



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA ELÉCTRICA – SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

MODELADO Y SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE EXCITACIÓN EN UN
TRANSFORMADOR BAJO DIFERENTES CONDICIONES DE HISTÉRESIS PARA ESTUDIOS DE
CALIDAD DE LA ENERGÍA

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

FERNANDO YAISEL PEREZ MUÑOZ

TUTORES:

DR. GONZALO SANDOVAL RODRÍGUEZ

DR. RAFAEL ESCARELA PÉREZ

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

CIUDAD DE MÉXICO, DICIEMBRE, 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Rafael Escarela Pérez
Secretario: Dr. Frederic Trillaud
1er. Vocal: Dr. Gonzalo Sandoval Rodríguez
2do Vocal: Dr. Juan Ramón Rodríguez Rodríguez
3er. Vocal: Dr. Vicente Torres García

TUTOR DE TESIS:

Dr. Gonzalo Sandoval Rodríguez

FIRMA

TUTOR DE TESIS:

Dr. Rafael Escarela Pérez

FIRMA

PENSAMIENTO

*“La ciencia puede divertirnos y fascinarnos,
pero es la Ingeniería la que cambia el mundo”*

Isaac Asimov

DEDICATORIA

- *A mis padres y hermano: Por todo lo que representan para mí, por su apoyo, su amor y sobre todo por su guía. Gracias a ellos he podido lograr mis sueños y convertirme en la persona que soy hoy en día, a ustedes por siempre mi corazón, los amo.*
- *A mis abuelos Cusa y Humberto: por ser unas de las personas más influyentes en mi vida, por habérmelo dado todo, por inculcar en mi valores, amor, cariño; por ser mis ejemplos a seguir. Este trabajo está dedicado a ustedes, gracias por existir.*
- *A mi prima Sandra: más que prima eres mi hermana, gracias por tu apoyo en todo momento y por ser esa persona en la que puedo apoyarme.*
- *A mi esposa Yohanna: a pesar de pasar más tiempo separados que juntos por las circunstancias, gracias por hacerme el hombre más feliz del mundo, gracias por entenderme, apoyarme, ser mi compañera, amiga, confidente y permitirme ser parte de tu vida. Te amo Così.*
- *A mis amigos Gustavo, Rafa, Alberto, Xiomara, Yamilé, Adriel, Yosman, Víctor Jara y Osmar, por su apoyo desde el primer momento que llegué a este país. En especial quiero agradecer a dos personas que a lo largo de estos dos años me han demostrado su apoyo incondicional y siempre han estado presente para lo que necesite de ellos, Maidier y Yoendric. A ustedes gracias.*
- *A mis tutores Dr. Gonzalo Sandoval Rodríguez y Dr. Rafael Escarela Pérez por su orientación y supervisión en el desarrollo de este trabajo.*
- *Al Dr. Frédéric Trillaud Pighi por haberme brindado un espacio de trabajo en su laboratorio y poder compartir con sus alumnos. Gracias profesor.*

Gracias a todos

RESUMEN

La no linealidad entre la excitación magnética y la densidad de flujo produce una corriente de excitación no senoidal en un transformador en vacío, incluso siendo senoidal el voltaje. Esta corriente de excitación, en el caso de un transformador monofásico se caracteriza por tener principalmente en su análisis espectral componentes fundamental, tercera, quinta y séptima, cuyas magnitudes disminuyen conforme aumenta el orden.

La presente investigación se enfoca en un análisis sobre una unidad monofásica operando en vacío con el objetivo de realizar un estudio espectral en magnitud y ángulo de fase para la corriente de excitación, el cual se verificó experimentalmente en un laboratorio a partir de un prototipo de menor escala. Posteriormente se simulará la deformación de onda de la corriente de excitación en estado estable del transformador seleccionado, considerando diversas condiciones de histéresis con el propósito de verificar cuál es la influencia de esta no linealidad sobre dicha corriente.

El análisis espectral de la corriente de excitación en los distintos casos de estudio permitirá identificar qué grado de histéresis presenta el transformador y saber diferenciar entre una corriente de carga y una corriente de excitación, aspecto importante para estudios de calidad de la energía.

ABSTRACT

The non-linearity between the magnetic excitation and the flux density produces a non-sinusoidal excitation current in a transformer at no load condition, even if the voltage is sinusoidal. This excitation current, in the case of a single-phase transformer, is characterized mainly by its fundamental, third, fifth and seventh components, whose magnitudes decrease as the order increases.

The present investigation focuses on an analysis of a single-phase unit operating at no load condition to perform a spectral study in magnitude and phase angle for the excitation current, which was experimentally verified in a laboratory from a smaller prototype scale. Subsequently, the wave deformation of the steady state excitation current of the selected transformer will be simulated considering various hysteresis conditions in order to verify the influence of those conditions in the transformer excitation current.

The spectral analysis of the excitation current in the different study cases will allow to identify how much hysteresis the transformer presents and to know how to differentiate between a charging current and an excitation current, an important aspect for studies of power quality.

ÍNDICE

PENSAMIENTO.....	1
DEDICATORIA	2
RESUMEN	3
ABSTRACT.....	4
ÍNDICE	5
ÍNDICE DE FIGURAS.....	8
ÍNDICE DE TABLAS	12
ACRÓNIMOS	13
LISTA DE SÍMBOLOS.....	14
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN.....	16
1.1. Introducción.....	16
1.2. Planteamiento del problema.....	17
1.3. Estado del arte	17
1.4. Justificación	19
1.5. Objetivo general	20
1.6. Objetivos específicos	21
1.7. Hipótesis	21
1.8. Marco teórico.....	21
1.8.1. Modelado de transformadores de baja frecuencia	21
1.8.2. Materiales ferromagnéticos y curva de histéresis.....	22
1.8.3. Armónicas en la corriente de excitación.....	25
1.8.4. Breve introducción a la transformada rápida de Fourier	27
1.9. Metodología.....	29
1.10. Organización de la tesis	30
CAPÍTULO II: OBTENCIÓN DE PARÁMETROS Y MODELADO DEL CICLO DE HISTÉRESIS DEL TRANSFORMADOR SELECCIONADO	31
2.1. Introducción.....	31
2.2. Revisión del modelo clásico J-A	31
2.2.1. Balance de energía en el ciclo de histéresis.....	33
2.2.2. Componente reversible e irreversible del proceso de magnetización	35
2.2.3. Modelo de J-A mejorado.....	36
2.3. Implementación del modelo de J-A	37
2.4. Determinación de parámetros del modelo J-A	39
2.4.1. Magnetización de saturación	40
2.4.2. Determinación del parámetro c	40

2.4.3.	Determinación del parámetro k	42
2.4.4.	Determinación del parámetro a y α	44
2.4.5.	Proceso iterativo para obtención de parámetros	47
2.5.	Curva de histéresis del transformador seleccionado.....	47
2.6.	Curvas de histéresis seleccionadas para los casos de estudio	50
CAPÍTULO III: SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE EXCITACIÓN.....		52
3.1.	Introducción.....	52
3.2.	Circuito magnético equivalente del transformador	52
3.3.	Circuito eléctrico del transformador	55
3.4.	Parámetros del transformador.....	58
3.5.	Simulación de la corriente de excitación	58
3.6.	Resultados de las simulaciones para los casos de estudio	60
3.7.	Influencia del ciclo de histéresis en la corriente de excitación	66
3.8.	Otras afectaciones en el ciclo de histéresis y corriente de excitación.....	69
CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE EXCITACIÓN		74
4.1.	Introducción.....	74
4.2.	Aplicación de la transformada rápida de Fourier	74
4.3.	Reconstrucción de la forma de onda.....	82
CAPÍTULO V: VALIDACIÓN DEL MODELO IMPLEMENTADO Y CASOS DE ESTUDIO.....		85
5.1.	Introducción.....	85
5.2.	Modelo del transformador no lineal del Simulink.....	85
5.3.	Característica de magnetización a partir de mediciones y comparación	87
5.4.	Comparación de los ciclos de histéresis.....	89
5.5.	Corriente de excitación, comparación entre resultados experimentales y simulados	92
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS		95
6.1.	Conclusiones	95
6.2.	Aportaciones	96
6.3.	Trabajos futuros.....	96
BIBLIOGRAFÍA		98
APÉNDICES.....		101
A.1.	Método de Newton-Raphson	101
A.2.	Código para la obtención de parámetros iniciales del método Jiles-Atherton	102
A.3.	Método de Runge Kutta de cuarto orden.....	103

A.4. Código para el cálculo de los ciclos de histéresis a partir del método de Jiles-Atherton.....	104
A.5. Transformador monofásico seleccionado.....	105
A.6. Medición de corriente de excitación y voltaje primario en laboratorio del transformador monofásico.....	106
A.7. Código implementado para la simulación de la corriente de excitación	108

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPITULO I

Figura 1.1 Modelado de un núcleo de hierro no lineal. 22

Figura 1.2 Curva B-H saturada típica de materiales ferromagnéticos, donde se incluye la curva de magnetización inicial. 24

Figura 1.3 Curva de magnetización inicial. 25

Figura 1.4 Señal de corriente afectada por armónicos y su descomposición en las componentes de orden 1, 3, 5, 7 y 9. 27

CAPITULO II

Figura 2.1 Función de Langevin modificada. 33

Figura 2.2 Diagrama de bloques para la simulación del modelo de histéresis J-A. 38

Figura 2.3 Ciclo de histéresis para diferentes valores de c 42

Figura 2.4 Ciclo de histéresis para diferentes valores de k 44

Figura 2.5 Ciclo de histéresis para diferentes valores de a 46

Figura 2.6 Ciclo de histéresis para diferentes valores de α 46

Figura 2.7 Ciclo de histéresis del transformador seleccionado. 48

Figura 2.8 Comparación del ciclo de histéresis real y programado del transformador seleccionado. 49

Figura 2.9 Ciclos de histéresis para los casos de estudio. 50

CAPITULO III

Figura 3.1 Representación de la permeancia del núcleo. 53

Figura 3.2 Circuito magnético equivalente. 54

Figura 3.3 Circuito magnético equivalente reducido del transformador. 55

Figura 3.4 Transformación dual entre circuito magnético y circuito eléctrico. 56

Figura 3.5 Circuito eléctrico equivalente. 57

Figura 3.6 Esquema para la obtención de la corriente de excitación. 59

Figura 3.7 Simulación de la corriente de excitación para voltaje nominal y curva de histéresis real. 61

Figura 3.8 Simulación de la corriente de excitación para +10% de voltaje nominal y curva de histéresis real. 62

Figura 3.9 Simulación de la corriente de excitación para -10% de voltaje nominal y curva de histéresis real.....	62
Figura 3.10 Simulación de la corriente de excitación para voltaje nominal y curva de histéresis delgada.....	63
Figura 3.11 Simulación de la corriente de excitación para +10% de voltaje nominal y curva de histéresis delgada.....	63
Figura 3.12 Simulación de la corriente de excitación para -10% de voltaje nominal y curva de histéresis delgada.....	64
Figura 3.13 Simulación de la corriente de excitación para voltaje nominal y curva de histéresis ancha.....	64
Figura 3.14 Simulación de la corriente de excitación para +10% de voltaje nominal y curva de histéresis ancha.....	65
Figura 3.15 Simulación de la corriente de excitación para -10% de voltaje nominal y curva de histéresis ancha.....	65
Figura 3.16 Descripción gráfica de la generación de la corriente de excitación considerando el ciclo de histéresis.....	66
Figura 3.17 Simulación de la corriente de excitación para las distintas condiciones de histéresis a voltaje nominal.....	67
Figura 3.18 Simulación de la corriente de excitación para las distintas condiciones de voltaje de entrada y curva de histéresis real.....	68
Figura 3.19 Representación de armónicas en la corriente de excitación.....	68
Figura 3.20 Circuito de transformador monofásico con inyección de voltaje continuo.....	69
Figura 3.21 Curva B-H para voltaje CD de 1V.....	71
Figura 3.22 Curva B-H para voltaje CD de 3V.....	71
Figura 3.23 Corriente de excitación para voltaje CD de 1V.....	72
Figura 3.24 Corriente de excitación para voltaje CD de 3V.....	72

CAPITULO IV

Figura 4.1 Espectro de frecuencias de la corriente de excitación para ciclo de histéresis real considerando 3 niveles de voltaje.....	75
Figura 4.2 Espectro de frecuencias de la corriente de excitación para ciclo de histéresis delgada considerando 3 niveles de voltaje.....	75

Figura 4.3 Espectro de frecuencias de la corriente de excitación para ciclo de histéresis ancho considerando 3 niveles de voltaje. 76

Figura 4.4 Ángulos de fase de la corriente de excitación para ciclo de histéresis real considerando 3 niveles de voltaje. 76

Figura 4.5 Ángulos de fase de la corriente de excitación para ciclo de histéresis delgado considerando 3 niveles de voltaje. 77

Figura 4.6 Ángulos de fase de la corriente de excitación para ciclo de histéresis delgado considerando 3 niveles de voltaje. 77

Figura 4.7 Espectro de frecuencias de la corriente de excitación con polarización CD. 82

Figura 4. 8 Comparación entre la corriente de excitación obtenida y la recuperada para curva de histéresis real. 83

CAPITULO V

Figura 5. 1 Circuito equivalente del bloque del transformador no lineal. 85

Figura 5. 2 Parámetros iniciales de la rama de magnetización considerando la histéresis del bloque transformador no lineal. 86

Figura 5.3 Circuito del transformador con un Aop implementado a la salida. 87

Figura 5.4 Circuito del Aop integrador. 88

Figura 5.5 Comparación de curvas de histéresis obtenidas a partir del modelo del transformador no lineal y mediciones del circuito electrónico. 89

Figura 5. 6 Comparación de la curva de histéresis real y las obtenidas a partir del bloque del transformador no lineal. 90

Figura 5.7 Comparación de la curva de histéresis delgada y las obtenidas a partir del bloque del transformador no lineal. 90

Figura 5.8 Comparación de la curva de histéresis ancha y las obtenidas a partir del bloque del transformador no lineal. 91

Figura 5.9 Comparación de resultados para corriente de excitación obtenida con curva de histéresis real. 92

Figura 5. 10 Comparación de resultados para corriente de excitación obtenida con curva de histéresis delgada. 93

Figura 5. 11 Comparación de resultados para corriente de excitación obtenida con curva de histéresis ancha. 94

ÍNDICE DE TABLAS

CAPITULO II

Tabla 2.1 Comparación entre histéresis real y programada.....	49
Tabla 2.2 Parámetros de inicio del método J-A para distintas configuraciones de núcleo. .	50
Tabla 2.3 Parámetros de inicio del método J-A para los ciclos de histéresis ancho y estrecho utilizados en los casos de estudio.	51

CAPITULO III

Tabla 3.1 Representación de los casos de estudios a realizar..	61
--	----

CAPITULO IV

Tabla 4.1 Resumen del análisis de la corriente de excitación para curva de histéresis real.	78
Tabla 4.2 Resumen del análisis de la corriente de excitación para curva de histéresis delgada.....	79
Tabla 4.3 Resumen del análisis de la corriente de excitación para curva de histéresis ancha.	80
Tabla 4.4 Error cuadrático medio entre las señales obtenidas y las recuperadas para todos los casos de estudio.	84

CAPITULO V

Tabla 5.1 Comparación entre las curvas de histéresis simuladas y las obtenidas en Simulink.	91
Tabla 5. 2 Comparación de la I _{max} para resultado real y simulados.	93
Tabla 5. 3 Comparación de la I _{max} para resultado real y simulados.	94

ACRÓNIMOS

J-A	Método Jiles-Atherton
EMTP	Programa de Transitorios Electromagnéticos
GIC	Corrientes Inducidas Geomagnéticamente
DHD	Dominio Armónico Dinámico
FEM	Fuerza electromotriz
CD	Corriente Directa
CA	Corriente Alterna
FFT	Transformada Rápida de Fourier
DFT	Transformada Discreta de Fourier
THD _{I1}	Distorsión Armónica Total en Corriente respecto a su componente fundamental
RMS	Raíz Media Cuadrática
HD	Contenido Armónico
HRI _n	Relación Armónica de la Corriente respecto a su componente fundamental
Fnd	Armónica fundamental
AOP	Amplificador Operacional

LISTA DE SÍMBOLOS

B	Densidad de flujo magnético
H	Intensidad del campo magnético
B_{sat}	Inducción de saturación
μ_0	Permeabilidad de vacío
B_r	Inducción remanente
H_c	Coercitividad o campo coercitivo
μ	Permeabilidad
μ_r	Permeabilidad relativa
μ_i	Permeabilidad inicial
α	Acoplamiento entre dominios
M	Magnetización
H_e	Campo efectivo de un dominio
M_{an}	Magnetización anhistéresis
M_s	Magnetización de saturación
a	Constante de la función de Langevin
δ	Parámetro direccional
k	Densidad de los puntos de enclavamiento
B_e	Densidad de flujo magnético efectivo
M_{rev}	Magnetización reversible
M_{irr}	Magnetización irreversible
c	Componente de magnetización reversible
X_{in}	Susceptibilidad inicial de la curva de magnetización

X_{an}	Susceptibilidad inicial de la curva anhistéresis
M_r	Magnetización remanente
X_r	Susceptibilidad diferencial del punto de remanencia
X_c	Susceptibilidad del punto coercitivo
$X_{máx}$	Susceptibilidad máxima
V_1	Voltaje del devanado primario
N_1	Número de vueltas del devanado primario
A	Área de la sección transversal del núcleo
i_ϕ	Corriente de excitación
l	Longitud media de la trayectoria del flujo
P_{equ}	Permeancia equivalente vista por el devanado primario
R_p	Pérdidas en el devanado primario
R_s	Pérdidas en el devanado secundario
L_m	Inductancia de magnetización
R_m	Pérdidas en el núcleo
L_p	Flujo de fuga en el devanado primario
L_s	Flujo de fuga en el devanado secundario
e_1	Fem inducida en el devanado primario
ϕ	Flujo mutuo
C_1	Capacitor

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1. Introducción

En la actualidad las redes eléctricas de potencia cuentan con un alto desarrollo tecnológico, a pesar de esto se trabaja por mantener los estándares de calidad que debe tener el suministro de corriente alterna en las instalaciones eléctricas en términos de tensión constante, frecuencia constante y forma de onda sinusoidal [1]. Gran parte de esta creciente tecnología trae consigo la circulación de corrientes no senoidales en los sistemas eléctricos, las cuales afectan directamente en dispositivos como transformadores provocando consecuencias tales como degradación de aislamiento, sobrecalentamiento en los conductores, errores en las mediciones, deterioro de la forma de onda, representando un impacto económico.

Los estudios realizados acerca de la corriente de excitación en transformadores en su mayoría se centran en la saturación y algunos toman en cuenta el ciclo de histéresis [2]–[4]. Los artículos donde sí se considera el ciclo de histéresis están orientados a evaluar cambios en la corriente de excitación ante variaciones de voltaje [5], pero ninguno considera la utilización de núcleos ferromagnéticos de las mismas dimensiones, pero con materiales de diferentes características.

No existe una forma totalmente general de representar un ciclo de histéresis en materiales ferromagnéticos. La ausencia de un modelo cuantitativo adecuado del comportamiento de estos materiales ha provocado mucha dificultad, tanto en la comprensión del proceso magnético como en la descripción de la variabilidad de la magnetización bajo otros parámetros, tales como la fatiga o la temperatura, por tal motivo este trabajo se centra en obtener un código computacional que permita simular el ciclo de histéresis de un transformador monofásico bajo diferentes tipos de material ferromagnético.

El primer capítulo de este trabajo de tesis pretende realizar una revisión general e introducir los conceptos teóricos básicos que permiten obtener el modelado y simulación del ciclo de histéresis así como la corriente de excitación en transformadores en estado estable.

1.2. Planteamiento del problema

En transformadores que operan con un bajo índice de carga, para resolver problemas de calidad de la energía se necesita saber diferenciar entre una corriente de carga y una corriente de excitación considerando distintos escenarios de trabajo. Un análisis cuantitativo del impacto del ancho del ciclo de histéresis en la corriente de excitación (a nivel valor eficaz, factor de cresta y análisis espectral), permitiría resolver dicha problemática.

1.3. Estado del arte

En la actualidad los transformadores cada vez se ven más afectados por perturbaciones externas, donde la presencia de corriente continua se torna entre las más graves, debido a la gran aparición de equipos no lineales en el sistema eléctrico y el efecto de las Corrientes Inducidas Geomagnéticamente (GIC por sus siglas en inglés) provocadas por la actividad solar. En [6] se plantea que las GIC afectan principalmente a los transformadores conectados en estrella con neutro y a su vez dificulta determinar los parámetros de diseño del transformador provocando una saturación de forma asimétrica. Las herramientas de simulación de hoy en día no tienen en cuenta este aspecto, por lo cual requiere el desarrollo de modelos específicos para cada tipo de transformador. Como aspecto relevante en este trabajo se desarrolló un programa de control que permite adquirir en forma de onda las variables medidas.

Algunos efectos de las GIC en la forma de onda de la corriente de excitación pueden ser los siguientes:

- Muestra cambios significativos a medida que la corriente de CD aumenta en el secundario.
- El valor promedio es diferente de cero.
- La forma de onda indica asimetría de $\frac{1}{2}$ onda.
- Cada media onda se repite el valor máximo de corriente.

Un modelo de núcleo de transformador preciso se presenta en [2], utilizando la teoría de Preisach, para representar la característica central de magnetización, dando la precisión requerida para hacer coincidir los bucles de histéresis del modelo con los del material del

núcleo del transformador real. El fenómeno de histéresis y el ancho del bucle principal correspondiente tienen un impacto significativo en el fenómeno de ferresonancia.

Por otra parte se expone en [4] que una carga no lineal en un transformador conduce a pérdidas de potencia, armónicas que causan mayores costos operativos y calentamiento adicional en las piezas del transformador. En este trabajo se toma un transformador trifásico de distribución (50 kVA) bajo carga no lineal generadas debido a cargas domésticas (lámparas fluorescentes, motores de estado sólido, convertidores, etc.). Las pérdidas del núcleo se evalúan utilizando el modelo tridimensional del transformador desarrollado en Ansoft Maxwell (software que funciona bajo la teoría de Elementos Finitos). Se revisa y analiza una relación asociada con las pérdidas del núcleo y la amplitud del orden alto de armónico y luego se realiza una comparación de los resultados obtenidos por diferentes corrientes de excitación en los devanados del transformador, donde la histéresis representa una parte importante de las pérdidas del núcleo.

En [3] se realiza una metodología que amplía el análisis dinámico de dominio armónico (DHD) de grandes redes, la metodología se ilustra mediante la aplicación a un transformador sin carga. Se plantea que los efectos de saturación en los transformadores pueden producir armónicos en los sistemas de potencia; por lo tanto, es importante para una representación precisa del transformador. El modelo que se presenta en este artículo permite el cálculo directo del estado estable, sin necesidad de simular el periodo transitorio de la energización, además se brindan los modelos de los circuitos acompañantes para realizar estudios transitorios dentro de la red eléctrica.

El trabajo en [7] propone un nuevo enfoque de modelado con circuito equivalente magnético, haciendo uso de la geometría del transformador y del circuito equivalente magnético de permeabilidad, que es adecuado para la simulación a nivel de sistema en términos de complejidad. El modelo equivalente requiere un número limitado de parámetros y con fines de verificación se han realizado simulaciones de FEM y mediciones en el prototipo experimental. El circuito magnético está estrechamente relacionado con la geometría y los parámetros del material, que es intuitivo y generalmente más fácil de obtener en comparación con los resultados de las pruebas de hardware. En este artículo se utiliza una nueva topología del núcleo del transformador, donde la ruta del flujo de fuga y el núcleo se modelan por separados utilizando devanados ficticios.

Utilizando el método del circuito magnético equivalente y la no linealidad del núcleo para la corriente de excitación, voltaje inducido y de carga respectivamente, en [8] se presentó un modelo para estado estacionario y transitorio junto con la representación de un polinomio para las características magnéticas de un transformador trifásico, obteniendo todas las inductancias y sus derivados, corrientes y voltajes, aplicado a una conexión estrella-estrella con carga y en vacío. La simulación para transformadores monofásicos en el dominio del tiempo se presentó en [5], enfocándose el resultado en las pérdidas del núcleo, el cual tuvo un efecto significativo sobre la corriente de excitación total.

La corriente de excitación y el ángulo de pérdida fueron investigados en [9], los cuales pueden obtenerse a partir de mediciones a frecuencia nominal y frecuencia dependiente de la impedancia desde el lado secundario del transformador. Los resultados en la curva de corriente de magnetización a $V_{\text{rms}}=98\text{V}$ a 50Hz presentó contenido armónico y coincidió con el modelo simulado, mientras que a $V_{\text{rms}}=46\text{V}$ a 50Hz no se presentó similitud en la forma de onda simulada y medida, concluyendo que es posible determinar la corriente de excitación y el ángulo de pérdida fuera de las mediciones del lado secundario a frecuencia nominal.

En [10] se modela en Matlab un transformador monofásico bajo polarización CD. En el propio Matlab se simulan las curvas características de magnetización y las corrientes de excitación sin carga. El resultado muestra que:

- Las curvas de magnetización ya no son simétricas y se saturan en el eje x.
- Los bucles de histéresis se vuelven estrechos.
- Los valores máximos de corriente de excitación aumentan y se vuelven nítidos.
- La forma de onda de la corriente de excitación ya no es simétrica.
- Aumenta el contenido de armónicos.

1.4. Justificación

El fenómeno de deformación de onda en la corriente de excitación de un transformador está relacionado con la saturación del núcleo magnético, considerando la curva B-H. La suposición de un flujo sinusoidal a causa de un voltaje inducido sinusoidal produce un flujo magnético muy parecido a una onda sinusoidal.

La mayoría de las investigaciones relativas a la corriente de excitación en vacío se basan en modelos y simulaciones realizadas a través del EMTP (Electromagnetic Transients Program por sus siglas en inglés) [11], el cual es un software profesional utilizado para simular los problemas transitorios de los sistemas de potencia. En [12] se plantea que la desventaja de este software es que no posee una herramienta diseñada para simular el ciclo de histéresis, a partir de esto el resultado de la prueba puede no ser lo suficientemente preciso. Matlab es un software comercial bien desarrollado y sí posee un modelo de transformador con caja de herramientas de diseño de histéresis ampliamente utilizado en la simulación de sistemas de potencia. Teniendo en cuenta el potente procesamiento gráfico y la capacidad de análisis de datos, se eligió el Simulink del Matlab para realizar el trabajo de validación en este documento.

Debido a que la mayor parte de los estudios realizados, como se vio en la sección del estado del arte, desprecian la histéresis o bien aquellos que la consideran no han evaluado la influencia de ésta en la calidad de la corriente de excitación, en este trabajo se modelará y simulará por medio de código computacional un transformador experimental con núcleo acorazado del tipo monofásico considerando la saturación del núcleo y el ciclo de histéresis para la obtención de la corriente de excitación en estado estable y operación sin carga. Posteriormente se modelará de igual manera el transformador monofásico, pero ahora considerando un mayor y menor ciclo de histéresis y finalmente viendo los efectos combinados del cambio en la histéresis y la variación del voltaje.

1.5. Objetivo general

Modelar matemáticamente y obtener un código computacional que permita simular el ciclo de histéresis de un transformador monofásico bajo diferentes tipos de material ferromagnético para estudios del contenido espectral de la corriente de excitación y análisis comparativo de los espectros para los diferentes tipos de histéresis y bajo condiciones de excitación a tensión nominal, excitación con sobre voltaje y con bajo voltaje.

1.6. Objetivos específicos

- Modelar y analizar la histéresis para obtener un modelo matemático que permita evaluar su influencia en la corriente de excitación.
- Obtener un código computacional que permita simular el comportamiento del transformador para obtener la corriente de excitación.
- Comparar los resultados del código computacional con algún software que permita incorporar el efecto de la histéresis en un transformador para validar los resultados.
- Obtener la corriente de excitación para distintos niveles de histéresis para valorar cuantitativamente el efecto de la histéresis en los espectros de magnitud y fase de la corriente de excitación y bajo distintas condiciones de voltaje de excitación.

1.7. Hipótesis

En núcleos ferromagnéticos con dimensiones idénticas, pero con diferentes grados de histéresis, la corriente de excitación presenta incrementos en sus valores de pico y en su valor eficaz, y alteraciones en el contenido armónico tanto en magnitud como en fase conforme se aumenta la histéresis.

1.8. Marco teórico

1.8.1. Modelado de transformadores de baja frecuencia

Los dos componentes principales que deben considerarse al crear un modelo de transformador de baja frecuencia son los devanados y el núcleo de hierro. La representación de los devanados determina la característica de transferencia del transformador (respuesta a cortocircuito), mientras que la representación del núcleo de hierro controla el balance de flujo y el acoplamiento de fase a fase (en caso de unidades trifásicas) [13].

Hay dos enfoques principales para el modelado de transformadores. Por un lado, se puede usar un circuito magnético equivalente, y por otro lado, se puede usar un circuito eléctrico equivalente [14]. Ambos son apropiados para la representación del núcleo

magnético del transformador donde la ruta del flujo está bien definida, pero se basan en aproximaciones para la representación de las rutas del flujo disperso.

El modelado de un transformador se complica por las características del núcleo magnético no lineal. Las pérdidas por saturación, histéresis y corrientes parásitas son los principales efectos no lineales que deben considerarse en el modelado, como se muestra en la Figura 1.1.

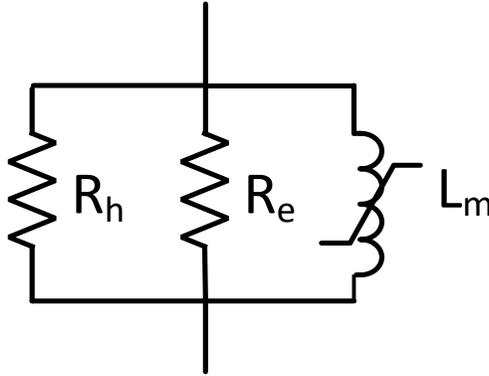


Figura 1.1 Modelado de un núcleo de hierro no lineal.

La inductancia en la Figura 1.1 representa la curva de magnetización utilizada para caracterizar la no linealidad del material magnético. Las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas se modelan a partir de resistencias y a menudo se consideran por separado. En el caso más simple, las pérdidas por histéresis pueden ignorarse, ya que representan una pequeña contribución a las pérdidas totales y las pérdidas por corrientes parásitas se suponen proporcionales a $(B_m \cdot f)^2$, esto permite representarlas utilizando una resistencia lineal ordinaria.

