



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

LICENCIATURA EN CIENCIA DE MATERIALES SUSTENTABLES

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS SUPERIORES

UNIDAD MORELIA

DISEÑO DE UNA BOMBA MHD PARA EL
TRANSPORTE DE ELECTROLITOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN CIENCIA DE MATERIALES SUSTENTABLES

P R E S E N T A

RICARDO AXEL SALDIERNA GARCÍA

DIRECTOR

DR. ALBERTO BELTRÁN MORALES

MORELIA, MICHOACÁN

ENERO, 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS SUPERIORES, UNIDAD MORELIA
SECRETARÍA GENERAL
SERVICIOS ESCOLARES

MTRA. IVONNE RAMÍREZ WENCE
DIRECTORA
DIRECCIÓN GENERAL DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
PRESENTE

Por medio de la presente me permito informar a usted que en la **sesión extraordinaria 01** del **H. Consejo Técnico** de la Escuela Nacional de Estudios Superiores (ENES) Unidad Morelia celebrada el día **07 de enero del 2020**, acordó poner a su consideración el siguiente jurado para la presentación del Trabajo Profesional del alumno (a) **Ricardo Axel Saldierna García** de la Licenciatura en Ciencia de Materiales Sustentables, con número de cuenta **311025718** con la tesis titulada: Diseño de una bomba MHD para el transporte de electrolitos, bajo la dirección como **tutor** del Dr. Alberto Beltrán Morales.

El jurado queda integrado de la siguiente manera:

Presidente:	Dr. Carlos Alberto García Bustamante
Vocal:	Dr. José Núñez González
Secretario:	Dr. Alberto Beltrán Morales
Suplente 1:	Dr. Michel Alejandro Rivero Corona
Suplente 2:	Dr. Juan Cristóbal Camacho Arriaga

Sin otro particular, quedo de usted.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Morelia, Michoacán a, 13 de enero del 2020.



DR. VÍCTOR HUGO ANAYA MUÑOZ
SECRETARIO GENERAL

Agradecimientos institucionales

Agradezco el financiamiento de esta investigación al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM a través del proyecto UNAM-DGAPA-PAPIIT IN108619 *Flujo en un Electrodo de Metal Líquido: Efecto de la Velocidad en el Potencial Eléctrico*, al Fondo de Sustentabilidad Energética a través del proyecto SENER-CONACYT 2014 246911 *Clúster de Biocombustibles Sólidos para la Generación Térmica y Eléctrica* por el financiamiento del software y equipo de cómputo utilizado en este trabajo y las becas de apoyo nutricional y del Programa de Apoyo a Proyectos para Innovar y Mejorar la Educación (PAPIME) que me fueron otorgadas en el transcurso de la licenciatura.

Le agradezco la oportunidad de realizar mi investigación así como la supervisión de la misma al Dr. Alberto Beltrán quién fungió como mi asesor de tesis. De igual forma, agradezco la orientación, los comentarios y las sugerencias en distintas partes de la investigación al Dr. Michel Rivero, al Dr. José Núñez, a la Ing. Selene Aguilar, a la Ing. Tania Aguilar, a la Lic. Karla Acosta y al Ing. Saúl Villareal. A su vez agradezco los comentarios, opiniones y disponibilidad para la revisión de este trabajo del Dr. Michel Rivero, el Dr. José Núñez, el Dr. Carlos García y el Dr. Juan Cristobal Camacho.

Finalmente, agradezco a mis profesores de la licenciatura por mi formación y doy las gracias al Lic. Alejandro Rebollar y al Lic. Agustín Martínez del Departamento de Servicios Escolares de la ENES por su orientación y apoyo para realizar los trámites necesarios para mi titulación.

Agradecimientos personales

Doy las gracias a mis abuelos por la inspiración para realizar mis estudios superiores y buscar mejores oportunidades económicas a través del conocimiento. Agradezco a mis padres por los consejos y el apoyo, así como a mi hermano con quien siempre puedo platicar sobre el pasado, el presente y el futuro.

Agradezco a mis compañeros y compañeras de la licenciatura por los recuerdos generados en el transcurso de estos años y en especial a Aranza Weber por haberme brindado su apoyo, tiempo y comprensión.

Finalmente, quisiera agradecer a toda la gente que conocí en la ENES y en Morelia por haberme brindado una perspectiva distinta del mundo y la vida en general.

Resumen

En este trabajo se muestra el diseño, modelado, simulación y caracterización de una bomba magnetohidrodinámica (MHD) de conducción que pueda usarse en procesos que requieran el transporte de electrolitos. En particular, se utilizó un arreglo de dos imanes cuadrados de NdFeB que generan una intensidad de campo magnético de $0.455 T$ al centro de la sección de flujo del canal y como fluido de trabajo un electrolito a base de sal de mar y agua desionizada con una concentración de masa de 3.5% . Se usaron distintos valores de corriente eléctrica directa en el rango de $0.01-0.1 A$ la cual fue inyectada a través de electrodos de grafito y que al interactuar con el campo magnético genera una fuerza de Lorentz que mueve al fluido en un conducto cerrado fabricado en acrílico. Mediante simulaciones 3D en el software COMSOL Multiphysics[®] se optimizó la sección transversal del ducto para obtener el mayor valor para la velocidad promedio. El potencial eléctrico fue usado como variable electromagnética en el modelo MHD implementado. Finalmente, se presenta un estudio comparativo entre un modelo analítico, resultados numéricos y mediciones experimentales realizadas mediante la técnica de velocimetría por ultrasonido de efecto Doppler (UDV, por sus siglas en inglés). Las dimensiones del área de la sección transversal que permitió alcanzar la mayor velocidad promedio fueron de $5 \times 1 \text{ cm}^2$, la cual bombea con una velocidad promedio de $0.954 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ y un flujo de 0.286 L/min .

Palabras clave: Bomba MHD, Electrolitos, Fuerza de Lorentz, COMSOL

Abstract

In this study the design, modeling, simulation and characterization of a magneto-hydrodynamic (MHD) conduction pump that can be used in processes that require electrolytes transport is presented. In particular, two NdFeB magnets were used to generate a magnetic field strength of $0.455\ T$ at the center of the channel of the pump and the working fluid used was an electrolyte made of deionized water and sea salt with a mass concentration of $3.5\ \%$. Different values of electric current were used in the range of $0.01\text{-}0.1\ A$. Direct electric current was applied using molded graphite electrodes and when it interacts with the magnetic field a Lorentz force that moves the liquid inside a PMMA channel is produced. Performing 3D simulations with the software COMSOL Multiphysics[®] the cross-sectional area of the channel was optimized to obtain the greatest value of average velocity. The electric potential was used as the electromagnetic variable in the implemented MHD model. Finally, a comparative study between an analytical model, numeric results and experimental measurements taken with an Ultrasonic Doppler shift Velocimeter (UDV) is shown. The cross-section geometry with the best performance was of $5 \times 1\ cm^2$ and it produced an average velocity of $0.954 \times 10^{-3}\ m/s$ and a volumetric flow rate of $0.286\ L/min$.

Keywords: MHD pump, Electrolytes, Lorentz Force, COMSOL

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	5
1.2. El caso de la Sociedad Cooperativa de Salineros de Cuyutlán	8
2. Modelo matemático	10
2.1. Modelo físico 2D	10
2.2. Ecuaciones gobernantes	11
2.3. Solución analítica	13
3. Simulación del flujo de una bomba MHD	16
3.1. Modelo físico 3D	17
3.1.1. Propiedades principales del agua de mar	18
3.1.2. Campo magnético	21
3.2. Mallado de geometría	23
3.3. Algoritmo de COMSOL	24
3.4. Optimización del área	28
4. Diseño y metodología experimental	31
4.1. Diseño experimental	32
4.1.1. Diseño de la bomba MHD	32
4.1.2. Diseño del circuito para la caracterización de flujo	33
4.1.3. Selección de materiales	34
4.2. Metodología experimental	38
4.2.1. Medición de perfiles hidrodinámicos	39

5. Resultados	42
5.1. Resultados numéricos	43
5.2. Resultados analíticos	47
5.3. Resultados experimentales	50
6. Conclusiones y trabajo a futuro	53
A. Adimensionalización de la ecuación de movimiento MHD	57
B. Medición de la conductividad de soluciones de NaCl y sal de mar	60
C. Caracterización de imanes	62
D. Observación de electrólisis en función de la corriente	66
Bibliografía	68

Índice de figuras

1.1. Dimensiones en milímetros la bomba N40 SPYDER®	9
2.1. Diagrama simplificado de la sección transversal de una bomba MHD .	11
3.1. Vista isométrica de la geometría de la bomba acoplada al circuito para una sección transversal de $5 \times 1 \text{ cm}^2$	17
3.2. Conductividades para soluciones de NaCl y sal de mar para distintas concentraciones a $25 \text{ }^\circ\text{C}$	21
3.3. Campo magnético entre 2 imanes de NdFeB	22
3.4. Mallado del dominio del fluido, electrodos e imanes.	23
3.5. Mallado de la geometría completa para la bomba MHD, el circuito y el dominio de aire.	24
3.6. Representación esquemática de la metodología seguida para simular una bomba MHD en COMSOL.	27
3.7. Resultados para la velocidad de la simulación de 20 dimensiones distintas de área transversal.	28
3.8. Resultados para el flujo de la simulación de 20 dimensiones distintas de área transversal.	29
4.1. Vistas del diseño para una bomba MHD de sección transversal rectangular de $5 \times 1 \text{ cm}^2$	32
4.2. Vistas del diseño para el circuito experimental	33
4.3. Electrodo de grafito utilizados para la fabricación de la bomba. . . .	36
4.4. Esquema cualitativo del principio de funcionamiento de la técnica UDV	40
4.5. Panel frontal del velocímetro DOP4000	40

4.6. Arreglo experimental para la medición de perfiles de velocidad.	41
5.1. Perfiles de velocidad en los ejes (a) x y (b) z al centro del ducto de la bomba con sección transversal de $5 \times 1 \text{ cm}^2$	43
5.2. Velocidad en la sección transversal del ducto a la salida de la bomba MHD con una corriente de 0.1 A	44
5.3. Velocidad en el ducto de la bomba MHD visto desde el plano xy con una corriente de 0.1 A	45
5.4. Velocidad del fluido en el circuito MHD con una corriente de 0.1 A	45
5.5. Resultados para (a) la velocidad y (b) el flujo en función de la corriente eléctrica aplicada.	46
5.6. Comparación de perfiles de velocidad entre la expresión analítica y los resultados numéricos	47
5.7. Comparación de perfiles de velocidad entre la expresión analítica y los resultados numéricos	49
5.8. Comparación de perfiles de velocidad entre la expresión analítica, los resultados numéricos y las mediciones experimentales	50
5.9. Comparación de perfiles de velocidad entre la expresión analítica, los resultados numéricos y las mediciones experimentales	51
B.1. Experimento para la medición de conductividades.	61
C.1. Mediciones de componentes del campo a lo largo de los ejes de simetría en el lado positivo del iman 1.	64
C.2. Mediciones componentes del campo magnético a lo largo de los ejes de simetría en el lado negativo del iman 2.	65
D.1. Arreglo experimental para evaluar el rendimiento de los electrodos.	66

Índice de tablas

1.1. Principales características de la bomba N40 SPYDER®	9
3.1. Principales solutos en el agua de mar	19
3.2. Densidad y viscosidad dinámica de una solución de NaCl en función del porcentaje de masa	20
3.3. Densidad y viscosidad estimados para el agua de la laguna de Cuyutlán.	20
3.4. Conductividades de soluciones de NaCl y sal de mar	21
4.1. Propiedades de los electrodos utilizados en la bomba MHD. Las mediciones fueron realizadas en el laboratorio.	36
5.1. Resultados del análisis de sensibilidad de malla para una bomba MHD con un ducto de área transversal de $5 \times 1 \text{ cm}^2$ con una corriente de 0.1 A.	46
5.2. Comparación entre resultados numéricos y analíticos con una corriente de 0.1 A.	48
B.1. Concentraciones de las soluciones hechas en laboratorio y la masa utilizada para un volumen de 80 mL.	60
B.2. Resultados de la medición de conductividades.	61
D.1. Observaciones cualitativas del experimento.	67
D.2. Conductividad de la solución acuosa de sal de mar con una concentración de 3.5 % antes y después de experimento a 25 °C.	67

Capítulo 1

Introducción

La magnetohidrodinámica (MHD) es la rama de la física que se encarga del estudio de las interacciones entre campos electromagnéticos y fluidos conductores de la electricidad. El campo de estudio de la MHD abarca los metales líquidos, plasmas, electrolitos ([Davidson, 2001](#)) y líquidos iónicos ([Jing et al., 2013](#)).

Una de las aplicaciones de la MHD tanto a nivel laboratorio como industrial son las bombas. Una bomba MHD es un dispositivo capaz de mover fluidos conductores de electricidad mediante la fuerza de Lorentz producida por la interacción entre un campo magnético y una corriente eléctrica que fluye a través del líquido. Estos dispositivos tienen la ventaja de permitir el flujo de líquidos de una forma no intrusiva, son compactas, tienen una alta densidad de potencia y carecen de partes móviles ([Al-Habahbeh, Al-Saqqa, Safi, y Abu Khater, 2016](#)).

Estas ventajas pueden ser aprovechadas en aplicaciones como la metalurgia, donde es necesario el transporte de metales fundidos a altas temperaturas, así como en la propulsión de plasma para naves aeroespaciales ([Al-Habahbeh et al., 2016](#)). Adicionalmente, estos dispositivos pueden ofrecer ventajas en procesos que requieran el transporte de electrolitos.

Existen dos tipos de bombas MHD: de conducción y de inducción. Las primeras producen una fuerza de Lorentz por la interacción entre un campo magnético cons-

tante y una corriente variante. Por otra parte, las bombas de inducción producen una fuerza de Lorentz debido a la interacción entre un campo magnético variante y una corriente eléctrica que se induce en el electrolito. Como la corriente inducida es proporcional a la conductividad del fluido este tipo de bombas no son aplicables a electrolitos (Rivero, Dominguez-Lozoya, y Cuevas, 2012).

En una bomba MHD, mientras más intenso sean el campo magnético y la corriente inyectada, mayor es la fuerza de Lorentz y el bombeo. Para una bomba MHD de conducción es posible imponer un campo magnético externo mediante el empleo de imanes permanentes y obtener una corriente eléctrica conectando una fuente de poder a dos electrodos. Con el fin de maximizar el bombeo ambos campos deben ser perpendiculares.

Sin embargo, la velocidad de flujo a la que bombea un dispositivo MHD no solo depende de la fuerza de Lorentz producida, sino que también depende de la conductividad del fluido. Esto implica que con el mismo dispositivo, campo magnético y corriente eléctrica se puede obtener un flujo mayor al transportar fluidos de alta conductividad, como los metales líquidos, que al transportar fluidos de baja conductividad como los electrolitos. Es por eso que el diseño de una bomba MHD para el transporte de electrolitos implica ciertas dificultades.

Por otra parte, es importante seleccionar materiales que permitan maximizar la eficiencia y durabilidad del dispositivo. Aunque en principio la ausencia de partes móviles permite evitar los problemas que ocasiona su corrosión, es necesario asegurarse de que los imanes, electrodos y las paredes del dispositivo tengan el mayor tiempo de vida posible. Finalmente, se tiene que diseñar el dispositivo de manera tal que se evite o minimice la contaminación del fluido de trabajo por reacciones electroquímicas.

Las investigaciones respecto a bombas MHD de conducción se han enfocado a escala microscópica en el campo de la microfluídica y a escala macroscópica en el transporte de metales y sales fundidas. En cuanto al transporte de electrolitos la mayoría de las investigaciones llevadas a cabo tienen que ver con la construcción de

propulsores MHD para barcos y submarinos con agua de mar como fluido de trabajo. Sin embargo, son pocas las investigaciones que se han realizado respecto a bombas MHD para el transporte de electrolitos en procesos de laboratorio e industriales ([Al-Hababbeh et al., 2016](#)).

La hipótesis principal de este trabajo es que una bomba MHD de conducción es una solución viable para el transporte de electrolitos en procesos de laboratorio e industriales. Es por eso que el objetivo principal de esta investigación es obtener los conocimientos básicos para simular, diseñar y construir una bomba MHD para el transporte de electrolitos que permita realizar la misma función que sus contrapartes mecánicas, con la menor cantidad de costos e impactos ambientales posibles. Lo anterior tiene como finalidad ofrecer una solución que permita obtener un ahorro de dinero y tiempo en procesos que requieran el bombeo de electrolitos.

Los objetivos específicos propuestos para lograr lo anterior son: 1) Desarrollar un modelo matemático basado en variables hidrodinámicas y electromagnéticas que permita entender y describir el funcionamiento de una bomba MHD de conducción, 2) realizar un estudio paramétrico 3D en computadora haciendo las consideraciones necesarias para el caso de electrolitos como fluido de trabajo para determinar las dimensiones óptimas del sistema y 3) diseñar y construir una bomba MHD y un arreglo experimental que permita caracterizar el flujo utilizando la técnica de velocimetría de ultrasonido por efecto Doppler (UDV, por sus siglas en inglés).

El presente trabajo está conformado por 6 Capítulos y 4 Apéndices. En el Capítulo 1 se exponen los antecedentes más relevantes para esta investigación así como el caso de estudio específico de la Sociedad Cooperativa de Salineros de Colima, cuyos problemas para el bombeo de salmuera sirvieron de motivación para este trabajo.

En el Capítulo 2 se desarrolla y resuelve el modelo matemático para una bomba MHD de sección transversal rectangular utilizando variables adimensionales y una solución en forma de series de Fourier.

En el Capítulo 3 se expone la metodología seguida para realizar la simulación en computadora de 20 geometrías para una bomba MHD acoplada a un circuito. Se seleccionó la geometría óptima para la velocidad y se realizó un estudio paramétrico variando la corriente en un rango de 0.01 a 0.1 A. El modelo físico, el mallado de la geometría y los estudios numéricos fueron realizados utilizando el software COMSOL Multiphysics[®].

En el Capítulo 4 se abunda sobre el diseño del experimento para medir la velocidad de la bomba MHD así como la metodología seguida en el laboratorio para realizar las mediciones con la técnica UDV.

En el Capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos analítica, numérica y experimentalmente y se comparan los perfiles de velocidad, las tasas de flujo y las eficiencias predichas por cada modelo.

En el Capítulo 6 se recapitulan la hipótesis y los objetivos de este trabajo a la luz de los resultados obtenidos y se proponen futuras investigaciones para dar seguimiento al presente trabajo.

En el Apéndice A se muestra el proceso de adimensionalización utilizado en el Capítulo 2 para simplificar el modelo matemático.

En el Apéndice B se expone la metodología con la cual se recrearon y midieron las conductividades de soluciones de NaCl y sal de mar con distintas concentraciones.

En el Apéndice C se muestra el proceso con el cual se determinó experimentalmente la intensidad de campo magnético de los imanes utilizados en la bomba MHD.

Finalmente, en el Apéndice D se describe el experimento mediante el cual se observó la generación de burbujas por electrólisis para una solución acuosa de sal de mar con una concentración de 3.5% en función de la corriente eléctrica.

1.1. Antecedentes

La gran mayoría de investigaciones acerca de aplicaciones macroscópicas de bombas MHD para el transporte de electrolitos se han decantado por el bombeo de agua de mar dejando de lado la posible aplicación de estos para procesos industriales y de laboratorio. Hace 50 años se propuso el uso de propulsores MHD para barcos y submarinos ya que ofrecía la oportunidad de eliminar los componentes de los motores rotantes convencionales. Estos propulsores consisten básicamente de una bomba MHD en la cual se pasa corriente a través del agua de mar que, al interactuar con un campo magnético produce una fuerza de Lorentz que actúa sobre el agua impulsando la embarcación hacia adelante ([Way, 1968](#)).

