



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA - SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

**DISEÑO DE OBSERVADORES NO LINEALES PARA  
GENERADORES SÍNCRONOS**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
**MAESTRO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

PRESENTA:  
**ANDRÉS ADÁN JUÁREZ IBARRA**

TUTOR PRINCIPAL  
**DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. ENERO, 2020



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



JURADO ASIGNADO:

Presidente:

Secretario:

Vocal:

1er. Suplente:

2o. Suplente:

La tesis se realizó en .

TUTOR DE TESIS:

DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ  
FACULTAD DE INGENIERIA

---

---

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Rubén Tapia Olvera

Vocal: Dr. Gerardo René Espinosa Pérez

Secretario: Dr. Claudio Rubén Fuerte Ezquivel

Primer suplente: Dr. Mario Roberto Arrieta Paternina

Segundo suplente: Dr. José Juan Manuel Ramírez Arredondo

Esta tesis se realizó en el Laboratorio de Control perteneciente a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería en la UNAM.

Director de Tesis:

---

---

Dr. Gerardo René Espinosa Pérez.

*“Recordamos haber vivido, no haber durado...  
Este trabajo va dedicado a mi familia  
Javier, Alma, Héctor y Mar*



# Reconocimientos

---

Agradezco a mi familia, especialmente a mis padres por hacerme creer que todo es posible y por siempre estar a mis espaldas para ofrecer su apoyo y ayuda, la solicitara o no.

Al Dr. Gerardo Espinosa por su confianza, apoyo, amistad y paciencia incondicionales y por llevar este proyecto a buen puerto.

Al jurado por la confianza y tiempo que dedicaron a la evaluación del presente trabajo.

A Michael por su amistad, paciencia y generosidad para compartir su conocimiento, estando ahí para resolver cualquier duda.

A los miembros del laboratorio de control y mis compañeros de la maestría, por la amistad, ayuda, tiempo risas y motivación.

Al CONACYT por brindarme sustento económico para este período.

A mis amigos, por siempre preguntar ¿Cómo va la maestría? pese a no entender del todo lo que estaba haciendo.

A la Facultad de Ingeniería por brindarme una sólida formación como ingeniero y ahora como maestro y por ser mi hogar por un largo tiempo.

Finalmente a la UNAM por permitirme aspirar a una carrera universitaria para desarrollarme como profesionista y ser humano.

# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>xI</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>xII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Antecedentes . . . . .	2
1.3. Formulación del problema . . . . .	4
1.4. Contribuciones . . . . .	5
1.5. Estructura de la Tesis . . . . .	6
<b>2. Control Basado en Pasividad para SMIB.</b>	<b>7</b>
2.1. Pasividad. . . . .	7
2.2. Sistemas Hamiltonianos. . . . .	8
2.3. Generador síncrono conectado a bus infinito. . . . .	10
2.3.1. Modelo mecánico . . . . .	10
2.3.2. Modelo eléctrico . . . . .	12
2.3.3. Modelo de un eje (Con decaimiento de flujo) . . . . .	15
2.3.4. Equilibrio del SMIB . . . . .	19
2.4. Control basado en pasividad . . . . .	19
2.4.1. Metodología IDA-PBC para sistemas Hamiltonianos controlados por puerto. . . . .	20
2.4.2. Control basado en pasividad para SMIB . . . . .	21
<b>3. Diseño de observadores</b>	<b>24</b>
3.1. Observación de estados . . . . .	24
3.2. Metodología de diseño del observador no lineal . . . . .	27

3.2.1. Estructura . . . . .	27
3.2.2. Diseño del observador . . . . .	28
3.2.2.1. Primera propuesta de observador . . . . .	28
3.2.2.2. Reformulación del observador . . . . .	29
3.2.2.3. Prueba de convergencia del observador . . . . .	31
3.2.3. Diseño de observador no lineal para SMIB. . . . .	33
3.3. Metodología de diseño del observador lineal. . . . .	35
3.3.0.1. Diseño del observador . . . . .	35
3.3.0.2. Prueba de convergencia del observador. . . . .	36
3.4. Validación numérica de los observadores. . . . .	37
3.4.1. Validación en lazo abierto para el observador no lineal. . . . .	38
3.4.2. Validación numérica en lazo abierto para el observador lineal . . . . .	40
3.5. Discusión de los resultados. . . . .	41
<b>4. PBC basado en observador para el SMIB</b>	<b>43</b>
4.1. Estabilidad entrada–estado del PBC . . . . .	43
4.2. Lazo cerrado: Ley de control basada en el observador no lineal. . . . .	45
4.3. Lazo cerrado: Ley de control basado en el observador lineal . . . . .	47
4.4. Validación numérica. . . . .	50
4.4.1. Validación numérica del controlador basado en observador no lineal para SMIB. . . . .	50
4.4.2. Validación numérica del controlador basado en observador lineal para SMIB. . . . .	53
4.5. Discusión de la validación numérica . . . . .	55
<b>5. Conclusiones</b>	<b>56</b>
5.1. Trabajo futuro . . . . .	57
<b>Bibliografía</b>	<b>58</b>

# Índice de figuras

---

2.1. Generador síncrono conectado a un bus infinito . . . . .	10
2.2. Circuito reducido equivalente del SMIB. . . . .	13
2.3. Curva de potencia-ángulo. . . . .	14
2.4. Circuito dinámico del modelo de un eje del generador síncrono . . . . .	17
3.1. Problema de observación . . . . .	24
3.2. Clasificación de observadores de estados . . . . .	26
3.3. Velocidad síncrona del generador. . . . .	39
3.4. Voltaje interno de la máquina. . . . .	39
3.5. Error de observación. . . . .	40
3.6. Velocidad y voltaje interno del generador. . . . .	40
3.7. Error de observación. . . . .	41
4.1. Velocidad angular . . . . .	51
4.2. Voltaje interno . . . . .	51
4.3. Error de observación de la velocidad angular . . . . .	52
4.4. Error de observación voltaje . . . . .	52
4.5. Velocidad angular . . . . .	53
4.6. Voltaje interno . . . . .	54
4.7. Error de observación de la velocidad angular . . . . .	54
4.8. Error de observación voltaje . . . . .	55

# Índice de tablas

---

3.1. Parámetros del generador . . . . .	38
---	----

# Introducción

---

## 1.1. Motivación

El sistema eléctrico de potencia (SEP) es un conjunto de elementos interconectados conformado, de manera general, por tres partes principales: generación, transmisión y distribución. Dicho sistema tiene como objetivo suministrar energía eléctrica desde la etapa de generación hasta la etapa de distribución, con la finalidad de llevar la energía eléctrica necesaria al conjunto de cargas que se encuentran conectadas a dicho sistema.

Para satisfacer este objetivo, un sistema eléctrico de potencia convencional, transforma diversos tipos de energía, por ejemplo, energía cinética, energía térmica, energía nuclear, etc., en energía eléctrica (Generación). Dicha energía eléctrica generada, se eleva a altos niveles de tensión para poder viajar a largas distancias (Transmisión), llegar y ser distribuida a los diferentes lugares y diferentes niveles de tensión que los usuarios necesitan (Distribución). Por último, los usuarios utilizan esa energía eléctrica, transformándola en otros tipos de energía para los fines deseados (Utilización).

Dados los problemas ambientales que se viven de manera global, en la actualidad es inminente la penetración de generación con base en energías renovables y esto trae consigo una considerable alteración al proceso anteriormente descrito y a su vez nuevos retos ocasionados por fenómenos como la naturaleza estocástica e intermitente de estas fuentes de generación, los flujos de potencia bidireccionales, la inclusión de electrónica de potencia, entre otros. En adición a dichos problemas, existe la presencia de fenómenos externos que de igual manera que en los SEP tradicionales ocasionan fallas simétricas y asimétricas complicando aún más el problema en los SEP. A pesar de lo anteriormente descrito, el SEP debe brindar un servicio confiable y continuo, debe protegerse a sí mismo, regularse y adecuarse a las necesidades y demandas de las cargas.

Todos estos fenómenos en conjunto, se consideran perturbaciones que afectan la operación del sistema. Si el sistema fue correctamente diseñado, tendrá la capacidad de volver a un punto de operación equilibrado, lo cual es conocido como *estabilidad transitoria*. No obstante, aunque el sistema regrese a un punto de operación equilibrado, existe un período transitorio en el cual el sistema experimenta un comportamiento oscilatorio y se manifiesta en todas las variables asociadas al sistema tales como las velocidades, ángulos de rotor, la potencia entregada por las

unidades generadoras, fasores de voltajes y corrientes en terminales.

Dichas perturbaciones ocasionan que el sistema de potencia experimente períodos transitorios oscilatorios asociados a sus dinámicas eléctricas y mecánicas. Las oscilaciones lentas se encuentran asociadas a la dinámica mecánica del generador y son conocidas como *Oscilaciones electromecánicas*. El análisis de este tipo de fenómenos producen dentro de la teoría de sistemas de potencia un área de oportunidad importante ya que el estudio y amortiguamiento de dichas oscilaciones electromecánicas pueden prevenir la pérdida de sincronismo en las unidades generadoras de un SEP e incluso evitar la posible inestabilidad del sistema provocados por este tipo de oscilaciones originadas por una perturbación. Cabe resaltar que la presencia de estas oscilaciones en el SEP puede comprometer la transferencia de potencia, inducir estrés mecánico a los ejes de las unidades de generación o incluso un completo *balck out* del sistema. Como ejemplo, está el apagón ocurrido en agosto de 1996 en el sistema *Western Council Cordinated System* (WSCC) [11]. Existen técnicas de control ampliamente utilizadas para mejorar las propiedades de estabilidad transitoria, regular, automatizar o compensar los sistemas de potencia, como son los sistemas de regulación por ejemplo, el *Automatic Voltage Regulator* (AVR), por sus siglas en inglés, gobernador de la turbina, *Flexible Altern Current Transmission System* (FACTS), por sus siglas en inglés, que además, a menudo trabajan en conjunto con otros sistemas como el *Power System Stabilizer* (PSS), por sus siglas en inglés, entre otros. En la actualidad, debido a lo complejos que se han convertido los sistemas de potencia, los controladores usados de manera usual suelen no tener el desempeño deseado complicando la tarea de mantener al sistema bajo el régimen de estabilidad transitoria; por esa razón, es necesario buscar nuevos esquemas de control que permitan mantener o mejorar la estabilidad transitoria del SEP, como ejemplos de estas técnicas se tienen los esquemas reportados en [7] y [24] que presentan esquemas de control diseñados bajo la teoría de sistemas basados en pasividad.

Cualquiera que sea el esquema de control, ya sean esquemas clásicos en sistemas de potencia como  $AVR + PSS$  o esquemas de control diseñados con base en teoría no lineal, es necesario, para la implementación de los controladores el conocimiento de algunas variables del generador. En algunos casos, para obtener dicha información, basta con medirla. Desafortunadamente, hay situaciones que impiden tener acceso a la medición de la variable requerida, como por ejemplo, que el instrumento de medición es muy caro o no existe. En algunas ocasiones es físicamente imposible tener acceso al punto donde se requiere la medición o inclusive, que la variable requerida matemáticamente defina el comportamiento del sistema pero no exista físicamente, entre otras. Como consecuencia, no es posible tener toda la información asociada al sistema y esto dificulta, incluso impide, ejecutar la tarea deseada satisfactoriamente. Afortunadamente, existen técnicas de *Observación de estados* que a partir de la medición o el conocimiento de algunas variables del sistema hacen posible reconstruir las variables a las cuáles no se tiene acceso por la medición.

## 1.2. Antecedentes

En [9] se menciona que tanto en el ámbito científico, como en el práctico, a menudo es utilizada la suposición de un sistema conectado a un bus infinito equivalente para realizar estudios de estabilidad de ángulo de rotor y se propone una técnica para establecer un criterio para cuantificar la validez del análisis de oscilaciones electromecánicas y estabilidad de ángulo de rotor en sistemas de potencia, considerando un bus infinito. Algunos ejemplos de esto se pueden encontrar en [19], [9], [21], [4] y [5] en los que se muestra que realizar estudios de estabilidad

bajo la suposición de un *Single Machine Infinite Bus* (SMIB), por sus siglas en inglés, es válido y útil para algunos casos.

En [19], se aborda la importancia del papel que juega el PSS en conjunto con el AVR para amortiguar el comportamiento oscilatorio en sistemas de potencia. En [21] se lleva a cabo una comparación de diferentes tipos de estabilizadores de potencia. Se compara un PSS que trabaja en conjunto con el sistema de excitación, que considera la velocidad de la máquina por entrada y dos estabilizadores *Battery Energy Storage System* (BESS), por sus siglas en inglés, de los cuales, uno compensa potencia activa y el otro compensa potencia reactiva. Se ponen a prueba los tres principios de estabilización bajo diversas condiciones de operación y bajo influencia de diferentes parámetros tales como la longitud de las líneas de transmisión.

Como se analiza en [21], los dispositivos FACTS también presentan propiedades favorables para mitigar oscilaciones en los sistemas de potencia. En [8] se aborda dicho propósito específicamente empleando controladores basados en FACTS, tales como un ultracapacitor y un STATCOM.

Dicho comportamiento oscilatorio a mitigar es fomentado también por la inminente inclusión de las fuentes no convencionales a la red. Un ejemplo es como se menciona en [23], que debido a la inclusión de generadores eólicos y las largas distancias requeridas para transportar su energía generada, provocan mayor presencia de potencia reactiva en la red, fomentando dichas oscilaciones. En ese mismo trabajo se propone un controlador basado en *Permanent Magnet Synchronous Machine*, (PMSG) por sus siglas en inglés para la parte de los generadores eólicos. Cuando el objetivo es mejorar la estabilidad del sistema de área amplia, se proponen controladores locales, los cuales, no poseen por sí mismos información respecto a los modos oscilatorios del sistema global por lo cual requieren de mediciones de voltajes y corrientes otorgadas por *Phasor Units Measurements*, (PMUs), por sus siglas en inglés.

En el estudio de los sistemas de potencia los PMUs han ayudado a resolver de manera más eficiente algunos problemas tanto de control como de estimación. Existe literatura en donde se aborda el problema de observación empleando PMUs como herramienta, ya sea para caracterizar regiones de observabilidad [6], para realizar el monitoreo de diferentes aspectos del sistema de potencia [16],[14]. De manera adicional en [12] también recurre a las mediciones brindadas por PMUs para amortiguar oscilaciones inter-área, en donde dichas mediciones son aprovechadas por un controlador basado en lógica difusa, el cual controla un *Tyristor Controlled Series Compensated*, (TCSC) por sus siglas en inglés, que incrementa o reduce la impedancia de la línea de transmisión, para aumentar o disminuir la transferencia de potencia entre áreas y así evitar aceleración de los rotores en cualquiera de las dos áreas, mitigando el comportamiento oscilatorio y mejorando así la estabilidad del sistema. Otra aplicación de los PMUs es la que se muestra en [4]. En este trabajo se preocupan también por mejorar la estabilidad transitoria y realizan un análisis comparativo de técnicas basadas en mediciones discretas otorgadas por PMUs y técnicas basadas en un escenario continuo.

Dentro de las alternativas para amortiguar oscilaciones existe dentro de la literatura de potencia una tendencia hacia el diseño de controladores con técnicas basadas en modelo como en [7] y [24], estos diferentes esquemas de control se encuentran diseñados bajo el enfoque de pasividad. Existen otro tipo de esquemas de control también basados en modelo que emplean formalismos en su diseño muy particulares como en [20]. La desventaja de los controles que existen en la teoría de sistemas de potencia (AVR+PSS) así como las opciones basadas en modelo es que necesitan del conocimiento de algunas variables del sistema dinámico, variables que en ocasiones no es posible medir. Por esa razón es necesario emplear algunas metodologías de estimación para poder reconstruir las variables que son necesarias para aplicar los controladores;

la estimación de estados dentro de los sistemas de potencia tiene un fuerte desarrollo teórico dentro del área. El primer trabajo que abordó este problema fue [1] donde plantea las bases de la estimación de estados en los SEP. De manera similar, puede verse [5] en que se propone una técnica basada en PMUs para estimar parámetros y algunas variables de los generadores síncronos, utilizando como herramienta una variante del *filtro de Kalman*. En [2] se presenta una técnica de observación para detectar anomalías en el sistema, por ejemplo operaciones fuera de las condiciones nominales. Ambos casos [5] y [2], se valen de mediciones de los PMU y de una discretización del sistema de potencia; en la referencia [25] se propone un método basado en mediciones en tiempo real brindadas por PMUs, de estimación dinámica de parámetros de generadores síncronos; parámetros tales como impedancias propias de los generadores o constantes de inercia, mas no variables dinámicas (estados) de los generadores.

En [15], se propone una técnica de estimación dinámica de la velocidad del generador síncrono, orientada a colaborar en estudios de estabilidad transitoria. Se realiza una comparación entre la técnica propuesta basada en *frequency divider formula* y una técnica convencional basada en mínimos cuadrados ponderados. Realiza un estudio de la cantidad mínima de PMUs para que la estimación dinámica de la velocidad sea confiable.

Mientras [27] realiza una amplia y vigorosa descripción del porque hacer estimación dinámica en sistemas de potencia, este último trabajo corresponde a un *Taskforce* en estimación dinámica de estados, el cual se da a la tarea de unificar información, técnicas, terminología, ventajas, tendencias y retos respecto a estimación dinámica, con el fin de establecer bases sólidas y concretas para futuras investigaciones y desarrollos, ya que a fechas actuales, es un tema abierto y de interés. En la referencia [27], puede verse que gran parte de las alternativas y desarrollos empleados en el área se basan en variantes del ampliamente conocido y aplicado filtro de Kalman. Si bien esta técnica de estimación funciona, la sintonización e implementación es muy complicada, por eso, el estudio de esquemas de observación bajo técnicas no lineales es una herramienta novedosa para dar solución a este tipo de problema [3].

Por otra parte en [19], [9], [21] y [5], se ilustra que es muy común recurrir a una aproximación lineal del modelo del sistema de potencia, o en [4] y [2] a un modelo discretizado de dicho sistema. Como es posible ver en [23], [12], [4], [5], [2], [25], [15] y [27], el trabajo desarrollado respecto a estimación de estados dinámica en sistemas de potencia, para afrontar problemas como amortiguar oscilaciones, actualmente tiene una clara tendencia a basarse en mediciones en tiempo real, en consecuencia existe una gran dependencia de los PMUs.

### 1.3. Formulación del problema

El objetivo de este trabajo se centra en el diseño de esquemas de observador de estados para un modelo matemático, asociado a la dinámica asociada al SMIB; los observadores se diseñaran considerando los siguientes casos.

