



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
ELÉCTRICA– INSTRUMENTACIÓN

OBTENCIÓN DEL PERFIL DE ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE GUÍAS DE ONDA
FABRICADAS MEDIANTE ESCRITURA DIRECTA LÁSER.

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ANA ELENA JUVIER AYALA

TUTOR PRINCIPAL
DR. AMADO MANUEL VELÁZQUEZ BENÍTEZ, ICAT-UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, NOVIEMBRE 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: (Dra. Rosete Aguilar Martha)

Secretario: (Dr. Rascón Estebané Caleb)

1er. Vocal: (Dr. Velázquez Benítez Amado Manuel)

2do. Vocal: (Dr. García Valenzuela Augusto)

3er. Vocal: (Dr. Qureshi Naser)

Lugar donde se realizó la tesis: Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, ICAT.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Velázquez Benítez Amado Manuel

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

En este apartado quiero agradecer de manera muy sincera y especial a los doctores Amado Velázquez y Augusto García por su apoyo incondicional, su disposición constante y su ayuda invaluable. Sus consejos y experiencia constituyeron la guía y el soporte necesarios para que el desarrollo de este proyecto fuera posible.

A mis padres, Noemi Ayala Brito y Walfrido Juvier Hernández. A mi hermana consentida María del Rosario Juvier Ayala. Gracias por estar siempre conmigo, por ser ese motor que me impulsa cada día a ser mejor persona.

A mis sinodales Augusto García, Martha Rosete, Naser Qureshi y Caleb Rascón por sus consejos y tiempo dedicado al perfeccionamiento de este trabajo.

A mis compañeros de generación y docentes que contribuyeron de forma significativa en mis conocimientos con sus ideas y disponibilidad.

A mis amigas que siempre mostraron su apoyo y preocupación por el desarrollo de este proyecto. En especial a Andrés Sarmiento por haber estado a mi lado en todo este proceso, por su paciencia, apoyo y cariño incondicional .

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México, en especial al Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, por brindarme la oportunidad de superarme personal y profesionalmente.

Agradezco al CONACYT por el apoyo de beca recibido a lo largo de la realización de mi maestría. También agradezco a DGAPA-UNAM por el financiamiento proveniente del proyecto PAPIIT IA104318 para la realización de las actividades mencionadas en este trabajo. También quiero agradecer al CONACYT por el financiamiento proveniente del proyecto Ciencia Básica No. 253754.

RESUMEN

En el laboratorio de “Microfabricación” del Grupo de Fotónica de Microondas existente en el Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT) de la UNAM, se fabrican guías de onda ópticas a través del método de escritura directa láser (*Direct Laser Writing en inglés, DLW*). El conocimiento del cambio del índice de refracción, Δn , inducido por el láser a la muestra es indispensable para comprender las propiedades de estas guías, permitiendo su correcto diseño y fabricación. En el presente trabajo se precisa construir un sistema que permita cuantificar el perfil de índice de refracción (*IR*) de guías de onda fabricadas mediante DLW.

Para lograr lo anterior se plantea aplicar microscopía por cuantificación de fase, a través de la ecuación de transporte de intensidad (*Transport Intensity Equation en inglés, TIE*), con un enfoque ópticamente simple para obtener indirectamente el perfil de índice de refracción de las guías de onda ópticas fabricadas. La solución de esta ecuación permite que la fase pueda ser recuperada cuantitativamente a partir de mediciones de imágenes de intensidad a varias distancias a lo largo del eje de propagación. Posteriormente se realiza el análisis del camino óptico de la luz al atravesar la estructura bajo estudio y, por último, a partir de este resultado, se determina la diferencia de índice de refracción con respecto al medio que rodea la guía.

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Motivación	1
1.2	Objetivos	1
1.3	Antecedentes	2
1.3.1	Técnicas aplicadas a la medición de perfil de índice de refracción.....	2
1.3.1.1	Ecuación de transporte de intensidad (TIE).....	2
2	DESARROLLO TEÓRICO	4
2.1	Guías de onda óptica	4
2.1.1	Guías de onda de bajo contraste de índice de refracción	6
2.2	Litografía por escritura directa láser.....	7
2.3	Microscopía por cuantificación de fase	8
2.4	Fundamentos teóricos sobre método de la TIE	9
2.4.1	Obtención de la ecuación de transporte de intensidad.....	12
2.4.2	Singularidades del método	15
2.5	Obtención del camino óptico (<i>OPL</i>).....	16
2.6	Obtención del perfil de índice de refracción.....	17
3	DESARROLLO EXPERIMENTAL	19
3.1	Montaje experimental.....	19
3.1.1	Instrumentación utilizada.....	20
3.2	Calibración del Sistema	22
3.2.1	Caracterización de la fuente	22
3.2.2	Escalamiento de pixeles a micrómetros.....	23
4	CARACTERIZACIÓN DE GUÍAS DE ONDA	25
4.1	Fibras ópticas estándar.....	25
4.1.1	Perfil de índice escalonado y camino óptico	26
4.1.2	Perfil de índice gradual y camino óptico	27
4.2	Validación del método	30
4.2.1	Preparación de muestras	30
4.2.2	Obtención de imágenes	31
4.2.3	Análisis de fibra con perfil de índice escalonado	34

4.2.4	Análisis de las fibras con perfil de índice gradual.....	41
4.2.5	Perfil de Δn fibra de índice gradual.....	46
4.3	Análisis experimental de guías de onda no conocidas.....	49
4.3.1	Fibras de pocos modos	49
5	CONCLUSIONES	56
ANEXOS	58
Anexo A	58
Anexo B	59
Anexo C	63
Anexo D	65
REFERENCIAS	66

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

El perfil de índice de refracción constituye un parámetro óptico de gran importancia para caracterizar ciertas estructuras, particularmente aquellas en las que sus propiedades refractivas resultan de gran interés y poco triviales de medir.

Entre los campos que reportan interés en la obtención de estas propiedades se encuentra la medicina. Su importancia reside en obtener el perfil de índice de refracción (n) de materiales celulares para caracterizar la composición y estructura de las células [1], información que puede ser útil en el diagnóstico de enfermedades. Por otro lado, conocer la diferencia de índice de refracción (Δn) resulta imprescindible en la caracterización de guías de onda, ya que a partir de este se pueden determinar las características críticas de la guía como son los perfiles de modo y las condiciones de propagación.

En el laboratorio de “Microfabricación” del Grupo de Fotónica de Microondas existente en el Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT) de la UNAM se fabrican guías de onda ópticas, de las cuáles se desea conocer como varía su índice de refracción. Este proyecto se basa en la implementación de un método robusto, no destructivo y práctico para la obtención de las características de índice de refracción de estas guías de onda.

1.2 Objetivos

Objetivo general:

Construir un sistema para cuantificar el perfil de índice de refracción de guías de onda ópticas utilizando microscopía por cuantificación de fase basada en la ecuación de transporte de intensidad. Esto se pretende utilizar para asistir la fabricación de guías de onda mediante escritura directa láser.

Objetivos específicos:

- Comprender los fundamentos de la técnica para determinar el perfil de índice de refracción en guías de onda.

- Aplicar microscopía por cuantificación de fase a través de la ecuación de transporte de intensidad.
- Obtener el perfil de índice de refracción a partir de los cambios de fase presentes en diferentes imágenes del elemento a caracterizar medidas para diferentes planos.
- Implementar una configuración experimental sencilla que permita la obtención de las imágenes de fase.
- Comprobar la validez del método bajo las condiciones propuestas a través de su aplicación en guías de onda comerciales.
- Aplicar el método en guías de onda fabricadas mediante la técnica de *DLW*.
- Consolidar una herramienta para la posterior aplicación del método en otras estructuras similares.

1.3 Antecedentes

En esta sección se aborda sobre los estudios reportados en la literatura para la medición del perfil de índice de refracción y la implementación de la TIE en estructuras de bajo contraste.

1.3.1 Técnicas aplicadas a la medición de perfil de índice de refracción

Para determinar el perfil de índice de refracción, han sido propuestas varias técnicas diferentes en términos de sensibilidad, resolución e implementación. Dentro de este grupo se pueden mencionar el método de escaneo Z [2], interferometría [3-5], generación del tercer armónico [6] y mezclado de ondas [7]. Las técnicas de interferometría y mezclado de ondas son potencialmente sensibles, pero requieren un aparato experimental relativamente complejo que incluye una fuente de luz con alta coherencia espacial y temporal. En especial para el análisis de fibras ópticas, la técnica estándar utilizada es el método de campo cercano refractado [8, 9]. Sin embargo, a pesar de ser ampliamente utilizado puede ser destructivo y requiere una calibración precisa para su correcto funcionamiento [10].

1.3.1.1 Ecuación de transporte de intensidad (TIE)

Un efecto significativo producido por la variación de IR en un medio, lo constituye la modulación de fase en el haz de luz que lo atraviesa. Este efecto ha traído como consecuencia el creciente desarrollo de técnicas para medir indirectamente los perfiles de IR. En este contexto, la TIE ofrece un método confiable,

robusto, no destructivo y práctico para la medición de perfiles de índice de refracción [11] en estructuras de bajo contraste, donde los efectos de dispersión y difracción resultan insignificantes, tales como: células [11-13], fibras ópticas [10, 14] y guías de onda fabricadas mediante *DLW* [15, 16]; siendo este último de particular interés para el desarrollo de este trabajo.

La ecuación de transporte de intensidad permite obtener la fase de forma directa, utilizando iluminación parcialmente coherente y requerimientos computacionales sencillos. Además, utiliza un arreglo experimental simple, constituyendo un enfoque más estable y técnicamente menos exigente que un interferómetro, el cual requiere coherencia espacial y temporal de la fuente óptica y es sensible a las condiciones ambientales [17]. Debido a estas ventajas, la TIE ha sido utilizada en varias aplicaciones como: recuperación de fase [17-19], metrología óptica [20-22], rayos X [23, 24], microscopía óptica [25, 26], medición de camino óptico [27] y medición de parámetros en materiales celulares [28, 29].

2 DESARROLLO TEÓRICO

El siguiente capítulo incluye los contenidos básicos necesarios para facilitar la comprensión del trabajo desarrollado. También se detalla sobre los fundamentos tanto físicos como matemáticos detrás de la obtención y aplicación de la TIE. Además, se aborda la teoría necesaria para conocer los conceptos y representación matemática del índice de refracción y el camino óptico, como se relacionan entre ellos y con la fase.

2.1 Guías de onda óptica

Las guías de onda son conductos dieléctricos con características físicas específicas que les permiten confinar la luz en un material de cierto índice de refracción (n) [1]. El confinamiento óptico en un material se realiza por la diferencia de índices de refracción (Δn) existente entre el medio de propagación y el medio que lo rodea. De forma general, el medio con mayor índice de refracción (núcleo) está embebido en un medio con menor índice (recubrimiento). La propagación a través de la guía de onda ocurre dentro del núcleo mediante el principio de reflexión total interna, pudiéndose propagar la luz largas distancias con pérdidas mínimas.

La reflexión total interna, como se ilustra en la figura (1), solamente se cumple al estar contenida la luz dentro de un medio de alto índice de refracción (n_1) rodeado por un medio de menor índice (n_2). También se debe cumplir que el ángulo de incidencia, θ_1 , respecto a la normal sea mayor o igual al ángulo crítico, θ_c .

El ángulo crítico se obtiene a partir de la ley de Snell. Este se determina al considerar que el ángulo de salida del rayo refractado, θ_2 , es igual a 90° con respecto a la normal [1]. Es decir, se considera que el haz de luz no atraviesa al segundo material, sino que se desvía propagándose justo en la interfaz de los dos materiales.

Se tiene entonces que:

$$n_1 \text{sen}(\theta_1) = n_2 \text{sen}(\theta_2), \quad (1)$$

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right). \quad (2)$$

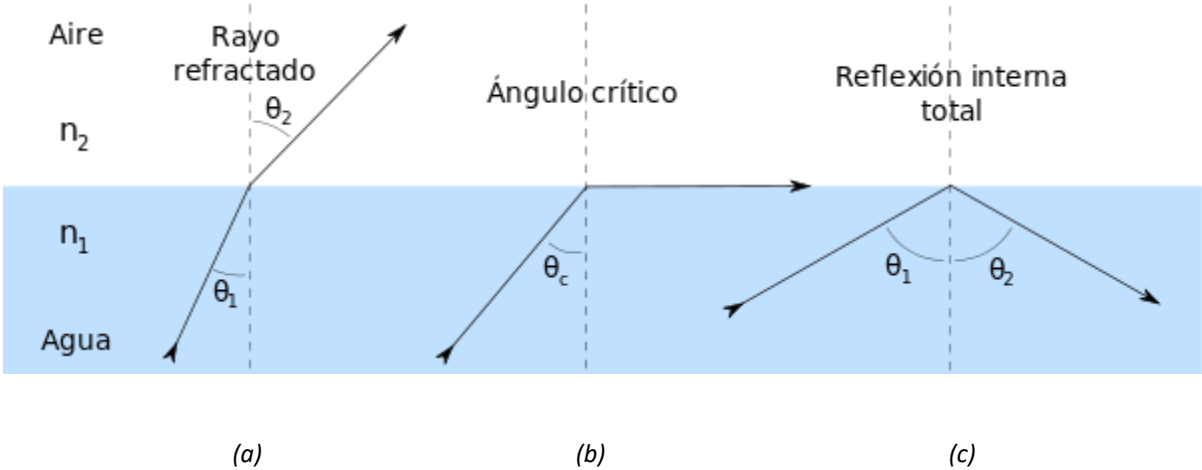


Figura 1 Reflexión total interna. Ángulo de incidencia, θ_1 , menor que el ángulo crítico (a), ángulo de incidencia igual al ángulo crítico (b) y ángulo de incidencia mayor que el ángulo crítico, reflexión total interna (c) [30].

Entre las guías de onda ópticas más utilizadas se encuentra la fibra óptica. Esta es una guía de estructura dieléctrica y de geometría cilíndrica. En una fibra óptica, el cambio de índice de refracción entre el núcleo y el revestimiento puede ser abrupto, fibras de perfil de índice escalonado, donde el valor de índice de refracción es uniforme en toda la sección transversal del núcleo (figura 2a). Mientras que en otros casos este cambio puede ser gradual, fibras de perfil de índice gradual, donde el valor de índice varía con la distribución radial dentro del núcleo de la fibra (figura 2b). Sus aplicaciones van desde las comunicaciones hasta en la construcción de sensores.

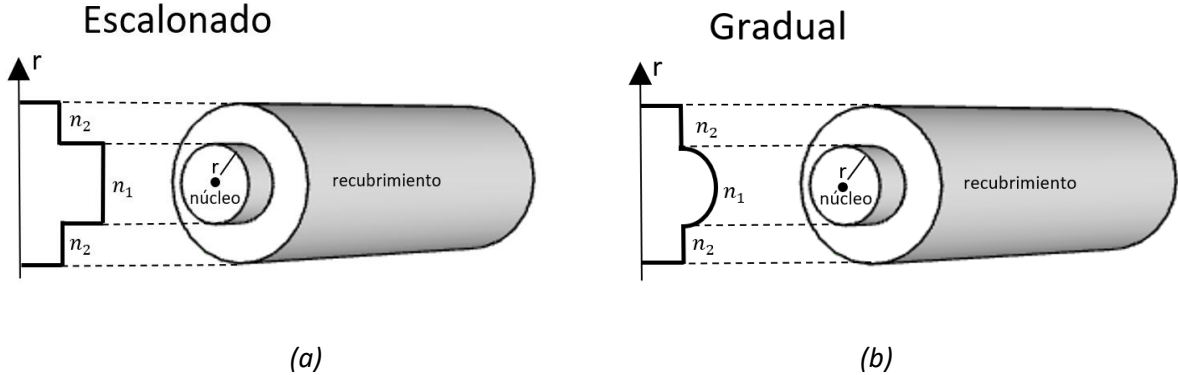


Figura 2 Perfil de índice de refracción de una fibra óptica . Escalonado (a) y gradual (b).

2.1.1 Guías de onda de bajo contraste de índice de refracción

El contraste de índice normalizado en una guía puede ser definido por:

$$\Delta \equiv \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \quad (3)$$

Cuando esta diferencia de índices de refracción es mucho menor que uno, se pueden definir a las guías de onda como guías de “bajo contraste” [3] (ej. fibras ópticas). Los valores típicos de Δ en este tipo de guías de onda están cercanos al orden de 1×10^{-3} . Esta consideración hace posible aproximar la ecuación (3) de la siguiente manera (anexo A):

$$\Delta \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (4)$$

Para definir con mayor certeza las características de las fibras ópticas, cabe mencionar que la variación de índice de refracción del núcleo en una fibra óptica puede ser generalmente descrita por la siguiente ecuación [31]:

$$n^2(r) = n_1^2 \left[1 - 2 \left(\frac{r}{a} \right)^p \Delta \right], \quad r < a. \quad (5)$$

Donde $n(r)$ es el valor de índice de refracción, r es la coordenada espacial cuyo valor máximo es el radio del núcleo a , Δ es el contraste de n , ecuación (4), y p es conocido como el parámetro de grado del perfil, figura (3).

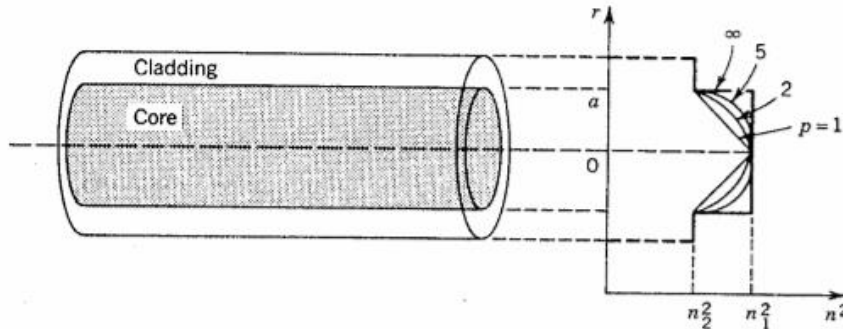


Figura 3 Variación del perfil de índice de refracción en el núcleo de las fibras ópticas

Como ilustra la figura anterior el tipo de perfil de índice de refracción, dígame el gradiente con el que varía depende del valor de p . Para $p = 1$ se obtiene un perfil lineal, mientras que para $p = 2$ se obtiene un perfil cuadrático y así sucesivamente. Cuando p se aproxima a infinito se obtiene un perfil escalonado.

2.2 Litografía por escritura directa láser

El proceso de fotolitografía con escritura láser es una técnica utilizada para construir, en un medio fotosensible, estructuras a escalas micrométricas y nanométricas [4]. En materiales dieléctricos la aplicación de esta técnica genera, en el volumen donde el haz de luz láser interactúa con el material, cambios en el índice de refracción. Una aplicación para las estructuras resultantes ha sido la construcción de guías de onda.

La fabricación de guías de onda ópticas mediante la interacción con luz láser ha sido reportada en diferentes materiales, tales como vidrios y resinas poliméricas fotosensibles [32]. En los polímeros fotosensibles, la litografía *DLW* se ha utilizado para inducir localmente la polimerización de monómeros, formando estructuras con diferente índice de refracción a través de la densificación del material resultante, figura (4).

En el laboratorio de “Microfabricación” existente en el Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología de la UNAM, se aplica la técnica de escritura directa láser sobre fotopolímeros para construir guías de onda. El proceso de fabricación implementado en el laboratorio incluye una doble exposición de la muestra, primero a luz visible (grabado) y posteriormente a luz ultravioleta (embebido) [33]. Esta novedosa combinación se conoce como fotolitografía híbrida. El material utilizado es la resina fotosensible SU-8, cuya curva de absorción muestra mayor sensibilidad para longitudes de ondas cerca del ultravioleta y mínima para longitudes de onda correspondientes al color verde. La técnica *DLW* implementada en el laboratorio utiliza un láser con longitud de onda de $\lambda = 532 \mu m$ altamente enfocado mediante un objetivo de microscopio de apertura numérica, $NA=0.8$; permitiendo que se alcance la densidad de potencia necesaria en el punto focal del láser para que la resina absorba suficiente energía y así, generar el efecto de entrecruzamiento inherente al proceso de fotopolimerización. Como consecuencia, esto resulta en una diferencia de índice de refracción entre la resina afectada y la no foto polimerizada. Las alteraciones inducidas por la fuente de luz láser mediante este método solo son apreciables justo en el punto focal, lo que permite controlar muy selectivamente las dimensiones físicas de las guías construidas.

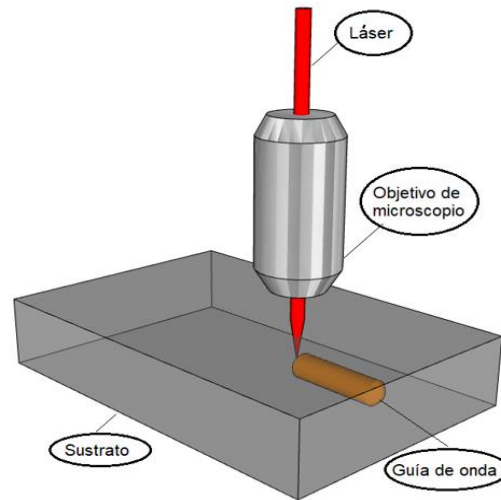


Figura 4 Esquema de fabricación a través de DLW

2.3 Microscopía por cuantificación de fase

La fase de un frente de onda es una componente importante para la caracterización de estructuras ópticas ya que pueden contener información sobre el índice de refracción, espesor óptico o la topología de la muestra. Esta puede ser alterada al atravesar estructuras de baja absorción y dispersión. Este tipo de objetos no alteran significativamente la amplitud de la onda que los ilumina, pero si generan cambios en el camino óptico que esta recorre, afectando la distribución de fase resultante [34].

La microscopía por cuantificación de fase (*QPM*, en inglés *Quantitative Phase Microscopy*) o imágenes de cuantificación de fase (*QPI*, en inglés *Quantitative Phase Imaging*) definen un grupo de técnicas utilizadas para cuantificar el cambio de fase provocado en el frente de onda. Estas se basan en mapear, a través de imágenes, los cambios provocados en el camino óptico, lo que permite medir el cambio de fase producido por el espécimen bajo estudio sin necesidad de marcarlo o alterar sus propiedades.

En las últimas décadas se han estudiado e implementado diferentes técnicas, basadas en *QPI*, para la cuantificación de fase. Entre estas, se pueden mencionar microscopía de fase de Fourier [35], de fase de Hilbert [36], de fase de difracción [29], de cuadratura óptica [37, 38], de interferencia de luz espacial [39], holográfica digital [5, 34, 40], de fase tomográfica [41] y la técnica basada en la ecuación de transporte intensidad; siendo esta última la técnica utilizada en nuestro proyecto.

En esencia, la TIE relaciona matemáticamente las distribuciones de intensidad y fase presentes en imágenes medidas en distintos planos focales. Obviamente, el cambio de la intensidad de la imagen a lo largo del eje óptico, ‘el transporte de intensidad’, depende de la distribución de fase del objeto. Este efecto permite que sea posible obtener los cambios de fase a partir de medir los cambios de intensidad provocados por alteraciones en el camino óptico.

