejemplo, asumiendo que la persona tiene un descuento estándar (aplicando expresión 2-1), para la alternativa A se obtendría un valor subjetivo de 139 pesos y para la alternativa B se obtendría un valor de 187 pesos. Debido a que 187 es más grande que 139, la alternativa que se tendría que elegir es la B.

Por otro lado, con los modelos basados en atributos, se obtienen las diferencias entre las demoras y entre las cantidades, y la alternativa que se favorezca de estas comparaciones será la elegida. Es decir, la diferencia entre ganar ahora o ganar después, se comparará contra ganar menos o ganar más. Estos modelos pesan la ventaja del tiempo de una alternativa contra la

ventaja de la ganancia de la otra. Por ejemplo, para las alternativas A y B antes presentadas, la diferencia entre las cantidades sería de 140 pesos y para las demoras sería de 3 meses. Para este caso se asume que existe mayor ventaja de esperar menos, que de ganar más, por lo que dichas diferencias favorecen la elección por la alternativa A (Scholten, Read y Sanborn, 2014).

La diferencia en las reglas de integración de ambas familias da pie al *supuesto de aditividad*, el cual, los modelos de alternativas lo asumen mientras que los modelos de atributos no. Este supuesto se refiere a que el descuento total de un periodo de tiempo no debería depender en si dicho periodo está dividido en segmentos o no (Scholten y Read, 2010). Es decir, el descuento de un año no debería depender en si el año está dividido, por ejemplo, en las cuatro estaciones (primavera, verano, otoño e invierno), o no. El no asumir el supuesto de aditividad en intervalos permite que los modelos basados en atributos puedan dar cuenta de una serie de anomalías empíricas que los modelos basados en alternativas no pueden. Estas anomalías se conocen como *efectos de intervalo*, específicamente como *subaditividad* y *superaditividad* que se refieren a que hay mayor o menor descuento cuando se segmentan los periodos que cuando no se segmentan (Scholten et al. 2014).

En el siguiente capítulo se describirán los modelos representativos de ambas familias y después se presentará detalladamente el supuesto de aditividad.

Capítulo 2

Modelos

2.1. Familia de modelos basados en alternativas

En esta familia de modelos la regla de integración radica en asignar de manera independiente un valor subjetivo a cada alternativa, después se comparan los valores subjetivos de cada alternativa y la que tenga mayor valor será la elegida (Green y Myerson, 2004; Rachlin, Raineri y Cross, 1991). Estos modelos describen de manera diferente el cambio en el valor subjetivo a través del tiempo. La forma de la función que describe dicho cambio es importante para explicar fenómenos empíricos y varios aspectos de elección intertemporal (Green, Myerson y McFadden, 1997; Green, Fry y Myerson, 1994). Los modelos que han dominado la literatura en elección intertemporal pertenecen a esta familia (Urmisky y Zauberman, 2014) y son el modelo exponencial (Samuelson, 1937), el hiperbólico (Mazur, 1984), así como variaciones de este último, presentados a continuación.

2.1.1. Modelo exponencial

Considera dos alternativas, la recompensa pequeña (x_s) inmediata (t_s) y la recompensa grande (x_l) demorada (t_l). De acuerdo a la Teoría Económica Estándar, el descuento se calcula por medio de una función exponencial (Samuelson, 1937) asignado a cada alternativa:

$$V_{SS} = (x_s \cdot e^{-k \cdot t_s}) \quad \& \quad V_{LL} = (x_l \cdot e^{-k \cdot t_l}) \quad (2-1)$$

En la ecuación 2-1, V_{LL} es el valor subjetivo de la recompensa grande demorada y V_{SS} es el valor subjetivo de la recompensa pequeña inmediata, y k el parámetro que refleja la tasa de descuento: valores altos de k se asocian con descuento más pronunciado y valores bajos se asocian con descuento menos pronunciado. Una vez obtenidos los valores subjetivos de cada alternativa, una regla de decisión es aquella propuesta por Luce (1959) que describe la elección como fenómeno probabilístico y no algebraico:

$$P(LL) = \frac{V_{LL}}{V_{LL} + V_{SS}} \quad (2-2)$$

El descuento exponencial predice que los individuos deben tener preferencias consistentes a través del tiempo, asumiendo una tasa de descuento constante (Green y Myerson, 1996; Green, Myerson y McFadden, 1997). Sin embargo, se ha observado que las personas no son consistentes con sus preferencias temporales, por lo que se propuso el modelo hiperbólico como alternativa a la descripción de descuento temporal.

2.1.2. Modelo hiperbólico e hiperboloide

Tomando en cuenta los mismos elementos de la ecuación (2-1), el modelo hiperbólico es el siguiente (Mazur, 1984):

$$V_{LL} = \left(\frac{x_l}{1 + k \cdot t_l} \right) \quad \& \quad V_{SS} = \left(\frac{x_s}{1 + k \cdot t_s} \right) \quad (2-3)$$

donde la probabilidad de elección por la recompensa grande demorada también se podría asignar con la ecuación 2-2.

Este modelo asume que la tasa de descuento decrementa con el paso del tiempo, mientras que la tasa de descuento del modelo exponencial, se mantiene constante. De otra manera, la función hiperbólica predice que la tasa de descuento del valor subjetivo decrementa más rápidamente al inicio, pero el decremento se hace más lento con demoras más lejanas. Al contrario del modelo exponencial donde la tasa de descuento es constante independiente del tiempo (Green y Myerson, 1996). La diferencia en dichas tasas permite que el modelo hiperbólico pueda dar cuenta del fenómeno empírico de *reversión de preferencias*, que se refiere a que las personas tienden a elegir la recompensa grande demorada sobre la pequeña inmediata cuando ambas son remotas

temporalmente; sin embargo, si se acerca el tiempo de entrega de ambas recompensas, la pequeña inmediata se hace inminente, por lo que se revierte la preferencia a la recompensa pequeña inmediata (Killeen, 2009; Green, Fristoe y Myerson, 1994).

Otro modelo que se ha utilizado para describir los datos de descuento temporal es la función hiperboloide (Green, Fry y Myerson, 1994):

$$V_{LL} \left(\frac{x_L}{(1 + k \cdot t_L)^\tau} \right) \quad \& \quad V_{SS} = \left(\frac{x_S}{(1 + k \cdot t_S)^\tau} \right) \quad (2-4)$$

Esta función tiene un parámetro adicional τ que representa un escalador no lineal de la sensibilidad a la demora; si tiene valores menores a uno, la curva de descuento decrece menos pronunciadamente con demoras largas (Myerson, Green y Morris, 2011; Green y Myerson, 2004; Green, Myerson y Vanderveldt, 2014). Esta función es equivalente a la hiperbólica cuando el parámetro τ es igual a 1. Se ha encontrado que de todas las funciones de la familia de modelos basadas en alternativas, la función matemática que mejor describe datos de descuento temporal es la función hiperboloide (McKerchar et al., 2009).

2.2. Familia de modelos basados en atributos

En la familia de modelos basados en atributos, la regla de integración asume que los organismos toman las diferencias para cada uno de los atributos, es decir, se compararán las demoras de ambas alternativas así como las cantidades y cada una de las comparaciones generará valores que favorecerán a una alternativa más que a la otra, la cual será elegida. Existen diversos modelos de la familia de atributos, en el presente trabajo hablaremos de tres: el modelo de Intercambio (Scholten et al., 2014), el modelo ITCH (Ericson et al., 2015) y el modelo de Diferencias Directas (Dai y Busemeyer, 2014; Gonzalez-Vallejo, 2002).

2.2.1. Modelo de Intercambio

Considerando de nuevo dos alternativas, la recompensa pequeña (x_s) inmediata (t_s) y la recompensa grande (x_l) demorada (t_l), este modelo plantea que se elige en función de las diferencias que genera cada alternativa (Scholten et al., 2014):

$$P(LL) = \frac{(v(x_l) - v(x_s))}{(v(x_l) - v(x_s)) + (Q(w(t_l), w(t_s)))} \quad (2-5)$$

donde

$$Q(w(t_l), w(t_s)) = \frac{\kappa}{\alpha} \log \left(1 + \alpha \left(\frac{w(t_l) - w(t_s)}{\vartheta} \right)^\vartheta \right)$$

además de que $v(x) = \frac{1}{\gamma} \log(1 + \gamma x)$ y $w(t) = \frac{1}{\tau} \log(1 + \tau t)$ que son transformaciones de las cantidades y demoras en valor subjetivo; x es la cantidad y t es la demora de alguna de las dos alternativas. La forma, tanto de $v(x)$ como de $w(t)$, es cóncava cuando τ/γ tienen valores altos y lineal cuando son valores cercanos a cero, es decir, ambos parámetros disminuyen el valor de la cantidad de la recompensa. La función de intercambio es $Q(w(t_l), w(t_s))$, que tiene la forma de S y permite acomodar la progresión de descuento superaditivo (ϑ) a subaditivo (α) sobre intervalos que incrementan en longitud. El parámetro κ es la sensibilidad temporal a los intervalos. Dichas transformaciones entran en la función $P(LL)$ que asigna la probabilidad de elegir la recompensa grande demorada dadas las diferencias. Este modelo se evaluó a detalle en la tesis de pregrado (Villalobos, 2017) y se encontró que es difícil de evaluar por su gran cantidad de parámetros libres. Además, a pesar de que da cuenta del fenómeno de superaditividad presenta tendencias en el error de predicción del modelo con respecto a los datos encontrados.

2.2.2. Modelo ITCH

Otro modelo que utiliza la diferencia entre atributos es el ITCH (*Intertemporal Choice Heuristic*, por sus siglas en inglés), desarrollado por Ericson, White, Laibson y Cohen (2015):

$$P(LL) = \Phi \left(\beta_0 + \beta_{x_A}(x_l - x_s) + \beta_{x_R} \frac{x_l - x_s}{x^*} + \beta_{t_A}(t_l - t_s) + \beta_{t_R} \frac{t_l - t_s}{t^*} \right) \quad (2-6)$$

donde β_0 es el intercepto, $_R$ significa relativo y $_A$ absoluto, y (x^*, t^*) representa un punto de referencia que es la media aritmética de cada atributo: $x^* = \frac{x_s + x_l}{2}$, $t^* = \frac{t_s + t_l}{2}$. Φ es la función de distribución normal acumulada. Cada término del modelo representa una operación aritmética absoluta o proporcional que compara las opciones entre cada atributo (tiempo y cantidad de dinero). Además, cada término se multiplica por un parámetro β , que representa el peso dado a cada elemento (ya sea relativo o absoluto de tiempo o magnitud) de la alternativa cuando

se hace la elección. La suma de pesos de cada elemento determina la probabilidad de elegir la recompensa grande demorada.

2.2.3. Modelo de Diferencias Directas

Este modelo es una combinación de la regla de integración de diferencias de Dai y Busemeyer (2014) y la regla de decisión propuesta por González-Vallejo (2002):

$$P(LL) = \Phi \left(\frac{d - \delta}{\sigma} \right)$$

donde

$$d = w(x_l - x_s) - (1 - w)(t_l - t_s) \quad (2-7)$$

en la cual d es la diferencia entre atributos ponderadas por w y $(1 - w)$ que se interpretan como la atención enfocada a cantidad y la atención enfocada a la demora, respectivamente. Después d se evalúa en una función que asigna la probabilidad de elegir la recompensa grande demorada a través de una distribución normal acumulada, Φ . El parámetro δ es un parámetro libre que es el umbral de decisión, o la media de la distribución interna de los intercambios entre las alternativas, e indexa la importancia relativa a las diferencias de los atributos. La variabilidad interna de los intercambios entre atributos se representa en la desviación estándar σ .

2.3. Aditividad en intervalos

La propiedad más importante que distingue a los modelos basados en alternativas de los modelos basados en atributos, es que los primeros reflejan el supuesto *aditividad en intervalos*, mientras que los segundos no. Aditividad en intervalos se refiere a que el descuento total de un intervalo no depende de si el intervalo está subdividido. Para ilustrar aditividad, se desarrollará el siguiente ejemplo: en la figura 2-1 se presentan una serie de cuatro preguntas, cada pregunta se representa por una barra numerada. En el extremo izquierdo de cada barra (pregunta) se indica cuál es la alternativa pequeña inmediata ¹ (SSR), y en el extremo derecho la alternativa grande demorada (LLR). Las cantidades y demoras se muestran en el eje superior, y las letras A, B, C y

¹Así se referirá esta alternativa a lo largo del documento, sin embargo, técnicamente esta recompensa no es inmediata si no que es de entrega más cercana que la recompensa grande demorada.

D identifican cada alternativa. La pregunta 1, por ejemplo, ofrece A=\$5150 pesos en una semana contra B=\$5300 pesos en dos semanas. Este gráfico representa dos procedimientos: las preguntas 1, 2 y 3 corresponden a un procedimiento donde se segmentan las alternativas y la pregunta 4 es un procedimiento que abarca todos los segmentos mencionados. Respetar el supuesto de aditividad implica que los dos procedimientos deben de tener el mismo descuento, es decir, el descuento es aditivo cuando los dos procedimientos producen el mismo valor subjetivo (Scholten & Read, 2010). De manera contraria, el descuento no es aditivo cuando el valor subjetivo de los dos procedimientos evoca resultados diferentes. De hecho, los modelos basados en atributos asumen *no-aditividad*, proponiendo que los valores subjetivos no sólo están en función de la demora, sino que también dependen del intervalo entre las demoras de cada alternativa (Read, 2001).