Desde entonces los propulsores MHD para embarcaciones han sido investigados periódicamente. Sin embargo, su aplicación ha sido limitada debido a los retos que impone la generación de un campo magnético lo suficientemente grande ([Doss y Geyer, 1990](#)). Aunque las aplicaciones de propulsores MHD no han sido del todo exitosas aún, las investigaciones que se han hecho al respecto son de gran utilidad para el modelado matemático y el diseño de una bomba MHD para transportar electrolitos. Por otra parte, las investigaciones realizadas con respecto a bombas MHD para sales fundidas también pueden proporcionar información de utilidad para esta investigación.

En 1990 [Doss y Geyer](#) propusieron un modelo MHD que acopla un flujo 1D con un modelo eléctrico en 2D para un propulsor con ducto cilíndrico. Se realizaron estudios numéricos variando el campo magnético de 5–20 T , el diámetro del propulsor de 0.5–2.0 m , la rugosidad de la pared de 0–3 mm , la velocidad de flujo de 5–20 m/s y el factor de carga de 1–10. Sus resultados indican que la fricción y las pérdidas al final de ducto pueden tener un impacto negativo en la eficiencia de un propulsor cercano a un factor de carga igual a uno. Además, la eficiencia del propulsor incrementa con la fuerza del campo magnético y el diámetro del ducto mientras que decrece con la rugosidad de las paredes y la velocidad de flujo.

En un estudio posterior, [Doss y Geyer \(1993\)](#), discutieron algunos de los problemas técnicos y los mecanismos de pérdidas que afectan la eficiencia eléctrica de los propulsores MHD. Estos problemas incluyen la eficiencia de tobera, pérdidas óhmicas, pérdidas por fricción, efectos tridimensionales y electrólisis dentro del propulsor.

En otros estudios, [Boissonneau y Thibault \(1999\)](#) estudiaron el efecto MHD en agua de mar desde una perspectiva electroquímica. Las mediciones experimentales fueron llevadas a cabo en el laboratorio utilizando agua salada con una concentración de NaCl de 35 g/L en un canal de 1 m con sección transversal cuadrada de $4 \times 4 \text{ cm}$. El primer aspecto de su estudio fue el efecto en el flujo debido a las micro-burbujas producidas por electrólisis. El segundo aspecto fue el efecto de las condiciones de flujo en las condiciones de trabajo del electrodo como el número de especies electroactivas efectivas y la evolución del potencial del electrodo. Las principales conclusiones fueron que las micro-burbujas ($15\text{-}25 \mu\text{m}$ y $20\text{-}40 \mu\text{m}$ de diámetro en el ánodo y cátodo respectivamente) no afectaban el flujo en el dominio considerado. Sin embargo, las condiciones de flujo afectan el tamaño de las burbujas y su distribución. Por otra parte, la competencia entre especies electroactivas es controlada completamente por el flujo. En términos prácticos esto significa que no hay oportunidad de seleccionar un material anódico que permita la selección de oxígeno en lugar de cloro en las condiciones establecidas para aplicaciones MHD con agua de mar.

Por su parte, [Benecib, Abdessemed, y Drid \(2007\)](#) introdujeron un conjunto de ecuaciones básicas para una bomba MHD de corriente directa en un canal cilíndrico. Las ecuaciones presentan un flujo MHD simplificado basado en la teoría del flujo estacionario, incompresible y laminar. Para resolver los modelos electromagnéticos e hidrodinámicos utilizaron el método del volumen finito. Se concluyó que el rendimiento de empuje depende de la longitud del electrodo y el radio del canal. Las dimensiones óptimas encontradas en el estudio fueron 0.08 m y 0.03 m respectivamente. Además, mostraron que una bomba MHD proporciona un buen control sobre el flujo debido a que fuerza de salida es proporcional a la corriente de entrada y puede activarse bidireccionalmente.

Más adelante, [Ghassemi, Rezaeinezhad, y Shahidia \(2008\)](#) estudiaron analíticamente los efectos del número de Hartmann, así como de las frecuencias de variación de un campo electromagnético AC en la distribución de velocidad de una bomba MHD. Para resolver las ecuaciones gobernantes se predijo un perfil de velocidad y posteriormente se resolvieron las ecuaciones de Navier-Stokes. Los resultados mostraron que conforme el número de Hartmann se acerca a cero el perfil de velocidad es similar al de un flujo totalmente desarrollado en una tubería.

En [2009 Dolezel et al.](#) presentaron una bomba MHD para transportar sales líquidas y metales fundidos en el sistema de enfriamiento de un reactor nuclear tipo RAPID. El ducto de la bomba tenía una geometría cilíndrica y destaca el uso de enfocadores de hierro para direccionar el campo magnético. Para analizar el flujo se usaron modelos en 2D y en 3D cuyos resultados casi coinciden, por lo cual los autores concluyen que los cálculos informativos pueden realizarse en 2D y sólo el cálculo final en 3D.

Más tarde, [Aoki, Maunsell, y Schulz \(2012\)](#) construyeron un dispositivo denominado macro-bomba. Se derivó el modelo MHD de las ecuaciones de Navier–Stokes y se acoplaron a las ecuaciones de Maxwell considerando un fluido newtoniano incompresible. Se realizó una simulación numérica en 3D en la cual se obtuvieron resultados similares a las mediciones experimentales. Se observaron pequeñas oscilaciones en el perfil de velocidad al centro del canal las cuales pueden deberse a errores de medición, cambios en la temperatura, la densidad e impurezas del fluido, así como la electrólisis. No obstante, se comentó que en distintos informes se obtienen perfiles de velocidad similares.

Por su parte, [Jing et al. \(2013\)](#) presentaron una bomba electromagnética para el transporte de líquidos iónicos con una diferencia de presión de $3.2 \text{ mm} = 31.373 \text{ Pa}$ a 15 V y un campo de 0.4 T . La tasa de flujo obtenida es de $8.6 \text{ } \mu\text{l/s}$ a 8 V y a $128 \text{ } \mu\text{l/s}$ a 21 V con un campo de 0.4 T . Concluyeron que se puede evitar la formación de burbujas al utilizar un campo electromagnético de corriente alterna.

Recientemente, [Hasan, Jabbar, y Tufah \(2016\)](#), investigaron numéricamente el flujo de una bomba MHD en un microcanal utilizando agua de mar y solución PBS como fluidos de trabajo, así como condiciones de frontera electromagnéticas. El estudio se enfocó en los efectos de estos parámetros en el flujo MHD y la transferencia de calor. También se estudiaron las características térmicas del flujo MHD al calcular la distribución de temperatura a través de la región de la microbomba MHD. Los resultados mostraron un efecto considerable de la corriente y campo magnético aplicados en la velocidad y el flujo. Con el agua de mar se obtiene mayor velocidad y flujo que con la solución PBS debido a su conductividad. Además, existe un aumento de la temperatura menor a $1K$ en el rango de velocidades de $10-50 /min$ con una corriente de $20 mA$ debido al efecto del calentamiento de Joule.

1.2. El caso de la Sociedad Cooperativa de Salineros de Cuyutlán

La motivación principal de este trabajo son los problemas que han surgido en el proceso de producción de sal de la Sociedad Cooperativa de Salineros de Colima (SCSC), ubicada en la región de Cuyutlán en el estado de Colima. No obstante, se espera que la bomba pueda ser utilizada en otro tipo de procesos que requieran el transporte de electrolitos.

En el proceso de producción de sal de la SCSC el bombeo de agua salada es imprescindible y actualmente se utilizan motobombas diesel para realizar esta tarea. Dichos equipos presentan una serie de problemas entre los que destacan el costo del combustible para su operación, el traslado del mismo para abastecer los equipos y la contaminación del producto por la operación del equipo mismo ([Flores, Vega, y Verduzco, 2017](#)).

Para resolver este problema, [Flores et al. \(2017\)](#) diseñaron y construyeron un sistema de bombeo fotovoltaico acoplado a una bomba eléctrica de diafragma marca NOMAD modelo N40 SPYDER[®] y un sistema hidráulico de tuberías para transpor-

tar el agua salada. Desafortunadamente, el uso de esta bomba presenta dos inconvenientes. Por un lado, la membrana que permite el bombeo tiene un tiempo de vida de aproximadamente 8 meses lo cual implica un gasto recurrente en el proceso y una pérdida de tiempo por la logística de reparación. Por otro lado, el ambiente corrosivo propiciado por el agua salada tiende a desgastar los demás componentes de la bomba. Por esta razón en esta investigación se propone una bomba MHD para evitar los problemas mencionados en procesos similares a los de la SCSC.

En la Tabla 1.1 se muestran los datos técnicos más importantes de la bomba NOMAD N40 SPYDER[®], la cual fue diseñada para transportar agua de desecho y líquidos con partículas grandes disueltas. Esta bomba es seca y autocebante, tiene un motor de 12 o 24 V, válvulas de pico de pato hechas de neopreno y una membrana del mismo material. Una desventaja que el fabricante especifica es que utilizarla en seco por tiempos prolongados acorta la vida del motor y del diafragma (NOMAD, 2019).

Voltaje	12V - 24V
Corriente	8A - 5A
Capacidad	27 L/min
Altura de succión máxima	3m
Peso	3.7 kg

Tabla 1.1: Principales características de la bomba N40 SPYDERTM. Datos tomados de NOMAD (2019).

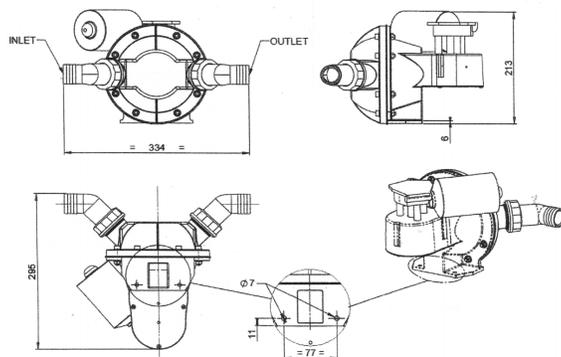


Figura 1.1: Dimensiones en milímetros la bomba N40 SPYDERTM. Imagen tomada de NOMAD (2019).

Capítulo 2

Modelo matemático para una bomba MHD

En este capítulo se presentan las ecuaciones y condiciones de frontera que modelan el flujo de una bomba MHD. En particular, se obtiene una solución analítica 2D para la velocidad y el flujo volumétrico como función de parámetros geométricos y eléctricos.

2.1. Modelo físico bidimensional

El diseño simplificado de la bomba MHD se muestra en la Figura 2.1. Consiste de un ducto de sección transversal rectangular de altura b y ancho a bajo la influencia de un campo magnético B_z el cual se asume que es constante. Las paredes laterales del ducto son electrodos conectados a una fuente de poder de tal manera que la corriente eléctrica sea perpendicular al campo magnético. Esta configuración genera una interacción entre el campo magnético y la corriente eléctrica la cual produce una fuerza de Lorentz que mueve el líquido conductor dando como resultado un flujo de Hartmann.

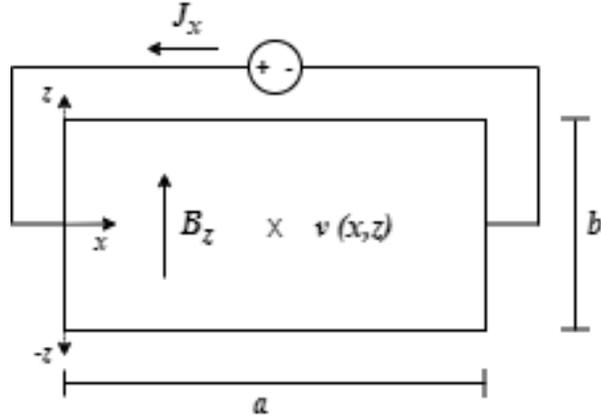


Figura 2.1: Diagrama simplificado de la sección transversal de una bomba MHD.

2.2. Ecuaciones gobernantes

La densidad de corriente eléctrica \mathbf{J} que circula a través del fluido está dada por la ley de Ohm. Para simplificar el problema se considera que la corriente sólo es inyectada en la componente x .

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_0 = \sigma[(-\nabla\phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \mathbf{J}_0], \quad (2.1)$$

donde se asume que el potencial escalar eléctrico ϕ entre los electrodos es constante, σ la conductividad del medio, $\mathbf{u}(u, v, w)$ es el vector de velocidad y \mathbf{B} es el vector de campo magnético. Utilizando esta expresión se puede obtener la fuerza de Lorentz resultante por la interacción entre la corriente y el campo magnético.

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \sigma[(-\nabla\phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \mathbf{J}_0] \times \mathbf{B} = -(J_x B_z + \sigma v B_z^2) \hat{y}. \quad (2.2)$$

Por otra parte, el movimiento del fluido en el ducto de la bomba está gobernado por las ecuaciones de conservación de masa y de momento lineal.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}, \quad (2.4)$$

considerando que el fluido es newtoniano, incompresible y está completamente desarrollado, la ecuación (2.4) se simplifica

$$\mu \left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{d^2 v}{dz^2} \right) + \mathbf{F} - \frac{dp}{dy} = 0. \quad (2.5)$$

Para considerar el caso de un flujo MHD se toma la fuerza de Lorentz como la fuerza externa que produce el movimiento del fluido. Sustituyendo la ecuación (2.2) en la ecuación (2.5) tenemos que

$$\mu \left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{d^2 v}{dz^2} \right) - (J_x B_z + \sigma v B_z^2) - \frac{dp}{dy} = 0, \quad (2.6)$$

por lo tanto, la ecuación de movimiento para describir el flujo en la bomba MHD se puede expresar como

$$\mu \left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{d^2 v}{dz^2} \right) - \sigma v B_z^2 = J_x B_z + \frac{dp}{dy}. \quad (2.7)$$

donde a la izquierda de la ecuación está el término disipativo asociado con la fricción y el término asociado el frenado de Hartmann el cual siempre se opone al movimiento y finalmente, los términos del lado derecho de la ecuación son los forzantes que se pueden deber a un gradiente de presión externo o a la fuerza de Lorentz por la interacción de la corriente inyectada y el campo externo. En el estudio de la dinámica de fluidos es muy útil adimensionalizar ecuaciones para comprender las relaciones entre los parámetros clave y reducir el número de parámetros de la ecuación de movimiento original (Cengel y Cimbala, 2006). En el Apéndice A se muestra el procedimiento para adimensionalizar la ecuación (2.7), que en su forma adimensional se escribe como:

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \epsilon^2 \frac{d^2 v}{dz^2} \right) - \epsilon^2 Ha^2 v = \alpha - \beta, \quad (2.8)$$

donde la velocidad v está normalizada por $v_0 = \sqrt{\frac{J_x B_z \frac{b}{2}}{\rho}}$, las coordenadas x y z por a y $\frac{b}{2}$ respectivamente y la coordenada y está normalizada por la longitud de los electrodos c . La densidad de corriente y la intensidad de campo magnético están normalizados por la corriente aplicada J_x^o y el campo aplicado B_z^o respectivamente. Adicionalmente el gradiente de presión está normalizado por ρv_0^2 . Los cuatro términos adimensionales que aparecen son la relación de aspecto $\epsilon = 2a/b$, el número de Hartmann $Ha = \sqrt{\frac{\sigma(\frac{b}{2})^2 B_z^2}{\mu}}$ que representa el frenado del flujo por el campo inducido en el electrolito el cual puede ser despreciado en el caso que $Ha \ll 1$, $\alpha = \frac{J_x B_z a^2}{v_0 \mu}$ que es la contribución a la presión debido a la fuerza de Lorentz y finalmente $\beta = k Re \xi$ que es el gradiente de presión por pérdidas lineales donde $Re = \frac{v_0 a}{2\nu}$, es el número de Reynolds, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ la viscosidad cinemática, $\xi = ac$ la relación de aspecto entre el ancho del ducto y el ancho de los electrodos y $k = \frac{dp}{dy}$ el gradiente de presión que se considera constante y funge como el parámetro de ajuste que se discutirá más adelante.

2.3. Solución analítica para la velocidad y el flujo de una bomba MHD

A pesar de que en la bomba MHD existe un flujo de Hartmann en un ducto rectangular con placas laterales conductoras similar al problema de Hunt (1965) y Hunt-Stewartson (1965), no existe una solución analítica para un ducto cuyas paredes tienen conductividades arbitrarias (Müller y Bühler, 2001). No obstante, como el campo magnético inducido en el electrolito es mucho menor que el campo aplicado, la solución se obtuvo siguiendo el procedimiento para describir un flujo de Poiseuille en un ducto rectangular desarrollado por Bruus (2006) haciendo la consideración de que el movimiento es generado por una fuerza de Lorentz. Para obtener dicha solución se parte de las siguientes condiciones de frontera adimensionales:

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \epsilon^2 \frac{d^2 v}{dz^2} \right) - \epsilon^2 Ha^2 v = \alpha - \beta, \text{ para } 0 < x < 1, -1 < z < 1, \quad (2.9)$$

$$v(x, z) = f(x)g(z) = 0, \text{ para } z = \pm 1, x = 0, x = 1. \quad (2.10)$$

Se expanden todas las funciones del problema en forma de series de Fourier a lo largo del eje x . Para asegurar que se cumplan las condiciones de frontera se toman solo los términos que son múltiplos del $\sin(\frac{n\pi x}{h})$, donde n es un número entero positivo e impar. Al expandir el lado derecho de la ecuación (2.9) tenemos que

$$\alpha - \beta \equiv S = \frac{4S}{\pi} \sum_{n,\text{impar}}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi x), \quad (2.11)$$

los coeficientes $g_n(z)$ de la serie de Fourier son constantes en el eje x pero funciones en el eje z , por lo que se propone una solución para la velocidad de la siguiente forma

$$v(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(z) \sin(n\pi x), \quad (2.12)$$

sustituyendo la ecuación (2.12) en la ecuación (2.9) tenemos que

$$\sum_{n,\text{impar}}^{\infty} [\epsilon^2 g_n''(z) - (n^2\pi^2 + Ha^2)g_n(z)] \sin(n\pi x) = \frac{4S}{\pi} \sum_{n,\text{impar}}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi x), \quad (2.13)$$

las funciones $g_n(z)$ están dadas por

$$g_n(z) = 0, \text{ para } n \text{ par}, \quad (2.14)$$

$$\epsilon^2 g_n''(z) - (n^2\pi^2 + Ha^2)g_n(z) = \frac{4S}{n\pi}, \text{ para } n \text{ impar}. \quad (2.15)$$

Para determinar las funciones $g_n(z)$ para n impar hay que resolver la ecuación diferencial de segundo orden (2.15) cuya solución general se puede escribir como

$$g_n(z) = g_n^{\text{inhom}}(z) + g_n^{\text{homog}}(z), \quad (2.16)$$

donde $g_n^{\text{inhom}}(z)$ es la solución particular y $g_n^{\text{homog}}(z)$ es la solución general para la ecuación homogénea asociada. La solución particular se obtiene al sustituir la función de prueba $g_n(z) = cte$ y resolver la ecuación algebraica resultante, de lo cual

obtenemos que

$$g_n^{inhom}(z) = \frac{-4S}{n\pi\lambda^2\epsilon^2} \rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{(n^2\pi^2 + Ha^2)}{\epsilon^2}}, \quad (2.17)$$

la solución general a la ecuación homogénea $g_n''(z) - \frac{(n^2\pi^2 + Ha^2)}{\epsilon^2}g_n(z) = 0$ es de la forma

$$g_n^{homog}(z) = A \cosh(n\pi z\lambda) + B \sinh(n\pi z\lambda), \quad (2.18)$$

por lo tanto, la solución para la velocidad que satisface las condiciones de frontera de no deslizamiento $g_n(\pm 1) = 0$ es

$$v(x, z) = \sum_{n, impar}^{\infty} \frac{4S}{n\pi\lambda^2\epsilon^2} \left[1 - \frac{\cosh(\lambda z)}{\cosh(\lambda)} \right] \sin(n\pi x), \quad (2.19)$$

Se puede observar que esta solución es una serie de Fourier donde los coeficientes en el eje z son funciones similares a la que encontró Hartmann (1937) para resolver el problema de un fluido MHD en una tubería. Finalmente, se puede obtener una expresión para el flujo al integrar esta función sobre el área adimensional del ducto

$$Q = \int_{-1}^1 \int_0^1 v(x, z) dx dz = \frac{2S}{\lambda^3\epsilon^2} [\lambda - \tanh(\lambda)]. \quad (2.20)$$

Con estas funciones se puede estimar un valor tanto para la velocidad del fluido como para el flujo en el ducto. Sin embargo, al no conocer el parámetro de ajuste es necesario contrastar estas expresiones con los resultados numéricos y experimentales. En el siguiente capítulo se expondrán los detalles del modelo numérico y los resultados obtenidos mediante simulación en computadora.