- En el primer caso, se considera el modelo no lineal de tercer orden de la máquina síncrona considerando que sólo es posible medir el ángulo del rotor del generador.
- En el segundo caso para realizar el diseño del observador, se Aprovechan las mediciones de las variables eléctricas que los dispositivos PMUs pueden proveer como son fasores de voltajes y corrientes en terminales del generador, para inferir señales como la potencia eléctrica y el ángulo del rotor.

Las técnicas de observación de estados mayormente empleadas para resolver este problema, requieren del modelo linealizado del sistema, por lo cual su región de operación se limita al punto de operación alrededor del cual fue linealizado, sin mencionar la desventaja de la necesidad de linealizar dicho modelo. Por otra parte, aquellas que no se valen del modelo del sistema, sino de procesamiento de señales y de mediciones, por ejemplo, no muestran pruebas formales de convergencia.

Como es posible ver en los antecedentes, la solución al problema de estimación dinámica de estados es en gran medida basada en mediciones otorgadas por los PMUs y en el muy conocido y ampliamente utilizado *Filtro de Kalman* y sus variantes, los cuales, pese a funcionar no muestran pruebas formales de convergencia y cuya sintonización es una cuestión compleja y poco trivial.

El problema puede resumirse a través de la siguiente ecuación

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x - \hat{x} = 0 \quad (1.1)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  son las variables reales del generador, mientras  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  son las variables estimadas. Adicionalmente al problema de observación, se plantea un problema de control reportado en [7], en donde se busca a través de la implementación del controlador que se logre amortiguar las oscilaciones de un sistema SMIB considerando que las variables del controlador serán las variables obtenidas por el esquema de observación.

El diseño de esquemas de control, en su mayoría depende de las variables a las cuáles se tienen acceso a medición, el uso de PMUs en los sistemas de potencia facilita el acceso a diferentes variables eléctricas en diversas partes de la red, en este caso, las mediciones de que brinda los dispositivos PMUs son funciones no lineales de los estados dinámicos de los generadores, eso ocasiona un problema en la implementación de los controladores, ya que usualmente, dependen solamente de dichos estados dinámicos para poder cumplir el objetivo de control. Por esa razón es necesario diseñar esquemas de estimación u observación, en donde empleando las mediciones de los PMUs sea posible recuperar los estados dinámicos de los generadores.

## 1.4. Contribuciones

Las contribuciones de este trabajo se pueden separar en dos principales

- Se presenta el diseño de dos esquemas de observación, el primero es diseñado para el modelo no lineal del generador síncrono de tercer orden conectado a un bus infinito, el cual, mediante la medición de la posición angular del generador, es capaz de reconstruir la velocidad y la componente en el eje de cuadratura de la magnitud del voltaje interno de la máquina. El segundo esquema de observación corresponde a uno para el modelo no lineal de tercer orden, pero en este caso, se toman en cuenta las mediciones de los dispositivos PMUs con el objetivo de reconstruir la velocidad y la componente en el eje de cuadratura de la magnitud del voltaje interno del generador.
- Se realizó el análisis del sistema en lazo cerrado, es decir el sistema con controlador y observador, obteniendo propiedades de estabilidad de todo el sistema en conjunto para ambos casos de los esquemas de observación.

- Dicho esquema de control basado en observador, fue implementado satisfactoriamente en el modelo no lineal de tercer orden del generador síncrono, conectado a un bus infinito.

Si bien, el esquema de observación para el sistema sin considerar PMUs presenta ventajas en relación al número de variables que se consideran medibles, al emplear la información brindada por el PMU el diseño del esquema de observación es mucho más sencillo en su estructura debido a que todas las no linealidades del sistema se encuentran implícitas en las mediciones brindadas por el dispositivo PMU.

## 1.5. Estructura de la Tesis

Éste trabajo de tesis, consta de cinco capítulos en donde el presente capítulo brinda en esencia la motivación de este trabajo de tesis, así como un panorama de las técnicas y retos que existen actualmente respecto al problema de estimación y control en sistemas de potencia.

- En el Capítulo 2 se presentan algunos conceptos básicos para entender el planteamiento del esquema de control mostrado en [7]. También se muestra el modelo matemático del sistema SMIB con el que se trabajará en esta investigación, para que finalmente se muestre la ley de control con la que se trabajará a lo largo del presente escrito.
- En el Capítulo 3 se describe la técnica de observación de estados empleada en este trabajo de tesis. Se realiza un desarrollo de la metodología del diseño del observador genérico para sistemas no lineales. Posteriormente se diseña el observador para algunos casos de estudio y se ilustra mediante simulaciones el funcionamiento del observador diseñado.
- En el Capítulo 4 se lleva a cabo la interconexión entre el sistema y esquema de control con los observadores diseñados, i.e. la implementación de un esquema de control basado en el observador de estados diseñado, así como la prueba formal de convergencia para todo el sistema.
- En el Capítulo 5 se realizan las conclusiones obtenidas de la realización de este trabajo y se proveen propuestas de trabajo futuro así como de problemas que quedan abiertos.

# Control Basado en Pasividad para SMIB.

---

## 2.1. Pasividad.

El concepto de energía es de los más importantes en el desarrollo de la ciencia y la ingeniería, específicamente, el concepto de pasividad se encuentra asociado con la propiedad de algunos sistemas en donde su energía puede ser incrementada sólo a través del suministro desde una fuente externa. Para motivar la definición de esta propiedad se empleará como ejemplo las redes eléctricas y sus elementos, considere un elemento resistivo que posee dos variables de puerto, voltaje ( $u$ ) y corriente ( $y$ ) que son llamadas variables de puerto, en donde el producto entre dichas variables tiene unidades de potencia.

Si se considera que la corriente de la resistencia se representa a través de la siguiente función sin memoria

$$y = h(t, u) \tag{2.1}$$

donde  $h : [0, \infty) \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$ , es posible establecer condiciones de pasividad de acuerdo a las propiedades del producto entre el voltaje y la corriente como se enuncia a continuación.

- Si el producto  $uh(t, u) \geq 0$  el sistema es pasivo.
- Si el producto  $uh(t, u) = 0$  el sistema es considerado sin pérdidas.

Para establecer una definición formal de pasividad se plantea lo siguiente. Considere el producto interno definido de la siguiente forma

$$\langle f, g \rangle_T = \int_0^T f^\top(t)g(t)dt \tag{2.2}$$

para  $f(t), g(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ . Es posible definir la propiedad de pasividad como sigue

**Definición 2.1.1** *Pasividad.* Sea  $U$  un espacio lineal con producto interno  $\langle, \rangle$  y norma correspondiente  $\|\cdot\|$ . Sea  $G : L_{2e}(U) \rightarrow L_{2e}(U^*)$  un mapeo de entrada-salida. Bajo estas condiciones si  $\forall u \in L_{2e}(U)$  y  $\forall T \geq 0$  existe una  $\beta$ , tales que

- $\langle G(u), u \rangle_T \geq -\beta$ , entonces  $G$  es pasivo.

Para comprender mejor la definición de pasividad, se realizan las siguientes observaciones<sup>1</sup>

**Observación 2.1.1** *La desigualdad dada en la definición se le conoce como desigualdad de pasividad.*

**Observación 2.1.2** *La cantidad del producto interno  $\langle y, u \rangle_T$  denota la energía suministrada externamente durante el intervalo  $[0, T]$ .*

**Observación 2.1.3** *La desigualdad de pasividad establece que  $\langle G(u), u \rangle_T + \beta \geq 0$ , es decir que la energía del sistema se encuentra acotada por abajo.*

**Observación 2.1.4** *Note que de la desigualdad  $-\langle G(u), u \rangle_T \leq \beta$ , expresa que la máxima energía extraíble es acotada por una constante finita  $\beta$ .*

**Observación 2.1.5**  *$G$  es pasivo si y solo si una cantidad finita de energía puede ser extraída del sistema.*

## 2.2. Sistemas Hamiltonianos.

Es posible emplear el formalismo Hamiltoniano para representar una amplia clase de sistemas no lineales en donde la principal característica de esta representación es la inclusión explícita de la contribución del gradiente de la función de energía del sistema. Esta representación permite ver al sistema como un manipulador de energía que interactúa vía puertos de entrada y salida, de manera general es posible definir a los sistemas físicos definidos bajo el formalismo Hamiltoniano, como sistemas de parámetros concentrados con elementos almacenadores y disipadores de energía así como fuentes interconectados entre sí por medio de estructuras que preservan potencia. Una clase especial de sistemas Hamiltonianos son aquellos considerados controlados por puerto, dichos sistemas tienen la siguiente representación [26]

---

<sup>1</sup>Para abordar de manera más profunda los conceptos para llegar a la definición de pasividad consulte la referencia [26] y las referencias en ella.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= J(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u, & x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \\ y &= g^\top(x) \frac{\partial H}{\partial x}, & y \in \mathbb{R}^m\end{aligned}\quad (2.3)$$

donde  $J(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es antisimétrica, i.e.  $J(x) = -J^\top(x)$ , diferenciable,  $g(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  que junto con la matriz  $J(x)$  representa la estructura de la interconexión del sistema, en particular  $g(x)$  modela los puertos del sistema, es decir como se relaciona el sistema con las entradas externas; la función  $H(x)$  es el Hamiltoniano del sistema, es decir,  $H(x)$  es una función escalar de variable vectorial, i.e.  $H : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , definida positiva con respecto a  $x_*$  tal que  $H(x_*) = 0$ . El Hamiltoniano define la energía almacenada en el sistema, en donde al calcular la derivada con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias del sistema representado por la ecuación (2.3), se encuentra una propiedad básica de estos sistemas que se encuentra asociado al balance energético

$$\frac{dH(x(t))}{dt} = u^\top(t)y(t) \quad (2.4)$$

que debido a la antisimetría de  $J(x)$ , corresponde a una estructura de conservación de potencia.

Debido a que la gran mayoría de los sistemas disipan energía, existe una variante de los sistemas Hamiltonianos controlados por puerto que incluyen disipación [26].

Considere un sistema Hamiltoniano con la estructura (2.3), las fuerzas externas  $g(x)u$  se representan como

$$\begin{bmatrix} g(x) & g_R(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ u_R \end{bmatrix} = g(x)u + g_R(x)u_R \quad (2.5)$$

por lo tanto se supone una nueva salida definida de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} y \\ y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g^\top(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} \\ g_R^\top(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

donde  $u_R$  e  $y_R$  son las entradas y salidas del sistema a las cuales se la asocian propiedades disipativas. Las entradas disipativas se encuentran relacionadas de la siguiente forma con las salidas disipativas

$$u_R = -F_R(y_R) \quad (2.7)$$

donde  $F_R : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$  es una relación estática que satisface  $y_R^\top F_R(y_R) \geq 0$ . A partir del desarrollo matemático presentado en [26], la relación  $F_R$  se puede obtener partiendo de una función  $\mathbf{R} : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  dado que cumple  $F_R(y_R) = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y_R}$ , por lo tanto al sustituir las condiciones anteriores es posible expresar a los sistemas Hamiltonianos controlados por puerto de la siguiente forma

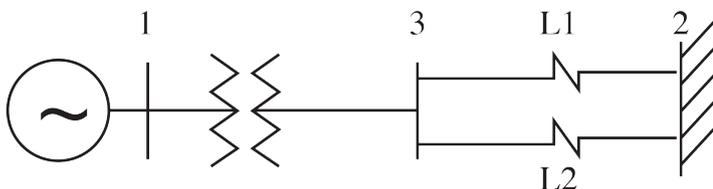
$$\begin{aligned}\dot{x} &= (J(x) - R(x)) \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u \\ y &= g^\top(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x}\end{aligned}\quad (2.8)$$

en donde el término  $R(x) = R^\top(x) \geq 0$  que es la matriz de disipación del sistema.

La formulación de sistemas Hamiltonianos controlados por puerto con disipación permite analizar sus dinámicas y propiedades de estabilidad con métodos de análisis como Lyapunov.

## 2.3. Generador síncrono conectado a bus infinito.

El sistema SMIB, es una idealización de un sistema eléctrico de potencia, el cual, representa en su contexto más general, la interconexión de unidades generadoras y áreas de carga a través de líneas de transmisión. En la figura 2.1 se puede observar esto de manera gráfica, un generador conectado a un bus infinito mediante una impedancia que representa un circuito equivalente de interconexión entre la máquina y el bus infinito. Un sistema SMIB, puede representar también el equivalente de Thévenin, el cual expresa la reducción de toda la red eléctrica en un punto de interconexión.



**Figura 2.1:** Generador síncrono conectado a un bus infinito

El modelo del generador síncrono puede ser definido considerando por separado las dinámicas mecánicas y las dinámicas eléctricas asociadas a dicho generador, para posteriormente definir las relaciones de interconexión entre ambos sistemas, por lo que a continuación se realiza un estudio del modelo mecánico y el eléctrico.

### 2.3.1. Modelo mecánico

La ecuación que define el movimiento del rotor del generador está descrita por la ecuación diferencial de segundo orden, la cual representa la dinámica de rotación

$$J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = T_m - T_e \quad (2.9)$$

donde  $J$  es el momento de inercia,  $\theta_m$  es la posición angular del rotor con respecto a un eje estacionario,  $T_m$  es el torque mecánico de entrada neto,  $T_e$  es el torque electromagnético. Al multiplicar ambos lados de la ecuación (2.9) por la velocidad nominal del rotor ( $\omega_m$ ), se obtiene la siguiente expresión

$$M \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad (2.10)$$

donde  $M = J\omega_m$  es el momento angular y resulta conveniente expresar  $\theta_m$  como

$$\theta_m = \omega_m t + \delta_m \quad (2.11)$$

donde  $\delta_m$  es el ángulo del rotor con respecto a un marco de referencia rotatorio síncrono con velocidad  $\omega_m$ .

Sustituyendo (2.11) en (2.10), se obtiene

$$M \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad (2.12)$$

La ecuación (2.12) es conocida como la ecuación de oscilación. Nótese que  $M$  no es estrictamente constante, sin embargo su variación puede considerarse despreciable y ser considerada como constante, denominada como constante de inercia.

Para relacionar el comportamiento inercial de la máquina con la red, es más útil escribir (2.12) en términos de un ángulo eléctrico, que convenientemente puede ser relacionado con la posición del rotor, el cual es el ángulo de par o el existente entre la fuerza magnetomotriz de campo y la fuerza magnetomotriz resultante del *airgap*, ambos rotando a la velocidad síncrona. Esto es también el ángulo eléctrico entre la fuerza electromotriz generada y el fasor resultante de voltaje del estator. El ángulo de par  $\delta$ , el cual es el mismo que el ángulo eléctrico  $\delta_e$ , es relacionado con el ángulo mecánico  $\delta_m$  (medido de un marco de referencia rotatorio síncrono) por

$$\delta = \delta_e = (p/2)\delta_m$$

donde  $p$  es el número de polos. Teniendo así

$$\frac{2M}{p} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{2M}{p} \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e$$

que relaciona la potencia de aceleración con el ángulo eléctrico  $\delta$  y la velocidad angular del campo magnético giratorio  $\omega$ . Es conveniente expresar la ecuación (2.11) en por unidad, dividiendo ambos lados de la ecuación por la potencia base  $S_B$  y de esta forma la ecuación (2.11) puede escribirse como

$$\frac{2M}{pS_B} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{2M}{pS_B} \frac{d\omega}{dt} = \bar{P}_m - \bar{P}_e \quad (2.13)$$

donde  $\bar{P}_m - \bar{P}_e$ , son expresados en por unidad. El lado izquierdo de la ecuación (2.14), puede escribirse como

$$\frac{2M}{pS_B} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{2J\omega}{pS_B} \left( \frac{\omega_B}{\omega_B} \right) \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{2J\omega^2}{pS_B\omega_B} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \left( \frac{2H}{\omega_B} \right) \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (2.14)$$

donde  $\delta$  es el ángulo de carga,  $p$  es el número de polos,  $\omega_B$  es la frecuencia angular eléctrica  $\frac{p}{2}\omega_m$ , SHS es la constante de inercia dada por

$$H = \frac{1}{2} \frac{J\omega_m^2}{S_B} = \frac{\text{Energía cinética almacenada [MJ]}}{\text{Capacidad [MVA]}} \quad (2.15)$$

La dimensión asociada a la constante de inercia  $H$ , es el tiempo, expresada en segundos,  $H$  varía en un rango reducido (2 – 10) para la mayoría de las máquinas independientemente a su capacidad. De la ecuación (2.14), la inercia por unidad está dada por

$$\bar{M} = \frac{M}{S_B} = \frac{2H}{\omega_B} \quad (2.16)$$

De la relación anterior,  $\delta$  se expresa en radianes y el tiempo en segundos. Si se quisiera expresar  $\delta$  en grados eléctricos, entonces la inercia en por unidad está dada por

$$M' = \frac{2H}{\omega_B} \frac{\pi}{180} = \frac{2H}{(2\pi)f_B} \frac{\pi}{180} = \frac{H}{180f_B} \quad (2.17)$$

donde  $f_B$  es la frecuencia nominal en [Hz].

Por conveniencia, a continuación todas las cantidades se expresan en por unidad; de esta forma la ecuación (2.12), es expresada en por unidad como

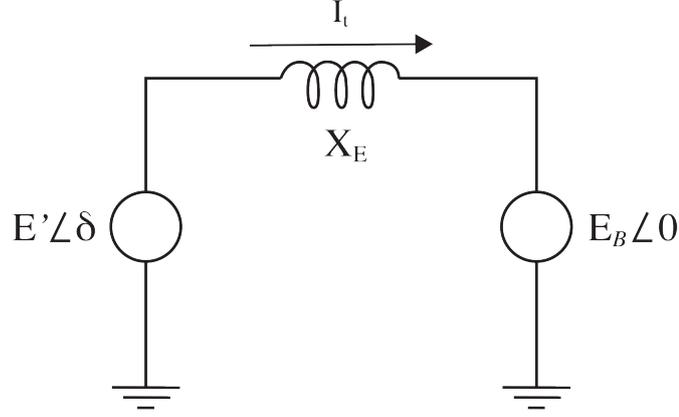
$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e. \quad (2.18)$$

Dicha ecuación suele ser acompañada de un término proporcional a la desviación de la velocidad, el cual corresponde al amortiguamiento  $K_D$  de la máquina síncrona, teniendo así

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e - K_D\omega \quad (2.19)$$

### 2.3.2. Modelo eléctrico

Como se mencionó, el generador síncrono se representa como una fuente de voltaje ideal detrás de la reactancia transitoria en el eje directo ( $X'_d$ ), por otra parte, el bus infinito se representa como una fuente de voltaje de magnitud constante. El circuito reducido equivalente



**Figura 2.2:** Circuito reducido equivalente del SMIB.

para el sistema SMIB, se muestra en la figura 2.2. Se considera que el módulo de la fuente de tensión  $E'$  detrás de la reactancia transitoria es constante, debido a que se supone que el flujo de excitación es constante durante el transitorio, del mismo modo el ángulo de la fuente de voltaje  $\delta$  es precisamente el ángulo del rotor. La reactancia equivalente  $X_E$ , es aquella existente entre el nodo interno del generador y el bus infinito, el cual es representado por una fuente de voltaje constante  $E_B$ .

