



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

CONTROL DE UN ROBOT MÓVIL AUTÓNOMO GUIADO POR UNA
CÁMARA CCD

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
EDGAR CAMPOS GARDUÑO

TUTOR PRINCIPAL
DR. YU TANG, FI-UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., DICIEMBRE, 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria

Secretario: Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

1er Vocal: Dr. Yu Tang Xu

2o. Vocal: Dr. Marco Antonio Arteaga Pérez

3er. Vocal: Dr. Edmundo Gabriel Rocha Cózatl

La tesis se realizó en el Posgrado de Ingeniería, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. YU TANG, FI-UNAM

.

A mi familia.

Reconocimientos

Agradezco profundamente a mis padres Edgar y Beatriz por todo lo que han hecho y han sido para mí, me faltarían palabras si quisiera profundizar. Es inefable mi eterno amor hacia ustedes.

A mis hermanos Danna, Zyanya y Leonardo su existir, mi felicidad son ustedes.

Al honorable Instituto Politécnico Nacional, mi alma máter, ahí se forjó el Ingeniero Edgar Campos. "Soy Politécnico: para alcanzar las conquistas universales y ofrecerlas a mi pueblo; porque me duele la patria en mis entrañas y aspiro a calmar sus dolencias; porque ardo en deseos de despertar al hermano dormido... Por convicción y no por circunstancia".

A la Universidad Autónoma de México, qué orgullo poder también ser parte de la máxima casa de estudios.

Al Doctor Yu Tang. Valoro sus enseñanzas, tiempo y dedicación para la realización de este trabajo .

Finalmente, agradezco al CONACYT por la beca que se me otorgó y a los proyectos PAPIIT IN113418 y CONACYT 253677 por el apoyo que se me brindó.

Resumen

El interés de este trabajo se centra en el control de un robot móvil autónomo guiado por una sola cámara CCD montada sobre su parte superior para la estimación y alcance de un punto. El control del robot móvil consiste en dos partes, en cada una de ellas se describe un enfoque distinto; el primero es a través del servo visual basado en imagen y el segundo es a través del servo visual basado en posición (IBVS y PBVS, por sus siglas en inglés, respectivamente). Ambos esquemas emplean a lazo cerrado un nuevo observador diseñado con la herramienta de contracción no lineal. Este observador determina la posición cartesiana del punto a alcanzar con respecto a la posición de la cámara que se encuentra montada sobre el robot móvil, tomando como conocimiento la velocidad lineal y la velocidad angular del robot.

El enfoque IBVS calcula directamente la señal de error de seguimiento a partir de la coordenada de la visión perspectiva obtenida en el plano imagen por medio de la cámara acoplada, lo que permite, en principio, no necesitar información completa de un modelo tridimensional ($3D$) del objetivo y/o del robot. No obstante, cuando el cálculo de las señales del control cinemático involucran una *matriz de interacción*, se requiere el conocimiento del valor actual de algunos parámetros $3D$ de los objetos considerados, tal es el caso de la profundidad del objeto deseado respecto a la cámara. El conocimiento de la variable profundidad se obtiene mediante el observador contractivo antes mencionado en el lazo de control.

El objetivo en el PBVS es guiar al robot móvil para llegar a una *pose* (posición y orientación) deseada, comenzando desde una pose inicial en un entorno donde pueden haber obstáculos estáticos que la cámara puede observar. El esquema de control consta de tres módulos: el módulo de control que asegura el seguimiento exponencial a la trayectoria deseada; el módulo de planificación de ruta (*path*)/trayectoria *en línea* que planifica la ruta deseada utilizando la estrategia LOS (Line-of-Sight) y luego la parametriza en una trayectoria; y el módulo de estimación de profundidad que toma una secuencia de información de la imagen del objetivo a lo largo de la ruta con la cámara CCD montada en el robot móvil para estimar la coordenada cartesiana objetivo en el marco inercial y así pasarla al módulo de ruta/trayectoria. El controlador dinámico de seguimiento de la trayectoria (al igual el observador de profundidad) se diseña basándose en el análisis de contracción que garantiza su convergencia exponencial.

0. RESUMEN

Las simulaciones de la estimación de estados con el observador y las trayectorias del robot para cada enfoque servo visual son expuestas con el propósito de ilustrar los beneficios de la integración de la observación/estimación de posiciones cartesianas en los servicios visuales de control.

Abstract

The interest of this work is focused on the control of a mobile robot guided by a single CCD camera mounted on its top for the estimation and determination of a point. The control of the mobile robot consists in two parts, in each of them a different approach is described; the first is through the image-based visual servoing and the second is through the position-based visual servoing (IBVS and PBVS, respectively). Both schemes use in the closed loop a new observer designed with the nonlinear contraction tool. This observer determines the Cartesian position of the point to be reached with respect to the position of the camera that is mounted on the mobile robot, taking the linear velocity and angular velocity of the robot as the observer input.

The IBVS approach calculates the error signal directly from the vision parameters obtained in the image plane by means of the attached camera, which allows, in principle, to need partial information of a three-dimensional model (3D) of the objective and/or the robot. However, when the calculation of the control signals involves a interaction matrix, knowledge of the current value of some 3D parameters of the considered objects is required, such is the case of the depth of the desired object with respect to the camera. The knowledge of the depth variable is obtained through the aforementioned contractive observer in the control loop.

The objective in the PBVS is to guide the mobile robot to arrive at a desired pose (position and orientation), started from an initial pose in an environment where there may be static obstacles that the camera can observe. The control scheme consists of three modules: the control module which ensures exponential tracking of a desired trajectory; the on-line path/trajectory planning module which plans the desired path using the LOS (Line-of-Sight) strategy and then parameterizes it into a trajectory; and the depth-estimation module that takes a sequence of information from the objective image along the trajectory with the CCD camera mounted on the mobile robot to estimate the target Cartesian coordinate in the inertial frame and then pass it to the path/trajectory module. The dynamic tracking controller as well as the depth observer are designed based on the contraction analysis which guarantees its exponential convergence.

The simulations of the states estimation with the observer and the robot trajectories for each visual servo approach are included with the purpose of illustrating the benefits

0. ABSTRACT

of integrating the observation/estimation of Cartesian positions in the visual control loops.

Índice general

Resumen	v
Abstract	vii
Índice de figuras	xi
Índice de tablas	xiii
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Estado del arte	2
1.3. Objetivo	3
1.4. Metodología	4
1.5. Estructura del trabajo	4
2. Preliminares	7
2.1. Teoría de contracción	7
2.1.1. Análisis de contracción	7
2.1.2. Generalización del análisis por contracción	8
2.1.3. Contracción parcial	9
2.1.4. La contracción en sistemas modulares	10
2.2. Modelado de un robot móvil	11
2.3. Modelo de una cámara CCD	12
3. Estimación de profundidad en la visión perspectiva	15
3.1. Planteamiento del problema de estimación de profundidad	16
3.2. Diseño de observadores	17
3.2.1. Observador de orden reducido	17
3.2.2. Observador de orden completo	18
3.2.3. Observador sincronizado	20
3.3. Simulaciones y resultados de los observadores contractivos	21

4. Servo visual basado en imagen (IBVS)	27
4.1. Relación y modelo matemático de la cámara con la imagen	28
4.2. Diseño del IBVS	28
4.3. Resultados de simulación	29
5. Servo visual basado en posición (PBVS)	33
5.1. Modelo del robot móvil	34
5.2. Formulación del problema	34
5.3. Diseño del controlador de seguimiento	34
5.3.1. Diseño del controlador de seguimiento de posición	35
5.3.2. Diseño del controlador de orientación	36
5.3.3. Conexión del observador con el lazo de control del PBVS	36
5.3.4. Mapeo al marco inercial	37
5.4. Módulo de planificación de trayectoria	37
5.5. Resultados de simulación	37
6. Conclusiones	43
6.1. Trabajo futuro	44
Bibliografía	45

Índice de figuras

2.1.	(a) Robot móvil, (b) Ubicación del robot en el plano cartesiano.	12
2.2.	(a) Definiciones de los marcos, (b) Zoom del robot.	13
3.1.	Ruido blanco gaussiano agregado	22
3.2.	Comparación de los observadores libres de ruido. Observador de orden reducido (—), observador de orden completo (—), sincronizado (—) y valores reales (—).	23
3.3.	Comparación de los observadores con RBG agregado a las mediciones y . Observador de orden reducido (—), observador de orden completo (—), sincronizado (—) y valores reales (—). La intensidad del RBG es el 1% del valor máximo de la salida y	24
3.4.	Comparación de los observadores con RBG agregado a las medidas y y a los parámetros de movimiento. Observador de orden reducido (—), observador de orden completo (—), sincronizado (—) y valores reales (—). La intensidad del RBG es el 1% del valor máximo de la salida y	25
4.1.	Objetivo	30
4.2.	Los puntos verdes son los puntos deseados de los $k = 4$ <i>puntos de características</i> f_d . (a) Movimiento del robot visto desde el marco inercial, (b) Movimiento del robot visto desde el marco cámara.	31
4.3.	trayectoria de los puntos actuales f (•) a los deseados f_d (•)	32
4.4.	(a) Evolución de la profundidad, (b) Esfuerzo de control u_1 (—) y u_2 (—).	32
5.1.	Esquema de control PBVS	33
5.2.	La ruta (<i>path</i>) generada por el planificador y la ruta real del robot.	39
5.3.	Coordenadas estimadas de los puntos de referencia transformados al marco inercial en $t_1 = 10$ [s] y $t_2 = 20$ [s] en presencia de RBG adherido a las mediciones de visión y y en los parámetros de movimiento (velocidad lineal v y velocidad angular ω).	39
5.4.	Trayectoria deseada y trayectoria actual para x y y θ , respectivamente.	40
5.5.	Esfuerzo de control.	41

Índice de tablas

3.1. Valores de las ganancias de los observadores.	21
3.2. Comparación de los errores RMS de los observadores.	26
5.1. Valores de las ganancias del controlador contractivo.	38

Introducción

1.1. Motivación

A lo largo de los años, el crecimiento en el número de aplicaciones de los sistemas de visión usados para adquirir, procesar y analizar las imágenes del mundo real con la finalidad de producir información que pueda ser interpretada por una máquina para posteriormente llevar a cabo una tarea ha ido aumentando, teniendo cada vez más nuevas y mejores aplicaciones en diversos campos tanto a nivel industrial, como en tareas cotidianas.

El estudio de robots móviles autónomos tipo unicycle ha sido un tema notable en lo referente a su control. Parte se debe a la posibilidad de su uso y polivalencia en muchos ambientes y tareas, y a las propiedades y restricciones matemáticas de su modelado como sistema subactuado. La implementación de esquemas de control de robots móviles con una sola cámara integrada en el robot y un algoritmo capaz de estimar la posición cartesiana de un punto estático o dinámico genera grandes aportes al desarrollo de sistemas autónomos, en vista de que se tiene una mayor autonomía de despliegue en entornos desconocidos o a la necesidad de menos sensores. Esta clase de sistemas son además de eficaces, eficientes en la ejecución de diversas tareas, en contribución de algunas que no son adecuadas para que un ser humano las realice como lo es la exploración en zonas peligrosas, trabajos de rescate, limpieza de desastres nucleares y vigilancia.

El interés de esta tesis se centra en el control de un robot móvil autónomo guiado por una cámara CCD, el cual es capaz de determinar la posición tridimensional de un punto e ir hacia él utilizando dos enfoques servo visuales distintos. Para esto, se tiene conocimiento de las coordenadas en $2D$ del punto a alcanzar proyectadas en el *espacio imagen* que la cámara montada en el robot procesa, y la información de las mediciones de su velocidad lineal y angular. Todo esto implementando un nuevo observador contractivo capaz de determinar la profundidad del punto objetivo, utilizando la

información antes mencionada.

1.2. Estado del arte

Los robots móviles autónomos tipo unicyclo han tenido mucho protagonismo en el estudio de su control, las razones son tanto teóricas como prácticas. En la práctica, esta clase de robots pueden ser utilizados en diversos ambientes y tareas, algunas riesgosas para un ser vivo, como exploración y rescate. Desde un punto de vista teórico, pertenecen a una clase de sistemas subactuados con restricciones no holonómicas. En la literatura, se han presentado resultados para el problema de estabilización [1] y para el problema de seguimiento [2, 3, 4] utilizando la herramienta de análisis de Lyapunov, en [2, 5] se han propuesto esquemas de control de seguimiento basados en la linealización de su correspondiente modelo de error. Resultados de seguimiento global han sido presentados en [6]. Una simplificación de los controles de [6], fue presentada en [4], la cual usando un esquema en cascada produce estabilidad global K -exponencial de la dinámica, pero necesita la condición de excitación persistente en la velocidad angular, es decir, la trayectoria del robot no puede ser recta, el área de control por modos deslizantes para seguimiento de trayectorias de robots móviles no holonómicos también se ha hecho presente en trabajos como [7]

Además del diseño de controladores, la planificación *en línea* de trayectorias de movimiento para el robot móvil ha representado una tarea de considerable dificultad debido a las restricciones no holonómicas existentes. [8] propuso un tutorial para sistemas no holonómicos donde se incluye la planificación del movimiento. [9] describió un marco para emplear los métodos de planificación de trayectorias de movimiento ya existentes y generar el plan de movimiento en tiempo real capaz de evitar obstáculos bajo perturbaciones acotadas. [10] presentó un algoritmo modular de planeación de movimiento utilizando dinámicas simplificadas para una planificación rápida de la trayectoria en línea.

El diseño de mecanismos de control servo visuales en robots, tales como [11, 12] ha generado diversas aplicaciones, por ejemplo localización y navegación [13, 14]). Para estos sistemas, existe un interesante y poderoso enfoque: la retroalimentación visual de un objetivo para la realización de la tarea de un robot, esto se denomina "servo visual". Para abordar este tipo de tarea, se han desarrollado dos enfoques principales para su control: el marco servo visual basado en posición (PBVS) y marco servo visual basado en imagen (IBVS), los esquemas de estos enfoques se pueden ver en [15] y [16].