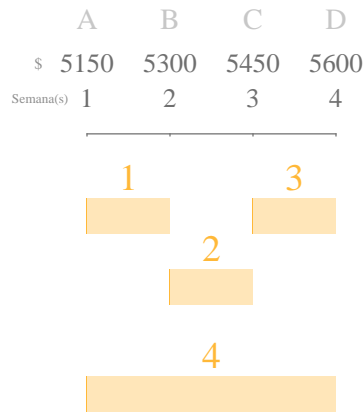


Figura 2-1: Representación gráfica de subintervalos e intervalo completo. Cada pregunta es una barra y las alternativas se indican en el eje superior.

Siguiendo con el ejemplo, una medida utilizada para representar aditividad es la Fracción de Descuento (Cheng & González-Vallejo, 2016) de un intervalo:

$$F[t_A, t_B] = \frac{1 + \kappa * t_A}{1 + \kappa * t_B} \quad (2-8)$$

que se refiere a la proporción de dinero que se ha descontado subjetivamente sobre cierto periodo. En este caso, se trata del periodo entre las alternativas A y B (pregunta 1).

Por lo tanto, los modelos que satisfacen aditividad en intervalos tendrán que satisfacer la siguiente equivalencia:

$$F[t_A, t_D] = F[t_A, t_B] * F[t_B, t_C] * F[t_C, t_D] \quad (2-9)$$

donde la fracción de descuento de un intervalo completo (pregunta 4), debe ser equivalente a las fracciones de descuento de los subintervalos combinados (preguntas 1, 2 y 3). Si el descuento es equivalente entre la fracción del intervalo completo y la multiplicación de las fracciones de los subintervalos, las personas deberían de elegir la misma alternativa (grande o pequeña) tanto en los subintervalos como en el intervalo completo. En otras palabras, si eligieron la recompensa grande en los subintervalos, también deben elegir la recompensa grande en el intervalo completo; y así con las recompensas pequeñas, se deben de elegir consistentemente en el intervalo completo como en los subintervalos. En la Figura 2-2 se representan estos dos patrones de respuesta, donde se respeta el supuesto de aditividad.

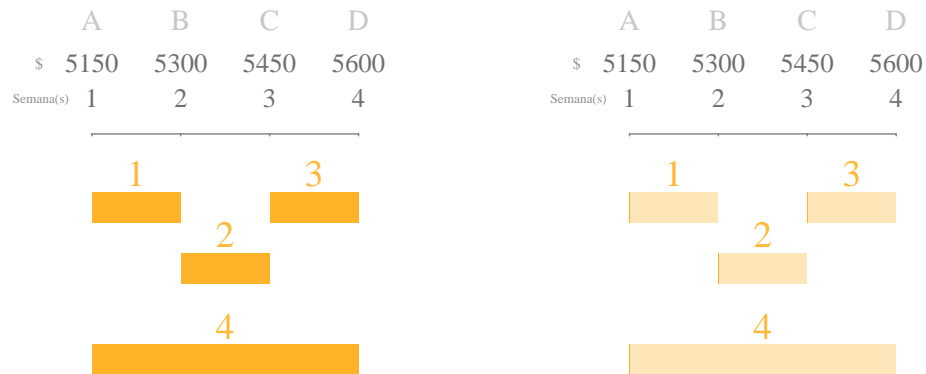


Figura 2-2: Del lado izquierdo las barras naranjas oscuras representan la elección por la recompensa grande demorada en los subintervalos e intervalos. Del lado derecho las barras naranjas transparentes representan la elección por la recompensa pequeña inmediata en los subintervalos e intervalos.

2.3.1. No aditividad en intervalos

Los fenómenos empíricos que contradicen el supuesto de aditividad, se conocen como *efectos de intervalo*; el primero es superaditividad, y el segundo subaditividad:

Superaditividad: Este efecto sucede cuando se descuentan más los intervalos completos que los subintervalos, por lo que se elige la SSR en el intervalo completo y la LLR en los subintervalos (Figura 2-3, lado izquierdo). Esto sucede porque los subintervalos cuentan más que el intervalo completo (Scholten & Read, 2006).

Subaditividad: Éste sucede cuando hay menor descuento sobre los intervalos completos que sobre los subintervalos, por lo que eligen la SSR en los subintervalos y la LLR en el intervalo completo (Figura 2-3, lado derecho). Lo que parece suceder es que los subintervalos cuentan menos que el intervalo completo (Read, 2001).

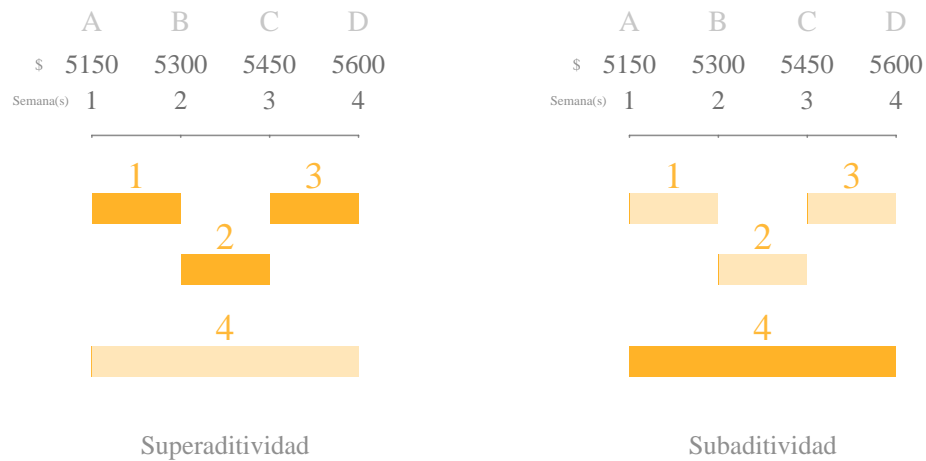


Figura 2-3: Del lado izquierdo se observa superaditividad, y del lado derecho se representa subaditividad para el mismo conjunto de alternativas ofrecidas.

2.4. Variabilidad de la elección y diferencias individuales

En los estudios en los que se han probado los modelos basados en atributos no necesariamente se ha tomado en cuenta la naturaleza estocástica de la elección, que se manifiesta en la variabilidad de las preferencias de los individuos cuando el mismo par de alternativas se presenta repetidamente. El protocolo experimental de repetición, posibilita desligar la variabilidad en el comportamiento de la inconsistencia estructural de las preferencias. De hecho, se ha encontrado que si se toma en cuenta la variabilidad de la elección, los individuos presentan preferencias que no violan el supuesto de aditividad (Cavagnaro y Davis-Stober, 2014; Dai, 2016; González-

Vallejo, 2002; Regenwetter, Dana y Davis-Stober, 2011; Regenwetter y Davis-Stober, 2012). Es importante mencionar que estos autores evaluaron inconsistencia en las preferencias a través del axioma de transitividad (para alternativas A, B y C, la preferencia de A sobre B y B sobre C implica la preferencia de A sobre C) con versiones estocásticas del mismo. La violación a dicho axioma (intransitividad) (Tversky, 1969) sería un equivalente las violaciones al supuesto de aditividad pero en recompensas condicionales a una probabilidad de entrega (Scholten et al., 2014).

Adicionalmente, en los estudios que encontraron efectos de intervalo, se analizaron los datos asumiendo que el valor de un parámetro describe el comportamiento de todos los sujetos. Sin embargo, es sabido que resultados analizados de forma agregada pueden diferir sustancialmente de los resultados evaluados a nivel individual (Estes, 1956; Wagenmakers, Lee, Lodewyckx e Iverson, 2008). Por ejemplo, la paradoja de Condorcet muestra que las preferencias individuales entran en conflicto con las preferencias de la mayoría, sobre todo cuando las preferencias varían de un individuo a otro. De hecho, se ha encontrado que si se evaluán los datos individualmente, muy pocas personas presentan inconsistencias (Dai, 2016; Dai y Busemeyer, 2014; Regenwetter et al., 2010). Esto destaca la importancia de observar los patrones a nivel individual y analizar si difieren o no de los de la muestra, sobre todo para que las conclusiones del fenómeno empírico provengan del análisis del proceso subyacente y no de la manera en la que se analizaron los datos.

2.5. Objetivo

La familia de modelos basados en alternativas, ha dominado la literatura en el análisis de elección intertemporal. Sin embargo, esta familia de modelos no puede dar cuenta de los efectos de intervalo, mientras que los modelos basados en atributos sí. Tomando en cuenta ambos tipos de modelos y las diferentes aproximaciones al problema de inconsistencia en las preferencias (i.e. intransitividad), este fenómeno se ha estudiado recientemente y se ha observado que si se toma en cuenta la variabilidad de la elección y se analizan los datos de manera individual, no se replican necesariamente los efectos de intervalo.

Debido a los diferentes resultados encontrados en los distintos estudios sobre el tema, se decidió realizar un experimento que buscara replicar los efectos de intervalo pero tomando en cuenta la variabilidad de la elección y observando los datos de manera individual. Se encontró la presencia de efectos de intervalo, así como su ausencia. Debido a esto, la búsqueda de un modelo que pueda describir los fenómenos encontrados, es necesario. **Por lo tanto, el objetivo del presente trabajo es estudiar y contrastar, con Inferencia Bayesiana, diversos modelos que describan los datos observados.**

Capítulo 3

Método

3.1. Participantes

Los participantes fueron 25 estudiantes de la Licenciatura de Psicología. Por su participación se les dio un número que entró a una rifa, donde el premio era una tarjeta de Netflix, iTunes o Spotify, según la preferencia del ganador.

3.2. Procedimiento

El procedimiento consistió en una sesión experimental que duró aproximadamente 35 minutos. Cada individuo presentó la tarea experimental en un cubículo cerrado, sin ruido y con una computadora de escritorio. Todos los sujetos leyeron y firmaron un formato de consentimiento informado sobre el experimento. La tarea se desarrolló en PsychoPy v1.83.04 (Pierce, 2007). Las instrucciones para la tarea fueron las siguientes:

A continuación se te presentarán una serie de pares de alternativas hipotéticas de las cuales debes de elegir una de acuerdo a tu preferencia. Cada una de las alternativas es diferente en cantidad de dinero y tiempo de entrega, por ejemplo: *¿Cuál alternativa prefieres? A = 300 pesos en 5 semanas ó B = 400 pesos en 6 semanas.* Si eliges la letra A implica que recibirías 300 pesos dentro de 5 semanas contando desde ahora, si eliges la letra B recibirías 400 pesos dentro de 6 semanas, contando desde ahora.

Para elegir entre las alternativas debes de dirigir el cursor del mouse hacia la letra de tu preferencia, la letra cambiará a color naranja. Una vez que el cursor esté dentro de la letra debes de dar click para elegir la alternativa que prefieras. Después de que hayas elegido tu alternativa dando click en la letra, la pantalla te mostrará cuál fue la alternativa que elegiste. Para continuar con la siguiente pregunta tendrás que dar click en el centro de la pantalla. En esta siguiente pregunta se te presentará otro par de alternativas con diferentes cantidades de dinero y demoras y deberás de elegir de nuevo. Toma en

cuenta que no existen respuestas correctas o incorrectas, solo estamos interesados en cual opción elegirías tu. Cada una de las preguntas es importante, elige cuidadosamente. Si estás listo, da click para comenzar con el experimento.

La Figura 3-1 muestra el entorno experimental al elegir entre un par de alternativas. La posición izquierda-derecha en la pantalla, de la recompensa pequeña y la recompensa grande, fue presentada aleatoriamente.

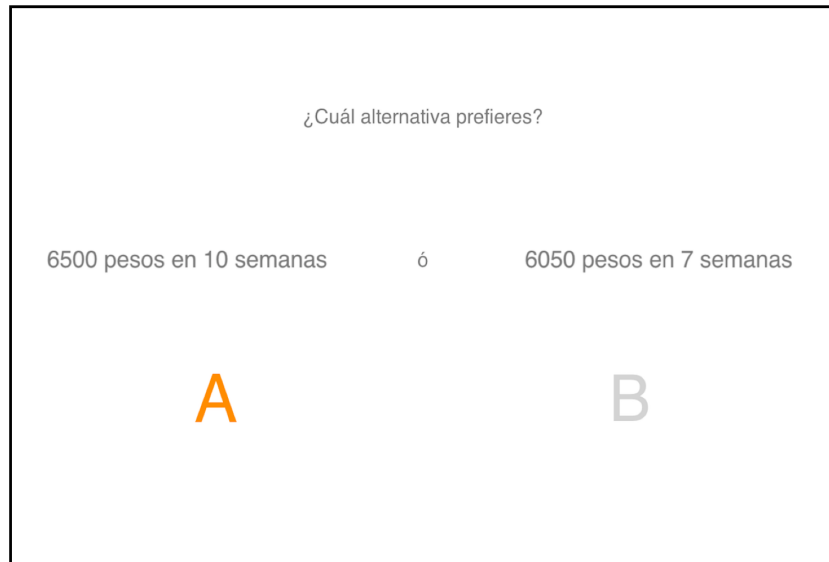


Figura 3-1: Entorno experimental de alternativas cuando el sujeto acercaba el ratón a la letra A.