Capítulo 3

Simulación del flujo de una bomba MHD

Simular el flujo en el ducto de una bomba MHD significa resolver las ecuaciones de la MHD planteadas en el capítulo anterior y expuestas en forma completa en la Sección 3.3 utilizando métodos numéricos. La solución de las ecuaciones se llevó a cabo mediante el software COMSOL Multiphysics[®] utilizando los módulos de dinámica de fluidos computacional (*Fluid Dynamics*) y electromagnetismo (*AC/DC*) y siguiendo la metodología desarrollada por [Acosta-Zamora \(2019\)](#).

En este capítulo se describirá la geometría y los parámetros considerados. Posteriormente, se detallarán las aproximaciones físicas realizadas y finalmente se expondrá el procedimiento, así como el algoritmo de solución que utiliza el software. En total se simularon 20 geometrías distintas y con los resultados se determinó la geometría óptima en la cual se obtiene una mayor velocidad promedio de bombeo. Finalmente, con esta geometría se realizó un estudio paramétrico variando la corriente en un rango de 0.01 a 0.1 A.

3.1. Modelo físico tridimensional

La configuración a estudiar se muestra en la Figura 3.1. Consiste de una bomba MHD acoplada a un circuito de sección transversal cuadrada o rectangular lleno con una solución acuosa de sal de mar. En la bomba MHD el fluido está sometido a una corriente eléctrica directa en la dirección del eje x debido a una diferencia de potencial y un campo magnético producido por un arreglo de dos imanes permanentes de NdFeB a una distancia de 6 mm del fluido. Las dimensiones del circuito son de 95 cm a lo largo, 20 cm a lo ancho respectivamente y se estudiaron distintas geometrías para la sección transversal.

En todos los casos las geometrías fueron creadas dentro del software dejando la cavidad de la bomba centrada en el origen. Finalmente se generó un bloque rectangular de $100 \times 40 \times 40 \text{ cm}^3$. Este bloque confina el dominio del fluido, imanes y electrodos considerando que sus propiedades son las del aire para poder simular el dominio donde se encuentra definido el campo magnético, considerando que tiende a cero en las paredes del bloque.

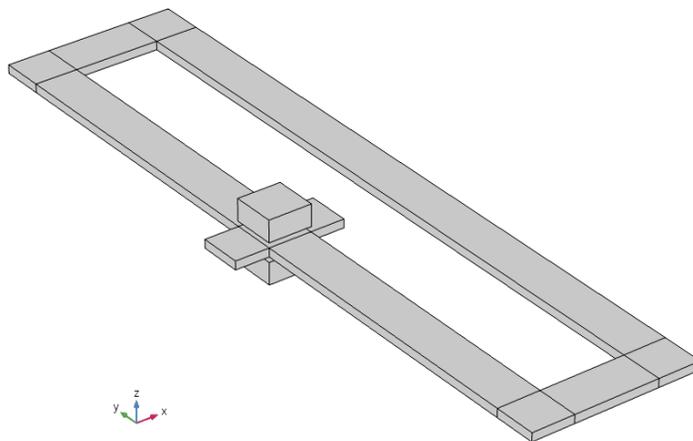


Figura 3.1: Vista isométrica de la geometría de la bomba acoplada al circuito para una sección transversal de $5 \times 1 \text{ cm}^2$.

La corriente eléctrica aplicada se limitó a 0.1 A ya que en el experimento descrito en el Apéndice B se observó que ésta era la corriente máxima que se podía aplicar a la solución de agua de mar antes de que el burbujeo producido por electrolisis comenzara a generar movimiento en el fluido. Por otra parte, se utilizó la conductividad de los electrodos de grafito en la librería de COMSOL Multiphysics®.

Para realizar el estudio también es necesario especificar las propiedades físicas del fluido de trabajo y los imanes que se simularán para resolver las ecuaciones discutidas en el Capítulo 2. A continuación se describen las propiedades de la solución de agua de mar utilizada así como las características del campo magnético impuesto.

3.1.1. Propiedades principales del agua de mar

Composición química

El agua de mar es básicamente una solución de sales en agua. Sus propiedades varían de región a región, no obstante, en general tiene una salinidad del 35 ‰. Esto significa que la concentración de sales es de 35 partes por mil, o bien, que 3.5 % de la masa de un litro de agua de mar es debido a las sales disueltas (Pinet, 2004).

Alrededor del 86 % de los iones de sales disueltos en el agua de mar son de sodio y cloro, ver Tabla 3.1. Debido a esto es plausible aproximar las propiedades del agua de mar a las propiedades de una solución de NaCl.

Para el caso específico del proceso de producción de sal de la SCSC, el agua salada se obtiene de la laguna costera de Cuyutlán, Colima. Para esta laguna en promedio los valores de temperatura del agua oscilan entre 28 a 34 °C, la salinidad varía desde 21 hasta 34 ‰ y el pH se encuentra en un rango 7.46 a 8.36 (Aguirre y Sosa, 1996).

Densidad y viscosidad

En la Tabla 3.2 se pueden ver distintos valores de la viscosidad y la densidad de una solución de NaCl en función del porcentaje de masa a 20 °C.

Ion	Iones en agua de mar (%)	Iones por peso (%)	Peso acumulado (%)
Cloro	18.980	55.040	55.040
Sodio	10.556	30.610	85.650
Sulfato	2.649	7.680	93.330
Magnesio	1.272	3.690	97.020
Calcio	0.400	1.160	98.180
Potasio	0.380	1.100	99.280
Bicarbonato	0.140	0.400	99.690
Bromo	0.065	0.190	99.880
Ácido Bórico	0.026	0.070	99.950
Estroncio	0.013	0.040	99.990
Flúor	0.001	<0.001	99.990
Total	34.482	99.99	99.99

Tabla 3.1: Principales solutos en el agua de mar. Adaptada de Sverdrup, Johnson, y Fleming (1942).

Con estos valores se encontró que la densidad (ρ) y la viscosidad dinámica (μ) son linealmente proporcionales al porcentaje de masa disuelta. Se obtuvieron las siguientes expresiones:

$$\rho = 10.455M + 998.050, \quad (3.1)$$

$$\mu = 0.0749M + 0.948, \quad (3.2)$$

Donde M es el porcentaje de concentración de masa. Utilizando ambas ecuaciones se estimaron valores para las concentraciones de masa de la laguna de Cuyutlán los cuales se muestran en la Tabla 3.3.

Conductividad eléctrica

La conductividad es la propiedad más importante del fluido de trabajo ya que de ésta depende la densidad de corriente que se puede inyectar al fluido y la fuerza de Lorentz que produce la bomba. A su vez, la conductividad del agua de mar depende del porcentaje en masa de sales disueltas y la temperatura. En el Apéndice C se describe el procedimiento seguido para realizar pruebas de conductividad en el laboratorio para soluciones de NaCl y sal de mar en función de la concentración de

Masa (%)	Densidad ($kg \cdot m^{-3}$)	Viscosidad ($Pa \cdot s \times 10^{-3}$)
0.5	1003.4	1.025
1.0	1008.6	1.049
2.0	1019.0	1.102
3.0	1029.4	1.159
4.0	1039.8	1.222
5.0	1050.2	1.292
6.0	1060.6	1.367
7.0	1071.1	1.448
8.0	1081.6	1.538
9.0	1092.2	1.638
10.0	1102.9	1.754

Tabla 3.2: Densidad y viscosidad de una solución de NaCl en función de su masa. Adaptada de Wolf (1966).

Masa (%)	Densidad ($kg \cdot m^{-3}$)	Viscosidad ($Pa \cdot s \times 10^{-3}$)
2.0	1019.0	1.038
2.25	1021.5	1.042
2.5	1025.8	1.047
2.75	1027.4	1.051
3.0	1029.4	1.056
3.25	1031.9	1.060
3.5	1034.0	1.065

Tabla 3.3: Densidad y viscosidad estimados para el agua de la laguna de Cuyutlán.

masa a 25 °C. En la Figura 3.2 se muestran los resultados obtenidos.

Para una concentración de 3.5% se obtuvo una conductividad de 5.616 S/m para la solución de NaCl y de 4.838 S/m para la solución de sal de mar. En la Tabla 3.4 se muestran datos de la literatura para la conductividad de una solución de NaCl a 20°C en función de la concentración de masa. Al extrapolar estos datos se obtiene que para una concentración de masa de 3.5% la conductividad eléctrica de una solución de NaCl es de 5.015 S/m lo cual está dentro del orden de las mediciones obtenidas en el laboratorio.

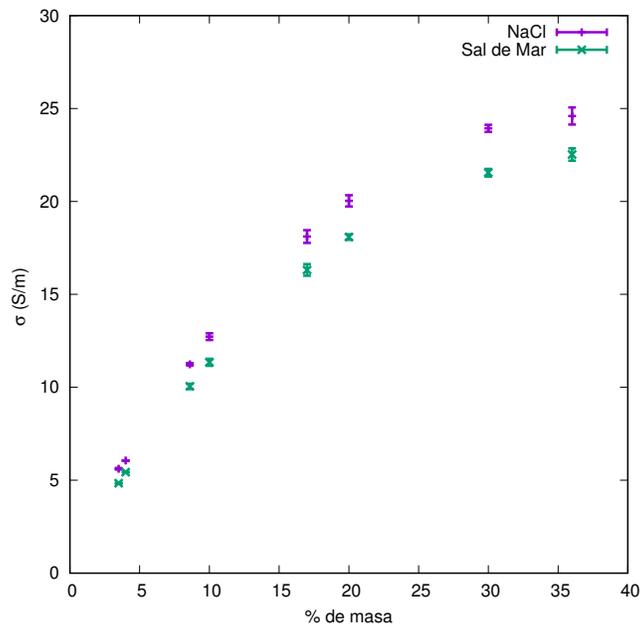


Figura 3.2: Conductividades para soluciones de NaCl y sal de mar para distintas concentraciones a 25 °C.

Masa (%)	0.5 %	1 %	2 %	5 %
σ (S/m)	0.82	1.60	3.02	7.01

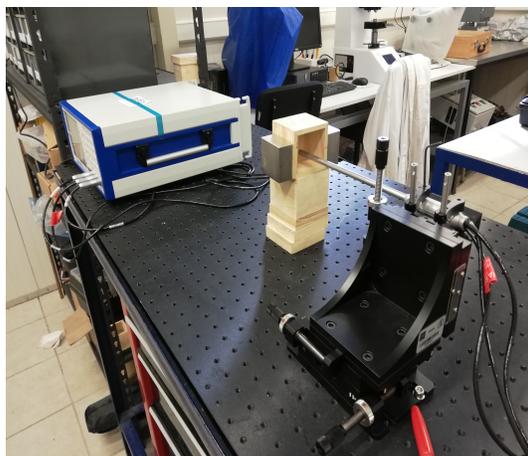
Tabla 3.4: Conductividad de una solución de NaCl en función de la concentración de masa. Datos obtenidos de [Lide \(1989\)](#).

3.1.2. Campo magnético

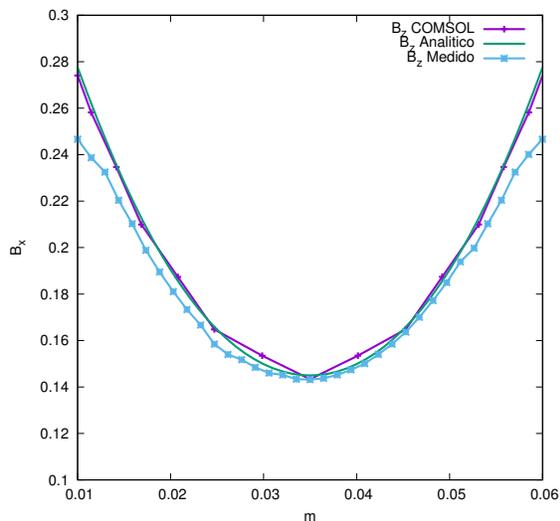
Para determinar la magnitud del campo magnético de los imanes utilizados en la construcción de la bomba se realizaron mediciones experimentales en 3D. Posteriormente se ajustaron los datos con las ecuaciones propuestas por Furlani (2001) para determinar la intensidad de campo magnético de un imán de estructura rectangular y se estimó que la magnetización de saturación del imán con el polo positivo en pared era de $9.35 \times 10^5 A/m$ mientras que la del imán con el polo negativo en la pared era de $9.1 \times 10^5 A/m$. El procedimiento de caracterización y ajuste de cada imán puede revisarse en el Apéndice D.

Después se procedió a medir el campo magnético entre los dos imanes. Para esto se construyó el arreglo mostrado en la Figura 3.3 utilizando un soporte cúbico de

madera de $7 \times 7 \times 7 \text{ cm}^3$. Se colocó un imán de cada lado, se posicionó la probeta del gaussmetro en el centro del cubo y se midió el campo magnético sobre el eje x . Se ajustaron los datos con el modelo de Furlani y se encontró que en cada punto sobre el eje la intensidad de campo magnético era igual a la suma del valor absoluto del campo magnético de cada imán en ese punto.



(a)



(b)

Figura 3.3: a) Arreglo experimental para la medición de campo magnético entre dos imanes. b) Comparación de mediciones experimentales con el modelo analítico y numérico.

Posteriormente, se reprodujo el experimento en COMSOL Multiphysics[®] y se encontró que los datos experimentales ajustaban para un valor de magnetización de $8.2 \times 10^5 \text{ A/m}$ lo cual está dentro del orden de magnitud para los imanes de NdFeB (Furlani, 2001) pero difiere del valor que se obtuvo al ajustar el modelo analítico.

Las diferencias radican en que el software calcula el campo magnético de los imanes utilizando métodos numéricos para resolver la ecuación dada por la ley de Maxwell-Ampere en ausencia de corriente eléctrica. Por su parte, Furlani consideró varias simplificaciones para poder obtener una solución analítica a dicha ecuación. Debido a lo anterior se utilizó este último valor de la magnetización para realizar las simulaciones en COMSOL Multiphysics[®].

3.2. Mallado de geometría

Para el mallado también se utilizaron las herramientas de COMSOL Multyphysics[®]. Se eligió construir una malla hexaédrica en el dominio donde se encuentra el fluido debido a la simetría del problema. El mallado del dominio de los electrodos y del imán también tienen elementos hexaédricos para coincidir con los elementos adyacentes del dominio del fluido aunque se decidió utilizar una malla más fina en los electrodos que en los imanes. Los dominios mallados con hexaedros se muestran en la Figura 3.4.

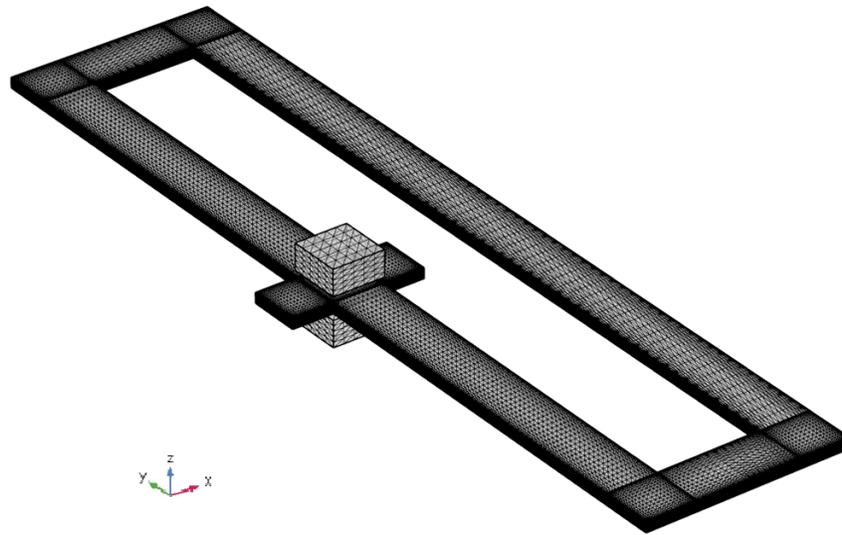


Figura 3.4: Mallado del dominio del fluido, electrodos e imanes.

Finalmente, el dominio de aire se dividió en secciones tetraédricas con un tamaño mayor a los elementos de los otros dominios con el fin de ahorrar tiempo de cómputo. En la Figura 3.5 muestra el mallado de la geometría completa con elementos tetraédricos en el bloque de aire y elementos hexaédricos en la geometrías interiores.

Debido a que se estudiaron distintas geometrías no se tiene un número de elementos fijo para todas. Para realizar los cálculos se utilizaron dos mallas en cada caso: una gruesa que oscila entre los 70,000 y 80,000 elementos para resolver un estudio estacionario de las ecuaciones magnetostáticas y un estudio dependiente del tiempo acoplando las ecuaciones para la corriente y el fluido. Finalmente, se utilizó otra

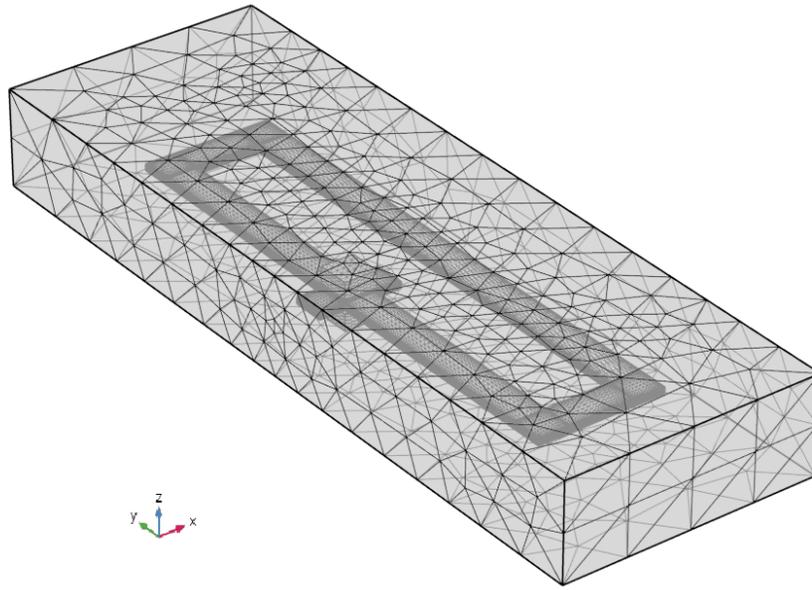


Figura 3.5: Mallado de la geometría completa para la bomba MHD, el circuito y el dominio de aire.

mallado más fina que se encuentra entre los 600,000 y 700,000 elementos para resolver un estudio estacionario para las ecuaciones MHD. Lo anterior tiene como finalidad ahorrar tiempo de cómputo sin comprometer la calidad de los datos obtenidos para la velocidad y el flujo dentro del ducto.

3.3. Algoritmo de COMSOL Multiphysics[®]

COMSOL Multiphysics[®] ¹ es una herramienta computacional dedicada a la solución numérica de ecuaciones diferenciales que utiliza el método de volúmenes finitos para discretizar dominios en el cual es posible utilizar distintos elementos geométricos incluyendo tetraedros y hexaedros. Los esquemas de aproximación utilizados dependen del tipo de problema que se resuelva y, automáticamente, si se trata de una ecuación tipo Poisson se eligen elementos de segundo orden, mientras que si se trata de una ecuación de transporte los elementos del dominio son lineales.

¹El contenido de esta sección se obtuvo de la documentación de COMSOL (2017) adaptada por Acosta-Zamora (2019).

Para esquemas dependientes del tiempo el programa consta de un método adaptativo el cual puede pasar de ser Euler-implícito a Euler-explícito dependiendo de las condiciones iniciales y la estabilidad de la solución. Los métodos de desacople son variantes del método de Newton-Raphson, los cuales son análogos a los métodos iterativos que usa el software para aproximar problemas no lineales, dónde se le puede dar un enfoque aislado o un enfoque acoplado al agregar una multifísica.

