



Universidad Nacional Autónoma de México
Programa de Posgrado en Astrofísica

La evolución de un destello de rayo gamma corto a través
del medio magnetizado que rodea una estrella de neutrones
o un hoyo negro.

Tesis
que para optar por el grado de:
Maestro en Ciencias (Astrofísica)

Presenta:
Leonardo Enrique García García

Director de tesis:
Dr. Diego López Cámara Ramírez
Instituto de Astronomía

Ciudad Universitaria, Ciudad de México, México, enero de 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo brindado. Así mismo al proyecto LANCAD-UNAM-DGTIC-321 por los recursos otorgados en la supercomputadora Miztli con la cual se llevo a cabo esta tesis de maestría. También agradezco al Dr. Diego López Cámara por guiarme durante el transcurso de este trabajo. Además al Dr. Alejandro Esquivel por sus consejos y asesorías. Finalmente, agradezco a mi familia y amigos por el apoyo que me han brindado durante este proceso.

Índice general

Agradecimientos	I
Lista de acrónimos	v
Resumen	vii
1. Introducción	1
1.1. Descripción general de los GRBs	2
1.2. Descripción general de los GRBs cortos	3
1.3. Fases evolutivas de los GRBs	5
1.3.1. Emisión pronta	6
1.3.2. Emisión tardía	6
1.4. Progenitores de los GRBs cortos	7
1.5. GRB 170817A	11
1.6. Hipótesis y objetivos	17
2. Marco teórico	19
2.1. Ecuaciones de la hidrodinámica	19
2.2. Ecuaciones de la hidrodinámica relativista	21
2.3. Ecuaciones de la magneto-hidrodinámica	22
2.4. Ecuaciones de la magneto-hidrodinámica relativista (RMHD)	24
2.5. Ondas de choque	27
2.6. Ondas magnéticas	28
3. Código numérico PLUTO	33
3.1. Descripción del código PLUTO	33
3.2. Diseño de PLUTO	33
3.3. Resolución del sistema de ecuaciones de la RMHD	34

3.4.	Conservación de la ley de Gauss	35
3.5.	Paralelización	37
4.	Validación del código	41
4.1.	Problema de Riemann	41
4.2.	Problema de Riemann en RMHD	42
4.3.	Pruebas numéricas de validación	42
4.3.1.	Tubos de choque 2D-RHD	42
4.3.2.	Tubos de choque 3D-RMHD	43
4.3.3.	Rotor 2D-MHD	45
4.3.4.	Rotor 2D-RMHD	47
4.3.5.	Estudio de la divergencia del campo magnético	49
5.	Ondas de choque bidimensionales en medios magnetizados	53
5.1.	Solución de Sedov-Taylor	53
5.2.	Solución de Sedov-Taylor en un medio magnetizado	56
5.3.	Sedov-Taylor en un medio semi-magnetizado: caso peculiar	61
6.	Evolución de un chorro relativista en un medio magnetizado	63
6.1.	Condiciones de salto Rankine-Hugoniot HD	63
6.2.	Condiciones de salto Rankine-Hugoniot relativistas	66
6.3.	Evolución de un chorro relativista en un medio magnetizado	68
6.3.1.	Condiciones iniciales y a la frontera	68
6.4.	Resultados y discusión	73
6.4.1.	Chorro relativista en medio no magnetizado: Prueba control	73
6.4.2.	Evolución de un chorro relativista en un medio magnetizado	76
7.	Conclusiones	87
7.1.	Trabajo a futuro	90
A.	Apéndice	93
A.1.	Malla adaptativa	93
A.2.	Inestabilidad de tapón (<i>Plug instability</i>)	96

Lista de acrónimos

AMR	Refinamiento de malla adaptativa	<i>Adaptive mesh refinement</i>
AW	Onda de Alfvén	<i>Alfvén wave</i>
BH	Agujero negro	<i>Black hole</i>
CO	Objeto compacto	<i>Compact object</i>
CT	Transporte restringido	<i>Constraint transport</i>
DC	Limpieza de divergencias	<i>Divergence cleaning</i>
EOS	Ecuación de estado	<i>Equation of state</i>
GBM	Monitor de destellos de rayos gamma	<i>Gamma-ray burst monitor</i>
GRB	Destello de rayos gamma	<i>Gamma ray burst</i>
GW	Onda gravitacional	<i>Gravitational wave</i>
HD	Hidrodinámica	<i>Hydrodynamics</i>
HMNS	Estrella de neutrones hipermasiva	<i>Hypermassive neutron star</i>
LMBH	Agujero negro de baja masa	<i>Low mass black hole</i>
LIGO	Observatorio de ondas gravitatorias por interferometría láser	<i>Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory</i>
MHD	Magnetohidrodinámica	<i>Magnetohydrodynamics</i>
INTEGRAL	Laboratorio internacional de astrofísica de rayos gamma	<i>International Gamma Ray Astrophysics Laboratory</i>
ISM	Medio interestelar	<i>Interstellar medium</i>
MPI	Interfaz de paso de mensajes	<i>Message Passing Interface</i>
MW	Onda magnetosónica	<i>Magnetosonic wave</i>
NS	Estrella de neutrones	<i>Neutron star</i>
RHD	Hidrodinámica relativista	<i>Relativistic hydrodynamics</i>
RMHD	Magnetohidrodinámica relativista	<i>Relativistic magnetohydrodynamics</i>

Resumen

El 17 de agosto del 2017 tuvo lugar la detección de una onda gravitacional (GW 170817) con los detectores LIGO-Virgo. De manera independiente los satélites *Fermi* e *INTEGRAL* detectaron un destello de rayos gamma corto (GRB 170817A) con un tiempo de retraso de ~ 1.7 s. Ambos fenómenos fueron asociados a la fusión de dos estrellas de neutrones de masas de $1.36 M_{\odot}$ y $1.20 M_{\odot}$, las cuales tras la fusión dejaron un objeto compacto de $2.74 M_{\odot}$.

Debido a que no se tiene clara la naturaleza del objeto compacto resultante, diversos autores como Yu et al. (2018), Shibata et al. (2019), Piro et al. (2019), van Putten, & Della Valle (2019), Gill et al. (2019), Margalit, & Metzger (2017), Lü et al. (2019), The LIGO Scientific Collaboration et al. (2019) proponen que este objeto es una estrella de neutrones mientras que Abedi, & Afshordi (2018) y Pooley et al. (2018) han propuesto que el objeto resultante es un hoyo negro. Si bien hay una clara tendencia que apunta a que el objeto compacto resultante es una estrella de neutrones, no se han descartado por completo los modelos que afirman que es un hoyo negro. Es por ello que en este trabajo se propone que el campo magnético puede aportar nuevas evidencias que nos ayuden a distinguir entre las teorías antes señaladas.

Primeramente se realizó una revisión bibliográfica de los estudios que apuntan a la creación de una estrella de neutrones o a un hoyo negro, con ello nos fue posible conocer las técnicas utilizadas con anterioridad y proponer nuevas pruebas que puedan aportar evidencia a favor de una de estas teorías. Seguido de ello, se discuten las propiedades observacionales del GRB 170817A, lo cual nos describe el medio que atraviesa el chorro relativista así como su energía, que a su vez es usado para nuestras simulaciones numéricas. Esto es ampliamente discutido en el primer capítulo.

Con la finalidad de conocer los efectos que tiene el campo magnético en la evolución de un chorro relativista, en este trabajo se propuso un chorro que viaja a través de un medio con diferentes distribuciones de campo magnético. Estas configuraciones son vertical y horizontal.

Para realizar las simulaciones numéricas se utilizó el software de distribución libre PLUTO el cual es capaz de manejar velocidades relativistas y campos magnéticos. Este código fue

validado siguiendo diferentes pruebas estándar como lo son los tubos de choque, rotor magnetizado y el problema de Sedov-Taylor, este último, al igual que los tubos de choque, con soluciones analíticas conocidas. Además se realizó un estudio de la conservación de la divergencia del campo magnético para verificar que esta condición se cumpliera.

En las simulaciones realizadas el perfil de densidad utilizado se tomó de Ciolfi et al. (2017) y consta de tres regiones, la primera de ellas donde $\rho \propto 1/r^2$ en la segunda región $\rho \propto 1/r^2 e^{-r/r_0}$ y finalmente la tercer región $\rho \propto \text{constante}$. Para conocer el perfil de presión se hizo uso de las condiciones de salto de Rankine-Hugoniot, con ellas se encontró que $P \sim 20\rho$ (erg g^{-1}).

Para encontrar el perfil de campo magnético se utilizaron las simulaciones de Ciolfi et al. (2017) en donde muestra el cociente $P_B/P_{\text{gas}} = A$, donde A es una constante. Debido a que $P_{\text{mag}} = B^2/4\pi$ se encuentra que $B \propto P^{1/2}$. Por lo cual, una vez que se conoce el perfil de presión también se conoce el campo magnético. Estos perfiles de densidad, presión y campo magnético se describen en el capítulo seis.

Se encontró que el campo magnético no afecta la evolución del chorro relativista ya que el perfil utilizado hace que las líneas de \mathbf{B} decrezcan en magnitud rápidamente. Por otro lado, se halló que la evolución del chorro relativista afecta a las líneas de campo magnético haciendo que estas se vuelvan más intensas en las regiones de turbulencia y en la estructura interna del chorro.

Por lo tanto, para lograr ver una modificación en la estructura del chorro relativista es necesario hacer estudios en un radio $r \leq 1 \times 10^8$ cm ya que, dentro de este radio, las líneas de campo son lo suficientemente fuertes como para alterar la evolución del chorro.

Esta investigación está dividida en una introducción, en la que se planteó el problema a abordar y los antecedentes de los GRBs. En el capítulo dos se establece el marco teórico y se describen las ecuaciones de la hidrodinámica, las ondas de choque y las ondas magnéticas. En el tercer capítulo se hace la descripción del código numérico PLUTO, del cual se describen los módulos que fueron usados para la realización de las simulaciones numéricas. En los capítulos cuarto y quinto de este trabajo se muestran diferentes pruebas que sirven para la verificación de PLUTO, con ello se puede constatar el correcto funcionamiento del mismo. En el sexto capítulo se presentan los resultados obtenidos y se da la discusión de los mismos.

1

Introducción

El 17 de agosto de 2017 marcó el inicio de una nueva era en la astrofísica. Esto debido a que este día fueron detectadas las primeras ondas gravitacionales (GWs) y radiación electromagnética (EM) provenientes de un mismo fenómeno. Mientras el consorcio de detectores de GWs LIGO¹-Virgo descubría la primera señal de GWs (GW 170817) de un sistema binario de estrellas de neutrones (NSs) (Abbott et al., 2017), situado en la galaxia elíptica NGC4993 a ~ 40 Mpc (Coulter et al., 2017); los satélites *Fermi*-GBM² (Goldstein et al., 2017) e *INTEGRAL*³ (Savchenko et al., 2017) detectaron el GRB 170817A con un retraso de ~ 1.7 s con respecto a la GW (Goldstein et al., 2017).

Uno de los modelos más favorecido para la producción de los destellos de rayos gamma cortos (SGRBs) es la emisión de un chorro relativista y colimado tras la fusión de dos NSs (Eichler et al., 1989; Narayan et al., 1992). Cabe señalar que, comparado con los cientos de SGRBs detectados, el GRB 170817A además de ser el SGRB más cercano (Ziaeeepour, 2019), ha sido el más débil con una $L_{iso} \sim 1.6 \times 10^{47}$ erg s^{-1} (Goldstein et al., 2017; Savchenko et al., 2017; Zhang et al., 2018). Esto abre las puertas para nuevos estudios sobre las propiedades de los SGRBs. Este sistema binario contenía dos NSs con masas en el rango de $M_1 \in (1.36-2.26) M_{\odot}$ y $M_2 \in (0.86-1.36) M_{\odot}$ tras la fusión la masa total medida del objeto compacto (CO) fusionado fue de $M = 2.74 \pm_{0.01}^{0.04} M_{\odot}$ (Abbott et al., 2017), sin embargo, esta masa excede la masa máxima predicha por la mayoría de las ecuaciones de estado (EOS) para una NS (Gill et al., 2019).

¹<https://www.ligo.caltech.edu/>

²<https://fermi.gsfc.nasa.gov/>

³<https://sci.esa.int/web/integral>

Debido a lo anterior, el CO resultante podría ser un hoyo negro poco masivo (LMBH), o una estrella de neutrones hipermasiva (HMNS) soportada por rotación diferencial (Baumgarte et al., 2000).

1.1. Descripción general de los GRBs

Los GRB son pulsos cortos e intensos de rayos gamma los cuales tienen duraciones que van desde una fracción de segundo hasta varios cientos de segundos. Estos provienen de distancias cosmológicas desde direcciones no preferenciales en el cielo y tienen una luminosidad isotrópica de $(10^{51} - 10^{54}) \text{ erg s}^{-1}$, lo que convierte a los GRBs en los objetos más luminosos del cielo (Piran, 2005). En 1967, los satélites Vela descubrieron los GRB, sin embargo, su hallazgo fue anunciado hasta 1973 (Klebesadel et al., 1973). Al ser detectados por primera vez, se sospechó podrían provenir de la Tierra, pero esta hipótesis fue desechada rápidamente. No obstante, se observó que se trataba de un fenómeno cósmico nuevo (Mészáros, 2006).

La duración total de los GRB está definida por el parámetro T_{90} , el intervalo de tiempo en el cual se detecta el 90% del flujo total (Mukherjee et al., 1998). Como menciona Pe'er (2015), la definición del T_{90} es subjetiva ya que depende del rango de energía, sensibilidad de los diferentes detectores, diferentes curvas de luz intrínsecas (algunas curvas de luz contienen huecos entre los picos de emisión), no se discrimina entre la fase pronta y la emisión temprana de la fase tardía, y no tiene en cuenta la diferencia en los corrimientos al rojo entre los destellos, que pueden ser sustanciales.

A principios de los 90's, Kouveliotou et al. (1993) sugirió que los GRBs se dividen en dos poblaciones principales de acuerdo a su duración. A partir de una base de datos de 222 GRBs tomados del satélite *BATSE* se encontró que la distribución de T_{90} de los GRBs es bimodal, con un mínimo en aproximadamente 2 s, además de que los destellos con duraciones menores a 2 s están compuestos de fotones con mayor energía (más duros) que sus homólogos con más duración. La distribución bimodal de los GRB se expone en la Figura 1.1 en donde se muestra el número de destellos contra la duración de T_{90} en forma de histograma, aquí es posible distinguir ambas familias.

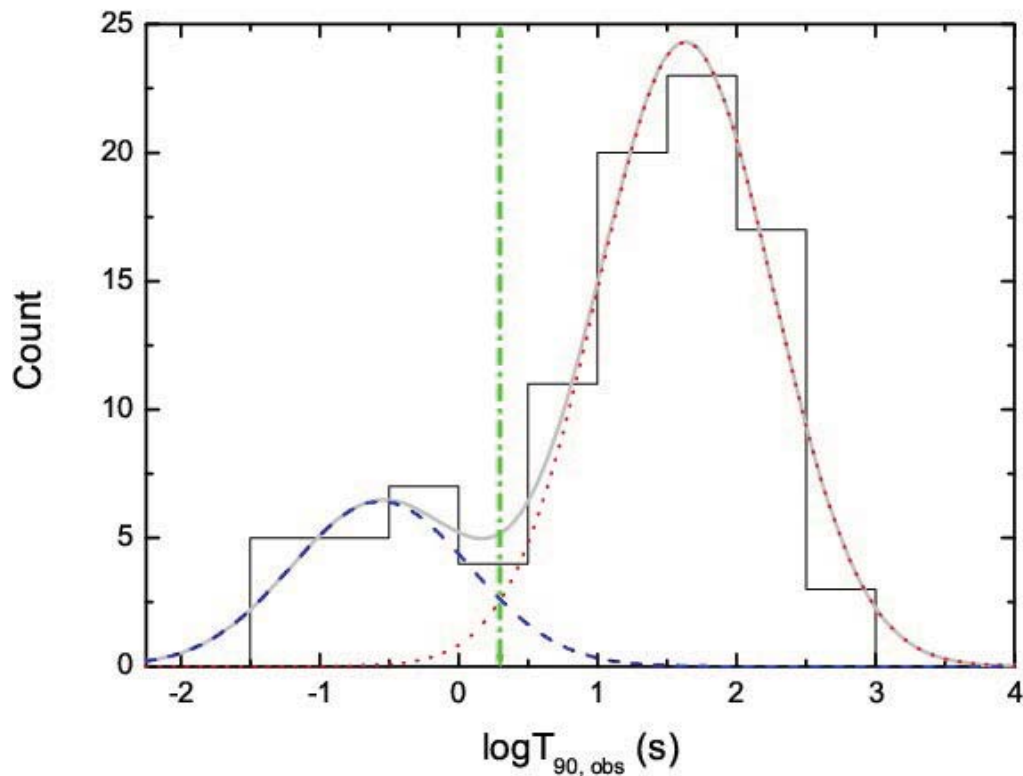


Figura 1.1: Histograma de la distribución bimodal para 95 GRBs tomados de la base de datos de *Swift*. Los GRBs son divididos en dos familias a $T_{90} \approx 2$ s, y es representada por la línea vertical, las líneas punteada y discontinua son para los LGRBs y SGRBs respectivamente (Zhang, & Choi, 2008).

1.2. Descripción general de los GRBs cortos

Con el paso del tiempo se ha encontrado que los SGRBs tienen una energía isotrópica $E_{iso} = 10^{49} - 10^{52}$ erg (Nakar, 2007; Berger, 2011; Fong, & Berger, 2013), ángulos de apertura de $5-25^\circ$ (Fong et al., 2015) y, como se mencionó con anterioridad, un tiempo de duración $T_{90} \leq 2$ s. Fong, & Berger (2013) indican que el medio ambiente en el cual tienen lugar los GRB, así como su ubicación dentro de las galaxias anfitrionas proveen pistas de la naturaleza de sus progenitores.

Teniendo esto en cuenta, se encontró que los SGRBs suelen provenir de galaxias elípticas y con formación estelar, con lo cual se demuestra que algunos SGRBs se originan de regiones con una población estelar vieja. Una vez encontradas las galaxias anfitrionas, se ha determinado que el corrimiento al rojo promedio de los SGRBs es de $\langle z \rangle \approx 0.5 - 0.6$ (Lazzati et al., 2010; Berger, 2014). En el primer panel de la Figura 1.2, se muestran en azul la distribución del ángulo de apertura para los SGRBs, en donde es posible observar que la mayoría de estos tienen

un ángulo de apertura en promedio de 5° . En el segundo panel se muestra la distribución de corrimiento al rojo para los GRBs que se les ha podido medir esta distancia, en esta es posible observar que el promedio está en $\langle z \rangle \approx 0.5$, sin embargo, tomando en cuenta la emisión tardía y la galaxia anfitriona el promedio de corrimiento al rojo es $\langle z \rangle \approx 0.8$.

Berger (2009) mostró que la mayoría de los SGRBs provienen de galaxias anfitrionas del tipo tardío, con menor SFR (tasa de formación estelar, por sus siglas en inglés) específica, y con luminosidad y metalicidad más alta que las galaxias anfitrionas de los LGRBs. El conocer la localización de los SGRBs abrió la puerta al desarrollo de teorías de sus posibles progenitores, las cuales, se discutirán más adelante.

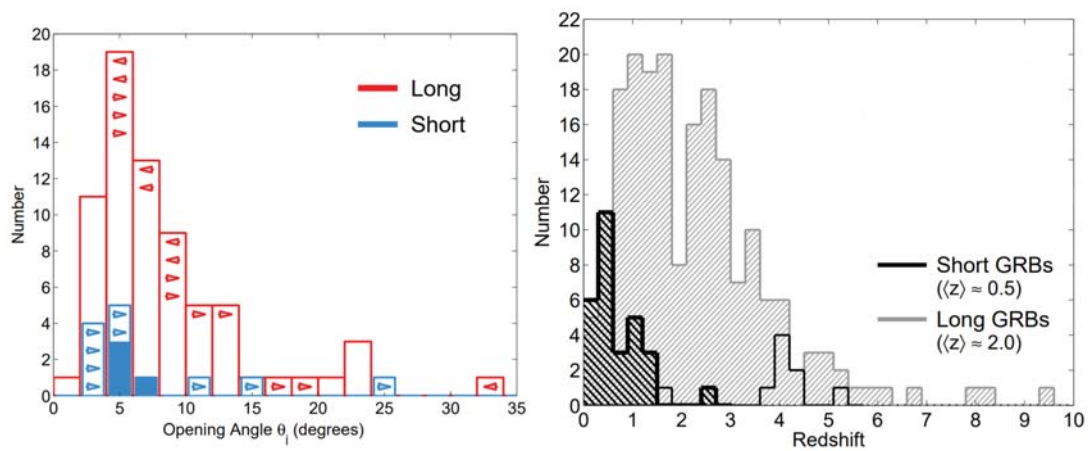


Figura 1.2: En la primera Figura se muestra la distribución de ángulos de apertura para chorros relativistas, en azul los SGRBs y en rojo los LGRBs, esta distribución se basa en la emisión tardía y en el *Jet-break*. La flechas indican los límites superiores e inferiores. Se observa que el valor medio de apertura está en 5° . En el segundo panel se muestra la distribución de SGRBs (negro) y de LGRBs (gris). El promedio de corrimiento al rojo para los SGRBs en este histograma se encuentra en $\langle z \rangle \approx 0.5$ (Berger, 2014).

Otra propiedad de los SGRBs es el espectro de su fase pronta, esto es debido a que es más duro⁴ que el de los LGRBs (Kouveliotou et al., 1993). Si se considera que el espectro de la emisión tardía de un GRB está descrito por la función de Band⁵ (Band et al., 1993), se encuentra que la dureza en el espectro del SGRB es debido a la combinación entre una componente más dura en la parte de baja energía del espectro y a un pico más alto de energía (Ghirlanda et al., 2009; D’Avanzo, 2015; Levan et al., 2016).

En la Figura 1.3 el panel de la izquierda muestra la energía isotrópica equivalente de los SGRBs. En esta, es posible observar que la $E_{\gamma,iso}$ de los SGRBs se encuentra dentro del rango

⁴La dureza de los GRB se refiere a lo energético de sus fotones, siendo más energéticos los fotones de los SGRBs.

⁵Ley de potencias unidas suavemente que es utilizada para ajustar el espectro de un SGRB.

de 10^{49} - 10^{52} erg. En el momento de hacer simulaciones es de gran importancia que la energía propuesta para los chorros relativistas no rebase estos límites, ya que, físicamente no se estaría realizando la simulación de un SGRB. Mientras que en el panel derecho se observa la distribución del medio circundante de los SGRBs, la densidad inferida se encuentra dentro del rango de $n \sim 10^{-3} - 1 \text{ cm}^{-3}$ mientras que el promedio es $\langle n \rangle \leq 0.15 \text{ cm}^{-3}$. Con estos rangos se tiene un límite para la densidad máxima que contiene el medio por el cual se propagan los chorros relativistas de las simulaciones que se mostraran en el capítulo seis.

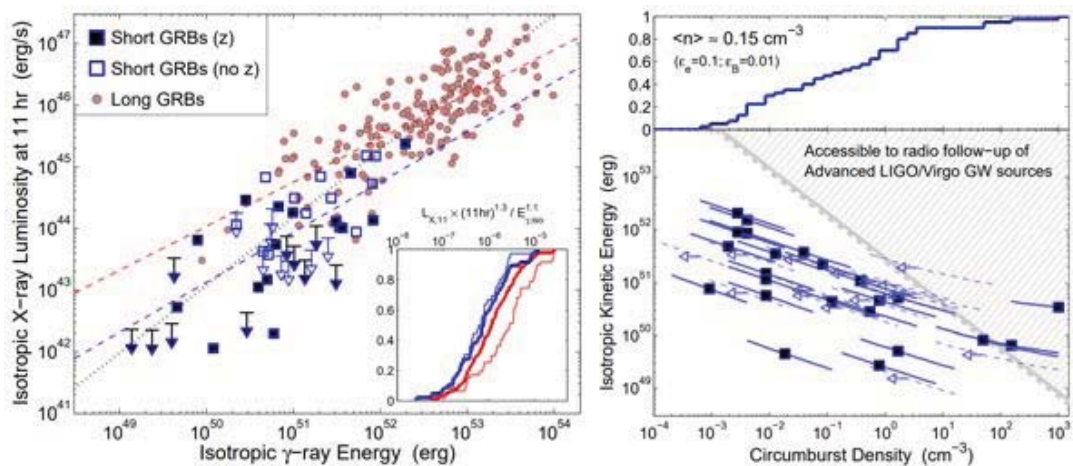


Figura 1.3: Panel izquierdo. Luminosidad en rayos X isotrópica equivalente de la emisión tardía en el marco de referencia en reposo a $t=11$ h contra la energía isotrópica equivalente en rayos- γ para SGRBs (azul) y LGRBs (gris). Los símbolos abiertos son SRGBs de los cuales se desconoce el corrimiento al rojo y se les asumió un valor de $z=0.75$. Las líneas discontinuas son el mejor ajuste para una de ley de potencias, mientras que la línea punteada es la correlación esperada con base en el modelo de sincrotrón de la emisión tardía. Panel derecho distribución de densidad para diferentes SGRBs el rango de densidad de encuentra en $n \sim 10^{-3} - 1 \text{ cm}^{-3}$ (Berger, 2014).

1.3. Fases evolutivas de los GRBs

La estructura de los GRBs se divide en dos fases principales: la emisión de rayos γ pronta (*prompt emission*) y la emisión tardía (*afterglow*). La primera fase se compone de destellos intensos con energías del orden de MeV , mientras que la segunda es la emisión de rayos X, óptico y radio que siguen a la emisión pronta, y se puede llegar a observar de semanas a años después de los destellos (Nakar , 2007).

En la Figura 1.4 se esquematiza el modelo de la bola de fuego (Piran, 1999). En esta imagen es posible observar las diferentes etapas de evolución de un GRB como lo son la emisión pronta y la emisión tardía, además se muestran los choques internos, los cuales dan lugar a los rayos gamma.

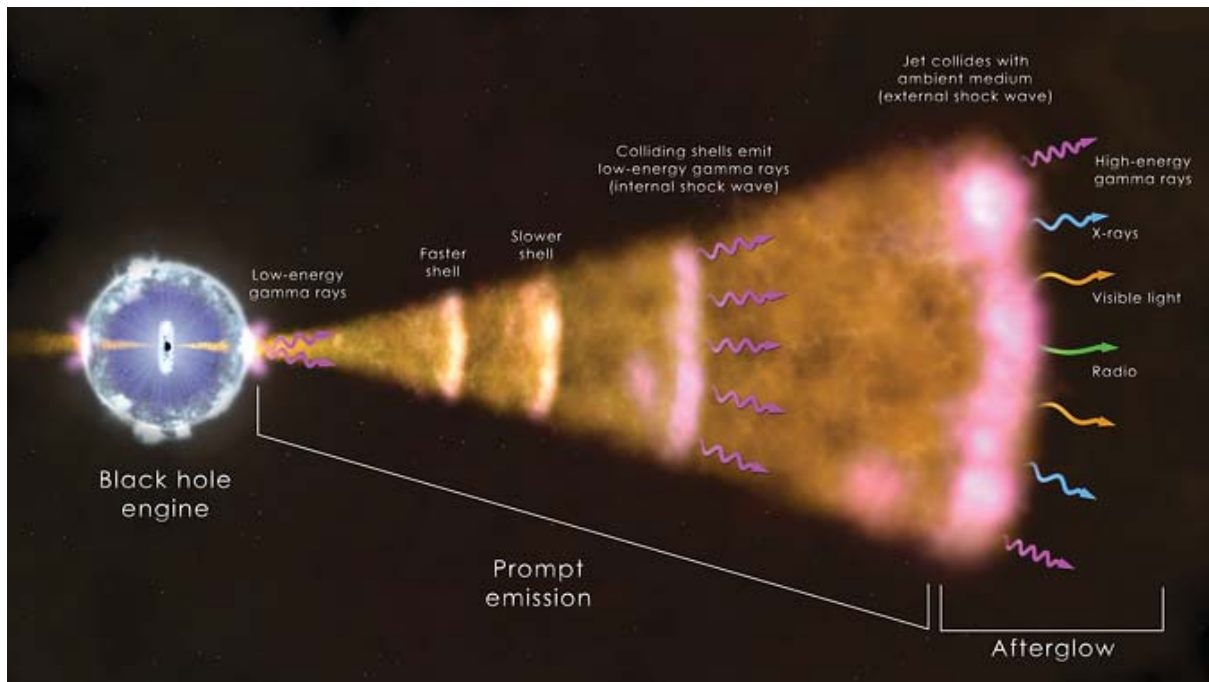


Figura 1.4: Modelo de la bola de fuego de Piran (1999), en esta imagen se pueden observar las fases de un GRB, es decir, la *prompt emission* y el *afterglow*. Créditos: NASA's *Goddard Space Flight Center* disponible en <https://www.nasa.gov/content/goddard/nasa-sees-watershed-cosmic-blast-in-unique-detail>.

1.3.1. Emisión pronta

La fase pronta de los GRBs es la más brillante de este fenómeno, en ella se tiene una fuerte variabilidad (\sim ms) y fotones con energías alrededor de keV–MeV. Además, ésta tiene una duración de varios segundos (típicamente) y un espectro no térmico (Pe'er, 2015; Lazzati, 2006; Asano, & Inoue, 2007). Se cree que esta fase se origina a grandes distancias ($\sim 10^{12}$ cm) del motor central, a partir de flujos ultrarelativistas ($v = 0.99c$) que tienen choques internos (Guiriec et al., 2011), es decir, a la interacción del material del chorro relativista que interacciona consigo mismo (Lazzati, 2006; Piran, 2005). Sin embargo, su mecanismo de producción sigue siendo desconocido y han surgido nuevos modelos que tratan de reproducirla (Pe'er, 2015; Giannios, 2006).

1.3.2. Emisión tardía

La emisión tardía (*afterglow*), es la fase en la cual una capa esférica de material que se mueve a una velocidad relativista, colisiona con el medio interestelar (ISM). Este choque externo energiza la masa de gas barrido dando lugar a emisión por efecto de Compton inverso y/o *synchrotron* (Sari, 1998; Panaitescu & Kumar, 2001). Las primeras predicciones teóricas de la

aparición de la emisión tardía fue propuesta por Meszaros, & Rees (1992) y Rees, & Meszaros (1994), en donde se considera que una parte de la energía cinética del flujo es radiada en forma de rayos- γ , mientras que una fracción de la energía restante es convertida en radiación electromagnética cuando el chorro es desacelerado por el ISM. Después de las predicciones teóricas, el 28 de Febrero de 1997, el satélite *BeppoSAX* realizó la primer detección de la emisión tardía del GRB 970228 en las bandas de rayos X (Costa et al., 1997), óptico (van Paradijs et al., 1997) y radio (Frail et al., 1997).

Al igual que para la fase pronta, el modelo básico para explicar la emisión tardía es el de la bola de fuego, en el cual se considera un punto de explosión con energías de $\sim 10^{52}$ ergs. Esta capa se expande a una velocidad con un factor de Lorentz muy alto dentro del ISM, lo cual provoca un choque fuerte ultrarelativista. Mientras que el choque evoluciona, calienta al medio y acelera a las partículas; estas crean un campo magnético, él cual a su vez produce radiación vía emisión de *synchrotron*. A medida que la onda de choque barre más materia, se desacelera y consecuentemente la energía disminuye, dando lugar a emisión en rayos X, UV, óptico y radio (Wijers, & Galama, 1999; Wei & Lu, 1998).

1.4. Progenitores de los GRBs cortos

La bimodalidad en la población de los GRB observada por Kouveliotou et al. (1993), sugiere una diferencia en los progenitores de los GRB (Berger, 2010). Observacionalmente, se ha encontrado evidencia de que los LGRBs se originan en la muerte de las estrellas masivas, las cuales terminan con una supernova del tipo Ibc (Woosley & Heger, 2006). Por otro lado, los SGRBs no pudieron ser asociados a los mismos progenitores que los LGRBs debido a que no son acompañados de una supernova tipo Ic y además se encontrarían sólo en regiones de formación estelar (Hjorth et al., 2005). Así pues, el modelo propuesto para los SGRBs fueron los sistemas binarios de estrella de neutrones-estrella de neutrones (NS-NS) y estrella de neutrones-hoyo negro (NS-BH), los cuales al fusionarse generarían GWs y un SGRB (Paczynski, 1998; Paczynski, 1991; Eichler et al., 1989; Berger, 2010). Como menciona Paczynski (1998), al momento de la fusión, estos sistemas binarios de NS-NS deberían estar a algunos kiloparsecs de su lugar de nacimiento debido a la velocidad adquirida por las dos explosiones de supernova que dan lugar a las NSs.

De acuerdo con Abbott et al. (2019), se espera que se puedan observar estas fuentes a tasas de $\sim 110-3840$ y $\sim 9.7-101$ eventos por año por Gpc^{-3} para NS-NS y NS-BH respectivamente. Otros modelos propuestos para la formación de SGRBs son la acreción inducida por colapso

de una enana blanca (WD) o una NS y por ráfagas de magnetares. Estos modelos no serán discutidos (Fong, & Berger, 2013; Qin et al., 1998; Levan et al., 2006; Metzger et al., 2008; Chapman et al., 2008).

El escenario para la formación del sistema binario de NSs de este caso en específico se muestra en la Figura 1.5. Este sistema comienza con dos estrellas en la secuencia principal de edad cero (ZAMS por sus siglas en inglés) la primaria con una masa $M = 21.35 M_{\odot}$ y la secundaria con $M = 13.14 M_{\odot}$ tal y como se muestra en la Figura, después de 8.77 Myr la primaria llena su lóbulo de Roche, en este punto comienza a transferirle masa a la secundaria, esta pasa de $13.14 M_{\odot}$ a $20.6 M_{\odot}$ en un periodo de 0.01 Myr; posterior a esta etapa, cuando han pasado 9.87 Myr la primaria explota como supernova sin romper el sistema y forma una NS de $1.41 M_{\odot}$. Seguido de esto, la secundaria colapsa en una NS y con ello se forma un sistema binario de NSs con masas de $1.53 M_{\odot}$ y $1.29 M_{\odot}$.

La separación entre estas NSs gradualmente comienza a disminuir debido a la emisión de ondas gravitacionales, y al estar suficientemente cerca, se fusionan dando lugar a una fuerte señal de GWs, un SGRB y la emisión de una kilonova⁶, al sistema le toma aproximadamente 0.02 Myr en fusionarse (Chruslinska et al., 2018).

Tomando en cuenta el caso presentado en la Figura 1.5 y el caso de el GRB 170817A; una vez que las NSs se fusionan el CO resultante tiene una masa de $\sim 2.8 M_{\odot}$, lo cual indica que podría ser un LMBH o una HMNS soportada por rotación (Baumgarte et al., 2000).

Así pues, partiendo de esta idea, diferentes grupos de trabajo han tratado de dilucidar la naturaleza del CO resultante el 17 de agosto de 2017.

- Shibata et al. (2019) proponen que el objeto resultante es una estrella de neutrones masiva. Esto lo encuentran luego de proponer diferentes EOS y constreñir la masa máxima de una estrella de neutrones.
- van Putten, & Della Valle (2019) encontraron por medio de observaciones en radio que el objeto resultante es un magnetar.
- Yu et al. (2018) proponen que el objeto remanente es una estrella de neutrones de vida prolongada (LLNS). Para llevar a cabo esta suposición realizaron ajustes a la curva de luz de la kilonova asociada a la GW 170817. Encontraron que este objeto se ajusta a las observaciones de la kilonova.

⁶ Metzger et al. (2010) define a una kilonova como un evento transitorio proveniente de la fusión de dos NS que alcanza su pico máximo de luminosidad $\sim 10^3$ ordenes de magnitud mayor que una nova típica.

