



# **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE QUÍMICA**

**MODELADO MATEMÁTICO DEL PROCESO DE EXTRUSIÓN  
ISOTÉRMICA Y NO ISOTÉRMICA DE POLÍMEROS CON  
CARACTERÍSTICAS REOLÓGICAS NEWTONIANAS Y NO  
NEWTONIANAS**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO QUÍMICO**

**PRESENTA**

**ALAN ROSALES ROMERO**



**CIUDAD UNIVERISTARIA, CD. MX., 2020**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

**PRESIDENTE:**           **Profesor: CARLOS GUZMÁN DE LAS CASAS**  
**VOCAL:**                   **Profesor: FRANCISCO LÓPEZ SERRANO RAMOS**  
**SECRETARIO:**       **Profesor: JOSÉ ESTEBAN LÓPEZ AGUILAR**  
**1er. SUPLENTE:**       **Profesor: SIMÓN LÓPEZ RAMÍREZ**  
**2º SUPLENTE:**       **Profesor: MARCOS TURCIO CUEVAS**

**SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:**  
**CONJUNTO D, FACULTAD DE QUÍMICA.**

**ASESOR DEL TEMA:**

Dr. JOSÉ ESTEBAN LÓPEZ AGUILAR \_\_\_\_\_

**SUPERVISOR TÉCNICO:**

Dr. MARCOS TURCIO CUEVAS \_\_\_\_\_

**SUSTENTANTE:**

ALAN ROSALES ROMERO \_\_\_\_\_

## **Agradecimientos**

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM <<IA105818>> <<Reología de fluidos complejos -hacia una metodología híbrida de modelado y simulación numérica de flujo de materiales viscoelásticos y viscoelastoplásticos con aplicaciones en extracción mejorada de petróleo y bioingeniería>>. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.

## Lista de Símbolos

$N$	Frecuencia de rotación [1/s]
$U$	Rapidez de rotación [m/s]
$U_z$	Rapidez de rotación en el eje z para el tornillo [m/s]
$U_x$	Rapidez de rotación en el eje x para el tornillo [m/s]
$L$	Largo del tornillo [cm]
$Z$	Largo del canal del tornillo [cm]
$L_s$	Separación entre filetes [cm]
$D_s$	Diámetro el tornillo [cm]
$B$	Altura del canal [cm]
$\theta$	Ángulo de filetes (grados)
$D_d$	Diámetro de la boquilla [cm]
$R$	Radio de la boquilla [cm]
$L_d$	Largo de la boquilla [cm]
$\mu$	Viscosidad [Pa · s]
$n$	Índice de flujo para la Ley de la potencia y el modelo de Carreau
$\lambda$	Parámetro de tiempo para el modelo de Carreau [s]
$\rho$	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]

$C_p$	Capacidad calorífica [kJ/kgK]
$b$	Constante de la viscosidad con la temperatura [1/K]
$Q$	Flujo volumétrico [cm <sup>3</sup> /s]
$\frac{v_z}{U_z}$	Distribución de velocidades adimensional en el eje z
$\frac{v_x}{U_x}$	Distribución de velocidades adimensional en el eje x
$P_w$	Potencia requerida para mover al fluido a cierta velocidad [kW]
$E_v$	Energía por disipación viscosa [kW]
$\Delta T$	Incremento de temperatura [K]
$\frac{\Delta P}{dz}$	Gradiente de presión en el eje z [MPa]
$\frac{\partial p}{\partial x}$	Gradiente de presión en el eje x [MPa]
$\tau_{zy}$	Esfuerzo cortante [Pa]
$\dot{\gamma}$	Rapidez de corte [1/s]

# Índice

1. <b>Resumen</b> .....	9
2. <b>Introducción</b> .....	11
3. <b>Marco teórico</b> .....	12
3.1. ¿Qué son los polímeros? .....	12
3.2. Comportamiento no newtoniano de los polímeros .....	15
3.3. Disipación viscosa .....	16
3.4. Proceso de extrusión .....	18
3.5. Partes de un extrusor .....	20
4. <b>Métodos numéricos empleados</b> .....	23
4.1. Métodos de la secante y de Newton-Raphson .....	23
4.2. Método de diferencias finitas .....	24
4.3. Método de Simpson 1/3 .....	25
5. <b>Hipótesis, justificación y objetivos</b> .....	26
5.1. Hipótesis .....	26
5.2. Justificación .....	26
5.3. Objetivos .....	27
6. <b>Marco metodológico</b> .....	28
6.1. Balance de cantidad de movimiento para el tornillo .....	28
6.2. Balance de cantidad de movimiento para la boquilla .....	31
6.3. Ecuaciones constitutivas .....	33
6.3.1. Ley de Newton de la viscosidad .....	35
6.3.2. Ley de la Potencia .....	36
6.3.3. Modelo de Carreau .....	37
6.4. Balance de energía .....	38
6.5. Condiciones de operación .....	41
6.6. Métodos de solución analíticos y numéricos .....	42

6.6.1.	Solución con métodos analíticos .....	44
6.6.2.	Soluciones con métodos numéricos .....	46
<b>7.</b>	<b>Resultados y análisis de resultados</b> .....	<b>50</b>
7.1.	Parte I. Ecuaciones de balance y definición del caso base.....	51
7.1.1.	Ecuaciones de balance de cantidad de movimiento y balance de energía .....	51
7.1.2.	Caso base de análisis.....	54
7.2.	Parte II. Perfiles de velocidad y puntos de operación con soluciones analíticas y numéricas .....	55
7.2.1.	Soluciones analíticas y numéricas.....	55
7.2.2.	Efecto de la caída de presión .....	58
7.2.3.	Sensibilidad paramétrica de la viscosidad .....	60
7.3.	Parte III. Sensibilidad paramétrica con respecto al índice de flujo $n$ y curvas de operación .....	62
7.3.1.	Sensibilidad paramétrica del índice de flujo .....	62
7.3.2.	Curvas de operación .....	65
7.3.3.	Punto de operación .....	69
7.3.4.	Curva de incremento de temperatura .....	71
7.3.5.	Sensibilidad paramétrica con las propiedades térmicas del fluido, (constantes $b$ y $\rho C_p$ ).....	73
7.3.6.	Comparación de la operación isotérmica contra la operación adiabática .....	75
7.4.	Parte IV. Sensibilidad paramétrica con respecto a la frecuencia de rotación y a las dimensiones y relaciones físicas del extrusor.....	77
7.4.1.	Sensibilidad paramétrica con la frecuencia de rotación ( $N$ ) .....	77
7.4.2.	Sensibilidad paramétrica con el diámetro del tornillo ( $D_s$ ).....	78
7.4.3.	Sensibilidad paramétrica con la relación largo del tornillo / diámetro del tornillo ( $L/D_s$ ) .....	80

7.4.4. Sensibilidad paramétrica con la relación separación de filetes del tornillo / diámetro del tornillo ( $L_s/D_s$ ) .....	81
7.4.5. Sensibilidad paramétrica con la relación altura del canal / diámetro del tornillo ( $B/D_s$ ) .....	82
7.5. Parte V. Predicciones usando datos de polímeros reales .....	83
7.5.1. Comparación entre Ley de Potencia y modelo de Carreau para el caso base .....	83
7.5.2. Curvas y puntos de operación de polímeros reales .....	86
8. <b>Conclusiones</b> .....	89
9. <b>Bibliografía</b> .....	92
10. <b>Apéndice A.</b> Ecuaciones de balance de momentum y números adimensionales.....	95
11. <b>Apéndice B.</b> Tablas de propiedades de polímeros y medidas físicas del extrusor .....	100
12. <b>Glosario</b> .....	104

## **1. Resumen**

Este trabajo de tesis analiza el impacto de la transferencia de energía y de las propiedades reológicas de polímeros fundidos, en el proceso de extrusión de tornillo simple (o de un solo tornillo) en condiciones adiabáticas, considerando a la disipación viscosa como mecanismo principal para el calentamiento del polímero fundido en el extrusor. Para obtener las soluciones, las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento (momentum) y la ecuación de balance de energía se solucionaron con el método de diferencias finitas y el método de Simpson, considerando a la viscosidad como función de la rapidez de corte y de la temperatura. El estudio se justifica por la creciente demanda de reciclado de polímeros, la creación de nuevos materiales y el uso eficiente de la energía empleada en el proceso.

La metodología del trabajo recae en la simplificación del sistema geométrico, pasando de coordenadas helicoidales a cartesianas, y en el uso de ecuaciones constitutivas para fluidos no newtonianos, a saber, la Ley de la Potencia y el modelo de Carreau, para representar la reología de los polímeros fundidos. Las soluciones se representan a través de gráficas de flujo volumétrico e incremento de temperatura contra la caída de presión, y de perfiles de velocidad en el tornillo y en la boquilla. Además, se proporciona una descripción de cómo el tamaño físico del equipo y las propiedades del polímero se correlacionan con las condiciones

operativas (flujo volumétrico, caída de presión y aumento de temperatura). Este análisis permite llegar a las siguientes conclusiones: i) el comportamiento de la viscosidad tiene un gran impacto en las condiciones operativas, ya que esta es la propiedad que vincula las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento y de energía; ii) el incremento de la temperatura debido a la disipación viscosa puede ser excesiva y puede degradar químicamente al polímero; iii) un diseño apropiado de un extrusor es importante para alcanzar la producción deseada, a bajos consumos de energía y sin poner el riesgo el producto.

Palabras clave: viscosidad, disipación viscosa, polímero, punto de operación, extrusión, modelado matemático, simulación numérica.

## **2. Introducción**

Después de que un polímero es sintetizado es necesario convertirlo en un producto útil, como pueden ser varillas, tuberías, recubrimientos, fibras o artículos moldeados. Frecuentemente, estos productos son fabricados a partir de un único polímero, aunque rara vez son puros, ya que se encuentran mezclados con aditivos como tintes, plastificantes, antioxidantes entre otros, dependiendo de cómo serán procesados y de las características deseadas en el producto final (Middleman, 1997; Tadmor & Gogos, 2006; Beltrán & Marcilla, 2012; Giles et al., 2005). La extrusión, el moldeo por inyección y el estiramiento de fibras son los tres métodos más comunes de procesamiento de polímeros. Antes de ser procesados la mayor parte de los polímeros son sólidos, en forma de pellets, así que el proceso de extrusión es requerido para fundir, homogenizar y mezclar el material. Aunque ciertos artículos como tuberías, varillas y planos pueden ser hechos por extrusión, un extrusor es generalmente acoplado con otros equipos de procesamiento como fase primaria del proceso completo, para fundir y acondicionar el polímero para fases posteriores en su conversión en productos útiles. Así, el conocimiento del proceso de extrusión es prerrequisito para el estudio de otros procesos de transformación de polímeros (Kumar & Gupta, 2013; Giles et al., 2005; Middleman, 1997; Tadmor & Gogos, 2006).

### **3. Marco teórico**

#### 3.1. ¿Qué son los polímeros?

Los polímeros son moléculas grandes formadas por muchas unidades repetitivas. Los monómeros son pequeñas moléculas de las que se parte para formar los polímeros (López-Serrano & Mendizábal-Mijares, 2005; Odian, 2004). Generalmente son compuestos orgánicos unidos por enlaces covalentes. Entre las propiedades únicas de los polímeros se encuentran las interacciones físicas, que son de magnitud considerable, entre sus moléculas, dado las grandes longitudes de la cadena de éstas. Los polímeros se utilizan en un gran número de aplicaciones dada su habilidad para fabricar materiales "a la medida" para satisfacer necesidades específicas (López-Serrano & Mendizábal-Mijares, 2005; Odian, 2004).

Muchas de las propiedades de los polímeros como la resistividad eléctrica o permeabilidad de gases, son importantes en la selección de un polímero en una aplicación específica. Aun así, la principal propiedad que determina la utilidad de un polímero es su comportamiento mecánico, que se encuentra dado por su capacidad de deformarse (o resistir a esas deformaciones) y la de fluir (o no fluir, según se requiera) bajo esfuerzos aplicados (Odian, 2004).

Dentro de los polímeros existen dos grandes grupos que se comportan diferente cuando aumenta su temperatura. Los primeros son los termofijos: estos forman redes tridimensionales entrecruzadas que, a temperatura ambiente, son sólidos duros que no fluyen, como las resinas epóxicas o los poliuretanos. Por otro lado, los polímeros termoplásticos son materiales sólidos que pueden ser fundidos y solidificados al aumentar o disminuir su temperatura, respectivamente, con respecto a su temperatura de transición vítrea (O dian, 2004; López-Serrano & Mendizábal-Mijares, 2005; Giles et al., 2005; ver Tabla 3-1, que lista la temperatura de transición vítrea  $T_g$  y la temperatura de fusión  $T_m$  de polímeros de uso común). Esta propiedad les permite ser procesados por extrusión o por inyección repetidas veces. Durante las operaciones de procesamiento, existe un límite para la temperatura que, si éste es superado, los polímeros se degradan químicamente y cambian sus propiedades organolépticas, color, olor, textura y, su comportamiento mecánico (Posada-Bustamante, 2012; Odian, 2004).

Tabla 3-1. Temperatura de transición vítrea ( $T_g$ ) y de fusión ( $T_m$ ) para algunos polímeros termoplásticos. Modificado de (Tadmor & Gogos, 2006).

Polímero	$T_g$ [K]	$T_m$ [K]
Polietileno alta densidad (HDPE)	153	408
Polietileno baja densidad (LDPE)	248	385 – 387
Nylon 6	343	493
Polietileno tereftalato (PET)	343	516 – 521
Policloruro de vinilo (PVC)	348	–

Para sintetizar polímeros, se lleva a cabo una primera etapa de polimerización, que consiste en la conversión de la materia prima (monómeros) en los productos finales (polímeros) a través de reacciones químicas. Los dos mecanismos de polimerización principales son: reacción por adición y reacción en cadena (O dian, 2004; López-Serrano & Mendizábal-Mijares, 2005; Kumar & Gupta, 2003). Existen procesos de fabricación (ver Fig. 3-1) en los cuales, al final del proceso de síntesis y transformación, se incluye un extrusor para secar (en caso de que se requiera) y conformar al producto en pellets.

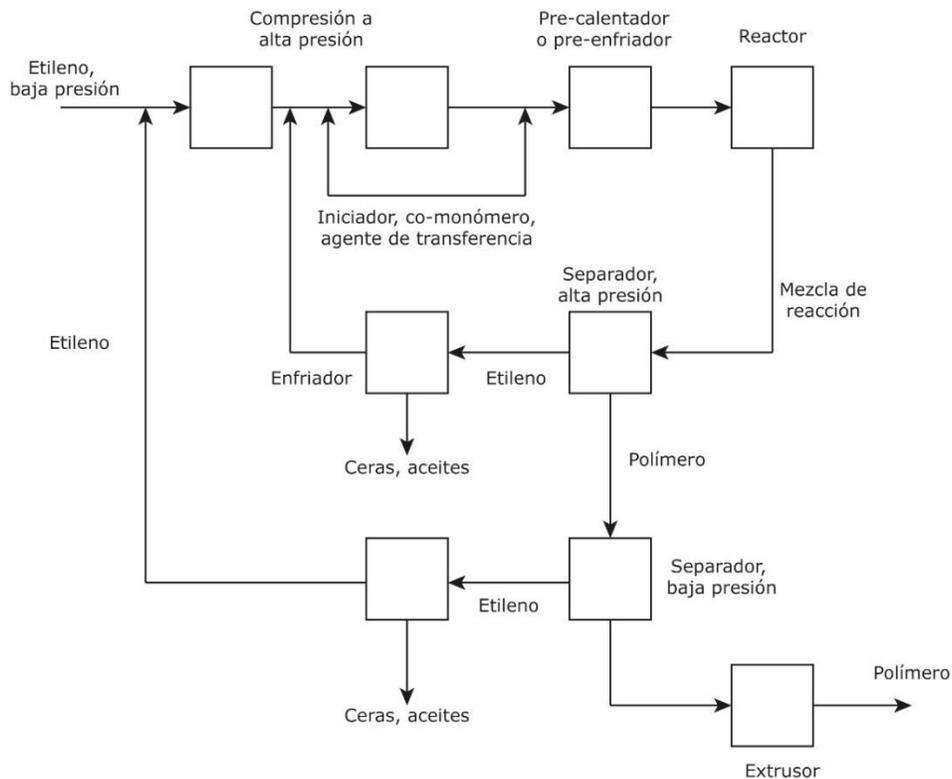


Figura 3-1. Diagrama de un proceso de transformación de polietileno a alta presión (Odian, 2004).

### 3.2. Comportamiento no newtoniano de los polímeros

Los polímeros fundidos presentan un comportamiento viscoso no newtoniano. En el presente trabajo se analiza el caso en el cual la viscosidad es dependiente de la rapidez de corte. Típicamente, los polímeros son adelgazantes al corte, o sea, la viscosidad disminuye al incrementarse la rapidez de corte (Barnes et al., 1989; Chhabra, 2009; Denn, 1980).

A bajas rapidezces de corte, las moléculas se encuentran enredadas y resisten a la deformación, por lo que se presenta resistencia al flujo, exhibiendo una viscosidad relativamente alta debido a las múltiples

interacciones moleculares en este estado estructurado. Cuando la magnitud de la rapidez de corte se incrementa, las moléculas poliméricas responden gradualmente, deformándose en la orientación de las líneas de corriente, deslizándose unas sobre otras, y liberando los puntos de contacto entre moléculas; esto significa que las moléculas se desenredan con las fuerzas ejercidas por la deformación, hasta llegar a estar estiradas como se muestra en la Fig. 3-2. Estos cambios conducen a la disminución de la viscosidad y, por lo tanto, a una relativa facilidad para fluir (Chhabra, 2009).

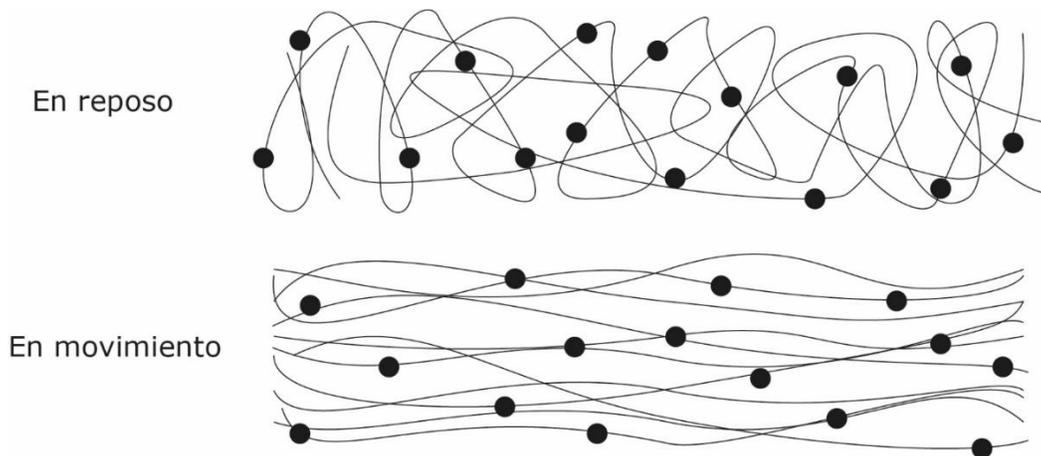


Figura 3-2. Se representa la orientación de las moléculas de polímero a consecuencia de una rapidez de corte.

### 3.3. Disipación viscosa

La fricción entre las capas adyacentes de un fluido al moverse produce energía, es decir, la energía mecánica se transforma en energía térmica de forma irreversible (Bird et al., 2006). Para el modelado de un proceso fisicoquímico, si el incremento de temperatura es despreciable en un

principio se puede suponer un proceso isotérmico; sin embargo, cuando dicho incremento de temperatura es considerable, debe tenerse en cuenta la dependencia de las propiedades físicas del sistema (en el presente caso, la viscosidad) con a la temperatura.

