



**Universidad Nacional Autónoma de México**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA MECÁNICA - TERMOFLUIDOS

“ESTUDIO NUMÉRICO DEL CONTROL ACTIVO DE FLUJO SOBRE UNA  
SUPERFICIE AERODINÁMICA MEDIANTE CHORROS SINTÉTICOS  
OSCILANTES”

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA  
ING. EDUARDO ABRAHAM MONTAÑO SÁNCHEZ

TUTOR:  
DR. RUBÉN ÁVILA RODRÍGUEZ, CIA,  
DEPARTAMENTO DE TERMOFLUIDOS

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., ENERO 2020



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Agradecimientos

A mis padres Isabel y Benito, que siempre me han brindado su apoyo incondicional, los quiero mucho. Gracias.

A mis hermanos, con quienes siempre he contado y sé que siempre estarán ahí para mí, muchas gracias.

A Laura, que fuiste y serás una persona muy importante en mi vida, que compartimos muchos momentos importantes y siempre me apoyaste. Muchas gracias.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por su patrocinio a mis estudios de maestría.

A la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme los recursos e infraestructura para relizar mis estudios de posgrado.

A mi tutor el Dr. Rubén Ávila Rodríguez por su valiosa asesoría y pa-

ciencia.

Al honorable jurado: Dr. Rubén Ávila Rodríguez, Dr. Francisco Solorio Ordaz, Dr. William Vicente y Rodríguez, Dr. Eduardo Medina Hernández y al Dr. Ian Guillermo Monsivais Montoliu, por prestarme parte de su tiempo para la culminación de este trabajo.

A mis amigos y compañeros.

A la Universidad, que me ha permitido ser parte de su gran comunidad y por la educación impartida hacia mí y mis compañeros. Por mi Raza Hablará el Espíritu.

# Índice general

Índice de figuras	VII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	3
1.2. Control de flujo activo . . . . .	5
1.3. Alcances y objetivos . . . . .	9
<b>2. Modelo físico</b>	<b>10</b>
2.1. Dimensiones del modelo físico . . . . .	11
2.2. Descripción de los chorros sintéticos . . . . .	11
<b>3. Modelo matemático</b>	<b>18</b>

3.1. Ecuaciones de gobierno . . . . .	18
<b>4. Modelo numérico</b>	<b>21</b>
4.1. Código libre OpenFOAM . . . . .	21
<b>5. Resultados</b>	<b>24</b>
5.1. Validación del código . . . . .	24
5.1.1. Caso de estudio 1 . . . . .	25
5.1.1.1. Comparación con los datos experimentales (sin chorro sintético) . . . . .	25
5.1.1.2. Coeficientes aerodinámicos promedio . . . . .	27
5.1.1.3. Análisis de las frecuencias dominantes . . . . .	30
5.1.2. Caso de estudio 2 . . . . .	32
5.1.2.1. Comparación con los datos experimentales (un chorro sintético) . . . . .	32
5.1.2.2. Coeficientes aerodinámicos promedio . . . . .	35
5.1.2.3. Análisis de las frecuencias dominantes . . . . .	36
5.1.2.4. Esfuerzo cortante en la pared . . . . .	37

5.2. Control activo de flujo: Arreglos de chorros sintéticos . . . .	40
5.2.1. Caso de estudio 3 . . . . .	41
5.2.1.1. Coeficientes aerodinámicos promedio . . . .	41
5.2.1.2. Análisis de las frecuencias dominantes . . . .	41
5.2.1.3. Esfuerzo cortante en la pared . . . . .	43
5.2.2. Caso de estudio 4 . . . . .	46
5.2.2.1. Coeficientes aerodinámicos promedio . . . .	46
5.2.2.2. Análisis de las frecuencias dominantes . . . .	46
5.2.2.3. Esfuerzo cortante en la pared . . . . .	48
5.2.3. Caso de estudio 5 . . . . .	50
5.2.3.1. Coeficientes aerodinámicos promedio . . . .	50
5.2.3.2. Análisis de las frecuencias dominantes . . . .	51
5.2.3.3. Esfuerzo cortante en la pared . . . . .	53
5.3. Análisis comparativo de los casos de estudio . . . . .	56
5.3.0.1. Rendimiento aerodinámico . . . . .	56

**6. Conclusiones**



<b>A. Ecuaciones en forma adimensional</b>	<b>61</b>
<b>B. Vector de esfuerzos cortantes</b>	<b>67</b>
<b>C. Mínimos Cuadrados Móviles (MLS)</b>	<b>73</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>81</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>85</b>

# Índice de figuras

- 1.1. Flujo sobre un perfil aerodinámico . . . . . 4
  
- 2.1. Dimensiones y consideraciones físicas CE1. . . . . 11
- 2.2. Dimensiones y consideraciones físicas para los casos de estudio con chorros sintéticos. . . . . 13
- 2.3. Ángulos de fase comprendido entre las funciones armónicas de control de velocidad para los chorros sintéticos para los distintos casos de estudio. . . . . 14
  
- 4.1. Estudio de sensibilidad de malla para casos de estudio 1 y 2. 22
- 4.2. Dominio computacional. . . . . 23
  
- 5.1. Burbuja de separación caso de estudio 1. . . . . 26

5.2. Coeficiente de presión CE1. . . . .	27
5.3. Coeficientes aerodinámicos CE1. . . . .	30
5.4. Frecuencias dominantes CE1. . . . .	32
5.5. Burbuja de separación CE2. . . . .	33
5.6. Coeficiente de presión CE2. . . . .	34
5.7. Coeficientes aerodinámicos CE2. . . . .	35
5.8. Frecuencias dominantes CE2. . . . .	37
5.9. Esfuerzo cortante en la pared CE2. . . . .	38
5.10. Coeficientes aerodinámicos CE3. . . . .	42
5.11. Frecuencias dominantes CE3. . . . .	43
5.12. Esfuerzo cortante en la pared CE3. . . . .	44
5.13. Burbuja de separación CE3. . . . .	45
5.14. Coeficientes aerodinámicos CE4. . . . .	47
5.15. Frecuencias dominantes CE4. . . . .	48
5.16. Esfuerzo cortante en la pared CE4 . . . . .	49
5.17. Burbuja de separación CE4. . . . .	50

5.18. Coeficientes aerodinámicos CE5. . . . .	52
5.19. Frecuencias dominantes CE5. . . . .	53
5.20. Esfuerzo cortante en la pared CE5. . . . .	54
5.21. Burbuja de separación CE5. . . . .	55
5.22. Comparación del rendimiento aerodinámico. . . . .	57
C.1. MLS: Dominio de soporte . . . . .	75



# Capítulo 1

## Introducción

En la mecánica de fluidos el estudio de cuerpos sólidos inmersos en un fluido es uno de los tópicos más importantes que ha ido en crecimiento. Su evolución ha tenido un gran impacto en el desarrollo de una amplia variedad de sistemas ingenieriles que trabajan bajo éstas condiciones físicas; como el caso de aviones, turbo-maquinaria o submarinos, por mencionar algunos.

La interacción fluido-sólido produce fuerzas que actúan en ambas fases, el cuantificar dichas fuerzas es de vital importancia para el diseño de una amplia gama de dispositivos y sistemas de ingeniería, ya que ésto permite que científicos e ingenieros diseñen superficies optimizadas aplicadas en aeronaves o vehículos terrestres. Otra aplicación de ingeniería se puede encontrar en la generación de energía, por ejemplo, turbinas hidráulicas o eólicas, en cuyo caso el objetivo es aprovechar la energía cinética del fluido

y transformarla en energía eléctrica.

La forma de cuantificar las fuerzas puede ser mediante métodos experimentales, con simulaciones numéricas, y en algunos casos es posible encontrar soluciones analíticas. Con el continuo desarrollo y crecimiento de sistemas computacionales, el poder de cómputo se ha vuelto más grande y económico, gracias a eso la intención de la comunidad científica por resolver problemas físicos de alta complejidad mediante un esquema numérico ha ido creciendo en la misma medida. Hoy en día, la computación de alto rendimiento, (High Performance Computing, HPC) por sus siglas en inglés, permite que los resultados de las simulaciones numéricas sean más precisos y rápidos de calcular.

En el presente trabajo de tesis se presenta la solución numérica de las ecuaciones de la mecánica de fluidos para llevar a cabo el análisis de la influencia de la técnica de control activo de flujo conocida como chorros sintéticos oscilantes de flujo másico neto cero (Zero-Net Mass Flow, ZNMF), por sus siglas en inglés, sobre las características de la capa límite de un perfil aerodinámico a bajo número de Reynolds. La técnica empleada consiste en un arreglo de puntos de control de flujo, colocados a lo largo de la superficie superior del perfil aerodinámico para conocer la influencia sobre la capa límite de un punto de control hacia otro.

## 1.1. Antecedentes

El uso de perfiles aerodinámicos convencionales que operan en un régimen de bajo número de Reynolds (es decir,  $Re_c = U_\infty c / \nu < 1,000,000$ , ver Lissaman [1983]) ha ido en crecimiento con el desarrollo de nuevos sistemas mecánicos de pequeña escala, tales como vehículos no tripulados y aerogeneradores entre otros. La física involucrada en la operación de perfiles aerodinámicos a bajo número de Reynolds difiere sustancialmente de la de alto número de Reynolds, debido a la temprana separación de la capa límite laminar de la superficie de sustentación que se produce cerca del borde de ataque, Carmichael [1981], Mueller and DeLaurier [2003], Yarusevych et al. [2006]. La falta de energía cinética del fluido, que es una de las características del régimen de bajo número de Reynolds, propicia un pronto desprendimiento de la capa límite en ángulos de ataque pequeños en perfiles aerodinámicos cuya sección transversal es amplia respecto a la dirección de corriente libre, Yarusevych et al. [2009].

La capa límite en flujos con alto número de Reynolds sufre un desprendimiento de la superficie aerodinámica debido a su naturaleza inestable, esto debido a la transición de régimen laminar a turbulento. Esta rápida transición hace posible la formación de una región de recirculación acotada en el espacio conocida como burbuja de separación laminar, (Laminar Shear Bubble, LSB) por sus siglas en inglés, que da pie a la reincorporación del flujo a la superficie aerodinámica, Lissaman [1983], ver figura 1.1a. Por



otro lado, a bajos números de Reynolds, no hay formación de la burbuja de separación y por lo tanto el flujo no se reincorpora dando como resultado el desarrollo de una estela amplia corriente abajo del borde de salida. El fenómeno descrito anteriormente es completamente inestable y ocurre en un rango finito de número de Reynolds y ángulos de ataque, Carmichael [1981], ver figura 1.1b.

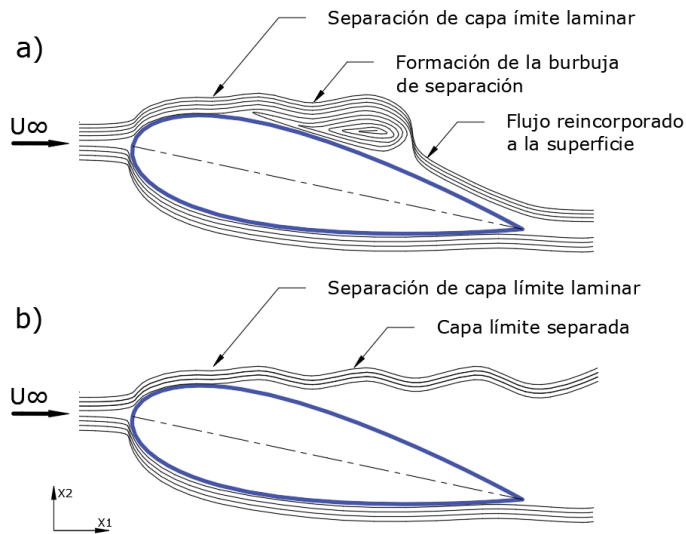


Figura 1.1: Flujo sobre un perfil aerodinámico: a) Formación de la burbuja de separación (alto número de Reynolds); b) Desprendimiento de la capa límite sin reincorporación (bajo número de Reynolds), Yarusevych et al. [2009]

El desprendimiento de la capa de límite generalmente conduce a un efecto perjudicial significativo en el rendimiento del perfil aerodinámico, lo que se traduce en una reducción de la sustentación y un aumento del arrastre.

En el presente estudio se implementan estrategias de control de flujo activo para intentar acelerar la formación de burbujas de separación laminar y promover la reincorporación del flujo corriente abajo.

Durante muchos años, un gran número de investigaciones han estudiado e ilustrado cómo, la implementación de la excitación periódica aplicada localmente en la superficie superior del perfil, promueve la reincorporación del flujo desprendido a la superficie, mejorando el rendimiento aerodinámico del perfil, Seifert et al. [1993], Greenblatt and Wygnanski [2000], Buchmann et al. [2013], Feero et al. [2015].

## 1.2. Control de flujo activo

En el estudio del control de flujo activo, muchos científicos experimentales han trabajado con dispositivos que se conocen en la literatura como chorros sintéticos oscilantes de flujo másico neto cero, (Zero Net Mass Flow, ZNMF) por sus siglas en inglés. La función de estos dispositivos es utilizar el fluido de trabajo para transferir el momento lineal como una excitación armónica al flujo, Seifert et al. [1993], Amitay et al. [1998], Glezer [2011], Feero et al. [2017]. Los trabajos experimentales han resaltado que acelerar la transición a la turbulencia de la capa límite laminar no es el objetivo principal en el control de flujo basado en dispositivos ZNMF; sino que, debido a la naturaleza de la técnica basada en la excitación armónica de momento lineal sobre la capa límite, se promueve la formación de estructu-

ras de vorticidad, también conocidas como burbujas de separación laminar (LSB), con una frecuencia dominante directamente asociada a la frecuencia de excitación del chorro sintético ( $f_e$ ).

Greenblatt y Wygnanski [2000] definieron parámetros de control importantes para un perfil aerodinámico tales como la frecuencia reducida ( $F^+$ ), y la razón  $C_B$ .

La frecuencia reducida es un parámetro adimensional y está definida como,  $F^+ = f_e/f_n$ , donde " $f_e$ " es la frecuencia de excitación con la cuál se controla el chorro sintético y " $f_n$ " es una frecuencia natural asociada al perfil aerodinámico cuando no se realiza ninguna técnica de control de flujo. De acuerdo a Greenblatt y Wygnanski [2000], dos inestabilidades principales caracterizan al flujo sobre perfiles aerodinámicos. Estas inestabilidades se definen por una frecuencia natural característica,  $f_n = U_\infty/l$ , donde " $l$ " es una escala de longitud que determina la naturaleza de las inestabilidades. La escala de longitud " $l$ " medida desde el borde de ataque hasta el punto de desprendimiento de la capa límite se asocia con la frecuencia natural a la cuál se generan las burbujas de separación laminar; mientras que la longitud de la cuerda " $c$ " se asocia a la frecuencia natural de la estela de gran escala que se desprende corriente abajo del borde de salida, conocida como la calle de von Kármán, WU et al. [1998].

La primera inestabilidad tiene una frecuencia natural característica  $f_{sl} \sim O(10)$ , Boutilier and Yarusevych [2012], mientras que la segunda inestabi-

lidad, que se define mediante la frecuencia natural característica de la estela, es de orden  $f_w \sim O(1)$ , Buchmann et al. [2013].

Las frecuencias se representan de manera adimensional como  $f = f_n c / U_\infty$ . Normalmente, se utiliza como escala de longitud la cuerda "c" para definir la frecuencia reducida ( $F^+$ ), ya que permite una mejor comprensión de los resultados.

Algunos autores reportan que para el control de flujo activo a través de una excitación armónica, se obtienen buenos resultados cuando la frecuencia reducida ( $F^+$ ) es del orden de magnitud de alguna de las frecuencias de las inestabilidades mencionadas anteriormente. Esto es,  $F^+ \sim O(1)$  para la inestabilidad global ( $f_w$ ), Greenblatt y Wygnanski [2000], y en trabajos más recientes  $F^+ \sim O(10)$  para la inestabilidad asociada a la capa de límite ( $f_{sl}$ ), Glezer [2011] y Feero et al. [2017].

La amplitud de la señal para caracterizar la velocidad a la cual se inyecta y se succiona fluido mediante el chorro sintético es otro parámetro a considerar, y se cuantifica por la relación  $C_B = U_j / U_\infty$ , dónde "U<sub>j</sub>" es la velocidad promediada en el tiempo del chorro en la mitad del ciclo de inyección, "U<sub>∞</sub>" es la velocidad de corriente libre. A medida que aumenta la relación  $C_B$ , el rendimiento aerodinámico mejora, ya que se reduce el coeficiente de arrastre "C<sub>d</sub>" y aumenta el coeficiente de sustentación "C<sub>l</sub>". Cuando la relación  $C_B \approx 1$ , se presenta un punto óptimo de desempeño cuantificado mediante el cociente entre el coeficiente de sustentación y el

coeficiente de arrastre ( $C_l/C_d$ ), esto significa que más allá de ese límite ( $C_B = 1$ ), aumentar más la relación  $C_B$  es ineficiente, ya que la relación entre los coeficientes de sustentación y arrastre alcanza un límite asintótico, Feero et al. [2017].