1.8.2. Materiales ferromagnéticos y curva de histéresis

Cuando se realiza un diseño práctico para una aplicación real, deben utilizarse los materiales existentes en el entorno. Generalmente, estos materiales están lejos de presentar un comportamiento ideal para la aplicación bajo estudio. Este hecho es especialmente notable en el caso de los materiales magnéticos [15].

Para núcleos de transformadores el material magnético ideal debería tener una permeabilidad infinita y no experimentar pérdidas ni saturación. En la realidad, se debe seleccionar el material real que mejor se adecúe a los requisitos de la aplicación, y en cualquier caso, que tenga bajas pérdidas, alta inducción de saturación y alta permeabilidad.

El comportamiento de un material magnético queda caracterizado básicamente por su permeabilidad magnética. Los materiales ferromagnéticos presentan valores elevados de permeabilidad pero su evolución no es lineal en el plano $B-H$. En la Figura 1.2 se muestra una curva $B-H$ saturada genérica, la cual se caracteriza por cuatro parámetros:

- Inducción de saturación B_{sat} (T), es la inducción a partir de la cual el material magnético se satura y su permeabilidad cae y se iguala a la permeabilidad de vacío μ_0 .
- Inducción remanente B_r (T), es la inducción que permanece después de suprimir el campo magnético externo aplicado.
- Coercitividad o campo coercitivo H_c (A/m), es el campo magnético necesario para reducir la magnetización del material a cero una vez que el material ha sido saturado.

Permeabilidad μ (H/m), es el cociente de la inducción magnética y la intensidad del campo magnético aplicado. Sin embargo, es más común presentarla como el producto de la constante magnética μ_0 y una constante adimensional denominada permeabilidad relativa, μ_r . Como la relación B/H es fuertemente no lineal, un gran número de permeabilidades relativas diferentes se definen dependiendo del punto en el cual la curva $B-H$ sea linealizada y de las condiciones iniciales consideradas. Cada permeabilidad es adecuada para ser utilizada en una aplicación determinada dependiendo de la zona de la curva $B-H$ en la que se opere. En las hojas de datos de los fabricantes, las principales permeabilidades que se especifican son: la permeabilidad inicial, la permeabilidad efectiva, la permeabilidad ancha, la permeabilidad incremental y permeabilidad compleja. La permeabilidad inicial μ_i (H/m), considerada la más representativa, es el valor de la pendiente de la línea recta a la cual se aproxima la curva de magnetización inicial cuando se produce una pequeña magnetización del material inicialmente desmagnetizado.

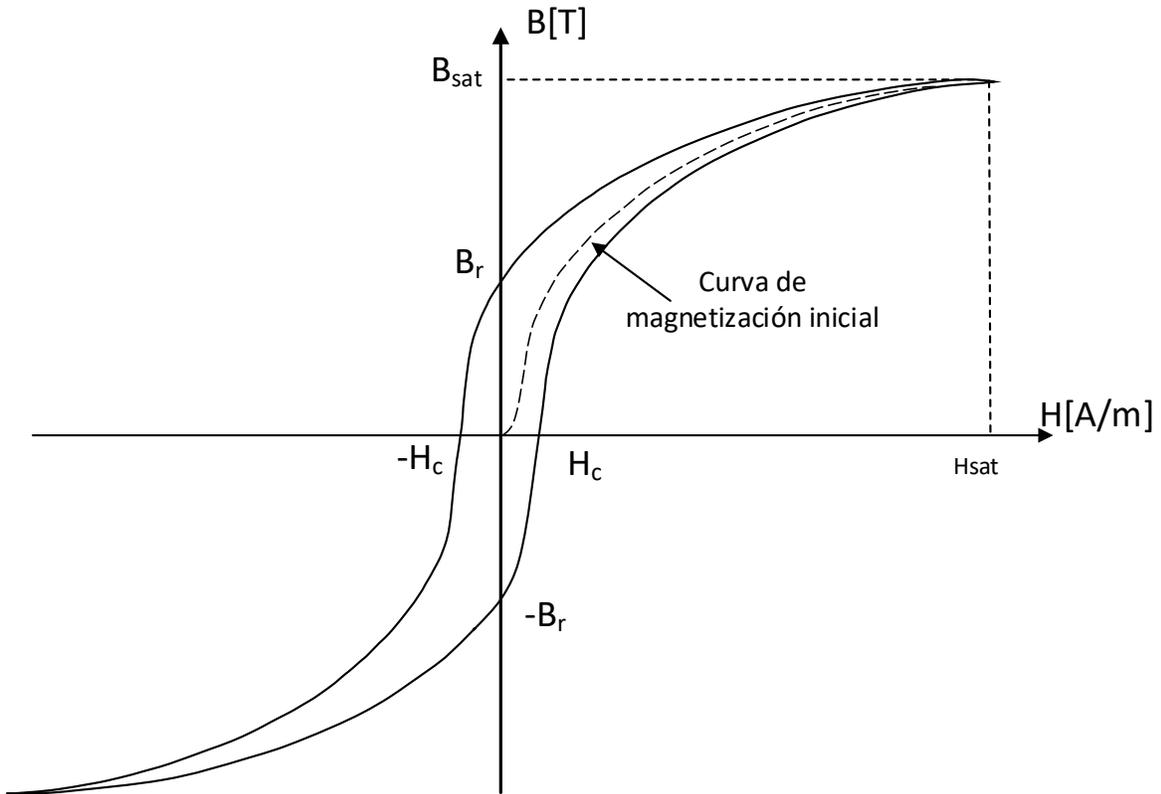


Figura 1.2 Curva B - H saturada típica de materiales ferromagnéticos, donde se incluye la curva de magnetización inicial.

En la Figura 1.2 se ha incluido la curva de magnetización inicial cuyo estudio es útil para analizar el fenómeno de histéresis en los materiales magnéticos. En la Figura 1.3 se muestra con más detalle el comportamiento del material cuando se parte de un estado desmagnetizado y se lleva a saturación. En los materiales ferromagnéticos, los momentos magnéticos individuales de grandes grupos de átomos o moléculas están fuertemente acoplados y alineados entre sí, aún sin la presencia de un campo magnético exterior. Estos grupos compuestos por entre 10^{21} y 10^{27} átomos y con tamaños entre 10^{-12} y 10^{-8} m³ reciben el nombre de dominios magnéticos.

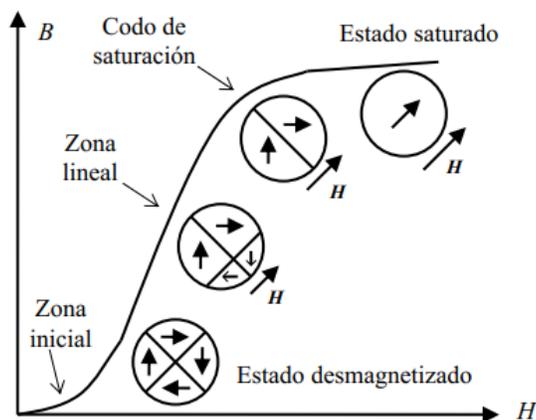


Figura 1.3 Curva de magnetización inicial.

La evolución de los dominios magnéticos conforme se incrementa el campo magnético aplicado sobre el material, se muestra también en la Figura 1.3. Inicialmente el material está en estado desmagnetizado, es decir, los dominios magnéticos están orientados al azar y la magnetización neta del material es nula. Si se aplica un pequeño campo en la dirección mostrada en la Figura 1.3, las paredes de los dominios comienzan a deformarse aumentando el área de los dominios alineados con el campo aplicado. Estos movimientos son reversibles y bajo estas condiciones se traza la primera parte de la curva. Conforme se incrementa el valor del campo aplicado, comienza un cambio irreversible por el que los dominios magnéticos más pequeños e inestables comienzan a rotar y tienden a alinearse con dicho campo por medio de saltos (coalescencia de dominios). Este proceso requiere poca energía por lo que el valor de B crece rápidamente y de forma lineal. Si se sigue incrementando el valor del campo aplicado, la absorción de los dominios inestables termina, y el siguiente mecanismo de magnetización pasa a consistir en la orientación de los dominios que no están completamente alineados con el campo aplicado. Este proceso requiere una gran cantidad de energía por lo que la curva crece más lentamente cada vez. Cuando se trabaja en esta zona se dice que se está en el codo de saturación del material. Finalmente, si se sobrepasa determinado valor de campo, llega un momento en el que todos los dominios quedan alineados. En este caso se dice que el material está en estado saturado y la inducción magnética no aumentará de forma apreciable aunque se aumente el campo aplicado.

1.8.3. Armónicas en la corriente de excitación

Las armónicas se definen como aquellas componentes senoidales o cosenoidales cuya frecuencia son múltiplos enteros de la frecuencia de una onda periódica no senoidal.

Para el estudio de las corrientes armónicas en transformadores es primordial que la unidad a estudiar no posea carga alguna. Debido a la saturación del núcleo, la corriente que se produce en el primario del transformador, cuando este es alimentado por una fuente de voltaje sinusoidal no posee características sinusoidales, aunque sigue siendo periódica, conteniendo un alto grado de armónicas, las cuales sumadas dan como resultado una señal deformada, Figura 1.4.

Las componentes senoidales o cosenoidales obtenidas de este análisis se suelen denominar componentes armónicas, las cuales se caracterizan por tener un valor eficaz y un ángulo de fase para cada componente. Las armónicas que componen la corriente de excitación debido al principio de simetría de media onda que esta posee son impares, donde el mayor peso de distorsión recae sobre la tercera, quinta y séptima armónica, con magnitudes de 10-60% para la tercera, 0-30% para la quinta y 0-20% para la séptima armónica, todas con respecto a la fundamental.

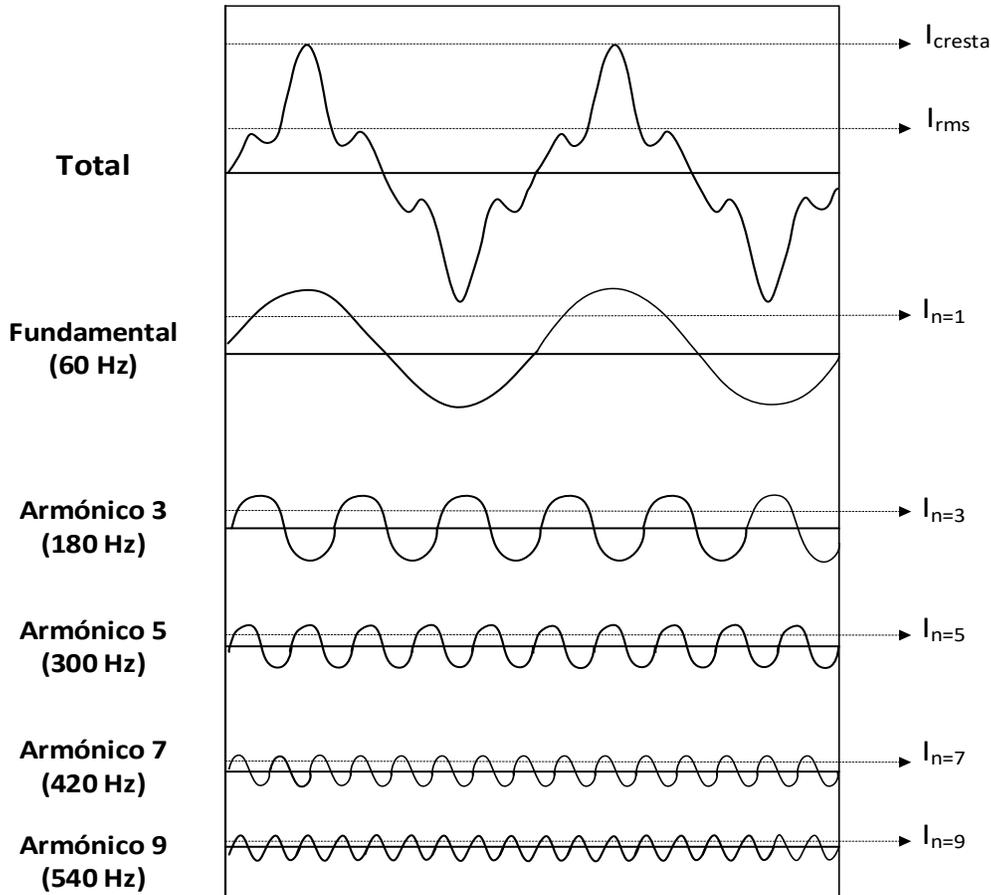


Figura 1. 4 Señal de corriente afectada por armónicos y su descomposición en las componentes de orden 1, 3, 5, 7 y 9.

1.8.4. Breve introducción a la transformada rápida de Fourier

Los armónicos en un sistema eléctrico son causados principalmente por la presencia de cargas no lineales. La Transformada Rápida de Fourier (FFT) es la aplicación típica utilizada que puede detectar con precisión la amplitud y la fase de una señal en estado estable.

En una situación ideal, la forma de onda de voltaje en la red eléctrica bajo condiciones de estado estable es la senoide de frecuencia mostrada en la expresión (1.1).

$$v(t) = \sqrt{2}V \text{sen}(wt + \alpha) \tag{1.1}$$

donde V es el valor efectivo del voltaje, α es el ángulo de fase inicial y w es la frecuencia angular.

En la práctica, de un dispositivo eléctrico se mide su voltaje efectivo o el valor actual cuando se habla de su protección. Tomando una señal periódica de corriente como ejemplo, la definición de I_{rms} se encuentra en la ecuación (1.2).

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (1.2)$$

La definición para una señal de voltaje y corriente periódico no sinusoidal se observa en (1.3) y (1.4) respectivamente, las cuales se pueden expresar mediante series trigonométricas donde el parámetro n significa el orden de los armónicos.

$$v(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} V_n \text{sen}(nw_1 t + \alpha_n) \quad (1.3)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(nw_1 t + \beta_n) \quad (1.4)$$

Al sustituir la ecuación (1.4) en (1.2) se tiene:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(nw_1 t + \beta_n) \right]^2 dt} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} \quad (1.5)$$

Para describir el grado de distorsión de la onda sinusoidal y realizar su análisis se introducen varios conceptos:

- factor de cresta, es el cociente entre el nivel pico máximo de una señal y su valor eficaz, como se muestra en la expresión (1.6).

$$f_c = \frac{I_{pico}}{I_{rms}} \quad (1.6)$$

- contenido armónico, es la raíz cuadrada de la suma de cada armónico al cuadrado para $n \neq 1$, por lo tanto se define como la ecuación (4.7).

$$HD = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2} \quad (1.7)$$

- relación armónica, es el armónico de n ésimo orden dividido por el fundamental, ecuación (4.8).

$$HRI_n = \frac{I_n}{I_1} \times 100\% \quad (1.8)$$

- distorsión armónica total, es la relación ente el contenido armónico y el armónico fundamental como se observa en la expresión (4.9).

$$THD_{I_1} = \frac{HD}{I_1} \times 100\% \quad (1.9)$$

La transformación rápida de Fourier se utiliza para convertir la onda del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. La FFT como también se conoce por sus siglas en inglés es un método derivado de la transformada discreta de Fourier (DFT) que se caracteriza por ser rápido y efectivo ya que solo necesita $N \log_2 N$ multiplicaciones complejas a diferencia de la DFT que necesita N^2 , donde N es el número de muestras.

El algoritmo FFT de base dos es el más usado (poner referencia) y consiste en dividir la secuencia de datos de N puntos en 2 secuencias de datos de $\frac{N}{2}$ puntos, $x_1(n)$ y $x_2(n)$ que corresponden a las muestras pares e impares de $x(n)$. El cual se define así:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]W_N^{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x_1[n]W_N^{kn} - \sum_{n=0}^{N-1} x_2[n]W_N^{kn} = X_1(k) + W_N^k X_2(k) \quad (1.10)$$

Donde:

$W_N^{kn} = e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$, factor twiddle.

$X[k]$ es la secuencia de N números complejos.

X_1 y X_2 son las DFT_S de $\frac{N}{2}$ puntos de las secuencias $x_1(n)$ y $x_2(n)$ respectivamente.

1.9. Metodología

La metodología utilizada para el desarrollo de este proyecto de investigación fue la siguiente:

- Revisión bibliográfica para establecer el contexto en el que se desarrolla la tesis propuesta.
- Obtención de forma experimental del ciclo de histéresis de la unidad bajo estudio.
- Propuesta y modelado de los ciclos de histéresis.
- Modelado del circuito magnético equivalente del transformador, compuesto por las permeancias asociadas al flujo de dispersión, y las del núcleo.

- Planteamiento del algoritmo para la simulación de la corriente de excitación, considerando el ciclo de histéresis, el mismo permite evaluar varios factores de los que depende la corriente de excitación, para analizar su comportamiento.
- Análisis de la corriente de excitación mediante la aplicación de la Transformada Rápida de Fourier y validación de los resultados obtenidos a través del código de simulación desarrollado, mediante una comparación con resultados experimentales.
- Identificación de los retos y limitaciones del proyecto así como los trabajos futuros.

1.10. Organización de la tesis

A continuación, se describen de forma general los principales aspectos que se desarrollan en cada uno de los capítulos, que conforman el trabajo de tesis:

En el **Capítulo I** de este trabajo de investigación está dedicado a introducir el tema de estudio.

En el **Capítulo II** se presentan los aspectos generales de cómo obtener los parámetros para el modelado del ciclo de histéresis del transformador seleccionado.

En el **Capítulo III** se presenta el algoritmo para la simulación de la corriente de excitación, se plantean los casos de estudio a realizar y se muestran los resultados alcanzados.

En el **Capítulo IV** se realiza un análisis de la corriente de excitación mediante su espectro de frecuencias tanto de magnitud como de fase para los distintos casos de estudio.

En el **Capítulo V** se validan los resultados obtenidos mediante un modelo de transformador seleccionado de la herramienta Simulink del Matlab.

En el **Capítulo VI** se presentan las conclusiones más relevantes sobre el trabajo de tesis realizado y trabajos futuros.

CAPÍTULO II: OBTENCIÓN DE PARÁMETROS Y MODELADO DEL CICLO DE HISTÉRESIS DEL TRANSFORMADOR SELECCIONADO

2.1. Introducción

El modelado de la histéresis es de interés en el análisis y diseño de sistemas que emplean de una forma u otra materiales ferromagnéticos. Por ejemplo, grabación en cintas magnéticas o memorias magnéticas, inductancias, imanes permanentes y, la totalidad de las máquinas eléctricas por citar unos cuantos. El trabajo está centrado en el ámbito de las máquinas eléctricas, específicamente un transformador del tipo monofásico, categorizado como transformador de aislamiento y con capacidad de 300VA, siendo sus devanados del tipo acorazado a niveles de tensión de 127V / 127V.

Para representar el fenómeno de histéresis, se han propuesto diferentes modelos y el más usado es el modelo de Jiles-Atherton (J-A) [16]. Diseñado a partir de consideraciones del comportamiento físico de los materiales, el modelo de histéresis de Jiles-Atherton [17] presenta simplicidad, exige un pequeño conjunto de parámetros y un bajo esfuerzo computacional.

En el transcurso de este capítulo y tomando como base teórica el modelo J-A, se plantea como obtener el ciclo de histéresis del transformador bajo estudio, así como la obtención de los parámetros necesarios a partir de los cuales comienza a trabajar el modelo.

2.2. Revisión del modelo clásico J-A

Dentro de un sólido ferromagnético van a existir dominios magnéticos capaces de interactuar entre sí y crear un campo magnético interno distinto al campo aplicado al material.

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.1)$$

Donde:

H es la intensidad del campo magnético experimentado por el dominio (A/m).

α representa el acoplamiento entre dominios.

M es la magnetización (A/m).

H_e es el campo efectivo para un dominio.

La respuesta de la magnetización a este campo efectivo, en la dirección del campo aplicado se puede representar como:

$$M = f(H_e) \quad (2.2)$$

donde f es una función arbitraria de dicho campo.

La expresión (2.2) se aplica únicamente en el caso de un sólido ideal o perfecto, en el que no hay impedimentos a los cambios en la magnetización, es decir que no se tiene en cuenta las características relativas a la estructura del material, tales como impurezas o inclusiones no magnéticas.

En 1984, el Dr. David C. Jiles y el Dr. D. L. Atherton propusieron en [18] usar una función de Langevin modificada para representar los cambios que ocurrían en la magnetización de un material ferromagnético ante las variaciones de campo magnético, esta es llamada curva de magnetización anhistéresis.

$$M_{an} = M_s \cdot L(H_e) \quad (2.3)$$

Donde M_s es el momento magnético de saturación del material del núcleo y se propone adoptar como expresión de Langevin modificada $L(x) = \coth(x) - \frac{1}{x}$, quedando la siguiente expresión de anhistéresis:

$$M_{an} = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad (2.4)$$

a es un parámetro con dimensiones de campo magnético (A/m) que caracteriza la forma de la M_{an} .

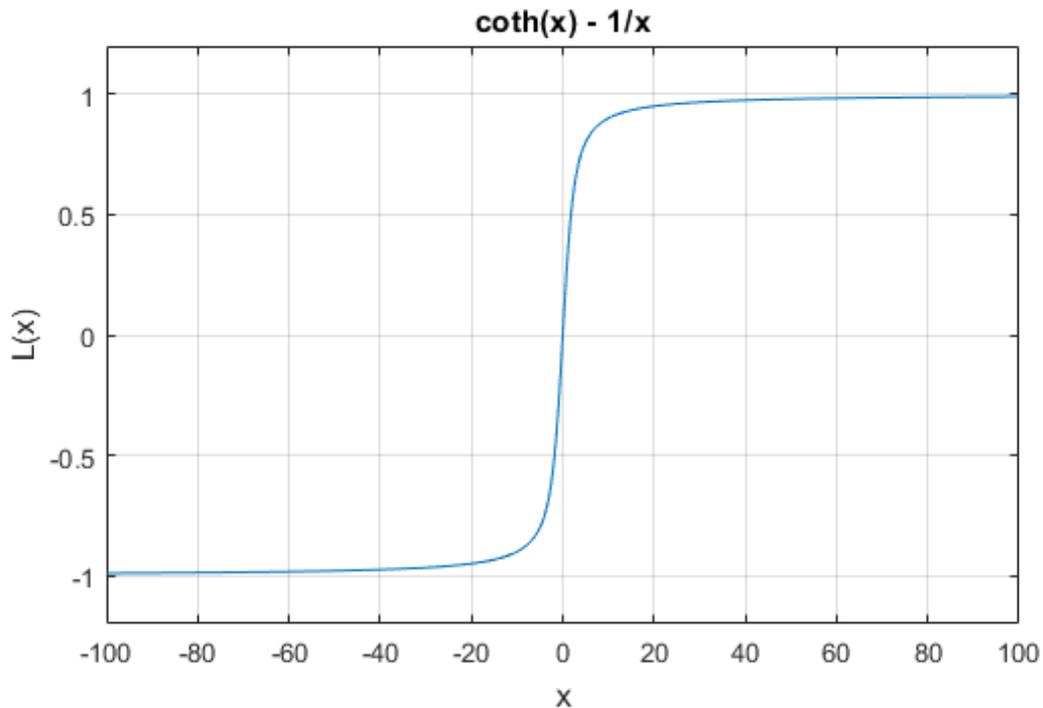


Figura 2.1 Función de Langevin modificada.

La curva de anhistéresis representa la magnetización en un cuerpo ideal, en el cual no hay impedimentos para el movimiento de las paredes de los dominios.

2.2.1. Balance de energía en el ciclo de histéresis

Para conseguir un modelo más realista del proceso de magnetización se debe considerar el efecto del enganche de las paredes acontecido en el proceso de desplazamiento de los dominios.

Al introducir la ecuación de balance de energía de magnetización los autores expresaron la relación entre la pérdida de histéresis magnética y el momento magnético, planteando que la energía de magnetización es la diferencia entre la energía del material si éste fue no histerésico menos las pérdidas por enganche que representan las pérdidas por histéresis, como se expresa en (2.5):

$$\int M \cdot dB_e = \int M_{an}(H_e) \cdot dB_e - k\delta \int \left(\frac{dM}{dB_e}\right) \cdot dB_e \quad (2.5)$$

Energía campo aplicado	Energía curva Anhistéresis	Energía pérdida de histéresis
---------------------------	-------------------------------	----------------------------------

Derivando (2.5) con respecto a B_e tenemos:

$$M = M_{an}(H_e) - k\delta \left(\frac{dM}{dB_e}\right) \quad (2.6)$$

Donde k depende de la microestructura del material y representa la densidad de puntos de enclavamiento del material y se da en unidades de A/m, además no está limitado a ser constante y puede variar en función de M y H . Sin embargo, la solución sigue siendo la misma si es constante o no, sólo se modifica la forma del ciclo de histéresis.

$$\text{El parámetro } \delta \text{ es un parámetro direccional: } \delta = \begin{cases} +1, \forall \frac{dH}{dt} > 0 \\ -1, \forall \frac{dH}{dt} < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

La densidad de flujo magnético efectivo (B_e) se representa como:

$$B_e = \mu_0 (H + \alpha \cdot M) \quad (2.8)$$

y sustituyendo (2.8) en (2.6) tenemos:

$$M = M_{an}(H_e) - k\delta \left(\frac{dM}{\mu_0 (dH + \alpha \cdot dM)} \right) \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) es la ecuación diferencial que modela la histéresis, la cual para poder realizar un análisis más conveniente del proceso de magnetización se puede reescribir de la siguiente forma despejando dM / dH :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M}{k\delta / \mu_0 - \alpha (M_{an} - M)} \quad (2.10)$$

2.2.2. Componente reversible e irreversible del proceso de magnetización

La primera publicación del método J-A es compleja y el cálculo es laborioso. En publicaciones posteriores, los autores llegan a dos componentes: el componente de magnetización irreversible (debido al desplazamiento de las paredes de los dominios) y el componente reversible (debido a la flexión de las paredes de los dominios) para representar el proceso de magnetización M .

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (2.11)$$

En [16] se expone que M_{rev} es el cambio inicial que realiza la magnetización entre dos puntos de anclajes, por lo que se puede expresar como:

$$M_{rev} = c(M_{an} - M) \quad (2.12)$$

El parámetro c es una constante a determinar dependiente del material, se denomina componente de magnetización reversible y se obtiene de forma experimental.

Para obtener la tasa de cambio de la componente reversible con respecto al campo magnético se deriva (2.12):

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM}{dH} \right) \quad (2.13)$$

Ante la acción de un campo magnético cuando las paredes de los dominios abandonan su punto de fijación para unirse a otro cercano empiezan a experimentar un movimiento discontinuo e irreversible, expresado como:

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta / \mu_0 - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (2.14)$$

Sustituyendo (2.13) y (2.14) en (2.11) se obtiene: la expresión matemática del modelo J-A:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1+c} \frac{M_{an} - M}{k\delta / \mu_0 - \alpha(M_{an} - M)} + \frac{c}{1+c} \frac{dM_{an}}{dH} \quad (2.15)$$

La solución al modelo de histéresis puede obtenerse resolviendo (2.15), que es la expresión matemática del modelo de Jiles-Atherton.

2.2.3. Modelo de J-A mejorado

En publicaciones precedentes el Dr. Jiles representó el proceso derivado del momento magnético en una idea diferente. En una revista de 1992, la ecuación de conservación de energía se exhibe en un formato distinto [19].

$$M_{irr} = M_{an} - k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad (2.16)$$

Sustituyendo la ecuación de campo magnético efectivo $H_e = H + \alpha M$ en (2.16) y despejando dM_{irr} / dH :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (2.17)$$

En dicha publicación se demostró que la componente reversible es proporcional a la diferencia entre la magnetización anhístéresis y la componente irreversible de la magnetización.

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.18)$$

Derivando (2.18) y (2.11) respectivamente con respecto a H se tiene:

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (2.19)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} + \frac{dM_{rev}}{dH} \quad (2.20)$$

Luego sustituyendo (2.19) en (2.20) y uniendo términos semejantes se obtiene:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} (1-c) + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (2.21)$$

Y sustituyendo (2.17) en (2.21) se llega a:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c)(M_{an} - M_{irr})}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (2.22)$$

Donde la expresión de dM_{an} / dH es:

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2 \left(\frac{H + \alpha M_{an}}{a} \right) + \left(\frac{a}{H + \alpha M_{an}} \right)^2 \right] \quad (2.23)$$

El autor expresa brevemente las diferencias encontradas entre las publicaciones de ambos años. El diferencial de magnetización irreversible y reversible separados podría lograr un cálculo más completo del bucle de histéresis.

Durante el transcurso de los años el modelo J-A ha experimentado múltiples versiones y no cuenta con una versión uniforme, lo que dificulta que los lectores entiendan la teoría.

Una de las versiones más modernas es la realizada por Li Zhen como se expresa en [20]. Donde partiendo de una nueva ecuación de energía magnetostática, llega a la siguiente expresión de magnetización:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c)(M_{an} - M) + ck\delta \frac{dM_{an}}{dH}}{k\delta - \alpha(1-c)(M_{an} - M)} \quad (2.24)$$

La ecuación (2.24) es la que se utilizó para hacer el modelado del ciclo de histéresis del transformador bajo estudio.

2.3. Implementación del modelo de J-A

Matlab es un software comercial bien desarrollado que cuenta con una poderosa capacidad de procesamiento gráfico y análisis de datos. En esta sección se expone como se procedió a programar el modelo J-A en dicho software.

La Figura 2.2 muestra el diagrama de flujo del código que se presenta en el anexo 4 que fue utilizado para la simulación de la curva de histéresis, donde la resolución de la ecuación diferencial (2.22) se realiza mediante el Método de Euler, es decir siguiendo un esquema de diferencias finitas del tipo:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{M(t + \Delta t) - M(t)}{\Delta H} \quad (2.25)$$

donde $M(t)$ es la magnetización en el nodo temporal anterior y $M(t+\Delta t)$ es la magnetización que calcula para el nodo de tiempo actual.