En este trabajo, se modela el proceso de extrusión adiabático con la viscosidad dependiente de la temperatura, por dos principales razones: i) la viscosidad de los polímeros fundidos es alta ( $\sim 10^3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , Horts, 1997; Barnes et al., 1989); y ii) se trabaja a altas rapidezces de corte ( $10^2 - 10^3 \text{ s}^{-1}$ , ver Tabla 11-2 y 11-3 del Apéndice B). La ecuación para la disipación viscosa se puede representar en forma general como (Bird et al., 2006; Horts, 1997):

$$E_v = \int_V (\boldsymbol{\tau} : \dot{\boldsymbol{\gamma}}) dV. \quad (3-1)$$

Con esto, se debe reconocer que la energía disipada  $E_v$  en cualquier proceso de flujo es proporcional a la rapidez de deformación o, en corte, rapidez de corte (ya que las deformaciones para el extrusor consideradas en este trabajo son sólo cortantes)  $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$  y a los esfuerzos  $\boldsymbol{\tau}$  (densidad de flujo de la cantidad de movimiento) generados a través de esa deformación que, a su vez, en los casos más sencillos, sólo incluyen a la viscosidad. Si los valores de estas cantidades son relativamente grandes, podemos

esperar incrementos de temperatura considerables. En el sistema internacional SI se tiene que  $\tau [=] \frac{N}{m^2} = Pa$ ,  $\dot{\gamma} [=] \frac{1}{s}$ ,  $E_v [=] \frac{J}{s} = W$ ,  $dV [=] m^3$ .

### 3.4. Proceso de extrusión

El proceso de extrusión es una operación de transformación continua, en la que un material fundido se hace pasar a través de una boquilla para producir un artículo de sección transversal constante (Osswald & Hernández-Ortiz, 2006; Giles et al., 2005; Agassant et al., 1991). Una gran variedad materiales como metales, cerámicas, alimentos y plásticos son procesados mediante la extrusión, para obtener productos variados como tuberías, marcos de aluminio o PVC, pastas alimenticias, etc. (Beltrán & Marcilla, 2012).

Para la industria de polímeros, el extrusor más común es el extrusor de tornillo simple (ver Fig. 3-3). Éste puede ser parte de unidades de procesamiento de inyección, de soplado o de revestimientos (Osswald & Hernández-Ortiz, 2006; Giles et al., 2005; Middleman, 1977).

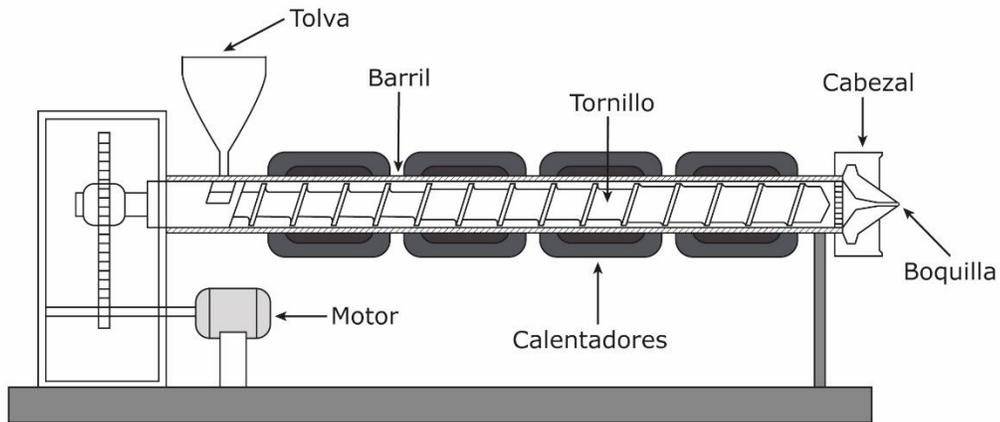


Figura 3-3. Vista lateral de un extrusor con sus componentes principales.

El flujo volumétrico total que se puede extrudir es la suma de 3 flujos; el flujo por arrastre, el flujo por presión y el flujo a través de los claros. En este trabajo sólo se considera la aportación del flujo por arrastre y por presión, pues se considera que el flujo a través de los claros es despreciable (Savgorodny, 1978; Osswald & Hernández-Ortiz, 2006).

El flujo por arrastre es provocado por la rotación del tornillo, y es equivalente al flujo de Couette. Por otro lado, el flujo por presión se da por la existencia de la boquilla la cual genera una resistencia en contra del flujo por arrastre, y es el equivalente al flujo de Poiseuille. Como se observa en la Fig. 3-4 se pueden apreciar los distintos perfiles de velocidad que ocurren en un extrusor: (Fig. 3-4a) Flujo de Couette (flujo por arrastre) y flujo de Poiseuille (flujo por presión) entre placas planas; (Fig. 3-4b) cuando no hay boquilla se obtiene el flujo de Couette en el canal del tornillo ( $a=0$ , en el cual  $a$  representa la fracción de la presión

máxima de operación); diferentes resistencias de la boquilla provoca distintas combinaciones de los flujos por arrastre y por presión ( $a=1/3$  y  $a=2/3$ ); flujo volumétrico igual a cero, cuando el flujo por arrastre y por presión son iguales en magnitud ( $a=1$ ).

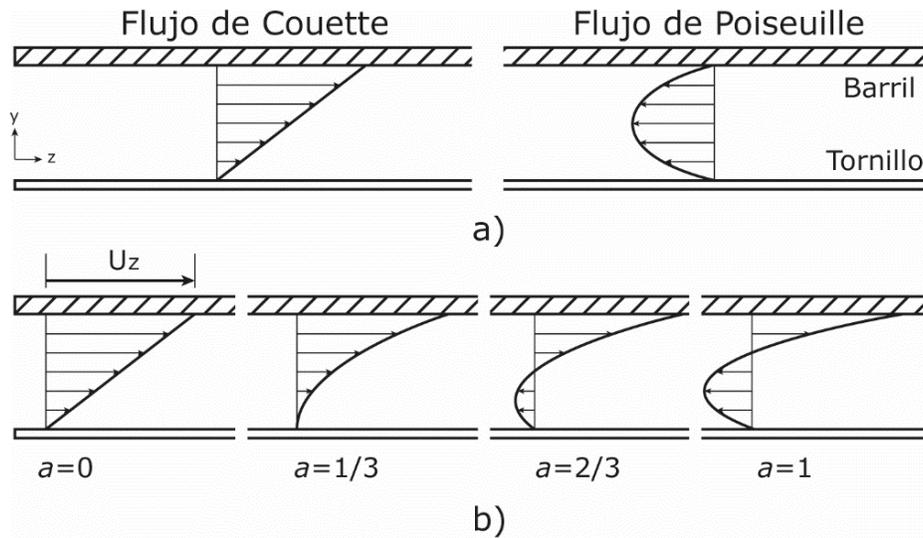


Figura 3-4. a) Se representa el flujo de Couette (flujo por arrastre) y flujo de Poiseuille (flujo por presión) entre placas planas; b) perfiles de velocidad con diferentes fracciones de presión máxima ( $a$ ).

### 3.5. Partes de un extrusor

El tornillo del extrusor está dividido en tres secciones principales: la sección de transporte del material sólido (alimentación), la sección de fusión-plastificación, y la sección de dosificación del fundido (ver Fig. 3-5; Beltrán & marcilla, 2012; Giles et al., 2005). Las funciones que se pueden realizar en el tornillo son:

- Mezclar.
- Desgasificar.

- Homogenizar.

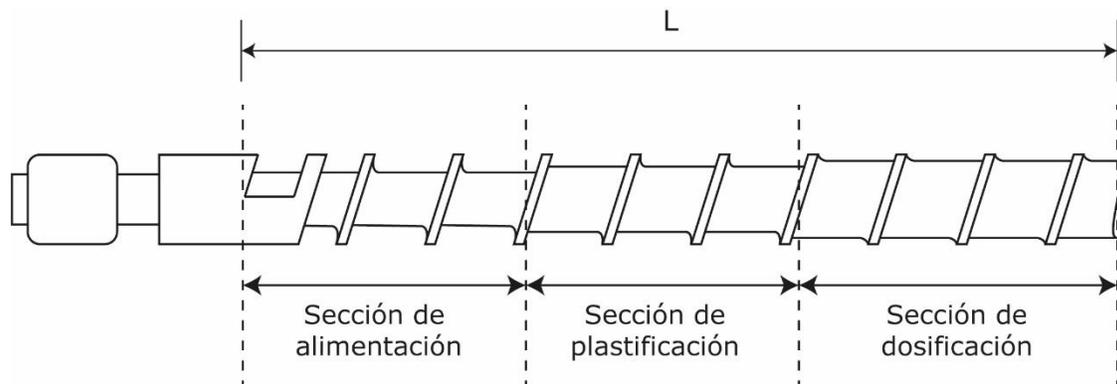


Figura 3-5. Secciones de un tornillo simple.

La alimentación se da a través de la tolva, ésta es el contenedor que permite el paso hacia la primera sección del tornillo. La alimentación puede ser con el material sólido o fundido (ver Fig. 3-3; Beltrán & marcilla, 2012; Giles et al., 2005).

El sistema de fusión-plastificación está formado por el barril y las resistencias. El barril contiene en su interior al tornillo, y está hecho de acero resistente a la corrosión. El mecanismo de calentamiento se puede dar a través de resistencias eléctricas a lo largo del barril (Beltrán & Marcilla, 2012; Giles et al., 2005).

Por último, la sección de dosificación consiste en la tercera sección del tornillo, el cabezal y la boquilla (Beltrán & marcilla, 2012; Giles et al., 2005). El cabezal es la pieza que sostiene a la boquilla. La función de la boquilla es moldear el fundido de acuerdo al perfil de ésta; existen perfiles planos, cilíndricos, anulares o cualquier forma de sección transversal (ver

Fig. 6-2 de la sección 6.2. Balance de cantidad de movimiento para la boquilla) (Beltrán & marcilla, 2012; Giles et al., 2005).

El presente trabajo se considera que la alimentación al extrusor es un polímero fundido, por lo cual, se está trabajando simplemente en la sección de dosificación, que consiste en el modelado de un polímero que entra a una temperatura mayor a la temperatura de transición vítrea  $T_g$ . Un extrusor alimentado con el polímero fundido es normalmente más corto en longitud, debido a que no se requiere fundir el polímero. Básicamente, el extrusor funciona como un sistema de bombeo que genera un extrudido de temperatura y presión uniforme (Giles et al., 2005).

#### 4. Métodos numéricos empleados

Dentro del ejercicio de modelado hecho en este trabajo, parte de los problemas a tratar no pueden ser resueltos por métodos analíticos o es complicado llegar a la solución analítica; por lo que es necesario introducir métodos numéricos para obtener resultados. Los métodos fundamentales en el desarrollo de este trabajo se presentan a continuación.

##### 4.1. Métodos de la secante y de Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson se obtiene a partir de una serie de Taylor acotada hasta primer orden (Nieves & Domínguez, 2012; Chapra et al., 2011). Su función es hallar una raíz de una función:

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) = 0. \quad (4-1)$$

Al reacomodar los términos en la Ec.(4-1), se obtiene una aproximación iterativa a una raíz:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (4-2)$$

El método de la secante simplifica en método de Newton-Raphson a través de una recta secante cuya pendiente se aproxima a la primera derivada (Nieves & Domínguez, 2012; Chapra et al., 2011):

$$f'(x_n) \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}. \quad (4-3)$$

Luego, se reemplaza la Ec.(4-3) en el método de Newton-Raphson [Ec.(4.2)], se obtiene:

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad (4-4)$$

Este método es muy útil para obtener la intersección de las curvas de operación y el punto de operación en función de la caída de presión (Middleman, 1977; Tadmor & Gogos, 2006; Barnes et al., 1989).

#### 4.2. Método de diferencias finitas

El método de diferencias finitas es una técnica numérica para la solución de ecuaciones diferenciales, que consiste en aproximar las derivadas presentes en dichas ecuaciones con expresiones algebraicas (Nieves & Domínguez, 2012; Seymour et al., 1981; Bouchaib & El Hami, 2018). En esencia, las ecuaciones diferenciales aproximadas mediante este método son sustituidas por un número finito de ecuaciones algebraicas, en las cuales los valores de la variable dependiente se convierten en las incógnitas en cada uno de los nodos de la malla generada con este método (Seymour et al., 1981).

Al utilizar diferencias finitas las expresiones para aproximar la primera y la segunda derivadas centradas son (Seymour et al., 1981):

$$\frac{df}{dy} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2 \cdot \Delta y}, \quad (4-5)$$

$$\frac{d^2f}{dy^2} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta y^2}. \quad (4-6)$$

Es conveniente usar este método ya que el uso de ecuaciones constitutivas que describen de forma más amplia la dependencia de la viscosidad contra la rapidez de corte implica ecuaciones diferenciales no lineales (Middleman, 1977; Tadmor & Gogos, 2006). En este trabajo, el método de diferencias finitas se emplea para obtener los perfiles de velocidades para el tornillo y para la boquilla.

#### 4.3. Método de Simpson 1/3

El método de Simpson permite aproximar integrales numéricamente (áreas bajo la curva) a través de la conexión de grupos sucesivos de tres puntos sobre la curva (Nieves & Domínguez, 2012; Chapra et al., 2011):

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b - a) \left[ \frac{f(x_a) + 4 \sum_{i=1}^n f(x_{mi}) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_b)}{6n} \right]. \quad (4-7)$$

Ya que por el método de diferencias finitas se obtienen los puntos del perfil de velocidades, este método es conveniente para aproximar las integrales de los perfiles de velocidad en el extrusor y, así, obtener el flujo volumétrico total en el equipo.

## 5. Hipótesis, justificación y objetivos

### 5.1. Hipótesis

- Las propiedades de térmicas y reológicas de los polímeros fundidos determinan en las condiciones de operación de un extrusor; esto es el flujo volumétrico, la caída de presión y el incremento de temperatura del polímero fundido (Middleman, 1977, Barnes et al., 1989).
- El comportamiento adelgazante de la viscosidad, descrito a través de ecuaciones constitutivas para fluidos no newtonianos, la Ley de la Potencia y modelo de Carreau (Tadmor & Gogos, 2006; Chhabra, 2009), son el parámetro principal en las diferencias que se observan en las condiciones de operación.

### 5.2. Justificación

La creciente demanda de productos fabricados de polímeros y así como su reciclado, requiere una mejor comprensión y capacidad de predicción en operaciones de procesamiento de polímeros, esto debido a la creación de nuevos y más complejos materiales, como los bioplásticos, y a los problemas de contaminación ambiental a nivel mundial (Holzer, 2012).

La elección de operación correcta para el proceso de extrusión puede traer beneficios energéticos al utilizar la disipación viscosa para abatir la viscosidad, que se ve reflejada en la disminución del trabajo que se

requiere para mover el polímero fundido (Osswald & Hernández-Ortiz, 2006).

### 5.3. Objetivos

El objetivo general de la tesis es describir los mecanismos de transporte de cantidad de movimiento y de energía involucrados en el proceso de extrusión no isotérmica de polímeros termoplásticos fundidos con características reológicas no newtonianas, y el impacto de las propiedades energéticas en el proceso de extrusión de tornillo simple. Con base en lo anterior, los objetivos particulares son:

- Proporcionar un marco teórico que explique la importancia e interrelación de los fenómenos físicos involucrados en el proceso de extrusión no isotérmica de polímeros, con especial énfasis en las características reológicas del polímero fundido.
- La propuesta de modelos matemáticos que capturen los mecanismos de transporte esenciales involucrados en el proceso de extrusión no isotérmica de polímeros con características reológicas no newtonianas.
- La propuesta de un algoritmo numérico flexible para la solución de modelos matemáticos que describen el proceso de extrusión de tornillo simple no isotérmica de polímeros con características no newtonianas.

## 6. Marco metodológico

Esta sección se detalla la geometría del sistema, tanto para el tornillo como para la boquilla, las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento y de energía, así como sus respectivas consideraciones y suposiciones, las ecuaciones constitutivas que describen la reología de polímeros fundidos típicos, y la aplicación de los métodos numéricos que se utilizan para la solución de las ecuaciones.

### 6.1. Balance de cantidad de movimiento para el tornillo

El extrusor de tornillo simple cuenta con un tornillo que, a través de su rotación, funciona como transportador del polímero fundido a través del extrusor. El modelado de este tornillo en rotación implica una geometría helicoidal, sin embargo, es posible simplificar esta geometría en coordenadas cartesianas (Middleman, 1977).

La simplificación consiste en desenrollar el canal helicoidal (un plano inclinado enrollado) por donde circula el fluido; como resultado se obtiene un canal rectangular con una placa que se mueve transversalmente. Como se muestra en la Fig. 6-1a el canal por donde circula el fluido está enrollado; el cilindro está rodeado por un filete helicoidal. Para simplificar la geometría se desenrolla este canal, como se muestra en la Fig. 6-1b y Fig. 6-1c en el cual el movimiento relativo del tornillo respecto al barril es

equivalente al movimiento constante de una placa en ángulo  $\theta$  sobre un canal rectangular.

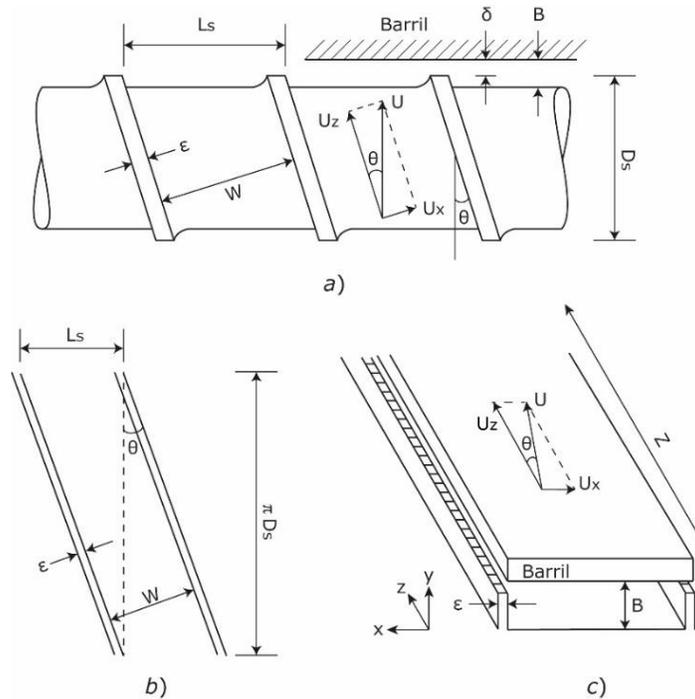


Figura 6-1. Geometría del sistema; a) se muestra el tornillo enrollado (coordenadas helicoidales); b) y c) muestra el canal que forma el tonillo desenrollado (coordenadas cartesianas).

En primer lugar, se analizan los mecanismos de transferencia de momentum a través de la ecuación de balance de cantidad de movimiento (Ecuación de Cauchy; Bird et al., 2006; Horts, 1997):

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g}. \quad (6-1)$$

En el cual, los términos expresan: la rapidez de incremento de cantidad de movimientos por unidad de volumen  $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$ , rapidez de adición de cantidad de movimiento por convección por unidad de volumen  $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$ , velocidad de

adición de cantidad de movimiento por difusión por unidad de volumen  $(-\nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau})$  y fuerza externa sobre el fluido por unidad de volumen  $\rho g$ .

Las unidades de estos términos son:  $\frac{\text{N}}{\text{m}^3}$ .

Las consideraciones que se realizan para esta ecuación en coordenadas cartesianas (ver Tabla 10-1 del Apéndice A. Ecuaciones de balance de momentum y números adimensionales) son las siguientes:

- Estado estacionario:  $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ .
- Fluido incompresible:  $\nabla \cdot v = 0$ .
- Las fuerzas de cuerpo ejercida por la gravedad se desprecian:  $\rho g = 0$ .
- Para la Ley de Potencia y modelo de Carreau, fluido adelgazante al corte:  $n < 1$ .
- Canal del tornillo rectangular:  $W \gg B$ .
- Profundidad del tornillo constante:  $B = cte$ .
- Fluido de alta viscosidad:  $Re \ll 1$  (ver Apéndice A).
- Velocidad en eje  $z$  (axial) y eje  $x$  (transversal):  $v = (v_x, 0, v_z)$ .
- Gradiente de presión constante en  $z$ :  $\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\Delta P}{L}$ .

Estas consideraciones se imponen a la Ecuación de Cauchy Ec.(6-1), con lo cual se obtienen las dos ecuaciones que rigen el movimiento en el tornillo.

Movimiento en el eje z:

$$\frac{d}{dy}(\tau_{zy}) = \frac{\Delta P}{Z}. \quad (6-2)$$

Movimiento en el eje x:

$$\frac{d}{dy}(\tau_{xy}) = \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (6-3)$$

Las Ecs.(6-2) y (6-3) establecen un balance entre los flujos difusivos por unidad de volumen en dirección z y x, y los respectivos flujos por unidad de volumen debidos a los gradientes de presión en ambas direcciones.