Finalmente para resolver el sistema de ecuaciones lineales es posible elegir entre métodos directos o iterativos; para el caso de métodos directos se utiliza el método MUMPS (por sus siglas en inglés, MULTifrontal Massively Parallel Sparse direct Solver), finalmente para métodos iterativos, el software usa variantes del método de gradientes conjugados.

Para resolver la física del sistema se utilizó la formulación del potencial eléctrico ϕ . En esta aproximación se supone que el campo magnético es únicamente el campo aplicado y la corriente inducida se calcula utilizando la ley de Ohm.

Con el fin de ahorrar tiempo de cómputo, el sistema está semi-desacoplado ya que se resuelve de manera independiente el campo magnético del imán y la corriente eléctrica en el dominio del fluido. Lo anterior se realizó haciendo un estudio estacionario con el módulo *AC/DC* para resolver las ecuaciones de Poisson usadas para obtener el campo magnético del imán y el potencial eléctrico. Posteriormente se realizó un estudio temporal para calcular la densidad de corriente en el fluido y finalmente estos resultados se usaron para definir la fuerza de Lorentz en las ecuaciones de dinámica de fluidos en un tercer estudio estacionario donde se acoplan la corriente, el campo magnético y la velocidad del fluido. En la Figura 3.6 se muestra un esquema de la metodología seguida.

Las ecuaciones que resuelve el software son las siguientes:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \rightarrow \text{Caso magnetostático}, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{H} = -\nabla \times \Phi_M \text{ donde } \Phi_M \text{ es el potencial escalar magnético,} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0(-\nabla \times \Phi_M + \mathbf{M}_s) \text{ donde } \mathbf{M}_s \text{ es la magnetización de saturación,} \quad (3.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.6)$$

$$\nabla^2 \Phi_M = \nabla \cdot \mathbf{M}_s, \quad (3.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}, \quad (3.8)$$

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \mathbf{J}_0, \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (3.10)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (3.11)$$

Las condiciones iniciales y de frontera son

$$\mathbf{H} = 0 \text{ en } \partial\Omega_A, \quad (3.12)$$

$$\phi = 0 \text{ en el electrodo interior,} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{J}_0 = \frac{I_0}{A}, \text{ donde } A \text{ es el área del electrodo e } I_0 \text{ es la corriente aplicada,} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{u}(x, y, z, t = 0) = 0, \quad (3.15)$$

$$\mathbf{u} = 0 \text{ en } \partial\Omega_F, \quad (3.16)$$

donde Ω_F se refiere al dominio del fluido y Ω_A es el dominio de aire. De esta manera, el software puede calcular variables como la velocidad, el flujo y la caída de presión.

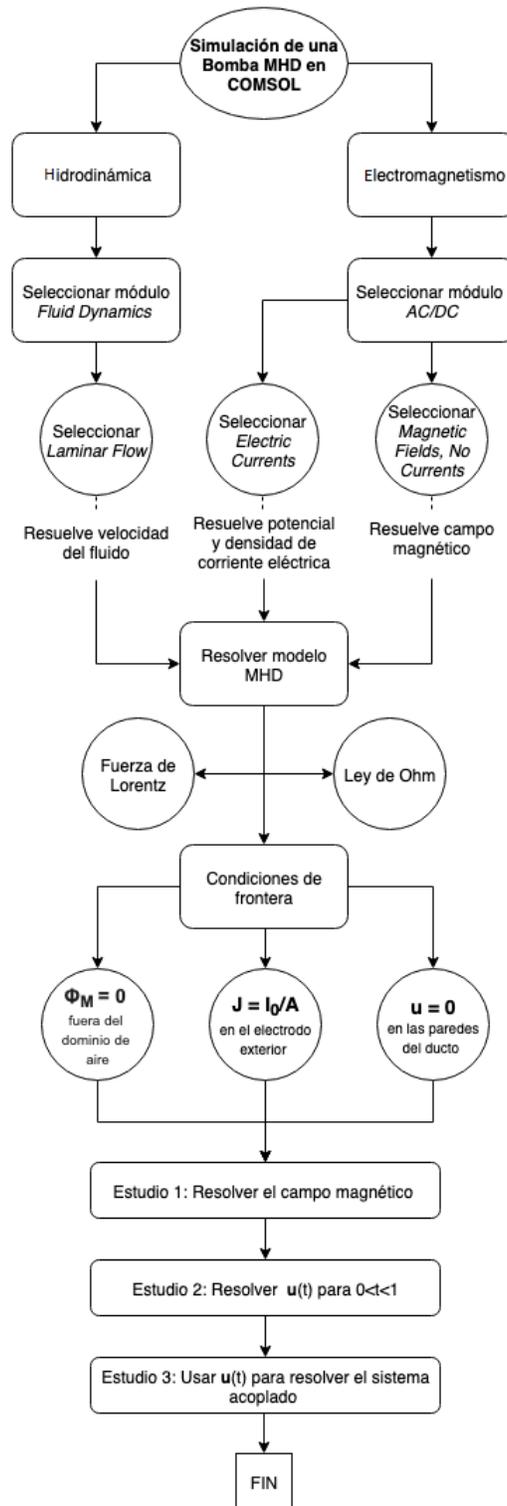


Figura 3.6: Representación esquemática de la metodología seguida para simular una bomba MHD en COMSOL.

3.4. Optimización del área de la sección transversal

Con este procedimiento se evaluaron 20 geometrías distintas para la sección transversal y se determinaron las mejores configuraciones para la velocidad y el flujo. Después, se seleccionó la geometría óptima y se realizó un estudio paramétrico variando la corriente eléctrica inyectada en un rango de 0.01 a 0.1 A.

En la Figura 3.7 se muestran los resultados para la velocidad de las 20 geometrías simuladas. Como era de esperarse, el campo magnético al centro aumenta conforme disminuye la distancia entre imanes y por lo tanto se produce una fuerza de Lorentz mayor lo cual a su vez genera una mayor velocidad en el fluido.

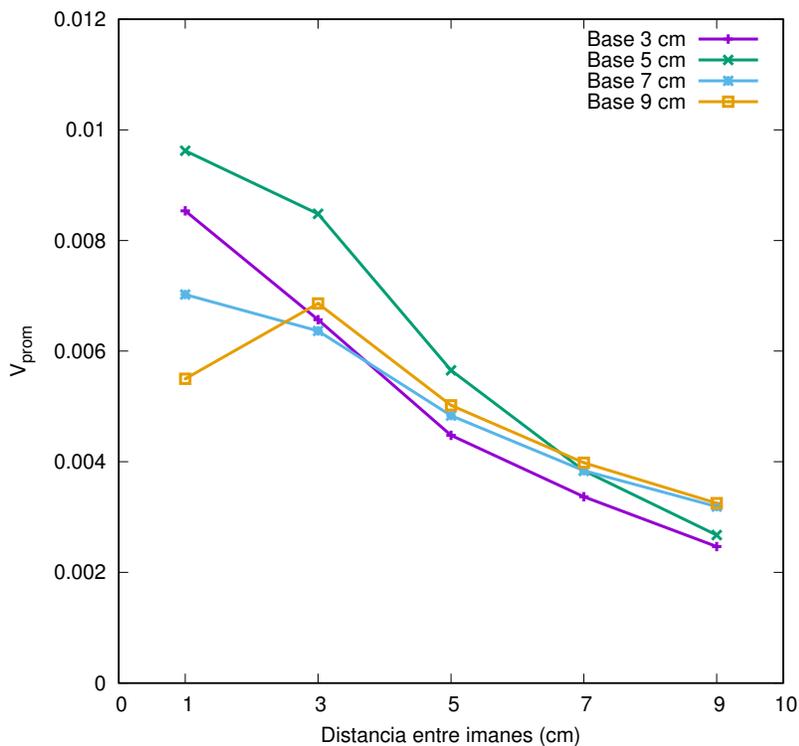


Figura 3.7: Resultados para la velocidad de la simulación de 20 dimensiones distintas de área transversal.

De acuerdo con los resultados, el valor óptimo para la velocidad se alcanza cuando la distancia entre los electrodos es igual al ancho de los imanes y disminuye con mayor rapidez al aumentar la distancia entre electrodos por encima del ancho de los imanes. Lo anterior se debe a que fuera del imán el campo magnético decae rápidamente junto con la fuerza de Lorentz, provocando que la velocidad disminuya. Se observa que al aumentar la distancia entre imanes la velocidad también disminuye debido a que la intensidad del campo magnético al centro es menor.

Por otra parte, los resultados para el flujo se muestran en la Figura 3.8. Se observa que entre mayor sea el área transversal mayor es el flujo. Lo anterior tiene sentido físico ya que el flujo es proporcional al área y aunque la velocidad sea menor, el flujo sigue aumentando conforme aumenta el área hasta alcanzar un máximo y posteriormente disminuir. La afirmación anterior es evidente en las curvas de flujo para los casos de las bases de 3 y 5 cm.

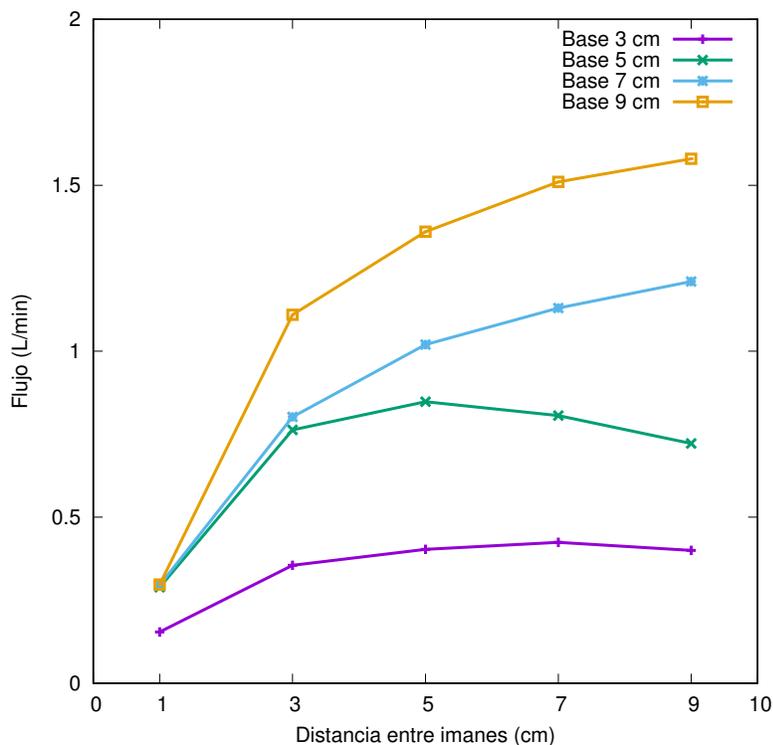


Figura 3.8: Resultados para el flujo de la simulación de 20 dimensiones distintas de área transversal.

Es importante destacar la diferencia de flujo entre la altura de 1 y la de 3 cm. Para todos los casos el flujo aumenta rápidamente y el cambio se hace más abrupto conforme aumenta la base del imán. Esto se explica por la condición de no deslizamiento en las paredes impuesta durante la simulación. Como puede observarse, debido a esta condición de frontera existe una reducción del flujo al disminuir el área de la sección transversal.

De estos estudios se concluyó que entre menor sea el área transversal del ducto mayor será la velocidad pero el flujo disminuirá. Para fines prácticos la configuración óptima es la que permite obtener una mayor velocidad debido a que el flujo puede aumentar fácilmente al cambiar el área transversal a las salidas de la bomba MHD. Por esta razón, se decidió construir un prototipo de la bomba MHD con un área transversal de $5 \times 1 \text{ cm}^2$, la cual permite obtener la mayor velocidad con la corriente eléctrica y el campo magnético aplicados.

Capítulo 4

Diseño y metodología experimental

Aunque los softwares como COMSOL Multiphysics[®] son muy útiles para ahorrar tiempo y dinero, los resultados obtenidos mediante computadora necesitan ser validados con resultados experimentales para comprobar la pertinencia de las consideraciones que se hicieron para llevar a cabo las simulaciones. Es por eso que se decidió construir el modelo con la geometría que, según los resultados numéricos, permite obtener una mayor velocidad.

En este capítulo se expondrán los pormenores del diseño de la bomba MHD y el circuito para caracterizar la velocidad de bombeo. A su vez, se mostrará la metodología utilizada para recrear el fluido de trabajo en el laboratorio y los pasos seguidos para medir los perfiles hidrodinámicos de velocidad en distintas zonas del circuito.

4.1. Diseño experimental

4.1.1. Diseño de la bomba MHD

La solución numérica del modelo matemático indica que la velocidad será mayor conforme se acorta la distancia entre los imanes debido a que el campo magnético es más intenso al centro del ducto. Sin embargo, conforme se reduce el tamaño de la sección transversal la magnitud del flujo decae debido a que los efectos de la condición de frontera de no deslizamiento. Por otra parte, también se encontró que las velocidades máximas se obtenían cuando la base del ducto era del mismo tamaño que el largo del imán. Por esta razón las dimensiones finales de la sección transversal del ducto en el prototipo de la bomba fueron de $5 \times 1 \text{ cm}^2$. El diseño del prototipo fue realizado en el software SolidWorks®.

En la Figura 4.1 se muestra el diseño para el prototipo de la bomba. Este consiste de un cubo de $10 \times 10 \times 11 \text{ cm}^3$ formado por un ducto central, dos tapas con electrodos, dos empaques para prevenir fugas, dos imanes de NdFeB y tornillos para unir las tapas al ducto central. Se puede observar que el prototipo es compacto y sencillo en comparación con la bomba eléctrica de diafragma NOMAD N40 SPYDER® cuyas características fueron mencionadas en el Capítulo 1.

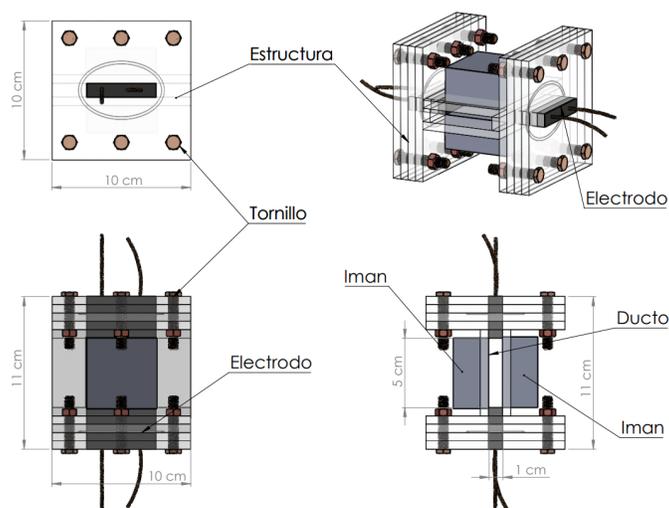


Figura 4.1: Vistas del diseño para una bomba MHD de sección transversal rectangular de $5 \times 1 \text{ cm}^2$.

4.1.2. Diseño del circuito para la caracterización de flujo

Para poder medir el desempeño de la bomba fue necesario construir también un circuito con el objetivo de medir los perfiles de velocidad a la entrada y salida de la bomba, así como en una zona en la que el flujo se encuentre totalmente desarrollado. Dicho circuito se observa en la Figura 4.2 y está conformado por 6 partes: la bomba MHD con el ducto central alargado, dos codos, un codo de llenado y vaciado, un codo para extracción de aire y un ducto largo. Para la construcción de la bomba y el circuito para el experimento se diseñaron las piezas para ser cortadas a partir de una placa de acrílico de 6 mm de grosor. Estas piezas fueron pegadas para formar las partes principales de cada configuración y finalmente estas partes se unieron mediante tornillos en el laboratorio.

Las dimensiones totales del circuito son de $1.3 \times 0.53 \times 0.10 \text{ m}$ a lo largo, alto y ancho respectivamente, mientras que las dimensiones del volumen interior se mantuvieron igual a las simuladas en COMSOL Multiphysics[®]. El volumen interior está dado por la multiplicación del perímetro del ducto por el área, es decir $0.00115 \text{ m}^3 = 1.15 \text{ L}$

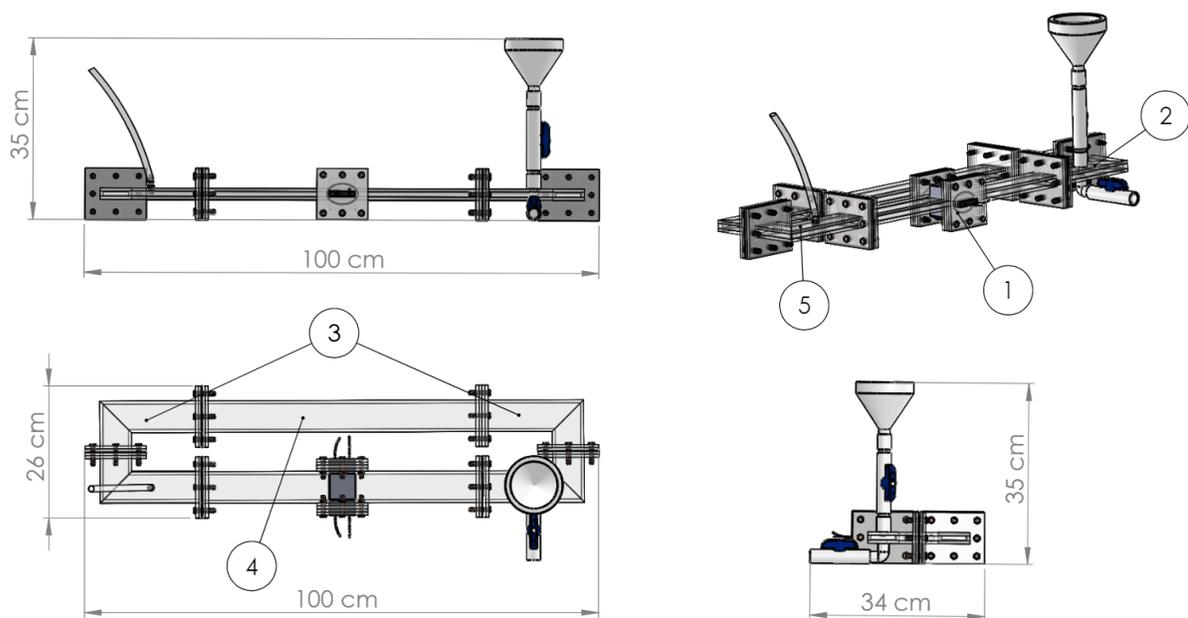


Figura 4.2: Vistas del diseño para el circuito experimental. Las partes enumeradas son: 1) Bomba MHD, 2) Codo de llenado/vaciado, 3) Codos, 4) Ducto largo y 5) Codo de extracción de aire.

4.1.3. Selección de materiales

El objetivo del proceso de selección de materiales es maximizar el desempeño y duración de la bomba MHD en las condiciones en las que será utilizada. Existen dos componentes principales en la bomba y el circuito experimental: los electrodos y las paredes estructurales. Los criterios principales para seleccionar los materiales fueron la conductividad y la reactividad en el caso de los electrodos y la durabilidad en medio salino así como el costo para el caso de las paredes estructurales.

Electrodos

Los electrodos son parte esencial de la bomba ya que a través de ellos se inyecta corriente al fluido de trabajo. Por esta razón se busca que los electrodos tengan la mayor conductividad posible. Los materiales predilectos para los electrodos son los metales, sin embargo, para este tipo de aplicaciones son problemáticos. Tanto el agua salada como las reacciones electroquímicas desgastan los electrodos, además, dichas reacciones forman óxidos que contaminan el fluido de manera significativa lo cual descarta rotundamente el uso de estos materiales. Es por eso que para esta aplicación se optó por utilizar electrodos de grafito.

El grafito se puede considerar como un semi-metal anisotrópico, lo cual significa que es un buen conductor eléctrico y térmico en la dirección paralela a las capas y un mal conductor en la dirección perpendicular a las capas. Esto se debe a que en la capa se presenta un enlace metálico mientras que entre capas predominan débiles fuerzas de Van der Waals. Esta propiedad ha permitido que el grafito se utilice en la fabricación de electrodos electroquímicos ([Chung, 2002](#)).