La potencia eléctrica de un generador síncrono conectado a un bus infinito se calcula de la siguiente forma

$$P_e = \Re E_B I_t^* \quad (2.20)$$

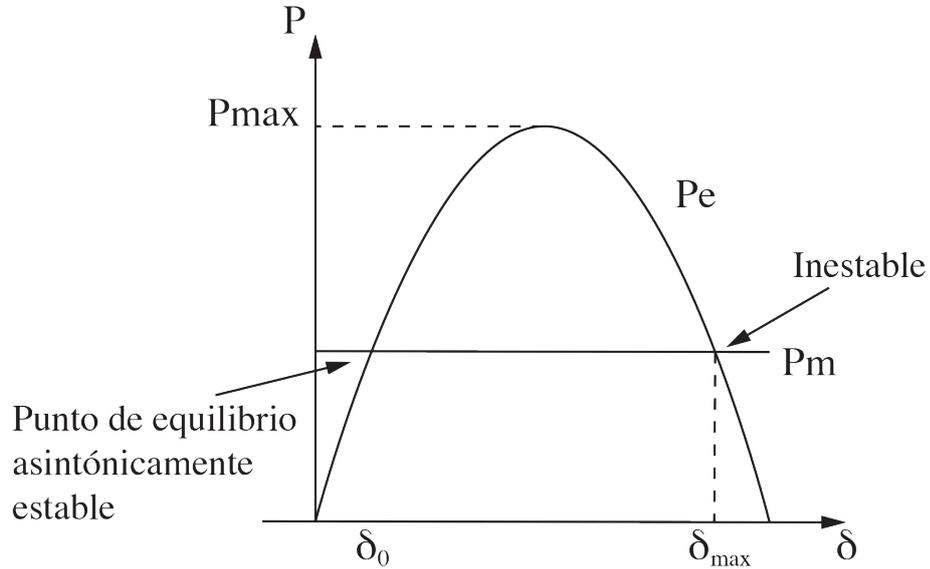
se sabe que la corriente suministrada por el generador se puede calcular con la siguiente expresión

$$I_t = \frac{E' - E_B}{jX_E} \quad (2.21)$$

sustituyendo (2.21) en (2.20) se tiene

$$P_e = \Re E_b \frac{E' \cos \delta - j E' \sen \delta - E_B}{-j X_E} = \frac{E' E_B}{X_E} \sen(\delta) \quad (2.22)$$

la ecuación (2.22) representa la forma más simple de la ecuación del flujo de potencia; dicha relación, muestra que la potencia transmitida depende de la reactancia de transferencia y el ángulo entre los dos nodos de interconexión. La curva  $P_e$  contra  $\delta$  es ampliamente conocida como la curva de potencia-ángulo. En la figura 2.3 se muestra de manera gráfica el comportamiento de la ecuación (2.22). Cabe mencionar que como está reportado en la literatura, el análisis asociado a dicha curva corresponde a fijar un valor para la potencia mecánica  $P_m$ , de tal



**Figura 2.3:** Curva de potencia-ángulo.

manera que se obtiene una potencia eléctrica asociada. Como resultado se encuentran dos puntos de intersección que corresponden a los puntos de equilibrio del SMIB, en donde un punto tiene características de estabilidad asintótica, mientras que el otro posee características de inestabilidad.

El aumento gradual de la potencia eléctrica de salida del generador es posible hasta que la potencia eléctrica máxima es transferida. La potencia máxima es referida como el límite de estabilidad del estado estacionario y ocurre en desplazamiento angular de  $90^\circ$ . Si se intentara seguir incrementando el ángulo mediante el eje de entrada de la máquina, la potencia eléctrica de salida comenzará a disminuir, pasando el punto de máxima potencia, en términos de rotación, quiere decir que la máquina acelerará perdiendo el sincronismo con el bus infinito.

La ecuación de la potencia eléctrica en términos de  $P_{max}$  se encuentra representada por la siguiente ecuación

$$P_e = P_{max} \text{sen}(\delta) \quad (2.23)$$

y así, el sistema SMIB queda representado por un modelo simple de segundo orden, dado por

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (2.24)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} (P_m - P_e - D(\omega - \omega_s)) \quad (2.25)$$

donde

$$P_e = \frac{1}{X'_d + X_E} E' E_B \text{sen}(\delta)$$

con

- $P_m$ : Potencia mecánica, [*p.u.*].
- $P_e$ : Potencia eléctrica de salida, [*p.u.*].
- $X'_d$ : Reactancia transitoria en el eje d, [*p.u.*].
- $X_E$ : Reactancia equivalente de la línea de interconexión, [*p.u.*].
- $E'$ : Voltaje interno del generador, [*p.u.*].
- $E_B$ : Voltaje del bus infinito, [*p.u.*].
- $\delta$ : Ángulo de carga, radianes eléctricos.
- $H$ : Constante de inercia [*s*].
- $\omega_s$ , velocidad síncrona del rotor, [ $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ].
- $\omega_s$ : Velocidad nominal, [ $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ].
- $D$ : Factor de amortiguamiento, [*p.u.*].
- $t$ : tiempo, [*s*].

Es fundamental mencionar, que las ecuaciones (2.24) y (2.25) definen de la manera más elemental el comportamiento dinámico del generador síncrono y únicamente considera sus dinámicas mecánicas que son, la desviación de la velocidad y la desviación del ángulo; sin embargo, existen diversos modelos que consideran más dinámicas asociadas al generador síncrono, algunos abordados en este trabajo y otros amplia y vigorosamente explicados en [22], pero todos tienen en común las ecuaciones (2.24) y (2.25).

### 2.3.3. Modelo de un eje (Con decaimiento de flujo)

En general los modelos dinámicos que representan al generador síncrono, tienen en común las ecuaciones (2.24) y (2.25), que definen las dinámicas mecánicas del generador; sin embargo, el modelo clásico (segundo orden), es el modelo más simple para representar al generador síncrono. Existen diversos modelos que consideran más dinámicas del generador, para proveer mayor aproximación a la realidad del comportamiento del generador.

A diferencia del modelo clásico, este modelo considera la dinámica de la magnitud de la fuente ideal de voltaje detrás de una reactancia transitoria que aparece en la figura 2.2  $E'$ , pero a diferencia del modelo de dos ejes, el cual considera aún la dinámica asociada al devanado de amortiguamiento  $E'_d$ , si la constante de tiempo  $T'_{q0}$ , es suficientemente pequeña es posible hacer una primera aproximación de dicha dinámica de la siguiente forma

$$\dot{E}'_d = (-E'_d + (X_q - X'_q)I_q)/T'_{q0}$$

del circuito mostrado en la figura 2.4, para eliminar  $E'_d$  del modelo de dos ejes, las ecuaciones del estator se definen como

$$0 = (R_s + R_e)I_d - (X'_q + X_{ep})I_q + E_B \sin(\delta)$$

$$0 = (R_s + R_e)I_q - (X'_d + X_{ep})I_d - E'_q + E_B \cos(\delta)$$

resolviendo para  $I_d$  e  $I_q$

$$I_d = \frac{E'_q - E_B \cos(\delta)}{X'_d + X_{ep}} \quad (2.26)$$

$$I_q = \frac{E_B \sin(\delta)}{X'_q + X_{ep}} \quad (2.27)$$

y con

$$V_d = R_e I_d - X_E I_q + E_B \sin(\delta)$$

$$V_q = R_e I_q + X_E I_d + E_B \cos(\delta)$$

y

$$V_t = \sqrt{V_d^2 + V_q^2}$$

Finalmente el modelo de tercer orden queda definido como:

$$\dot{\delta} = \omega \quad (2.28)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} (T_m - E'_q I_q - (X'_q - X'_d) I_d I_q - D\omega) \quad (2.29)$$

$$\dot{E}'_q = (-E'_q - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd})/T'_{d0} \quad (2.30)$$

El modelo matemático dado por las ecuaciones (2.28)-(2.30) es el modelo general del SMIB. Con base en el análisis transitorio del generador síncrono es posible establecer la siguiente relación

$$T_m \approx P_m \quad (2.31)$$

teniendo así

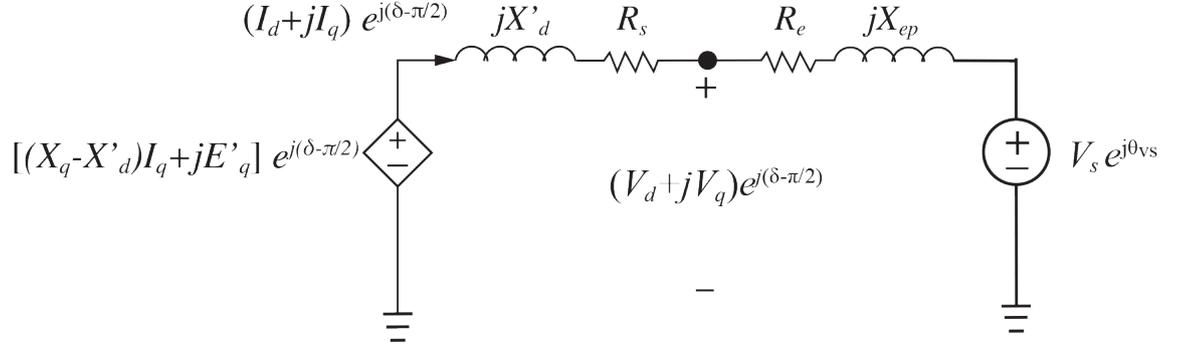


Figura 2.4: Circuito dinámico del modelo de un eje del generador síncrono

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega & (2.32) \\ \dot{\omega} &= \frac{\omega_s}{2H} (P_m - P_e - D\omega) \\ \dot{E}'_q &= (-E'_q - (X_d - X'_d)I_d + E_{fd})/T'_{d0}\end{aligned}$$

mientras que la potencia eléctrica se encuentra definida como

$$P_e = I_q E'_q + (X'_d - X'_q) I_d I_q \quad (2.33)$$

si las corrientes se encuentran definidas según las ecuaciones (2.27) y (2.26), la potencia eléctrica puede escribirse como

$$P_e = E'_q E_B \sin(\delta) \left( \frac{2X'_d + X_E - X'_q}{(X'_q + X_E)(X'_d + X_E)} \right) - \frac{E_B^2 (X'_d - X'_q)}{2(X'_q + X_E)(X'_d + X_E)} \sin(2\delta) \quad (2.34)$$

para realizar el estudio con este modelo la reactancia transitoria sobre el eje  $d$  ( $X'_d$ ) es la misma reactancia transitoria sobre el eje  $q$  ( $X'_q$ ), es decir  $X'_d = X'_q$ , bajo esa restricción, tenemos por potencia eléctrica

$$P_e = E'_q E_B \sin(\delta) \frac{1}{(X'_d + X_E)} \quad (2.35)$$

para facilitar el desarrollo del modelo matemático se establecen como estados los siguientes  $[\delta \ \omega \ E'_q] = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ . Las ecuaciones que representan al modelo del SMIB (2.28)-(2.30), (2.35), (2.26) y (2.27), el modelo matemático del SMIB se encuentra dado por las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 & (2.36) \\
 \dot{x}_2 &= \frac{\omega_s}{2H} \left( P_m - \left( x_3 E_B \sin(x_1) \frac{1}{(X'_d + X_E)} \right) - D x_2 \right) \\
 \dot{x}_3 &= \frac{1}{T'_{do}} (v + E_f - x_3 + I_d (X_d - X'_d))
 \end{aligned}$$

al sustituir la corriente  $I_d$  dada por (2.26), se tiene el siguiente modelo

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 & (2.37) \\
 \dot{x}_2 &= \frac{\omega_s}{2H} \left( P_m - \left( \frac{E_B \sin(x_1)}{X'_q + X_E} x_3 \right) - D x_2 \right) \\
 \dot{x}_3 &= \frac{1}{T'_{do}} \left( v + E_f - x_3 + \frac{x_3 - E_B \cos(x_1)}{X'_d + X_E} (X_d - X'_d) \right)
 \end{aligned}$$

al reducir términos el modelo matemático del SMIB de tercer orden queda expresado de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 & (2.38) \\
 \dot{x}_2 &= \frac{\omega_s}{2H} \left( P_m - \left( \frac{E_B \sin(x_1)}{X'_q + X_E} x_3 \right) - D x_2 \right) \\
 \dot{x}_3 &= \frac{1}{T'_{do}} \left( v + E_f - \left( \frac{X_d + X_E}{X'_d + X_E} \right) x_3 + \frac{E_B \cos(x_1) (X_d - X'_d)}{X'_d + X'_E} \right)
 \end{aligned}$$

por lo tanto (2.38) es el mismo modelo que el representado por las ecuaciones (2.28)-(2.30). Para facilitar el resultado y el análisis del modelo matemático, se considera lo siguiente

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{\omega_s E_B}{2H (X'_q + X_E)}; & b_2 &= \frac{\omega_s D}{2H} \\
 b_3 &= \frac{E_B (X_d - X'_d)}{(X'_d + X_E) T'_{do}}; & b_4 &= \frac{X_d + X_E}{(X'_d + X_E) T'_{do}} \\
 P &= \frac{\omega_s P_m}{2H}; & u &= \frac{v}{T'_{do}}; & E &= \frac{E_f}{T'_{do}}
 \end{aligned}$$

en donde todos los parámetros son conocidos y positivos. Entonces el modelo matemático expresado por la ecuación (2.38) ahora puede escribirse como

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 & (2.39) \\
 \dot{x}_2 &= P - b_1 x_3 \sin(x_1) - b_2 x_2 \\
 \dot{x}_3 &= E + u + b_3 \cos(x_1) - b_4 x_3
 \end{aligned}$$

### 2.3.4. Equilibrio del SMIB

Para el caso del SMIB, de acuerdo con la relación que existe entre el ángulo del rotor y la potencia eléctrica mostrado en la Figura 2.3, existen dos puntos de equilibrio para el SMIB un punto de equilibrio es asintóticamente estable mientras el otro es inestable, por esa razón, el comportamiento del sistema de potencia se encuentra restringido al siguiente conjunto cerrado

$$\mathcal{D}_\delta = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x_1 \leq \frac{\pi}{2} - \epsilon_1; \epsilon_1 \leq x_3 \right\} \quad (2.40)$$

existe en  $\mathcal{D}_\delta$  un punto de equilibrio que es local y asintóticamente estable expresado con la siguiente notación  $x_\star = [x_{1\star} \ x_{2\star} \ x_{3\star}]$  y el cual es solución de las siguientes restricciones

$$\begin{aligned} x_{2\star} &= 0 \\ P &= b_1 x_{3\star} \sin(x_{1\star}) \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$E = b_4 x_{3\star} - b_3 \cos(x_{1\star}) \quad (2.42)$$

donde, es necesario que se cumpla además el teorema de máxima transferencia de potencia, por dicha razón se debe cumplir la siguiente restricción en el voltaje  $E$

$$E > \frac{b_4 P}{b_1} - b_3 \quad (2.43)$$

**Observación 2.3.1** *El problema de estabilidad transitoria para el sistema SMIB se formula con respecto a un punto de equilibrio  $x_\star$ , en este sentido la región de atracción debería ser lo más grande posible, de modo que cuando el sistema sea perturbado, las trayectorias del sistema permanezcan acotadas dentro de dicha región de atracción.*

**Observación 2.3.2** *Una práctica usual es el evaluar el tamaño de la región de atracción de  $x_\star$  a través del uso de la variable de desempeño denominada **tiempo crítico de liberación de falla** que se refiere al tiempo máximo que puede durar una falla antes de que el sistema de potencia sea incapaz de rechazar la perturbación.*

## 2.4. Control basado en pasividad

El control basado en pasividad *Passivity based control* (PBC), por sus siglas en inglés, fue introducido por primera vez en la referencia [18] y consiste en una serie de controladores que logran establecer estabilidad a través de propiedades de sistemas pasivos. La estructura del sistema en lazo cerrado es pasiva con respecto a una función de almacenamiento de energía deseada, donde esta función puede calificar como una función candidata de Lyapunov para realizar análisis de estabilidad.

El control basado en pasividad, junto con el formalismo Hamiltoniano brinda una herramienta que permiten dejar visibles ciertas propiedades estructurales que pueden ser explotadas en el diseño de los esquemas de control. Una vez diseñado el esquema de control se busca que las soluciones de las ecuaciones diferenciales con las que se modela el sistema físico en cuestión tienden al punto de mínima energía a una velocidad proporcional a la cantidad de energía disipada. El control basado en pasividad tiene las siguientes etapas del diseño del controlador

- **Modelo de energía.** Modificar la entrada de control del sistema a controlar de tal manera que el sistema en lazo cerrado posea una función de energía tal que su valor mínimo coincida con un punto de operación deseado.
- **Inyección de amortiguamiento.** Lograr que el sistema en lazo cerrado disipe la mayor cantidad de energía de tal forma que el punto de operación deseado se alcance en el menor tiempo posible.

El control basado en pasividad se puede clasificar en dos ramas principales. El PBC estándar, en el cual se selecciona principalmente una función de almacenamiento de energía, usualmente cuadrática, para posteriormente diseñar el controlador que logre que la función de energía sea no creciente. Esta rama está ligada fuertemente al concepto de estabilidad de puntos de equilibrio o estabilidad en el sentido de Lyapunov <sup>1</sup>.

En la segunda rama del PBC no se fija la función de almacenamiento de lazo cerrado, si no que se busca una estructura o una interconexión deseada para después caracterizar todas las funciones de energía asignables compatibles con dicha estructura. Esta caracterización se logra resolviendo un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales. En este trabajo se emplea una clase especial de metodología de control denominado IDA-PBC *Interconnection and damping assignment*.