La diferencia entre dichos enfoques radica en cómo utilizan y retroalimentan la información que ofrece el sistema visual: el PBVS utiliza las características de las imágenes para determinar la posición del objeto con respecto a la cámara/robot, tal como se ha presentado en [17, 18]. Esta señal de error puede ser utilizada por una ley de control

para mover el sistema de cámara/robot a la posición deseada. Mientras que los métodos IBVS calculan la señal de error directamente en términos de las características extraídas de la imagen, donde el movimiento en el plano de la imagen está relacionado con la velocidad lineal y angular de la cámara a través de una matriz de interacción. Estos métodos servo visuales pueden usar la visión estéreo como en [19] o, de igual manera, con una sola cámara montada en el robot. Trabajos de IBVS como [20] y [21] presentan controles de robots móviles con cámaras integradas para el seguimiento de un punto deseado, donde también se estima la profundidad del punto en cuestión con respecto a la cámara del robot utilizando los datos de visión que proporciona la cámara.

Más recientemente, la literatura de la teoría del control se ha nutrido con nuevos trabajos de observadores de profundidad [22, 23], los cuales se han realizado utilizando la contracción no lineal como herramienta de diseño, demostrando buena robustez ante ruidos en la medición de las salidas y en los parámetros de movimiento.

La teoría de contracción no lineal [24, 25], ha sido extendida como un instrumento de diseño y de análisis no lineal (ver [26, 27] y sus referencias). Tal que puede ser vista como una forma de estabilidad incremental [28], la cual estudia la convergencia de un sistema no lineal en términos de proximidad entre sus trayectorias o soluciones. En [25] fue introducido un concepto muy particular e importante en el análisis de contracción llamado "contracción parcial". La premisa de este concepto se basa en encontrar un *sistema virtual* que tenga como soluciones particulares la trayectoria del sistema deseado y la trayectoria del sistema real. La contracción del sistema virtual implica que las trayectorias del sistema real (inicializadas en la región de contracción) convergen exponencialmente a las del sistema deseado. Este concepto ha originado una conveniente herramienta para diseñar esquemas de control, donde en la etapa de análisis se puede trabajar con la teoría de contracción, mientras que en la etapa de implementación se pueden emplear diversas formas disponibles para su realización.

1.3. Objetivo

El objetivo de este trabajo es el exponer el control de un robot móvil no holonómico autónomo guiado por una cámara CCD, utilizando como esquemas de control dos enfoques distintos: IBVS y PBVS, para alcanzar un punto estático deseado al cual su posición bidimensional debe ser obtenida mediante una cámara montada en la parte superior del robot para después con un estimador de profundidad estimar su posición tridimensional. Concretamente, los objetivos específicos son:

- Utilizar la herramienta de contracción no lineal para diseñar un observador capaz de estimar la posición tridimensional de un objeto.
- Diseñar el esquema de control para el enfoque servo visual basado en imagen

(IBVS) y para el basado en posición (PBVS). Anexando en el lazo de retroalimentación de cada uno de ellos el observador propuesto.

- Validar los resultados teóricos del observador y de su concatenación con los esquemas de control de robots móviles mediante simulaciones numéricas.

1.4. Metodología

El aporte de este trabajo es el desarrollo de un esquema de control de robots móviles autónomos guiados por una cámara CCD. En este caso se presentan dos enfoques distintos, uno basado en imagen y otro basado en posición, donde la variable de control en el primer enfoque es la velocidad, mientras que en el segundo es el par, por lo que se tendrá un esquema de control cinemático y otro dinámico, respectivamente. El controlador del PBVS es diseñado utilizando, al igual que en el observador, la teoría de contracción. Cada esquema emplea a lazo cerrado el nuevo observador contractivo.

Se presenta el análisis de convergencia y estabilidad basado en la herramienta de teoría de contracción no lineal [24, 25]. Dicha herramienta se aplica bajo la premisa de obtener convergencia de trayectorias o soluciones, en vez de centrarse en la convergencia de los puntos de equilibrio, como es el caso de la teoría de Lyapunov. Note que la contracción accede a demostrar la convergencia de las soluciones utilizando el concepto de contracción parcial [25], concibiendo con ello el concepto de *sistema virtual*, además de no requerir encontrar funciones candidatas de Lyapunov (en ocasiones, carentes de simplicidad).

Parte de la metodología empleada, es la solución a la reducción del ruido en los observadores donde, primero, el incremento del orden del observador permite obtener una señal con menos ruido, y, posteriormente, el uso de la sincronización de observadores permite obtener una señal aún más limpia de la variable observada.

1.5. Estructura del trabajo

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presentan los preliminares matemáticos utilizados a lo largo del documento.

Capítulo 3 desarrolla el nuevo observador basado en contracción, definiendo las ecuaciones teóricas e implementables de un observador de orden reducido; uno de orden completo y uno sincronizado, para la estimación de la profundidad de un punto deseado, así como las simulaciones de su algoritmo.

Capítulo 4 comprende la explicación del esquema IBVS para el control de robots móviles

guiados por una cámara CCD, mostrando también las simulaciones de su implementación. .

El esquema PBVS para el control de robots móviles guiados por una cámara CCD se desarrolla en el Capítulo 5, así como los resultados de la implementación del esquema por medio de simulaciones numéricas.

Para finalizar, Capítulo 6 presenta las conclusiones y el trabajo futuro contemplado.

Preliminares

2.1. Teoría de contracción

El análisis de estabilidad es reconocido como una pieza clave en los sistemas de control. Como es sabido, dicho análisis puede ser efectuado por diversas técnicas. La teoría de contracción [24, 25] enriquece a la literatura como otra herramienta para el análisis de estabilidad, siendo más reciente que algunas otras, como el afamado análisis por Lyapunov.

La teoría de contracción se enfoca en las propiedades de las soluciones (trayectorias) de un sistema, por lo que se toma en consideración la distancia que existe entre ellas; su desplazamiento virtual o desplazamiento infinitesimal; además de la tasa de cambio, tal que *un sistema dinámico no lineal es contrayente si las condiciones iniciales o las perturbaciones temporales se olvidan exponencialmente rápido, de modo que todas las trayectorias convergen en una trayectoria única* [25]. Esta clase de convergencia entre sí de las trayectorias también es llamada estabilidad incremental, en el sentido de Lyapunov.

2.1.1. Análisis de contracción

Considere el siguiente sistema descrito por una ecuación diferencial no lineal determinista de la forma

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (2.1)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, t es el tiempo $|\forall t \geq t_0 \geq 0$, y $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_{\geq t_0} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función no lineal suave, por lo que todas las derivadas y derivadas parciales requeridas existen y son continuas. La teoría de la contracción centra su análisis en el desplazamiento virtual (desplazamiento infinitesimal en tiempo fijo).

Defina el desplazamiento virtual δx del estado x . A partir de ahí, se calcula la primera variación de (2.1) para obtener la evolución temporal del desplazamiento virtual

(también llamada dinámica variacional o dinámica diferencial)

$$\delta\dot{x} = J(x, t)\delta x, \quad (2.2)$$

donde $J = \frac{\partial f(x, t)}{\partial x}$ es la *matriz Jacobiana*. Definiendo $V = \|\delta x\|^2 = \delta x^T \delta x$ como la distancia cuadrada de los desplazamientos virtuales y su evolución con respecto al tiempo

$$\dot{V} = 2\delta x^T \delta\dot{x}, \quad (2.3)$$

sustituyendo (2.2) en (2.3)

$$\dot{V} = 2\delta x^T J(x, t)\delta x = 2\delta x^T J_s(x, t)\delta x.$$

Siendo $J_s(x, t) = \frac{1}{2}(J(x, t) + J^T(x, t))$ la parte simétrica de $J(x, t)$. Además, $\lambda_{max}(x, t)$ es el valor propio más grande de J_s . Entonces se tiene

$$\dot{V} \leq 2\lambda_{max}(x, t)\delta x^T \delta x = 2\lambda_{max}(x, t)V, \quad (2.4)$$

por lo tanto

$$\|\delta x(t)\| \leq \|\delta x_0\| e^{\left(\int_{t_0}^t \lambda_{max}(x, \tau) d\tau\right)}. \quad (2.5)$$

Si existe una constante $\lambda > 0$, tal que $\lambda_{max}(x, t) \leq -\lambda, \forall t \geq t_0$ entonces el sistema (2.1) se dice que es *contrayente* y hay convergencia exponencial de cualquier trayectoria con una *taza de contracción* λ . Si $\lambda = 0$, entonces el sistema es *semi-contrayente* y la *distancia entre las trayectorias está acotada*.

2.1.2. Generalización del análisis por contracción

Es posible la generalización del resultado anterior de un sistema contrayente. Para esto, primero se aplica una transformación de coordenadas del desplazamiento infinitesimal δx .

$$\delta z = P(x, t)\delta x, \quad (2.6)$$

donde P es una matriz cuadrada invertible (matriz de transformación no singular). Su distancia cuadrada es

$$\delta z^T \delta z = \delta x^T M \delta x, \quad (2.7)$$

tal que la métrica $M(x, t) = P^T P$ es simétrica, positiva definida. Si se define la dinámica de δz se tiene

$$\delta\dot{z} = \dot{P}(x, t)\delta x + P\delta\dot{x}, \quad (2.8)$$

sustituyendo los términos δx y $\delta\dot{x}$ de (2.8)

$$\delta\dot{z} = (\dot{P} + PJ)P^{-1}\delta z \triangleq J_G \delta z. \quad (2.9)$$

Por lo tanto, la tasa de cambio de (2.7) es

$$\frac{d}{dt}(\delta z^T \delta z) = 2\delta z^T \delta\dot{z} = 2\delta z^T J_G \delta z. \quad (2.10)$$

El término $J_G = (\dot{P} + PJ)P^{-1}$ representa el *Jacobiano generalizado*. Este término es clave para las siguientes definiciones debido a que su valor sera el determinante para la convergencia de δz y por consiguiente de δx .

Definición 2.1.1 *Dado el sistema de ecuaciones $\dot{x} = f(x, t)$, una región del espacio de estado se llama región de contracción con respecto a una métrica definida uniformemente positiva $M(x, t) = P^T P$, si existe una constante β_M estrictamente positiva, tal que*

$$J_G = (\dot{P} + PJ)P^{-1} \leq -\beta_M I \quad (2.11)$$

o de forma equivalente

$$J^T M + MJ + \dot{M} \leq -\beta_M M \quad (2.12)$$

es verificado en esa región.

Definición 2.1.2 *El sistema de ecuaciones $\dot{x} = f(x, t)$ es contrayente, si existe una constante $\lambda > 0$, tal que el Jacobiano generalizado es uniformemente negativo definido*

$$\frac{1}{2}(J_G + J_G^T) \leq -\lambda I, \quad \forall t \geq t_0, \quad \forall x \in \chi \subseteq \mathbb{R}^n \quad (2.13)$$

Donde χ es la región de contracción. Además, si la región de atracción es todo el espacio de estados el resultado de convergencia es global.

2.1.3. Contracción parcial

Un importante concepto en la teoría de contracción es la contracción parcial, presentada en [25]. La contracción parcial como herramienta para el diseño y análisis de sistemas es utilizada en este trabajo, su uso consiste en encontrar un *sistema virtual* como sistema auxiliar el cual tenga como soluciones particulares las trayectorias del sistema real y las trayectorias del sistema deseado. La contracción del sistema virtual trae consigo que las trayectorias del sistema real, inicializadas en la región de contracción, convergen exponencialmente a las del sistema deseado, por lo que la correcta elección del sistema virtual es fundamental para la contracción hacia las soluciones deseadas.

Lemma 2.1.1 *Considere un sistema no lineal de la forma*

$$\dot{x} = f(x, x, t). \quad (2.14)$$

Defina un sistema auxiliar, nombrado sistema virtual:

$$\dot{\xi} = f(\xi, x, t). \quad (2.15)$$

Suponga que el sistema virtual es contrayente respecto a ξ , es decir, existe una constante $\lambda > 0$ tal que la parte simétrica del Jacobiano

$$J_s = \left(\frac{\partial f(\xi, x, t)}{\partial \xi} \right)_s \leq -\lambda I_n, \quad \forall \xi, x \in \mathbb{R}^n, t \geq t_0. \quad (2.16)$$

Si una solución particular del sistema virtual verifica una propiedad específica uniforme, entonces todas las trayectorias del sistema original x verificarán esta propiedad exponencialmente.

Más recientemente, en [29] se presenta una condición de contracción más débil que las presentadas en [24]. Establece que el sistema (2.1) es contrayente si la parte simétrica de la matriz jacobiana generalizada es uniformemente negativa definida en un sentido general.

Lemma 2.1.2 Asuma que $J_s(x(t), t)$ es uniformemente negativa semidefinida y existe $T > 0$ y $\lambda > 0$ tal que

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} J_s(x(\tau), \tau) d\tau \leq -\lambda I_n, \quad (2.17)$$

$\forall t \geq t_0$, y para todo $x \in \mathcal{X}$, siendo \mathcal{X} la región de contracción. Entonces (2.1) es contrayente.

2.1.4. La contracción en sistemas modulares

Es posible mantener las propiedades de contracción en sistemas modulares, tales que sus estructuras llevan consigo conexiones y combinaciones básicas de sistemas. Estos sistemas mantienen propiedades contractivas si estos por separados son contrayentes. Las combinaciones en cascada y en retroalimentación con propiedades pasivas [30] contienen lo anteriormente dicho. Esto, por ejemplo, facilita diseños modulares para el diseño de observadores.

Lemma 2.1.3 [24]: Considere dos sistemas, pueden ser de diferentes dimensiones

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, t), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, t). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Considere la dinámica diferencial de $\delta x = [\delta x_1^T \ \delta x_2^T]^T$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ J_{21} & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Si en alguna región del espacio de estados $J_1 := \frac{\partial f_1(x_1)}{\partial x_1}$ y $J_2 := \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_2}$ son uniformemente negativas definidas, y $J_{21} := \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_1}$ está acotada, entonces todo el sistema (2.18) será contrayente en esa región.

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} J_s(x(\tau), \tau) d\tau \leq -\lambda I_n, \quad (2.20)$$

2.2. Modelado de un robot móvil

El modelado del robot representado en la Figura 2.1 (a) se establece en un robot de tipo unicycle cuyo movimiento se basa en dos ruedas del mismo radio accionadas por actuadores independientes colocadas en cada lado del cuerpo del robot y una tercera rueda sin actuador para mantener su equilibrio horizontal. Dicho robot, puede cambiar su dirección variando la velocidad de rotación de sus ruedas y, por lo tanto, no requiere un movimiento de dirección adicional. Esta clase de robot es llamado robot móvil de tipo diferencial. A continuación, sus cinemáticas son descritas.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} v, \quad (2.21)$$

$$\dot{\theta} = \omega, \quad (2.22)$$

Teniendo como dinámicas

$$\begin{aligned} \dot{v} &= u_1, \\ \dot{\omega} &= u_2. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Donde $X = [x \ y]^T$ es la posición del centro de masa del robot con respecto al plano inercial, θ el ángulo de orientación entre la dirección del avance lineal del robot y el eje horizontal del plano inercial. v y ω son la velocidad lineal y angular respectivamente del robot medida en el marco inercial como se indica en la figura 2.1 (b). Los controles aplicados son u_1 y u_2 .