## 6.2. Balance de cantidad de movimiento para la boquilla

En el presente trabajo se considera una boquilla de geometría cilíndrica. La forma de la boquilla depende del producto que se requiera, por lo que existen boquillas anulares, cilíndricas, planas o de cualquier forma de sección transversal (Middleman, 1977; Beltrán & Marcilla, 2012) como se muestra en la Fig. 6-2.

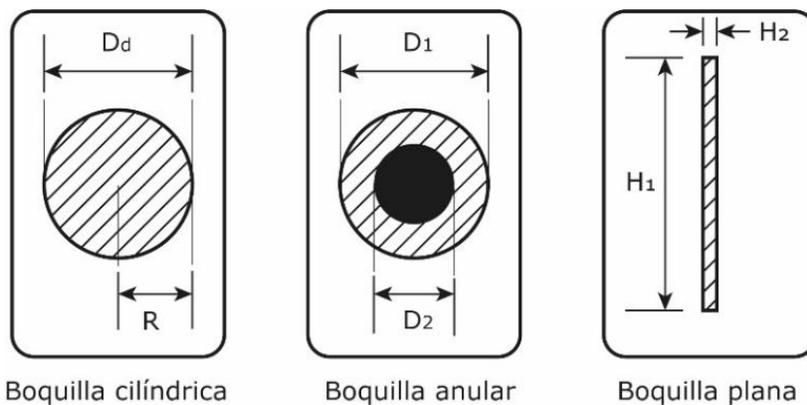


Figura 6-2. Tres diferentes geometrías para la boquilla.

A partir de la Ec.(6-1) en coordenadas cilíndricas (ver Tabla 10-2 del Apéndice A. Ecuaciones de balance de momentum y números adimensionales), se realizan las siguientes consideraciones:

- Estado estacionario:  $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ .
- Fluido incompresible:  $\nabla \cdot v = 0$ .
- Las fuerzas de cuerpo ejercida por la gravedad se desprecian:  $\rho g = 0$ .
- Para la Ley de Potencia y modelo de Carreau, fluido adelgazante al corte:  $n < 1$ .
- Fluido de alta viscosidad:  $Re \ll 1$ .
- Velocidad en eje z (axial):  $v = (0, 0, v_z)$ .
- Gradiente de presión es constante en z:  $\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\Delta P}{L_d}$ .

Estas consideraciones se imponen a la ecuación de Cauchy, en coordenadas cilíndricas, y se obtiene la ecuación que rige el movimiento para la boquilla.

Movimiento en el eje z:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \cdot \tau_{zr}) = -\frac{\Delta P}{L_d} \quad (6-4)$$

Nuevamente, la Ec.(6-4) establece un balance entre las fuerzas difusivas y las fuerzas por presión en la boquilla.

La Ecs.(6-2), (6-3) y (6-4) constituyen el problema de condiciones a la frontera que debe resolverse para obtener el flujo volumétrico en condiciones isotérmicas que se genera en el extrusor por el gradiente de presión que impone el tornillo en su funcionamiento. Si se requiere considerar la operación no isotérmica de este dispositivo, se debe considerar el balance de energía que rige el intercambio de energía en el extrusor (ver sección 6.4. Balance de energía). Además, se nota que el escribir las Ecs.(6-2), (6-3) y (6-4) en términos de los componentes del esfuerzo, permite flexibilidad en la elección de la ecuación constitutiva que mejor describa la reología de un polímero fundido en particular.

### 6.3. Ecuaciones constitutivas

Las ecuaciones constitutivas relacionan el esfuerzo  $\tau$  con la rapidez de deformación  $\dot{\gamma}$  (Tadmor & Gogos, 2006). Los modelos de los fluidos newtonianos generalizados (GNF por sus siglas en inglés) se usan ampliamente en procesamiento de polímeros, por la capacidad y relativa facilidad que tiene para describir la dependencia de la viscosidad con la rapidez de corte (Tadmor & Gogos, 2006). La forma de GNF es:

$$\tau = -\eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}. \quad (6-5)$$

Cabe destacar que los parámetros en estas ecuaciones se obtienen a partir de ajustes de resultados experimentales, y varían entre polímeros (Tadmor & Gogos, 2006). La reología de los polímeros fundidos

generalmente exhibe un comportamiento newtoniano a bajas rapidezces de corte, conocida como primera zona newtoniana, seguido de un amplio rango de rapidez de corte en el cual se observa adelgazamiento al corte, terminando con una segunda zona newtoniana; esta segunda zona usualmente no se alcanza, debido a que, las grandes rapidezces de corte pueden degradar al polímero (Tadmor & Gogos, 2006; Chhabra, 2009). En la Fig. 6-3 se ve la primera zona newtoniana y la zona de adelgazamiento para un polietileno de alta densidad a tres distintas temperaturas (Tadmor & Gogos, 2006). El modelo de Carreau describe estas dos regiones; por otro lado, la Ley de la Potencia describe exclusivamente el rango de adelgazamiento y predice de manera incorrecta el comportamiento de la viscosidad a rapidezces de corte bajas, con una viscosidad infinita en el límite cuando  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ .

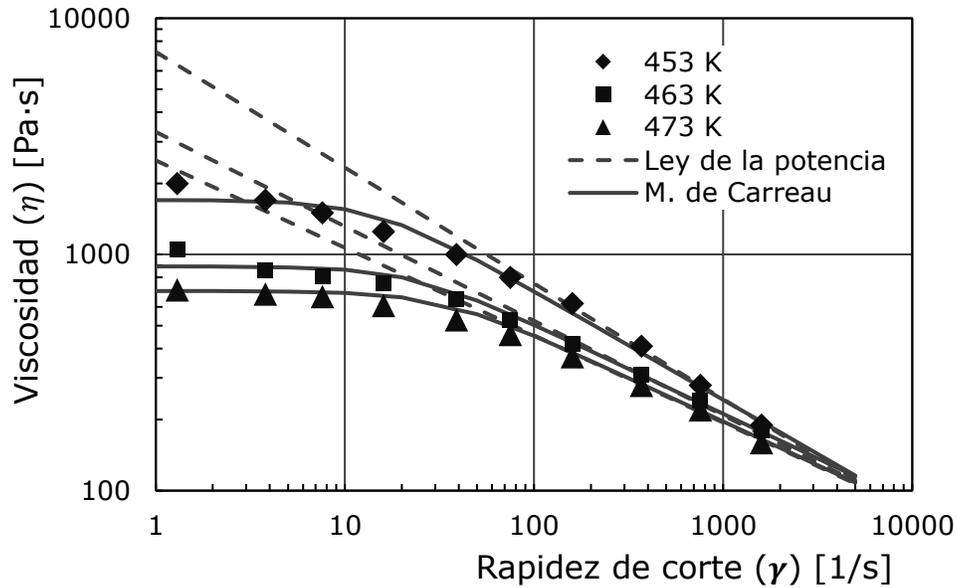


Figura 6-3. Ejemplo de la dependencia de la viscosidad con la rapidez de corte y la temperatura para un polietileno de alta densidad (Tadmor & Gogos, 2006).

### 6.3.1. Ley de Newton de la viscosidad

La ecuación constitutiva de la Ley de Newton sólo depende de un parámetro, la viscosidad  $\mu$ , y ésta es independiente de la rapidez de corte. En la Fig. 6-4 se ilustra la curva de flujo para un fluido newtoniano, cuya pendiente constante denota la independencia de la viscosidad con la rapidez de corte a temperatura y presión fijas. Los polímeros fundidos casi nunca exhiben un comportamiento newtoniano, a menos que se trabaje a bajas rapidezces de corte:

$$\tau_{zy} = -\mu\dot{\gamma}. \quad (6-6)$$

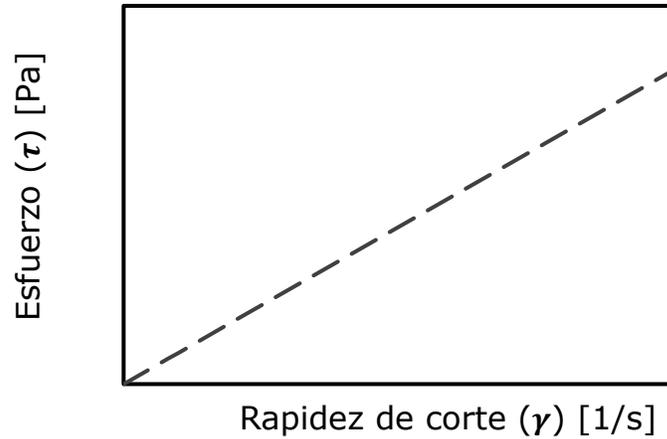


Figura 6-4. Ejemplo de una curva de flujo para un fluido que sigue la Ley de Newton.

### 6.3.2. Ley de la Potencia

Como es sabido, cualquier desviación del comportamiento newtoniano (curva de flujo con pendiente constante y que parte del origen; Bird et al., 2006; Barnes et al., 1989; Chhabra, 2009), se denomina como una respuesta reológica no newtoniana. Los materiales no newtonianos más sencillos son los fluidos cuya viscosidad depende de la rapidez de corte. Uno de los modelos más sencillos que expresa una respuesta no newtoniana es la Ley de la Potencia de Ostwald-de-Waele (Bird et al., 2006). Aquí, tal variación se denota a través de una viscosidad variable a través de dos parámetros: la consistencia  $m$  y el índice de flujo  $n$ . Para los polímeros fundidos, que generalmente presentan características pseudoplásticas o de adelgazamiento al corte, el índice  $n$  es menor a 1 (siendo  $n=1$  la reducción al fluido newtoniano, y  $n>1$  la respuesta de un fluido engrosante al corte; Bird et al., 2006; Barnes et al., 1989). Para esta ecuación existen rangos de rapidez de corte en el cual es válido

usarla ya que, a bajas rapidezces de corte este modelo predice viscosidades infinitas, y a altas rapidezces no predice una segunda zona newtoniana. En la Fig. 6-5 se ilustra una curva de flujo para un fluido adelgazante, en el cual la pendiente (que está relacionada directamente con la viscosidad) decrece con el aumento de la rapidez de corte.

$$\tau_{zy} = -(m\dot{\gamma}^{n-1})\dot{\gamma}. \quad (6-7)$$

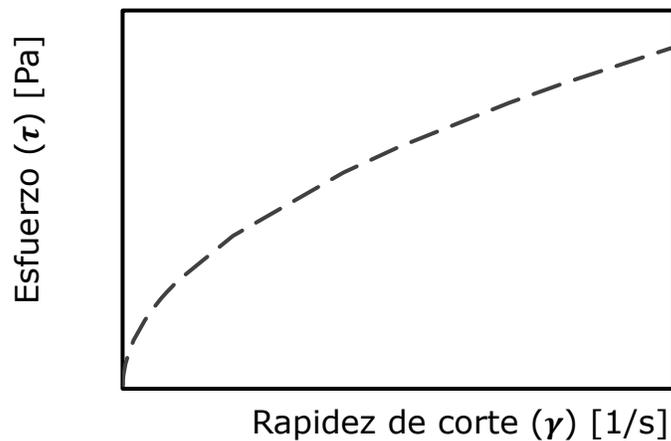


Figura 6-5. Ejemplo de una curva de flujo para un fluido adelgazante que sigue la Ley de la Potencia, índice de flujo  $n < 1$ .

### 6.3.3. Modelo de Carreau

Este modelo, que se define en la Ec.(6-8), tiene dos límites en la viscosidad a bajas y altas rapidezces de corte. Así, bajas rapidezces de corte, predice una primera zona newtoniana  $\mu_o$ , y una a altas rapidezces de corte una segunda zona newtoniana  $\mu_\infty$ . En los polímeros fundidos, el nivel de la segunda zona newtoniana  $\mu_\infty$  puede decaer dramáticamente, a causa de las altas temperaturas con las que se trabaja en operaciones

de procesamiento de polímeros, y a las altas rapidezces de corte que se alcanzan en ellas (Tadmor & Gogos, 2006; Chhabra, 2009). Al igual que la Ley de Potencia, este modelo tiene el índice de flujo  $n$ . Además, se tiene un parámetro temporal  $\lambda$  que, a valores pequeños, provoca una ampliación en el rango de rapidezces de corte en el cual se observa la primera zona newtoniana. En la Fig. 6-6 se muestra una curva de flujo obtenida utilizando el modelo de Carreau para un fluido adelgazante ( $n < 1$ ).

$$\tau_{zy} = - \left( \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left( 1 + (\lambda \dot{\gamma})^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \right) \dot{\gamma}. \quad (6-8)$$

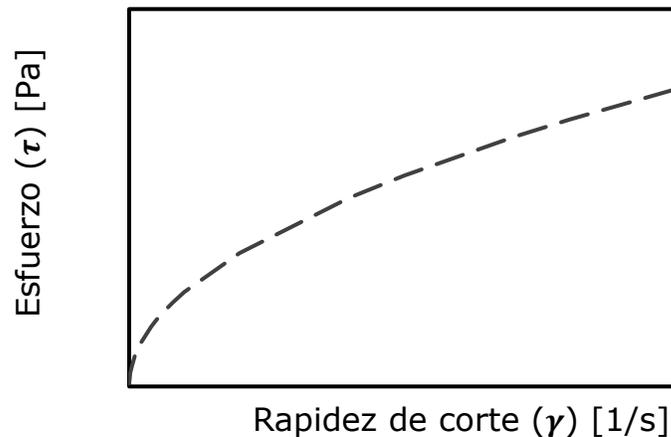


Figura 6-6. Ejemplo de una curva de flujo para un fluido adelgazante que sigue el modelo de Carreau, índice de flujo  $n < 1$ .

#### 6.4. Balance de energía

Al trabajar con fluidos muy viscosos, usualmente se observa incrementos de temperatura significativos, estos se deben a la disipación viscosa causada por las fuerzas y la rapidez de corte que se aplican sobre el fluido

en movimiento (Bird et al., 2006; Middleman, 1997). Uno de los componentes del extrusor es el barril, el cual aporta calor a través de su superficie. Debido a esto, el incremento temperatura final depende del tipo de operación del sistema y de la reología del fluido (Horts, 1997; Barnes et al., 1989).

En este trabajo, los dos regímenes operación de estudio son el isotérmico y adiabático. En la operación isotérmica, el incremento de la temperatura es nulo, lo que implica que la viscosidad es constante con respecto a la temperatura. Por otro lado, en la operación adiabática no hay transferencia de energía a través del barril, por lo que el incremento de temperatura sólo depende de la energía producida por la disipación viscosa (Bird et al., 2006; Middleman, 1977; Barnes et al., 1989). Este incremento de temperatura es la diferencia entre la temperatura que se alcanza al final del tornillo (o inicio de la boquilla) y la temperatura inicial a la entrada del tornillo,  $\Delta T = T_z - T_0$ .

Las ecuaciones de energía macroscópica que rigen el proceso son:

Balance macroscópico de energía total:

$$\frac{dE}{dt} = -\Delta \left( \hat{U} + p\hat{V} + \frac{1}{2} \frac{\langle v^3 \rangle}{\langle v \rangle} + \hat{\Phi} \right) w + Q + P_w. \quad (6-9)$$

Balance macroscópico de energía mecánica:

$$\frac{d}{dt} (K + \Phi) = -\Delta \left( \frac{1}{2} \frac{\langle v^3 \rangle}{\langle v \rangle} + \hat{\Phi} + \frac{p}{\rho} \right) w + P_w - E_c - E_v. \quad (6-10)$$

Las consideraciones que se aplican para estas ecuaciones son las siguientes:

- Estado estacionario:  $\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}(K + \Phi) = 0$ .
- Proceso adiabático:  $Q = 0$ .
- Fluido incompresible:  $E_c = 0$ ;  $C_p = C_v$ .
- Contribución despreciable de la energía cinética y la energía potencial:  $\frac{1}{2} \frac{\langle v^3 \rangle}{\langle v \rangle} = \hat{\Phi} = 0$ .
- El trabajo hecho sobre el fluido es despreciable:  $E_v \gg Q(\Delta P)$ .
- Incremento de temperatura se da únicamente a lo largo del eje axial del tornillo y no en la boquilla.
- Viscosidad como función de la temperatura  $\mu = \mu(T)$ .

Después de tomar en cuenta las consideraciones la Ec.(6-9) y (6-10), se igualan para obtener:

$$P_w = \rho Q C_p \Delta T \approx E_v. \quad (6-11)$$

La Ec.(6-11) expresa que hay disipación de energía térmica debido a la disipación viscosa (esfuerzos y deformaciones; Middleman, 1977, Bird et al., 2006).

Debido al incremento de temperatura, es importante considerar la dependencia de la viscosidad respecto a ésta. En este análisis se utiliza

un modelo simple pero realista de la viscosidad (Middleman, 1977), que tiene la forma de:

$$\mu = ae^{-bT}. \quad (6-12)$$

### 6.5. Condiciones de operación

Las condiciones de operación de un extrusor se determinan a través de tres medidas: la caída de presión, el flujo volumétrico o caudal y el incremento de temperatura. Estos datos se obtienen al intersecar las líneas de operación del tornillo y de la boquilla; esta intersección marca el punto de operación del extrusor (Middleman, 1977; Tadmor & Gogos, 2006). La obtención de estas curvas se detalla en la sección 7.3.2. Curvas de operación.

Para calcular estas condiciones de operación dadas por dichas medidas, se resuelven las ecuaciones de balance de momentum y de energía. A causa de la dependencia de la viscosidad con la rapidez de corte y la temperatura, estas ecuaciones están acopladas no linealmente en el caso adiabático. En el caso de la ecuación constitutiva de la Ley de Newton, las ecuaciones se pueden resolver con métodos analíticos; sin embargo, para las ecuaciones constitutivas de la Ley de la Potencia y modelo de Carreau, se utilizan métodos numéricos para obtener las soluciones.

## 6.6. Métodos de solución analíticos y numéricos

Para tratar las soluciones en este trabajo, ya sea por métodos analíticos o numéricos, se requiere establecer las condiciones de frontera. Como se observa en la Fig. 6-1, para el sistema en coordenadas cartesianas, la placa se mueve en dos direcciones ( $x, z$ ) velocidad axial y transversal respectivamente (Barnes et al., 1989; Middleman, 1977). Estas velocidades se obtienen a partir de la frecuencia de rotación del tornillo:

$$U_z = U \cdot \cos(\theta) = \pi N D_s \cdot \cos(\theta), \quad (6-13)$$

$$U_x = U \cdot \sen(\theta) = \pi N D_s \cdot \sen(\theta). \quad (6-14)$$

Los valores a la frontera para el tornillo y la boquilla son los siguientes:

- Para el tornillo, debido a la adherencia a la placa en movimiento y a la adherencia a la base del canal estático:

$$v_z(B) = U_z; v_z(0) = 0, \quad (6-15)$$

$$v_x(B) = -U_x; v_x(0) = 0. \quad (6-16)$$

- Para la boquilla, debido a la adherencia a la pared del cilindro y en el centro debido a que el esfuerzo es nulo:

$$v_z(R) = 0; \frac{dv_z(0)}{dr} = 0. \quad (6-17)$$

En el caso de  $v_x$ , se requiere que el flujo neto sea cero, ya que no hay flujo a través de los claros, al variar el gradiente de presión en el eje  $x$   $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)$ , Ec.(6-2):

$$\int_0^B v_x dy = 0. \quad (6-18)$$

El flujo volumétrico para el tornillo  $Q_e$  está en función de  $v_z$  en el tornillo, Ec.(6-2), y respecto al área transversal que cruza  $(W \cdot B)$ .

$$Q_e = \int_0^W \int_0^B v_z dy dx. \quad (6-19)$$

El flujo volumétrico para la boquilla  $Q_d$  está en función de  $v_z$  en la boquilla, Ec.(6-4) y respecto al área transversal que cruza  $(\pi \cdot r^2)$ .

$$Q_d = \int_0^{2\pi} \int_0^R v_z r dr d\theta. \quad (6-20)$$

El incremento de temperatura se obtiene a partir de la energía necesaria para mover al fluido a cierta velocidad.

$$P_w = \int_0^Z \int_0^W (\tau_{xy}|_B \cdot U_x + \tau_{zy}|_B \cdot U_z) dx dz, \quad (6-21)$$

$$\rho C_p Q_e \frac{dT}{dz} = \frac{dP_w}{dz}. \quad (6-22)$$

Estas condiciones se aplican a las Ecs.(6-2), (6-3), (6-4) y (6-22) de balance de cantidad de movimiento y de energía, resultando un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, que sólo dependen de la variable espacial  $y$ .