### 2.4.1. Metodología IDA-PBC para sistemas Hamiltonianos controlados por puerto.

Si bien, que los sistemas se encuentren representados a través del formalismo Hamiltoniano facilita el diseño de técnicas de control basadas en pasividad, sin embargo estas metodologías también pueden aplicarse a una clase más general de sistemas físicos, considere un sistema con la siguiente representación matemática

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.44)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  es la entrada de control. Para poder diseñar una entrada de control es necesario definir la estructura del lazo cerrado del sistema, dicha estructura está dada por la siguiente expresión

$$\dot{x} = (J_d - R_d) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (2.45)$$

<sup>1</sup>Para más información revise la referencia [10] y las referencias en ella

donde  $J_d = -J_d^\top$  y  $R_d = R_d^\top \geq 0$ , representan las matrices deseadas de disipación y de interconexión respectivamente, además  $H_d : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es la función energía deseada. Si se considera  $g^\perp(x)$  es el aniquilador izquierdo de  $g(x)$ , i.e.  $g^\perp g(x) = 0$ , entonces es posible establecer lo siguiente

$$g^\perp(x)f(x) = g^\perp(x)(J_d(x) - R_d(x))\frac{\partial H_d}{\partial x} \quad (2.46)$$

de tal manera que

$$x_\star = \operatorname{argmin}\{H_d(x)\} \quad (2.47)$$

con  $x_\star \in \mathbb{R}^n$  representa el punto en el espacio de estados a estabilizar. Entonces el sistema representado por la ecuación (2.44) en lazo cerrado con la ley  $u = \beta(x)$  toma la forma de la ecuación (2.45), en donde la ley de control toma la siguiente forma

$$\beta(x) = (g^\perp(x)g(x))^{-1} \left[ (J_d(x) - R_d(x))\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} - f(x) \right] \quad (2.48)$$

con un punto  $x_\star$  estable, además  $x_\star$  será asintóticamente estable si además, es un mínimo de  $H_d(x)$  y el conjunto invariante más grande de la dinámica en lazo cerrado de (2.45) pertenece al siguiente conjunto

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \left[ \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \right]^\top R_d \left[ \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \right] = 0 \right\} \quad (2.49)$$

**Prueba de Estabilidad.** Al sustituir la ley de control  $\beta(x)$  en el sistema (2.44) e igualado con el modelo (2.45) se obtiene la ecuación de matching

$$f(x) + g(x)\beta(x) = [J_d(x) - R_d(x)]\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (2.50)$$

al premultiplicar por  $g^\perp(x)$  se obtiene la ecuación dada por (2.46). La ley de control se obtiene premultiplicando por la pseudoinversa de  $g(x)$ . La estabilidad de  $x_\star$  se establece porque a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado se tiene lo siguiente

$$\dot{H}_d = - \left[ \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \right]^\top R_d(x) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x}. \quad (2.51)$$

Por lo tanto,  $H_d$  se califica como una función candidata de Lyapunov. En donde la estabilidad asintótica se puede establecer por medio del principio de invariancia de la Salle.

## 2.4.2. Control basado en pasividad para SMIB

En esta sección se abordará el análisis de las propiedades del controlador PBC para un SMIB presentado en [7] así como algunas propiedades de estabilidad que serán útiles para establecer de mejor manera el resultado principal de este trabajo.

Para este fin, es necesario formular algunas propiedades del esquema de control mencionado anteriormente.

**Propiedad 2.4.1** *El sistema SMIB representado por la ecuación (2.38) en lazo cerrado con la ley de control*

$$u = -k_v b_1 (\cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)) - \alpha_1 \alpha_2 \left( \frac{b_3}{b_1} + k_v \right) \tilde{x}_1 - \alpha_1 x_2 - \left( \frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) \tilde{x}_3,$$

y los parámetros de sintonización  $k_v \geq 0$  y

$$\alpha_2 \geq \frac{b_1 b_4}{b_3}, \quad \alpha_1 < -\frac{b_1}{\alpha_2},$$

produce la estructura de un sistema Hamiltoniano controlado por puerto dado por la siguiente representación

$$\dot{x} = [\mathbf{J}_d - \mathbf{R}_d] \frac{\partial H_d(x)}{\partial x}, \quad (2.52)$$

con

$$\mathbf{J}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & \alpha_1 \\ 0 & -\alpha_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_3}{b_1} + k_v \end{bmatrix}, \quad (2.53)$$

mientras  $H_d(x) = H(x) + H_a(x)$ , donde

$$H(x) = \frac{1}{2} x_2^2 + b_1 x_3 (\cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)) - P \tilde{x}_1 + \frac{b_1 b_4}{2 b_3} \tilde{x}_3^2,$$

además

$$H_a(x) = b_1 \alpha_1 \left[ \tilde{x}_1 \cos(x_{1\star}) - \sin(x_1) + \frac{b_4 \alpha_1}{2 b_3} \left( \tilde{x}_1^2 + \frac{2}{\alpha_1} \tilde{x}_1 \tilde{x}_3 + x_{1\star}^2 \right) \right] + \frac{1}{2} \left( \alpha_2 - \frac{b_1 b_4}{b_3} \right) (\alpha_1 \tilde{x}_1 + \tilde{x}_3)^2.$$

El control dado por la ecuación (2.52) asegura que el punto de equilibrio  $x_\star \in \mathcal{D}_\delta$  dado por la ecuación 2.40.

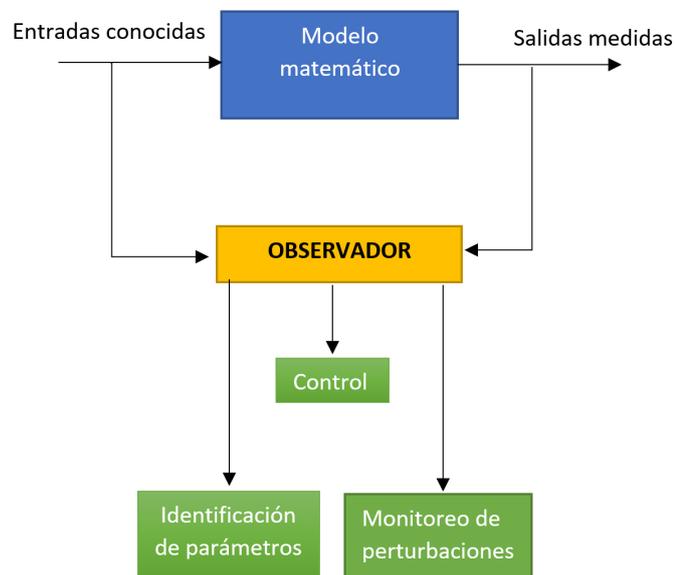
El principal reto a la hora de aplicar esta ley de control, es la necesidad de tener acceso a la medición de todo el estado del sistema. En el caso del generador síncrono, no es posible tener acceso a la medición de todas las variables de estado, por lo tanto, es necesario buscar una metodología que permita reconstruir dichas variables no medidas.

# Diseño de observadores

---

## 3.1. Observación de estados

El problema de observabilidad se puede resumir en la figura 3.1, dentro de la teoría de control el problema puede ser empleado en la solución de problemas de identificación de parámetros, eliminación de perturbaciones y control.



**Figura 3.1:** Problema de observación

Considere un sistema dinámico como el siguiente

$$\dot{x} = f(t, x, u) \quad x(t_0) = x_0 \quad (3.1)$$

$$y = h(t, x) \quad (3.2)$$

donde  $x$  es un estado,  $u$  es una entrada conocida y  $y$  es una salida medida, el problema de observación en sistemas dinámicos se puede dividir en dos principales problemas

- **Observabilidad.** El objetivo teórico es encontrar la posibilidad de reconstruir  $x(t)$ ; dado un intervalo de tiempo  $t \in [t_0, t_0 + T]$ ,  $T > 0$ , es posible determinar de manera única el valor actual de  $x(t)$  usando la información disponible  $(u, y)$ .

- **Observadores.** Existe un sistema dinámico

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= g(t, \xi, u, y), & \xi(t_0) &= \xi_0 \\ x(t) &= k(t, \xi, u, y) \end{aligned}$$

que estime el valor de  $x(t)$ , de ser posible, ¿Cómo se construye?

Si partimos del sistema representado por la Ecuación (3.1), para poder realizar el monitoreo del mismo es necesario conocer el valor del estado  $x(t)$ , cosa que en la práctica no es posible, es decir solo se tiene acceso a las mediciones de  $y$  y  $u$ , por lo tanto el problema de observación se puede formular de la siguiente manera

**Definición. Problema de observación** Dado un sistema descrito por la Ecuación (3.1), el problema de observación se reduce a encontrar un estado estimado  $\hat{x}$  para  $x(t)$  desde el conocimiento de  $y(\tau)$  y  $u(\tau)$  para un tiempo  $0 \leq \tau \leq \infty$ . ◊

Para lograr dar solución al problema de observación es necesario plantear un sistema auxiliar como el siguiente

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}, u(t)) + k(t, h(\hat{x}(t)) - y(t)), \quad k(t, 0) = 0. \quad (3.3)$$

en donde las soluciones del sistema auxiliar (3.3) tienden a las soluciones del sistema original (3.1), con base en esa condición, de manera más general un observador se define de la siguiente manera

**Definición. Observador [3]** Considere un sistema descrito por la Ecuación (3.1), un observador es dado por un sistema auxiliar como el siguiente

$$\dot{X}(t) = F(X(t), u(t), y(t), t) \quad (3.4)$$

$$\hat{x} = H(X(t), u(t), y(t), t) \quad (3.5)$$

tal que se cumplan las siguientes condiciones

- (a)  $\hat{x}(0) = x(0) \rightarrow \hat{x}(t) = x(t) \quad \forall t \geq 0$
- (b)  $\|\hat{x}(t) - x(t)\| \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$

- Si la condición (a) se mantiene para cualquier  $\hat{x}(0)$ ,  $x(0)$  el observador es global.

- Si la condición (b) se mantiene con convergencia exponencial el observador es exponencial.
- Si la condición (b) mantiene su convergencia con una razón que puede ser sintonizada, entonces el observador es sintonizable.◊

Debido a la necesidad de observar estados en sistemas, se han desarrollado diferentes técnicas de observación, enfocadas a satisfacer diferentes necesidades y bajo diferentes filosofías de desarrollo, dichas metodologías son clasificadas como se ilustra en la figura 3.2.



**Figura 3.2:** Clasificación de observadores de estados

**Observador de estados basado en modelo.** Existen técnicas de observación de estados, cuyo funcionamiento, se basa en una representación matemática del sistema a observar, es decir, requiere un modelo matemático que represente al sistema.

**Observador de estados no basado en modelo.** Existen técnicas de observación de estados, cuyo funcionamiento no necesita un modelo que represente al sistema a observar. Se vale de datos obtenidos de las mediciones de las salidas del sistema y se vale por ejemplo de técnicas probabilísticas, estocásticas y/o de procesamiento de señales para reconstruir los estados deseados del sistema cuyas mediciones no están disponibles. Éstos observadores, pese a funcionar y ser implementados, muestran una característica que en diferentes áreas como en control y automatización, es considerada una desventaja y es que no muestra pruebas formales de convergencia.

**Observador de estados de orden completo.** Este tipo de observadores, con base en las salidas y entradas de control conocidas, reconstruye de un sistema dinámico, todos sus estados, los no medibles por supuesto pero también reconstruye los que sí se pueden medir.

**Observador de orden reducido.** Éste tipo de observadores, con base en las salidas y entradas de control conocidas, reconstruye de un sistema dinámico, únicamente los estados cuyas mediciones no están disponibles.

**Observadores de estados de orden mínimo.** Éste tipo de observadores, con base en las salidas y entradas de control conocidas, reconstruye de un sistema dinámico, únicamente los estados del sistema deseados, es decir, no necesariamente todos los estados cuyas mediciones no están disponibles.

**Observador de estados para sistemas lineales.** Como lo indica su nombre, estos observadores de estados son diseñados para sistemas que se pueden modelar matemáticamente y

cuyo modelo matemático dinámico, cumple con el principio de superposición para los estados del sistema.

**Observador de estados para sistemas no lineales.** A diferencia de los anteriores, estos observadores son diseñados para modelos dinámicos matemáticos que no cumplen con el principio de superposición para los estados del sistema. Es evidente que respecto a observadores para sistemas no lineales, hay pocas alternativas debido a su complejidad.

## 3.2. Metodología de diseño del observador no lineal

Como se mencionó en el capítulo 1, la tarea de observar estados, se complica considerablemente cuando se trata de sistemas no lineales. Respecto a técnicas de observación de estados para dichos sistemas, existen reportadas pocas técnicas que resuelvan el problema de observación, aunado a esto, entre las alternativas disponibles que han sido utilizadas desde hace mucho tiempo en los sistemas eléctricos de potencia, pese a ser implementadas y funcionar, no muestran pruebas formales de convergencia.

### 3.2.1. Estructura

La técnica de diseño de observadores de estados descrita en ésta sección, es una técnica destacada y aceptada satisfactoriamente en la comunidad de control, además de mostrar pruebas formales de convergencia.

La técnica para diseñar observadores de estados empleada en esta tesis, parte de que el sistema dinámico a observar, puede ser representado como las ecuaciones:

$$\dot{\eta} = A(\sigma, u)\eta + B(\sigma, u). \quad (3.6)$$

$$\dot{\sigma} = \varphi_0(\sigma, u) + \varphi_1(\sigma, u)\eta. \quad (3.7)$$

donde

$\sigma \in \mathbb{R}^p$  es el estado medido (las salidas medidas del sistema).

$\eta \in \mathbb{R}^n$  es el estado no medible del sistema.

$u \in \mathbb{R}^m$  las entradas.

Nótese que la característica primordial de la estructura definida por (3.6) y (3.7), es que  $\eta \in \mathbb{R}^n$  (el estado no medible del sistema) aparece de forma lineal, mientras que  $\sigma \in \mathbb{R}^p$  (los estados medibles (Salidas del sistema)) y  $u \in \mathbb{R}^m$  (las entradas) pueden aparecer no linealmente.

### 3.2.2. Diseño del observador

#### 3.2.2.1. Primera propuesta de observador

Un sistema dinámico puede ser observado de otro sistema dinámico siempre y cuando las soluciones del sistema dinámico observador tiendan a las soluciones del sistema dinámico a observar cuando el tiempo tiende a infinito, con base en esta lógica, la primera propuesta de observador de estados para un sistema dinámico que se puede representar como (3.6) y (3.7), será una copia del sistema dinámico añadiendo un término de corrección como se muestra en la siguiente expresión

$$\dot{\hat{\eta}} = A(\sigma, u)\hat{\eta} + B(\sigma, u) + k_0(z - \hat{z}). \quad (3.8)$$

donde

$$z = \varphi_1(\sigma, u)\eta. \quad (3.9)$$

además

$$\hat{z} = \varphi_1(\sigma, u)\hat{\eta}. \quad (3.10)$$

Ahora se requiere un término de error que garantice que  $\hat{\eta}$  (el estado observado), tiende a  $\eta$  en un tiempo igual a infinito. Por lo tanto, el término de error queda definido de la siguiente forma

$$e_\eta = \eta - \hat{\eta}. \quad (3.11)$$

Este error está variando con respecto del tiempo, por lo que su dinámica se define como

$$\dot{e}_\eta = \dot{\eta} - \dot{\hat{\eta}}. \quad (3.12)$$

de la expresión anterior,  $\dot{\eta}$  es la dinámica del estado no medido, i.e. del sistema dinámico a observar, y  $\dot{\hat{\eta}}$  es el observador propuesto (3.8). De esta forma, sustituyendo ambas ecuaciones en (3.12) se tiene lo siguiente

$$\dot{e}_\eta = A(\sigma, u)\eta + B(\sigma, u) - [A(\sigma, u)\hat{\eta} + B(\sigma, u) + k_0(z - \hat{z})]$$

sustituyendo (3.9) y (3.10), se tiene

$$\dot{e}_\eta = A(\sigma, u)\eta + B(\sigma, u) - A(\sigma, u)\hat{\eta} - B(\sigma, u) - k_0[\varphi_1(\sigma, u)\eta - \varphi_1(\sigma, u)\hat{\eta}]$$

agrupando términos

$$\dot{e}_\eta = A(\sigma, u)\eta - A(\sigma, u)\hat{\eta} + B(\sigma, u) - B(\sigma, u) - k_0[\varphi_1(\sigma, u)\eta - \varphi_1(\sigma, u)\hat{\eta}]$$

es evidente que el término  $B(\sigma, u)$  aparece con signos opuestos, por lo que se tiene

$$\dot{e}_\eta = A(\sigma, u)\eta - A(\sigma, u)\hat{\eta} - k_0[\varphi_1(\sigma, u)\eta - \varphi_1(\sigma, u)\hat{\eta}]$$

$A(\sigma, u)$  y  $\varphi_1(\sigma, u)$  pueden ser factorizados de la siguiente forma

$$\dot{e}_\eta = A(\sigma, u)(\eta - \hat{\eta}) - k_0\varphi_1(\sigma, u)(\eta - \hat{\eta})$$

ahora el factor común es  $(\eta - \hat{\eta})$ , y se tiene

$$\dot{e}_\eta = [A(\sigma, u) - k_0\varphi_1(\sigma, u)](\eta - \hat{\eta})$$

y con (3.11), finalmente se tiene

$$\dot{e}_\eta = [A(\sigma, u) - k_0\varphi_1(\sigma, u)](e_\eta). \quad (3.13)$$

De esta forma, bajo ciertas condiciones que deben satisfacer algunas propiedades de la siguiente la matriz

$$[A(\sigma, u) - k_0\varphi_1(\sigma, u)]$$

dichas condiciones se buscan para garantizar propiedades de estabilidad en el punto de equilibrio de la ecuación (3.13) que garantiza que el estado observado tiende al estado real del sistema dinámico a observar, cumpliendo así, matemáticamente con el objetivo de diseño de un observador. El problema con el planteamiento mostrado en esta sección es que la variable  $z$  depende de los estados no medidos  $\eta$  por lo tanto el observador mostrado por la ecuación (3.8) es no implementable, por esa razón es importante realizar una reformulación del problema, dicha reformulación se muestra en la siguiente sección.

### 3.2.2.2. Reformulación del observador

En la sección anterior, matemáticamente, se logró el objetivo del diseño de un observador de estados, sin embargo, nótese que el término de corrección  $k_0(z - \hat{z})$  del observador (3.8), evidentemente depende de los estados no medidos ( $\eta$ ), por lo que físicamente no es implementable. Para dar solución a esta problemática se propone la siguiente reformulación.