- Piro et al. (2019) realizaron observaciones en rayos X, en las cuales detectaron, con una baja significancia ($\gtrsim 3\sigma$), una reactivación del motor central. Ellos demuestran que una LLNS es favorecida cuando se tiene una pérdida de spin dominada por las GW.
- Pooley et al. (2018) suponen que es más probable que el objeto formado tras la fusión de las NSs sea un BH. En este estudio se realizaron observaciones en rayos X, de las cuales se dedujo que de ser una NS, la señal obtenida debería ser más brillante que la observada al día 107.
- Abedi, & Afshordi (2018) presentan una posible primera detección del eco de una GW 1.0 s después de la fusión de las dos NS, con lo cual deducen que el objeto resultante es un BH.
- Margalit, & Metzger (2017) Hacen un estudio para constreñir la masa máxima que puede tener una NS por medio de diferentes EOS, con ello llegan la conclusión de que el objeto resultante debe de ser una HMNS.
- Debido a que autores como Rezzolla et al. (2011); Dionysopoulou et al. (2015); Ruiz et al. (2016) han demostrado por medio de simulaciones numéricas que es posible obtener un GRB a partir de un BH, Gill et al. (2019) hacen la suposición que el CO resultante de la fusión es un BH. Y a partir de simulaciones numéricas encuentran que el objeto resultante pudo ser una HMNS con una vida de $t=0.98\pm_{0.26}^{0.31}$ s.

Si bien hay una marcada tendencia a favor de que el CO resultante es una NS, aún queda abierta la posibilidad de que el CO sea un LMBH, por lo cual es necesario hacer más estudios que puedan ayudar a discernir entre estas dos vertientes. Al momento de la entrega de esta tesis The LIGO Scientific Collaboration et al. (2019) y Lü et al. (2019) señalan que el objeto resultante es una NS, por otro lado, Chirenti et al. (2019) muestra el rango de frecuencia de oscilación de las HMNS en el cual podrían ser detectadas.

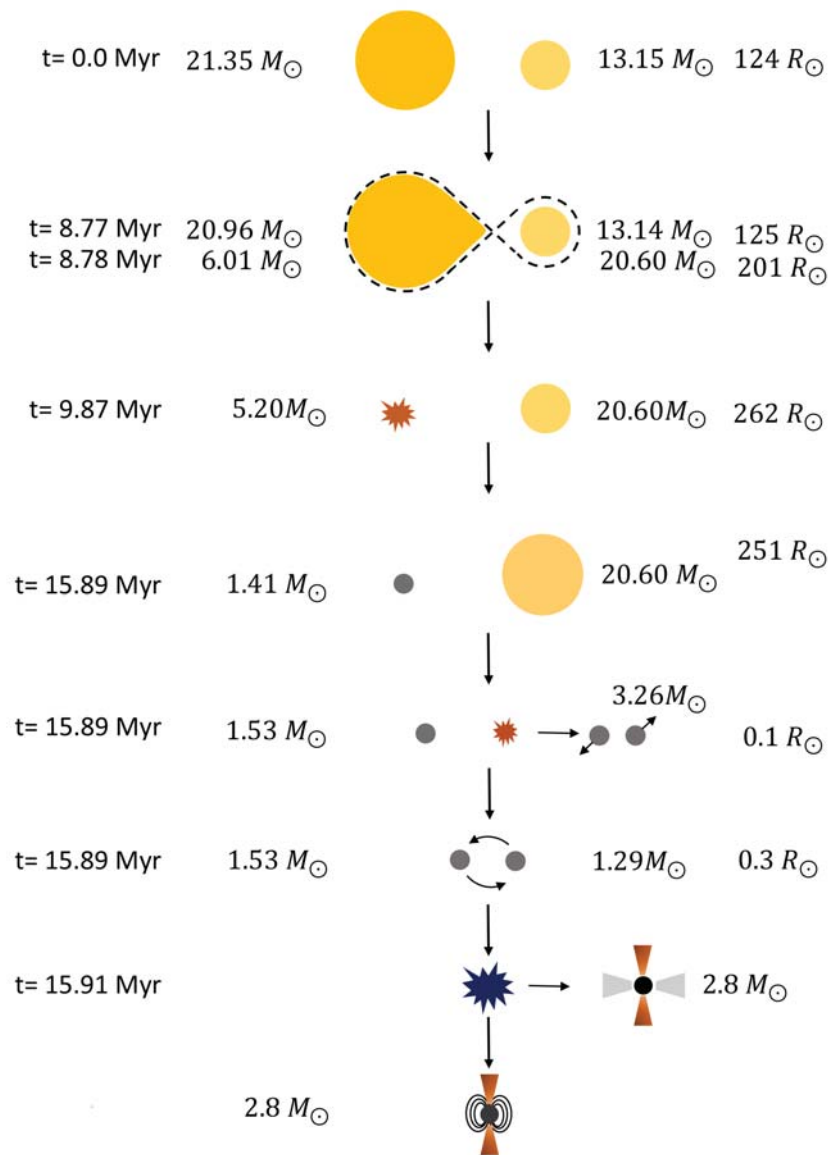


Figura 1.5: Escenario para la formación de un sistema binario de estrellas de neutrones. Se comienza con dos estrellas en la secuencia principal con masas de $21.35 M_{\odot}$ y $13.15 M_{\odot}$, seguido de esto la primaria evoluciona y llena su lóbulo de Roche y le transfiere masa a la secundaria, en este punto las masas pasan a $6.01 M_{\odot}$ para la primaria y $20.60 M_{\odot}$ para la secundaria. Después de 9.87 Myr la primaria explota como supernova sin romper el sistema, el remanente de esta es una NS de $1.41 M_{\odot}$, mientras tanto la secundaria evoluciona hasta que en 15.89 Myr colapsa a una NS de $1.29 M_{\odot}$. En este punto se ha formado ya un sistema binario de dos NSs de masas $1.53 M_{\odot}$ y $1.29 M_{\odot}$ el cual después de 0.02 Myr se fusiona para dar un CO de $2.8 M_{\odot}$ que puede ser un LMBH o una HMNS (Chruslinska et al., 2018).

1.5. GRB 170817A

Los análisis posteriores de los datos provenientes al evento GW170817, sugieren que el progenitor de dicho evento es un sistema binario de NSs. El GRB 170817A fue primeramente detectado por el satélite espacial *Fermi*-GBM (Goldstein et al., 2017) y después por *INTEGRAL*. La localización dada por *Fermi*-GBM fue dentro de una región cuyo error fue de 1200 deg^2 (Goldstein et al., 2017), y como se muestra en la Figura 1.6 mediante el traslape de las regiones obtenidas por LIGO (190 grados^2 ; verde claro), LIGO-Virgo (31 grados^2 ; verde oscuro), *INTEGRAL* (azul claro) y *Fermi*-GBM (azul oscuro) se encontró que la fuente estaba localizada en una región de 28 deg^2 . Una vez detectada la galaxia anfitriona y determinado su corrimiento al rojo ($z = 0.008 \pm_{0.003}^{0.002}$) (Abbott et al., 2017,b,c), este GRB se convirtió en el más cercano a la Tierra.

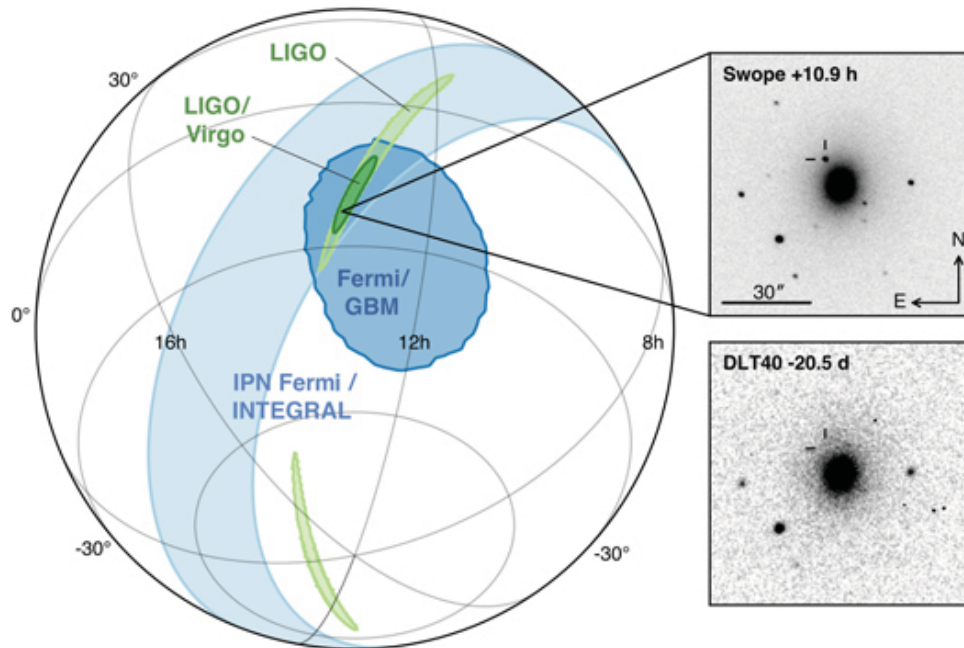


Figura 1.6: Localización de la onda gravitacional, mediante el traslape de las ubicaciones obtenidas por señales en óptico y en rayos gamma. El panel izquierdo muestra una proyección de las regiones con una confianza mayor al 90% de LIGO (190 grados^2 ; verde claro), la localización inicial de LIGO-Virgo (31 grados^2 ; verde oscuro), *INTEGRAL* (azul claro) y *Fermi*-GBM (azul oscuro). El recuadro arriba a la derecha muestra la ubicación de la aparente galaxia anfitriona NGC4993 en óptico tomada por el telescopio *Swope* 10.9 horas después de la fusión y abajo a la derecha la galaxia anfitriona tomada por el telescopio DLT40 de 20.5 días antes de la fusión. La retícula marca la posición del transiente en ambas imágenes (Abbott et al., 2017b)

Por otro lado, este GRB fue detectado $1.734 \pm 0.054 \text{ s}$ después de la detección de las GW, que se presume acompaña la fusión de las NSs. En la Figura 1.7 se muestran las curvas de

luz de *Fermi*, *INTEGRAL* y de *LIGO-Virgo* Abbott et al. (2017b). En dichas figuras es clara la asociación temporal entre la fusión de las NSs (marcado con una línea sólida negra) dando lugar a la GW 170817, y el GRB 170817A.

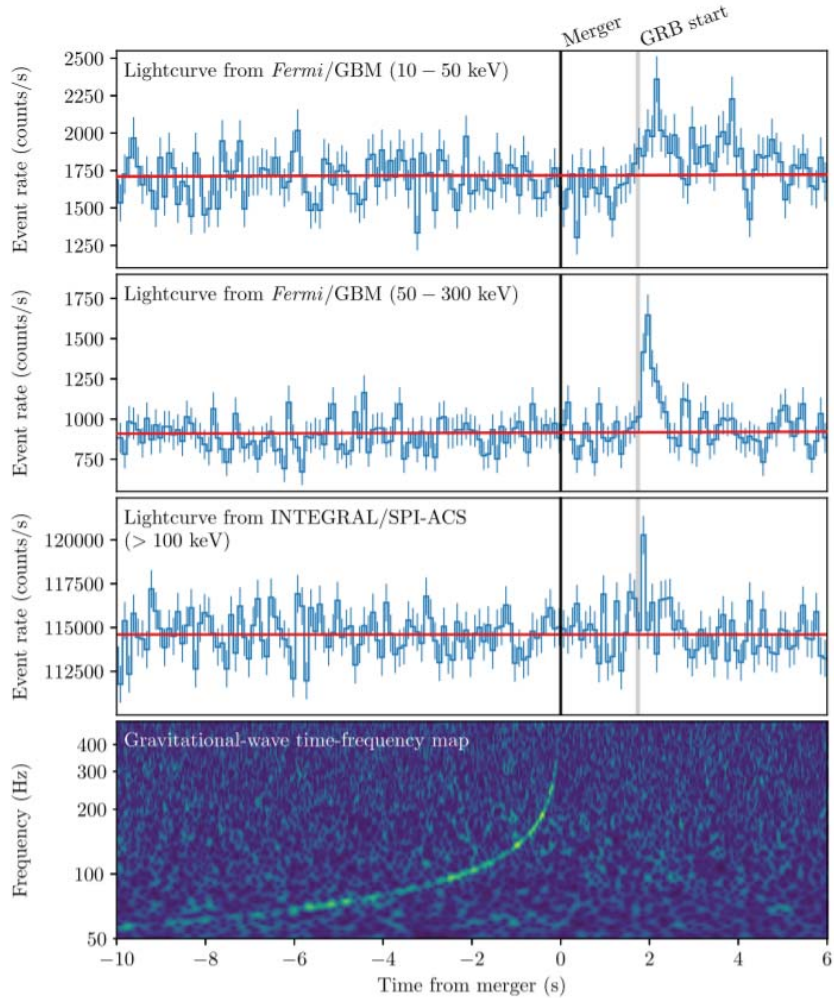


Figura 1.7: Curvas de luz del GRB 170817A y de la GW 170817. En el panel superior se muestra la curva obtenida a partir de la suma de los detectores de NaI 1,2 y 5 en un rango de energía de 10-50 keV, la línea roja muestra el fondo. En el segundo panel se muestra la misma curva de luz pero en un rango de energía de 50-300 keV. El tercer panel muestra la curva de luz de *INTEGRAL* en un rango de energía > 100 keV. El último panel muestra el mapa tiempo-frecuencia de la GW 170817A obtenida tras combinar los datos de LIGO-Hanford y LIGO-Livingston (Abbott et al., 2017b).

Además, mediante un análisis realizado con *Fermi*-GBM se determinó que la duración del GRB fue de $T_{90} = 2.0 \pm 0.5$ s. Por esto, aunado a la tasa de dureza del GRB, se le dio la clasificación de SGRB. Este GRB presentó un pico en el flujo medido en una escala de tiempo de 64 ms de 3.7 ± 0.9 fotones $\text{s}^{-1} \text{cm}^{-2}$ y una fluencia⁷ medida en el intervalo de T_{90} de

⁷La fluencia corresponde al flujo del GRB integrado durante todo el tiempo de duración del mismo.

$(2.08 \pm 0.2) \times 10^{-7} \text{ erg cm}^{-2}$ (10-1000 keV). Usando la información espectral de Goldstein et al. (2017), la distancia a la galaxia anfitriona NGC4993 ($40 \pm 3.2 \text{ Mpc}$) Abbott et al. (2017b) y suponiendo que el chorro relativista estaba colimado y era visto fuera del ángulo de visión, se encontró que la energía isotrópica liberada fue de $E_{iso} = (3.1 \pm 0.7) \times 10^{46} \text{ erg}$, mientras que la luminosidad isotrópica fue de $L_{iso} = (1.6 \pm 0.6) \times 10^{47} \text{ erg s}^{-1}$. Haciendo una comparación en E_{iso} y L_{iso} , es posible afirmar que es el SGRB menos energético y luminoso que se haya observado. En la Figura 1.8 se muestra una comparación de la energía y luminosidad isotrópica en función del corrimiento al rojo del GRB 170817A contra otros SGRBs. El primer panel muestra la distribución de LGRB (azul) y SGRB (naranja) en donde es posible observar que el GRB 170817A es ~ 3 ordenes de magnitud menos energético que otros SGRB. De igual manera en el segundo panel, se muestra la luminosidad isotrópica, y, de nueva cuenta podemos observar que el GRB 170817A es ~ 3 ordenes de magnitud menos luminoso que el promedio de otros SGRB (Abbott et al., 2017b).

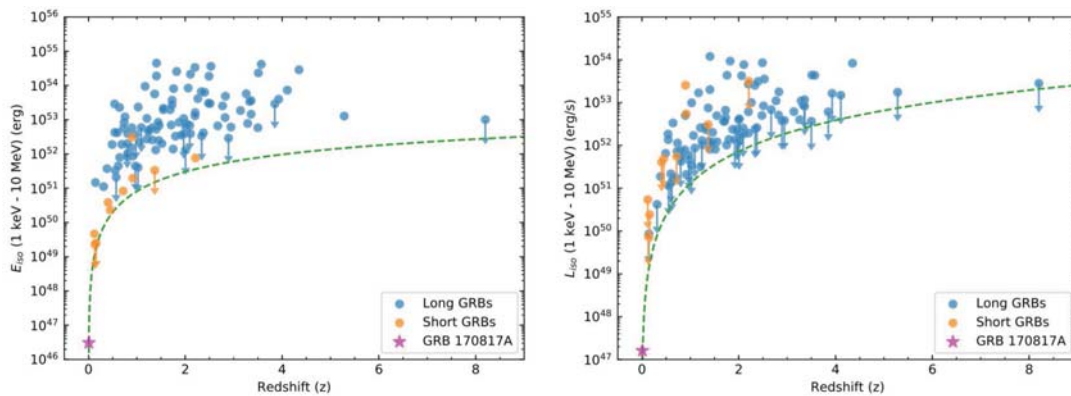


Figura 1.8: Distribución de E_{iso} y L_{iso} como función del corrimiento al rojo, esta distribución se hace para todos los GRBs detectados por el instrumento GBM a los cuales se les ha medido el corrimiento al rojo. En el panel de la izquierda se muestra la ubicación del GRB 170817A, el cual es de menor energía que el resto de los SGRBs. En el panel de la derecha se muestra la ubicación de este mismo GRB, aquí se observa que es subluminoso (Abbott et al., 2017b).

La poca luminosidad del GRB 170817A podía ser debida a varios factores como lo son la inclinación del sistema de NSs con respecto a la Tierra, la estructura y ancho de la colimación del chorro relativista y el ángulo de emisión relativista θ_B . Es por ello que se consideraron varios modelos (que se discutirán más adelante) para poder dar respuesta a esta baja luminosidad: 1) fue visto más allá de la mitad del ángulo de apertura θ_j para el modelo *top-hat*⁸, 2) La estructura del chorro es más complicada que la del modelo *top-hat*, 3) la emisión observada para el GRB 170817A fue originada por un mecanismo diferente que el de la mayoría de los

⁸Modelo en el cual el perfil de velocidad en la coordenada y es constante.

SRGBs, 4) es debido únicamente a la luminosidad intrínseca del chorro y no al a geometría del sistema.

El primer escenario que es mostrado en la Figura 1.9 se usa un chorro relativista tipo *top-hat*. En este modelo las propiedades del chorro relativista que están fuera de eje (fuera de la línea de visión) pueden ser relacionadas con los valores en el eje mediante la dependencia con el ángulo formado entre la velocidad y la línea de visión y el efecto Doppler relativista. Sin embargo, se demostró que para valores muy altos del factor de Lorentz Γ (~ 300) se requiere un ángulo de visión ajustado, por lo cual el modelo queda desfavorecido, ya que tiene una caída fuerte de emisión en los bordes del chorro.

El segundo escenario involucra una geometría más compleja en la cual se considera un chorro estructurado (Granot, 2007; Fraija et al., 2017, 2018). En este modelo es posible tener un rango más amplio de ángulos en los cuales se puede tener emisión. El perfil de emisión de un chorro estructurado puede ser descrito mediante un núcleo ultra-relativista uniforme rodeado por un ala con decaimiento en ley de potencias, donde Γ y la energía dependen de la distancia al eje del chorro; una gaussiana con un borde liso y una caída afuera del núcleo, entre otras posibilidades. Por lo cual los chorros estructurados pueden explicar la distribución de energía observada en el GRB 170817A.

En el tercer escenario se considera que el mecanismo de emisión es diferente al de otros SGRBs. Una explicación es la emisión mediante la emisión del *cocoon* en la cual el chorro relativista choca contra su propio material circundante no relativista (Fraija et al., 2019). Un posible modelo para el GRB 170817A es la emisión fuera de eje de un chorro *top-hat* proporcionando una emisión principal, con emisión del *cocoon* que surge de la interacción del chorro con el medio circundante que alimenta el jet principal. La emisión más débil está cerca de los límites de detección de GBM y no se detectaría a distancias mayores, lo que sugiere que puede ser una propiedad común de los SGRB (Abbott et al., 2017b).

El último escenario explica que el si el GRB 170817A se ve tanto dentro del chorro colimado como en el ángulo de emisión, y la emisión es constante a través del chorro *top-hat*, entonces el GRB 170817A es intrínsecamente más tenue por órdenes de magnitud en comparación con otros SGRB observados (Abbott et al., 2017b).

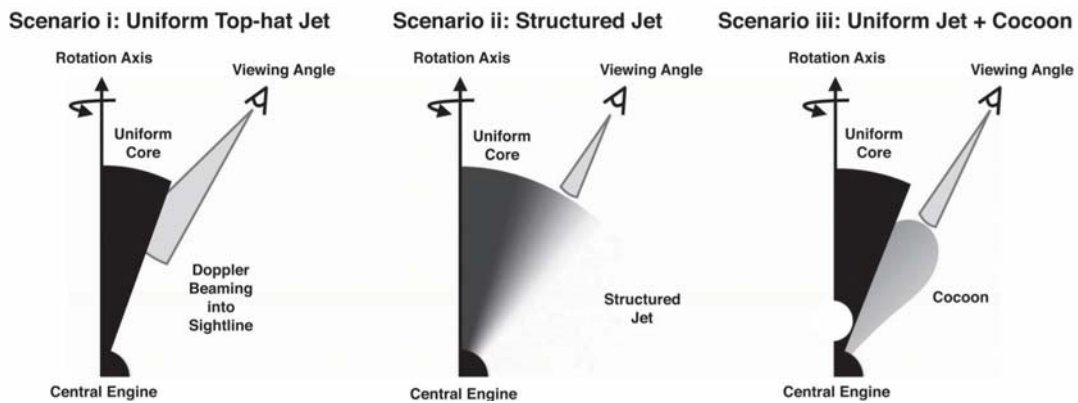


Figura 1.9: Diferentes escenarios propuestos que tratan de explicar la baja luminosidad del GRB 170817A. En el escenario 1) el GRB fue visto más allá de la mitad del ángulo de apertura del chorro θ_j . 2) Chorro relativista con un núcleo denso y un ala que decae como ley de potencias. 3) La emisión observada para el GRB 170817A fue originada por un mecanismo diferente que el de la mayoría de los SRGBs chorro relativista rodeado por un *cocoon* (Abbott et al., 2017).

Después de la detección del evento GW 170817/GRB 170817A se llevó a cabo una campaña observacional multifrecuencia, en la cual satélites y telescopios terrestres siguieron a este suceso. Cabe señalar que nueve días después de la detección de los rayos- γ se detectaron rayos X por el satélite *Chandra* (Troja et al., 2017), y quince días después emisión en radio. Debido a que el espectro de los rayos X y de la emisión en radio se caracterizó por una ley de potencias, se consideró que tenían un origen común. El monitoreo continuo de la emisión tardía reveló un aumento en la luminosidad, lo cual es un comportamiento no esperado en un GRB típico, esto permitió descartar modelos como el chorro *top-hat* visto fuera de eje (Nousek et al., 2006).

Como menciona Lazzati et al. (2018) el modelo que se necesitaba para ajustar a las observaciones requería la inyección continua de energía. Los mecanismos en que esta condición se puede satisfacer es si el motor central estaba activo, este estaría liberando energía que sería transmitida al choque externo. Otra posibilidad es la eyección estratificada de materia, ya que a medida que el material más rápido alcanza al material lento libera energía, en este caso se podría o no tener un chorro relativista.

La última posibilidad son los chorros estructurados. Este modelo consiste en un chorro relativista que se mueve a través de un medio denso creando un choque frontal y uno de reversa el cual causa la producción de material que envuelve al chorro llamado *cocoon*. La estructura resultante se caracteriza por un chorro estrecho y altamente relativista, rodeado por una capa de material más lento y alas ligeramente relativistas en ángulos grandes (Lazzati et al., 2017). Es importante mencionar que un chorro estructurado solo muestra diferencias con respecto a un chorro *top-hat* cuando se le observa fuera de eje.

Lazzati et al. (2018) mostró que mediante un modelo de chorro estructurado, es posible reproducir de manera adecuada las observaciones de la emisión tardía del GRB 170817A tomando en cuenta que el ángulo de visión del observador es de $\leq 30^\circ$. El panel izquierdo de la Figura 1.10, muestra el mapa de densidad de una simulación de un chorro estructurado, en este es posible identificar el núcleo del chorro mediante el color azul (poca densidad) y el *cocoon* el cual se muestra en rojo y naranja (mayor densidad). Además, se señala el ángulo de visión con una flecha blanca. En el panel superior derecho se observa la curva de luz de la emisión tardía, se muestra la contribución de cada región del chorro con diferentes líneas de colores. La línea negra representa la suma de todas las contribuciones, además, se muestran los datos observacionales con puntos morados.

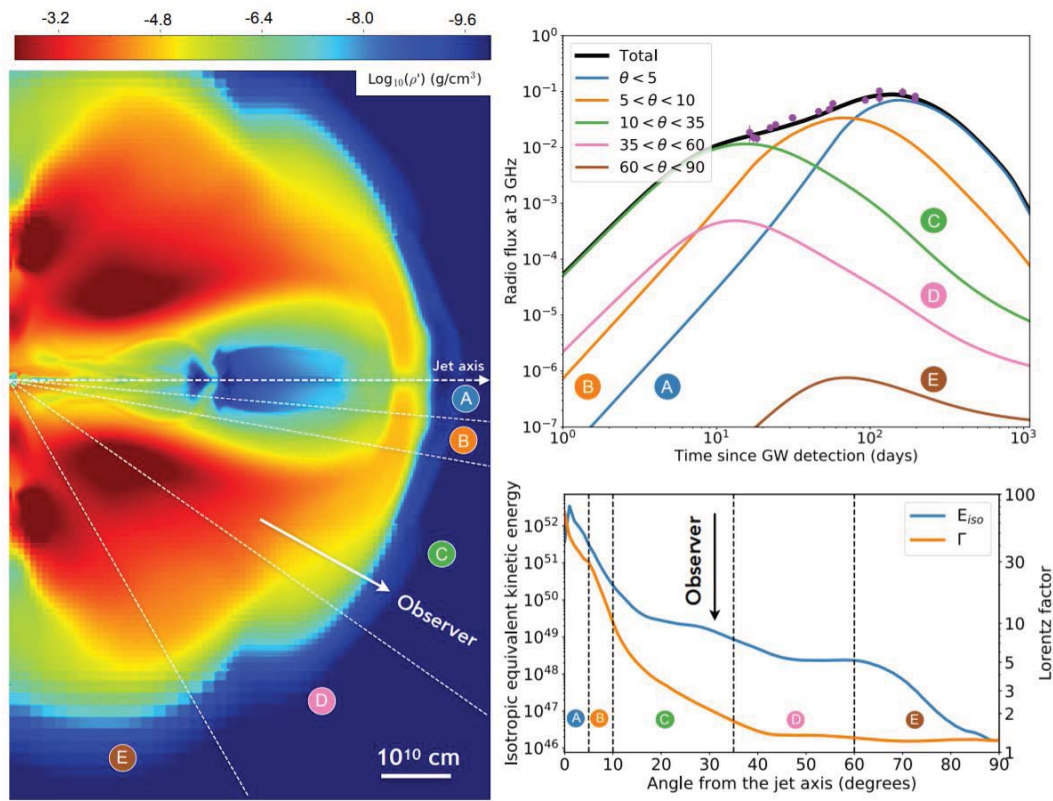


Figura 1.10: Panel izquierdo: Mapa de densidad de una simulación hidrodinámica de un SGRB proveniente de una fusión de NSs, esta simulación se utilizó para producir curvas de luz de la emisión tardía. El movimiento del chorro relativista a través de un medio denso y lento provoca la aparición de un chorro estructurado con un núcleo de poca densidad y rápido (parte azul) y alas lentas y poco energéticas (material rojo y naranja), la línea de visión del observador esta situada a 33° y es mostrada con una flecha blanca. En el panel inferior derecho se muestra la distribución polar de energía y velocidad del material eyectado. En el panel superior derecho se muestra el mejor ajuste para la emisión tardía descompuesta en las regiones de la cual proviene esta radiación; en azul el núcleo del chorro, las alas rápidas en naranja, en verde el material a lo largo de la línea de visión, el material a grandes ángulos ($\theta > 35^\circ$) que no contribuye a la emisión tardía se muestra en rosa y café (Lazzati et al., 2018).

1.6. Hipótesis y objetivos

Esta tesis tiene como motivación el conflicto en la naturaleza del CO resultante tras la fusión de dos NS el 17 de agosto de 2017. Por un lado, Pooley et al. (2018) y Abedi, & Afshordi (2018) señalan que el CO es un LMBH, mientras que Lü et al. (2019); van Putten, & Della Valle (2019); Margalit, & Metzger (2017); Gill et al. (2019) y Li et al. (2018) sostienen que el CO es una HMNS.

En los trabajos mencionados con anterioridad, no queda claro si el objeto resultante tras la

fusión de las NSs es un HMNS o un LMBH y mucho menos se ha estudiado el papel del campo magnético (asociado al CO correspondiente) y sus efectos en la evolución del chorro a través del medio.

Por lo tanto, motivados por entender los efectos que un medio magnetizado tiene sobre el chorro relativista que lo atraviesa y con ello poder discernir la naturaleza del CO resultante estudiamos por medio de simulaciones RMHD la evolución de un chorro colimado y relativista a través de un medio producido tras la fusión de dos NSs con la inclusión de diferentes distribuciones de campo magnético.

Para lograr este objetivo se deben verificar los efectos en la estructura de un chorro relativista y colimado al evolucionar en medio con una distribución de masa propia de una fusión de NSs y sin campo magnético y con dos distribuciones de campo magnético.

Para sostener este planteamiento se utilizarán dos modelos con distribución de campo magnético diferente: en primer lugar se usará una distribución de densidad con tres zonas, las cuales son tomadas a partir de las simulaciones de Ciolfi et al. (2017). La primera de ellas es un decaimiento de $\rho \propto r^{-2}$, la siguiente $\rho \propto r^{-2}e^{-r/r_0}$ y por último $\rho = \text{constante}$; en segundo lugar, se pondrá un campo vertical con magnitud máxima de 10^8 G en las zonas más internas y que decae de la misma manera que la densidad. Seguido de ello se considera una simulación con distribución de campo horizontal y con los mismos parámetros mencionados con anterioridad.

2

Marco teórico

La hidrodinámica (HD) es una subdisciplina de la mecánica de fluidos que se encarga de estudiar a los fluidos en movimiento, las fuerzas que actúan sobre estos y las variables termodinámicas que caracterizan al fluido como lo son la presión, densidad y temperatura. La forma más sencilla para modelar un fluido en movimiento es mediante las ecuaciones de Euler para la HD, las cuales son una simplificación a las ecuaciones de Navier-Stokes. Sin embargo, al considerar problemas más complejos es necesario modificar las ecuaciones de momento, continuidad y energía.

2.1. Ecuaciones de la hidrodinámica

La ecuación de continuidad relaciona las variables del flujo en términos de la densidad del fluido ρ y el vector de velocidad del fluido \mathbf{v} , y está dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (2.1)$$

Esta ecuación tiene la forma típica de una ecuación conservativa, la cual balancea la tasa de cambio de una cantidad en un volumen con el flujo de esa cantidad dentro a través de la superficie del volumen. Es importante notar que no hay pérdidas o fuentes de masa, de lo contrario serían expresadas en el lado derecho de la ecuación.

La ecuación de momento relaciona la suma de las fuerzas que actúan sobre un elemento de fluido con aceleración o tasa de cambio de momento. Esta ecuación puede ser escrita como:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) + \nabla P = \mathbf{f}_{ext}, \quad (2.2)$$

donde P es la presión y \mathbf{f}_{ext} las fuerzas externas. En el caso HD la fuerza externa que usualmente se considera es la fuerza de gravedad, sin embargo, también se pueden considerar los efectos debidos a los campos magnéticos, de los cuales se discutirá más adelante.

La última ecuación es la de conservación de energía, la cual, análogamente a la ecuación de continuidad, nos dice que la energía total E (es decir, la suma de la energía cinética, potencial e interna) se conserva bajo la ausencia de fuerzas externas. Cabe señalar, que puede haber ganancias (G) o pérdidas (L) de energía si el sistema no está aislado y si hay la presencia de fuerzas externas.

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{v}(E + P)] = G - L + \mathbf{f}_{ext} \cdot \mathbf{v}. \quad (2.3)$$

Para poder cerrar el sistema es necesario tener una ecuación que relacione P , ρ y u . Esta es la ecuación de estado (EOS). Existen distintas EOS, cada una para diferentes situaciones físicas. Ejemplos de EOS son el polítopo ($P = k\rho^\gamma$, donde γ es el índice politrópico y k su constante correspondiente); un gas ideal ($P = \frac{\rho k_b T}{\mu m_H}$ donde μ el peso molecular promedio, m_H la masa del hidrógeno, k_b la constante de Boltzmann y T la temperatura del gas); y la presión de radiación ($P = \frac{aT^4}{3}$, donde T es la temperatura del gas y a es una constante). Cabe señalar que en este estudio se va a asumir que $G = L = f_{ext} = 0$ (gas adiabático) con lo cual la ϵ se puede reescribir como: $\epsilon = \frac{1}{2}\rho v^2 + u_{int}$, donde la densidad de energía interna (u_{int}) está determinada por la EOS utilizada.

Escribiendo las ecuaciones anteriores de forma vectorial, se obtiene:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = S, \quad (2.4)$$

donde U son las variables conservadas, F, G, H son los flujos en dirección x, y y z (respectivamente), y S los términos fuente.

Descomponiendo el vector de velocidad en sus tres componentes espaciales $\mathbf{v} = (u, v, w)$, las variables conservadas son:

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \epsilon \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

Por otro lado, los flujos son:

$$F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(\epsilon + P) \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + P \\ \rho vw \\ v(\epsilon + P) \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + P \\ w(\epsilon + P) \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

2.2. Ecuaciones de la hidrodinámica relativista

Cuando la velocidad del fluido (macroscópica o microscópica) es comparable con la velocidad de la luz (c), es necesario tomar en cuenta los efectos relativistas en las ecuaciones de la HD, y para ello se incluye el factor de Lorentz $\Gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ y la entalpía w ($w = 1 + u + P/\rho$, donde u es la densidad de energía interna). Por lo tanto, las ecuaciones de continuidad, momento, densidad de energía y la EOS de la HD relativista (RHD), son:

$$\frac{\partial(\rho\Gamma)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\Gamma\mathbf{v}) = 0, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial(\rho\Gamma^2\omega\mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\Gamma^2\omega\mathbf{v}\mathbf{v}) + \nabla P = \mathbf{f}_{ext}, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega\Gamma^2 - P)}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho\omega\Gamma^2\mathbf{v}] = 0, \quad (2.9)$$

$$P = P(\rho). \quad (2.10)$$

Definiendo a $D = \Gamma\rho$, $\mathbf{m} = \rho\Gamma^2\omega\mathbf{v}$ y $E_t = \rho\Gamma^2\omega - P$ las ecuaciones (2.7), (2.8) y (2.9) se pueden reescribir como:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \nabla \cdot (D\mathbf{v}) = 0, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{m}\mathbf{v}) + \nabla P = \mathbf{f}_{ext}, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{m}) = 0, \quad (2.13)$$

$$P = P(\rho). \quad (2.14)$$

De igual manera que en el caso de la HD, las ecuaciones 2D RHD, se pueden escribir en forma vectorial de la siguiente forma:

$$U = \begin{bmatrix} \rho\Gamma \\ \rho u\Gamma^2\omega \\ \rho v\Gamma^2\omega \\ \rho\Gamma^2\omega - P \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u\Gamma \\ \rho u^2\Gamma^2\omega + P \\ \rho uv\Gamma^2\omega \\ \rho u\Gamma^2\omega \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho v\Gamma \\ \rho uv\Gamma^2\omega \\ \rho v^2\Gamma^2\omega + P \\ \rho v\Gamma^2\omega \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

2.3. Ecuaciones de la magneto-hidrodinámica

En la magneto-hidrodinámica (MHD) se toma en cuenta un fluido magnetizado en el cual además de las ecuaciones de la HD se deben considerar las ecuaciones de Maxwell en la dinámica. Las nuevas contribuciones a tomar en cuenta están dadas por la fuerza de Lorentz $\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$ (con \mathbf{J} como la densidad de corriente eléctrica) en la ecuación de momento, la presión magnética $B^2/2\mu_0$ (donde μ_0 es la permeabilidad magnética), y en la ecuación de energía $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. A partir de las correcciones previas, las ecuaciones de continuidad, momento, y energía quedan como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + P + \rho \omega + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} \right) = -\nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \omega + P \right) \mathbf{v} + c \mathbf{E} \times \mathbf{B} \right]. \quad (2.18)$$

Dado que las ecuaciones de la MHD consideran los efectos ocasionados por campos magnéticos para poder resolver las ecuaciones (2.16 - 2.18), es necesario tomar en cuenta las leyes de Gauss para el campo magnético, Faraday y de Ampère (cabe señalar que ϵ_0 es la permitividad del campo eléctrico y μ_0 la permeabilidad del campo magnético).