El robot es considerado como un cuerpo sólido, rígido y sin partes flexibles, tal que el sistema cuenta con las restricciones no holonómicas

$$\dot{y} \cos \theta - \dot{x} \sin \theta = 0. \quad (2.24)$$

Es decir, el robot puede desplazarse hacia atrás o adelante, pero no es capaz de moverse en dirección puramente lateral (no se permite el deslizamiento lateral entre las ruedas y el suelo) sin que haya una fuerza externa que genere ese movimiento.

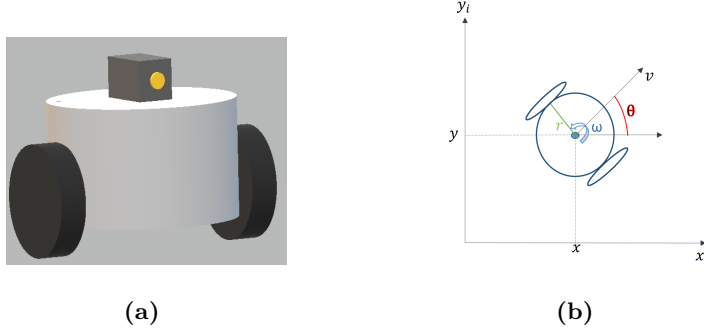


Figura 2.1: (a) Robot móvil, (b) Ubicación del robot en el plano cartesiano.

Propiedad. Es posible determinar el ángulo θ a partir del despeje de la restricción no holonómica (2.24), tal que

$$\begin{aligned} \dot{y} \cos \theta &= \dot{x} \sin \theta, \\ \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} &= \frac{\dot{y}}{\dot{x}} \tan \theta, \\ \Rightarrow \arctan 2\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right) &= \theta. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Este modelado del robot móvil considera el movimiento del robot en una superficie plana, asumiendo el eje de las ruedas perpendicular al sentido de su desplazamiento. Además, las fuerzas que afectan el movimiento del robot únicamente son ejercidas por el movimiento rotacional de sus ruedas.

2.3. Modelo de una cámara CCD

La cámara CCD es montada en el robot con una *pose* (orientación y posición) fija conocida en el marco de coordenadas del robot, como se muestra en la figura 2.2. La dinámica del sistema de visión perspectiva general es descrita como en [31]

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \quad (2.26a)$$

$$y = \epsilon \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_3 \end{bmatrix}^T, \quad (2.26b)$$

Siendo $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{R}^3$ las coordenadas del objeto en un sistema inercial y $a_{ij} = a_{ij}(t)$, $b_i = b_i(t)$, $\forall i, j = 1, 2, 3$ son los parámetros de movimiento conocidos. La salida medible $y = [y_1 \ y_2]^T$ en (2.26b) es la proyección del objeto en el plano imagen,

la distancia focal de la cámara es dada por ϵ .

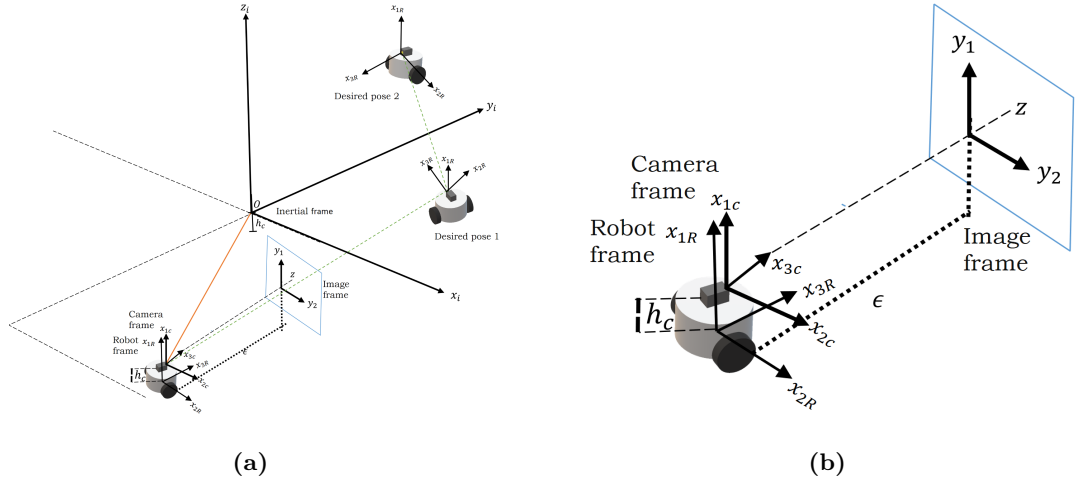


Figura 2.2: (a) Definiciones de los marcos, (b) Zoom del robot.

El objetivo en el problema del sistema en perspectiva de visión es reconstruir las coordenadas del objeto x a partir de las medidas de visión y . Para lograr este objetivo, se hacen las siguientes suposiciones.

Suposición 2.3.1 *Propiedades del sistema en perspectiva de visión* ([20, 21, 32, 33]):

- $a_{ij}, b_i \in \mathcal{L}_\infty, \forall i, j = 1, 2, 3$ y a_{ij}, b_i son diferenciables de primer orden. Las cotas superiores \bar{b}_3, \bar{a}_{3i} en b_i, a_{3i} son conocidas.
- $x_3(t) > \epsilon > 0$, sin perder generalidad, se asume $\epsilon = 1$.
- $y(t)$ es acotada por las constantes conocidas $\underline{y} \leq y(t) \leq \bar{y}$.

Suposición 2.3.2 *Observabilidad del sistema (2.26)* ([32]): Existe $0 < \underline{p} \leq \bar{p}$ tal que

$$\underline{p} \leq \mathbf{P}(y, t) := (b_1 - b_3 y_1)^2 + (b_2 - b_3 y_2)^2 \leq \bar{p}. \quad (2.27)$$

La suposición 2.3.1 se cumple en la práctica, mientras que la suposición 2.3.2 se cumple si el movimiento relativo entre el objeto y la cámara no está a lo largo de una línea recta que pase por el punto de enfoque, *i.e.* $y_1 \neq b_1/b_3$ and $y_2 \neq b_2/b_3$ al mismo tiempo.

Estimación de profundidad en la visión perspectiva

La observación de estados (ya sean completos o parciales) de un sistema, es un asunto de mucha envergadura en el área de control. El interés se cimienta en: dado un sistema con estados no medibles, generar un sistema (observador) capaz de reconstruir dichos elementos faltantes a partir de la lectura de la entrada y las salidas disponibles.

Respecto a la estimación de profundidad a partir de la perspectiva del espacio visión, en la literatura se han presentado diversos trabajos con diversas técnicas para solucionar y/o hacer más eficiente su estimación. En [34] se ha descrito la estimación de profundidad con perspectiva de espacio visión empleando un observador de estados discontinuo, motivado por el método de control por modos deslizantes; [19] observa la posición de un punto estático utilizando un algoritmo que emplea más de una cámara, tal que requiere de una visión estereo; [21] más recientemente presentó un observador de profundidad global exponencial basado en un análisis por Lyapunov, el cual requiere de la retroalimentación de la velocidad y de la aceleración lineal de una cámara calibrada montada sobre un vehículo autónomo; entre otros trabajos [20, 33]. La solución al problema de estimación de esta clase de perspectivas también ha sido resuelto basando el análisis de observadores en la teoría de contracción [23].

Este capítulo presenta la teoría y técnica del nuevo observador propuesto con sustento en la teoría de contracción, donde se definen las ecuaciones teóricas e implementables de un observador de orden reducido, de orden completo y sincronizado para la estimación de la profundidad de un punto, donde dicha información en primer momento es desconocida debido a la transformación de la proyección generada por el plano imagen del espacio visión de la cámara.

La integración de la posición observada del objeto junto con la estrategia de control del robot se desarrollará en los siguientes capítulos, abordando dos enfoques distintos

de control servo visual.

3.1. Planteamiento del problema de estimación de profundidad

La dinámica de movimiento de un objeto desde la perspectiva de visión es descrita como en (2.26)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix},$$

$$y = \epsilon \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_3 \end{bmatrix}^T,$$

Donde $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{R}^3$ expresa las coordenadas del objeto en un sistema inercial y $a_{ij} = a_{ij}(t)$, $b_i = b_i(t)$, $\forall i, j = 1, 2, 3$ son los parámetros de movimiento conocidos. La salida medible $y = [y_1 \ y_2]^T$ en (2.26b) es la proyección en perspectiva del objeto en el plano imagen, mientras que la distancia focal de la cámara es dada por ϵ .

Definiendo el estado $z = \frac{1}{x_3} < 1/\epsilon$, el cual no es medible. El sistema (2.26) puede ser reescrito como [32]-[33]

$$\dot{z} = -(a_{31}y_1 + a_{32}y_2 + a_{33})y_3 - b_3y_3^2, \quad (3.2a)$$

$$\dot{y}_1 = a_{13} + (a_{11} - a_{33})y_1 + a_{12}y_2 - a_{31}y_1^2 - a_{32}y_1y_2 + (b_1 - b_3y_1)y_3, \quad (3.2b)$$

$$\dot{y}_2 = a_{23} + a_{21}y_1 + (a_{22} - a_{33})y_2 - a_{31}y_1y_2 - a_{32}y_2^2 + (b_2 - b_3y_2)y_3. \quad (3.2c)$$

Para mayor simplicidad, (3.2) será definido como

$$\dot{z} = f_z(y, t)z - b_3z^2, \quad (3.3a)$$

$$\dot{y} = p(y, t)z + g(y, t), \quad (3.3b)$$

donde

$$f_z(y, t) = -(a_{31}y_1 + a_{32}y_2 + a_{33}),$$

$$p(y, t) = \begin{bmatrix} b_1 - b_3y_1 \\ b_2 - b_3y_2 \end{bmatrix},$$

$$g(y, t) = \begin{bmatrix} a_{13} + (a_{11} - a_{33})y_1 + a_{12}y_2 - a_{31}y_1^2 - a_{32}y_1y_2 \\ a_{23} + a_{21}y_1 + (a_{22} - a_{33})y_2 - a_{31}y_1y_2 - a_{32}y_2^2 \end{bmatrix}.$$

Este sistema es en el caso de haber más estados medidos que no medidos. Observe que si hay disponible una estimación \hat{z} de z , entonces las coordenadas del objeto en el plano inercial pueden reconstruirse a través de

$$\hat{x}_1 = \frac{y_1}{\hat{z}\epsilon}, \quad \hat{x}_2 = \frac{y_2}{\hat{z}\epsilon}, \quad \hat{x}_3 = \frac{1}{\hat{z}}. \quad (3.4)$$

3.2. Diseño de observadores

En esta sección se expone el análisis y diseño de un observador de orden reducido, de orden completo y sincronizado.

3.2.1. Observador de orden reducido

El observador de orden reducido que aquí se plantea, observa el estado z del sistema, que a su vez proporciona información de la posición x_3 del objeto.

Defina una salida auxiliar como $y_a = p_f^T y$. Su dinámica se escribe fácilmente a partir de la dinámica de y en (3.3b) como

$$\dot{y}_a = P_f(t)z + g_f(t), \quad (3.5)$$

donde $P_f(t) = p_f^T(t)p(y, t)$, $g_f(t) = p_f^T(t)g(y, t) + \Gamma(p(y, t) - p_f(t))^T y$ y la versión filtrada de $p(y, t)$ es dada por

$$\dot{p}_f(t) = \Gamma(p(y, t) - p_f(t)),$$

con la ganancia del filtro Γ .

La dinámica de salida auxiliar sugiere el siguiente observador de orden reducido:

$$\dot{\hat{z}} = f_z(y, t)\hat{z} - b_3\hat{z}^2 + K_o p_f^T(t)p(y, t)(z - \hat{z}). \quad (3.6)$$

Teorema 3.2.1 [Observador de orden reducido] Considere el observador de orden reducido (3.6). Bajo las suposiciones 2.3.1, 2.3.2 y

$$K_o > \frac{c(\delta_z) + \lambda_r}{\underline{p} - \epsilon_p \bar{p}}, \quad (3.7)$$

$$c(\delta_z) = \frac{2\bar{b}_3}{\epsilon} + 2\bar{b}_3\delta_z + \bar{a}_{31}\bar{y}_1 + \bar{a}_{32}\bar{y}_2 + \bar{a}_{33}, \quad (3.8)$$

$$\Gamma > \frac{\bar{\omega}\bar{p}}{\underline{p}}, \quad (3.9)$$

donde \underline{p} es la condition de observabilidad mencionada de la suposición 2.3.2 y $\delta_z > 0$.

Bajo estas condiciones, si $|\hat{z}(0) - z(0)| \leq \delta_z$, para algún $\delta_z > 0$, entonces la estimación del error $\hat{z}(t) - z(t)$ convergerá exponencialmente a cero.

Prueba. Indicando $p(t) = p(y(t), t)$, el observador de orden reducido (3.6) es expresado como

$$\dot{\hat{z}} = f_z(y, t)\hat{z} - b_3\hat{z}^2 - \{\alpha(t) + K_o(p_f(t) - p(t))^T p(t)\}(\hat{z} - z), \quad (3.10)$$

3. ESTIMACIÓN DE PROFUNDIDAD EN LA VISIÓN PERSPECTIVA

donde $\alpha(t) = K_o p(t) T p(t) = K_o P(t)$ con $P(t)$ definida en (2.27). Note que el sistema (3.10) tiene como soluciones particulares $\hat{z} = z$ y $\forall t \geq 0$ su Jacobiano está dado por

$$J_r = f_z(y, t) - 2b_3 \hat{z} - K_o (p_f(t) - p(t))^T p - \alpha(t). \quad (3.11)$$

Por suposiciones 2.3.1 y 2.3.2 y la condición (3.8), existe un $\lambda_r > 0$ tal que

$$\begin{aligned} J_r &= -\alpha - \{2b_3 \hat{z} + a_{31} y_1 + a_{32} y_2 + a_{33} + K_o (p_f(t) - p(t))^T p(t)\} - 2b_3 (\hat{z} - z) \\ &\leq -K_o (\underline{p} - \epsilon_p \bar{p}) + |2b_3 z + a_{31} y_1 + a_{32} y_2 + a_{33}| + 2|b_3 (\hat{z} - z)| \\ &\leq -\lambda_r, \end{aligned} \quad (3.12)$$

por K_o dado en el teorema. Por lo que, si $\hat{z}(0)$ es inicializado en $|\hat{z}(0) - z(0)| \leq \delta_z$ entonces $J_r \leq -\lambda_r$. De lo mencionado en el Capítulo 2, respecto al análisis de sistemas contractivos, se deduce que la convergencia de \hat{z} a z está garantizada.