Se sabe que

$$z = \varphi_1(\sigma, u)\eta$$

Sustituyendo  $z$  en (3.7), y despejando, se tiene un nuevo valor de  $z$  representado por la siguiente expresión

$$z = \dot{\sigma} - \varphi_0(\sigma, u). \quad (3.14)$$

Como se puede observar,  $z$  ya no depende de  $\eta$ , si no de  $\dot{\sigma}$  y  $\varphi_0(\sigma, u)$ , las cuales, están asociadas a las salidas del sistema (el estado medible). Una vez hecha esta reformulación, se recurre al primer observador propuesto (3.8) y es sustituido (3.14), teniendo ahora

$$\dot{\hat{\eta}} = A(\sigma, u)\hat{\eta} + B(\sigma, u) + k_0(\dot{\sigma} - \varphi_0(\sigma, u) - \hat{z}).$$

$$\dot{\hat{\eta}} = A(\sigma, u)\hat{\eta} + B(\sigma, u) + k_0\dot{\sigma} - k_0\varphi_0(\sigma, u) - k_0\hat{z}.$$

si  $k_0\dot{\sigma}$  pasa de lado izquierdo de la ecuación, se tiene

$$\dot{\hat{\eta}} - k_0\dot{\sigma} = A(\sigma, u)\hat{\eta} + B(\sigma, u) - k_0\varphi_0(\sigma, u) - k_0\hat{z}.$$

se dice que

$$\dot{s} = \dot{\hat{\eta}} - k_0\dot{\sigma} \tag{3.15}$$

entonces

$$\dot{s} = A(\sigma, u)\hat{\eta} + B(\sigma, u) - k_0\varphi_0(\sigma, u) - k_0\hat{z}.$$

y con (3.10)

$$\dot{s} = A(\sigma, u)\hat{\eta} + B(\sigma, u) - k_0\varphi_0(\sigma, u) - k_0\varphi_1(\sigma, u)\hat{\eta}.$$

agrupando términos y factorizando  $\hat{\eta}$

$$\dot{s} = [A(\sigma, u) - k_0\varphi_1(\sigma, u)]\hat{\eta} + B(\sigma, u) - k_0\varphi_0(\sigma, u). \tag{3.16}$$

la ecuación (3.16) es ahora el nuevo observador de estados. Sin embargo, es necesario ahora definir el valor de  $k_0$ . Si se define el producto entre  $k_0\dot{\sigma}$  de la siguiente forma

$$k_0\dot{\sigma} = \frac{d\beta(\sigma)}{dt}$$

de acuerdo a la regla de la cadena, es posible definir el término anterior de la siguiente forma

$$\frac{d\beta(\sigma)}{dt} = \underbrace{\frac{\partial\beta(\sigma)}{\partial\sigma}}_{k_0} \underbrace{\frac{d\sigma}{dt}}_{\dot{\sigma}}$$

entonces ya se tiene definida la ganancia  $k_0$ , al sustituirlo en (3.16) y se tiene

$$\dot{s} = [A(\sigma, u) - \frac{\partial\beta(\sigma)}{\partial\sigma}\varphi_1(\sigma, u)]\hat{\eta} + B(\sigma, u) - \frac{\partial\beta(\sigma)}{\partial\sigma}\varphi_0(\sigma, u). \tag{3.17}$$

ahora en (3.15), se sustituyen los valores de  $k_0$  y  $\dot{\sigma}$  y se tiene

$$\dot{s} = \dot{\hat{\eta}} - \frac{\partial\beta(\sigma)}{\partial\sigma} \frac{d\sigma}{dt}$$

$$\dot{s} = \dot{\hat{\eta}} - \frac{d\beta(\sigma)}{dt}$$

integrando ambos lados de la ecuación, se llega a la siguiente expresión

$$s = \hat{\eta} - \beta(\sigma)$$

y despejando  $\hat{\eta}$ , se tiene

$$\hat{\eta} = s + \beta(\sigma) \tag{3.18}$$

finalmente, el observador de estados queda definido por (3.17) y (3.18) de la siguiente forma

$$\dot{s} = [A(\sigma, u) - \frac{\partial\beta(\sigma)}{\partial\sigma} \varphi_1(\sigma, u)]\hat{\eta} + B(\sigma, u) - \frac{\partial\beta(\sigma)}{\partial\sigma} \varphi_0(\sigma, u). \tag{3.19}$$

$$\hat{\eta} = s + \beta(\sigma) \tag{3.20}$$

donde  $\beta(\sigma) : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^{n-q}$ , es un mapeo que bajo ciertas condiciones, garantiza la convergencia del estado medido al estado real del sistema en tiempo igual a infinito y cuyo diseño será abordado en la siguiente sección. Dicho observador definido por (3.17) y (3.18), en teoría, es implementable y funcional, para cualquier sistema dinámico a observar, el cual se pueda representar como la estructura definida por (3.6) y (3.7).

### 3.2.2.3. Prueba de convergencia del observador

Una de las principales contribuciones de este trabajo es la prueba de convergencia del observador. Los estimadores de estados empleados en los sistemas de potencia carecen de pruebas formales de convergencia lo que dificulta la sintonización de dichos algoritmos de estimación, en esta subsección se plantea la prueba de convergencia del observador de estados empleado en este trabajo.

El problema de observación se plantea de la siguiente forma

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x - \hat{x} = 0 \tag{3.21}$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el estado el sistema y  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  es el estado observado.

Para demostrar propiedades de convergencia, el error está determinado de la siguiente forma

$$\varepsilon = s + \beta(y) - \eta \tag{3.22}$$

en donde la dinámica del error está dada por la siguiente ecuación

$$\dot{\varepsilon} = \dot{s} + \frac{\partial\beta(y)}{\partial y}\dot{y} - \dot{\eta} \quad (3.23)$$

que tiene la siguiente representación

$$\dot{\varepsilon} = \left( A(y, u) - \frac{\partial\beta(y)}{\partial y}\varphi_1(y, u) \right) (s + \beta(y) - \eta) \quad (3.24)$$

Por lo tanto la dinámica del error esta representado por la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \left( A(y, u) - \frac{\partial\beta(y)}{\partial y}\varphi_1(y, u) \right) \varepsilon \\ \text{donde } A_e &= \left( A(y, u) - \frac{\partial\beta(y)}{\partial y}\varphi_1(y, u) \right) \end{aligned}$$

entonces

$$\dot{\varepsilon} = A_e \varepsilon \quad (3.25)$$

**Proposición 3.2.1** *Existe un mapeo  $\beta(y) : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^{n-q}$  tal que la matriz  $A_e$  es continua, diferenciable y no singular.*◊

Si la matriz  $A_e$  es continua, acotada y no singular, existe un solo punto de equilibrio que es  $\varepsilon = 0$ . Para probar estabilidad en el sentido de Lyapunov de el punto de equilibrio  $\varepsilon = 0$  se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\varepsilon, t) = \varepsilon^\top P(t) \varepsilon \quad (3.26)$$

en donde  $V(\varepsilon, t) : \mathbb{R}^{n-p} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y además existe una matriz  $P(t) \in \mathbb{R}^{n-p}$  positiva definida, simétrica, continuamente diferenciable y acotada, tal que

$$0 < c_1 \mathcal{J} \leq P(t) \leq c_2 \mathcal{J}, \quad \forall t \geq 0$$

la derivada de  $V(\varepsilon, t)$  a lo largo de las trayectorias del sistema es la siguiente

$$\dot{V}(\varepsilon, t) = \varepsilon^\top (A_e^\top P(t) + \dot{P}(t) + P(t)A_e) \varepsilon \quad (3.27)$$

como  $A_e$  es continua y acotada, la matriz  $P(t)$  cumple lo siguiente

$$\dot{P}(t) + A_e^\top P + P A_e = -Q(t)$$

donde  $Q(t)$  es continua, simétrica y positiva definida, tal que

$$Q(t) \geq c_3 \mathcal{J} > 0, \quad \forall t \geq 0$$

la derivada de la función de Lyapunov a lo largo de las trayectorias es la siguiente forma

$$\dot{V}(\varepsilon, t) = -\varepsilon^\top Q(t)\varepsilon \quad (3.28)$$

**Teorema 3.2.1** *Sea  $\varepsilon = 0$  un punto de equilibrio del sistema (3.25) y  $D \subset \mathbb{R}^{n-p}$  un dominio que contiene a  $\varepsilon = 0$ . Sea una función  $V : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}$  una función continuamente diferenciable tal que*

$$k_1 \|\varepsilon\|^a \leq V(t, \varepsilon) \leq k_2 \|\varepsilon\|^a \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \varepsilon} f(t, \varepsilon) \leq -k_3 \|\varepsilon\|^a \quad (3.30)$$

$\forall t \geq 0$  y  $\forall \varepsilon \in D$  donde  $k_1, k_2, k_3$  y  $a$  son constantes positivas. Entonces  $\varepsilon = 0$  es asintóticamente estable. Si las suposiciones se cumplen en la globalidad entonces el sistema es global y asintóticamente estable.  $\diamond$

Para nuestro caso, la función candidata de Lyapunov (3.42) satisface lo siguiente

$$c_1 \|\varepsilon\|^2 \leq V(t, \varepsilon) \leq c_2 \|\varepsilon\|^2 \quad (3.31)$$

la derivada de la función candidata de Lyapunov se puede representar de la siguiente forma

$$-\varepsilon^\top Q(t)\varepsilon \leq -c_3 \|\varepsilon\|^2 \quad (3.32)$$

por lo que se puede asegurar que el punto de equilibrio de la dinámica del error ( $\varepsilon = 0$ ) es asintóticamente estable.

### 3.2.3. Diseño de observador no lineal para SMIB.

En las secciones pasadas se muestra un estudio y describen la técnica para diseñar observadores empleada en el desarrollo de este trabajo. Asimismo, se lleva a cabo el diseño de un observador de estados, definido por (3.17) y (3.18), el cual, es implementable y funcional para cualquier sistema dinámico que se pueda representar en la estructura definida por (3.6) y (3.7). En esta sección, se realiza el diseño del observador de estados para el generador síncrono, considerando el modelo dinámico descrito en la sección 2.3.3, el cual es un modelo que representa a un sistema de generador síncrono conectado a bus infinito.

**Observación 3.2.1** *Para el diseño del observador del SMIB se considera que sólo se tiene acceso a la medición del ángulo del rotor del generador, i.e. que es necesario diseñar un observador para reconstruir la velocidad síncrona y el voltaje interno de la máquina ( $x_2$  y  $x_3$ ).*

El modelo matemático que se empleará para el diseño del observador esta dado por las ecuaciones (2.39), para emplear la metodología de diseño es necesario llevar a dicho modelo matemático a la forma (3.6) y (3.7), para el SMIB el modelo matemático queda representado de la siguiente forma

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_2 & -b_1 \text{sen}(x_1) \\ 0 & -b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P \\ b_3 \cos(x_1) + E + u \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

El observador para este tipo de sistemas esta dado por el conjunto de ecuaciones (3.19) y (3.20) en donde la dinámica del error se encuentra dado por la ecuación (3.23) en donde la matriz  $A_e$  de dicha dinámica para el sistema SMIB es la siguiente

$$A_e = \begin{bmatrix} -b_2 - \frac{\partial \beta_1}{\partial y} & -b_1 \sin(x_1) \\ -\frac{\partial \beta_2}{\partial y} & -b_4 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Para poder cumplir con las condiciones de la prueba de convergencia es necesario que la matriz  $A_e$  sea no singular, esto con el objetivo de que exista un solo punto de equilibrio en la dinámica del error, por esta razón, el determinante de la matriz  $A_e$  debe ser diferente de cero

$$b_2 b_4 + b_4 \frac{\partial \beta_1}{\partial y} - b_1 \frac{\partial \beta_2}{\partial y} \sin(x_1) \neq 0 \quad (3.36)$$

Es usual que el parámetro  $b_2$  en los generadores síncronos esta asociado al amortiguamiento de la máquina, usualmente, el amortiguamiento en los generadores síncronos es igual a cero, por esa razón el determinante esta dado por la siguiente expresión

$$b_4 \frac{\partial \beta_1}{\partial y} - b_1 \frac{\partial \beta_2}{\partial y} \sin(x_1) \neq 0 \quad (3.37)$$

si  $\frac{\partial \beta_2}{\partial y} = 0$ , entonces

$$b_4 \frac{\partial \beta_1}{\partial y} \neq 0 \quad (3.38)$$

por esa razón  $\frac{\partial \beta_1}{\partial y} = k_1$ , por lo tanto

$$\beta_1 = k_1(x_1 - x_{1\star}). \quad (3.39)$$

El observador para el SMIB tiene la siguiente estructura

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{s}}_1 \\ \dot{\hat{s}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_2 - k_1 & -b_1 \text{sen}(x_1) \\ 0 & -b_4 \end{bmatrix} \hat{\eta} + \begin{bmatrix} P \\ b_3 \cos(x_1) + E + u \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\eta}_1 \\ \hat{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 + k_1(x_1 - x_{1\star}) \\ s_2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Entonces la matriz  $A_e$  es continua acotada y no singular, entonces existe un solo punto de equilibrio  $\varepsilon = 0$ , por lo tanto existe una función de Lyapunon con la siguiente estructura

$$V(e_\eta, t) = e_\eta^\top P(t)e_\eta \quad (3.42)$$

donde  $V(e_\eta, t) : \mathbb{R}^{n-p} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , como la matriz  $A_e$  es continua, acotada y no singular, existe una matriz  $P(t) \in \mathbb{R}^{n-p}$  que es definida positiva y simétrica, además de continuamente diferenciable de tal manera que se cumplen las condiciones del Teorema 3.2.1 por lo tanto  $e_\eta = 0$  tiene propiedades de estabilidad asintótica.

### 3.3. Metodología de diseño del observador lineal.

En esta sección se presenta el diseño de un observador para un sistema SMIB. Para el diseño de este esquema de observación se considera la observación 3.2.1 como base además de tener en cuenta la siguiente observación

**Observación 3.3.1** *Debido a la existencia de dispositivos de medición como los PMU, es posible considerar que además de la medición del ángulo del rotor  $x_1$ , es posible tener acceso a las mediciones de potencia activa y las corrientes en las terminales.*

Por esta razón este escenario tiene una ventaja adicional en cuestión del diseño del observador, con respecto al escenario anterior. La principal ventaja de considerar que existen instrumentos de medición radica en que la representación matemática del SMIB dada por el ecuación (2.32) puede ser analizado como un sistema lineal sujeto a algunas variables externas que pueden ser medidas. Por lo tanto es posible considerar como esquema de observación un esquema clásico como el observador de Luenberger [13]; si bien es un esquema altamente estudiado en la teoría de sistemas lineales, para este diseño es necesario tomar en cuenta algunas consideraciones sobre la estructura del observador.

#### 3.3.0.1. Diseño del observador

De las variables mecánicas solo es posible realizar la medición del ángulo del rotor  $x_1$ , por tal motivo el término correctivo del observador para este subsistema debe involucrar dicha variable. Bajo estas condiciones, las dos primeras ecuaciones del esquema de estimación esta dado por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - L_1(\hat{x}_1 - x_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= a_1(P_m - P_e - a_2\hat{x}_2) - L_2(\hat{x}_1 - x_1), \end{aligned} \quad (3.43)$$

con  $L_1 \in \mathbb{R}$ ,  $L_2 \in \mathbb{R}$  como ganancias mecánicas.

Debido a la imposibilidad de medir el voltaje interno de la máquina  $x_3$ , pero al considerar que la potencia eléctrica  $P_e$  y las corrientes  $I_d$  y  $I_q$  son medidas, el tercer término correctivo depende de la potencia activa estimada

$$\hat{P}_e = I_q \hat{x}_3 + a_5 I_d I_q.$$

Por lo tanto, la tercera ecuación del observador toma la siguiente estructura

$$\dot{\hat{x}}_3 = a_3(u + E - \hat{x}_3 + a_4 I_d) - L_3(I_q \hat{x}_3 + a_5 I_d I_q - P_e), \quad (3.44)$$

con  $L_3 \in \mathbb{R}$  como la ganancia eléctrica.

### 3.3.0.2. Prueba de convergencia del observador.

Es posible establecer las propiedades de convergencia del observador a través de la siguiente proposición

**Proposición 3.3.1** *Considere el SMIB representado por las ecuaciones (2.32). Asuma que*

**A.1** *El ángulo de carga  $x_1$ , la potencia eléctrica  $P_e$  y las corrientes  $I_d$  e  $I_q$  son medidas, mientras que los estados  $x_2$  y  $x_3$  no son medidos.*

**A.2** *Todos los parámetros del sistema son conocidos y positivos.*

*Bajo dichas condiciones, el observador dado por las ecuaciones (3.43) – (3.44) con  $L_1$ ,  $L_2$  and  $L_3$ , tal que*

$$L_1 > 0, \quad L_2 = \frac{a_1}{a_2}, \quad a_3 + L_3 I_q > 0, \quad \forall t, \quad (3.45)$$

*garantiza que*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right\} = 0.$$

**Prueba 3.3.1** *Considere que el error de observación se define de la siguiente forma*

$$\varepsilon = \hat{x} - x. \quad (3.46)$$

Considere que el sistema representado por la ecuación (2.32) y el observador (3.43) – (3.44), el comportamiento de la dinámica del error es descrito por la siguiente expresión

$$\dot{\varepsilon} = A_o \varepsilon, \quad (3.47)$$

con

$$A_o = \begin{bmatrix} -L_1 & 1 & 0 \\ -L_2 & -a_1 a_2 & 0 \\ 0 & 0 & -(a_3 + L_3 I_q) \end{bmatrix}.$$

$A_o$  es una matriz continua y acotada considerando la estructura de  $I_q$  dada por la ecuación (2.27).

Considerando ahora una matriz simétrica positiva  $P = \text{diag}\{p_1, p_2, p_3\}$ . Eligiendo las ganancias  $L_i$ ,  $i = \{1, 2, 3\}$ , de acuerdo con (3.45) es posible obtener que la matriz

$$Q(t) = P A_o + A_o^T P,$$

dada por

$$Q(t) = \begin{bmatrix} -2p_1 L_1 & 0 & 0 \\ 0 & -2p_2 a_1 a_2 & 0 \\ 0 & 0 & -2p_3 (a_3 + L_3 I_q) \end{bmatrix}, \quad (3.48)$$

es una matriz continua, acotado y simétrica definida.

La prueba termina al considerar resultados bien conocidos de estabilidad de sistemas lineales variantes en el tiempo que muestran que el punto de equilibrio  $\varepsilon = 0$  es uniforme y exponencialmente estable.  $\square$

### 3.4. Validación numérica de los observadores.

En esta sección, se presentan simulaciones realizadas en el software MATLAB-SIMULINK, de un sistema compuesto por el generador síncrono, representado por el modelo dinámico de tercer orden descrito en la sección anterior y por el observador de estados diseñado en la sección. Así como una breve discusión de las simulaciones. Los parámetros que se emplearon para esta validación numérica son los que se encuentran en la Tabla 3.1.