2.4 Fundamentos teóricos sobre método de la TIE

Aunque los cambios de fase no pueden ser observados directamente, manifiestan implícitamente su existencia en nuestra cotidianidad. El brillo de las estrellas en la noche o las líneas brillantes en el fondo de una piscina bajo el sol constituyen manifestaciones de fase que muestran los vínculos inherentes entre la fase y la intensidad de la onda de luz [42]. En 1983, Teague [43] establece por primera vez la relación cuantitativa entre la variación de intensidad longitudinal y el cambio de fase de una onda a través de una ecuación diferencial parcial elíptica, conocida como ecuación de transporte de intensidad. Esta permite que la fase pueda ser recuperada cuantitativamente resolviendo la ecuación de manera determinista a partir de mediciones de imágenes de intensidad a varias distancias a lo largo del eje de propagación.

Se parte de considerar un campo escalar en un plano determinado (plano imagen) que puede ser descrito en términos de amplitud y fase de la siguiente manera:

$$U(r) = \sqrt{I(r_{\perp})} e^{i\phi(r_{\perp})}, \quad (6)$$

donde r_{\perp} es un vector de posición en el plano xy perpendicular a la dirección de propagación en el eje Z ; $I(r_{\perp})$ y $\phi(r_{\perp})$ son las distribuciones espaciales, en el plano xy , de la intensidad y la fase respectivamente. Bajo la aproximación paraxial, donde un campo varía lentamente a lo largo del eje de óptico, la propagación obedece la ecuación de transporte de intensidad [44]:

$$k \frac{\partial I(r_{\perp}, z)}{\partial z} = -\nabla \cdot [I_0(r_{\perp}, z) \nabla \phi(r_{\perp}, z)]. \quad (7)$$

En la ecuación anterior, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, es el número de onda y λ es la media espectralmente ponderada de la longitud de onda de la fuente de iluminación. La ecuación (7) corrobora las afirmaciones hechas con anterioridad sobre, como el conocimiento de la distribución de intensidad y su derivado axial (derivado a lo largo del eje de propagación, Z) proporciona información sobre la distribución de fase. La distribución de intensidad $I_0(r_{\perp}, z)$ puede ser medida directamente en el plano imagen para $z = 0$ y su derivada parcial en z , $\frac{\partial I(r_{\perp}, z)}{\partial z}$, es obtenida desenfocando ligeramente el plano imagen tanto en la dirección z positiva, $z = z_1$, como en la dirección negativa, $z = -z_1$. La figura (5) muestra la distribución geométrica de los planos imagen ortogonales al eje óptico Z , necesarios para el cálculo de la derivada.

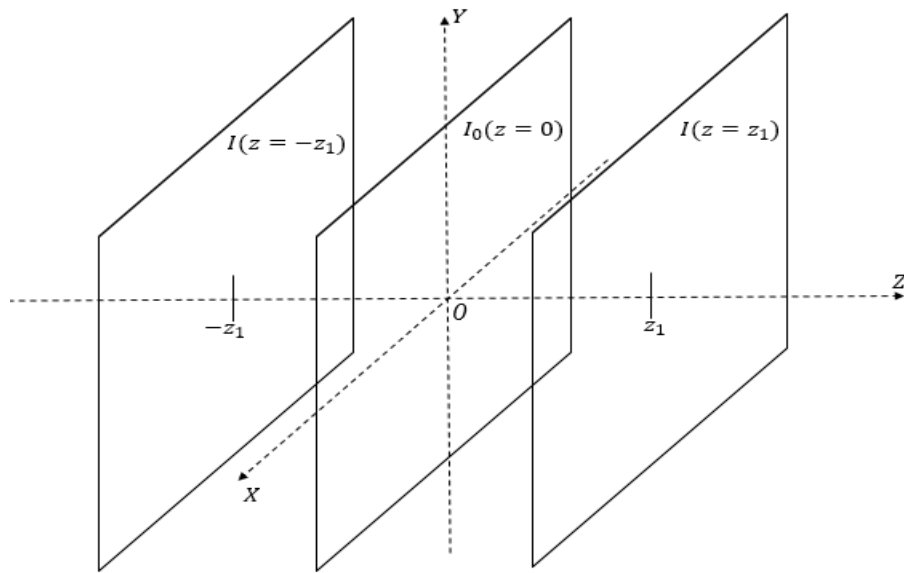


Figura 5 Distribución geométrica de los planos imagen necesarios para la solución de la TIE.

El procedimiento convencional para recuperar la derivada longitudinal de la intensidad requiere restar dos intensidades desenfocadas ubicadas en planos simétricos con pequeños desplazamientos y puede ser determinado de la siguiente forma, (figura 5) [11, 12, 14]:

$$\frac{\partial I(r_{\perp}, z = 0)}{\partial z} = \frac{I(r_{\perp}, z_1) - I(r_{\perp}, -z_1)}{z_1 - (-z_1)}. \quad (8)$$

La definición del desenfoque óptimo z_1 para lograr el correcto funcionamiento del método resulta uno de los principales retos a enfrentar. Para valores de desenfoque muy pequeños la diferencia de intensidades obtenidas es mínima, lo que puede generar resultados solapados por ruido, siendo así comprometida la relación señal a ruido (*SNR, en inglés Signal Noise Reason*). Por otro lado, en el caso de utilizar desenfoques muy grandes las no linealidades inherentes a la aproximación que se está utilizando serían demasiado grandes y esta dejaría de ser una aproximación correcta.

Las imágenes de intensidad requeridas para la solución se registran para cada una de las posiciones de la muestra S , $z = -\Delta z, 0, \Delta z$, tal como se muestra en la figura (6). De esta manera, tres imágenes equidistantes entre sí y teniendo como plano central $z = 0$, son suficientes para cuantificar los cambios de fase a través del objeto de interés haciendo uso de la TIE.

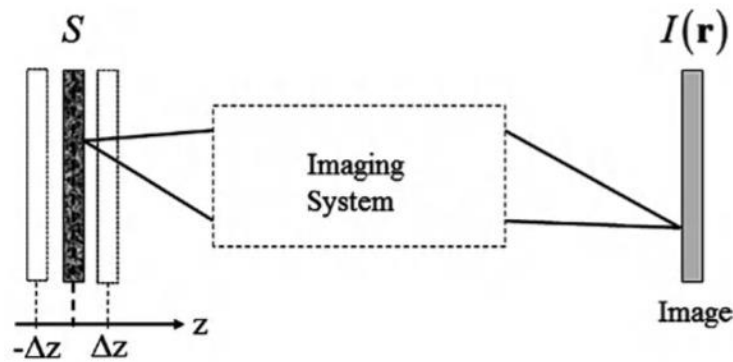


Figura 6 QPI a través de la TIE. Esquemático [44].

Por otra parte, suponiendo que los objetos presentan baja dispersión, la intensidad $I_0(r, z = 0)$ puede ser aproximada como constante, retirando el operador de divergencia que la acompaña. De esta forma la ecuación (7) se convierte en:

$$\frac{\partial I(r_{\perp}, z = 0)}{\partial z} = -\frac{I_0(r_{\perp}, z = 0)}{k_0} \nabla^2[\phi(r_{\perp}, z = 0)]. \quad (9)$$

Es válido afirmar que la ecuación resultante muestra el acceso experimental directo al Laplaciano de la fase a través de mediciones del gradiente longitudinal de la intensidad.

2.4.1 Obtención de la ecuación de transporte de intensidad

La ecuación de transporte de intensidad puede obtenerse, asumiendo algunas aproximaciones, a partir de la ecuación de Schrödinger para la propagación de una onda en el espacio libre y en tres dimensiones. Resultando entonces la ecuación de Schrödinger de la manera:

$$(\nabla^2 + k^2) \psi(r) = 0, \quad (10)$$

donde k , como se había mencionado con anterioridad, es el número de onda y $r = (x, y, z)$. Si se considera la función de onda $\psi(r)$ como una perturbación de una onda plana que se propaga en el eje óptico [45], esta puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\psi(r_{\perp}, z) = e^{ikz} \epsilon(r_{\perp}, z). \quad (11)$$

Donde $\epsilon(r_{\perp}, z)$ es la amplitud compleja. Sustituyendo la ecuación (11) en la ecuación (10) resulta:

$$(\nabla^2 + k^2) e^{ikz} \epsilon(r_{\perp}, z) = 0. \quad (12)$$

Entonces, suponiendo que los próximos cálculos se desarrollan bajo la aproximación de iluminación paraxial, se puede asumir que la segunda derivada parcial de $\epsilon(r_{\perp}, z)$ respecto a z es muy pequeña, $\partial_z^2[\epsilon(r_{\perp}, z)] \approx 0$, lo que permite obtener:

$$(\nabla_{\perp}^2 + 2ik\partial_z) \epsilon(r_{\perp}, z) = 0. \quad (13)$$

La ecuación (13) describe un campo de onda escalar y paraxial donde $\nabla_{\perp}^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ es el operador Laplaciano en el plano xy .

Escribiendo $\epsilon(r_{\perp}, z)$ en términos de su intensidad $I(r_{\perp}, z) \equiv |\epsilon(r_{\perp}, z)|^2$ y de su fase $\phi(r_{\perp}, z) = \arg(\epsilon(r_{\perp}, z))$ queda de la siguiente forma:

$$\epsilon(r_{\perp}, z) = \sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)}. \quad (14)$$

Sustituyendo (14) en (13) se obtiene:

$$(\nabla_{\perp}^2 + 2ik\partial_z) \sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} = 0. \quad (15)$$

Posteriormente se descompuso por partes la ecuación (15). Debido a lo laborioso y extenso del procedimiento no se muestra en este capítulo, pero está incluido en los anexos (ver *Anexo B*). El resultado final se muestra a continuación:

$$-2ike^{i\phi(r_{\perp}, z)} \frac{\partial_z(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} = \quad (16)$$

$$\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2 \phi(r_{\perp}, z) - \sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2(I(r_{\perp}, z))$$

$$+ \frac{ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \cdot \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)) + \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}^2 I(r_{\perp}, z)$$

$$- \frac{1}{4} \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{I(r_{\perp}, z)\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}^2(I(r_{\perp}, z)) + \frac{ie^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)) \cdot \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z)).$$

Si separamos, en la ecuación anterior, las partes imaginarias de las reales y nos quedamos sólo con las imaginarias [27, 46-56] se obtiene:

$$-2ike^{i\phi(r_{\perp}, z)} \frac{\partial_z(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} = \quad (17)$$

$$\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2 \phi(r_{\perp}, z) + \frac{ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \cdot \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z))$$

$$+ \frac{ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \cdot \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)).$$

Sacando $i e^{i\phi(r_{\perp}, z)}$ como factor común:

$$-k \frac{\partial_z(I(r_{\perp}, z))}{\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} = \sqrt{I(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2 \phi(r_{\perp}, z) + \frac{\nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \cdot \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)).$$

Multiplicando toda la expresión por $\sqrt{I(r_{\perp}, z)}$:

$$-k \frac{\partial I(r_{\perp}, z)}{\partial z} = I(r_{\perp}, z) \nabla_{\perp}^2 \phi(r_{\perp}, z) + \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z)) \cdot \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)). \quad (18)$$

Aplicando en el término izquierdo de la ecuación anterior la identidad mostrada en la expresión C del anexo B se obtiene:

$$\nabla_{\perp} \cdot (I(r_{\perp}, z) \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z))) = -k \frac{\partial I(r_{\perp}, z)}{\partial z} \quad (19)$$

La expresión resultante constituye una ecuación de continuidad que se denomina, en el contexto de recuperación de fase, *Ecuación de Transporte de Intensidad o TIE*.

Como se había mencionado con anterioridad y se puede observar en la ecuación (19), la TIE relaciona la intensidad $I(r_{\perp}, z)$ de un campo de onda paraxial con su derivado de intensidad longitudinal $\frac{\partial I(r_{\perp}, z)}{\partial z}$ y su fase $\phi(r_{\perp}, z)$. Es decir, si se mide la intensidad sobre un plano dado y se calcula la derivada de la intensidad obtenida a partir de aplicar, en imágenes con ligeros desenfoques, el método de aproximaciones de diferencias finitas, ecuación (8), la TIE puede resolverse de manera única para la fase en el plano de interés sobre el cual se mide la intensidad [57].

En la literatura se reportan varios algoritmos para la solución numérica de la TIE. Estos incluyen métodos basados en full-multigrid [21], función de Green [42], transformada rápida de Fourier [15, 53-55] y polinomios de Zernike [46]. Sin embargo, para el caso unidimensional [16] la solución de esta ecuación resulta relativamente sencilla. El despeje de la fase queda de la siguiente forma para un plano xz :

$$\phi(x, z) = -k \int \left(\frac{1}{I(x, z)} \int \left(\frac{\partial I(x, z)}{\partial z} dx \right) dx \right). \quad (20)$$

La solución a esta última expresión no es ambigua, excepto para las constantes de integración que representan el desfase inicial (*offset en inglés*) de la fase y el promedio de la pendiente (*average slope en inglés*) del perfil de fase resultante [16]. Estas constantes aditivas se deben incluir correctamente para obtener la fase de forma única, debido al hecho de que la medición solo proporciona acceso a la derivada de fase y no a la fase en sí misma. Se puede afirmar que la constante de mayor peso es la resultante de la primera integral, ya que al existir una segunda integral esta constante deja de serlo. Para este trabajo el cálculo y definición de la constante a utilizar se hizo igualando el promedio de la pendiente del perfil de fase a cero, cálculo que se detalla en el *anexo C* de este trabajo.

2.4.2 Singularidades del método

La recuperación de fase a través de la TIE, aunque resulte un método experimental y analíticamente sencillo, existen condiciones indispensables para lograr su correcto funcionamiento. Entre ellas se pueden mencionar:

- La ecuación solo es válida bajo la aproximación paraxial.
- La intensidad medida no puede tener valores igual a cero. En la ecuación (20) se aprecia que esto no es matemáticamente viable, ya que la intensidad se encuentra en el denominador y para valores iguales a cero se indetermina la ecuación.
- La proyección del valor de índice de refracción se considera de manera diferencial. Por lo tanto, esto implica que se requieran guías de bajo contraste de IR como son las fibras ópticas.

Hasta el momento se han reportado varias investigaciones que proponen ajustes en los métodos de solución con el objetivo de minimizar las condiciones necesarias para la implementación de la TIE [27, 46, 52-54, 58, 59]. El análisis de las guías de onda es preferente en guías de onda con perfil gradual de índice de refracción. Para el caso contrario, índice escalonado, involucra cambios abruptos que, debido a los operadores involucrados en la ecuación, no representan fielmente la reconstrucción de la forma de la guía de onda.

2.5 Obtención del camino óptico (OPL)

El camino óptico (*OPL*, en inglés *optical path length*) es aquel que recorre un haz de luz de longitud s en un material con índice de refracción n , tal como se ilustra en la figura (7). El OPL puede ser definido entonces como:

$$OPL = ns, \quad (21)$$

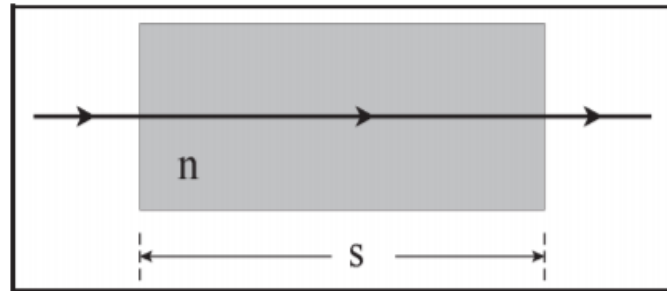


Figura 7 Distancia s que recorre la luz en un medio con índice de refracción n [60].

donde $n = \frac{c}{v}$, representando la velocidad de la luz en el vacío, c , sobre la velocidad en el medio v . Esto a su vez afecta el tiempo t en el que se propaga la luz a través de este medio. Sustituyendo esto en la ecuación (21) obtenemos:

$$OPL = \frac{c}{v}s = ct. \quad (22)$$

En consecuencia, el camino óptico o longitud de camino óptico se puede definir como la distancia que recorre la luz en el vacío en el mismo tiempo que emplea en recorrer el espacio en un medio de índice de refracción n . En el caso de que la luz recorra un medio con índice de refracción de valor no constante, el camino óptico para un desplazamiento ds entre los puntos, A – B, resulta:

$$OPL = \int_A^B n(s)ds. \quad (23)$$

Particularmente en sistemas de imágenes, la recuperación de fase es interesante, ya que la imagen de intensidad transporta información sobre la atenuación de la luz a través de la muestra. Por otro lado, la fase transporta información sobre la longitud del camino óptico a través de la muestra. La fase y la longitud de camino óptico se relacionan matemáticamente a través de las razones de sus diferencias. Cuando la diferencia de camino óptico (ΔOPL) equivale a una longitud de onda, la diferencia de fase $\Delta\phi$ corresponde a un ciclo, $\phi = 2\pi \text{ rad}$. Esto queda expresado por:

$$\frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta OPL}{\lambda}. \quad (24)$$

Así, una diferencia de trayectoria del camino óptico ocasiona una diferencia de fase dada por:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi \cdot \Delta OPL}{\lambda} = k \cdot \Delta OPL. \quad (25)$$

Seguidamente, si se sustituye la ecuación (25) en la ecuación (20) esto resulta en:

$$OPL(x, z) = - \int \left(\frac{1}{I(x, z)} \int \left(\frac{\partial I(x, z)}{\partial z} dx \right) dx \right). \quad (26)$$

2.6 Obtención del perfil de índice de refracción

La obtención del perfil de índice de refracción a partir de la ecuación de transporte de intensidad ha sido investigada y planteada en varios trabajos previos [10-12, 14-16, 18, 61], aunque aún no se ha definido con exactitud una metodología específica a seguir. Las variaciones de OPL inducidas en la propagación del campo de onda entre dos puntos $r_z(x, y) - r_{z_0}(x, y)$ pueden ser relacionadas con la variación del índice de refracción de la muestra a través de la solución a la ecuación (23):

$$OPL_{z-z_0}(x, y) = \int_{z_0}^z \Delta n_{z'}(x, y) dz'. \quad (27)$$

En la expresión anterior Δn_z es la diferencia de n entre la muestra y su medio circundante. Si se toma la muestra en el plano de origen $z_0 = 0$, la distribución de IR puede ser recuperada resolviendo la ecuación (27) de la siguiente manera:

$$n_z(x, y) = n_m + \frac{\partial OPL_{z-z_0}(x, y)}{\partial z}. \quad (28)$$

donde n_m es el índice de refracción del medio circundante y $\frac{\partial OPL_{z-z_0}(x, y)}{\partial z}$ se calcula a partir de la variación de camino óptico en el eje X para diferentes planos de observación (z, z_0) . El cálculo de este término se desarrolla a través del método de diferencias finitas aplicado a dos mediciones de OPL para distintos planos de observación como se detalla en la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial OPL_{z-z_0}(x, y)}{\partial z} = \frac{OPL_z(x, y) - OPL_{z_0}(x, y)}{z - z_0}. \quad (29)$$

3 DESARROLLO EXPERIMENTAL

La implementación del método de la TIE, como se había mencionado, requiere medir imágenes de intensidad para diferentes valores de desenfoco. La instrumentación utilizada en nuestro proyecto y su distribución se detalla en el presente capítulo.

3.1 Montaje experimental

En las técnicas de medición de imágenes basadas en la propagación, el contraste de fase se forma al permitir que el campo de onda viaje en el espacio antes, durante y después de la interacción con el objeto. Para estudiar lo antes expuesto se diseñó la configuración experimental mostrada en la siguiente figura.

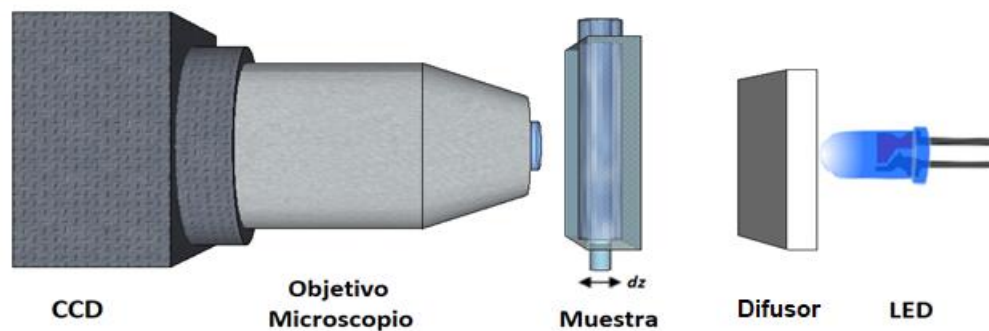


Figura 8 Esquema del montaje experimental diseñado para la implementación de la técnica basada en la TIE.

Como muestra la figura anterior la configuración implementada consta de una fuente de luz seguida por un difusor. Este último es utilizado para distribuir la intensidad que alcanza a la muestra de manera que permita aproximar la iluminación uniforme. Posteriormente se encuentra la muestra a caracterizar seguida por un objetivo de microscopio. El objetivo se utiliza para lograr el enfoque necesario y alcanzar la suficiente resolución espacial. Finalmente, como detector, se utiliza un sensor CCD.

Para lograr las imágenes en diferentes planos focales, es necesario poder mover la muestra con desplazamientos pequeños y repetitivos. Como consecuencia de lo anterior resulta imprescindible el diseño de todo un sistema de movimiento controlado por software.

3.1.1 Instrumentación utilizada

Para la implementación de la configuración necesaria se utilizó la siguiente instrumentación:

Fuente de iluminación: La fuente que se utilizó en el montaje experimental es un diodo emisor de luz (LED) de color azul. Una de las ventajas de este método son las bajas exigencias en las características de la fuente de iluminación. Inicialmente se tenían dos LEDs, uno de color rojo cuya máxima emisión ocurre para una longitud de onda $\lambda_{p_{rojo}} = 631.1 \text{ nm}$ y uno de color azul con $\lambda_{p_{azul}} = 470.7 \text{ nm}$. Con la finalidad de elegir entre estas dos fuentes se obtuvieron sus espectros de emisión utilizando un espectrómetro Ocean Optics, modelo USB 4000. Los espectros obtenidos se muestran en la siguiente figura.

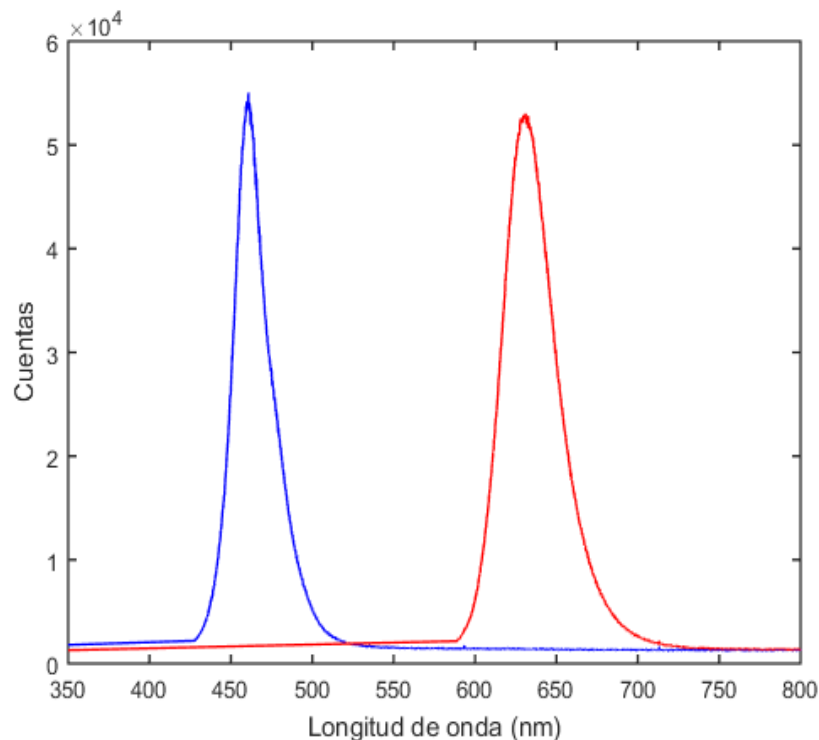


Figura 9 Espectros de emisión de ambos LEDs analizados como posible fuente de iluminación.