3.3. Diseño Experimental

El diseño consistió en 12 alternativas fijas que tienen un orden lineal, en el cual el incremento en cantidad es de \$150 pesos, en tiempo es de una semana; la combinación de pares de alternativas creó 22 preguntas, clasificadas en 4 conjuntos donde los primeros tres son presentados con cantidades grandes: 1) intervalos pequeños, 2) intervalos medianos, 3) intervalos largos; y el último con cantidades pequeñas: 4) intervalos largos. La tarea tiene la estructura que Scholten et al. (2014) utilizaron en el segundo estudio. Sin embargo, en el presente estudio cada pregunta se repitió 10 veces con el objetivo de observar la variabilidad de la elección; por lo que en total se tuvieron 220 preguntas, todas presentadas de manera aleatoria. Las cantidades fueron convertidas a pesos mexicanos, asumiendo una tasa de cambio de \$10 pesos por dólar.

La Figura 3-2 es una representación gráfica del diseño experimental que sigue la lógica del ejemplo presentado en la introducción. En éste, se observan 22 barras numeradas que representan las 22 preguntas formales (numeradas del 1 al 24, donde las preguntas 6/13 y 12/15, se refieren a la misma pregunta), el extremo izquierdo indica la recompensa pequeña inmediata y el extremo derecho la recompensa grande demorada. Hay 4 colores diferentes y cada uno representa un conjunto de preguntas diferente. 1) El amarillo es para intervalos pequeños, 2) el naranja para intervalos medianos, 3) el verde para intervalos largos y 4) el azul para intervalos largos pero cantidades pequeñas. En la parte superior se indican las cantidades (\$) y semanas (t) de cada alternativa. Es importante notar que fue necesario agregar un eje distinto para el conjunto azul porque las cantidades monetarias difieren de los otros conjuntos, pero utilizan los mismos intervalos de tiempo. También cabe hacer notar que los números 6 y 13 hacen referencia a la misma pregunta, y lo mismo ocurre para los números 12 y 15. Esta representación gráfica permite identificar los subintervalos y los intervalos más rápidamente. Por ejemplo, las preguntas 1, 2 y 3 son subintervalos de la pregunta 6. Asimismo, las preguntas 1, 2, 3, 7, 8 y 9 son subintervalos de la pregunta 18.

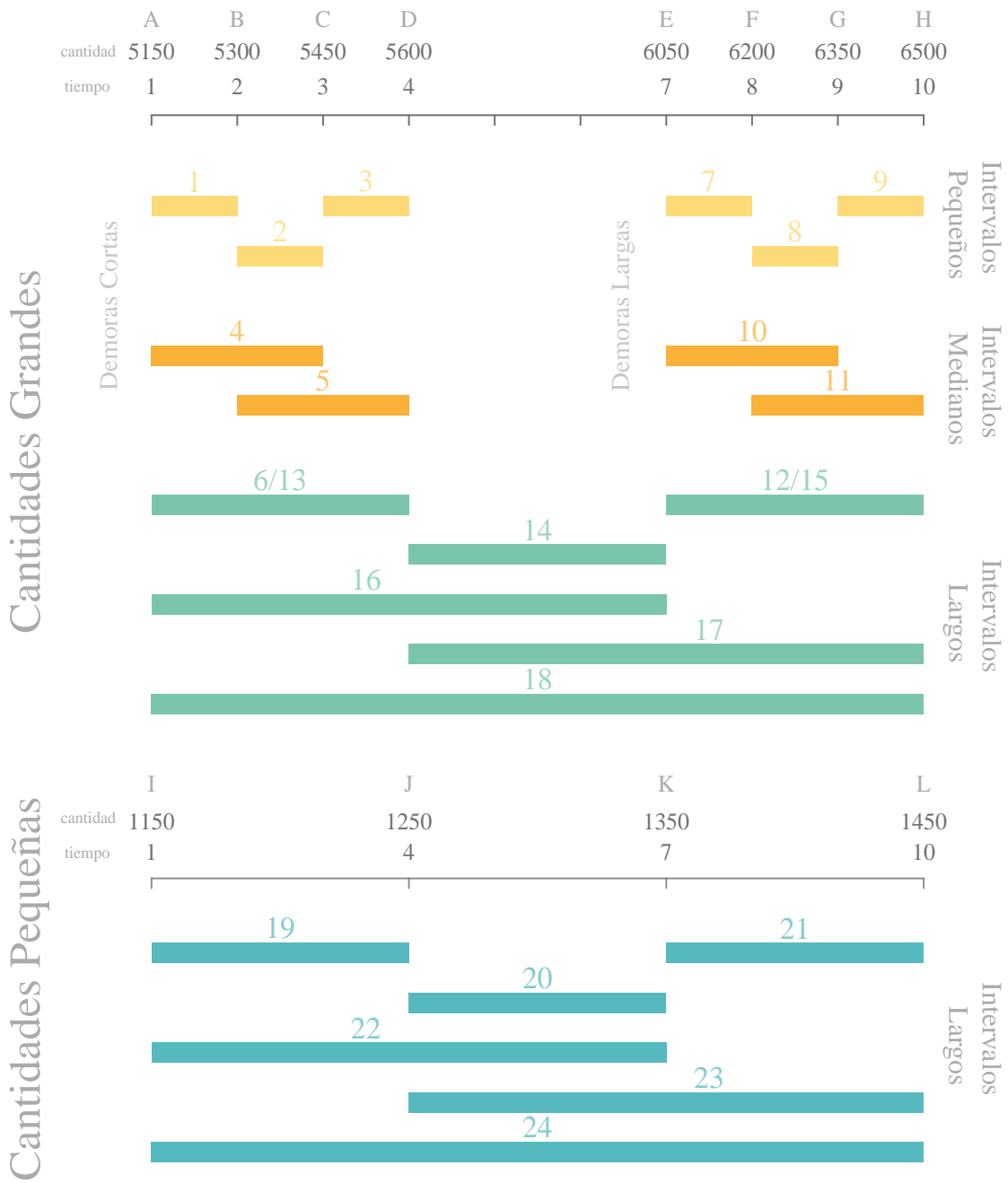


Figura 3-2: Diseño Experimental para la tarea de tiempo.

Capítulo 4

Resultados

El objetivo del presente trabajo es comparar diversos modelos de elección intertemporal para determinar cuál es el modelo que mejor describe la presencia y ausencia de efectos de intervalos. Se evaluaron cuatro modelos, uno proveniente de la familia de alternativas y 3 de la familia de atributos. El análisis se realizó utilizando estadística Bayesiana que tiene diversas ventajas importantes (ver Lee, 2016; Wagenmakers et al., 2016; 2008), además de ejemplos aplicados en elección intertemporal (Chávez et al., 2017; Vincent, 2016). Una de las ventajas es que permite describir la incertidumbre sobre los posibles valores paramétricos por medio de densidades posteriores; y otra sería que se pueden estimar parámetros a nivel individual y grupal de manera fácil, sin cambiar los supuestos del modelo matemático. Se utilizó el software JAGS (*Just Another Gibbs Sampler*, Plummer, 2003) que es un programa que analiza modelos Bayesianos utilizando el método de Monte Carlo con Cadenas de Markov (MCMC).

Antes de describir las evaluaciones de los modelos, se presenta un gráfico con las elecciones de todos los participantes (figura 4-1). En éste se representan cada una de las respuestas incluyendo las 10 repeticiones hechas por todos los participantes, donde el eje X son las preguntas, y el eje Y son los participantes ordenados por el número de respuestas dadas a la recompensa grande demorada. El rojo es la elección por la recompensa pequeña inmediata y el azul es la respuesta por la recompensa grande demorada. Las preguntas también se encuentran ordenadas de acuerdo al tamaño intervalo (los cuatro conjuntos antes presentados), es decir, las primeras 6 preguntas son el conjunto de intervalos pequeños, las siguientes 4 son de intervalos medianos, las siguientes 6 son los intervalos largos, y las últimas 6 preguntas corresponden al conjunto de intervalos largos

pero cantidades pequeñas. Cada conjunto está dividido por una línea gris y están indicados en la parte superior del gráfico.

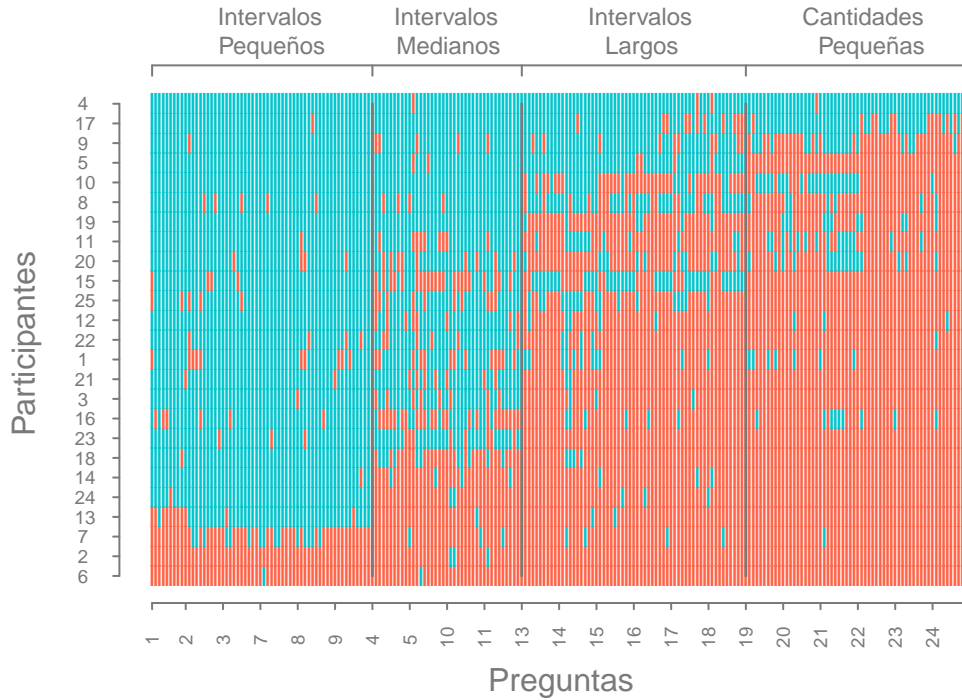


Figura 4-1: Gráfico de las 10 repeticiones de cada pregunta de cada participante. Azul es la elección por la recompensa grande demorada y el rojo la elección por la recompensa pequeña inmediata.

En este gráfico se pueden observar todos los patrones de datos encontrados. Por ejemplo, los participantes 6, 2 y 7, que se encuentran en la parte inferior del gráfico, siempre eligieron la recompensa pequeña inmediata tanto en los intervalos pequeños como en los grandes. De la misma manera los participantes 4, 17, 9, 5 y 8, que se encuentran en la parte superior del gráfico, eligieron la recompensa grande demorada independientemente del tamaño de intervalo. Ambos patrones de datos mencionados son congruentes con la familia de modelos de alternativas debido a que eligieron de la misma manera en todos los tamaños de intervalos.

Por otro lado, los participantes que se encuentran en la parte central del gráfico, presentan por lo menos algún patrón de datos congruente con la familia de modelos basados en atributos, es decir, eligen de manera diferente dependiendo del tamaño del intervalo. Por ejemplo, el

participante 24 eligió la recompensa grande demorada en los intervalos pequeños, pero la recompensa pequeña inmediata en los intervalos medianos y grandes, patrón que se conoce como superaditividad. De manera similar, los demás participantes presentaron patrones donde conforme incrementa la longitud de intervalo, cambiaron sus elecciones de la recompensa grande demorada a la recompensa pequeña inmediata. Es importante notar que para el conjunto de cantidades pequeñas la mayoría de las personas eligieron la recompensa pequeña inmediata. En esta base de datos se observan claras diferencias individuales, por eso la necesidad de encontrar un modelo que pueda describir patrones de datos consistentes con la presencia y ausencia de efectos de intervalo. A continuación se presenta la evaluación de modelos.

4.1. Modelamiento

Los modelos evaluados fueron: 1) hiperboloide, 2) ITCH, 3) Intercambio y 4) Diferencias Directas¹, los últimos tres siendo de la familia de atributos. La notación utilizada para representar gráficamente los análisis, (figuras 4-2, 4-3, 4-4, 4-5) es la adoptada por Lee y Wagenmakers (2014), en la cual, los nodos sombreados representan variables observadas y los no sombreados variables latentes. Los nodos que tienen doble borde representan variables deterministas o funciones matemáticas. Los nodos circulares corresponden a variables continuas y los cuadrados variables discretas. Todos los modelos evaluados comparten las siguientes características²: contienen tres rectángulos que representan realizaciones independientes de 1) el número de participantes $[i]$, 2) número de preguntas $[j]$ y 3) número de veces que se repitió la misma pregunta $[r]$. Todas las respuestas individuales, C_{ijr} , se modelaron con un proceso Bernoulli con parámetro θ_{ij} , que refiere a la probabilidad de elegir la recompensa grande demorada en esa pregunta para ese sujeto. El nodo x_{ij}^s es la cantidad de la recompensa pequeña y el x_{ij}^l la cantidad de la recompensa grande. El nodo t_{ij}^s es el tiempo de la recompensa inmediata y el t_{ij}^l el tiempo de la recompensa más demorada.

La figura 4-2 muestra el modelo gráfico Bayesiano de la función hiperboloide (ecuación 2-

¹En general, los modelos se corrieron con 2 cadenas, 500 000 iteraciones, quemando 480 000 y saltando 10, aunque estas características cambiaron un poco dependiendo de las medidas \hat{R} y $n.eff$. Cada modelo tardó en correr aproximadamente entre 1 y 4 horas.