Dos parámetros adicionales a tener en cuenta son la ubicación y la orientación del actuador que controla el chorro sintético, los cuáles juegan un papel esencial en el control de la capa límite. Diversas publicaciones en la literatura han estudiado cuál es el mejor lugar para colocar el punto de control mediante el chorro sintético, y se ha reportado que la región cercana al punto de desprendimiento de la capa límite en los casos de perfiles aerodinámicos dónde no se realiza control de flujo es la más óptima, Greenblatt and Wygnanski [2000], Feero et al. [2017]. Además, comunmente se elige una orientación de chorro sintético normal a la superficie.

Los estudios sobre el control de flujo que utilizan ZNMF han abordado los problemas relacionados con la configuración óptima de los parámetros de control de los chorros sintéticos, como la frecuencia de excitación, la amplitud, la ubicación y la orientación; sin embargo, no hay suficientes estudios en casos dónde se establezca más de un punto control de flujo a lo largo de la superficie aerodinámica.

La separación de la capa límite posterior al punto de estancamiento conduce a un bajo rendimiento de los perfiles aerodinámicos, debido a esto, es esencial encontrar más alternativas de control de flujo para evitar el

desprendimiento de la capa límite laminar, o en su defecto, promover la reincorporación del flujo desprendido a la superficie aerodinámica corriente abajo.

### 1.3. Alcances y objetivos

Esta investigación tiene como objetivo ofrecer más información sobre el comportamiento de la capa límite, cuando esta se modifica por medio de una técnica de control activo de flujo. Esto mediante la implementación de chorros sintéticos de excitación periódica a lo largo de la superficie superior del perfil aerodinámico.

Uno de los objetivos principales de esta investigación es estudiar el rendimiento aerodinámico del perfil NACA0025, que presenta un bajo rendimiento aerodinámico cuando las condiciones físicas de operación se encuentran en un número de Reynolds bajo y un ángulo de ataque específico. El rendimiento aerodinámico se caracteriza a través de los coeficientes aerodinámicos de arrastre y sustentación.

Por último, se pretende determinar la dependencia del punto de desprendimiento de la capa límite cuando ésta se ve modificada mediante el control armónico en semiperiodos de inyección-succión en un arreglo de múltiples puntos de control de flujo.

# Capítulo 2

## Modelo físico

La primera parte de la presente tesis tiene como objetivo comparar los resultados numéricos con rendimientos y variables físicas reportadas en investigaciones experimentales, Feero et al. [2017]. Estas investigaciones se toman como los casos de estudio base, así mismo sirven para realizar la validación del código numérico y el método de modelado.

Feero et al. [2017], en su trabajo experimental utilizan un perfil aerodinámico NACA0025, el cuál es un perfil simétrico que tiene una sección transversal amplia respecto a la dirección de corriente libre. Se emplea un ángulo de ataque fijo de 12 grados para todos los casos de estudio. La condición física que se toma para el experimento es un número de Reynolds de 100,000; lo que se considera un régimen bajo para este tipo de fenómenos físicos, Lissaman [1983].

## 2.1. Dimensiones del modelo físico

Para la caracterización del modelo físico se usaron las mismas dimensiones utilizadas por Feero et al. [2017]. Para todos los casos de estudio de la presente tesis se utiliza el perfil aerodinámico NACA0025 con una longitud de cuerda de 300 mm, además de una posición del ángulo de ataque de 12 grados respecto a la horizontal, ver figura 2.1.

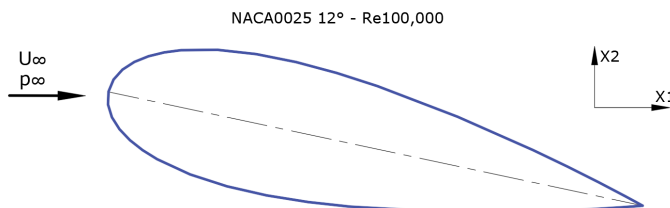


Figura 2.1: Dimensiones y consideraciones físicas para el caso de estudio 1. (CE1) Feero et al. [2017]

Los resultados numéricos de los primeros 2 casos de estudio reportados en el presente trabajo, se utilizan para compararlos con las cantidades físicas reportadas en el trabajo experimental publicado por Feero et al. [2017].

## 2.2. Descripción de los chorros sintéticos

El primer caso de estudio (CE1), consiste en el perfil aerodinámico con las dimensiones y condiciones descritas previamente, éste es el único caso de estudio al cuál no se le aplica ninguna técnica de control de flujo. El



CE1 se toma como caso base para comparar el rendimiento aerodinámico de los casos de estudio restantes.

Para el segundo caso de estudio (CE2) se realiza el control de flujo activo mediante la colocación de un chorro sintético ubicado en la vecindad del punto de desprendimiento de la capa límite reportado en el primer caso de estudio (CE1), el cuál se ubica a 13% de la longitud de la cuerda respecto al borde de ataque, Feero et al. [2017].

Con implementación de chorros sintéticos para el control de flujo, surgen nuevos parámetros de control para los chorros sintéticos, como son la frecuencia reducida ( $F^+$ ) y la razón  $C_B$ , Greenblatt and Wygnanski [2000].

Feero et al. [2017] reportan en sus resultados experimentales que al caracterizar el chorro sintético con frecuencias reducidas del orden de la inestabilidad local ( $F^+ \sim O(10)$ ), se obtiene el mejor rendimiento aerodinámico al cuantificar el cociente entre los coeficientes de sustentación y arrastre; así mismo, reporta que el valor  $C_B = 1$  propicia el rendimiento óptimo para los coeficientes aerodinámicos. Por esta razón, se toman los valores antes mencionados de frecuencia reducida y la razón  $C_B$  para los casos de estudio con control activo de flujo mediante chorros sintéticos.

El enfoque principal de este trabajo, se centra en investigar el comportamiento del fluido en la vecindad de la capa límite, así como mejorar el rendimiento aerodinámico cuando se coloca un arreglo de chorros sintéticos en la superficie superior del perfil aerodinámico, ver figura 2.2. El arreglo

de chorros sintéticos consiste en un total de 4 puntos de inyección-succión, colocados de forma equidistante desde el punto de desprendimiento del caso de estudio 1 (CE1) hasta el borde de salida; la distancia entre chorros sintéticos es de 21.75 % la longitud de la cuerda, ver figura 2.2.

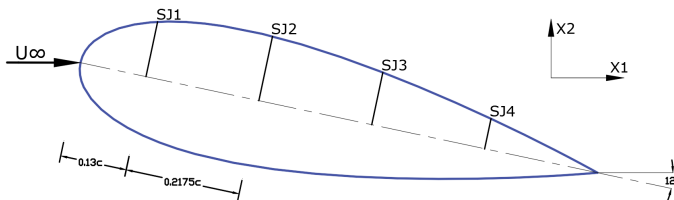


Figura 2.2: Dimensiones y consideraciones físicas para los casos de estudio con chorros sintéticos.

Se utilizan los mismos parámetros de control de frecuencia reducida y razón de sople reportados como óptimos por Feero [2017] para los 4 actuadores colocados en los casos de estudio propuestos. Sin embargo, al tener más de un punto de control de flujo, surge un nuevo parámetro, la cuál es la fase del ángulo entre las funciones armónicas sinusoidales que controlan velocidad de inyección succión en el tiempo de cada chorro.

En este trabajo se analizan un total de 5 casos de estudio; los casos de estudio 1 y 2 (CE1 y CE2), consisten en reproducir los resultados experimentales reportados en la literatura, Feero et al. [2017]; mientras que los casos de estudio 3, 4 y 5 (CE3, CE4 y CE5), son los casos que se analizan en el presente trabajo, los cuales consideran el arreglo de chorros sintéticos.

En los casos de estudio con varios chorros sintéticos, la única variante

que se propone modificar es la fase del ángulo entre las funciones armónicas, ésto, para identificar la dependencia de la capa límite con este parámetro.

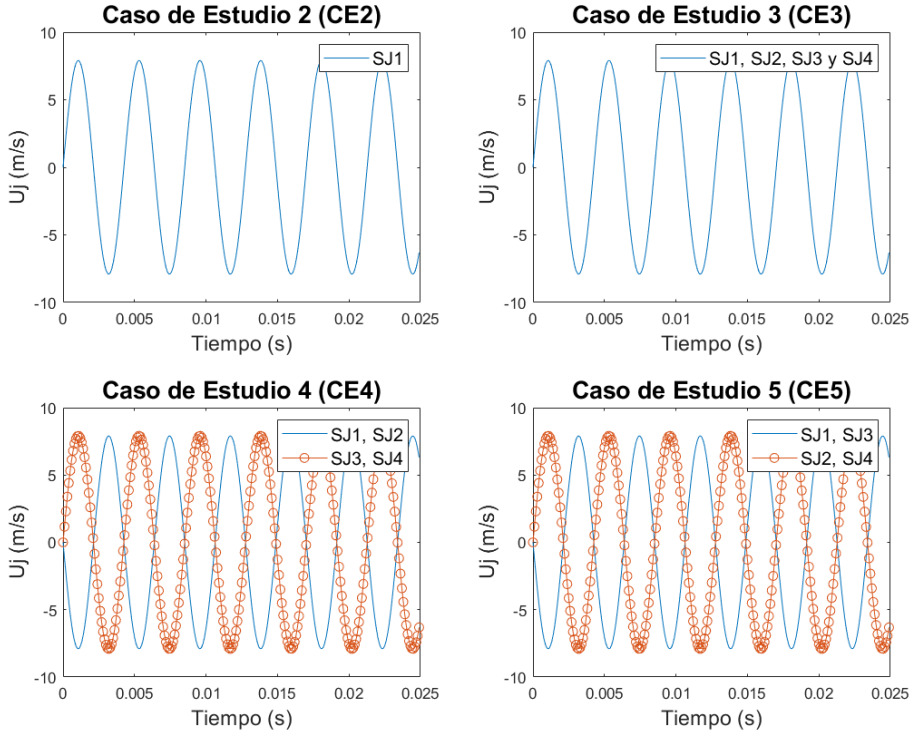


Figura 2.3: Ángulos de fase comprendido entre las funciones ármónicas de control de velocidad para los chorros sintéticos para los distintos casos de estudio.

Para el caso de estudio 3 (CE3), se propone que todas las funciones sinusoidales se encuentren en fase, es decir, todos los chorros sintéticos succionen e inyecten cantidad de movimiento al mismo tiempo, ver figura 2.3.

En el caso de estudio 4 (CE4), se consideran distintas fases en las funciones que controlan la velocidad de los chorros SJ1, SJ2 y SJ3, SJ4 (ver fig. 2.2). Las funciones están defasadas por  $\pi$  radianes, lo que implica que mientras los primeros 2 chorros succionan fluido de la corriente libre, los chorros 3 y 4 lo están inyectando en la mitad de cada periodo, ver figura 2.3.

Finalmente, para el caso de estudio 5 (CE5), las funciones armónicas sinusoidales de los chorros SJ1 y SJ3 se parametrizan con ángulo de defasamiento de  $\pi$  radianes respecto a los chorros SJ2 y SJ4, ver figura 2.3.

La función armónica que se implementa para controlar la velocidad de los chorros sintéticos, es una función sinusoidal de la velocidad dependiente del tiempo que se muestra en la ecuación (2.1). La función se implementa en una región discreta sobre la superficie del perfil aerodinámico. Esta región discreta, está ubicada en cada una de las posiciones de los 4 chorros sintéticos, ver figura 2.2.

$$\vec{u}(t) = 0\vec{e}_1 + A * \sin(\phi + 2\pi * f * t) \vec{e}_2 \quad (2.1)$$

Dónde  $\vec{u}(t)$  es el vector de velocidad en función del tiempo,  $A$  es la amplitud de la señal,  $\phi$  es al ángulo de defasamiento entre las señales (parámetro de control del defasamiento entre chorros sintéticos),  $f$  es la frecuencia de la señal, y  $t$  es el tiempo discreto.

El vector  $\vec{u}(t)$  de la ecuación (2.1) se proyecta sobre el vector unitario normal a la superficie local  $\vec{n}^{SJ_n}$ , para obtener la componente del vector velocidad asociado al vector normal unitario local, ver ecuación (2.2).

$$SJ_n(t) = \vec{u}(t) \cdot \vec{n}^{SJ_n} \quad (2.2)$$

Dónde  $SJ_n(t)$  es la componente del vector velocidad local de cada chorro. El subíndice ( $n$ ), representa el número de chorro sintético, el cuál puede ir de 1 a 4.

El vector de velocidad local en función del tiempo  $\vec{u}^{\vec{n}^{SJ_n}}(t)$  resulta del producto de la componente del vector velocidad local de cada chorro  $SJ_n(t)$ , por el vector normal unitario local  $\vec{n}^{SJ_n}$ :

$$\vec{u}^{\vec{n}^{SJ_n}}(t) = SJ_n(t) * \vec{n}^{SJ_n} \quad (2.3)$$

La función armónica de la ecuación (2.3), se aplica en una región discreta de la superficie aerodinámica como un campo de velocidades local dependiente del tiempo. Los parámetros con los cuales se puede controlar localmente el chorro sintético son:  $A$ , que es la amplitud de la señal de entrada,  $f$  que es la frecuencia a la que opera la señal, y  $\phi$ , que es un ángulo de defasamiento entre señales.

Los parámetros anteriores, sirven para modificar la forma en la que está

operando cada chorro sintético localmente; de esta manera, se puede estudiar la influencia que tiene cada parámetro en el control de flujo activo.

Cómo de mencionó previamente, el alcance de este trabajo, está acotado al estudio de la influencia del parámetro  $\phi$  (defasamiento entre señales) sobre la cápa límite.

# Capítulo 3

## Modelo matemático

### 3.1. Ecuaciones de gobierno

El fluido de trabajo utilizado para este estudio es Newtoniano e incompresible, las consideraciones físicas demandan el uso de la ecuación de conservación de masa (3.1), además de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento del campo de la mecánica de fluidos (3.2). Se considera que el fluido es isotérmico en este fenómeno particular, de modo que el empleo de la ecuación de energía no es necesaria para formular el modelo matemático.

El fenómeno es modelado como un flujo bidimensional, por lo que las variaciones en la tercera dirección y la tercera componente del campo de

velocidades son igualadas a cero.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_i = 0 \quad (3.1)$$

La ecuación (3.1) es la ecuación de conservación de masa. Dónde  $u_i$  es el campo vectorial de velocidades en la primera y segunda dirección, y  $x_i$  es el dominio en el espacio en 2 dimensiones.

$$\frac{\partial}{\partial t} u_i + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} u_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right\} \quad (3.2)$$

La ecuación (3.2) es la ecuación de conservación de cantidad de movimiento. Dónde  $t$  es la variable del tiempo, y  $P$  representa el campo de presiones.

Las ecuaciones descritas previamente, están escritas en notación índice y se encuentran en forma dimensional. Para reescribir las ecuaciones en su forma adimensional se proponen las siguientes escalas:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1^* c & x_2 &= x_2^* c \\ u_1 &= u_1^* U_\infty & u_2 &= u_2^* U_\infty \\ t &= t^* t_{Ref}; & t_{Ref} &= \frac{c^2}{\nu} & P &= P^* P_{Ref}; & P_{Ref} &= \frac{U_\infty \times \mu}{c} \end{aligned} \quad (3.3)$$



Dónde  $c$  es la longitud de la cuerda del perfil aerodinámico, y se toma como longitud característica para el fenómeno de estudio;  $U_\infty$  es la velocidad de la corriente libre del fluido

Sustituyendo las escalas (3.3) en las ecuaciones (3.1) y (3.2):

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + Re_c \left\{ u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} \right\} = -\frac{\partial P^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \quad (3.5)$$

Las ecuaciones (3.4) y (3.5) respectivamente son las ecuaciones de continuidad y conservación de cantidad de movimiento en forma adimensional; dónde aparece el parámetro adimensional del número de Reynolds multiplicando los términos advectivos de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento. La adimensionalización de las ecuaciones (3.4) y (3.5) se encuentra desarrollada en el apéndice A.

Para la solución del modelo matemático, es necesaria la implementación de un esquema numérico, que permita discretizar el dominio espacial y temporal y así resolver los campos de velocidad y presión.

# Capítulo 4

## Modelo numérico

### 4.1. Código libre OpenFOAM

En este estudio numérico se empleó el algoritmo PISO (presión implícita con operadores de división) propuesto por Issa en 1986, para resolver las ecuaciones de conservación de masa (3.4) y conservación de cantidad de movimiento (3.5) para un flujo bidimensional en régimen transitorio.

Se empleó el código abierto OpenFOAM (creado por Henry Weller en 1989 y distribuido bajo la Licencia Pública General), que emplea el método de volumen finito para realizar las simulaciones numéricas.

OpenFOAM ofrece 61 esquemas de interpolación y limitadores para el espacio y cinco esquemas básicos para la integración del tiempo; todos los

esquemas se basan en la integración de Gauss. Se utilizaron esquemas de segundo orden de espacio y tiempo para realizar todas las simulaciones numéricas. En el caso del dominio espacial, se implementó un esquema limitado de “Upwind lineal”, mientras que un esquema de segundo orden de “Crank-Nicholson” se implementó para el dominio del tiempo.