Su estructura atómica es tal que la banda de valencia más alta ocupada se traslapa con la banda de conducción vacía más baja por aproximadamente 36 meV y los cuatro electrones de valencia deslocalizados forman una banda de conducción parcialmente llena en los planos basales donde pueden moverse fácilmente bajo la influencia de un campo eléctrico. Por otra parte, el espaciamiento entre los planos es relativamente grande y no hay mecanismo mediante el cual los electrones se muevan de un plano a

otro (Pierson, 1994).

El grafito puro es uno de los materiales químicamente más inertes. Es resistente a la mayoría de los ácidos, álcalis y gases corrosivos. Sin embargo, las impurezas están casi siempre presentes en grafitos naturales y artificiales y a menudo tienen un efecto catalítico que resulta en un aumento de la reactividad química. Tanto la anisotropía de los materiales gráfiticos como la porosidad afectan su reactividad. Los materiales con cristales grandes y pocos defectos tienen una mayor resistencia química. A su vez, si la porosidad es alta como en el caso del carbón activado, la reactividad será mayor que en materiales gráfiticos más densos y menos porosos como el carbón vitrificado. Otro factor que afecta esta propiedad del grafito es la temperatura, la cual comienza a aumentar rápidamente su reactividad por encima de los 450° (Pierson, 1994). No obstante, para la aplicación en una bomba MHD para el transporte de electrolitos la reactividad a temperaturas elevadas no supone un problema.

Los electrodos de grafito suelen ser hechos a partir de grafito moldeados. El grafito moldeado se define como un producto gráfitico sintético fabricado a partir de la compactación de una mezcla de un relleno a base de carbón y un aglutinante orgánico. El comportamiento mecánico del grafito moldeado es esencialmente el de materiales vidriosos o cerámicos. Por el contrario, su resistividad eléctrica aumenta con la temperatura como los metales (Pierson, 1994). Los valores de la resistividad se encuentran típicamente entre los $450 - 1050 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$. (POCO Graphite, 2015)

Algunas de las aplicaciones donde el grafito es utilizado por su baja reactividad son en reactores químicos, intercambiadores de calor, equipo para deposición por vapor químicos, ánodos de protección catódica para tuberías, plataformas petroleras y líneas eléctricas de corriente directa. La aplicación más importante de los electrodos de grafito es en los hornos de arco eléctrico dentro del procesamiento de acero y aluminio. Estos electrodos son de bajo costo, no obstante, se erosionan gradualmente con el uso y pueden romperse por lo que necesitan ser reemplazados regularmente (Pierson, 1994).

Por estas características se decidió utilizar electrodos de grafito para inyectar corriente eléctrica al fluido en la bomba MHD. En la Tabla 4.1 se pueden observar algunas de las propiedades de estos electrodos.



Figura 4.3: Electrodos de grafito utilizados para la fabricación de la bomba.

Propiedad	Electrodo 1	Electrodo 2
Alto	3 cm	3 cm
Largo	5 cm	5 cm
Ancho	1 cm	1 cm
Peso	28.44 g	28.53 g
Resistencia	0.6 Ω	0.6 Ω
Resistividad	1000 $\mu\Omega \cdot m$	1000 $\mu\Omega \cdot m$

Tabla 4.1: Propiedades de los electrodos utilizados en la bomba MHD. Las mediciones fueron realizadas en el laboratorio.

Estructura de la bomba y circuito

Para las piezas que conforman la estructura de la bomba y el circuito se optó por utilizar Poli(metil-2 metilpropenoato); mejor conocido como polimetilacrilato, PMMA (por sus siglas) o simplemente acrílico. El PMMA es un polímero termoplástico de bajo costo muy utilizado en una gran cantidad de aplicaciones industriales y de la vida diaria. Su alta transparencia lo hace ideal para reemplazar al vidrio en aplicaciones donde el peso o los impactos son una limitante (Ali, Karim, y Buang, 2002).

El PMMA es un material resistente y liviano. Tiene una densidad de alrededor de 1.2 g/cm^3 a temperatura ambiente y una resistencia a los impactos más alta que el vidrio y el poliestireno aunque significativamente menor que la del policarbonato. El PMMA se hincha y disuelve en muchos solvente orgánicos y tiene poca resistencia a muchos reactivos químicos debido a los grupos ésteres fácilmente hidrolizables. No obstante, su estabilidad en el medio ambiente es superior a la de la mayoría de los polímeros como el poliestireno o el polietileno. Tiene una tasa de absorción de agua de de 0.3 - 0.4 % por peso y su resistencia disminuye proporcionalmente con la absorción de agua (Ali et al., 2002).

La degradación de propiedades mecánicas y ópticas causadas por la exposición a rayos UV es mínima en este material debido a que absorbe muy poca luz. La cantidad de radiación absorbida no es suficiente como para romper los enlaces moleculares del material lo cual es una propiedad única para un polímero y lo hace ideal para aplicaciones al aire libre (Osswald et al., 2006).

El PMMA se forma mediante la polimerización del metacrilato de metilo y el procesamiento final se realiza por inyección, extrusión o termoformado a temperaturas alrededor de los 200 - 230 °C. Los grupos radicales del monómero de PMMA son responsables de las características de este material. Por una parte, impiden que las moléculas se pueden acercar lo suficiente como para formar enlaces cristalinos, lo cual causa que el PMMA sea amorfo. Por otra parte, estos grupos se enganchan a otros grupos radicales eliminando el deslizamiento entre cadenas poliméricas vecinas. Esto provoca que el PMMA sea rígido, quebradizo y con una alta temperatura de transi-

ción vitrea (Ali et al., 2002).

Por su transparencia, resistencia y bajo costo, el PMMA ha sido utilizado en un amplio espectro de aplicaciones como luces de automóviles, lentes, ventanas para edificios, faros, barreras a prueba de balas, anuncios, pantallas LCD, muebles e indumentaria. También es utilizado como recubrimiento polimérico para aumentar la resistencia a la corrosión y mejorar el desempeño en aplicaciones a aire libre con una emisión reducida de compuestos orgánicos volátiles (VOC, por sus siglas en inglés). Debido a su biocompatibilidad, también es utilizado en varias aplicaciones médicas y dentales (Osswald et al., 2006).

Por otra parte, para los tornillos de las uniones se decidió utilizar cobre debido a su carácter diamagnético. Este aspecto es de vital importancia ya que es necesario que las componentes del campo magnético viajen en una sola dirección preferencial, por lo que el uso de componentes ferromagnéticos o paramagnéticos podría modificar la forma del campo magnético y por lo tanto afectar el desempeño de la bomba. Finalmente, se utilizaron empaques de poliuretano para sellar las tapas de los electrodos y las uniones entre las distintas partes del circuito con el fin de evitar fugas. En la Figura 4.6 se muestra el ensamblaje final de la bomba MHD y el circuito.

4.2. Metodología experimental

El primer paso para medir el desempeño de la bomba MHD fue nivelar el circuito para evitar efectos por caídas de presión debido a la gravedad. Dicha tarea se realizó utilizando un medidor de nivel líquido. Después se conectaron los electrodos a una fuente de poder marca Keithley[®] modelo 2200-32-3 que a su vez está conectada al software LabVIEW[®] versión 2019 para controlar su funcionamiento y registrar los datos de la variación del potencial a través del tiempo.

Posteriormente, se recreó el agua de mar mediante una solución acuosa con agua desionizada y sal de mar comercial marca Altamar[®] con una concentración de 3.5%. Como el volumen interior del circuito es de 1.15 L y además existe un volumen extra

por las tuberías adaptadas se utilizaron 2 L de agua desionizada y 70 g de sal para obtener una solución con dicha concentración para cada medición. A su vez, se agregaron nanopartículas de copoliamida para que el líquido disperse el pulso ultrasónico de las probetas con mayor facilidad. El siguiente paso fue llenar el circuito utilizando el embudo acoplado a la válvula de llenado y se aseguró que el volumen del circuito estuviera lleno con la solución inclinando el circuito para que las burbujas escaparan por la salida de aire.

Finalmente, se procedió a realizar la medición de la velocidad del fluido con 4 transductores y el equipo de velocimetría de ultrasonido por efecto Doppler (UDV, por sus siglas en inglés) DOP 4000. Se extrajeron los datos obtenidos para contrastarlos con los resultados numéricos y analíticos. Se tomaron 2 mediciones globales de 2 minutos en las cuales se obtuvieron 3 mediciones de 10 segundos para cada probeta. Cabe mencionar que a pesar de que en el experimento descrito en el Apéndice D se mostró que la variación de la conductividad por contaminación debido a reacciones electroquímicas es muy poca, se optó por vaciar y rellenar el circuito entre cada medición para mantener la misma conductividad inicial.

4.2.1. Medición de perfiles hidrodinámicos

La técnica UDV fue utilizada originalmente en el campo de la medicina y tiene más de 30 años usándose para la caracterización de perfiles de velocidad en dinámica de fluidos (Takeda, 1986). Algunas de sus ventajas respecto a técnicas de medición tradicionales son: un proceso de mapeo de flujo eficiente, su aplicabilidad a líquidos opacos y la capacidad de obtener un registro espacio-temporal del campo de velocidad (Takeda, 1995).

Aunque el nombre de la técnica implica que la velocidad se mide a partir de la frecuencia Doppler en la señal recibida, como en el caso Velocimetría Láser de efecto Doppler (LDV, por sus siglas en inglés), en la técnica UDV la velocidad se calcula a partir de los cambios en la posición de pulsos ultrasónicos que son emitidos por un transductor. La componente de la velocidad que se mide es en la dirección en la que se emite el pulso ultrasónico (Signal Processing S. A., 2019). En la Figura 4.4 se puede

observar un esquema del principio de funcionamiento de la técnica.

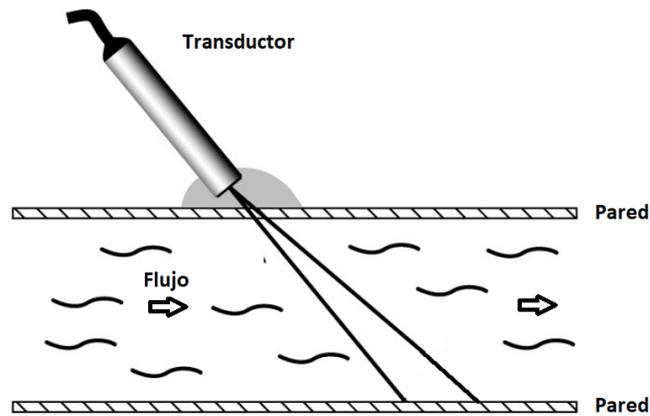


Figura 4.4: Esquema cualitativo de la técnica UDV. Imagen adaptada de [Signal Processing S. A. \(2019\)](#).

El equipo utilizado para realizar las mediciones fue el velocímetro DOP 4000 de la compañía Signal Processing S. A. el cual se muestra en la Figura 4.5. El DOP 4000 puede emitir un pulso ultrasónico con un periodo entre 100 y 2200 ns. Para obtener una resolución óptima y una buena relación señal-ruido el ancho de banda del dispositivo está fijado a 250 kHz.



Figura 4.5: Panel frontal del velocímetro DOP4000. Imagen tomada de [Signal Processing S. A. \(2019\)](#).

A este equipo se conectaron 4 transductores para medir la velocidad en zonas distintas del circuito tal como se muestra en la Figura 4.6. Se colocaron transductores en los ejes axiales del circuito (1 y 4), un transductor a la salida de la bomba (2) y finalmente un transductor en una zona del circuito donde el flujo sea totalmente hidrodinámico (3). Los transductores de los ejes axiales se colocaron perpendicularmente a las paredes mientras que los otros dos transductores se colocaron en un ángulo de aproximadamente 10° con respecto a las paredes laterales del ducto. En la Figura 4.4 se muestra un esquema de la técnica y en la Figura 4.6 se muestra el arreglo experimental para las mediciones. Finalmente, para obtener los datos experimentales se utilizó el software UDOP desarrollado por el fabricante del velocímetro.

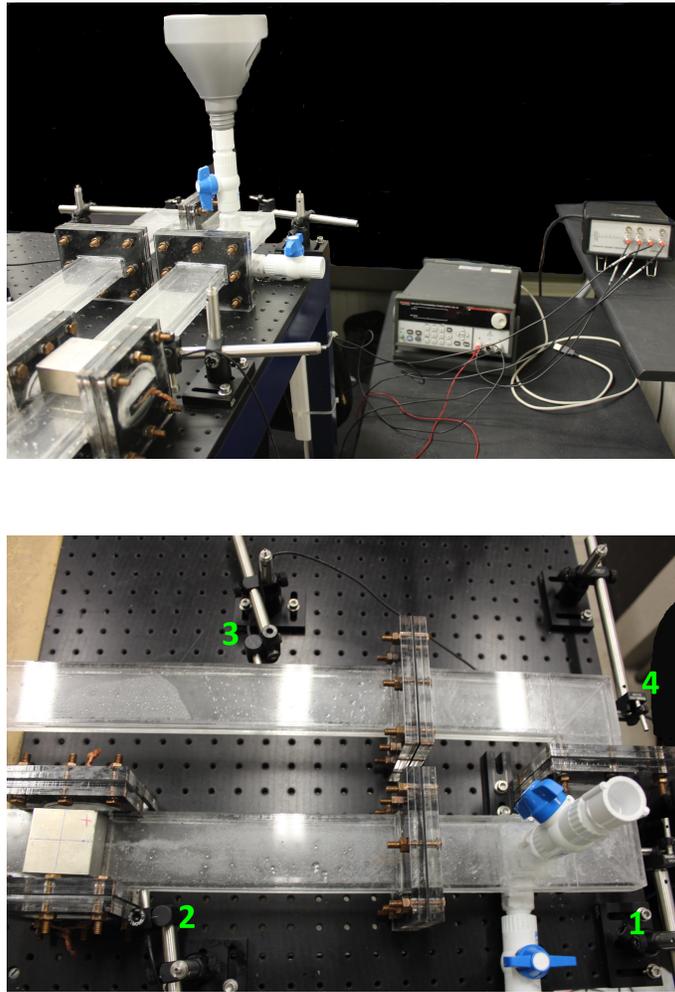


Figura 4.6: Arreglo experimental para la medición de perfiles de velocidad.

Capítulo 5

Resultados

En este trabajo se realizó un estudio analítico, numérico y experimental para obtener la velocidad y el flujo de una bomba MHD que utiliza agua de mar como fluido de trabajo. Por lo tanto, en este capítulo se expondrán a detalle los resultados obtenidos en cada estudio y se compararán para determinar la validez del modelo analítico y numérico.

Aunque en el desarrollo de este trabajo se presentó primero el estudio analítico, no se pueden obtener resultados inmediatamente con las soluciones propuestas debido a que consideran un parámetro desconocido que incluye las pérdidas lineales por fricción las cuales dependen a su vez de variables como la longitud del ducto, el material de las paredes y la generación de burbujas por electrólisis. Dicho parámetro se tomó como una constante cuyo valor se obtuvo al ajustar los resultados numéricos.

Debido a lo anterior, este capítulo iniciará mostrando los resultados obtenidos por computadora, en la siguiente sección se presentarán los resultados del modelo analítico ajustado al numérico y en la última sección se presentarán los resultados experimentales.

5.1. Resultados numéricos

En la Figura 5.1 se muestran los perfiles de velocidad para el eje z (alto del ducto) y x (ancho del ducto) al centro del ducto de la bomba respectivamente. Se puede observar que el perfil para el eje z exhibe el clásico perfil achatado de un flujo de Hartmann (1937) mientras que en el eje x se puede observar un perfil de velocidad menos achatado aunque con la forma de M propia de un flujo MHD.

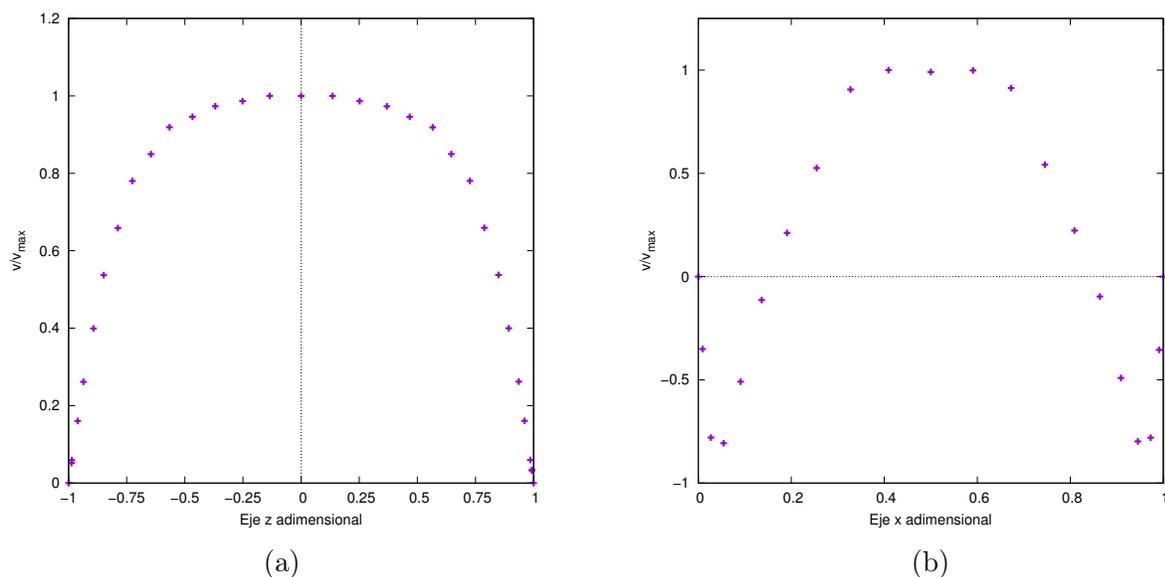


Figura 5.1: Perfiles de velocidad en los ejes (a) x y (b) z al centro del ducto de la bomba con sección transversal de $5 \times 1 \text{ cm}^2$.

Un resultado interesante de la simulación fueron las recirculaciones que se muestran en el perfil de velocidad del eje x . Esto indica que la corriente inducida en el flujo alrededor de las zonas en las que el fluido está en contacto con los electrodos existen cortos circuitos en las trayectorias de la corriente eléctrica que generan una fuerza de Lorentz que acelera el flujo en la dirección contraria al bombeo generado por el arreglo inicial (Rivero et al., 2012). Otro factor que puede propiciar este comportamiento es la generación de burbujas por electrolisis lo cual también afecta la forma en que se conduce la corriente eléctrica a través del fluido. En la siguiente sección estos perfiles serán ajustados utilizando las expresiones analíticas obtenidas en el Capítulo 2.

En la Figura 5.2 se observa la velocidad $v(x, z)$ en el área transversal del ducto al centro de la bomba. En esta imagen se tiene una mejor idea del comportamiento de la velocidad en dos dimensiones. Como se puede observar, la región efectiva de bombeo es de aproximadamente 4 cm debido a las recirculaciones en las paredes de los electrodos. Por otra parte, en la Figura 5.3 se puede observar la velocidad $v(x, z)$ en el plano central xy del ducto de la bomba. En esta imagen se pueden apreciar con claridad las recirculaciones que aparecen en el perfil de velocidad del eje x sobre el eje de la bomba, ver Figura 5.1. Finalmente, en la Figura 5.4 se muestra una imagen en 3D de la velocidad $v(x, z)$ en todo el circuito.