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.19)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.20)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (2.21)$$

Ya que la carga neta de los plasmas es prácticamente neutra $\rho_q \rightarrow 0$, no es posible obtener el campo eléctrico a partir de $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_q/\epsilon_0$. Por lo anterior, se utiliza la ley de Ohm $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}'$, donde \mathbf{E}' es el marco de referencia en reposo. Puesto que el sistema de referencia a utilizar es en el marco de referencia en movimiento (en el cual el campo eléctrico es \mathbf{E} , y se tiene $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + (\mathbf{v}/c) \times \mathbf{B}$), entonces es necesario aplicar las transformadas de Lorentz para encontrar la ley de Ohm.

$$\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{J}}{\sigma} + \mathbf{f}_{ext}, \quad (2.22)$$

donde σ es la conductividad magnética del plasma ($\sigma = 1/R$, con R como la resistividad magnética) y \mathbf{f}_{ext} son las fuerzas debido al efecto Hall y términos colisionales e inerciales. Sin embargo, estas fuerzas externas no serán consideradas en este estudio. Las ecuaciones (2.20), (2.21) no son utilizadas en esta forma, si no que, se utiliza una combinación de ellas y la ley de Ohm generalizada la cual se llama ecuación de inducción. La ecuación de inducción no depende del campo eléctrico ni de la densidad de corriente y para deducirla se despeja el campo eléctrico de la ley generalizada de Ohm y se le saca el rotacional para dar:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times \left(\frac{\mathbf{J}}{\sigma} - \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right). \quad (2.23)$$

Sustituyendo la ecuación (2.20) para $\nabla \times \mathbf{E}$ y la (2.21) para \mathbf{J} en la ecuación (2.23) obtenemos:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma} (\nabla \times \nabla \times \mathbf{B}) + \nabla \times \mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (2.24)$$

Aplicando la identidad vectorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ y definiendo a $1/\mu\sigma \equiv \lambda$ como la difusividad magnética, se obtiene la ecuación de inducción:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \lambda \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (2.25)$$

Por lo cual, el sistema de ecuaciones utilizado en la MHD son la ley de conservación, momento y energía acopladas a la ley de ohm generalizada y la ecuación de inducción, todas ellas bajo la condición de $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Cabe señalar que en este estudio se utilizará la aproximación de la MHD ideal, en esta se asume que la conductividad de un plasma astrofísico $\sigma = \infty$, con lo cual:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + P + \rho \omega + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) = -\nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \omega + P \right) \mathbf{v} + c \mathbf{E} \times \mathbf{B} \right], \quad (2.28)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0, \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.30)$$

Con la finalidad de no tener la dependencia de la densidad de corriente J del plasma se sustituye la ley de Ampère (2.21) y se usa la siguiente identidad $(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} - (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B})$. Por otro lado considerando la EOS de un gas politrópico ($\omega = P/(\gamma - 1)$), el sistema de ecuaciones que se obtiene es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + (\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v})) = -\nabla P + \frac{\nabla B^2}{2\mu_0} + \frac{(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}}{\mu_0}, \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{\rho \gamma} \right) = 0, \quad (2.33)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0, \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2.35)$$

Estas ecuaciones se resuelven bajo la condición:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.36)$$

2.4. Ecuaciones de la magneto-hidrodinámica relativista (RMHD)

Las ecuaciones de la magneto-hidrodinámica relativista (RMHD) son una combinación de los casos MHD y RHD, en donde se consideran velocidades cercanas a c y campos magnéticos. Es por ello que se toman en cuenta las correcciones por el factor de Lorentz Γ y de \mathbf{B} . A continuación se muestran las ecuaciones de la RMHD ideal ($\sigma = \infty$) en su forma tensorial.

conservación de masa

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\rho u^\alpha) = 0, \quad (2.37)$$

conservación de energía-momento

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} (T_{FL}^{\alpha\beta} + T_{EM}^{\alpha\beta}) = 0, \quad (2.38)$$

ecuaciones de Maxwell

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha}(u^\alpha b^\beta - b^\alpha u^\beta), \quad (2.39)$$

ecuación de estado

$$e = \rho c^2 + \frac{P}{(\gamma - 1)}. \quad (2.40)$$

Los índices griegos corren de 0 – 3, mientras que los índices latinos corren de 1 – 3. El índice 0 corresponde a la componente temporal y el resto a las componentes espaciales. $x^\alpha = (ct, x^j)$ es el cuatro vector de las coordenadas espacio-tiempo, $u^\alpha = (\Gamma c, \Gamma v^j)$ es la cuatro velocidad, además

$$b^\alpha = \left[\Gamma \left(\frac{\mathbf{v}}{c} \cdot \mathbf{B} \right), \frac{B^j}{\Gamma} + \Gamma \left(\frac{\mathbf{v}}{c} \cdot \mathbf{B} \right) \frac{v^j}{c} \right], \quad (2.41)$$

es el vector de inducción magnética. El tensor de energía-momento para un fluido relativista ideal se describe en la ecuación (2.42), donde $g^{\alpha\beta}$ es la inversa de la métrica de Minkowski tensorial.

$$T_{FL}^{\alpha\beta} = (e + P) \frac{u^\alpha u^\beta}{c^2} + P g^{\alpha\beta}. \quad (2.42)$$

El tensor de energía-momento electromagnético se define en la ecuación (2.43) donde $F^{\alpha\beta}$ es el tensor de campo electromagnético,

$$T_{EM}^{\alpha\beta} = \epsilon_0 F_\gamma^\alpha F^{\beta\gamma} - \frac{\epsilon_0}{4} g^{\alpha\beta} F_{\gamma\delta} F^{\gamma\delta}. \quad (2.43)$$

En el caso ideal $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}$ se convierte en

$$F^{\alpha\beta} = \epsilon^{\gamma\delta\alpha\beta} b_\gamma u_\delta, \quad (2.44)$$

donde ϵ es el símbolo de permutación Levi-Civita. En su forma extendida, las ecuaciones de la RMHD tienen la siguiente forma:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \nabla \cdot (D\mathbf{v}) = 0, \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} + \nabla \cdot [(w + b^2)v_x \mathbf{v} - b_z \mathbf{b}] + \frac{\partial P_t}{\partial x} = 0, \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial t} + \nabla \cdot [(w + b^2)v_y \mathbf{v} - b_y \mathbf{b}] + \frac{\partial P_t}{\partial y} = 0, \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial t} + \nabla \cdot [(w + b^2)v_z \mathbf{v} - b_z \mathbf{b}] + \frac{\partial P_t}{\partial z} = 0, \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{m} - D\mathbf{v}) = 0, \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0, \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} + \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0. \quad (2.52)$$

donde $D = \Gamma\rho$ es la densidad en el marco de referencia de laboratorio, $\mathbf{m} = (w + b^2)\mathbf{v} - \Gamma(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})\mathbf{b}$ es la densidad de momento, w la entalpía del gas, y $b^2 = \mathbf{B}^2\Gamma^2 + (\mathbf{v}/c \cdot \mathbf{B})^2$; la velocidad se denota como $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$, mientras que el campo magnético en el marco del laboratorio es $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$, el campo covariante es $\mathbf{b} = \mathbf{B}/\Gamma + \Gamma(\mathbf{v}/c \cdot \mathbf{B})\mathbf{v}/c$, y por último las componentes de la fuerza electromotriz $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ son E_x, E_y, E_z

En el formalismo 3+1 las ecuaciones RMHD quedan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial F_i(U)}{\partial x_i} = 0, \quad (2.53)$$

$$U \equiv \begin{pmatrix} D \\ \mathbf{k} \\ E \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma\rho \\ \Gamma^2(e+P)(\mathbf{v}/c^2) + \mathbf{S}/c^2 \\ \Gamma^2(e+P)(\mathbf{v}/c^2) - P + e^A \\ \mathbf{B} \end{pmatrix}, \quad (2.54)$$

$$F_i = \begin{pmatrix} \Gamma\rho\mathbf{v} \\ \frac{\Gamma^2}{c^2}(e+P)v_i\mathbf{v} + P\sum_{j=1}^3 \delta_{ij}\mathbf{e}_j + \mathbf{P}_i^A \\ \Gamma^2(e+P)\mathbf{v} + \mathbf{S} \\ \mathbf{v}\mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{v} \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

donde

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}(\mathbf{E} \times \mathbf{B}), \quad (2.56)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}, \quad (2.57)$$

$$e^A = \frac{1}{2\mu_0} \left(B^2 + \frac{1}{c^2} E^2 \right), \quad (2.58)$$

$$\mathbf{P}_i^A = e^A \sum_{j=1}^3 \delta_{ij}\mathbf{e}_j - \frac{1}{\mu_0} B_i \mathbf{B} - \frac{1}{\mu_0 c^2} E_i \mathbf{E}, \quad (2.59)$$

U es el vector de las variables conservadas, masa, momento, densidad de energía y campo magnético. Por otro lado, los flujos se denotan como F_i .

2.5. Ondas de choque

Las ondas de choque tienen lugar en eventos con movimientos supersónicos compresivos que generan elevados gradientes de presión. Debido a que el choque se propaga a una velocidad v mayor a la velocidad del sonido c_s característica (la cual se define en las ecuaciones (2.60),(2.61)), el medio frente al choque no responde dinámicamente hasta que el choque llega. Además, un choque comprime, acelera y calienta el medio donde se propaga (McKee & Hollenbach, 1980).

$$c_s = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)}, \quad (2.60)$$

Aplicando $P = k\rho^\gamma$, donde γ es el índice politrópico:

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}, \quad (2.61)$$

Los choques son procesos irreversibles debido a la generación de entropía ya que disipa a la energía cinética en calor. Desde el punto de vista macroscópico una onda de choque viaja a una velocidad $v \geq c_s$ y además barre material; desde el punto de vista microscópico, se considera un gas ideal el cual sigue la relación $P = \rho k_b T / \mu m_H$, la cual se sustituye en la ecuación (2.60)

$$c_s = \sqrt{\frac{k_b T}{\mu m_H}}, \quad (2.62)$$

Esta ecuación considera los efectos microscópicos en la temperatura, ya que se relaciona directamente con la energía cinética de las partículas. El estudio de los choques se realiza mediante las condiciones de salto, ya que la longitud de escala hidrodinámica es más grande que el frente del choque; para ello las ecuaciones de la HD se reducen a su forma 1D y estacionaria suponiendo el marco de referencia del choque. Al resolver las condiciones de salto para $\gamma = 5/3$ se encuentra que el salto en la densidad está limitado por un factor cuatro (Draine & McKee, 1993). Cuando se considera un gas moviéndose de manera ultrarelativista la velocidad del sonido se define como en la ecuación (2.63) en donde P es la presión del fluido y ϵ es la densidad total de energía.

$$c_s = c \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \epsilon}\right)}, \quad (2.63)$$

Tomando que la EOS es $\epsilon/3$, la velocidad del sonido queda como:

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad (2.64)$$

2.6. Ondas magnéticas¹

La existencia de ondas es debida a la presencia de una fuerza restauradora, la cual intenta restablecer el equilibrio original. Para el caso de las ondas de sonido esta fuerza es la presión. Sin embargo, un medio con un campo magnético da origen a diferentes tipos de ondas: cuando la fuerza restauradora es la presión magnética se originan ondas magnetosónicas, cuando la fuerza es la tensión magnética tienen lugar las ondas de Alfvén. Para encontrar la ecuación de onda general en un medio con campo magnético, primero se consideran las ecuaciones de continuidad, momento, energía e inducción, y después se les aplica una pequeña perturbación. Las ecuaciones a perturbar son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.65)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla P + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{B}}{\mu}, \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right) = 0, \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2.68)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.69)$$

Una vez que se tienen las ecuaciones del equilibrio, se le aplican perturbaciones pequeñas (denotadas con el subíndice 1) a la densidad, presión, campo magnético y velocidad.

$$\rho = \rho_0 + \rho_1, \quad (2.70)$$

$$P = P_0 + P_1, \quad (2.71)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1, \quad (2.72)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1. \quad (2.73)$$

Despreciando los términos cuadráticos de las perturbaciones y productos de estas cantidades se llega a las siguientes ecuaciones perturbadas:

$$\frac{d\rho_1}{dt} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla)\rho_0 + \rho_0(\nabla \cdot \mathbf{v}_1), \quad (2.74)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = -\nabla P_1 + (\nabla \times \mathbf{B}_1) \times \frac{\mathbf{B}_0}{\mu}, \quad (2.75)$$

¹En esta sección se siguen los pasos de Priest (2014).

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) p_0 - c_s^2 \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \rho_0 \right), \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0), \quad (2.77)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_1 = 0, \quad (2.78)$$

donde c_s es la velocidad del sonido y se define de la siguiente manera:

$$c_s^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0}. \quad (2.79)$$

Para llegar a la ecuación de onda, es necesario diferenciar con respecto al tiempo la ecuación de momento perturbada y sustituir las demás ecuaciones en ella, con lo cual se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}_1}{\partial t^2} = c_s^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_1) + \{ \nabla \times [\nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0)] \} \times \frac{\mathbf{B}_0}{\mu \rho_0}. \quad (2.80)$$

Es posible expresar la ecuación (2.80) en términos de la frecuencia (ω) y el vector número de onda \hat{k} , sustituyendo $\partial/\partial t$ por $i\omega$ y ∇ por $i\hat{k}$, asumiendo una onda plana.

$$\omega^2 \mathbf{v}_1 = c_s^2 \hat{k} (\hat{k} \cdot \mathbf{v}_1) + \{ \hat{k} \times [\hat{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0)] \} \times \frac{\mathbf{B}_0}{\mu \rho_0}. \quad (2.81)$$

Ondas de Alfvén La velocidad con la cual una onda se propaga de manera transversal por el campo magnético, se conoce como velocidad de Alfvén y se define de la siguiente manera:

$$v_A = \frac{B_0}{(\mu \rho_0)^{1/2}}. \quad (2.82)$$

Sustituyendo la velocidad de Alfvén y considerando sólo el campo magnético, la ecuación (2.81) se reduce a:

$$\omega \mathbf{v}_1 = \{ \hat{k} \times [\hat{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \hat{B}_0)] \} \times \mathbf{B}_0 v_A^2, \quad (2.83)$$

donde \hat{B}_0 es un vector unitario que esta en la dirección del campo magnético B_0 . Expandiendo los productos vectoriales obtenemos:

$$\frac{\omega \mathbf{v}_1}{v_A^2} = (\hat{k} \cdot \hat{B}_0)^2 \mathbf{v}_1 - (\hat{k} \cdot \mathbf{v}_1) (\hat{k} \cdot \hat{B}_0) \hat{B}_0 + [(\hat{k} \cdot \mathbf{v}_1) - (\hat{k} \cdot \hat{B}_0) (\hat{B}_0 \cdot \mathbf{v}_1)] \hat{k}. \quad (2.84)$$

Su forma análoga en términos del ángulo θ_B entre la dirección de propagación y B_0

$$\frac{\omega \mathbf{v}_1}{v_A^2} = k^2 \cos^2 \theta_B \mathbf{v}_1 - (\hat{k} \cdot \mathbf{v}_1) k \cos \theta_B \hat{B}_0 + [(\hat{k} \cdot \mathbf{v}_1) - k \cos \theta_B (\hat{B}_0 \cdot \mathbf{v}_1)] \hat{k}. \quad (2.85)$$

Realizando el producto escalar con \mathbf{k} con la ecuación (2.84) se obtiene la relación de dispersión para las ondas de Alfvén, esta relación tiene dos soluciones:

$$(\omega^2 - k^2 v_a^2)(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v}_1) = 0. \quad (2.86)$$

El primer caso es cuando la perturbación es incompresible $\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v} = 0$. Aplicando a (2.84) y tomando la raíz positiva se tiene que:

$$\omega = k v_A \cos \theta_B. \quad (2.87)$$

Para el caso en el que se toma la raíz negativa, el único cambio que hay es en la dirección de propagación de la onda. De la ecuación (2.87), es claro ver que este tipo de ondas no se propaga en todas las direcciones, ya que cuando el ángulo entre la dirección de propagación y el campo magnético es $1/2\pi$ ($\hat{\mathbf{k}}$ es normal a $\hat{\mathbf{B}}$) no hay propagación; sin embargo, cuando $\theta_B = 0$ la propagación es máxima. Por lo tanto, la dirección de propagación de las ondas de Alfvén es paralelo (a lo largo) del campo magnético. Esto es mostrado en la Figura 2.1.

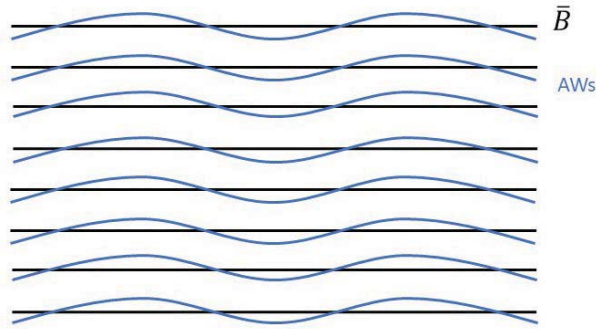


Figura 2.1: Esquema de las ondas de Alfvén. Su propagación se da a lo largo de las líneas de campo magnético.

Ondas magnetosónicas Las ondas magnetosónicas también se conocen como ondas magnetoacústicas y surgen de considerar los efectos debidos a gradientes de presión y a la fuerza magnética.

de la ecuación (2.81)

$$\frac{\omega \mathbf{v}_1}{v_A^2} = (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{B}}_0)^2 \mathbf{v}_1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v}_1)(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{B}}_0) \hat{\mathbf{B}}_0 + [(1 + c_s^2 v_A^2)(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v}_1) - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{B}}_0)(\hat{\mathbf{B}}_0 \cdot \mathbf{v}_1)] \hat{\mathbf{k}}. \quad (2.88)$$

Debido a que el término \mathbf{v}_1 , aparece en $\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v}_1$ y $\hat{\mathbf{B}}_0 \cdot \mathbf{v}_1$ se toma el producto punto con $\hat{\mathbf{B}}_0$ y $\hat{\mathbf{k}}$ para obtener:

$$(-\omega^2 + k^2 c_s^2 + k^2 v_A^2)(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v}_1) = k^3 v_A^2 \cos \theta_B (\hat{\mathbf{B}}_0 \cdot \mathbf{v}_1), \quad (2.89)$$

$$k \cos \theta_B c_s^2 (\hat{k} \cdot \mathbf{v}_1) = k^3 v_A^2 \cos \theta_B (\hat{B}_0 \cdot \mathbf{v}_1). \quad (2.90)$$

Haciendo $\hat{k} \cdot \mathbf{v}_1 / (\hat{B}_0 \cdot \mathbf{v}_1)$ con las 2 ecuaciones anteriores se obtiene la relación de dispersión

$$\omega^4 - \omega^2 k^2 (c_s^2 + v_A^2) + c_s^2 v_A^2 k^4 \cos^2 \theta_B = 0. \quad (2.91)$$

De las perturbaciones que se propagan hacia el exterior (ω/k), la ecuación (2.91) tiene dos soluciones

$$\frac{\omega}{k} = \left[\frac{1}{2} (c_s^2 + v_A^2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(c_s^4 + v_A^4 - c_s^2) v_A^2 \cos 2\theta_B} \right]^{1/2}. \quad (2.92)$$

El modo rápido es conocido como ondas magnetoacústicas rápidas ($w_M S f$), mientras que al modo lento se le llama ondas magnetocústicas lentas ($w_M S s$). Además, el modo intermedio se refiere a las ondas de Alfvén. Cuando $\theta_B = 0$ la propagación es a lo largo de \mathbf{B} y la velocidad de fase es debida a c_s o v_A . Cuando $\theta_B = \frac{1}{2}\pi$ la propagación es a través del campo con una velocidad de fase $w_M S f = (c_s^2 + v_A^2)$ o 0 dependiendo del signo en la raíz cuadrada de la ecuación (2.92). Esta última velocidad, es la velocidad de propagación de las ondas magnetosónicas rápidas, las cuales se difunden hacia $\frac{1}{2}\pi$. Para el modo lento, cuando θ_B tiende a $\frac{1}{2}\pi$, ω/k y la componente del número de onda ($k \cos \theta_B$) a través del campo, tienden a cero. La componente de la velocidad de fase a lo largo del campo ($\omega/k \cos \theta_B$) se aproxima a:

$$w_M S s = \frac{\omega}{k \cos \theta_B} = \frac{c_s v_A}{(v_A^2 + c_s^2)^{1/2}} = c_T, \quad (2.93)$$

la cual se conoce como velocidad lenta o velocidad de tubo. Las ondas magnetoacústicas pueden ser consideradas como ondas de sonido que son modificadas por el campo magnético. Así pues, cabe señalar que las ondas magnetosónicas rápidas y lentas se propagan en dirección perpendicular (a través) al campo magnético como se muestra en la Figura 2.2, mientras que las ondas de Alfvén, como se mencionó con anterioridad, se propagan de manera paralela (a lo largo) del campo magnético.

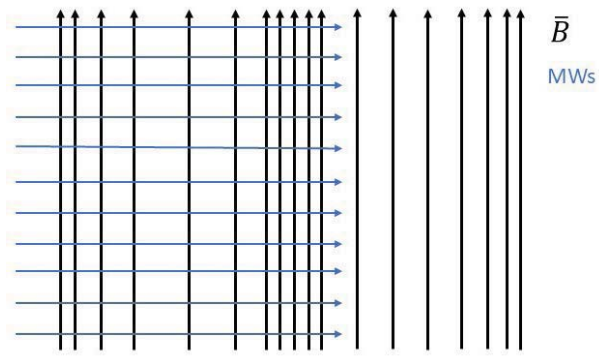


Figura 2.2: Esquema de las ondas magnetosónicas. La propagación de estas ondas se da de manera perpendicular al campo magnético.

3

Código numérico PLUTO

3.1. Descripción del código PLUTO

El código PLUTO¹ es un software de captura de choques de alta resolución, multialgorítmico y multifísico, idóneo para resolver problemas en 1, 2, y 3 dimensiones, que está orientado a problemas astrofísicos. Este código está escrito en los lenguajes de programación C, C++ y Fortran. PLUTO está diseñado de manera modular, lo cual permite que se puedan combinar diferentes algoritmos y sistemas, con leyes de conservación o regímenes como sistemas clásicos, relativistas, MHD, entre otros.

Además, es posible hacer simulaciones con un procesador o múltiples procesadores, ya que PLUTO tiene implementada la librería de paso de mensajes (MPI); asimismo, cuenta con una malla fija y malla adaptativa (AMR), esta última hace uso de las librerías CHOMBO. Este software cuenta con una interfaz escrita en Python, la cual permite cambiar fácilmente entre módulos y algoritmos (Mignone et al. , 2007, 2012).

3.2. Diseño de PLUTO

PLUTO resuelve sistemas de leyes de conservación como el que se muestra en la ecuación (3.1)

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{T}(\mathbf{U}) = \mathbf{S}(\mathbf{U}). \quad (3.1)$$

¹<http://plutocode.ph.unito.it/>

Donde U son las variables conservadas, $T(U)$ es un tensor de rango dos y $S(U)$ son los términos fuente. La integración de estos sistemas se hace a través de la resolución de esquemas de captura de choques, usando el formalismo de volumen finito donde los promedios de volumen evolucionan en el tiempo. La integración numérica de estos sistemas se realiza en 3 pasos: reconstrucción, estimación de los flujos y evolución temporal. La reconstrucción, consiste en determinar las cantidades conservadas en la interfaz de cada celda. En esta se calculan los valores a la izquierda y derecha de la interfaz de cada celda. Seguido de la reconstrucción, se hace la conversión de las variables conservadas a las primitivas mediante la resolución del problema de Riemann (véase sección 4.1). El último paso realizado por este código, es la actualización de las cantidades conservadas y la evolución temporal en donde se hace una discretización de las leyes conservativas del tipo mostrado en la ecuación (3.2)

$$U^{n+1} = U^n + \Delta t \mathcal{L}. \quad (3.2)$$

Donde U^n , es una solución conocida en una celda dada a un $t = t^n$ y \mathcal{L} , es un operador de diferencia de flujo que se define como:

$$\mathcal{L} = \sum_{d=d'}^{d=d''} \frac{F_+^d - F_-^d}{\Delta x^d} + S^d. \quad (3.3)$$

En la ecuación (3.3), $d = 1, 2, 3$ e indica una dirección dada y F_{\pm}^d son los flujos calculados en las caras ortogonales al lado x^d ; d' y d'' dependen del método de resolución y del número de dimensiones usados (Mignone, 2009). El paso de tiempo Δt está limitado por el número de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)

$$\Delta t = C_a \left(\frac{\Delta l_{\min}^d}{\max(v_x, v_y, v_z, c_s)} \right), \quad (3.4)$$

donde C_a es el número de Courant, el cual puede tener diferentes valores dependiendo del algoritmo usado (estos valores pueden ser consultados en la tabla 2 de Mignone et al. (2007)), Δl_{\min}^d es la longitud de la celda más pequeña y en el denominador se selecciona la velocidad más grande. PLUTO contiene diferentes esquemas de evolución temporal para la evolución numérica de (3.1) (Mignone et al., 2007; Mignone, 2009).

3.3. Resolución del sistema de ecuaciones de la RMHD

Ya que esta investigación se centra en el estudio de flujos relativistas en medios magnetizados, se consideran las ecuaciones de la RMHD (véase sección 2.4). El sistema que resuelve PLUTO proviene de las ecuaciones (2.54, 2.55). Basta con sustituir la ecuación de estado (2.40),

las ecuaciones (2.56-2.59) y hacer las reducciones pertinentes para obtener el sistema que se muestra a continuación :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} D \\ m \\ \mathbf{B} \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} D\mathbf{v} \\ w_t\gamma^2\mathbf{v}\mathbf{v} - \mathbf{b}\mathbf{b} + I\mathbf{p}_t \\ \mathbf{v}\mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{v} \\ m \end{pmatrix}^T, \quad (3.5)$$

donde $w_t = p h + b_m^2$, $b_m^2 = |\mathbf{B}|^2/\gamma^2 + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})^2$, $\mathbf{b} = \mathbf{B}/\gamma + \gamma(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})\mathbf{v}$ y $p_t = p + b_m^2/2$, la cual es la presión total conformada por la suma de la presión térmica y magnética. Las componentes de \mathbf{U} están relacionadas con la variables primitivas mediante $\mathbf{V} \equiv (\rho, \mathbf{v}, p, \mathbf{B})$:

$$D = \rho\gamma, \quad (3.6)$$

$$m = (\rho h\gamma^2 + |\mathbf{B}|^2)\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})\mathbf{B}, \quad (3.7)$$

$$E = \rho h\gamma^2 - p + \frac{|\mathbf{B}|^2}{2} + \frac{|\mathbf{v}|^2|\mathbf{B}|^2 - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})^2}{2}. \quad (3.8)$$

Para que el sistema de ecuaciones esté completo, es necesario tener la ecuación de estado apropiada; en el módulo RMHD se utiliza una ley Γ constante con entalpía específica. Γ es la relación de calor específico (Mignone & Bodo , 2006; Mignone et al. , 2007).

$$w = 1 + \frac{\Gamma}{\Gamma - 1} \frac{P_g}{\rho}. \quad (3.9)$$

3.4. Conservación de la ley de Gauss

Debido a que el problema a atacar usa campos magnéticos \mathbf{B} , es necesario verificar que se cumpla la ley de Gauss para campos magnéticos $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Los códigos numéricos que resuelven las ecuaciones de la MHD deben de satisfacer la condición antes mencionada, por lo cual, se implementa $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$ como por definición $\nabla \cdot (\nabla \times) \equiv 0$, se debería conservar la condición antes dicha; sin embargo, como la divergencia del rotacional discretizado no es exactamente cero, comienzan a aparecer errores numéricos asociados al campo magnético, lo cual puede generar sistemas físicamente erróneos.

PLUTO contiene tres métodos diseñados para la reducción de errores numéricos asociados a la divergencia del campo magnético. Estos son la formulación de 8 ondas de Powell, el transporte restringido y la limpieza de divergencias. A continuación, se discute cada uno de los métodos.

Las **Ocho ondas de Powell** es el método introducido por Kenneth G. Powell (Powell , 1994; Powell et al. , 1999), en donde sugiere una forma alternativa a las ecuaciones conservativas MHD, ya que se introducen términos fuente dejándolas como se muestra en (3.10) - (3.12)

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (v\rho v - BB) + \nabla p_{tot} = -(\nabla \cdot B)B, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot (ve + vp_{tot} - BB \cdot v - B \times \eta J) = -(\nabla \cdot B)B \cdot v, \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \nabla \cdot (vB - Bv) + \nabla \times \eta J = -(\nabla \cdot B)v. \quad (3.12)$$

Estos términos fuente son proporcionales a $\nabla \cdot B$, por lo tanto, analíticamente son cero; sin embargo, numéricamente pueden ser distintos de cero (Tóth , 2000). Algunas de las ventajas de este método es que es barato computacionalmente y fácil de implementar (Mignone & Bodo , 2008) . Además, se cree que los monopolos magnéticos que se generan se propagan con el flujo, por lo cual para muchos problemas este método funciona adecuadamente; sin embargo, como muestra Tóth (2000), para problemas con choques fuertes, los términos fuente introducidos en las ecuaciones (3.10) - (3.12) pueden producir relaciones de salto incorrectas, y por lo tanto resultados incorrectos; asimismo, los errores producidos no dependen de la resolución de la malla que se use.

El **Transporte restringido** es el método propuesto por Evans & Hawley (1988), en el que se discretiza la ecuación de inducción mediante el escalonamiento de los campos eléctricos y magnéticos. Las componentes del campo magnético se sitúan en la interfaz de la celda, mientras que la componente z del campo eléctrico denotada como $\Omega = E_z = -v \times B + \eta J$ se sitúa en las esquinas de la celda $x_{j+1/2}, y_{k+1/2}$. Para el caso 2D mostrado en Tóth (2000), las componentes del campo magnético B_x y B_y se posicionan en $x_{j+1/2}, y_k$ y $x_j, y_{k+1/2}$ respectivamente. Combinando las ecuaciones (2.20) y (2.21) se obtiene:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (-v \times B + \eta J). \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13) se discretiza mediante diferencias finitas obteniendo

$$B_{j+1/2,k}^{x,n+1} = B_{j+1/2,k}^{x,n} - \Delta t \frac{\Omega_{j+1/2,k+1/2} - \Omega_{j+1/2,k+1/2}}{\Delta y}, \quad (3.14)$$

$$B_{j+1/2,k}^{y,n+1} = B_{j+1/2,k}^{y,n} - \Delta t \frac{\Omega_{j+1/2,k+1/2} - \Omega_{j+1/2,k+1/2}}{\Delta x}. \quad (3.15)$$

La divergencia numérica de \mathbf{b} se define como

$$(\nabla \cdot \mathbf{B})_{j,k} = \frac{B_{j+1/2,k}^x - B_{j-1/2,k}^x}{\Delta x} + \frac{B_{j,k+1/2}^y - B_{j,k-1/2}^y}{\Delta y}. \quad (3.16)$$

La ecuación (3.16) no sufre cambios debido a errores de precisión por redondeo, ya que $\nabla \cdot \mathbf{B}^n = 0$ y $\nabla \cdot \mathbf{B}^{n+1} = 0$ (Tóth, 2000).

La **limpieza de divergencias** está enfocado en resolver un sistema de leyes de conservación modificado, donde la ecuación de inducción se acopla a un multiplicador lagrangeano, por lo tanto la ecuación de inducción queda como:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{v}) + \nabla \psi = 0, \quad (3.17)$$

Con la condición solenoidal:

$$\mathcal{D}(\psi) + \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (3.18)$$

Donde \mathcal{D} es un operador diferencial. Al tomar $\mathcal{D} = 0$ resulta una corrección elíptica; una segunda corrección resulta de hacer $\mathcal{D}(\psi) = \psi/c_p^2$ con $c_p > 0$, la cual es una corrección parabólica. Finalmente, una tercera corrección hiperbólica resulta de escoger $\mathcal{D}(\psi) = \psi/c_h^{-2} \partial \psi / \partial t$ con $c_h > 0$. Las primeras dos correcciones hacen que los errores de la divergencia locales sean amortiguados, mientras que la última corrección propaga los errores de la divergencia local a la frontera con velocidad c_h . Con estas correcciones la divergencia resultante es:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + c_h^2 \nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{c_h^2}{c_p^2} \psi. \quad (3.19)$$

En este método, los errores en la divergencia se transportan a los límites del dominio con la velocidad c_h y se amortiguan. La ventaja de este procedimiento es que se preserva la forma conservativa del sistema MHD; por otra parte, la ecuación para la componente normal del campo magnético y ψ se pueden desacoplar, lo cual resulta en una reducción del costo computacional (Mignone & Bodo, 2008).

3.5. Paralelización

PLUTO utiliza la paquetería CHOMBO² para el posible uso de múltiples procesadores, así como para la incorporación de una malla que varía su resolución (malla adaptativa) en función de ciertos gradientes (por ejemplo densidad, temperatura, v_x , v_y , presión, o una combinación

²<https://commons.lbl.gov/display/chombo?atoken=81d97aed58429e7b49609fe0c7fb3175e3e322f5>

de éstas). Además utiliza las librerías MPI para el uso de múltiples procesadores. A continuación se explican las generalidades de la paralelización.

La paralelización consiste en resolver un problema dado en múltiples procesadores simultáneamente. De manera convencional, un problema se resuelve ejecutando una sola instrucción a un tiempo dado, mientras que en el modelo en paralelo se ejecutan múltiples instrucciones al mismo tiempo. En este sentido el sistema en paralelo requiere de un menor tiempo de cómputo para problemas de alto desempeño computacional.

Como se mencionó con anterioridad, debido al incremento en la complejidad de las simulaciones numéricas, fue necesario implementar ambientes computacionales que fueran capaces de resolver estos problemas en el menor tiempo posible. Así es como surge Message Passing Interface³ (MPI), la cual es una librería diseñada para el intercambio de información entre procesadores. En este entorno cada procesador tiene la capacidad para comunicarse de manera explícita con otros procesadores para acceder a la información de estos. La Figura 3.1 muestra la manera en que un problema es resuelto mediante el sistema MPI.

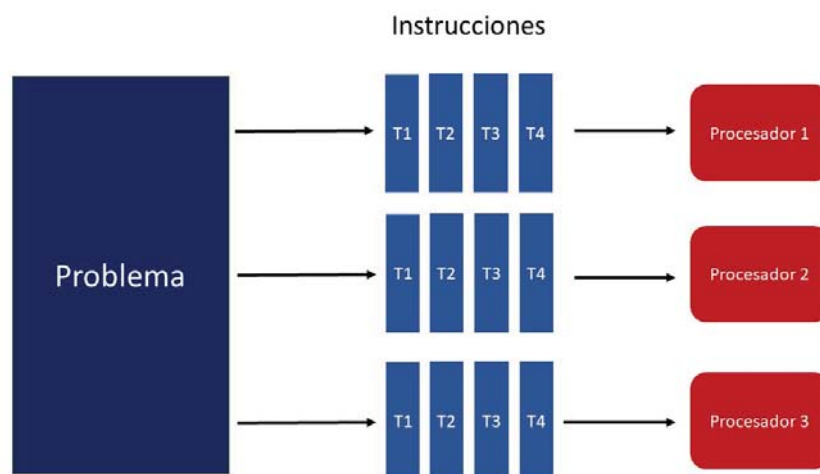


Figura 3.1: Método de resolución para un problema mediante el entorno MPI.