Este observador puede implementarse fácilmente como

$$\dot{\hat{z}} = \{f_z(y, t) - K_o P_f(t)\} \hat{z} - b_3 \hat{z}^2 - K_o g_f(t), \quad (3.13a)$$

$$\hat{z} = \bar{z} + K_o p_f^T(t) y. \quad (3.13b)$$

Algunas observaciones de este observador respecto a otros existentes que de igual manera estiman la profundidad de un sistema con perspectiva de espacio visión:

Observación 3.2.1 El observador (3.6) es diferente del presentado en [23] en que la señal filtrada se usa aquí en lugar de las derivadas de los parámetros de movimiento, que se filtraron para evitar la propagación del ruido en los parámetros de movimiento.

Observación 3.2.2 Como el presentado en [21], la convergencia exponencial se puede garantizar si se usa una condición de contracción más débil ([35], sección 3.4, p. 16). Esta condición está relacionada con el supuesto de observabilidad relajada en [21]. En relación a los observadores desarrollados con la metodología de inmersión e invariancia [33] y [36], el diseño derivado aquí obtiene la propiedad de convergencia *exponencial* con un procedimiento de diseño más simple en lugar de la convergencia *asintótica*. En particular, la misma forma del observador [33] se logra estableciendo $\zeta = \beta$.

3.2.2. Observador de orden completo

En presencia de ruido en las mediciones de visión y , El objetivo de recuperar las coordenadas x del objeto se ve obstaculizado usando el observador de orden reducido,

porque las coordenadas estimadas son calculadas a través de (3.4). Un observador de orden completo ayuda a lograr mejores estimaciones de coordenadas \hat{x} si \hat{y} es implementada en (3.4) en vez de y . En esta subsección, se diseña un observador de orden completo basado en la teoría de la contracción.

El observador de orden completo se propone como

$$\dot{\hat{z}} = f_z(y, t)\hat{z} - b_3\hat{z}^2 + K_o p_f^T(t)p(t)(z - \hat{z}) + p^T(t)(y - \hat{y}), \quad (3.14a)$$

$$\dot{\hat{y}} = p(t)\hat{z} + g(t) + K_y(y - \hat{y}), \quad (3.14b)$$

Con ganancias K_o dadas como en el observador de orden reducido y $K_y = K_y^T > 0$ una matriz constante de ganancias.

Teorema 3.2.2 [Observador de orden completo] Considere el observador (3.14). Bajo las suposiciones 2.3.1, 2.3.2 y por algún $\delta_z > 0$, el error de estimación $(\hat{z} - z, \hat{y} - y) \rightarrow 0$ exponencialmente en las mismas condiciones que en el teorema 3.2.1.

Prueba. El sistema (3.14) tiene una solución particular $(\hat{z}, \hat{y}) = (z, y)$. La parte simétrica de su jacobiano viene dada por

$$J_{c,s} = \begin{bmatrix} J_r & 0 \\ 0 & -K_y \end{bmatrix} \leq -\min\{\lambda_r, \min \lambda(K_y)\}.$$

Por lo tanto, el observador de orden completo se está contrayendo, lo que a su vez implica que $(\hat{z}, \hat{y}) \rightarrow (z, y)$ exponencialmente.

El observador de orden completo puede implementarse como en el observador de orden reducido

$$\dot{\hat{z}} = \{f_z(y, t) - K_o P_f(t)\}\hat{z} - b_3\hat{z}^2 - K_o g_f(t) + p^T(t)(y - \hat{y}), \quad (3.15a)$$

$$\dot{\hat{y}} = p(t)\hat{z} + g(t) + K_y(y - \hat{y}), \quad (3.15b)$$

$$\hat{z} = \bar{z} + K_o p_f^T y, \quad (3.15c)$$

con la salida del observador como $(\hat{z}_o, \hat{y}_o) = (\bar{z} + K_o p_f^T \hat{y}, \hat{y})$.

Observación 3.2.3 El observador de orden completo (3.14) está construido a partir del observador de orden reducido (3.6) agregando la dinámica \hat{y} . Esta estructura de observador, correspondiente a la elección de un sistema virtual apropiado cite WangS-lotine, facilita el análisis de contracción. Para una implementación práctica, y es medible y corrompida por el ruido, se puede inicializar al observador con $\hat{y}(0) = y(0)$. De la propiedad de robustez de los sistemas de contratación [37], se deduce que la distancia entre las trayectorias del sistema corrompido y las de (3.14) están acotadas.

3.2.3. Observador sincronizado

Siguiendo la idea del observador sincronizado, varios observadores de orden completo contractivos con un término de acoplamiento entre ellos se definen como

$$\dot{\hat{z}}_i = f_z(y_i, t)\hat{z}_i - b_3\hat{z}_i^2 + K_o p_{f,i}^T(t)p_i(t)(z_i - \hat{z}_i) + p_i^T(t)(y_i - \hat{y}_i) + K_s \sum_j (\hat{z}_j - \hat{z}_i), \quad (3.16a)$$

$$\dot{\hat{y}}_i = p_i(t)\hat{z}_i + g_i(t) + K_y(y_i - \hat{y}_i) + K_s \sum_j (\hat{y}_j - \hat{y}_i), \quad (3.16b)$$

donde $p_i(t) = p(y_i, t)$, $g_i(t) = g(y_i, t)$, $j = 1, \dots, N$ y $K_s > 0$ es la ganancia de sincronización .

Teorema 3.2.3 [Observador sincronizado] Bajo las mismas suposiciones en el teorema 3.2.2, el valor medio

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_i \hat{\mathbf{x}}_i, \quad (3.17)$$

para $\hat{\mathbf{x}}_i = (\hat{z}, \hat{y})$ del observador sincronizado recupera la estimación de las coordenadas del objeto como en el caso sin ruido como $N \rightarrow \infty$.

Este observador sincronizado puede implementarse de manera similar al observador de orden completo (3.15)

$$\dot{\hat{z}}_i = \{f_z(y_i, t) - K_o P_{f,i}(t)\} \hat{z}_i - b_3\hat{z}_i^2 - K_o g_{f,i}(t) + K_s \sum_j (\hat{z}_j - \hat{z}_i), \quad (3.18a)$$

$$\dot{\hat{y}}_i = p_i(t)\hat{z}_i + g_i(t) + K_y(y_i - \hat{y}_i) + K_s \sum_j (\hat{y}_j - \hat{y}_i), \quad (3.18b)$$

$$\hat{z}_i = \bar{z}_i + k_o p_{f,i}^T(t)y_i, \quad (3.18c)$$

con la salida del observador como $[\hat{z}_o, \hat{y}_o]^T = \frac{1}{N} \sum_i [\bar{z}_i + K_o p_{f,i}^T \hat{y}_i, \hat{y}_i]^T$.

Observación 3.2.4 Se debe hacer un comentario sobre cómo obtener la coordenada de imagen de un punto particular. En los sistemas de visión en perspectiva, las coordenadas de los puntos particulares se miden con una cámara CCD. Por lo general, a través de las técnicas de segmentación y umbralización [38], se obtiene un conjunto de coordenadas de visión y_i (píxeles) de un punto particular, luego se calcula el centro de masa o centroide de este conjunto y se utiliza como coordenadas de imagen y (para observadores de orden

reducido y completo). Para el observador sincronizado, donde se requieren diferentes mediciones, el conjunto de (N) coordenadas de visión y_i es alimentado al grupo de N observadores sincronizados directamente sin el procedimiento de cálculo del centro de masa.

3.3. Simulaciones y resultados de los observadores contractivos

Para mostrar la efectividad de este nuevo observador, la estimación de la variable z se prueba mediante simulaciones numéricas independientes de la sincronización con el control.

Similar a [21], el valor de los términos del sistema con perspectiva de visión (2.26) son considerados como cero, excepto por $a_{1,3} = -\pi/30$ (rad/s), $a_{3,1} = -a_{1,3}$ y $b = [0.3 \ 0.4 + 0.1 \sin(\pi t/4) \ -0.3]^T$ (m/s); las condiciones iniciales son elegidas como $x(0) = [7 \ 5 \ 1]^T$ (m), $z(0) = 1$ y $y(0) = [7 \ 5]^T$. Las ecuaciones (3.13), (3.15) y (3.18) son los observadores de orden reducido, completo y sincronizado respectivamente implementados utilizando la salida auxiliar definida en (3.5), la γ necesaria en esta salida es seleccionada como $\gamma = 5$. Debido a que no se especifica la distancia focal, se toma el valor $\epsilon = 1$ pixel. Los valores de las ganancias de los observadores utilizados en cada simulación se especifican en la Tabla 3.1

La intensidad del ruido blanco gaussiano (RBG) agregado en algunas simulaciones es del 1% del valor máximo de la salida y . La Figura 3.1 representa el ruido blanco gaussiano agregado.

Observador	Simulaciones sin RBG	Simulaciones con RBG
Orden reducido	$K_o = 1$	$K_o = 0.5$
Orden completo	$K_o = 1, K_y = 5$	$K_o = 0.5, K_y = 5$
Sincronizado	$K_o = 1, K_y = 5, K_s = 3$	$K_o = 0.5, K_y = 5, K_s = 3$

Tabla 3.1: Valores de las ganancias de los observadores.

Las simulaciones de los tres observadores (orden reducido, completo y sincronizado) se organizan de la siguiente manera: Figura 3.2 presenta las simulaciones de los observadores libres de ruido, Figura 3.3 presenta las simulaciones con ruido en las mediciones y y Figura 3.4 muestra las simulaciones con ruido en las mediciones y y en los parámetros de movimiento.

3. ESTIMACIÓN DE PROFUNDIDAD EN LA VISIÓN PERSPECTIVA

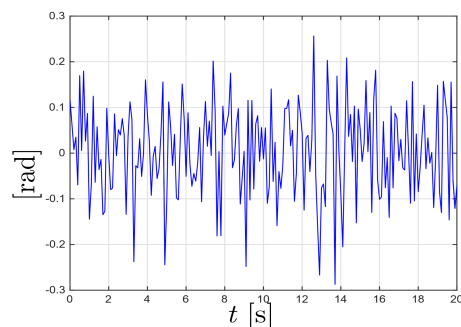


Figura 3.1: Ruido blanco gaussiano agregado

Utilizando los observadores libres de ruido, la estimación de las salidas medibles y y la estimación de la variable z se produce en menos de 1,2 segundos. En los tres casos, la convergencia a los valores reales es suave y libre de sobre impulsos abruptos. Esto se muestra en la figura 3.2

En el caso de los observadores de orden completo y sincronizados con mediciones sucias, los observadores reducen el ruido de las estimaciones y alcanzan un estado casi estable de las mediciones conocidas y en orden de valores menores 4 segundos aproximadamente, mientras tanto en el caso de la medida desconocida z es menor de 5 segundos.

Los observadores sincronizados son $N = 10$, y el ruido en la salida de cada uno de los N observadores sincronizados es el mismo que el utilizado en el observador de orden completo único pero con valores iniciales distintos en cada uno de ellos, excepto en el experimento con cero ruido por evidentes razones. La mejora de este observador con respecto al de orden completo son los primeros sobre impulsos, obteniendo valores más bajos. Además, el error RMS es más pequeño en el mismo lapso de tiempo.

El error de estimación de la raíz cuadrada media (RMS) del observador de orden reducido (3.13), del completo (3.15) y de los observadores sincronizados (3.18) se enumeran en la tabla 3.2. Para enfatizar el efecto de reducción de ruido, el error RMS se toma casi en estado estable, donde se pueda despreciar el efecto del estado transitorio. Por lo tanto, para el caso de los observadores sin ruido se toma $t \in [1.4, 2]$ [s] y para el caso con ruido $t \in [4, 20]$ [s].