**Tabla 3.1:** Parámetros del generador

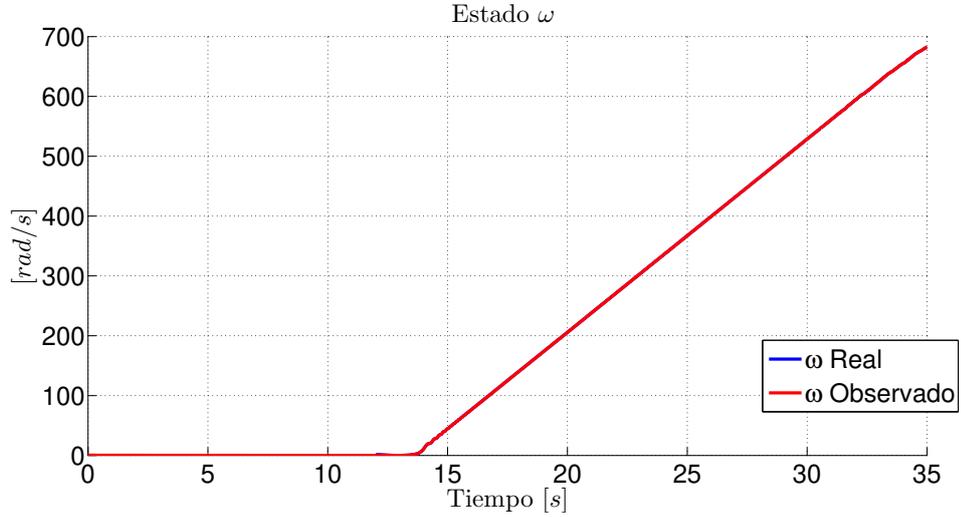
Parámetro	Valor
Constante de Inercia ( $H$ )	6 [s]
Frecuencia nominal( $\omega_s$ )	$120\pi$ [rad/s]
Reactancia síncrona ( $X_d$ )	1.2 [p.u.]
Reactancia transitoria ( $X'_d$ )	0.3 [p.u.]
Constante de tiempo transitoria( $T'_{d0}$ )	5 [s]
Potencia mecánica ( $P_m$ )	32.31 [p.u.]
Factor de amortiguamiento ( $D$ )	0 [p.u.]
Voltaje de bus infinito ( $E_B$ )	1 [p.u.]
Reactancia de la línea ( $X_E$ )	0.5 [p.u.]

En esta sección se busca mostrar de manera numérica que el observador no lineal diseñado para el SMIB funciona, esto es que se cumple el objetivo de observación.

El primer experimento que se diseñó para validar numéricamente el desempeño del observador consistió en dejar al SMIB en lazo abierto, es decir,  $u = 0$ , el sistema empezó en estado estacionario, al segundo doce se le aplica al sistema una perturbación correspondiente a una falla trifásica con duración de 0.05[s], el sistema no tiene la capacidad de recuperarse de la falla por lo tanto pierde estabilidad transitoria.

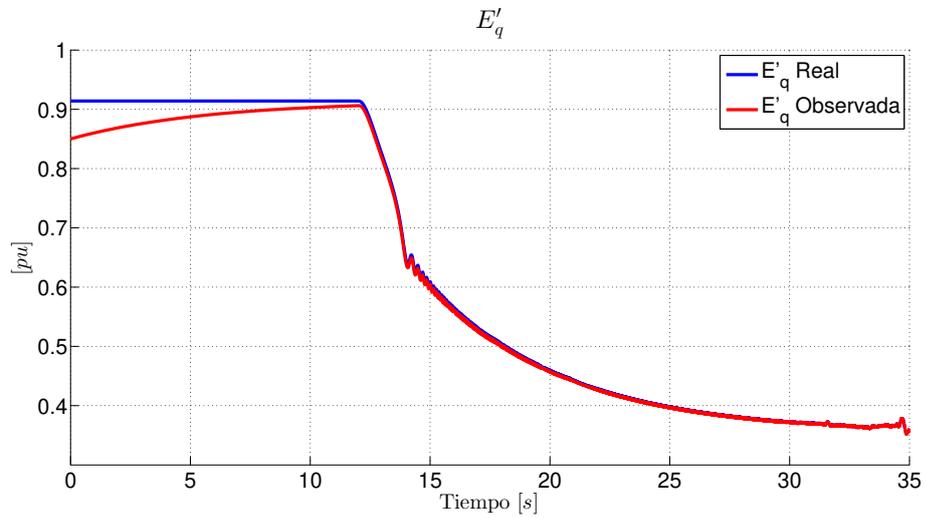
### 3.4.1. Validación en lazo abierto para el observador no lineal.

La primera variable a analizar es la velocidad síncrona  $x_2$ , en la figura 3.3 se muestra como el sistema pierde estabilidad transitoria, pero además se muestra como, aunque el sistema se comporte de manera inestable el observador es capaz de reconstruir dicha variable.



**Figura 3.3:** Velocidad síncrona del generador.

En la figura 3.4 se muestra el comportamiento dinámico del voltaje interno en el eje de cuadratura, se puede observar del mismo modo que en el caso anterior que el observador tiende al comportamiento real del sistema.



**Figura 3.4:** Voltaje interno de la máquina.

Para que sea más claro que el observador cumple su objetivo en la figura 3.5 se muestra el comportamiento del error de observación, es claro que para ambas variables el error de observación tiende a cero, por lo tanto se cumple el objetivo de observación planteado anteriormente.

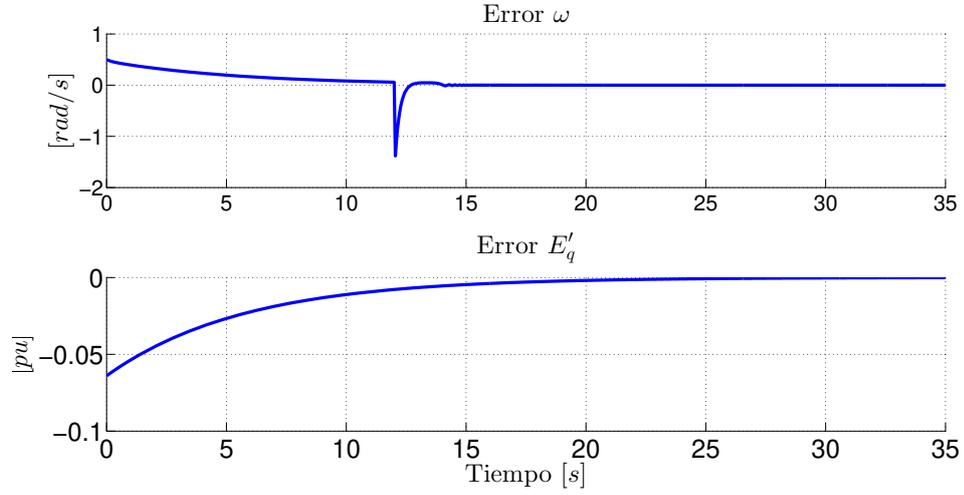


Figura 3.5: Error de observación.

### 3.4.2. Validación numérica en lazo abierto para el observador lineal

En esta sección se validará de manera numérica el observador lineal diseñado para el SMIB. En este caso en la figura 3.6 se muestra que aunque el sistema de potencia pierde estabilidad transitoria el observador es capaz de reconstruir la velocidad.

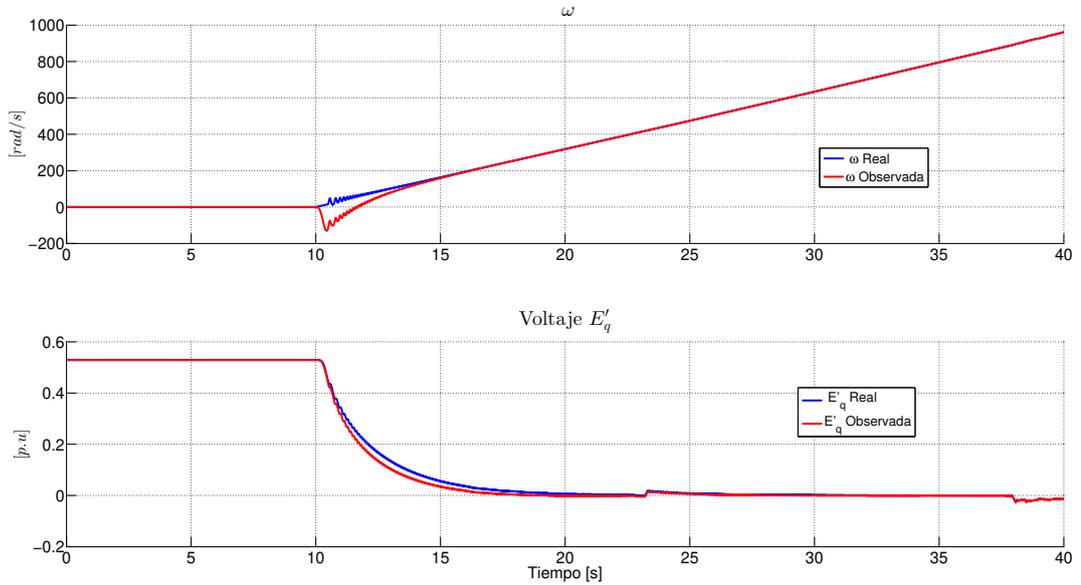


Figura 3.6: Velocidad y voltaje interno del generador.

Para saber como es el desempeño del observador en la figura 3.7 se muestra el error de

observación de ambos estados, es posible observar como el error tiende a cero en ambos casos, lo que indica que se está cumpliendo el objetivo de observación planteado al inicio de este trabajo.

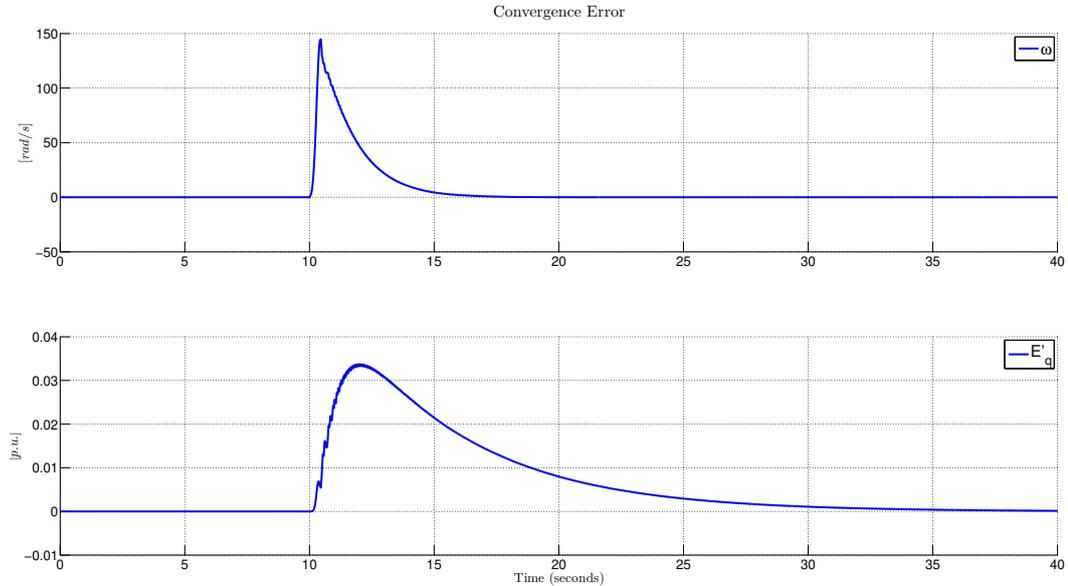


Figura 3.7: Error de observación.

### 3.5. Discusión de los resultados.

En esta sección se muestra el diseño de dos observadores para el sistema SMIB ante diferentes escenarios de análisis, el primero de ellos corresponde al diseño de un observador para el SMIB representado por el modelo de tercer orden no lineal, en este escenario sólo se tiene acceso a la medición del ángulo del rotor  $x_1$ , se conoce el valor de todos los parámetros y se busca estimar los estados del sistema  $x_2$  y  $x_3$ . El segundo escenario corresponde al diseño de un observador para el SMIB también representado por el modelo de tercer orden sólo que en este caso se consideran las mediciones obtenidas desde los dispositivos PMUs, es decir, se considera medido la potencia eléctrica, los voltajes y las corrientes de nodo.

Lo primero que es obvio en el desarrollo del trabajo es directamente en el diseño del observador, en este caso, al considerar las mediciones de los PMUs la estructura y en general la teoría detrás del diseño del observador es más conocida y estudiada, la prueba de convergencia así como la implementación del observador es más sencilla que cuando sólo se considera la medición del ángulo del rotor.

Otro punto que es importante destacar es el desempeño de los observadores, una manera de verificar dicho desempeño es observar la gráfica de los errores de convergencia, dichas figuras se muestran, para el observador no lineal en la figura 3.5 y para el observador lineal en la figura 3.7, en dichas gráficas en el error de observación para el estado que representa la velocidad angular del generador, se puede observar que el tiempo de convergencia para el observador no lineal es

aproximadamente de 2[s], mientras que para el observador lineal el tiempo de convergencia es de alrededor de 5[s], el doble de tiempo que el primer observador.

Ambos observadores cumplen con el objetivo planteado en esta sección y las trayectorias del observador tienden a las trayectorias del sistema real aunque el sistema en lazo abierto sea inestable.

---

## PBC basado en observador para el SMIB

---

### 4.1. Estabilidad entrada–estado del PBC

La principal característica de la ley de control mostrada en este trabajo dada por la ecuación (2.52) recae en el hecho de que es lineal en los estados no medidos  $x_2, x_3$ . Esta característica lleva a un hecho importante que en lugar de emplear los estados reales se emplean los estados estimados  $\hat{x}_2, \hat{x}_3$ , la versión del controlador basada en observador puede ser re–escrita de manera sencilla dada por la siguiente expresión

$$u_o = u + \Phi^T \varepsilon, \quad (4.1)$$

donde  $\varepsilon = \hat{x} - x$ ,  $u$  es dado por (2.52) y

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ -\alpha_1 \\ -\left(\frac{b_3}{b_1}\alpha_2 - b_4 + k_v\alpha_2\right) \end{bmatrix}.$$

Esta estructura junto con la ley de control (4.1) da como resultado que el sistema en lazo cerrado dado por la ecuación (2.52) toma la siguiente forma

$$\dot{x} = [\mathbf{J}_d - \mathbf{R}_d] \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} + \Gamma \varepsilon, \quad (4.2)$$

con  $\Gamma \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  que se define como

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Phi^T \end{bmatrix}$$

con (4.1) es posible formular la siguiente proposición

**Proposición 4.1.1** *Considere un sistema SMIB representado por la ecuación (2.39) en lazo cerrado con la ley de control basada en observador (4.1). Se asume que el control para el SMIB fue diseñado como se mostró en la sección 2.4.2, y las condiciones impuestas por dicho diseño se satisfacen. Bajo estas condiciones del sistema (4.2) se define un mapeo entrada–salida desde la entrada  $\varepsilon$  hasta la salida  $x$ .*

**Prueba 4.1.1** *Considere la función definida positiva  $H_d(x)$  que se estableció en la sección 2.4.2 cuya derivada a lo largo de las trayectorias del sistema (4.2) se encuentra dada por la siguiente expresión*

$$\dot{H}_d = -\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \mathbf{R}_d \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} + \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \Gamma \varepsilon. \quad (4.3)$$

*Debido a las propiedades de estabilidad garantizadas por la ley de control dada por la ecuación (2.52), si  $\varepsilon = 0$ , el punto de equilibrio  $x_*$  es asintóticamente estable.*

*En caso contrario, si  $\varepsilon \neq 0$  entonces (4.3) puede escribirse de la siguiente forma*

$$\dot{H}_d = -\frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}} \mathbf{R}_{d1} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}} + \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}} \Phi_1^T \varepsilon_{23},$$

con  $\varepsilon_{23} = [\varepsilon_2, \varepsilon_3]^T$  y

$$\frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_3} \end{bmatrix}, \quad \Phi_1 = \begin{bmatrix} -\alpha_1 \\ -\left(\frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2\right) \end{bmatrix},$$

mientras la matriz

$$\mathbf{R}_{d1} = \begin{bmatrix} b_2 & 0 \\ 0 & \frac{b_3}{b_1} + k_v \end{bmatrix}$$

es simétrica y definida positiva.

Si se considera que  $\mathbf{R}_{d1}$  es una matriz positiva, entonces se cumple que

$$\dot{H}_d \leq -(1 - \theta) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}}{}^T \mathbf{R}_{d1} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}},$$

con  $0 < \theta < 1$  y para todo

$$\|\varepsilon_{23}\| \geq \frac{\|\Phi_1\|}{\theta \lambda_{\min}(\mathbf{R}_{d1})} \left\| \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}} \right\|.$$

Entonces aplicando argumentos bien conocidos dentro de la teoría de control<sup>1</sup> se puede probar que el mapeo

$$\Sigma : \varepsilon \rightarrow x$$

es entrada–estado estable. □

**Observación 4.1.1** La propiedad de estabilidad entrada–estado de la ley de control mostrado en este trabajo, ya ha sido identificada de manera previa en un escenario diferente (vea [17] y las referencias en ella) y establece una característica atractiva ya que esta característica no depende de la estructura del observador. Por lo tanto es posible aplicar la ley de control con el diseño de otras técnicas de diseño de observadores.