²El Anexo 1 muestra, como ejemplo, el código en R para correr el modelo de Diferencias Directas. Para obtener los códigos completos ver repositorio en <https://github.com/ElenaVillalobos/InterTempoChoiceModels>

4) donde θ_{ij} se obtiene con las funciones del valor descontado de las dos alternativas (v_{ij}^{ss} , v_{ij}^{ll}). Dichos valores se obtienen con la multiplicación del factor de descuento y la cantidad absoluta. El factor de descuento $d_{ij}^{[s,l]}$ tiene la forma de la función hiperboloide, con los parámetros κ_i y τ_i , estimados individualmente y con prior de una distribución normal logarítmica con media 0 y desviación estándar de 1. Dicha distribución tiene como característica que no permite valores negativos, tiene una cola larga y asigna poco peso a valores extremadamente cercanos a cero (Scholten et al., 2014). Cabe de mencionar que el factor de descuento de este modelo se reemplaza fácilmente por otras funciones como la exponencial o hiperbólica, manteniendo los otros componentes del modelo sin modificar. De hecho, también se evaluaron los modelos mencionados y versiones alternas de éstos; sin embargo, la adecuación de estos era muy baja y muy similar entre ellos, debido a esto, sólo se eligió la función hiperboloide para comparar con los otros modelos basados en atributos.

El modelo de Intercambio (figura 4-3 y ecuación 2-5) tiene una regla de decisión sencilla que asigna la probabilidad θ_{ij} . La función Q_{ij} es la función de intercambio que contiene los parámetros κ_i y ϑ_i , que van sobre la diferencia de los pesos de las demoras. Los pesos de las demoras se asignan con $w_{ij}^{[s,l]}$ que es una función que disminuye el valor de la demora y tiene el parámetro de τ_i . Se utiliza la misma función para asignar el valor subjetivo a las cantidades pero con parámetro γ_i . Por último, todos los parámetros se estimaron a nivel individual y tuvieron prior de una densidad normal logarítmica, con media 0 y desviación estándar de 1; excepto por el parámetro ϑ_i , cuya media fue de 1.

En el modelo ITCH (figura 4-4 y ecuación 2-6) θ_{ij} se asigna con Φ que es la función de distribución acumulada para la asignación de probabilidad de la elección por la recompensa grande demorada. Dicha función se da sobre la suma de los pesos (todas las β s) de cada elemento que pueden ser absolutos o relativos, además de que se asignan independientemente a la cantidad y a la demora. Por último, se evaluó el modelo de Diferencias Directas (figura 4-5 y ecuación 2-7) que al igual que el modelo ITCH, tiene una función de distribución acumulada para la asignación de probabilidad de la elección por la recompensa grande demorada. Su regla de decisión agrega los parámetros σ_i y δ_i . Además, contempla las diferencias directas que se ponderan por el parámetro w_i o $1 - w_i$, dependiendo si es cantidad o tiempo. Las distribuciones prior de estos parámetros son de una normal de media 0 y desviación estándar de 1; sin embargo, σ_i está

truncada para valores positivos.

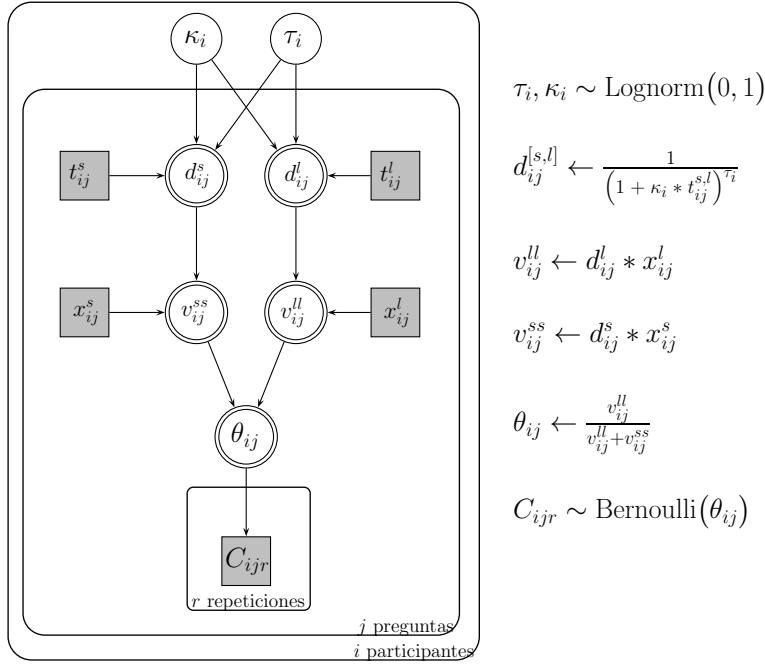


Figura 4-2: Modelo Hiperbólico Bayesiano

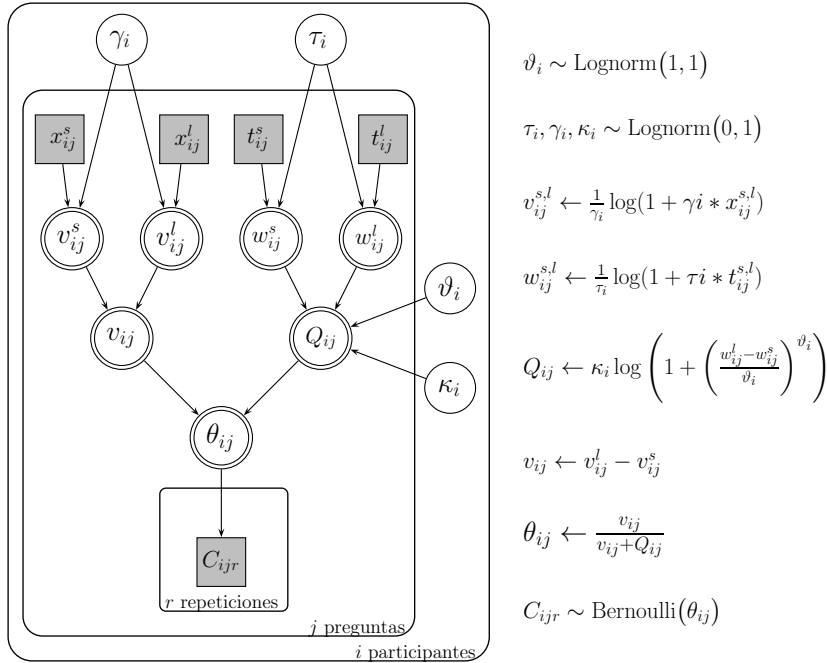
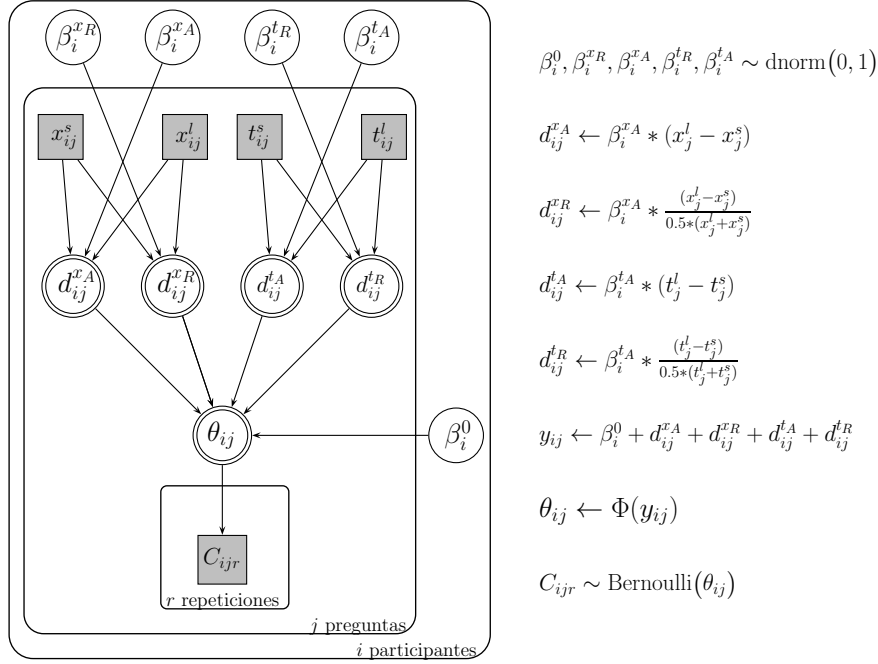


Figura 4-3: Modelo de Intercambio Bayesiano



$$\beta_i^0, \beta_i^{xR}, \beta_i^{xA}, \beta_i^{tR}, \beta_i^{tA} \sim \text{dnorm}(0, 1)$$

$$d_{ij}^{xA} \leftarrow \beta_i^{xA} * (x_{ij}^l - x_{ij}^s)$$

$$d_{ij}^{xR} \leftarrow \beta_i^{xR} * \frac{(x_{ij}^l - x_{ij}^s)}{0.5 * (x_{ij}^l + x_{ij}^s)}$$

$$d_{ij}^{tA} \leftarrow \beta_i^{tA} * (t_{ij}^l - t_{ij}^s)$$

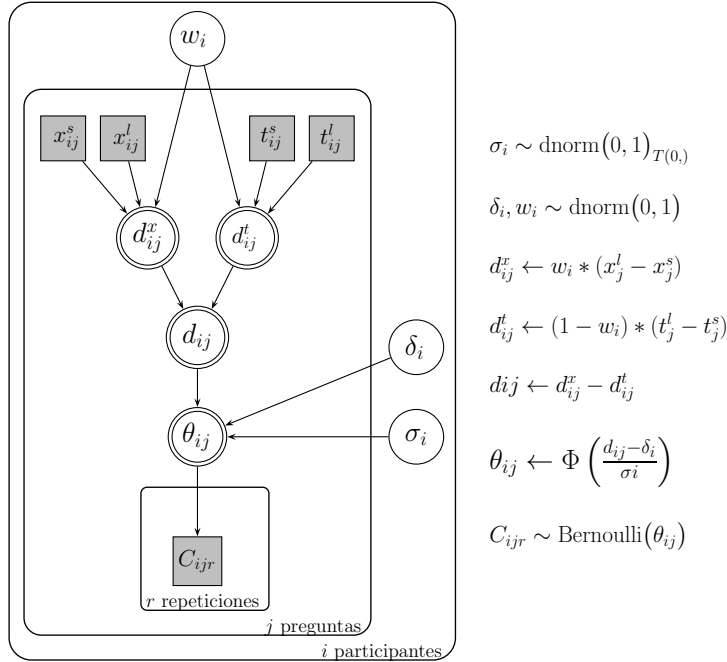
$$d_{ij}^{tR} \leftarrow \beta_i^{tR} * \frac{(t_{ij}^l - t_{ij}^s)}{0.5 * (t_{ij}^l + t_{ij}^s)}$$

$$y_{ij} \leftarrow \beta_i^0 + d_{ij}^{xA} + d_{ij}^{xR} + d_{ij}^{tA} + d_{ij}^{tR}$$

$$\theta_{ij} \leftarrow \Phi(y_{ij})$$

$$C_{ijr} \sim \text{Bernoulli}(\theta_{ij})$$

Figura 4-4: Modelo ITCH Bayesiano



$$\sigma_i \sim \text{dnorm}(0, 1)_{T(0)}$$

$$\delta_i, w_i \sim \text{dnorm}(0, 1)$$

$$d_{ij}^x \leftarrow w_i * (x_{ij}^l - x_{ij}^s)$$

$$d_{ij}^t \leftarrow (1 - w_i) * (t_{ij}^l - t_{ij}^s)$$

$$d_{ij} \leftarrow d_{ij}^x - d_{ij}^t$$

$$\theta_{ij} \leftarrow \Phi\left(\frac{d_{ij} - \delta_i}{\sigma_i}\right)$$

$$C_{ijr} \sim \text{Bernoulli}(\theta_{ij})$$

Figura 4-5: Modelo de Diferencias Directas Bayesiano

4.2. Resultados de modelamiento

En la figura 4-6 se presentan las predicciones de cada modelo junto con los datos analizados. El modelo hiperboloide muestra en general mayor error de predicción, teniendo el porcentaje de predicciones correctas más bajo (64%), en comparación con los otros modelos. Dicho error parece contener un patrón de predicción, pues se observan áreas salteadas de amarillo y azul en los intervalos más pequeños. Además, para el conjunto de las cantidades pequeñas, el error de predicción se hace para la recompensa grande demorada cuando la respuesta fue por la recompensa pequeña inmediata. Esto parece deberse a que el modelo supone que la asignación del valor subjetivo se hace siguiendo el supuesto de aditividad; sin embargo, en el presente conjunto de datos se observaron violaciones a este supuesto, por lo que matemáticamente este tipo de modelos (basados en alternativas) no pueden predecir este conjunto de datos.

En cuanto al modelo de intercambio se observó que a pesar de mejorar la predicción de datos que presentan superaditividad, existe un problema entre las cantidades de las recompensas que tienen el mismo intervalo de demoras (Villalobos, 2017). Observe que el conjunto de intervalos largos tiene un poco más concentración de amarillo, y el conjunto de cantidades pequeñas tiene más concentración de verdes. Esto parece suceder debido a que la función de valor que utiliza trata similarmente las cantidades de las recompensas pequeñas y grandes, independiente del tamaño del intervalo, lo cual no sucede de acuerdo a las elecciones de los sujetos.

El modelo ITCH tiene una buena predicción así como no se observa tendencia en la misma. Además, la mayor cantidad de error se encuentra en los intervalos medianos y grandes; sin embargo, esto es esperado pues en estos conjuntos las elecciones de los sujetos son más variables. En cuanto al modelo de Diferencias Directas, al igual que el modelo ITCH se muestra un error de predicción sin un patrón claro y más concentrado en los intervalos medianos y grandes.