3.3 Simulaciones y resultados de los observadores contractivos

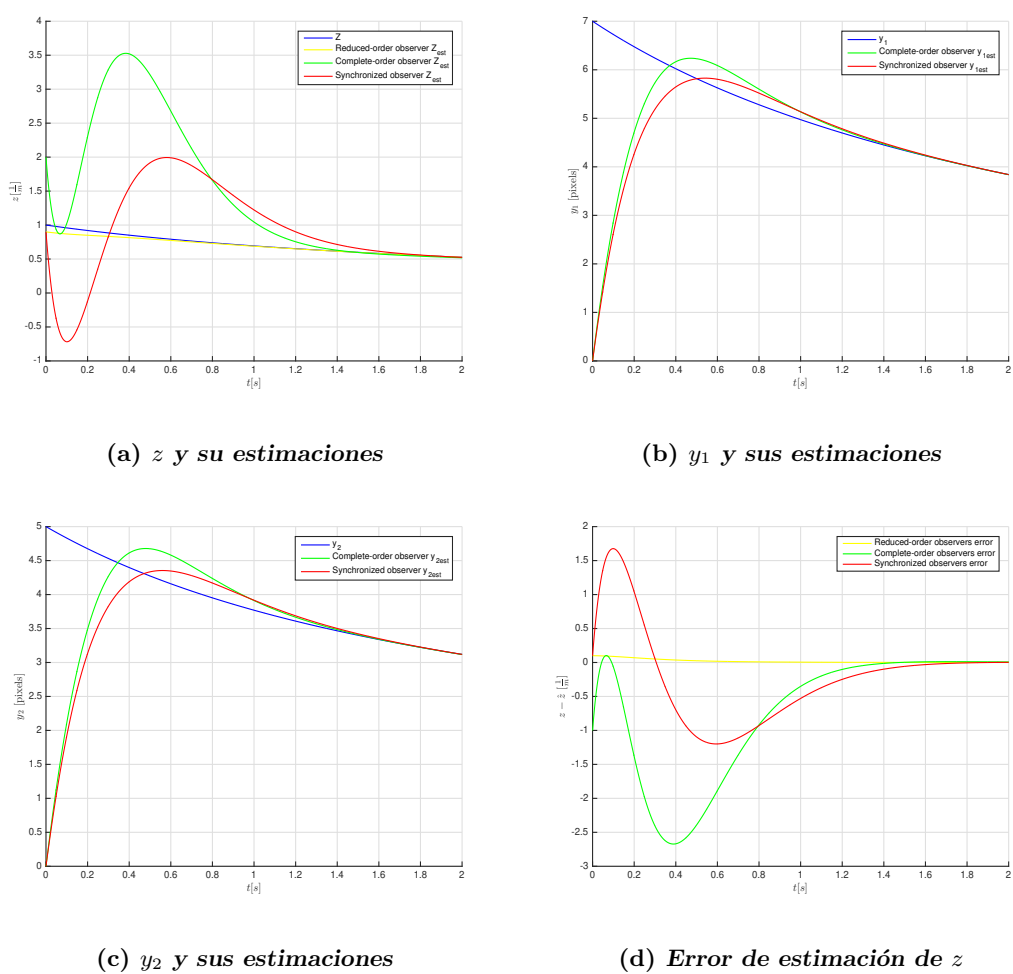
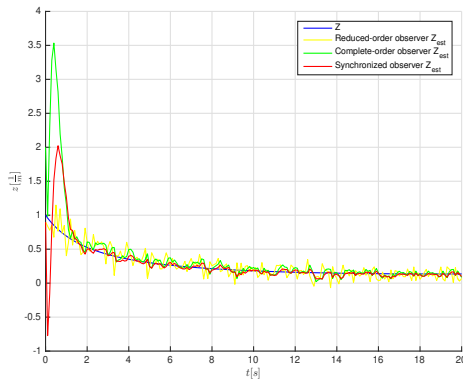
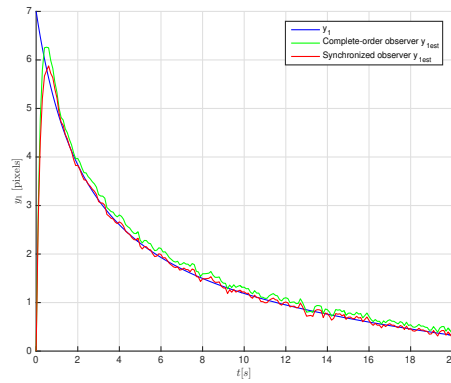


Figura 3.2: Comparación de los observadores libres de ruido. Observador de orden reducido (—), observador de orden completo (—), sincronizado (—) y valores reales (—).

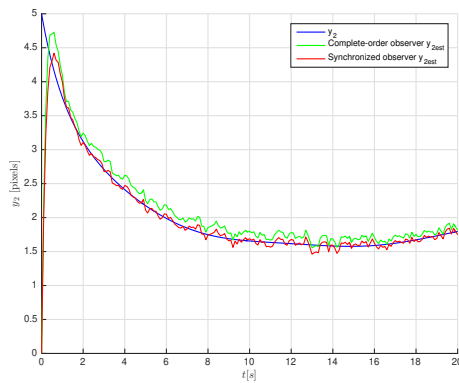
3. ESTIMACIÓN DE PROFUNDIDAD EN LA VISIÓN PERSPECTIVA



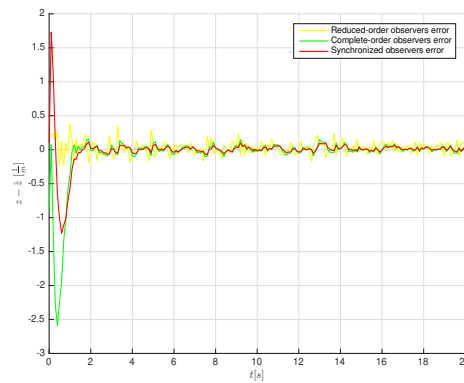
(a) z y su estimaciones



(b) y_1 y sus estimaciones



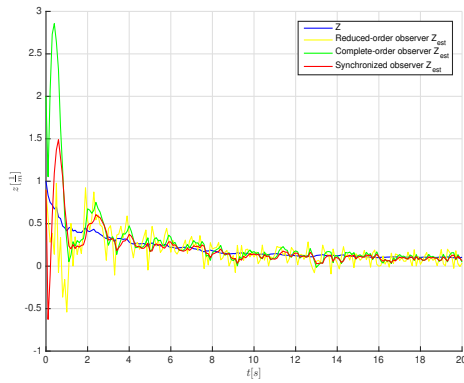
(c) y_2 y sus estimaciones



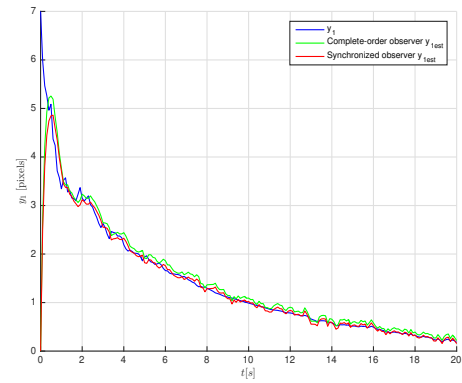
(d) Error de estimación de z

Figura 3.3: Comparación de los observadores con RBG agregado a las mediciones y . Observador de orden reducido (—), observador de orden completo (—), sincronizado (—) y valores reales (—). La intensidad del RBG es el 1% del valor máximo de la salida y .

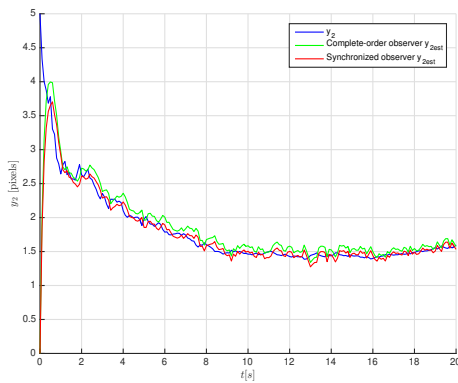
3.3 Simulaciones y resultados de los observadores contractivos



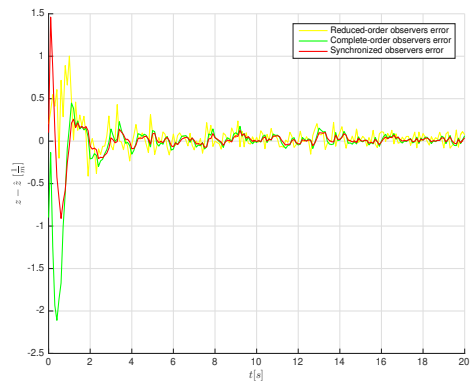
(a) z y su estimaciones



(b) y_1 y sus estimaciones



(c) y_2 y sus estimaciones



(d) Error de estimación de z

Figura 3.4: Comparación de los observadores con RBG agregado a las medidas y y a los parámetros de movimiento. Observador de orden reducido (—), observador de orden completo (—), sincronizado (—) y valores reales (—). La intensidad del RBG es el 1% del valor máximo de la salida y .

3. ESTIMACIÓN DE PROFUNDIDAD EN LA VISIÓN PERSPECTIVA

Sin ruido	$y_1 - \hat{y}_1$	$y_2 - \hat{y}_2$	$z - \hat{z}$
Observador de orden reducido	-	-	$2.58e - 4$
Observador de orden completo	0.0019	0.0024	0.0068
Sincronizado	0.0015	0.0020	0.0054
Ruido en y	$y_1 - \hat{y}_1$	$y_2 - \hat{y}_2$	$z - \hat{z}$
Observador de orden reducido	-	-	0.0830
Observador de orden completo	0.0482	0.0495	0.0496
Sincronizado	0.00445	0.0457	0.0285
Ruido en y y en parámetros de movimiento	$y_1 - \hat{y}_1$	$y_2 - \hat{y}_2$	$z - \hat{z}$
Observador de orden reducido	-	-	0.0842
Observador de orden completo	0.0529	0.0693	0.0541
Sincronizado	0.0488	0.0493	0.0323

Tabla 3.2: Comparación de los errores RMS de los observadores.

Servo visual basado en imagen (IBVS)

El servo visual basado en imagen (IBVS como acrónimo en inglés) es el primer enfoque propuesto a emplear en esta tesis. Dicho enfoque considera y calcula la señal de error entre el punto deseado y el punto actual directamente en términos de los valores obtenidos de la imagen que la cámara procesa, esto sin la necesidad de un mapeo de coordenadas referenciado al plano inercial en el que se desarrollan los experimentos. El movimiento del punto actual en el plano imagen está relacionado a través de una matriz de interacción con la velocidad lineal y angular que la cámara experimenta gracias a la rotación y al desplazamiento del robot en el que se encuentra montada.

Esta clase de control que trabaja directamente con la información del plano imagen para calcular la señal de error presenta generalmente robustez con respecto a incertidumbres y perturbaciones en el modelo de la cámara, tal como se menciona en [39].

El control del movimiento del robot móvil visto directamente en el plano imagen consiente el diseño de estrategias que tienen como objetivo mantener siempre el punto deseado dentro del campo de visión de la cámara. El control en este escenario no requiere del conocimiento *a priori* del modelo cinemático del robot, sino de la imagen, puesto que la ley de control está basada en la diferencia entre los *puntos de características (points feature)* deseados y actuales en el plano imagen, sin implicar alguna estimación de la posición respecto a cualquier otro plano.

El enfoque IBVS aquí presentado acopla las ecuaciones empleadas en [20], pero utilizando el nuevo observador de profundidad contractivo diseñado en el Capítulo 2.

4.1. Relación y modelo matemático de la cámara con la imagen

En la literatura, el procesamiento de visión por computadora estipula que una *característica de imagen (image feature)* es una pieza de información real asociada a una primitiva geométrica (tales como las coordenadas de un punto, una forma geométrica sencilla, el área de una elipse, el valor angular de una línea, etc.) en el plano imagen.

Definiendo un *vector de características* $f = [f_1 \dots f_k]^T \in \mathbb{R}^k$, se mapea la velocidad lineal y angular (v_c, ω_c) de la cámara a \dot{f} mediante una matriz $J_f(f, \chi)$ de tamaño $k \times 6$ llamada *matriz de interacción*

$$\dot{f} = J_f(f, \chi) \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

Donde χ es un vector que representa información en 3D asociada al vector f . En el caso del procesamiento de visión de un *punto de características (point feature)* P en 3D con coordenadas homogéneas $\bar{P} = [x \ y \ z]^T$, su proyección en el plano imagen es un punto de características p en 2D con coordenadas homogéneas normalizadas $\bar{p} = [x/z \ y/z]^T$. Si se estipulan las variables del punto \bar{p} como las variables del modelo matemático de cámara CCD definidas en (2.26b) y además se identifica \bar{p} como f , se tiene que $f = [y_1 \ y_2]^T$, donde sus elementos y_1 y y_2 son las coordenadas en píxeles del punto deseado con respecto a la cámara visto en el plano imagen.

Explicado lo anterior, (4.1) puede ser visto como

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\lambda}{z} & 0 & \frac{y_1}{z} & \frac{y_1 y_2}{\lambda} & -(\lambda + \frac{y_1^2}{\lambda}) & y_2 \\ 0 & -\frac{\lambda}{z} & \frac{y_2}{z} & \lambda + \frac{y_2^2}{\lambda} & -\frac{y_1 y_2}{\lambda} & -y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} = J_f(y_1, y_2, z) \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

La 2×6 matriz $J_f(y_1, y_2, z)$ alude a la matriz de interacción de un punto de características. En este enfoque, λ representa la distancia focal en píxeles. Cabe mencionar que, en el caso de puntos de características, la información 3D representada por χ se reduce a la profundidad de un punto z

4.2. Diseño del IBVS

El diseño de la ley de control para un robot móvil con enfoque servo visual basado en el plano imagen se presenta en esta sección. Defina $q \in \mathbb{R}^n$ como el vector de configuración del robot, $u = \dot{q}$ las entradas disponibles, y ahora $f \in \mathbb{R}^s$. Es posible obtener el mapeo diferencial entre u y \dot{f} por medio del *Jacobiano imagen*, el cual es el producto de dos matrices.

$$\dot{f} = J_{imagen}(f, \chi, q)u = J_f(f, \chi)J_c(q)u, \quad (4.3)$$

donde:

- La matriz J_f de tamaño $s \times 6$ son las coordenadas de los k puntos de características (*point features*) $[y_{1,1}y_{2,1} \dots y_{1,k}y_{2,k}] \in \mathbb{R}^{2k}$, $s = 2k$. J_f es el conjunto de las k -ésimas matrices de interacción J_{f_i} equivalentes en (4.2), representando a cada punto de características

$$\dot{f} = J_f(f, Z) \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{fk}(f_1, z_1) \\ \vdots \\ J_{fk}(f_k, z_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

con un vector de profundidad $Z = [z_1 \dots z_k] \in \mathbb{R}^k$ asociado a los k puntos de características. Utilizando el observador contractivo del Capítulo 2, el vector profundidad Z puede ser sustituido por su estimado $\hat{Z} = [\hat{z}_1 \dots \hat{z}_k]$ en la matriz de interacción, tal que (4.4) es reemplazado por

$$\dot{f} = J_f(f, \hat{Z}) \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{fk}(f_1, \hat{z}_1) \\ \vdots \\ J_{fk}(f_k, \hat{z}_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

- La matriz J_c de tamaño $6 \times n$ entrega la velocidad linear y angular (v_c, ω_c) que experimenta la cámara montada en la parte central superior del robot, como respuesta a los comandos u aplicados.

La estrategia de control para este enfoque se basa en la inversión de (4.3) en términos de la dinámica de las coordenadas características deseadas \dot{f} . Obteniendo,

$$u = H_{imagen} \dot{f}, \quad (4.6)$$

donde H_{imagen} es alguna inversa generalizada de J_{imagen} . Una viable solución es $H_{imagen} = J_{imagen}^\dagger$ como única pseudo inversa de Moore-Penrose, y

$$\dot{f} = K(f_d - f), \quad K > 0, \quad (4.7)$$

Siendo f_d un valor constante deseado que f debe alcanzar. La retroalimentación (4.6)-(4.7) de este control proporcional no lineal garantiza un comportamiento lineal con estabilidad exponencial del lazo cerrado para el error $e = f_d - f$, tal que

$$\dot{e} = -Ke. \quad (4.8)$$

4.3. Resultados de simulación

Las simulaciones aquí expuestas consideran un robot móvil el cual tiene como meta alcanzar un objeto estático. Dicho objeto, se considera de forma rectangular; vertical;

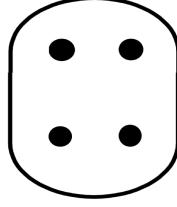


Figura 4.1: Objetivo

plano; con cuatro puntos negros colocados en los vértices del objeto, tal como se observa en la Figura 4.1.