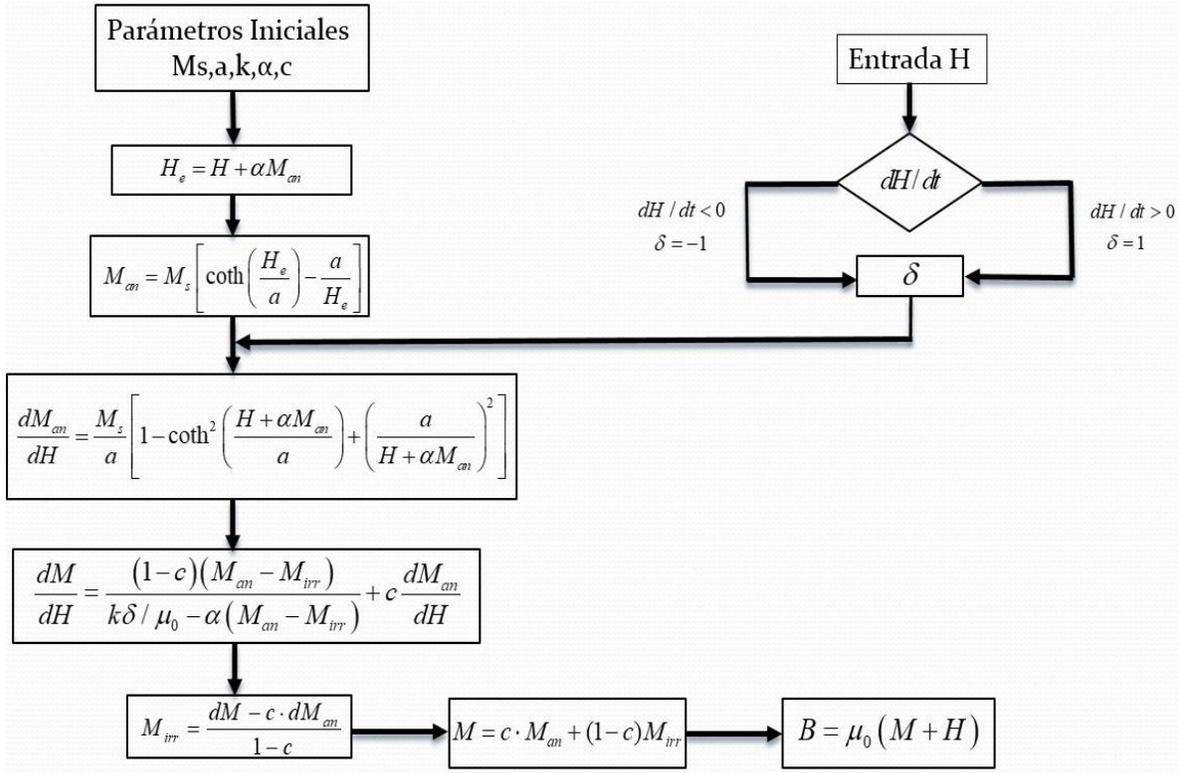


Figura 2. 2 Diagrama de bloques para la simulación del modelo de histéresis J-A.

Suponiendo conocidos $B(t)$, $M(t)$ y $H(t)$ del nodo temporal anterior y el campo magnético del nodo tiempo actual $H(t+\Delta t)$, el flujo inducido $B(t+\Delta t)$ se calcula mediante el siguiente procedimiento:

1. Cálculo del paso de campo ΔH :

$$\Delta H = H(t + \Delta t) - H(t) \quad (2.26)$$

2. Cálculo del campo efectivo del paso de tiempo anterior:

$$H_e(t) = H(t) + \alpha M(t) \quad (2.27)$$

3. Cálculo de la M_{an} (2.4), para el campo efectivo calculado en el paso (2).

4. Calcular la derivada de la M_{an} respecto al campo efectivo:

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2\left(\frac{H_e(t)}{a}\right) + \left(\frac{a}{H_e(t)}\right)^2 \right] \quad (2.28)$$

5. Cálculo de la derivada de la magnetización total respecto al campo, como se plantea en (2.22).

6. Cálculo de la componente irreversible de la magnetización del paso de tiempo anterior:

$$M_{irr}(t) = \frac{M(t) - cM_{an}(t)}{1 - c} \quad (2.29)$$

7. Cálculo de la magnetización del paso de tiempo actual:

$$M(t + \Delta t) = cM_{an}(t) + (1 - c)M_{irr}(t) \quad (2.30)$$

8. Cálculo de la inducción del nodo de tiempo actual:

$$B(t + \Delta t) = \mu_0 [H(t + \Delta t) + M(t + \Delta t)] \quad (2.31)$$

Para desarrollar el modelo Jiles-Atherton como se muestra en la Figura 2.2 necesitamos introducir cinco parámetros iniciales, los cuales van a depender de las propiedades del material ferromagnético utilizado en el núcleo de nuestro transformador.

2.4. Determinación de parámetros del modelo J-A

El modelo J-A lo caracterizan cinco parámetros que pueden determinarse mediante formulaciones clásicas, los cuales son:

M_s - Magnetización de saturación [A/m].

k - Densidad de puntos de enclavamiento [A/m].

α - Interacción entre dominios.

a - Constante de la función de Langevin [A/m].

c - Componente de magnetización reversible.

El método de obtención de estos parámetros es a partir de bucles de histéresis experimentales, de los cuales se extraen datos tales como:

X_{in} - Susceptibilidad inicial de la curva de magnetización.

X_{an} - Susceptibilidad inicial de la curva anhistéresis.

H_c - Campo coercitivo.

M_r - Magnetización remanente.

X_r - Susceptibilidad diferencial del punto de remanencia.

H_m, M_m, X_m - Punta del ciclo.

Una vez obtenidos estos datos se comienza un ciclo iterativo que permite calcular los cinco parámetros iniciales. Posteriormente se explica cómo realizar este proceso iterativo.

2.4.1. Magnetización de saturación

La mayoría de los fabricantes de transformadores proporcionan este dato, además puede obtenerse a partir de bases de datos u otras referencias, o de forma experimental en un laboratorio. Por tales motivos se plantea que es el parámetro más fácil de obtener.

2.4.2. Determinación del parámetro c

El parámetro c está determinado por la M_{rev} debido al movimiento de flexión que inicialmente experimenta la pared del dominio magnético. Se considera el origen de la curva de magnetización inicial donde $M_{irr}=0$ y $dM_{irr}/dH=0$. Por lo tanto, a partir de (2.20) tenemos:

$$X_{in} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{\substack{H=0 \\ M=0}} = \frac{(1-c)M_{an}}{k\delta - \alpha M_{an}} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (2.32)$$

Sustituyendo (2.3) en (2.11) da como resultado:

$$X_{in} = \frac{(1-c) \left[\coth\left(\frac{H+\alpha M}{a}\right) - \frac{a}{H+\alpha M} \right]}{k\delta - \alpha \left[\coth\left(\frac{H+\alpha M}{a}\right) - \frac{a}{H+\alpha M} \right]} - \frac{c}{a} \left[\operatorname{csch}^2\left(\frac{H+\alpha M}{a}\right) - \left(\frac{a}{H+\alpha M}\right)^2 \right] \quad (2.33)$$

y teniendo en cuenta que en el origen $M=0$ llegamos a la siguiente expresión:

$$X_{in} = \frac{(1-c) \left[\coth\left(\frac{H}{a}\right) - \frac{a}{H} \right]}{k\delta - \alpha \left[\coth\left(\frac{H}{a}\right) - \frac{a}{H} \right]} - \frac{c}{a} \left[\operatorname{csch}^2\left(\frac{H}{a}\right) - \left(\frac{a}{H}\right)^2 \right] \quad (2.34)$$

Se aplica la serie de Taylor para sustituir la función trigonométrica por una suma de polinomios y eliminar la indeterminación, ya que en el origen también $H=0$.

Empleando la serie de Taylor para la función $\coth(x)$:

$$\coth(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \dots \quad 0 < |x| < \pi \quad (2.35)$$

Se aplica límite cuando $H \rightarrow 0$ de $\coth\left(\frac{H}{a}\right) - \left(\frac{a}{H}\right)$, y sustituyendo (2.35) en el cálculo del límite tenemos:

$$\lim_{H \rightarrow 0} \left[\coth\left(\frac{H}{a}\right) - \left(\frac{a}{H}\right) \right] = \lim_{H \rightarrow 0} \left[\frac{a}{H} + \frac{H}{3a} - \frac{H^3}{45a^3} + \frac{2H^5}{945a^5} - \dots - \frac{a}{H} \right], \quad \text{donde eliminando}$$

términos semejantes queda:

$$\lim_{H \rightarrow 0} \frac{H}{3a} - \frac{H^3}{45a^3} + \frac{2H^5}{945a^5} - \dots = 0 \quad (2.36)$$

Con lo que:

$$X_{in} = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{dM}{dH} = 0 + \frac{cdM_{an}}{dH} = cM_s \frac{d}{dH} \left[\coth\left(\frac{H}{a}\right) - \frac{a}{H} \right] = cM_s \frac{d}{dH} \left[\frac{H}{3a} \right] = \frac{cM_s}{3a} \quad (2.37)$$

Y si despejamos c se obtiene:

$$c = \frac{3a}{M_s} X_{in} \quad (2.38)$$

La expresión (2.38) representa la relación entre c y la susceptibilidad inicial.

Como se muestra en la Figura 2.3 el parámetro c presenta una relación directa con el área que encierra el bucle de histéresis, aunque su aumento no es tan pronunciado como con otros parámetros que se muestran más adelante.

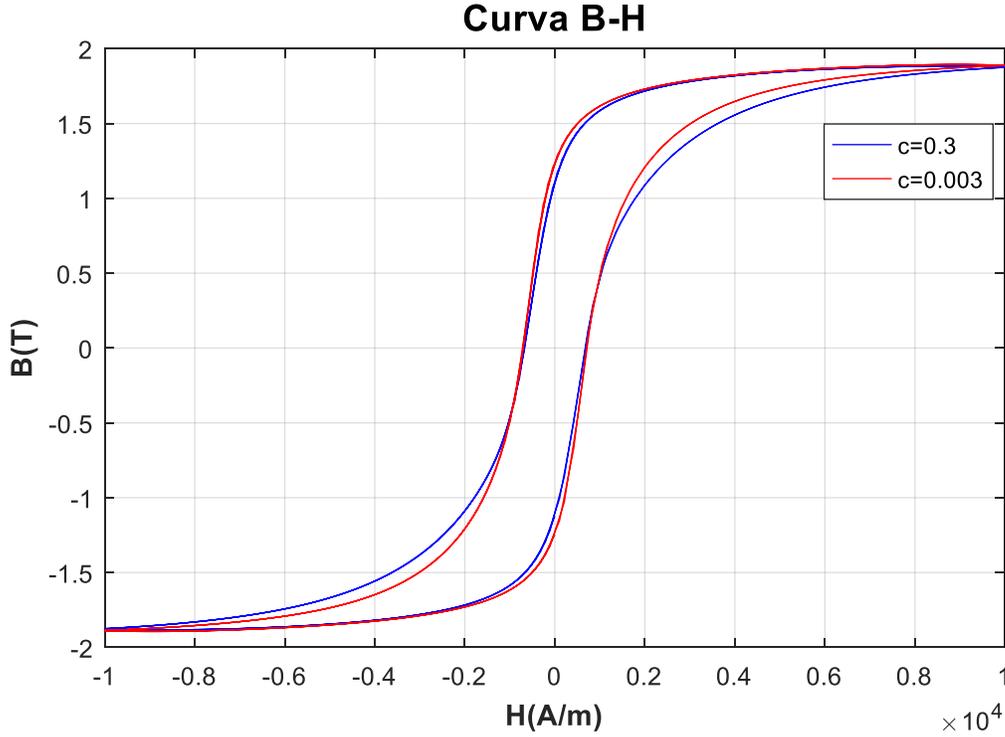


Figura 2.3 Ciclo de histéresis para diferentes valores de c .

2.4.3. Determinación del parámetro k

Este parámetro define la densidad de puntos de enclavamiento del material y presenta relación con el punto coercitivo de la curva de histéresis. Se tiene que para materiales muy blandos $k=H_c$. En el punto coercitivo contamos con el valor mínimo de H necesario para hacer $M=0$, por tanto, se puede decir que $X_c=X_{m\acute{a}x}$.

Nuevamente se parte de (2.20):

$$X_{m\acute{a}x} = \frac{M_{an}(H_c) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_c) - M_{irr})} + c \left(\frac{dM_{an}(H_c)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (2.39)$$

Despejando k y teniendo en cuenta las consideraciones del punto coercitivo donde $\delta = 1$, $H = H_c$ y $M = 0$:

$$k = \frac{M_{an}(H_c) - M_{irr}}{X_{m\acute{a}x} - c \left(\frac{dM_{an}(H_c)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right)} + \alpha(M_{an}(H_c) - M_{irr}) \quad (2.40)$$

Las expresiones de M_{irr} y dM_{irr}/dH se pueden poner en función de $M_{an}(H_c)$ y $dM_{an}(H_c)/dH$ respectivamente, para ello sustituimos (2.12) en (2.11) y despejamos M_{irr} obteniendo:

$$M_{irr} = \frac{1}{1-c} (M - cM_{an}) \quad (2.41)$$

Luego derivando (2.40) con respecto a H y teniendo en cuenta las condiciones del punto coercitivo,

$$\frac{dM_{irr}(H_c)}{dH} = \left(\frac{1}{1-c} \right) X_{m\acute{a}x} - \left(\frac{c}{1-c} \right) \frac{dM_{an}(H_c)}{dH} \quad (2.42)$$

Y sustituyendo estas expresiones en (2.39) se obtiene la siguiente expresión para k :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{1-c} X_{m\acute{a}x} - \frac{c}{1-c} \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \frac{M_{an}(H_c)}{1-c} + \frac{\alpha}{1-c} M_{an}(H_c) \quad (2.43)$$

Reordenando se llega a una expresión final para calcular el parámetro k , si se conocen los demás parámetros:

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{1-c} \left[\alpha + \frac{1}{\frac{1}{1-c} X_{m\acute{a}x} - \frac{c}{1-c} \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \right] \quad (2.44)$$

En la Figura 2.4 se observa cómo la variación de k afecta el ancho del ciclo de histéresis, es decir que afecta directamente las pérdidas, ya que el área encerrada por el bucle se hace más grande conforme aumenta.

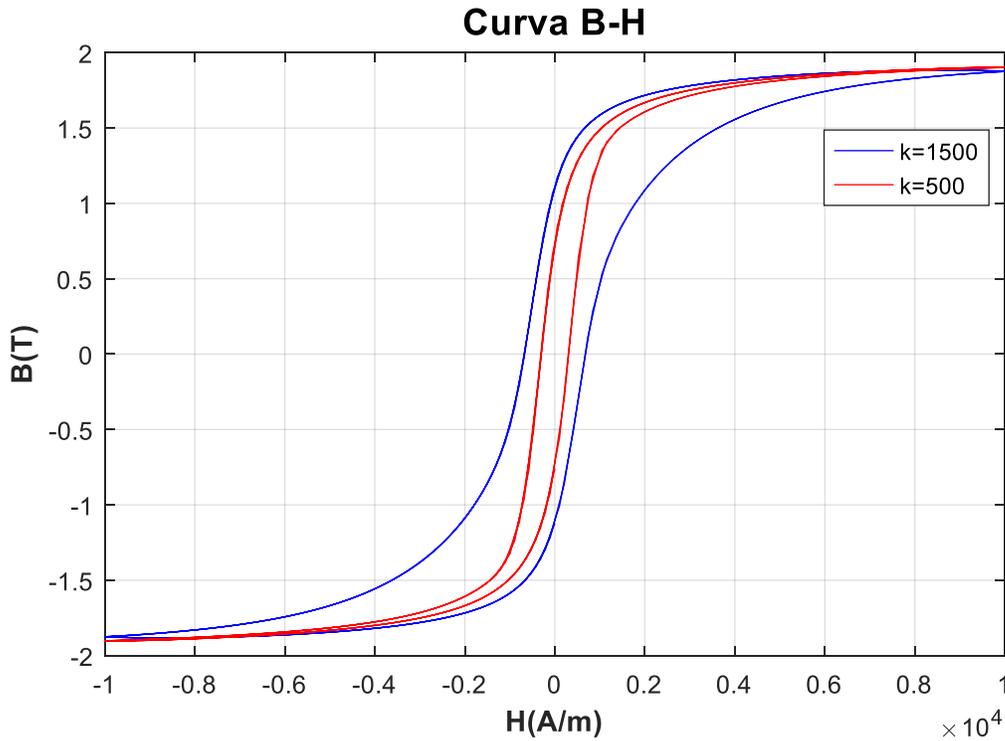


Figura 2.4 Ciclo de histéresis para diferentes valores de k .

2.4.4. Determinación del parámetro a y α

Estos dos parámetros poseen un determinado nivel de complejidad a la hora de obtenerlos ya que no presentan una ecuación explícita que permita determinarlos. A pesar de esto se pueden relacionar a partir de la susceptibilidad anhístéresis (X_{an}), esta relación va a depender de la forma de la función elegida para modelar la curva de magnetización de anhístéresis. El modelo de Jiles-Atherton utiliza la función de Langevin modificada para modelar dicha magnetización, aunque para casos particulares existen otras funciones para modelar la M_{an} .

La X_{an} en el origen a partir de la función de anhístéresis dada por (2.4) viene dada por:

$$X_{an} = \lim_{H, M \rightarrow 0} \frac{dM_{an}}{dH} = \frac{M_s}{3a - \alpha M_s} \quad (2.45)$$

Despejando a tenemos,

$$a = \frac{M_s}{3} \left(\frac{1}{X_{an}} + \alpha \right) \quad (2.46)$$

La ecuación (2.45) es utilizada en varias referencias [16], [17], [20] y la utilizan como restricción para la obtención de los parámetros a y α , aunque se necesita una condición adicional para determinar los valores de estos parámetros.

Esta condición necesaria se obtiene a partir del punto de remanencia y conociendo la susceptibilidad diferencial de remanencia X_r .

Una vez más todo comienza a partir de (2.20) y sabiendo que en el punto de remanencia $\delta = -1$, $H = 0$ y $M = M_r$:

$$X_r = \frac{M_{an}(M_r) - M_{irr}}{-k - \alpha(M_{an}(M_r) - M_{irr})} + c \left(\frac{dM_{an}(M_r)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (2.47)$$

Luego,

$$M_{irr} = \frac{M_r - cM_{an}(M_r)}{1 - c} \quad (2.48)$$

Y

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{1}{1 - c} \frac{dM_r}{dH} - \frac{c}{1 - c} \frac{dM_{an}(M_r)}{dH} \quad (2.49)$$

Sustituyendo (2.47) y (2.48) en (2.46) da como resultado:

$$X_r = \frac{M_{an}(M_r) - M_r}{-(1 - c)k - \alpha(M_{an}(M_r) - M_r)} + \frac{c}{1 - c} \left(\frac{dM_{an}(M_r)}{dH} - \frac{dM_r}{dH} \right) \quad (2.50)$$

Luego sabiendo que $dM_r / dH = X_r$ y despejando M_r llegamos a:

$$M_r = M_{an}(M_r) + \frac{k}{\left(\frac{\alpha}{1 - c} \right) + \frac{1}{X_r - c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}}} \quad (2.51)$$

Tanto el parámetro a como α solamente afectan al punto de remanencia en el ciclo de histéresis, pero de forma inversa, como se puede observar en las Figuras 2.5 y 2.6. Si el parámetro a aumenta, el punto de remanencia disminuye. Y viceversa, si el parámetro a

disminuye, el punto de remanencia crece. Todo lo contrario sucede con α , si este aumenta, el punto de remanencia aumenta, y si este disminuye, el punto de remanencia disminuye.

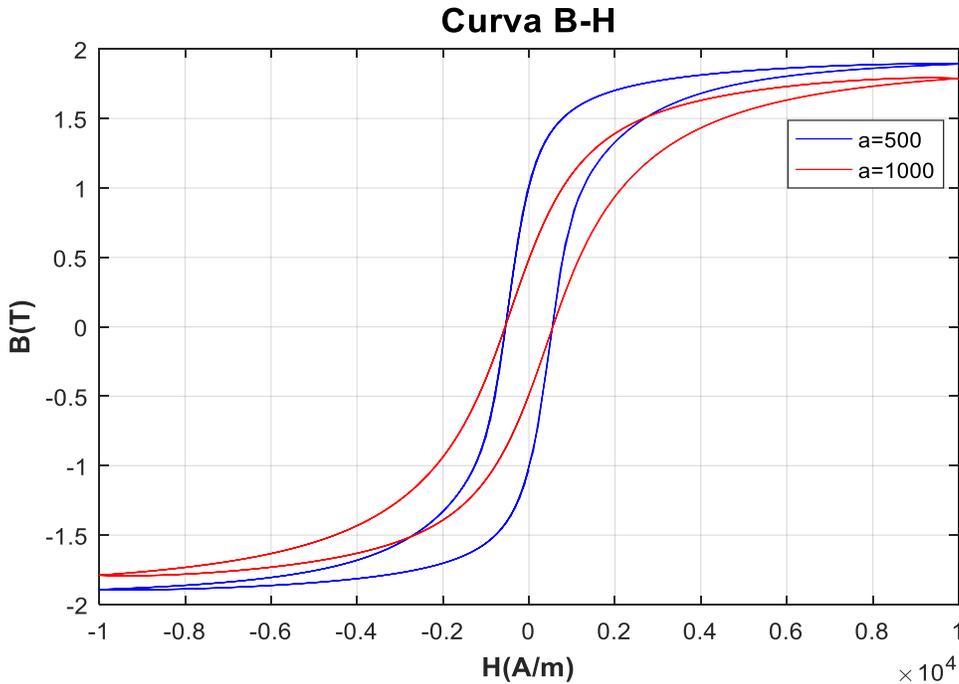


Figura 2.5 Ciclo de histéresis para diferentes valores de a .

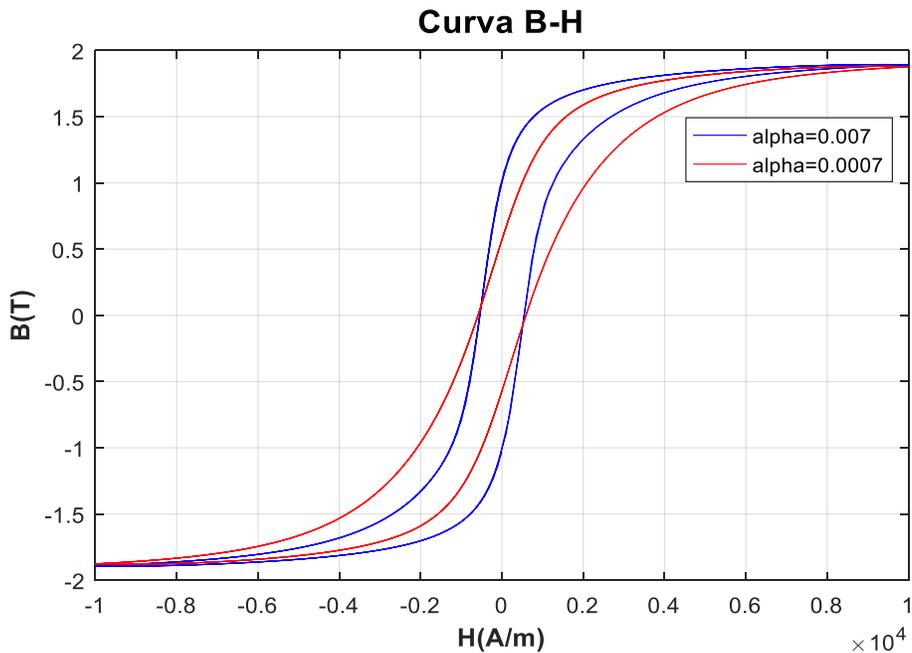


Figura 2.6 Ciclo de histéresis para diferentes valores de α .

2.4.5. Proceso iterativo para obtención de parámetros

Como las ecuaciones son del tipo implícitas se debe recurrir a la iteración para calcular el valor de los parámetros. El procedimiento propuesto es el siguiente:

1. Determinar M_s a partir del punto máximo del ciclo límite.
2. Asignar un valor inicial al parámetro α .
3. Hallar un primer valor para el parámetro a , a partir de la expresión (2.46) y teniendo en cuenta el valor inicial de α .
4. Calcular k mediante (2.44).
5. Calcular α mediante (2.51).
6. Calcular el parámetro a mediante la expresión:

$$M_m = M_{an} \left(M_m - \frac{(1-c)kX_m}{\alpha X_m + 1} \right) \quad (2.52)$$

7. Establecer una cuota de error (se seleccionó 10^{-3}) y repetir los pasos 4, 5 y 6 hasta que el error entre dentro del rango deseado.
8. Calcular c mediante (2.38).

Para los pasos 5 y 6 se debe emplear un método numérico que permita despejar las variables que se desean calcular, en estos casos se empleó el método de Newton (en la sección de Apéndices se detalla).

Para la obtención de parámetros más exactos se pueden plantear varias restricciones como se expresa en [1] y [2].

2.5. Curva de histéresis del transformador seleccionado

Al transformador estudiado se le realizaron mediciones en el laboratorio de su voltaje primario, así como de su corriente de excitación, las cuales se reportan en el Apéndice [A.6].

El bucle de histéresis que se muestra en la Figura 2.7 se obtuvo experimentalmente a partir de las ecuaciones (2.53) y (2.54), una vez ya medido el voltaje y la corriente primaria.

$$B = \frac{V_1}{\sqrt{2}\pi f N_1 A} \quad (2.53)$$

Donde:

V_1 es el voltaje rms del devanado primario.

N_1 es el número de vueltas del devanado primario.

A es el área de la sección transversal del núcleo.

$$H = \frac{i_\phi N_1}{l} \quad (2.54)$$

Donde:

i_ϕ es la corriente de excitación.

l es la longitud media de la trayectoria del flujo.

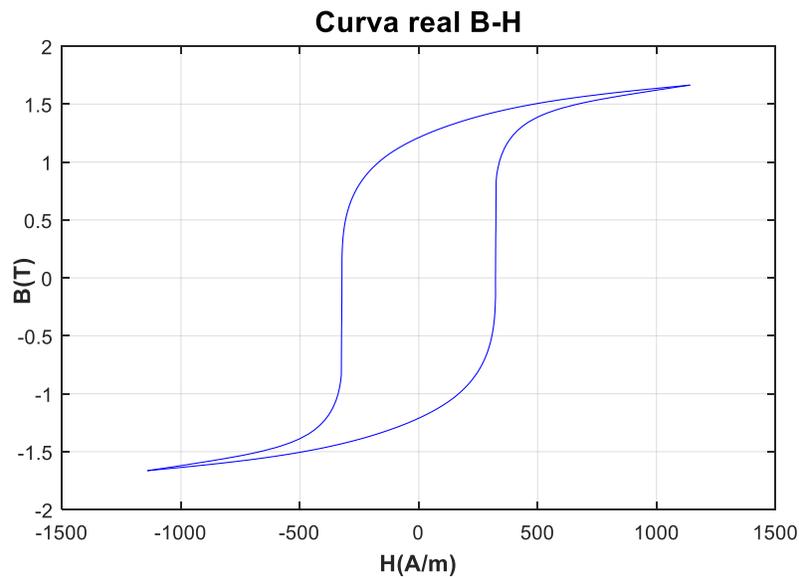


Figura 2.7 Ciclo de histéresis del transformador estudiado.

Con la obtención del bucle real de histéresis se pasó a obtener el mismo, pero de forma programable a partir del método de J-A explicado con anterioridad, y los resultados son los mostrados en la Figura 2.8.

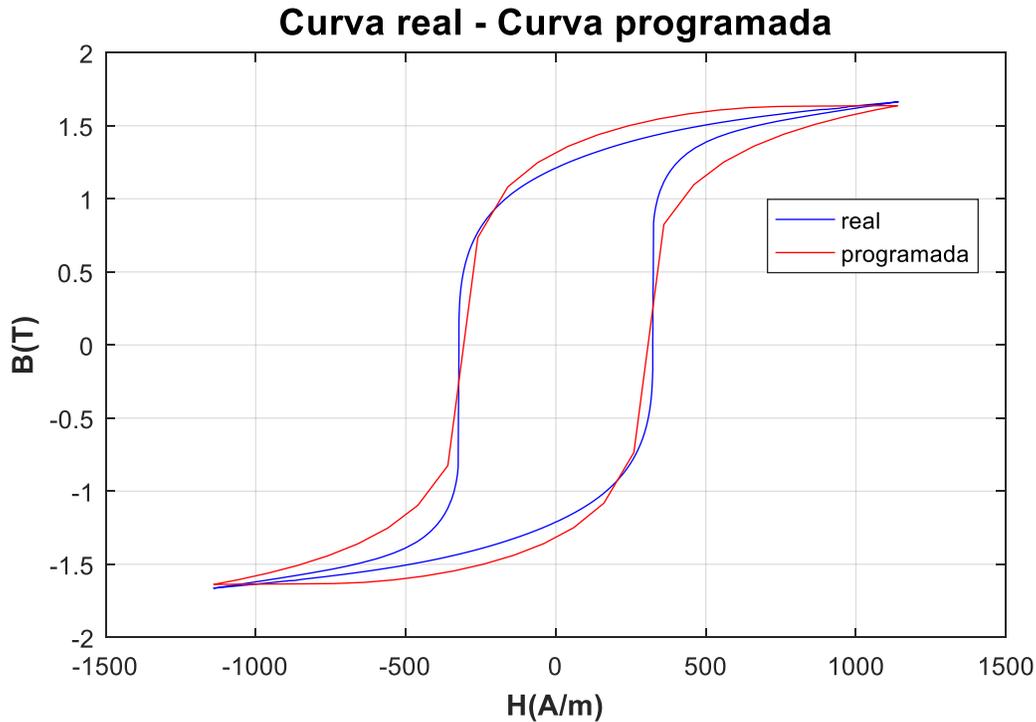


Figura 2.8 Comparación del ciclo de histéresis real y programado del transformador seleccionado.

Para contar con una medida de cuán buenos fueron los resultados obtenidos en la programación, en la Tabla 2.1 se muestran los puntos más relevantes del ciclo de histéresis real y el programado, como son el de saturación (B_{sat} y H_{sat}), el remanente (B_r) y el coercitivo (H_c). Al mismo tiempo se calcula el error medio cuadrático (comparación entre el valor predicho y un valor conocido) de cada punto con respecto a la curva real.

Histéresis	H_{sat}	E (%)	B_{sat}	E (%)	B_r	E (%)	H_c	E (%)
Real	1141	-	1.66	-	1.21	-	323	-
Programada	1125	1.4	1.63	1.8	1.31	8.26	316	2.2

Tabla 2.1 Comparación entre histéresis real y programada.