La capacidad, la precisión y la discretización del método de volumen finito mediante el código numérico OpenFoam, se explican bien en el trabajo desarrollado por Lee [2017].

<b>Caso de Estudio 1</b>					
<b>MALLA</b>	<b>#Elementos</b>	<b>Cd</b>	<b>%Variación</b>	<b>Cl</b>	<b>%Variación</b>
<b>1</b>	50,000	0.09603	-	0.12295	-
<b>2</b>	65,000	0.10179	5.66%	0.13031	5.65%
<b>3</b>	70,000	0.10465	2.73%	0.13397	2.73%
<b>4</b>	<b>76,000</b>	<b>0.10531</b>	<b>0.63%</b>	<b>0.13483</b>	0.64%
<b>5</b>	80,000	0.10540	0.09%	0.13496	<b>0.10%</b>
<b>6</b>	100,000	0.10545	0.04%	0.13503	0.05%

<b>Caso de Estudio 2</b>					
<b>MALLA</b>	<b>#Elementos</b>	<b>Cd</b>	<b>%Variación</b>	<b>Cl</b>	<b>%Variación</b>
<b>1</b>	50,000	0.10834	-	0.80411	-
<b>2</b>	65,000	0.11482	5.65%	0.85245	5.67%
<b>3</b>	70,000	0.11807	2.75%	0.87646	2.74%
<b>4</b>	<b>76,000</b>	<b>0.11882</b>	<b>0.63%</b>	<b>0.88184</b>	0.61%
<b>5</b>	80,000	0.11895	0.11%	0.88272	<b>0.10%</b>
<b>6</b>	100,000	0.11901	0.05%	0.88316	0.05%

Figura 4.1: Estudio de sensibilidad de malla para casos de estudio 1 y 2.

En el presente trabajo se realizaron simulaciones numéricas bidimensio-

nales, la figura 4.1 muestra el estudio de sensibilidad de la malla que se realizó para los caso de estudio 1 y 2, el cuál muestra resultados satisfactorios con 76,000 elementos en la malla tipo C, con una variación de alrededor de 0.10 % respecto a la siguiente malla con 80,000 elementos.

La condición de frontera a la entrada, es un campo de velocidad uniforme en la primera dirección ( $x_1$ ), cuya magnitud garantiza un número de Reynolds de 100,000 ( $Re_c = 100,000$ ).

A la salida, se impone una condición de frontera tipo Neumann  $du^*/dx^*$ ; lo que propicia que el flujo se reestablezca a la velocidad y dirección de corriente libre aguas abajo. El tamaño del dominio computacional, ver figura 4.2, garantiza el reestablecimiento del flujo.

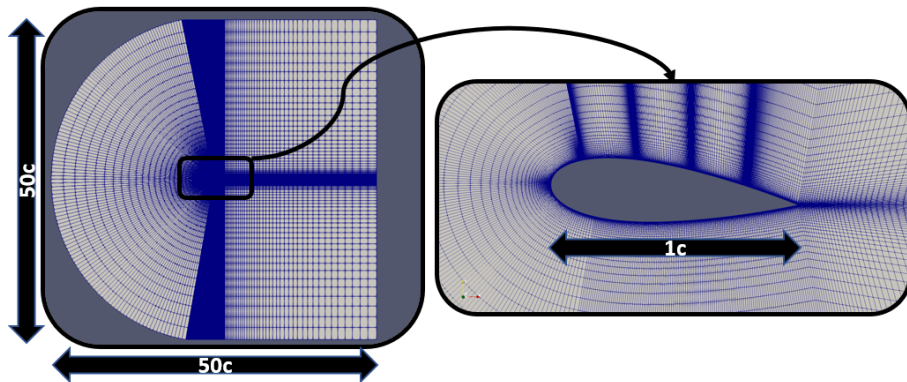


Figura 4.2: Dominio computacional.

En la superficie del perfil aerodinámico se emplea la condición de no deslizamiento.

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Validación del código

Para la validación del código, se replicaron los resultados experimentales reportados por Feero et al. [2017]. Para el presente trabajo, estos son los casos de estudio 1 y 2.

En el caso de estudio 1, se presentan los resultados del perfil aerodinámico sin control de flujo, es decir, con ángulo de ataque y número de Reynolds específicos y sin chorros sintéticos en la superficie aerodinámica.

Para el caso de estudio 2, se presentan los resultados del perfil aerodinámico con control de flujo con un chorro sintético ubicado en el punto de desprendimiento de capa límite reportado en el caso de estudio 1. Para

ambos casos, el parámetro físico para la comparación entre los resultados numéricos y los experimentales es el coeficiente de presión ( $C_p$ ), que está definido como:

$$C_p = (p - p_\infty) / (0,5 \times \rho \times u_0^2) \quad (5.1)$$

### 5.1.1. Caso de estudio 1

#### 5.1.1.1. Comparación con los datos experimentales (sin chorro sintético)

La hipótesis inicial respecto al control de la burbuja de separación mediante el control activo de flujo para promover la reincorporación de la capa límite corriente abajo, es de suma importancia en la eficiencia aerodinámica, la cuál se cuantifica mediante el cociente de los coeficientes de sustentación y arrastre. En la figura 5.1, que corresponde al caso de estudio 1, se muestra la magnitud del campo de velocidades, dónde se puede observar la formación de la estela de la calle de Von Kármán. También puede observarse la formación de burbujas de separación de gran escala sobre la superficie superior del perfil. El gran tamaño de las burbujas de separación no es óptimo para promover la reincorporación del flujo hacia la superficie corriente abajo.

El caso de estudio 1 comprende los resultados para el modelo físico base,

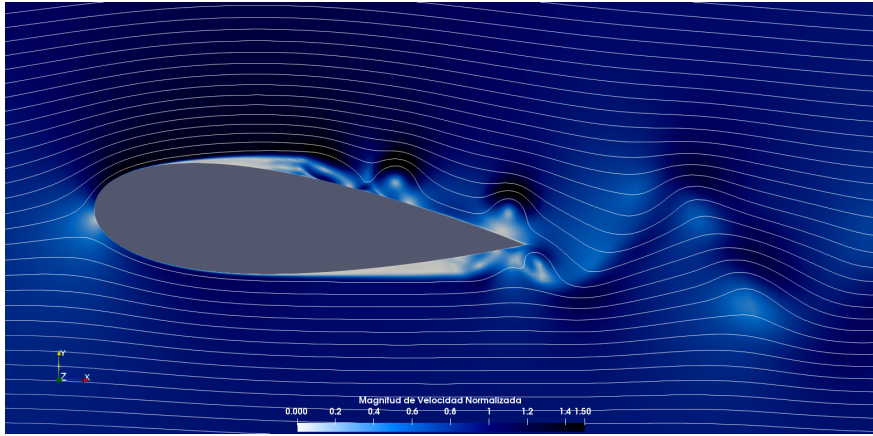


Figura 5.1: Burbuja de separación caso de estudio 1 (CE1).

es decir, el perfil aerodinámico sin control de flujo activo. Para la validación del código numérico, se realizó una comparación entre los coeficientes de presión medidos a lo largo de la superficie superior e inferior del perfil. La comparación se realizó entre los resultados experimentales reportados en la literatura, Feero et al. [2017], y los resultados numéricos reportados en el presente trabajo.

La gráfica de coeficientes de presión que se muestra en la figura 5.2, es la validación para el caso de estudio 1 (CE1), dónde se muestra la posición normalizada  $x/c$  en el eje de las abscisas.

El coeficiente de presión para CE1 es consistente en ambos casos, en el experimental y el numérico. El inicio de la región asintótica que se puede apreciar en la curva " $C_p$ " de la superficie superior se presenta alrededor

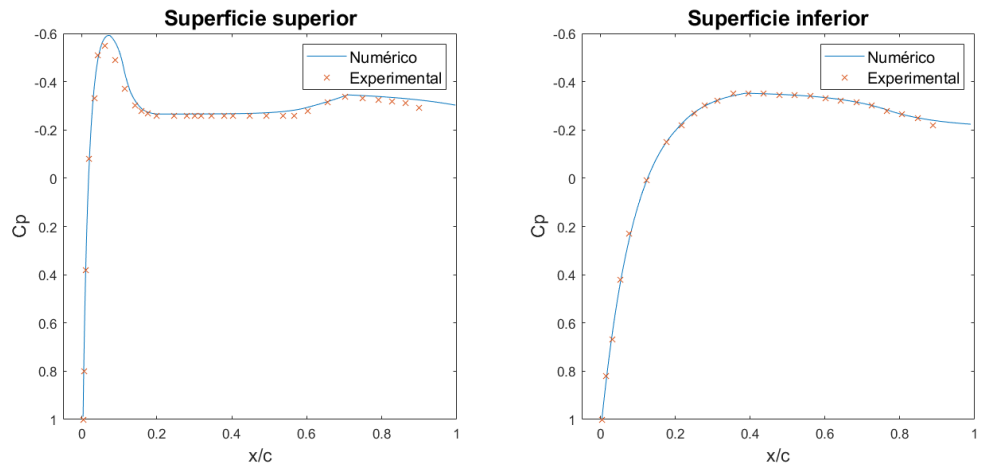


Figura 5.2: Coeficiente de presión ( $C_p$ ): (-) Resultados numéricos, (x) Experimental Feero et al. [2017]

de 0.11-0.15 en el eje de las abscisas, este es un indicador de que en esa zona se presenta el punto de desprendimiento de la capa límite, Feero et al. [2017].

La ubicación del punto de desprendimiento promediado en el tiempo, es reportado en el trabajo realizado por Feero 2017 a 13% de la cuerda medido desde el borde de ataque del perfil.

### 5.1.1.2. Coeficientes aerodinámicos promedio

En aerodinámica unos de los parámetros más importantes para medir el rendimiento, son los coeficientes promedio adimensionales de arrastre y



sustentación.

Para calcular ambos coeficientes, es necesario conocer el campo de presión alrededor del perfil aerodinámico, reflejado en el coeficiente de presión, " $C_p$ ", así como las fuerzas viscosas reflejadas en el coeficiente de fricción " $C_f$ ".

En el caso del coeficiente de arrastre, este está dado por:

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho U^2 A} = C_p + C_f \quad (5.2)$$

En la ecuación (5.2) se muestra explícitamente que se requiere conocer el coeficiente de presión y de fricción proyectados hacia el vector unitario en la primera dirección, tal que:

$$C_p = \frac{1}{\rho U^2 A} \iint (p - p_0) \hat{\mathbf{n}} \bullet \vec{e}_1 dA \quad (5.3)$$

Dónde " $\rho$ ", es la densidad, " $U$ " es la velocidad, " $A$ " es el área proyectada en la primera dirección, " $p$ " es la presión local, y " $p_0$ " es la presión de referencia.

Mientras que para el coeficiente de fricción:

$$C_f = \frac{1}{\rho U^2 A} \iint \hat{\mathbf{n}} \bullet \boldsymbol{\tau} \bullet \vec{e}_1 dA \quad (5.4)$$

El cálculo del coeficiente de sustentación se realiza de manera muy similar al coeficiente de arrastre, sólo que se proyectan las fuerzas en la segunda dirección. De tal manera que:

$$C_l = \frac{2F_l}{\rho U^2 A} = C_p + C_f \quad (5.5)$$

Se requiere calcular los coeficientes de presión y fricción proyectados en la segunda dirección  $\vec{e}_2$ .

$$C_p = \frac{1}{\rho U^2 A} \iint (p - p_0) \hat{\mathbf{n}} \bullet \vec{e}_2 dA \quad (5.6)$$

Mientras que para el coeficiente de fricción:

$$C_f = \frac{1}{\rho U^2 A} \iint \hat{\mathbf{n}} \bullet \boldsymbol{\tau} \bullet \vec{e}_2 dA \quad (5.7)$$

El cálculo de los coeficientes aerodinámicos debe hacerse promediado en el tiempo, puesto que el comportamiento del valor de los coeficientes es periódico en el tiempo.

La figura 5.3 muestra el comportamiento en el dominio del tiempo de los coeficientes aerodinámicos de arrastre  $C_d$ , el coeficiente de sustentación  $C_l$ , y finalmente el cociente entre el coeficiente de sustentación promedio respecto al coeficiente de arrastre promedio.

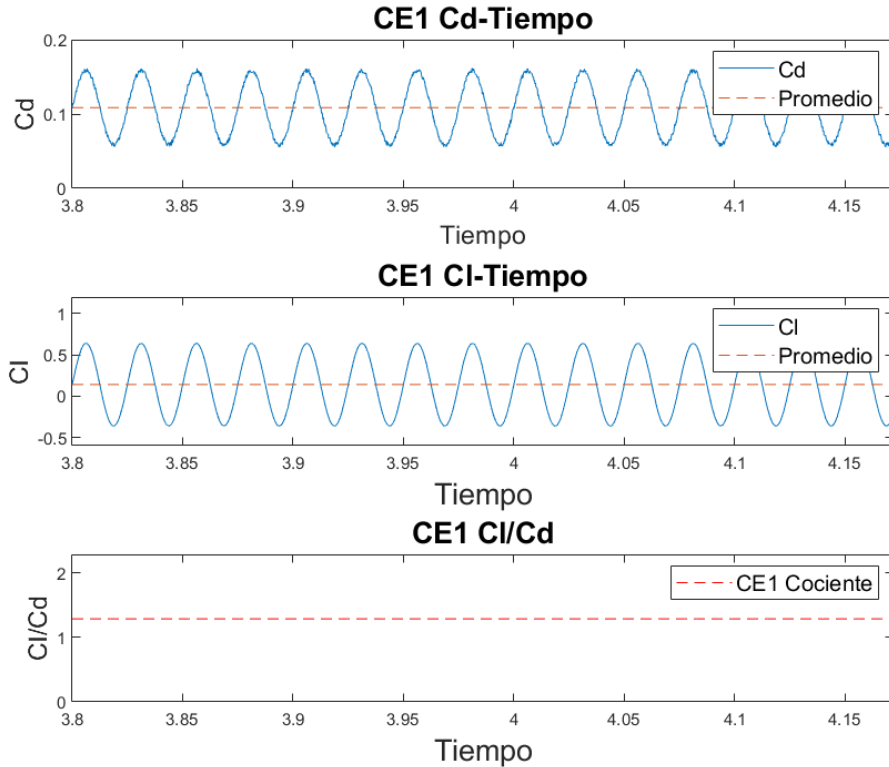


Figura 5.3: Coeficientes aerodinámicos CE1.

### 5.1.1.3. Análisis de las frecuencias dominantes

En la literatura se reportan 2 frecuencias dominantes, una local, la cuál esta asociada a la frecuencia de desprendimiento de vórtices locales, que generalmente se presentan posterior al punto de desprendimiento de la capa límite; y una frecuencia dominante global, la cuál está relacionada con la frecuencia a la cuál se desprenden los vórtices de la calle de Von Kármán.

En el presente estudio se toman como referencia 2 puntos en el dominio de control para medir el comportamiento de las propiedades del fluido en el tiempo. Para éste estudio en particular, se tomó la velocidad en la segunda dirección en función del tiempo para determinar las frecuencias dominantes.

El primero de los puntos se colocó al 20% de la cuerda, en la cercanía de la superficie superior, donde los vórtices locales se presentan; es decir,  $x/c = 0.20$ . La ubicación de este punto permite determinar la frecuencia dominante local. El segundo punto es colocado  $x/c = 2.73$ , es decir, corriente abajo después del borde de salida del perfil, esta ubicación permite determinar la frecuencia dominante global. La ubicación de los puntos en el dominio espacial para la medición de la velocidad, es la misma que reporta Feero et al. [2017] en su trabajo experimental.

La figura 5.4 muestra un análisis de densidad espectral de potencia (Power Spectral Density, PSD), por sus siglas en inglés, realizado al campo de velocidades en la segunda dirección para determinar las frecuencias dominantes en el CE1. La frecuencia global dominante asociada al desprendimiento de vórtices de la calle de Von Kármán, es de orden unidad ( $O(1)$ ), lo cuál es consistente con lo reportado en la literatura, Boutilier and Yarusyevych [2012]; en cuánto a la frecuencia local dominante es de orden 14 aproximadamente ( $O(14)$ ).

El orden de las frecuencias de los resultados numéricos son consistentes con lo reportado por Feero et al. [2017].