Se puede apreciar en la figura anterior como el espectro de emisión del LED azul es más angosto, presentando un ancho medio espectral (*FWHM*, en inglés *Full Width Half Maximum*) de 25.9 nm ; mientras que el LED rojo tiene un $FWHM = 42.1 \text{ nm}$. Debido a esto se decidió utilizar el LED con menor ancho espectral, en este caso de color azul.

Objetivo de microscopio: El objetivo de microscopio utilizado tiene una magnificación de 60x, con apertura numérica $NA = 0.8$ y distancia de trabajo $WD = 160 \mu m$.

Cámara CCD: El detector utilizado fue una cámara RGB, marca Thorlabs, modelo DCC1645C, resolución de 1280 x 1024. Esta presenta una sensibilidad para el color azul de un 92%.

Movimiento de la muestra: Con el objetivo de lograr desplazamientos pequeños, con el menor error posible y repetibles, se implementó un sistema para mover la muestra. Este sistema está compuesto por una platina de movimiento lineal con incrementos micrométricos, una graduación de 0.01 mm y un desplazamiento por vuelta de 0.5 mm . Dicha platina se acopló a un motor de paso con características de 200 pulsos por revolución, lo que se puede traducir a 1.8° por pulso.

La combinación platina-motor permite una resolución de desplazamiento de $2.5 \mu m$ por paso. Con el objetivo de poder reducir, en caso de ser requerido, el movimiento por paso se utilizó un controlador para el motor. Este controlador, modelo Pololu A4988, funciona como un divisor de paso, regulando la corriente de alimentación a las bobinas del motor lo que por consecuencia permite reducir el mínimo desplazamiento en factores de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{16}$, resultando en incrementos de 1.25, 0.62, 0.31 y $0.15 \mu m$ respectivamente.

La comunicación con la computadora se desarrolló a través de una tarjeta de adquisición de datos, (DAQ) de National Instruments, modelo NI USB-6008. Por otra parte, el control e interfaz se implementó a través del software LabView. El montaje experimental real empleado se muestra en la figura (10).



Figura 10 Configuración real del arreglo experimental implementado.

3.2 Calibración del Sistema

En la siguiente sección se procedió a analizar el comportamiento de la fuente utilizada bajo las condiciones e instrumentación propuestas. También se calculó un factor de conversión, píxel-micrómetro, para conocer el tamaño real de las imágenes medidas. Esto permitió graficar los resultados utilizando valores a escala real en micrómetros.

3.2.1 Caracterización de la fuente

Con el objetivo de conocer el comportamiento de la fuente de iluminación dentro de la configuración, se calcularon valores estadísticos de media y desviación estándar. Estos brindan información sobre la uniformidad de la iluminación que atraviesa la muestra y la estabilidad de la fuente en un rango de tiempo suficiente para la obtención de las imágenes necesarias para la implementación del método. Se analizaron varias imágenes que fueron medidas sin la muestra. Estas fueron tomadas para los siguientes intervalos de tiempo 5, 10, 20, 35, 50 y 65 min. Para el análisis de estas imágenes se utilizó sólo la componente azul de la matriz RGB ya que es la que presenta mayor ganancia e información debido a que es el color de nuestra fuente.

Los valores normalizados de la media y la desviación estándar de cada imagen se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 1 Datos estadísticos sobre las imágenes medidas de la fuente

Imágenes	Media Normalizada	Desviación Estándar Normalizada
$I_0 - 0 \text{ min}$	0.7806	0.0482
$I_1 - 5 \text{ min}$	0.7737	0.0477
$I_2 - 10 \text{ min}$	0.7767	0.0480
$I_3 - 20 \text{ min}$	0.7763	0.0476
$I_4 - 35 \text{ min}$	0.7781	0.0477
$I_5 - 50 \text{ min}$	0.7769	0.0479
$I_6 - 65 \text{ min}$	0.7821	0.0479

Tanto los valores de media como de desviación estándar fueron calculados para cada matriz de intensidad. La fracción de desviación sobre la media, para las mediciones realizadas, oscila aproximadamente alrededor de un 6.1 % del valor medio, siendo este un resultado aceptable para el método que se va a implementar.

Relacionando los valores de media obtenidos con el tiempo, figura (11), se puede apreciar un comportamiento casi lineal, permitiendo suponer que la fuente se mantiene relativamente estable en el rango de tiempo estudiado.

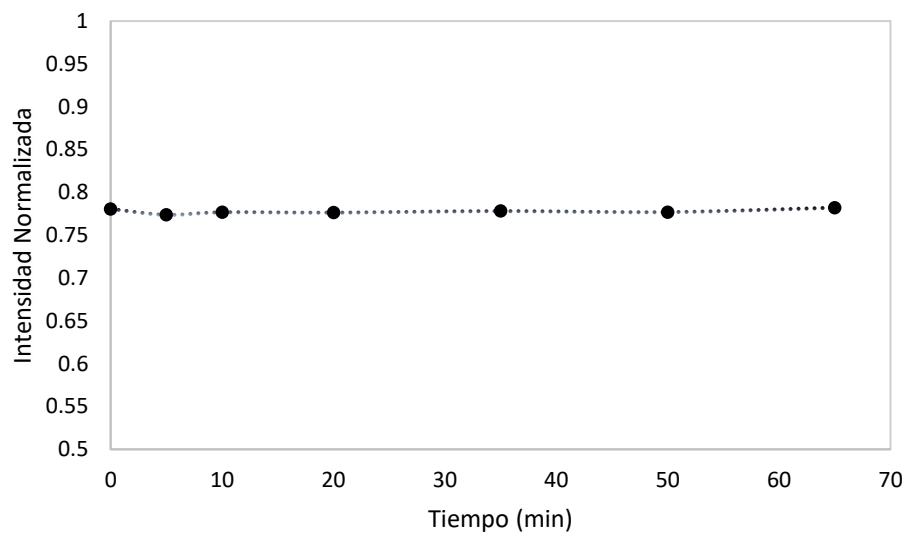


Figura 11 Variación en el tiempo de la media de intensidad de la fuente de iluminación.

3.2.2 Escalamiento de pixeles a micrómetros

Para la correcta interpretación de las imágenes de intensidad analizadas resulta imprescindible conocer las medidas espaciales reales de estas. Con la intención de lograr un correcto escalamiento se utilizó como patrón una escala graduada, figura (12).

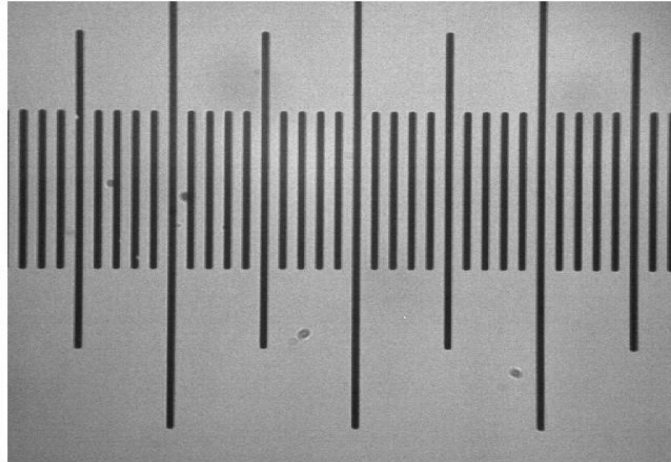


Figura 12 Patrón graduado (0.01 mm por división) utilizado para el escalamiento de las imágenes obtenidas.

La graduación del patrón utilizado es de 0.01 mm por división. El escalamiento a pixeles se calculó por división obteniéndose un equivalente de 27 ± 1 pixeles por 0.01 mm. Esto significa que, para la instrumentación utilizada, 1 píxel equivale aproximadamente a $0.37 \mu\text{m}$. El factor de conversión calculado permitió expresar los resultados en función de valores reales de distancia.

4 CARACTERIZACIÓN DE GUÍAS DE ONDA

En los capítulos anteriores se detalló sobre los fundamentos teóricos necesarios y la configuración experimental implementada. Teniendo los recursos necesarios se prosiguió a aplicar el método en guías de onda. En este capítulo se muestra y analizan el procedimiento utilizado y los resultados obtenidos.

4.1 Fibras ópticas estándar

Con el propósito de comprobar el correcto funcionamiento de la técnica y su comportamiento ante diferentes muestras, se analizaron fibras ópticas comerciales y con características conocidas.

Las fibras ópticas utilizadas presentan un recubrimiento en sílice (SiO_2); mientras que el núcleo se constituye de el mismo material del recubrimiento dopado con Óxido de Germanio (GeO_2) [31], lo que induce una pequeña diferencia de índice de refracción entre el núcleo y el recubrimiento. Aunque en esencia son guías de onda de bajo contraste de índice de refracción, se diferencian en varios elementos. Estas diferencias son: el diámetro del núcleo, la diferencia de IR entre el núcleo y el medio, y el tipo de perfil del índice del núcleo.

La siguiente tabla muestra los datos proporcionados por los fabricantes de las fibras estudiadas.

Tabla 2 Datos del fabricante de las fibras utilizadas

Fibra	Diámetro Núcleo (μm)	Δ (%)	Parámetro p
Corning SMF-28e [62]	8.2	0.36	∞
Corning InfiniCor 62.5 μm [63]	62.5 ± 2.5	1.84	-----
Draka 50 μm Multimode fiber [64]	50	0.947	1.94

Para el análisis de todas las fibras ópticas se tomó el valor de índice de refracción del revestimiento (SiO_2) como: $n_2 = 1.4641$. Este valor se obtuvo a través de la ecuación de dispersión del material [65], para la longitud de onda central de emisión de la fuente $\lambda_p = 470.7 \text{ nm}$. Así también, a pesar de que los fabricantes no especifican a qué longitud de onda se caracterizó el Δn , estudios anteriores demuestran que el valor de este presenta cambios mínimos a diferentes longitudes de onda [66, 67].

4.1.1 Perfil de índice escalonado y camino óptico

Las fibras ópticas de perfil escalonado, SMF-28e, presentan un gradiente escalonado que permite asumir p como infinito. Debido a esto el índice de refracción en el núcleo es constante, reduciéndose la variación de n a una diferencia abrupta, figura (13). En el caso particular de esta fibra se conoce el valor de Δ , despejando el índice del núcleo n_1 en la ecuación (4) se obtiene:

$$n_1 \approx \frac{n_2}{(1 - \Delta)} = 1.469.$$

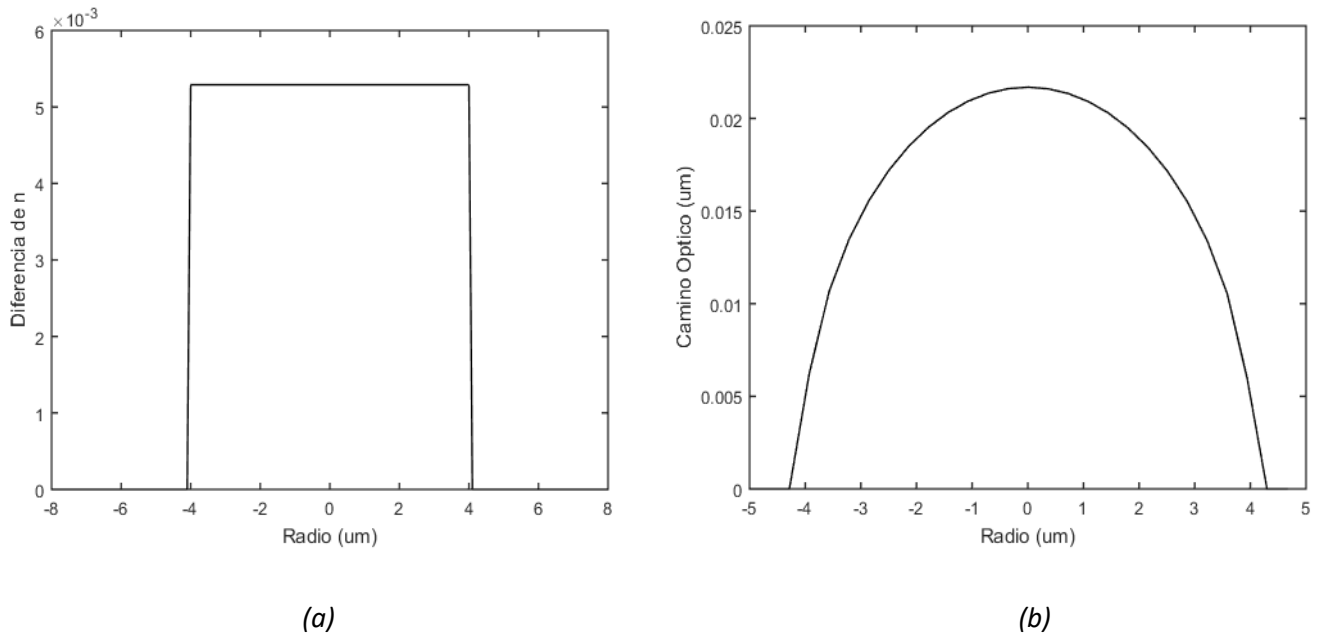


Figura 13 Perfiles de referencia medidos, con los datos conocidos, para la fibra SMF28e. Diferencia de n

(a). Variación de OPL (b)

La figura (13a) ilustra la diferencia de índice de refracción en la fibra analizada. Esta se obtuvo a partir de calcular $n_1 - n_2$.

Por otra parte, el cálculo de la variación de camino óptico se desarrolló aplicando la ecuación (26) y suponiendo que la dependencia de las variables solo está en el eje X ,

$$\Delta OPL_{z'}(x) = \int_{-z}^z \Delta n_{z'}(x) dz', \quad (30)$$

donde $\Delta n_{z'}$ es resultado de la diferencia entre los índices de refracción, $n_1 - n_2$, y dz' es la distancia desde el valor inicial $-z$ hasta un punto z .

Calculando la integral se obtiene:

$$\Delta OPL_{z'}(x) = \Delta n_{z'}(2z) \quad (31)$$

La variable z puede ser expresada en función del radio a y de x (distancia punto a punto):

$$z = \sqrt{a^2 - x^2}, \quad -z = -\sqrt{a^2 - x^2}.$$

Considerando $a = 4.1 \mu m$ y sustituyendo las expresiones anteriores en (30) se tiene que:

$$\Delta OPL_{z'}(x) = \Delta n_{z'} \left(\left(\sqrt{(4.1)^2 - x^2} \right) - \left(-\sqrt{(4.1)^2 - x^2} \right) \right), \quad (32)$$

$$\Delta OPL_{z'}(x) = 2(n_1 - n_2) \sqrt{(4.1)^2 - x^2}.$$

Para calcular el OPL a lo largo del eje X , se analiza x como un vector que abarque toda la fibra desde $-4.1 \mu m$ hasta $4.1 \mu m$. Calculando la ecuación (32) se obtiene un modelo teórico que describe la variación de camino óptico y se muestra en la figura (13b). Como se puede apreciar, el OPL para este tipo de fibras no sigue un perfil escalonado, sino parabólico. Esto se debe a que representa el desvío de la onda al atravesar por la estructura.

4.1.2 Perfil de índice gradual y camino óptico

En fibras ópticas con perfil de índice de refracción gradual, el modelo teórico utilizado para describir como varía índice de refracción en el núcleo está basado nuevamente en la ecuación (29) y se utilizaron los datos mostrados en la tabla 2 correspondientes a estas fibras.

Sobre la fibra multimodal con $62.5 \mu m$ de diámetro se conocía el radio y el contraste Δ . En este caso el parámetro p no se tenía por lo que se decidió asumir $p = 2$ como valor inicial para comenzar a hacer las

mediciones; este valor finalmente fue el utilizado en las mediciones de referencia reportadas. El vector x se construyó con los valores correspondientes entre $-a$ y a , incluyendo la incertidumbre reportada por el fabricante sobre el diámetro del núcleo en esta fibra. El índice del núcleo n_1 se calculó a través del mismo procedimiento utilizado en la guía anterior, siendo este de 1.491,

$$n(z) = \sqrt{n_1^2 \left[1 - 2 \left(\frac{z}{a} \right)^p \Delta \right]}.$$

Para $|z| = \sqrt{a^2 - x^2}$:

$$n_z(x) = \sqrt{n_1^2 \left[1 - 2 \left(\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \right)^p \Delta \right]} \quad (33)$$

El modelo que describe la variación del n en la fibra en cuestión se obtuvo al sustituir los datos conocidos en la expresión anterior. La figura (14a) describe el comportamiento de su diferencia, $\Delta n = n_z(x) - n_2$. Para el cálculo del modelo que describe la variación de camino óptico se procedió a calcular la ecuación (30) con los valores correspondientes a esta guía. La expresión (30) al sustituir $n_z(x)$ se convierte en:

$$\Delta OPL_{z'}(x) = \int_{-z}^z \left(\sqrt{n_1^2 \left[1 - 2 \left(\frac{z'}{a} \right)^p \Delta \right]} - n_2 \right) dz'. \quad (34)$$

Al obtener la solución de la integral anterior y evaluar $z = \sqrt{a^2 - x^2}$ se puede describir la variación de camino óptico como describe la figura (14b). Las mediciones obtenidas para describir el perfil de Δn y ΔOPL , incluyendo las incertidumbres dadas por el fabricante, se muestran en la figura (14).

La figura (14a) muestra los perfiles de Δn calculados para distintos diámetros, dígame el diámetro especificado y los límites comprendidos por la incertidumbre dada por el fabricante. Se aprecia claramente un perfil gradual, teniendo un valor máximo en la diferencia obtenida de 0.029. Mientras que el perfil que describe la variación de camino óptico muestra una diferencia máxima de OPL diferente para cada diámetro, siendo esta de aproximadamente 1.18, 1.14 y 1.09 μm para el valor máximo, medio y mínimo de los diámetros utilizados.

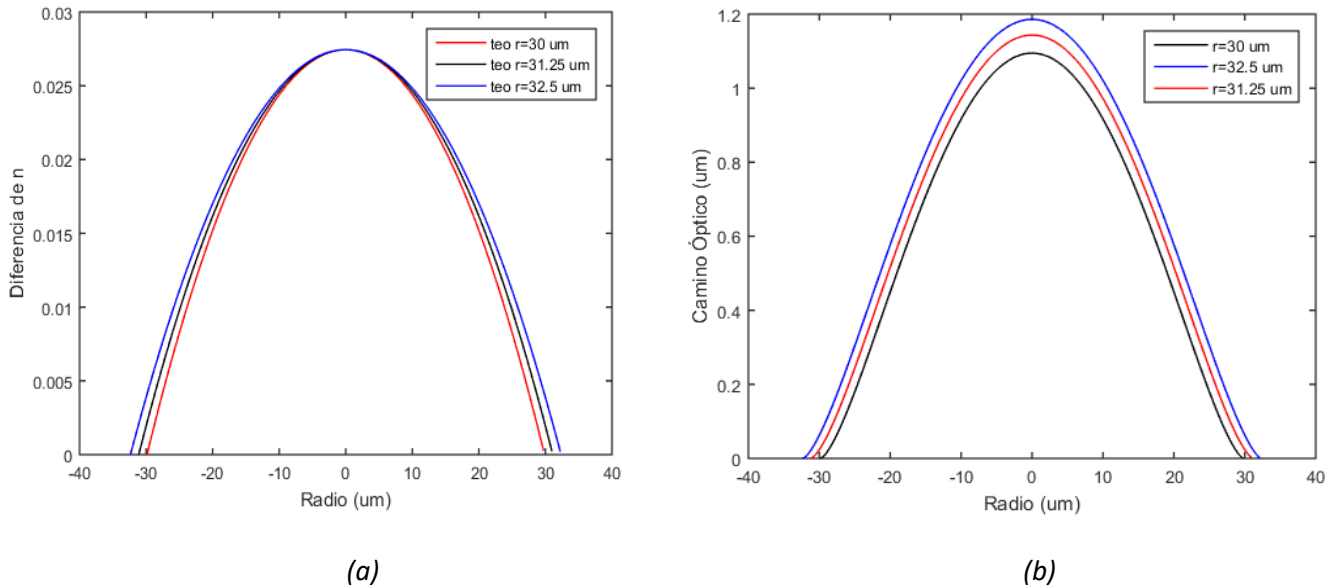


Figura 14 Perfiles de referencia medidos, con los datos conocidos, para la fibra Corning InfiniCor 62.5 μm . Diferencia de n (a). Variación de OPL (b)

Para la fibra multimodal de núcleo con diámetro igual a 50 μm , se calculó igualmente el modelo de variación de índice de refracción utilizando la expresión (29) y los datos dados por el fabricante, ver tabla (2). Por otra parte, el modelo calculado para describir la variación de OPL se obtuvo utilizando nuevamente la ecuación (36). La figura (15) muestra el perfil de Δn en forma y magnitud, su valor máximo aproximado es de 0.013. Mientras que en la diferencia de OPL calculada se obtuvo un valor máximo aproximado de 0.43 μm .

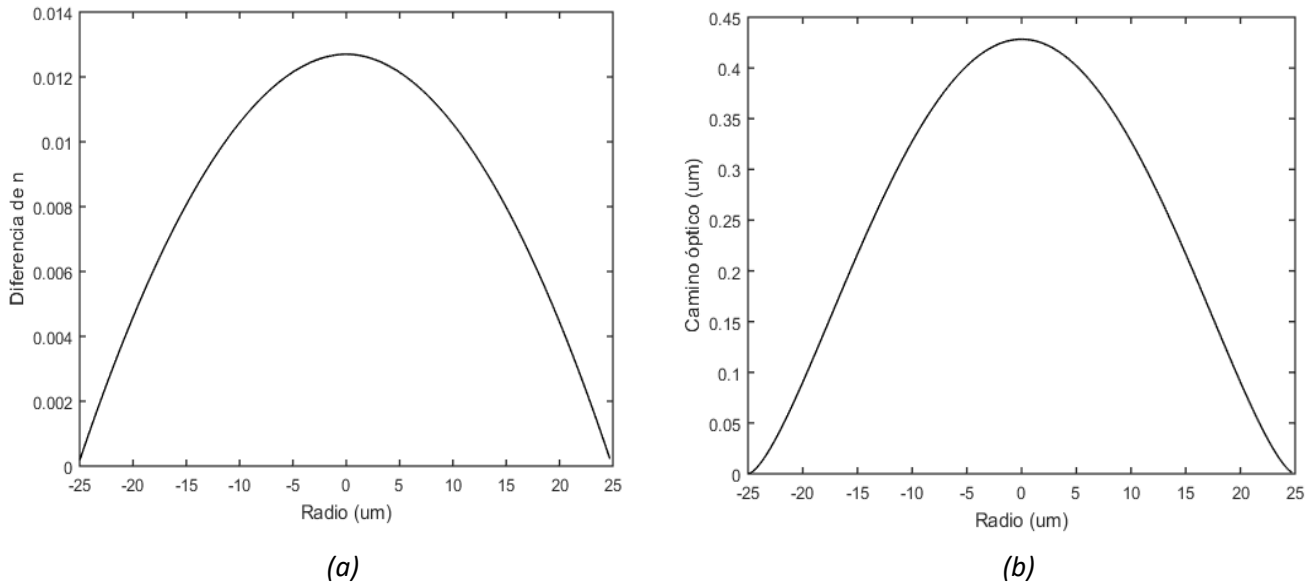


Figura 15 Perfiles de referencia medidos, con los datos conocidos, para la fibra de 50 μm . Diferencia de n (a). Variación de OPL (b)

Los modelos teóricos obtenidos describen en forma y amplitud el cambio de Δn y ΔOPL producido en el núcleo de las fibras estudiadas lo largo del eje X .