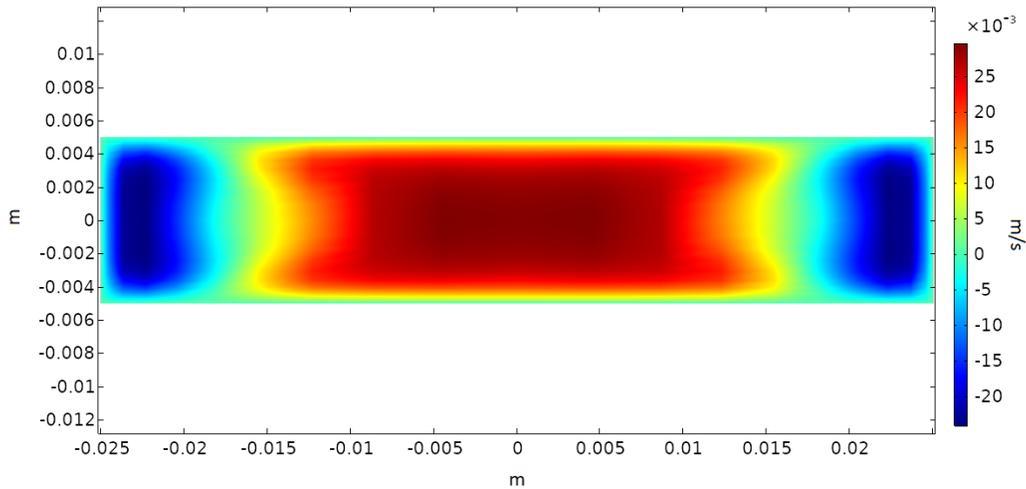


Figura 5.2: Velocidad en la sección transversal del ducto a la salida de la bomba MHD con una corriente de 0.1 A.

Se realizó un estudio de sensibilidad de malla para determinar la precisión de los cálculos en función de la cantidad de elementos de la malla. Los resultados se muestran en la Tabla 5.1. De acuerdo con estos, una malla gruesa subestima los resultados para el flujo y la velocidad debido a que la velocidad se calcula en pocos puntos del ducto. Conforme la densidad de la malla va aumentando se empieza a tomar en cuenta la velocidad de más puntos a lo largo de cada eje de lo cual se obtiene un resultado mayor para el flujo y la velocidad.

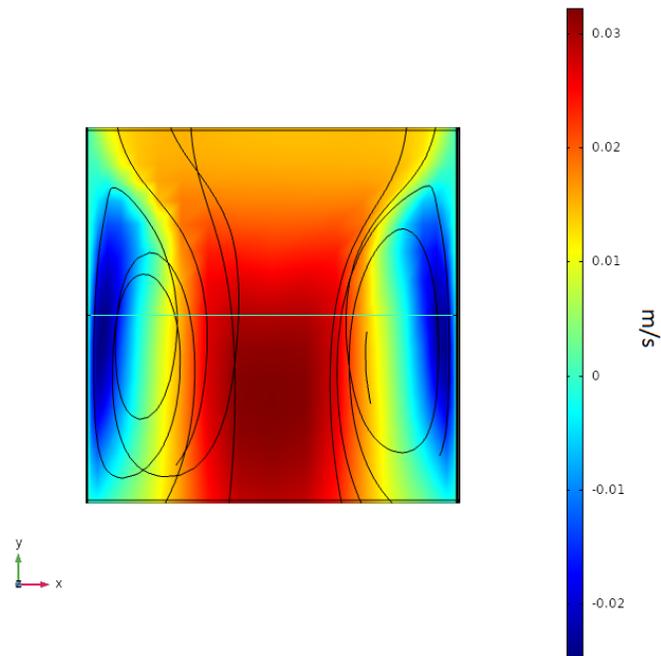


Figura 5.3: Velocidad en el ducto de la bomba MHD visto desde el plano xy con una corriente de $0.1 A$.

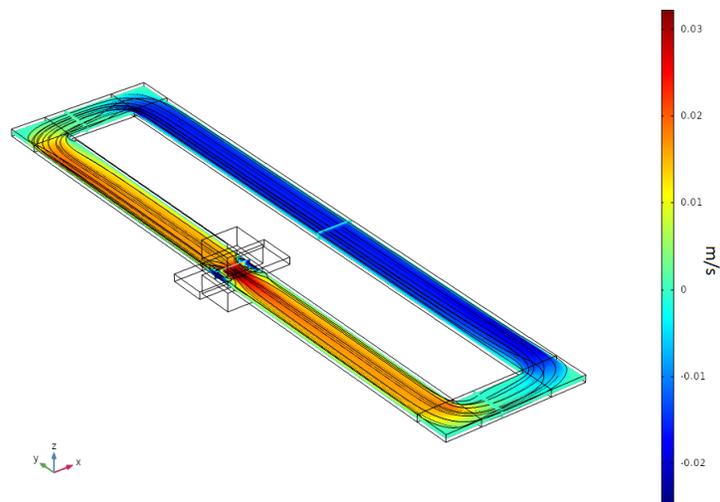


Figura 5.4: Velocidad del fluido en el circuito MHD con una corriente de $0.1 A$.

Sin embargo, cuando la malla es lo suficientemente densa y comienza a tomar en cuentas los puntos donde la velocidad es negativa los valores del flujo y la velocidad comienzan a disminuir. De acuerdo con lo anterior, entre más densa sea la malla mejor

será la estimación del resultado con respecto al resultado experimental pero también aumentarán los tiempos de cómputo.

Número de celdas	V_{prom} (m/s $\times 10^{-3}$)	Flujo ($m^3/s \times 10^{-6}$)	Flujo (L/min)	Δ
77495	8.395	4.201	0.252	-
329995	9.622	4.812	0.288	13 %
613835	9.547	4.774	0.286	1 %

Tabla 5.1: Resultados del análisis de sensibilidad de malla para una bomba MHD con un ducto de área transversal de $5 \times 1 \text{ cm}^2$ con una corriente de 0.1 A .

Adicionalmente, se realizó un estudio paramétrico variando la corriente en un rango de 0.01 a 0.1 A para observar el efecto e la corriente en la velocidad y el flujo de la bomba. en la Figura 5.5 se muestran los resultados de este estudio que indican que ambas magnitudes son linealmente proporcionales a la corriente.

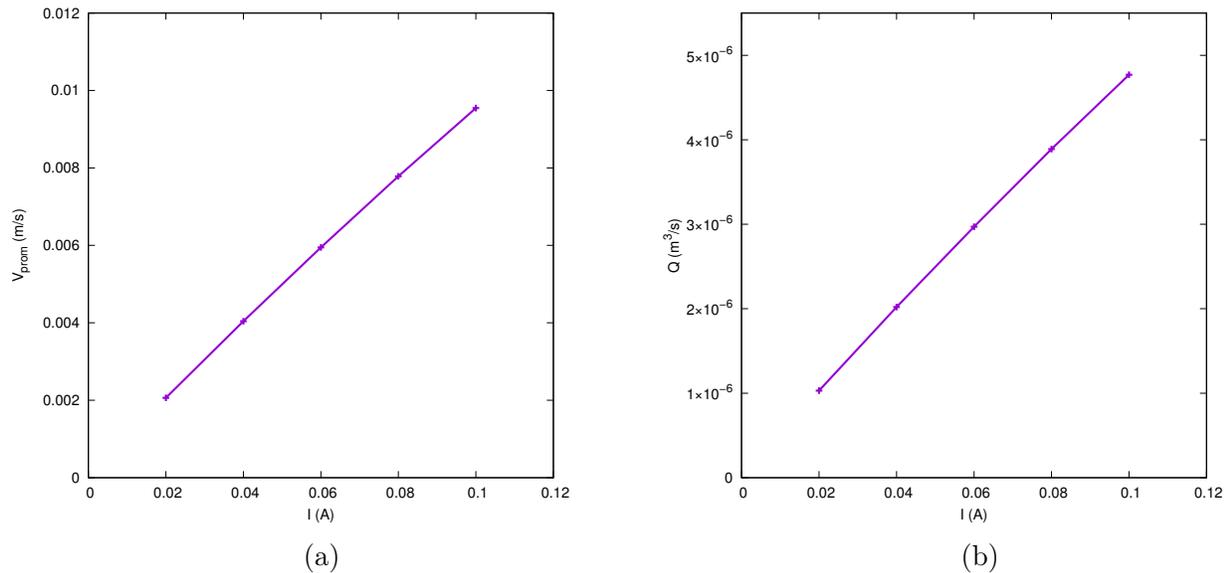


Figura 5.5: Resultados para (a) la velocidad y (b) el flujo en función de la corriente eléctrica aplicada.

Finalmente, se calculó que la caída de presión $\frac{dp}{dy}$ en la zona de bombeo fue de 43.985 Pa/m . Además, a lo largo del eje axial MHD e hidrodinámico se calculó que fue de 1.8561 Pa/m y 1.327 Pa/m , respectivamente.

5.2. Resultados analíticos

Se ajustaron los perfiles de velocidad obtenidos en la simulación para los ejes z y x con las expresiones analíticas obtenidas en el Capítulo 2. Para determinar el parámetro de ajuste k se utilizó un algoritmo en el software Wolfram Mathematica[®] para obtener el mínimo error cuadrático entre los valores numéricos y analíticos en cada punto del dominio. Siguiendo esta metodología se obtuvo un valor para el parámetro adimensional de ajuste $k = -\frac{dp^*}{dy} = -9.798$ que convertido a unidades dimensionales es de -4.192 Pa/m lo cual difiere de los resultados numéricos. En la Figura 5.6 se muestran los ajustes para cada perfil de velocidad.

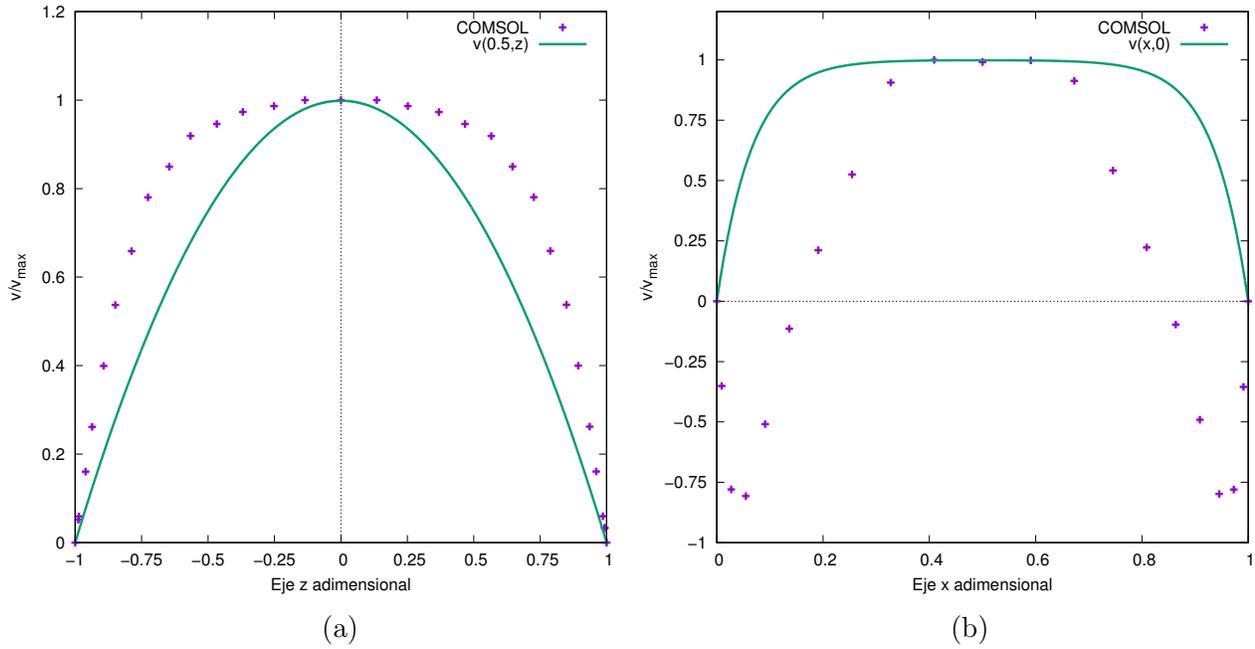


Figura 5.6: Comparación de perfiles de velocidad entre la expresión analítica y los resultados numéricos para: (a) el eje z al centro del ducto de la bomba y (b) el eje x al centro del ducto de la bomba con una corriente de 0.1 A .

Como se puede observar, el ajuste para el caso del perfil en el eje z es plausible aunque el perfil no muestra la forma achatada debido a que el número de Hartmann es bajo ($Ha = 0.144$, el cual se obtuvo de la expresión expuesta en el Capítulo 2). No obstante, la expresión analítica no logra ajustar el perfil de velocidad para el eje x debido a que el campo eléctrico no es uniforme en esta zona (Rivero et al., 2012). Dichas recirculaciones no son tomadas en cuenta en el modelo teórico debido a que es

un efecto 3D y por lo tanto la velocidad en el eje x es sobreestimada por las ecuaciones.

Al observar estos perfiles de velocidad se infiere que las predicciones para la velocidad en la zona de la bomba MHD por el modelo analítico serán imprecisas. Las razones principales radican en que para el modelo teórico solo se consideró una dirección para la corriente eléctrica y el campo magnético y ambas se consideraron constantes a lo largo del ducto de la bomba, Además, el modelo analítico considera sólo una componente de la velocidad y un flujo completamente desarrollado, mientras que en el caso numérico el flujo no está completamente desarrollado y aparecen otras componentes de la velocidad.

Adicionalmente, en la Figura 5.7 también se observa el ajuste para los perfiles de velocidad en una zona del circuito donde el flujo se encuentra completamente desarrollado. Como puede observarse, las expresiones analíticas concuerdan con los resultados numéricos lo cual indica que a pesar de que el modelo analítico no puede predecir correctamente los perfiles de velocidad en la zona de bombeo, sí puede predecirlos en una zona del circuito donde el fluido está completamente desarrollado. De la anterior se infiere que la expresión analítica puede servir para estimar el flujo de la bomba ya que este debe ser el mismo en cualquier parte del circuito.

En la Tabla 5.2 se muestra el flujo estimado con la ecuación (2.20) en comparación con los resultados numéricos presentados en la Tabla 5.1 para la malla más fina. Para obtener el flujo dimensional se multiplicó el flujo adimensional por la velocidad característica v_0 y las longitudes utilizadas para normalizar los ejes x y z en el proceso de adimensionalización descrito en el Apéndice A. La velocidad promedio se obtuvo dividiendo el resultado de la expresión para el flujo entre el área.

Resultados	V_{prom} (m/s $\times 10^{-3}$)	Flujo ($m^3/s \times 10^{-6}$)	Flujo (L/min)	Δ
Numéricos	9.540	4.776	0.286	-
Analíticos	13.060	6.535	0.391	26.95 %

Tabla 5.2: Comparación entre resultados numéricos y analíticos con una corriente de 0.1 A.

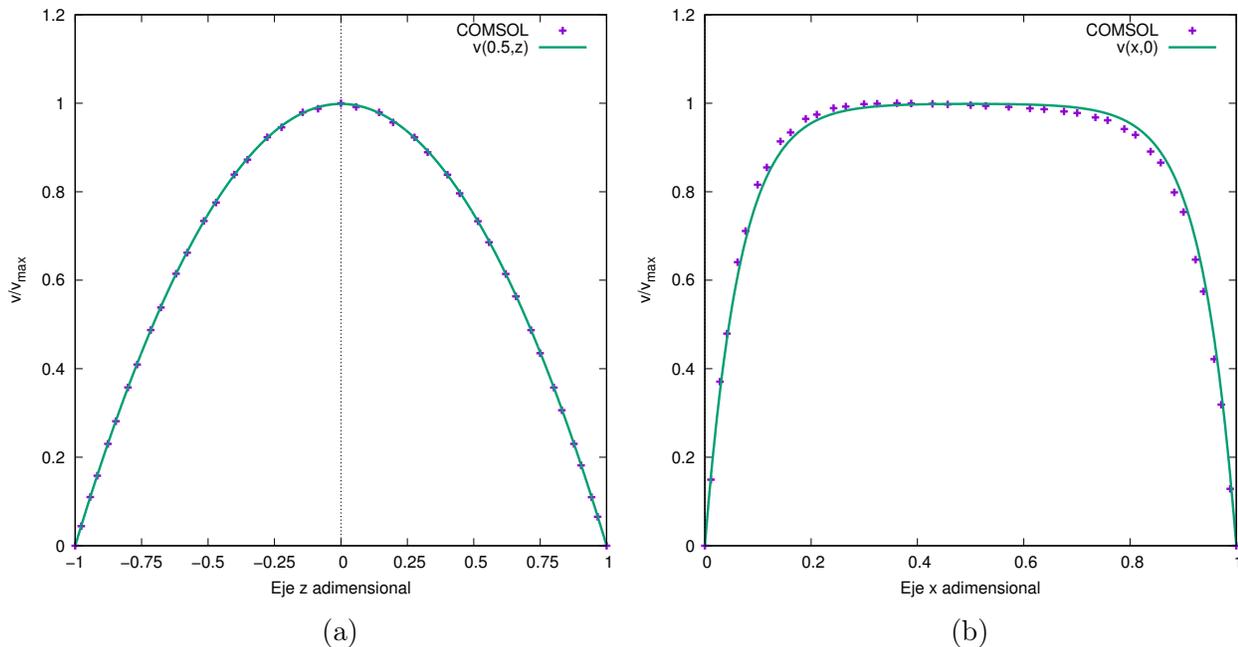


Figura 5.7: Comparación de perfiles de velocidad entre la expresión analítica y los resultados numéricos para: (a) el eje z al centro del ducto en una zona donde el fluido está completamente desarrollado y (b) el eje x al centro del ducto en una zona donde el fluido está completamente desarrollado.

Los resultados indican que a pesar de que la diferencia entre el modelo numérico y el analítico es muy grande, la expresión analítica puede ser utilizada para estimar el orden de magnitud del flujo de una bomba MHD con un ducto de área transversal constante. Sin embargo, la caída de presión que estima el modelo analítico es mucho mayor que los resultados de numéricos por lo que el modelo analítico no demostró ser una buena aproximación para obtener este dato.

5.3. Resultados experimentales

Debido a las limitaciones de la técnica y las dimensiones del ducto sólo fue posible medir los perfiles de velocidad en el eje x en la zona de bombeo así como en la zona del circuito donde el flujo estaba completamente desarrollado en la simulación. Por otra parte, se midieron los perfiles de velocidad en los ejes axiales de los dos ductos largos del circuito. En la Figura 5.8 se muestran los resultados promedio de estas mediciones comparados los resultados numéricos y analíticos para los perfiles de velocidad sobre le eje x . A su vez, también se muestran los perfiles de velocidad en los ejes axiales.

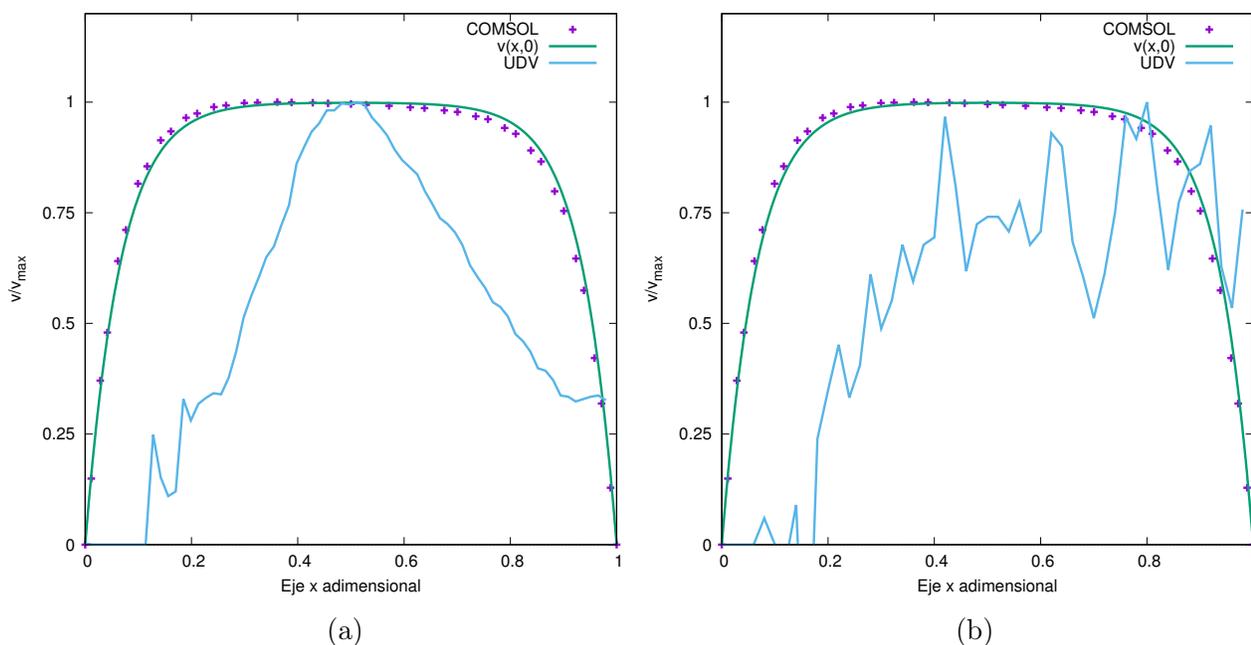


Figura 5.8: Comparación de perfiles de velocidad entre la expresión analítica, los resultados numéricos y las mediciones experimentales en el eje x para: (a) la zona a la salida de la bomba medida con el transductor 2, (b) una zona donde el fluido está desarrollado medida con el transductor 3 con una corriente de 0.1 A. Ver Figura 4.6.