En esta primera parte de la adecuación de los modelos, se podría resumir que el modelo hiperboloide falla completamente al predecir los datos, el modelo de intercambio mejora pero presenta un patrón en el error de predicción, y los modelos ITCH y de Diferencias Directas son muy similares en la predicción. Por lo tanto, en la siguiente parte del trabajo nos enfocaremos al análisis de estos dos últimos modelos para observar cuál es mejor para describir la presente base de datos.

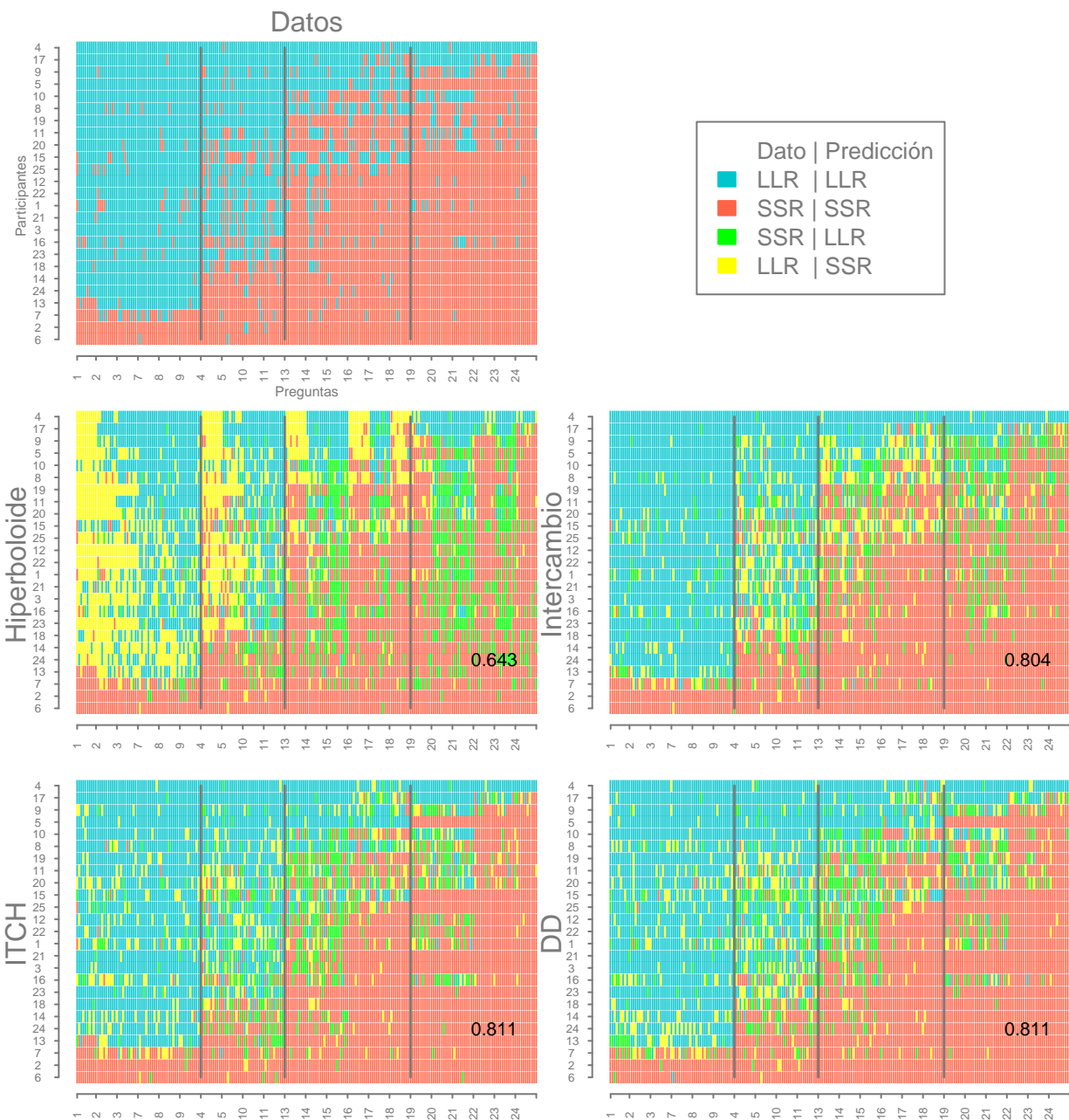


Figura 4-6: Predicción de cada modelo a los datos. El azul indica LLR y la predicción por la misma, el rojo por la SSR y la predicción por la misma, el verde elección por la SSR y la predicción del modelo por la recompensa contraria, y el amarillo la elección por la LLR y la predicción por la recompensa contraria. El número en la esquina derecha inferior es el porcentaje de predicciones correctas del modelo.

4.3. Modelo ITCH vs Modelo de Diferencias Directas

Para evaluar más a detalle cuál modelo describe mejor los datos, se presentará el análisis de los parámetros de ambos modelos.

La figura 4-7 muestra el rango de las distribuciones posteriores de los parámetros correspondientes a cada sujeto del modelo ITCH, en la cual, el punto sobresaliente es la media posterior. Ésta contiene cuatro subgráficos y cada uno tiene en el eje X el soporte del parámetro y en el eje Y los participantes ordenados de acuerdo a la media del parámetro β_x^A . En éste se observa que las distribuciones β_x^A y β_t^A de los sujetos de la parte media superior tienen menor varianza en sus distribuciones, en comparación con los sujetos que se encuentran en la parte media inferior, por lo que se podrían considerar dos grupos. Por otro lado, las distribuciones del parámetro β_x^R se concentran entre -1 y 1 y no se observan agrupaciones entre los participantes. Por último, el parámetro β_t^R parece tener un problema en las distribuciones posteriores debido a que tienen medias muy similares. Además, el intervalo abarca los mismos valores establecidos en la distribución prior, lo que puede ser indicio de que los datos no proporcionan información suficiente sobre este parámetro. Se analizó este resultado con detalle y se realizaron simulaciones del modelo, se encontró que se necesitan grandes cambios en el valor de ese parámetro para generar diferentes patrones de datos.

En la figura 4-8 se observa un gráfico de dispersión de la media posterior de los parámetros para cada participante, es decir, cada punto es un participante donde el eje X indica el valor de la media de un parámetro y el eje Y el valor de la media de otro parámetro. En esta figura se aprecia de manera más clara una agrupación entre los parámetros β_t^A y β_x^A , mientras que para las otras combinaciones de parámetros no. Es importante mencionar que con las simulaciones realizadas, se encontró que la agrupación encontrada no concordó con los datos; de hecho, se utilizaron los valores de la media de cada parámetro resultante del análisis, y se encontró que el modelo falla en generar esos mismos patrones de datos.

La figura 4-9 refleja el rango de las distribuciones posteriores de los tres parámetros libres del modelo de Diferencias Directas para cada sujeto. Éstas están ordenadas de acuerdo al parámetro δ que permite observar la formación de tres grupos principales. El primero tiene valores menores a -2.5 en δ y valores más grandes a 1 en σ , este grupo se observa en los participantes que se encuentran en la parte media superior del gráfico (participante del 4 al 8). El segundo grupo

es el que está en un intervalo entre -2.5 y 0 para δ y tiene valores menores a 1 en σ . El último grupo tiene valores mayores a cero en δ así como distribuciones amplias y arriba de uno en σ . Con respecto al parámetro w de principio no se observa una tendencia en las distribuciones; sin embargo, existe cierta variabilidad y los intervalos no son tan amplios en comparación con el modelo ITCH.

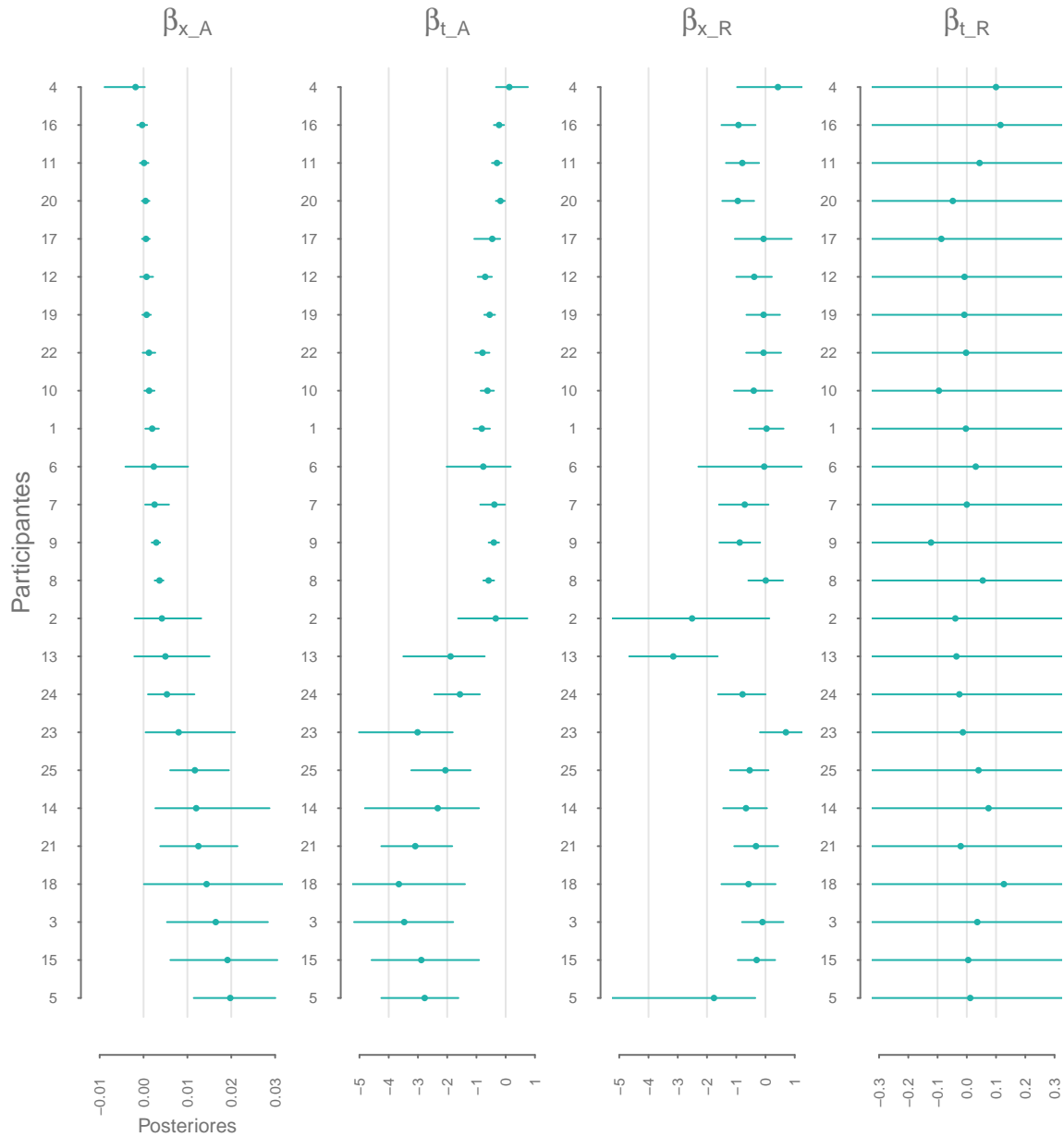


Figura 4-7: Rango de las distribuciones posteriores de los participantes de modelol ITCH.

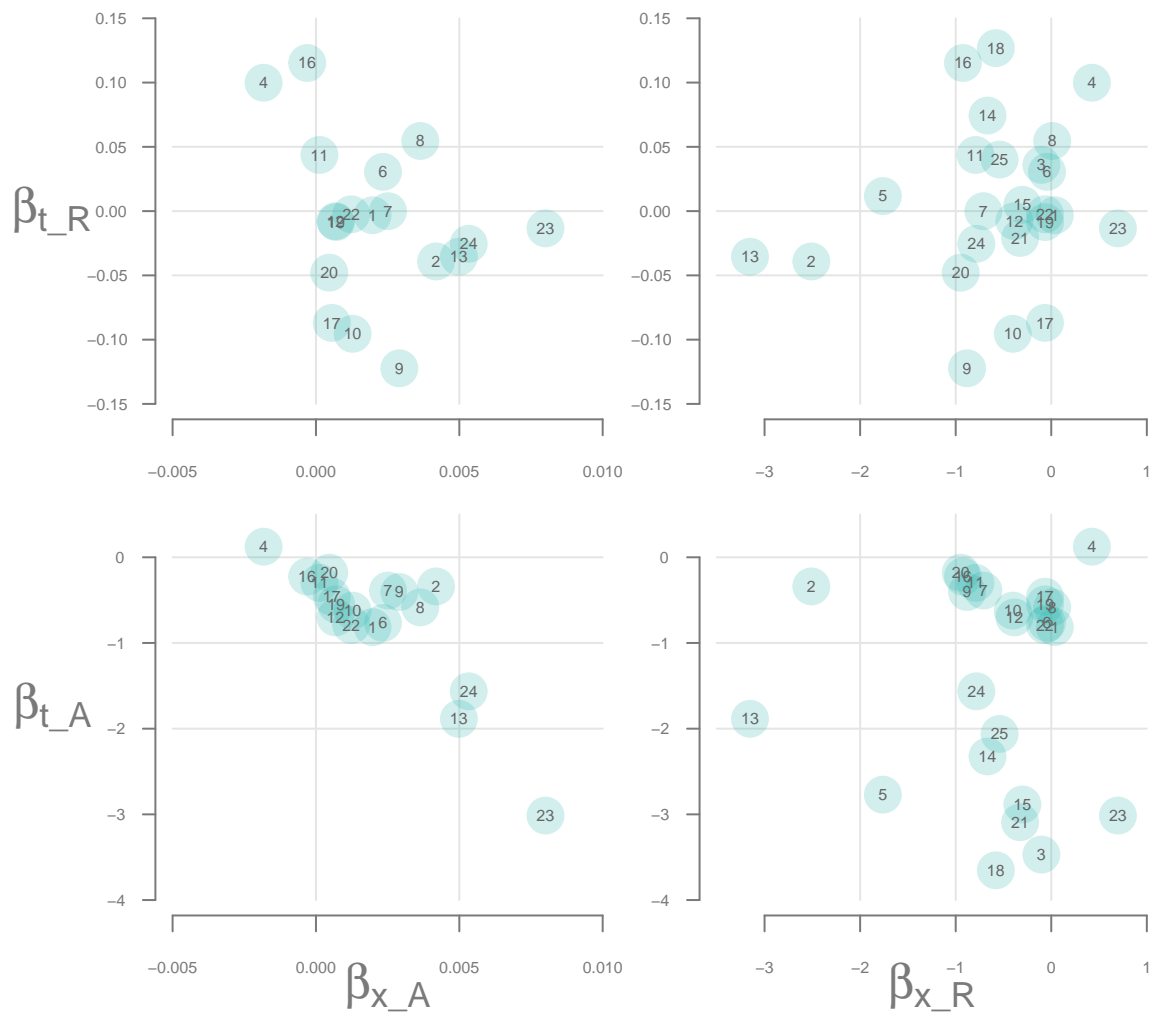


Figura 4-8: Medias conjuntas posteriores del modelo ITCH.