4.2 Validación del método

Anteriormente fueron obtenidos los modelos teóricos para describir los cambios tanto de n como de OPL, producidos en el núcleo de las fibras analizadas. Estos resultados fueron calculados para posteriormente compararlos en amplitud y forma con los resultados experimentales medidos a través del método de la TIE. En los siguientes epígrafes se detalla y analiza el procedimiento utilizado para la medición de las muestras y los resultados obtenidos.

4.2.1 Preparación de muestras

Para el análisis de las fibras fue necesario construir toda una muestra que permitiera disminuir los efectos ópticos provocados por la forma geométrica de estas. Primero se retiró el recubrimiento polimérico de las fibras en la parte a estudiar dejando el revestimiento al descubierto. Seguidamente se embebió la fibra en un gel transparente con índice de refracción similar al del revestimiento de la fibra, esto con el objetivo de disminuir los efectos de reflexión provocados por la geometría cilíndrica de la misma. Esto se realizó encapsulando la fibra y el gel entre un portaobjetos y un cubreobjetos, quedando las muestras como se

ilustra en la figura (16). Finalmente, estas muestras fueron puestas en el arreglo experimental y analizadas.

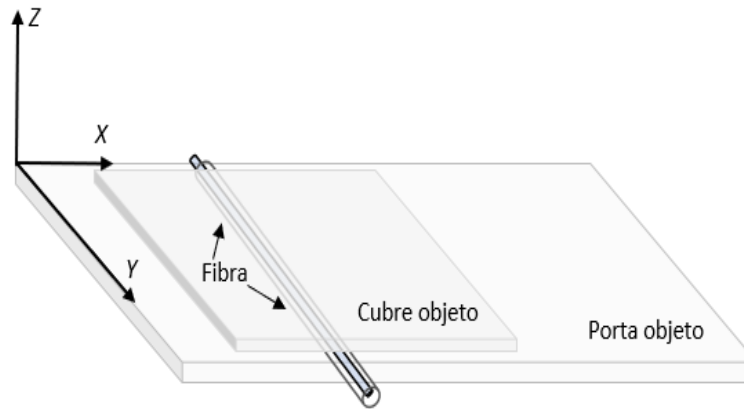


Figura 16 Esquema ilustrativo de la muestra construida para el análisis de la fibra óptica.

4.2.2 Obtención de imágenes

Teniendo implementado el sistema para la adquisición de imágenes y el control para el movimiento de la muestra, se procedió a medir las imágenes necesarias. Estas fueron obtenidas a través del software 'ThorCam' dado por el fabricante de la CCD.

La figura (17) muestra parte de la interfaz del software ilustrando una imagen de una de las fibras analizadas (color azul) y su perfil horizontal (línea roja). Resulta válido recordar que las imágenes son matrices, donde las columnas corresponden al eje X mientras que las filas corresponden al eje Y . El perfil mostrado en la parte inferior de la figura anterior corresponde a una sola fila de valores de intensidad de la matriz obtenida al analizar la imagen. Este perfil muestra la distribución de intensidad de la componente azul en función de la posición en el eje X . La curva que se logra apreciar define el cambio de intensidades presente en el núcleo de la fibra debido a la variación del IR. Con la finalidad de disminuir el ruido inherente presente en el perfil de intensidad, se decidió tomar tres imágenes para cada posición en Z y obtener su promedio, para posteriormente analizar la imagen final promediada.

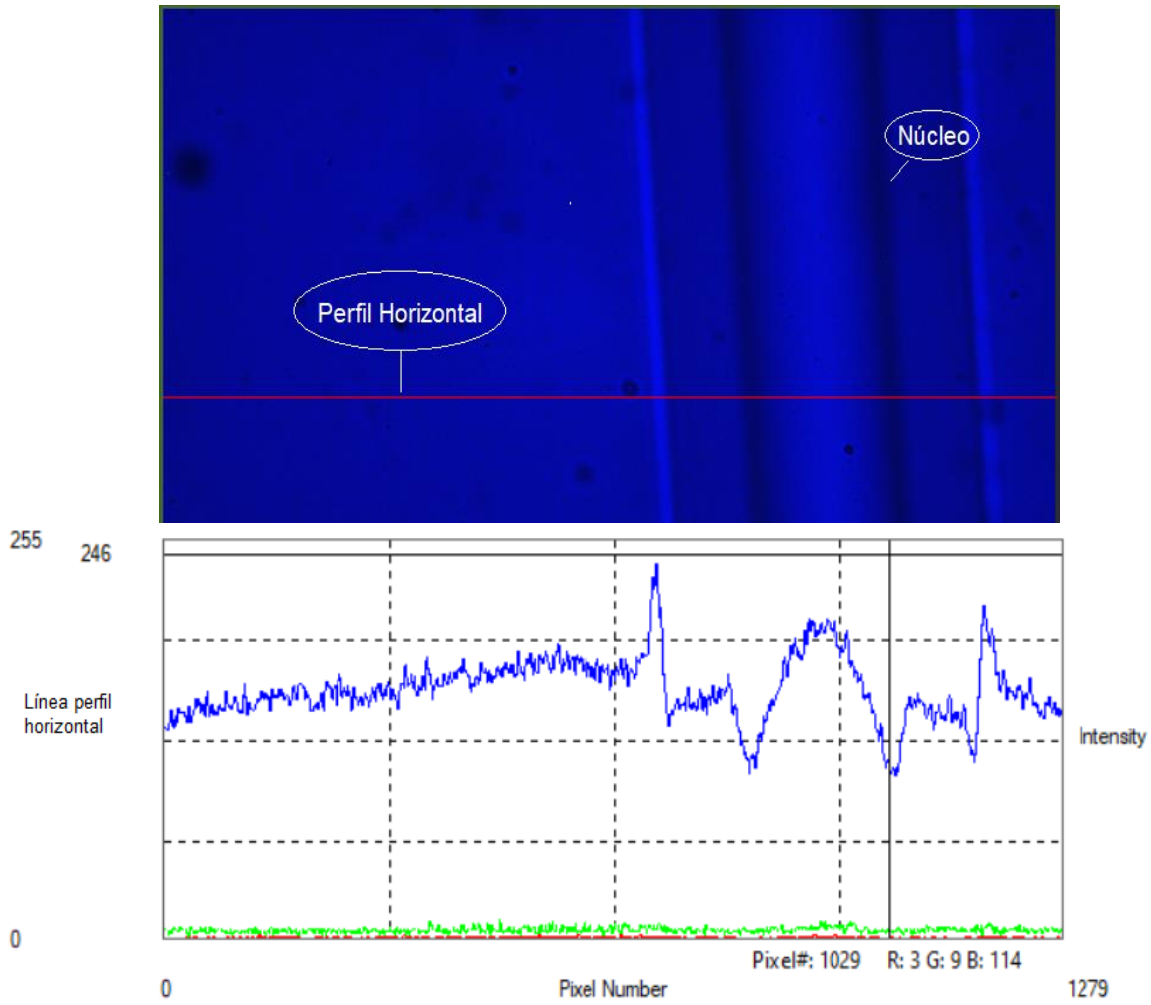


Figure 17 Imagen de la fibra Corning Infinicor 62.5 μm tomada con la cámara CCD y descripción de una línea de perfil horizontal.

Por otra parte, aunque en la implementación de la TIE, ya que se está calculando la dependencia en el eje X resulta suficiente analizar una sola fila en la matriz imagen, en la práctica se toman varias filas consecutivas a lo largo del eje Y que posteriormente son promediadas; nuevamente, con el objetivo de disminuir el ruido. La selección de los valores de las filas a promediar se ejecuta igualmente a través del software de la cámara CCD.

Las siguientes figuras muestran cómo se comporta el perfil horizontal de una imagen real a partir de los promedios realizados con el fin de disminuir el ruido. Primero se ilustra el perfil horizontal de una imagen de intensidad, (a). La segunda imagen, (b), describe el resultado de promediar tres imágenes tomadas

bajo las mismas condiciones. La tercera (c) se obtiene a partir de promediar varias filas, píxeles en el eje Y , en la imagen promedio calculada en el paso anterior, (b).

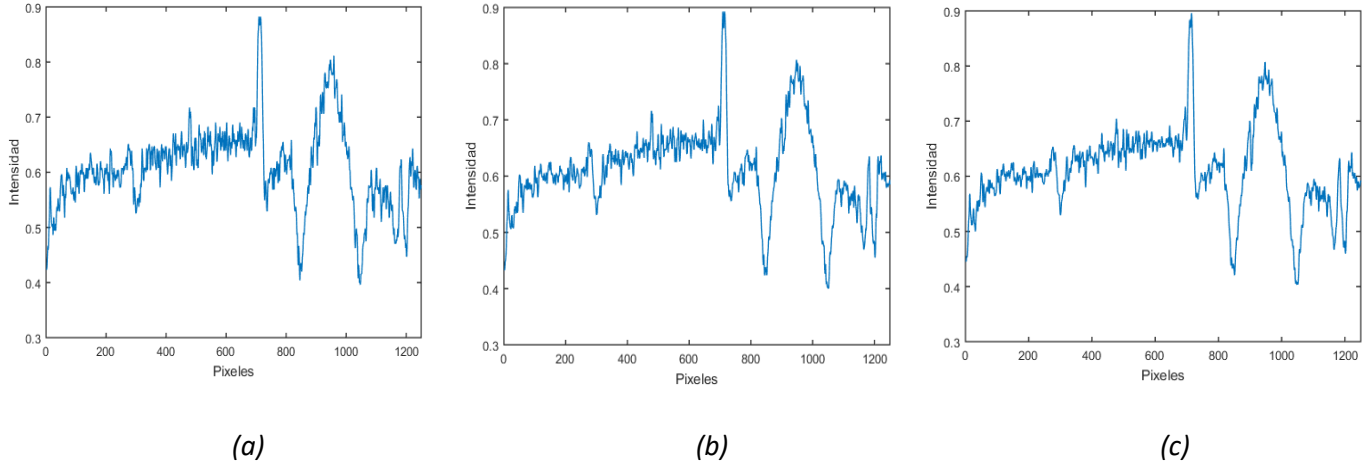


Figura 18 Comportamiento del perfil horizontal de una imagen a partir de los promedios aplicados. Perfil obtenido a partir de una imagen (a). Perfil obtenido a partir de promediar tres imágenes como las utilizadas en a, (b). Perfil obtenido a partir de promediar tres perfiles consecutivos en la imagen utilizada en b, (c).

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, promediar imágenes para luego promediar varias filas consecutivas de la matriz imagen resultante disminuye considerablemente el ruido base presente en los perfiles medidos. Sin embargo, esta metodología provoca un aumento en el tiempo de procesamiento de aproximadamente 10 minutos.

Un elemento de gran importancia a definir sobre las imágenes medidas es el rango del eje X a analizar, dígame cantidad de columnas de la matriz. Esto se determina de igual manera con el software de la cámara ubicando la zona de interés, el núcleo de la fibra. La figura (19) ilustra la sección transversal de una fibra con la misma perspectiva que las imágenes analizadas.

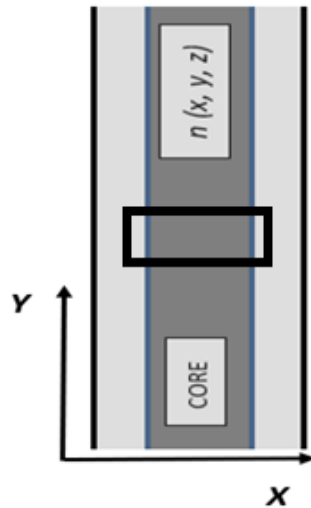


Figura 19 Sección transversal de una fibra óptica, destacando la forma de la sección de imagen analizada.

El rectángulo de bordes negros dibujado en la figura anterior ilustra un aproximado de la sección que se analiza de la fibra para la implementación del método.

4.2.3 Análisis de fibra con perfil de índice escalonado

Como anteriormente se había mencionado, uno de los principales retos que involucra la implementación del método mediante la TIE, lo constituye definir el desenfoque óptimo (dz) a utilizar. Consecuentemente esto involucra determinar las distancias a utilizar para mayor o menor tamaño de la guía de onda. Con la intención de conocer el comportamiento de los resultados a partir de diferentes desplazamientos en el eje Z , se midieron imágenes para varios valores de desenfoque.

Con la finalidad de analizar la fibra monomodal con núcleo de $8.2 \mu m$ de diámetro y su perfil escalonado de índice de refracción se utilizaron un total de 33 imágenes: una adquirida en el punto focal, 16 en la dirección negativa de z y 16 en la dirección positiva del mismo eje. Los desplazamientos utilizados entre cada imagen fueron de $2.5 \mu m$, llegando a analizarse imágenes con una diferencia $dz = 40 \mu m$.

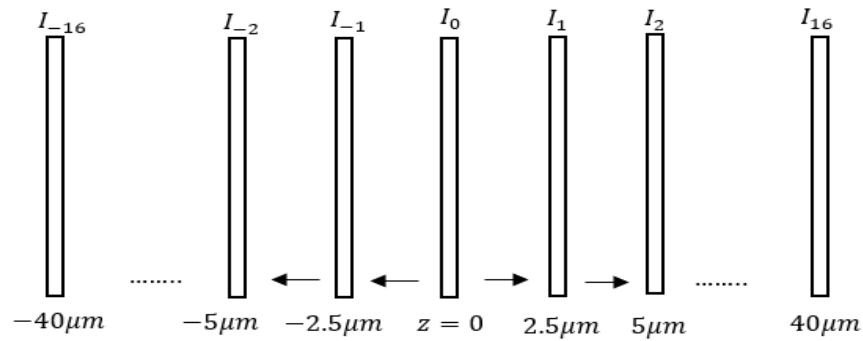


Figura 20 Imágenes adquiridas para distintas posiciones en z

La figura (20) muestra un esquema que describe la adquisición de imágenes medidas para las dos direcciones de desplazamientos en el eje Z . Es válido recordar que para la implementación de la técnica sólo se necesitan tres imágenes (figura 4), consistiendo en la imagen medida para el punto focal con $z = 0$ y dos imágenes desenfocadas en desplazamientos de igual magnitud, pero opuestos en dirección ($I_{-z} | I_0 | I_z$).

La siguiente figura ilustra el juego de imágenes necesario para la implementación de la técnica con el objetivo de facilitar la comprensión del procedimiento. Esta muestra la fibra multimodal (Corning Infinicor $62.5 \mu m$) debido a que su núcleo es más grande que el de la fibra SMF-28e y se puede apreciar mejor los cambios de intensidad para los 3 valores de desenfoco que son en este caso de $z = -62.5, 0$ y $62.5 \mu m$.

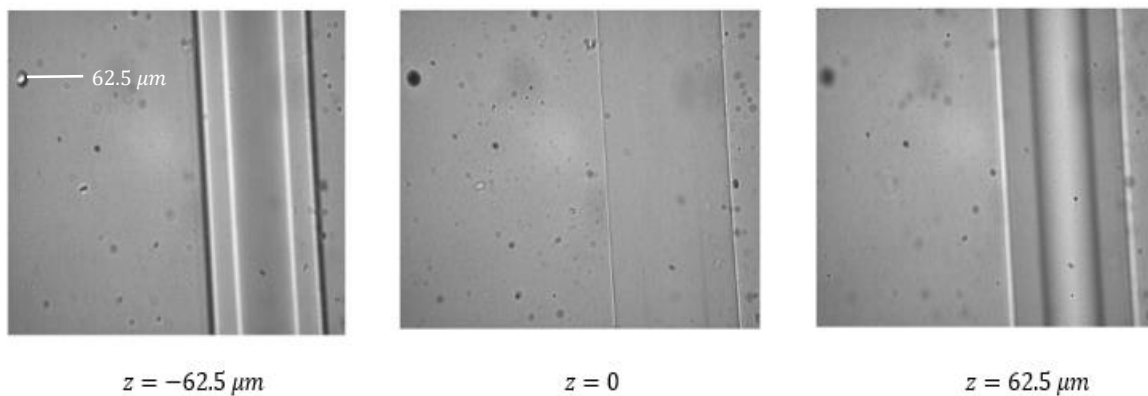


Figura 21 Imágenes de la fibra Corning Infinicor $62.5 \mu m$ para las tres posiciones en z .

Anteriormente quedó planteada la distribución entre las distancias focales necesarias para construir el juego de imágenes a utilizar en la implementación de la TIE y así, medir el cambio en el camino óptico, $OPL(x, z = 0)$.

Los resultados obtenidos al analizar la fibra SMF-28e se muestran en la siguiente figura:

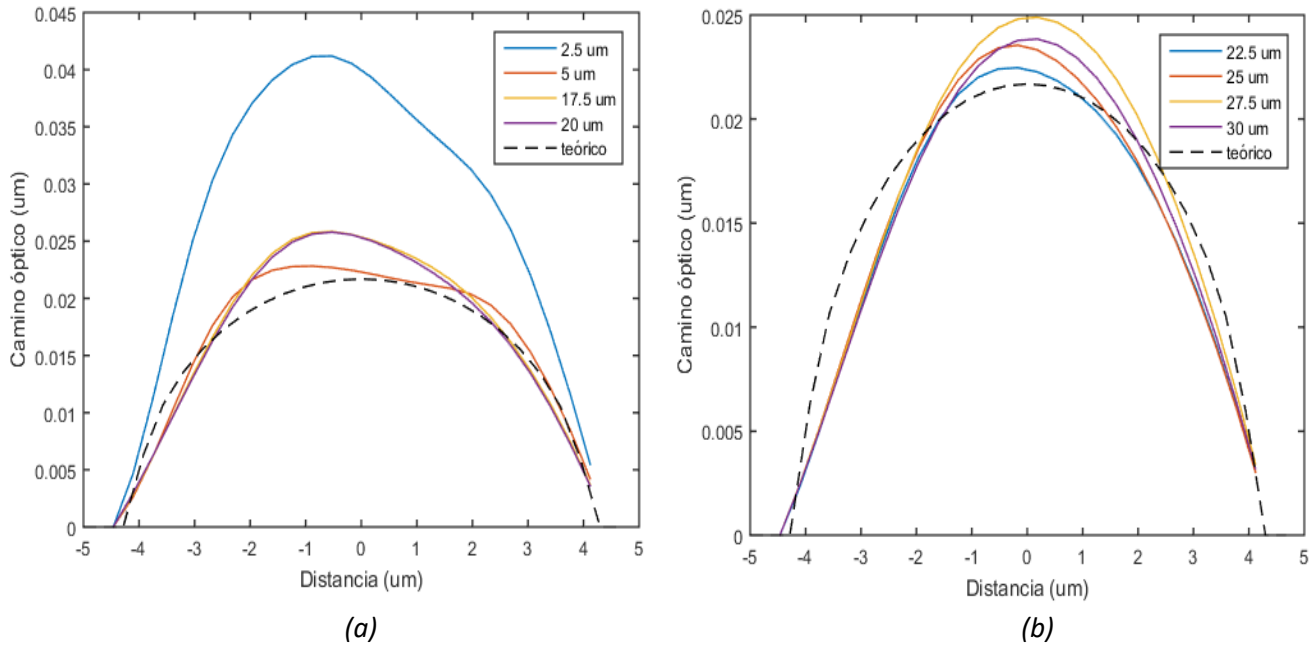


Figura 22 Valores de OPL calculados para distintos desenfoques. Desenfoques más pequeños entre 2.5 y 20 μm (a). Desenfoques entre 22.5 y 30 μm (b).

De los resultados experimentales se observó cómo los primeros valores de desenfoque (ver figura 22a) generan modelos alejados tanto en forma como en amplitud con respecto del modelo teórico. De igual manera, para distancias de desenfoque pequeñas tampoco se presenta un comportamiento repetitivo ni lógico, resultando muy impreciso. Como era esperado, para valores muy pequeños de desenfoque, las variaciones de intensidad registradas quedan solapadas por el ruido intrínseco presente en el detector CCD, ver *anexo D*.

A medida que se aumenta la distancia de desenfoque los resultados se van asemejando a la curva de referencia, se muestra mayor repetitividad que en desenfoques menores y se aprecia como los resultados experimentales y el modelo teórico comienzan a converger. La figura (23) describe los valores de OPL obtenidos para las distancias de desenfoque más alejadas del punto focal. Se puede apreciar repetitividad entre las curvas medidas donde los valores máximos se acercan al valor teórico reportando los mejores

resultados para los desenfoques entre 32.5 y 40 μm . Los últimos valores calculados, aunque poseen amplitudes cercanas a la teórica, aun presentan importantes diferencias en la forma de la curva. Es importante recordar que se está analizando una guía con índice de refracción constante en el núcleo y cambio abrupto entre el valor de n del revestimiento y el del núcleo. Esto último puede ocasionar que la implementación del método resulte complicada e inexacta. Otra causa que puede afectar los resultados es la instrumentación utilizada, ya que el núcleo de la guía es muy pequeño y se podría asumir que no se alcanza la resolución espacial necesaria.

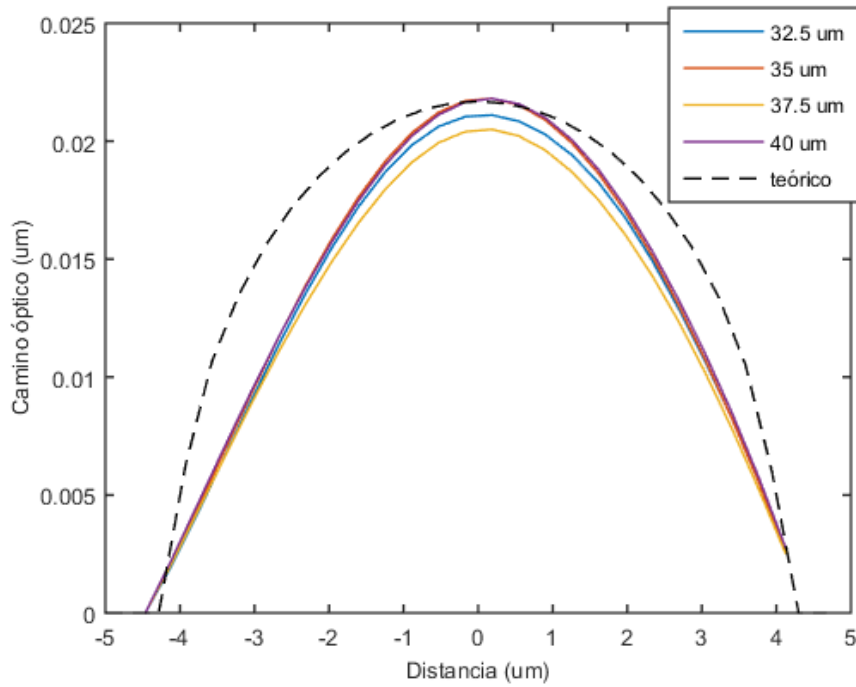


Figura 23 Desenfoques más alejados entre 32.5 y 40 μm .