En las simulaciones descritas en el capítulo 6 se empleó la paquetería de MPI mediante el uso de la supercomputadora Miztli⁴⁵ la cual pertenece a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Miztli se constituye de 322 servidores, una red Infiniband, un sistema de almacenamiento de 750 Terabytes, 5,312 núcleos de procesamiento, 16 tarjetas NVIDIA m2090 y una memoria RAM total de 15,000 Gbytes; con estas especificaciones la capacidad de procesamiento de la computadora es de 118×10^{12} de operaciones aritméticas por segundo

³<https://www.mpich.org/>

⁴<http://www.super.unam.mx/index.php/home/acerca-de>

⁵ <http://www.lancad.mx/?p=59>

(118 TFlop/s).

4

Validación del código

Con la finalidad de saber si un código numérico resuelve de manera correcta diferentes problemas físicos es necesario someterlo a diferentes pruebas de validación. Por ello, este capítulo se dedica a la validación del código numérico PLUTO. Primeramente se da una introducción al problema de Riemann, el cual tiene una solución analítica conocida. De este problema se desprenden las simulaciones de tubos de choque. Seguido de ello se muestran las pruebas de rotor MHD y rotor RMHD y finalmente se presenta un estudio a la conservación de la divergencia del campo magnético.

4.1. Problema de Riemann

El problema de Riemann es un problema de valor inicial para leyes de conservación como la mostrada en la ecuación (4.1) con al menos dos variables independientes como x y t . El problema consiste en dos estados constantes U_L y U_R separados por una discontinuidad, estos estados tienen propiedades diferentes entre sí. El problema de Riemann es útil para la verificación de códigos, existen variantes de su resolución para los casos HD, RHD, MHD y RMHD. En los códigos hidrodinámicos basados en los métodos de Godunov, el dominio computacional se discretiza y cada interfaz entre dos zonas de la malla adyacentes se usan para construir los estados iniciales izquierdo y derecho de un problema *local* de Riemann (Giacomazzo, & Rezzolla, 2006).

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x}. \quad (4.1)$$

La condición inicial para la resolución de este problema se muestra a continuación:

$$U(x, 0) = \begin{cases} U_L, & \text{si } x < 0, \\ U_R, & \text{si } x > 0. \end{cases} \quad (4.2)$$

4.2. Problema de Riemann en RMHD

El problema de Riemann RMHD, consiste en un conjunto de siete ondas no lineales: cuatro ondas magnetoacústicas (FW para el modo rápido y SW para el lento), dos ondas de Alfvén (AW) y una discontinuidad de contacto (CD) para ρ (Giacomazzo, & Rezzolla, 2006). De manera unidimensional este problema se soluciona a partir de la ecuación (4.1) la cual se discretiza sobre el paso de tiempo:

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (f_{i+1/2} - f_{i-1/2}), \quad (4.3)$$

donde Δx es el tamaño de la celda, $f_{i+1/2}$ es el flujo calculado en $x_{i+1/2}$. Esta ecuación se resuelve para $t^n < t < t^{n+1}$ junto con la condición mostrada en (4.4)

$$U(x, 0) = \begin{cases} U_{L,i+1/2}, & \text{si } x < x_{i+1/2}, \\ U_{R,i+1/2}, & \text{si } x > x_{i+1/2}. \end{cases} \quad (4.4)$$

$U_{L,i+1/2}$ y $U_{R,i+1/2}$ se asume que son constantes a trozos en el estado izquierdo y derecho respectivamente en la interfaz $i + 1/2$ (Mignone & Bodo, 2006; Mignone et al., 2009). Las ondas FW y SW pueden ser choques u ondas de rarefacción, dependiendo de la presión y la magnitud del campo magnético. Además Mignone et al. (2009), menciona que ρ , P , v y \mathbf{B} cambian de manera discontinua a través de un choque rápido o lento, mientras que las cantidades termodinámicas permanecen continuas al cruzar una onda de Alfvén relativista.

4.3. Pruebas numéricas de validación

4.3.1. Tubos de choque 2D-RHD

Como menciona Del Zanna & Bucciantini (2002), los tubos de choque bidimensionales constan de un dominio cuadrado dividido en cuatro regiones con una condición inicial constante, la cual se deja evolucionar en el tiempo. El problema de Riemann 2D fue propuesto por Lax & Liu (1998), y extendido a su versión relativista por Del Zanna & Bucciantini (2002).

Este problema ha sido usado por muchos autores como: De Colle et al. (2012); Mignone & Bodo (2006); Lucas-Serrano et al. (2004); Wang et al. (2008), para la validación de sus códigos. La condición inicial de esta prueba es:

$$\begin{aligned}
 (\rho, v_x, v_y, P)^{NE} &= (0.1, 0, 0, 0.01) \quad \text{si } x \geq 0.5, y \geq 0.5, \\
 (\rho, v_x, v_y, P)^{NW} &= (0.1, 0.99, 0, 1) \quad \text{si } x \leq 0.5, y \geq 0.5, \\
 (\rho, v_x, v_y, P)^{SE} &= (0.5, 0, 0, 1) \quad \text{si } x \geq 0.5, y \leq 0.5, \\
 (\rho, v_x, v_y, P)^{SW} &= (0.1, 0, 0.99, 1) \quad \text{si } x \leq 0.5, y \leq 0.5.
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

En la Figura 4.1 se muestra una comparación entre la simulación obtenida por De Colle et al. (2012) (panel izquierdo) y la obtenida con PLUTO (panel derecho). En estas figuras se graficaron los isocontornos de densidad a $t = 0.4$ s. Es posible observar los choques entre las discontinuidades NE-NW y SE-SW, el choque oblicuo en la región SW y la estructura elongada sobre la diagonal.

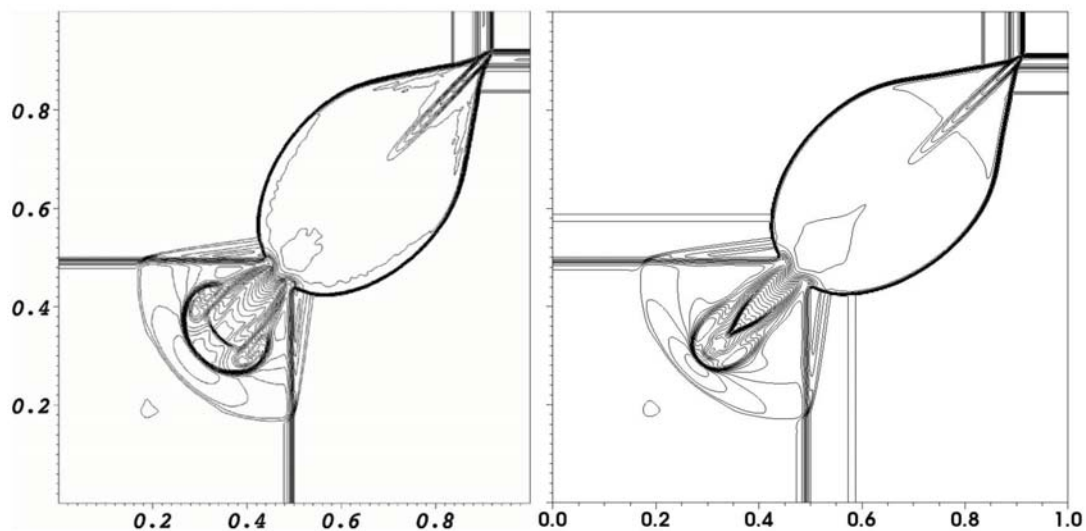


Figura 4.1: Isocontornos de densidad en donde se compara el problema de Riemman 2D relativista. El panel izquierdo muestra el resultado de la simulación obtenido por De Colle et al. (2012). El panel derecho muestra el resultado utilizando PLUTO.

4.3.2. Tubos de choque 3D-RMHD

El problema de los tubos de choque magnetizados fue propuesto por van Putten (1993) para su versión relativista y por Brio & Wu (1988) para su versión no relativista. Las pruebas fueron realizadas con una resolución de $n_x = n_y = 512$, $\gamma = 2$, un dominio computacional $x = y \in [0, 1]$ y las condiciones presentadas en la tabla 4.1; el tiempo de la simulación es de $t = 0.4$. El problema de los tubos de choque ha sido realizado por numerosos autores para la

comprobación de sus códigos, algunos de ellos son Mignone & Bodo (2006); De Colle et al. (2012); Giacomazzo, & Rezzolla (2006).

Tabla 4.1: Condiciones iniciales para las pruebas de tubos de choque. Estos problemas se realizaron con una resolución de 512×512 en un dominio computacional de $x = y \in [0, 1]$ y se dejaron correr hasta $t = 0.4$.

Prueba	ρ	P_g	v_x	v_y	v_z	B_x	B_y	B_z
1L	1	1	0	0	0	0.5	1	0
1R	0.125	0.1	0	0	0	0.5	-1	0
2L	1	30	0	0	0	5	6	6
2R	1	1	0	0	0	5	0.7	0.7
3L	1	10^3	0	0	0	10	7	7
3R	1	0.1	0	0	0	10	0.7	0.7
4L	1	0.1	0.999	0	0	10	7	7
4R	1	0.1	-0.999	0	0	10	-7	-7

Debido a que en el problema del tubo de choque se tienen 3 componentes (x, y, z) , se realizó una simulación en 3 dimensiones con la finalidad de seguir la evolución que se tiene. Esto es mostrado en la Figura 4.2, en la cual se gráfica el mapa de densidad tridimensional a tres tiempos diferentes, con ello es posible observar la evolución temporal del choque. La línea negra representa la componente que se toma para realizar el tubo de choque unidimensional.

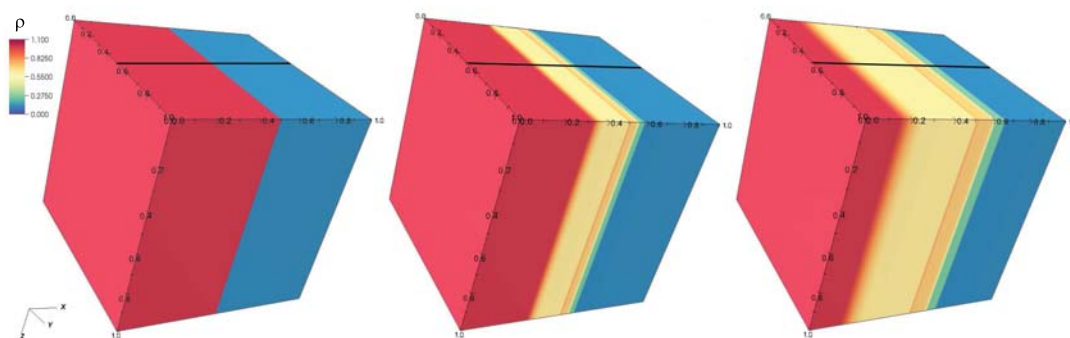


Figura 4.2: Mapa de densidad de un tubo de choque tridimensional realizado a partir del test 1 mostrado en la tabla 4.1. La línea negra representa la componente que se toma para realizar la Figura 4.3.

En la Figura 4.3 se muestra la componente lineal de la Figura 4.2. En ella se observa el comportamiento que tiene el choque, además, se muestra una línea roja la cual es realizada a alta

resolución lo cual nos indica que se aproxima a la solución analítica. La comparación de la simulación realizada para este trabajo contra la de otros autores (mencionados con anterioridad) nos muestra las discontinuidades del choque obtenidas por PLUTO son correctas.

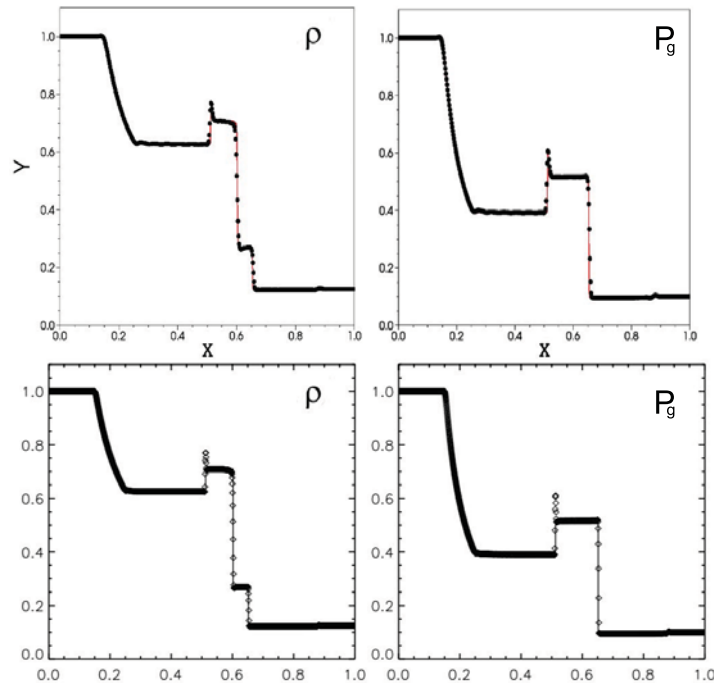


Figura 4.3: Tubo de choque unidimensional, se tomó una componente lineal de la Figura 4.2 en la cual se observa el choque tridimensional. Todos los paneles mostrados fueron realizados con PLUTO. Los superiores se hicieron para este trabajo. La línea roja es una aproximación a la solución analítica, esta fue realizada mediante una simulación a alta resolución. Los paneles inferiores fueron hechos por Mignone et al. (2012), la línea sólida representa una aproximación a la solución analítica.

4.3.3. Rotor 2D-MHD

El problema del rotor magnetizado fue propuesto por Balsara & Spicer (1999), y consiste en un cilindro denso que gira a alta velocidad el cual está embebido en un medio de densidad, presión y campo magnético constante. La velocidad a la que gira el rotor genera perturbaciones en el campo magnético dando lugar a ondas de Alfvén torsionales, las cuales son lanzadas dentro del medio que rodea al rotor resultando en la pérdida de momento angular del rotor. Como el campo magnético es lo suficientemente fuerte, las líneas de campo rodean al rotor produciendo un aumento en la presión magnética, lo cual comprime al fluido en el rotor y le confiere su forma oblatada final.

En esta prueba se siguen las condiciones iniciales propuestas por Tóth (2000), y que son reproducidas por Guillet et al. (2019) contra el cual se hace la comparación de la densidad y

el error en $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Para ello se utilizó una malla fija con resolución de $N_x = N_y = 512$ en un dominio computacional $x, y \in [-1/2, 1/2]$, $\gamma = 1.4$ y condiciones a la frontera de *outflow*. El disco tiene un radio $R \pm 0.1$, densidad $\rho = 10$, $P = 1.0$ y velocidad $v = \omega(-y, x, 0)$ donde $\omega = 2.0$ es la frecuencia angular de rotación. El medio que rodea al disco tiene $\rho = 1$, $P = 1$ y campo magnético constante $B_x = 5/\sqrt{4\pi}$. La simulación se llevó a cabo usando un resolvidor HLL, con un número CFL $C_a = 0.5$; además, se utilizó el método de CT y DC para el control de la divergencia del campo magnético. La simulación se dejó correr hasta un tiempo $t = 0.15$. Los resultados a este tiempo son mostrados en la Figura 4.4. En esta se hace una comparación de la morfología del rotor, esto es debido a la falta de información proporcionada por Guillet et al. (2019)

En los paneles a) y b) se muestra la comparación de los mapas de densidad realizados por Guillet et al. (2019) y con PLUTO en ellos se observa que la geometría seguida ambos rotores es idéntica, sin embargo, las zonas del choque se resuelven mejor en el caso de Guillet (una de las razones de este resultado puede ser causado por el esquema que se usó para resolverlo). En los paneles c) y d) se hace la comparación de la presión magnética obtenida por Guillet et al. (2019) y con PLUTO, en estos se observa la geometría seguida por ambos códigos es idéntica; debido que tanto en el mapa de densidad como en el mapa de presión magnética se observan las ondas de Alfvén torsionales, es posible aseverar que PLUTO encuentra la solución al problema del rotor magnetizado de manera adecuada.

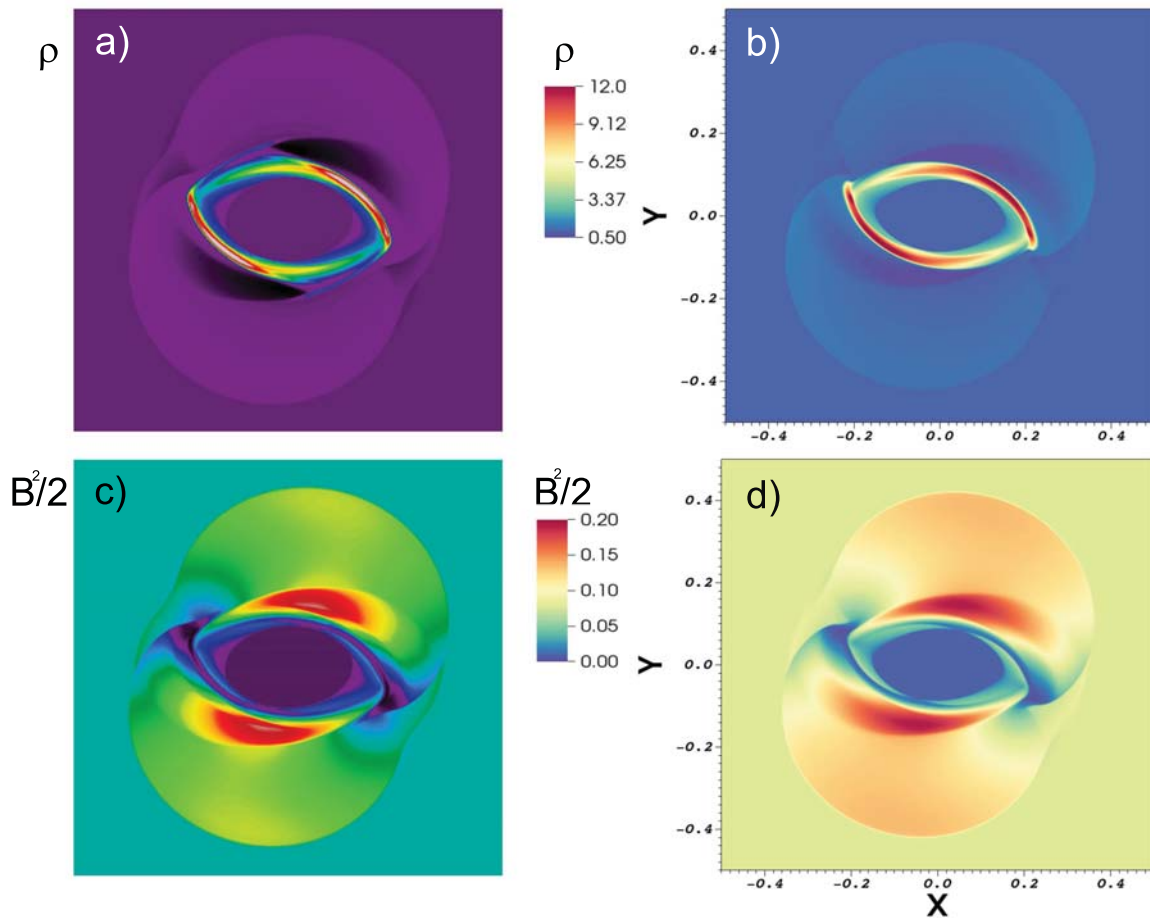


Figura 4.4: Comparación del problema del rotor MHD. Los paneles de la izquierda pertenecen a Guillet et al. (2019) mientras que los paneles de la derecha fueron realizados utilizando el código numérico PLUTO.

Una vez realizada la comparación de los mapas de densidad y presión magnética, se procedió a comparar el error en $\nabla \cdot \mathbf{B}$ ya que es necesario que se mantenga esta condición para que los resultados obtenidos sean confiables. Estos resultados son mostrados en la sección 4.3.5.

4.3.4. Rotor 2D-RMHD

De acuerdo a Del Zanna et al. (2003), no existen pruebas multidimensionales analíticas para problemas de RMHD, por lo cual, la verificación de los códigos debe de hacerse a un nivel cualitativo. Para la comprobación del módulo RMHD en 2 dimensiones de PLUTO, se programó un disco rotante con medio magnetizado (Del Zanna et al. , 2003; van der Holst et al. , 2008; Mignone et al. , 2012).

Para este problema se usan las mismas condiciones que en el rotor MHD, exceptuando la resolución que fue de $N_x = N_y = 400$, $\gamma = 5/3$, velocidad $v = \omega(-y, x, 0)$ donde $\omega = 9.95$ es la frecuencia angular de rotación. El medio que rodea al disco tiene un campo magnético

constante $B_x = 1$ y valores de ρ y P iguales que en el problema anterior. La simulación se llevó a cabo usando un resolvidor HLL¹ (Harten-Lax-van Leer), con un número CFL $C_a = 0.5$, además se utilizó el método de CT y DC para el control de la divergencia de \mathbf{B} . La simulación se dejó correr hasta un tiempo $t = 0.4$. Los resultados a este tiempo son mostrados en la Figura 4.5. El panel a) muestra el mapa de densidad del rotor RMHD, en el que se observan ondas de Alfvén torcionales creadas por la perturbación al campo magnético.

Este problema se compara contra la Figura 26 de Mignone et al. (2012) en esta se puede observar que las estructuras obtenidas tanto con la simulación realizada para este trabajo como la de él son muy similares. Se pueden observar pequeñas diferencias debido a la resolución utilizada en ambas simulaciones, ya que, Mignone et al. (2012) utiliza malla adaptativa con una resolución de 64^2 , y como se menciono anteriormente, nosotros utilizamos una resolución de $N_x = N_y = 400$.

¹[https://www.scirp.org/\(S\(351jmbntvnsjt1aadkposzje\)\)/journal/paperinformation.aspx?paperid=59106](https://www.scirp.org/(S(351jmbntvnsjt1aadkposzje))/journal/paperinformation.aspx?paperid=59106)

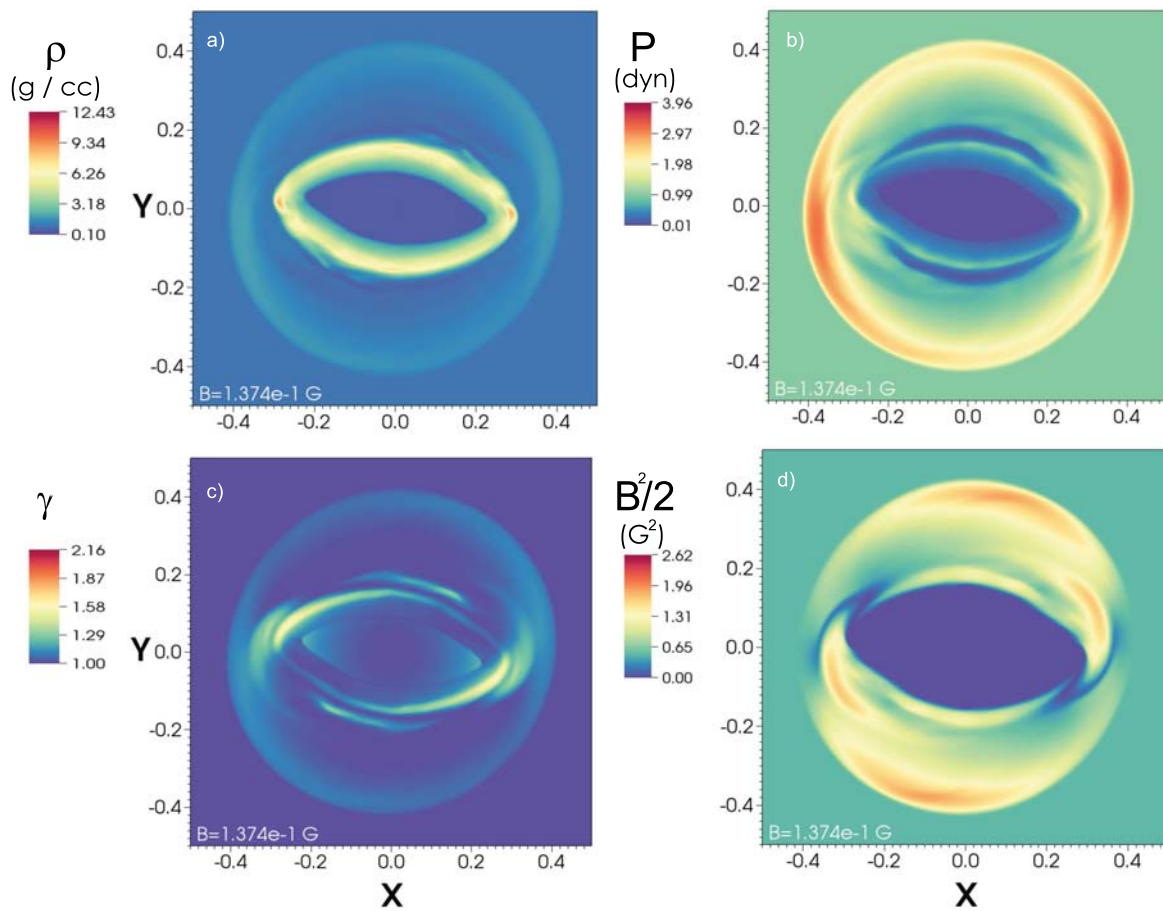


Figura 4.5: Prueba de Rotor RMHD en donde se muestran los mapas de densidad, presión, factor de Lorentz y presión magnética. El medio tiene $\rho = P = 1$ y $B_x = 1$, mientras que para $R \leq 0.1$ $\rho = 10$, $P = 1$ y $v = \omega(-y, x, 0)$ donde $\omega = 9.95$. Este problema se compara contra la Figura 26 de Mignone et al. (2012).

4.3.5. Estudio de la divergencia del campo magnético

Debido a que numéricamente no se mantiene $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, se aplican diferentes estrategias como las mencionadas en 3.4 para maximizar la conservación de la ley de Gauss para el magnetismo. Por lo cual, se realizó un análisis en donde se comparan los diferentes métodos de conservación de la divergencia del campo magnético, contra soluciones conocidas obtenidas por Guillet et al. (2019), Del Zanna et al. (2003), van der Holst et al. (2008), Mignone et al. (2012). Esta prueba se efectuó tomando un problema conocido al cual se le aplicaron los esquemas de conservación de 8 ondas, CT y DC en diferentes corridas. Todos los errores mostrados son errores relativos.

La primer prueba con la que se procedió fue una comparación para los diversos esquemas en la conservación de $\nabla \cdot \mathbf{B}$ realizada con el rotor RMHD. La Figura 4.6 muestra los tres métodos que pueden ser usados en PLUTO. En ella se graficó el error normalizado, para medir error el

relativo en el campo magnético que puede atribuirse a monopolos en una celda. El esquema de 8 ondas de Powell representado por la línea verde es el que tiene la menor conservación de la condición mencionada. El método de DC junto con CT son los esquemas que más conservan la divergencia del campo magnético. Ambos métodos tienen un error similar, sin embargo, el método de CT debería conservar $\nabla \cdot \mathbf{B}$ con error de máquina ($\sim 10^{-14}$) de este análisis no queda claro el porque no conserva la divergencia de esta manera.

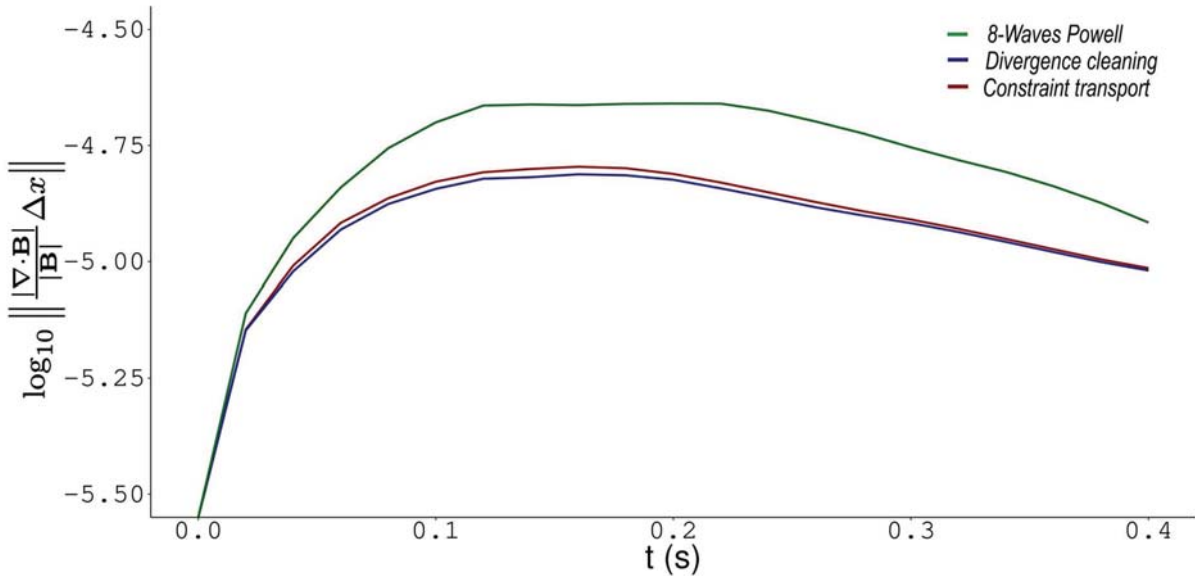


Figura 4.6: Comparación del error en la divergencia del campo magnético. La línea verde muestra el error obtenido con el método de 8-ondas, mientras que la línea azul muestra el resultado con DC y finalmente la línea roja muestra el comportamiento que tiene el error utilizando el método de CT.

Ya que en la Figura 4.6 se muestra que el método DC y CT son comparables, se utilizan ambos para la comparación de los siguientes casos. El primero de ellos es para el rotor MHD. En la Figura 4.7 se contrastan los resultados obtenidos por Guillet et al. (2019) en donde se utilizó el método de DC y los resultados obtenidos por nosotros con los métodos mencionados con anterioridad para el tratamiento de la divergencia. La línea azul muestra el comportamiento del error obtenido por Guillet et al. (2019), en donde el error máximo que alcanzan es del orden de 10^{-3} . La línea roja representa el error obtenido con CT y la línea verde el error con DC, en donde se observa que el error alcanzado es del orden de 10^{-6} .

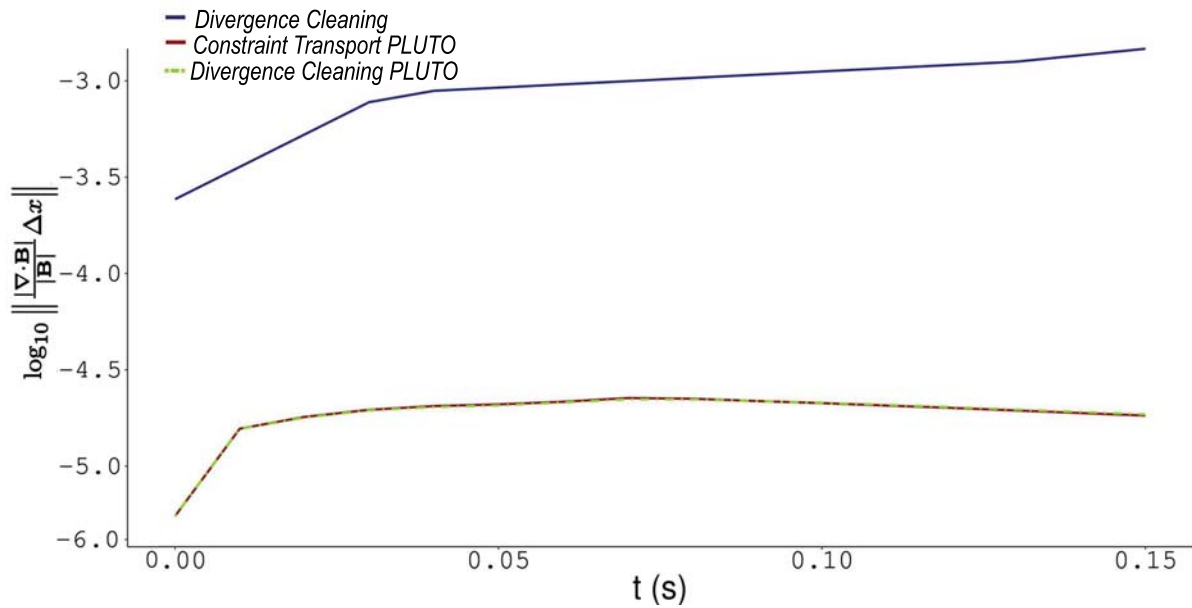


Figura 4.7: Comparación del error en $\nabla \cdot \mathbf{B}$. La línea azul fue realizada por Guillet et al. (2019) utilizando el método de Divergence cleaning (DC). La línea roja se realizó con el método de Constraint transport (CT). Y la línea verde con el método de DC para la simulación realizada con PLUTO.

El segundo caso de estudio es el rotor RMHD, en el cual se comparan los errores relativos obtenidos por Mignone et al. (2012) contra los obtenidos en este estudio. La inexactitud en $\nabla \cdot \mathbf{B}$ es calculada tomando la divergencia en cada celda y sumandola volumétricamente. La figura 4.8 muestra la comparación antes mencionada, la línea azul muestra los datos que obtiene Mignone et al. (2012), en donde el error máximo que obtiene es de ~ 0.0345 , es decir un 3.45% de error, además a un $t > 0.25$ el error se incrementa a cada paso de tiempo. Por otro lado, la línea roja fue obtenida en este trabajo, en ésta el máximo en error está en 0.008 (0.8% de error), después de este máximo la tendencia indica que hay un decremento en el error y no un incremento como lo muestra Mignone et al. (2012), esto puede ser debido a que para estas simulaciones no se usó malla adaptativa y el máximo de resolución es de $N_x = N_y = 400$, con lo cual el error en el calculo de $\nabla \cdot \mathbf{B}$ puede apantallarse. Por otro lado Mignone et al. (2012) efectuó simulaciones con AMR con un máximo de resolución de 4096 con lo cual se resuelve de mejor manera los choques y por lo tanto se obtienen valores más acertados en el comportamiento de $\nabla \cdot \mathbf{B}$.

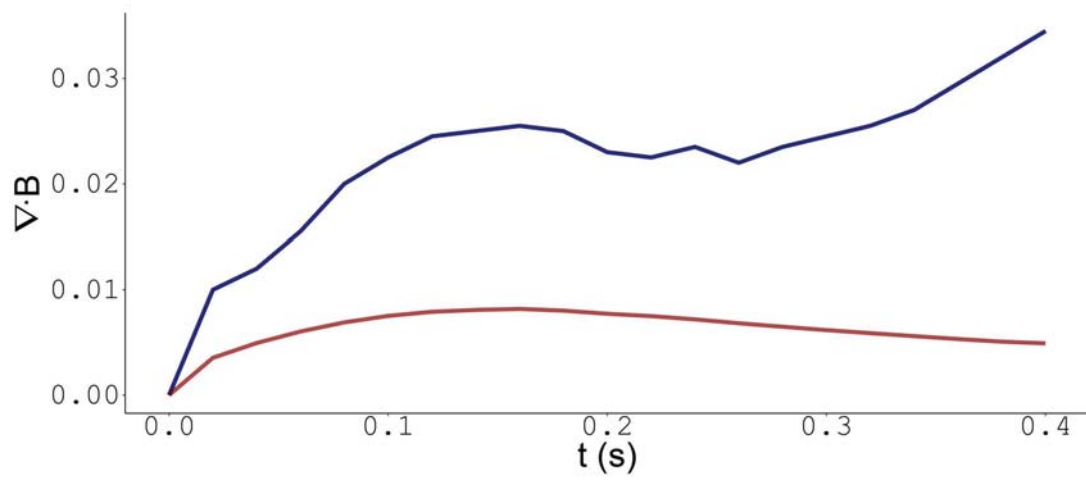


Figura 4.8: Comparación entre el error en la divergencia del campo magnético obtenido por Mignone et al. (2012) (línea azul) y por las simulaciones realizadas por nosotros (línea roja). Ambas simulaciones fueron realizadas con el método de constraint transport.