Los cinco parámetros que se fijaron para la simulación a partir de las propiedades magnéticas del núcleo del transformador tomado como muestra se presentan en la Tabla 2.2, los mismos representan una buena aproximación para un núcleo del tipo acero al silicio, como

se plantea en [19]. En la propia Tabla 2.2 se especifican los parámetros para materiales de hierro (Fe) con porciones de silicio (Si) de 0.2%, 0.4% y 0.8% reportados en [18].

Parámetros	Simulación	Fe 0.2 wt% Si	Fe 0.4 wt% Si	Fe 0.8 wt% Si
$M_s(A/m)$	1.77×10^6	1.57×10^6	1.575×10^6	1.5827×10^6
$a(A/m)$	535	499	1408.1	1017.9
$\alpha(A/m)$	0.95×10^{-3}	7.092×10^{-4}	2.4×10^{-3}	1.2×10^{-3}
$k(A/m)$	313	1154.6	2356.5	2735.8
c	0.05	0.0198	0.0382	0.1051

Tabla 2.2 Parámetros de inicio del método J-A para distintas configuraciones de núcleo.

2.6. Curvas de histéresis seleccionadas para los casos de estudio

Para la realización de los distintos casos de estudio que se discutirán en capítulos posteriores, se seleccionaron tres ciclos de histéresis, partiendo del ciclo real. Se propuso un bucle más delgado y otro más ancho, pero manteniendo los niveles de saturación del núcleo, como se observa en la Figura 2.9.

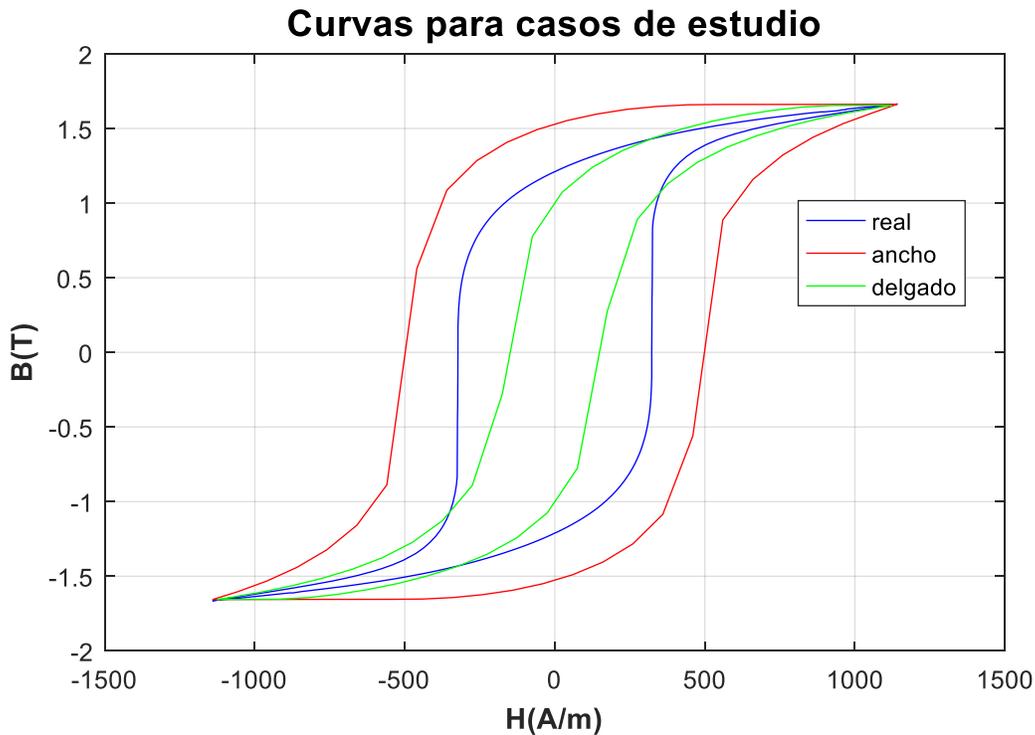


Figura 2.9 Ciclos de histéresis para los casos de estudio.

En la Tabla 2.3 se muestran los parámetros escogidos para las curvas anteriormente mencionadas, los cuales junto con los de la curva real permitirán validar en el Capítulo IV los resultados obtenidos, a partir de un bloque de transformador seleccionado en el Simulink del Matlab que trabaja de igual forma bajo el principio del método de Jiles-Atherton.

Parámetros	Ciclo ancho	Ciclo estrecho
$M_s(A/m)$	1.95×10^6	1.7×10^6
$a(A/m)$	600	420
$\alpha(A/m)$	10^{-3}	0.69×10^{-3}
$k(A/m)$	503	180
c	0.0005	0.01

Tabla 2.3 Parámetros de inicio del método J-A para los ciclos de histéresis ancho y estrecho utilizados en los casos de estudio.

CAPÍTULO III: SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE EXCITACIÓN

3.1. Introducción

Este capítulo de tesis está orientado a la obtención de la corriente de excitación y su posterior análisis, a partir de un código computacional. Para la realización de este código es necesario conocer varios aspectos del transformador estudiado como son su circuito magnético, circuito eléctrico y los valores de resistencia e inductancia de ambos devanados.

El algoritmo del código se detalla para una mejor comprensión, permitiendo la realización de varios casos de estudio en los cuales se varía el área del ciclo de histéresis, así como el voltaje de entrada del transformador seleccionado.

3.2. Circuito magnético equivalente del transformador

Todo transformador consta de una estructura ferromagnética en la cual las líneas de fuerza del campo magnético se encuentran canalizadas trazando un camino cerrado. La permeabilidad magnética es una de las propiedades de esta estructura llamada núcleo, la cual al ser mucho más alta que la del aire, permite al campo magnético confinarse dentro del material.

El circuito magnético está compuesto por las permeancias de dispersión de los devanados y las permeancias de dispersión del núcleo ferromagnético.

Las permeancias de dispersión de los devanados están relacionadas con las líneas de flujo que no tienen una trayectoria completa dentro del núcleo. Además, van a depender de la posición de la bobina con respecto a la ventana del núcleo y de si está enrollada sobre una columna del núcleo o alrededor de otra bobina. Según la descripción anterior, los devanados primario y secundario del transformador en estudio presentan la siguiente distribución:

- Permeancia de dispersión para la sección de devanado interior a la ventana del núcleo.
- Permeancia de dispersión de la sección de devanado exterior y adyacente al núcleo.

- Permeancia de dispersión de la sección de devanado exterior y aislada del núcleo.

Las permeancias en el núcleo son representadas a partir del cálculo del flujo magnético promedio ya que se utilizan longitudes promedio de éste, además se consideran permeancias variables porque dependen del flujo que esté circulando por cada columna en cada instante de tiempo como se muestra en la Figura 3.1. El transformador presenta un núcleo de tipo *E* o también llamado núcleo laminado, por lo que presenta la distribución siguiente:

- Permeancia de las columnas verticales extremas del núcleo.
- Permeancia de la columna vertical central.
- Permeancia de las columnas horizontales (conocidas como Yugos).

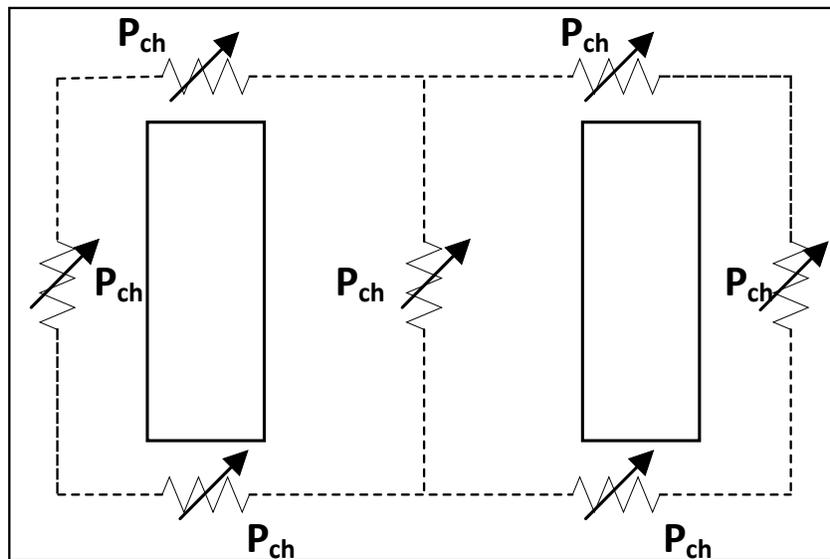


Figura 3. 1 Representación de la permeancia del núcleo.

Se tuvieron en cuenta varias consideraciones para simplificar el cálculo de la trayectoria del flujo disperso como: el núcleo posee permeabilidad infinita, los devanados son considerados con densidad de corriente uniforme y las direcciones del campo magnético se encuentran en la misma dirección y en magnitud con la intensidad del campo magnético, haciéndose constante en toda su trayectoria.

Los cálculos necesarios para la obtención de las permeancias anteriormente mencionadas se realizaron en [21], donde queda bien detallado todo este proceso y obtienen como circuito magnético equivalente el mostrado en la Figura 3.2.

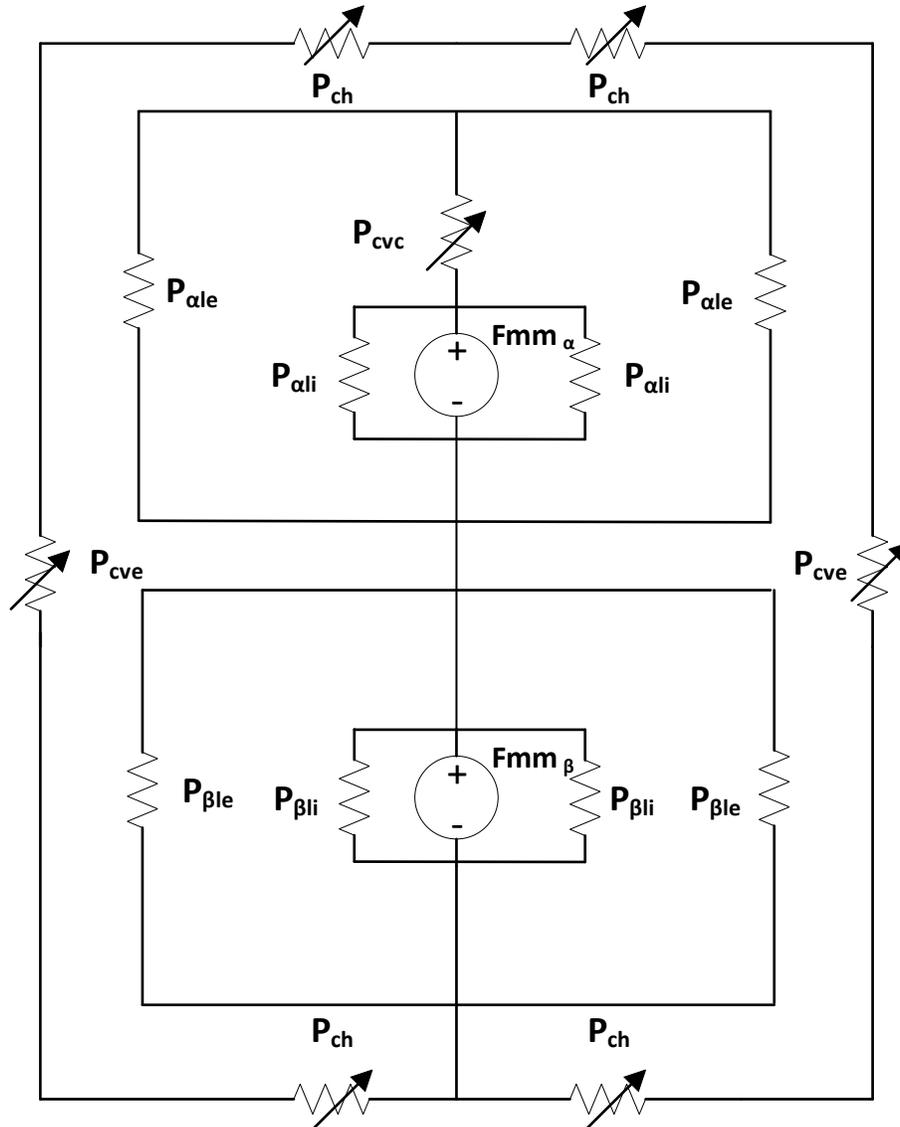


Figura 3. 2 Circuito magnético equivalente.

Como se desea calcular la corriente de excitación, el transformador debe de estar trabajando en vacío, por tanto, es de interés solamente la permeancia vista por el devanado primario cuando el secundario está abierto, como se observa en la Figura 3.3.

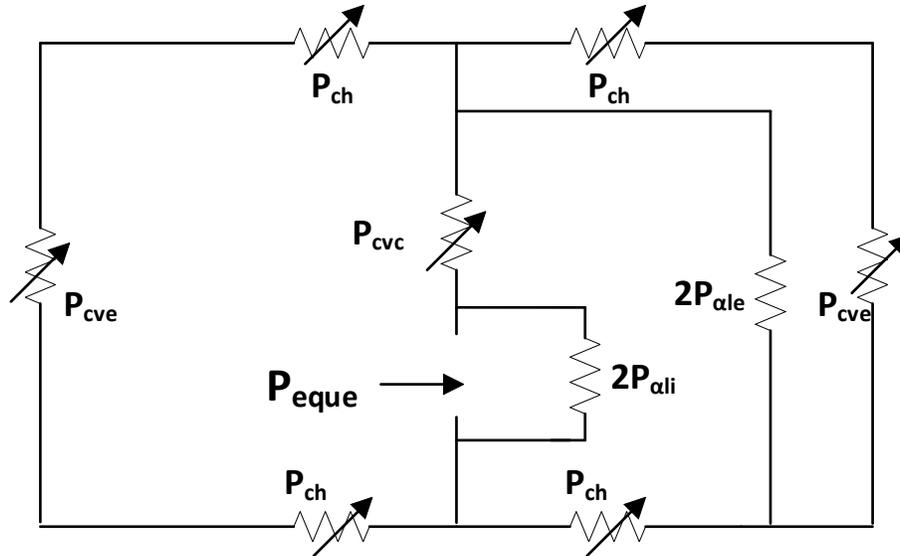


Figura 3.3 Circuito magnético equivalente reducido del transformador.

En la ecuación (3.1) se muestra la permeancia equivalente vista por el devanado primario, la cuál será utilizada para el cálculo de la inductancia de magnetización posteriormente.

$$P_{eque} = \frac{P_{cvc} (2P_{ch}P_{cve} + 2P_{ale} (2P_{cve} + P_{ch}))}{P_{cvc} (2P_{cve} + P_{ch}) + 2P_{ch}P_{cve} + 2P_{ale} (2P_{cve} + P_{ch})} + P_{ali} \quad (3.1)$$

3.3. Circuito eléctrico del transformador

Un circuito eléctrico equivalente del modelo de permeancias (o reluctancia) se puede derivar por medio de una transformación de dualidad como se muestra en la Figura 3.4. El circuito final es un circuito eléctrico puro que se puede implementar fácilmente con componentes eléctricos estándar [22].

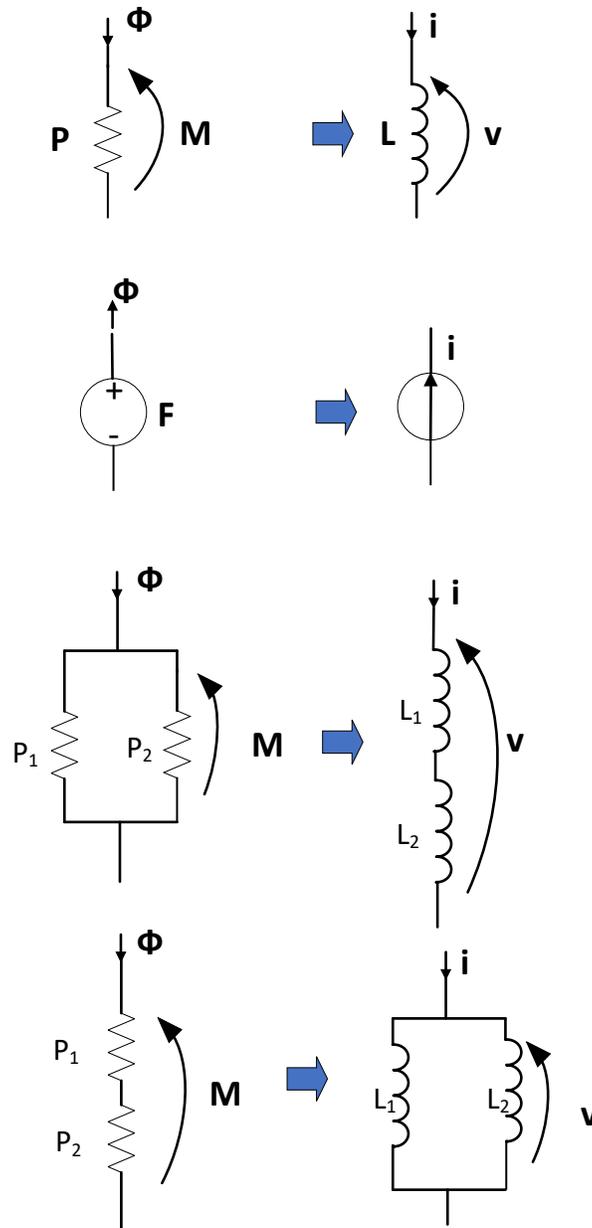


Figura 3.4 Transformación dual entre circuito magnético y circuito eléctrico.

En [23] se presenta un modelo de circuito basado en una representación eléctrica equivalente correcta del núcleo y los devanados.

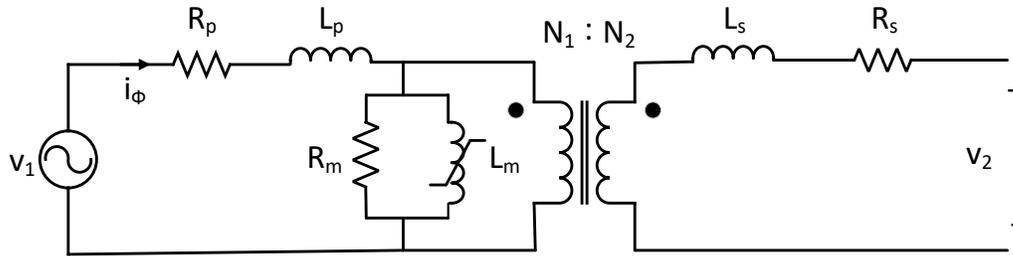


Figura 3.5 Circuito eléctrico equivalente.

La Figura 3.5 muestra el comportamiento eléctrico de un transformador alimentado por un voltaje alterno (V_1) y su circuito secundario abierto. El circuito responde a la utilización del modelo magneto-cuasiestático de las ecuaciones de Maxwell, por lo que en éste solamente se incluyen los efectos inductivos y resistivos.

Las pérdidas en los devanados se representan por R_p y R_s , la inductancia de magnetización L_m representa la relación entre la corriente necesaria para producir el flujo magnético en el núcleo y la tensión inducida en los devanados debido a la variación de éste, la resistencia R_m representa las pérdidas en el núcleo por corrientes parásitas, mientras que el flujo de fuga en los bobinados está representado por L_p y L_s .

La circulación de i_ϕ establece un flujo alterno en la rama de magnetización, el cual induce una *fem* en el devanado primario igual a:

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.2)$$

donde Φ es el flujo mutuo y N_1 el número de vueltas del devanado principal.

Aplicando la Ley de Kirchhoff de voltajes en el primario del transformador, considerando que $v_1 = V_1 \sin(\omega t + \theta)$ y despreciando la inductancia de dispersión L_p (por ser muy pequeña), se tiene la expresión:

$$V_p \sin(\omega t + \theta) = R_p i_\phi + N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.3)$$

La ecuación (3.4) se obtiene a partir de aplicar la Ley de Kirchhoff y sumar las corrientes que pasan por L_m y R_m , esta ecuación muestra la relación directa que existe entre el flujo magnético y la corriente que pasa a través de la bobina.

$$i_{\phi} = \frac{N_1 \phi}{L_m(\phi)} + \frac{N_1}{R_m} \frac{d\phi}{dt} \quad (3.4)$$

Sustituyendo la ecuación (3.4) en (3.3) se obtiene la expresión (3.5) que representa la ecuación diferencial de primer orden no lineal que gobierna la condición de vacío del transformador:

$$V_p \sin(\omega t + \theta) = R_p \left(\frac{N_1 \phi}{L_m(\phi)} + \frac{N_1}{R_m} \frac{d\phi}{dt} \right) + N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.5)$$

3.4. Parámetros del transformador

Para la realización de simulaciones posteriores es necesario conocer los parámetros de los elementos que conforman el circuito eléctrico del transformador. Para ello se realizaron ensayos de corto circuito y de circuito abierto, obteniendo los resultados mostrados a continuación:

Prueba corto circuito $\longrightarrow R_p = 3.29 \, \Omega, \quad R_s = 3.26 \, \Omega, \quad L_p = 1.908 \, \text{mH},$
 $L_s = 1.987 \, \text{mH}$

Prueba circuito abierto $\longrightarrow R_m = 561 \, \Omega$

La inductancia de magnetización al ser variable no posee un valor único por depender del flujo magnético y de la curva **B-H**.

3.5. Simulación de la corriente de excitación

En este subtema se plantea como se obtuvo la corriente de excitación de forma programable mediante la representación del esquema mostrado en la Figura 3.6, que permitirá una mejor comprensión del proceso iterativo realizado para la obtención de ésta.

Se tuvo en cuenta la curva de histéresis **B-H** del material ferromagnético del que está formado el núcleo del transformador, la cual se obtuvo mediante el método de Jiles-Atherton explicado en el capítulo dos de este trabajo.

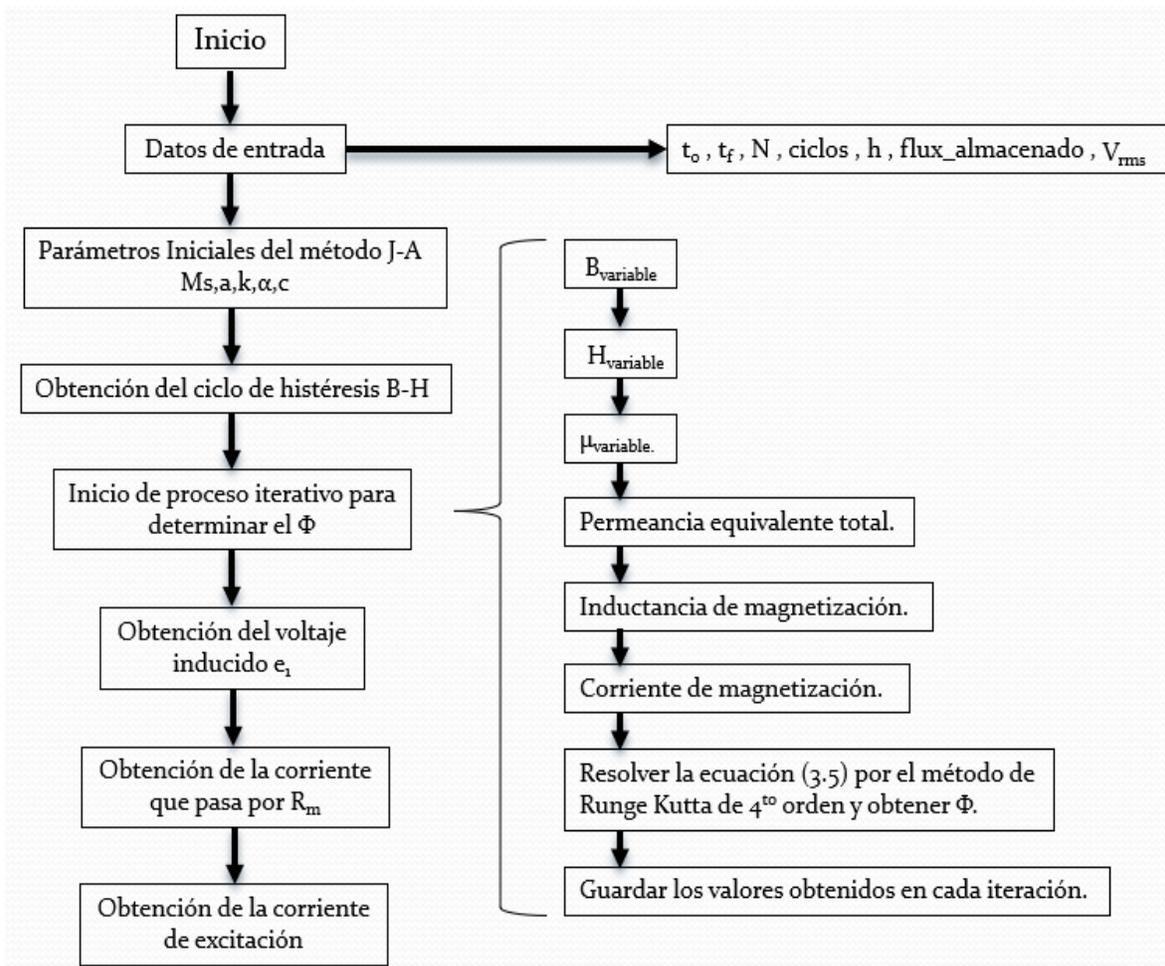


Figura 3.6 Esquema para la obtención de la corriente de excitación.

El esquema anterior se explica de la siguiente forma:

1. El programa inicia con la entrada de datos: tiempo inicial y final, número de muestras, ciclos que se desean analizar, flujo inicial almacenado, voltaje de entrada, número de vueltas de los bobinados, y el valor de componentes eléctricos como resistencias e inductores.
2. Se introducen los parámetros requeridos del método J-A para la obtención de la curva de histéresis.
3. Se comienza un proceso iterativo para la obtención del del vector flujo magnético que consta de los siguientes pasos:

- 3.1. Se obtiene un valor de densidad de flujo a partir del flujo inicial

$$B = \frac{\phi}{A}.$$
- 3.2. Se realiza un proceso de interpolación para calcular un valor de intensidad de campo magnético H .
- 3.3. Se calcula la permeabilidad como $\mu = \frac{B}{H}$.
- 3.4. Se calcula la permeancia equivalente total que depende de μ .
- 3.5. Se calcula el valor de la inductancia de magnetización L_m y de la corriente que circula por él.
- 3.6. Se resuelve la ecuación diferencial (3.5) para obtener el flujo magnético Φ .
- 3.7. Se guardan los valores de las variables de cada iteración.
4. Se obtiene el voltaje inducido utilizando (3.2).
5. Se obtiene la corriente que circula por R_m como $i_{R_m} = \frac{e_1}{R_m}$.
6. Se obtiene el valor de la corriente de excitación como $i_\phi = i_{R_m} + i_{L_m}$.

3.6. Resultados de las simulaciones para los casos de estudio

Con el propósito de ver y analizar el comportamiento de la corriente de excitación, se realizaron varios casos de estudios variando el voltaje de entrada del transformador en un $\pm 10\%$ del voltaje nominal y variando el ciclo de histéresis del material ferromagnético, haciéndolo más ancho y estrecho que el bucle real. En la Tabla 3.1 se muestra una relación de los distintos casos a simular.

Casos de estudio	Condición de la curva B-H	Voltaje de entrada (rms)
1 al 3	Histéresis real	Nominal (127V)
		+10% del nominal (139.7V)
		-10% del nominal (114.3V)
4 al 6	Histéresis delgada	Nominal (127V)
		+10% del nominal (139.7V)
		-10% del nominal (114.3V)
7 al 9	Histéresis ancha	Nominal (127V)
		+10% del nominal (139.7V)
		-10% del nominal (114.3V)

Tabla 3.1 Representación de los casos de estudios a realizar.

De la Figura 3.7 a la 3.15 se muestran los resultados obtenidos de forma simulada para la corriente de excitación, voltaje primario y flujo magnético, para los distintos casos de estudio.

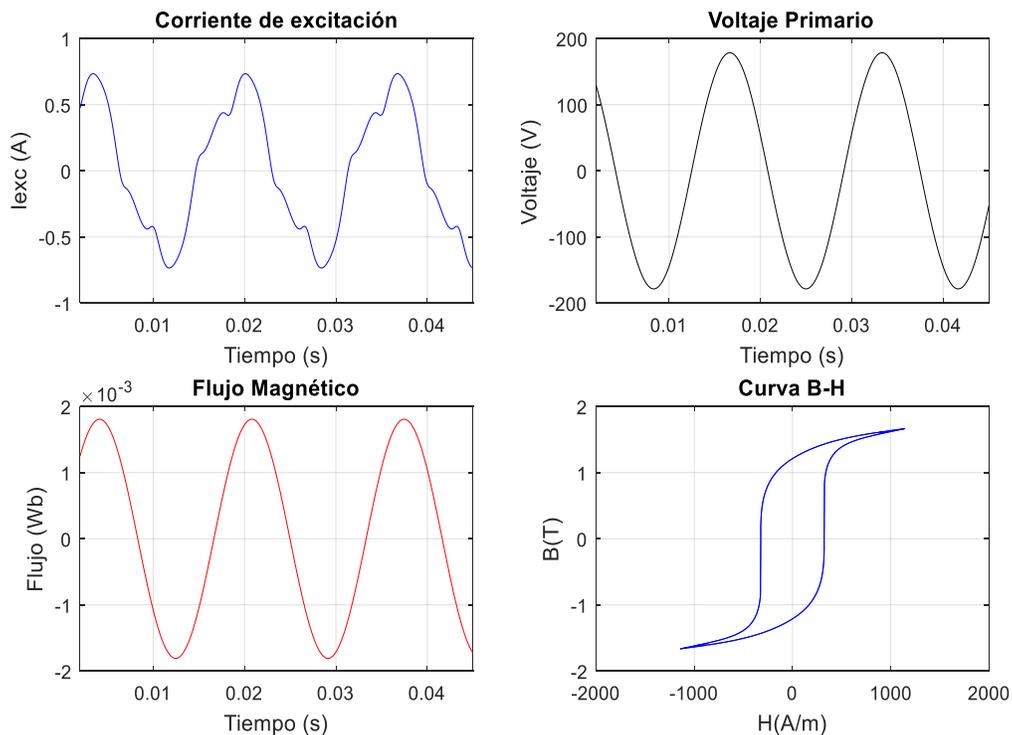


Figura 3.7 Simulación de la corriente de excitación para voltaje nominal y curva de histéresis real.