A pesar de que las velocidades a la salida de la bomba están dentro del orden de magnitud se observa que en ninguna de las zonas los perfiles están desarrollados aunque el hecho de que la velocidad tienda a cero en la vecindad de las paredes del ducto muestra que la condición de no deslizamiento es adecuada para el modelado de este tipo de dispositivos. El hecho de que el perfil de velocidad del fluido en el circuito no exhibe el comportamiento completamente desarrollado tiene que ver con

las intersecciones que hay en el circuito. Las uniones desestabilizan el flujo y generan recirculaciones y turbulencias que afectan los perfiles de velocidad.

Esto también afecta las mediciones de los ejes axiales lo cual se observa en los picos abruptos de los perfiles de velocidad de los ejes axiales mostrados en la Figura 5.9. Dichos picos implican la interferencia con algún sólido como las uniones del circuito, las zonas donde se pegaron las tuberías de llenado y vaciado, e inclusive las burbujas generadas por electrolisis.

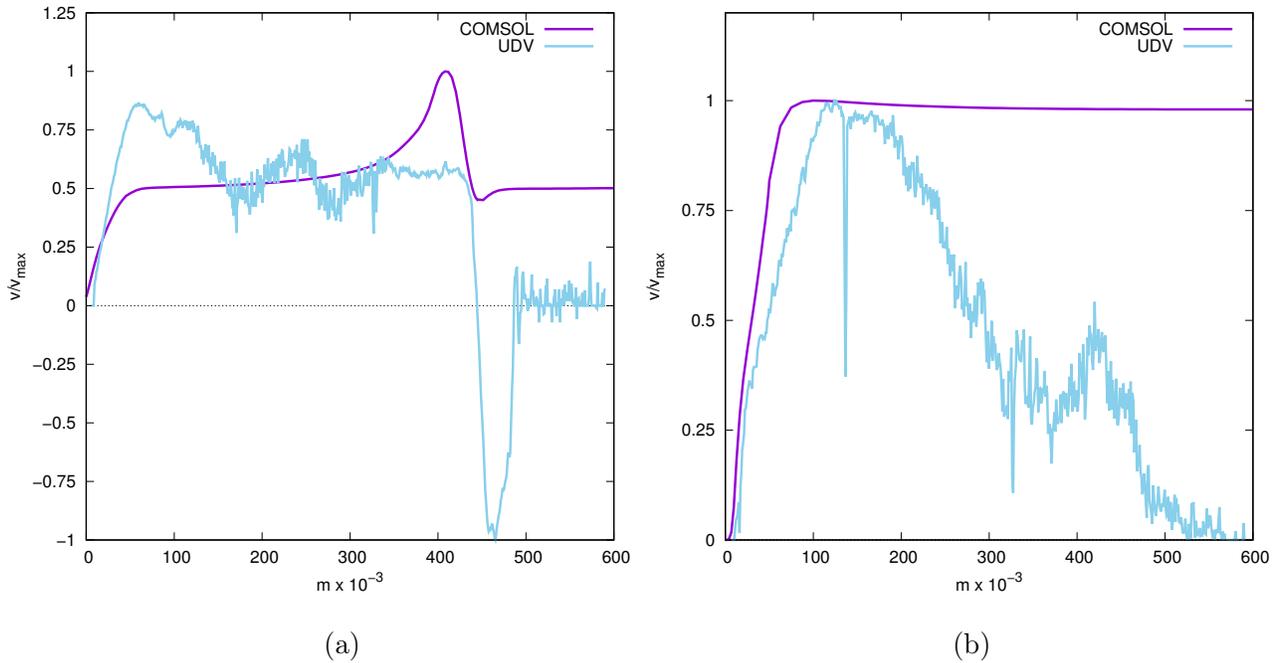


Figura 5.9: Comparación de perfiles de velocidad entre la expresión analítica, los resultados numéricos y las mediciones experimentales en el eje x para los ejes axiales del circuito en: (a) el ducto del circuito donde esta la bomba MHD medido con el transductor 1 y (b) el ducto del circuito donde solo hay flujo de Poiseuille medido con el transductor 4 con una corriente de 0.1 A. Ver Figura 4.6.

No obstante, los perfiles axiales comprueban algunos resultados de las simulaciones. Por una parte, en el perfil de velocidad del eje axial MHD se observa una recirculación en la zona de la bomba entre los 0.4 y los 0.5 m lo cual verifica los resultados de la simulación respecto a este comportamiento. Por otra parte, ambos perfiles confirman que conforme el fluido entra las zonas del codo la componente de la

velocidad cae abruptamente. Cabe mencionar que se muestran los resultados promediados de las mediciones. Como en la técnica UDV el pulso ultrasónico se va abriendo conforme se aleja del transductor, la velocidad medida a través del ducto decae lo cual implica que el pulso está comenzando a medir zonas sólidas donde la velocidad es cero. Por lo tanto, la velocidad promedio de las mediciones va decayendo conforme el pulso se va abriendo lo cual no significa que exista una pérdida de velocidad como lo sugieren las mediciones.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo a futuro

En este trabajo se realizó un estudio analítico, numérico y experimental para el caso de una bomba MHD de conducción que funciona con electrolitos como fluido de trabajo sobre la hipótesis de que esta es una tecnología viable para procesos de laboratorio e industriales. El objetivo principal de este trabajo fue obtener los conocimientos básicos para diseñar, simular y construir un prototipo que pudiera realizar la misma función que sus contrapartes mecánicas, así como evaluar la velocidad y el flujo en función del tamaño del área de la sección transversal del ducto de la bomba.

En primera instancia se obtuvo una expresión analítica para la velocidad y el flujo de la bomba dejando el gradiente de presión como parámetro de ajuste. Se mostró que las expresiones servían para describir los perfiles de velocidad en una zona donde el fluido estaba casi completamente desarrollado pero no eran suficientes para describir la velocidad del fluido dentro del ducto de la bomba debido a que en la zona de bombeo se tienen condiciones muy distintas a las que asumieron para el desarrollo del modelo analítico. Por otra parte, las predicciones para el flujo y la velocidad promedio tuvieron un error del 27% lo cual implica que este modelo puede ser utilizado para conocer el orden de magnitud del dispositivo pero no es lo suficientemente preciso como para sustituir las simulaciones y ahorrar tiempo de cómputo. Además, el gradiente de presión utilizado para ajustar las expresiones fue tres veces mayor a los resultados numéricos por lo que se propone investigar otros métodos para ajustar el modelo analítico en investigaciones futuras.

Se encontró que para hacer las simulaciones es necesario considerar una geometría cerrada llena con el fluido de trabajo por lo que se realizó un estudio comparativo de una bomba MHD acoplada a un circuito de $95 \times 20 \text{ cm}$ variando el tamaño de la sección transversal del ducto. Se concluyó que el óptimo para la velocidad se alcanza cuando el ancho de las paredes de la sección transversal adyacentes a los imanes son del mismo tamaño que estos. Por otra parte, se encontró que el flujo aumenta conforme aumenta el tamaño de la sección transversal hasta alcanzar un máximo y luego disminuir. Estos resultados indican que si se diseña la bomba para obtener una mayor velocidad el flujo se verá reducido por la condición de no deslizamiento. En cambio, si se diseña la bomba para obtener un mayor flujo la velocidad del fluido disminuirá.

Lo anterior da pie a que en futuras investigaciones se estudien geometrías donde la sección transversal aumente de tamaño gradualmente con la finalidad de encontrar dimensiones óptimas para las áreas y los chaflanes. La sensibilidad de malla para estos problemas es relativamente baja por lo que se pueden hacer estudios comparativos con mallas gruesas para ahorrar tiempo de cómputo y hacer estudios con mallas más finas solo para las geometrías óptimas.

La geometría del área de la sección transversal del ducto que permitió alcanzar la mayor velocidad promedio fue de $5 \times 1 \text{ cm}^2$, la cual bombea con una velocidad promedio de $0.954 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ y un flujo de 0.286 L/min con un con una intensidad de campo magnético de 0.455 T al centro del ducto y una corriente de 0.1 A . El flujo a la salida de la bomba exhibe un comportamiento similar a un flujo de Poiseuille aunque dentro de la zona de bombeo existen recirculaciones en las paredes de los electrodos debido a efectos 3D lo cual concuerda con la literatura.

Con base en el resultado anterior se diseñó un prototipo para la bomba y un circuito para poder medir la velocidad del fluido. El material utilizado para la estructura del arreglo experimental fue PMMA el cual resultó un material muy adecuado por sus propiedades mecánicas. Además, se utilizaron electrodos de grafito para inyectar corriente y tornillos de cobre para unir las partes del circuito.

Se realizaron mediciones de distintos perfiles de velocidad usando la técnica UDV y se concluyó que el diseño del prototipo tiene algunas desventajas que deberían evitarse en futuras investigaciones. La primera es que el flujo se verá afectado por las uniones de partes en el arreglo experimental por lo que el circuito tiene que diseñarse de tal manera que se mantenga un ducto continuo. En el caso de esta investigación se pensó que el material de las paredes no sería lo suficientemente robusto como para soportar el peso del fluido. Sin embargo, el rendimiento fue óptimo por lo que se sugiere omitir uniones en futuros arreglos experimentales o en el caso de necesitar algún soporte colocarlos al exterior del ducto de forma que no se modifique el flujo dentro del circuito.

Se observó que el llenado y vaciado del ducto no era óptimo debido a que la posición de las entradas y salidas evitaba que parte del fluido pudiera salir del circuito y afectaba las mediciones. Se sugiere poner todas las entradas y salidas en las esquinas o extremos del circuito para que sea más fácil el vaciado. Además, se observó que la geometría del circuito afectaba el flujo por lo que se propone que, en caso de tener la facilidad de maquinado, se utilicen circuitos con curvas para evitar pérdidas y recirculaciones en las esquinas de los codos.

Estas consideraciones deberían de permitir un flujo más desarrollado y por lo tanto obtener mejores perfiles de velocidad, Además, se sugiere que se investiguen en un estudio específico los parámetros y las zonas óptimas para realizar las mediciones ya que existen muchos detalles de la técnica UDV que quedan fuera del alcance de esta investigación.

Es importante destacar que debido a la geometría de los imanes en esta investigación se estudió una sección transversal rectangular para tener una mayor zona de influencia de campo magnético. Sin embargo, puede que el rendimiento sea mayor en ductos circulares debido a que se evitan las pérdidas en las esquinas del ducto. Por este motivo se propone contrastar el rendimiento entre una sección rectangular y una circular para futuras investigaciones. Por otra parte, se propone estudiar distintos

tipos de electrolitos utilizados en la industria y con mayor conductividad que el agua de mar ya que eso puede aumentar el rendimiento de estos dispositivos.

A su vez, también es necesario realizar estudios de impacto ambiental para este tipo de dispositivos ya que permiten entender que tan ecológicos pueden ser en comparación con otros dispositivos utilizados para la misma función.

Finalmente, cabe mencionar que a pesar de que se cumplió el objetivo principal y los objetivos específicos de la investigación, los resultados aún no son suficientes para confirmar o refutar la hipótesis de este trabajo. No obstante, se espera que este estudio sirva como referencia para continuar investigando sobre bombas MHD con el fin de verificar si estos dispositivos pueden ser una solución viable para procesos de laboratorio e industriales que requieran el transporte de electrolitos.

Apéndice A

Adimensionalización de la ecuación de movimiento MHD

La ecuación de movimiento para describir el flujo en la bomba MHD se puede expresar como

$$\mu \left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{d^2 v}{dz^2} \right) - \sigma v B_z^2 = J_x B_z + \frac{dp}{dy}, \quad (\text{A.1})$$

Se definen las siguiente variables adimensionales

$$x^* = \frac{x}{a} \quad \text{Coordenada } x \text{ adimensional}, \quad (\text{A.2})$$

$$y^* = \frac{y}{c} \quad \text{Coordenada } y \text{ adimensional}, \quad (\text{A.3})$$

$$z^* = \frac{2z}{b} \quad \text{Coordenada } z \text{ adimensional}, \quad (\text{A.4})$$

$$J_x^* = \frac{J_x}{|J_x|} \quad \text{Densidad de corriente adimensional}, \quad (\text{A.5})$$

$$B_z^* = \frac{B_z}{|B_z|} \quad \text{Campo magnético adimensional}, \quad (\text{A.6})$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{J_x B_z \frac{b}{2}}{\rho}} \quad \text{Velocidad característica}, \quad (\text{A.7})$$

$$v^* = \frac{v}{v_0} \quad \text{Velocidad adimensional,} \quad (\text{A.8})$$

$$p^* = \frac{p}{\rho v_0^2} \quad \text{Presión adimensional,} \quad (\text{A.9})$$

$$\epsilon = \frac{2a}{b} \quad \text{Relación de aspecto de la sección transversal del ducto,} \quad (\text{A.10})$$

$$\xi = \frac{a}{c} \quad \text{Relación de aspecto base del ducto y ancho del electrodo,} \quad (\text{A.11})$$

$$\alpha = \frac{J_x B_z a^2}{\mu v_0} \quad \text{Presión adimensional debido a la Fuerza de Lorentz,} \quad (\text{A.12})$$

$$Ha = \sqrt{\frac{\sigma B_z^2 \left(\frac{b}{2}\right)^2}{\mu}} \quad \text{Número de Hartmann,} \quad (\text{A.13})$$

$$\nu = \frac{\rho}{\mu} \quad \text{Viscosidad cinemática,} \quad (\text{A.14})$$

$$Re = \frac{v_0 a}{\nu} \quad \text{Número de Reynolds,} \quad (\text{A.15})$$

Despejando las variables dimensionales de las ecuaciones para $x^*, y^*, z^*, p^*, v^*, J_x^*, B_z^*$ y sustituyendo en la ecuación (A.1) tenemos que

$$\frac{\mu v_0}{a^2} \frac{d^2 v^*}{dx^{*2}} + \frac{4 \mu v_0}{b^2} \frac{d^2 v^*}{dz^{*2}} - \sigma v_0 v^* B_z^2 B_z^{*2} = J_x B_z J_x^* B_z^* + \frac{\rho v_0^2}{c} \frac{dp^*}{dy^*}, \quad (\text{A.16})$$

Agrupando los términos que multiplican a las derivadas de la ecuación (A.16) y sustituyendo ϵ

$$\frac{\mu v_0}{a^2} \left(\frac{d^2 v^*}{dx^{*2}} + \epsilon^2 \frac{d^2 v^*}{dz^{*2}} \right) - \sigma v_0 v^* B_z^2 B_z^{*2} = J_x B_z J_x^* B_z^* + \frac{\rho v_0^2}{c} \frac{dp^*}{dy^*}, \quad (\text{A.17})$$

Multiplicando la ecuación (A.17) por $\frac{a^2}{\mu v_0}$

$$\left(\frac{d^2 v^*}{dx^{*2}} + \epsilon^2 \frac{d^2 v^*}{dz^{*2}} \right) - \frac{a^2}{\mu} \sigma v^* B_z^2 B_z^{*2} = \frac{a^2}{\mu v_0} J_x B_z J_x^* B_z^* + \frac{a^2 \rho v_0}{\mu c} \frac{dp^*}{dy^*}, \quad (\text{A.18})$$

Se asume que la corriente eléctrica aplicada y el campo magnético son iguales a la corriente y el campo efectivos en el ducto de la bomba por lo tanto $J_x^* = B_z^* = 1$ y la ecuación (A.18) se simplifica a

$$\left(\frac{d^2 v^*}{dx^{*2}} + \epsilon^2 \frac{d^2 v^*}{dz^{*2}} \right) - \frac{a^2}{\mu} \sigma v^* B_z^2 = \frac{a^2}{\mu v_0} J_x B_z + \frac{a^2}{\mu} \frac{\rho v_0}{c} \frac{dp^*}{dy^*}, \quad (\text{A.19})$$

Sustituyendo $Ha, Re, \alpha, \epsilon, \xi$ y α en la ecuación (A.19) tenemos que

$$\left(\frac{d^2 v^*}{dx^{*2}} + \epsilon^2 \frac{d^2 v^{*2}}{dz^{*2}} \right) - \epsilon^2 Ha^2 v^* = \alpha + Re \xi \frac{dp^*}{dy^*}, \quad (\text{A.20})$$

El gradiente de presión se considera como un parámetro constante de ajuste. En este se incluyen las pérdidas lineales debido a la fricción y la longitud del ducto. Se sabe que este término va en la dirección contraria a la velocidad generada por la fuerza de Lorentz por lo que definiendo $k = -\frac{dp^*}{dy^*}$ y sustituyendo en la ecuación (A.20) se obtiene

$$\left(\frac{d^2 v^*}{dx^{*2}} + \epsilon^2 \frac{d^2 v^*}{dz^{*2}} \right) - \epsilon^2 Ha^2 v^* = \alpha - Re \xi k \quad (\text{A.21})$$

Finalmente, podemos escribir la ecuación (A.1) en su forma adimensional

$$\left(\frac{d^2 v^*}{dx^{*2}} + \epsilon^2 \frac{d^2 v^*}{dz^{*2}} \right) - \epsilon^2 Ha^2 v^* = \alpha - \beta, \quad (\text{A.22})$$

donde $\beta = Re \xi k$

Apéndice B

Medición de la conductividad de soluciones de NaCl y sal de mar

En el laboratorio se realizó un experimento para medir las conductividades de distintas soluciones acuosas de sal de mar y de NaCl con la finalidad de validar los datos de la literatura. Para hacer las soluciones se utilizaron muestras de 80 *ml* de agua destilada, NaCl marca J.T. Baker[®] con una pureza del 99.80% y sal de mar marca Altamar[®]. Se hicieron 8 soluciones con cada reactivo a distintas concentraciones dando un total de 16 soluciones. En la Tabla B.1 se muestran las concentraciones y la cantidad de masa utilizada en cada solución.

Concentración (%)	Masa ($kg \times 10^{-3}$)
3.5	2.8
4	3.2
8.6	6.88
10	8
17	13.6
20	16
30	24
36	28.8

Tabla B.1: Concentraciones de las soluciones hechas en laboratorio y la masa utilizada para un volumen de 80 *mL*.



Figura B.1: Experimento para la medición de conductividades.

Para realizar las mediciones se utilizó un conductímetro marca Thermo Scientific® modelo *Orion Star A212*. Los datos de las mediciones fueron procesados utilizando el software STARCOM® versión 1.0. En la Figura B.1 se muestra una imagen del experimento y en la Tabla B.2 se muestran los resultados obtenidos.

Concentración (%)	Conductividad NaCl (S/m)	Conductividad Sal de mar (S/m)
3.5	5.61	4.83
4	6.05	5.43
8.6	11.23	10.04
10	12.72	11.346
17	18.11	16.314
20	20.03	18.082
30	23.93	21.54
36	24.59	22.52

Tabla B.2: Resultados de la medición de conductividades.