Las mejores mediciones de OPL obtenidas, figura (23) tienen como valores máximos: 21.2×10^{-3} , 21.8×10^{-3} , 20.5×10^{-3} y $21.8 \times 10^{-3} \mu\text{m}$ para sus respectivos desenfoques: 32.5, 35, 37.5 y 40 μm . La media entre los valores anteriores es aproximadamente de $21.3 \times 10^{-3} \mu\text{m}$. Al comparar la media obtenida con el valor máximo de referencia, $21.7 \times 10^{-3} \mu\text{m}$, se puede definir el error relativo (E_r) entre ambos valores a través de la siguiente fórmula [68]:

$$E_r = \frac{V_{ref} - V_{real}}{V_{ref}} \times 100\% \quad (35)$$

Donde V_{ref} es el valor máximo de la curva de referencia y V_{real} es la media calculada entre los valores máximos de las mediciones que mostraron mejores resultados.

Sustituyendo en la expresión (35) los valores correspondientes:

$$E_r = \frac{21.7 \times 10^{-3} \mu m - 21.3 \times 10^{-3} \mu m}{21.7 \times 10^{-3} \mu m} \times 100 = 1.84 \%$$

Antes de comentar sobre la figura (24) resulta válido recordar que, para cada plano, valor de desenfoque, se tomaron tres imágenes las cuáles fueron promediadas; la imagen promedio resultante fue la utilizada en la implementación de la TIE.

La siguiente figura ilustra los valores máximos de las curvas obtenidas para cada desenfoque utilizando las imágenes promediadas. También incluye un margen de error calculado a partir de la desviación estándar entre los resultados obtenidos para las imágenes sin promediar y el medido para la imagen promedio.

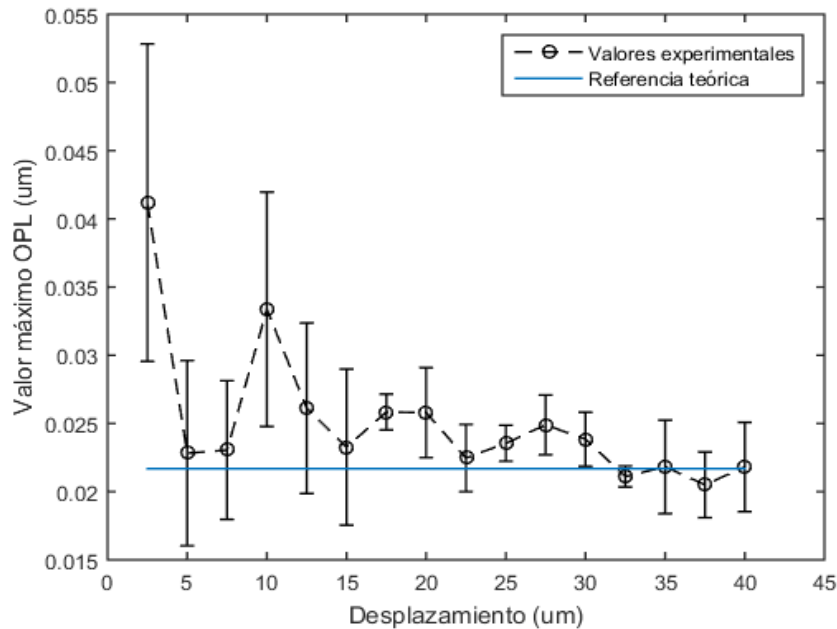


Figura 24 Valores máximos y desviación estándar de las curvas obtenidas en función del desenfoque.

Desde la perspectiva mostrada se puede apreciar que para los últimos cuatro valores de desenfoque los resultados se acercan a la referencia teórica (línea azul). Esto indica un rango con cierta estabilidad, donde

las mediciones oscilan alrededor del valor deseado. Con este resultado se puede concluir que el desenfoque óptimo para la implementación del método en esta guía oscila entre los valores 32.5 y 40 μm .

4.2.3.1 Perfil de índice de refracción

Para el cálculo del perfil de Δn a partir de las mediciones de *OPL*, se utilizó la ecuación (27). Mientras que para la recuperación de la primera derivada del camino óptico fue utilizada la ecuación (28).

Los planos de observación utilizados fueron primeramente el plano de referencia ($z_0 = 0$) con los desenfoques más grandes: Δz entre 30 y 40 μm . El segundo plano de observación (z_1) se fue variando por paso, mientras que las distancias de desenfoque fueron ($\pm z_1$). Se analizaron un total de 16 mediciones, 8 centrados en planos negativos y 8 en planos positivos, los valores utilizados de desenfoque se tomaron desde ± 2.5 hasta $\pm 20 \mu m$ con incrementos de 2.5 μm . Los perfiles de Δn medidos resultaron muy alejados en forma de la referencia y no presentaron repetitividad.

La figura (25) ilustra los mejores resultados obtenidos en ambos planos positivos y negativos, estos coincidieron con los desenfoques más alejados. Las mediciones mostradas corresponden a las siguientes relaciones:

$$OPL_{z_0}: z_0 = 0 \text{ y } \Delta z = \pm 32.5, 35, 40 \mu m$$

$$OPL_{z_1}: z_1 = \pm 16.25, 17.5, 20 \mu m \text{ y } \Delta z_1 = \pm 16.25, 17.5, 20 \mu m$$

Los resultados descritos en la siguiente figura son los que presentan mayor repetitividad, similitud en forma y proximidad al valor máximo de referencia. Para los planos negativos el valor de Δn obtenido entre la referencia y la medición más cercana a esta, desenfoque de $-20 \mu m$, fue de 4.2×10^{-4} . Sobre los planos positivos, el desenfoque de 17.5 μm arrojó un Δn de 1.6×10^{-3} . Por lo tanto, se puede concluir que los mejores resultados fueron obtenidos utilizando los planos negativos. Este comportamiento puede ser atribuido al hecho de que las mediciones para los planos negativos y sus desenfoques se obtuvieron acercando la muestra a la lente, donde el contraste de las imágenes resultó un poco mejor y por lo tanto en mediciones más acertadas. Aunque los resultados muestran diferencias evidentes en forma con la referencia, los valores máximos si presentan similitud con esta.

En general, para esta fibra, los resultados no fueron alentadores ya que discrepan mucho en forma con la referencia, lo que podemos asumir que es debido a la forma escalonada del perfil en el núcleo. Esto nos permite concluir que la técnica estudiada es muy poco funcional para fibras de perfil escalonado. Sin embargo, permitió observar el comportamiento en las distancias de desenfoque donde las mediciones muestran su mejor comportamiento.

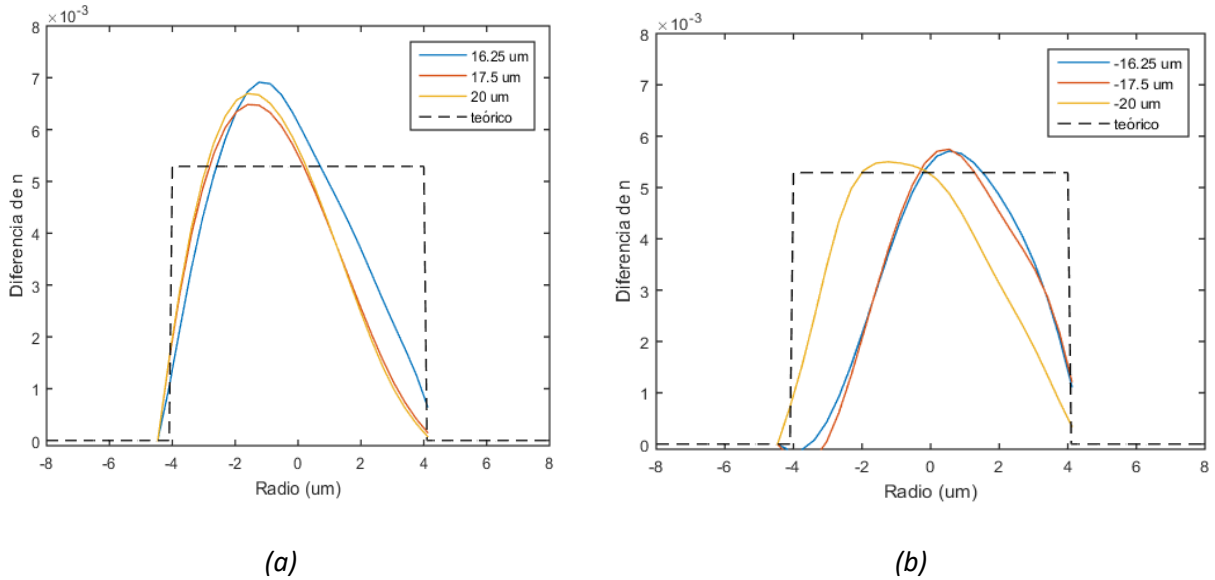


Figura 25 Perfiles de n medidos para la fibra Corning SMF-28e. Planos positivos centrados en $z_1 = 16.25, 17.5$ y $20 \mu\text{m}$ (a). Planos negativos centrados en $z_1 = -16.25, -17.5$ y $-20 \mu\text{m}$ (b).

La aproximación hecha en el cálculo de la primera derivada del OPL en Z reportó mejores resultados para las mediciones que cumplan lo siguiente:

- I. Mediciones de OPL_{z_0} centrados en $z_0 = 0$ con los desenfoques Δz_0 que reportaron mejores resultados.
- II. Mediciones de OPL_{z_1} centrados y desenfocados en la mitad de las distancias de desenfoque utilizadas anteriormente $z_1 = -\Delta z_0/2$ y $\Delta z_1 = \pm \Delta z_0/2$.

El siguiente esquema representa las imágenes y la relación entre sus distancias de desenfoque, para la medición de los modelos de camino óptico necesarios:

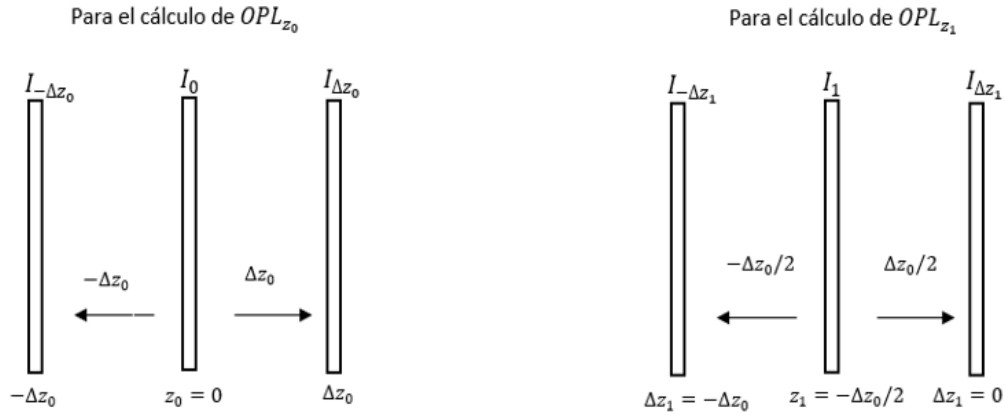


Figura 26 Relación de imágenes necesarias para los modelos de OPL

4.2.4 Análisis de las fibras con perfil de índice gradual

Mediciones de OPL para la fibra con núcleo de diámetro de $62.5 \mu m$

Para la fibra multimodal InfiniCor con un núcleo de $62.5 \mu m$ de diámetro se adquirieron imágenes igualmente con incrementos de $2.5 \mu m$. Sin embargo, para esta fibra óptica se trabajaron distancias de desenfoque entre 2.5 y $62.5 \mu m$, siendo en total 25 imágenes para cada dirección de desenfoque. Las gráficas mostradas en la figura (27) presentan los resultados del estudio de OPL para cada valor de desenfoque. Se incluyen tres curvas de referencia considerando la incertidumbre reportada por el fabricante para el diámetro del núcleo; estas incluyen el valor máximo, nominal y mínimo del rango.

Los resultados obtenidos para los primeros valores de desenfoque, desplazamientos entre 2.5 y $15 \mu m$, demuestran un comportamiento irregular, siendo similar a los obtenidos para la fibra de índice escalonado.

Para desplazamientos entre 17.5 y $35 \mu m$ describen un mejor comportamiento que los primeros, ya que presentan una curva semejante en forma a la teórica y se identifica una tendencia a acercarse a la curva

de referencia calculada para el mayor diámetro. Sin embargo, aún se aprecian diferencias considerables en amplitud con la referencia y entre las mediciones.

Al igual que en la fibra de índice escalonado los mejores resultados se reportaron a partir de un desenfoque de $37.5 \mu m$, aunque la fibra de índice gradual si reporta curvas muy similares a las curvas teóricas. El mejor resultado se obtuvo para $z = 62.5 \mu m$ y se muestra en la figura (28).

Para ilustrar el rango de desenfoques efectivo para el análisis de *OPL* en este tipo de fibra la figura (29) muestra los valores máximos de los resultados, obtenida de manera similar a la figura (24). En esta se puede apreciar, como se había mencionado, que a partir del desenfoque de $37.5 \mu m$ las mediciones reportan estabilidad entre sus valores, oscilando estos, alrededor de la referencia medida para mayor diámetro.

Analizando los datos obtenidos se puede afirmar que, para desenfoques cortos, hasta $15 \mu m$, los valores de *OPL* están muy alejados de la referencia; mientras que los desenfoques óptimos se obtienen a partir de una distancia de $37.5 \mu m$.

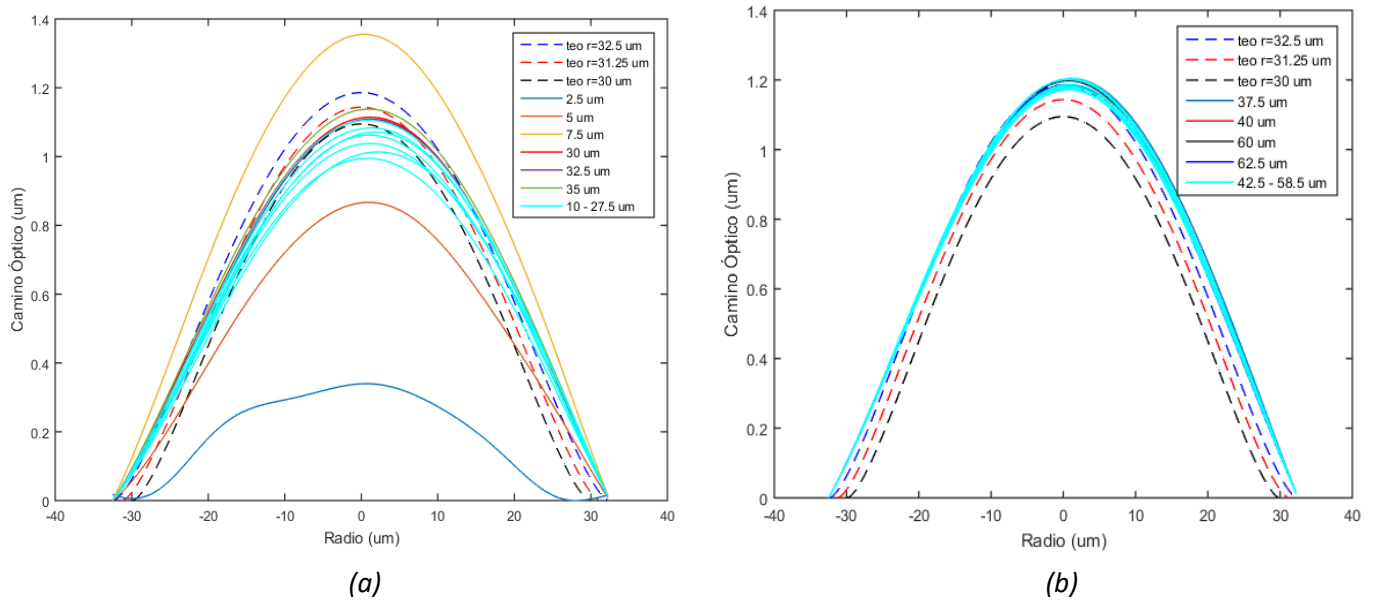


Figura 27 Mediciones de *OPL* obtenidas para fibra Corning Infinicor $62.5 \mu m$. Desenfoques entre 2.5 y $35 \mu m$ (a). Desenfoques entre 37.5 y $62.5 \mu m$ (b).

A partir de las mediciones mostradas en la figura (27b) se calculó la media entre sus valores máximos resultando esta de aproximadamente $1.18 \mu m$, valor que coincide con el valor máximo de la medición de referencia, lo que nos permite aproximar a cero su error relativo.

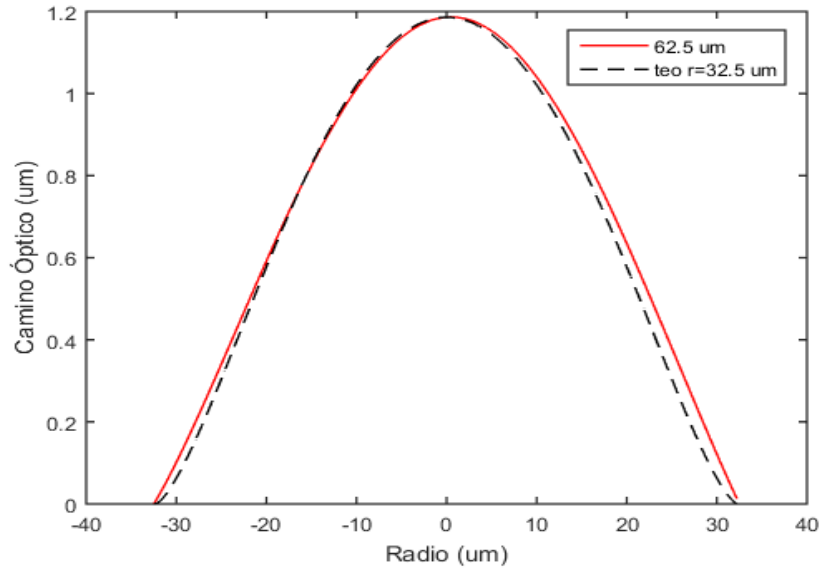


Figura 28 Medición de OPL obtenida para un desfoque de $62.5 \mu m$.

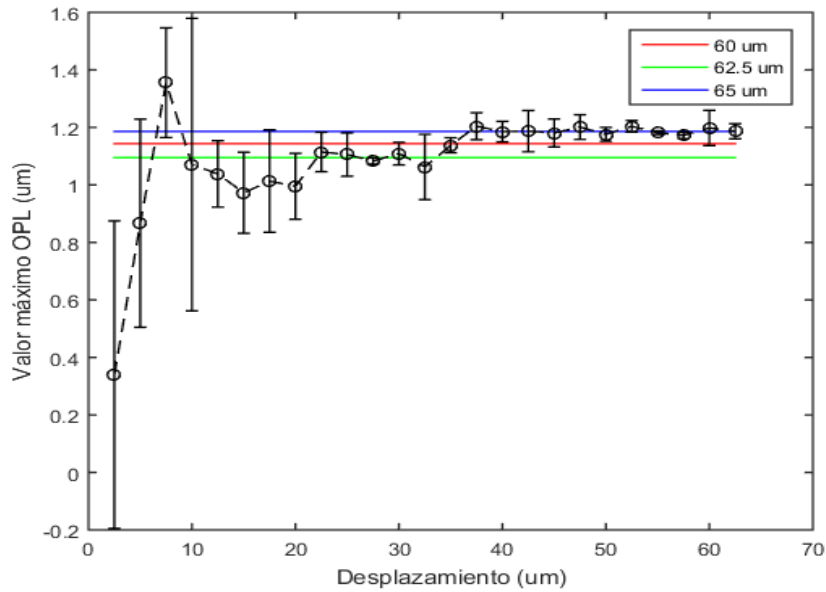


Figura 29 Valores máximos y desviación estándar de las curvas obtenidas en función del desfoque

Mediciones de OPL para la fibra con núcleo de diámetro de 50 μm

Para la fibra de 50 μm se midieron 30 perfiles de OPL con desplazamientos de 2.5 μm , que fueron desde 2.5 hasta 75 μm . En este caso se decidió aumentar la distancia de desenfoco con el objetivo de intentar definir el valor máximo de desenfoco que permite el sistema. Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes imágenes.

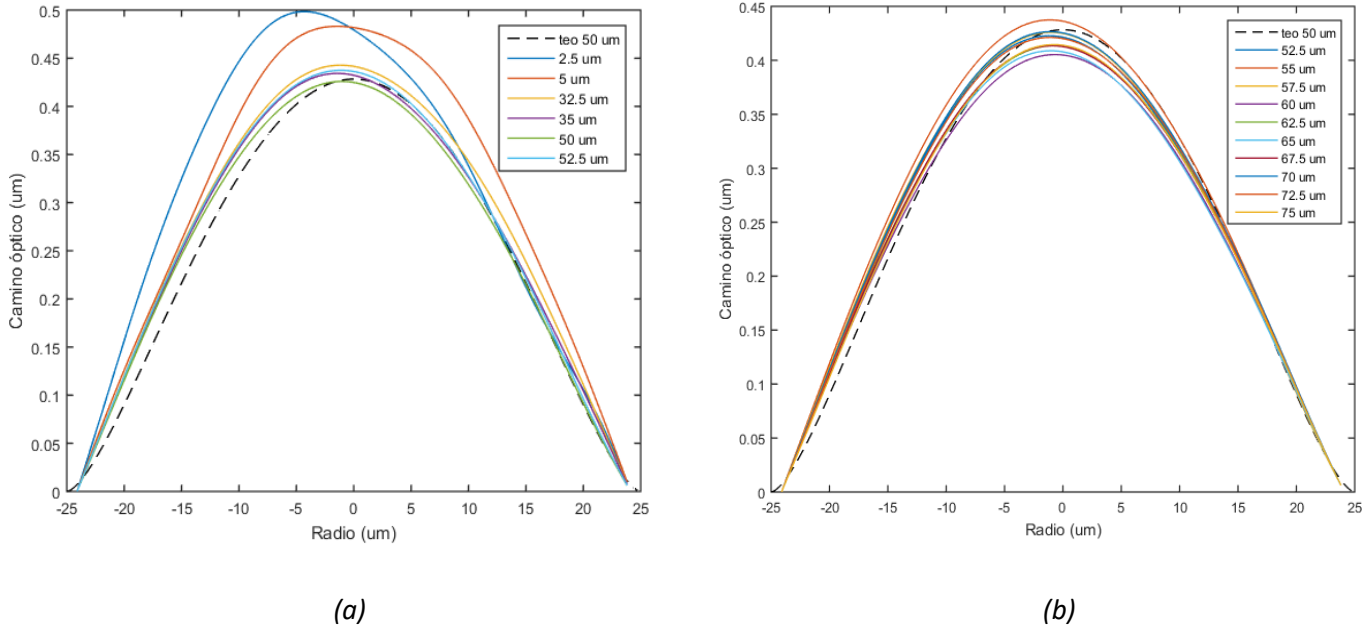


Figura 30 Mediciones de OPL obtenidas para la fibra de diámetro igual a 50 μm . Desenfoques de 2.5, 32.5, 35, 50, 52,5 μm (a). Rango de desenfoques óptimo entre 52.5 y 75 μm (b).