### 6.6.1. Solución con métodos analíticos

La solución analítica, considerando un polímero fundido como un fluido newtoniano, se obtiene al resolver las Ecs.(6-2), (6-3), (6-4) y (6-22). Al aplicar las condiciones de frontera, se obtiene la distribución de velocidades para el tornillo, la distribución de velocidades para la boquilla y el punto de operación. Las soluciones con dependencia de la temperatura son las siguientes:

- a. Distribución de velocidades para el tornillo en eje axial y transversal, respectivamente:

$$v_z = U_z \left( \frac{y}{B} \right) + \frac{1}{2\mu_a} y(y - B) \left( \frac{\Delta P}{Z} \right), \quad (6-23)$$

$$v_x = U_x \left( \frac{y}{B} \right) \left( 2 - \frac{3y}{B} \right). \quad (6-24)$$

- b. Distribución de velocidades para la boquilla:

$$v_z = \frac{\Delta P R^2}{4L_d \mu_z} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right). \quad (6-25)$$

- c. Flujo volumétrico total del tornillo:

$$Q_e = U_z \left( \frac{WB}{2} \right) - \frac{WB^3}{12Z} \left( \frac{\Delta P}{\mu_a} \right) = AN - C \frac{\Delta P}{\mu_a}. \quad (6-26)$$

- d. Flujo volumétrico de la boquilla:

$$Q_d = \frac{\pi R^4}{8L_d} \left( \frac{\Delta P}{\mu_z} \right) = k \frac{\Delta P}{\mu_z}. \quad (6-27)$$

- e. Incremento de temperatura:

$$\chi \ln \chi \left( N_2 - \frac{1}{\chi - 1} \right) = N_1, \quad (6-28)$$

donde:

$$A = \frac{(\pi D_s)^2 \cdot B \cdot \cos \theta \cdot \text{sen} \theta}{2},$$

$$C = \frac{WB^3}{12 \cdot Z} = \frac{\pi D_s \cdot B^3 \cdot \text{sen}^2 \theta}{12 \cdot L},$$

$$E = \frac{(\pi D)^3 \text{sen} \theta}{B} (1 + 3 \text{sen}^2 \theta),$$

$$N_1 = \frac{C}{k'},$$

$$N_2 = \frac{A \rho C_p}{NZ \mu_0 b E'},$$

$$\Delta T = T_z - T_0 = \frac{\ln \chi}{b},$$

$$\mu_z = \mu_0 \cdot e^{b \Delta T} = \mu_0 \cdot e^{b(T_0 - T_z)},$$

$$\mu_a = \frac{\mu_0 \mu_z}{\mu_{LM}}; \mu_{LM} = \frac{\mu_z - \mu_0}{\ln \left( \frac{\mu_z}{\mu_0} \right)}.$$

El algoritmo usado para calcular el flujo volumétrico, la caída de presión y el incremento de temperatura se describe a continuación:

1. Si la operación es isotérmica, se considera a la viscosidad como constante ( $\mu_z = \mu_a = \mu_0$ ). En el proceso adiabático se calculan las constantes  $N_1$  y  $N_2$  de forma numérica, se obtiene el valor de  $\chi$  Ec.(6-28), y el incremento de temperatura  $\Delta T$ . Con el incremento de

temperatura, se calcula la viscosidad promedio adiabática  $\mu_a$  y la viscosidad evaluada al final del tornillo / inicio de la boquilla  $\mu_z$ .

2. Para obtener la curva de operación del tornillo, se grafica el flujo volumétrico contra caída de presión, Ec.(6-26).
3. Para obtener la curva de operación de la boquilla, se grafica el flujo volumétrico contra caída de presión, Ec.(6-27).
4. Con la intersección de las curvas se obtiene el punto de operación y, con ello, las condiciones de operación.

#### 6.6.2. Soluciones con métodos numéricos

Los métodos numéricos descritos anteriormente en la sección 4. Métodos numéricos empleados, es decir, el método de la secante, diferencias finitas y Simpson 1/3, se utilizan para obtener los perfiles de velocidad y los flujos volumétricos de forma numérica.

Los dos procedimientos base que se plantean en el algoritmo son: la obtención del perfil de velocidades para el tornillo y la boquilla, y el cálculo del flujo volumétrico a diferentes caídas de presión. Para ello, las ecuaciones de balance de movimiento para el tornillo y para la boquilla [Ecs.(6-2), (6-3) y (6-4)] se discretizan para poder emplear el método de diferencias finitas; así, los valores de la velocidad en cada nodo de este mallado se convierten en las incógnitas a calcular. Una vez se obtiene la solución para la velocidad en cada nodo, se calcula el área bajo la curva

por el método de Simpson 1/3 y, así, obtener el flujo volumétrico. En la Fig. 6.7 se muestra el diagrama de flujo de este algoritmo de solución para el proceso no isotérmico de extrusión con un dispositivo de un solo tornillo y con fundidos no newtonianos.

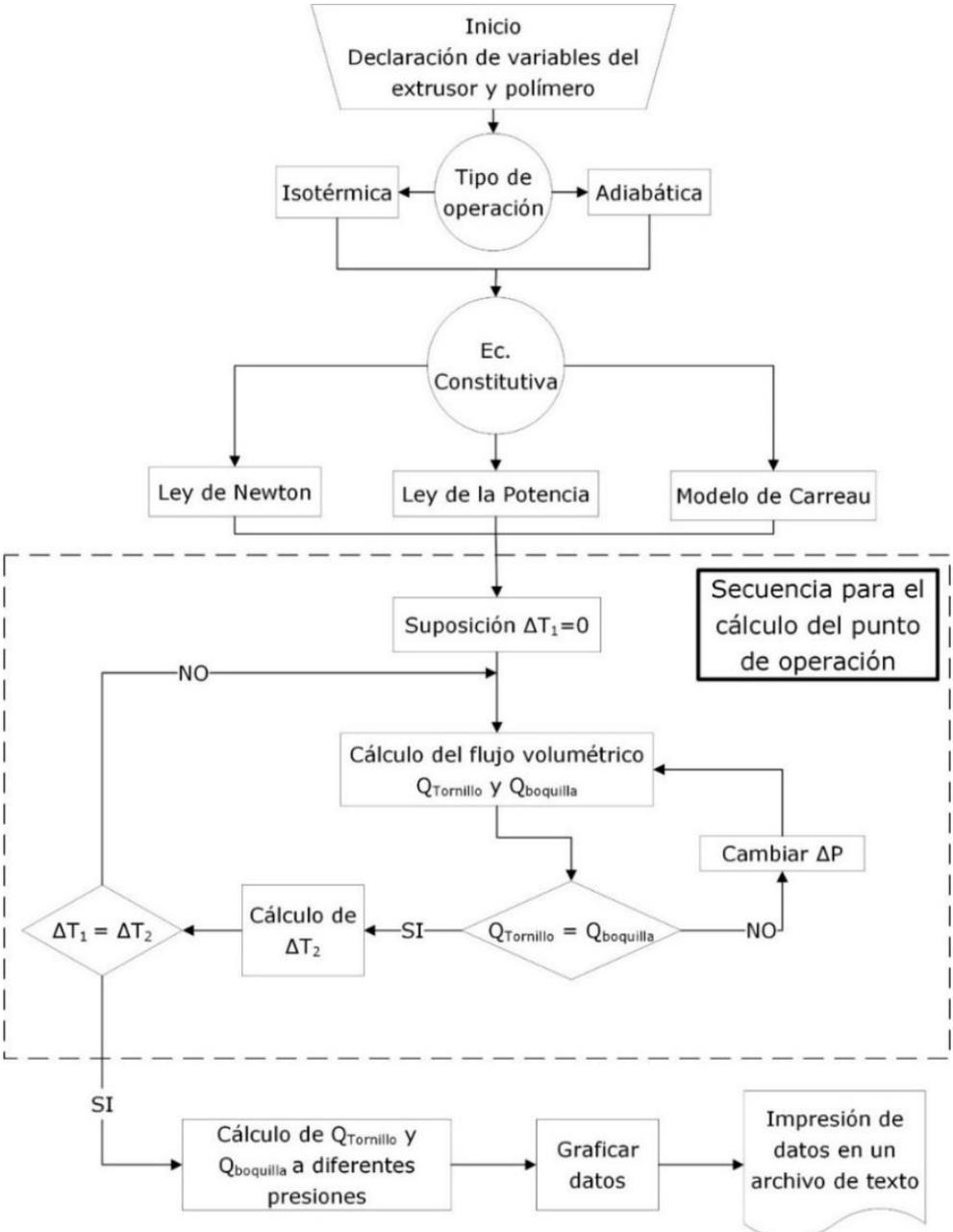


Figura 6-7. Diagrama de flujo del algoritmo para el cálculo del punto de operación.

En seguida se propone una secuencia de implementación del algoritmo descrito en el párrafo anterior:

### **Entrada de datos**

En esta sección, se definen las condiciones de operación, a saber:

- Selección de la ecuación constitutiva a utilizar: Ley de Newton, Ley de la Potencia o modelo de Carreau.
- Tipo de operación del extrusor: Isotérmico o adiabático.
- Selección de datos que se quieran obtener: Obtener los perfiles de velocidad (definiendo una caída de presión) u obtener curvas de operación (diferentes caídas de presiones).
- Medidas del extrusor: Largo y diámetro del tornillo y de la boquilla, ángulo de los filetes, altura del canal y frecuencia de rotación.
- Propiedades del polímero: Densidad, capacidad calorífica, viscosidad, parámetros de la dependencia de la viscosidad con la temperatura, Ec.(6-12), y de los parámetros de la ecuación constitutiva que describa al polímero.

### **Proceso de cálculo**

En esta sección, se realizan todas las operaciones correspondientes para obtener las soluciones. Se ejecutan las funciones que resuelven las matrices generadas por el método de diferencias finitas, el cálculo de

áreas bajo la curva por el método de Simpson 1/3 para la obtención del flujo volumétrico, y el método de la secante para obtener las intersecciones. En esta sección se obtiene:

- Se obtiene el perfil de velocidad para el tornillo y para la boquilla.
- Punto de operación: Haya la intersección entre las curvas de operación del tornillo y de la boquilla.
- Presión máxima: Se calcula la presión máxima, en el cual el flujo volumétrico es cero, (este punto se marca en gráficas posteriores).
- Curvas de operación: Se calcula la serie de puntos que generan las curvas de operación del tornillo, de la boquilla y del incremento de temperatura.

### **Salida de datos**

Esta sección recopila los datos generados en el proceso de cálculo, los imprime en archivos de texto y crea diferentes gráficas, como son:

- Gráfica de los perfiles de velocidad del tornillo en el eje axial y transversal.
- Gráfica del perfil de velocidad de la boquilla en el eje axial.
- Curvas de operación adimensionales para el tornillo, la boquilla y curva de incremento de temperatura.

## **7. Resultados y análisis de resultados**

La sección de resultados está dividida en cinco partes principales; en la primera parte, se reportan las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento y de energía para cada modelo constitutivo (Ley de Newton, Ley de la Potencia y modelo de Carreau), junto con la definición del caso base. En la segunda parte se realizan las pruebas de consistencia para el modelo newtoniano, en el cual se comparan los resultados numéricos con los analíticos, y así validar el modelo numérico implementado. Los puntos comparados son los perfiles de velocidad para el tornillo y para la boquilla, y las condiciones de operación (flujo volumétrico, caída de presión e incremento de temperatura).

En la tercera parte se encuentra el análisis de sensibilidad paramétrica para la viscosidad y el índice de flujo, las curvas de operación y la comparación del caso isotérmico y adiabático. En la cuarta parte se analiza la sensibilidad paramétrica al variar las medidas y relaciones físicas del extrusor. Por último, en la quinta parte, se reportan soluciones con datos de polímeros reales usando la ecuación constitutiva del modelo de Carreau.

## 7.1. Parte I. Ecuaciones de balance y definición del caso base

### 7.1.1. Ecuaciones de balance de cantidad de movimiento y balance de energía

Las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento, para el tornillo y para la boquilla; y la ecuación de balance de energía para el tornillo, generadas para cada ecuación constitutiva se muestran en las Tablas 7-1 a 7-3. El orden en las tablas es: ecuación de balance de momentum en el eje axial para el tornillo, ecuación de balance de momentum en el eje transversal para el tornillo, ecuación de balance de energía para el tornillo y ecuación de balance de momentum en el eje axial para la boquilla.

Tabla 7-1. Ecuaciones de balance para un fluido newtoniano.

---

$$\frac{d^2 v_z}{dy^2} - \frac{1}{\mu} \left( \frac{\Delta P}{Z} \right) = 0 \quad (7-1)$$

$$\frac{d^2 v_x}{dy^2} - \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0 \quad (7-2)$$

$$e^{b\Delta T} = 1 + \frac{b\mu_0 WZ}{\rho C_p Q} \left( \left. \frac{dv_z}{dy} \right|_B U_z + \left. \frac{dv_x}{dy} \right|_B U_x \right) \quad (7-3)$$

$$\mu \frac{dv_z}{dr} - \frac{r}{2} \left( \frac{-\Delta P}{L_d} \right) = 0 \quad (7-4)$$

---

Tabla 7-2. Ecuaciones de balance para un fluido que sigue la Ley de la Potencia.

$$\frac{d^2 v_z}{dy^2} \cdot \left| \frac{dv_z}{dy} \right|^{n-1} - \frac{1}{m \cdot n} \left( \frac{\Delta P}{Z} \right) = 0 \quad (7-5)$$

$$\left| \frac{dv_z}{dy} \right|^{n-1} \left( \frac{d^2 v_x}{dx^2} + (n-1) \frac{dv_x}{dy} \left( \frac{dv_z}{dy} \right)^{-1} \left( \frac{d^2 v_z}{dy^2} \right) \right) - \frac{1}{m} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0 \quad (7-6)$$

$$e^{b\Delta T} = 1 + \frac{bm_0 WZ}{\rho C_p Q} \left( \frac{dv_z}{dy} \right)_B^n U_z + \left( \frac{dv_z}{dy} \right)_B^{n-1} \cdot \left( \frac{dv_x}{dy} \right)_B U_x \quad (7-7)$$

$$m \left| \frac{dv_z}{dr} \right|^{n-1} \left( \frac{dv_z}{dr} \right) - \frac{r}{2} \left( \frac{-\Delta P}{L_d} \right) = 0 \quad (7-8)$$

Para obtener las ecuaciones de balance para un fluido newtoniano, el índice de flujo debe ser la unidad, i.e.,  $n = 1$ .

Tabla 7-3. Ecuaciones de balance para un fluido que sigue el modelo de Carreau.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_z}{dy^2} \cdot \left( \frac{\mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} + \left( 1 + \left( \lambda \frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \right) \\ + \lambda^2 (n-1) \left( 1 + \left( \lambda \frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right)^{\frac{n-3}{2}} \left( \frac{dv_z}{dy} \right)^2 \\ - \frac{1}{\mu_0 - \mu_\infty} \left( \frac{\Delta P}{Z} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7-9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_x}{dy^2} \cdot \left( \frac{\mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} + \left( 1 + \left( \lambda \frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \right) \\ + \lambda^2 (n-1) \left( 1 + \left( \lambda \frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right)^{\frac{n-3}{2}} \left( \frac{dv_z}{dy} \right) \left( \frac{dv_x}{dy} \right) \left( \frac{d^2 v_z}{dy^2} \right) \\ - \frac{1}{\mu_0 - \mu_\infty} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7-10)$$

$$\begin{aligned} e^{b\Delta T} = 1 + \frac{b(\mu_{00} - \mu_{\infty 0})WZ}{\rho C_p Q} \left( \frac{\mu_{\infty 0}}{(\mu_{00} - \mu_{\infty 0})} + 1 \right. \\ \left. + \left( \lambda \frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right) \left( \frac{dv_z}{dy} \Big|_B U_z + \frac{dv_x}{dy} \Big|_B U_x \right) \end{aligned} \quad (7-11)$$

$$\left( \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \left( 1 + \left( \lambda \frac{dv_z}{dr} \right)^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \right) \left( \frac{dv_z}{dr} \right) - \frac{r}{2} \left( \frac{-\Delta P}{L_d} \right) = 0 \quad (7-12)$$

Para obtener las ecuaciones de balance para un fluido newtoniano, el índice de flujo debe ser la unidad ( $n = 1$ ), la viscosidad de la segunda zona newtoniana debe ser nula ( $\mu_\infty = 0$ ) y el valor de lambda igual a 0 ( $\lambda = 0$ ).

### 7.1.2. Caso base de análisis

Con el fin de obtener comparaciones con diferentes parámetros, se propone el caso base contenido en las Tablas 7-4 a 7-6; a partir de las propiedades de un polietileno y de la Tabla 11-1 del Apéndice B, para las medidas y relaciones físicas del extrusor. Los resultados posteriores hacen uso de este caso base, y cuando se hacen los análisis de sensibilidad paramétrica, se modifica un sólo parámetro manteniendo las demás constantes.

Tabla 7-4. Propiedades reológicas y térmicas del polímero base.

Temperatura de entrada $T_0$	408 K
Temperatura de descomposición $T_d$	563 K
$\Delta T$ máxima	155 K
Viscosidad $\mu(T_0)$	$1.103 \times 10^3$ Pa · s
Índice de flujo $n$ para la Ley de la Potencia y el modelo de Carreau	0.50
Constante $\lambda$ para el modelo de Carreau	0.08 s
Densidad $\rho$	950 kg/m <sup>3</sup>
Capacidad calorífica $C_p$	2.25 kJ/kgK
Producto $\rho C_p$	2137.5 kJ/m <sup>3</sup> K
Constante $b$	0.020 K <sup>-1</sup>

Tabla 7-5. Dimensiones físicas del extrusor base.

Frecuencia de rotación del tornillo $N$	$2 \text{ s}^{-1}$
Diámetro del tornillo $D_s$	10.16 cm
Longitud del tornillo $L$	254 cm
Separación entre filetes $L_s$	10.16 cm
Altura del canal $B$	0.508 cm
Ángulo de los filetes $\theta$	$17.65^\circ$
Diámetro de la boquilla $D_d$	0.16 cm
Largo de la boquilla $L_d$	1.27 in

Tabla 7-6. Relaciones entre las dimensiones físicas del extrusor base.

$L/D_s$	25
$L_s/D_s$	1.0
$B/D_s$	0.05
Rapidez de rotación del tornillo $U$	0.64 m/s

## 7.2. Parte II. Perfiles de velocidad y puntos de operación con soluciones analíticas y numéricas

### 7.2.1. Soluciones analíticas y numéricas

En esta sección se comparan las soluciones analíticas contra las soluciones obtenidas mediante el método numérico descrito en la sección 6.6.1. Solución con métodos analíticos; para validar el algoritmo de cálculo empleado, se usa el caso base de ejemplo con un fluido

newtoniano; Tabla 7-1 y Tablas 7-4 a 7-6. Estos primeros resultados comparan el perfil de velocidades en los dos ejes del tornillo y en la boquilla obtenidos mediante las Ec.(6-23), (6-24) y (6-25) (soluciones analíticas), contra aquéllas obtenidas con el método de diferencias finitas, ver 6.6.2. Soluciones con métodos numéricos. En las Fig. 7-1 y 7-2 se observa que el método numérico reproduce de forma satisfactoria la solución con métodos analíticos para los ejes del tornillo (axial y transversal), así como para el eje axial de la boquilla.

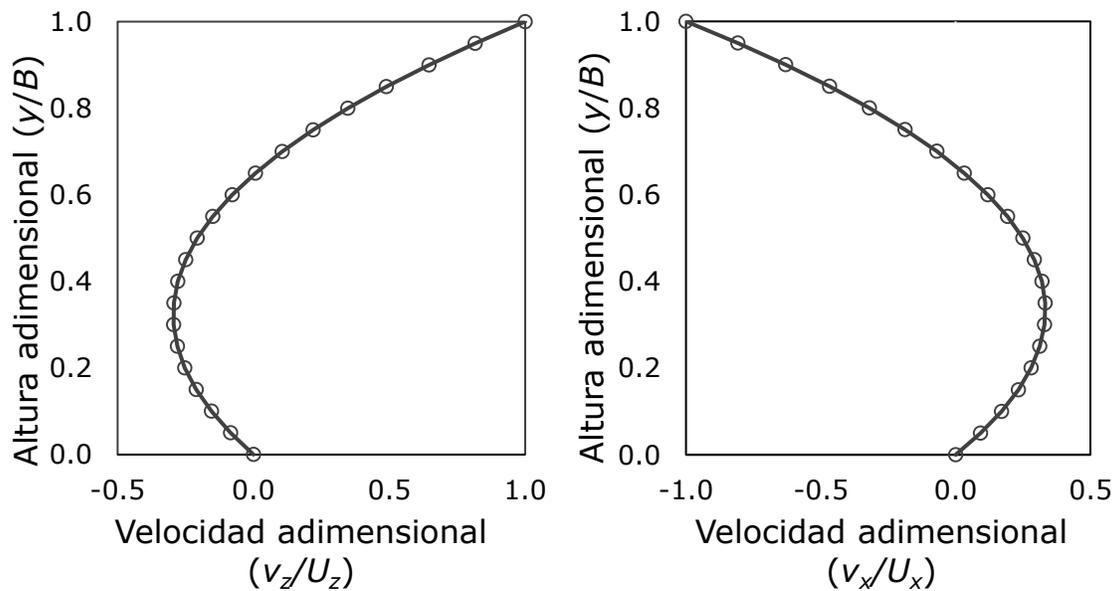


Figura 7-1. Perfiles de velocidades adimensionales en los ejes axial (izquierda) y transversal del tornillo (derecha) para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . La solución analítica se marca con una línea continua (-) y la solución con métodos numéricos con círculos (o).