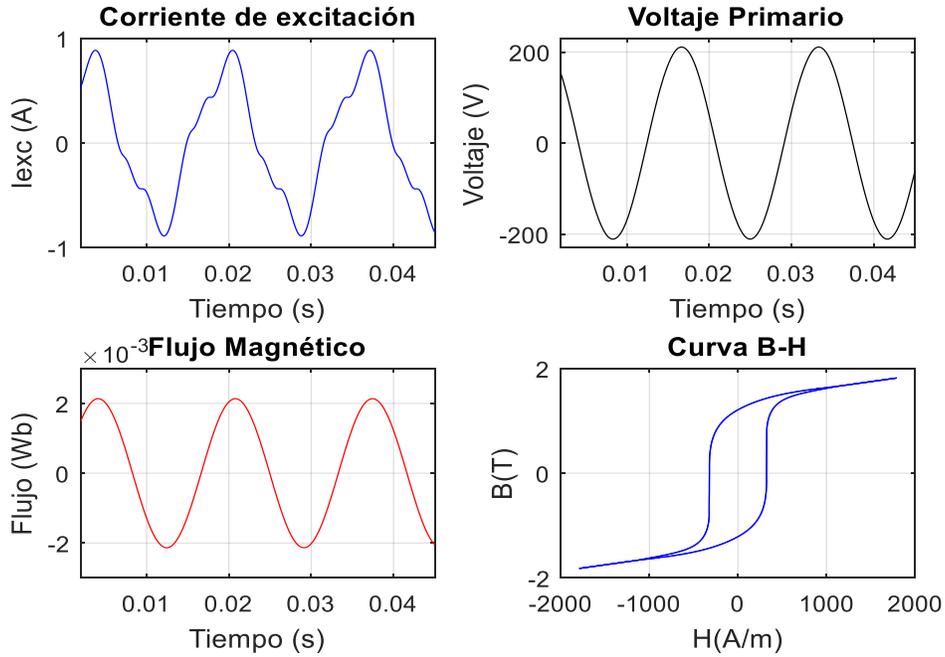


Figura 3.8 Simulación de la corriente de excitación para +10% de voltaje nominal y curva de histéresis real.

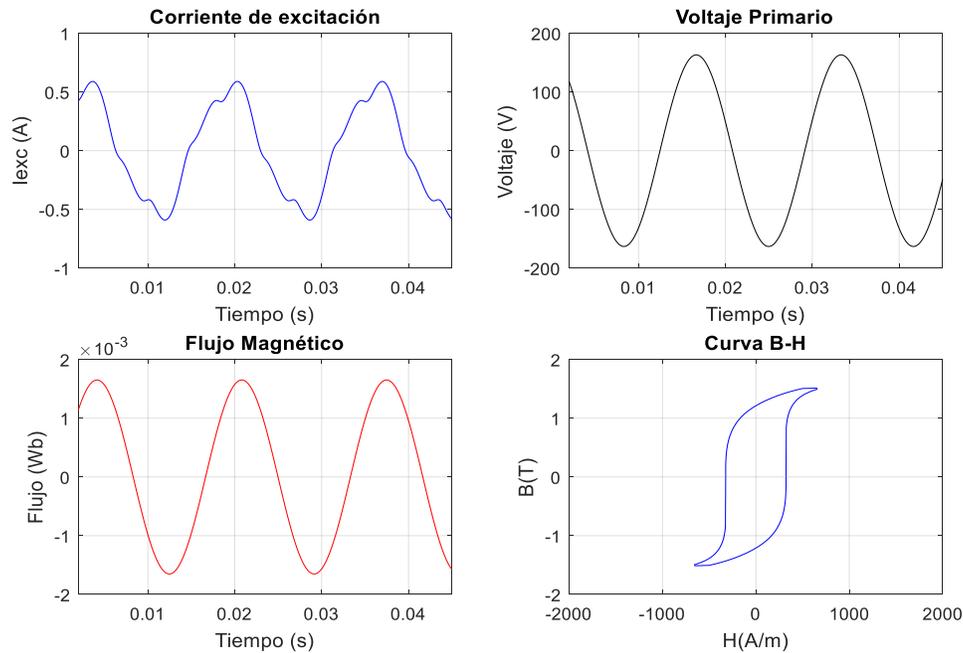


Figura 3.9 Simulación de la corriente de excitación para -10% de voltaje nominal y curva de histéresis real.

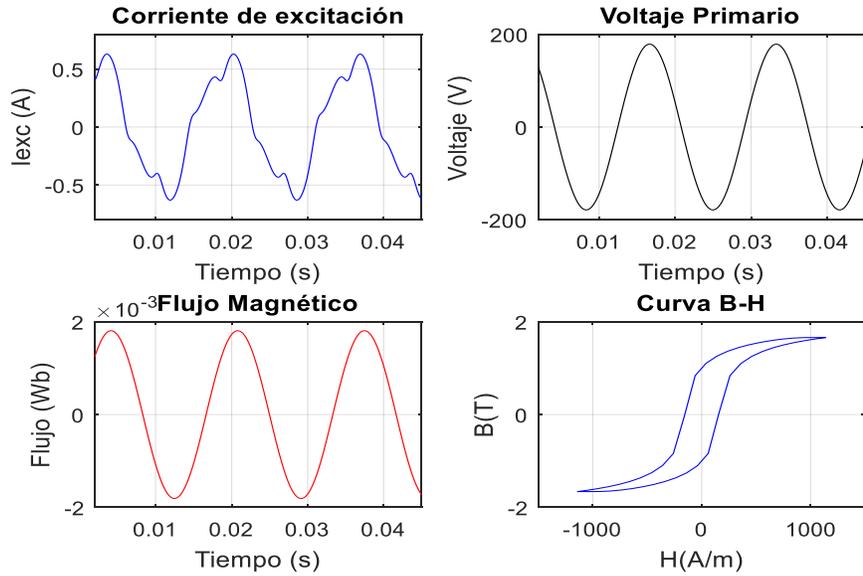


Figura 3.10 Simulación de la corriente de excitación para voltaje nominal y curva de histéresis delgada.

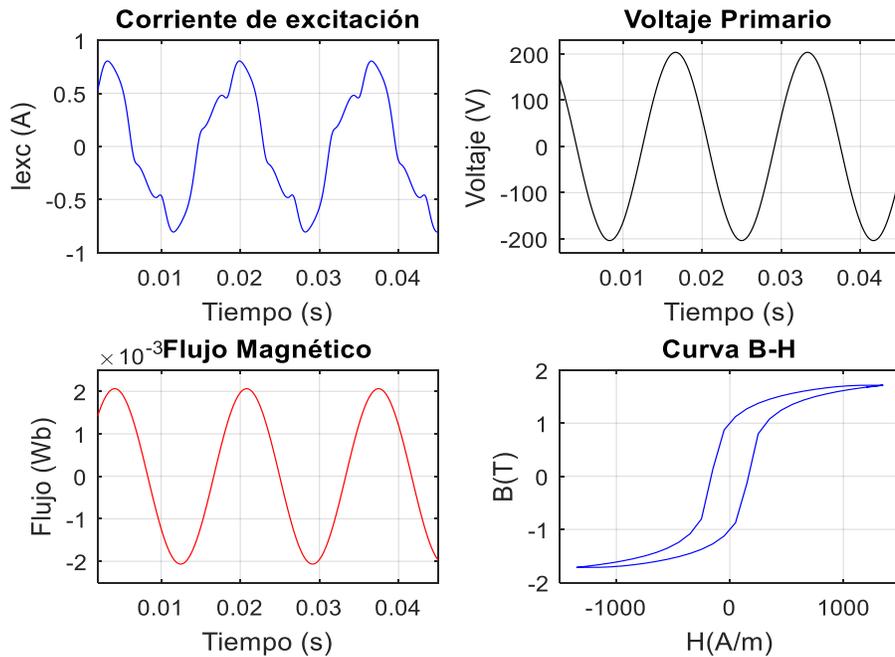


Figura 3.11 Simulación de la corriente de excitación para +10% de voltaje nominal y curva de histéresis delgada.

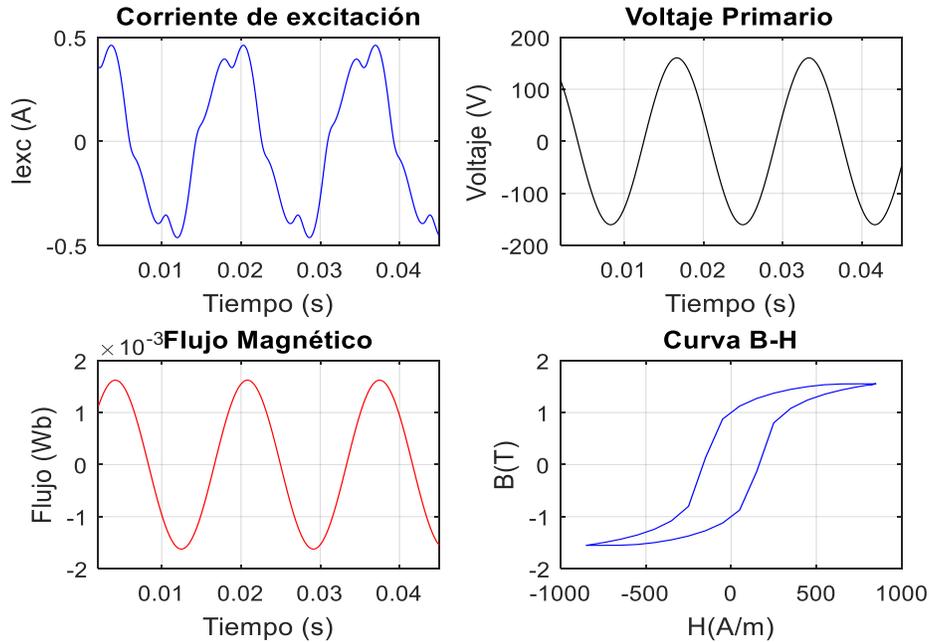


Figura 3. 12 Simulación de la corriente de excitación para -10% de voltaje nominal y curva de histéresis delgada.

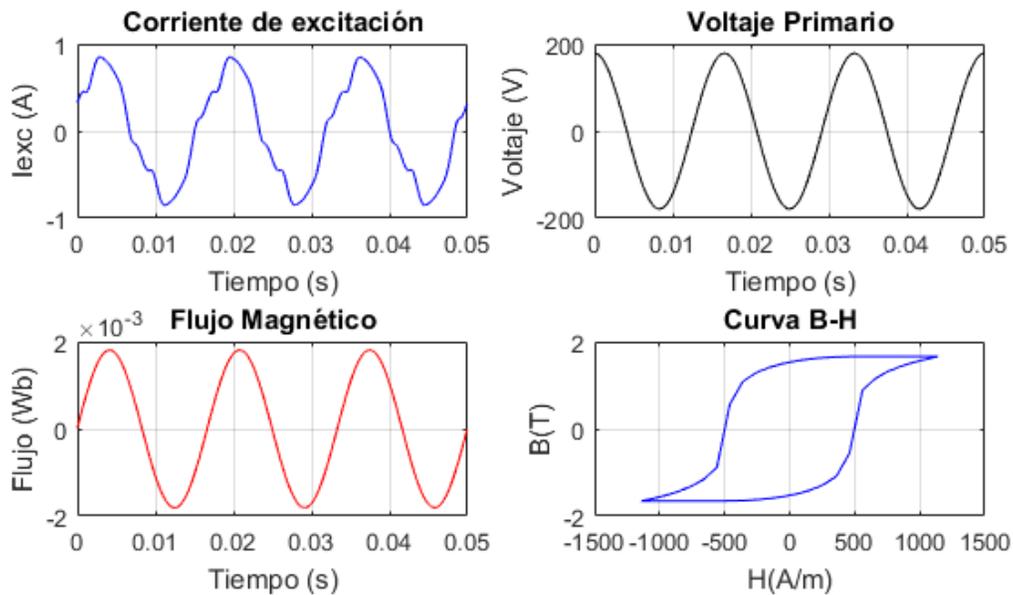


Figura 3. 13 Simulación de la corriente de excitación para voltaje nominal y curva de histéresis ancha.

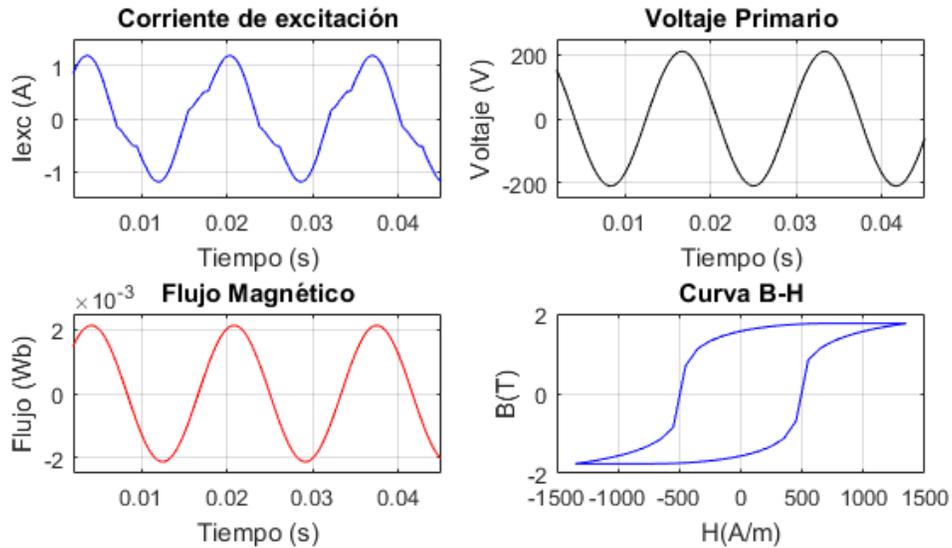


Figura 3.14 Simulación de la corriente de excitación para +10% de voltaje nominal y curva de histéresis ancha.

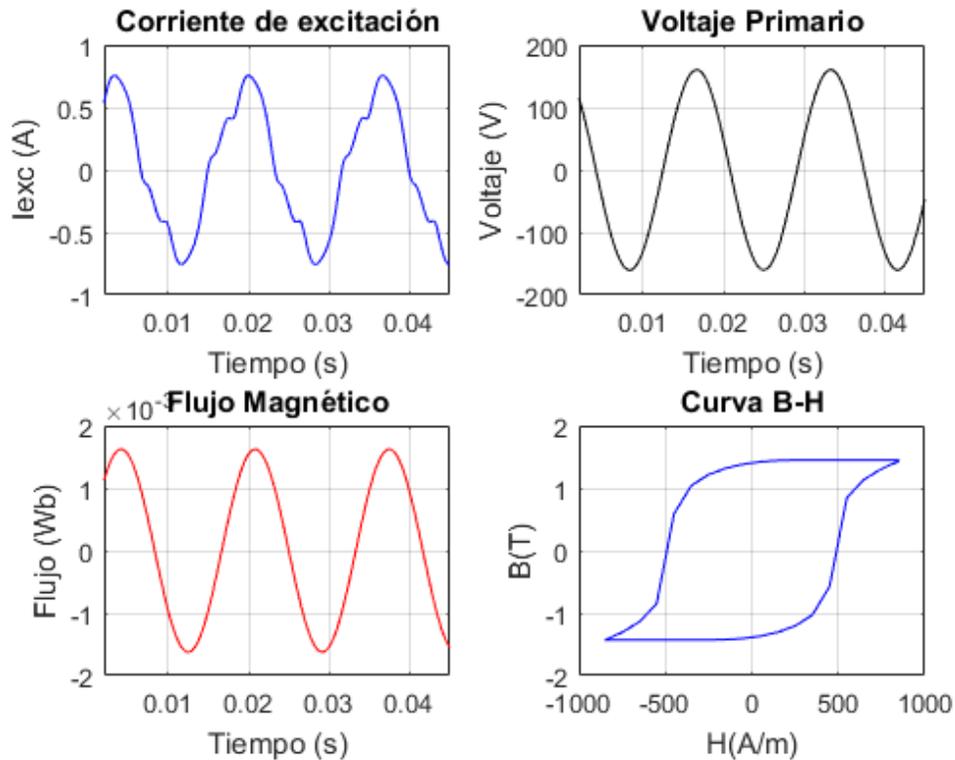


Figura 3.15 Simulación de la corriente de excitación para -10% de voltaje nominal y curva de histéresis ancha.

3.7. Influencia del ciclo de histéresis en la corriente de excitación

Como se ha explicado anteriormente para producir un flujo en el núcleo de un transformador se necesita una corriente en uno de los devanados del núcleo, denominada corriente de excitación. Las propiedades magnéticas no lineales del núcleo requieren que la configuración de la onda correspondiente a la corriente de excitación difiera de la configuración de la onda sinusoidal del flujo.

En la Figura 3.16 se muestran las ondas senoidales del voltaje inducido y flujo magnético; la curva de histéresis se puede plantear en función de Φ e i_ϕ , ya que las mismas se relacionan con B y H mediante constantes geométricas conocidas como se plantea en [24]. La curva de la corriente de excitación en función del tiempo como se observa en la Figura 3.16 se cumple tanto para el semi ciclo positivo como el negativo y además puede encontrarse por medios gráficos: a un tiempo t' el flujo será Φ' y la corriente será i_ϕ' , a un tiempo t'' los valores correspondientes serán Φ'' e i_ϕ'' , teniendo en cuenta siempre en qué posición del ciclo de histéresis se está, parte ascendente o descendente.

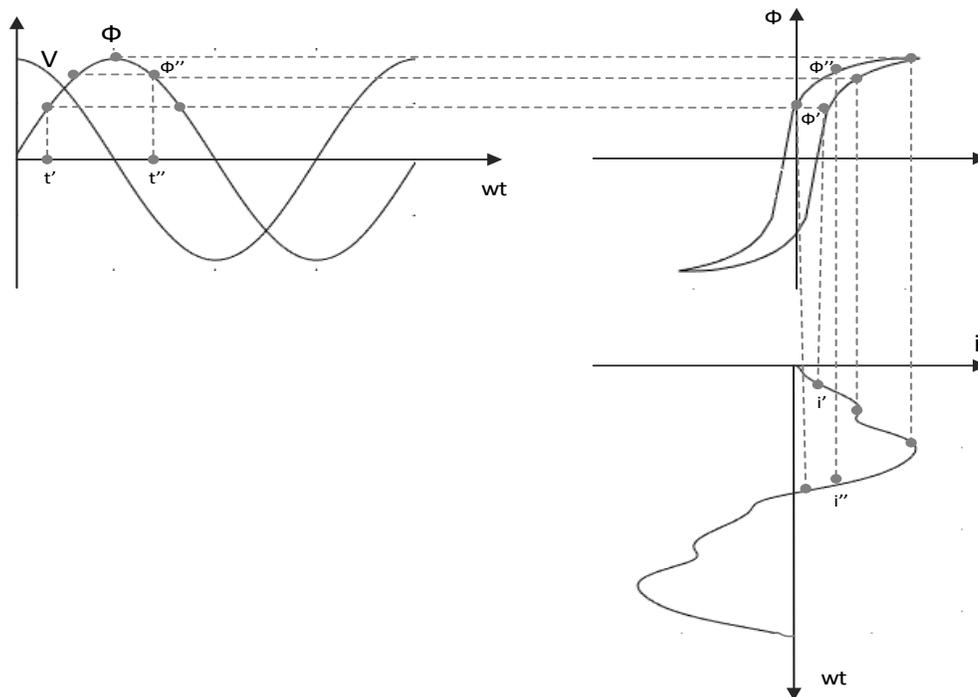


Figura 3.16 Descripción gráfica de la generación de la corriente de excitación considerando el ciclo de histéresis.

Una variación en el ciclo de histéresis en cuanto a su espesor puede representar cambios en la corriente de excitación de igual forma, como se observa en la Figura 3.17, en donde se muestra la corriente de excitación obtenida para las tres condiciones de histéresis a voltaje nominal. Las simulaciones además reflejan como al estrechar el bucle de histéresis la amplitud máxima de la curva de excitación disminuye en una pequeña medida (6%) con respecto a la curva real, de igual forma sucede cuando se hace más ancho el bucle pero esta vez aumenta el valor de la amplitud máxima (22%) respecto al caso real.

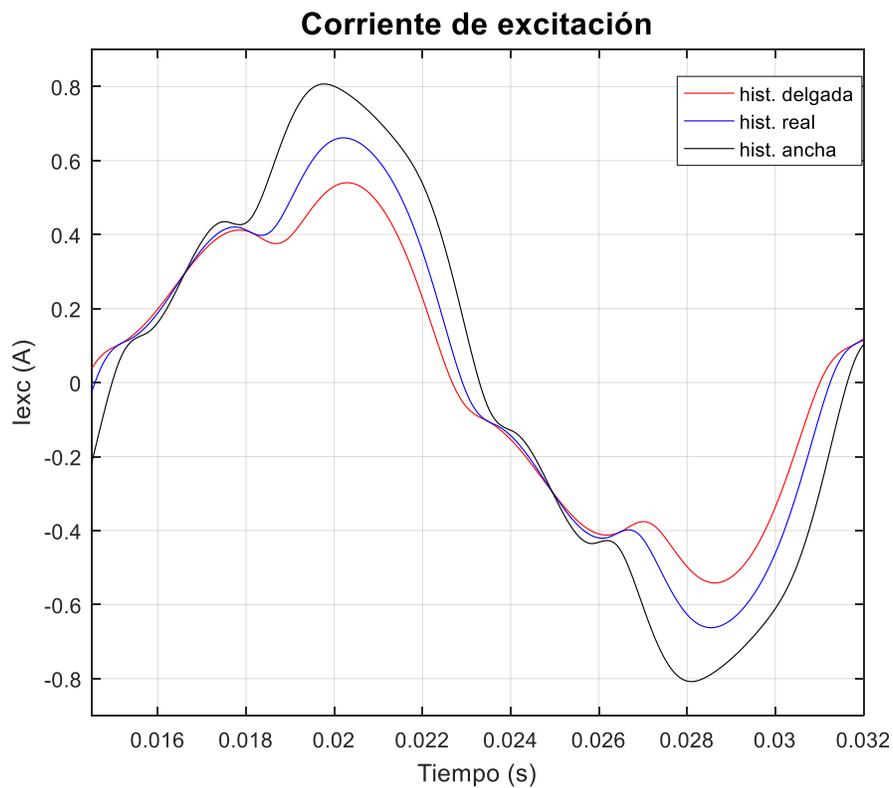


Figura 3.17 Simulación de la corriente de excitación para las distintas condiciones de histéresis a voltaje nominal.

Un aumento o disminución en el voltaje de entrada del transformador también puede provocar cambios significativos en la corriente de excitación en cuanto a su valor de amplitud máxima, de la forma que se observa en la Figura 3.13. El aumento del voltaje hace que el transformador tienda a saturarse provocando un cambio en la forma de onda de la corriente de excitación, la Figura 3.13 muestra el pico que se produce al aumentar el voltaje en un 10%. Por otra parte cuando el voltaje se disminuye en un 10% este pico disminuye.

Posteriormente en el capítulo dedicado al análisis de la corriente de excitación se reportan los valores de las variaciones.

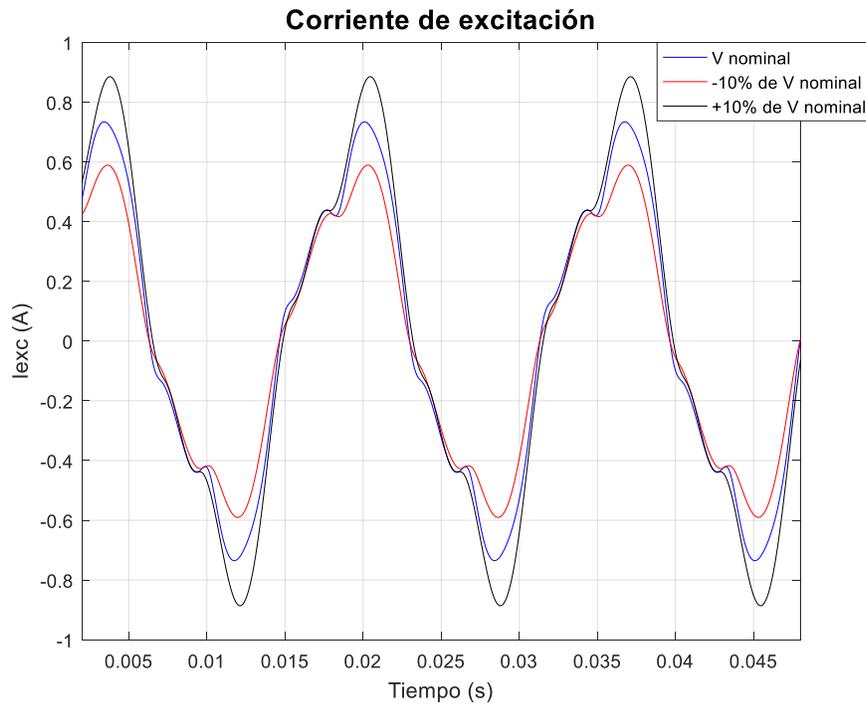


Figura 3.18 Simulación de la corriente de excitación para las distintas condiciones de voltaje de entrada y curva de histéresis real.

Estos cambios en las formas de onda hacen entender la aparición de armónicas en la corriente de excitación como muestra la Figura 3.14. Posteriormente se realizará un análisis más exhaustivo sobre este aspecto.

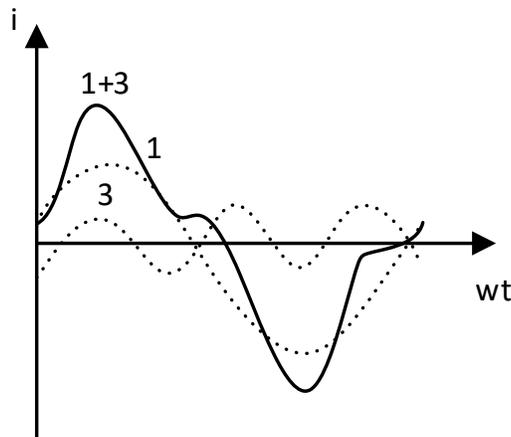


Figura 3.19 Representación de armónicas en la corriente de excitación.

3.8. Otras afectaciones en el ciclo de histéresis y corriente de excitación

Considerado como un elemento importante en la red eléctrica, los transformadores cada vez se ven más afectados por perturbaciones externas, entre las cuales la presencia de corriente continua se torna entre las más graves, debido a la creciente aparición de equipos no lineales en el Sistema Eléctrico y el efecto de las corrientes inducidas geomagnéticamente (GIC por sus siglas en inglés) provocadas por la actividad solar.

En la actualidad se están realizando numerosos estudios referentes a este tema debido a las disímiles consecuencias que puede provocar la existencia de corriente continua en los transformadores y en la calidad de la energía como: calentamiento, que los núcleos magnéticos se saturan a media onda (deformación en el ciclo de histéresis), aparición de armónicos, vibraciones, entre otras.

Por la similitud del tema con el tratado en este trabajo de investigación se planteó la necesidad de crear un modelo de transformador monofásico con polarización CD (Figura 3.20) utilizando el Simulink del Matlab para analizar la característica de magnetización y corriente de excitación de éste.

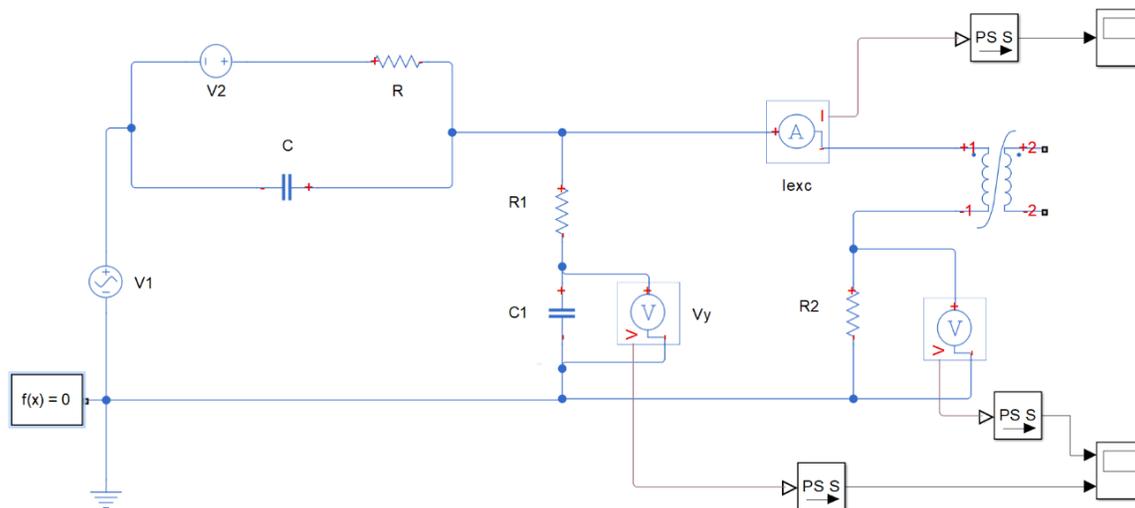


Figura 3.20 Circuito de transformador monofásico con inyección de voltaje continuo en Matlab/Simulink.

En la Figura 3.20 V_1 y V_2 son las fuentes de voltaje CA y CD respectivamente, R es una resistencia variable para obtener diferentes niveles de corriente continua, R_1 y C_1 son la

resistencia y el condensador del circuito integral respectivamente cumpliéndose que $R_1 \gg \frac{1}{\omega C_1}$, V_y es el voltaje del capacitor C_1 que es proporcional a la densidad de flujo B .