En la figura 4-10 podemos observar un gráfico de dispersión de las medias conjuntas de los parámetros del modelo de Diferencias Directas. En este se pueden observar las agrupaciones encontradas en la figura anterior entre los parámetros δ y σ . De hecho, se aprecian de manera más clara las agrupaciones con respecto al parámetro w . Para este modelo también se realizaron simulaciones y se encontró que estos grupos corresponden a los datos observados; es decir, con los valores obtenidos de las estimaciones de los parámetros, se logró generar el mismo patrón de datos encontrados.

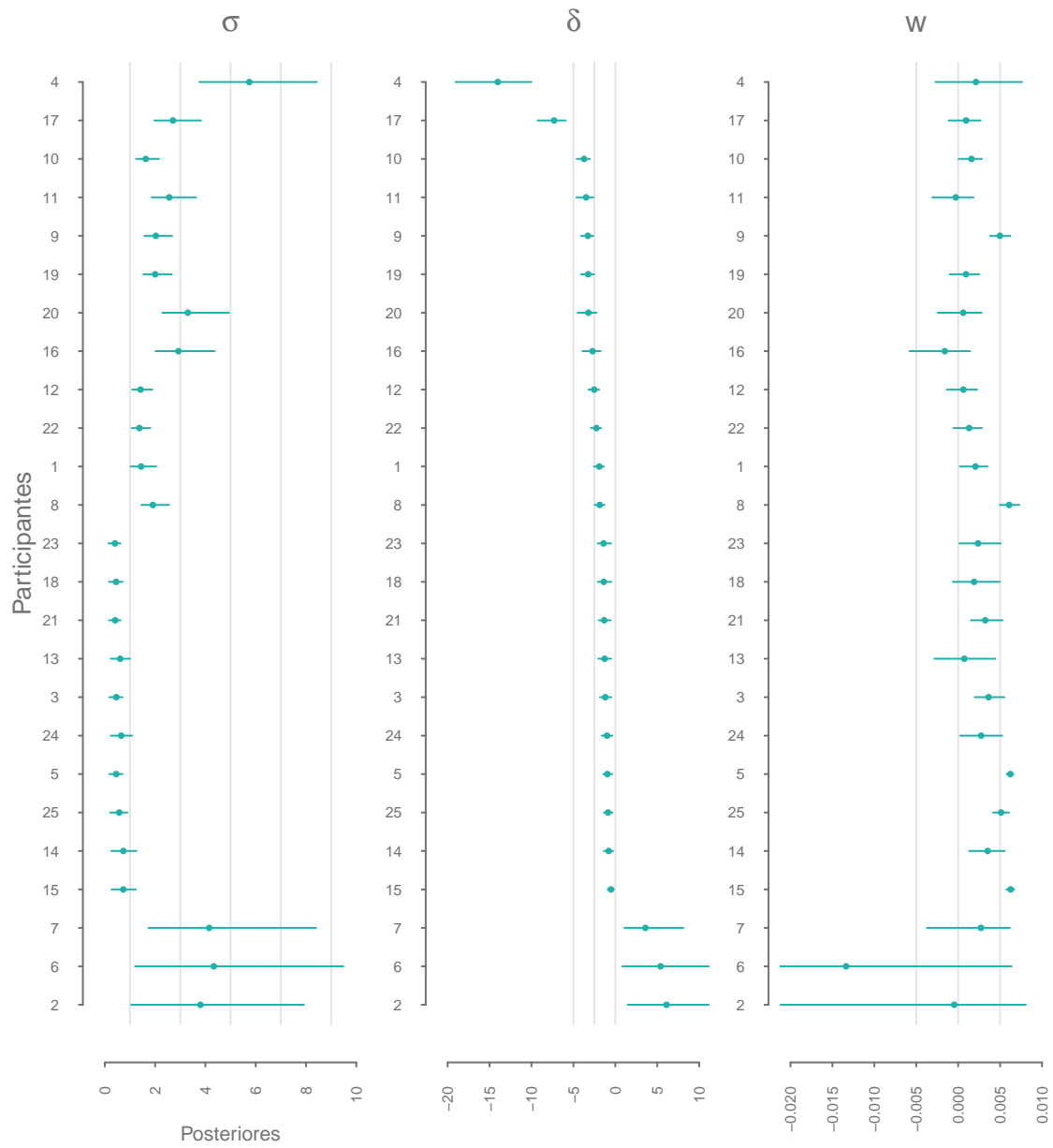


Figura 4-9: Rango de las distribuciones posteriores de los participantes del modelo de Diferencias Directas.

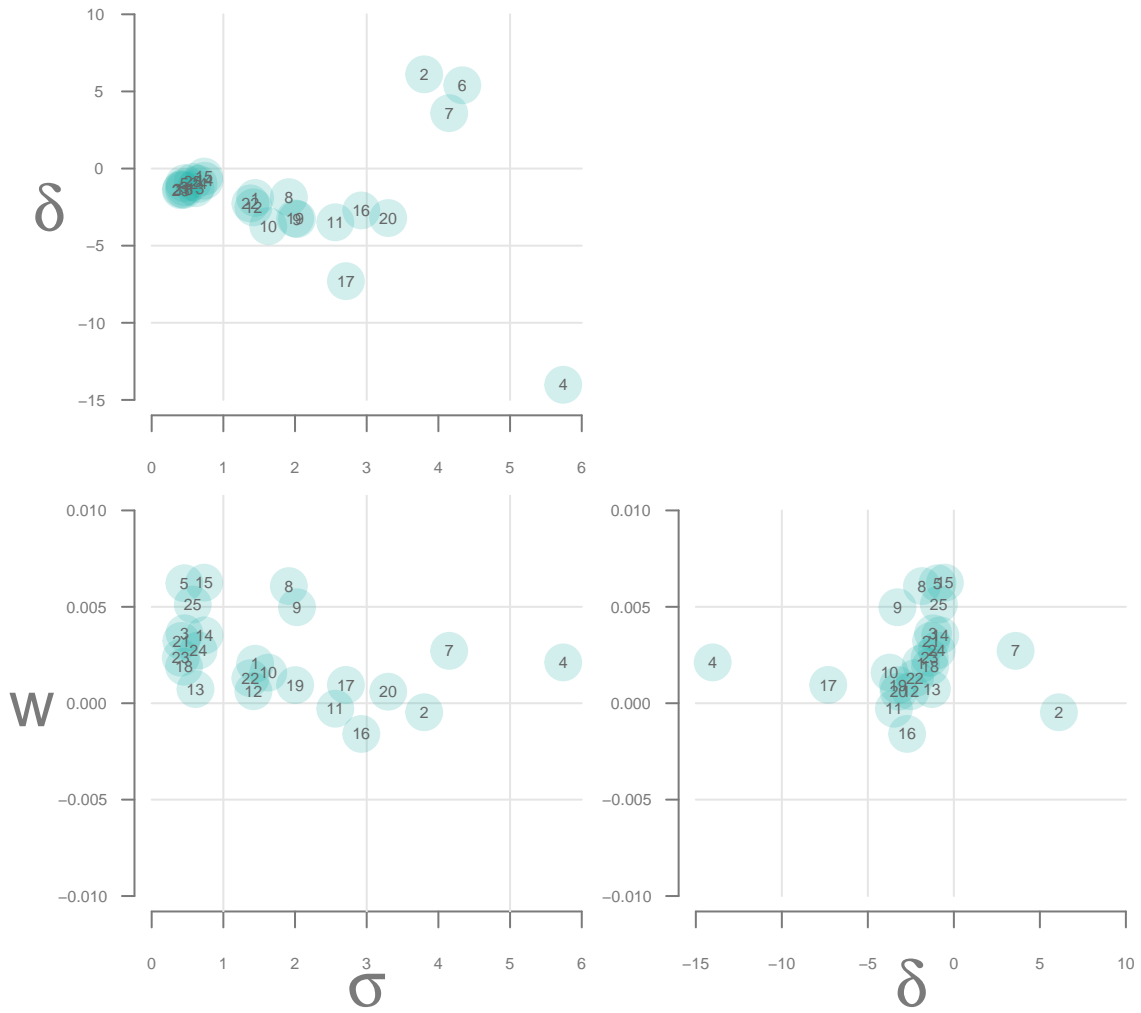


Figura 4-10: Medias conjuntas posteriores

En resumen, se podría decir que el modelo que mejor funciona es el de Diferencias Directas debido a que sus parámetros tienen mejor interpretación teórica con respecto a la presente base de datos y los parámetros del modelo ITCH no. Además, con las simulaciones realizadas de ambos modelos, se encontró que el modelo que replica los datos es el modelo de Diferencias Directas. Con esto se podría descartar al modelo ITCH como el mejor para describir la presente base de datos. A continuación, se presentarán los datos y estimaciones de dos sujetos representativos del modelo Diferencias Directas, esto con el fin de estudiar el comportamiento de los parámetros con respecto a los datos.

4.3.1. Participantes representativos

La figura 4-11 se presenta toda la información para el participante 8, es decir, los datos, la predicción de los datos (localizados en la parte superior del gráfico) y las distribuciones posteriores conjuntas de los parámetros (localizados en la parte inferior). Este participante se eligió debido a que su patrón de respuesta fue comúnmente encontrado en la muestra. Además, no presenta efectos de intervalo, es decir, eligió la recompensa grande demorada en los intervalos de los tamaños pequeños, medianos y grandes. Respecto al conjunto de cantidades pequeñas, siempre eligió la recompensa pequeña inmediata. En cuanto a su predicción se observa error, sobre todo cuando el sujeto tiene elecciones esporádicas por la recompensa pequeña inmediata. Las distribuciones conjuntas parecen no contener correlación y los valores parámetros coinciden con el grupo uno antes identificado; donde los valores de sigma son mayores a 1 en σ y menores a -2.5 en δ .

La figura 4-12, es el gráfico del participante 24, que se eligió debido a que representa otro patrón de datos que también fue comúnmente encontrado. Al contrario del participante anterior, este sí presenta efectos de intervalo porque elige la recompensa grande demorada en el conjunto de intervalos pequeños pero la pequeña inmediata en los intervalos medianos y grandes. En la predicción se observa también error de predicción, a pesar de que el participante es consistente en sus respuestas. Las distribuciones conjuntas posteriores parecen contener correlación, y este sujeto pertenece al grupo dos, donde los valores de σ son menores a 1 y para delta se encuentran entre -2.5 y 0.

Comparando las distribuciones posteriores de los parámetros de ambos sujetos presentados se observan comportamientos diferentes. Por ejemplo, para el parámetro σ hay mayor variabilidad en el participante 8, mientras que para el participante 24 no. Además, el parámetro w adquiere valores diferentes entre ambos participantes, así como el parámetro δ . Por último, que para el participante 24 las correlaciones entre parámetros son muy marcadas, mientras que para el 8, no.

En el siguiente capítulo se discutirán los resultados encontrados.