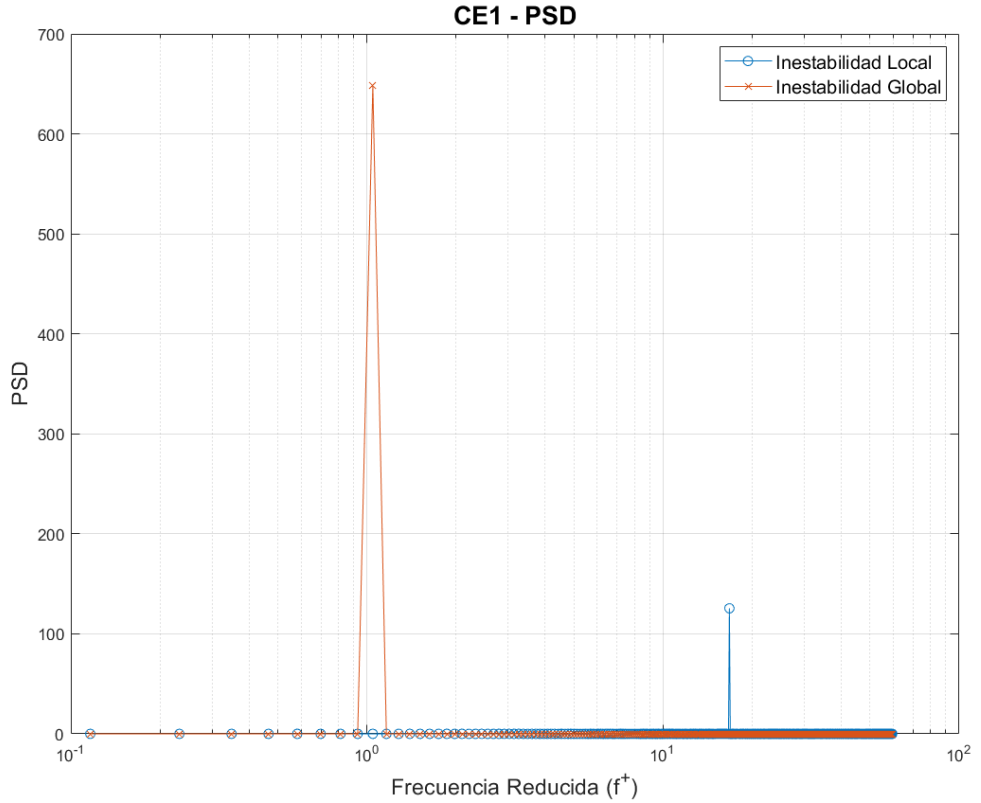


Figura 5.4: Frecuencias dominantes CE1.

## 5.1.2. Caso de estudio 2

### 5.1.2.1. Comparación con los datos experimentales (un chorro sintético)

En caso de estudio 2 (CE2) la burbuja de separación se forma corriente abajo, después de la ubicación del chorro sintético (figura 5.5). En la figura

5.5 se aprecia, cómo corriente abajo, el fluido se reincorpora a la capa límite en la superficie superior del perfil. Esto, gracias a la formación de burbujas de separación en la cercanía de la superficie de sustentación. La amplitud de la estela de la calle de von Kármán también se ve reducida debido a la influencia de las burbujas de separación.

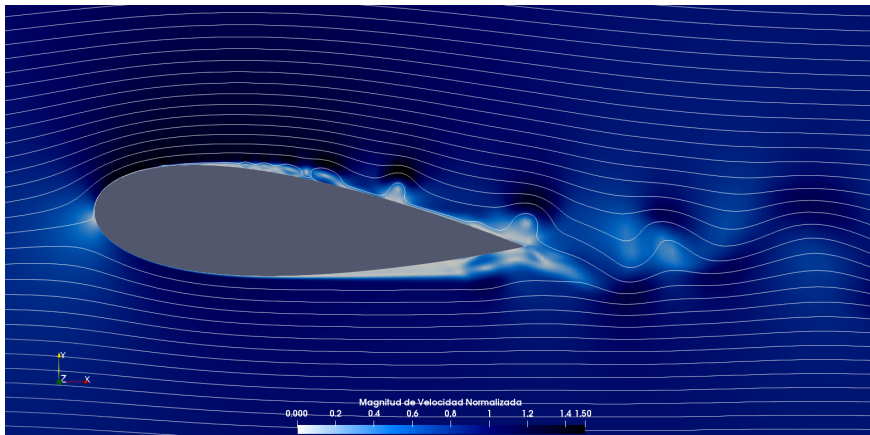


Figura 5.5: Burbuja de separación caso de estudio 2 (CE2).

Para el CE2, se caracterizó la velocidad del chorro sintético con los parámetros de  $F^+ = 14$  y  $CB = 1$ . La frecuencia reducida ( $F^+$ ) fue fijada en 14, puesto que el modelo experimental con el cuál se compara el resultado numérico se realizó con ese valor. La literatura reporta que al fijar una frecuencia reducida del orden de alguna inestabilidad, ya sea local o global, se obtienen los mejores resultados en cuanto a rendimiento aerodinámico. Por esta razón, la frecuencia reducida  $F^+ = 14$ , al igual que la razón de sopló  $CB = 1$ , se fijan para todos los casos de estudio con control

de flujo activo mostrados en este trabajo.

Al igual que en el CE1, se comparan los coeficientes de presión experimentales, Feero et al. [2017], y los numéricos reportados en el presente estudio. La figura 5.6, muestra los coeficientes de presión en el dominio del espacio normalizado  $x/c$ .

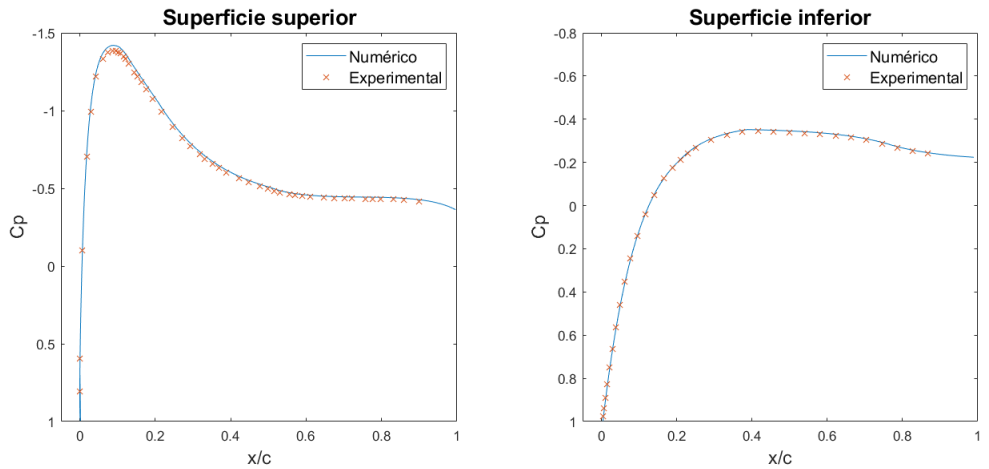


Figura 5.6: Coeficiente de presión (CE2): a) Experimental [Feero, 2017], b) Resultados numéricos.

Como se puede apreciar en la figura 5.6, los resultados experimentales y numéricos son muy similares, lo que nos asegura que el esquema numérico implementado, calcula de manera precisa la física del fenómeno. Esto nos permite confiar en los resultados numéricos de los casos de estudio propuestos, ya que para estos últimos, no hay resultados experimentales reportados con los cuáles comparar.

### 5.1.2.2. Coeficientes aerodinámicos promedio

La figura 5.7 muestra el comportamiento en el dominio del tiempo de los coeficientes aerodinámicos de arrastre  $C_d$ , sustentación  $C_l$ , y finalmente, se muestra la relación entre el coeficiente de sustentación respecto al arrastre.

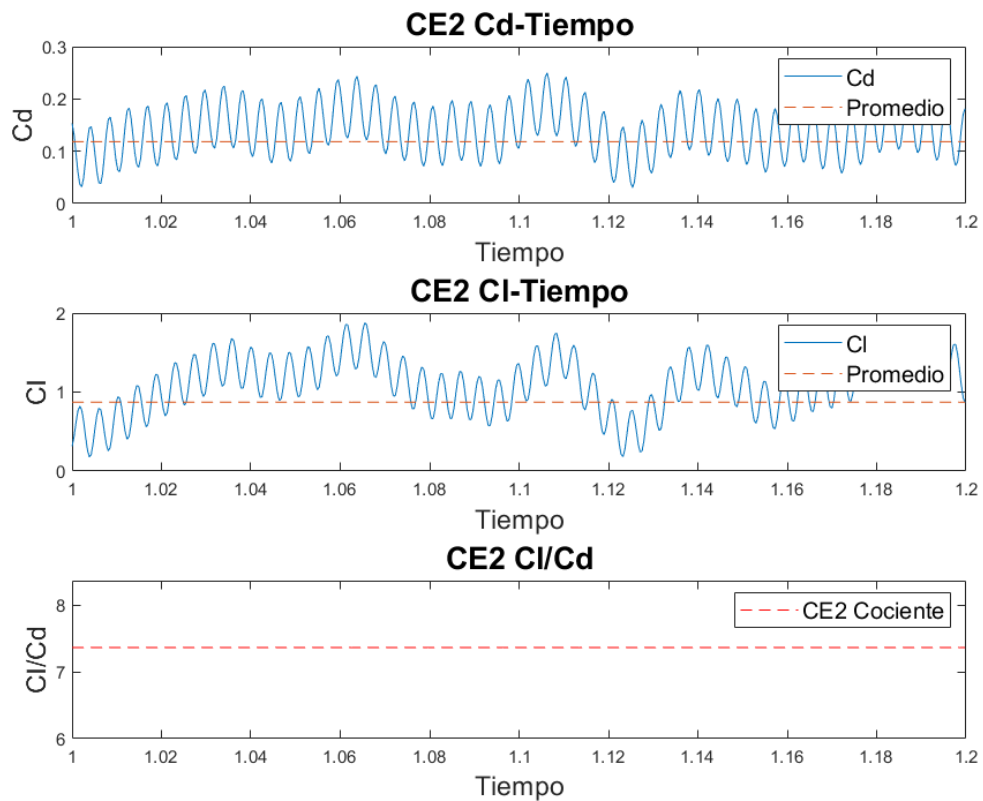


Figura 5.7: Coeficientes aerodinámicos CE2.

Las líneas continuas en la figura 5.7, muestran el comportamiento del



coeficiente de arrastre, y coeficiente de sustentación en el tiempo. Cómo se puede apreciar, el comportamiento de las curvas es acotado y se comporta de forma periódica una vez que el fenómeno entra en un estado cuasiarmónico. Por tal motivo, es necesario promediar las señales periódicas para obtener un valor constante de los coeficientes.

El rendimiento aerodinámico medido con el cociente entre coeficiente de sustentación promedio y el coeficiente de arrastre promedio ( $C_L/C_d$ ), es mucho mejor en el CE2, en comparación con el CE1, lo cuál es congruente con los resultados experimentales reportados por Feero et al. [2017].

### 5.1.2.3. Análisis de las frecuencias dominantes

La ubicación de los puntos en el dominio sobre los cuales se mapea el campo de velocidades de la segunda dirección, se mantiene fijo en todos los casos de estudio; los cuáles son: local  $x/c = 0.20$ , y global  $x/c = 2.73$ .

La figura 5.8 es un análisis PSD realizado al campo de velocidades de la segunda dirección, para determinar las frecuencias dominantes en el CE2. La frecuencia global dominante asociado al desprendimiento de vórtices de la calle de Von Kármán, es de orden unidad ( $O(1)$ ), lo cuál se corrobora con lo reportado en la literatura Feero et al. [2017]; en cuanto a la frecuencia local dominante, ésta es de orden 14 ( $O(14)$ ), el cuál es el orden de la frecuencia reducida ( $f^+ = 14$ ) a la cuál se caracterizó la señal del chorro sintético.

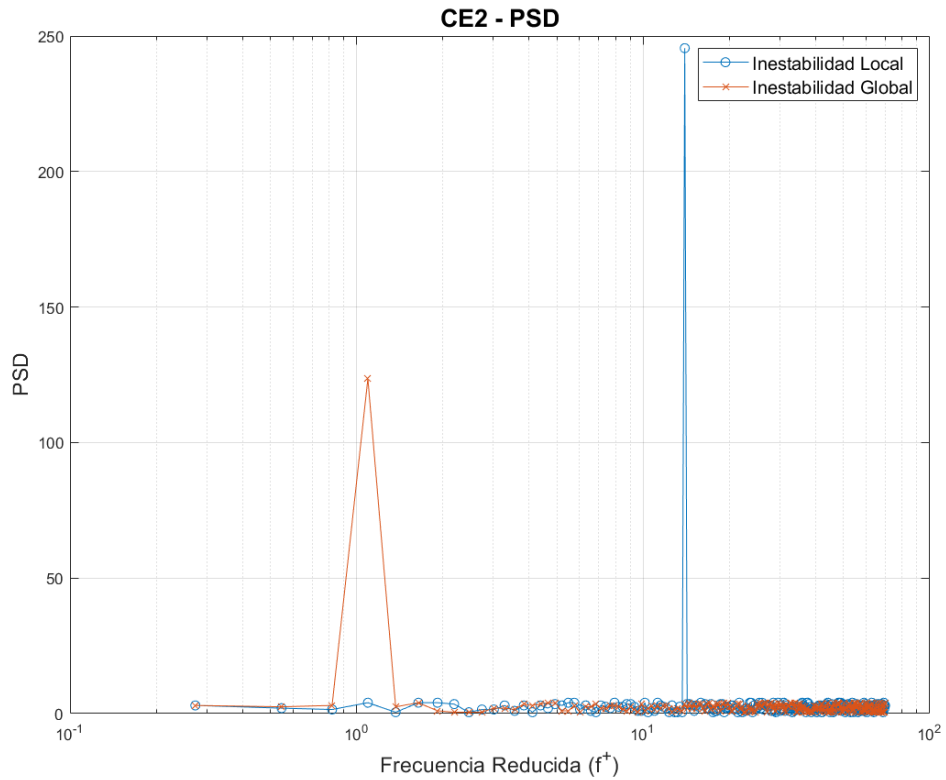


Figura 5.8: Frecuencias dominantes CE2.

#### 5.1.2.4. Esfuerzo cortante en la pared

A partir del caso de estudio 2, se realiza un análisis más profundo del comportamiento del esfuerzo cortante en la pared de la superficie superior del perfil. Esto, para identificar cómo se modifica el punto de desprendimiento de la capa límite de un periodo de inyección-succión.

Para el presente caso de estudio se considera únicamente la componente tangencial del vector de esfuerzos cortantes ( $T_s$ ); el desarrollo y demostración de cómo se obtiene la componente tangencial, se encuentra en el apéndice B. Además, debido a que los resultados numéricos están en un dominio discreto espacial, se utiliza un método de interpolación de mínimos cuadrados móviles (MLS - Apéndice C), para suavizar la función y tener una curva analítica en el dominio del espacio.

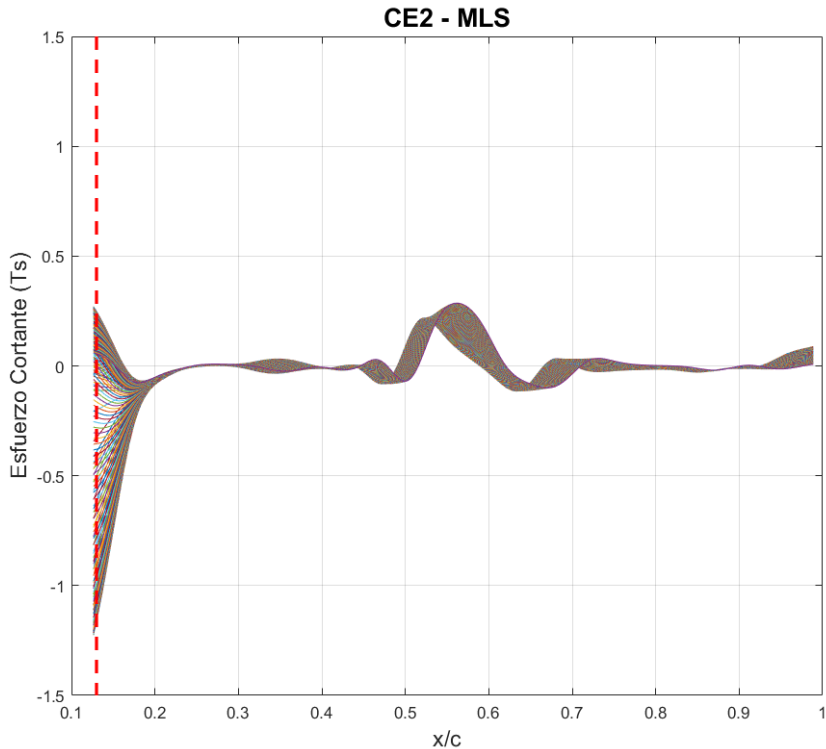


Figura 5.9: Esfuerzo cortante en la pared CE2.

La figura 5.9 muestra las curvas de esfuerzo cortante en la pared para 200 instantes de tiempo en el lapso de un periodo de inyección-succión.

El comportamiento que muestran las curvas al inicio del dominio, se debe a que en ese punto se encuentra ubicado el chorro sintético (línea roja seccionada), lo que modifica localmente y de forma instantánea el comportamiento de la componente tangencial del vector de esfuerzos cortantes. El cambio de signo de la función en el punto de control (SJ2), se debe al periodo de inyección-succión en el cual actúa el chorro sintético.

En la figura 5.9, se pueden localizar múltiples raíces a lo largo del dominio en el espacio  $x/c$ . Las raíces indican el cambio en el sentido del vector de esfuerzos cortantes para un instante de tiempo específico. Esto, debido a que la burbuja de separación viaja a lo largo de la superficie del perfil aerodinámico, y tiene influencia directa en el comportamiento del campo de velocidades y vorticidad locales.