El voltaje de entrada en el transformador se asume que es el voltaje que se cae en R_1 debido a que $R_2 \ll R_1$ como se muestra en la expresión (3.6).

$$v = R_1 i \approx R_1 C \frac{dV_y}{dt} \quad (3.6)$$

Recordando la expresión (3.2) y sabiendo que la densidad de flujo es igual al cociente entre el flujo magnético y el área media efectiva del núcleo, ecuación (3.7), se obtiene (3.8):

$$B = \frac{\phi}{A_e} \quad (3.7)$$

$$v = N_1 A_e \frac{dB}{dt} \quad (3.8)$$

La ecuación (3.9) es obtenida de (3.6) y (3.8):

$$B = \frac{R_1 C}{N_1 A_e} V_y \quad (3.9)$$

El devanado primario se encuentra en serie con R_2 por tanto la expresión para la corriente de excitación es la mostrada en (3.10) que combinada con (2.54) permite obtener H de la forma mostrada en (3.11):

$$I_{exc} = \frac{V_x}{R_2} \quad (3.10)$$

$$H = \frac{N_1}{l R_2} V_x \quad (3.11)$$

Como se puede apreciar en la ecuación (3.9) y (3.11), R_1 , C_1 , N_1 , A_e , l , R_2 son constantes conocidas. Por tanto B y H se pueden calcular después de obtener V_x y V_y .

La Figura 3.21 muestra el ciclo de histéresis obtenido para un voltaje CD aplicado de 1V, apreciándose claramente la no simetría del bucle al estrecharse el semiciclo negativo.

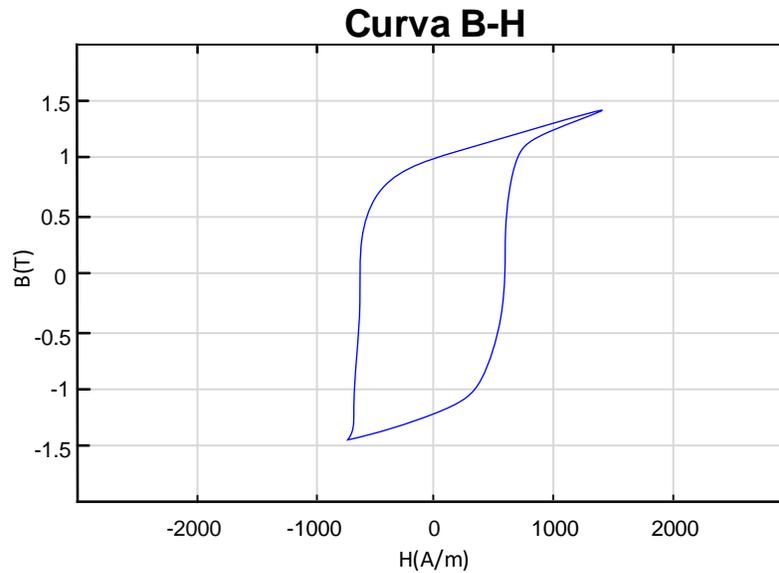


Figura 3.21 Curva B-H para voltaje CD de 1V.

Para un voltaje CD de 3V el resultado obtenido se observa en la Figura 3.22 llegando a la conclusión que a medida que aumenta el voltaje CD el bucle de histéresis se vuelve estrecho, comienza a reducirse de abajo hacia arriba y el transformador tiende a saturarse en la mitad positiva del eje Y perdiendo totalmente su simetría.

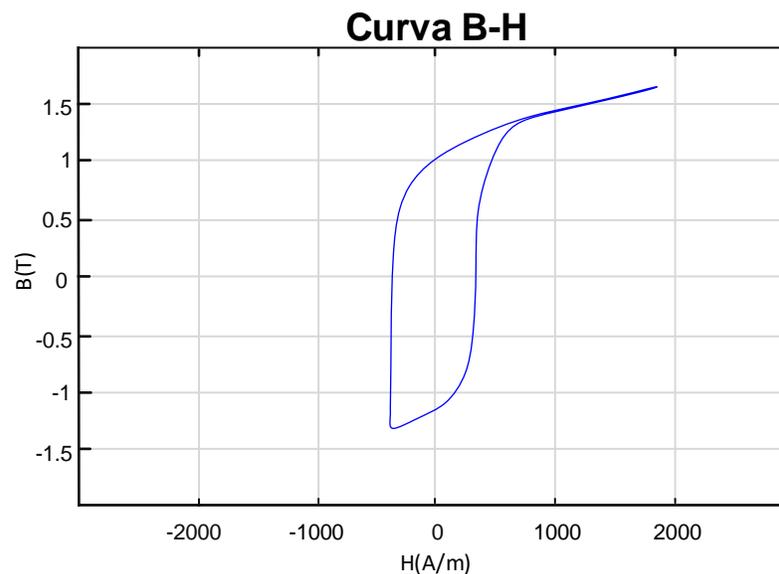


Figura 3.22 Curva B-H para voltaje CD de 3V.

La variación en el ciclo de histéresis en los dos casos mostrados anteriormente necesariamente traerá deformaciones en la forma de onda de la corriente de excitación, en las Figuras 3.23 y 3.24 se muestran las señales de corriente obtenidas para 1V y 3V de voltaje CD aplicado respectivamente.

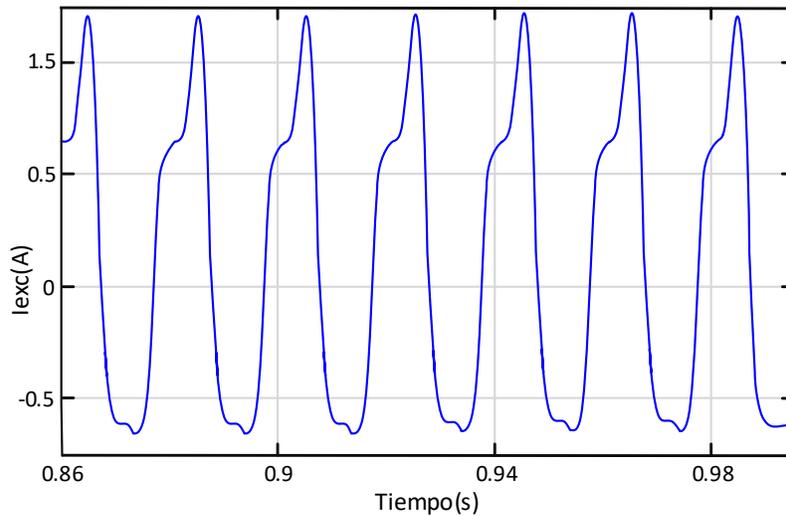


Figura 3.23 Corriente de excitación para voltaje CD de 1V.

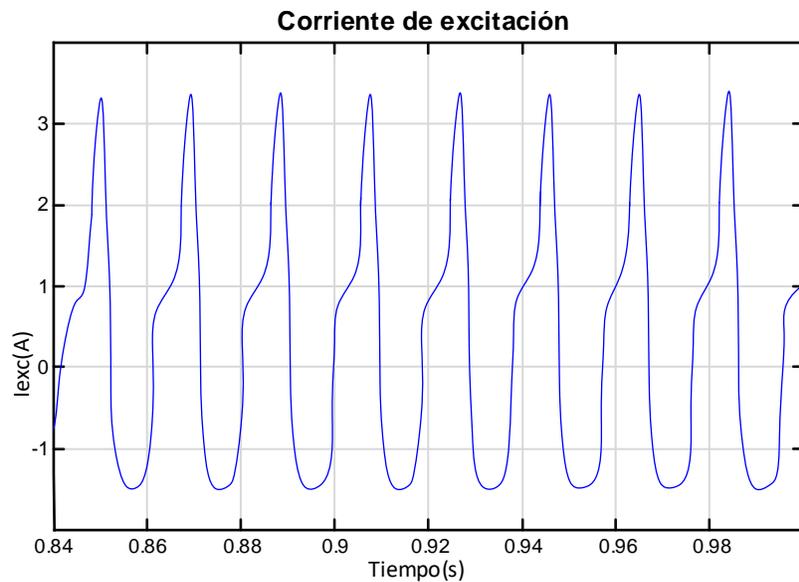


Figura 3. 24 Corriente de excitación para voltaje CD de 3V.

Realizando un análisis general de las dos figuras anteriores es obvio que la corriente de excitación se distorsiona bajo polarización CD, y mientras mayor es el voltaje de CD más

se deforma la señal de corriente apareciendo armónicos tanto pares como impares como se plantea en la literatura referente a este tema [25], [26], [27] . La forma de onda cambia hacia arriba dejando de ser simétrica y creándose picos que tienden a un único valor indicando que el transformador opera en su zona de saturación.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE EXCITACIÓN

4.1. Introducción

Los sistemas eléctricos son susceptibles a las altas temperaturas, vibraciones, desajustes y por supuesto a instalaciones con componentes de mala calidad, así como a parámetros que no se ajusten a las normas eléctricas vigentes. Estos parámetros están relacionados con la amplitud, frecuencia y forma de onda de los sistemas eléctricos y pueden ser afectados por diferentes tipos de perturbaciones, tales como, transitorios electromagnéticos, variaciones de voltaje de corta y larga duración, desbalance de voltaje, distorsión de la forma de la señal, fluctuaciones de voltaje y variaciones de frecuencia.

En gran parte estas perturbaciones pueden detectarse mediante medición y evaluación en los sistemas eléctricos, identificando, altas corrientes en algunos conductores eléctricos, bajo factor de potencia y armónicos de corriente y voltaje. Todas las perturbaciones que llevan consigo incremento en los niveles de voltaje y corriente, afectan la calidad de la energía, aumentan los costos relacionados con la facturación y provocan calentamientos que disminuyen la vida útil de los equipos, como transformadores.

En el cuarto capítulo de este trabajo de investigación tomando como base lo expuesto en el apéndice referente al marco teórico, se realizó el análisis de la corriente de excitación mediante la aplicación de la transformada rápida de Fourier para obtener valor eficaz, distorsión armónica total y espectro de frecuencias tanto de magnitud como de fase.

4.2. Aplicación de la transformada rápida de Fourier

Una vez obtenida la señal de la corriente de excitación de la unidad monofásica para las distintas condiciones de histéresis con tensión nominal de trabajo de 127V e incrementando y disminuyendo la misma en un 10%, se seleccionó $N = 2^{20}$ muestras para aplicar la transformada rápida de Fourier y realizar un análisis de magnitudes y distorsiones armónicas totales en estado estable.

De la Figura 4.2 a la 4.4 se muestran el valor eficaz de las primeras seis armónicas impares y de la Figura 4.5 a la 4.7 sus respectivos ángulos de fase, para los distintos casos de

estudio. Los resultados que se observan en cada una de las figuras fueron agrupados en dependencia de la curva de histéresis seleccionada, real, ancha o delgada.

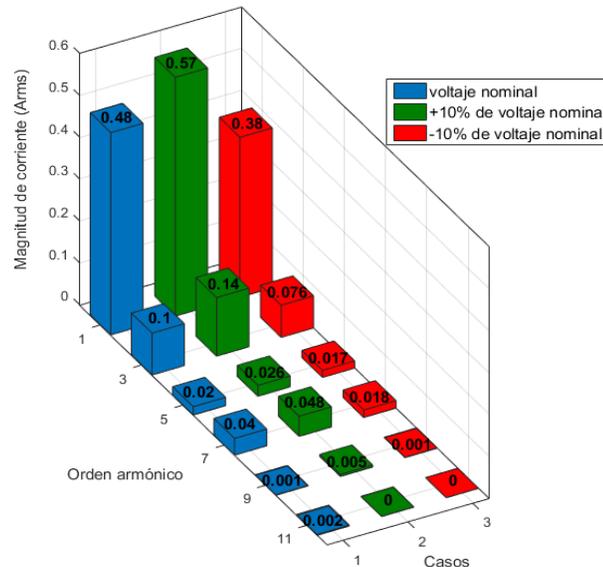


Figura 4.1 Espectro de frecuencias de la corriente de excitación para ciclo de histéresis real considerando 3 niveles de voltaje.

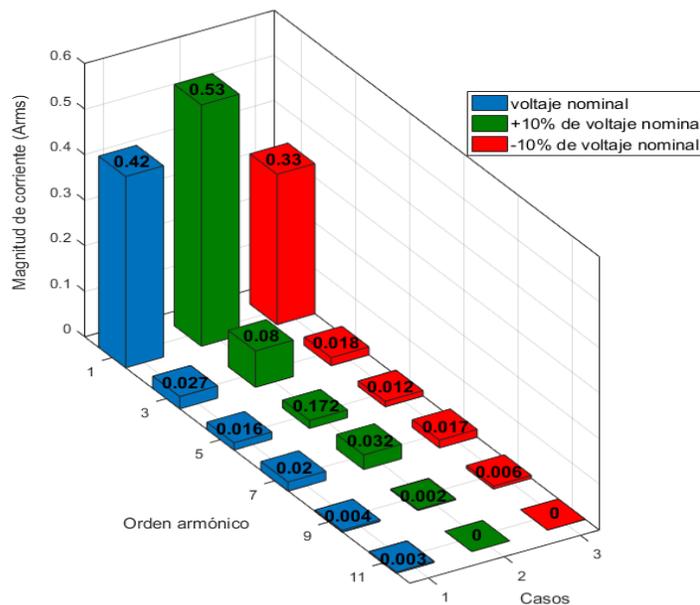


Figura 4.2 Espectro de frecuencias de la corriente de excitación para ciclo de histéresis delgada considerando 3 niveles de voltaje.

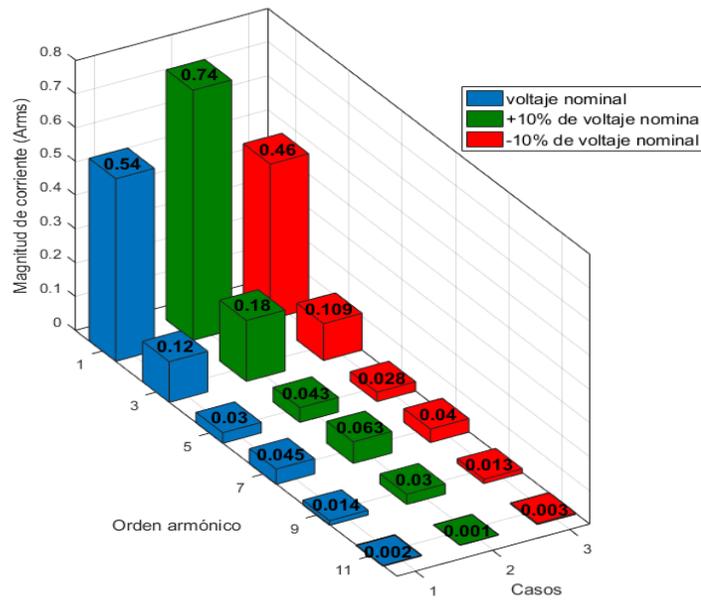


Figura 4.3 Espectro de frecuencias de la corriente de excitación para ciclo de histéresis ancho considerando 3 niveles de voltaje.

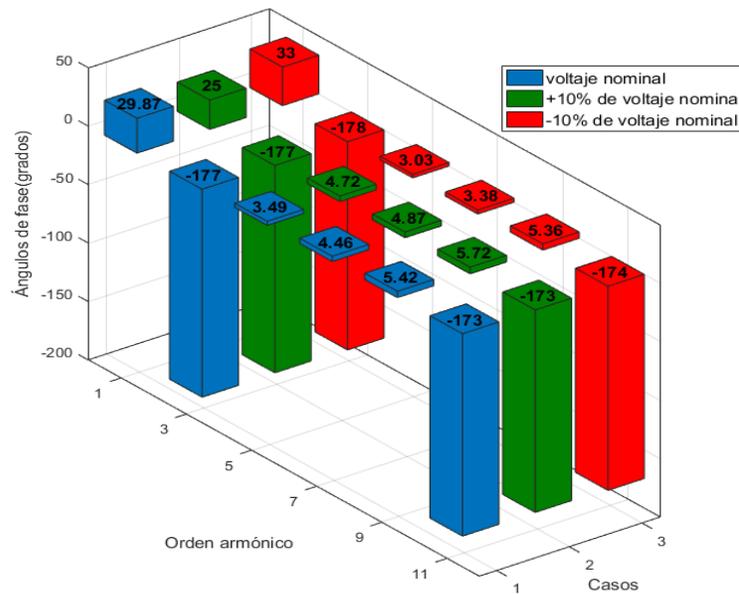


Figura 4.4 Ángulos de fase de la corriente de excitación para ciclo de histéresis real considerando 3 niveles de voltaje.

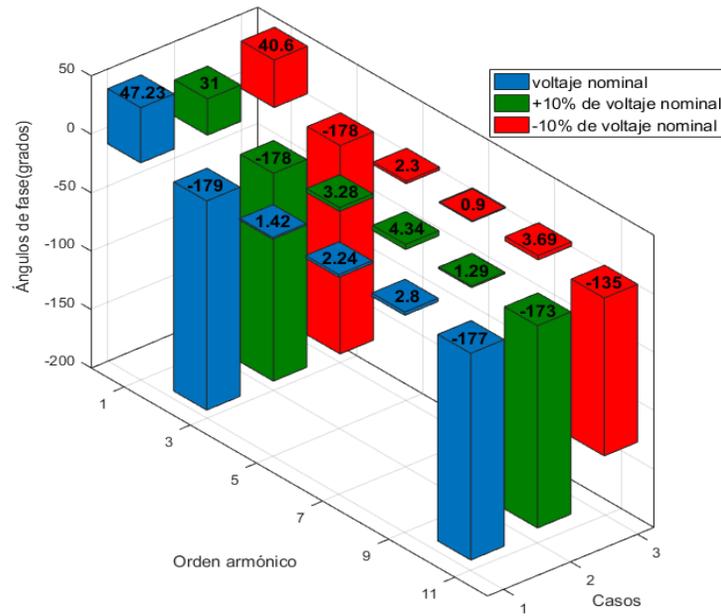


Figura 4.5 Ángulos de fase de la corriente de excitación para ciclo de histéresis delgado considerando 3 niveles de voltaje.

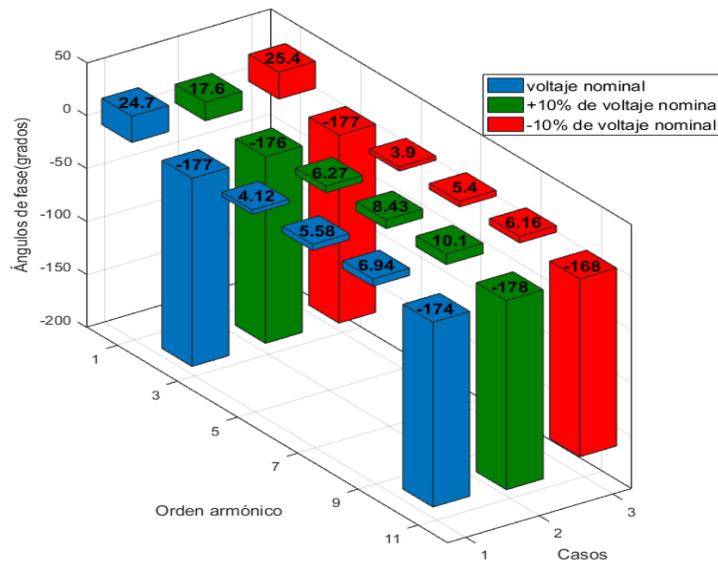


Figura 4.6 Ángulos de fase de la corriente de excitación para ciclo de histéresis delgado considerando 3 niveles de voltaje.

Las Tablas 4.1, 4.2 y 4.3 contienen un análisis resumido del grado de distorsión de la señal de corriente obtenida en cada caso de estudio. Se analizaron las primeras cinco armónicas impares considerando como referencia la fundamental, debido a que los armónicos de orden superior muestran variaciones insignificantes.

Casos		1		2		3	
		V_n		+10% de V_n		-10% de V_n	
f_c		1.51		1.54		1.49	
HD		0.11		0.14		0.08	
I_{rms}		0.507		0.57		0.39	
THD_{II}		22.68%		25.24%		20.7%	
60 Hz	Fnd	100%	29.87°	100%	25°	100%	33°
180 Hz	H3	20.7%	-177.8°	24.2%	-177.2°	20%	-178°
300 Hz	H5	4.14%	3.49°	4.56%	4.72°	4.45%	3.03°
420 Hz	H7	8.28%	4.46°	8.4%	4.87°	4.7%	3.38°
540 Hz	H9	0.25%	5.42°	0.85%	5.72°	0.26%	5.36°
660 Hz	H11	0.41%	-173°	0.1%	-173.1°	0.08%	-174.5°

Tabla 4.1 Resumen del análisis de la corriente de excitación para curva de histéresis real.

Para realizar un análisis de los datos representados en la Tabla 4.1 cabe señalar que el pico de la señal de corriente del caso 2 sobre pasa en un 13% al del caso 1 y el pico de la señal del caso 3 es 12% menor respecto al caso 1, esto hace que en la curva de histéresis real el factor de cresta que se muestra en la Tabla 4.1 para los tres casos se encuentren por encima del umbral previsto para funciones senoidales el cuál es de 1.41, lo cual indica que las tres formas de onda tienden a ser más esbeltas y con mayor valor de pico al de una senoide equivalente (con el mismo valor eficaz). Se observa que de las tres corrientes la que más se aproxima a una forma de onda senoidal es la correspondiente al caso 3, ya que sus valores de f_c y THD_{II} son menores a los otros dos casos. La tercera armónica en los tres casos es la que más aporta a la distorsión y un aumento en el voltaje provoca un crecimiento del 40%, la quinta y séptima armónicas crecen en 30 y 20 puntos porcentuales (pp) respectivamente, todos con respecto al caso de voltaje nominal. De igual forma una disminución en el voltaje de entrada trae consigo un decremento en los valores de la tercera, quinta y séptima armónicas de 24pp, 15pp y 41pp respectivamente. Para el caso 1 se observa como la séptima armónica

sobrepasa a la quinta, esto no se cumple para los casos 2 y 3. El parámetro THD_{II} presenta valores de distorsión un tanto elevados que varían junto con el voltaje aplicado en 2.56pp cuando el voltaje aumenta y en -1.98pp cuando éste disminuye.

Casos		1		2		3	
		V_n		+10% de V_n		-10% de V_n	
f_c		1.47		1.5		1.45	
HD		0.038		0.087		0.028	
I_{rms}		0.41		0.53		0.32	
THD_{II}		8.94%		16.58%		8.57%	
60 Hz	Fnd	100%	47.23°	100%	31.08°	100%	40.65°
180 Hz	H3	6.4%	-179°	15%	-177.9°	5.45%	-178.4°
300 Hz	H5	3.8%	1.42°	3.24%	3.28°	3.63%	2.3°
420 Hz	H7	4.7%	2.24°	6%	4.34°	5.15%	0.9°
540 Hz	H9	0.95%	2.8°	0.5%	1.29°	2%	3.69°
660 Hz	H11	0.71%	-176.9°	0.02%	-173.1°	0.03%	-135.2°

Tabla 4.2 Resumen del análisis de la corriente de excitación para curva de histéresis delgada.

Tomando como base el caso 1 de la Tabla 4.2, el bucle de histéresis delgado para el caso 2 genera una señal de corriente con un pico 14.3% mayor y para el caso 3 el pico es 13.6% menor. Realizando una comparación entre los casos 1 de las tablas 4.1 y 4.2 se tiene que al adelgazar el ciclo de histéresis la corriente se hace más angosta mientras su valor eficaz disminuye un 17%. Se observa que las formas de onda de la corriente de excitación para los casos 1, 2 y 3 del ciclo delgado son más parecidas a una senoide que las formas de onda de los casos 1, 2 y 3 del ciclo normal ya que sus niveles de distorsión son menores y sus factores de cresta son menores y más cercanos a los valores de una senoide. Esto también se puede corroborar ya que los niveles de HD son menores en los casos 1, 2 y 3 del ciclo de histéresis delgado que respecto a los del ciclos de histéresis normal, lo cual implica que se tiene menor aportación armónica a la corriente de excitación cuando el ciclo de histéresis es delgado. En los tres casos presentados en la Tabla 4.2 el factor de cresta también varía conforme lo hace el voltaje. La tercera armónica para los casos 1, 2 y 3 experimenta una disminución de 14pp, 9.5pp y 14.5pp respectivamente con respecto a los mismos casos de la Tabla 4.1, debido en gran medida a la disminución del THD_{II} . En los casos 2 y 3 se observa

como la tercera hasta la séptima armónica cambian sus valores conforme varía el voltaje aplicado respecto al caso 1 en 40.7pp, 7.5pp y 60pp respectivamente con el aumento del voltaje, mientras que cuando se disminuye el voltaje en un 10% decrecen en 33.3pp, 25pp y 15pp respectivamente. La distorsión armónica total experimenta cambios iguales al del voltaje aplicado, aunque no de forma proporcional, cuando se aumenta la tensión el THD_{II} crece en 7.6pp y cuando se disminuye la tensión decrece en 0.37pp. Cabe destacar que en los tres casos el THD_{II} disminuye sus valores respecto a los mostrados en la Tabla 4.1 de lo que se desprende que se obtiene una señal con mejor calidad.

Casos		1		2		3	
		V_n		+10% de V_n		-10% de V_n	
f_c		1.5		1.54		1.48	
HD		0.13		0.19		0.11	
I_{rms}		0.55		0.68		0.48	
THD_{II}		24.6%		25.8%		24.2%	
60 Hz	Fnd	100%	24.68°	100%	17.6°	100%	25.44°
180 Hz	H3	22.2%	-177.4°	24.7%	-176°	23.7%	-177.4°
300 Hz	H5	5.8%	4.12°	5.9%	6.27°	6.1%	3.9°
420 Hz	H7	8.33%	5.58°	8.6%	8.43°	8.7%	5.4°
540 Hz	H9	2.6%	6.94°	4%	10°	2.8%	6.16°
660 Hz	H11	0.51%	-174.4°	0.14%	-178.32°	0.8%	-168.8°

Tabla 4.3 Resumen del análisis de la corriente de excitación para curva de histéresis ancha.

Una vez más tomando como base el caso 1 pero ahora de la Tabla 4.3, el ciclo de histéresis ancho para el caso 2 forma una señal de corriente con un pico 15.6% mayor y para el caso 3 de 13.2% menor. Haciendo una comparación entre los casos 1 de las tablas 4.1 y 4.3 se tiene que una curva de histéresis ancha provoca que la corriente se ensanche mientras su valor eficaz y valor pico aumentan un 10.8% y 9.8% respectivamente. Este aumento casi proporcional del valor eficaz y el valor pico hacen ver el poco cambio del factor de cresta de los casos 1, 2 y 3 de la Tabla 4.3 con respecto a los mismos casos pero de la Tabla 4.1. Se observa que las formas de onda de la corriente de excitación para los casos 1, 2 y 3 del ciclo ancho son menos parecidas a una senoide que las formas de onda de los casos 1, 2 y 3 del ciclo normal ya que sus niveles de distorsión son mayores. De igual manera esto se puede

comprobar observando como los niveles de HD son mayores en los casos 1, 2 y 3 del ciclo de histéresis ancho con respecto a los del ciclos de histéresis normal, esto implica que con el ciclo de histéresis ancho se tiene mayor aportación armónica a la corriente de excitación. Para los casos 1, 2 y 3 la tercera armónica experimenta un aumento de 1.7pp, 0.5pp y 3.7pp respectivamente con respecto a los mismos casos de la Tabla 4.1. En los casos 2 y 3 de la Tabla 4.3 se observa como la tercera hasta la séptima armónica cambian sus valores conforme varía el voltaje aplicado respecto al caso 1 en 48pp, 38pp y 42pp respectivamente con el aumento del voltaje, mientras que cuando se disminuye el voltaje en un 10% decrecen en 9pp, 10pp y 11pp respectivamente. Al igual que la curva real y la curva estrecha los valores de THD_{II} en el ciclo ancho experimentan un comportamiento semejante al del voltaje, cuando éste aumenta en un 10% el THD_{II} crece 1.2pp mientras que cuando se disminuye el voltaje un 10% el THD_{II} decrece 0.4pp.

De forma general se puede expresar que el factor de cresta permitió comprobar lo planteado en la sección 3.7, demostrando que la variación en el espesor del ciclo de histéresis afecta de igual forma y consecuente a la corriente de excitación. Para el caso de las armónicas la tercera, quinta y séptima son las que más aparecen en la señal. Una variación en el voltaje aplicado al transformador traerá consigo iguales cambios en las magnitudes de la primera, tercera, quinta y séptima armónica para las curvas de histéresis seleccionadas, no sucede así con la novena y onceava armónica las cuales no mantienen un patrón a seguir ya que como se observó varían indistintamente cuando se modifica el ciclo de histéresis y el voltaje. La variación del voltaje de entrada en un $\pm 10\%$ reduce principalmente la magnitud de la fundamental y la tercera armónica. Se observa en las tres tablas anteriores como el THD_{II} al momento de aumentar el voltaje incrementa sus puntos porcentuales, mientras que cuando se disminuye el voltaje experimenta una reducción, concluyendo que son directamente proporcionales. Por otra parte el THD_{II} más bajo se obtiene para la curva de histéresis delgada, lo que indica que es el momento donde la forma de onda de la corriente de excitación se asemeja más a una forma de onda sinusoidal convencional.

En la sección 3.8 se mostró como la corriente de excitación cuando se encuentra bajo polarización CD pierde su simetría de media onda creando picos en el semiciclo positivo, lo que indica la aparición de armónicas tanto pares como impares como se plantea en la Figura 4.8.

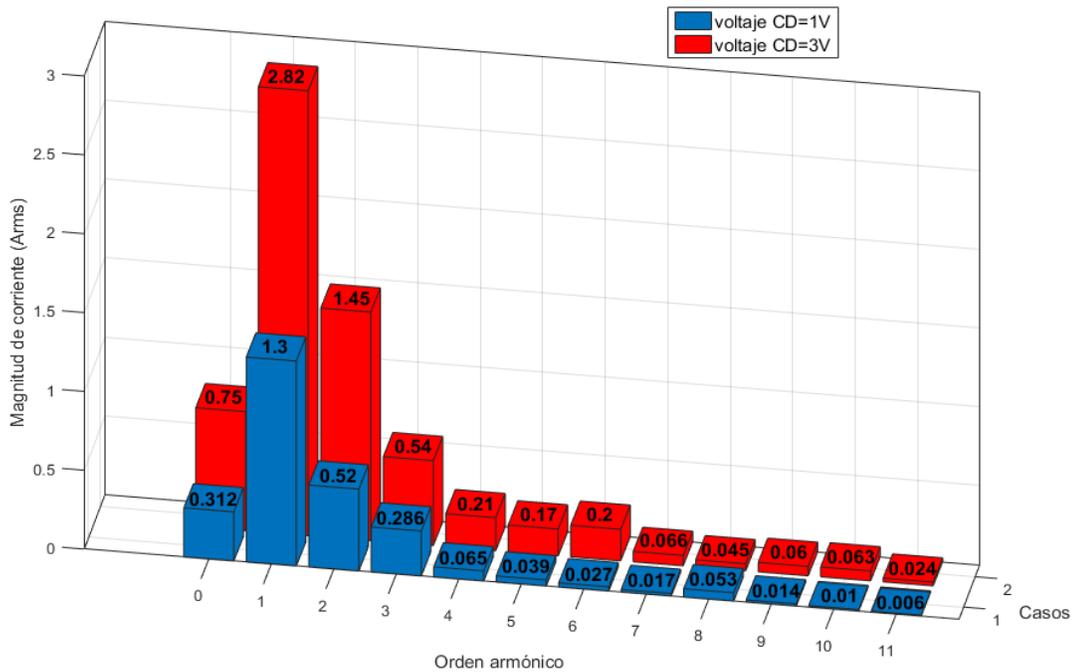


Figura 4.7 Espectro de frecuencias de la corriente de excitación con polarización CD.