## 4.2. Lazo cerrado: Ley de control basada en el observador no lineal.

El sistema en lazo cerrado tiene la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_{CL} = H_d + \gamma_1 \varepsilon_{NL}^T P(t) \varepsilon_{NL} \quad (4.4)$$

en donde las derivadas del sistema a lo largo de las trayectorias del sistema están dadas por la siguiente expresión

$$\dot{V}_{CL} = \left( \frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^T \left( [J - R] \frac{\partial H}{\partial x} + gu \right) + \gamma_1 \dot{V}(\varepsilon_{NL}, t) \quad (4.5)$$

---

<sup>1</sup>Para mayor información revise, por ejemplo [10] y las referencias dentro de ella.

en esta caso se considera la ley de control dada por la ecuación (2.52), para realizar el análisis de lazo cerrado es necesario considerar que la ley de control no depende de los estados reales si no que depende de los estados estimados, es decir

$$u = -k_v b_1 (\cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)) - \alpha_1 \alpha_2 \left( \frac{b_3}{b_1} + k_v \right) \tilde{x}_1 - \alpha_1 \hat{x}_2 - \left( \frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) (\hat{x}_3 - x_{3\star}) \quad (4.6)$$

Si el error de observación se define como  $e_\eta = \hat{x} - x$  entonces los estados observados se pueden definir de la siguiente forma

$$\hat{x} = e_\eta + x \quad (4.7)$$

al sustituir la ecuación (4.7) en la ley de control se tiene lo siguiente

$$\begin{aligned} u &= -k_v b_1 (\cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)) - \alpha_1 \alpha_2 \left( \frac{b_3}{b_1} + k_v \right) \tilde{x}_1 \\ &\quad - \alpha_1 e_{2\eta} + \alpha_1 x_2 - \left( \frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) e_{3\eta} + \left( \frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) (x_3 - x_{3\star}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

entonces la ley de control se puede dividir en dos elementos

$$u = u_N + u_o \quad (4.9)$$

donde  $u_N$  es la ley de control nominal dada por la ecuación (2.52) y  $u_o$  esta dada por la siguiente expresión

$$u_o = -\alpha_1 e_{2\eta} - \left( \frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) e_{3\eta} \quad (4.10)$$

Entonces, la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema (4.5) toma la siguiente forma

$$\dot{V}_{CL} = \left( \frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^T \left( [J - R] \frac{\partial H}{\partial x} + g(u_N + u_o) \right) + \gamma_1 \dot{V}(e_\eta, t) \quad (4.11)$$

por lo tanto la derivada se convierte en la siguiente expresión

$$\dot{V}_{CL} = - \left( \frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^T R_d \frac{\partial H_d}{\partial x} + \left( \frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^T g u_o + \gamma_1 \dot{V}(e_\eta, t) \quad (4.12)$$

si  $u_o$  se sustituye en la última expresión, entonces la derivada toma la siguiente forma

$$\dot{V}_{CL} = - \left( \frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^T R_d \frac{\partial H_d}{\partial x} + \left( \frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^T g \left( -\alpha_1 e_{2\eta} - \left( \frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) e_{3\eta} \right) + \gamma_1 \dot{V}(e_\eta, t) \quad (4.13)$$

definiendo el siguiente vector

$$\Phi^\top = \begin{bmatrix} 0 \\ -\alpha_1 \\ -\frac{b_3}{b_1}\alpha_2 + k_v\alpha_2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

considerando el vector anterior, es posible re-escribir la derivada como se muestra en la siguiente expresión

$$\dot{V}_{CL} = -\left(\frac{\partial H_d}{\partial x}\right)^\top R_d \frac{\partial H_d}{\partial x} + \left(\frac{\partial H_d}{\partial x}\right)^\top g\Phi + \gamma_1 \dot{V}(e_\eta, t) \quad (4.15)$$

sustituyendo la derivada de la función candidata de Lyapunov del observador no lineal, la derivada del lazo cerrado toma la siguiente forma

$$\dot{V}_{CL} = -\left(\frac{\partial H_d}{\partial x}\right)^\top R_d \frac{\partial H_d}{\partial x} + \left(\frac{\partial H_d}{\partial x}\right)^\top g\Phi - \gamma_1 e_\eta^\top Q(t) e_\eta. \quad (4.16)$$

Es posible representar la derivada anterior en la siguiente forma matricial

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial H_d}{\partial x} & e_\eta^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_d & -\frac{1}{2}\Phi \\ -\frac{1}{2}(g\Phi)^\top & \gamma_1 Q(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_d}{\partial x} \\ e_\eta \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

si se define la siguiente variable auxiliar

$$z = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_d}{\partial x} \\ e_\eta \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

además de la siguiente matriz

$$A_z = \begin{bmatrix} R_d & -\frac{1}{2}g\Phi \\ -\frac{1}{2}(g\Phi)^\top & \gamma_1 Q(t) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

entonces

$$\dot{V}_{CL} = -z^\top A_z z \quad (4.20)$$

La ley de control reportada tiene propiedades de estabilidad entrada-estado y la matriz  $A_z$  es acotada, no singular y continua entonces el punto de equilibrio ( $x = x_*$ ) y ( $e_\eta = 0$ ) es asintóticamente estable.

### 4.3. Lazo cerrado: Ley de control basado en el observador lineal

Para analizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_{CL} = H_d + \gamma_1 V_o \quad (4.21)$$

en donde la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema se muestra en la siguiente ecuación

$$\dot{V}_{CL} = (\nabla H_d)^\top ([J - R]\nabla H + gu) + \gamma_1 \dot{V}_o$$

para establecer este lazo cerrado se empleará la ley de control dada por la ecuación (2.52) y de igual forma que en el caso anterior, es posible representar la ley de control de la siguiente forma

$$u = u_c + u_o \quad (4.22)$$

en donde la parte de la señal de control  $u_o$  se encuentra definida de la siguiente forma

$$u_o = -\alpha_1 \alpha_2 \left( \frac{b_3}{b_1} + k_v \right) \varepsilon_1 - \alpha_1 \varepsilon_2 - \left( \frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) \varepsilon_3 - k_v b_1 (\cos(x_1) - \cos(x_{1\star}))$$

donde  $u_o$  puede ser representado con la siguiente expresión

$$u_o = \underbrace{\begin{bmatrix} -\alpha_1 \alpha_2 \left( \frac{b_3}{b_1} + k_v \right) & -\alpha_1 & - \left( \frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) \end{bmatrix}}_{\Phi} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} - k_v b_1 (\cos(x_1) - \cos(x_{1\star})) \quad (4.23)$$

donde entonces la parte de la ley de control  $u_o$  se puede representar de la siguiente forma

$$u_o = \Phi \varepsilon - k_v b_1 (\cos(x_1) - \cos(x_{1\star})) \quad (4.24)$$

Si se sustituye la ley de control (2.52) y  $u_o$  en la ecuación (4.22) se obtiene la siguiente expresión

$$\dot{V}_{CL} = (\nabla H_d)^\top \underbrace{([J - R]\nabla H + gu_c + gu_o)}_{[J_d - R_d]\nabla H_d} + \gamma_1 \dot{V}_o \quad (4.25)$$

$$= (\nabla H_d)^\top [J_d - R_d]\nabla H_d + (\nabla H_d)^\top gu_o + \gamma_1 \dot{V}_o \quad (4.26)$$

Entonces la derivada de la función de Lyapunov puede ser representada de la siguiente forma

$$\dot{V}_{CL} = -(\nabla H_d)^\top R_d \nabla H_d + (\nabla H_d)^\top g \Phi \varepsilon + \gamma_1 \dot{V}_o - k_v b_1 \frac{\partial H_d}{\partial e_3} (\cos(x_1) - \cos(x_{1\star})) \quad (4.27)$$

en donde  $(\nabla H_d)^\top g\Phi\varepsilon$  es la siguiente

$$(\nabla H_d)^\top g\Phi\varepsilon = -\frac{\partial H_d}{\partial x_3}\alpha_1\alpha_2\left(\frac{b_3}{b_1} + k_v\right)\varepsilon_1 + \alpha_1\frac{\partial H_d}{\partial x_3}\varepsilon_2 - \frac{\partial H_d}{\partial x_3}\left(\frac{b_3}{b_1}\alpha_2 - b_4 + k_v\alpha_2\right)\varepsilon_3 \quad (4.28)$$

si se considera lo siguiente

$$\frac{\partial H_d}{\partial x_3} = -b_1(\cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)) + \alpha_1\alpha_2x_1 + \alpha_2x_3 \quad (4.29)$$

entonces la derivada de la función de Lyapunov (4.27) toma la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{V}_{CL} &= -(\nabla H_d)^\top R_d \nabla H_d \\ &- \frac{\partial H_d}{\partial \varepsilon_3}\alpha_1\alpha_2\left(\frac{b_3}{b_1} + k_v\right)\varepsilon_1 + \alpha_1\frac{\partial H_d}{\partial \varepsilon_3}\varepsilon_2 - \frac{\partial H_d}{\partial \varepsilon_3}\left(\frac{b_3}{b_1}\alpha_2 - b_4 + k_v\alpha_2\right)\varepsilon_3 \\ &- \gamma_1\varepsilon^\top Q\varepsilon + k_v b_1 \frac{\partial H_d}{\partial \varepsilon_3}(\cos(x_{1\star})) - \cos(x_1) \end{aligned}$$

La ecuación anterior puede escribirse a través de la siguiente ecuación matricial

$$\dot{V}_{CL} = -\left[\left(\frac{\partial H_d}{\partial \varepsilon}\right)^\top \quad \varepsilon^\top\right] \underbrace{\begin{bmatrix} R_d & -\frac{1}{2}(g\Phi)^\top \\ -\frac{1}{2}(g\Phi) & \gamma_1 Q \end{bmatrix}}_{A_z} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_d}{\partial x} \\ \varepsilon \end{bmatrix} + k_v b_1 \frac{\partial H_d}{\partial x_3}(\cos(x_{1\star})) - \cos(x_1) \quad (4.30)$$

si  $z = \left[\frac{\partial H_d}{\partial \varepsilon} \quad \varepsilon\right]^\top$  y  $\varphi = \cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)$ , entonces la ecuación anterior toma la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{V}_{CL} &= -z^\top A_z z + k_v b_1 \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \varphi(\varepsilon_1, x_1) \\ &\leq -z^\top A_z z + k_v b_1 \left\| \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right\| \|\varphi(\varepsilon_1, x_1)\| \end{aligned}$$

si se usa la desigualdad de Young para el término  $\left\| \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right\| \|\varphi(\varepsilon_1, x_1)\|$  se puede expresar de la siguiente forma

$$\left\| \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right\| \|\varphi(\varepsilon_1, x_1)\| \leq \frac{\beta_1}{2} \left\| \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right\|^2 + \frac{1}{2\beta_1} \|\varphi(\varepsilon_1, x_1)\|^2 \quad (4.31)$$

si se considera que  $\varphi(\varepsilon_1, x_1)$  es Lipchitz, es decir

$$\|\varphi(\varepsilon_1, x_1)\| \leq L\|\varepsilon_1\|$$

donde  $L$  es la constante de Lipchitz para el coseno, tal que

$$\left\| \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right\| \|\varphi(\varepsilon_1, x_1)\| \leq \frac{\beta_1}{2} \left\| \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right\|^2 + \frac{L}{2\beta_1} \|\varepsilon_1\|^2 \quad (4.32)$$

Entonces la derivada de la función de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del sistema es

$$\dot{V}_{CL} \leq -z^\top A_z z + \frac{k_v b_1 \beta_1}{2} \left\| \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right\|^2 + \frac{k_v b_1 L}{2\beta_1} \|\varepsilon_1\|^2$$

por lo tanto, para demostrar la estabilidad del punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado es necesario asegurar que se cumpla la siguiente desigualdad

$$-z^\top A_z z + \frac{k_v b_1 \beta_1}{2} \left\| \frac{\partial H_d}{\partial x_3} \right\|^2 + \frac{k_v b_1 L}{2\beta_1} \|\varepsilon_1\|^2 \leq 0 \quad (4.33)$$

en donde si se cumple la desigualdad anterior, entonces el punto de equilibrio, además considerando que la ley de control reportada tiene propiedades de estabilidad entrada-estado y la matriz  $A_z$  es definida positiva, entonces el punto de equilibrio ( $x = x_*$ ) y ( $e_\eta = 0$ ) es asintóticamente estable.

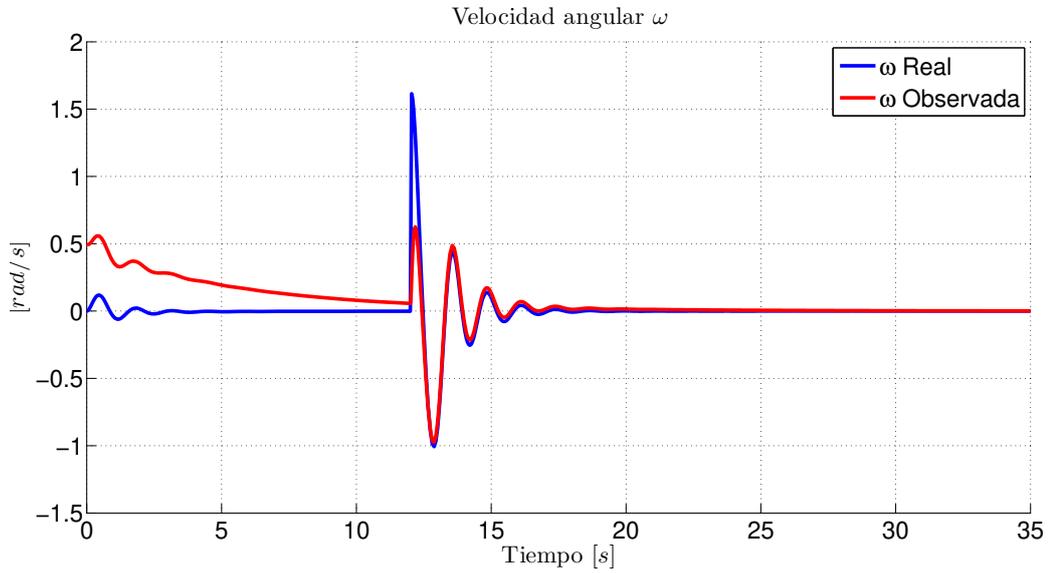
## 4.4. Validación numérica.

En esta sección, se presentan simulaciones realizadas en el software MATLAB-SIMULINK, de un sistema compuesto por el generador síncrono, representado por el modelo dinámico de tercer orden, por el observador de estados y por la ley de control desarrollada en [7]. Así como una breve discusión de las simulaciones. Los parámetros que se emplearon para esta validación numérica son los que se encuentran en la Tabla 3.1.

El experimento que se diseñó para validar numéricamente el desempeño del controlador basado en observador consistió en implementar el controlador de [7] para el SMIB, el sistema empezó en estado estacionario, al segundo doce se le aplica al sistema una perturbación correspondiente a una falla trifásica con diferentes tiempos de duración con el objetivo de mostrar que el tiempo crítico de liberación de falla aumenta con respecto al experimento en lazo abierto.

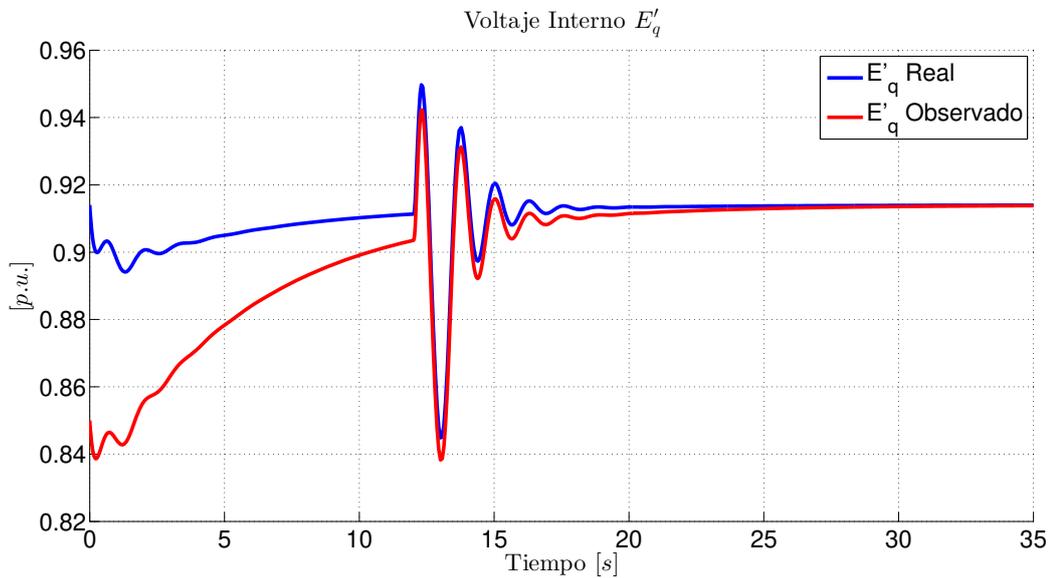
### 4.4.1. Validación numérica del controlador basado en observador no lineal para SMIB.

En esta sección se muestran las gráficas de los estados estimados, la velocidad angular y el voltaje interno. En la figura 4.1 se muestra el comportamiento de la velocidad angular real y la velocidad angular observada.



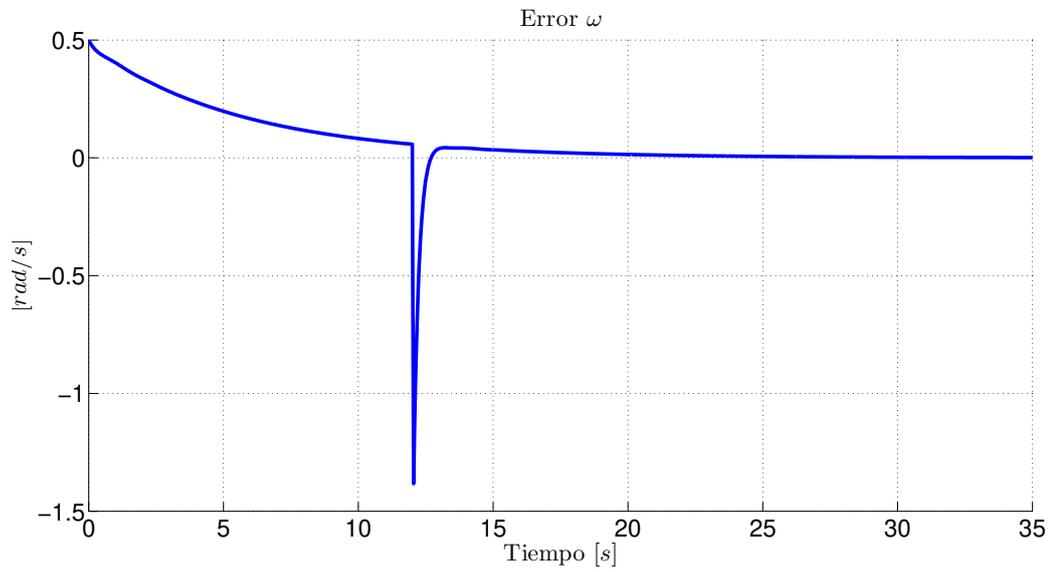
**Figura 4.1:** Velocidad angular

En la figura 4.2 se muestra el comportamiento del voltaje interno real del generador junto con el voltaje interno del generador observado.



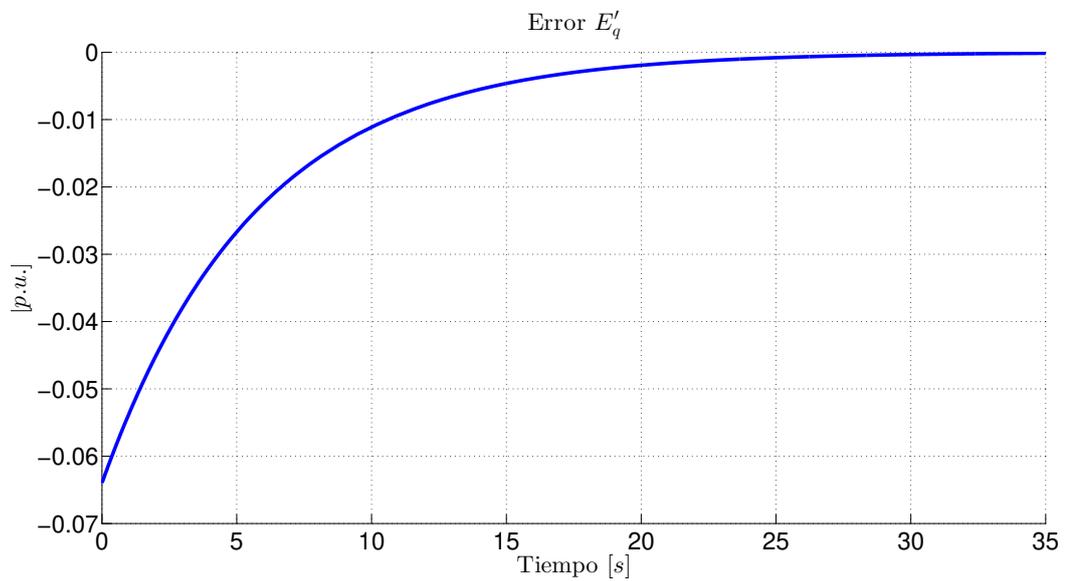
**Figura 4.2:** Voltaje interno

En ambos casos es posible observar de manera cualitativa que el objetivo de observación se cumple. Para comprobar el desempeño del observador en las figuras 4.3 y 4.4 se muestra el error de observación para ambos estados dinámicos del sistema.