Definiendo $q = [x \ y \ \theta]^T \in \mathbb{R}^3$ como el vector de configuración del robot, $u = [v_r \ \omega_r]^T \in \mathbb{R}^2$ el vector de velocidad lineal y angular del robot, $hc = [hc_x \ hc_y \ hc_z]$ el desplazamiento relativo entre el centro de masa del robot y el centro óptico de la cámara, y ϕ el ángulo entre el eje hacia donde apunta la cámara x_{3c} y el eje frontal al que apunta el robot; se obtiene la 6×2 matriz J_c

$$J_c = \begin{bmatrix} \sin \phi & -hc_x \cos \phi - hc_y \sin \phi \\ 0 & 0 \\ \cos \phi & hc_x \sin \phi - hc_y \cos \phi \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

Con esto se mapean las entradas del robot $[v_r \ \omega_r]^T$ al vector de velocidad lineal y angular de la cámara $[v_c \ \omega_c]^T$. La información geométrica del robot es

$$\begin{aligned} hc &= [0 \ 0 \ 0.3]^T [m] \\ \phi &= 0 [rad]. \end{aligned}$$

La simulación que se realiza en este trabajo utiliza cuatro puntos de características a regular, como se observa en la figura 4.2. La ley de control (4.6)-(4.7) con $K = 500$.

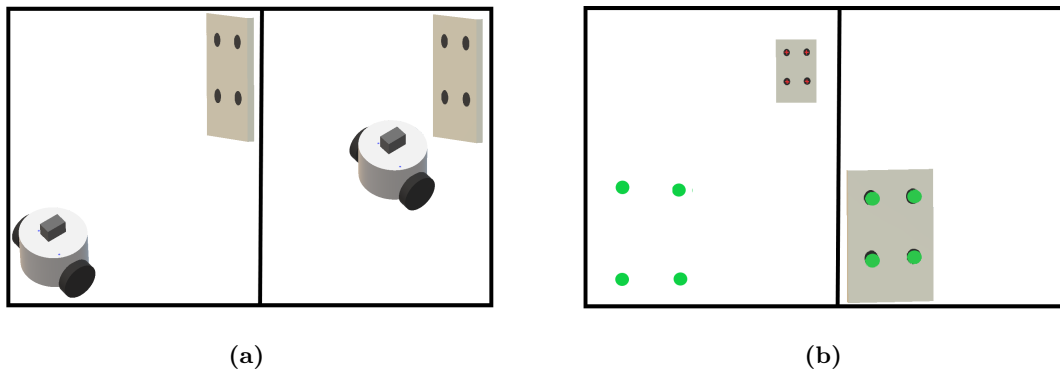


Figura 4.2: Los puntos verdes son los puntos deseados de los $k = 4$ puntos de características f_d . (a) Movimiento del robot visto desde el marco inercial, (b) Movimiento del robot visto desde el marco cámara.

Para simplicidad de notación, el subíndice $i = 1 \dots k$, donde $k = 4$, denota el i -ésimo punto de características. Se tiene entonces $f = [y_{11} \ y_{21} \dots \ y_{1k} \ y_{2k}]^T \in \mathbb{R}^s$, $s = 2k = 8$, la matriz J_f es la conjunción del Jacobiano J_{f_i} para cada punto de características como en (4.2), con una distancia focal $\lambda = 1096$ seleccionada. Se destaca que $\chi = Z = [z_1 \dots z_k] \in \mathbb{R}^k$ es reemplazado por $\hat{\chi} = \hat{Z} = [\hat{z}_1 \dots \hat{z}_k]$, así como \hat{y}_{1i} y \hat{y}_{2i} , los cuales son tomados directamente de la información entregada por el observador (3.15) sin ser necesario un mapeo de coordenadas. Las ganancias del observador fueron seleccionadas como $K_o = 7.5$, la ganancia del filtro $\gamma = 2$. Un ruido Gaussiano blanco con intensidad 1% del valor máximo de la medición de visión y se agregó a esta medición de visión y a los parámetros de movimiento (velocidad lineal v y velocidad angular ω)

Como condicional inicial del robot, la profundidad $z_i(t_0) = 3[\text{m}]$ fue seleccionada para cada i punto de características y $fd = [46 \ 379 \ 143 \ 374 \ 139 \ 201 \ 38 \ 203]^T$. La Figura 4.3 muestra la trayectoria de los puntos de características (puntos de color rojo) hacia los puntos de características deseados (puntos de color negro) ($f \rightarrow f_d$) visto desde la cámara. Como se observa, la ley de control compensa la dinámica no lineal del sistema dejando solamente la dinámica del término (4.7).

La evolución de la profundidad de los puntos de características (f) con respecto a los puntos de características deseados (f_d) dado por el movimiento del robot, se puede apreciar en la Figura 4.4(a). Observe que la profundidad inicial $z_j(t_i) = 3[\text{m}]$ (donde $t_i = 0$ [s] y con $j = 1, \dots, 4$) converge a $z_{jd}(t_f)$ (con $t_f \approx 12$ [s]) la cual es la profundidad final existente al cumplir el objetivo de control. Note que solo se presenta la profundidad de un punto de características f_i con respecto a f_{di} , debido a que los cuatro puntos tendrán la misma evolución.

El control $u = [u_1 \ u_2]^T \in \mathbb{R}^2$ se aprecia en la Figura 4.4(b), tal que u_1 comanda la

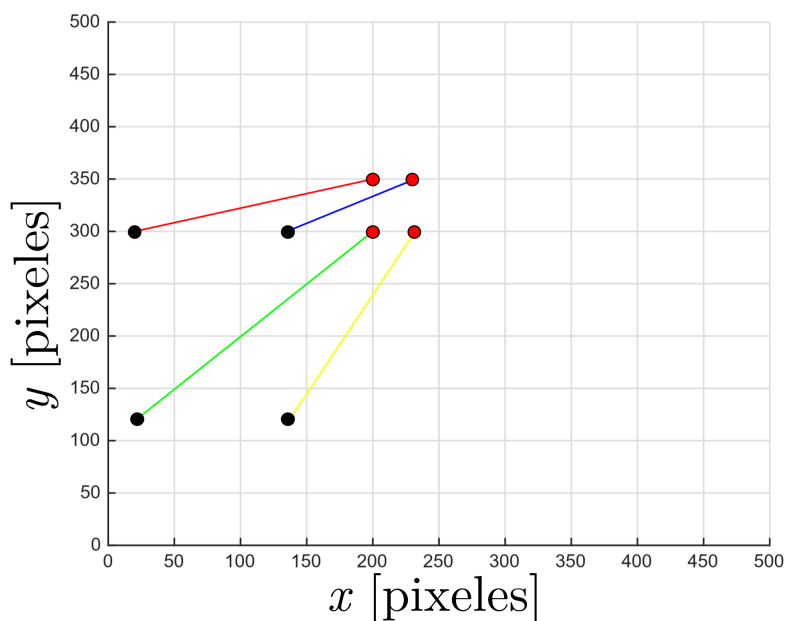


Figura 4.3: trayectoria de los puntos actuales f (●) a los deseados f_d (●)

velocidad lineal que envía al robot y u_2 es la velocidad angular. Se puede notar que la velocidad lineal (u_1) converge a cero con $t_f \approx 12$ [s] que es el tiempo que el robot tarda en llegar a su objetivo; una vez que el robot llegó a la posición deseada, la señal de control es nula.

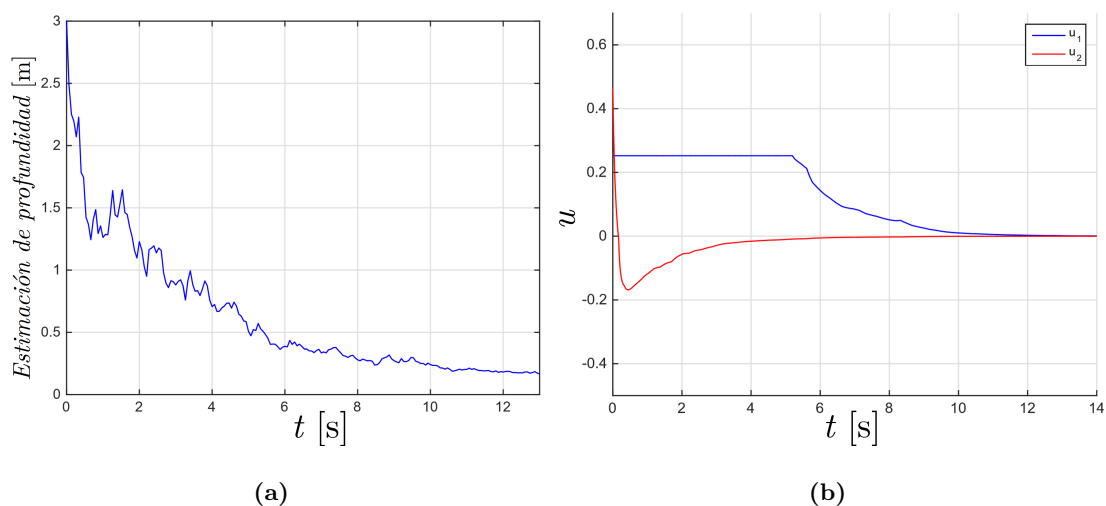


Figura 4.4: (a) Evolución de la profundidad, (b) Esfuerzo de control u_1 (—) y u_2 (—).

Servo visual basado en posición (PBVS)

El enfoque de marco servo visual basado en posición (PBVS, por sus siglas en inglés) para el control de un robot móvil no holonómico, es presentado en este capítulo. Esta técnica basada en un modelo, requiere la posición del objeto de interés respecto a la cámara para el control del robot. En este caso, también las características de la imagen se extraen con el propósito de estimar la información del objeto en $3D$, esto es, su información en el espacio cartesiano. El esquema de control propuesto consiste en tres módulos (*cf* Figura 5.1): el módulo de control que asegura el seguimiento exponencial a una trayectoria deseada; el módulo de planificación de trayectoria/path que planifica *en línea* la ruta deseada utilizando la estrategia LOS (*Line-of-Sight*) y luego la parametriza en una trayectoria; y el módulo de estimación de profundidad que toma la imagen del objetivo vista por la cámara CCD montada en el robot móvil para estimar la coordenada cartesiana del objetivo en el marco inercial, la cual se pasa al módulo de trayectoria/path. El controlador de seguimiento de trayectoria y el observador de profundidad se diseñan basándose en el análisis de contracción que garantiza la convergencia exponencial en ambos nuevos diseños.

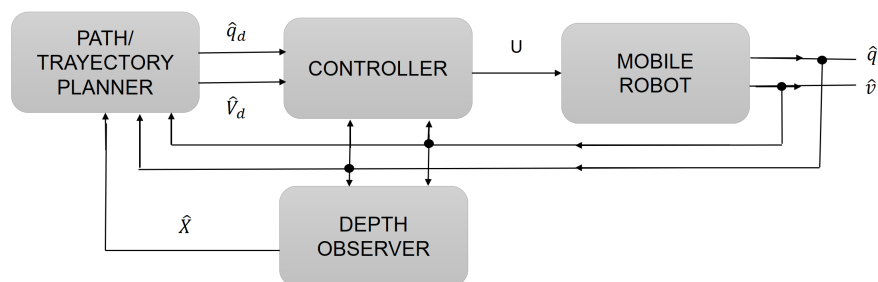


Figura 5.1: Esquema de control PBVS

5.1. Modelo del robot móvil

El robot móvil se modela como un robot de tipo unicycle impulsado por ruedas separadas colocadas a cada lado del cuerpo circular del robot. Su cinemática (ya mencionada en (2.21) y (2.22)) es

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} v, \\ \dot{\theta} &= \omega,\end{aligned}$$

con las dinámicas

$$\begin{aligned}\dot{v} &= u_1, \\ \dot{\omega} &= u_2.\end{aligned}$$

Siendo $X = [x \ y]^T$ es la posición del centro de masa del robot con respecto al plano inercial, θ el ángulo de orientación entre la dirección del avance lineal del robot y el eje horizontal del plano inercial. v y ω son la velocidad lineal y angular respectivamente del robot medida en el marco inercial, y u_1 y u_2 son los esfuerzos de control aplicados. Note que X , al igual que su dinámica \dot{X} , se definen como vectores $\in \mathbb{R}^2$, puesto que el modelo cinemático del robot no toma en cuenta la dinámica con respecto al eje z , esto se debe al hecho de que z se considera el eje de la altura con respecto al suelo, y dado el hecho de que el robot en esta tesis no puede levantarse por sí solo, nunca hay un cambio de valor en ese eje. Por lo tanto, su dinámica se toma igual a cero.

5.2. Formulación del problema

Dada una trayectoria deseada $X_d = [x_d \ y_d]^T$ y su derivada con respecto al tiempo $\dot{X}_d = [\dot{x}_d \ \dot{y}_d]^T$, la cual a su vez determina la orientación deseada mediante $\theta_d = \arctan 2(\frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d})$, Diseñe la ley de control para u_1 y u_2 tal que $X - X_d \rightarrow 0$, $\theta - \theta_d \rightarrow 0$ exponencialmente.

5.3. Diseño del controlador de seguimiento

El controlador de seguimiento está diseñado para el seguimiento de la trayectoria deseada moviendo el robot de una posición inicial a una posición final en el marco inercial. Con este objetivo, el controlador de *seguimiento de posición* y el *controlador de seguimiento de orientación* se desarrollan basándose en el modelo cinemático y dinámico reescrito como

$$\Sigma_X \begin{cases} \dot{X} = P(\theta)V, \\ \dot{V} = U_1, \end{cases} \quad (5.1)$$

$$\Sigma_\theta \begin{cases} \dot{\theta} = \omega, \\ \dot{\omega} = u_2, \end{cases} \quad (5.2)$$

donde $P(\theta) := \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}$ es ortonormal (por lo que $P(\theta)^{-1} = P(\theta)^T$), $V := [0 \ v]^T$, $U_1 := [0 \ u_1]^T$.