En el espectro de magnitud anterior se observa como la armónica de segundo orden es la que más afecta en la distorsión de la señal para ambos niveles de voltaje CD. Además de la segunda aparecen la cuarta y la sexta como armónicas pares, y la componente cero con magnitudes que pueden afectar la forma de onda de la señal de corriente.

No se realizó un análisis más exhaustivo y solo se trabajó con estos dos niveles de voltaje CD, debido a que una de las recomendaciones que se plantean en este trabajo de investigación es seguir abordando en las consecuencias de este tipo de polarización.

4.3. Reconstrucción de la forma de onda

Una de las formas de comprobar la eficiencia de la FFT es recuperar la forma de onda de la señal original de corriente y ver si el número de muestras seleccionado ($N = 2^{20}$) para determinar el espectro de frecuencia fue el idóneo.

La expresión (4.11) fue la que se utilizó una vez obtenidas las componentes espectrales de magnitud y fase para recuperar la señal.

$$i_{\phi}(t) = \sum_{n=1}^N I(n) \text{sen}(n\omega t + \alpha(n)) \tag{4.11}$$

En la Figura 4.5 se observa la onda de las corrientes recuperadas y las obtenidas usando el ciclo de histéresis real y los distintos niveles de voltaje.

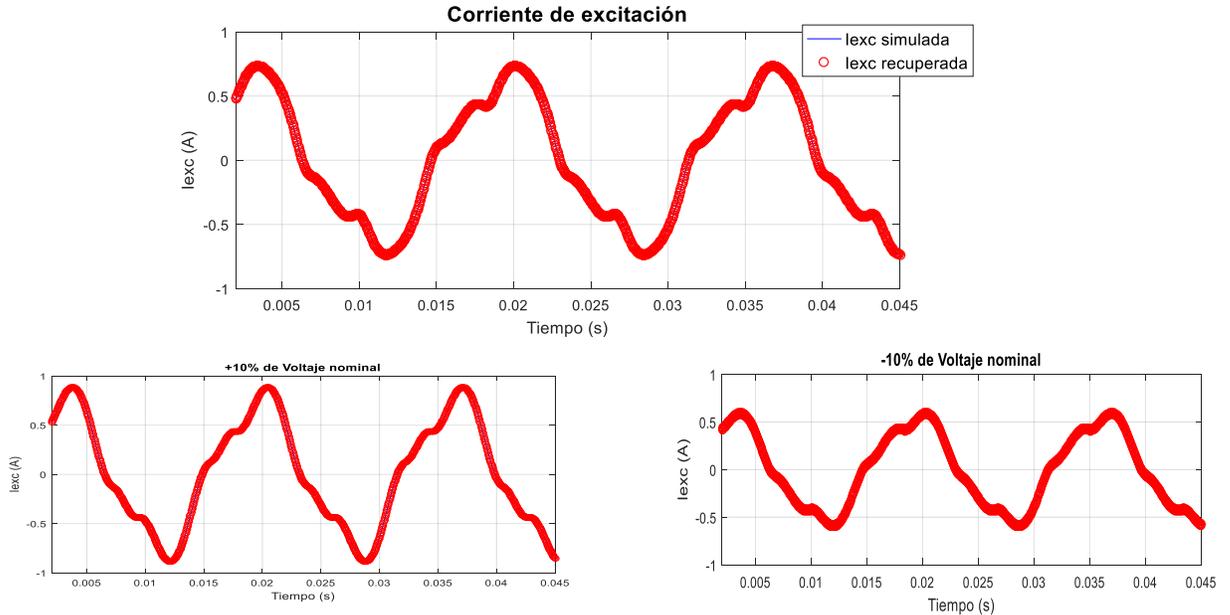


Figura 4. 8 Comparación entre la corriente de excitación obtenida y la recuperada para curva de histéresis real.

Para un análisis cuantitativo de los resultados obtenidos se encontró el error cuadrático medio entre las dos señales, original y recuperada utilizando el comando *immse* del Matlab. Los resultados de la Tabla 4.4 muestran errores muy por debajo del 0.01%, lo que permite concluir que el N utilizado en las simulaciones fue correcto.

Condición de la curva B-H	Voltaje de entrada (rms)	Error (%)
Histéresis real	Vnom	3.3969×10^{-9}
	+10% de Vnom	9.837×10^{-10}
	-10% de Vnom	2.147×10^{-9}
Histéresis delgada	Vnom	8.71×10^{-10}
	+10% de Vnom	5.699×10^{-9}
	-10% de Vnom	1.851×10^{-9}
Histéresis ancha	Vnom	6.55×10^{-9}
	+10% de Vnom	3.601×10^{-9}
	-10% de Vnom	3.83×10^{-9}

Tabla 4.4 Error cuadrático medio entre las señales obtenidas y las recuperadas para todos los casos de estudio.

CAPÍTULO V: VALIDACIÓN DEL MODELO IMPLEMENTADO Y CASOS DE ESTUDIO

5.1. Introducción

Por su alto nivel de prestaciones, por ser un software muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo, se escogió Matlab para validar los resultados obtenidos.

Dentro del entorno de programación visual de Matlab (Simulink) existen varios modelos de transformadores capaces de representar con gran precisión el comportamiento de esta máquina estática desde las consideraciones más sencillas (caso ideal) hasta las más complejas, que nos acercan a un comportamiento real. Se eligió un transformador no lineal capaz de modelar internamente el ciclo de histéresis a través del método de Jiles-Atherton, lo que permitirá validar tanto los modelos de histéresis simulados, como la corriente de excitación obtenida.

5.2. Modelo del transformador no lineal del Simulink

El bloque de transformador no lineal en Simulink representa un transformador con núcleo no ideal. El núcleo puede ser no ideal debido a sus propiedades magnéticas y dimensiones. En la Figura 5.1 se muestra la topología de circuito equivalente utilizado, donde se separa el primario del secundario.

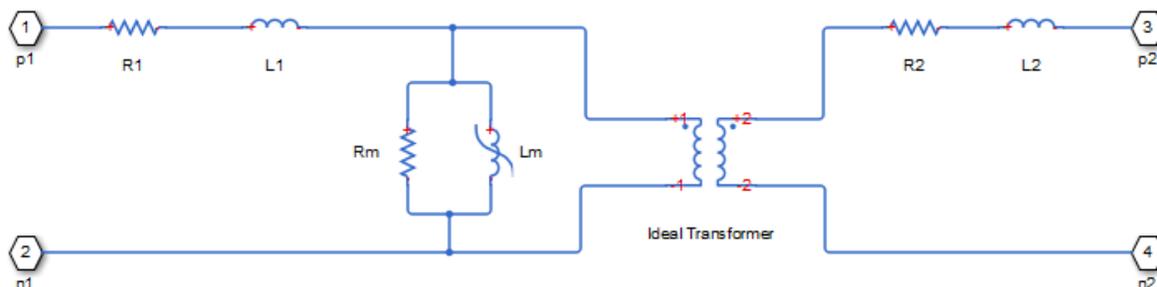


Figura 5.1 Circuito equivalente del bloque del transformador no lineal.

El bloque del inductor no lineal L_m proporciona varias opciones de parametrización:

- Inductancia simple (lineal).
- Punto de saturación.

- Flujo magnético v.s característica de corriente.
- Densidad de flujo magnético v.s fuerza de campo magnético.
- Densidad de flujo magnético v.s fuerza de campo magnético con histéresis.

Una vez seleccionada esta última opción que contempla el ciclo de histéresis calculado mediante el método J-A, a partir de las ecuaciones descritas en el Capítulo 2 se introducen los parámetros iniciales del mismo.

Nonlinear Transformer

Represents a transformer that can be modeled with varying levels of nonlinearity.

The parameters on the Initial Conditions tab are used to set the initial current or flux for each of the inductors. Note that these values are not used if the solver configuration is set to Start simulation from steady state.

The parallel conductances on the Parasitics tab represent small parasitic effects. Small parallel conductances may be required for the simulation of some circuit topologies.

Settings

Main Magnetization Initial Conditions Parasitics

Magnetization resistance:	561	Ohm
Magnetization inductance parameterized by:	Magnetic flux density versus field strength characteristic with hysteresis	
Effective length:	0.248	m
Effective cross-sectional area:	17.48e-4	m ²
Anhyseretic B-H gradient when H is zero:	0.005	m*T/A
Flux density point on anhyseretic B-H curve:	0.6	T
Corresponding field strength:	47.74	A/m
Coefficient for reversible magnetization, c:	0.05	
Bulk coupling coefficient, K:	313	A/m
Inter-domain coupling factor, alpha:	0.95e-3	

Figura 5. 2 Parámetros iniciales de la rama de magnetización considerando la histéresis del bloque transformador no lineal.

5.3. Característica de magnetización a partir de mediciones y comparación

Con el objetivo de comprobar que el ciclo de histéresis calculado por el bloque del transformador no lineal internamente sea el correcto, se diseñó un circuito electrónico de prueba de prueba electrónico tomando como base las propiedades del Amplificador Operacional Integrador y las señales de salida del propio transformador, Figura 5.3.

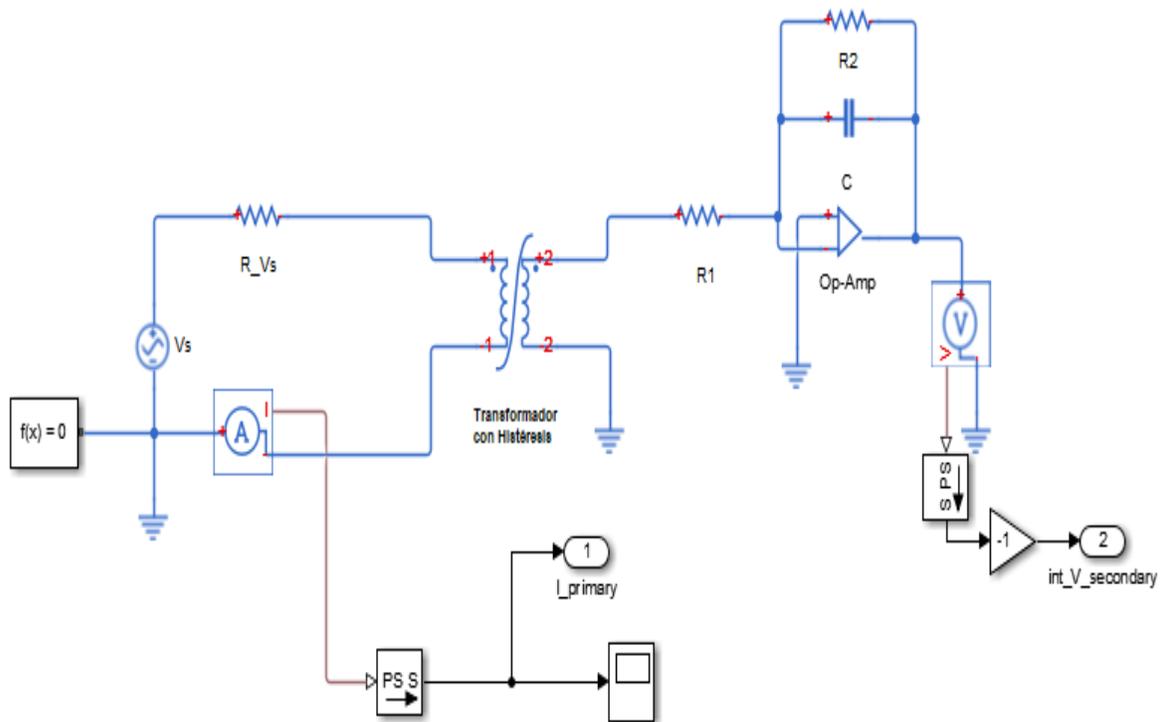


Figura 5.3 Circuito del transformador con un Aop implementado a la salida.

Un amplificador integrador realiza la función matemática de la integración, es decir la señal de salida es la integral de la señal de entrada. El circuito es como se muestra en la Figura 5.4.

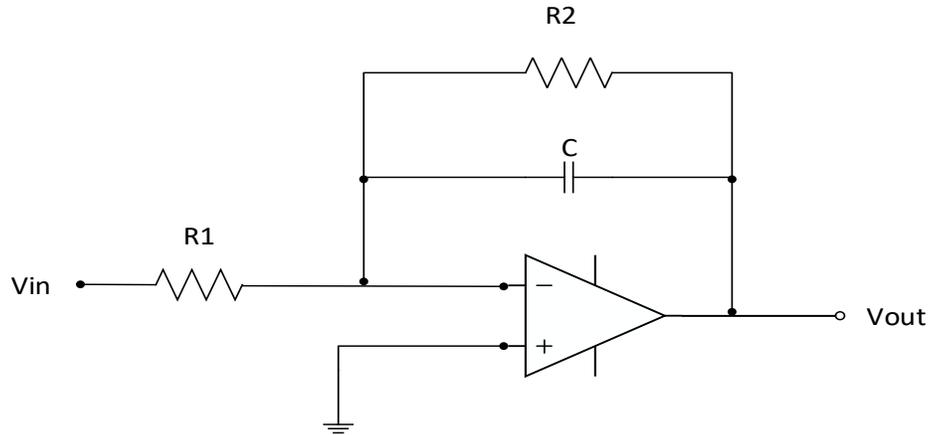


Figura 5.4 Circuito del Aop integrador.

La ecuación de salida es la siguiente:

$$V_{out} = \int -\frac{V_{in}}{R_1 C} dt + V_{inicial} \quad (5.1)$$

donde asumiendo que $V_{inicial} = 0$ y reajustando la ecuación se tiene:

$$-V_{out} (R_1 C) = \int V_{in} dt \quad (5.2)$$

En la Ley de Faraday se plantea que:

$$\phi = \frac{1}{N_2} \int V_e dt \quad (5.3)$$

Como $V_{in} = V_e$, luego sustituyendo (4.2) en (4.3) se obtiene:

$$\phi = -\frac{V_{out} (R_1 C)}{N_2} \quad (5.4)$$

Una vez teniendo el flujo magnético en función del voltaje de salida del amplificador operacional integrador, se pueden calcular la H y la B del transformador a partir de variables medidas como se muestra en las ecuaciones (4.5) y (4.6).

$$H = \frac{F_{mm}}{l_e} \quad \longrightarrow \quad H = \frac{N_1 I_{primaria}}{l_e} \quad (5.5)$$

$$B = \frac{\phi}{A_e} \quad \longrightarrow \quad B = -\frac{V_{out}(R_1 C)}{N_2 A_e} \quad (5.6)$$

La Figura 5.5 refleja los resultados obtenidos para una característica de magnetización planteada, donde se observa la gran similitud entre las dos curvas, la de azul es la curva de histéresis a partir de parámetros internos del bloque del transformador no lineal y la curva roja es la obtenida a partir de las expresiones (5.5) y (5.6) donde las variables $I_{primaria}$ y V_{out} se conocen mediante mediciones en el circuito de prueba electrónico. En la Figura 5.5 solo se percibe una ligera diferencia debido quizás a las fugas y pérdidas por corrientes parásitas, pero dentro de las tolerancias adecuadas. Este resultado permite comprobar que el bloque de transformador no lineal del Simulink realiza un cálculo adecuado del ciclo de histéresis, dependiendo de los parámetros iniciales que se le introduzcan.

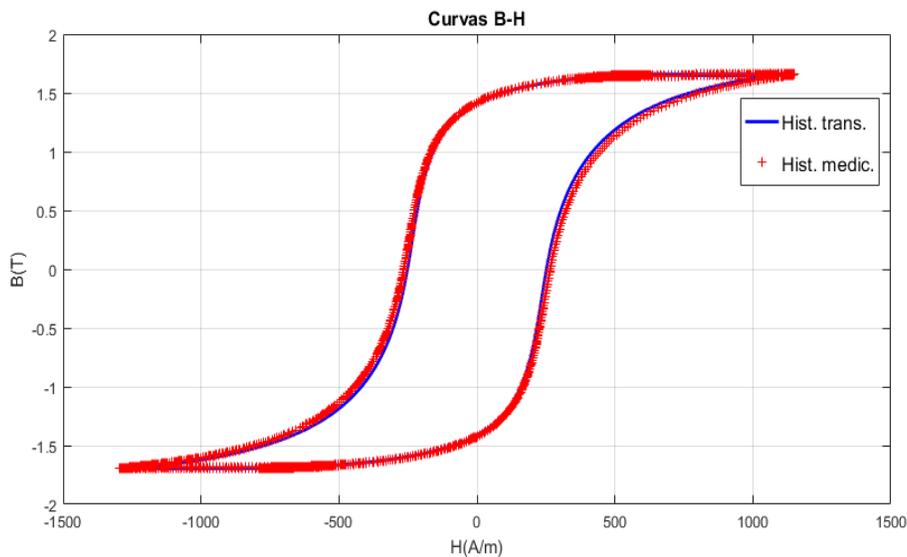


Figura 5.5 Comparación de curvas de histéresis obtenidas a partir del modelo del transformador no lineal y mediciones del circuito electrónico.

5.4. Comparación de los ciclos de histéresis

En el Capítulo II de este trabajo de investigación se reportaron los cinco parámetros iniciales que se utilizaron para el cálculo a través del método de J-A de las tres curvas de histéresis utilizadas en los distintos casos de estudio. Estos mismos parámetros fueron introducidos en el bloque de transformador no lineal del Simulink para realizar una comparación entre los ciclos de histéresis programados y los obtenidos a través del bloque,

y de esta forma poder validar el método de J-A implementado. De la Figura 5.6 a la 5.8 se muestran los resultados.

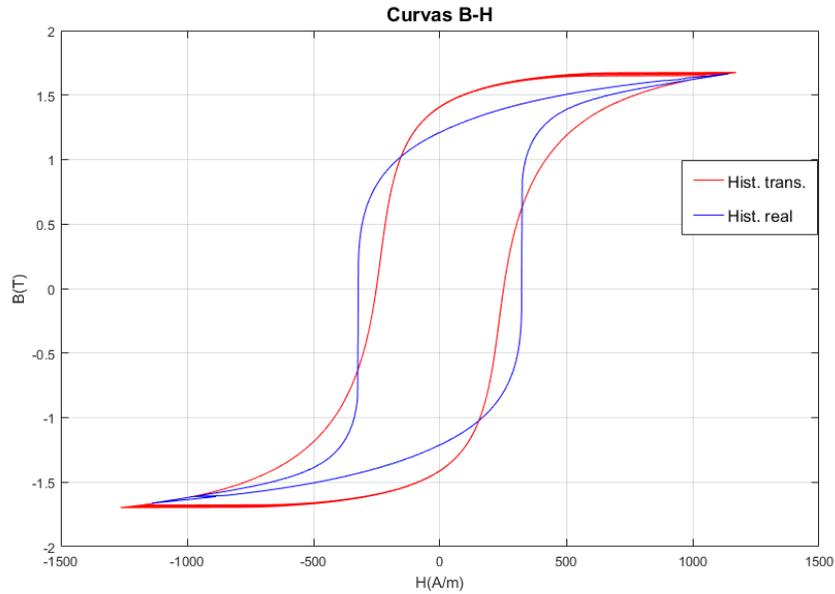


Figura 5.6 Comparación de la curva de histéresis real y las obtenidas a partir del bloque del transformador no lineal.

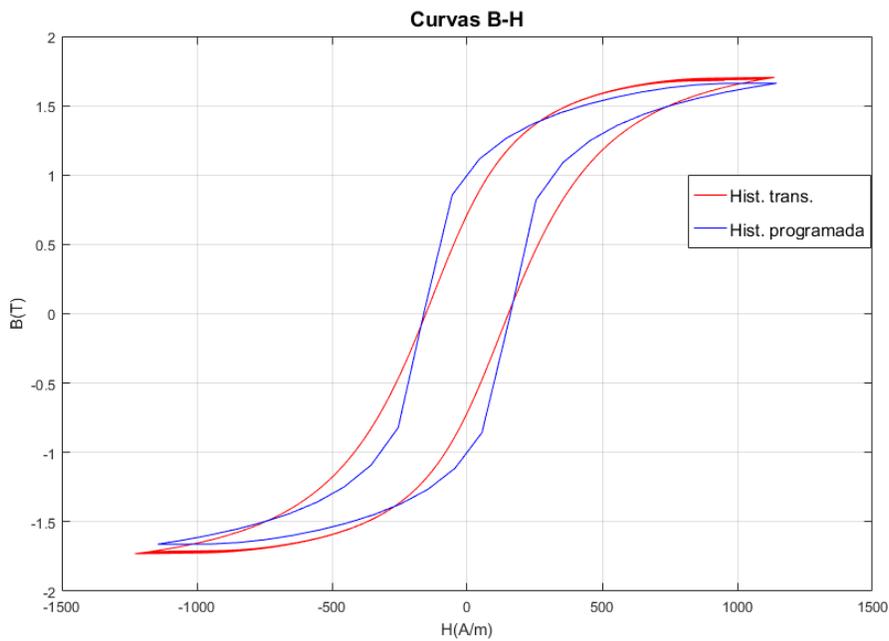


Figura 5.7 Comparación de la curva de histéresis delgada y las obtenidas a partir del bloque del transformador no lineal.

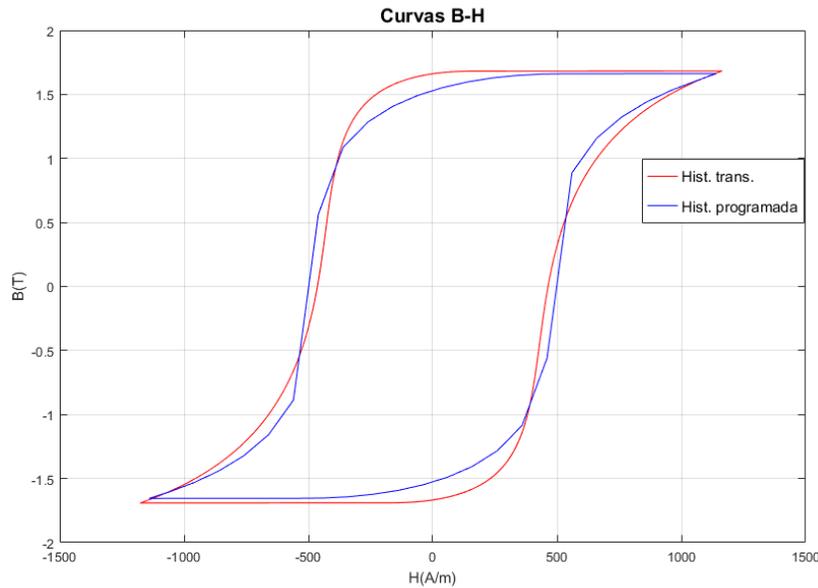


Figura 5.8 Comparación de la curva de histéresis ancha y las obtenidas a partir del bloque del transformador no lineal.

En la Tabla 5.1 de igual forma que se realizó en la sección 2.5 se muestran los puntos más relevantes de los ciclos de histéresis implementados en las simulaciones y los obtenidos por el bloque de transformador no lineal, como una forma de validar los resultados obtenidos. Se calculó el error relativo de cada punto con respecto a la curva simulada correspondiente.

Histéresis	H_{sat}	E (%)	B_{sat}	E (%)	B_r	E (%)	H_c	E (%)
Real Transf. no lineal	1141	4.8	1.66	1.2	1.21	16.5	323	20.1
	1196		1.68		1.41		258	
Delgada Transf. no lineal	1145	0.43	1.66	2.4	0.97	8.3	161	4.3
	1140		1.7		0.87		154	
Ancha Transf. no lineal	1140	2.01	1.66	1.2	1.53	4.5	464.1	7.3
	1163		1.68		1.6		498	

Tabla 5.1 Comparación entre las curvas de histéresis simuladas y las obtenidas en Simulink.

Realizando un análisis de los resultados obtenidos en la sección 2.5 y los mostrados en la tabla anterior para la curva real, se puede plantear que el código computacional realizado presenta menor margen de error que el bloque del transformador no lineal en el momento de calcular la curva de histéresis. Por otra parte, para los dos restantes casos, curva delgada y ancha, la diferencia de error nunca sobrepasa los 10pp. Es muy probable que esta diferencia

de error se deba que al bloque del transformador no lineal del Simulink solo se le pueden introducir tres de los cinco parámetros iniciales que necesita el método de Jiles-Atherton (α , k y c), los otros dos parámetros (M_s y a) el bloque los calcula a partir de introducir los valores de dM_{an}/dH_e y un punto de la curva de magnetización $[H_l, B_l]$ y además se desconoce el procedimiento de cálculo que utiliza el Simulink.

5.5. Corriente de excitación, comparación entre resultados experimentales y simulados

En esta sección se validan algunos resultados de la corriente de excitación obtenida en los distintos casos de estudio, a partir del modelo de transformador seleccionado en Simulink y de mediciones reales que se realizaron en el laboratorio.

En la Figura 5.8 se muestran las corrientes de excitación obtenidas en el laboratorio, de forma simulada y a través del bloque del Simulink, para voltaje nominal y curva de histéresis real medida en laboratorio. Los resultados muestran que existe una buena similitud entre la señal obtenida en laboratorio y la obtenida a través del bloque del transformador no lineal, aunque la obtenida de forma simulada difiere un tanto de estas dos. En la Tabla 5.2 se observa de forma comparativa el valor máximo de la corriente, valor RMS y THD para las tres señales y se calcula el error tomando como base la medición real.

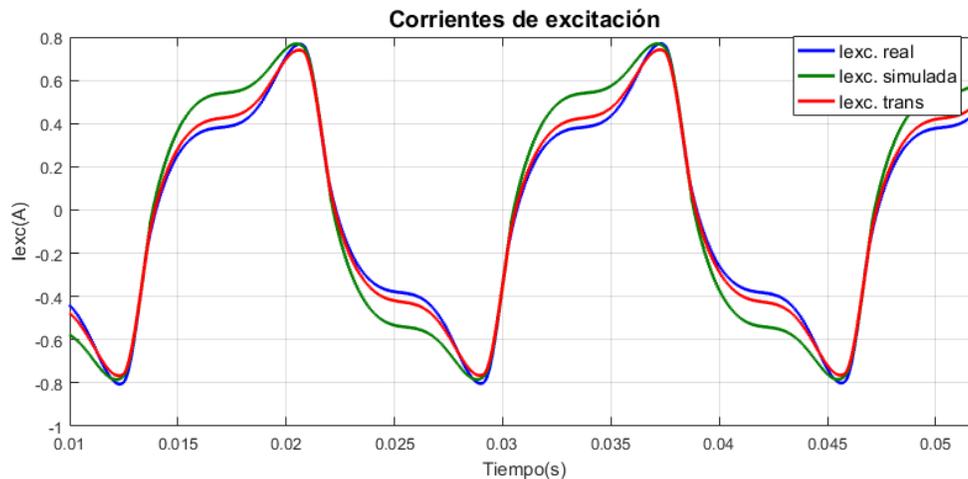


Figura 5.9 Comparación de resultados para corriente de excitación obtenida con curva de histéresis real.

Corriente de excitación	I _{max} (A)	Error (%)	I _{rms} (A)	Error (%)	THD (%)	Error (%)
Laboratorio	0.773	---	0.478	---	26.6	---
Simulada	0.77	0.21	0.507	2.05	22.68	2.77
Bloque transf. no lineal	0.768	0.35	0.472	0.42	26.2	0.28

Tabla 5. 2 Comparación de la I_{max} para resultado real y simulados.

Realizando un análisis de los datos de la Tabla 5.2 se observa como la corriente pico para las tres señales es casi la misma, mientras los valores de I_{rms} para las señales obtenidas en laboratorio y mediante el bloque de transformador no lineal disminuyen con respecto a la señal simulada lo que quiere decir que van a presentar mayor f_c . Esto también se puede corroborar ya que el valor de THD de la señal simulada es 4pp menor al presentado por las demás señales. Estas diferencias antes mencionadas dan lugar a que exista una ligera diferencia entre la corriente de excitación simulada y las obtenidas en laboratorio y con el bloque de transformador no lineal como se observa en la Figura 5.9.

Las Figuras 5.10 y 5.11 muestran los resultados obtenidos en cuanto a la comparación de la corriente de excitación para curva de histéresis delgada y ancha respectivamente, también a voltaje nominal, obtenidas a través de las simulaciones y el bloque de transformador no lineal como forma de validar los resultados obtenidos en los capítulos IV y V de este trabajo investigativo.

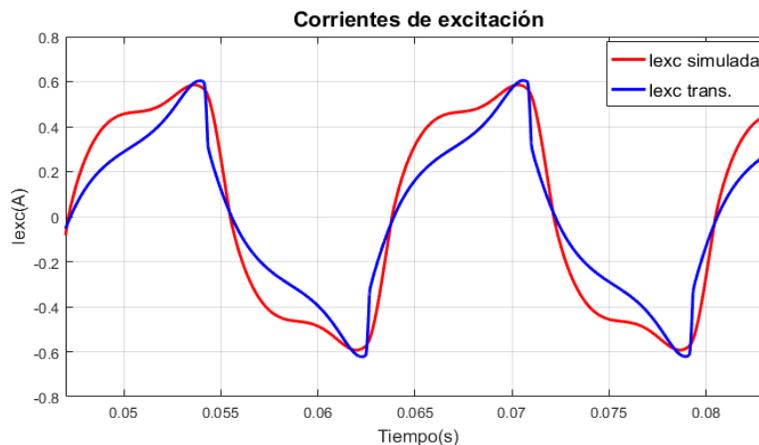


Figura 5. 10 Comparación de resultados para corriente de excitación obtenida con curva de histéresis delgada.