**Figura 4.3:** Error de observación de la velocidad angular

Se puede observar que en ambas figuras el error de observación tiende a cero, por eso es posible asegurar que el objetivo de observación se cumple.



**Figura 4.4:** Error de observación voltaje

#### 4.4.2. Validación numérica del controlador basado en observador lineal para SMIB.

En esta sección se muestran las gráficas de los estados estimados, la velocidad angular y el voltaje interno. En la figura 4.5 se muestra el comportamiento de la velocidad angular real y la velocidad angular observada.

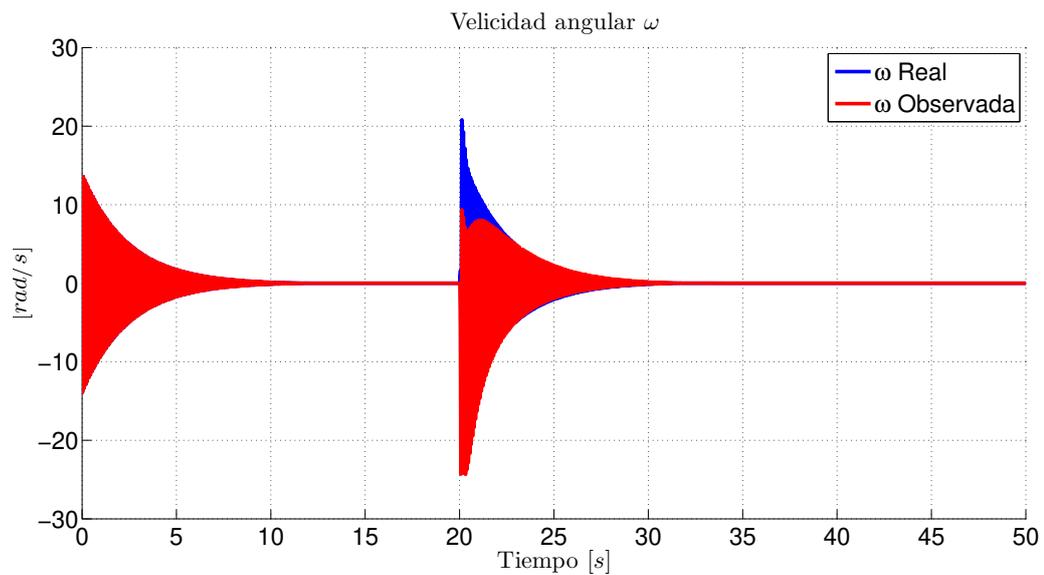


Figura 4.5: Velocidad angular

En la figura 4.6 se muestra el comportamiento del voltaje interno real del generador junto con el voltaje interno del generador observado.

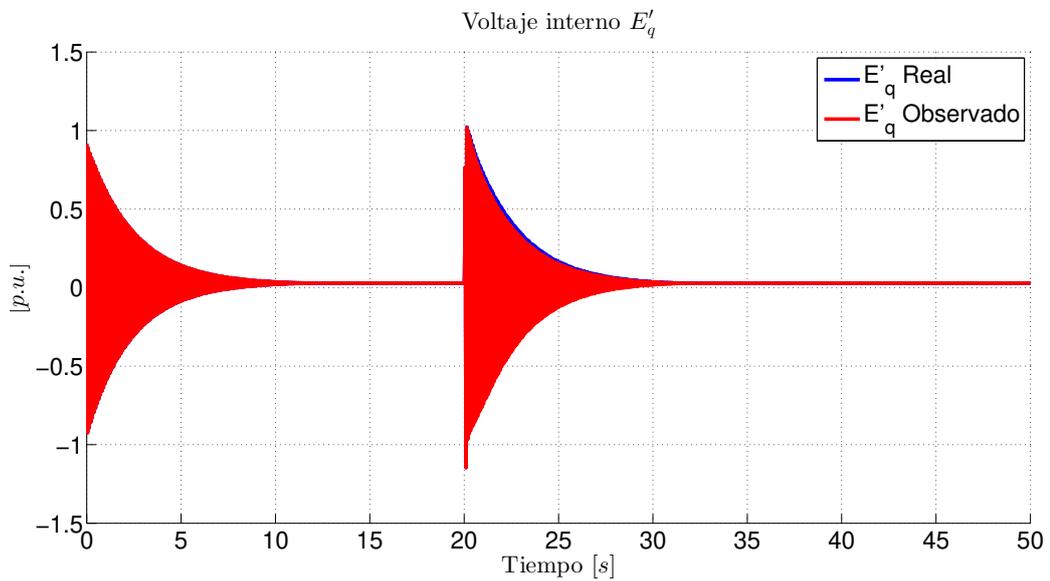


Figura 4.6: Voltaje interno

En ambos casos es posible observar de manera cualitativa que el objetivo de observación se cumple. Para comprobar el desempeño del observador en las figuras 4.7 y 4.8 se muestra el error de observación para ambos estados dinámicos del sistema.

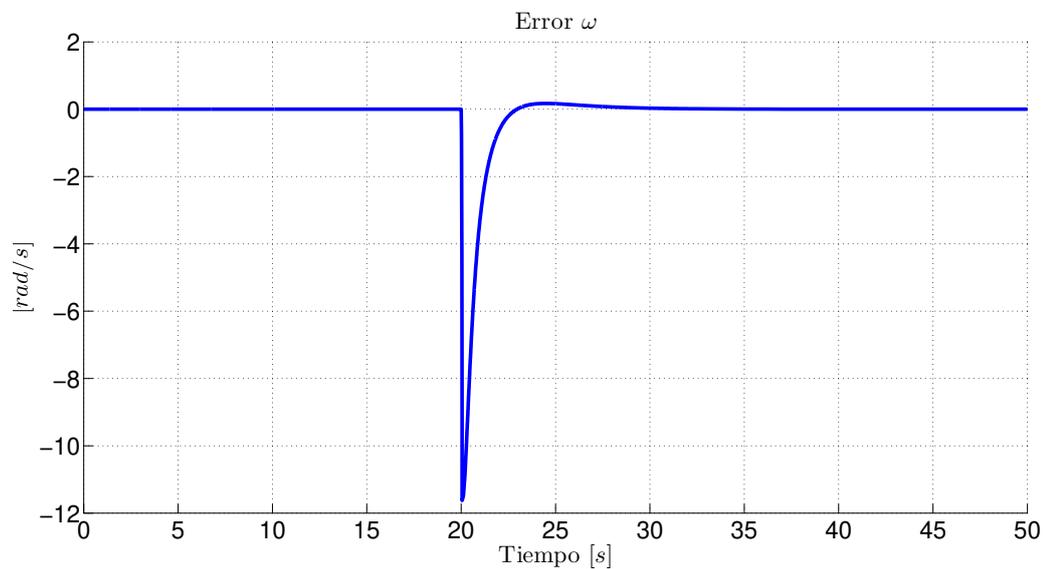


Figura 4.7: Error de observación de la velocidad angular

Se puede observar que en ambas figuras el error de observación tiende a cero, por eso es posible asegurar que el objetivo de observación se cumple.

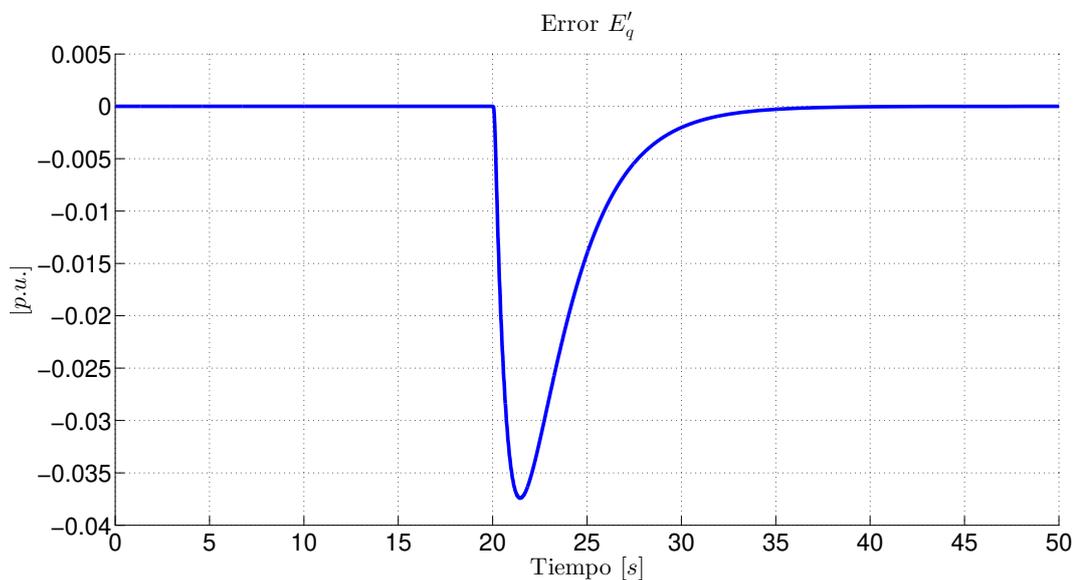


Figura 4.8: Error de observación voltaje

## 4.5. Discusión de la validación numérica

En esta sección se realizará un análisis de los resultados obtenidos en la validación numérica mostrada. Es posible notar que a diferencia con la validación en lazo abierto, el control logra estabilizar el sistema de potencia en un punto deseado.

El desempeño del controlador con los estados observados mediante el observador no lineal es mucho mejor que el desempeño del controlador con el observador lineal, si bien ambos logran aumentar el tiempo crítico de liberación de falla, en el caso de controlador basado en el observador no lineal se pudo aumentar en un 80% el tiempo crítico de liberación de falla mientras que con el controlador basado en observador lineal sólo se pudo aumentar en un 50%.

## Conclusiones

---

El análisis de estabilidad transitoria en los sistemas de potencia ha sido un tópico de gran interés para la comunidad que se dedica al estudio de los sistemas eléctricos de potencia, de manera paralela el problema de estimación de estados dinámicos es uno de los temas donde un gran grupo de investigadores, tanto del área de sistemas eléctricos de potencia como en el área de control, esta realizando esfuerzos para poder dar solución a este problema, que es uno que en la actualidad se encuentra abierto.

En este trabajo de investigación se realizó el diseño de dos esquemas de estimación de estados dinámicos con base en modelos matemáticos, realizando un análisis matemático de ambos, con el objetivo de garantizar convergencia de los estados estimados que es una aportación dentro del área de estimación de estados en sistemas de potencia ya que los métodos empleados en la actualidad carecen de este formalismo matemático.

Adicionalmente en este trabajo de investigación, se trabajó con una ley de control que permite estabilizar y amortiguar oscilaciones en un sistema SMIB. Se demostró de manera matemática que sin importar el esquema de observación que se use para estimar los estados dinámicos necesarios para la implementación del controlador, siempre será posible garantizar el funcionamiento de ambos esquemas trabajando juntos en lazo cerrado.

Si bien, en el presente se muestran dos esquemas diferentes para estimar los estados dinámicos del generador, presentan las siguientes diferencias.

- El uso de tecnología en la medición de las variables eléctricas permite el diseño de un esquema de observación lineal facilitando así el diseño de dicho esquema.
- El observador no lineal presenta mejor desempeño, en cuanto al tiempo de asentamiento, que el observador lineal.
- Ambos poseen prueba formal de convergencia tanto en lazo abierto, sólo prueba de convergencia para el observador, como en lazo cerrado.
- Ambas pruebas de convergencia, debido a la característica de estabilidad entrada–estado, necesitan establecer propiedades para la matriz  $A_z$
- Ambos esquemas de control basados en observador, cumplen con el objetivo de control y el objetivo de observación.

- El desempeño del control basado en el observador no lineal es mejor ya que logra un tiempo más grande de liberación de falla que el esquema de control basado en observador lineal.
- El esquema de observación lineal permite extender el resultado mostrado en este trabajo de observación a un sistema de  $n$ -máquinas.

## 5.1. Trabajo futuro

El resultado inmediato que se busca es ampliar el diseño de los esquemas de observación en un entorno multimáquina, si bien el tema de diseño de observadores para sistemas no lineales es un tema abierto y de gran interés dentro del área de la ingeniería eléctrica, el uso de tecnología permite que con el esquema de observación lineal sea posible extender el resultado a uno de un sistema multimáquina, este último punto es una línea de investigación que se está desarrollando es posible garantizar que con las mediciones de los PMUs se puede diseñar, de manera local, un observador lineal con la estructura mostrada en este trabajo para un sistema multimáquina.

# Bibliografía

---

- [1] Abur, A. and Exposito, A. G. (2004). *Power system state estimation: theory and implementation*. CRC press. 4
- [2] Anagnostou, G., Boem, F., Kuenzel, S., Pal, B. C., and Parisini, T. (2018). Observer-based anomaly detection of synchronous generators for power systems monitoring. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(4):4228–4237. 4
- [3] Besançon, G. (2007). *Nonlinear observers and applications*, volume 363. Springer. 4, 25
- [4] Chang, C.-L. and Maharjan, S. (2015). Analysis of damping oscillation using discrete control signals from phasor measurement unit (pmu). In *2015 North American Power Symposium (NAPS)*, pages 1–5. IEEE. 2, 3, 4
- [5] Chowdhury, S. D. and Senroy, N. (2016). Pmu data based online parameter estimation of synchronous generator. In *2016 IEEE 6th International Conference on Power Systems (ICPS)*, pages 1–6. IEEE. 2, 4
- [6] Dehghani, M., Goel, L., and Li, W. (2014). PMU based observability reliability evaluation in electric power systems. *Electric Power Systems Research*, 116:347–354. 3
- [7] Galaz, M., Ortega, R., Bazanella, A. S., and Stankovic, A. M. (2003). An energy-shaping approach to the design of excitation control of synchronous generators. *Automatica*, 39(1):111–119. 2, 3, 5, 6, 21, 50
- [8] Joshi, K. D. and Chandrakar, V. (2017). Power oscillation damping using ultracapcitor and voltage source based facts controllers. In *2017 IEEE International Conference on Electrical, Instrumentation and Communication Engineering (ICEICE)*, pages 1–6. IEEE. 3
- [9] Ju, W., Wang, B., and Sun, K. (2017). Can nonlinear electromechanical oscillation be analyzed using an equivalent smib system? In *2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pages 1–5. IEEE. 2, 4
- [10] Khalil, H. (2002). *Nonlinear Systems*. Prentice–Hall, New Jersey, third edition. 20, 45
- [11] Kosterev, D. N., Taylor, C. W., and Mittelstadt, W. A. (1999). Model validation for the august 10, 1996 wscs system outage. *IEEE transactions on power systems*, 14(3):967–979. 2
- [12] Liu, Z., Shu, H., and Yu, J. (2008). Tcsc applied to suppress inter-area mode oscillation based on pmu and fuzzy logic control. In *2008 International Symposium on Intelligent Information Technology Application Workshops*, pages 205–208. IEEE. 3, 4

- 
- [13] Luenberger, D. G. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE transactions on military electronics*, 8(2):74–80. 35
- [14] Matavalam, A. R. R., Singhal, A., and Ajarapu, V. (2019). Monitoring long term voltage instability due to distribution & transmission interaction using unbalanced  $\mu$ PMU & PMU measurements. *IEEE Trans. Smart Grid*. 3
- [15] Milano, F., Ortega, A., and Conejo, A. J. (2018). Model-agnostic linear estimation of generator rotor speeds based on phasor measurement units. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(6):7258–7268. 4
- [16] Monti, A., Muscas, C., and Ponci, F. (2016). *Phasor measurement units and wide area monitoring systems*. Academic Press. 3
- [17] Moreno, J. A. and Espinosa-Perez, G. (2007). Sensorless PBC of induction motors: A separation principle from iss properties. In *46th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 6094–6099. IEEE. 45
- [18] Ortega, R. and Spong, M. W. (1989). Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial. *Automatica*, 25(6):877–888. 19
- [19] Ragavendiran, A., Vinothkumar, D., Mahendrarvarman, I., and Pravakaran, A. (2017). Comparative study of power system stabilizer for damping power system oscillations in smib system. In *2017 International Conference on Innovative Research In Electrical Sciences (IICIRES)*, pages 1–6. IEEE. 2, 3, 4
- [20] Rinaldi, G., Cucuzzella, M., and Ferrara, A. (2018). Sliding mode observers for a network of thermal and hydroelectric power plants. *Automatica*, 98:51–57. 3
- [21] Sajid, S., Laraib, S. R., Hussain, A., Majeed, F., et al. (2018). An impact of influence of power system operating condition over different type of PSS in a SMIB. In *2018 IEEE Student Conference on Electric Machines and Systems*, pages 1–5. IEEE. 2, 3, 4
- [22] Sauer, P. W., Pai, M. A., and Chow, J. H. (2017). *Power system dynamics and stability: with synchrophasor measurement and power system toolbox*. John Wiley & Sons. 15
- [23] Simon, L. and Swarup, K. S. (2017). Wide area oscillation damping control with dfig based wind turbines using wams. In *2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pages 1–5. IEEE. 3, 4
- [24] Štil, V. J. and Mehmedović, M. (2018). Interconnection and damping assignment automatic voltage regulator for synchronous generators. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 101:204–212. 2, 3
- [25] Sun, L., Meliopoulos, A. S., Liu, Y., and Xie, B. (2017). Dynamic state estimation based synchronous generator model calibration using pmu data. In *2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pages 1–5. IEEE. 4
- [26] van der Schaft, A. J. and Van Der Schaft, A. (2000). *L2-gain and passivity techniques in nonlinear control*, volume 2. Springer. 8, 9
- [27] Zhao, J., Gomez-Exposito, A., Netto, M., Mili, L., Abur, A., Terzija, V., Kamwa, I., Pal, B. C., Singh, A. K., Qi, J., et al. (2019). Power system dynamic state estimation: motivations, definitions, methodologies and future work. *IEEE Trans. Power Syst.* 4