Se puede apreciar, cómo en una región acotada del dominio en el espacio ( $x/c \approx 0,55$ ), la magnitud del vector de esfuerzos cortantes se desestabiliza, esto se debe, a que existe un nuevo desprendimiento de la burbuja de separación de la superficie de aerodinámica en esa región.

## 5.2. Control activo de flujo: Arreglos de chorros sintéticos

Se presentan los resultados obtenidos para los casos de estudio propuestos para el presente trabajo. El arreglo de chorros sintéticos y ubicación, se aprecia en la sección de la descripción de modelo físico (figura 2.2).

Son tres los casos de estudio propuestos, en los cuales, se colocan cuatro chorros sintéticos en la superficie superior espaciados equidistantemente.

El primer chorro sintético se ubica en el punto de desprendimiento del caso base, es decir, a 13% de la cuerda.

Los parámetros de control de las condiciones de frontera que caracterizan a los chorros sintéticos son los mismos que se emplearon en el CE2; es decir, una frecuencia reducida de  $F^+ = 14$ , y la razón de sopló igual a  $C_B = 1$ .

En cada caso se parametriza un distinto ángulo de defasamiento entre las funciones armónicas sinusoidales (ecuación (2.3)) que controlan la velocidad de cada chorro sintético, ver figura 2.3.

### 5.2.1. Caso de estudio 3

#### 5.2.1.1. Coeficientes aerodinámicos promedio

El caso de estudio 3 (CE3), contempla el arreglo de chorros sintéticos en fase; es decir, los cuatro puntos de control de flujo actúan simultáneamente en periodos de inyección-succión, ver figura 2.3.

En la figura 5.10 se muestra el comportamiento en el dominio del tiempo de los coeficientes aerodinámicos de arrastre  $C_d$ , de sustentación  $C_l$ , y finalmente se muestra la relación entre el coeficiente de sustentación respecto al coeficiente de arrastre promedios.

El rendimiento aerodinámico mejora sustancialmente respecto al CE2, puesto que la relación del coeficiente de sustentación con el coeficiente de arrastre ( $C_l/C_d$ ) es del orden de 10.5.

#### 5.2.1.2. Análisis de las frecuencias dominantes

La ubicación de los puntos en el dominio sobre los cuales se mapea el campo de velocidades en la segunda dirección, se mantiene fijo al igual que en los casos de estudio anteriores, los cuáles son: local  $x/c = 0.20$ , y global  $x/c = 2.73$ .

Un análisis PSD realizado al campo de velocidades en la segunda dirección para determinar las frecuencias dominantes en el CE1 se muestra en

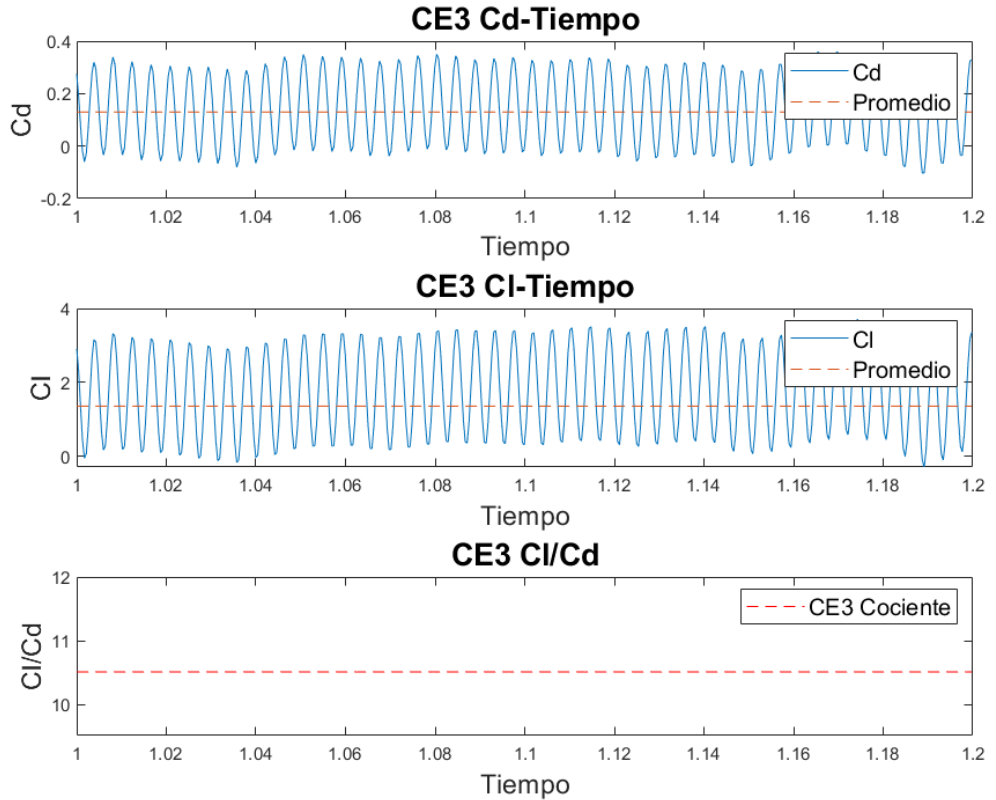


Figura 5.10: Coeficientes aerodinámicos CE3.

la figura 5.11. La frecuencia global dominante asociada al desprendimiento de vórtices de la calle de Von Kármán, es menor al orden unidad ( $O \approx 0,5$ ), es evidente que los chorros sintéticos modifican la frecuencia dominante global, haciendo que la frecuencia de desprendimiento de los vórtices en la calle de von Kármán disminuya; en cuanto a la frecuencia local dominante se mantiene de orden 14 ( $O \approx 14$ ), la cuál es igual al de la frecuencia

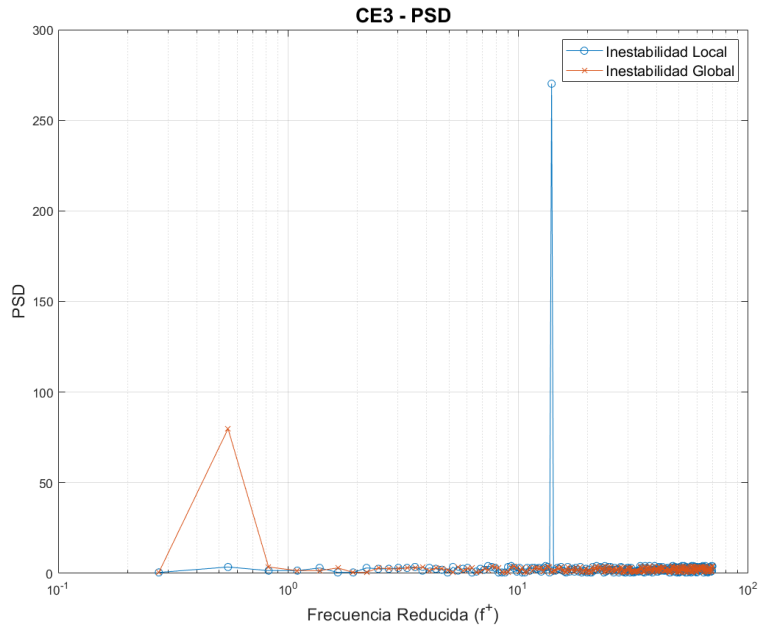


Figura 5.11: Frecuencias dominantes CE3.

reducida empleada para caracterizar a los chorros sintéticos.

### 5.2.1.3. Esfuerzo cortante en la pared

Al igual que en el caso de estudio anterior y los casos de estudio subsecuentes, se realiza un análisis al comportamiento del vector de esfuerzos cortantes en la pared ( $T_s$ ) de la superficie aerodinámica. Se realizó una interpolación de mínimos cuadrados móviles (MLS) a los resultados discretos para suavizar las curvas.



La figura 5.12 muestra las curvas de esfuerzo cortante en la pared para 200 instantes de tiempo en el lapso de una periodo de inyección-succión. Las líneas verticales segmentadas de color rojo, muestran la ubicación en el dominio del espacio ( $x/c$ ) de cada chorro sintético ( $SJ_x$ ).

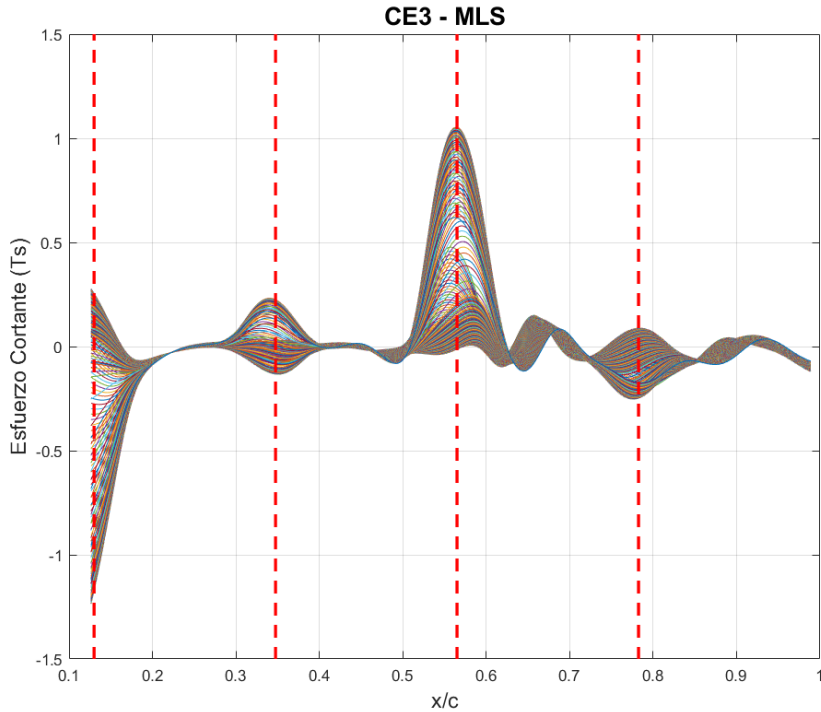


Figura 5.12: Esfuerzo cortante en la pared CE3.

Es evidente la influencia que tienen los puntos de control de flujo activo sobre la capa límite, ya que, al modificar la escala y sentido del vector de esfuerzos cortantes, se modifica la formación de las burbujas de separación en la superficie aerodinámica (ver figura 5.13).

## 5.2. CONTROL ACTIVO DE FLUJO: ARREGLOS DE CHORROS SINTÉTICOS 45

La figura 5.13 muestra la magnitud de la velocidad normalizada. En la figura se muestra cómo el gradiente de velocidad cercano a la superficie superior es de menor escala en comparación a los casos de estudio 1 (ver figura 5.1) y el caso de estudio 2 (ver figura 5.5). Esto, es un indicador de que la capa límite se reincorpora a la superficie aerodinámica corriente abajo, mejorando el rendimiento aerodinámico (ver figura 5.10), y a su vez, reduciendo la amplitud de la estela de la calle de von Kármán, lo que se refleja en la frecuencia global (ver figura 5.11).

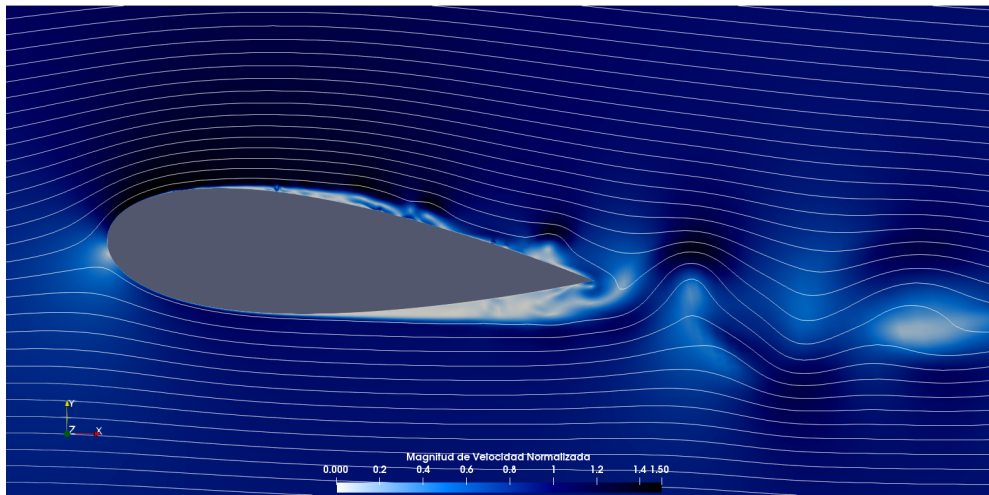


Figura 5.13: Burbuja de separación CE3.

## 5.2.2. Caso de estudio 4

### 5.2.2.1. Coeficientes aerodinámicos promedio

El caso de estudio 4 (CE4) contempla que las funciones armónicas de velocidad de los chorros sintéticos del arreglo, están defasadas de la siguiente manera: El chorro sintético 1 (SJ1) y el chorro sintético 2 (SJ2), están en fase en periodos de inyección-succión; mientras que los chorros sintéticos 3 y 4 (SJ3 y SJ4) están en fase, pero defasados respecto a SJ1 y SJ2 por  $\pi$  radianes, ver figura 2.3.

La figura 5.14 muestra el comportamiento en el dominio del tiempo de los coeficientes aerodinámicos de arrastre  $C_d$ , el coeficiente de sustentación  $C_l$ , y finalmente se muestra la relación entre el coeficiente de sustentación respecto al coeficiente de arrastre promedios.

El rendimiento aerodinámico mejora respecto a los casos de estudio previos, puesto que la relación del coeficiente de sustentación promedio con el coeficiente de arrastre promedio ( $C_l/C_d$ ) es del orden de 15.1.

### 5.2.2.2. Análisis de las frecuencias dominantes

La ubicación de los puntos en el dominio sobre los cuales se mapea el campo de velocidades en la segunda dirección, se mantiene fijo como en los demás casos de estudio; los cuáles son: local  $x/c = 0.20$ , global  $x/c = 2.73$ .

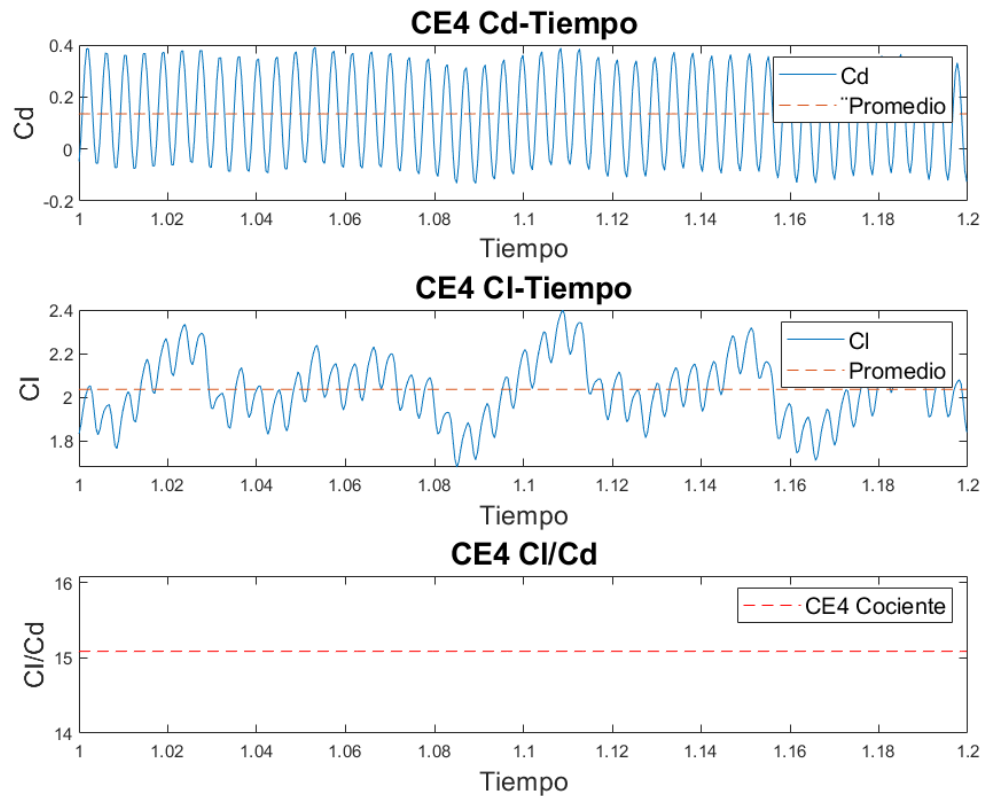


Figura 5.14: Coeficientes aerodinámicos CE4.

El análisis PSD para el CE4 se muestra en la figura 5.15, dónde se analiza el campo de velocidades en la segunda dirección para determinar las frecuencias dominantes. La frecuencia global dominante asociada al desprendimiento de vórtices de la calle de Von Kármán, es cercano a la unidad ( $O \approx 0,8$ ); se puede apreciar de nuevo, que el tren de chorros sintéticos tiene una influencia directa en el comportamiento de la frecuencia global; en cuanto a la frecuencia local dominante es de orden 14 ( $O(14)$ ).