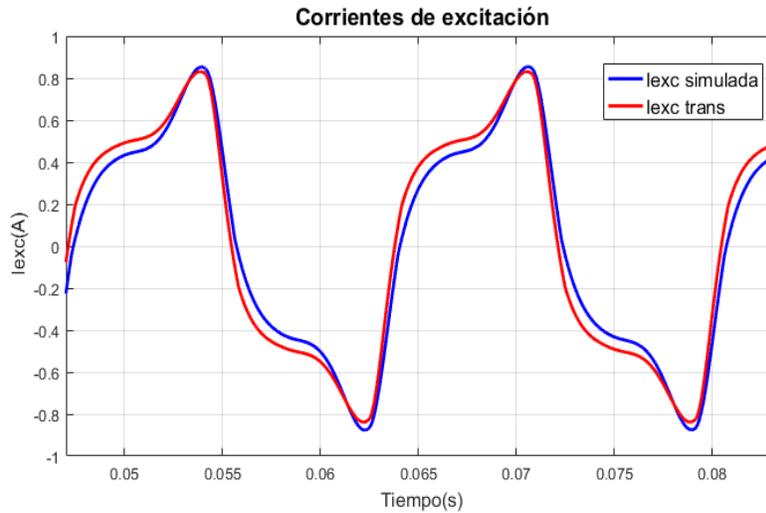


Figura 5. 11 Comparación de resultados para corriente de excitación obtenida con curva de histéresis ancha.

Curva de Histéresis	Corriente de excitación	I _{max} (A)	Error (%)	I _{rms} (A)	Error (%)	THD(%)	Error (%)
Delgada	Simulada	0.605	0.35	0.41	1.41	8.94	27.2
	Bloque transf. no lineal	0.6		0.39		12.8	
Ancha	Simulada	0.83	0.28	0.55	0.7	24.5	0.28
	Bloque transf. no lineal	0.826		0.54		24.9	

Tabla 5. 3 Comparación de la I_{max} para resultado real y simulados.

Los datos mostrados en la Tabla 5.3 permiten corroborar que los resultados obtenidos para el bucle delgado y ancho son buenos. Las señales difieren un tanto en cuanto a su forma de onda, lo que puede ser causado por las diferencias en los ciclos de histéresis mostrados y analizados anteriormente.

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

6.1. Conclusiones

La teoría de la histéresis ferromagnética de Jiles-Atherton es utilizada en el modelado de un transformador monofásico. Con décadas de desarrollo, el modelo J-A ha evolucionado a diferentes versiones, donde la realizada por el Dr. Li Zhen muestra un rendimiento preciso como se demostró en este trabajo de tesis. La obtención de los cinco parámetros iniciales del modelo J-A se realiza de forma iterativa, se deben tomar ciertas consideraciones para alcanzar resultados más precisos. Se comprobó el efecto que produce la variación de cada parámetro sobre el bucle de histéresis, lográndose modelar tanto ciclos delgados como anchos.

El comportamiento de la corriente de excitación está influenciado por la magnitud del voltaje aplicado y las características del ciclo de histéresis. Una variación en el voltaje de entrada provoca cambios de igual forma en el pico de corriente; en cuanto al contenido armónico sólo se aprecian las componentes impares, la fundamental, tercera, quinta y séptima armónica varían de igual manera que el voltaje pero no de forma proporcional, las armónicas de orden superior no presentan un patrón fijo cuando ocurren estas variaciones. Un cambio simétrico en el ciclo de histéresis en cuanto a su espesor traerá consigo los mismos cambios en la forma de onda de la corriente de excitación además de un ligero aumento o disminución de su valor máximo. Respecto al contenido armónico los THD_{II} para las tres curvas varían conforme lo hace el voltaje de entrada del transformador y fueron un tanto elevados, aunque los valores más bajos se experimentaron cuando se adelgazó la curva de histéresis.

Un transformador bajo polarización CD va a experimentar cambios en su ciclo de histéresis y por ende en la corriente de excitación. El bucle de histéresis deja de ser simétrico, estrechándose en su semiciclo negativo y saturándose en el semiciclo positivo, a medida que se aumenta el voltaje CD estas condiciones se van agudizando. La corriente de excitación también deja de ser simétrica creándose picos que tienden a un valor único, aumenta la distorsión de la forma onda indicando la aparición de armónicas tanto pares como impares donde el segundo y tercer armónicos son los que mayor magnitud presentan.

El modelo de transformador seleccionado en Simulink es capaz de calcular la histéresis magnética mediante las expresiones de Jiles-Atherton como se observó, aunque como parámetros iniciales solo contempla tres de los cinco que se necesitan, lo que puede provocar pequeñas variaciones en el ciclo de histéresis y por tanto en la corriente de excitación.

6.2. Aportaciones

- Se implementó un algoritmo del método de Jiles-Atherton para la simulación del ciclo de histéresis de un transformador monofásico. El mismo permite obtener varios bucles variándole sus parámetros de entrada.
- Se realizó un análisis cualitativo del proceso de magnetización en núcleos ferromagnéticos.
- Se implementó un algoritmo para la simulación de la corriente de excitación capaz de considerar distintos bucles de histéresis, así como niveles de voltaje.
- Se analizó las consecuencias que provoca la polarización CD en el ciclo de histéresis y corriente de excitación de transformadores monofásicos.
- Se obtuvo las componentes espectrales, factor de cresta y factor de distorsión de la corriente de excitación para distintos casos de estudio, permitiendo analizar sus efectos en la calidad de la energía.

6.3. Trabajos futuros

- Considerar un modelo de histéresis dinámica para representar la curva de magnetización.
- Representar el ciclo de histéresis utilizando la teoría de Preisach, que es el otro método mayormente usado, y comparar con los resultados obtenidos en este trabajo de tesis.
- Realizar el cálculo del circuito magnético equivalente del transformador haciendo uso del Método de Elementos Finitos, que es capaz de modelar con precisión el campo de fuga.

- Realizar un modelo de transformador que contemple la saturación asimétrica del núcleo debido a la presencia de corrientes inducidas geomagnéticamente y analizar cómo afecta a la corriente de excitación.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] H. Andrei, P. C. Andrei, L. M. Constantinescu, R. Beloiu, E. Cazacu, and M. Stanculescu, “Electrical power systems,” *Power Syst.*, pp. 3–47, 2017.
- [2] A. Rezaei-Zare, R. Iravani, M. Sanaye-Pasand, H. Mohseni, and S. Farhangi, “An accurate hysteresis model for ferroresonance analysis of a transformer,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 23, no. 3, pp. 1448–1456, 2008.
- [3] H. Garcia and M. Madrigal, “Dynamic harmonic analysis of transformers,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 9, no. 7, pp. 1045–1050, 2011.
- [4] M. Digalovski, K. Najdenkoski, and G. Rafajlovski, “Impact of current high order harmonic to core losses of three-phase distribution transformer,” *IEEE EuroCon 2013*, no. July, pp. 1531–1535, 2013.
- [5] S. H. Hosseinian and B. Vahidi, “Transformer no-load current wave shape considering core loss,” in *TENCON 2007 - 2007 IEEE Region 10 Conference*, 2007, pp. 1–4.
- [6] J. Ramírez-Niño, C. Haro-Hernández, J. H. Rodríguez-Rodríguez, and R. Mijarez, “Core saturation effects of geomagnetic induced currents in power transformers,” *J. Appl. Res. Technol.*, vol. 14, no. 2, pp. 87–92, 2016.
- [7] M. Luo, D. Dujic, and J. Allmeling, “Leakage flux modelling of multi-winding transformer using permeance magnetic circuit,” *Conf. Proc. - IEEE Appl. Power Electron. Conf. Expo. - APEC*, vol. 2016-May, pp. 1108–1114, 2016.
- [8] B. Kawkabani, G. Rosselet, and J.-J. Simond, *Combined Analytical-Numerical Approach for the Modeling and Analysis of Three-phase Transformers*. 2006.
- [9] M. Freiburg and F. Jenau, “Measurement and computation of the excitation curve and loss angle of instrument voltage transformers,” in *2013 48th International Universities’ Power Engineering Conference (UPEC)*, 2013, pp. 1–5.
- [10] X. Dong, Z. Liu, and B. Liu, “Simulating analysis of magnetization characteristic curve and exciting current of transformer on DC bias,” *DRPT 2011 - 2011 4th Int. Conf. Electr. Util. Deregul. Restruct. Power Technol.*, pp. 1848–1851, 2011.
- [11] A. Khanna, “Application of ATP-EMTP in determination of optimal settings for differential protection IEDs under CT saturation,” *IET Conf. Publ.*, vol. 2016, no. CP671, 2016.
- [12] X. Li, “Mathematical Model for Current Transformer Based On Jiles-Atherton Theory and Saturation Detection Method,” 2016.

- [13] S. D. Cho, “Parameter Estimation for Transformer Modeling,” *Michigan Technol. Univ.*, p. 226, 2002.
- [14] J. Cale, S. D. Sudhoff, and L. Q. Tan, “Accurately modeling el core inductors using a high-fidelity magnetic equivalent circuit approach,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 1, pp. 40–46, 2006.
- [15] M. Amrhein and P. T. Krein, “Magnetic equivalent circuit simulations of electrical machines for design purposes,” *IEEE Electr. Sh. Technol. Symp. ESTS 2007*, pp. 254–260, 2007.
- [16] J. Izydorczyk, “A New Algorithm for Extraction of Parameters of Jiles and Atherton Hysteresis Model,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 10, pp. 3132–3134, 2006.
- [17] J. B. Padilha, P. Kuo-Peng, N. Sadowski, J. V. Leite, and N. J. Batistela, “Restriction in the determination of the Jiles-Atherton hysteresis model parameters,” *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 442, pp. 8–14, 2017.
- [18] J. and Atherton, “Theory of ferromagnetic hysteresis,” *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 61, pp. 48–60, 1986.
- [19] D. C. Jiles, J. B. Thoelke, and M. K. Devine, “Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modeling of Magnetic Properties Using the Theory of Ferromagnetic Hysteresis,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, no. 1, pp. 27–35, 1992.
- [20] Z. Li, Q. Li, C. Li, Q. Sun, and J. Lou, “Queries on the J-A modeling theory of the magnetization process in ferromagnets and proposed correction method,” *Zhongguo Dianji Gongcheng Xuebao/Proceedings Chinese Soc. Electr. Eng.*, vol. 31, pp. 124–131, Jan. 2011.
- [21] M. P. J. TOSS, “Modelado y simulación en una transformación trifásica a base de unidades monofásicas bajo diferentes tipos de conexión para estudiar la corriente de excitación, el flujo magnético y la tensión inducida,” *Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica, UNAM*, p. 167, 2018.
- [22] Nicola Chiesa, *Power Transformer Modeling for Inrush Current Calculation*. 2010.
- [23] E. P. Dick and W. Watson, “Transformer Models for Transient Studies Based on Field Measurements,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-100, no. 1, pp. 409–419, 1981.
- [24] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, and S. D. Umans, “MÁQUINAS ELÉCTRICAS Sexta edición,” 2004.
- [25] L. D. BORRILL, “DUALITY DERIVED TOPOLOGICAL MODEL OF SINGLE PHASE FOUR LIMB TRANSFORMERS FOR GIC AND DC BIAS STUDIES,” no. abril 2017, 2017.

-
- [26] X. Zhou, Z. Zhou, Y. Ma, and D. Wu, “Analysis of excitation current in DC-biased transformer by wavelet transform,” *Prz. Elektrotechniczny*, vol. 88, no. 5 B, pp. 108–112, 2012.
- [27] W. Hanli *et al.*, “Saturation characteristics of a transformer under DC bias and their influence on the distribution of DC current in an AC power grid,” *IEEJ Trans. Electr. Electron. Eng.*, vol. 14, no. 2, pp. 231–237, Feb. 2019.
- [28] J. A. A. Camarena, “Modelado y Simulación de Transformadores de Corriente con el Programa EMTP/ATP,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 2, no. 3, pp. 201–205, 2004.
- [29] L. M. Lobo, “Modelo de transformadores en saturación utilizando funciones de cálculo de parámetros en EMTP-RV,” *Rev. Ing.*, vol. 24, no. 2, pp. 105–116, 2014.
- [30] L. D. Aréchiga and F. Aboytes, “Modelado de Transformadores en Sistemas de Potencia,” *UANL, FIME, DIE-87-06*, 1987.

APÉNDICES

A.1. Método de Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson se basa en un método iterativo general, en este trabajo se empleó para obtener la raíz de una ecuación donde se desea despejar una variable que no se puede realizar de forma analítica.

Considérese la ecuación (A.1) cuya raíz r se desea hallar. La función $f(x)$ se supone derivable todas las veces necesarias en las proximidades de r . Si (A.1) se multiplica por una constante $A=0$ y se suma x en cada miembro, se obtiene la ecuación equivalente (A.2).

$$f(x) = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$x = x + Af'(x) \quad (\text{A.2})$$

La ecuación se ha escrito de la forma $x=g(x)$, donde $g(x)=x+af(x)$. La idea es hallar un valor de A tal que la derivada de $g(x)$ sea muy pequeña en valor absoluto en las proximidades de r . Derivando se obtiene:

$$g'(x) = 1 + Af'(x) \quad (\text{A.3})$$

Para $x=r$ se tiene:

$$g'(r) = 1 + Af'(r) \quad (\text{A.4})$$

A menos que $f'(r)$ se anule, se puede seleccionar un valor de A para el cual sea $g'(r)=0$. En efecto:

La ecuación (A.2) quedaría entonces como:

$$x = x - \frac{f(x)}{f'(r)} \quad (\text{A.5})$$

la cual define el proceso iterativo:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(r)} \quad (\text{A.6})$$

el cual posee una velocidad de convergencia muy alta, debido a que los valores de la derivada de $g(x)$ en un entorno de r son muy próximos a cero. El tamaño del entorno estaría limitado por la proximidad de x_0 a r .

Para asegurar la convergencia del método debe cumplirse que:

- Sea r la única raíz de $f(x)=0$ en el intervalo $[a,b]$.
- Sean $f'(x)$ y $f''(x)$ continuas y no nulas en $[a,b]$.
- Sea x_0 un elemento de $[a,b]$ tal que $f(x_0)f''(x_0)>0$.

A.2. Código para la obtención de parámetros iniciales del método Jiles-Atherton

En esta sección se presenta el código que se desarrollo para la obtención de los cinco parámetros iniciales del método de Jiles-Atherton.

```
% Obtención de Parámetros iniciales para el método J-A
clc
clear all
close all
% Datos iniciales
Mm=1546000;
Xin=57;
Xan=1307;
Hc=467;
XHc=1208;
Mr=503000;
XMr=852;
Xmax=14.3;
Hm=10000;
Xm=14.3;
% condiciones iniciales
Ms=1.7e6;
alpha=1.4e-3; % valor inicial de alpha
% cálculo el valor de a a partir de alpha
a= Ms/3*(1/Xan+alpha);
tol1=1e-2;
% cálculo del valor de c
c=3*a*Xin/Ms;
sw1=0;
tmp=30;
while abs(tmp-a)>tol1
%cálculo de k
Man_Hc=Ms*(coth(Hc/a)-a/Hc);
dMan_Hc=Ms/a*(1-(coth(Hc/a))^2+(a/Hc)^2);
k= Man_Hc/(1-c)*(alpha+1/((1/(1-c))*Xmax-((c/(1-c))*dMan_Hc)))
% cálculo de valor alpha por newton
Man_Mr=Ms*(coth(alpha*Mr/a)-a/(alpha*Mr));
```

```

dMan_Mr=Ms/a*(1-(coth(alpha*Mr/a))^2+(a/(alpha*Mr))^2);

fun=@(x) -Mr+Man_Mr+k/((x/(1-c)+1/(XMr-c*dMan_Mr)));
x0=alpha;
options = optimset('Display','iter'); % show iterations
[x fval exitflag output] = fzero(fun,x0,options)
alpha=x;

% cálculo valor de a por newton:
tmp=a;
fun=@(y) -Mm+(Ms*(coth(Hm+alpha*Mm/y)-y/(Hm+alpha*Mm)))*(Mm-(1-
c)*k*Xm/(alpha*Xm+1));
y0=a;
options = optimset('Display','iter'); % show iterations
[y fval exitflag output] = fzero(fun,y0,options)
a=y;
end
disp(k)
disp(alpha)

```

A.3. Método de Runge Kutta de cuarto orden

En esta sección se muestra el método de Runge Kutta de cuarto orden utilizado para resolver la ecuación diferencial obtenida del circuito eléctrico del transformador en el Capítulo II. Tiene como expresión general:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (\text{A.7})$$

donde

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(x_i, y_i) \\
 k_2 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right) \\
 k_3 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right) \\
 k_4 &= f(x_i + h, y_i + k_3h)
 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

A.4. Código para el cálculo de los ciclos de histéresis a partir del método de Jiles- Atherton

En esta sección se expone el código implementado en Matlab para el cálculo de los diferentes ciclos de histéresis utilizados en este trabajo investigativo, calculados mediante el método de Jiles-Atherton.

```
% Código para el cálculo del Modelo de Jiles-Atheerton para los casos
presentados
% Autor: Fernando Y. Perez Muñoz
% Universidad Nacional Autónoma de México
clc
clear all
close all

% Preparando variables para el modelado
% Parámetros iniciales del modelo J-A
Ms=1.4e6;
a=345;
alpha=0.88e-3;
k=550;
c=0.88;

% Introduciendo el vector columna del campo magnético
H=[0:100:1125 1125:-100:-1125 -1125:100:1125]';
M0=0; % Valor inicial de la desmagnetización
SolverType=1
mi0=4.*pi.*1e-7;
% Creando los vectores de salida
% salida_1-M, salida_2-H, salida_3-B
n=size(H);
len=n(1);
col=n(2);
h=H;
M_salida=zeros(len,col);
H_salida=zeros(len,col);
B_salida=zeros(len,col);

% Condiciones iniciales
Mirr=0;
M=M0;
Man=0;
lastHe=0; % ultimo He

for i=2:len
    if( i < len)
        dH=h(i+1)-h(i);
        if(dH>0)
            delta=1;
        else
            delta=-1;
        end
    end
end
```

```

    end
  end
  H=h(i);
  He=H+alpha*Man;
  dHe=He-lastHe;
  Man=Ms*(coth((H+alpha*Man)/a)-a/(H+alpha*Man));
  dMan=Ms*dHe*(1-(coth((H+alpha*Man)/a)^2)+(a/(H+alpha*Man))^2)/a;
  dM=(1-c)*(Man-M)*dH+c*delta*k*dMan/(delta*k-alpha*(1-c)*(Man-M));
  dMirr=(dM-c*dMan)/(1-c);
  Mirr=Mirr+dMirr;
  M=c*Man+(1-c)*Mirr;
  lastHe=He;

  M_salida(i,:)=M;
  H_salida(i,:)=H;
  B_salida(i,:)=(mi0)*(M+H);

end

```

A.5. Transformador monofásico seleccionado

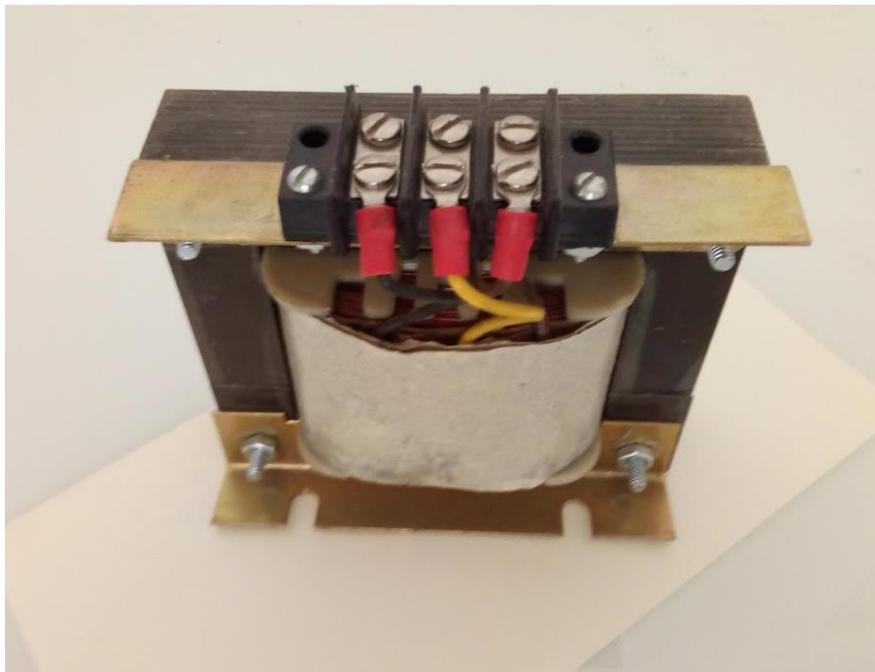


Figura A.1 Imagen frontal del transformador monofásico



Figura A.2 Imagen trasera del transformador seleccionado

A.6. Medición de corriente de excitación y voltaje primario en laboratorio del transformador monofásico

$I_{exc}(A)$							
-0.6545	0.10451	0.18151	0.3465	0.682	-0.088	-0.1595	-0.33
-0.6105	0.1265	0.18151	0.4015	0.6435	-0.1045	-0.165	-0.3795
-0.5665	0.13749	0.18699	0.4565	0.594	-0.1265	-0.1705	-0.4345
-0.517	0.1485	0.18699	0.5115	0.5445	-0.132	-0.1705	-0.4895
-0.462	0.15401	0.1925	0.561	0.4895	-0.1375	-0.176	-0.5445
-0.407	0.15951	0.198	0.6105	0.429	-0.1375	-0.1815	-0.5885
-0.3465	0.15951	0.198	0.649	0.3685	-0.143	-0.1815	-0.627
-0.286	0.16499	0.20351	0.6875	0.30799	-0.143	-0.1815	-0.6655
-0.231	0.16499	0.20899	0.715	0.25301	-0.1485	-0.187	-0.693
-0.1705	0.16499	0.21449	0.737	0.1925	-0.1485	-0.1925	-0.7095
-0.1155	0.16499	0.22	0.748	0.13749	-0.1485	-0.2035	-0.726

-0.066	0.1705	0.2255	0.759	0.08799	-0.154	-0.209	-0.7315
-0.022	0.1705	0.23649	0.759	0.04399	-0.154	-0.22	-0.7315
0.016492	0.176	0.2475	0.7535	0	-0.154	-0.2365	-0.7205
0.0495	0.176	0.275	0.737	-0.033	-0.1595	-0.2585	-0.7095
0.077	0.176	0.30799	0.7095	-0.0605	-0.1595	-0.2915	-0.682

Tabla A.1 Datos de la corriente de excitación medida en laboratorio.

$V_{\text{primario}}(V)$							
-3.4988	122.5	175.5	137.5	4.995	-120.9949	-174.0048	-136.0021
4.5	128.5	176.5	129.99	-3.0036	-126.4961	-174.9952	-129.0045
12.004	134	177	123	-11.0025	-132.5033	-175.5012	-121.9961
19.497	138.99	177.5	115	-18.4953	-137.0033	-175.9964	-113.502
27.495	143	177.5	105.5	-25.999	-140.9974	-175.9964	-104.5019
35	146.5	177.5	97	-33.5026	-145.0022	-175.9964	-95.5019
42.5	150.5	177.5	88	-40.9955	-148.9962	-175.9964	-86.5018
50.5	153.5	177	79	-49.0051	-151.9999	-175.5012	-77.997
59	156.5	176.5	71	-57.004	-155.0035	-174.9952	-69.9981
68	160	175.5	63.5	-66.4993	-157.9963	-174.0048	-61.504
77.5	163	174	55	-76.0053	-161.4951	-172.4976	-53.5052
86.5	166	171.5	47	-85.0054	-164.4987	-170.4952	-45.4955
95	168.5	168.5	38.5	-93.4995	-166.9964	-166.9964	-37.0015
102.99	170.5	162.5	30.004	-101.4983	-168.9988	-161.4951	-28.4966
110	172.5	154	21.499	-108.496	-171.0012	-153.0011	-20.0025
116.49	174	145	13.5	-114.9984	-172.4976	-144.001	-12.0037

Tabla A.2 Datos del voltaje primario medido en laboratorio.

A.7. Código implementado para la simulación de la corriente de excitación

```

%CODIGO DESARROLLADO PARA SIMULAR LA CORRIENTE DE EXCITACIÓN
%AUTOR: FERNANDO Y. PEREZ MUÑOZ
%UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
clc;
clear all;

% DATOS DE ENTRADA
t0=-30/60;
tf=3/60;
Ciclos=3;
N=13200; %Numero de muestras
h=(tf-t0)/N; %Paso de integracion
Vrms=127;
Vm=Vrms*sqrt(2); %Voltaje maximo
fhz=60;
W=2*pi*fhz;
Theta=0; %Angulo de la fase A
uo=4*pi*1e-7;
flux_almacenado=1e-16; %Flujo Almacenado
fluxmag(1)=flux_almacenado; %Estado Inicial

Np_127=262;
Ns_127=249;
lmFlux=0.248;
Area=0.001748;

Rnp=560.56;
Reqp=3.29;
Xeqp=0.001908303;

Rns=560.56;
Reqs=3.29;
Xeqs=0.001987752;

MAGCURVE_127_TA=[
-253,-10;
-220,-7.00;
-216,-6.7;
-203,-5.5;
-198,-5.10;
-191,-4.50;
-186,-4.00;
-182,-3.6;
-178,-3.2;
-173,-2.70;
-166,-2.05;
-158,-1.58;
-151,-1.25;
-111,-0.7;
-63.3,-0.19;
-38.00,-0.15;

```

```

0.1,0.00027;
38.00,0.15;
63.3,0.19;
111,0.7;
151,1.25;
158,1.58;
166,2.05;
173,2.70;
178,3.2;
182,3.6;
186,4.00;
191,4.50;
198,5.10;
203,5.5;
216,6.7;
220,7.00;
253,10];

% Curva B H
Voc=MAGCURVE_127_TA(:,1);
Ioc=MAGCURVE_127_TA(:,2);
B=Voc/(sqrt(2)*pi*fHz*Np_127*Area);
H=(Ioc*Np_127)/lmFlux;

t(1) = t0;
for i=1:N

    Bvar(i)=(fluxmag(i))/Area;
    Bvar(i)=abs(Bvar(i));
    %    Hvar(i)=interp1(B,H,Bvar(i));
    Hvar(i)=spline(B,H,Bvar(i));
    u(i)=(Bvar(i)/Hvar(i));

    % [LMAG(i),Peq7(i)]=lm(u(i),Np_127);
    A1=(1.9/100)*(4.6/100);
    A2=(3.8/100)*(4.6/100);
    l1=4.75/100;
    l2=7.6/100;

    PTadyizq=0.0;
    PTadyder=0.0;
    PTvizq=0.0;
    PTvder=0.0;

    Pyoke=(l1/(u(i)*A1))^-1;
    Pleg=(l2/(u(i)*A1))^-1;
    Pmleg=(l2/(u(i)*A2))^-1;
    Peq1=(Pyoke*Pleg)/(2*Pleg+Pyoke);
    Peq2=(Pyoke*Pleg)/(2*Pleg+Pyoke);
    Peq3=PTadyizq+PTadyder;
    Peq4=PTvizq+PTvder;
    Peq5=Peq1+Peq2;
    Peq6=(Peq5*Pmleg)/(Pmleg+Peq5);
    Peq7(i)=Peq6+Peq3+Peq4;

```

```

LMAG(i)=(Peq7(i))*Np_127^2;

%disp([t(i),Vm,LMAG(i),Peq7(i)]);
%Solucion de la ecuación diferencial
Req=3.29;
Rn=560.56;
Ia(i)=(Np_127*fluxmag(i))/LMAG(i);
Lambda(i)=fluxmag(i)*Np_127;
k1 = h*((1/(Np_127*((Req+Rn)/Rn)))*(Vm*cos(W*t(i)+Theta)-
((Req*Np_127*fluxmag(i))/(LMAG(i)))));
k2 = h*((1/(Np_127*((Req+Rn)/Rn)))*(Vm*cos(W*(t(i)+h/2)+Theta)-
((Req*Np_127*fluxmag(i))/(LMAG(i))))+0.5*k1));
k3 = h*((1/(Np_127*((Req+Rn)/Rn)))*(Vm*cos(W*(t(i)+h/2)+Theta)-
((Req*Np_127*fluxmag(i))/(LMAG(i))))+0.5*k2));
k4 = h*((1/(Np_127*((Req+Rn)/Rn)))*(Vm*cos(W*(t(i)+h)+Theta)-
((Req*Np_127*fluxmag(i))/(LMAG(i))))+k3));
fluxmag(i+1) = fluxmag(i) + (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/6;

Ia(i+1)=Ia(i);
Peq7(i+1)=Peq7(i);
LMAG(i+1)=LMAG(i);
t(i+1) = t0 + i*h;
u(i+1)=u(i);
Lambda(i+1)=fluxmag(i)*Np_127;
end

%Calculo de la derivada del flujo magnetico
diferencial=fluxmag;
diferencial(1)=((fluxmag(2))-fluxmag(1))/h;
for i=2:length(fluxmag)-1
    diferencial(i)=((fluxmag(i+1))-fluxmag(i-1))/(2*h);
end
diferencial(length(fluxmag))=(fluxmag(length(fluxmag))-
(fluxmag(length(fluxmag))))/(h);
dfluxdt=diferencial;

Eind=Np_127*dfluxdt;
E=Eind;
Irn=Eind/Rns;
I=Ia+Irn;
Eind_1=(Vm*cos(W*t+Theta))-(Req*I);
Vap=(Vm*cos(W*t+Theta));

%% GRAFICANDO
%Muestras de t=0 a tf=3/60 EQUIVALE A 3 CICLOS
xx=12001;
yy=13200;

figure(1) %Corriente de Excitacion
subplot(2,2,1)
plot(t(xx:yy),I(xx:yy),'b');
title('Corriente de excitación')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Iexc (A)')
grid on

```

```
figure(1) %Flujo Magnetico
subplot(2,2,3)
plot(t(xx:yy),fluxmag(xx:yy),'r');
title('Flujo Magnético')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Flujo (Wb)')
grid on
```

```
figure(1) %Voltaje de entrada
subplot(2,2,2)
plot(t(xx:yy),Eind_1(xx:yy),'k');
title('Voltaje Primario')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Voltaje (V)')
grid on
```