Para esta fibra las mediciones obtenidas en general se muestran estables y similares al valor estimado teóricamente. Resulta válido mencionar que a partir de la distancia de desenfoco de 37.5 μm , valor a partir del cual las dos guías de onda anteriormente analizadas mostraban comportamientos estables y cercanos a la referencia, el sistema si muestra una mejora en su comportamiento, repetitividad y tendencia a la referencia, pero como en este caso se analizaron valores mayores de desenfoco la variación de los valores disminuyó con las distancias de desenfoco obteniendose los mejores resultados para los desenfoques más alejados.

Se observó que los valores óptimos de desenfoco fueron a partir de 52.5 μm , siendo los mejores resultados en las tres últimas distancias de desenfoco: ± 70 , ± 72.5 y ± 75 μm .

La media entre los valores máximos de las mediciones mostradas en la figura (31) resultó en un aproximado de $0.42 \mu\text{m}$; mientras que la referencia tiene como valor máximo aproximado: $0.43 \mu\text{m}$. El error relativo calculado para los valores máximos de las curvas analizadas es de 2.3 %.

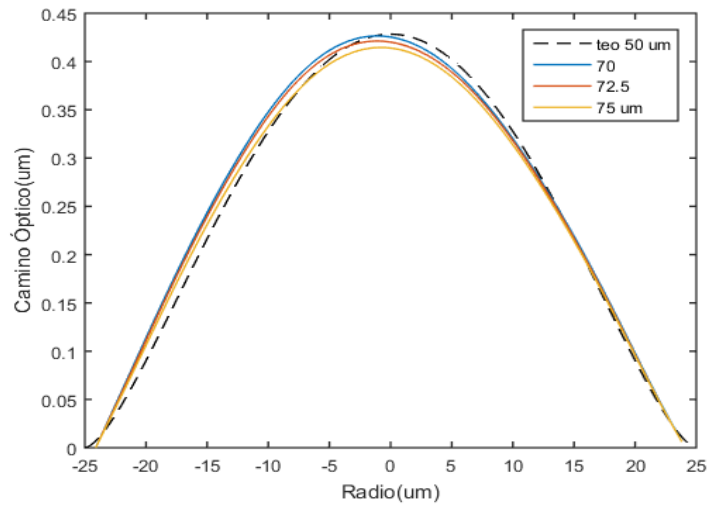


Figura 31 Mejores resultados obtenidos a partir de las mediciones de OPL para la fibra de diámetro igual a $50 \mu\text{m}$ con las distancias de desenfoque más alejadas, 70, 72.5, 70 μm .

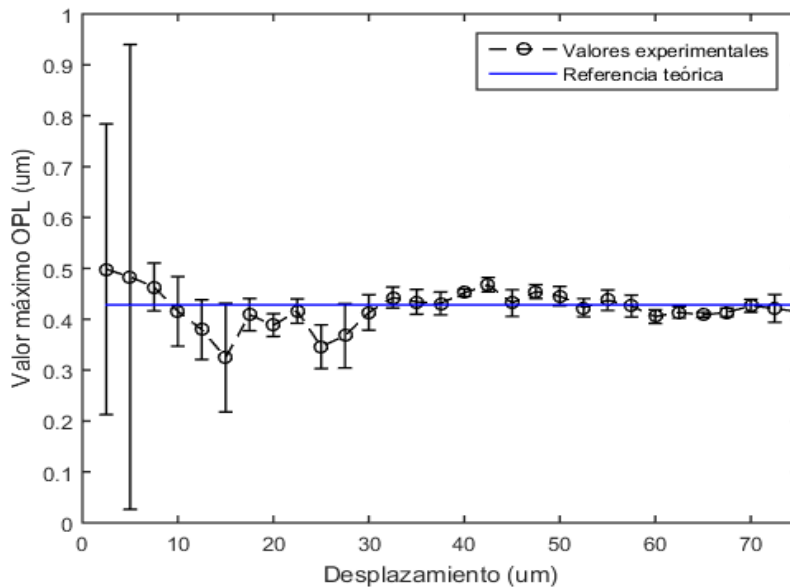


Figura 32 Valores máximos y desviación estándar de las curvas obtenidas en función del desenfoque.

La figura (32) muestra la evolución en amplitud de los modelos calculados para los correspondientes valores de desenfoque. En esta se puede apreciar como los valores de amplitud comienzan a estabilizarse

y a converger al valor teórico, línea azul mostrada, a partir de las $37.5 \mu m$, como ya se había mencionado con anterioridad. También se puede observar que este comportamiento se mantuvo para todas las distancias de desenfoque analizadas. Por lo tanto, se ve que, a partir de cierto valor de desenfoque, para esta fibra óptica en particular, se tiene un rango amplio para poder estudiar el camino óptico.

4.2.5 Perfil de Δn fibra de índice gradual

Perfil que describe la diferencia de IR, fibra de $62.5 \mu m$ de diámetro.

En el cálculo del perfil de Δn de esta fibra se utilizó el mismo procedimiento que en la fibra anterior para definir los planos y las distancias de desenfoque. Se utilizó el plano $z = 0$ con los desenfoques que reportaron mejores resultados, Δz entre ± 37.5 y $\pm 62.5 \mu m$. El segundo plano, $z = z_1$, se fue variando en incrementos de $2.5 \mu m$ para distintos desenfoques mientras se analizaron los resultados. La primera tendencia que se pudo apreciar, nuevamente en común con la fibra de índice escalonado, fue que los planos de observación negativos reportaban mejor comportamiento. Particularmente para las distancias más alejadas del foco, $z_1 = -28.75, -30$ y $-31.25 \mu m$ se obtuvieron los mejores resultados. Es válido señalar que los valores óptimos de z_1 para modelar el perfil de Δn corresponden a la mitad de la distancia de desenfoque que reportaron los mejores resultados, $\Delta z = \pm 57.5, \pm 60$ y $\pm 62.5 \mu m$.

Los perfiles de Δn obtenidos se muestran a continuación:

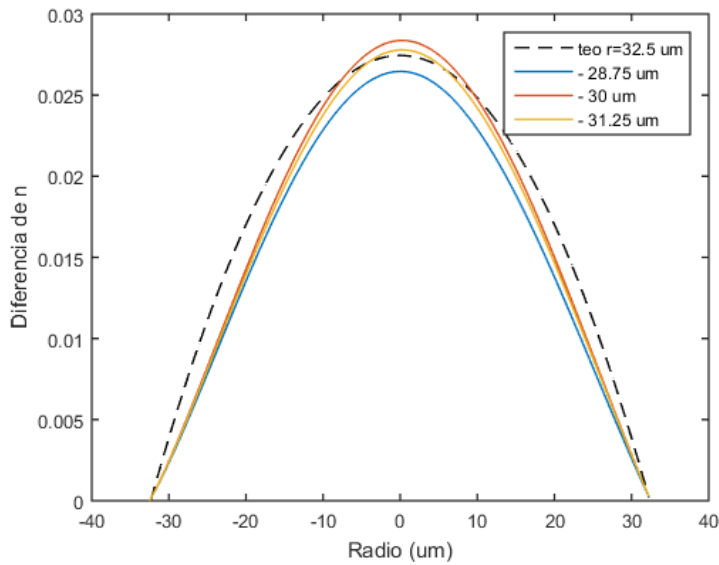


Figura 33 Diferencias de n medidas para fibra Corning Infinicor $62.5 \mu m$.

La figura anterior ilustra los perfiles de Δn . Los *OPL* utilizados corresponden a la siguiente relación:

$$OPL_{z_0}: z_0 = 0 \text{ y } \Delta z = \pm 57.5, 60, 62.5 \mu m$$

$$OPL_{z_1}: z_1 = -28.75, -30, -31.25 \mu m \text{ y } \Delta z_1 = -28.75, -30, -31.25 \mu m$$

La media entre los valores máximos de las mediciones mostradas en la figura (33) fue de $\Delta n = 27.5 \times 10^{-3}$, mientras que el valor máximo de la medición de referencia fue de $\Delta n = 27.4 \times 10^{-3}$. El error relativo para estos valores es de 0.36 %.

Los resultados reportados presentan mayor correspondencia con la referencia, en forma y amplitud, que los obtenidos para la fibra monomodal. También se puede apreciar como las mediciones de camino óptico presentan mejor comportamiento que las de índice de refracción, mayor estabilidad, repetitividad y similitud con la referencia. Esto puede justificarse a partir de la relación matemática utilizada para derivar el *OPL*, ya que en esta se hace una aproximación lineal, utilizando diferencias finitas, para resolver una relación no lineal, derivada parcial del camino óptico. Resulta importante recordar que, para el cálculo de la derivada parcial de la intensidad, elemento utilizado en la obtención de los *OPL*, también se utiliza esta aproximación por lo que los efectos no lineales se evidencian más en el cálculo de la derivada de *OPL*.

Perfil de IR para la fibra de 50 μm .

El procedimiento para la medición del Δn de esta fibra se basó en la experiencia obtenida a partir de las fibras anteriores. Las relaciones utilizadas para obtener los perfiles mostrados en la figura (34) corresponden a los siguientes valores:

$$OPL_{z_0}: z_0 = 0 \text{ y } \Delta z = \pm 70, \pm 72.5, \pm 75 \mu m$$

$$OPL_{z_1}: z_1 = -35, -36.25, -37.5 \mu m \text{ y } \Delta z_1 = \pm 35, \pm 36.25 \text{ y } \pm 37.5 \mu m.$$

La media entre los valores máximos de las mediciones mostradas en la figura (34) fue de $\Delta n = 13.4 \times 10^{-3}$, mientras que el valor máximo de la medición de referencia fue de $\Delta n = 12.7 \times 10^{-3}$. Nuevamente se calculó el error relativo siendo este de 5.5 %.

Al comparar los resultados obtenidos para las diferencias de índice de refracción de las dos fibras de índice gradual se puede observar que:

- Ambas presentan semejanzas en amplitud y forma con las referencias, demostrando que el método funciona correctamente para fibras con núcleos donde el índice de refracción varía de forma gradual a diferencia de lo observado para las fibras de índice escalonado.

- La fibra de mayor diámetro en el núcleo, $62.5 \mu\text{m}$, describió mejor comportamiento. Esto permite afirmar que, con el montaje experimental utilizado y la técnica implementada, la precisión y exactitud de los resultados también depende del tamaño del núcleo, mientras mayor sea el diámetro del núcleo mejor comportamiento de las mediciones.

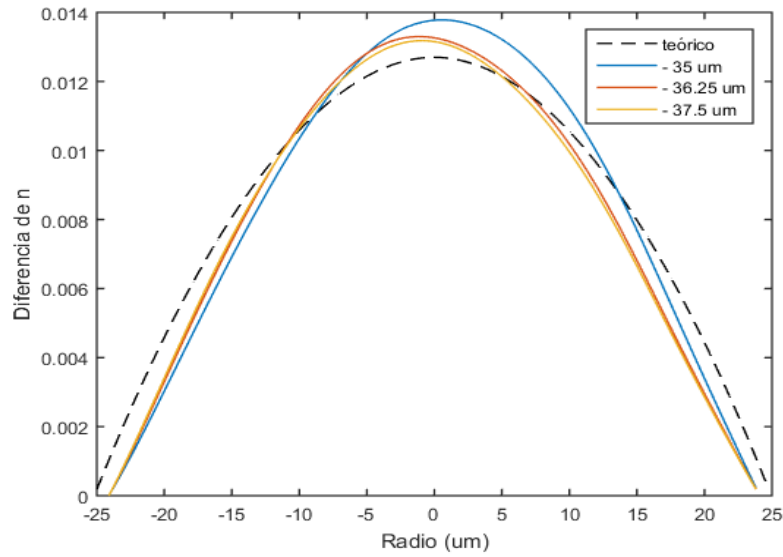


Figura 34 Mediciones obtenidas para las diferencias de n para la fibra de diámetro igual a $50 \mu\text{m}$.

Con el propósito de conocer como se comporta nuestro sistema ante cambios muy pequeños se decidió inducir variaciones en un perfil analizado, semejante al mostrado en la figura (18c). Para esto se provocaron dos tipos de variaciones; primero se incrementó un nivel de gris en el eje Y del perfil y segundo se agregó un pixel al rango de valores utilizados en el eje X . Posteriormente se midieron las variaciones de camino óptico y de índice de refracción siguiendo la misma metodología mencionada anteriormente. Finalmente se calculó la diferencia entre las mediciones originales y las obtenidas a partir de los cambios introducidos. Los valores máximos de las diferencias de camino óptico medidas fueron de aproximadamente $OPL = 7.4 \times 10^{-3} \mu\text{m}$, para un incremento de nivel de gris y $OPL = 0.02 \mu\text{m}$ para un incremento de un pixel en el eje X . Mientras que las diferencias de índice de refracción estuvieron alrededor de los $\Delta n = 2.05 \times 10^{-4}$ y los $\Delta n = 7.09 \times 10^{-4}$ respectivamente.

4.3 Análisis experimental de guías de onda no conocidas

Después de implementar el método en fibras ópticas comerciales con características conocidas se procedió a analizar una guía de onda también comercial pero cuyas características no se conocían. Finalmente se analizó una guía fabricada en el laboratorio de “Microfabricación” del ICAT-UNAM. Los resultados obtenidos se describen en las siguientes secciones de este capítulo.

4.3.1 Fibras de pocos modos

La fibra comercial analizada en este caso es de última generación, ligeramente multimodal o mejor conocida como “fibra de pocos modos” o FMFs (*por sus siglas en inglés, Few Mode Fibers*). Sobre esta se sabe que soporta dos modos linealmente polarizados (2 LP) y posee un núcleo con radio de $14\ \mu\text{m}$ cuya sección transversal se puede observar en la siguiente figura:

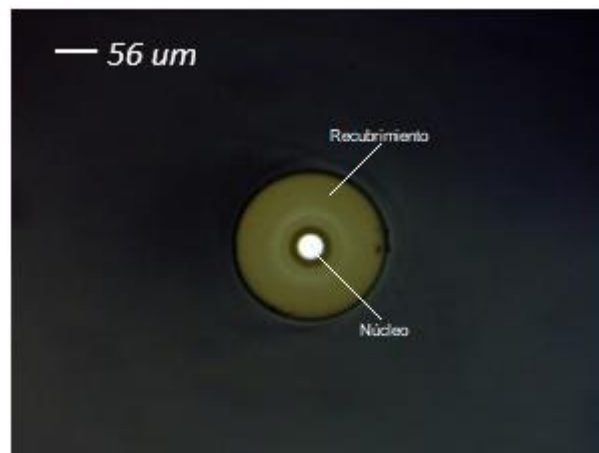


Figura 35 Sección transversal de la fibra 2LP analizada

Esta fibra es de la compañía OFS [69, 70], pero se desconocen sus características ópticas como lo es el gradiente de índice de refracción. De igual manera se decidió analizarla con el propósito de comprobar el método presentado en este trabajo y ver la información posible a obtener. Se analizaron 40 imágenes con incrementos en la distancia de desenfoque de $2.5\ \mu\text{m}$ entre cada una, por lo que las distancias están entre 2.5 y $100\ \mu\text{m}$. Al aplicar el procedimiento se obtuvieron los resultados mostrados en la figura (36).

Al igual que en las fibras ópticas anteriormente analizadas, los resultados mostraron un rango de valores de desenfoque para los cuales la medición del camino óptico describió un comportamiento repetitivo y estable. En similitud con las guías anteriores, se observó que a partir de los $37.5\ \mu\text{m}$ y hasta las $70\ \mu\text{m}$ de

distancia de desenfoque se obtienen buenos resultados, ver figura (37). Sin embargo, el rango óptimo puede reducirse un poco más debido a que entre los 52.5 y 67.5 micrómetros los resultados describen mayor estabilidad, figura (36b). En este caso, aun sin tener un modelo de referencia para comparar, se puede suponer el valor o valores máximos de desenfoque, ya que a partir de las 70 μm se pudo apreciar como los resultados comenzaron a disminuir en amplitud puede suponer el valor o valores máximos de desenfoque, ya que a partir de las 70 μm se pudo apreciar como los resultados comenzaron a disminuir en amplitud y estabilidad.

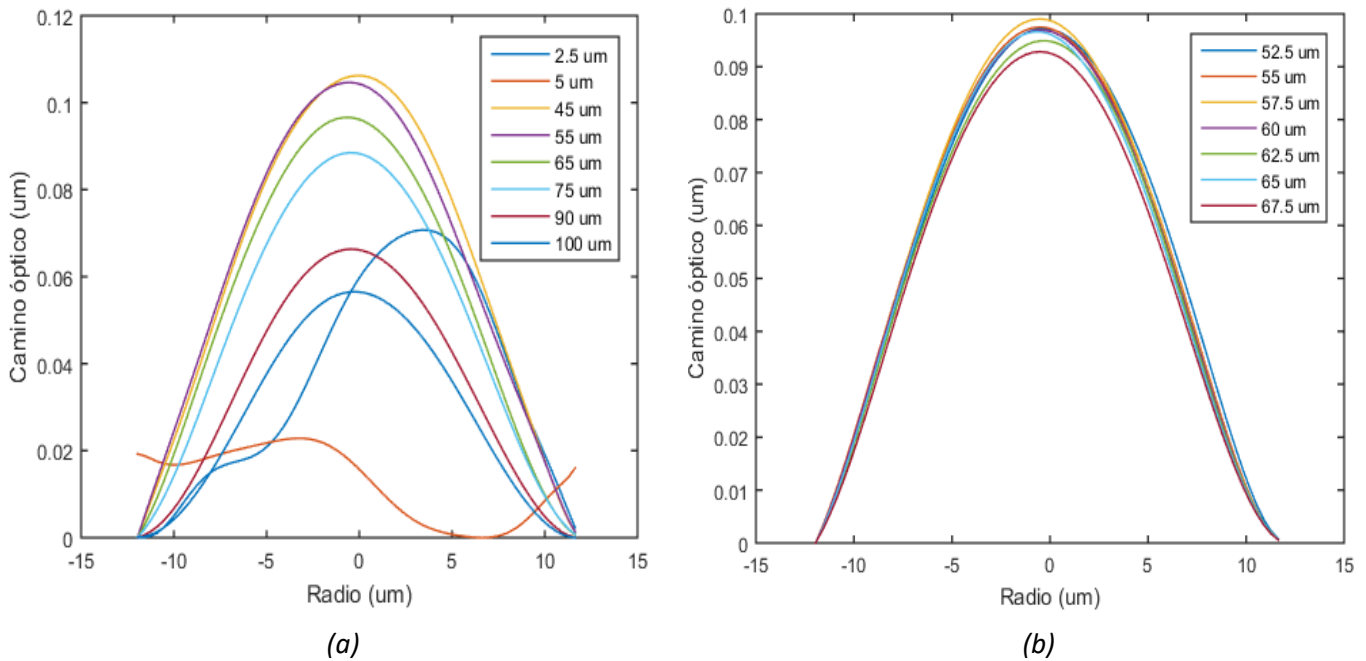


Figura 36 Mediciones de OPL obtenidas para la fibra 2 LP. Distancias de desenfoque: 2.5, 5, 45, 55, 65, 75, 90, 100 micrómetros (a). Distancia de desenfoque en el rango óptimo de 52.5 – 67.5 μm (b).

En el análisis de las guías anteriores se calculó la media entre los valores máximos de las mediciones que reportaron mejores resultados con el objetivo de conocer que tan lejos estaban de las referencias. Los resultados obtenidos muestran que, calcular la media es una buena práctica para aproximar el valor máximo. En esta guía se calculó la media entre los valores máximos de las mediciones mostradas en la figura (36b) siendo esta de aproximadamente $96.4 \times 10^{-3} \mu m$.

La figura (37) ilustra la dependencia de los valores máximos obtenidos en las mediciones de camino óptico en función de las distancias de desenfoque correspondientes. Se puede apreciar como el sistema para

desenfoques mayores a las $70 \mu\text{m}$ comienza a disminuir. Con este resultado y los obtenidos para las fibras anteriores se puede definir un rango óptimo de desenfoque, para la configuración y el método aplicado; este puede definirse entre los 37.5 y los 75 micrómetros.

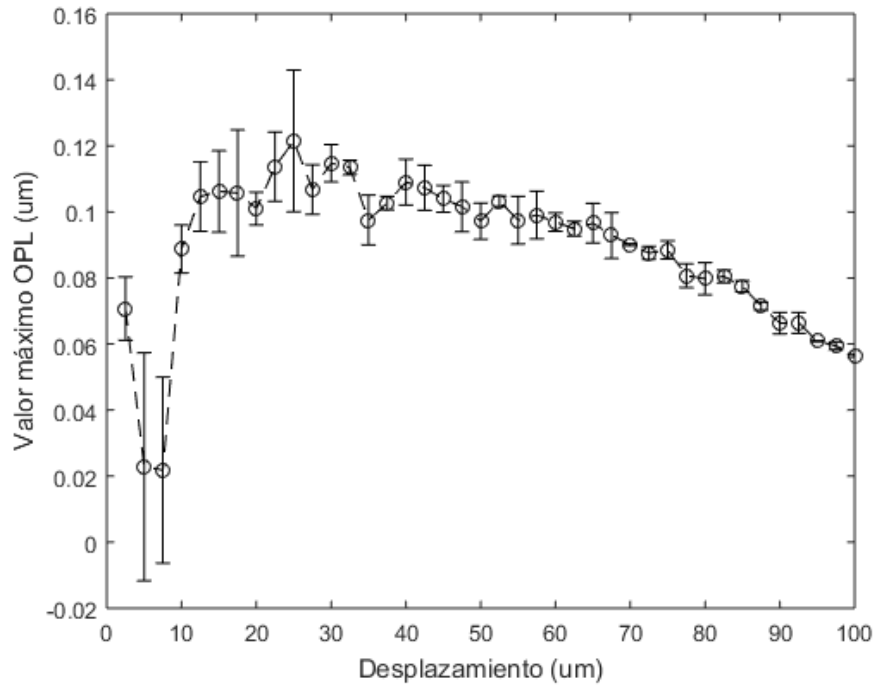


Figura 37 Valores máximos y desviación estándar de las curvas obtenidas en función del desenfoque para la fibra 2LP-FMF.

Perfil de Δn , fibra 2LP.