5

Ondas de choque bidimensionales en medios magnetizados

5.1. Solución de Sedov-Taylor

En los años 40 Sedov y Taylor (1950) en los 50 desarrollaron por separado una solución autosimilar para ondas de choque. Esta solución ha sido aplicada a remanentes de supernova en la fase adiabática también llamada fase de Sedov-Taylor. Debido a que existe una solución analítica es posible evaluar el desempeño de un código hidrodinámico, mediante la comparación de las soluciones analítica y numérica. Para saber cómo evoluciona el radio en función del tiempo, se considera la masa barrida por la expansión esférica de la supernova. Ya que $m_b = V\rho$, podemos sustituir el volumen para encontrar la masa en función del radio de la supernova.

$$m_b = \frac{4}{3}\pi R_{SN}^3 \rho. \quad (5.1)$$

La energía de la supernova está dada por la energía cinética por lo que podemos sustituir la ecuación (5.1) para obtener:

$$E_{SN} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3}\pi R_{SN}^3 \rho \right) v^2(t). \quad (5.2)$$

De la ecuación (5.2) sabemos que la velocidad es dR/dt , por lo cual la sustituimos y sepa-

ramos variables:

$$\left(\frac{3 E_{SN}}{2 \pi \rho}\right)^{1/2} dt = R_{SN}^{3/2} dR. \quad (5.3)$$

Integrando la ecuación (5.3) se obtiene la dependencia del radio en función del tiempo:

$$R_{SN} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2/5} \left(\frac{3 E_{SN}}{2 \pi \rho}\right)^{1/5} t^{2/5}. \quad (5.4)$$

Una vez obtenida la dependencia de R_{SN} es posible encontrar la velocidad a la cual se mueve el choque sustituyendo (5.4) en (5.3)

$$\left(\frac{3 E_{SN}}{2 \pi \rho}\right)^{1/2} dt = \left[\left(\frac{5}{2}\right)^{2/5} \left(\frac{3 E_{SN}}{2 \pi \rho}\right)^{1/5} t^{2/5}\right]^{3/2} dR. \quad (5.5)$$

Reacomodando (5.5)

$$v = \left(\frac{3 E_{SN}}{2 \pi \rho}\right)^{1/2} \left[\left(\frac{5}{2}\right)^{2/5} \left(\frac{3 E_{SN}}{2 \pi \rho}\right)^{1/5} t^{2/5}\right]^{-3/2}. \quad (5.6)$$

Reduciendo (5.6) llegamos a la ecuación que relaciona a la velocidad del choque con el tiempo

$$v = \left(\frac{5}{2}\right)^{-3/5} \left(\frac{3 E_{SN}}{2 \pi \rho}\right)^{1/5} t^{-3/5}. \quad (5.7)$$

La validación del código con el problema de Sedov-Taylor consta de la determinación del radio en función del tiempo para una expansión isotrópica con parámetros propios de una supernova.

Debido a que el problema de Sedov-Taylor es un problema puramente hidrodinámico, se evalúa la capacidad del código para resolver choques fuertes (cuando el número de Mach es mayor a uno). En la Figura 5.1 se muestra el mapa de densidad de una onda de choque y su evolución temporal en un medio homogéneo y sin campo magnético. En el panel a) se muestra la condición inicial en donde para un radio $R \leq 2$ pc y un tiempo $t = 0$ se tienen parámetros típicos de una supernova. Estos valores son: $\rho = 3.48 \times 10^{-24}$ g cm⁻³, $P = 2.01 \times 10^{-6}$ dyn, $M=3M_{\odot}$, con lo cual $E = 1 \times 10^{52}$ ergs. Los ejes de las Figuras están normalizados a 1.5 pc.

Por otra parte, el medio que envuelve a esta zona de sobredensidad, tiene una presión de $P = 8.97 \times 10^{-10}$ dyn y densidad $\rho = 1.67 \times 10^{-24}$ g cm⁻³. En el segundo panel se muestra un caso intermedio, en el cual la evolución es totalmente simétrica tal y como se espera, además se visualizan líneas moradas las cuales indican regiones con un número de Mach $M = 1$, es decir, que se mueven a la velocidad del sonido. El tercer panel de la Figura 5.1 marca el fin de la simulación; en esta imagen aún es posible observar regiones que viajan a la velocidad del

sonido (líneas moradas) , además, el radio final es de 65 pc. La simulación cubre un tiempo similar al de una supernova en fase adiabática $t \sim 10^3$ yr.

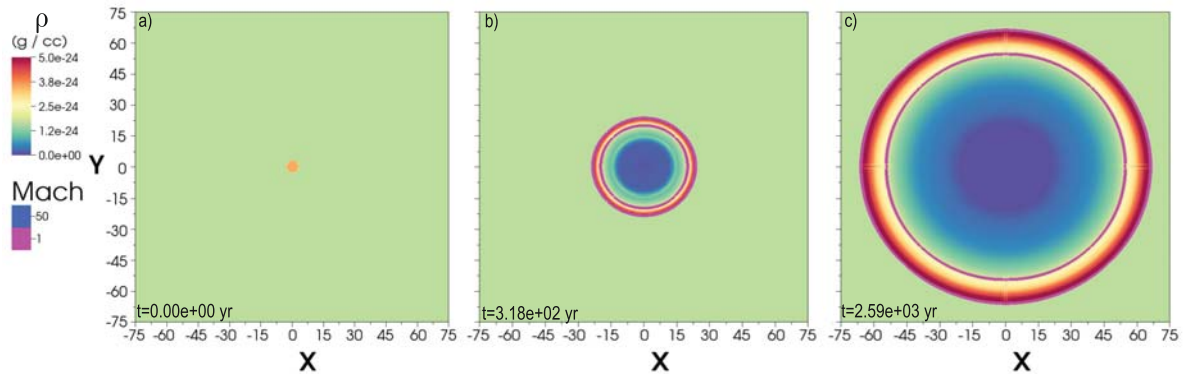


Figura 5.1: Mapa de densidad (g cm^{-3}) de la evolución de una onda de choque a través de un medio uniforme sin campo magnético. El panel a) corresponde al tiempo inicial ($t = 0$ s) en el cual dentro de $R = 2$ pc se tiene $\rho = 3.48 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$, $P = 2.01 \times 10^{-6} \text{ dyn}$, $M = 3 M_{\odot}$ (con lo cual $E = 1 \times 10^{52}$ ergs). El panel b) corresponde al tiempo $t = 3.18 \times 10^2$ yr. El panel c) corresponde al tiempo $t = 2.59 \times 10^3$ yr. En todos los paneles el medio ambiente tiene $\rho = 1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$, $P = 8.97 \times 10^{-10} \text{ dyn}$. Además, se incluyen los isocontornos del número de Mach, la resolución usada fue de 512×512 . Todas las imágenes de este capítulo están escaladas en parsecs.

Para la validación del código, Fryxell et al. (2000) muestra que el radio de la onda de choque tiene una dependencia con la geometría utilizada al momento de resolverla numéricamente, por lo que el radio de este choque está dado por la ecuación (5.8). En esta ecuación ν depende de la geometría, es igual a 2, cuando la geometría es cilíndrica y es igual a 3 cuando es esférica; C_{ν} es una constante adimensional que depende de γ y de ν . Cuando la geometría es esférica $R \propto t^{2/5}$ como en la ecuación (5.4), sin embargo, en el caso de la geometría cilíndrica $R \propto t^{1/2}$.

$$R(t) = C_{\nu}(\gamma) \left(\frac{Et^2}{\rho_0} \right)^{\left(\frac{1}{\nu+2} \right)}. \quad (5.8)$$

La potencia que debe seguir el código en este caso debe de ser de 0.5. Para esto, se hizo el seguimiento del radio de la onda de choque, a estos datos se les hizo un ajuste no lineal de la forma $y = ax^n$, la cual tiene la misma forma que la ecuación (5.8). El mejor ajuste obtenido para este caso fue de $a = 2.0784$ y $n = 0.5092$. En la Figura 5.2 se muestran la evolución del radio en función del tiempo de la simulación representado por las "X", el modelo ajustado por la línea azul discontinua , y el modelo analítico por la línea continua roja. Es claro que el código sigue satisfactoriamente la potencia de la ecuación (5.8). El error porcentual entre la potencia de la ecuación antes mencionada y la obtenida es de $\sim 2\%$

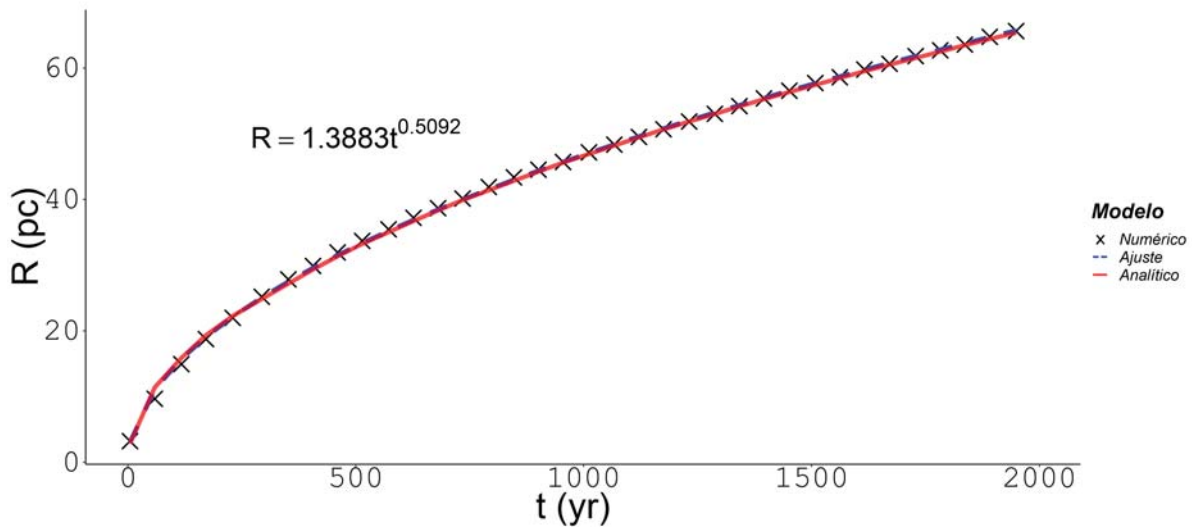


Figura 5.2: Comparación entre el modelo analítico propuesto por Fryxell et al. (2000), el modelo numérico resuelto en PLUTO y el ajuste que se encuentra para la simulación.

5.2. Solución de Sedov-Taylor en un medio magnetizado

Con la finalidad de comprobar la capacidad del código numérico en su versión MHD, se realizaron simulaciones con diferentes intensidades de campo magnético \mathbf{B} . Estas simulaciones tienen las mismas condiciones que para el caso mostrado en la Figura 5.1.

En panel a) de la ilustración 5.3 se muestra la condición inicial, en donde el campo magnético tiene un valor de 7.52×10^{-6} G y se denota con las líneas discontinuas; la magnitud del campo magnético para esta simulación es despreciable comparado con la onda de choque, por lo cual la evolución temporal de esta última debe ser igual que en el caso sin campo magnético. En el cuadro b) se muestra un tiempo intermedio $t=3.18 \times 10^2$ yr, en el cual es posible ver que las líneas de campo están siendo modificadas por la expansión esférica (lo cual muestra que la magnitud de \mathbf{B} es muy débil), además se pueden ver líneas moradas con número de Mach $M=1$. El panel c) muestra el final de la simulación, en donde se observa que la evolución radial sigue siendo una evolución esférica como en el caso sin campo magnético.

Para comprobar que las ecuaciones de la MHD no introdujeran errores numéricos, se comparo la simulación de la Figura 5.1 contra la realizada en la Figura 5.3. Para ello además de un examen cualitativo, se realizó una regresión potencial. En está se encontró que ambas simulaciones tiene la misma evolución. Esto nos indica que para magnitudes de \mathbf{B} bajas, PLUTO no introduce errores numéricos.

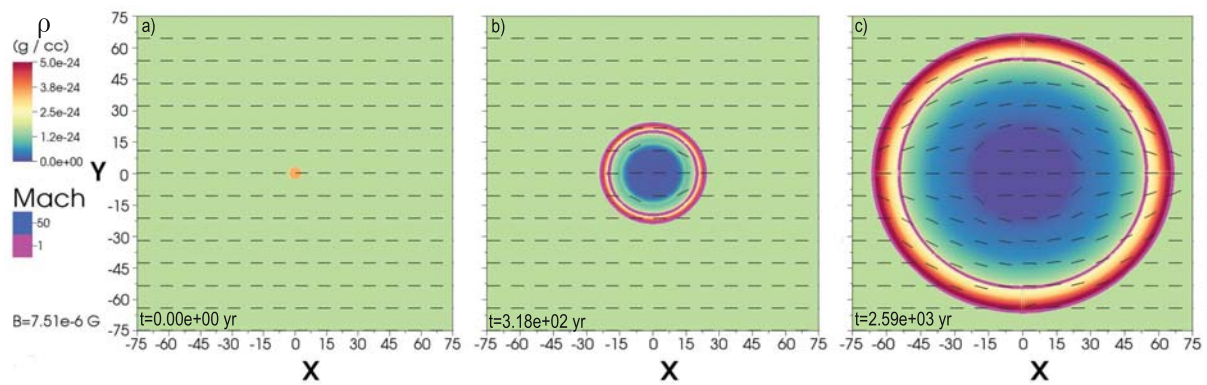


Figura 5.3: Igual que la Figura 5.1, pero con $B=7.52 \times 10^{-6} \text{G}$. Las líneas discontinuas representan el campo magnético.

Una vez realizada la comparación anterior, se procedió a aumentar la intensidad del campo magnético con el objetivo de probar la capacidad de manejar diferentes magnitudes de \mathbf{B} , ya que entre más intenso es el campo magnético en una orientación (x en este caso), es de esperar que las líneas de campo no permitan el paso de la onda de choque y en cambio, se expanda en la dirección de las líneas de campo.

En la Figura 5.4 se hace una comparación de diferentes magnitudes de campo magnético. Las propiedades de la sobredensidad en $R \leq 2$ pc son las mismas que en la Figura 5.1 para todas las simulaciones y el tiempo al que se comparan estas es de $t = 3.18 \times 10^2$ yr. En el panel a) se muestra una onda de choque con $B = 7.51 \times 10^{-6}$ G, la cual es usada como punto de comparación de las demás simulaciones, esto es debido a que la intensidad del campo magnético no afecta la expansión circular de la onda de choque, además se muestra que los isocontornos morados sólo corresponden al número de Mach $M = 1$. La intensidad del campo magnético en el panel c) es de $B = 7.51 \times 10^{-2}$ G, aquí claramente se observa que la expansión de la onda de choque dejó de ser esférica y está totalmente oblatada, además se observan isocontornos con números de Mach $M = 50$ y $M = 1$, estos isocontornos muestran perturbaciones en el medio que no barren materia y debido a que está presente un campo magnético, esta perturbación puede ser debida a ondas de Alfvén y ondas magnetosónicas rápidas (se discuten en la sección 2.6). En el panel d) el medio tiene un campo magnético con magnitud de $B = 7.51$ G, es posible ver que además de que la onda de choque está totalmente en la dirección de las líneas de campo (no las atraviesa), los isocontornos de velocidad son más extendidos que en los casos anteriores. El panel b) muestra un caso exótico, en donde se tiene un medio con campo magnético de $B = 1.50 \times 10^{-2}$ G, y en donde es posible observar que la onda de choque es más ovalada que en a), sin embargo la expansión aún rompe las líneas de campo y el material de

ésta se propaga en todas las direcciones con preferencia en las direcciones $\pm x$ ya que se puede ver que se ha barrido mayor cantidad de materia que en las direcciones $\pm y$, además ya hay isocontornos correspondientes a Mach $M = 50$.

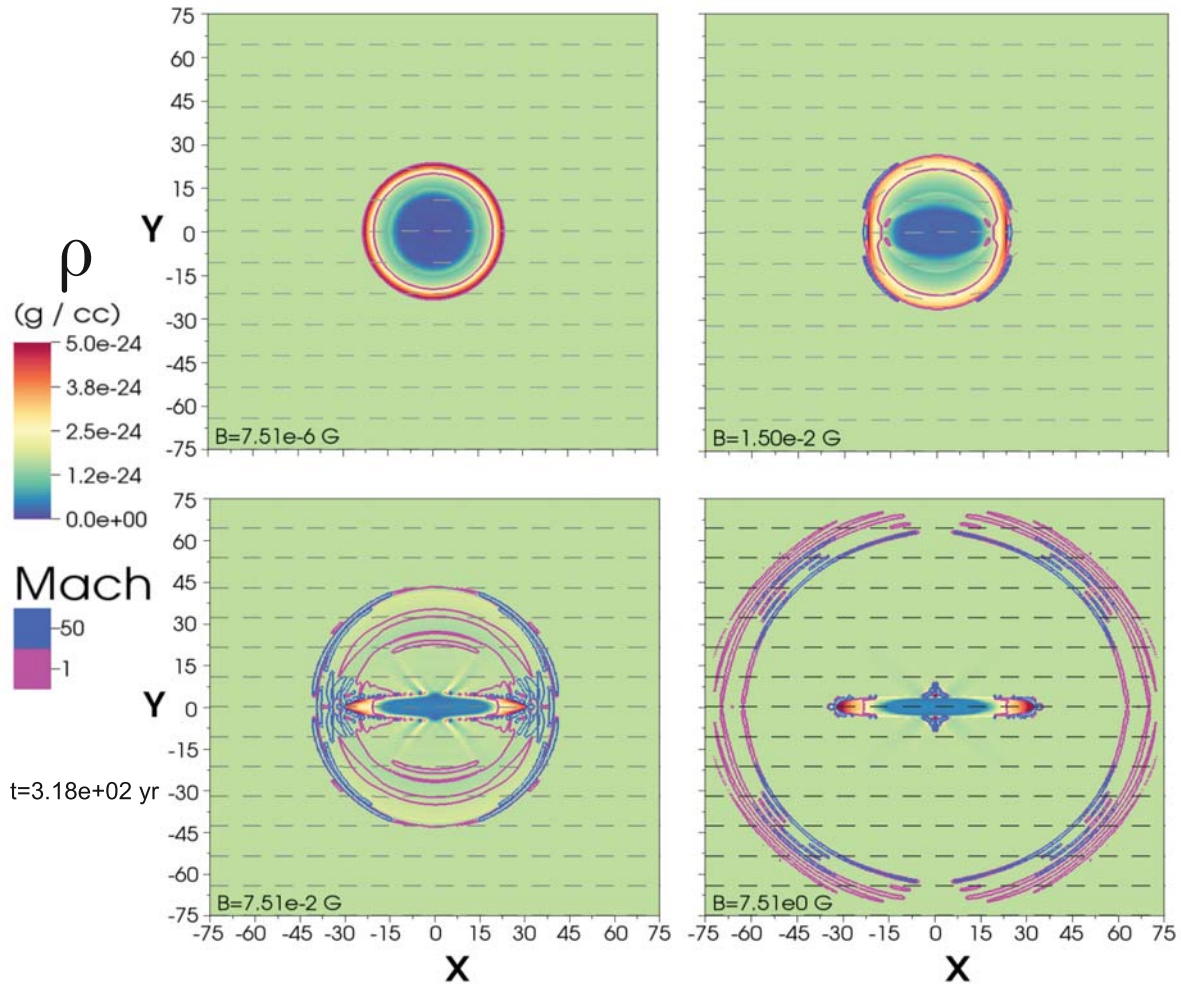


Figura 5.4: Igual que la Figura 5.3 pero con diferentes valores para campo magnético a un tiempo de $t = 3.18 \times 10^2$ yr. El panel a) corresponde a un campo magnético de $B = 7.51 \times 10^{-6}$ G el cual se usa de referencia para los demás paneles. El panel b) $B = 1.50 \times 10^{-2}$ G. El panel c) $B = 7.51 \times 10^{-2}$ G y el panel d) $B = 7.51$ G.

Como se muestra en la sección 2.6, al perturbar un campo magnético se generan diferentes ondas que se propagan a distintas velocidades y direcciones. Por lo tanto, se espera que al tener una onda de choque expandiéndose a través de un medio magnetizado, se encuentren este tipo de ondas. Cuando la propagación de la onda magnética se da paralela a las líneas de campo magnético se denominan ondas de Alfvén, por otra parte, las ondas que se propagan perpendicular a las líneas de campo magnético, se llaman ondas magnetosónicas rápidas. En la Figura 5.5 se muestran tres casos con diferentes magnitudes de campo magnético. En el panel

a.1) se muestra el mapa de densidad para una onda de choque con las mismas características que se usaron para la Figura 5.3, en ésta las líneas punteadas representan al número de Mach. En el panel a.2) se gráfica la fracción de presión magnética (P_B/P_{tot} , donde $P_{\text{tot}} = P_B + P_{\text{term}}$), en donde las líneas continuas azules representan las ondas de Alfvén, mientras que las líneas blancas son ondas magnetosónicas rápidas, en todos los casos, estas ondas fueron encontradas manualmente, ya que para cada uno de los casos $P_{\text{tot}} = P_B + P_{\text{term}}$ es diferente. Además, es posible ver que la magnitud del campo no influye en el crecimiento de la onda de choque, sin embargo, es posible encontrar estas ondas que surgen de la perturbación a \mathbf{B} . En el cuadro b.1) se muestra el último caso, en donde la magnitud del campo magnético es la más fuerte (7.5×10^{-2} G), debido a que \mathbf{B} es muy fuerte, la masa barrida por la onda de choque no puede atravesar las líneas de campo magnético, por lo cual se expande de la manera esperada, sin embargo, los isocontornos de Mach indican que hay ondas con diferentes velocidades y que no barren material, es decir, no son ondas de choque. En el panel b.2) se puede observar que las ondas magnetosónicas predominan sobre las ondas de Alfvén. En el panel c.1) de igual manera que en a.1) se muestra el mapa de densidad, pero con una intensidad de \mathbf{B} mayor, y es posible ver que se pierde la esfericidad en la expansión de la onda de choque. En el cuadro c.2) se observan las ondas de Alfvén y magnetosónicas rápidas, al igual que en el caso b.2) las ondas de Alfvén son las predominantes.

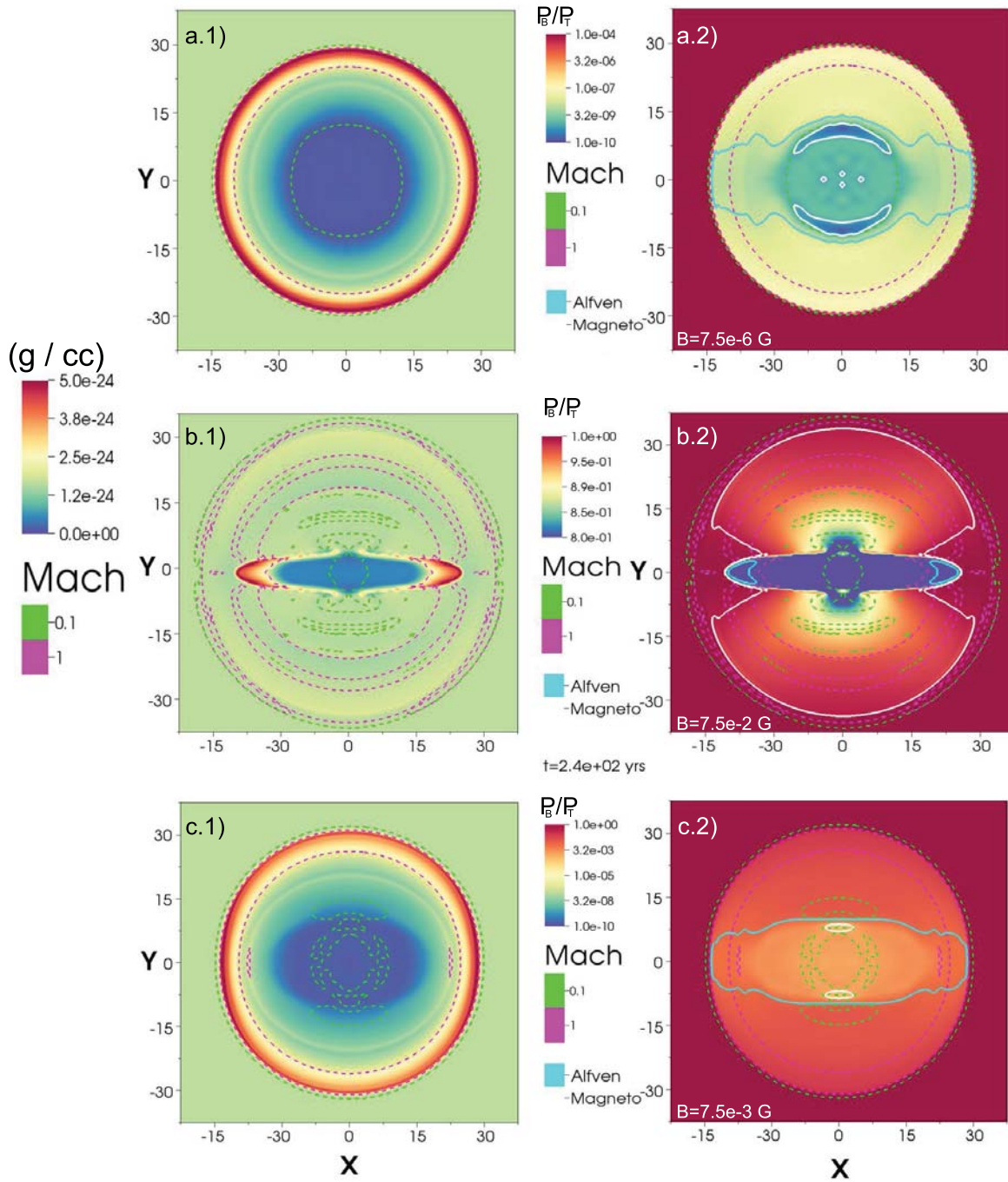


Figura 5.5: Casos con diferentes campos magnéticos. Las líneas punteadas representan el número de Mach. Los isocontornos azules representan las ondas de Alfvén. Los isocontornos blancos son las ondas magnetosónicas rápidas. El valor del campo magnético para los paneles superiores es de $B = 7.5 \times 10^{-6}$ G y un tiempo $t = 3.18 \times 10^2$ yr. Los paneles de la región media tienen $B = 7.5 \times 10^{-2}$ G y un tiempo $t = 2.4 \times 10^2$ yr. Finalmente los paneles inferiores tienen $B = 7.5 \times 10^{-3}$ G y un tiempo $t = 3.18 \times 10^2$ yr.

Como se ha visto, la perturbación del campo magnético genera ondas que se propagan en diferentes direcciones, sin embargo, si la topología del campo magnético es errónea, las

ondas producidas también lo serán. En consecuencia, se siguió el error en la conservación de $\nabla \cdot \mathbf{B}$ mediante el método DC. En la Figura 5.6 se muestra el comportamiento que tiene la inexactitud en la ley del magnetismo de Gauss cuando $\mathbf{B} = 7.51 \times 10^{-2}$ G, es decir, para el límite superior. Puesto que el máximo en el error es de 5×10^{-6} , es factible confirmar que la topología del campo y por ende las ondas creadas son físicamente correctas.

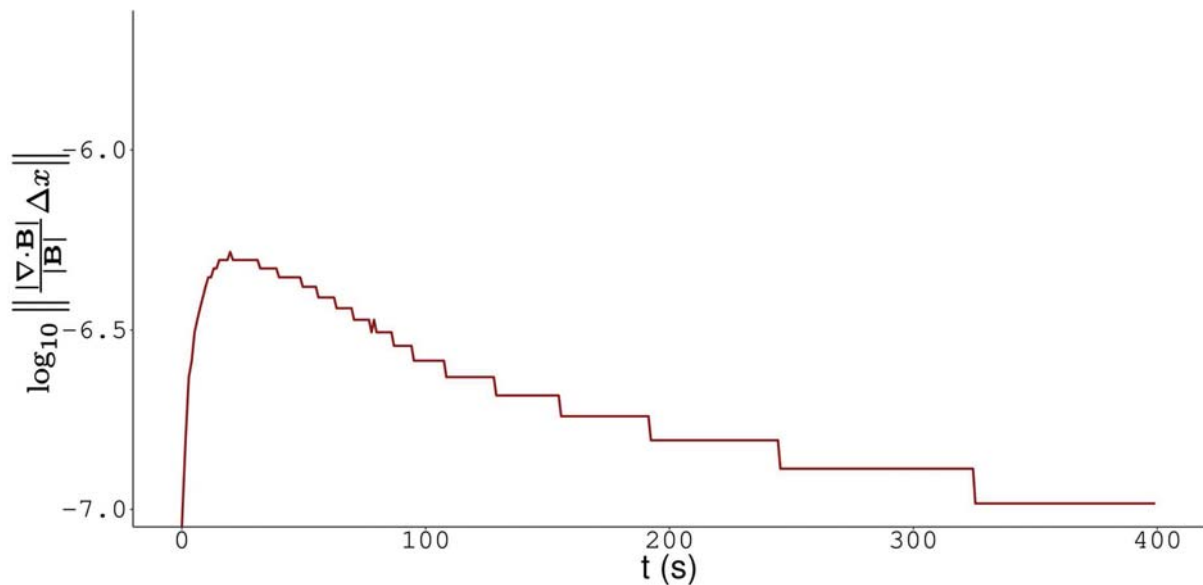


Figura 5.6: Error en la divergencia del campo magnético cuando $\mathbf{B} = 7.52 \times 10^{-2}$.

5.3. Sedov-Taylor en un medio semi-magnetizado: caso peculiar

Se espera que al poner un campo magnético la onda de choque se dirija preferentemente en dirección de las líneas de éste, sin embargo en el panel b) de la Figura 5.4 se muestra lo contrario. Se puede observar que la onda de choque se expande preferentemente en dirección y lo cual resulta contra intuitivo. En la Figura 5.7 se muestra un acercamiento a los páneces a), b) y c) de la Figura 5.4 en donde es claro que para el panel a) el campo magnético no afecta la evolución de la onda de choque y para el panel c) cuando el campo es muy intenso, la onda no rompe las líneas de campo y por lo tanto su evolución es en dirección de éste. Mientras que en el panel b) en donde el campo tiene una intensidad intermedia, las líneas de campo magnético se ven afectadas por la expansión de la onda de choque y debido a esto, el material barrido por ésta es dirigido hacia el ecuador de la misma. Es decir, las líneas de campo magnético que están a $\theta > 45^\circ$ (con respecto al eje X) que se han visto afectadas por la expansión de la onda de choque conducen el material hacia $\theta < 45^\circ$ esto produce una acumulación de material, el cual actúa como un tapón y frena a la onda de choque.

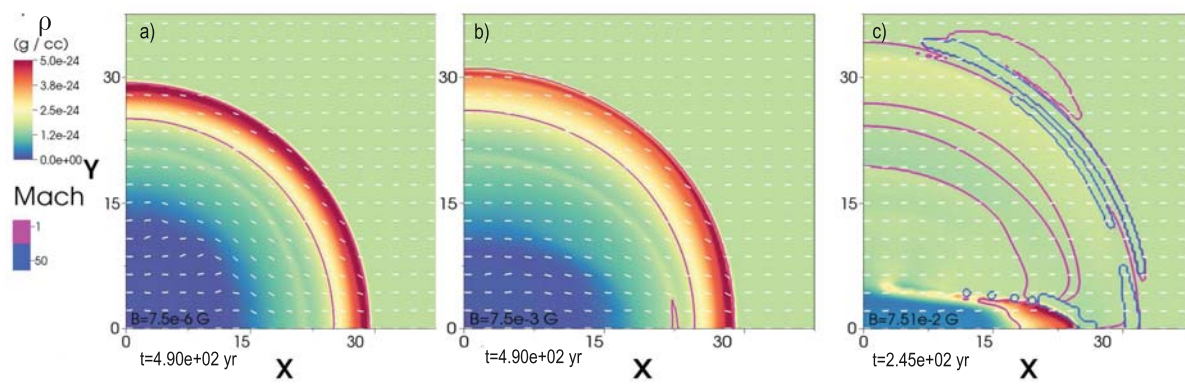


Figura 5.7: Acercamiento a tres de los casos mostrados en la Figura 5.4.

6

Evolución de un chorro relativista en un medio magnetizado

En este capítulo se muestran las condiciones de salto de Rankine-Hugoniot para hidrodinámica, las cuales se extienden a su versión relativista. Esto con la finalidad de contar con una relación entre las observables de un chorro relativista, su presión y densidad. Estas relaciones nos proporcionan las propiedades del chorro. Por otro lado, también se muestra la condición del medio por el cual se propagara el chorro relativista, así como las condiciones a la frontera y por último se muestran los resultados y discusión de los mismos.

6.1. Condiciones de salto Rankine-Hugoniot HD

Como se ha visto con anterioridad, las ondas de choque son perturbaciones que se propagan más rápido que la velocidad del sonido. En estas es posible encontrar dos regiones conocidas como río arriba y río abajo, las condiciones que relacionan estas regiones son conocidas como relaciones de salto de Rankine-Hugoniot. Estas relaciones se deducen considerando un cilindro, en el cual se encuentran los dos regímenes; considerando el marco de referencia del choque $\partial/\partial t = 0$, una dimensión y denotando con el subíndice 0 a las variables en la región río arriba (derecha) y con 1 a las variables en la región río abajo (izquierda), se obtienen las relaciones de salto.

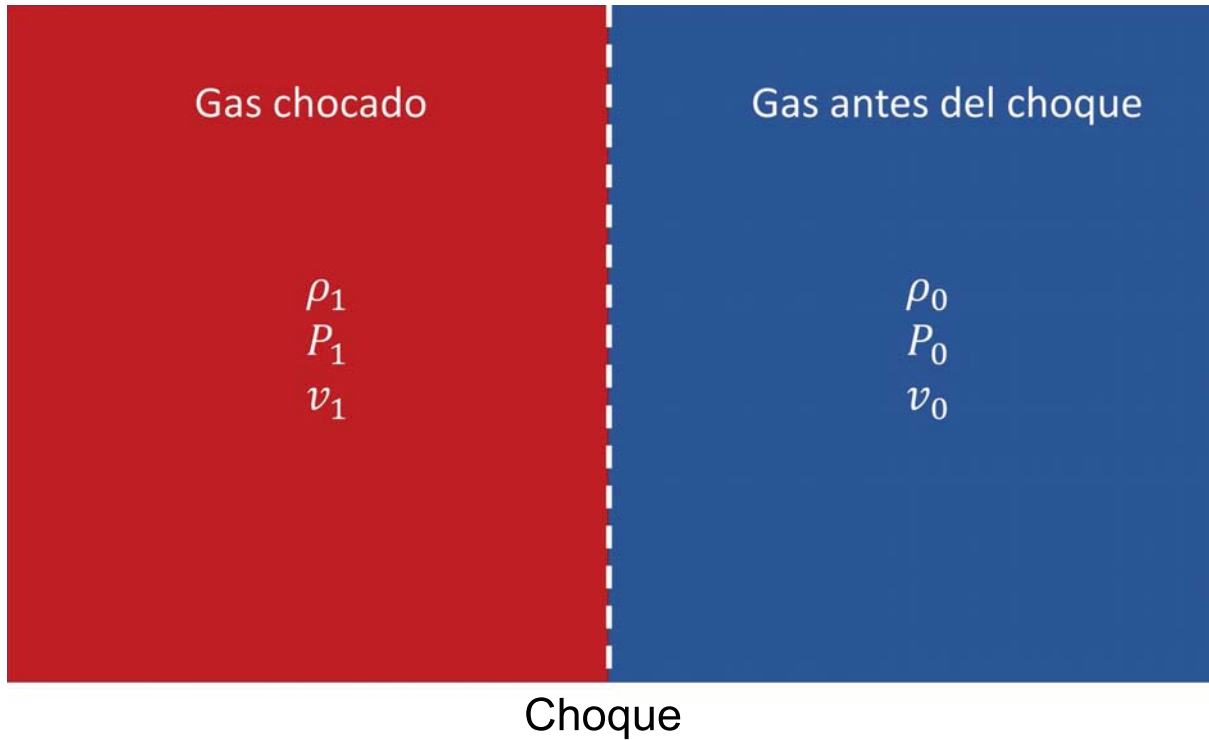


Figura 6.1: Esquema utilizado para la deducción de las relaciones de salto.