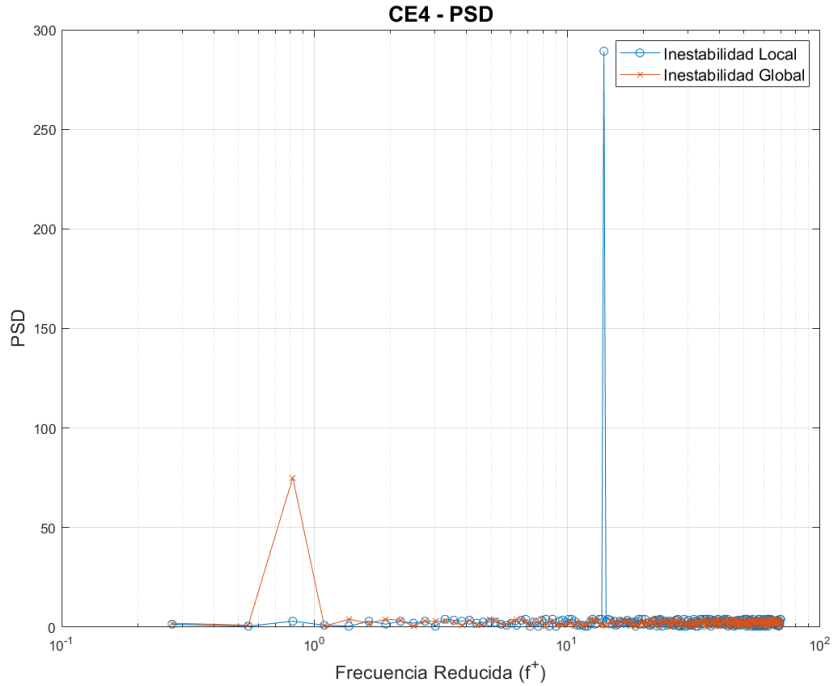


Figura 5.15: Frecuencias dominantes CE4.

### 5.2.2.3. Esfuerzo cortante en la pared

Para el estudio se considera únicamente la componente tangencial del vector de esfuerzos cortantes ( $T_s$ ), se realiza de nueva cuenta una interpolación por Mínimos Cuadrados Móviles (MLS) para suavizar las curvas de los resultados del dominio discreto.

La figura 5.16 muestra las curvas de esfuerzo cortante en la pared para 200 instantes de tiempo en el transcurso de un periodo de inyección-succión.

Las líneas verticales segmentadas de color rojo muestran la posición de cada chorro sintético ( $SJ_x$ ) en el dominio espacial ( $x/c$ ).

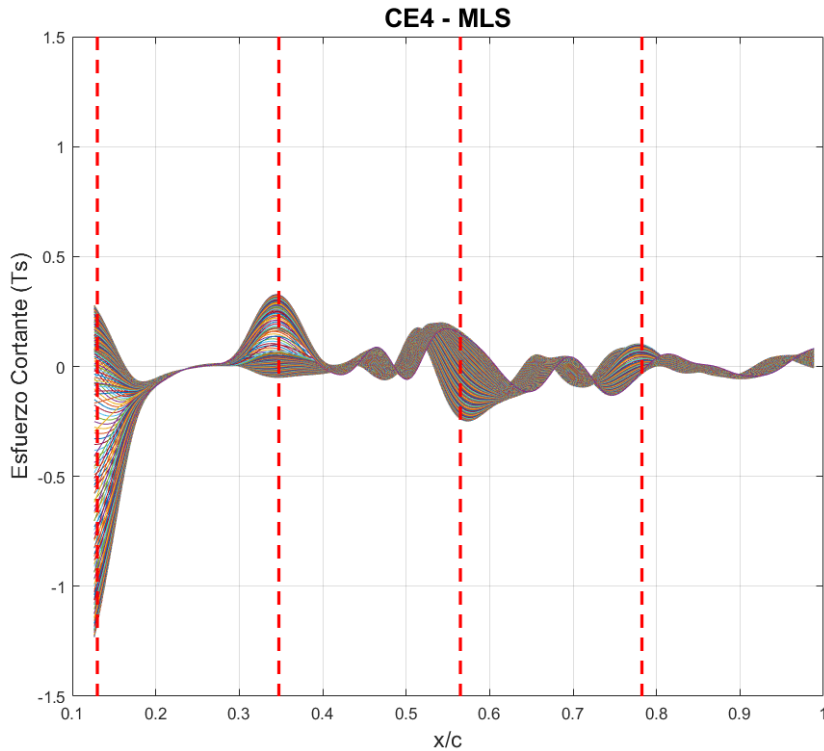


Figura 5.16: Esfuerzo cortante en la pared CE4.

Se puede apreciar la influencia de los 4 puntos de control de flujo sobre las curvas del vector de esfuerzos cortantes (Ts) en el gradiente de la magnitud del campo de velocidades que se muestra en la figura 5.17; dónde se aprecian las burbujas de separación laminar (LSB), que viajan a lo largo de la superficie superior del perfil con una frecuencia de desprendimiento del

orden de la frecuencia reducida ( $f^+ \approx 14$ ). El defasamiento de las señales de control de los chorros sintéticos también tiene influencia sobre la estela que se desprende después del borde de salida del perfil, al modificar la frecuencia global y reducir la amplitud de la estela.

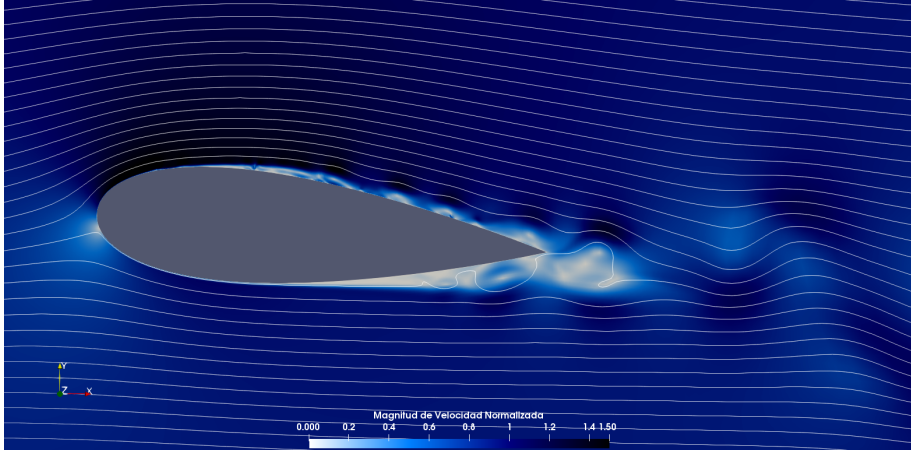


Figura 5.17: Burbuja de separación CE4.

En la figura 5.17 se pueden apreciar las burbujas viajeras de pequeña escala, las cuáles siempre están pegadas a la superficie aerodinámica.

### 5.2.3. Caso de estudio 5

#### 5.2.3.1. Coeficientes aerodinámicos promedio

En el caso de estudio 5 (CE5), se propone que las funciones armónicas de velocidad los chorros sintéticos del arreglo, esten defasadas de la siguiente

manera: El chorro sintético 1 (SJ1) y el chorro sintético 3 (SJ3), están en fase en periodos de inyección-succión; mientras que los chorros sintéticos 2 y 4 (SJ2 y SJ4) están en fase, pero defasados respecto a SJ1 y SJ3 por  $\pi$  radianes, ver figura 2.3.

La figura 5.18 muestra el comportamiento en el dominio del tiempo de los coeficientes aerodinámicos de arrastre  $C_d$ , el coeficiente de sustentación  $C_l$ , y la relación entre los coeficientes de sustentación promedio respecto al de arrastre promedio.

El rendimiento aerodinámico mejora respecto al caso de estudio 1 (CE1), caso de estudio 2 (CE2) y el caso de estudio 3 (CE3), puesto que cociente de los coeficientes de sustentación y arrastre ( $C_l/C_d$ ) es del orden de 13.

### 5.2.3.2. Análisis de las frecuencias dominantes

La ubicación de los puntos en el dominio sobre los cuales se mapea el campo de velocidades en la segunda dirección, se mantiene fijo en todos los casos de estudio; los cuáles son: local  $x/c = 0.20$ , global  $x/c = 2.73$ .

La figura 5.19 es un análisis PSD realizado al campo de velocidades en la segunda dirección, para determinar las frecuencias dominantes en el CE4. La frecuencia global dominante asociado al desprendimiento de vórtices de la calle de Von Kármán es ( $O(0,4)$ ), una vez más se aprecia la influencia de tren de chorros sintéticos sobre la frecuencia global; además, se concluye que



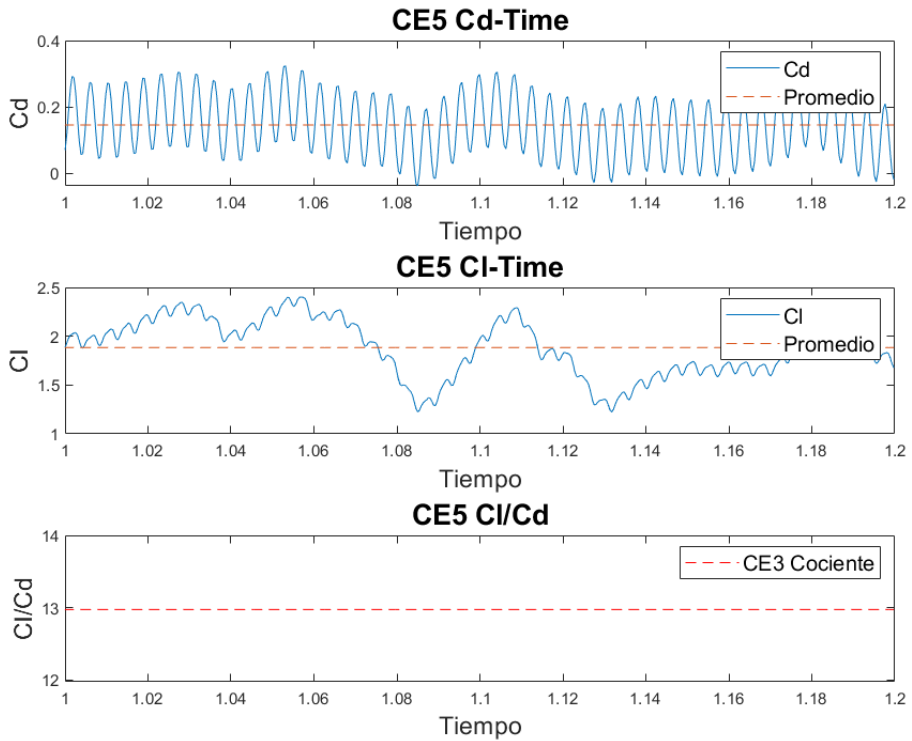


Figura 5.18: Coeficientes aerodinámicos CE5.

el ángulo de defasamiento de las señales de control de los chorros sintéticos influye en el orden de la frecuencia global. En cuanto a la frecuencia local dominante es de orden 14 aproximadamente ( $O(14)$ ).

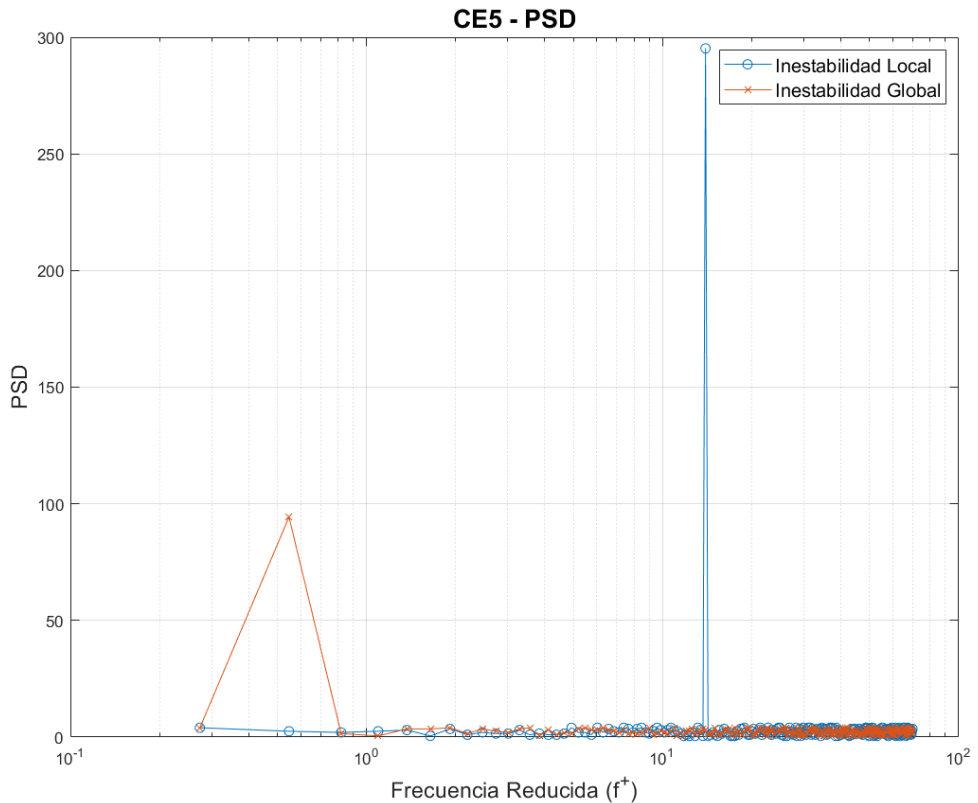


Figura 5.19: Frecuencias dominantes CE5.

### 5.2.3.3. Esfuerzo cortante en la pared

Al igual que en los casos de estudio anteriores, se analiza la componente tangencial del vector de esfuerzos cortantes en la pared ( $T_s$ ). Las curvas de los resultados discretos del vector ( $T_s$ ) se suavizan mediante una interpolación por mínimos cuadrados móviles (MLS), para una mejor aproximación y análisis de los resultados.

La figura 5.20 muestra las curvas de esfuerzo cortante en la pared para 200 instantes de tiempo en el lapso de una periodo de inyección-succión. Las líneas segmentadas de color rojo, muestran la ubicación de los chorros sintéticos en el dominio espacial ( $x/c$ ).

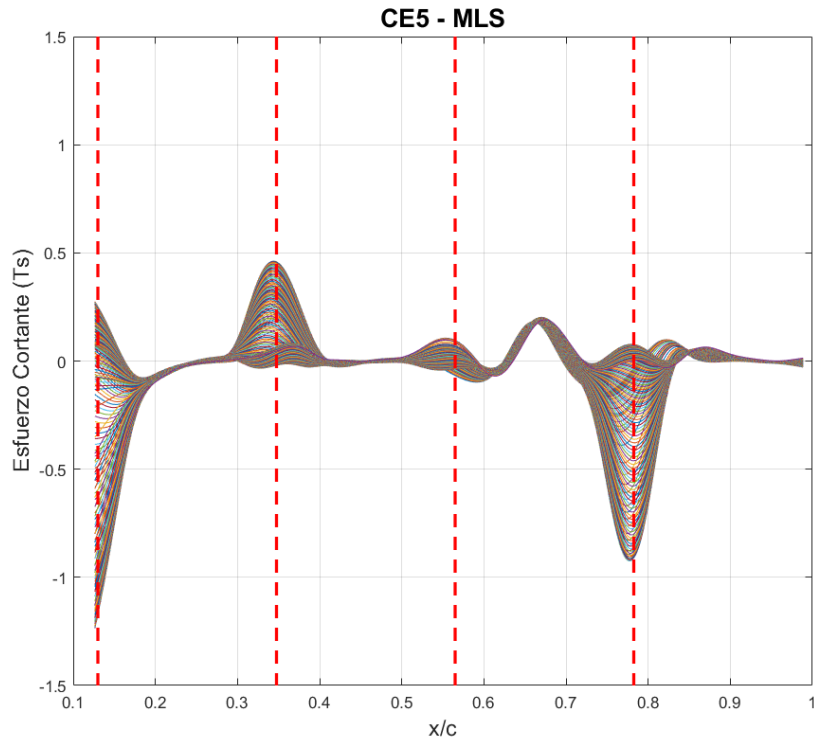


Figura 5.20: Esfuerzo cortante en la pared CE5.

Cómo en los resultados de los casos de estudio previos, se puede observar en la figura 5.20 cómo influyen localmente los chorros sintéticos en el comportamiento del vector de esfuerzos cortantes.

## 5.2. CONTROL ACTIVO DE FLUJO: ARREGLOS DE CHORROS SINTÉTICOS 55

La figura 5.21 muestra la magnitud normalizada del campo de velocidades para el CE5. Se aprecia que el tren de chorros sintéticos influye para la formación de burbujas de separación laminar. Sin embargo, la reincorporación hacia la superficie superior del flujo que se desprende de la capa límite, no es tan eficiente como en el caso de estudio 4; ya que después de la ubicación del tercer chorro (SJ3), el diámetro de las burbujas de separación laminar que se forman incrementa, lo que propicia que el flujo no logre reincorporarse corriente abajo, afectando el rendimiento aerodinámico, así como la frecuencia global y la amplitud de la estela de la calle de von Kármán.