Para la medición del perfil de Δn se utilizaron los criterios obtenidos a partir del análisis hecho a las fibras anteriores. Se utilizaron las mayores distancias de desenfoque para las que se obtuvieron los mejores resultados,

$$OPL_{z_0}: z_0 = 0 \text{ y } \Delta z = \pm 65, \pm 67.5, \pm 70 \mu\text{m}$$

$$OPL_{z_1}: z_1 = -32.5, -33.75, -35 \mu\text{m} \text{ y } \Delta z_1 = \pm 32.5, \pm 33.75 \text{ y } \pm 35 \mu\text{m}.$$

En la figura (38) se mostraron los perfiles de IR que mostraron mayor repetitividad y estabilidad en forma y amplitud. Hasta el momento podemos afirmar que el método permite medir las variaciones de camino óptico y de índice de refracción en guías con perfiles graduales de n . A partir de medir para diferentes

valores de desenfoque por el comportamiento de los resultados, repetitividad en forma y amplitud, se pueden definir las mediciones correctas. La media obtenida entre los valores máximos de las curvas mostradas en la figura (38) es $\Delta n = 9.03 \times 10^{-4}$.

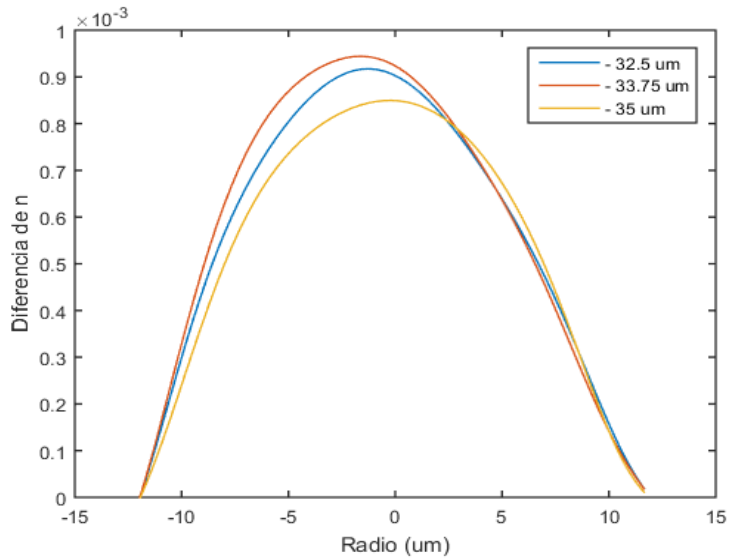


Figura 38 Perfil de diferencia de índice de refracción medido para la fibra 2 LP-FMF

4.3.2 Análisis de guías fabricadas por DLW

En la siguiente sección se procedió a implementar el método en una guía de onda óptica fabricada en el laboratorio. La muestra analizada está compuesta por un portaobjetos sobre el que se depositó la resina SU-8 que constituye el medio de grabado. Resulta importante señalar que la muestra utilizada, figura (39), es diferente a las construidas para las fibras provocando que la distancia focal varíe significativamente.

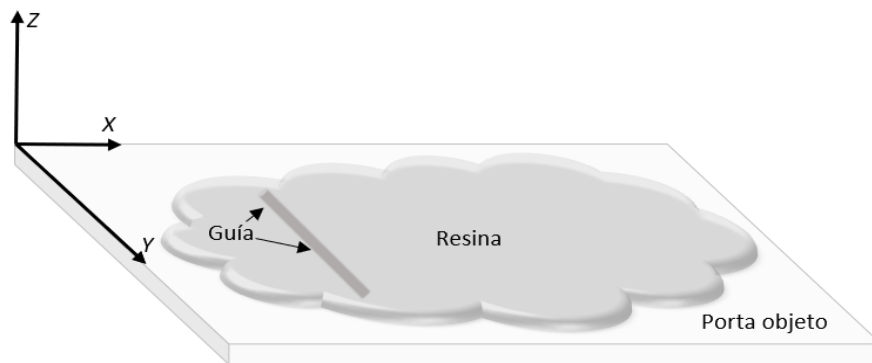


Figura 39 Muestra construida para el análisis de las guías fabricadas mediante DLW.

En este análisis se midieron 25 imágenes que incluyen un rango de distancias de desenfoque entre 2.5 y 62.5 μm , lo resultados se muestran a continuación:

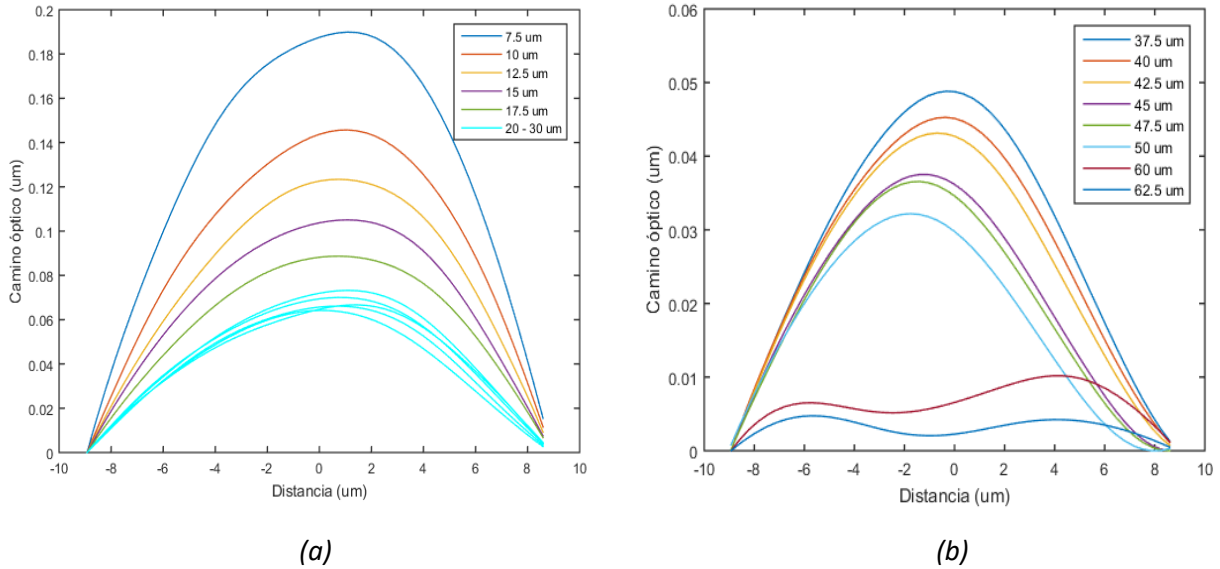


Figura 40 Mediciones de OPL medidas para la guía fabricada. Distancias de desenfoque entre 7.5 - 30 μm (a). Distancias de desenfoque entre 37.5 – 50 μm , 60 y 62.5 μm (b).

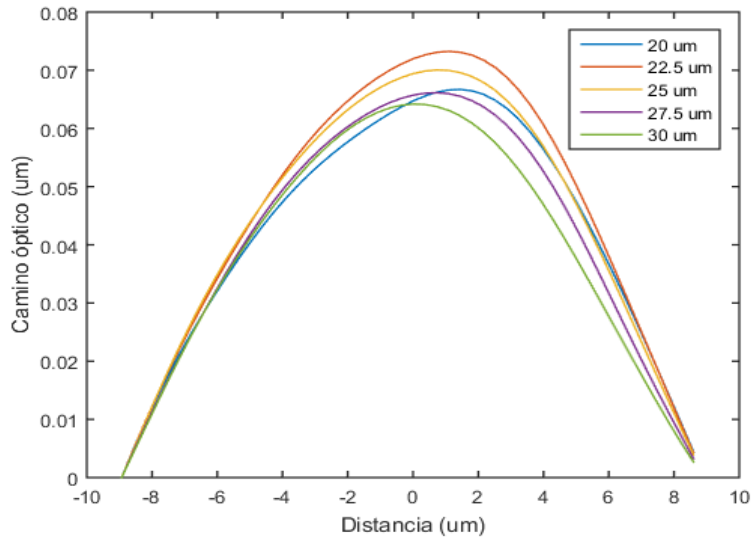


Figura 41 Mediciones de OPL obtenidas para el rango óptimo de distancias de desenfoque.

La figura anterior muestra los mejores resultados que fueron obtenidos para distancias entre los 20 y 30 micrómetros. Se puede apreciar que este rango es menor que los obtenidos en las guías anteriores y suponer este corrimiento es debido a las diferencias forma de la muestra analizada. La media entre los valores máximos de las curvas mostradas es de $0.04 \mu m$.

La gráfica de los valores máximos de las mediciones y su desviación estándar se muestra a continuación:

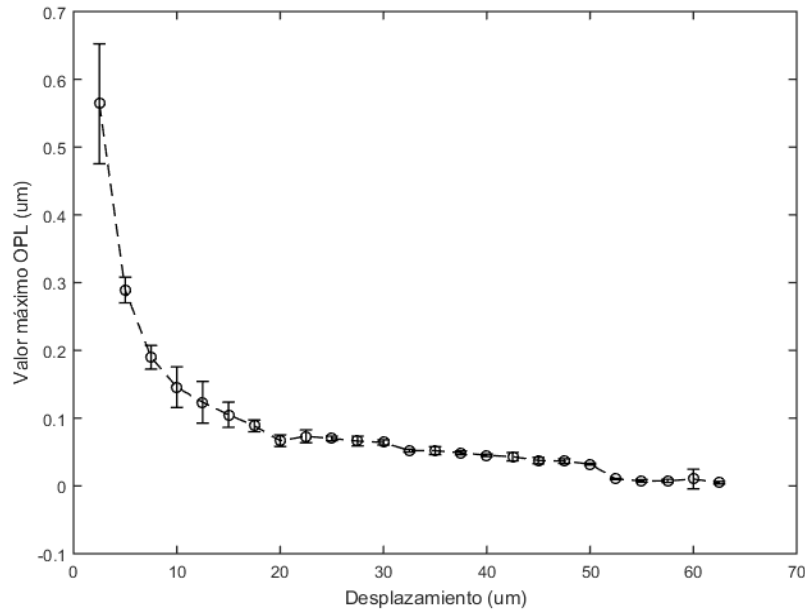


Figura 42 Valores máximos de las mediciones y su desviación estándar para la guía de onda fabricada mediante DLW.

Las figuras anteriores ilustran los valores máximos de las mediciones, se puede apreciar que los resultados presentan una tendencia a disminuir (figura 42a).

Para la medición de las diferencias de IR en esta guía se utilizó el mismo procedimiento que para el análisis de fibras ópticas. Para el plano z_0 se utilizaron las distancias de desenfoque más alejadas dentro de rango óptimo, mientras que para z_1 se utilizaron la mitad de las distancias anteriores. Los datos correspondientes se muestran a continuación:

$$OPL_{z_0}: z_0 = 0 \text{ y } \Delta z = \pm 25, \pm 27.5, \pm 30 \mu m$$

$$OPL_{z_1}: z_1 = -12.5, -13.75, -15 \mu m \text{ y } \Delta z_1 = \pm 12.5, \pm 13.75 \text{ y } \pm 15 \mu m.$$

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente figura:

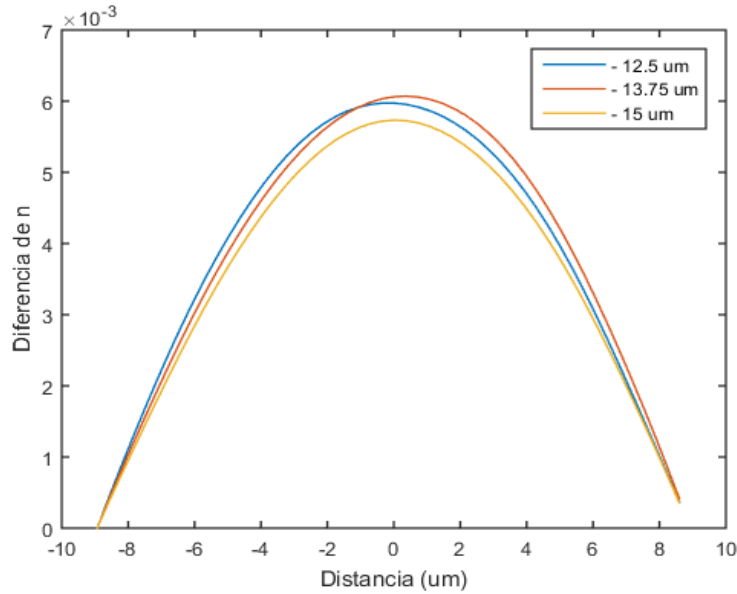


Figura 43 Diferencias medidas del índice de refracción para la guía de onda óptica fabricada mediante DLW.

Nuevamente se calculó la media de Δn de forma similar a las guías anteriores para las curvas descritas en la figura (43) siendo esta de $\Delta n = 5.9 \times 10^{-3}$.

Los resultados descritos en la figura anterior representan las diferencias de índice de refracción con mayor repetitividad en amplitud y forma. La implementación del método para esta guía permitió comprobar su funcionalidad, mostrando que al medir varias imágenes es posible definir las variaciones tanto de camino óptico como de índice de refracción a partir de analizar su comportamiento, repetitividad. Este análisis indicó resultados dentro de lo esperado, ya que guías de onda similares fabricadas mediante procesos diferentes, pero utilizando el mismo material, reportan valores cercanos [71]. Esto indica que el método es confiable para una estimación de las características de guías de onda y estructuras creadas mediante DLW, donde de antemano se sabe que se tiene un perfil de índice gradual [16, 33]. Por último, esto promete poder ser usado simultáneamente en el proceso de fabricación.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se implementó un método para la caracterización de guías de onda ópticas de bajo contraste. Este método basado en aplicar microscopía por cuantificación de fase fundamentada en la ecuación de transporte de intensidad. Esto es un método diferente a las técnicas usuales basadas en interferómetros. La técnica se aplicó a través de un arreglo experimental con instrumentación y exigencias de montaje relativamente sencillos. Se definió el procedimiento necesario para la adquisición y análisis de las imágenes de intensidad. Los resultados obtenidos nos permiten arribar a las siguientes conclusiones particulares:

- Se validó el método y arreglo experimental implementados utilizando fibras ópticas de vidrio comerciales de las cuales se contaba con información suficiente para medir sus perfiles de camino óptico e índice de refracción. Los resultados mostraron buena similitud con los cálculos teóricos basados en datos reportados por los fabricantes.
- Los mejores resultados se obtuvieron para las fibras ópticas con núcleos de mayor tamaño, 62.5 y 50 μm ; mientras que, para las guías con núcleos más pequeños, fibra monomodal y guía fabricada, los resultados no fueron tan repetibles. Esto se debe a la resolución espacial de captura de imágenes (objetivo de microscopio y resolución de la CCD).
- Las mediciones obtenidas mostraron que la distancia de desenfoque es un factor importante para realizar la reconstrucción de los perfiles de índice de refracción. Para distancias de desenfoque (Δz) grandes, donde tienen mayor peso los efectos no lineales propios de la aproximación utilizada en el cálculo, la precisión y amplitud de las curvas obtenidas disminuyen considerablemente. Mientras, para valores pequeños de Δz donde se garantizó la linealidad, se reduce considerablemente la relación señal/ruido debido al término $I(x, y, z + \Delta z) - I(x, y, z - \Delta z)$, que se vuelve muy pequeño y resulta en modelos imprecisos e inexactos. Se hace evidente la necesidad de respetar el compromiso requerido entre la distancia de desenfoque, la precisión y la relación señal / ruido.
- Sobre las curvas de *OPL* obtenidas a partir de la implementación del método en las fibras se puede comprobar que, para diferentes diámetros de 8.2, 28, 50 y 62.5 μm , el rango de desenfoque definido entre 37.5 μm - 75 μm permite obtener muy buenos resultados. De igual manera, al

momento de implementar el método, a partir de la repetitividad y estabilidad que presenten las curvas resultantes se puede reducir el rango óptimo de desenfoque.

- Para las guías fabricadas en el laboratorio el rango óptimo de desenfoque obtenido estuvo entre los 20 y 30 micrómetros. El rango óptimo de desenfoque depende significativamente de la forma y tipo de muestra a utilizar.
- Las curvas obtenidas muestran que la técnica implementada funciona correctamente, en amplitud y forma, para la obtención de la diferencia de camino óptico en guías de onda con perfil de índice de refracción gradual. Entonces, el análisis para la reconstrucción del perfil de índice de refracción se espera proporcione buenas estimaciones para este tipo de guías de onda.
- Los resultados obtenidos en las mediciones de perfil de índice de refracción describen menor precisión y exactitud que los obtenidos para la medición de *OPL*.
- De las diferencias de índice refracción calculadas sólo tres de las mediciones hechas para cada guía mostraron buenos resultados. Esto nos permite definir que el rango óptimo que define las distancias de desenfoque no debe superar las $5 \mu m$; siendo este valor siete veces menor que el definido para el cálculo de las diferencias de *OPL* que es de $37.5 \mu m$.
- La mínima variación de Δn detectable por el sistema es de aproximadamente a 7.5×10^{-4} .

La técnica utilizada definitivamente funciona para la medición de la variación de *OPL* en guías de bajo contraste. Es una técnica rápida, robusta y fácil de implementar, presentando la ventaja de su posible implementación dentro del sistema de escritura directa láser, lo que permitiría obtener las características de camino de óptico de las guías de manera simultánea a su fabricación. De igual manera el sistema podría ser optimizado incluyendo una cámara con mayor cantidad de píxeles y diferentes objetivos de microscopio que proporcionen diversas magnificaciones para poder estudiar estructuras de diferentes dimensiones adecuadamente.

ANEXOS**Anexo A***Aproximación utilizada para obtener el parámetro Δ .*

El perfil de índice que se utiliza en fibra GI de telecomunicaciones es aquel que minimiza las diferencias en los tiempos de tránsito de los diferentes modos, consiguiendo una reducción significativa en la dispersión multimodal. Habitualmente, se toma como perfil óptimo $\alpha = 2$, pero el valor exacto varía ligeramente en función del tipo de fibra y la longitud de onda.

El parámetro Δ es la diferencia relativa o fraccional de índice de refracción, también denominado contraste de índice de refracción y se describe a través de la siguiente expresión:

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}, \quad (I)$$

Lo habitual es que las fibras tengan $n_1 \approx n_2$, lo que produce valores de Δ muy pequeños (típicamente entre el 1 y el 2% en fibras de sílice), por lo que la expresión anterior puede reducirse[72]:

$$\Delta = \frac{(n_1 + n_2)(n_1 - n_2)}{2n_1n_1} \approx \frac{2n_1(n_1 - n_2)}{2n_1 n_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1}. \quad (II)$$

Anexo BDesarrollo de la ecuación (15):

Antes de detallar la descomposición de ecuación (15), es importante ilustrar las propiedades matemáticas aplicadas del operador laplaciano [56]:

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla, \quad (a)$$

$$\nabla(AB) = A\nabla B + B\nabla A, \quad (b)$$

$$\nabla \cdot (A\nabla B) = A\nabla^2 B + \nabla A \cdot \nabla B. \quad (c)$$

Regresando a la ecuación (14) y utilizando las propiedades del operador laplaciano, se puede obtener la solución:

$$\nabla_{\perp}^2 \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) = -2ik\partial_z \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right). \quad (I)$$

A continuación, se descompone por partes la ecuación anterior (I). El procedimiento llevado a cabo se detalla en este anexo.

Desarrollando el término derecho:

$$-2ik\partial_z \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) = -2ik \left(e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \partial_z \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} \right) + \sqrt{I(r_{\perp}, z)} \partial_z \left(e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) \right).$$

Considerando $\partial_z \left(e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) = 0$ se obtiene la expresión final para este término:

$$-2ik\partial_z \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) = -2ike^{i\phi(r_{\perp}, z)} \frac{\partial_z(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}}. \quad (II)$$

Desarrollando el término izquierdo:

$$\nabla_{\perp}^2 \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) = \nabla_{\perp} \cdot \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} (e^{i\phi(r_{\perp}, z)}) + e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} \right) \right), \quad (III)$$

$$\text{donde: } \nabla_{\perp} (e^{i\phi(r_{\perp}, z)}) = ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} \phi(r_{\perp}, z), \quad \nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} \right) = \frac{\nabla_{\perp} (I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}}.$$

Sustituyendo, los términos ya desarrollados, en la ecuación (19) resulta:

$$\nabla_{\perp}^2 \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) = \nabla_{\perp} \cdot \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} \phi(r_{\perp}, z) + e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \frac{\nabla_{\perp} (I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \right). \quad (IV)$$

A continuación, se ilustra todo el procedimiento seguido para descomponer la ecuación anterior.

Primera parte:

El término $\nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} \phi(r_{\perp}, z) \right)$:

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} \phi(r_{\perp}, z) \right) \\ = \sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2 \phi(r_{\perp}, z) + \nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) \nabla_{\perp} (\phi(r_{\perp}, z)). \end{aligned}$$

Donde $\nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right)$ es:

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) &= \sqrt{I(r_{\perp}, z)} i \nabla_{\perp} (e^{i\phi(r_{\perp}, z)}) + \nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} \right) ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \\ &= \sqrt{I(r_{\perp}, z)} i^2 e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} (\phi(r_{\perp}, z)) + \frac{ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} (I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}}. \end{aligned}$$

La expresión final para el término $\nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} \phi(r_{\perp}, z) \right)$ es:

$$\nabla_{\perp} \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp} \phi(r_{\perp}, z) \right) = \sqrt{I(r_{\perp}, z)} ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2 \phi(r_{\perp}, z) \quad (V)$$

$$-\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2(\phi(r_{\perp}, z)) + \frac{ie^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)).$$

Segunda parte,

El término $\nabla_{\perp} \left(e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \frac{\nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \right)$:

$$\nabla_{\perp} \left(e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \frac{\nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \right) = \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}^2 I(r_{\perp}, z) + \nabla_{\perp} \left(\frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \right) \nabla_{\perp} I(r_{\perp}, z).$$

Donde:

$$\nabla_{\perp} \left(\frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \right) = \frac{1}{2} \nabla_{\perp} \left(e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \sqrt{I(r_{\perp}, z)} \right).$$

Calculando por parte cada derivada:

$$\nabla_{\perp} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} = e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \cdot i \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)), \quad \nabla_{\perp} \sqrt{I(r_{\perp}, z)} = -\frac{\nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2I(r_{\perp}, z) \sqrt{I(r_{\perp}, z)}}$$

Sustituyendo:

$$\nabla_{\perp} \left(\frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \right) = -\frac{1}{4} \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{I(r_{\perp}, z) \sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp} I(r_{\perp}, z) + \frac{i e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)).$$

Quedando la segunda parte de la siguiente forma:

$$\nabla_{\perp} \left(e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \frac{\nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \right) = \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}^2 I(r_{\perp}, z) \quad (VI)$$

$$+ \left(-\frac{1}{4} \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{I(r_{\perp}, z)\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp} I(r_{\perp}, z) + \frac{i e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)) \right) \nabla_{\perp} I(r_{\perp}, z).$$

Finalmente, el desarrollo de la ecuación (III) resulta:

$$\nabla_{\perp}^2 \left(\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \right) = \sqrt{I(r_{\perp}, z)} i e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2 \phi(r_{\perp}, z) \quad (VII)$$

$$\begin{aligned} & -\sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2(\phi(r_{\perp}, z)) + \frac{i e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)) \\ & + \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}^2 I(r_{\perp}, z) - \frac{1}{4} \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{I(r_{\perp}, z)\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}^2(I(r_{\perp}, z)) \\ & + \frac{i e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)) \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z)). \end{aligned}$$

Sustituyendo ambos términos descompuestos (II) y (VII) en la ecuación (I) se obtiene:

$$-2ike^{i\phi(r_{\perp}, z)} \frac{\partial_z(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} = \quad (VIII)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{I(r_{\perp}, z)} i e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2 \phi(r_{\perp}, z) - \sqrt{I(r_{\perp}, z)} e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}^2(\phi(r_{\perp}, z)) \\ & + \frac{i e^{i\phi(r_{\perp}, z)} \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z))}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)) + \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}^2 I(r_{\perp}, z) \\ & - \frac{1}{4} \frac{e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{I(r_{\perp}, z)\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}^2(I(r_{\perp}, z)) + \frac{i e^{i\phi(r_{\perp}, z)}}{2\sqrt{I(r_{\perp}, z)}} \nabla_{\perp}(\phi(r_{\perp}, z)) \nabla_{\perp}(I(r_{\perp}, z)). \end{aligned}$$

Anexo CCálculo de la pendiente promedio:

Sea f una función definida en el intervalo cerrado $[a,b]$. La pendiente promedio de f entre a y b es igual al cociente,

$$\text{Average slope} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

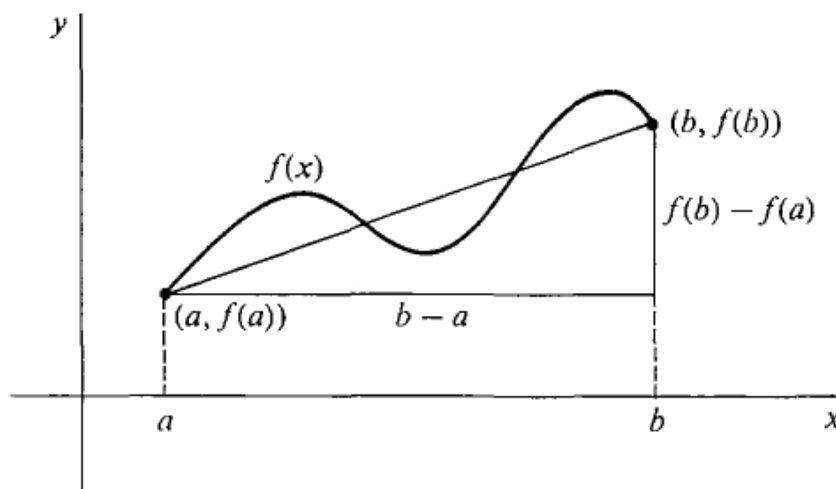


Figura 1 Cálculo de la pendiente promedio [73]

En la figura se puede ver que la pendiente promedio de f entre a y b es igual a la pendiente de la línea que pasa por los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$. Esto puede ser representado a través de la ecuación de distancia entre dos puntos para una línea.