Debido a que la masa dentro del cilindro es constante cuando el choque es estacionario, el flujo de masa dentro del choque es igual al flujo afuera, con lo cual se obtiene la ecuación de conservación:

$$\rho_0 v_0 = \rho_1 v_1. \quad (6.1)$$

La presión neta y el flujo de momento neto dentro del cilindro es constante, y por lo tanto es cero. Con ello tenemos que

$$(P_0 - P_1)dA + (\rho_0 v_0^2 - \rho_1 v_1^2)dA = 0, \quad (6.2)$$

por lo tanto la ecuación de momento queda como:

$$\rho_0 v_0^2 + P_0 = \rho_1 v_1^2 + P_1, \quad (6.3)$$

por último, la ecuación de energía es el flujo neto de energía dentro del cilindro más el trabajo hecho por el gas. Con esto obtenemos:

$$\left[v_0 \left(\rho_0 e_0 + \frac{1}{2} \rho_0 v_0^2 \right) - v_1 \left(\rho_1 e_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 \right) \right] dA + (P_0 v_0 - P_1 v_1) dA = 0, \quad (6.4)$$

deshaciéndonos del diferencial de área y usando la ecuación de conservación, la ecuación de energía obtenida es:

$$e_0 + \frac{v_0^2}{2} + \frac{P_0}{\rho_0} = e_1 + \frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1}. \quad (6.5)$$

Las ecuaciones (6.1), (6.3) y (6.5) son las condiciones de salto de Rankine-Hugoniot. Como la energía interna es $e = \frac{1}{\gamma-1} \frac{P}{\rho}$ obtenemos:

$$\frac{1}{\gamma-1} \frac{P_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} + \frac{P_0}{\rho_0} = \frac{1}{\gamma-1} \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1}. \quad (6.6)$$

Las ecuaciones anteriores pueden combinarse con la velocidad del sonido $c_s^2 = \frac{\gamma P}{\rho}$, para obtener :

$$\frac{\rho_0}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_0}, \quad (6.7)$$

$$v_0 \left(1 + \frac{c_{s0}^2}{\gamma v_0^2} \right) = v_1 \left(1 + \frac{c_{s1}^2}{\gamma v_1^2} \right), \quad (6.8)$$

$$\frac{v_0^2}{2} + \frac{c_{s0}^2}{\gamma-1} = \frac{v_1^2}{2} + \frac{c_{s1}^2}{\gamma-1}, \quad (6.9)$$

con la finalidad de medir la fuerza del choque utilizamos el número de Mach $M_0 = v_0/c_{s0}$ y la tasa de compresión $\rho_0/\rho_1 = \chi$. Redefiniendo a las velocidades v_0 y v_1

$$v_0 = c_{s0} M_0, \quad (6.10)$$

$$v_1 = c_{s0} M_0 \chi, \quad (6.11)$$

substituyendo v_0 y v_1 en las ecuaciones (6.8) y (6.9) obtenemos:

$$\left(1 + \frac{1}{\gamma M_0^2} \right) = \chi \left(1 + \frac{c_{s1}}{c_{s0} \gamma \chi M_0^2} \right), \quad (6.12)$$

$$\frac{1}{2} M_0^2 + \frac{1}{\gamma-1} = \frac{1}{2} \chi^2 M_0^2 + \frac{1}{\gamma-1} \frac{c_{s1}^2}{c_{s0}^2}, \quad (6.13)$$

con las dos ecuaciones anteriores podemos encontrar una ecuación para χ

$$\chi = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \frac{2}{(\gamma+1)M_0^2}, \quad (6.14)$$

una vez encontrada χ se sustituye en las ecuaciones de conservación de momento y energía, para tenerlas en función de M_0 y γ

$$\frac{\rho_0}{\rho_1} = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \frac{2}{(\gamma+1)M_0^2}, \quad (6.15)$$

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_0^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad (6.16)$$

$$\frac{c_{s1}^2}{c_{s0}^2} = \left[\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_0^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right] \left[\frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \frac{2}{(1+\gamma)M_0^2} \right]. \quad (6.17)$$

Para un choque fuerte $M_0 \rightarrow \infty$ con lo cual

$$\frac{\rho_0}{\rho_1} \rightarrow \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad (6.18)$$

$\gamma = 5/3$	$\frac{\rho_0}{\rho_1} \rightarrow 1/4$	la tasa de compresión máxima es 4
$\gamma = 4/3$	$\frac{\rho_0}{\rho_1} \rightarrow 1/7$	la tasa de compresión máxima es 7
$\gamma = 1$	$\frac{\rho_0}{\rho_1} \rightarrow 1/M^2$	la tasa de compresión máxima es M^2

6.2. Condiciones de salto Rankine-Hugoniot relativistas

Debido a que se tiene un jet moviéndose a través del medio interestelar a una velocidad $\sim c$, se consideran las relaciones de Rankine-Hugoniot relativistas. Para ello se parte de considerar las ecuaciones (2.11-2.13). Análogamente al caso HD, tenemos:

conservación de masa

$$\rho_0 \Gamma_0 v_0 = \rho_1 \Gamma_1 v_1, \quad (6.19)$$

conservación de momento

$$\rho_0 \Gamma_0^2 v_0^2 \omega_0 + P_0 = \rho_1 \Gamma_1^2 v_1^2 \omega_1 + P_1, \quad (6.20)$$

conservación de energía

$$\rho_0 \Gamma_0^2 v_0 \omega_0 = \rho_1 \Gamma_1^2 v_1 \omega_1, \quad (6.21)$$

donde $\omega = 1 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{\rho}$. A partir de la ecuación (6.19) obtenemos

$$\rho_0 = \rho_1 \frac{\Gamma_1 v_1}{\Gamma_0 v_0}, \quad (6.22)$$

la cual se sustituye en (6.20), además tomando la condición de choque fuerte ($P_0 \rightarrow 0$) se tiene:

$$\rho_1 \Gamma_1 v_1 \Gamma_0 v_0 = \rho_1 \Gamma_1^2 v_1^2 \omega_1 + P_1, \quad (6.23)$$

despejando Γ_0

$$\Gamma_0 = \frac{P_1}{\rho_1 \Gamma_1 v_1 v_0} + \frac{\Gamma_1 v_1 \omega_1}{v_0}. \quad (6.24)$$

Ya que se considera un fluido relativista, su índice politrópico $\gamma = 4/3$ el cual sustituyéndolo en la definición de ω nos da $\omega = 1 + \frac{4P}{\rho}$. De manera que considerando este resultado en la ecuación (6.24) obtenemos:

$$\Gamma_0 = \frac{P_1}{\rho_1 \Gamma_1 v_1 v_0} + \frac{\Gamma_1 v_1}{v_0} \frac{\rho_1 + 4P_1}{\rho_1}. \quad (6.25)$$

Finalmente, se desprecia el primer término de la suma debido a que posee un valor pequeño, con lo cual se obtiene:

$$\Gamma_0 = \Gamma_1 \frac{v_1}{v_0} \left(1 + \frac{4P_1}{\rho_1} \right). \quad (6.26)$$

De esta ecuación se despeja la presión para dar:

$$P_1 = \frac{\rho_1}{4} \left(\frac{\Gamma_0 v_0}{\Gamma_1 v_1} - 1 \right). \quad (6.27)$$

El factor v_1/v_0 de las ecuaciones (6.26) y (6.27) es muy cercano a uno, y por lo tanto puede despreciarse, con lo que se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\Gamma_0 = \Gamma_1 \left(\frac{1 + 4P_1}{\rho_1} \right), \quad (6.28)$$

$$P_1 = \frac{\rho_1}{4} \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma_1} - 1 \right) (erg/g). \quad (6.29)$$

Con la finalidad de conocer los valores iniciales para el jet, es necesario contar con una ecuación que relacione sólo las observables de los jets. Para ello, se toma la masa acumulada en el marco de referencia del jet, donde ρ_j , v_j son la densidad y velocidad del jet respectivamente, M es la masa, t el tiempo y $R = r \cdot \tan\theta$ con r como el radio y θ el ángulo de apertura del jet.

$$\Delta M = \pi \rho_j v_j R^2 \Delta t. \quad (6.30)$$

Debido a que la energía es $\Delta E = \Delta M c^2$ se sustituye la masa acumulada para obtener la energía del jet, con lo cual:

$$\Delta E = \pi \rho_j v_j R^2 \Delta t c^2. \quad (6.31)$$

Cambiando al marco de referencia del observador, la energía se modifica de la siguiente manera:

$$E = \Gamma_j \Gamma_\infty \Delta E_j, \quad (6.32)$$

donde Γ_j , Γ_∞ son el factor de Lorentz del jet y el factor de Lorentz debido al cambio del marco de referencia. Sustituyendo ΔE_j se obtiene la energía total:

$$\Delta E = \Gamma_j \Gamma_\infty \pi \rho_j v_j R^2 \Delta t c^2. \quad (6.33)$$

Sin embargo, la energía total no es una observable, con lo cual es necesario ponerla en función de la luminosidad del jet

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \Gamma_j \Gamma_\infty \pi \rho_j v_j R^2 c^2. \quad (6.34)$$

Despejando la densidad del jet tenemos que:

$$\rho_j = \frac{L}{\Gamma_j \Gamma_\infty \pi v_j R^2 c^2}. \quad (6.35)$$

6.3. Evolución de un chorro relativista en un medio magnetizado

En esta subsección se muestran los parámetros físicos que fueron usados para la construcción del chorro relativista mediante el uso de las condiciones de salto de Rankine-Hugoniot relativistas. De igual manera se presentan las condiciones de los diferentes ISM por los cuales evoluciona el chorro.

6.3.1. Condiciones iniciales y a la frontera

La evolución del jet relativista se da a través de un medio con densidad ρ_{ISM} ; este perfil de densidad es tomado de Ciolfi et al. (2017), en donde haciendo un promedio del perfil de densidad de sus simulaciones se obtuvieron las siguientes funciones para nuestro perfil de densidad:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 & r \leq 1 \times 10^8 \text{ cm} \\ \rho_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 e^{\frac{r-r_0}{r_0}} & r > 1 \times 10^8 \text{ cm} \end{cases} \quad (6.36)$$

donde $r_0 = 10^7$ cm y $\rho_0 = 10^7$ g cm⁻³. Con estas funciones se logró que el medio ambiente tenga una masa $M \sim 0.005 M_\odot$, la cual es del orden de la masa eyectada tras la fusión de dos NSs según las mediciones de Abbott et al. (2017). El perfil de presión se obtuvo mediante la ecuación (6.29). La distribución obtenida es mostrada en la Figura 6.2, en el panel izquierdo se muestra el mapa de densidad inicial que el jet relativista debe atravesar, las partes más azules corresponden a las regiones menos densas, mientras que las regiones rojizas son las más densas. El panel de la derecha muestra el perfil radial de la densidad (línea roja) y la presión

(línea azul). Por otra parte, este medio ambiente también contiene un campo magnético B_{ISM} con dos configuraciones diferentes que se explican más adelante.

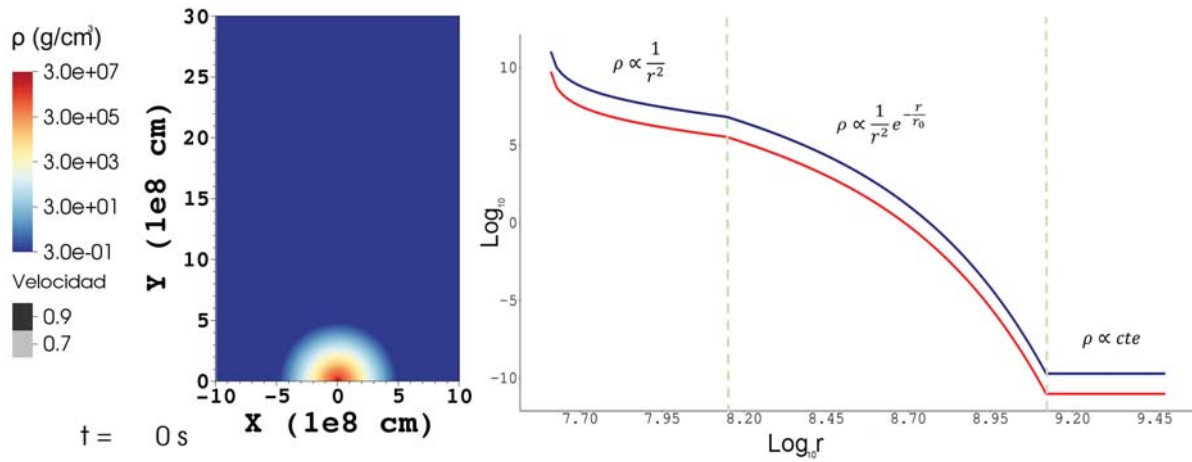


Figura 6.2: En la Figura de la izquierda se muestra el mapa de densidad de la condición inicial para el medio, por el cual se va a propagar el jet, la masa en esta distribución es de $M \sim 0.005$. La Figura de la derecha muestra la distribución radial en 1D de la presión (línea azul) y de la densidad (línea roja).

Debido que a gran escala la configuración del campo magnético es muy compleja en este estudio se realizaron las aproximaciones que se muestran a continuación. El medio por el cual evoluciona el jet constó de dos distribuciones diferentes de campo magnético. La primera de ellas, está dada por un disco de acreción grueso formado alrededor de un LMBH. En esta distribución se considera solamente la componente toroidal del campo magnético y a su vez se hace la aproximación de que las líneas de campo son horizontales. Como se muestra en la Figura 6.3 las líneas rojas corresponden al campo magnético que debe atravesar el jet.

En el segundo caso, se tiene una NS la cual genera un campo magnético dipolar, sin embargo, como es mostrado en la Figura 6.3 en la parte central se realizó una aproximación en la cual las líneas de campo son verticales. Cabe señalar que para ambos casos la magnitud inicial de \mathbf{B} varía de 10^4 - 10^8 G, estos valores son tomados de Cioffi et al. (2017).

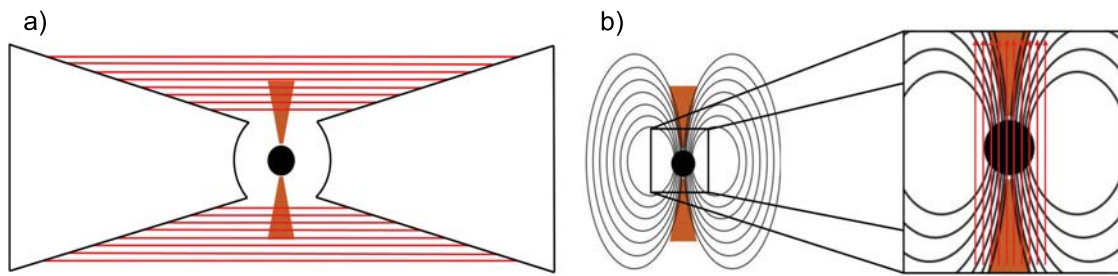


Figura 6.3: Esquema de las diferentes configuraciones de campo magnético que se toman. En el panel a) se muestra la distribución horizontal mediante líneas rojas sólidas. En el panel b) se muestra la distribución poloidal del campo magnético así como la aproximación que se realiza.

Al jet se le asignan los parámetros ρ_j , P_j , velocidad Γ_j y ángulo de apertura θ_j , los cuales se mantienen constantes para todas las simulaciones. Estas condiciones están esquematizadas en la Figura 6.4, en donde se muestran las propiedades del jet y el medio. El jet se lanza a una distancia $r = 5 \times 10^7$ cm del objeto compacto, la cual es lo suficientemente alejada del CO para evitar el uso de relatividad general. Cabe señalar, que tomamos el marco de referencia del motor central, por lo cual la velocidad del medio ambiente es nula ($v_{ISM} = 0$). Para ambas distribuciones de campo magnético las propiedades del jet se mantienen iguales.

Las simulaciones realizadas en este trabajo fueron realizadas en coordenadas cartesianas 2D. Al estudiar este problema usando dicho sistema coordenado, el chorro relativista se modela como una lámina de grosor infinito. Esta consideración puede hacer que el chorro tenga una mayor velocidad y densidad. Además, puede hacer que las líneas de campo magnético tengan una mayor amplificación que en un sistema coordenado cilíndrico. El dominio usado en las simulaciones es de $x_{\min} = 0$ cm, $x_{\max} = 1 \times 10^9$ cm, $y_{\min} = 5 \times 10^7$ cm, $y_{\max} = 3 \times 10^9$ cm; mientras que la resolución máxima utilizada es de $\Delta = 600 \times 1800$.

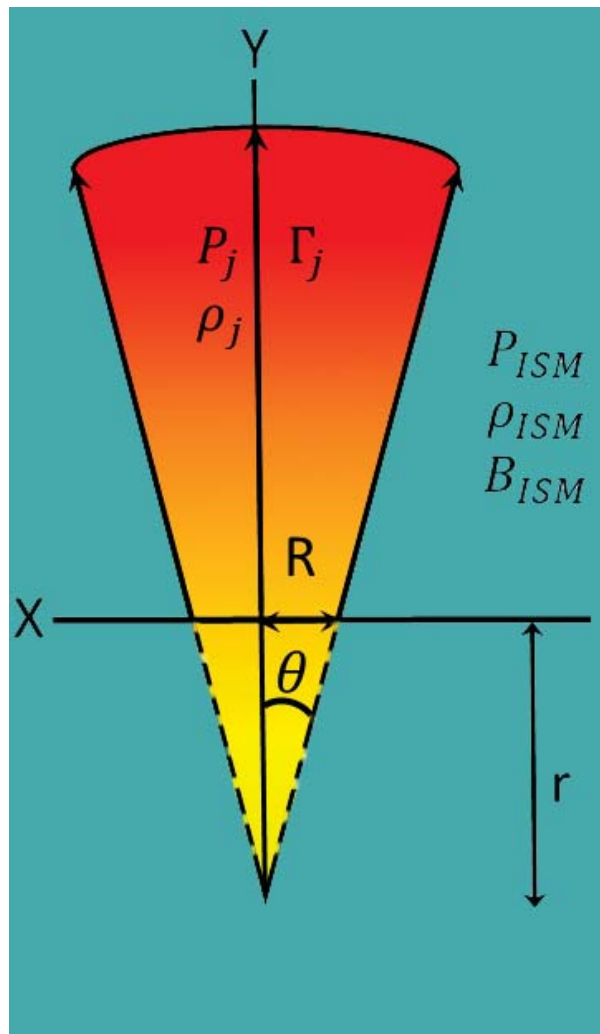


Figura 6.4: Condición inicial para un jet relativista con propiedades ρ_j , P_j y Γ_j que se mueve a través de un medio con campo magnético B_{ISM} con ρ_{ISM} y P_{ISM} . El jet es lanzado a una distancia r del objeto compacto y con un ángulo de apertura θ_j .

Para el cálculo de las propiedades del jet se hace uso de las ecuaciones encontradas en la subsección 6.2. Como se observa en la ecuación (6.35) la densidad del jet es proporcional a su luminosidad e inversamente proporcional a la velocidad del jet, a la velocidad de jet en infinito y a $R = r \cdot \tan\theta$. Así, se propone una luminosidad de $L \sim 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$; además, considerando $\Gamma_j = 5$, un ángulo de apertura $\theta_j = 10^\circ$, $\Gamma_\infty = 400$ y la distancia al objeto compacto de $5 \times 10^7 \text{ cm}$, tenemos que $\rho_j = 1 \times 10^3 \text{ g cm}^{-3}$ y $P = 1.98 \times 10^4 \text{ erg cm}^{-3}$. Por último, el jet se deja evolucionar por dos segundos, el cual corresponde al tiempo característico de un SGRB. El resumen de las propiedades de los chorros relativistas se muestra en la tabla 6.1

Tabla 6.1: Condiciones iniciales para los chorros relativistas en las simulaciones.

	Jet 1	jet 2
ρ (g cm ⁻³)	10 ³	10 ³
P (erg cm ⁻³)	1.98 × 10 ⁴	1.98 × 10 ⁴
L _{iso} (erg s ⁻¹)	10 ⁵¹	10 ⁵¹
θ	10°	10°
Γ_0	5	5
B _{ISM} (G)	10 ⁴ -10 ⁸	10 ⁴ -10 ⁸
	(Poloidal)	(Toroidal)

Las condiciones a la frontera utilizadas constaron de inyección-reflexión, reflexión y *outflow*. Para ello se hizo uso de las zonas fantasma del dominio. Las celdas fantasma en $y = 0$ y $x = 0$ hasta $x \leq 8.8 \times 10^6$ cm, se utilizó inyección en estas se introdujo material con las propiedades del chorro relativista ρ_j, P_j, θ_j y v_j en el resto de las zonas fantasma de esta coordenada se impuso reflexión. Las celdas situadas entre $y = 1$ y $y = \max$ se les impuso la condición de reflexión, mientras que para las ubicadas entre $x = \max - x_{superior} = \max$ y $x_{superior} = 1 - x_{superior} = \max$ se les aplicó la condición de *outflow*. En la Figura 6.5 se muestran las condiciones a la frontera utilizadas en las simulaciones de este trabajo. La zona de la inyección no se muestra a escala.

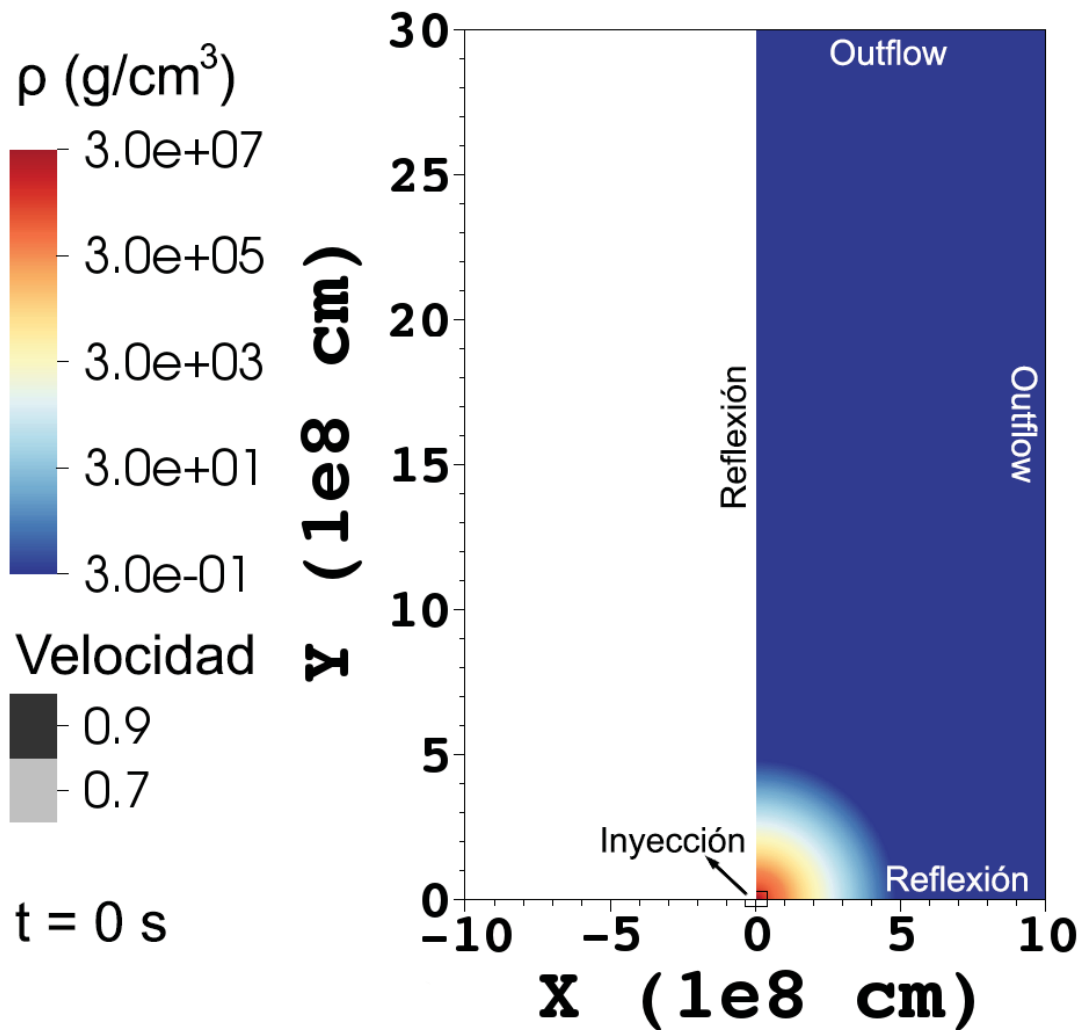


Figura 6.5: Condiciones a la frontera que se utilizan para las simulaciones. Las zonas con reflexión se usan de esta manera por la simetría del problema. La región con inyección es la zona en la cual se inyecta el chorro relativista con los parámetros explicados con anterioridad. Las regiones en *outflow* son las regiones por donde sale el material de la simulación.

6.4. Resultados y discusión

6.4.1. Chorro relativista en medio no magnetizado: Prueba control

Con la finalidad de hacer una comparación entre los casos con medio magnetizado, se realizó una prueba de un chorro relativista propagándose a través de un medio no magnetizado, sin embargo, durante estas pruebas apareció la inestabilidad de tapón, esta inestabilidad genera problemas numéricos haciendo incorrectas las simulaciones, por ello se realizó una rutina (disponible en el apéndice A.2) capaz de evitar dicha inconsistencia. Una vez superada, esta simulación sirve de prueba control. Las propiedades del chorro relativista y del medio se han

indicado con anterioridad. En la Figura 6.6 se muestra la evolución que tiene el chorro relativista, a través de un medio no magnetizado. En el panel a) se observa el momento en el cual el chorro ha penetrado la parte más densa del medio sin presentar la inestabilidad de tapón, en el cuadro b) presenta el momento en el cual el chorro ha atravesado aproximadamente la mitad de la región con mayor densidad, por otro lado es posible observar la formación de ondas que se mueven a altas velocidades, así como choques de colimación dentro del chorro. La Figura c) muestra el momento en el cual el chorro está por dejar la zona de mayor densidad y comenzar a atravesar el ISM, de igual manera se puede ver que las ondas comienzan a cruzar el ISM. En el panel d) se observa que las ondas que viajaban a alta velocidad han dejado el dominio y que el chorro se ha internado en el ISM, además se observan los choques internos del mismo. El cuadro e) muestra la evolución que tiene el chorro al comenzar a atravesar el ISM. La Figura f) presenta el punto en el cual el chorro está por salir del dominio, en este se puede observar la estructura final del chorro relativista.

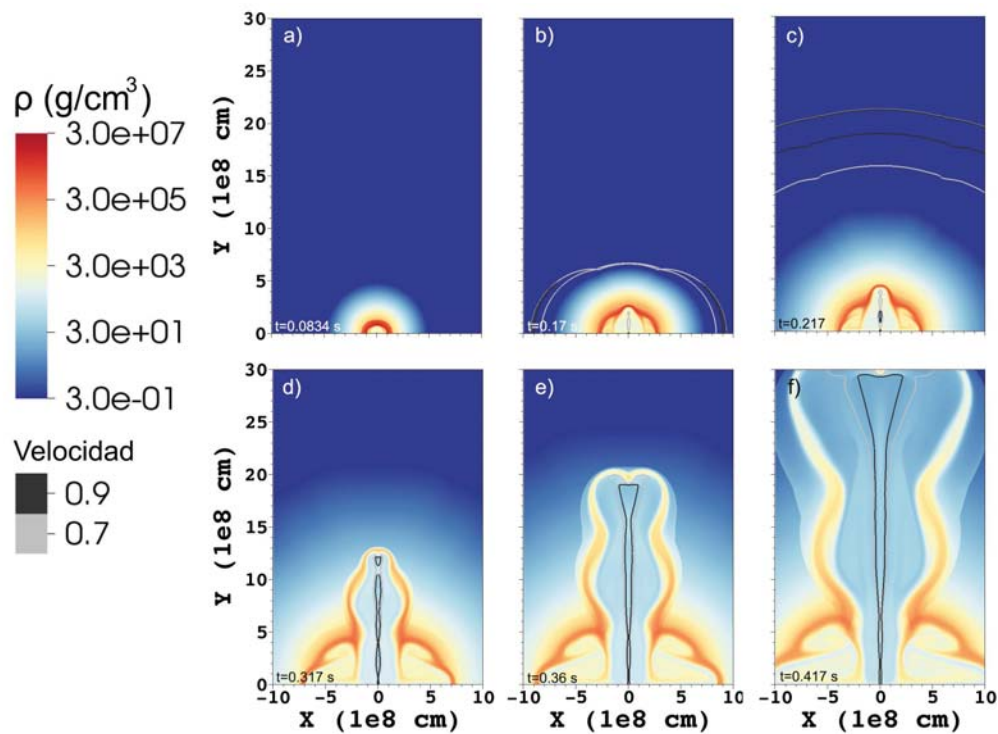


Figura 6.6: Evolución de un chorro relativista a través de un medio no magnetizado y con densidad no uniforme. El panel a) muestra el chorro relativista momentos después de ser lanzado. El panel b) muestra al chorro relativista en la mitad del medio que lo rodea, también es posible observar líneas de velocidad que indican material que está siendo expulsado por el chorro a altas velocidades. El cuadro c) muestra al chorro relativista a punto de integrarse al ISM, es posible ver choques internos en el chorro además de ondas propagándose en el ISM. El cuadro d) muestra al chorro relativista ya integrándose en el ISM, además es posible observar que las ondas de alta velocidad ya han salido del dominio. En el panel e) se puede observar al chorro relativista viajando por el ISM, es posible ver que tiene una estructura ya similar a la final. El panel f) muestra la estructura final del chorro relativista.

En la Figura 6.7 se muestra la estructura del chorro relativista, en éste se puede ver el choque frontal, los choques de colimación y el *cocoon*. Además es posible ver la turbulencia creada por el chorro al atravesar el medio; la resolución utilizada no es lo suficientemente buena como para poder observar efectos tales como inestabilidades de Kelvin-Helmholtz y los choques de colimación; esto es debido a la turbulencia producida por el chorro relativista al atravesar el medio.

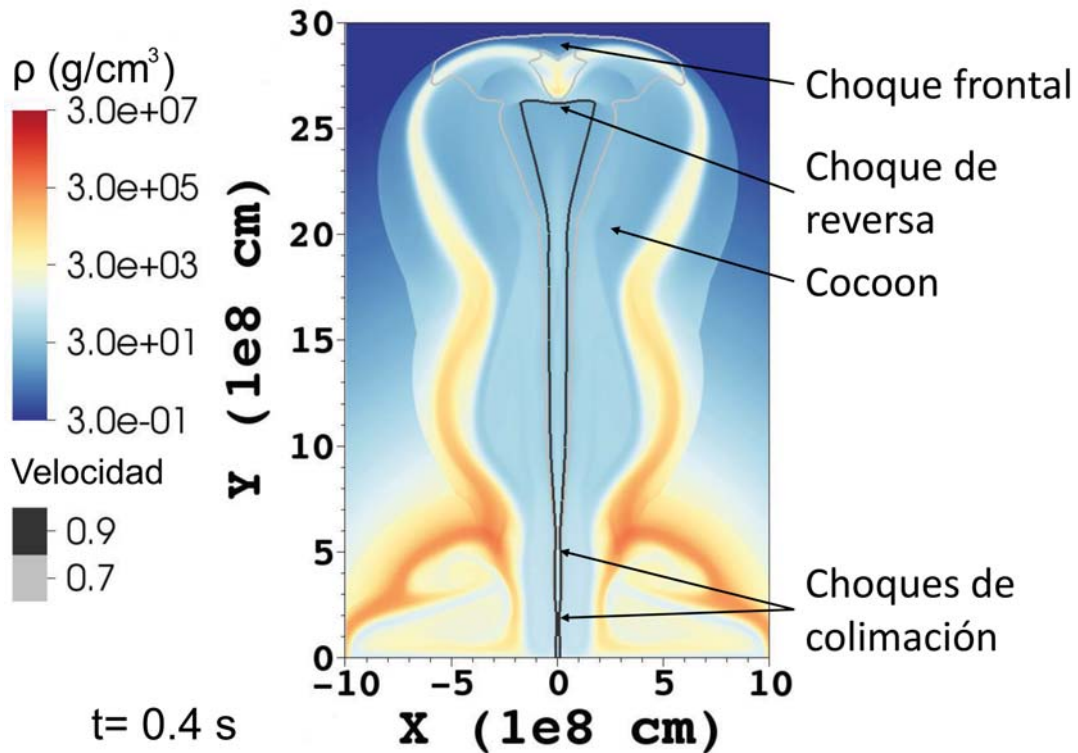


Figura 6.7: Mapa de densidad de la estructura de un chorro relativista al propagarse sobre un medio con densidad con decaimiento exponencial. Se observan los choques de colimación, el choque frontal, de reversa y el cocoon. Se toma un tiempo previo antes del fin de la simulación.

6.4.2. Evolución de un chorro relativista en un medio magnetizado

En esta subsección se muestran y discuten los modelos del chorro relativista que atraviesa un medio con diferentes distribuciones de campo magnético, estas se muestra en la Figura 6.3. De igual manera se hace la comparación de la estructura del chorro relativista en el medio magnetizado contra el chorro en el medio sin \mathbf{B} .

Una vez que se sabe el radio de inyección del chorro relativista, es posible conocer la magnitud del campo magnético en ese punto, para ello se utilizó la Figura 21 de Cioffi et al. (2017), en la cual se dan los límites mínimo y máximo del cociente $P_{\text{mag}}/P_{\text{gas}} = A$, debido a que $P_{\text{mag}} = \frac{B^2}{8\pi}$ es posible obtener el campo magnético de la siguiente manera $B = \sqrt{8\pi P_{\text{gas}} A}$, donde A es el valor del cociente antes mencionado. Inicialmente $\nabla \cdot \mathbf{B} \neq 0$ sin embargo, mediante el método de divergence cleaning a unos pocos pasos de tiempo $\nabla \cdot \mathbf{B} \rightarrow 0$. Cabe señalar que el método mencionado con anterioridad se incluyó en todas nuestras simulaciones.

En la Figura 6.8 se muestra el perfil de campo magnético para diferentes valores de A representados por las líneas discontinuas rojas, yendo estos de $10^{-1} - 10^{-5}$, con lo cual la magnitud

de \mathbf{B} se encuentra entre $10^8 - 10^4$ G. Las líneas sólidas representan el perfil que se utiliza en las simulaciones de este trabajo. Como se observa, estos perfiles caen dentro de los límites propuestos por Ciolfi et al. (2017).