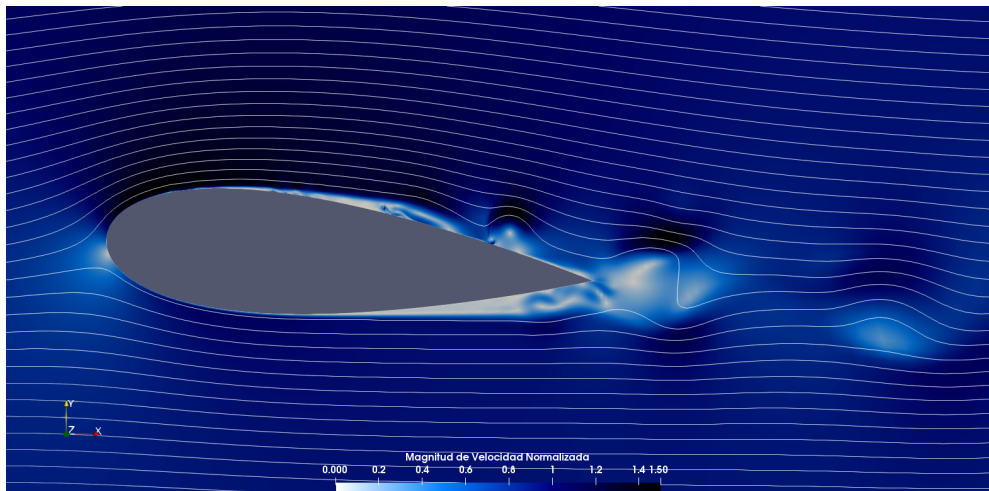


Figura 5.21: Burbuja de separación CE5.

### 5.3. Análisis comparativo de los casos de estudio

En el presente trabajo se analizaron 5 casos de estudio con diferentes parámetros físicos.

Los primeros dos casos de estudio sirvieron para la validación del código al comparar los resultados numéricos con resultados experimentales reportados en la literatura, Feero et al. [2017].

Los tres casos de estudio restantes son casos propuestos en el presente trabajo, cuya particularidad se centra en un arreglo de chorros sintéticos ubicados en la superficie superior del perfil aerodinámico para realizar el control activo de flujo sobre la capa límite.

A continuación, se hace una comparación del comportamiento físico entre los diferentes casos de estudio.

#### 5.3.0.1. Rendimiento aerodinámico

El rendimiento aerodinámico es de los resultados de más interés para el diseño ingenieril, la figura 5.22 muestra la comparación del rendimiento aerodinámico de los 5 casos de estudio analizados en el presente trabajo.

Cómo de aprecia, existe mejoría en el rendimiento aerodinámico en los casos de estudio propuestos (arreglo de chorros sintéticos) respecto a los casos de estudio base (CE1 y CE2). Esto se debe principalmente al con-

	Rendimiento Aerodinámico		
	Cl(Promedio)	Cd(Promedio)	Cl/Cd
<b>CE1</b>	0.1348	0.1053	1.2802
<b>CE2</b>	0.8818	0.1188	7.4226
<b>CE3</b>	1.3618	0.1296	10.5077
<b>CE4</b>	2.0369	0.1350	15.0881
<b>CE5</b>	1.8845	0.1452	12.9787

Figura 5.22: Comparación del rendimiento aerodinámico.

trol que se tiene sobre la capa de corte, al fijar las frecuencias dominantes locales en diferentes ubicaciones de la superficie superior del perfil. Esto promueve la generación de burbujas de separación laminar sobre la superficie aerodinámica.

Las burbujas que se forman sobre la superficie viajan sobre el dominio del espacio en función del tiempo, esto que incentiva que el flujo desprendido se reincorpore al perfil, influyendo directamente en los coeficientes de presión " $C_p$ ", de fricción " $C_f$ ", sustentación " $C_l$ " y arrastre " $C_d$ ".

Específicamente el CE4 presenta el mejor rendimiento aerodinámico entre los 5 casos de estudio analizados.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En el presente trabajo, se realizó el estudio del control activo de flujo en el perfil aerodinámico NACA0025, a bajo número de Reynolds y un ángulo de ataque fijo de 12 grados.

El control activo de flujo se realizó mediante la colocación de diferentes puntos de inyección-succión a lo largo de la superficie de sustentación para promover la formación de burbujas de separación sobre la capa límite y poder reincorporar el flujo desprendido corriente abajo. Esta técnica de control es conocida en la literatura como "Zero-Net Mass Flow (ZNMF)", por sus siglas en inglés.

Se realizaron cinco casos de estudio, los dos primeros para validar el estudio numérico y tres casos particulares donde se propuso la implementación

de arreglos de chorros sintéticos para controlar la formación de burbujas de separación laminar sobre la capa límite.

La validación realizada con los dos primeros casos de estudio permitió verificar que el código numérico OpenFOAM es confiable para simular las condiciones de frontera e iniciales empleadas en el presente trabajo de tesis.

Los resultados obtenidos muestran que la implementación de arreglos de chorros sintéticos mejoran sustancialmente el rendimiento aerodinámico al reportar un cociente entre los coeficientes de sustentación promedio y arrastre promedio ( $C_l/C_d$ ) de 15.08 en el mejor de los casos (CE4), respecto a ( $C_l/C_d=1.28$ ) en el caso de estudio 1 (CE1) y ( $C_l/C_d=7.42$ ) en el caso de estudio 2 (CE2), los cuáles fueron los casos de estudio base en el presente estudio.

El análisis de la influencia del control activo en las frecuencias locales y globales mostró resultados satisfactorios mediante el estudio del esfuerzo cortante en la pared ( $T_s$ ), al mostrar la dependencia directa de la frecuencia local en función de la frecuencia reducida ( $f^+ = 14$ ) a la cuál se caracteriza el chorro sintético. Sin embargo, queda como trabajo futuro realizar estudios más profundos sobre la influencia en las frecuencias dominantes, y determinar parámetros críticos para el control de los chorros sintéticos para optimizar el rendimiento aerodinámico.

La implementación del método de mínimos cuadrados móviles (MLS) para interpolar las funciones de los resultados discretos, permitió evaluar



las raíces de la función del vector de esfuerzos cortantes ( $T_s$ ).

Es de vital importancia mencionar que en el ramo de estudio del control activo de flujo mediante la implementación de chorros sintéticos hay muchos parámetros a caracterizar, el presente estudio tuvo como particularidad implementar más de un punto de control; sin embargo, la ubicación de los mismos fue un tanto arbitraria, así como la selección del ángulo de defasamiento entre las señales que controlaban cada punto de inyección-succión.

Por esto, se propone como trabajo futuro el estudio de la dependencia del rendimiento aerodinámico en función de los parámetros de control de los chorros sintéticos, cómo son: la ubicación y número de chorros sobre la superficie, la variación de la frecuencia reducida, la razón  $CB$ , el ángulo de defasamiento entre las funciones armónicas sinusoidales del control de velocidad, entre otros. Con este tipo de estudios, se lograría parametrizar los chorros sintéticos con condiciones de control óptimas para lograr la máxima eficiencia aerodinámica.

# Apéndice A

## Ecuaciones en forma adimensional

El presente estudio resuelve de manera numérica las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento de un fluido Newtoniano en dos dimensiones.

Las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento respectivamente son:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0 \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \nu \nabla^2 u_1 \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \nu \nabla^2 u_2\end{aligned}\tag{A.2}$$

Las ecuaciones (A.1) y (A.2) se reescriben para desarrollarlas en notación índice.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \vec{e}_i \cdot u_j \vec{e}_j = 0\tag{A.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_j \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = 0\tag{A.4}$$

Se utiliza la propiedad de la delta de Kronecker en la ecuación (A.4):

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_j \delta_{ij} = 0\tag{A.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_i = 0\tag{A.6}$$

La ecuación (A.6) es la ecuación de continuidad en notación índice.

Se hace un trato similar para las ecuaciones de cantidad de movimiento (A.2).

$$\frac{\partial}{\partial t} u_i \vec{e}_i + u_k \vec{e}_k \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} \vec{e}_j u_i \vec{e}_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} \vec{e}_i + \nu \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} u_i \vec{e}_i \right\} \quad (\text{A.7})$$

La ecuación (A.7) se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} u_i + u_k \vec{e}_k \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} \vec{e}_j u_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right\} \quad (\text{A.8})$$

Se utiliza la delta de Kronecker en el segundo término de la ecuación (A.9):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} u_i + u_k \frac{\partial}{\partial x_j} \vec{e}_k \cdot \vec{e}_j u_i &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right\} \\ \frac{\partial}{\partial t} u_i + u_k \frac{\partial}{\partial x_j} \delta_{kj} u_i &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Utilizando la propiedad de la delta de Kronecker, la ecuación (A.9) se puede reescribir cómo:

$$\frac{\partial}{\partial t} u_i + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} u_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right\} \quad (\text{A.10})$$

La ecuación (A.10) es la ecuación de conservación de cantidad de movimiento representada en notación índice.

Para obtener la forma adimensional de las ecuaciones (A.6) y (A.10), se proponen las siguientes escalas:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_1^* c & x_2 &= x_2^* c \\
 u_1 &= u_1^* U_\infty & u_2 &= u_2^* U_\infty \\
 t &= t^* t_{Ref}; & t_{Ref} &= \frac{c^2}{\nu} & P &= P^* P_{Ref}; & P_{Ref} &= \frac{U_\infty \times \mu}{c}
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

Sustituyendo las escalas de la ecuación (A.11) en la ecuación de continuidad (A.6):

$$\begin{aligned}
 \frac{U_\infty}{c} \left\{ \frac{\partial u_1^*}{\partial x_1^*} + \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2^*} \right\} &= 0 \\
 \frac{\partial u_1^*}{\partial x_1^*} + \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2^*} &= 0
 \end{aligned} \tag{A.12}$$

Que en notación índice se escribe:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \tag{A.13}$$

Para la obtención de la forma adimensional de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento, se sustituyen las escalas (A.11) en las ecuaciones (A.10):

$$\begin{aligned}
& \frac{U_\infty}{t_{Ref}} \frac{\partial u_1^*}{\partial t^*} + \frac{U_\infty^2}{c} \left\{ u_1^* \frac{\partial u_1^*}{\partial x_1^*} + u_2^* \frac{\partial u_1^*}{\partial x_2^*} \right\} = \\
& - \frac{P_{Ref}}{\rho c} \frac{\partial P^*}{\partial x_1^*} + \frac{U_\infty \nu}{c^2} \left\{ \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_1^{*2}} + \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_2^{*2}} \right\} \\
& \frac{U_\infty}{t_{Ref}} \frac{\partial u_2^*}{\partial t^*} + \frac{U_\infty^2}{c} \left\{ u_1^* \frac{\partial u_2^*}{\partial x_1^*} + u_2^* \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2^*} \right\} = \\
& - \frac{P_{Ref}}{\rho c} \frac{\partial P^*}{\partial x_2^*} + \frac{U_\infty \nu}{c^2} \left\{ \frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_1^{*2}} + \frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_2^{*2}} \right\}
\end{aligned} \tag{A.14}$$

Sustituyendo el tiempo de referencia  $t_{Ref}$  y la presión de referencia  $P_{Ref}$  en la ecuación (A.14):

$$\begin{aligned}
& \frac{U_\infty \nu}{c^2} \frac{\partial u_1^*}{\partial t^*} + \frac{U_\infty^2}{c} \left\{ u_1^* \frac{\partial u_1^*}{\partial x_1^*} + u_2^* \frac{\partial u_1^*}{\partial x_2^*} \right\} = \\
& - \frac{U_\infty \nu}{c^2} \frac{\partial P^*}{\partial x_1^*} + \frac{U_\infty \nu}{c^2} \left\{ \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_1^{*2}} + \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_2^{*2}} \right\} \\
& \frac{U_\infty \nu}{c^2} \frac{\partial u_2^*}{\partial t^*} + \frac{U_\infty^2}{c} \left\{ u_1^* \frac{\partial u_2^*}{\partial x_1^*} + u_2^* \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2^*} \right\} = \\
& - \frac{U_\infty \nu}{c^2} \frac{\partial P^*}{\partial x_2^*} + \frac{U_\infty \nu}{c^2} \left\{ \frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_1^{*2}} + \frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_2^{*2}} \right\}
\end{aligned} \tag{A.15}$$

Dividiendo cada término de la ecuación (A.15) entre  $\frac{U_\infty \nu}{\rho c^2}$ :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u_1^*}{\partial t^*} + \frac{U_\infty c}{\nu} \left\{ u_1^* \frac{\partial u_1^*}{\partial x_1^*} + u_2^* \frac{\partial u_1^*}{\partial x_2^*} \right\} = \\
- \frac{\partial P^*}{\partial x_1^*} + \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_1^{*2}} + \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_2^{*2}} \\
\frac{\partial u_2^*}{\partial t^*} + \frac{U_\infty c}{\nu} \left\{ u_1^* \frac{\partial u_2^*}{\partial x_1^*} + u_2^* \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2^*} \right\} = \\
- \frac{\partial P^*}{\partial x_2^*} + \frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_1^{*2}} + \frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_2^{*2}}
\end{aligned} \tag{A.16}$$

Si la ecuación (A.16) se escribe en notación índice, se tiene:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{U_\infty c}{\nu} \left\{ u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} \right\} = - \frac{\partial P^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \tag{A.17}$$

Dónde:

$$Re_c = \frac{U_\infty c}{\nu} \tag{A.18}$$

Es el número de Reynolds con longitud de referencia “c”. Las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento (A.17) se escriben de forma adimensional cómo:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + Re_c \left\{ u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} \right\} = - \frac{\partial P^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \tag{A.19}$$

# Apéndice B

## Vector de esfuerzos cortantes

Para el análisis de resultados relacionados con el vector de esfuerzos cortantes, se emplea el vector de esfuerzos cortantes tangente a la superficie.

El presente apartado muestra el desarrollo y la obtención del vector tangente a partir del vector de esfuerzos cortantes.

El vector de esfuerzos cortantes en la pared asociado al vector unitario  $\vec{\eta}$  se denota mediante:

$$\vec{t}^{(\vec{\eta})} = \sigma \cdot \vec{\eta} = \sigma_{ij} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j \cdot \eta_k \vec{e}_k \quad (\text{B.1})$$



$$\vec{t}^{(\vec{\eta})} = \sigma_{ij} \vec{e}_i \eta_k \delta_{jk} \quad (\text{B.2})$$

$$\vec{t}^{(\vec{\eta})} = \sigma_{ik} \eta_k \vec{e}_i \quad (\text{B.3})$$

Dónde,  $\sigma$ , es el tensor de esfuerzos, y  $\eta$ , es el vector unitario normal a la superficie.