La pendiente promedio se calcula en este trabajo para usarse como constante resultante de la primera integral. Para esto se calcula la pendiente promedio del argumento de la segunda integral y luego esta se resta como constante antes de la segunda integral. El objetivo de realizar este procedimiento es garantizar que la pendiente promedio del resultado final sea cero y así obtener una función simétrica.

A partir de la ecuación (34):

$$OPL(x, z) = - \int \left(\frac{1}{I(x, z)} \int \left(\frac{\partial I(x, z)}{\partial z} dx \right) dx \right).$$

Dígase que el resultado de la primera integral, (PI), se define como, $\int \frac{\partial I(x,z)}{\partial z} dx = PI$ y que el argumento de la segunda integral (ASI) es, $\frac{1}{I(x,z)} * PI = ASI$. Entonces la pendiente promedio (PP) de la curva que constituye el argumento de la segunda integral, para un intervalo cerrado y definido entre los valores de x , $[x_1, x_2]$ intervalo de interés, se calcula a través de la siguiente integral definida,

$$PP = \frac{\left(\int_{x_1}^{x_2} ASI \right)}{x_2 - x_1} = \frac{ASI(x_2) - ASI(x_1)}{x_2 - x_1}.$$

El valor obtenido luego fue restado antes de resolver la segunda integral (SI) quedando,

$$SI = \int (ASI) - PP,$$

$$OPL(x, z) = - \int (SI) dx.$$

Anexo D

Control de movimiento de la muestra:

El sistema implementado para el movimiento de la muestra incluye como parte principal para su funcionamiento el control y comunicación con la computadora. La comunicación a través de la tarjeta de adquisición de datos y la interfaz de usuario implementada, fueron programados a través del software LabView. Las figuras siguientes ilustran tanto el diagrama de bloques como la interfaz utilizada.

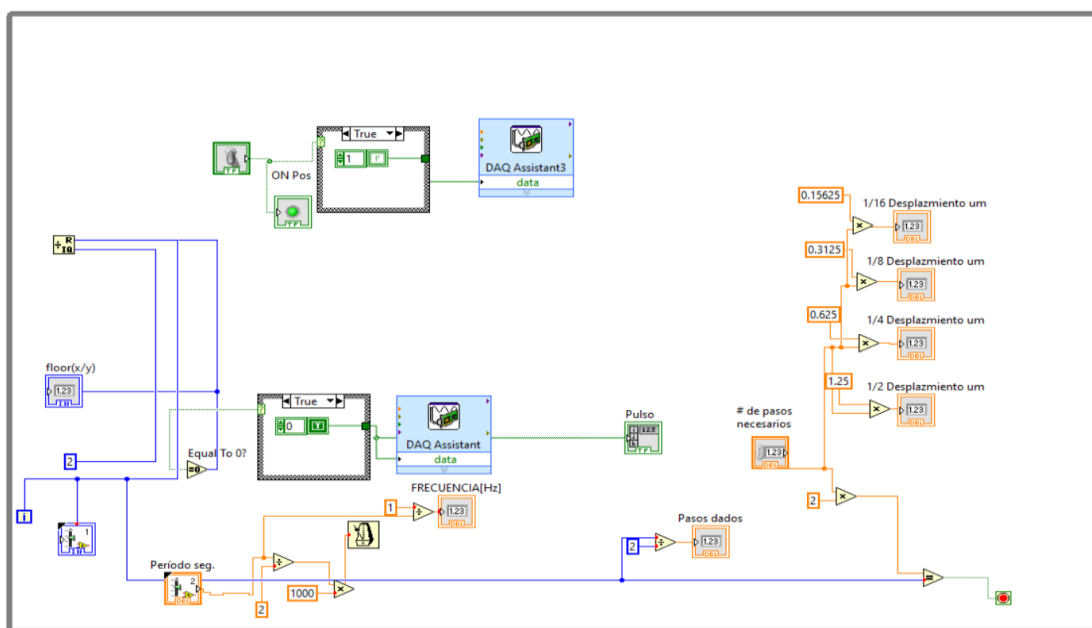


Figura II Diagrama en bloques implementado en LabView.

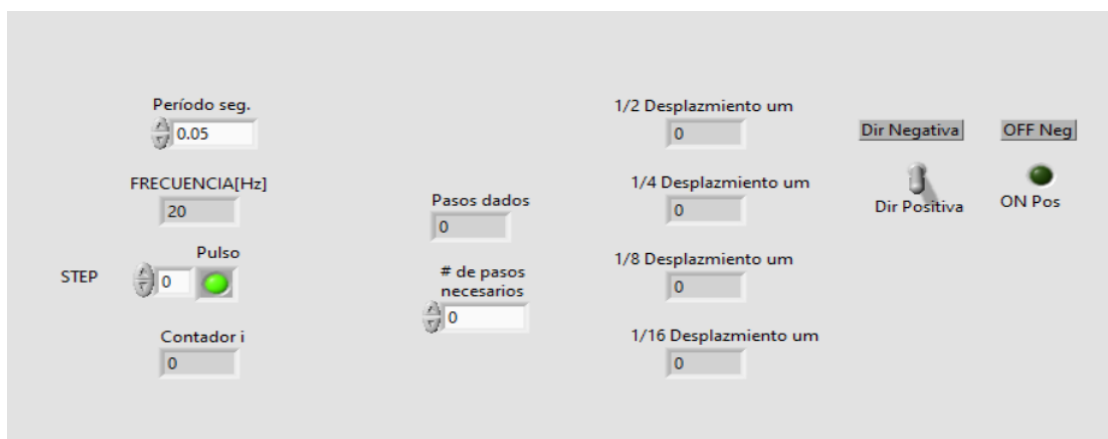


Figura III Interfaz utilizada para el movimiento y adquisición de imágenes.

REFERENCIAS

-
- [1] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*. John Wiley & Sons, 2019.
- [2] R. De Nalda *et al.*, "Limits to the determination of the nonlinear refractive index by the Z-scan method," *JOSA B*, vol. 19, no. 2, pp. 289-296, 2002.
- [3] A. Darudi, S. S. J. O. Hosseini, and L. i. Engineering, "An interferometric method for refractive index profiling of planar gradient index waveguides," vol. 47, no. 1, pp. 133-138, 2009.
- [4] H. Wahba and M. S. El-Din, "Reconstruction of 3D refractive index distribution across the graded index optical fibre using digital holographic interferometry," in *Optical Measurement Systems for Industrial Inspection VII*, 2011, vol. 8082, p. 80822B: International Society for Optics and Photonics.
- [5] J. Garcia-Sucerquia, W. Xu, S. K. Jericho, P. Klages, M. H. Jericho, and H. J. Kreuzer, "Digital in-line holographic microscopy," *Applied optics*, vol. 45, no. 5, pp. 836-850, 2006.
- [6] P. D. Maker and R. W. Terhune, "Study of optical effects due to an induced polarization third order in the electric field strength," *Physical Review*, vol. 137, no. 3A, p. A801, 1965.
- [7] R. Adair, L. L. Chase, and S. A. Payne, "Nonlinear refractive-index measurements of glasses using three-wave frequency mixing," *JOSA B*, vol. 4, no. 6, pp. 875-881, 1987.
- [8] P. Oberson, B. Gisin, B. Huttner, and N. Gisin, "Refracted near-field measurements of refractive index and geometry of silica-on-silicon integrated optical waveguides," *Applied optics*, vol. 37, no. 31, pp. 7268-7272, 1998.
- [9] K. L. Whith, "Practical application of refracted near-field technique for the measurement of optical fiber refractive index profiles," *Optical and Quantum Electronics*, vol. 11, pp. 185-196, 1979.
- [10] E. Ampem-Lassen, S. T. Huntington, N. M. Dragomir, K. A. Nugent, and A. Roberts, "Refractive index profiling of axially symmetric optical fibers: a new technique," *Optics Express*, vol. 13, no. 9, pp. 3277-3282, 2005.
- [11] R. Yazdani, M. Hajimahmoodzadeh, and H. R. Fallah, "Application of the transport of intensity equation in determination of nonlinear refractive index," *Applied optics*, vol. 53, no. 35, pp. 8295-8301, 2014.
- [12] M. Agnero, K. Konan, A. Kossonou, O. Bagui, and J. Zoueu, "A New Method to Retrieve the Three-Dimensional Refractive Index and Specimen Size Using the Transport Intensity Equation, Taking Diffraction into Account," *Applied Sciences*, vol. 8, no. 9, p. 1649, 2018.
- [13] C. L. Curl *et al.*, "Refractive index measurement in viable cells using quantitative phase-amplitude microscopy and confocal microscopy," *Cytometry Part A: the journal of the International Society for Analytical Cytology*, vol. 65, no. 1, pp. 88-92, 2005.
- [14] A. Darudi, R. Shomali, and M. T. Tavassoly, "Determination of the refractive index profile of a symmetric fiber preform by the transport of intensity equation," *Optics & Laser Technology*, vol. 40, no. 6, pp. 850-853, 2008.
- [15] D. J. Glugla, M. B. Chosy, M. D. Alim, A. C. Sullivan, and R. R. McLeod, "Transport-of-intensity-based phase imaging to quantify the refractive index response of 3D direct-write lithography," *Optics express*, vol. 26, no. 2, pp. 1851-1869, 2018.
- [16] A. Jesacher, P. S. Salter, and M. J. Booth, "Refractive index profiling of direct laser written waveguides: tomographic phase imaging," *Optical Materials Express*, vol. 3, no. 9, pp. 1223-1232, 2013.
- [17] C. J. R. Sheppard, "Three-dimensional phase imaging with the intensity transport equation," *Applied optics*, vol. 41, no. 28, pp. 5951-5955, 2002.
-

-
- [18] A. Barty, K. A. Nugent, A. Roberts, and D. Paganin, "Quantitative phase tomography," *Optics Communications*, vol. 175, no. 4-6, pp. 329-336, 2000.
- [19] N. Streibl, "Phase imaging by the transport equation of intensity," *Optics communications*, vol. 49, no. 1, pp. 6-10, 1984.
- [20] G. Vdovin, "Reconstruction of an object shape from the near-field intensity of a reflected paraxial beam," *Applied optics*, vol. 36, no. 22, pp. 5508-5513, 1997.
- [21] J. A. Quiroga, J. A. Gomez-Pedrero, and J. C. Martinez-Anton, "Wave front measurement by solving the irradiance transport equation for multifocal systems," *Optical Engineering*, vol. 40, 2001.
- [22] F. Roddier, "Wavefront sensing and the irradiance transport equation," *Applied optics*, vol. 29, no. 10, pp. 1402-1403, 1990.
- [23] J. P. Guigay, M. Langer, R. Boistel, and P. Cloetens, "Mixed transfer function and transport of intensity approach for phase retrieval in the Fresnel region," *Optics letters*, vol. 32, no. 12, pp. 1617-1619, 2007.
- [24] K. A. Nugent, T. E. Gureyev, D. F. Cookson, D. Paganin, and Z. Barnea, "Quantitative phase imaging using hard x rays," *Physical review letters*, vol. 77, no. 14, p. 2961, 1996.
- [25] S. Bajt, A. Barty, K. A. Nugent, M. McCartney, M. Wall, and D. Paganin, "Quantitative phase-sensitive imaging in a transmission electron microscope," *Ultramicroscopy*, vol. 83, no. 1-2, pp. 67-73, 2000.
- [26] A. Barty, K. A. Nugent, D. Paganin, and A. Roberts, "Quantitative optical phase microscopy," *Optics Letters*, vol. 23, no. 11, pp. 817-819, 1998.
- [27] J. C. Petrucci, L. Tian, and G. Barbastathis, "The transport of intensity equation for optical path length recovery using partially coherent illumination," *Optics express*, vol. 21, no. 12, pp. 14430-14441, 2013.
- [28] P. K. Poola and R. John, "Label-free nanoscale characterization of red blood cell structure and dynamics using single-shot transport of intensity equation," *Journal of biomedical optics*, vol. 22, no. 10, p. 106001, 2017.
- [29] G. Popescu, T. Ikeda, R. R. Dasari, and M. S. Feld, "Diffraction phase microscopy for quantifying cell structure and dynamics," *Optics letters*, vol. 31, no. 6, pp. 775-777, 2006.
- [30] E. contributors. (2014, Mayo 21). *Reflexión total interna (EcuRed ed.)*. Available: https://www.ecured.cu/index.php?title=Reflexi%C3%B3n_total_Interna&oldid=2173844
- [31] B. E. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*. John Wiley & Sons, 2019.
- [32] Q. C. Tong *et al.*, "Direct laser writing of polymeric nanostructures via optically induced local thermal effect," vol. 108, no. 18, p. 183104, 2016.
- [33] E. M. Garrido, "Implementación de método de escritura directa láser para fabricación de dispositivos fotónicos quirales y su aplicación como guías de ondas," Ingeniero en Telecomunicaciones Dr. Amado Manuel Velázquez Benítez, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Cdmx, 2019.
- [34] E. Cuhe, F. Bevilacqua, and C. Depeursinge, "Digital holography for quantitative phase-contrast imaging," *Optics letters*, vol. 24, no. 5, pp. 291-293, 1999.
- [35] G. Popescu *et al.*, "Fourier phase microscopy for investigation of biological structures and dynamics," *Optics letters*, vol. 29, no. 21, pp. 2503-2505, 2004.
- [36] T. Ikeda, G. Popescu, R. R. Dasari, and M. S. Feld, "Hilbert phase microscopy for investigating fast dynamics in transparent systems," *Optics letters*, vol. 30, no. 10, pp. 1165-1167, 2005.
-

-
- [37] D. J. Townsend *et al.*, "Quantitative phase measurements using a quadrature tomographic microscope," in *Three-Dimensional and Multidimensional Microscopy: Image Acquisition and Processing X*, 2003, vol. 4964, pp. 59-65: International Society for Optics and Photonics.
- [38] D. O. Hogenboom, C. A. DiMarzio, T. J. Gaudette, A. J. Devaney, and S. C. Lindberg, "Three-dimensional images generated by quadrature interferometry," *Optics Letters*, vol. 23, no. 10, pp. 783-785, 1998.
- [39] Z. Wang *et al.*, "Spatial light interference tomography (SLIT)," *Optics express*, vol. 19, no. 21, pp. 19907-19918, 2011.
- [40] W. M. Ash iiii, L. Krzewina, and M. K. Kim, "Quantitative imaging of cellular adhesion by total internal reflection holographic microscopy," *Applied optics*, vol. 48, no. 34, pp. H144-H152, 2009.
- [41] W. Choi *et al.*, "Tomographic phase microscopy," *Nature methods*, vol. 4, no. 9, p. 717, 2007.
- [42] C. Zuo, Q. Chen, and A. Asundi, "Transport of intensity equation: A new approach to phase and light field," in *Holography, Diffractive Optics, and Applications VI*, 2014, vol. 9271, p. 92710H: International Society for Optics and Photonics.
- [43] M. R. Teague, "Deterministic phase retrieval: a Green's function solution," *JOSA*, vol. 73, no. 11, pp. 1434-1441, 1983.
- [44] M. Mir, B. Bhaduri, R. Wang, R. Zhu, and G. Popescu, "Quantitative phase imaging," *Progress in optics*, vol. 57, pp. 133-217, 2012.
- [45] L. J. Allen and M. P. Oxley, "Phase retrieval from series of images obtained by defocus variation," *Optics communications*, vol. 199, no. 1-4, pp. 65-75, 2001.
- [46] T. E. Gureyev, A. Roberts, and K. A. Nugent, "Phase retrieval with the transport-of-intensity equation: matrix solution with use of Zernike polynomials," *JOSA A*, vol. 12, no. 9, pp. 1932-1941, 1995.
- [47] M. Moran, C.-Y. She, and R. Carman, "Interferometric measurements of the nonlinear refractive-index coefficient relative to CS 2 in laser-system-related materials," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 11, no. 6, pp. 259-263, 1975.
- [48] K. G. Phillips, S. L. Jacques, and O. J. T. McCarty, "Measurement of single cell refractive index, dry mass, volume, and density using a transillumination microscope," *Physical review letters*, vol. 109, no. 11, p. 118105, 2012.
- [49] R. Shomali, A. Darudi, and S. Nasiri, "Application of irradiance transport equation in aspheric surface testing," *Optik*, vol. 123, no. 14, pp. 1282-1286, 2012.
- [50] M. Agnero, K. Konan, A. Kossonou, O. Bagui, and J. J. A. S. Zoueu, "A New Method to Retrieve the Three-Dimensional Refractive Index and Specimen Size Using the Transport Intensity Equation, Taking Diffraction into Account," vol. 8, no. 9, p. 1649, 2018.
- [51] J. C. Petruccelli, L. Tian, and G. J. O. e. Barbastathis, "The transport of intensity equation for optical path length recovery using partially coherent illumination," vol. 21, no. 12, pp. 14430-14441, 2013.
- [52] T. Chakraborty and J. C. Petruccelli, "Source diversity for transport of intensity phase imaging," *Optics express*, vol. 25, no. 8, pp. 9122-9137, 2017.
- [53] S. Mehrabkhani, L. Wefelnberg, and T. Schneider, "A Fourier-based Solving Approach for the Transport of Intensity Equation without Typical Restrictions," *arXiv preprint arXiv:1803.01714*, 2018.
- [54] D. Paganin and K. A. Nugent, "Noninterferometric phase imaging with partially coherent light," *Physical review letters*, vol. 80, no. 12, p. 2586, 1998.
-

-
- [55] H. Zhang *et al.*, "Evaluation of finite difference and FFT-based solutions of the transport of intensity equation," *Applied optics*, vol. 57, no. 1, pp. A222-A228, 2018.
- [56] D. Paganin, *Coherent X-ray optics*. Oxford University Press on Demand, 2006.
- [57] T. E. Gureyev, A. Roberts, and K. A. Nugent, "Partially coherent fields, the transport-of-intensity equation, and phase uniqueness," *JOSA A*, vol. 12, no. 9, pp. 1942-1946, 1995.
- [58] J. A. Ferrari, G. A. Ayubi, J. L. Flores, and C. D. Perciante, "Transport of intensity equation: Validity limits of the usually accepted solution," *Optics Communications*, vol. 318, pp. 133-136, 2014.
- [59] J. Martinez-Carranza, K. Falaggis, and T. Kozacki, "Solution to the Boundary problem for Fourier and Multigrid transport equation of intensity based solvers," *Photonics Letters of Poland*, vol. 7, no. 1, pp. 2-4, 2015.
- [60] J. V. S. Benito, *Manual de Óptica Geométrica*. Universidad de Alicante.
- [61] P. Y. Liu *et al.*, "Cell refractive index for cell biology and disease diagnosis: past, present and future," *Lab on a Chip*, vol. 16, no. 4, pp. 634-644, 2016.
- [62] C. SMF-28e, "Optical fiber information, 'Datasheet' ", ed, 2005.
- [63] C. I. u. O. F. D. P. Information, 2007.
- [64] P. Sillard, D. Molin, M. Bigot-Astruc, A. Amezcua-Correa, K. de Jongh, and F. Achten, "50 μm multimode fibers for mode division multiplexing," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 34, no. 8, pp. 1672-1677, 2016.
- [65] I. H. Malitson, "Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica*,†," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 55, no. 10, pp. 1205-1209, 1965/10/01 1965.
- [66] A. D. Yablon, "Multi-wavelength optical fiber refractive index profiling by spatially resolved Fourier transform spectroscopy," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 28, no. 4, pp. 360-364, 2009.
- [67] H. M. Presby and I. P. Kaminow, "Binary silica optical fibers: refractive index and profile dispersion measurements," *Applied optics*, vol. 15, no. 12, pp. 3029-3036, 1976.
- [68] F. Cernuschi and F. I. Greco, "Teoría de errores de mediciones," 1974.
- [69] R. Ryf *et al.*, "Mode-Division Multiplexing Over 96 km of Few-Mode Fiber Using Coherent 6 \times 6 MIMO Processing," *Journal of Lightwave technology*, vol. 30, no. 4, pp. 521-531, 2011.
- [70] A. M. Velázquez-Benítez, K. Y. Guerra-Santillán, R. Caudillo-Viurquez, J. E. Antonio-López, R. Amezcua-Correa, and J. Hernández-Cordero, "Optical trapping and micromanipulation with a photonic lantern-mode multiplexer," *Optics letters*, vol. 43, no. 6, pp. 1303-1306, 2018.
- [71] B. H. Ong, X. Yuan, and S. C. Tjin, "Adjustable refractive index modulation for a waveguide with SU-8 photoresist by dual-UV exposure lithography," *Applied optics*, vol. 45, no. 31, pp. 8036-8039, 2006.
- [72] J. Pérez Fernández, "Medida del perfil de índice de refracción en fibra óptica mediante el método de reflexión," 2014.
- [73] H. J. P. d. w. v. o. c. d. e. h. Keisler, "The Ebook Elementary Calculus: General Solution," 2006.