



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DOCTORADO EN CIENCIAS (FÍSICA)
INSTITUTO DE FÍSICA

PARTÍCULAS Y COSMOLOGÍA

EN EL PAISAJE

DE TEORÍA DE CUERDAS

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

YESSENIA OLGUÍN TREJO

TUTOR PRINCIPAL:

DR. SAÚL NOÉ RAMOS SÁNCHEZ
INSTITUTO DE FÍSICA

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:

DR. ALBERTO GÜIJOSA HIDALGO
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

DR. MARIANO CHERNICOFF MINSBERG
FACULTAD DE CIENCIAS

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., NOVIEMBRE 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres

Agradecimientos

El trabajo de 4 años reflejado en esta tesis no podría haber sido posible sin el otorgamiento de una beca doctoral y una beca de movilidad del Consejo Nacional de Ciencia y tecnología del gobierno de México, CONACYT, además de mi asesor. Quisiera entonces agradecer primeramente al Dr. Saúl Ramos por su tiempo, apoyo y paciencia durante todos estos años en los que realice mis estudios bajo su supervisión. Quisiera también agradecer a mi comité tutorial: el Dr. Alberto Güijosa y el Dr. Mariano Chericoff. A la Dra. Ivonne Zavala y el Dr. Gianmassimo Tasinato por aceptarme en su grupo de trabajo y por su guía y apoyo durante mi estancia en la Universidad de Swansea. A mis compañeros de grupo y colaboradores Ricardo Pérez y Omar Pérez. A la UNAM por proveerme del ambiente y las herramientas necesarias para mi preparación. Quisiera también agradecer a cada uno de mis sinodales: Dr. Eduardo Peinado, Dr. Mariano Chericoff, Dra. Nana Cabo, Dr. Cesar E. Damián y Dr. Saúl Ramos. Gracias por aceptar ser sinodales y los compromisos que esto implica. Gracias también por tomarse el tiempo de leer y corregir este trabajo. Todas sus correcciones fueron muy valiosas y contribuyeron a mejorar este trabajo.

En lo personal quisiera agradecer a mis padres y hermanos por confiar siempre en mí y en mis metas. También a mis amigos que han estado conmigo durante toda mi estancia en la UNAM y que hicieron de mi estancia aquí muy agradable y divertida: Silvia, Norberto, Alejandro, Antonio y Arturo. Por último quisiera agradecer a Erick, por darme la motivación y empuje cuando lo necesité, por confiar en mí y en mis capacidades; gracias Erick por hacer mi vida más bonita de lo que ya era.

Esta investigación fue realizada con el apoyo del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM IN100217 "Altas energías y cuerdas tras el hallazgo del Higgs". Este trabajo fue parcialmente apoyado por los proyectos CONACyT F-252167 y 278017, así como por el PIIF.

Resumen

De manera general, el presente trabajo está dedicado al estudio de la fenomenología y cosmología que surgen en algunas compactificaciones de teoría de cuerdas. En particular, se estudian algunas características de las compactificaciones de la teoría heterótica en orbifolios toroidales abelianos, tales como las simetrías de sabor para el espectro no masivo y valores genéricos de los módulos geométricos. En ese mismo tipo de compactificaciones, también se realizó una búsqueda de modelos semi-realistas, los cuales son modelos que cumplen con las características necesarias para describir al modelo estándar de partículas elementales a bajas energías. Esa búsqueda condujo al conjunto más completo de modelos prometedores obtenidos a partir de cuerdas, con más de 121,000 modelos, y en cada uno de ellos se obtuvo también la simetría de sabor asociada. Para mostrar el potencial fenomenológico de este tipo de construcciones, se ha elegido un modelo particular con una simetría de norma $U(1)'$ extra, la cual puede ayudar a la resolución de varios de los problemas del modelo estándar. En especial, se ha estudiado si los campos y cargas del modelo dotado de la $U(1)'$ exhiben las cualidades para aliviar el problema de la meta-estabilidad del vacío de Higgs en el modelo estándar. Por otra parte, con miras a un estudio más detallado de las consecuencias cosmológicas de estas construcciones y debido al reciente interés general en las conjeturas sobre las cualidades de una teoría cuántica de gravedad, principalmente la conjetura del pantano de de Sitter, se ha estudiado el problema de la estabilidad de los módulos en ejemplos concretos. El conocimiento de la teoría efectiva en 4 dimensiones es crucial en este punto, por lo que se ha estudiado particularmente la estructura general del potencial de Kähler en orbifolios heteróticos. Al final, se presenta un modelo de quintaesencia basado en un máximo tipo de Sitter que puede surgir en un escenario de teoría de cuerdas y que es compatible con las observaciones y las conjeturas mencionadas.