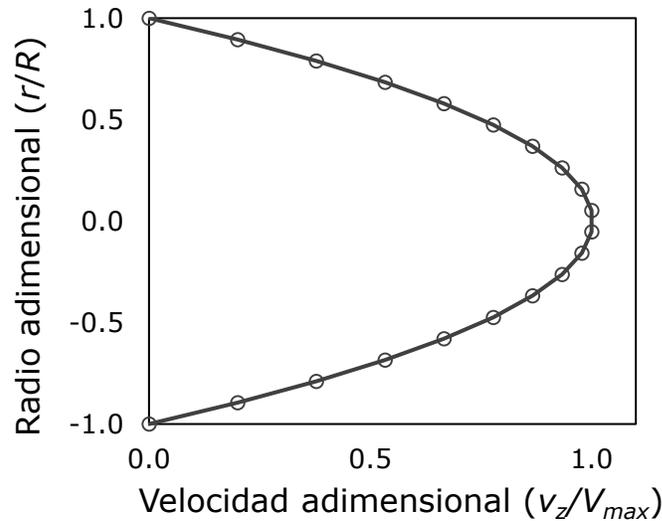


Figura 7-2. Perfil de velocidad adimensional en el eje axial de la boquilla para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . La solución analítica se marca con una línea continua (—) y la solución con métodos numéricos con círculos ( $\circ$ ).

En los perfiles de velocidad de la Fig. 7-1 se puede ver cumplir las condiciones de frontera anteriormente expuestas en la sección 6.6. Métodos de solución analíticos y numéricos. En particular, para el tornillo, en la base fija,  $y = 0$ , la velocidad es cero tanto para el eje axial como transversal, mientras en la placa móvil,  $y = B$ , la velocidad en cada componente corresponde a la velocidad de la placa, en el eje axial  $v_z(B) = U_z$  y en el eje transversal  $v_x(B) = -U_x$ . Por otro lado, en la Fig. 7-2, en la boquilla de forma cilíndrica, también se puede notar que se cumplen las condiciones de frontera. En las paredes del cilindro  $r = \pm R$ , la velocidad es cero mientras que, en el centro  $r = 0$ , la velocidad es la máxima.

También se hacen comparaciones para el punto de operación del caso base con un fluido que sigue la Ley de Newton. Los resultados se

muestran en la Tabla 7-7, en la que se puede observar que el error entre estas comparaciones (analítico y numérico) es menor al 0.1%, por lo cual permite validar el modelo numérico. El porcentaje de error fue calculado como:

$$Error = \frac{|Analítico - Numérico|}{Analítico} * 100\%. \quad (7-13)$$

Tabla 7-7. Comparación del punto de operación que se obtiene con el método analítico y con el método numérico para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ .

	Analítico	Numérico	Error
Flujo del tornillo $Q_e$ [ $\text{cm}^3/\text{s}$ ]	36.5921	36.5791	0.035 %
Flujo de la boquilla $Q_d$ [ $\text{cm}^3/\text{s}$ ]	36.5921	36.5791	0.035 %
Caída de presión en el eje axial $\Delta P$ [MPa]	134.7484	134.7246	0.018 %
Caída de presión en el eje transversal $\Delta p$ [MPa]	0.6557	0.6555	0.030 %
Incremento de temperatura $\Delta T$ [K]	159.743	159.763	0.012 %

### 7.2.2. Efecto de la caída de presión

Las velocidades en contra del movimiento de tornillo, también conocido como “*back flow*”, que se obtienen en los perfiles de la Fig. 7-3 se atribuyen al gradiente de presión, generado por la presencia de la boquilla. El tornillo mueve al fluido hacia adelante, a velocidad  $U$ , mientras que el gradiente de presión a lo largo del canal lo mueve en la dirección

contraria, este efecto es conocido como *back flow* (Middleman, 1977, Tadmor & Gogos, 2004). Se puede notar que cuando el *back flow* es lo suficientemente grande, se presentan velocidades negativas, además de un punto en el cual el esfuerzo es cero (una velocidad máxima).

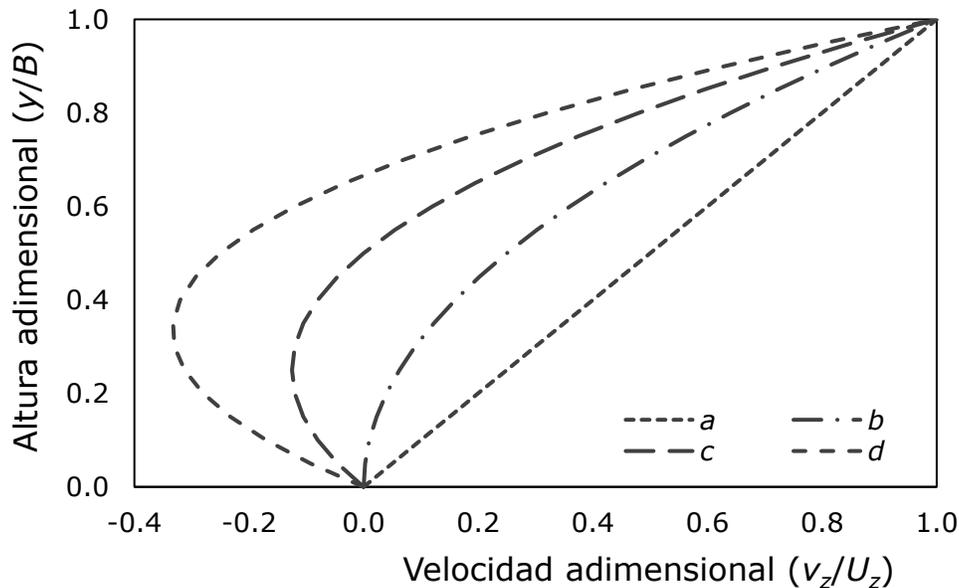


Figura 7-3. Perfil de velocidades adimensionales en el eje axial a diferentes caídas de presión ( $\Delta P$ ) (a)  $\Delta P = 0$ ; (b)  $\Delta P = \left(\frac{1}{3}\right) \Delta P_{\text{máx}}$ ; (c)  $\Delta P = \left(\frac{2}{3}\right) \Delta P_{\text{máx}}$ ; (d)  $\Delta P = \Delta P_{\text{máx}}$  para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ .

En la Fig. 7-3 se puede notar el cambio del perfil al cambiar la caída de presión; si se tiene libre descarga, o sea, no hay boquilla, el perfil es lineal (Fig. 7-3a), domina completamente el flujo por arrastre y se tiene un flujo homogéneo. Al existir caída de presión, el perfil pierde la linealidad e incrementa el flujo por presión (Fig. 7-3b y Fig. 7-3c), hasta que el flujo por presión y el flujo por arrastre son iguales en magnitud (Fig. 7-3d). Además, se nota como la curva no es simétrica, ya que existe un mayor

efecto de la caída de presión en la parte estática de la placa (parte baja de la Fig. 7-3d) en comparación con la parte móvil (parte superior de la Fig. 7-3d) en el cual se mantiene un perfil más lineal.

De lo anterior se puede decir que entre mayor sea el gradiente de presión, las velocidades que se generan en sentido opuesto al movimiento del tornillo incrementan. Así que a  $\Delta P = 0$ , en el cual sólo existe el flujo por arrastre, el flujo volumétrico total es el máximo que se puede obtener con las condiciones impuestas, y que a  $\Delta P = \Delta P_{m\acute{a}x}$ , para la cual el flujo por arrastre y el flujo por presión son iguales en magnitud, el flujo volumétrico total es cero. En otras palabras, al incrementarse el efecto *back flow* se disminuye el flujo total.

### 7.2.3. Sensibilidad paramétrica de la viscosidad

En la Tabla 7-8 se puede notar el cambio del punto de operación, a través del aumento en la temperatura, con diferentes órdenes de magnitud para la viscosidad (ver Apéndice B), al variar desde fluidos como el aire (sin aplicabilidad en extrusión de polímeros fundidos y tomado sólo como ejemplo ilustrativo;  $1 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ), los polímeros fundidos ( $1 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ) hasta fluidos muy viscosos como el bitumen ( $1 \times 10^8 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ) (mezcla orgánica principalmente por hidrocarburos aromáticos policíclicos; (Osswald & Hernández-Ortiz, 2006)). Los cambios más notables son el gran incremento en la caída de presión y el incremento de temperatura. Se puede ver que para viscosidades de órdenes de magnitud similares a

fluidos como el aire o el agua ( $1 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ) prácticamente no hay incremento de temperatura, i.e.,  $\Delta T < 1 \text{ K}$ . Por otro lado, para los polímeros fundidos ( $1 \times 10^2 - 1 \times 10^4 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ) sí existe un incremento apreciable de la temperatura, que va desde las decenas para viscosidades moderadas, hasta los cientos de grados para viscosidades altas.

Este incremento de temperatura debido a la disipación viscosa para los polímeros fundidos es considerable, por lo que pueden existir ocasiones en que el incremento de la temperatura sea excesivo y degrade químicamente al polímero. El incremento de temperatura está en función de la energía necesaria para mover el fluido a cierta velocidad [Ec.(6-21)], y ésta, a su vez, es función de la resistencia que manifiesta el fluido a moverse, o sea, la viscosidad, y a la rapidez de corte a la que es sometido en el extrusor. Por esta razón, a valores elevados de la viscosidad, como los que poseen los polímeros fundidos, la energía mecánica requerida para transportar el fluido a través del extrusor incrementa, lo que a su vez genera mayor energía por disipación viscosa (ver las ecuaciones de energía para cada modelo en las Tablas 7-1 a 7-3 para ver su relación con la viscosidad).

Tabla 7-8. Comparación del punto de operación cambiando la viscosidad para un fluido newtoniano.

Viscosidad [Pa · s]	$Q$ [cm <sup>3</sup> /s]	$\Delta P$ [MPa]	$\Delta T$ [K]
$1 \times 10^{-5}$	13.2472	$7.58 \times 10^{-6}$	0.00
$1 \times 10^{-2}$	13.2489	$7.45 \times 10^{-3}$	0.02
$1 \times 10^1$	15.1432	6.28	15.16
$1 \times 10^2$	21.7079	35.20	62.14
$1 \times 10^3$	33.7933	112.71	141.21
$1 \times 10^4$	47.4191	233.92	236.78
$1 \times 10^5$	59.5569	371.97	340.11
$1 \times 10^6$	69.5645	508.08	447.42
$1 \times 10^7$	77.7383	634.65	556.99

### 7.3. Parte III. Sensibilidad paramétrica con respecto al índice de flujo $n$ y curvas de operación

#### 7.3.1. Sensibilidad paramétrica del índice de flujo $n$

En esta sección, se aborda el análisis de sensibilidad paramétrica, a través de perfiles de velocidad y curvas de operación, para los dos fluidos no newtonianos considerados.

Como se muestra en la Fig. 7-4, con el uso de las ecuaciones constitutivas de la Ley de la Potencia y del modelo de Carreau se obtienen perfiles de velocidad más romos; esto se debe al comportamiento adelgazante al corte de los polímeros fundidos (Barnes et al., 1989). En la Fig. 7-4 los

perfiles de velocidad adimensional en el eje axial contra la caída de presión máxima (para la cual el flujo volumétrico es igual a cero), para distintos valores de índice de flujo para el modelo constitutivo de la Ley de la Potencia, muestran un achatamiento gradual conforme las características pseudoplásticas del fluido se exageran, a través de un índice de flujo menor.

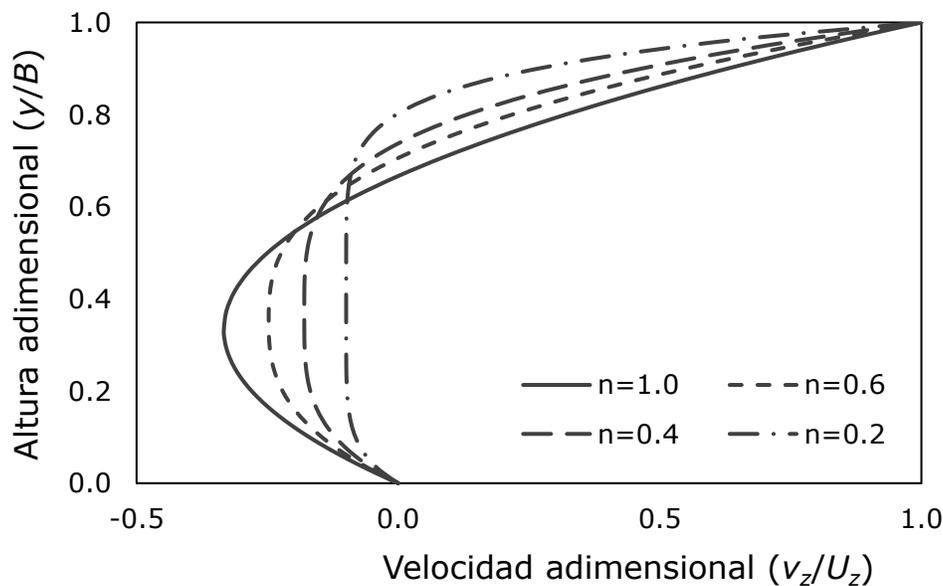


Figura 7-4. Comparación del perfil de velocidades en el eje axial en el tornillo para un fluido newtoniano  $n = 1.0$  y un no newtoniano adelgazante al corte que sigue la Ley de la Potencia con índice de flujo de  $n = 0.6$ ,  $n = 0.4$  y  $n = 0.2$ .

La rapidez de deformación es la derivada de la velocidad con respecto a los ejes espaciales (Osswald & Hernández-Ortiz, 2006; Bird et al., 2006); este caso particular, la rapidez de corte está dada por el cambio de la componente  $v_z$  (velocidad en el eje axial) con respecto al eje espacial  $y$ .

Se representa como:  $\dot{\gamma} = \frac{dv_z}{dy}$  (ver Apéndice A).

Ya que la viscosidad disminuye al incrementarse la rapidez de corte para fluidos adelgazantes, el fluido presenta menor resistencia al movimiento (Middleman, 1977). Este efecto es mayor en las paredes, en el cual la rapidez de corte es máxima, y se conoce como rapidez de corte nominal. Para el tornillo en la placa móvil está dada por:

$$\dot{\gamma}_s = \frac{U_z}{B}. \quad (7-14)$$

Con esto se puede evaluar la viscosidad en la rapidez de corte nominal para la Ley de Potencia y el modelo de Carreau, respectivamente, como sigue:

$$\mu_s = m \left( \frac{U_z}{B} \right)^{n-1}, \quad (7-15)$$

$$\mu_s = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \left( 1 + \left( \lambda \frac{U_z}{B} \right)^2 \right)^{\frac{n-1}{2}}. \quad (7-16)$$

El índice de flujo modula que tanto se adelgaza el fluido con la rapidez de corte; a valores cada vez más pequeños y menores a la unidad, y tomando como límite inferior el cero, el adelgazamiento aumenta. Más adelante, en la sección 7.3.2. Curvas de operación, se verán los efectos en la caída de presión y en el incremento de temperatura para los fluidos newtonianos y los no newtonianos.

### 7.3.2. Curvas de operación

Para obtener un punto de la curva de operación, primero se debe obtener la distribución de velocidades para el tornillo y/o para la boquilla a una caída de presión determinada, después integrar esta distribución de velocidades por la sección transversal que cruza para obtener el flujo volumétrico [Ec.(6-19) y (6-20)]. Esta operación se realiza incrementando la caída de presión partiendo desde cero hasta llegar a la caída de presión máxima, en la cual el flujo volumétrico es cero y marca el límite de las gráficas.

Dada la relación entre el flujo volumétrico y la caída de presión, es conveniente crear un diagrama guía, Fig. 7-5, que permite conocer el flujo volumétrico de forma gráfica (Middleman, 1977). Para esta gráfica es conveniente trabajar con estas dos medidas en forma adimensional,  $\Pi_Q$  es el flujo volumétrico adimensional y  $\Pi_P$  es la caída de presión adimensional expresadas como:

$$\Pi_Q = \frac{Q}{U_z \cdot B \cdot W}, \quad (7-17)$$

$$\Pi_P = \frac{\Delta P \cdot B^2}{\mu_s \cdot U_z \cdot Z}. \quad (7-18)$$

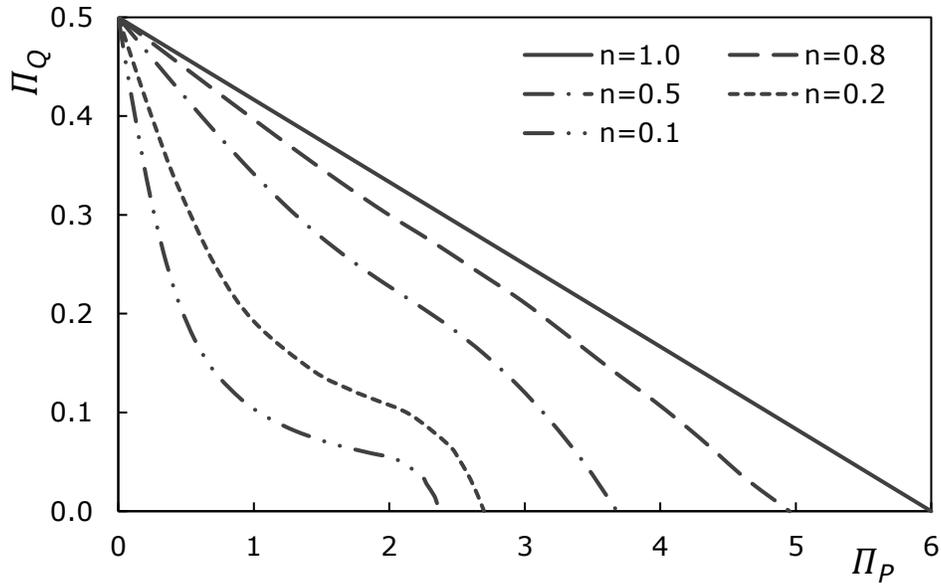


Figura 7-5. Curva de operación adimensional para el tornillo para un fluido newtoniano  $n = 1.0$  y un no newtoniano adelgazante al corte que sigue la Ley de la Potencia con índice de flujo de  $n = 0.8$ ,  $n = 0.5$ ,  $n = 0.2$  y  $n = 0.1$ .

Se puede notar que el flujo volumétrico adimensional es máximo cuando la caída de presión adimensional es igual a cero y que a medida que ésta aumenta, el flujo volumétrico adimensional disminuye hasta llegar a cero, en la caída de presión máxima adimensional. La Fig. 7-5 también marca que, a menor índice de flujo, la caída de presión adimensional máxima se reduce. Este comportamiento se explica por el adelgazamiento al corte, en el cual la viscosidad disminuye con un índice de flujo menor a la unidad.