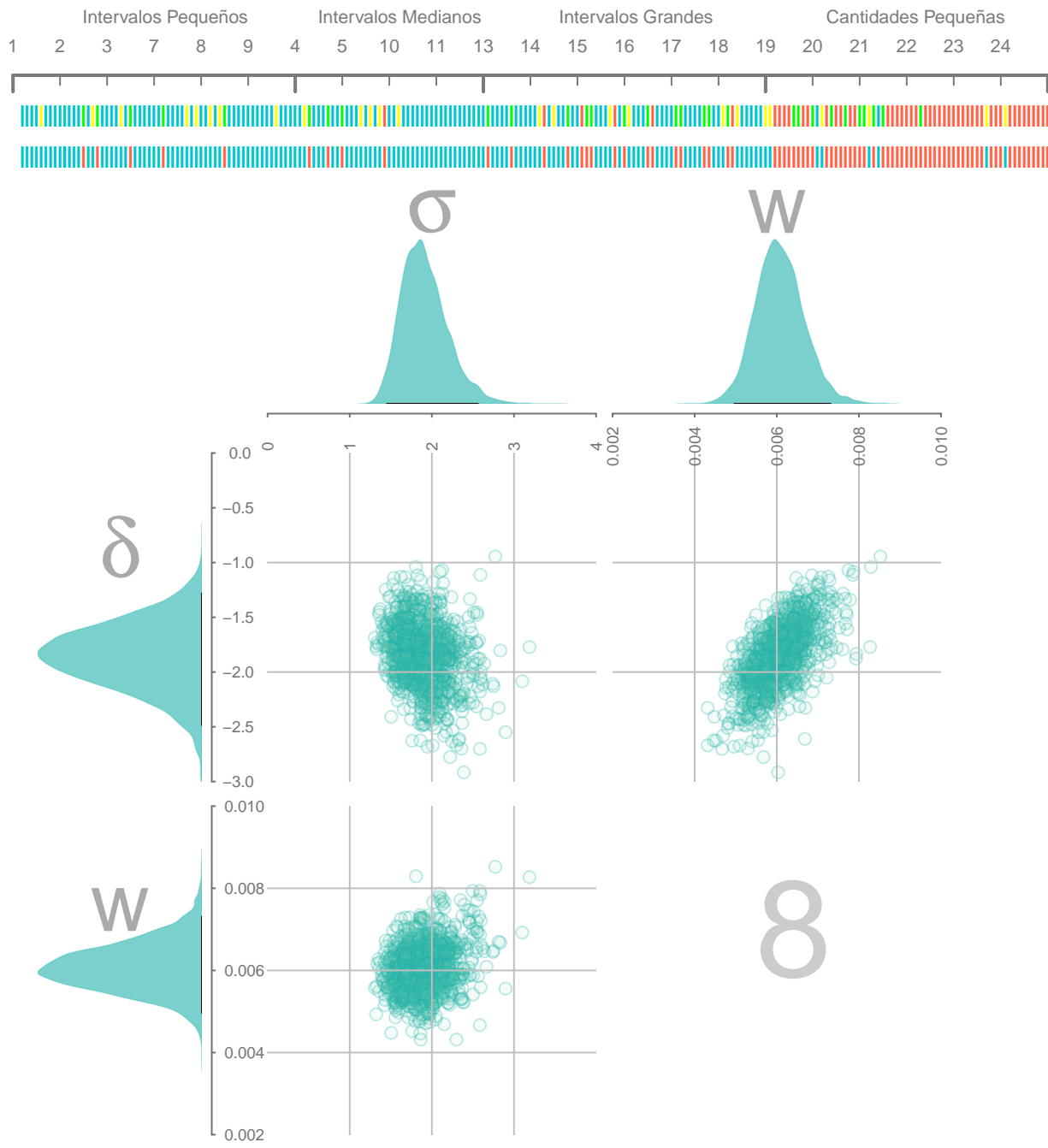


Figura 4-11: Participante representativo con elecciones sin efectos de intervalo.

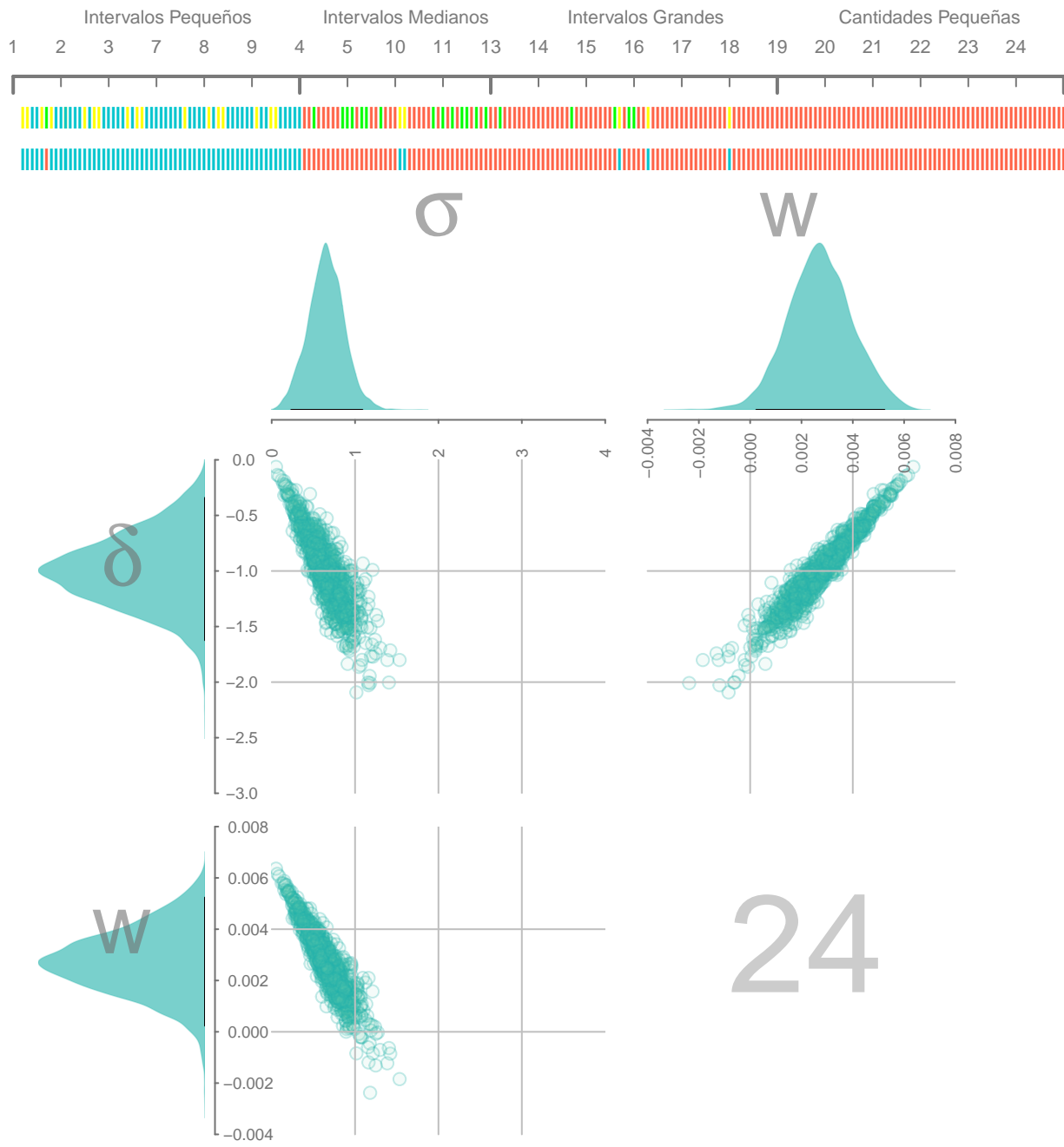


Figura 4-12: Participante representativo con elecciones con efectos de intervalo.

Capítulo 5

Discusión

Recordemos que el objetivo del presente trabajo es estudiar y comparar los modelos hiperbólico, de intercambio, ITCH y de Diferencias Directas; los últimos tres permiten describir los efectos de intervalos. En la base de datos que se utilizó se encontraron patrones de datos con la presencia y ausencia de dichos efectos. Es decir, algunos sujetos de la muestra cambiaron su elección dependiendo del tamaño de intervalo mientras que otros no.

Uno de los propósitos de este tipo de análisis es desligar la estocasticidad de la elección de las inconsistencias estructurales de las preferencias. El protocolo de repetición de la misma pregunta utilizado, permitió llevar esto a cabo. Relacionado con esto, se encontró mayor variabilidad de respuesta en los intervalos que son de tamaño mediano, que los de tamaño pequeño y grande a nivel intra e inter sujetos. Estos resultados parecen ser consistentes con los de algunos estudios que muestran que entre más similares son las características de las alternativas, más difícil es para el sujeto tomar una decisión, al contrario de si las características difieren mucho entre alternativas.

El modelo hiperboloide, a pesar de ser el modelo basado en alternativas que mejor se adecua a datos de descuento temporal, es el que peor funciona cuando se le compara con los modelos basados en atributos. Estos resultados no son inesperados debido a que en repetidas ocasiones, se ha encontrado que si este modelo se compara con otros que contienen una regla de integración de atributos, estos últimos superan por mucho la función hiperboloide (Chen y González-Vallejo, 2016; Ericson et al., 2015; Dai y Busemeyer, 2014; Scholten et al., 2014). Adicionalmente, este modelo presenta tendencias en su error de predicción, lo que habla de una falla sistemática para

describir la presente base de datos. Esto puede deberse a la aditividad que el modelo asume.

El modelo de intercambio, a pesar de ser el modelo propuesto para dar cuenta de los efectos de intervalo, parece contener muchos parámetros libres que pueden estar explicando la misma parte del proceso de decisión; es decir, el modelo parece estar sobre-parametrizado. Además, se detectó una falla del modelo que está relacionada con los conjuntos de cantidades grandes y pequeñas que tienen la misma longitud de intervalos. En la evaluación se observó que este modelo sugiere que si un participante comienza a elegir la recompensa grande demorada en los intervalos medianos y largos de las cantidades grandes, debería de suceder lo mismo para los intervalos de la misma longitud pero en las cantidades pequeñas. Esto está relacionado con la estructura matemática del modelo, la cual implica que para que suceda superaditividad, el valor subjetivo de las cantidades debe de ser pequeño. Esto hace que en algún punto, los valores subjetivos de las cantidades grandes y pequeñas sean equivalentes, lo que generará predicciones similares en intervalos que tengan la misma longitud, sin importar el tamaño de la cantidad. Lo anterior, siendo contrario a lo que se observó en los datos pues en general las personas eligieron la recompensa pequeña inmediata en las cantidades pequeñas e hicieron lo contrario en las cantidades grandes.

El modelo ITCH tiene una regla de integración también basada en atributos, pero asume que se toman en cuenta diferencias relativas y absolutas. En la presente base de datos se observó que el parámetro que refiere a las diferencias relativas en tiempo, tiene dificultades para actualizar su distribución posterior con respecto a su distribución a priori. Esto podría ser indicio de un modelo sobre-parametrizado donde las diferencias proporcionales no están aportando información diferente de las diferencias absolutas. Además, este modelo tuvo problemas en las simulaciones pues los valores paramétricos simulados no podían generar patrones de datos similares a los encontrados realmente. Tendrían que hacerse otros experimentos para observar si las diferencias tomadas en tiempo son relativas, absolutas o ambas. Sin embargo, con el presente conjunto de datos, podríamos decir que las diferencias absolutas entre atributos es lo que ponderan los participantes.

El modelo de Diferencias Directas, es el más sencillo de la familia de modelos basadas en atributos pues tiene menos parámetros libres. Este modelo es valioso en el sentido de que sigue la regla de diferencias entre atributos y explica el mismo porcentaje de predicción que los otros

modelos, pero con menor cantidad de parámetros; que de acuerdo al principio de parsimonia, este modelo podría ser el más adecuado. Adicionalmente, el modelo asume un proceso estocástico que describe las diferencias percibidas entre atributos y que la probabilidad de elección incrementa monótonicamente en función de dichas diferencias. Por ejemplo, si la atención se enfoca al tiempo, se tenderá a elegir la recompensa inmediata, pero si la atención está enfocada a la cantidad, se elegirá la recompensa grande a pesar de la demora.

Otro hallazgo está relacionado con la correlación entre parámetros que se encontró en el modelo de Diferencias Directas; para algunos sujetos dicha correlación era muy clara visualmente, mientras que para otros participantes no se encontraba nada de correlación. Esto puede deberse a que dos de los parámetros de este modelo hablan de la atención que le ponemos a un atributo más que al otro, pero w las pondera de manera directa, mientras que δ se resta de las diferencias ya ponderadas. Por otro lado, el parámetro σ parece describir la variabilidad de las elecciones de tal manera que cuando siempre se elige una recompensa, ya sea la pequeña inmediata o la grande demorada, la distribución es más amplia que cuando el sujeto cambia de elección dependiendo del tamaño del intervalo (para facilidad del lector se coloca dicho modelo nuevamente).

$$P(LL) = \Phi\left(\frac{d - \delta}{\sigma}\right) \quad \& \quad d = w(x_l - x_s) - (1 - w)(t_l - t_s)$$

En cuanto a la estimación de los parámetros fue el modelo en el cual se observó menos variabilidad en las distribuciones posteriores, pues para la mayoría de los sujetos el rango de sus distribuciones estaban bien acotados en el soporte del parámetro. Esto a su vez permitió confirmar las tres principales agrupaciones, donde si se cambia de rango en las distribuciones posteriores, de hecho, cambia el comportamiento de los sujetos, lo cual habla de un buen del modelo.

Un detalle encontrado en todos los modelos es que tuvieron dificultades para describir la consistencia de las repeticiones de la misma pregunta. Es decir, cuando un sujeto elegía la misma alternativa en todas las repeticiones, los modelos tenían dificultades para predecir dichas elecciones, como se encontró con el sujeto 24. Sin embargo, esto puede deberse al proceso intrínseco de probabilidad, donde se generan predicciones a partir de probabilidades por lo que

aunque la probabilidad sea alta, sigue siendo probabilidad.

5.1. Conclusiones

En conclusión, la regla de diferencias entre atributos parece ser la más adecuada para describir presencia y ausencia de efectos de intervalos. El modelo que mejor funciona, de acuerdo a esta base de datos, es el de Diferencias Directas. Sin embargo, seguir estudiando este modelo es necesario para revisar a detalle la interpretación teórica de los parámetros; sobre todo para determinar sistemáticamente qué factores de la elección afectan δ , σ y w .