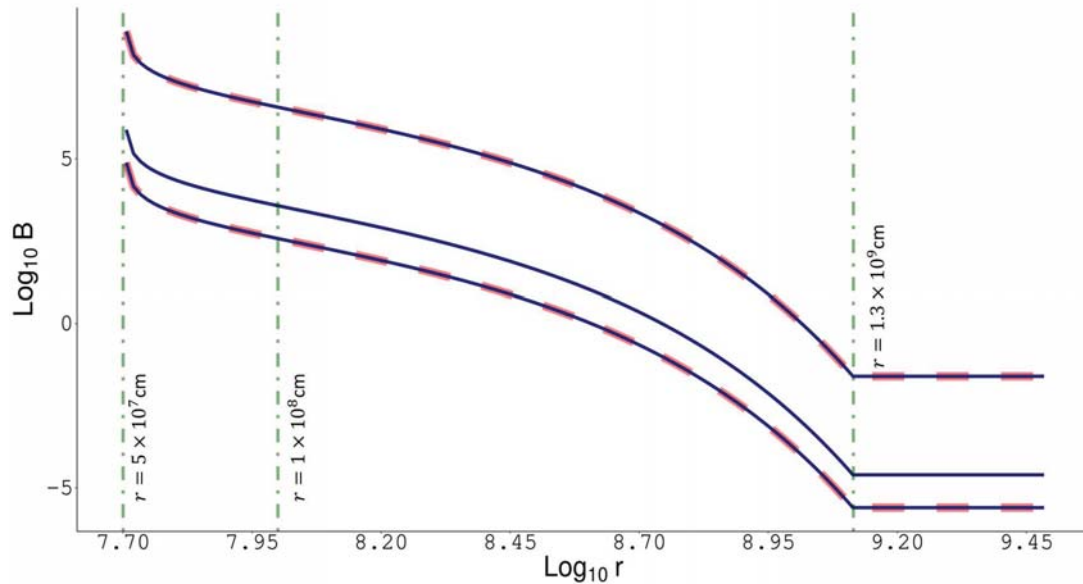


Figura 6.8: Perfil de la intensidad de campo magnético utilizado, representado mediante la línea sólida donde $B_{\text{max}} = 10^4$ G. Las líneas discontinuas representan los diferentes perfiles que se obtienen mediante $B = (8\pi P_{\text{gas}} A)^{1/2}$, donde A es el valor obtenido del cociente P_B/P_{gas} . Los límites del campo magnético son $10^8 - 10^4$ G.

En la Figura 6.9 se muestra la condición inicial para el campo magnético, en esta se indica la magnitud de \mathbf{B} para diferentes radios, cabe señalar que el cociente de presión magnética/presión de gas para esta Figura es de 0.1. El cociente de presión magnética/presión de gas nos indica el valor máximo de campo magnético que tendrá la simulación.

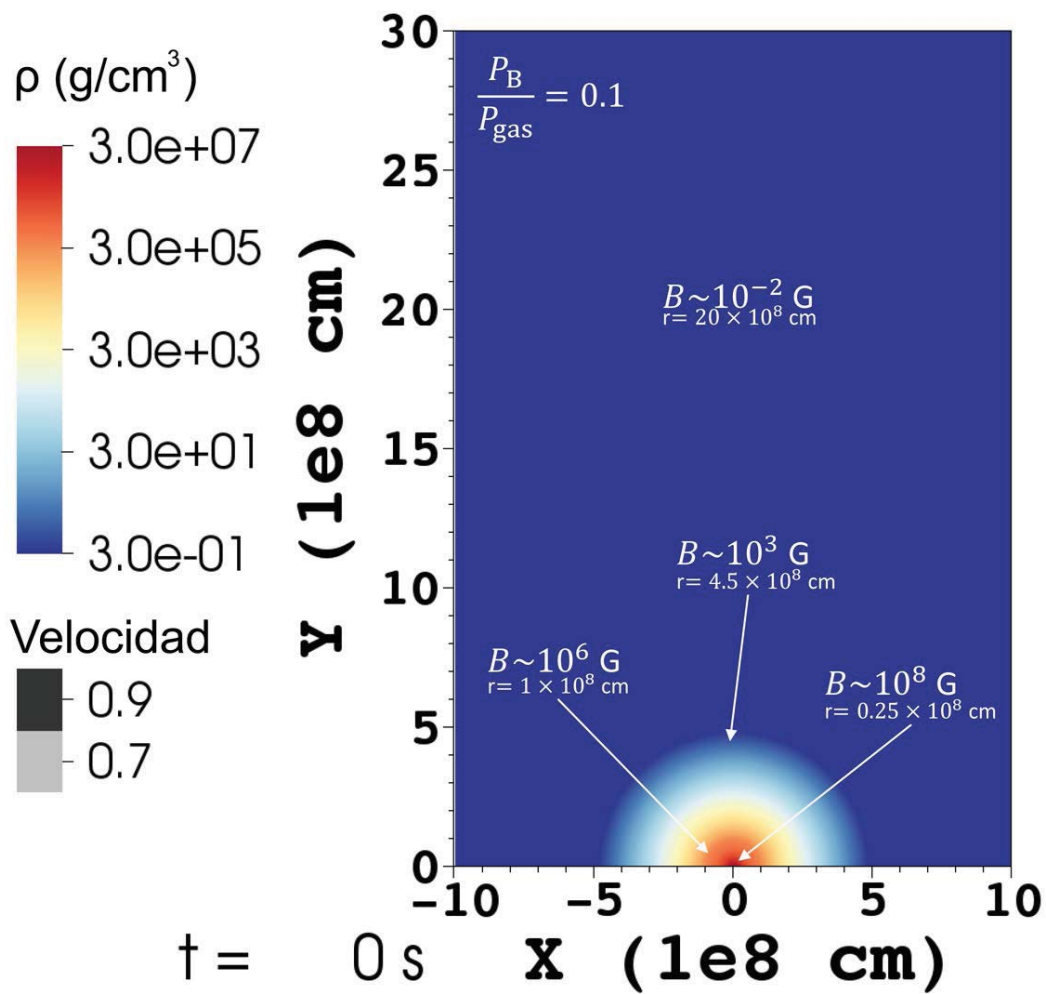


Figura 6.9: Valores aproximados del campo magnético para diferentes radios cuando el cociente de presión magnética y presión del gas es de 0.1 con $B_{\max} \sim 10^8$ -G.

Debido a que la magnitud del campo magnético tiene una dependencia en ambas coordenadas, x y y se hizo una aproximación en la cual solo se tiene dependencia en y . Para comprobar si esta es correcta se realizó una comparación entre el modelo con dependencia en x y y y el simplificado (dependencia sólo en y). En la Figura 6.10 se observan ambos perfiles de campo magnético en donde la línea naranja representa el perfil teórico mientras que la línea verde representa el perfil obtenido mediante la aproximación. Además en la Figura de abajo se puede observar el residuo porcentual, este es obtenido mediante $(B_{\text{teórico}} - B_{\text{obtenido}})/B_{\text{teórico}}$ en donde la desviación máxima es de 0.74, de igual manera puede observarse que a medida que r crece la desviación entre el modelo teórico y el modelo obtenido es mayor y luego disminuye a medida que B decrece. Aún cuando la desviación es grande se decidió utilizar este modelo con la finalidad de observar cuales son los cambios que se producen con las diferentes distribuciones

de B.

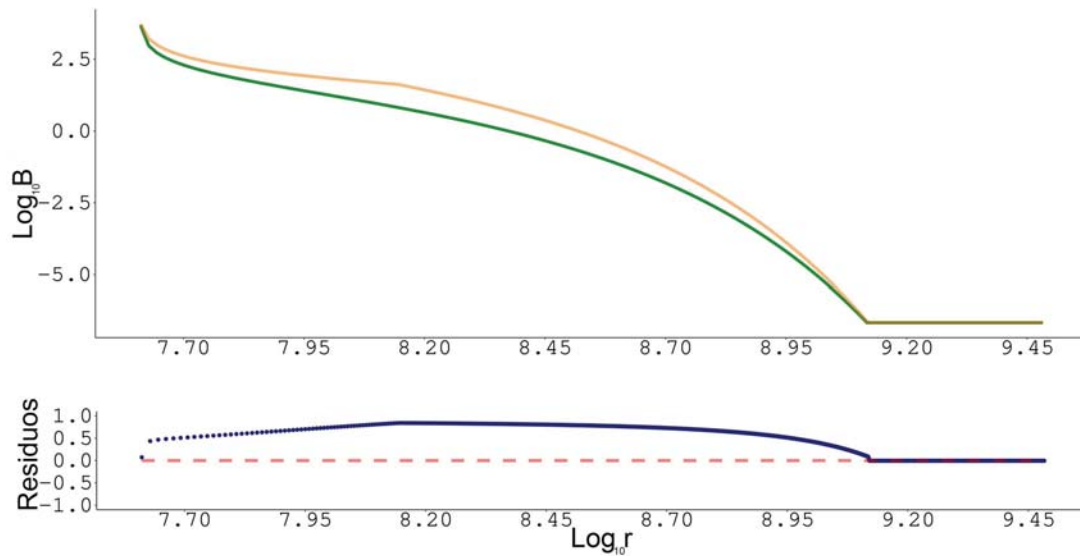


Figura 6.10: Comparación entre el modelo teórico (naranja) y el perfil utilizado tras aproximar el perfil de B solo en y . En la Figura inferior se observan los residuos porcentuales.

Esta última verificación del perfil de campo magnético nos da pauta a proceder con la evolución del chorro relativista en los diferentes medios propuestos, estas pruebas se discuten a continuación.

6.4.2.1. Chorro relativista en medio magnetizado horizontal

El primer caso de estudio es cuando el campo magnético se encuentra distribuido de manera horizontal. Como se discutió con anterioridad la magnitud del campo está dada por la relación entre la presión magnética y presión del gas tomando un valor de $P_B/P_{\text{gas}} = 1 \times 10^{-4}$ se obtiene que la magnitud máxima del campo magnético es de 10^4 G.

En la Figura 6.11 se muestra la evolución de un chorro relativista que atraviesa un medio con distribución horizontal de campo magnético. En el primer cuadro se muestra la condición inicial. En esta es posible ver la distribución de densidad y la de campo magnético indicada con líneas horizontales discontinuas. En el segundo cuadro se muestra la evolución del chorro relativista a $t=0.1$ s. Aquí es posible observar que las líneas de campo han cambiado de orientación pasando de líneas horizontales a verticales debido a ondas de rarefacción generadas por la inyección del chorro relativista. En el cuadro c) es posible ver que aunque el chorro relativista no ha alcanzado los límites del dominio, todas las líneas de campo magnético cambiaron su orientación. Cabe señalar que la magnitud de las líneas de campo tienen el valor de 10^4 G para las líneas rojas y 10^{-3} G para las verdes.

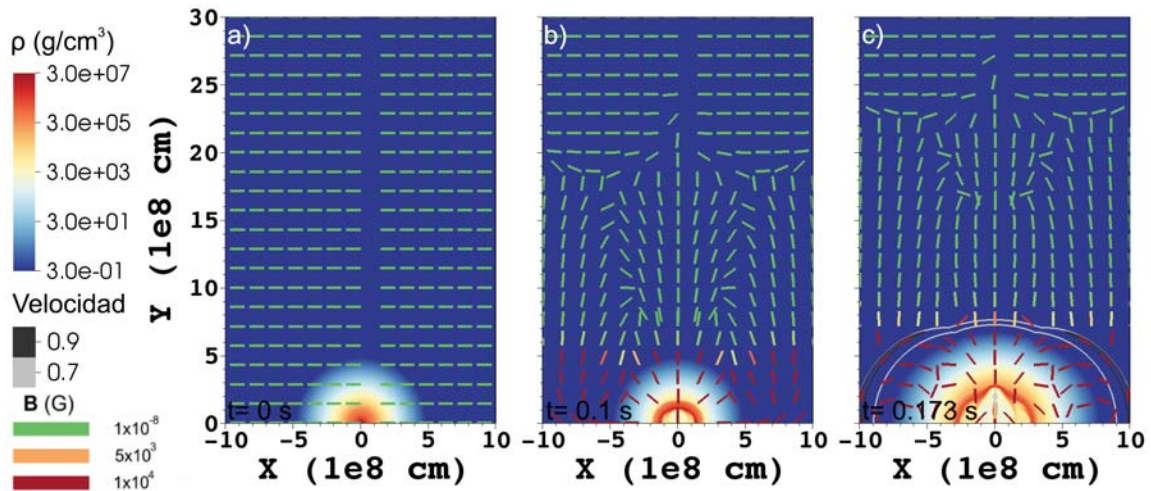


Figura 6.11: Evolución de un chorro relativista a través de un medio magnetizado horizontal con $A=0.1$ ($B_{\max} 10^8$ G). En el panel a) se muestra la condición inicial. El panel b) muestra como a un tiempo $t=0.1$ s las líneas de campo se han reorientado de manera vertical en la mayoría del dominio aún cuando el chorro solo ha alcanzado una altura de $\sim 1 \times 10^8$ cm. En el panel c) se muestra que la reorientación se ha propagado más en el dominio, la altura del chorro relativista es de $\sim 1.5 \times 10^8$ cm. Las líneas discontinuas representan al campo magnético, las líneas verdes tienen una magnitud de 1×10^{-8} G, las rojo-naranja tienen una magnitud de 5×10^3 G mientras que las rojas oscuro 1×10^4 G.

Con la finalidad de mitigar la reorientación de las líneas de campo magnético se realizó una simulación en la cual se remapearon las condiciones del jet y del medio (exceptuando el campo magnético) al tiempo en el cual todas las líneas cambiaron de orientación; se reimpuso el campo magnético horizontal y se dejó evolucionar. Sin embargo, para asegurar que este remapeo no afecta la evolución del chorro relativista se hizo una simulación en la cual a un tiempo igual a $t = 0.217$ s se remapeo y dejó evolucionar el chorro relativista.

En la Figura 6.12 se muestran las simulaciones realizadas sin remapear y con el remapeo. En el cuadro a) corresponde a $t=0.217$ s en el cual ocurre el remapeo, es posible observar que las propiedades en densidad y velocidad se mantienen en el caso remapeado (RM). El cuadro b) muestra un tiempo posterior. Como es posible ver, la estructura en densidad del chorro relativista y en las líneas de velocidad son idénticas. El último panel muestra el final de la evolución de ambos chorros relativistas. En este cuadro se puede apreciar que la estructura final es muy similar, ya que el chorro remapeado se ha movido aproximadamente 1.6% más lento que el caso normal, este movimiento se toma en cuenta para las simulaciones posteriores. Debido a que la herramienta utilizada no introduce errores numéricos significativos, es posible utilizarla para posteriores simulaciones.

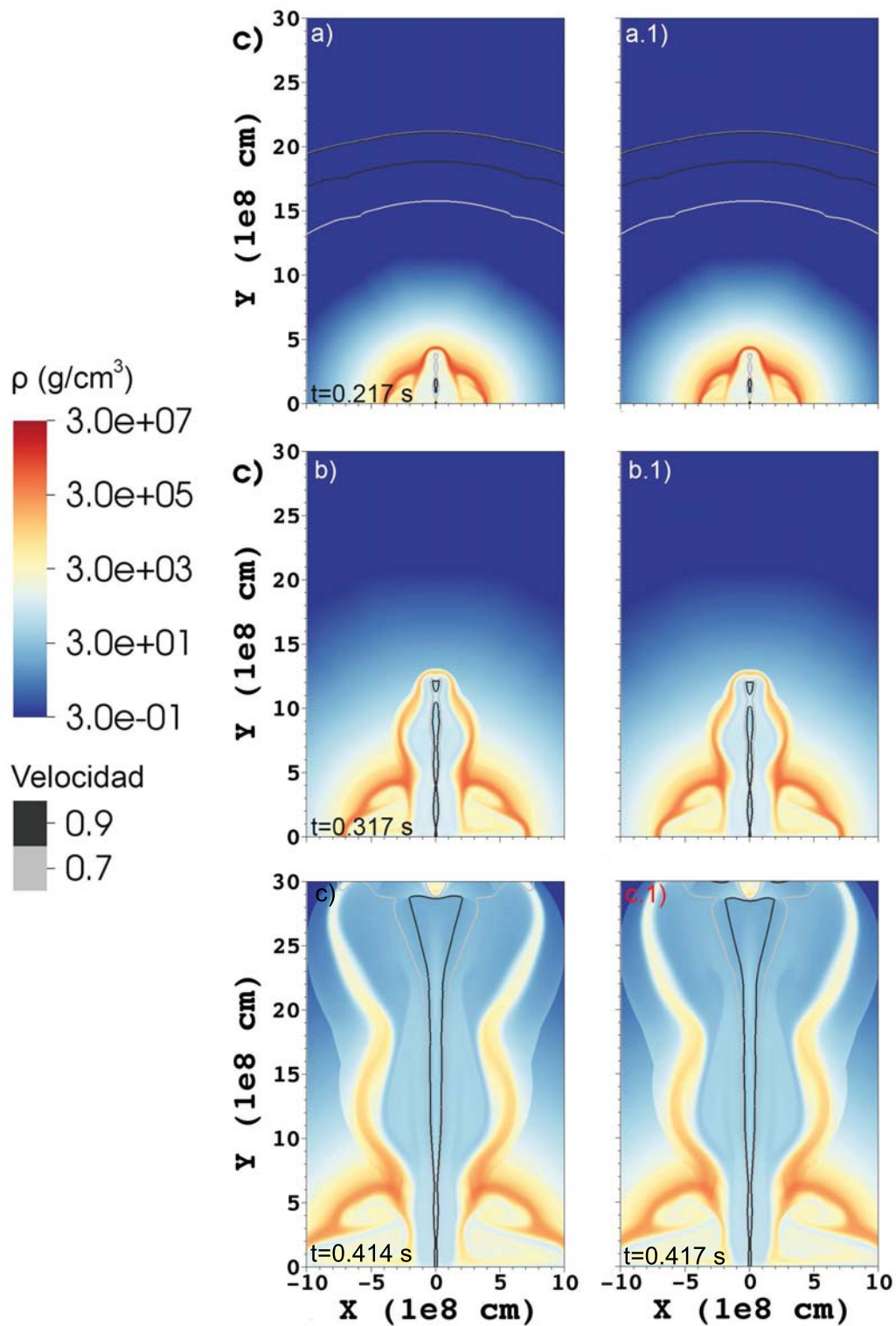


Figura 6.12: Comparación entre las simulaciones hechas sin remapeo y con remapeo, en esta se puede observar que sólo cuando $t = 0.417$ s es cuando el chorro remapeado va 1.6% más lento que el otro caso.

Una vez que se tiene esta herramienta capaz de remapear las propiedades del chorro relativista, se procedió a realizar una simulación en la cual se reimpuso el campo magnético. Lo

anterior es posible observarlo en el cuadro a) de la Figura 6.13, en donde $P_B/P_{\text{gas}} = 1 \times 10^{-4}$, aquí es posible observar que las líneas de campo comienzan horizontales. En el cuadro b) se muestra el chorro a $t=0.317$ s. En este cuadro se puede ver que las líneas de campo se reorientan y que, además la evolución del chorro hace que las líneas de campo se junten haciendo que la fuerza de éste incremente. En la Figura c) se puede observar que el campo magnético no afecta la estructura del chorro relativista, sin embargo la intensidad de las líneas de campo magnético en la región interna del chorro es mayor. La amplificación máxima encontrada en esta simulación es de $B_{\text{amp}} \leq 1.48B_{\text{max}}$.

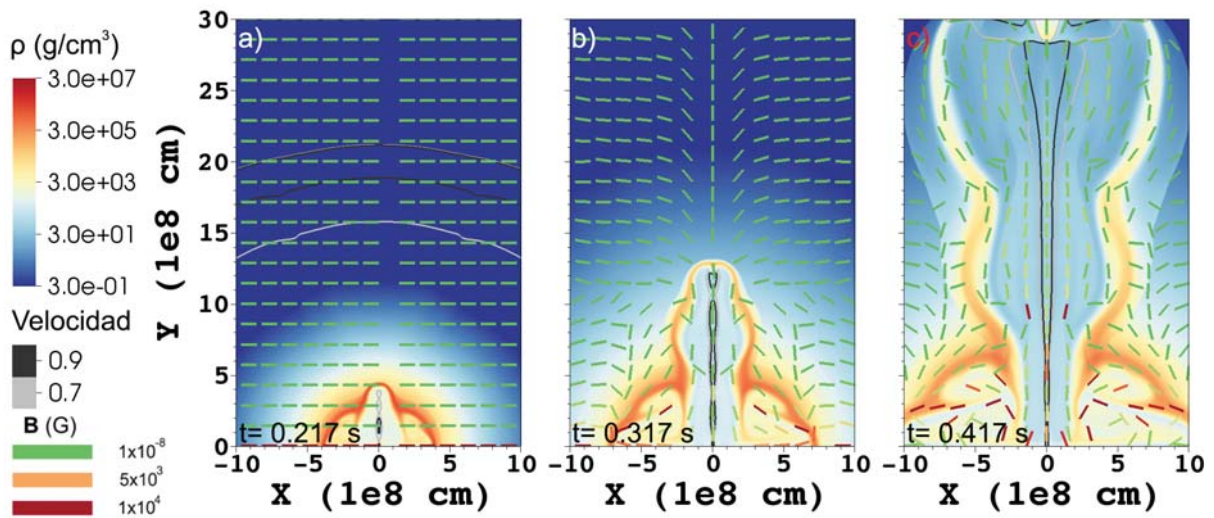


Figura 6.13: Evolución de un chorro relativista remapeado que se mueve a través de un medio magnetizado con distribución horizontal. Las líneas discontinuas representan al campo magnético, las líneas verdes tienen una magnitud de 1×10^{-8} G, las rojo-naranja tienen una magnitud de 5×10^3 G mientras que las rojas oscuro 1×10^4 G.

6.4.2.2. Chorro relativista en medio magnetizado vertical

El siguiente caso a discutir es cuando la distribución de campo magnético es vertical. Al igual que el punto anterior, se utiliza la herramienta de remapeo, esto es para hacer una correcta comparación entre las diferentes simulaciones.

En la Figura 6.14 se muestra la evolución de un chorro relativista en un medio con distribución de campo magnético vertical, en el panel a) se observa la condición inicial con el remapeo. En el panel b) se puede observar que la estructura del chorro relativista es igual que en los casos anteriores, sin embargo, las líneas de campo magnético son perturbadas por la evolución del chorro relativista en mayor medida que en el caso anterior. En el cuadro c) se observa la estructura final del chorro relativista. De igual manera que en el caso con la dis-

tribución de campo magnético horizontal, no se observan diferencias en esta, solamente es posible ver diferencias en las líneas de campo.

Haciendo una comparación entre ambos casos con la estructura final podemos ver que las líneas de campo son más intensas cuando el jet atraviesa un medio con \mathbf{B} vertical. En este caso es posible ver que cerca de la base del chorro relativista y en las zonas con turbulencia, es donde más fuertes son las líneas. Se encontró que esta amplificación es de $B_{amp} \leq 3.4B_{max}$, lo cual quiere decir que para la distribución vertical el campo magnético se amplifica 2.3 veces más que en el caso con distribución horizontal.

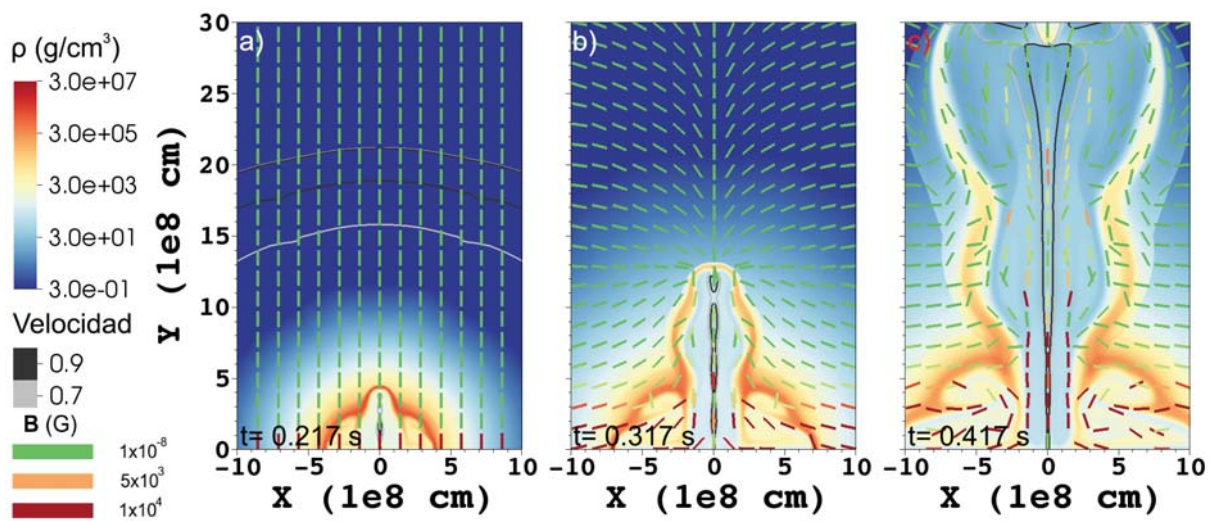


Figura 6.14: Evolución de un chorro relativista remapeado que se mueve a través de un medio magnetizado con distribución vertical. Las líneas discontinuas representan al campo magnético, la magnitud de las líneas verdes es de 1×10^{-8} G, las rojo-naranjas tienen una magnitud de 5×10^3 G mientras que las rojo oscuro 1×10^4 G.

Realizando una comparación de la estructura final entre ambos casos presentados con anterioridad, es decir, cuando el valor de $A=1 \times 10^{-4}$ ($B_{max} \sim 10^5$ G) es posible observar que no hay cambios en la evolución del chorro, sin embargo, el campo magnético además de redistribuirse, también se observa un aumento en la intensidad de las líneas para ambos casos, siendo más intenso en el caso donde el campo magnético comenzó de forma vertical.

En la Figura 6.15 se pueden observar los efectos mencionados con anterioridad, el panel a) corresponde al caso vertical, se puede observar que las líneas de campo son más intensas en las zonas cercanas al núcleo del chorro y en las zonas con turbulencia. Por otro lado, en el panel b) se puede observar que las líneas de campo son solamente más intensas en la zona inferior del núcleo del chorro y en la región de turbulencia.

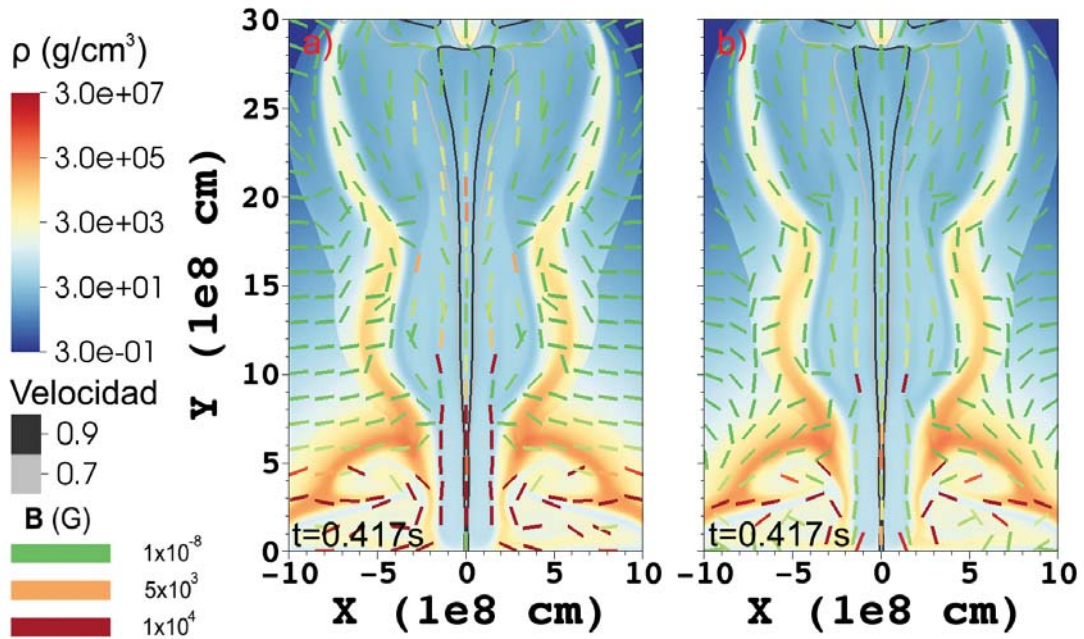


Figura 6.15: Comparación entre los casos horizontal y vertical cuando $A=1 \times 10^{-4}$ ($B_{\max} \sim 10^4$ G). Las líneas discontinuas representan al campo magnético, la magnitud de estas es la misma que en los casos anteriores.

Finalmente, se realizó una comparación entre los límites mostrados en la Figura 6.8. En los cuadros superiores de la Figura 6.16 se considero un valor de $A=1 \times 10^{-5}$ ($B_{\max} \sim 10^4$ G) mientras que en los cuadros inferiores se considera un valor de $A=0.1$ ($B_{\max} \sim 10^8$ G). Para el panel a.0) se usó una distribución horizontal de campo magnético. En este cuadro es posible ver que las líneas de campo se ven muy poco afectadas por la evolución del jet, mientras que en el cuadro a.1) cuando la distribución de campo es vertical las líneas se ven más fuertes tanto en las zonas de turbulencia, como a lo largo de la estructura interna del chorro relativista.

Al incrementar la intensidad de campo magnético se observó que la estructura final del chorro relativista no se vio afectada, sin embargo, al igual que en los casos discutidos con anterioridad ambas distribuciones de campo se vieron afectadas por la evolución del chorro relativista. El cuadro b.0) pertenece a una distribución de campo horizontal; en este puede observarse que en la estructura interna del chorro la intensidad de las líneas de campo es muy alta mientras que para las zonas externas esta varía de muy débil a fuerte. La amplificación que sufren las líneas de campo magnético para este caso es de $B_{amp} \leq 215B_{\max}$. Por otro lado, en el cuadro b.1) la intensidad de las líneas es más fuerte en la zona baja del chorro y dentro de la estructura interna de este, y menos en la zona del choque frontal y externa del chorro siendo esta amplificación de $B_{amp} \leq 3.80B_{\max}$. Esto quiere decir que cuando $A=0.1$ la ampli-

ficación del campo magnético horizontal es 56.6 veces mayor a la amplificación que sufre la distribución de campo magnético vertical.

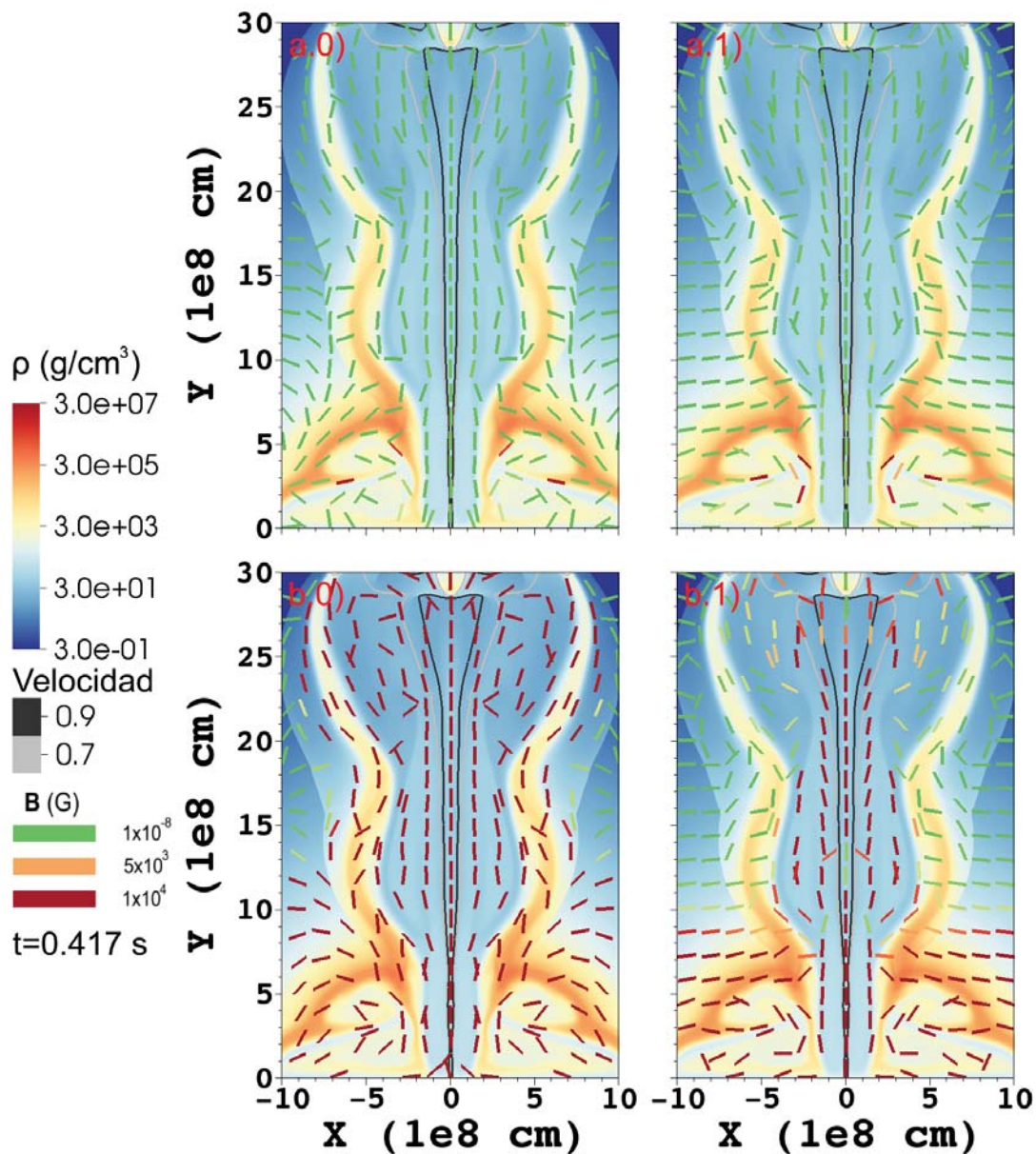


Figura 6.16: Comparación entre los casos límite mostrados en la Figura 6.8, los cuadros superiores son cuando $A = 1 \times 10^{-5}$ ($B_{\max} \sim 10^4$ G) mientras que los cuadros inferiores son cuando $A = 0.1$ ($B_{\max} \sim 10^8$ G), para una distribución de campo magnético horizontal y vertical respectivamente. Las líneas discontinuas representan al campo magnético, la magnitud de estas es la misma que en los casos anteriores.

Como se ha mencionado con anterioridad, la estructura del chorro relativista no fue afectada por las diferentes distribuciones de campo magnético, esto puede ser debido a la magnitud del mismo ya que como se muestra en la Figura 6.9 cuando el valor de $A = 0.1$ la magnitud

de $\mathbf{B} \sim 10^8$ G sin embargo, esto es en una región $r \leq 0.25 \times 10^8$ cm, cuando $r = 5 \times 10^8$ cm la magnitud de \mathbf{B} cae 5 ordenes de magnitud, esto provoca que las líneas sean lo suficientemente débiles como para no afectar la estructura del chorro relativista. De igual manera, el hecho de que las líneas de campo sean tan débiles produce que cualquier onda de rarefacción las mueva haciendo que se reorienten.

De igual manera se esperaba observar ondas magnéticas como lo son las ondas de Alfvén y ondas magnetosónicas. Sin embargo, a partir de la ecuación (2.82) se encontró que para el caso cuando $A=0.1$ la velocidad de las ondas de Alfvén es del orden de 10^4 m s⁻¹. Para el calculo de la velocidad de las ondas magnetosónicas rápidas se utilizó la siguiente ecuación $V_{magneto} = (C_s^2 + V_A^2)^{1/2}$, donde C_s es la velocidad del sonido. Con ella se encontró que la velocidad de estas últimas ondas también es del orden de 10^4 m s⁻¹. Así pues para que estas ondas comiencen a ser visibles deberían pasar 10^4 s, ya que al momento en el que terminan nuestras simulaciones estas ondas han avanzado $\sim 10^3$ m.

Con el propósito de mejorar este estudio y comprender cómo el campo magnético puede afectar la evolución de un chorro relativista y colimado nos centraremos en una zona donde $r \leq 1 \times 10^8$ cm, ya que como se mostró en la Figura 6.9, el campo magnético \mathbf{B} alcanza valores de hasta $\sim 10^8$ G. Con esta simulación se pretende ver diferencias en la evolución del chorro relativista. La resolución a usar sera de 1.66×10^6 cm.

Otras formas de hacer más realista las simulaciones, es mediante la implementación de campo magnético en el chorro relativista, ya que, de esta manera sería posible ver los efectos de la reconexión magnética. Por otro lado, el realizar simulaciones en tres dimensiones, es posible tener efectos de rotación que, aunados a la reconexión magnética, nos dirán el comportamiento del chorro relativista en este tipo de medios y la importancia del campo magnético en su evolución.