El flujo volumétrico total que un extrusor puede extrudir, es la suma del flujo por arrastre, debido a la rotación del tornillo, y el flujo por presión, debido al gradiente de presión impuesto por la boquilla y en contra del flujo por arrastre. El movimiento del tornillo asemeja al flujo de Couette,

mientras que el movimiento por el gradiente de presión asemeja al flujo de Poiseuille. Para un fluido newtoniano entre placas planas, el flujo de Couette [Ec.(7-19)] no depende de la viscosidad, mientras el flujo de Poiseuille [Ec.(7-20)] es inversamente proporcional a la viscosidad. Esto se expresa en términos matemáticos como sigue:

Flujo de Couette:

$$Q_c = \frac{WU_z B}{2}. \quad (7-19)$$

Flujo de Poiseuille:

$$Q_p = \frac{\Delta P}{2\mu \cdot Z} \left( \frac{WB^3}{6} \right). \quad (7-20)$$

Flujo volumétrico total:

$$Q_e = \frac{WU_z B}{2} - \frac{\Delta P WB^3}{12\mu \cdot Z}. \quad (7-21)$$

Con esto se puede notar que, al disminuir la viscosidad por el adelgazamiento al corte, el flujo por presión se ve intensificado y disminuye el flujo volumétrico total a una misma presión [Ec.(7-21)]. Por esta razón, a menor índice de flujo, la caída de presión requerida para que el flujo volumétrico sea cero es menor. Este es el comportamiento que se presenta en la Fig. 7-5.

A diferencia de la curva de operación del tornillo, la curva de operación de la boquilla (Fig. 7-6) empieza desde el origen y va incrementando a

medida que incrementa la caída de presión adimensional. Este comportamiento se debe a que el flujo en la boquilla se da sólo por el gradiente de presión (flujo por presión), la diferencia entre la presión a la entrada y a la salida de la boquilla. Por otro lado, para la boquilla un menor índice de flujo hace que la curva crezca más rápidamente. Se puede ver que en términos matemáticos el flujo de Poiseuille para un cilindro es:

Flujo de Poiseuille:

$$Q_d = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\mu \cdot L_d}. \quad (7-22)$$

Se puede notar que el flujo es inversamente proporcional a la viscosidad. Como consecuencia, al disminuir la viscosidad debido al adelgazamiento al corte, el flujo incrementa. Esto explica porque a índices de flujo pequeños, o sea, un mayor adelgazamiento al corte, la curva de operación crece más rápidamente.

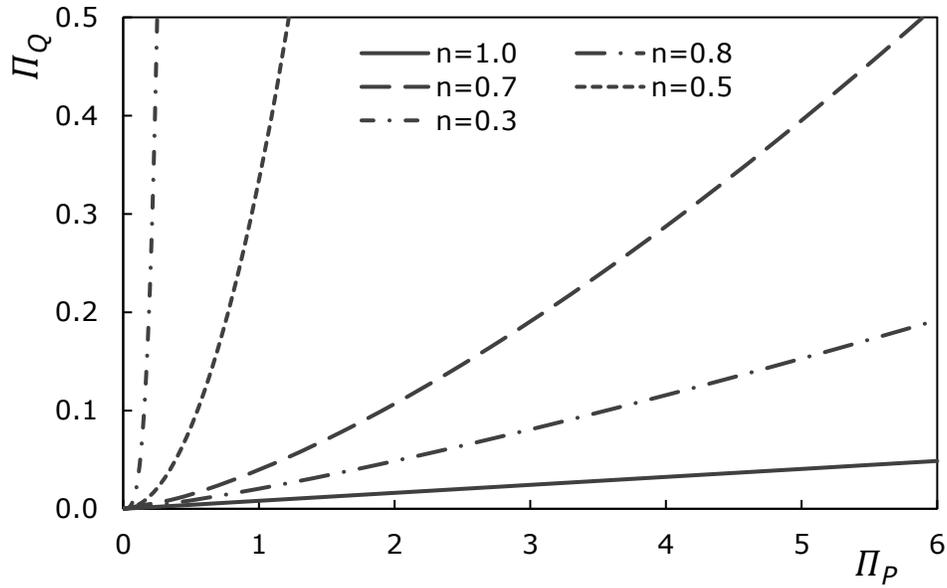


Figura 7-6. Curva de operación adimensional para la boquilla para un fluido newtoniano  $n = 1.0$  y un no newtoniano adelgazante al corte que sigue la Ley de la Potencia con índice de flujo de  $n = 0.8$ ,  $n = 0.7$ ,  $n = 0.5$  y  $n = 0.2$ .

### 7.3.3. Punto de operación

El punto de operación de un extrusor se da cuando las líneas de operación del tornillo y de la boquilla se intersecan, al suponer que todo el flujo que pasa a través del tornillo pasa por la boquilla (Middleman, 1977, Tadmor & Gogos, 2004). La intersección depende de las medidas físicas del extrusor y de las propiedades reológicas y térmicas del polímero. En la Fig. 7-7 se presentan tres líneas de operación de la boquilla (líneas discontinuas) para diferentes parámetros  $k$  ( $k_1 > k_2 > k_3$ );  $k_1$  presenta la menor resistencia y  $k_3$  la mayor resistencia cambiando parámetros de la boquilla como el largo o su diámetro [Ec.(7-23)]; junto con una curva de

operación del tornillo (línea continua). A cada intersección le corresponde un punto de operación.

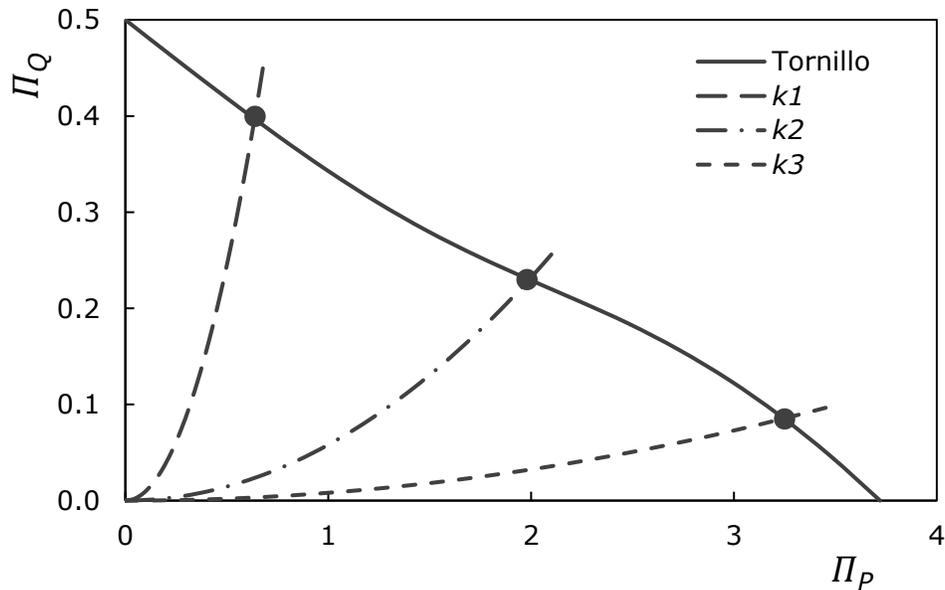


Figura 7-7. Curva de operación adimensional del tornillo (línea continua) junto a tres curvas de operación adimensionales para la boquilla (líneas no continuas). Cada intersección es un punto de operación. Se usa un fluido que sigue el modelo de Carreau con  $\mu_o = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $\mu_\infty \rightarrow 0 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $n = 0.50$  y  $\lambda = 0.08 \text{ s}$ .

Para un fluido newtoniano, el parámetro  $k$  para una boquilla cilíndrica es:

$$k = \frac{\pi R^4}{8L_d} \tag{7-23}$$

En el cual,  $k$  está relacionado con la geometría de la boquilla ( $k [=] \text{ cm}^3$ ). La resistencia es el recíproco del parámetro  $k$ , por lo que, a mayores valores de  $k$ , la resistencia disminuye y, por lo tanto, se obtiene más flujo volumétrico. La mínima resistencia se da cuando no hay boquilla, esto es

cuando  $k \rightarrow \infty$ ; por otro lado, la resistencia máxima se consigue cuando  $k \rightarrow 0$ , o sea, la boquilla está cerrada.

#### 7.3.4. Curva de incremento de temperatura

Para obtener la Fig. 7-8 se requieren diferentes puntos de operación (flujo volumétrico, caída de presión e incremento de temperatura) con diferentes valores para la resistencia de la boquilla  $k$ , desde una resistencia mínima (sin boquilla) hasta una resistencia máxima (boquilla cerrada).

El incremento de temperatura es la diferencia entre la temperatura final, que se alcanza a la salida del tornillo debido a la disipación viscosa  $T_z$ , y la temperatura inicial, al inicio del tornillo  $T_0$ ;  $\Delta T = T_z - T_0$ . Mientras tanto, el incremento de temperatura máximo permitido es la diferencia entre la temperatura de descomposición química del polímero  $T_d$  y la temperatura inicial  $T_0$ ;  $\Delta T_{m\acute{a}x} = T_d - T_0$ ; La temperatura adimensional se maneja como:

$$\theta = \frac{T_z - T_0}{T_d - T_0} = \frac{\Delta T}{\Delta T_{m\acute{a}x}}. \quad (7-24)$$

Este incremento de temperatura es debido a la transformación de la energía mecánica en energía térmica. Dado que en este trabajo se está modelando un proceso adiabático, toda la energía térmica generada se usa para incrementar la temperatura del fluido, sin que ésta se pierda hacia los alrededores.

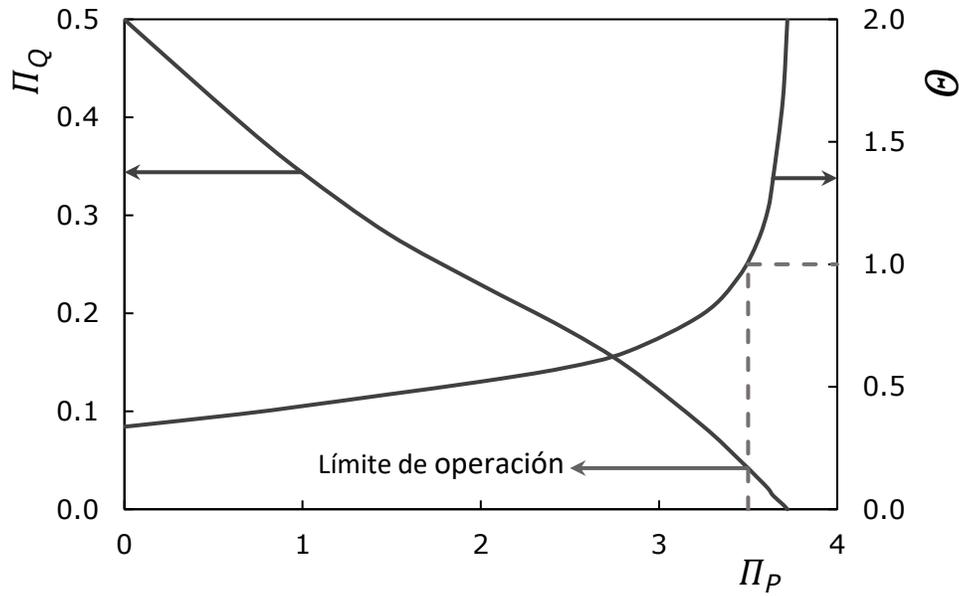


Figura 7-8. Curva de operación adimensional del tornillo con incremento de temperatura adimensional. Se usa un fluido que sigue el modelo de Carreau con  $\mu_o = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $\mu_\infty \rightarrow 0 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $n = 0.50$  y  $\lambda = 0.08 \text{ s}$ .

El valor adimensional del incremento de temperatura en el tornillo marca el límite de operación: si se rebasa la temperatura de descomposición  $T_d$  del polímero ( $\theta > 1$ ), el producto podría no cumplir con las propiedades requeridas, debido a degradación química. Esto marca un límite para el diseño de la boquilla: si la resistencia impuesta por la boquilla es relativamente grande, la temperatura puede incrementar lo suficiente como para degradar químicamente al polímero. También se puede notar que, a valores cercanos a la caída de presión máxima, el incremento en temperatura es drástico en comparación a los bajos valores de caída de presión.

### 7.3.5. Sensibilidad paramétrica con las propiedades térmicas del fluido, (constantes $b$ y $\rho C_p$ )

Esta sección muestra las variaciones del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida al cambiar las propiedades térmicas del polímero (constantes  $b$  y  $\rho C_p$ ). Para las Fig. 7-9 y 7-10, se usa el modelo de la Ley de Newton para ejemplificar los resultados, y además se opera a libre descarga. Se toma el caso base y se modifica un parámetro manteniendo las demás constantes.

Las propiedades térmicas de los polímeros, como son la capacidad calorífica, la viscosidad y la dependencia de esta con la temperatura, juegan un papel importante en el incremento de temperatura y de la localización del punto de operación, como se observa en el balance de energía contenido en las Tablas 7-1 a 7-3. Por ejemplo, la capacidad calorífica representa la cantidad de energía que se requiere para incrementar un grado Celsius por cada unidad de masa de sustancia, por lo que, a mayor el producto  $\rho C_p$  se tiene un menor el incremento de temperatura; en la Fig. 7-9 se muestra este comportamiento. Por otra parte, la energía disipada es proporcional al producto  $\rho C_p$  como se ve en la Ec.(6-22).

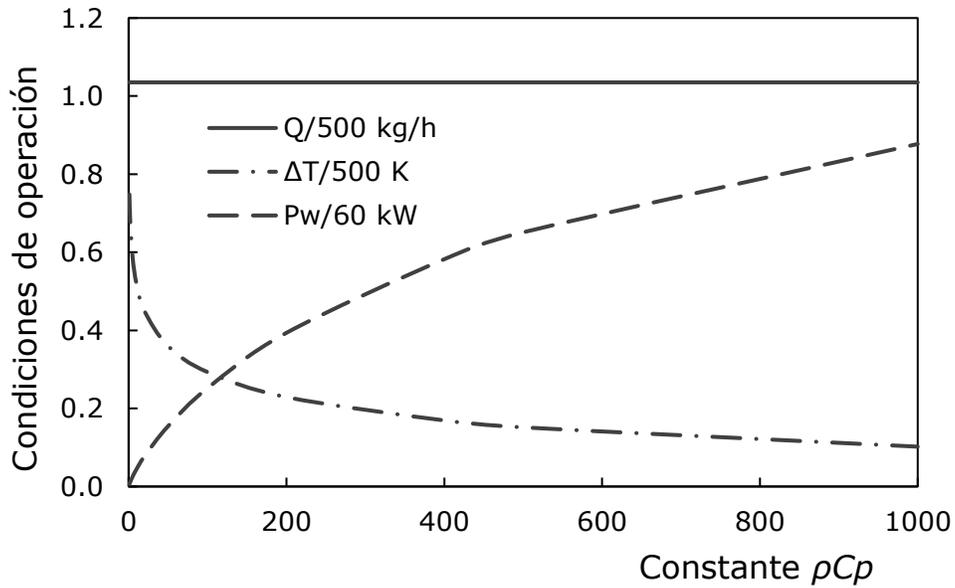


Figura 7-9. Sensibilidad paramétrica del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida con respecto a la propiedad térmica  $\rho C_p$  para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , se opera a libre descarga.

Por otro lado, la constante  $b$  de la ecuación de la viscosidad con respecto a la temperatura [Ec.(6-12)], que representa la sensibilidad de la viscosidad con respecto a la temperatura; a valores relativamente pequeños de  $b$ , la viscosidad no es tan sensible a variaciones de temperatura, por lo que la viscosidad se mantiene casi constante. Esto provoca un incremento en la energía disipada y un aumento en la potencia requerida para mover al fluido (Fig. 7-10). Otra forma de ver el efecto de este parámetro es que, al incrementarse el valor de  $b$ , la viscosidad es más sensible a la temperatura y, por lo tanto, disminuye su magnitud apreciablemente, lo que resulta en menor generación de energía disipada y menor potencia requerida para mover el fluido.

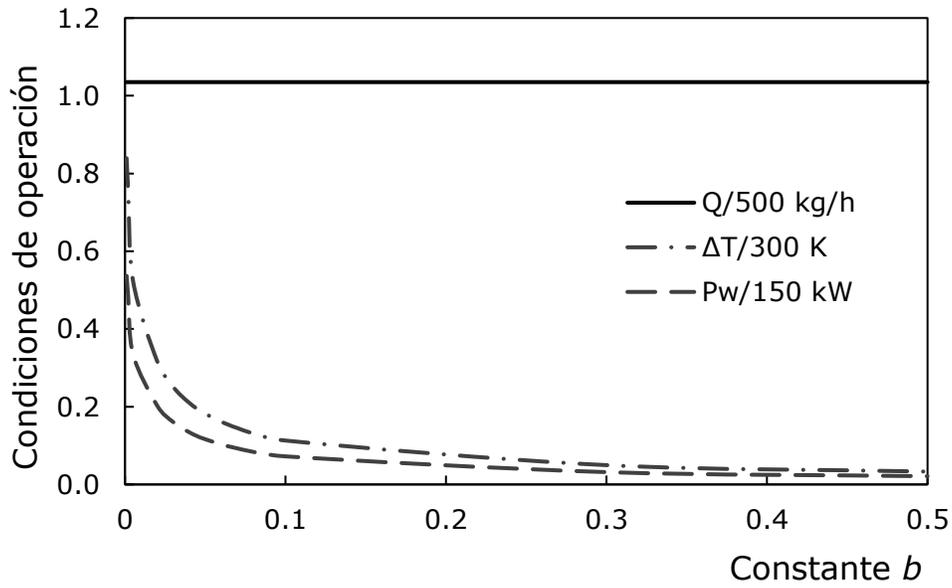


Figura 7-10. Sensibilidad paramétrica del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida con respecto a la constante térmica  $b$  para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , se opera a libre descarga.

### 7.3.6. Comparación de la operación isotérmica contra la operación adiabática

Lo que hace diferente a la operación isotérmica y la operación adiabática es la dependencia de la viscosidad con la temperatura. La operación isotérmica mantiene la temperatura constante, así que la viscosidad es constante con respecto a ésta. Por otro lado, en la operación adiabática si existe un incremento de temperatura y la viscosidad disminuye su valor. Analizando las ecuaciones descritas para analizar el efecto del adelgazamiento al corte [Ecs.(7-21) y (7-22)], al abatirse la viscosidad por el incremento en la temperatura, el flujo por presión se intensifica, tanto para el flujo en el tornillo como para la boquilla; y a su vez, provoca

que la energía requerida para mover el fluido disminuya, como se observa en la Tabla 7-9, y gráficamente en la Fig. 7-11.

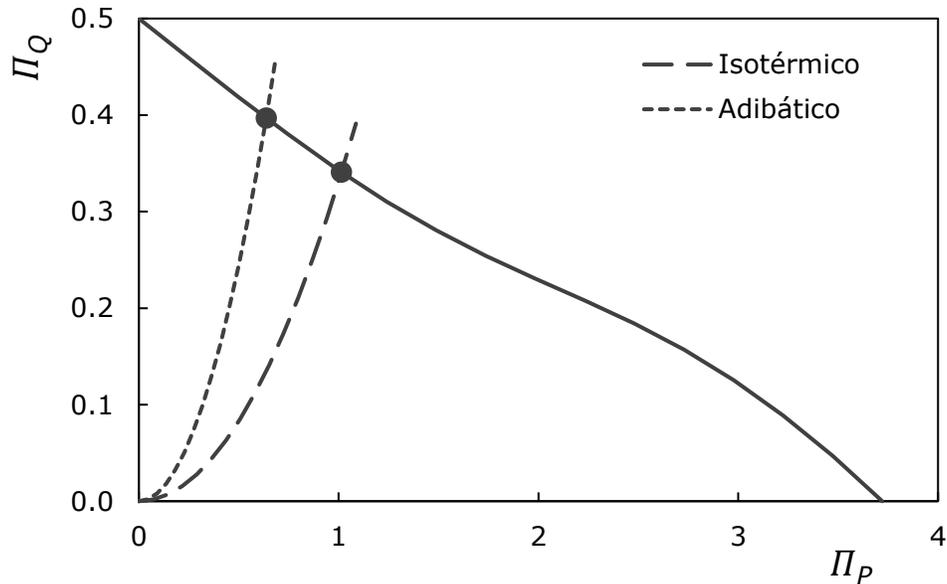


Figura 7-11. Comparación del punto de operación para el proceso isotérmico y adiabático (con propiedades térmicas  $\rho C_p = 2137.5 \text{ kJ/m}^3\text{K}$  y constante  $b = 0.020 \text{ K}^{-1}$ ) para un fluido que sigue el modelo de Carreau con  $\mu_o = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $\mu_\infty \rightarrow 0 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $n = 0.50$  y  $\lambda = 0.08 \text{ s}$ .

Tabla 7-9 Comparación de las condiciones de operación para la operación isotérmica y adiabática del caso base.