Un aprendizaje del presente trabajo fue que modelos muy complicados son difíciles de interpretar, pues a pesar de que proporcionan buen porcentaje de predicción, la interpretación teórica es muy difícil de producir. Lo cual genera incertidumbre sobre el funcionamiento del modelo, sus parámetros y cómo se están describiendo en los datos.

Los modelos que se estudiaron en el presente trabajo son muy diferentes en cuanto a su estructura nuclear, incluso los basados en atributos que comparten la misma regla de integración, fueron difíciles de comparar y equiparar con respecto a una medida que examinara de manera justa su funcionamiento. Sin embargo, el análisis de los parámetros permitió observar el funcionamiento teórico e interno de cada modelo, y así proporcionar una idea de cuál fue el mejor modelo para describir la presente base de datos.

En general, en la literatura de Psicología experimental, se busca que los modelos describan el comportamiento de los individuos, y se buscan variables en el contexto que hacen ciertas elecciones más probables, pues a su vez proporcionan una descripción del proceso de toma de decisiones. Debido a esto, es que en este tipo de estudios no se revisan a detalle el uso de co-variables intrínsecas al sujeto, pues éstas, a pesar de ser informativas en la descripción del individuo, no pueden ser manipuladas o influenciadas para generar cambios en el comportamiento de elección. En este sentido, si se encuentran cuáles son las variables del contexto que hacen cierta elección más probable, entonces se pueden crear teorías y modelos psicológicos que ayuden a describir, explicar y predecir cómo se comportaría un sujeto en ciertos contextos. Por ejemplo, en el presente trabajo se encontró que el tamaño del intervalo modifica las elecciones; por lo tanto, para describir éstas se necesitan modelos basados en atributos, con los cuales se

entiende que el proceso de toma de decisiones radica en observar las diferencias entre los mismos atributos de las opciones disponibles.

Relacionado a lo último, a pesar de que los modelos de alternativas no pueden describir la presente base de datos, éstos han resultado ser muy útiles cuando se describen conductas de riesgo, como adicciones y/o impulsividad, pues logran describir personas que, por ejemplo, tienden a incidir más en alcoholismo y/o drogadicción. Entonces, uno de los siguientes pasos para los modelos basados en atributos es estudiar si pueden describir de la misma manera las conductas antes mencionadas.

Referencias

- Ainslie, G. W. (1974). Impulse control in pigeons. *Journal of the experimental analysis of behavior*, 21(3), 485-489.
- Bhatia, S. (2013). Associations and the accumulation of preference. *Psychological Review*, 120(3), 522-543.
- Bhatia, S., & Stewart, N. (2018). Naturalistic multiattribute choice. *Cognition*, 179, 71-88.
- Cavagnaro, D. R., & Davis-Stober, P. C. (2014). Transitive in Our Preferences, but Transitive in Different Ways: An Analysis of Choice Variability. *Decision*, 1(2), 102-122.
- Chávez, M. E., Villalobos, E., Baroja, J. L., Bouzas, A. (2017). Hierarchical Bayesian modeling of intertemporal choice. *Judgment and Decision Making*, 12(1), 19.
- Cheng, J., & González-Vallejo, C. (2016). Attribute-Wise vs Alternative-Wise Mechanism in Intertemporal Choice: Testing the Proportional Difference, Trade-Off and Hyperbolic Models. *Decision*, 3(3), 190-215.
- Dai, J. (2016). Are Intertemporal Preferences Transitive? A Bayesian Analysis of Repeated Individual Intertemporal Choices. *Decision*, 1-24.
- Dai, J., & Busemeyer, J. R. (2014). A Probabilistic, Dynamic and Attribute-Wise Model of Intertemporal Choice. *Journal of Experimental Psychology: General*, 143(4), 1489-1514.
- Ericson, K. M., White, J. M., Laibson, D., & Cohen, J. D. (2015). Money earlier or later? Simple heuristics explain intertemporal choices better than delay discounting does. *Psychological science*, 26(6), 826-833.
- Estes, W.K. (1956). The problem of inference from curves based on group data. *Psychological Bulletin*, 53, 134-140.
- Frederick, S., Lowenstein, G., & O'Donoghue, T. (2002). Time Discounting and Time Preference: A Critical Review. *Journal of Economic Literature*, 20(2), 351-401.
- González-Vallejo, C. (2002). Making trade-offs: A probabilistic and context-sensitive model of choice behavior. *Psychological Review*, 109 (1), 137-155.

- Green, L., Fristoe N., & Myerson, J. (1994). Temporal discounting and preference reversals in choice between delayed outcomes. *Psychonomic Bulletin & Review*, 1 (3), 383-389.
- Green, L., Fry A. F., & Myerson, J. (1994). Discounting of Delay Rewards: A Life-Span Comparison. *Psychological science*, 5(1), 33-36.
- Green, L., & Myerson, J. (2004). A Discounting Framework for Choice with Delayed and Probabilistic Rewards. *Psychological Bulletin*, 130(5), 769-792.
- Green, L., & Myerson, J. (1996). Exponential Versus Hyperbolic Discounting of Delayed Outcomes: Risk and Waiting Time. *American Zoologist*, 36(4), 496-505.
- Green, L., Myerson, J., & McFadden, E. (1997). Rate of temporal discounting decreases with amount of reward. *Memory & Cognition*, 25(5), 715-723.
- Green, L., Myerson, J., & Vanderveldt, A. (2014) Delay and Probability Discounting. In: McSweeney, F. K. & Murphy, E. S. (Eds.). *The Wiley Blackwell handbook of operant and classical conditioning*. John Wiley & Sons, Malden, MA.,307-337.
- Killen, P. R. (2009). An additive-utility model of delay discounting. *Psychological review*, 116(3), 602-619.
- Lee, M. D. (2018). Bayesian methods in cognitive modeling. *Stevens' Handbook of Experimental Psychology and Cognitive Neuroscience*, 5, 1-48.
- Lee, M.D. & Wagenmakers, E.-J. (2014). *Bayesian cognitive modeling: A practical course*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Luce, R. D. (1959). *Individual choice behavior*. New York: Wiley.
- Mazur, J. E. (1984). Test of an Equivalence Rule for Fixed and Variable Reinforcer Delay. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behaviour Processes*, 10(4), 426-436.
- McKerchar, T. L., Green. L., Myerson, J., Pickford, S. T., Hill, J. C., & Stout, C. S. (2005). A comparison of four models of delay discounting in humans. *Behavioral Processes*, 81, 256-259.
- Myerson, J., Green, L., & Morris, J. (2011) Modeling the Effect of Reward amount on Probability Discounting. *Journal of the Experimental Analysis of Behaviour*, 2(95) 175-187.
- Pierce, J, W. (2007). PsychoPy-Psychophysics software in Python. *Journal of Neuroscience Methods*, 162(2), 8-13.
- Plummer, M. (2003). JAGS: A program for analysis of Bayesian graphical models using Gibbs samplers. *Proceedings of the 3rd International Workshop on Distributed Statistical Computing*, 20-22.
- Rachlin, H., & Green, L. (1972). Commitment, Choice and Self-Control. *Journal of the Experimental Analysis of Behaviour*, 17(1), 15-22.

- Rachlin, H., Raineri, A., & Cross, D. (1991). Subjective Probability and Delay. *Journal of the Experimental Analysis of Behaviour*, 55(2), 233-244.
- Read, D. (2001). Is time-discounting hyperbolic or subadditive?. *Journal of Risk and Uncertainty*, 23(1), 5-32.
- Regenwetter, M., Dana, J., & Davis-Stober, C. P. (2010). Testing transitivity of preferences on two-alternative forced choice data. *Frontiers in Psychology*, 1, 148.
- Regenwetter, M., Dana, J., & Davis-Stober, C. P. (2011). Transitivity of Preferences. *Psychological Review*, 118(1), 42-56.
- Regenwetter, M., & Davis-Stober, C. P. (2012). Theoretical Note: Behavioral Variability of Choices Versus Structural Inconsistency of Preferences. *Psychological Review*, 119(2), 408-416.
- Samuelson, P.A. (1937). A note on measurement of utility. *The Review of Economic Studies*, 4(2), 155-161.
- Scholten, M., & Read, D. (2006). Discounting by Intervals: A Generalized Model of Intertemporal Choice. *Management Science*, 52(9), 1424-1436.
- Scholten, M., & Read, D. (2010). The Psychology of Intertemporal Tradeoffs. *Psychological Review*, 117(3), 925-944.
- Scholten, M., Read, D., & Sanborn, A. (2014). Weighting outcomes by time of against time? Evaluation rules in inter temporal choice. *Cognitive science*, 38(3), 399-438.
- Tversky, A. (1969). Intransitivity of preferences. *Psychological Review*, 76, 31-48.
- Urminsky, O., & Zauberman, G. (2014). *The Psychology of Intertemporal Preferences*, Wiley-Blackwell Handbook of Judgment and Decision Making.
- Villalobos, N. E. (2017). Estudios en Elección Intertemporal (tesis de pregrado). Facultad de Psicología, UNAM; Ciudad de México.
- Vincent, B. J. (2016). Hierarchical Bayesian estimation and hypothesis testing for delay discounting tasks. *Behaviour Research Methods*, 48(4), 1608-1620.
- Wagenmakers, E.-J., Lee, M. D., Lodewyckx, T., & Iverson, G (2008). Bayesian versus frequentist inference. In H. Hoijtink, I. Klugkist, & P. A. boelen (Eds.), *Bayesian Evaluation of Informative Hypotheses*, (pp. 181-207). New York: Springer Verlag.
- Wagenmakers, E. J., Morey, R. D., & Lee, M. D. (2016). Bayesian benefits for the pragmatic researcher. *Current Directions in Psychological Science*, 25(3), 169-176.

Anexo 1

```
# CODIGO EN R PARA CORRER MODELO DE DIFERENCIAS DIRECTAS BAYESIANO
# POR ELENA VILLALOBOS
# Paquete de JAGS
library(R2jags)

#### Especificaciones generales
n_sub <- 25          #i
n_que <- 24          #j
n_rep <- 10          #k

#### Cargar Datos
dire_t <- NA
for (i in 1:n_sub){
  dire_t[i] <- paste('~data/sujeto_',i,'_tiempo.csv',sep='')
}
csvs_time <- lapply(dire_t,read.csv)
# Ordenar datos crudos
t_choice <- array(dim=c(n_sub,n_que,n_rep))
for(i in 1:n_sub){
  for(j in 1:n_que){
    t_choice[i,j,] <- subset(csvs_time[[i]][,7:8],pair==j)$biggerchosen
  }
}

#### Especificaciones para preguntas
# Cantidad de recompensa pequena
x_ss <- c(5150,5300,5450,5150,5300,5150,6050,6200,6350,6050,6200,6050,
          5150,5600,6050,5150,5600,5150,1150,1250,1350,1150,1250,1150)
# Cantidad de recompensa grande
x_ll <- c(5300,5450,5600,5450,5600,5600,6200,6350,6500,6350,6500,6500,
          5600,6050,6500,6050,6500,6500, 1250,1350,1450,1350,1450,1450)
# Demora de recompensa inmediata
t_ss <- c(1,2,3,1,2,1,7,8,9,7,8,7,1,4,7,1,4,1,1,4,7,1,4,1)
# Demora de recompensa demorada
t_ll <- c(2,3,4,3,4,4,8,9,10,9,10,10,4,7,10,7,10,10,4,7,10,7,10,10)
```

```

#### Especificaciones para JAGS
# Data que JAGS usara
data <- list("n_que", "n_sub", "n_rep", "t_choice", "x_ss", "x_ll", "t_ss", "t_ll")

# Valores iniciales
myinits = list(
  list(sigma=rep(4,n_sub),
        delta=rep(2,n_sub),
        weight=rep(1,n_sub)))

# Modelo
write('model{

  prec <- 1/(5^2)

  for (i in 1:n_sub)

    # PARAMETROS A ESTIMAR
    sigma[i] ~ dnorm(0,prec)T(0,)
    weight[i] ~ dnorm(0,prec)
    delta[i] ~ dnorm(0,prec)

    for (j in 1:n_que){

      # FUNCIONES
      dif_x_R[i,j] <- (weight[i])*(x_ll[j]-x_ss[j])
      dif_t_R[i,j] <- (1-weight[i])*(t_ll[j]-t_ss[j])

      # DIFERENCIA
      dif[i,j] <- dif_x_R[i,j]-dif_t_R[i,j]

      y[i,j] <- (dif[i,j]-delta[i])/sigma[i]

      # PROBABILIDAD DE ELEGIR LA RECOMPENSA GRANDE DEMORADA
      theta[i,j] <- phi(y[i,j])

      # PARA REPETICIONES
      for (h in 1:n_rep){
        t_choice[i,j,h] ~ dbern(theta[i,j])
      }
    }
  },
  'DDModel.bug')

```

```
# Parametros a estimar
parameters <- c('sigma', 'theta', 'weight', 'delta')

# Para correr en JAGS
samples <- jags.parallel(data,
                        inits = myinits,
                        parameters,
                        model = 'DDModel.bug',
                        n.chains = 2,
                        n.iter = 500000,
                        n.burnin = 450000,
                        n.thin = 210)

unlink('DDModel.bug')
```

Repositorio de códigos completos:

<https://github.com/ElenaVillalobos/InterTempoChoiceModels>