5.3.1. Diseño del controlador de seguimiento de posición

Se propone que la ley de control de seguimiento de posición sea

$$u_1 = \dot{v}_r - k_1(v - v_r), \quad (5.3)$$

$$v_r = \cos(\theta)\dot{x}_r + \sin(\theta)\dot{y}_r, \quad (5.4)$$

donde \dot{v}_r es la derivada con respecto al tiempo de v_r ; las ganancias del controlador son $k_1, \lambda_1 > 0$; la velocidad de referencia $\dot{X}_r = [\dot{x}_r \ \dot{y}_r]^T$ es definida como

$$\dot{X}_r = \begin{bmatrix} \dot{x}_d - \lambda_1(x - x_d) \\ \dot{y}_d - \lambda_1(y - y_d) \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Las restricciones no holonómicas (2.24) imponen que la orientación de referencia sea

$$\tan(\theta_r) = \frac{\dot{y}_r}{\dot{x}_r}, \quad (5.6)$$

Considerando $\theta_r = \arctan 2\left(\frac{\dot{y}_r}{\dot{x}_r}\right)$ para ser utilizada en el controlador de orientación.

Para estudiar la estabilidad del lazo cerrado basado en un análisis de contracción, el controlador (5.3)-(5.4) es expresado en su forma analítica

$$\Sigma_{c_X} \begin{cases} \dot{X}_d = P(\theta)V_r + \lambda_1(X - X_d), \\ \dot{V}_r = U_1 + k_1(V - V_r), \end{cases} \quad (5.7)$$

Prueba. Considere el sistema virtual

$$\Sigma_{v_X} \begin{cases} \dot{\xi}_1 = U_1 + k_1(V - \xi_1), \\ \dot{\xi}_2 = P(\theta)\xi_1 + \lambda_1(X - \xi_2). \end{cases} \quad (5.8)$$

El sistema virtual tiene dos soluciones particulares: $\xi_{12} := [\xi_1^T \ \xi_2^T]^T = [X^T \ V^T]^T$ las trayectorias de la planta (5.1) y $\xi_{12} = [X_d^T \ V_r^T]^T$ las trayectorias del controlador (5.7). Considere su dinámica diferencial (dinámica variacional)

$$\delta\dot{\xi}_{12} = \begin{bmatrix} \delta\dot{\xi}_1 \\ \delta\dot{\xi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 I_2 & 0 \\ P(\theta) & -\lambda_1 I_2 \end{bmatrix} \delta\xi_{12}. \quad (5.9)$$

Con fundamento en el Lemma 2.1.3, este sistema virtual es contractivo, implicando que $X - X_d \rightarrow 0$ y $V - V_r \rightarrow 0$ exponencialmente, que a su vez concluye que $\dot{X} - \dot{X}_d \rightarrow 0$ exponencialmente.

5.3.2. Diseño del controlador de orientación

La ley de control de orientación es propuesta como

$$u_2 = \dot{\omega}_r - k_2(\omega - \omega_r), \quad (5.10)$$

$$\omega_r = \dot{\theta}_r - \lambda_2(\theta - \theta_r), \quad (5.11)$$

donde θ_r es dado por (5.6), $\dot{\theta}_r$ es su derivada con respecto al tiempo, y λ_2 y k_2 son ganancias del control.

Similar al diseño del controlador de seguimiento de posición, la forma analítica de esta ley de control de orientación es

$$\Sigma_{C\theta} \begin{cases} \dot{\omega}_r = u_2 + k_2(\omega - \omega_r), \\ \dot{\theta}_r = \omega_r + \lambda_2(\theta - \theta_r). \end{cases} \quad (5.12)$$

Prueba. Considere ahora el siguiente sistema virtual

$$\Sigma_{v\theta} \begin{cases} \dot{\xi}_3 = u_2 + k_2(\omega - \xi_3), \\ \dot{\xi}_4 = \xi_3 + \lambda_2(\theta - \xi_4). \end{cases} \quad (5.13)$$

Este sistema virtual tiene $\xi_{34} := [\xi_3 \ \xi_4]^T = [\omega \ \theta]^T$ y $\xi_{34} = [\omega_r \ \theta_r]^T$ como soluciones particulares. Su dinámica diferencial también es contractiva porque

$$\delta \dot{\xi}_{34} = \begin{bmatrix} \delta \dot{\xi}_3 \\ \delta \dot{\xi}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_2 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 \end{bmatrix} \delta \xi_{34}. \quad (5.14)$$

Por lo tanto, $\omega - \omega_r = \dot{\theta} - \dot{\theta}_r + \lambda_2(\theta - \theta_r) \rightarrow 0$ y $\theta - \theta_r \rightarrow 0$ exponencialmente.

Además, ya que

$$\theta_r = \arctan 2 \left(\frac{\dot{y}_d - \lambda_1(y - y_d)}{\dot{x}_d - \lambda_1(x - x_d)} \right) \rightarrow \arctan 2 \left(\frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d} \right) = \theta_d, \quad (5.15)$$

se concluye que $\theta - \theta_d \rightarrow 0$ exponencialmente.

5.3.3. Conexión del observador con el lazo de control del PBVS

El control del robot móvil utilizando el esquema PBVS requiere de la conexión del observador al sistema en lazo cerrado. El observador recibe como información del robot móvil y de la cámara la velocidad lineal v y angular ω del robot y las mediciones y en el plano imagen vistas por la cámara. Con esta información el observador entrega las coordenadas en 3D del punto objetivo respecto a la cámara instalada sobre el centro de masa del robot móvil.

5.3.4. Mapeo al marco inercial

Para obtener las coordenadas del punto deseado con respecto al marco inercial a partir de la información en $3D$ del punto deseado con respecto a la cámara, es necesario una transformación homogénea de las coordenadas. Dicha transformación puede ser expresada como

$$\begin{aligned} P^I &= R_c^I P^c + P_r^I \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \\ x_{3R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5.16)$$

Donde P^I es el vector de coordenadas del punto deseado con respecto al plano inercial, R_c^I es una matriz de rotación sobre el eje vertical (*cf. e.g.* [31]), P^c es el vector de coordenadas del punto deseado con respecto al marco de la cámara, P_r^I es el vector de coordenadas del robot con respecto al marco inercial.

5.4. Módulo de planificación de trayectoria

La estrategia de guía LOS (*Line-of-Sight*) [40] se utiliza para la planificación de la trayectoria/path en este trabajo.

Dada la posición del objetivo deseado en el marco inercial, la cámara montada en el robot busca algunos puntos de referencia entre el posible camino para alcanzar la posición del objetivo deseado. Luego, por medio de la estrategia de guía LOS, el planeador genera la trayectoria deseada $X_d(t)$ para $t \in [t_i \ t_{i+1}]$, donde t_i , $i = 0, 1, \dots, N$ es una secuencia del tiempo con $X(t_0 = 0) = X_0$ y $X(t_N) = X_d(t_N)$. Después de planear la trayectoria, la ruta (path) resultante se parametriza en el tiempo para generar la trayectoria.

La posición de $X_d(t_i)$ vista en el plano imagen de la cámara junto con la velocidad lineal y angular del robot v , ω alimentan al estimador de profundidad descrito en el Capítulo 3 para estimar su posición cartesiana en el marco inercial.

5.5. Resultados de simulación

El esquema de control se simula en esta sección. El objetivo es mover el robot de la posición inicial $X(t_0) = [2 \ -2]^T$ [s], $\theta(t_0) = \pi/6$ [rad] en $t_0 = 0$ [s] a la posición deseada $X_d(t_2) = [-1 \ 3]^T$ [m] siendo la orientación $\theta_d(t_2)$ determinada por el planeador en un tiempo $t_2 = 20$ [s].

5. SERVO VISUAL BASADO EN POSICIÓN (PBVS)

La cámara determina como puntos de referencia $X_d(t_1) = [3 \ 2]^T [m]$ en t_1 y $X_d(t_2) = [-1 \ 3]^T [m]$ en t_2 . El planificador genera la trayectoria para mover el robot a la posición $X_d(t_1) = [3 \ 2]^T [m]$ en $t_1 = 10 [m]$ y luego a $X_d(t_2) = [-1 \ 3]^T [m]$ en $t_2 = 20 [s]$ con la orientación en estos puntos de referencia determinada por el planificador como se muestra en la figura 5.2.

La velocidad linear v y la velocidad angular ω del robot son tomadas por el estimador de profundidad, que junto con las coordenadas del objetivo en el plano imagen y entrega el estimado de las coordenadas del objetivo en el plano de la cámara. Similar a los experimentos anteriores, con el fin de demostrar robustez del esquema de control ante perturbaciones, y además realizar experimentos añadiendo agentes existentes en la realidad se agrega una señal de ruido blanco gaussiano (RBG) con un valor de intensidad del 1% del valor máximo de la medición de visión y se agregó a esta medición de visión y a los parámetros de movimiento (velocidad linear v y velocidad angular ω).

Las ganancias del observador fueron seleccionadas como $K_o = 0.7$, la ganancia del filtro $\gamma = 5$, sus condiciones iniciales fueron $[x_i \ y_i \ z_i] = [2 \ -2 \ 0.3] [m]$, se estableció la distancia focal $\epsilon = 1$. Las ganancias de control para (5.3) y (5.10) se estipulan en la Tabla 5.1.

Control	Ganancia	
Control de seguimiento de posición	$k_1 = 5$	$\lambda_1 = 1$
Control de orientación	$k_2 = 7$	$\lambda_2 = 13$

Tabla 5.1: Valores de las ganancias del controlador contractivo.

Las coordenadas estimadas de los puntos de referencia transformados al marco inercial en $t_1 = 10 [s]$ y $t_2 = 20 [s]$ son mostrados en la Figura 5.3. Note que esa estimación converge a sus valores reales. La trayectoria deseada; la trayectoria actual para x , y , θ ; y el esfuerzo de control están representados en la Figura 5.4 y Figura 5.5, respectivamente.

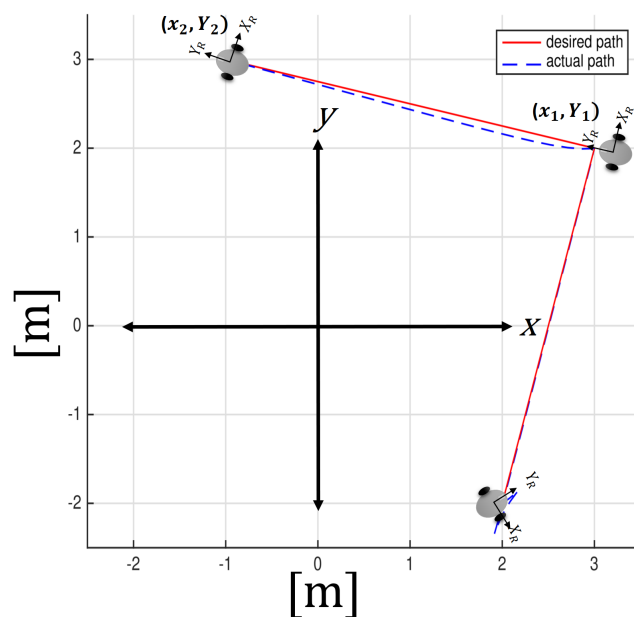


Figura 5.2: La ruta (*path*) generada por el planificador y la ruta real del robot.

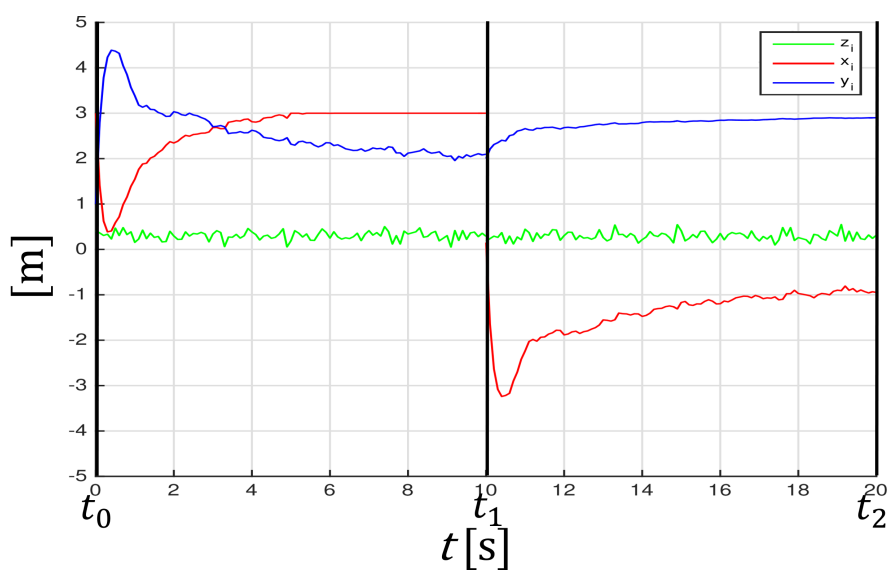


Figura 5.3: Coordenadas estimadas de los puntos de referencia transformados al marco inercial en $t_1 = 10$ [s] y $t_2 = 20$ [s] en presencia de RBG adherido a las mediciones de visión y y en los parámetros de movimiento (velocidad lineal v y velocidad angular ω).