	Isotérmico	Adiabático
$Q \text{ [cm}^3\text{/s]}$	101.96	118.74
$\Delta P \text{ [MPa]}$	71.15	23.09
$\Delta T \text{ [}^\circ\text{C]}$	0.00	60.07
$\Pi_Q$	0.341	0.397
$\Pi_P$	1.014	0.637
$P_w \text{ [kW]}$	53.47	15.24
Viscosidad media adiabática $\mu_a \text{ [Pa} \cdot \text{s]}$	$1.103 \times 10^3$	$5.723 \times 10^2$

#### 7.4. Parte IV. Sensibilidad paramétrica con respecto a la frecuencia de rotación y a las dimensiones y relaciones físicas del extrusor

Esta sección muestra las variaciones del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida al cambiar las dimensiones físicas y relaciones más relevantes de un extrusor. Estas dimensiones físicas y variables de operación son la frecuencia de rotación del tornillo  $N$  y el diámetro del tornillo  $D_s$ , mientras las relaciones son:  $L/D_s$ ,  $L_s/D_s$  y  $B/D_s$  (ver Apéndice B para ver las dimensiones y relaciones típicas).

Para las Fig. 7-12 a 7-16 se usa el modelo de la Ley de Newton para ejemplificar los resultados y además se opera a libre descarga. Se toma el caso base (Tablas 7-4 a 7-6) y se modifica un parámetro manteniendo las demás constantes.

##### 7.4.1. Sensibilidad paramétrica con la frecuencia de rotación ( $N$ )

Una vez que se tiene diseñado el equipo, las dimensiones de este no se pueden modificar, así que la variable más fácil de manipular es la frecuencia de rotación del tornillo.

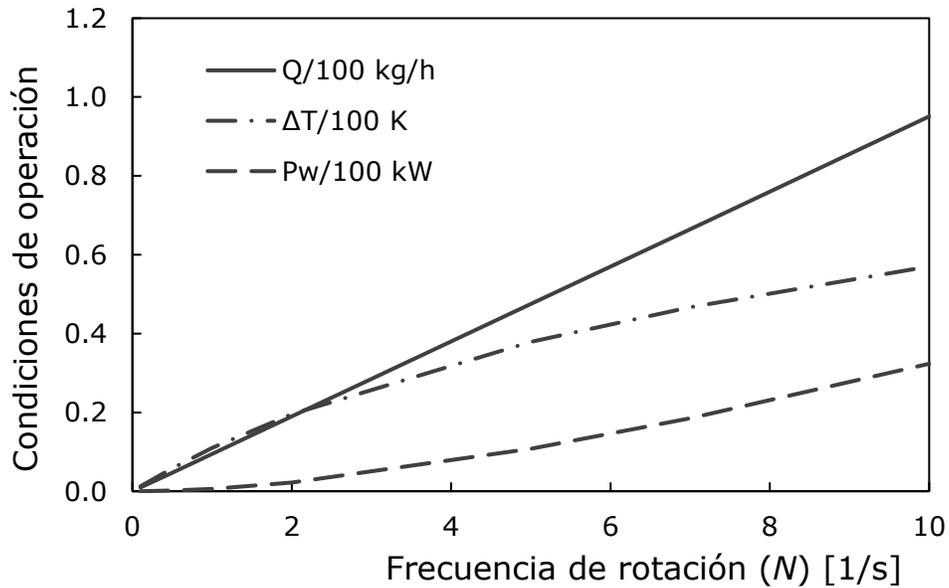


Figura 7-12. Sensibilidad paramétrica del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida con respecto a la frecuencia de rotación  $N$  para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , se opera a libre descarga.

En particular, al aumentar la frecuencia de rotación  $N$ , se incrementa el gradiente de velocidades. Esto que se ve reflejado en el incremento de la energía disipada y la energía requerida para mover el fluido. Junto a esto, se incrementa el flujo por arrastre que proporciona un mayor flujo volumétrico total. En la Fig. 7-12 se puede ver al aumento del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida al incrementar la frecuencia de rotación.

#### 7.4.2. Sensibilidad paramétrica con el diámetro del tornillo ( $D_s$ )

Tanto la ecuación del flujo volumétrico, como la ecuación de la potencia requerida para mover el fluido [Ecs.(6-19) y (6-21)], son proporcionales a la rapidez de rotación del tornillo, que está relaciona a su vez, con el

diámetro de éste [Ec.(6-13)], así que aumentar el diámetro del tornillo  $D_s$ , causa un incremento en la rapidez de rotación. El incremento de temperatura, por otro lado, es inversamente proporcional al flujo volumétrico, y es proporcional a la potencia requerida [ver Tablas 7-1 a 7-3 y Ec.(6-22)]; por esta relación es que el incremento de temperatura se mantiene constante como se muestra en la Fig. 7-13, y tanto el flujo volumétrico y la potencia requerida aumentan al incrementar el diámetro del tronillo.

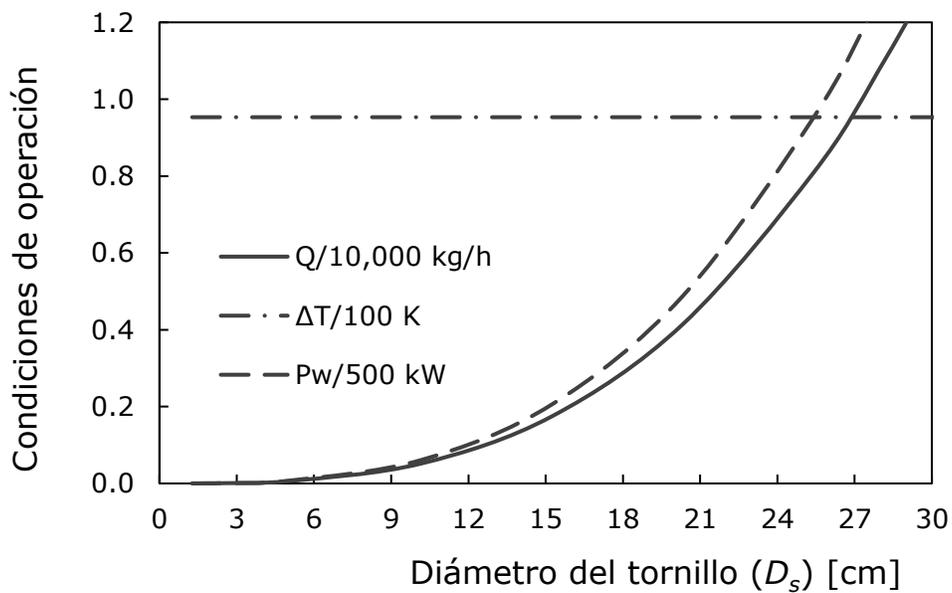


Figura 7-13. Sensibilidad paramétrica del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida con respecto al diámetro del tornillo  $D_s$  para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , se opera a libre descarga.

#### 7.4.3. Sensibilidad paramétrica con la relación largo del tornillo / diámetro del tornillo ( $L/D_s$ )

El flujo volumétrico está relacionado con la distribución de velocidades en el tornillo, al igual que con la sección transversal que éste cruza. En este caso, el cambio es la longitud del tornillo  $L$ , por lo que el flujo volumétrico se mantiene constante. Mientras tanto la potencia y el incremento de temperatura son proporcionales a la longitud del tornillo, y más específicamente, a la longitud del canal desenrollado  $Z$ , dada la relación:

$$Z = \frac{L}{\text{sen}(\theta)}. \quad (7-25)$$

Se requiere más potencia para mover un tornillo más largo, lo que a su vez incrementa la energía disipada. Como se muestra en la Fig. 7-14 el incremento de temperatura y la potencia requerida aumentan al incrementarse la longitud del tornillo, mientras el flujo volumétrico permanece constante.

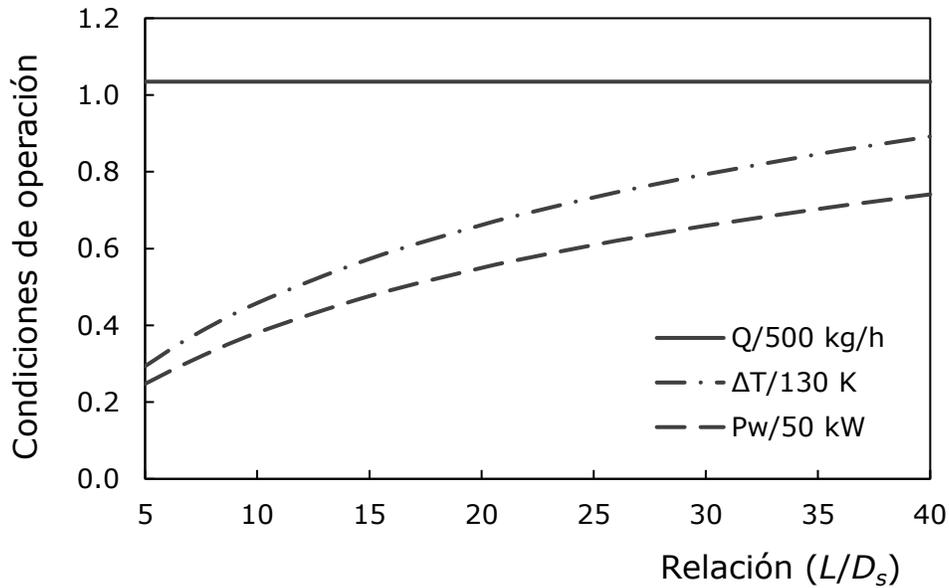


Figura 7-14. Sensibilidad paramétrica del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida con respecto a la relación  $L/D_s$  para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , se opera a libre descarga.

#### 7.4.4. Sensibilidad paramétrica con la relación separación de filetes del tornillo / diámetro del tornillo ( $L_s/D_s$ )

El ancho del canal  $W$  está relacionado con la separación entre los filetes  $L_s$  y con el ángulo de éstos  $\theta$  de la siguiente manera:

$$\tan(\theta) = \left( \frac{L_s}{\pi D_s} \right), \quad (7-26)$$

$$W = \pi D_s \text{sen}(\theta). \quad (7-27)$$

Al aumentar el ancho del canal  $W$ , o lo que es lo mismo, aumentar la relación  $L_s/D_s$ , aumenta el flujo volumétrico, ya que  $W$  es el ancho de la sección transversal que cruza el polímero fundido en el tornillo. Por otro lado, la potencia requerida y el incremento de temperatura están en

función de la rapidez de rotación del tornillo en sus dos componentes ( $U_z$  y  $U_x$ ), que dependen del ángulo de los filetes [Ecs.(6-21) y (6-22)]. En la Fig. 7-15 se muestra el comportamiento del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y de la potencia requerida al cambiar la relación  $L_s/D_s$ , en el cual el incremento de temperatura decrece, mientras el flujo volumétrico y la potencia requerida aumentan.

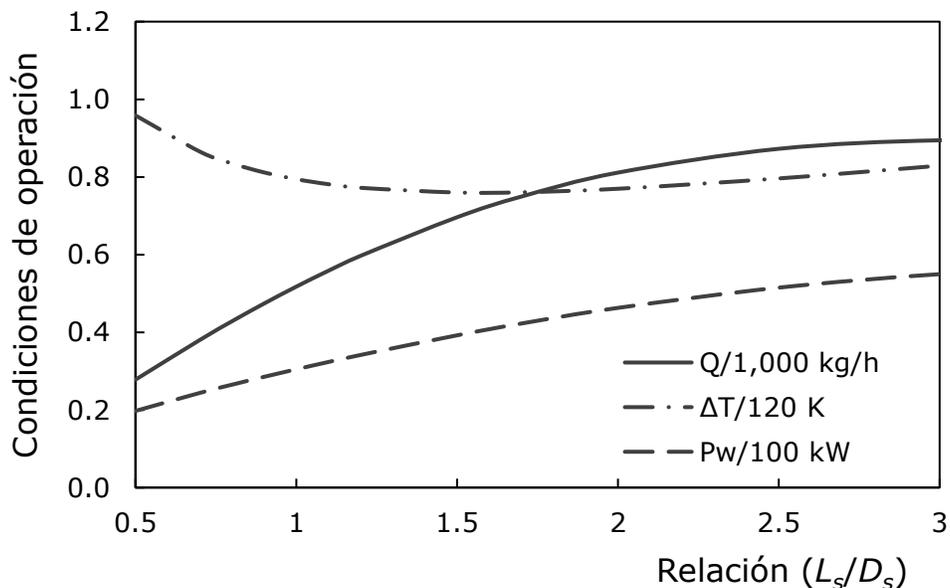


Figura 7-15. Sensibilidad paramétrica del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida con respecto a la relación  $L_s/D_s$  para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , se opera a libre descarga.

#### 7.4.5. Sensibilidad paramétrica con la relación altura del canal / diámetro del tornillo ( $B/D_s$ )

Al aumentar la altura del canal  $B$  aumenta el flujo volumétrico, ya que es la altura de la sección transversal que cruza el polímero fundido en el tornillo. El incremento de temperatura aumenta al aumentar la rapidez de

corte, esto puede conseguirse al aumentar el gradiente de velocidades o al disminuir la altura del canal (ver Apéndice A). La Fig. 7-16 muestra el incremento para el flujo volumétrico de forma lineal y la disminución para el incremento de temperatura al incrementar  $B/D_s$ ; mientras que, para la potencia requerida primero se observa un incremento a valores cercanos a cero, para después disminuir al incrementar  $B/D_s$ .

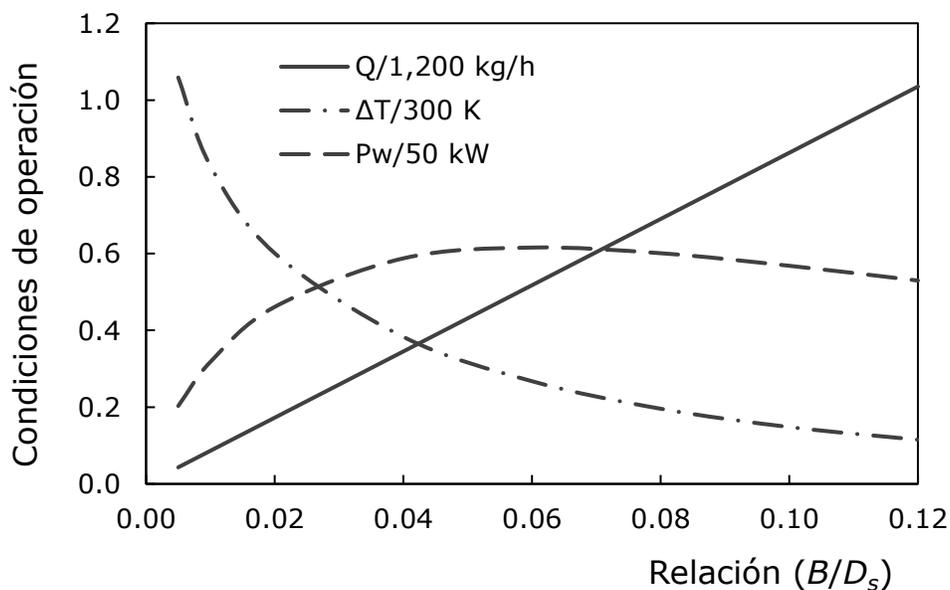


Figura 7-16. Sensibilidad paramétrica del flujo volumétrico, el incremento de temperatura y la potencia requerida con respecto a la relación  $B/D_s$  para un fluido newtoniano con  $\mu = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , se opera a libre descarga.

## 7.5. Parte V. Predicciones usando datos de polímeros reales

### 7.5.1. Comparación entre Ley de Potencia y modelo de Carreau para el caso base

Primero se comparan las dos ecuaciones que describen el adelgazamiento al corte de la viscosidad, la Ley de la Potencia y el modelo de Carreau,

para ver las diferencias que presentan y evaluar el mejor modelo constitutivo para el caso específico.

En la Fig. 7-17 se puede notar que la curva de operación del tornillo es muy similar para ambos modelos; existe una pequeña diferencia apreciable hacia el final de curva, a valores cercanos de la caída de presión máxima. En cambio, para la curva de operación de la boquilla se observa un cambio más notable. Estas diferencias son consecuencia del modelo constitutivo utilizado, ya que el modelo de Carreau describe de mejor manera la viscosidad a bajas rapidezces de corte [Ec.(6-8)], con la primera zona newtoniana bien definida, a diferencia de la ecuación de la Ley de la Potencia, que predice viscosidades infinitas a rapidezces de corte que tienden a cero [Ec.(6-7)]. Estas bajas rapidezces de corte se encuentran alrededor de los puntos en los que el esfuerzo es cero, i.e., para la boquilla, el esfuerzo es cero en el centro del cilindro (ver Fig. 7-2).

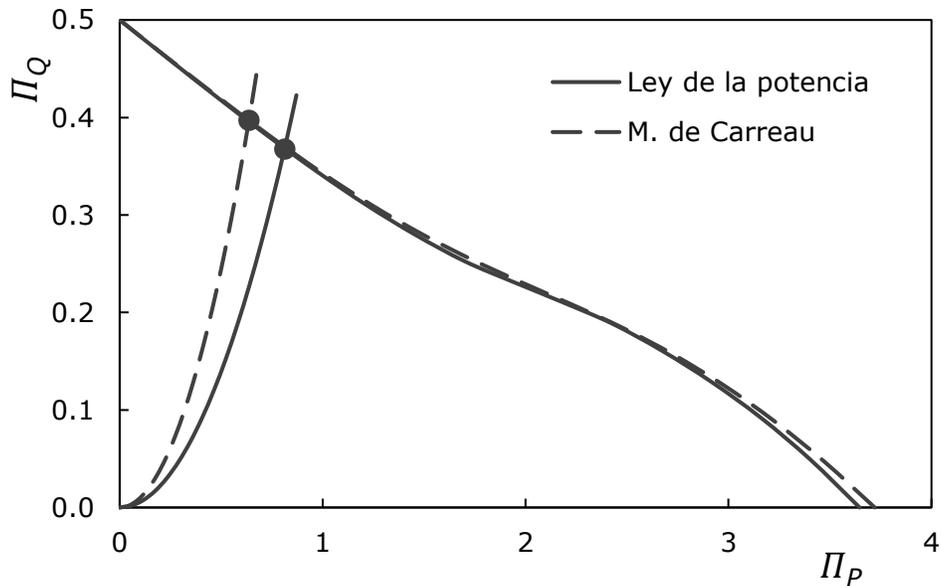


Figura 7-17. Comparación de las curvas y puntos de operación para los modelos Ley de la Potencia (con  $n = 0.5$  y  $m = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}^{0.5}$ ) y modelo de Carreau (con  $n = 0.5$ ;  $\lambda = 0.08 \text{ s}$ ;  $\mu_0 = 1.103 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  y  $\mu_\infty \rightarrow 0 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ).

De este modo, se puede explicar que, en la curva de operación del tornillo a valores cercanos a la caída de presión máxima, en los que se presenta esfuerzo igual a cero a causa del *back flow* (ver Fig. 7-3), y en la curva de operación de la boquilla se obtengan diferencias.

Durante el proceso de extrusión, aparecen valores de rapidez de corte que el modelo de Carreau describe mejor que la Ley de la Potencia (a bajas rapidezces de corte). En la Tabla 7-10 se puede observar las diferencias en la caída de presión, el incremento de temperatura y la potencia requerida, usando las propiedades del polímero base de la Tabla 7-4. El modelo de Carreau es similar a la Ley de la Potencia para el mismo índice de flujo cuando  $\lambda \rightarrow 1$ , como se ve reflejado en la Tabla 7-10.

Tabla 7-10. Condiciones de operación para los modelos de la Ley de la Potencia y modelo de Carreau.

	Ecuación constitutiva		
	Ley de la Potencia $n = 0.5$	Modelo de Carreau $n = 0.5; \lambda = 0.08$	Modelo de Carreau $n = 0.5; \lambda = 0.99$
$Q$ [cm <sup>3</sup> /s]	110.185	118.745	109.069
$\Delta P$ [MPa]	12.22	23.10	12.15
$\Delta T$ [K]	26.84	60.07	27.16
$\Pi_Q$	0.378	0.397	0.365
$\Pi_P$	0.813	0.637	0.807
$\theta$	0.173	0.387	0.175
$P_w$ [kW]	6.32	15.25	6.33

### 7.5.2. Curvas y puntos de operación de polímeros reales

Dados los resultados en la sección anterior, 7.5.1. Comparación entre Ley de Potencia y modelo de Carreau para el caso base, en esta sección se utiliza el modelo de Carreau para obtener los resultados de la Tabla 7-11 y la Fig. 7-18, utilizando datos reológicos y térmicos de algunos polímeros comunes fundidos (ver Tabla 11-4 y 11-5 del Apéndice B), y usando las medidas físicas y relaciones para el extrusor del caso base (Tablas 7-5 y 7-6).