Para la componente normal  $T_n$  del vector de esfuerzos cortantes se proyecta  $\vec{t}^{(\vec{\eta})}$  hacia el vector unitario  $\vec{\eta}$ :

$$T_n = \vec{t}^{(\vec{\eta})} \cdot \vec{\eta} = \sigma_{ik} \eta_k \vec{e}_i \cdot \eta_l \vec{e}_l \quad (\text{B.4})$$

$$T_n = \sigma_{ik} \eta_k \eta_l \delta_{il} \quad (\text{B.5})$$

$$T_n = \sigma_{lk} \eta_k \eta_l \quad (\text{B.6})$$

Para encontrar la magnitud de la componente tangencial  $T_s$ , se usa el teorema de pitágoras y las ecuaciones (B.3) y (B.6):

$$T_s^2 + T_n^2 = |\vec{t}^{(\vec{\eta})}|^2 \quad (\text{B.7})$$

$$T_s^2 = |\vec{t}^{(\vec{\eta})}|^2 - T_n^2 \quad (\text{B.8})$$

$$T_s^2 = (\sigma_{ik}\eta_k\vec{e}_i \cdot \sigma_{ml}\eta_l\vec{e}_m) - (\sigma_{lk}\eta_k\eta_l)^2 \quad (\text{B.9})$$

$$T_s^2 = (\sigma_{ik}\eta_k\sigma_{ml}\eta_l\vec{e}_i \cdot \vec{e}_m) - (\sigma_{lk}\eta_k\eta_l)^2 \quad (\text{B.10})$$

$$T_s^2 = (\sigma_{ik}\eta_k\sigma_{ml}\eta_l\delta_{im}) - (\sigma_{lk}\eta_k\eta_l)^2 \quad (\text{B.11})$$

$$T_s^2 = (\sigma_{ik}\sigma_{il}\eta_k\eta_l) - (\sigma_{lk}\eta_k\eta_l)^2 \quad (\text{B.12})$$

La componente tangencial  $\vec{S}$  del vector de esfuerzos se encuentra de la siguiente manera:

$$\vec{S} = \vec{t}^{(\vec{\eta})} - T_n\vec{\eta} \quad (\text{B.13})$$

Sustituyendo (B.3) y (B.6) en (B.13):

$$\vec{S} = \sigma_{lk}\eta_k\vec{e}_l - (\sigma_{ik}\eta_k\eta_i)\eta_l\vec{e}_l \quad (\text{B.14})$$

$$\vec{S} = (\sigma_{lk}\eta_k - \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\eta_l)\vec{e}_l \quad (\text{B.15})$$

La ecuación (B.15) es la componente tangencial del vector de esfuerzo cortantes en la pared. Para la comprobación, se eleva al cuadrado en vector de la ecuación (B.15) y se compara con el cuadrado de la de la componente tangencial  $T_n$  de la ecuación (B.12).

$$|\vec{S}|^2 = \vec{S} \cdot \vec{S} = (\sigma_{lk}\eta_k - \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\eta_l)\vec{e}_l \cdot (\sigma_{mn}\eta_n - \sigma_{jp}\eta_p\eta_j\eta_m)\vec{e}_m \quad (\text{B.16})$$

$$|\vec{S}|^2 = (\sigma_{lk}\eta_k - \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\eta_l)(\sigma_{mn}\eta_n - \sigma_{jp}\eta_p\eta_j\eta_m)\vec{e}_l \cdot \vec{e}_m \quad (\text{B.17})$$

$$|\vec{S}|^2 = (\sigma_{lk}\eta_k - \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\eta_l)(\sigma_{mn}\eta_n - \sigma_{jp}\eta_p\eta_j\eta_m)\delta_{lm} \quad (\text{B.18})$$

$$|\vec{S}|^2 = (\sigma_{mk}\eta_k - \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\eta_m)(\sigma_{mn}\eta_n - \sigma_{jp}\eta_p\eta_j\eta_m) \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned}
|\vec{S}|^2 &= \sigma_{mk}\eta_k\sigma_{mn}\eta_n - \sigma_{mk}\eta_k\sigma_{jp}\eta_p\eta_j\eta_m - \\
&\quad \sigma_{ik}\eta_k\sigma_{mn}\eta_i\eta_n\eta_m + \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\eta_m\sigma_{jp}\eta_p\eta_j\eta_m
\end{aligned} \tag{B.20}$$

$$\begin{aligned}
|\vec{S}|^2 &= \sigma_{mk}\eta_k\sigma_{mn}\eta_n - 2\sigma_{mk}\eta_k\eta_m\sigma_{jp}\eta_p\eta_j + \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\eta_m\sigma_{jp}\eta_p\eta_j\eta_m \\
&= \sigma_{mk}\eta_k\sigma_{mn}\eta_n - 2\sigma_{mk}\eta_k\eta_m\sigma_{jp}\eta_p\eta_j + \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\sigma_{jp}\eta_p\eta_j\eta_m^2 \\
&= \sigma_{mk}\eta_k\sigma_{mn}\eta_n - 2\sigma_{mk}\eta_k\eta_m\sigma_{jp}\eta_p\eta_j + \sigma_{ik}\eta_k\eta_i\sigma_{jp}\eta_p\eta_j
\end{aligned} \tag{B.21}$$

$$|\vec{S}|^2 = \sigma_{mk}\eta_k\sigma_{mn}\eta_n - \sigma_{mk}\eta_k\eta_m\sigma_{jp}\eta_p\eta_j \tag{B.22}$$

Se comparan las ecuaciones (B.12) con (B.22):

$$T_s^2 = |\vec{S}|^2 \tag{B.23}$$

$$\sigma_{ik}\eta_k\sigma_{il}\eta_l - (\sigma_{lk}\eta_k\eta_l)^2 = \sigma_{mk}\eta_k\sigma_{mn}\eta_n - \sigma_{mk}\eta_k\eta_m\sigma_{jp}\eta_p\eta_j \tag{B.24}$$

$$\sigma_{ik}\eta_k\sigma_{il}\eta_l - \sigma_{lk}\eta_k\eta_l\sigma_{jp}\eta_p\eta_j = \sigma_{mk}\eta_k\sigma_{mn}\eta_n - \sigma_{mk}\eta_k\eta_m\sigma_{jp}\eta_p\eta_j \tag{B.25}$$

Lo anterior demuestra que el  $\vec{S}$  es la componente tangencial del vector de esfuerzos cortantes en la pared.  $T_s$  es la componente que se analiza en las subsecciones de esfuerzos cortantes.

## Apéndice C

# Mínimos Cuadrados Móviles (MLS)

El método de mínimos cuadrados móviles es un esquema de interpolación numérica que nos permite aproximar una función  $u(x)$  definida en un dominio  $\Omega$ . La función  $u(x)$  en el punto  $x$  se denota como  $u^h(x)$ :

$$u^h(x) = \sum_j^m p_j(x) a_j(x) = p^T(x) a(x) \quad (\text{C.1})$$

dónde  $m$  es el número de monomios de la base polinómica, y  $a(x)$  es el vector de coeficientes dado por  $a^T(x)$ :

$$a^T(x) = \{a_0(x) \quad a_1(x) \quad \dots \quad a_m(x)\} \quad (\text{C.2})$$

que son funciones de  $x$ .

En la ecuación (C.1),  $p(x)$  es un polinomio de orden  $m$ , que en una dimensión ( $1D$ ) es de la forma:

$$p^T(x) = \{p_0(x), p_1(x), \dots, p_m(x)\} = \{1, x, x^2, x^3, \dots, x^m\} \quad (\text{C.3})$$

El vector de coeficientes  $a(x)$  de la ecuación (C.1) se determina utilizando los valores de la función en un conjunto de nodos que son incluidos en el dominio de soporte de  $x$ . El dominio de soporte de un punto  $x$  determina el número de nodos que se utilizan localmente para aproximar el valor de la función en  $x$ , como se muestra en la figura.

El concepto de dominio de soporte funciona bien si la densidad nodal no varía drásticamente en el dominio del problema.

Dado un conjunto de  $n$  valores nodales para el campo de la función  $u_1, u_2, \dots, u_n$ , en los  $n$  nodos  $x_1, x_2, \dots, x_n$  y que están en el soporte de dominio de la función, la ecuación (B.1) se usa para calcular los valores aproximados del campo de la función en los nodos  $x$ .

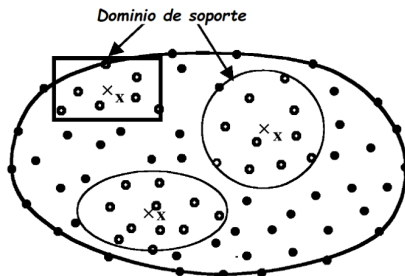


Figura C.1: El dominio de soporte determina los nodos (marcados por o) que son usados para la aproximación por interpolación del campo de la función en el punto  $x$ . Liu [2009]

$$u^h(x, x_I) = p^T(x_I) a(x), \quad I = 1, 2, \dots, n \quad (\text{C.4})$$

En la ecuación (C.4)  $a(x)$  es una función arbitraria de  $x$ . En la figura se muestra como se contruye la funcional del residual usando los valores aproximados en del dominio de la función y los parámetros nodales,  $u_I = u(x_I)$ ; tal que:

$$\begin{aligned} J &= \sum_I^n \widehat{W}(x - x_I) \left[ u^h(x, x_I) - u(x_I) \right]^2 \\ &= \sum_I^n \widehat{W}(x - x_I) \left[ p^T(x_I) a(x) - u(x_I) \right]^2 \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

dónde  $\widehat{W}(x - x_I)$  es la función de peso, y  $u_I$  es el parámetro nodal en el nodo  $I$ .



La función de peso usada en la ecuación (C.5) tiene dos importantes roles en la construcción de las funciones de forma del MLS. El primer rol es brindar pesos para los residuales en diferentes nodos dentro del dominio de soporte. El segundo rol es el de asegurar que los nodos entren o salgan del dominio de soporte de forma gradual cuando el punto  $x$  cambia de posición.

La condición de minimización en la aproximación MLS requiere que:

$$\frac{\partial J}{\partial a} = 0 \quad (\text{C.6})$$

Que dá como resultado:

$$A(x) a(x) = B(x) U_s \quad (\text{C.7})$$

Dónde  $A(x)$  es conocida como la matriz de peso:

$$A(x) = \sum_I^n \widehat{W}_I(x) p(x_I) p^T(x_I) \quad (\text{C.8})$$

y  $\mathbf{B}$  es de la forma:

$$\mathbf{B}(x) = [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_n] \quad (\text{C.9})$$

$$\mathbf{B}_I = \widehat{W}_I(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_I) \quad (\text{C.10})$$

$\mathbf{U}_s$  es el vector de los parámetros nodales del campo de variables para todos los nodos en el dominio de soporte:

$$\mathbf{U}_s = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}^T \quad (\text{C.11})$$

Si se resuelve (C.7) para  $\mathbf{a}(x)$ , se obtiene:

$$\mathbf{a}(x) = \mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{B}(x) \mathbf{U}_s \quad (\text{C.12})$$

Sustituyendo (C.12) en (C.5):

$$u^h(x) = \sum_I^n \sum_j^m p_j(x) (\mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{B}(x))_{jI} u_I \quad (\text{C.13})$$

o

$$u^h(x) = \sum_I^n \phi_I(x) u_I \quad (\text{C.14})$$

Dónde la función de forma  $\phi_I(x)$  de MLS se define como:

$$\phi_I(x) = \sum_j^m p_j(x) (\mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{B}(x))_{jI} = \mathbf{p}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_I \quad (\text{C.15})$$

En ecuación (C.15)  $m$  es el número de términos de la base polinómica  $p(x)$ , que usualmente es mucho más pequeño que  $n$ , que es el número de nodos usados en el dominio de soporte para construir la función de forma.

La ecuación (C.14) también puede escribirse:

$$u^h(x) = \phi(x) U_S \quad (\text{C.16})$$

dónde  $\phi(x)$  es la matriz de las funciones de forma del método MLS correspondientes a los  $n$  nodos en el dominio de soporte:

$$\phi([x]) = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)] \quad (\text{C.17})$$

Para obtener el sistema de ecuaciones discretos, es necesario obtener las derivadas de las funciones de forma. La ecuación (C.17) puede escribirse como:

$$\phi(x) = \gamma^T(x) B(x) \quad (\text{C.18})$$

dónde  $\gamma^T(x)$  se determina mediante:

$$A(x) \gamma^T(x) = p(x) \quad (\text{C.19})$$

Las derivadas de  $\gamma^T(x)$  pueden obtenerse de la siguiente manera:

$$\frac{dJ}{dx} = 0 \quad (\text{C.20})$$

$$A \frac{d\gamma}{dx} = \frac{dp}{dx} - \frac{dA}{dx} \gamma \quad (\text{C.21})$$

De manera similar, las derivadas de la función de forma  $\phi(x)$  se obtienen:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\gamma}{dx} B + \gamma \frac{dB}{dx} \quad (\text{C.22})$$



# Nomenclatura

$\nu$	Viscosidad cinemática
$\phi$	Ángulo de fase de la señal
$\rho$	Densidad
$\sigma_{ij}$	Tensor de esfuerzos
$N$	Magnitud de la componente normal del vector de esfuerzos cortantes
$S$	Magnitud de la componente tangencial del vector de esfuerzos cortantes
$\tau$	Tensor de esfuerzos cortantes
$\vec{e}_1$	Vector unitario en la primera dirección
$\vec{e}_2$	Vector unitario en la segunda dirección
$\vec{n}^{S J_n}$	Vector normal unitario local
$\vec{S}$	Componente tangencial del vector de esfuerzos cortantes

$\vec{i}(\vec{n})$	Vector de esfuerzos cortantes en la pared asociado al vector unitario normal
$\vec{u}(t)$	Vector velocidad en función del tiempo
$\vec{u}^{\vec{n}^{S_{J_n}}}(t)$	Vector velocidad local en función del tiempo
$A$	Amplitud
$c$	Cuerda del perfil aerodinámico
$C_B$	Razón de sople
$C_d$	Coefficiente de arrastre
$C_f$	Coefficiente de fricción
$C_l$	Coefficiente de sustentación
$C_p$	Coefficiente de presión
$CE1$	Caso de estudio 1
$CE2$	Caso de estudio 2
$CE3$	Caso de estudio 3
$CE4$	Caso de estudio 4
$CE5$	Caso de estudio 5
$f$	Frecuencia
$F^+/f^+$	Frecuencia reducida

$f_e$	Frecuencia de excitación
$F_l$	Fuerza de arrastre
$F_l$	Fuerza de sustentación
$f_n$	Frecuencia Natural
$f_w$	Frecuencia natural asociada a la estela de von Kármán
$f_{sl}$	Frecuencia natural asociada a la capa límite
$HPC$	High Performance Computing
$LSB$	Laminar Shear Bubble
$P$	Presión
$P_{Ref}$	Presión de referencia
$PSD$	Power Spectral Density
$Re_c$	Número de Reynolds
$SJ1$	Chorro sintético 1
$SJ2$	Chorro sintético 2
$SJ3$	Chorro sintético 3
$SJ4$	Chorro sintético 4
$SJ_n$	Chorro sintético dónde "n" va de 1 a 4



$SJ_n(t)$	Componente del vector velocidad asociado al vector normal unitario local
$t$	tiempo
$t_{Ref}$	Tiempo de referencia
$U_\infty$	Velocidad de corriente libre
$u_i$	Componente del vector velocidad
$U_j$	Velocidad promediada en el tiempo en la mitad del ciclo de inyección
$x_i$	Componente espacial
$ZNMF$	Zero-Net Mass Flow

# Bibliografía

P B S Lissaman. Low-reynolds-number airfoils. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 15(1):223–239, 1983. doi: 10.1146/annurev.fl.15.010183.001255. URL <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.15.010183.001255>.

BH Carmichael. Low reynolds number airfoil survey, volume 1. page 106, 1981.

Thomas J. Mueller and James D. DeLaurier. Aerodynamics of small vehicles. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 35(1):89–111, 2003. doi: 10.1146/annurev.fluid.35.101101.161102. URL <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.35.101101.161102>.

Serhiy Yarusevych, Pierre E. Sullivan, and John G. Kawall. Coherent structures in an airfoil boundary layer and wake at low reynolds numbers. *Physics of Fluids*, 18(4):044101, 2006. doi: 10.1063/1.2187069. URL <https://doi.org/10.1063/1.2187069>.

Serhiy Yarusevych, PIERRE E. Sullivan, and JOHN G. KAWALL. On

- vortex shedding from an airfoil in low-reynolds-number flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 632:245–271, 2009. doi: 10.1017/S0022112009007058.
- A. Seifert, T. Bachar, D. Koss, M. Shepshelovich, and I. Wygnanski. Oscillatory blowing: A tool to delay boundary-layer separation. *AIAA Journal*, 31(11):2052–2060, 1993. doi: 10.2514/3.49121. URL <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.49121>.
- David Greenblatt and Israel J. Wygnanski. The control of flow separation by periodic excitation. *Progress in Aerospace Sciences*, 36(7):487 – 545, 2000. ISSN 0376-0421. doi: [https://doi.org/10.1016/S0376-0421\(00\)00008-7](https://doi.org/10.1016/S0376-0421(00)00008-7). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0376042100000087>.
- N. A. Buchmann, C. Atkinson, and J. Soria. Influence of znmf jet flow control on the spatio-temporal flow structure over a naca-0015 airfoil. *Experiments in Fluids*, 54(3):1485, Feb 2013. ISSN 1432-1114. doi: 10.1007/s00348-013-1485-7. URL <https://doi.org/10.1007/s00348-013-1485-7>.
- Mark A. Feero, Sebastian D. Goodfellow, Philippe Lavoie, and Pierre E. Sullivan. Flow reattachment using synthetic jet actuation on a low-reynolds-number airfoil. *AIAA Journal*, 53(7):2005–2014, 2015. doi: 10.2514/1.J053605. URL <https://doi.org/10.2514/1.J053605>.
- Michael Amitay, Barton Smith, and Ari Glezer. *Aerodynamic flow control*

- using synthetic jet technology*. 1998. doi: 10.2514/6.1998-208. URL <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.1998-208>.
- Ari Glezer. Some aspects of aerodynamic flow control using synthetic-jet actuation. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 369:1476–1494, 2011. ISSN 1471-2962. doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2010.0374>. URL <https://royalsocietypublishing.org/doi/full/10.1098/rsta.2010.0374>.
- Mark A. Feero, Philippe Lavoie, and Pierre E. Sullivan. Influence of synthetic jet location on active control of an airfoil at low reynolds number. *Experiments in Fluids*, 58(8):99, Jul 2017. ISSN 1432-1114. doi: 10.1007/s00348-017-2387-x. URL <https://doi.org/10.1007/s00348-017-2387-x>.
- JIE-ZHI WU, XI-YUN LU, ANDREW G. DENNY, MENG FAN, and JAIN-MING WU. Post-stall flow control on an airfoil by local unsteady forcing. *Journal of Fluid Mechanics*, 371:21–58, 1998. doi: 10.1017/S0022112098002055.
- Michael SH Boutilier and Serhiy Yarusevych. Separated shear layer transition over an airfoil at a low reynolds number. *Physics of Fluids*, 24(8):084105, 2012.
- Sang Bong Lee. A study on temporal accuracy of openfoam. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 9(4):429–438, 2017.

Gui-Rong Liu. *Meshfree methods: moving beyond the finite element method*.  
CRC press, 2009.