Apéndice C

Caracterización de imanes

Para determinar la magnitud del campo magnético de los imanes utilizados en la construcción de la bomba se realizaron mediciones experimentales en 3D con un gaussmetro F.W. Bell 8030 y una probeta modelo ZOA83-3208. Se midió la intensidad sobre cada uno de los ejes en el lado positivo y negativo de dos imanes de NdFeB de $5.08 \times 5.08 \times 2.54$ cm. Posteriormente se ajustaron los datos con las ecuaciones propuestas por Furlani (2001) para determinar la intensidad de campo magnético de un imán de estructura rectangular y se estimaron las magnetizaciones de saturación.

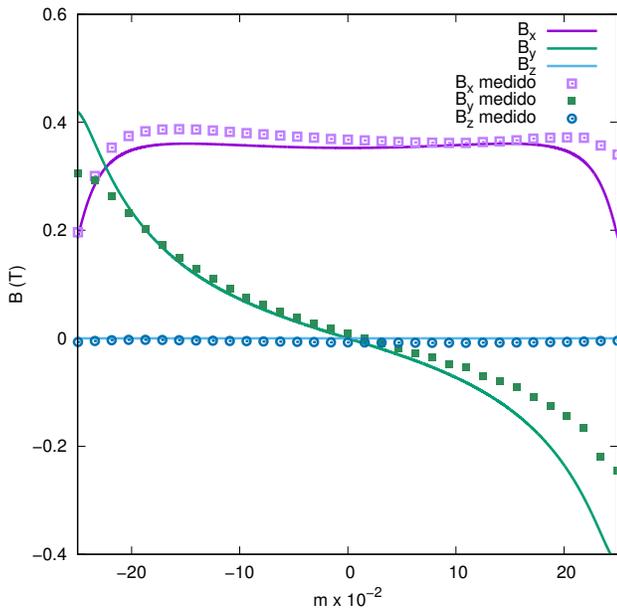
Para cada una de las componentes se tienen las siguientes expresiones analíticas:

$$\begin{aligned} B_y(x, y, z) = \frac{\mu M_s}{4\pi} & \left(\log \left[\frac{(z - z_1) + ((y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 + (x - x_1)^2)^{\frac{1}{2}}}{(z - z_2) + ((y - y_1)^2 + (z - z_2)^2 + (x - x_1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right. \\ & - \log \left[\frac{(z - z_1) + ((y - y_2)^2 + (z - z_1)^2 + (x - x_1)^2)^{\frac{1}{2}}}{(z - z_2) + ((y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 + (x - x_1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\ & - \log \left[\frac{(z - z_1) + ((y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 + (x - x_2)^2)^{\frac{1}{2}}}{(z - z_2) + ((y - y_1)^2 + (z - z_2)^2 + (x - x_2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\ & \left. + \log \left[\frac{(z - z_1) + ((y - y_2)^2 + (z - z_1)^2 + (x - x_2)^2)^{\frac{1}{2}}}{(z - z_2) + ((y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 + (x - x_2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right), \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

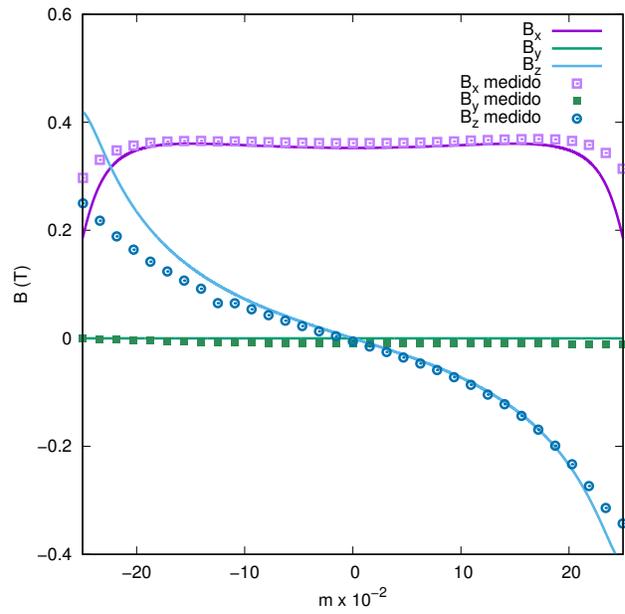
$$\begin{aligned}
 Bz(x, y, z) = \frac{\mu M_s}{4\pi} & \left(\log \left[\frac{(z - z1) + ((y - y1)^2 + (z - z1)^2 + (x - x1)^2)^{\frac{1}{2}}}{(z - z2) + ((y - y2)^2 + (z - z1)^2 + (x - x1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right. \\
 & - \log \left[\frac{(z - z1) + ((y - y1)^2 + (z - z2)^2 + (x - x1)^2)^{\frac{1}{2}}}{(z - z2) + ((y - y2)^2 + (z - z2)^2 + (x - x1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
 & - \log \left[\frac{(z - z1) + ((y - y1)^2 + (z - z1)^2 + (x - x2)^2)^{\frac{1}{2}}}{(z - z2) + ((y - y2)^2 + (z - z1)^2 + (x - x2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
 & \left. + \log \left[\frac{(z - z1) + ((y - y1)^2 + (z - z2)^2 + (x - x2)^2)^{\frac{1}{2}}}{(z - z2) + ((y - y2)^2 + (z - z2)^2 + (x - x2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right), \quad (C.2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Bx(x, y, z) = \frac{\mu M_s}{4\pi} & \left(- \arctan \left[(y - y1) \frac{(z - z1)}{x - x1} \frac{1}{((y - y1)^2 + (z - z1)^2 + (x - x1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right. \\
 & + \arctan \left[(y - y2) \frac{(z - z1)}{x - x1} \frac{1}{((y - y2)^2 + (z - z1)^2 + (x - x1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
 & + \arctan \left[(y - y1) \frac{(z - z2)}{x - x1} \frac{1}{((y - y1)^2 + (z - z2)^2 + (x - x1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
 & + \arctan \left[(y - y1) \frac{(z - z2)}{x - x1} \frac{1}{((y - y1)^2 + (z - z1)^2 + (x - x1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
 & - \arctan \left[(y - y2) \frac{(z - z1)}{x - x2} \frac{1}{((y - y2)^2 + (z - z1)^2 + (x - x2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
 & - \arctan \left[(y - y1) \frac{(z - z2)}{x - x2} \frac{1}{((y - y1)^2 + (z - z2)^2 + (x - x2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
 & \left. + \arctan \left[(y - y1) \frac{(z - z2)}{x - x2} \frac{1}{((y - y2)^2 + (z - z2)^2 + (x - x2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right). \quad (C.3)
 \end{aligned}$$

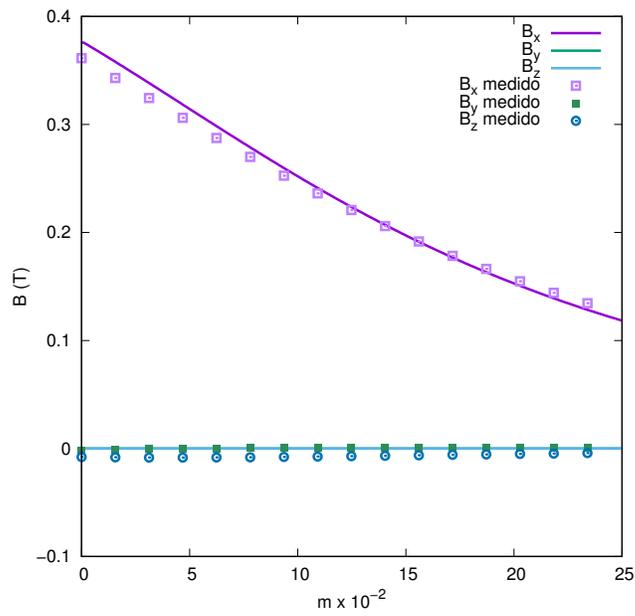
donde M_s es la magnetización de saturación, μ la permitividad del vacío, x, y y z son las coordenadas de la posición del punto donde se quiera obtener la magnitud del campo magnético y $x1, x2, y1, y2, z1$ y $z2$ son las coordenadas de los vértices del imán en el espacio. Al ajustar los datos se estimó que la M_s del imán 1 era de $9.35 \times 10^5 A/m$ mientras que la del imán 2 era de $9.15 \times 10^5 A/m$. Las cuales están dentro de los órdenes de magnitud reportados para imanes de NdFeB en la literatura (Furlani, 2001).



(a) Sobre eje Y

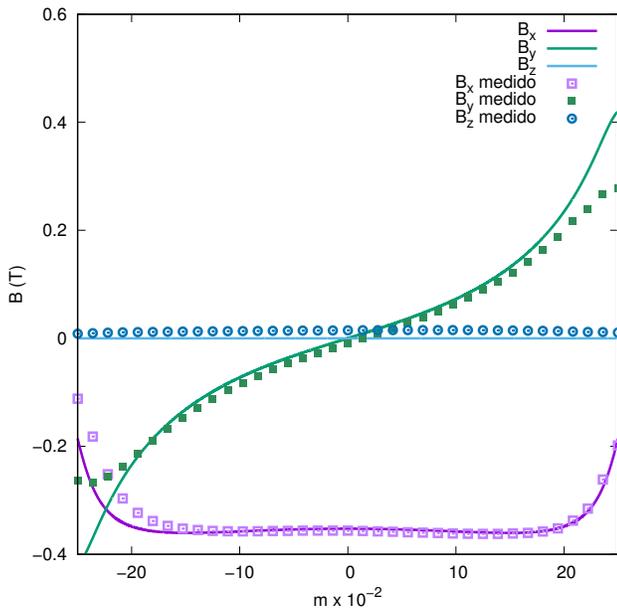


(b) Sobre eje Z

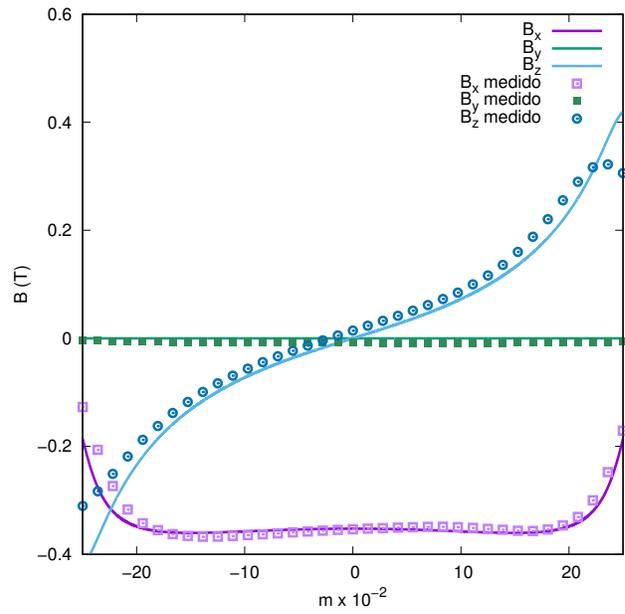


(c) Sobre eje X

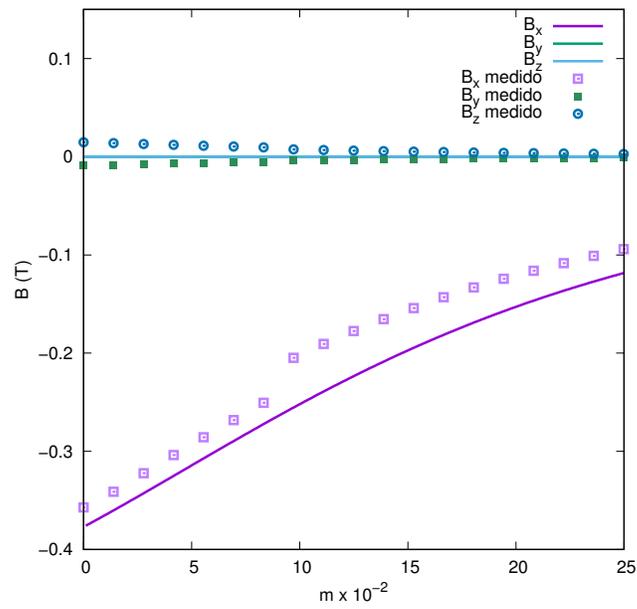
Figura C.1: Mediciones de componentes del campo a lo largo de los ejes de simetría en el lado positivo del iman 1.



(a) Sobre eje Y



(b) Sobre eje Z



(c) Sobre eje X

Figura C.2: Mediciones componentes del campo magnético a lo largo de los ejes de simetría en el lado negativo del iman 2.

Apéndice D

Observación de electrólisis en función de la corriente

Para evaluar el rendimiento de los electrodos se montó un experimento que consistió en una cuba electrolítica con los electrodos de grafito y una solución acuosa de sal de mar con una concentración de 3.5 % alimentada por una fuente de corriente marca Keithley® modelo 2200-32-3. Se suministro corriente desde 0.001 a 1A y se observó cualitativamente la generación de burbujas y el movimiento de agua debido a la electrólisis. Además, se midió la conductividad de la solución antes y después de realizar el experimento para corroborar si hubo contaminación del fluido. En la Tabla D.2 se muestran las observaciones realizadas y en la Tabla D.3 se muestran los resultados obtenidos de la medición de conductividad.



Figura D.1: Arreglo experimental para evaluar el rendimiento de los electrodos.

Corriente inyectada (A)	Observaciones
0.01	Burbujeo muy bajo, casi imperceptible
0.02	Burbujeo muy bajo, comienza a ser perceptible
0.03	Burbujeo muy bajo, claramente perceptible
0.04	Burbujeo bajo, claramente perceptible
0.05	Burbujeo bajo y perceptible, sin movimiento de fluido
0.06	Burbujeo moderado sin movimiento de fluido
0.07	Burbujeo moderado con movimiento de fluido muy bajo
0.08	Burbujeo moderado con movimiento de fluido bajo
0.09	Burbujeo moderado con movimiento de fluido bajo
0.1	Burbujeo moderado con movimiento de fluido moderado
0.2	Burbujeo moderado con movimiento de fluido moderado
1	Burbujeo muy alto con movimiento de agua muy alto

Tabla D.1: Observaciones cualitativas del experimento.

Muestra	Conductividad (S/m)	Desv. est.
Solución sal de mar	4.838	0.029
Solución sal de mar + C	5.107	0.200

Tabla D.2: Conductividad de la solución acuosa de sal de mar con una concentración de 3.5 % antes y después de experimento a 25 °C.

Bibliografía

- Acosta-Zamora, K. (2019). *Modelado y simulación del flujo en una configuración de electrodo para baterías de metal líquido*. UNAM-ENES Morelia.
- Aguirre, H. E., y Sosa, R. A. (1996). Cálculo del sistema de bióxido de carbono en una laguna costera. En *Res. x Congr. nal. oceanogr.*
- Al-Habahbeh, O., Al-Saqqa, M., Safi, M., y Abu Khater, T. (2016). Review of magnetohydrodynamic pump applications. *Alexandria Engineering Journal*.
- Ali, U., Karim, K. J. B. A., y Buang, N. A. (2002). A review of the properties and applications of poly (methyl methacrylate) (PMMA). *Polymer Reviews*, 55(4), 678-705.
- Aoki, L., Maunsell, M., y Schulz, H. (2012). A magnetohydrodynamic study of behavior in an electrolyte fluid using numerical and experimental solutions. *Engenharia Térmica*, 53-60.
- Benneceb, N., Abdessemed, R., y Drid, S. (2007). Design and flow simulation for a new dc pump MHD for seawater. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 23-28.
- Boissonneau, P., y Thibault, J. (1999). Experimental analysis of couplings between electrolysis and hydrodynamics in the context of MHD in seawater. *Journal of Physics D:Applied Physics*(2387.).
- Bruus, H. (2006). *Theoretical microfluidics*. Department of Micro and Nanotechnology. Technical University of Denmark.
- Cengel, Y., y Cimbala, J. (2006). *Mecánica de fluidos. fundamentos y aplicaciones*. McGraw Hill.
- Chung, D. D. L. (2002). Review graphite. *Journal of Materials Science*, 37, 1475-1489.
- COMSOL. (2017). *Multiphysics cyclopedia*. <https://www.comsol.com/>

- [multiphysics](#). (Consultado el 30/09/2019)
- Davidson, P. A. (2001). *An introduction to magnetohydrodynamics*. Cambridge University Press.
- Dolezel, I., Kotlan, V., Ulrych, B., y Valenta, V. (2009). Magnetohydrodynamic pumps with permanent magnets for pumping molten metals or salt. *Electroscope*.
- Doss, E., y Geyer, H. (1990). The need for superconducting magnets for MHD seawater propulsion. En *The 25th intersociety energy conversion engineering conference*.
- Doss, E., y Geyer, H. K. (1993). MHD seawater propulsion. *British Marine Technology*.
- Flores, L., Vega, J., y Verduzco, J. (2017). *Diseño de un sistema de bombeo fotovoltaico aplicado a la extracción de sal en la laguna de Cuyutlán*. Universidad de Colima. Facultad de Ingeniería Física.
- Furlani, E. (2001). *Permanent magnet and electromechanical devices*. Academic Press.
- Ghassemi, M., Rezaeinezhad, H., y Shahidia, A. (2008). Analytical analysis of flow in a magnetohydrodynamic pump (MHD). En *14th symposium on electromagnetic launch technology*.
- Hartmann, J. (1937). Hg-DYNAMICS I: Theory of the laminar conductive liquid in a homogeneous magnetic field. *Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Matematisk-fysiske Meddelelser*, 15(6), 1-28.
- Hasan, M. I., Jabbar, A., y Tufah, R. S. (2016). Numerical analysis of the magnetohydrodynamic flow and heat transfer in microchannel. *International Journal of Computer Applications*, 149(2).
- Hunt, J. (1965). Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts. *Journal of Fluid Mechanics*, 23(3), 563-561.
- Hunt, J., y K., S. (1965). Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts. II. *Journal of Fluid Mechanics*, 21(4), 577-590.
- Jing, W., Zhi-bo, W., Xiao-tao, Z., Yu-mei, Z., Su-hua, C., Feng, Y., y Zhong-cheng, L. (2013). Study electromagnetic pump based on ionic liquids. *Applied Mechanics and Materials*, 540 - 543.

- Lide, D. R. (1989). *Crc handbook of chemistry and physics* (70th ed.). CRC Press.
- Müller, U., y Bühler, L. (2001). *Magnetofluidynamics in channels and containers*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- NOMAD. (2019). *N40-EDSD electric-driven single diaphragm pump operation manual*. https://irp-cdn.multiscreensite.com/211b4f8b/files/uploaded/2_NOMAD-SPYDER-PUMP-MANUAL-1-1.pdf. (Consultado el 01/10/2019)
- Osswald, T. A., Brinkmann, S., Oberbach, K., Baur, E., y Schmachtenberg, E. (2006). *International plastics handbook - The resource for plastics engineers*. Hanser Publishers.
- Pierson, H. O. (1994). *Handbook of carbon, graphite, diamond and fullerenes*. Noyes Publications.
- Pinet, P. R. (2004). *Essential invitation to oceanography*. Burlington. Jones Bartlett Learning.
- POCO Graphite. (2015). *Properties and charactersitics of graphite for industrial applications*. <http://poco.com/Portals/0/Literature/Semiconductor/IND-109441-0115.pdf>. (Consultado el 01/10/2019)
- Rivero, M., Dominguez-Lozoya, J. C., y Cuevas, S. (2012). Magnetohydrodynamic pumps for sensor applications. *Sensor and Actuators B: Chemical*, 166-167, 884-892.
- Signal Processing S. A. (2019). *Dop4000 user's manual*. <https://www.signal-processing.com/background.php>. (Consultado el 01/10/2019)
- Sverdrup., H. U., Johnson, M. W., y Fleming, R. H. (1942). *The oceans*. Englewood Cliffs N.: Prentice-Hall.
- Takeda, Y. (1986). Velocity profile measurement by ultrasound doppler shift method. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 7(4), 313-318.
- Takeda, Y. (1995). Velocity profile measurement by ultrasonic doppler method. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 10(4), 444-453.
- Way, S. (1968). Electromagnetic propulsion for cargo submarines. *Journal of Hydro-nautics*,, 2(2), 49-57.
- Wolf, A. V. (1966). *Aqueous solutions and body fluids. their concentrative properties and conversion tables*. Hoeber Medical Division Harper & Row Publishers.