Tabla 7-11. Condición de operación para cuatro distintos polímeros.

Polímero	$Q$ [cm <sup>3</sup> /s]	$\Delta P$ [MPa]	$\Delta T$ [K]	$P_w$ [kW]
HDPE (MI=10), Marlex, Philips/Chevron	102.47	79.11	124.34	26.62
PET, 7352, Amoco/BP	118.55	36.40	42.38	12.98
PVC, Polyvin 9774	141.28	4.16	44.67	13.43
Nylon 6, Zytel 330, Dupont	135.43	27.48	77.30	39.65

Los resultados de estas simulaciones, listados en la Tabla 7-11, muestran las diferencias del punto de operación para cada polímero. Las ecuaciones de balance de momentum y de balance energía guardan mucha relación con los parámetros reológicos y térmicos del polímero. Como se ve de manera gráfica en la Fig. 7-18, los puntos de operación del HDPE y PET o del PVC y Nylon 6 son cercanos, sin embargo, cabe recordar que las medidas adimensionales  $\Pi_Q$  y  $\Pi_P$  [Ecs.(7-17) y (7-18)], están en función de la viscosidad, y está varia a acuerdo al polímero y su punto de operación. Por lo cual, para un extrusor diseñado para un polímero en específico, no es recomendable cambiar el polímero de alimentación de manera arbitraria, ya que existe la posibilidad de que no se cumpla con la producción requerida, la potencia requerida no sea suficiente o esté sobrada, o que el incremento de temperatura asociado degrade al polímero químicamente. Un modelo sencillo, como el que se presenta en

este trabajo, puede servir como guía rápida para la evaluación de las consecuencias de dicho cambio en el polímero procesado y en el ajuste de las condiciones de operación para satisfacer las propiedades del polímero procesado y de producción.

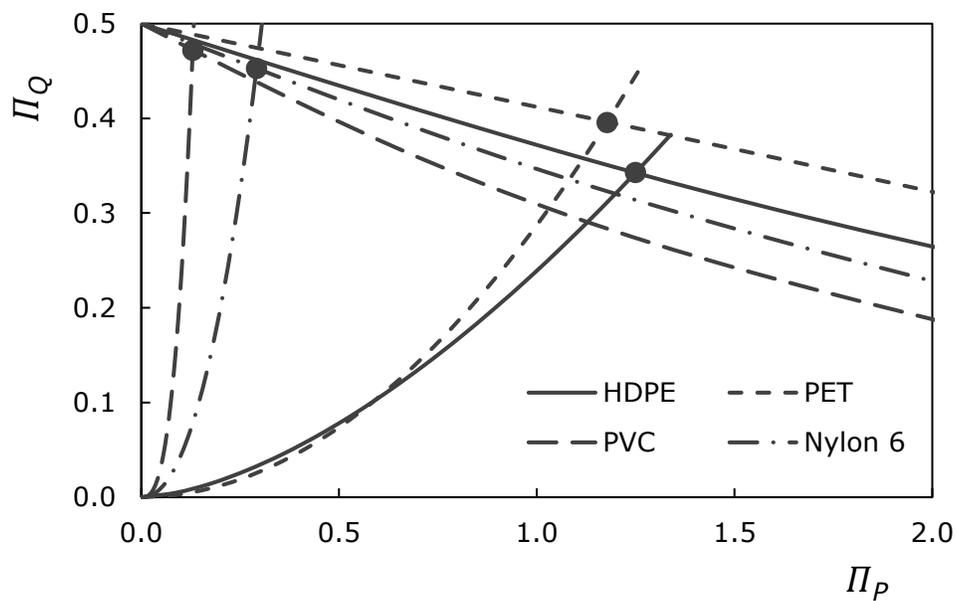


Figura 7-18. Comparación de las curvas y los puntos de operación con el modelo de Carreau para cuatro distintos polímeros.

## **8. Conclusiones**

Las conclusiones generadas a partir de este trabajo de tesis son:

1. El algoritmo numérico que se propone en este trabajo, calcula de manera consistente las soluciones analíticas que son posibles de obtener para el fluido newtoniano, tanto para la operación isotérmica como adiabática. Este algoritmo y su flexibilidad dan pie a poder agregar otros fluidos no newtonianos dentro del marco del fluido newtoniano generalizado en caso de ser requerido, para caracterizar distintos polímeros fundidos.

2. Se ha logrado discernir, mediante un modelo matemático relativamente sencillo, las influencias de la reología del fundido, las características del extrusor y las condiciones de operación para un extrusor alimentado con un polímero fundido (zona de dosificación). El diseño y operación de un extrusor debe ser específico para cada polímero. Los resultados muestran cambios en las curvas de operación y condiciones de operación con diferentes propiedades reológicas y térmicas. Además, existe gran variedad entre los parámetros reológicos y térmicos dentro de los distintos polímeros de uso común.

3. Existe una dependencia marcada entre las medidas del extrusor con las condiciones de operación, ya que están directamente relacionadas con la velocidad en cada componente, el ancho del canal, la caída de presión,

la resistencia de la boquilla entre otros; parámetros que se encuentran contenidos en las ecuaciones de balance de momentum y de energía (Tablas 7-1 a 7-3).

4. Las ecuaciones constitutivas de los fluidos no newtonianos considerados sólo describen el efecto de la dependencia de la viscosidad con la rapidez de corte y la temperatura. Estas dependencias nos dejan registrar cambio en las curvas de operación apreciables, que nos han permitido estimar a través de este modelo sencillo, el aumento en la temperatura por disipación viscosa como un marcador para prevenir condiciones de operación en el cual el polímero procesado pudiera ser degradado, perdiendo o afectando las propiedades mecánicas y organolépticas deseadas en alguna operación específica.

### **Trabajo a futuro**

Para elaborar este trabajo se tomaron consideraciones que simplificaban el proceso de extrusión, de este modo se puede expandir el trabajo hacia:

1. Tomar en cuenta un proceso no adiabático, en el cual las paredes del barril aportan o retiran energía durante el proceso de extrusión de un solo tornillo. De este modo, se analizará la transferencia de calor por conducción, a través las paredes del barril, y por disipación viscosa (Sheela-Francisca et al., 2012).

2. Analizar el proceso con más variables, esto es, analizar el problema tridimensional  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ . Además, tener en cuenta el flujo a través de los claros y la dependencia de las demás constantes físicas, como la densidad o el índice de flujo, con respecto a la presión y a la temperatura (Horst, 1977).

3. Describir de forma más completa el comportamiento de los polímeros fundidos a través de modelos viscoelásticos (esfuerzos normales y esfuerzos residuales), y tener en cuenta los esfuerzos extensionales; junto con esto, se modificará la ecuación de disipación de energía y, así, el sistema de ecuaciones que deben de resolverse (ecuaciones diferenciales parciales), que dirigirá a la consideración de métodos numéricos apropiados para resolverlas (Horst, 1977).

4. Al incorporar los modelos viscoelásticos, analizar los problemas de instabilidades en la extrusión como los son: la fractura del extrudido o la piel de tiburón (Petrie & Denn, 1976).

## 9. Bibliografía

- [1] Agassant, J., Avenas, P., & Sergent, J. (1991). Polymer processing. Principles and modeling. New York: Hanser Publishers.
- [2] Barnes, H., Hutton, J., & Walters, F. (1989). An introduction to rheology. Netherlands: Elsevier.
- [3] Beltrán, M., & Marcilla, A. (2012). Tecnología de polímeros (273). España: Rústica. pp. 103-106.
- [4] Bird, R., Stewart, W., & Lighfoot, E. (2006). Fenómenos de transporte. México: Limusa.
- [5] Bouchaib, R., & El Hami, A. (2018). Advanced Numerical Methods with Matlab 2 Resolution of Nonlinear, Differential and Partial Differential Equations. New Jersey: Wiley.
- [6] Chapra, S. C., Canale, R. P., & Sarmiento Ortega, S. M. (2011). Métodos numéricos para ingenieros. México: McGraw-Hill Interamericana.
- [7] Chhabra, P. (2009). Non-Newtonian Fluids: An Introduction (1-33). Institute of technology: Sunil.
- [8] Denn, M. M. (1980). Process Fluid Mechanics. New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- [9] Giles, H. G., Wagner, J. R., & Mount, E. M. (2005). Extrusion: The Definitive Processing Guide and Handbook. USA: William Andrew, Inc.
- [10] Hartnett, J., & Irvine, T. (1977). Advances in heat transfer (279). London: Academic Press.
- [11] Horts, H. W. (1997). Viscous dissipation in Shear Flows of Molten Polymers. New York: Academic Press, Inc.

- [12] Holzer, C. (2012). The Future of Polymer Processing. Agosto 24, 2018, de Department of Polymer Sitio web: <https://hrcak.srce.hr/file/116681>.
- [13] Kumar, A., & Gupta, R. (2003). Fundamentals of polymer engineering. New York: Marcel Dekker Inc.
- [14] Middleman, S. (1977). Fundamentals of polymer processing (254). Pennsylvania State University: McGraw Hill.
- [15] Nieves Hurtado, A., & Domínguez Sánchez F. C. (2012). Métodos numéricos aplicados a la ingeniería. México: Grupo Editorial Patria.
- [16] Odian, George. (2004). Principles of polymerization. Cuarta Edición. New York: Wiley Interscience.
- [17] Osswald, A. Tim, & Hernandez-Ortiz, Juan P. (2006). Polymer Processing. Modeling and Simulation. Munich: Hanser Publishers.
- [18] Petrie, Christopher J. S., & Denn, Morton M. (1976). Instabilities in Polymer Processing. AIChE, Vol.22 No.2.
- [19] Posada Bustamante, B. (2012). La degradación de los plásticos. Revista Universidad EAFIT, Vol. 30 (94).
- [20] Rauwendeal, C. (1994). Polymer extrusion. Munich: Henser Publishers.
- [21] Savgorodny, V. K. (1978). Transformación de plásticos. Barcelona: Gustavo Gili S.A.
- [22] Serrano, F., & Mendizábal, E. (2005). Introducción a la ciencia de los polímeros. Guadalajara, Jalisco.
- [23] Seymour, D., Shedd, M., Soto Franco, C., Angeles Angeles, J., & Seymour, D. (1981). Diferencias finitas: Una técnica para resolver problemas. México: Cecsa.

[24] Sheela, F. (2012). Heat transfer with viscous dissipation in Couette-Poiseuille flow under asymmetric wall heat fluxes. *Scientific research*, Vol.2 No.4.

[25] Tadmor, Z., & Gogos, C. (2006). *Principles of polymer processing* (961). New Jersey: Wiley Interscience.

## 10. Apéndice A. Ecuaciones de balance de momentum y números adimensionales

### Ecuaciones de balance de cantidad de movimiento y de rapidez de deformación.

Ecuación de balance de cantidad movimiento en términos del esfuerzo  $\tau$ , también llamada ecuación de Cauchy, en coordenadas cartesianas y cilíndricas (Tadmor & Gogos, 2006; Bird et al., 2006).

Tabla 10-1. Ecuación de balance de cantidad de movimiento en coordenadas rectangulares  $(x, y, z)$ .

---

$$\rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \rho g_x$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + \rho g_y$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z$$

---

Tabla 10-2. Ecuación de balance de cantidad de movimiento en coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ .

$$\rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \right) + \rho g_r$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} \right) + \rho g_\theta$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z$$

Tensor de esfuerzos para coordenadas cartesianas:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}. \quad (10-1)$$

Tensor rapidez de deformación para coordenadas cartesianas:

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} & 2 \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} & 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (10-2)$$

Magnitud del tensor rapidez de deformación para coordenadas cartesianas  
(Horst, 1977):

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\boldsymbol{\gamma}}:\dot{\boldsymbol{\gamma}})}, \quad (10-3)$$

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} = & \left(2\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2 + \left(2\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2 + \left(2\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2 \\ & + 2\left(\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)^2\right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2\right). \end{aligned} \quad (10-4)$$

Con las consideraciones hechas en las secciones 6.1. Balance de cantidad de movimiento para el tornillo y 6.2. Balance de cantidad de movimiento para la boquilla, la rapidez de deformación sólo es función de la derivada de  $v_z$  con respecto al eje espacial  $y$ , y se reduce a:

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dv_z}{dy} \\ 0 & \frac{dv_z}{dy} & 0 \end{pmatrix}. \quad (10-5)$$

A su vez, la magnitud del tensor rapidez de deformación es:

$$\dot{\gamma} = \left(\frac{dv_z}{dy}\right). \quad (10-6)$$

Al sustituir la magnitud del tensor rapidez de deformación  $\dot{\gamma}$ , en corte, rapidez de corte (ya que las deformaciones para el extrusor consideradas en este trabajo son sólo cortantes) en las ecuaciones constitutivas de La ley de la Potencia y el modelo de Carreau [Ecs.(6-7) y (6-8)], se obtienen:

Ley de la Potencia:

$$\tau_{zy} = -m \left( \frac{dv_z}{dy} \right)^{n-1} \frac{dv_z}{dy}. \quad (10-7)$$

Modelo de Carreau:

$$\tau_{zy} = - \left( \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left( 1 + \left( \lambda \frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \right) \frac{dv_z}{dy}. \quad (10-8)$$

## Números adimensionales

Ecuación de balance de momentum adimensional para la Ley de Newton:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla P - \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{Fr}. \quad (10-9)$$

- El número de Reynolds ( $Re$ ) define la relación de las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas, como:

$$Re = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas viscosas}} = \frac{\rho \langle V \rangle B}{\eta}. \quad (10-10)$$

Si  $Re \ll 1$  dominan efectos viscosos.

- El número de Froude ( $Fr$ ) define la relación de las fuerzas inerciales y las fuerzas externas, como:

$$Fr = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas externas}} = \frac{\langle V \rangle}{g \cdot B}. \quad (10-11)$$

Si  $Fr > 1$  efectos gravitacionales depreciables.

Ejemplo del número de Reynolds y del número de Froude para el caso base (ver tablas 7-4 a 7-6):

$$Re = \frac{950 \frac{kg}{m^3} \left(0.257 \frac{m}{s}\right) (5.08 \times 10^3 m)}{5.192 \times 10^2 \frac{N}{m^2}} = 2.39 \times 10^{-3}. \quad (10-12)$$

$$Fr = \frac{\left(0.257 \frac{m}{s}\right)^2}{9.81 \frac{m}{s^2} (5.08 \times 10^3 m)} = 1.32. \quad (10-13)$$

Estos números adimensionales permiten reforzar las consideraciones hechas en el trabajo; la transferencia de cantidad de movimiento se rige por fuerzas viscosas y el efecto de la gravedad (fuerzas externas) es despreciable.

## 11. Apéndice B. Tablas de propiedades de polímeros y medidas físicas del extrusor

### Tablas de propiedades reológicas y térmicas de algunos polímeros y de relaciones y medidas físicas de un extrusor.

Tabla 11-1. Medidas y relaciones típicas de extrusores.

$D_s$	{0.75, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.5, 4.5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 24} in
$L/D_s$	20 o menos para extrusores de alimentación o extrusores con fundidos 25 para moldeo por soplado, moldeo de película y moldeo por inyección 30 o más para extrusoras ventiladas o extrusoras de alto rendimiento
$L_s/D_s$	0.8 – 1.2 17.65° para $L_s = D_s$
$B/D_s$	(0.05 – 0.07) · $D_s$ para $D < 1.5$ in (0.02 – 0.05) · $D_s$ para $D > 1.5$ in
$N$ (rps)	1 – 2 rps para extrusores largos 1 – 5 rps para extrusores cortos
$U$	0.2 m/s para PVC sin plastificar 0.5 m/s para la mayoría de los polímeros 1.0 m/s para PELD

Modificado de (Osswald & Hernández-Ortiz, 2006).

Tabla 11-2. Valores de viscosidad de diferentes fluidos.

Fluido	Viscosidad aproximada en [Pa · s]
Vidrio fundido (500 °C)	$1 \times 10^{12}$
Bitumen	$1 \times 10^8$
Polímeros fundidos	$1 \times 10^3$
Jarabes	$1 \times 10^2$
Miel	$1 \times 10^1$
Glicerol	$1 \times 10^{-1}$
Aceite de oliva	$1 \times 10^{-2}$
Agua	$1 \times 10^{-3}$
Aire	$1 \times 10^{-5}$

Modificado de (Osswald & Hernández-Ortiz, 2006).

Tabla 11-3. Rangos aproximados de la rapidez de corte para distintos procesos.

Proceso	Rapidez de corte [s <sup>-1</sup> ]
Sedimentación	$10^{-6} - 10^{-4}$
Moldeo por compresión	1 – 10
Molido	10 – $10^2$
Calandrado	10 – $10^2$
Flujo a través de tubos	1 – $10^3$
Extrusión	$10^2 - 10^3$
Inyección	$> 10^3$

Modificado de (Osswald & Hernández-Ortiz, 2006).

Tabla 11-4. Datos reológicos de algunos polímeros.

Polímero	Viscosidad $\mu_o$ [Pas]	Ley de la Potencia		Modelo de Carreau		
		Rango de rapidez de corte [s <sup>-1</sup> ]	Índice de flujo $n$	Rango de rapidez de corte [s <sup>-1</sup> ]	Índice de flujo $n$	Constante $\lambda$ [s]
Polietileno de alta densidad (HDPE), (MI=10), Marlex, Philips/Chevron	$1.5 \times 10^3$	100 – 1500	0.60	2 – 1500	0.62	0.0437
Polietileno tereftalato (PET), 7352, Amoco/BP	$3.2 \times 10^2$	1400 – 14000	0.48	70 – 14000	0.51	0.0028
Policloruro de vinilo (PVC), Polyvin 9774	$2.6 \times 10^3$	400 – 14000	0.33	10 – 14000	0.36	0.0377
Nylon 6, Zytel 330, Dupont	$5.1 \times 10^3$	300 – 3000	0.40	3 – 3000	0.46	0.0260

Parámetros dados con  $\mu_\infty$  ajustado a cero. Modificado de (Tadmor & Gogos, 2006).

Tabla 11-5. Datos térmicos de algunos polímeros.

Polímero	Densidad $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Capacidad calorífica $C_p$ [kJ/kg K]	Constante $b$ [K <sup>-1</sup> ]
Polietileno de alta densidad (HDPE), (MI=10), Marlex, Philips/Chevron	791.5	2.64	0.0129
Polietileno tereftalato (PET), 7352, Amoco/BP	1254.5	2.06	0.0295
Policloruro de vinilo (PVC), Polyvin 9774	1274.0	1.67	0.0655
Nylon 6, Zytel 330, Dupont	984.0	3.85	0.0366

Modificado de (Tadmor & Gogos, 2006).

## 12. Glosario

---

Adelgazamiento al corte.	La reducción de la viscosidad con el incremento de la rapidez de corte en un flujo cortante constante.
Curva de flujo.	Una curva que relaciona el esfuerzo con la rapidez de corte.
Deformación.	Un cambio de forma, de volumen o ambos.
Ecuación constitutiva.	Ecuación que relaciona el tensor de esfuerzo, el tensor de rapidez de deformación, tiempo y algunas veces otras variables como la temperatura.
Fluido newtoniano.	Un modelo caracterizado por un valor constante para el cociente del esfuerzo cortante dividido por la rapidez de corte en un flujo cortante simple, y con cero diferencias normales de esfuerzo.
Fluido no newtoniano.	Cualquier fluido cuyo comportamiento no sigue el modelo newtoniano.
Flujo.	Una deformación, de la cual al menos parte no es recuperable (uso reológico).
Flujo de Couette entre placas planas.	Flujo cortante simple entre placas planas en movimiento relativo en su propio plano.
Flujo de Poiseuille.	Flujo laminar en un tubo de sección circular bajo un gradiente de presión constante.
Flujo laminar.	Flujo sin turbulencia.

Gradiente de velocidad.	La derivada de la velocidad de un elemento fluido con respecto a una coordenada espacial.
Rapidez de corte.	El cambio del movimiento de una capa de material en relación con capas adyacentes paralelas por unidad de tiempo $\dot{\gamma}$ .
Reología.	La ciencia que estudia la deformación y el flujo de materia
Viscoelástico.	Término descriptivo para un líquido que tiene propiedades tanto viscosas como elásticas.
Viscosidad.	Cualitativamente, la propiedad de un material para resistir la deformación.

---