5. SERVO VISUAL BASADO EN POSICIÓN (PBVS)

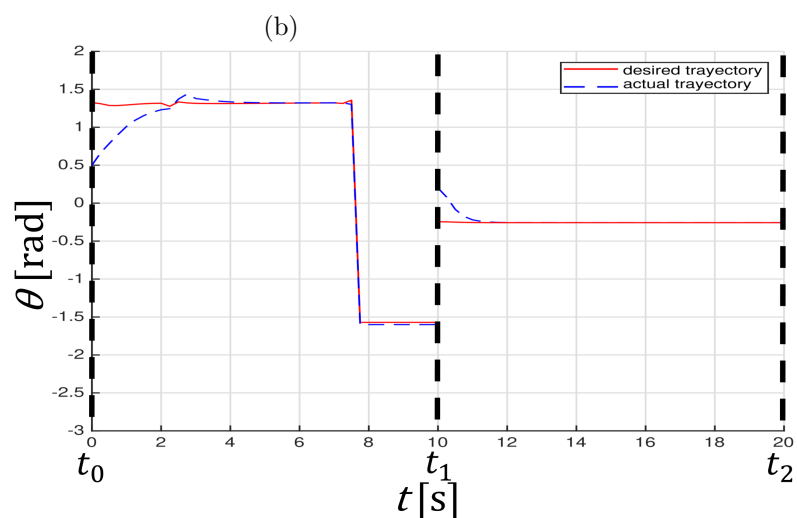
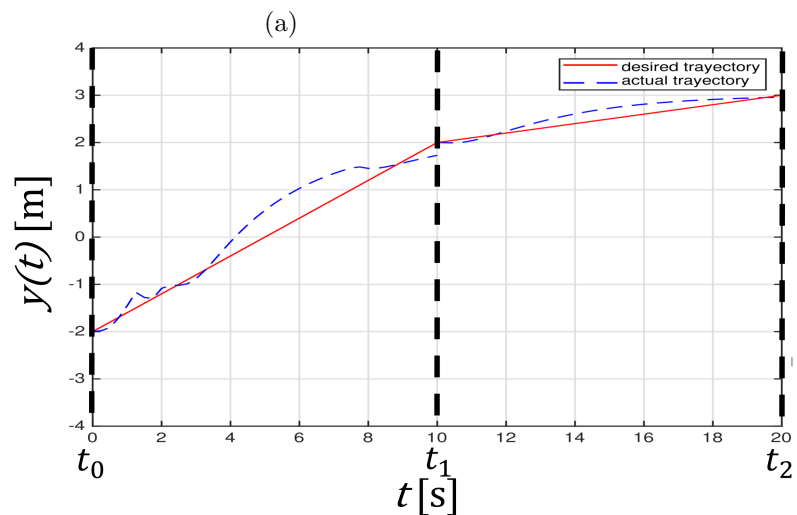
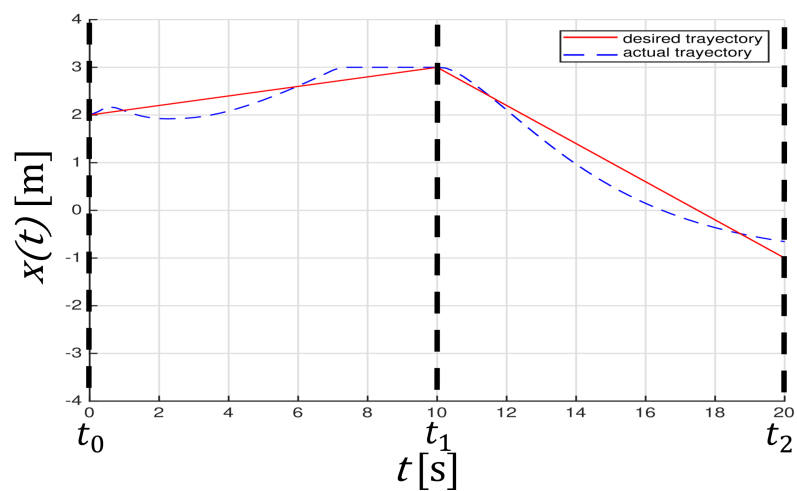


Figura 5.4: Trayectoria deseada y trayectoria actual para x y θ , respectivamente.

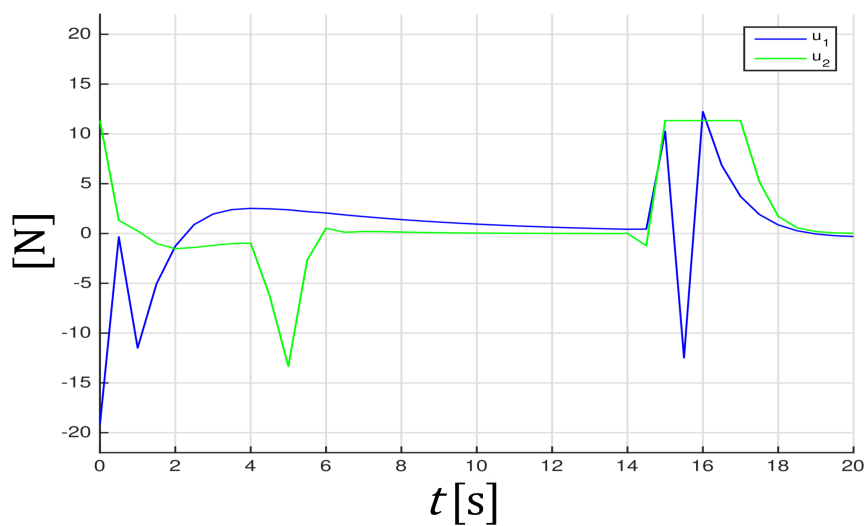


Figura 5.5: Esfuerzo de control.

Conclusiones

Este trabajo de tesis desarrolló el control de un robot móvil tipo unicycle guiado por una cámara CCD instalada en la parte superior de su centro de masa, teniendo como objetivo alcanzar un punto deseado de manera autónoma.

Para el control del robot, se plantearon dos enfoques distintos de servo visión: el enfoque servo visual basado en imagen (IBVS) y el enfoque servo visual basado en posición (PBVS), ambos esquemas incluyen a lazo cerrado un nuevo observador propuesto capaz de estimar la profundidad del punto deseado tomando como información la velocidad lineal v y angular ω del robot y las mediciones de visión y que la cámara entrega.

El observador de profundidad y la nueva propuesta del módulo de control del PBVS fueron diseñados con una herramienta que está relacionada a la convergencia de trayectorias: la teoría de contracción y el concepto de contracción parcial. Generando en ambos casos (observador y módulo de control PBVS) resultados de convergencia exponencial, gracias a que la contracción es una forma de estabilidad incremental. Además, respecto al observador, se obtuvo robustez ante ruido en la medición de visión y ruido en los parámetros del robot móvil.

El enfoque IBVS se implementó utilizando el algoritmo de control descrito en [20]. Este esquema concede lograr el objetivo de regulación de un punto deseado de manera robusta ante perturbaciones e incertidumbres en el modelo de la cámara y/o del robot, dado que no necesita *a priori* de un modelo 3D del objetivo. Asimismo, permitió que las trayectorias que el robot móvil siguió no salgan del plano visual, obteniendo consigo esfuerzos de control y trayectorias eficientes.

El enfoque PBVS utiliza la información de la *pose* (posición y orientación) 3D del punto deseado mediante la información proporcionada por el observador y mediante transformaciones homogéneas de coordenadas para después, con el algoritmo LOS (*Line of Sight*), planificar una trayectoria hacia dicho punto. Como resultado, se obtuvo el seguimiento exponencial de una trayectoria capaz de llegar a dos poses deseadas distin-

tas de forma consecutiva. Cabe destacar que, en general, el error de las trayectorias del esquema PBVS es menor que el del esquema IBVS, esto se debe a que el error de seguimiento considerado por el PBVS no lo hace con respecto al punto final deseado, sino con respecto al punto próximo que la trayectoria planificada contiene, contrario al esquema IBVS que mide el error como la diferencia entre el punto actual y el punto final deseado.

El control del robot móvil autónomo guiado por una cámara CCD logró alcanzar el punto deseado utilizando ambos enfoques, esto se puede corroborar con las simulaciones expuestas en los Capítulos 4 y 5 , exhibiendo las bondades que los servicios servo visuales pueden entregar.

6.1. Trabajo futuro

Como trabajo a futuro se desea implementar estos esquemas a un sistema físico de ambiente controlado. Con respecto a las simulaciones realizadas sobre el sistema, se buscarán nuevas trayectorias que contemplen obstáculos en el espacio de visión.

Se desarrollará el análisis de estabilidad del algoritmo de control con el de observación en conjunto, puesto que el principio de separación no es aplicable a sistemas no lineales.

Se espera investigar propuestas de sistemas híbridos que contengan los beneficios de ambos esquema de control servo visual.

Bibliografía

- [1] I. Kolmanovsky and N. H. McClamroch, “Developments in nonholonomic control problems,” *IEEE Control systems magazine*, vol. 15, no. 6, pp. 20–36, 1995. 2
- [2] F. M. Kanayama, Y. Kimura, “A stable tracking control method for an autonomous mobile robot,” *Proceedings of the 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 384–389, 1990. 2
- [3] Z. Jiang and H. Nijmeijer, “Tracking control of mobile robots: a case study in backstepping,” *Automatica*, vol. 33, no. 7, pp. 1393–1399, 1997. 2
- [4] E. L. A. L. E. Panteley, H. Nijmeijer, “Exponential tracking control of a mobile robot using a cascaded approach,” *IFAC Proceedings*, vol. 27, pp. 201–206, 1998. 2
- [5] R. Fierro and F. L. Lewis, “Practical point stabilization of a nonholonomic mobile robot using neural networks,” *Decision and Control*, 1996. 2
- [6] Z. J. Henk Nijmeijer, “Tracking control of a mobile robot: A casa study in backstepping,” *Automatica*, vol. 33, pp. 1393–1399, 1997. 2
- [7] K. J.-H. J. Yang, “Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots.,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 4, pp. 2983–2988, 1998. 2
- [8] I. Kolmanovsky and N. H. McClamroch, “Developments in nonholonomic control problems,” *IEEE control Systems*, vol. 15, pp. 20–36, 1995. 2
- [9] S. Singh, A. Majumdar, J.-J. Slotine, and M. Pavone, “Robust online motion planning via contraction theory and convex optimization,” in *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 5883–5890, IEEE, 2017. 2
- [10] S. L. Herbert, M. Chen, S. Han, S. Bansal, J. F. Fisac, and C. J. Tomlin, “Fastrack: a modular framework for fast and guaranteed safe motion planning,” in *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 1517–1522, IEEE, 2017. 2

BIBLIOGRAFÍA

- [11] C. F. Espiau, B. and P. Rives, “A new approach to visual servoing in robotics,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 8, pp. 313–326, 1992. 2
- [12] P. I. C. Seth Hutchinson, Gregory D. Hager, “A tutorial on visual servo control,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, pp. 651–670, 1996. 2
- [13] A. Howard, “Real-time stereo visual odometry for autonomous ground vehicles,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2008. 2
- [14] L. J. D. E. L. Waxman, A., “A visual navigation system for autonomous land vehicles,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 124–141, 1987. 2
- [15] S. Chaumette, F. Hutchinson, “Visual servo control i. basic approaches,” *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 13, pp. 82–90, 2006. 2
- [16] F. H. Chaumette, “Visual servo control ii. advanced approaches,” *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 14, pp. 109–118, 2006. 2
- [17] H. B. G. Wilson, W. J., “Relative end-effector control using cartesian position based visual servoing,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, pp. 684–696, 1996. 2
- [18] O. J. J. S. Taylor, C., “Robust visionbased pose control,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2734–2740, 2000. 2
- [19] X. Chen and H. Kano, “State observer for a class of nonlinear systems and its application to machine vision,” vol. 49, pp. 2085–2091, Nov. 2004. 3, 15
- [20] A. De Luca, G. Oriolo, and P. Robuffo Giordano, “Feature Depth Observation for Image-based Visual Servoing: Theory and Experiments,” *Int. J. Rob. Res.*, vol. 27, pp. 1093–1116, Oct. 2008. 3, 13, 15, 27, 43
- [21] A. Dani, N. Fischer, Z. Kan, and W. Dixon, “Globally exponentially stable observer for vision-based range estimation,” *Mechatronics*, vol. 22, no. 4, pp. 381–389, 2012. 3, 13, 15, 18, 21
- [22] J. H. Yu Tang and X. Wang, “Contraction based observer designs for a class of nonlinear systems and its application to perspective vision,” in *The 15th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*, Springer, 2019. 3
- [23] I. Grave and Y. Tang, “A new observer for perspective vision systems under noisy measurements,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 60, no. 2, pp. 503–508, Jun. 2015. 3, 15, 18
- [24] W. Lohmiller and J.-J. E. Slotine, “On Contraction Analysis for Non-linear Systems,” *Automatica*, vol. 34, no. 6, 1998. 3, 4, 7, 10

-
- [25] W. Wang and J.-J. E. Slotine, “On partial contraction analysis for coupled nonlinear oscillators,” *Biol. Cybern.*, vol. 92, pp. 38–53, 2005. 3, 4, 7, 9
- [26] J. Jouffroy and J.-J. Slotine, “Methodological remarks on contraction theory,” in *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, vol. 3, pp. 2537–2543, IEEE, 2004. 3
- [27] F. Forni and R. Sepulchre, “A differential lyapunov framework for contraction analysis.,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 59, no. 3, pp. 614–628, 2014. 3
- [28] A. V. Pavlov, N. Wouw, and H. Nijmeijer, *Uniform output regulation of nonlinear systems: a convergent dynamics approach*. Boston: Springer, 2006. 3
- [29] A. Flores-Perez, I. Grave, and Y. Tang, “Identification of nonlinear systems with nonlinear parameterization,” in *Control Conference (ECC), 2015 European*, pp. 610–615, IEEE, 2015. 10
- [30] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*. Prentice Hall, 3rd ed., 2002. 10
- [31] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, “Robot modeling and control, jon wiley & sons,” 2005. 12, 37
- [32] M. Jankovic and B. K. Ghosh, “Visually guided ranging from observations of points, lines and curves via an identifier based nonlinear observer,” *Syst. & Control Lett.*, vol. 25, no. 1, pp. 63–73, 1995. 13, 16
- [33] D. Karagiannis and A. Astolfi, “A new solution to the problem of range identification in perspective vision systems,” vol. 50, pp. 2074–2077, Dec. 2005. 13, 15, 16, 18
- [34] X. Chen and H. Kano, “A new state observer for perspective systems,” vol. 47, pp. 658–663, Apr. 2002. 15
- [35] W. Lohmiller, *Contraction analysis for nonlinear systems*. PhD. dissertation, Dep. Mechanical Eng. M.I.T., Cambridge, Massachusetts, 1999. 18
- [36] D. Karagiannis, D. Carnevale, and A. Astolfi, “Invariant Manifold Based Reduced-Order Observer Design for Nonlinear Systems,” vol. 53, pp. 2602–2614, Dec. 2008. 18
- [37] W. Lohmiller and J.-J. E. Slotine, “On Contraction Analysis for Nonlinear Systems,” *Automatica*, vol. 34, pp. 683–696, June 1998. 19
- [38] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot dynamics and control*. John Wiley & Sons, 2008. 20
- [39] B. Espiau, “Effect of camera calibration errors on visual servoing in robotics,” *Proceedings of the 3rd International Symposium on Experimental Robotics*, pp. 182–192, 1993. 27
-

BIBLIOGRAFÍA

- [40] T. I. Fossen, M. Breivik, and R. Skjetne, “Line-of-sight path following of underactuated marine craft,” *IFAC proceedings volumes*, vol. 36, no. 21, pp. 211–216, 2003. [37](#)