7

Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo fue el comparar la estructura y evolución que tiene un chorro relativista en diferentes medios magnetizados. Esto, con la finalidad de identificar si la distribución de campo magnético tiene una relación directa con la morfología final de un chorro relativista.

Por lo cual, para lograr dicho objetivo fue necesario validar el código numérico a PLUTO. Esta verificación se realizó mediante la implementación de pruebas con soluciones conocidas.

- En primer lugar se ratifico el módulo RHD de PLUTO, para ello se realizó una prueba de tubos de choque en 2D, en esta se encontraron diferencias mínimas entre el estudio realizado por De Colle et al. (2012) y PLUTO. Por lo tanto esta prueba resultó positiva.
- Se realizó una prueba de tubos de choque RMHD en 3D. En esta prueba se realizó una simulación en 3D para después tomar una componente lineal, la cual se comparó con los estudios realizados por los autores citados en dicho capítulo; en esta prueba no se encontraron diferencias en el comportamiento del choque, con lo cual el código pasó la prueba.
- Se ejecutó la prueba del rotor MHD. Ésta se hizo con la finalidad de verificar el módulo MHD de PLUTO y para realizar un posterior estudio de la conservación de la divergencia del campo magnético que se discutirá más adelante. Esta prueba se comparó con la elaborada por Guillet et al. (2019), y si bien hay pequeñas diferencias entre sus resultados y los de PLUTO, no son suficientes como para rechazar la prueba, esto debido a que la morfología general del rotor es la misma.

- La cuarta prueba hecha fue un rotor RMHD 2D, en donde se encontró que la morfología del rotor es cualitativamente parecida a la presentada por Mignone et al. (2012).
- Por último, se realizó un estudio de la conservación de $\nabla \cdot \mathbf{B}$, en el que se encontró que los métodos que más conservan esta condición en PLUTO son DC y CT.

Para el caso de las pruebas de Sedov-Taylor se tomó en cuenta la geometría del problema, ya que como menciona Fryxell et al. (2000) cuando la geometría es cilíndrica $R \propto t^{1/5}$; así pues, siguiendo la evolución del radio de una onda de choque circular se encontró que sigue una relación de $R \propto t^{0.5092}$, lo cual supone un error del 2% con respecto a la solución analítica. Por lo tanto, aseguramos que PLUTO sigue adecuadamente las ecuaciones de la HD para choques fuertes.

Tras un análisis comparativo entre los resultados obtenidos con el método de DC tanto para el código numérico utilizado por Guillet et al. (2019) como con PLUTO, se mostró que este último tiene una mejor conservación de la ley de Gauss para el campo magnético. Mediante estas comparaciones podemos asegurar que PLUTO conserva la condición $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

Seguido de esta comprobación, se le aplicó un campo magnético ($10^{-6}G$) horizontal al medio ambiente, y se dejó evolucionar la expansión isotrópica. Debido a que la magnitud de \mathbf{B} es muy pequeña, la onda expansiva no sufrió cambio alguno y la evolución del radio con respecto al tiempo siguió la misma función que para el caso sin campo magnético.

En pruebas subsecuentes, se aumentó la magnitud de \mathbf{B} , para probar la capacidad de PLUTO de manejar diferentes sistemas con campos fuertes. Se encontró que a campos magnéticos altos la expansión isotrópica es incapaz de romper las líneas de campo y se expande en dirección de las mismas. Por otro lado, encontramos que cuando la magnitud del campo tiene un valor medio entre el caso bajo y los casos altos, la expansión es capaz de romper las líneas de campo. En este modelo se esperaría que la expansión de la onda circular fuera preferencialmente en la dirección de las líneas (al igual que en los casos con campo magnético alto), sin embargo, se encontró que la onda sufre una expansión dominante en dirección opuesta a las líneas de campo. Este efecto es debido a que la onda dobla estas líneas permitiendo el paso de materia desde los polos hacia el ecuador lo cual ocasiona una acumulación de material en el ecuador produciendo un tapón.

Además, para cada uno de los casos con medio magnetizado, se encontraron ondas de Alfvén y magnetosónicas, en donde para magnitudes de campo magnético bajas, las ondas de Alfvén predominan, mientras que para el caso contrario dominan las ondas magnetosónicas.

Se siguió la evolución de un chorro relativista 2D en un medio con perfil de densidad

tomado de Ciolfi et al. (2017) con y sin campo magnético. En esta simulación fue posible localizar los diferentes choques que se presentan en el chorro así como su morfología global.

Seguido de la simulación anterior, la cual fungió como prueba de control, se realizaron simulaciones con diferentes distribuciones de campo magnético. El perfil de este se tomó de las simulaciones de Ciolfi et al. (2017). A partir del cociente P_{mag}/P_{gas} se obtuvieron los valores para los límites mínimo y máximo del campo magnético. Para las simulaciones en donde el chorro relativista atraviesa diferentes distribuciones de campo magnético se encontró que:

- La introducción de un chorro relativista en un medio magnetizado provoca que haya reorientación de las líneas de campo debido a ondas de rarefacción y a la debilidad de las mismas. Por lo cual se realizó un remapeo del chorro relativista cuando la onda de rarefacción dejó el dominio.
- El chorro relativista afecta a la distribución de campo magnético causando que las líneas se junten y por lo tanto se amplifique su magnitud, este efecto es más fuerte en las regiones internas del chorro relativista y en las zonas con más turbulencia.
- Cuando la distribución de campo magnético es vertical y con una magnitud de $B_{max} \sim 10^4$ G la morfología global del chorro relativista es idéntica al caso control y el tiempo de evolución el mismo. Además, se encontró que las líneas de campo se amplifican en la zona del núcleo y en las regiones de turbulencia. Esta amplificación es $B_{amp} \leq 3.4B_{max}$ en la zona de turbulencia y en la región central del chorro es de aproximadamente el doble de la magnitud máxima inicial. Por otro lado, no se observa amplificación del campo magnético en la zona del choque frontal y de reversa.
- Cuando $B_{max} \sim 10^8$ G con distribución vertical la morfología global del chorro relativista no sufre cambios comparada con la prueba control. Además que el tiempo de evolución es el mismo. Por otro lado, se observo que las líneas de campo magnético se amplifican en toda la región del núcleo del chorro y en la zona de turbulencia. Esta amplificación es de $B_{amp} \leq 3.80B_{max}$.
- Cuando la distribución de campo magnético es horizontal con una magnitud de $B_{max} \sim 10^4$ G la morfología global del chorro relativista es idéntica al caso control además que el tiempo de evolución es igual. Se encontró que las líneas de campo magnético se amplifican en la zona de turbulencia y en la región inferior del chorro relativista. Siendo esta amplificación de $B_{amp} \leq 1.48B_{max}$ en la primer zona mientras que en la segunda zo-

na el campo magnético alcanza una magnitud de 1.6×10^3 G. Finalmente, no se observó amplificación del campo magnético en las demás regiones del chorro relativista.

- Para la distribución de campo magnético horizontal con magnitud de $B_{max} \sim 10^8$ G, se observó que tanto la morfología global del chorro como el tiempo de evolución siguen a los del caso control. Además, se encontró que la amplificación del campo magnético se da en toda la estructura del chorro relativista, siendo esta de $B_{amp} \leq 215B_{max}$.
- Las diferentes magnitudes de campo magnético no tuvieron efectos sobre la estructura del chorro relativista en las regiones propuestas para las simulaciones realizadas, esto, es debido a que la magnitud de \mathbf{B} decae rápidamente provocando que no acelere o desacelere al chorro (dependiendo de la distribución usada). Sin embargo, no se descarta que el campo magnético pueda influir y ser determinante para discernir entre modelos.
- No hay parencia de ondas magnéticas como lo son las ondas de Alfvén y magnetosónicas. Esto es debido a que la velocidad de las mismas es del orden de $\sim 10^4$ cm s⁻¹ con lo que se necesitaría que transcurrieran 10^4 s para comenzar a ser visibles en nuestras simulaciones.

Tomando lo anterior en cuenta las conclusiones anteriores, para poder ver posibles efectos en la estructura del chorro relativista es necesario hacer un estudio en una región no mayor a $r = 5 \times 10^8$ cm ya que dentro de este radio la intensidad del campo magnético es lo suficientemente fuerte como para poder ver sus efectos.

7.1. Trabajo a futuro

Debido a que las simulaciones de este trabajo fueron realizadas bajo el régimen de malla fija, se implementará el uso de la paquetería CHOMBO para el funcionamiento de la malla adaptativa (AMR), con lo cual la resolución a usar en las regiones de mayor gradiente de densidad será de 5.5×10^5 cm. La AMR no sólo nos ayudará a mejorar la resolución de las simulaciones, si no que, además, el tiempo de computo será menor con lo cual se puede hacer un mejor uso de los recursos disponibles.

Una vez implementada la AMR, se harán simulaciones dedicadas a encontrar diferencias entre las distintas distribuciones de campo magnético. Estas simulaciones se realizarán en una región de $r \leq 1 \times 10^8$ cm, puesto que la $\mathbf{B}_{min} \sim 10^6$ G, se espera que esta magnitud mínima sea lo suficientemente alta como para generar efectos como lo son, la aceleración o desaceleración del chorro relativista dependiendo de la orientación del campo.

Además, el perfil de densidad en esta zona será $\rho \propto 1/r^2$; para el perfil de presión se seguirá utilizando las condiciones de Rankine-Hugoniot de choque fuerte. La distribución de campo magnético se seguirá considerando congelada en la densidad y con dependencia solo en y . Seguido de ello, se incluirá la dependencia de \mathbf{B} con el radio, esto nos dará una distribución extra y a su vez un acercamiento más acertado a la física del problema. Por otro lado, se hará una comparación entre simulaciones realizadas en coordenadas cartesianas y cilíndricas con la finalidad de verificar cuales son las diferencias que se pueden encontrar entre estos sistemas coordenados. Finalmente, se extenderá el problema a tres dimensiones para tener simulaciones más realistas, a estas últimas simulaciones se les modificara la malla, siendo esta logarítmica, esta modificación junto con la AMR nos ayudarán a tener un mejor desempeño computacional.

Aunado a esto, y, con la finalidad de obtener un problema más realista, se considerará un chorro relativista magnetizado, con lo cual se podrán ver los efectos de la reconexión magnética al interactuar con el medio. Así pues, se deberán resolver las ecuaciones de RMHD no ideal y considerar una distribución de campo magnético para el chorro.

Por otro lado, se realizarán simulaciones con PLUTO que cuenten con partículas, estas nos indicarán la aceleración que se obtiene en cada una de la distribuciones antes mencionadas, además de la dirección preferencial que siguen estas. Con ello se podrá estimar la diferencia en emisión de cada distribución.

Por último, se dejarán evolucionar las simulaciones hasta llegar a la fase de emisión tardía ($\sim 10^{16}$ cm), en este punto y con ayuda del código MCRaT¹ se realizarán curvas de luz sintéticas, los cuales podrán ser comparadas, en primera instancia con la curva de luz del GRB 170817A, y después con otros SGRBs, con esto podremos ver que tan importantes son los efectos del campo magnético en la evolución de los GRBs.

¹<https://bit.ly/2CEQGLL>

A

Apéndice

A.1. Malla adaptativa

La malla adaptativa (AMR) es aquella malla en la cual el tamaño de la misma varía acorde a los gradientes que el usuario decida. Para ello, se resuelven los sistemas de ecuaciones mostrados en la sección 2 mediante un sistema de jerarquía de mallas con diferente resolución cada una. La jerarquía depende del nivel de refinamiento y va desde el nivel menos fino $l = 0$ hasta un nivel $l = \text{máx}$ que es el más fino. Estos niveles se realizan mediante la unión de parches o bloques rectangulares de una resolución dada (Rendleman et al. , 2000). Un ejemplo de este tipo de malla se muestra en la Figura A.1 en donde se utilizan 2 niveles de refinamiento, las líneas negras gruesas indican el refinamiento de nivel cero, mientras que las líneas delgadas representan el refinamiento fino.

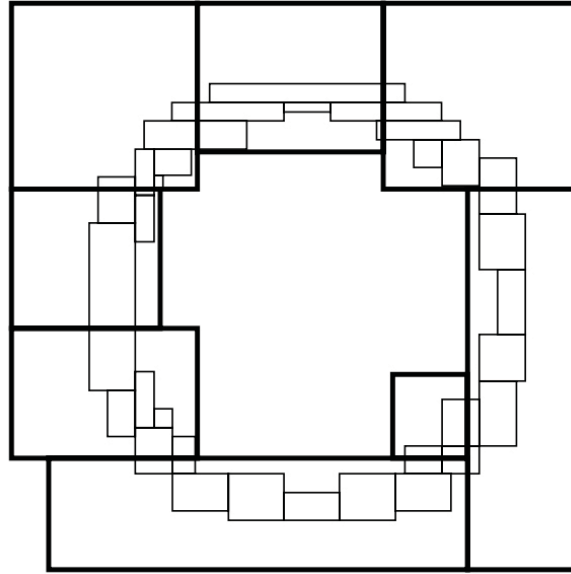


Figura A.1: Malla adaptativa con dos niveles de refinamiento. Las líneas negras muestran un refinamiento grueso. Las líneas delgadas muestran el refinamiento fino. Imagen tomada de Rendleman et al. (2000).

La paquetería CHOMBO utiliza el método de refinamiento propuesto por Berger & Rigoutsos (1991). La resolución espacial de los nivel de refinamiento satisface la relación $\Delta x_d^l = r^l \Delta x_d^{l+1}$. r^l es el nivel de refinamiento entre los niveles l y $l + 1$. Debido a que los niveles de refinamiento se unen mediante una malla rectangular, estos deben de estar: inconexos (no deben translaparse) y debidamente anidados. Como menciona Mignone et al. (2012), una celda de nivel l no puede estar cubierta parcialmente por celdas $l + 1$, y las celdas $l + 1$ deben estar separadas de las celdas $l-1$ al menos por una fila de celdas l . En la Figura A.2 se esquematiza el la jerarquía de los niveles de refinamiento. En el panel izquierdo se observa la malla completa con algunas zonas en donde se realiza el refinamiento; en el panel del centro, se muestra la separación por niveles, en donde es posible observar que se utilizan bloques con malla uniforme yendo desde el refinado grueso hasta el fino; la figura de la derecha, muestra como este método pasa la información a través de cada uno de los bloques. Autores como Berger & Olinger (1984); Berger & Colella (1989); Thornburg (2011), muestran una descripción detallada del método de refinamiento de malla adaptativa.

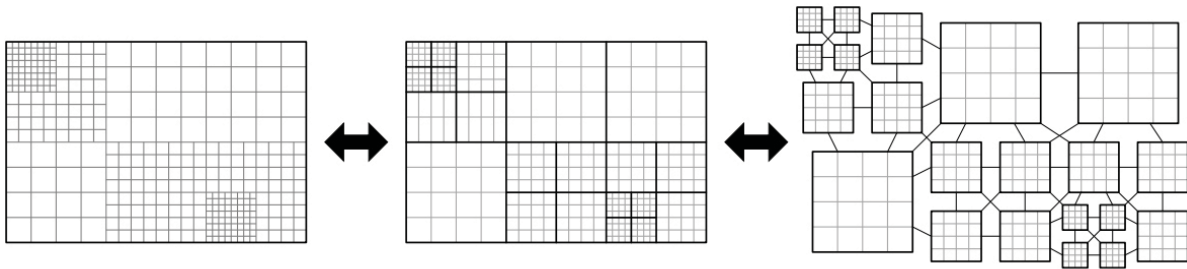


Figura A.2: Esquemización de una malla adaptativa para un problema dado. En el panel de la izquierda se muestra como se ve el refinamiento. En el centro se separa por bloques con malla uniforme presentando la separación de los niveles de refinamiento. El de la derecha muestra como cada vecino transmite la información. Imagen tomada de Schornbaum, & Rude (2017).

El método de AMR proporciona significativas ventajas en el costo computacional con respecto a una malla fija, esto es debido a que la malla adaptativa agrega refinamiento en donde es necesario. En la Figura A.3 se muestra la comparación del tiempo computacional para un problema dado (el tiempo que tarda una simulación con malla uniforme es mayor al resuelto con AMR).

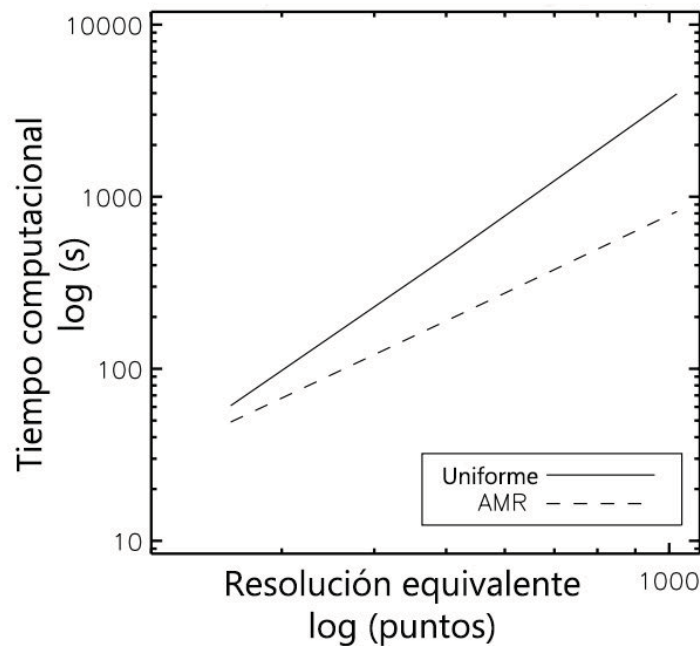


Figura A.3: Comparación del tiempo de computo necesario para una malla uniforme (línea sólida) contra una malla adaptativa (línea punteada). Imagen tomada de Mignone et al. (2012).

A.2. Inestabilidad de tapón (*Plug instability*)

Lazzati et al. (2015) define a la *plug instability* como el efecto en el cual una sobre-densidad del medio ambiente se acumula frente a el chorro relativista, justo al lado del eje, lo cual provoca que esta materia quede atrapada y cree un obstáculo. Como consecuencia de este problema, el chorro relativista se divide en dos columnas de baja densidad y alta temperatura.

Este tipo de problemas es visto usualmente en simulaciones 2D, ya que en simulaciones 3D el chorro relativista viaja por el camino de menor resistencia. Debido a que en nuestras simulaciones apareció este tipo de problema, se desarrolló una rutina capaz de vencer esta obstrucción.

En esta rutina a cada paso de tiempo se incrementa el radio de inyección mientras decrece de manera exponencial la luminosidad del chorro relativista. Es decir, al primer paso de tiempo a un radio r se inyecta una luminosidad máxima (propia para un SGRB) L_{max} , en un segundo paso de tiempo en $r + \Delta r$ se inyecta una luminosidad menor, la cual sigue una función $L \propto L_0 e^{-at_n}$, donde t_n es el paso de tiempo. Esta secuencia se repite hasta que $r = r_{max}$ y $L = L_{min}$, donde r_{max} es el radio máximo de inyección del chorro relativista y L_{min} es la luminosidad que tendrá el chorro por el resto de la simulación. En la Figura A.4 se esquematiza el procedimiento que se siguió para realizar el rompimiento del tapón de materia. En el panel a) se muestra que para tiempo t_1 se inyecta la luminosidad L_1 a un radio r_1 , en el panel b) a un tiempo t_2 se inyecta la luminosidad L_2 a un radio $r_2 > r_1$, en este paso $L_2 < L_1$, el cuadro c) muestra que para un tiempo t_{n+1} se inyectara la luminosidad L_{n+1} a un radio r_n .

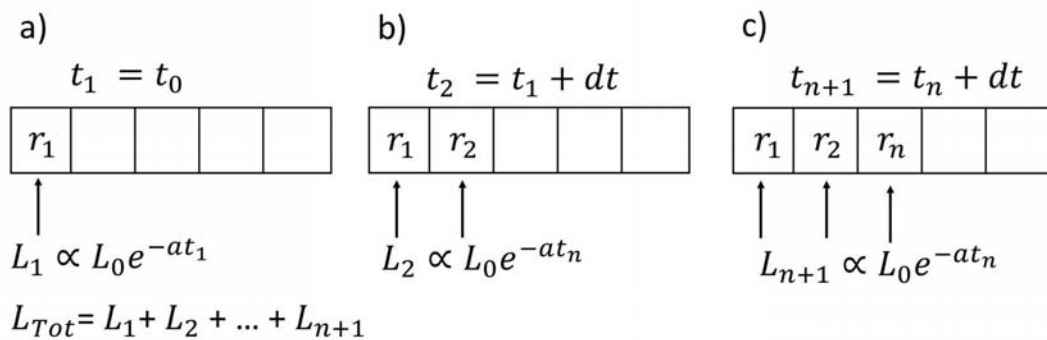


Figura A.4: Esquema de la rutina utilizada para vencer la inestabilidad de tapón de materia.

Con la finalidad de mostrar que esta rutina es capaz de deshacer esta sobredensidad, en la figura A.5 se hace una comparación entre dos simulaciones aplicando la rutina y sin aplicarla a dos tiempos diferentes. La comparación entre el cuadro a) y c) muestra que para el primer caso el jet ha pasado la inestabilidad mientras que para el segundo caso esta se encuentra en

el frente del chorro impidiendo el paso del mismo. En los cuadros b) y d) se muestra como efectivamente para la simulación en donde se aplicó la rutina el chorro sale satisfactoriamente mientras que en la otra simulación el tapón de masa hace que se libere mucha energía hacia los lados del chorro formando grandes zonas de turbulencia.

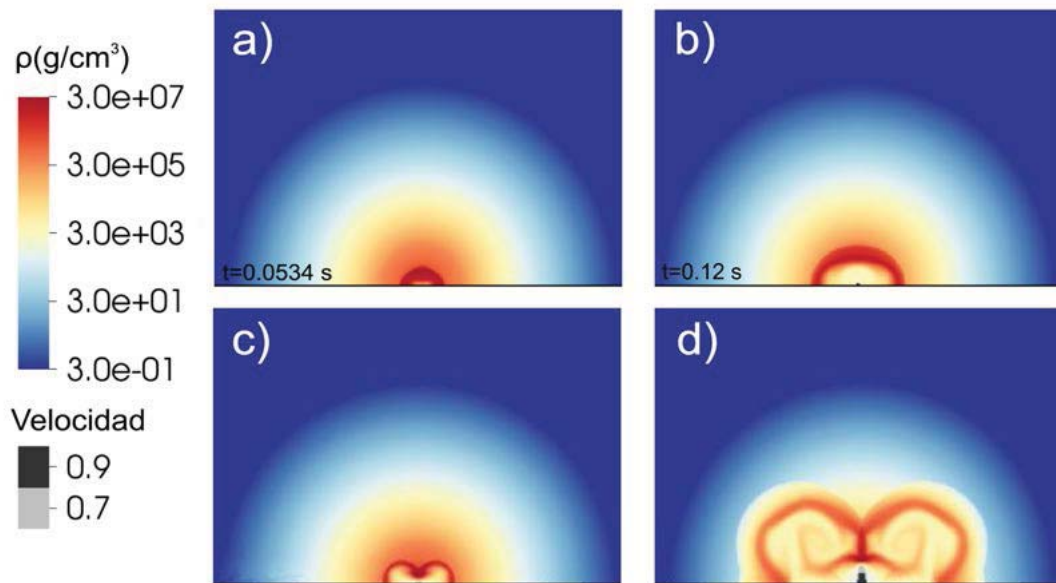


Figura A.5: Comparación entre dos simulaciones donde se muestra la eficacia de la rutina diseñada para combatir a la inestabilidad de tapón. En el cuadro a) se muestra la simulación a $t=0.0534$ s, en este cuadro es posible ver cuando el chorro comienza a ser visible en el dominio. En el panel b) se muestra la simulación a $t=0.12$ s en este punto la rutina contra la inestabilidad tapón a terminado. Además es posible observar que el chorro ha salido sin obstrucciones. El cuadro c) y d) muestran una simulación en donde no se ha implementado la rutina contra la inestabilidad tapón. En el primero de ellos a $t=0.0534$ s es posible observar que hay una acumulación de masa al frente del chorro y por lo tanto el material de este comienza a irse hacia los lados. En el panel d) se muestra la simulación a $t=0.12$ s en la cual se ve que mucho del material del chorro se ha lanzado hacia los lados, además de tener el tapón de material en el frente.

Bibliografía

- Abedi, J., & Afshordi, N. 2018, arXiv e-prints, arXiv:1803.10454
- Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al. 2017, ApJL 848, L12
- Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al. 2017, ApJL 848, L13
- Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al. 2017, Physical Review Letters 119, 161101
- Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al. 2019, Physical Review X, 9, 031040
- Asano, K., & Inoue, S. 2007, ApJ 671, 645
- Balsara, D. S., & Spicer, D. S. 1999, Journal of Computational Physics, 149, 270
- Band, D., Matteson, J., Ford, L., et al. 1993, ApJ 413, 281
- Baumgarte, T. W., Shapiro, S. L., & Shibata, M. 2000, ApJL 528, L29
- Baring, M. G., & Braby, M. L. 2004, ApJ 613, 460
- Belli, B. M. 1997, ApJL 479, L31
- Berger, M. J., & Colella, P. 1989, Journal of Computational Physics, 82, 64
- Berger, M. J., & Olinger, J. 1984, Journal of Computational Physics, 53, 484
- Berger, M. J., & Rigoutsos, I. 1991, IEEE Trans. Syst. Man Cybern., 21, 1278
- Berger, E. 2009, ApJ 690, 231
- Berger, E. 2010, ApJ 722, 1946
- Berger, E. 2011, New Astronomy Review 55, 1
- Berger, E. 2014, ARA&A 52, 43

- Brio, M., & Wu, C. C. 1988, *Journal of Computational Physics*, 75, 400
- Chapman, R., Levan, A. J., Wynn, G. A., et al. 2008, *40 Years of Pulsars: Millisecond Pulsars, Magnetars and More*, 983, 301
- Chirenti, C., Miller, M. C., Strohmayer, T., et al. 2019, *ApJL* 884, L16
- Chruslinska, M., Belczynski, K., Klencki, J., et al. 2018, *MNRAS* 474, 2937
- Cioffi, R., Kastaun, W., Giacomazzo, B., et al. 2017, *Physical Review D* 95, 063016
- Costa, E., Frontera, F., Heise, J., et al. 1997, *Nature* 387, 783
- Coulter, D. A., Foley, R. J., Kilpatrick, C. D., et al. 2017, *Science*, 358, 1556
- D'Avanzo, P. 2015, *Journal of High Energy Astrophysics*, 7, 73
- De Colle, F., Granot, J., López-Cámara, D., & Ramirez-Ruiz, E. 2012, *ApJ* 746, 122
- Del Zanna, L., & Bucciantini, N. 2002, *Astronomy and Astrophysics* 390, 1177
- Del Zanna, L., Bucciantini, N., & Londrillo, P. 2003, *Astronomy and Astrophysics* 400, 397
- Dezalay, J.-P., Barat, C., Talon, R., et al. 1992, *American Institute of Physics Conference Series*, 265, 304
- Dionysopoulou, K., Alic, D., & Rezzolla, L. 2015, *Physical Review D* 92, 084064
- Draine, B. T., & McKee, C. F. 1993, *ARA&A* 31, 373
- Eichler, D., Livio, M., Piran, T., & Schramm, D. N. 1989, *Nature* 340, 126
- Evans, C. R., & Hawley, J. F. 1988, *ApJ*, 332, 659
- Fong, W., & Berger, E. 2013, *ApJ* 776, 18
- Fong, W., Berger, E., Margutti, R., & Zauderer, B. A. 2015, *ApJ* 815, 102
- Frail, D. A., Kulkarni, S. R., Nicastro, L., Feroci, M., & Taylor, G. B. 1997, *Nature* 389, 261
- Fraija, N., De Colle, F., Veres, P., et al. 2017, *arXiv e-prints*, arXiv:1710.08514
- Fraija, N., Pedreira, A. C. C. do E. S., & Veres, P. 2018, *arXiv e-prints*, arXiv:1803.02978
- Fraija, N., Lopez-Camara, D., Pedreira, A. C. C. do E. S., et al. 2019, *ApJ* 884, 71

- Fryxell, B., Olson, K., Ricker, P., et al. 2000, *Astrophysical Journal*, Supplement 131, 273
- Ghirlanda, G., Nava, L., Ghisellini, G., Celotti, A., & Firmani, C. 2009, *Astronomy and Astrophysics* 496, 585
- Giacomazzo, B., & Rezzolla, L. 2006, *Journal of Fluid Mechanics*, 562, 223
- Gill, R., Nathanail, A., & Rezzolla, L. 2019, *ApJL*, 876, 139
- Giannios, D. 2006, *AAP*, 457, 763
- Goldstein, A., Veres, P., Burns, E., et al. 2017, *ApJL* 848, L14
- Granot, J. 2007, *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica*, vol. 27, 27, 140
- Guillet, T., Pakmor, R., Springel, V., et al. 2019, *MNRAS* 485, 4209
- Guiriec, S., Connaughton, V., Briggs, M. S., et al. 2011, *ApJL*, 727, L33
- Hjorth, J., Sollerman, J., Møller, P., et al. 2003, *Nature* 423, 847
- Hjorth, J., Sollerman, J., Gorosabel, J., et al. 2005, *ApJL* 630, L117
- , H.-J., Shen, J., Lan, L., et al. 2019, *MNRAS* 486, 4479
- Ito, H., Matsumoto, J., Nagataki, S., et al. 2019, *Nature Communications*, 10, 1504
- Klebesadel, R. W., Strong, I. B., & Olson, R. A. 1973, *ApJL* 182, L85
- Kouveliotou, C., Meegan, C. A., Fishman, G. J., et al. 1993, *ApJL* 413, L101
- Lax, P D. & Liu, X. 1998, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 19 , 319-340
- Lazzati, D. 2006, *New Journal of Physics*, 8, 131
- Lazzati, D., Morsony, B. J., & Begelman, M. C. 2010, *ApJ* 717, 239
- Lazzati, D., Morsony, B. J., & López-Cámara, D. 2015, *Journal of High Energy Astrophysics*, 7, 17
- Lazzati, D., López-Cámara, D., Cantiello, M., et al. 2017, *ApJL* 848, L6
- Lazzati, D., Perna, R., Morsony, B. J., et al. 2018, *Physical Review Letters* 120, 241103
- Levan, A. J., Wynn, G. A., Chapman, R., et al. 2006, *MNRAS* 368, L1

- Levan, A., Crowther, P., de Grijs, R., et al. 2016, *Space Science Reviews* 202, 33
- Li, S.-Z., Liu, L.-D., Yu, Y.-W., et al. 2018, *ApJL* , 861, L12
- Lü, H.-J., Shen, J., Lan, L., et al. 2019, *MNRAS* 486, 4479
- Lucas-Serrano, A., Font, J. A., Ibáñez, J. M., et al. 2004, *Astronomy and Astrophysics* 428, 703.
- Margalit, B., & Metzger, B. D. 2017, *ApJL* 850, L19
- McKee, C. F., & Hollenbach, D. J. 1980, *ARA&A* 18, 219
- Meszáros, P., & Rees, M. J. 1992, *ApJ*, 397, 570
- Mészáros, P. *Gamma-ray bursts*, *Rep. Prog. Phys.* 69:2259–2321,2006
- Mészáros, P. *Gamma-ray bursts*, *Astroparticle Physics* 43:134–141,2013
- Metzger, B. D., Quataert, E., & Thompson, T. A. 2008, *MNRAS* 385, 1455
- Metzger, B. D., Martínez-Pinedo, G., Darbha, S., et al. 2010, *MNRAS* 406, 2650
- Mignone, A., Bodo, G., Massaglia, S., et al. 2007, *Astrophysical Journal*, Supplement 170, 228
- Mignone, A. 2009, *Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplementi*, 13, 67
- Mignone, A., Ugliano, M., & Bodo, G. 2009, *MNRAS*, 393, 1141
- Mignone, A., Zanni, C., Tzeferacos, P., et al. 2012, *Astrophysical Journal*, Supplement 198, 7
- Mignone, A., & Bodo, G. 2006, *MNRAS*, 368, 1040
- Mignone, A., & Bodo, G. 2008, *Jets From Young Stars III*, 754, 71
- Mukherjee, S., Feigelson, E. D., Jogesh Babu, G., et al. 1998, *ApJL*, 508, 314
- Nakar, E. *Short-hard gamma-ray bursts*, *Physics Reports*, 2007.
- Narayan, R., Paczynski, B., & Piran, T. 1992, *ApJL*, 395, L83
- Nousek, J. A., Kouveliotou, C., Grupe, D., et al. 2006, *ApJ* 642, 389
- Paczynski, B. 1991, *Acta Astron.* 41, 257
- Paczyński, B. 1998, *ApJL* 494, L45
- Panaitescu, A., & Kumar, P. 2001, *ApJL*, 560, L49

- Pe'er, A. 2015, *Advances in Astronomy*, 2015, 907321
- Piran, T. 1999, *Physics Reports* 314, 575
- Piran, T. *The physics of gamma-ray burst*, *Reviews of modern physics*
- Piro, L., Troja, E., Zhang, B., et al. 2019, *MNRAS* 483, 1912
- Pooley, D., Kumar, P., Wheeler, J. C., et al. 2018, *ApJL*, 859, L23
- Powell, K. G. 1994, *Unknown*,
- Powell, K. G., Roe, P. L., Linde, T. J., Gombosi, T. I., & De Zeeuw, D. L. 1999, *Journal of Computational Physics*, 154, 284
- Priest, E. 2014, *Magnetohydrodynamics of the Sun*, by Eric Priest, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2014,
- Qin, B., Wu, X.-P., Chu, M.-C., et al. 1998, *ApJL* 494, L57
- Rendleman, C., Beckner, V., Lijewski, M. et al. *Comput Visual Sci* (2000) 3: 147.
- Rees, M. J., & Meszaros, P. 1994, *ApJL*, 430, L93
- Rezzolla, L., Giacomazzo, B., Baiotti, L., et al. 2011, *ApJL* 732, L6
- Ruiz, M., Lang, R. N., Paschalidis, V., et al. 2016, *ApJL* 824, L6
- Sari, R. 1998, *ApJL*, 494, L49
- Savchenko, V., Ferrigno, C., Kuulkers, E., et al. 2017, *ApJL*, 848, L15
- Schornbaum, F., & Rde, U. 2017, *arXiv e-prints* , arXiv:1704.06829.
- Shibata, M., Zhou, E., Kiuchi, K., et al. 2019, *Physical Review D* 100, 023015
- Taylor, G. 1950, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 201, 159
- Tóth, G. 2000, *Journal of Computational Physics*, 161, 605
- The LIGO Scientific Collaboration, the Virgo Collaboration, Abbott, B. P., et al. 2019, *arXiv e-prints*, arXiv:1908.01012
- Thornburg, J. 2011, *General Relativity and Gravitation*, 43, 1211
- Troja, E., Piro, L., van Eerten, H., et al. 2017, *Nature* 551, 71

- van der Holst, B., Keppens, R., & Meliani, Z. 2008, *Computer Physics Communications*, 179, 617
- van Paradijs, J., Groot, P. J., Galama, T., et al. 1997, *Nature*, 386, 686
- van Putten, M. H. P. M. 1993, *Journal of Computational Physics*, 105, 339
- van Putten, M. H. P. M., & Della Valle, M. 2019, *MNRAS* 482, L46
- Wang, P., Abel, T., & Zhang, W. 2008, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 176, 467.
- Wei, D. M., & Lu, T. 1998, *ApJ* 505, 252
- Wijers, R. A. M. J., & Galama, T. J. 1999, *ApJ* 523, 177
- Woosley, S. E., & Heger, A. 2006, *ApJ* 637, 914
- Yu, Y.-W., Liu, L.-D., & Dai, Z.-G. 2018, *ApJ* 861, 114
- Zhang, Z.-B., & Choi, C.-S. 2008, *Astronomy and Astrophysics* 484, 293
- Zhang, B.-B., Zhang, B., Sun, H., et al. 2018, *Nature Communications*, 9, 447
- Ziaeeepour, H. 2019, arXiv e-prints, arXiv:1905.11355