Abstract

This work is devoted to the study of the phenomenology and cosmology that arise in some compactifications of string theory. In particular, we studied the flavor symmetries for massless spectra and generic moduli values that emerge from abelian toroidal orbifold compactifications in the heterotic string theory. Besides, in those kinds of compactifications, called heterotic orbifolds, we have searched semi-realistic or promising models. The semi-realistic or promising models are models with the attributes to describe the Standard Model of elementary particles at low energies. The search we have performed led to more than 121,000 of different models. In each one of these models, we obtained the associated flavor symmetry. To show the phenomenological potential of this type of constructions, we chose a particular model with an extra $U(1)'$ symmetry. Extra $U(1)'$ symmetries can help in the clarification of some of the most important concerns of the Standard Model. With the above in mind, we studied whether the extra $U(1)'$ symmetry and the charges of the model we chose could help to resolve the problem of vacuum meta-stability in the Higgs potential or not. On the other hand, given the recent conjectures of the swampland, principally of the de Sitter swampland conjecture, we revisited and studied the problem of moduli stabilization in particular examples. In the future, this will allow us a more comprehensive study of the cosmological consequences in the models. A crucial point is the knowledge of effective theory in 4 dimensions and consequently, we studied the general structure of the Kähler potential in heterotic orbifolds. Finally, a quintessence model based on one de Sitter maximum is presented. This model can emerge in a string theory scenario and is compatible with actual observations and conjectures.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| Introducción | 1 |
| 1. Preliminares | 7 |
| 1.1. Teoría de cuerdas | 7 |
| 1.1.1. Compactificaciones | 11 |
| 1.2. Teoría de cuerdas Heterótica | 12 |
| 1.2.1. Espectro de la teoría heterótica | 14 |
| 1.2.2. Orbifolios heteróticos | 15 |
| 1.2.2.1. Orbifolios toroidales | 16 |
| 1.2.2.2. Generalidades de cuerdas en Orbifolios | 17 |
| 1.2.2.3. Encaje no estándar y líneas de Wilson | 20 |
| 1.3. Teorías de Cuerdas y acciones efectivas | 22 |
| 1.4. Teoría de cuerdas y física de partículas | 24 |
| 1.4.1. Construcciones semi-realistas en orbifolios | 26 |
| 1.5. Cosmología en teoría de cuerdas | 27 |
| 1.5.1. La estabilización de módulos | 27 |
| 1.5.2. El <i>paisaje</i> de teoría de cuerdas y <i>el pantano</i> | 30 |
| 1.5.3. Los componentes oscuros del Universo | 33 |
| | |
| I FENOMENOLOGÍA DE CUERDAS PARA PARTÍCULAS | 37 |
| | |
| 2. Simetrías de sabor en orbifolios 6D | 39 |
| 2.1. La aparición de simetrías discretas en orbifolios de teoría de cuerdas | 39 |
| 2.1.1. Puntos fijos y simetrías de permutación | 40 |
| 2.1.2. Simetrías debidas a las reglas de interacción | 43 |
| 2.1.2.1. Invariancia del grupo de espacio | 45 |
| 2.2. Estructura general de las simetrías de sabor en orbifolios | 48 |
| 2.2.1. Simetrías en orbifolios con roto-traslaciones | 49 |
| 2.2.2. Clasificación de las simetrías de sabor | 50 |

| | |
|---|------------|
| 3. Fenomenología en orbifolios heteróticos | 55 |
| 3.1. Clasificación de orbifolios con propiedades tipo-MSSM | 55 |
| 3.2. Simetrías de sabor en compactificaciones prometedoras | 57 |
| 3.2.1. Distribución de las simetrías | 64 |
| 3.3. Estabilidad del potencial del Higgs en un modelo semi-realista con una $U(1)'$ | 65 |
| 3.3.1. Presentación del modelo | 67 |
| 3.3.1.1. Lagrangiano efectivo de Yukawa | 68 |
| 3.3.2. Estabilidad del potencial del Higgs | 69 |
| | |
| II COSMOLOGÍA DE CUERDAS | 73 |
| | |
| 4. Estabilización de módulos y un modelo de <i>quintaesencia</i> | 75 |
| 4.1. El potencial de los módulos en orbifolios heteróticos | 75 |
| 4.1.1. El potencial de Kähler para los módulos | 76 |
| 4.1.2. La acción efectiva 4D | 78 |
| 4.2. Estabilidad e Inestabilidad del vacío en orbifolios heteróticos | 81 |
| 4.2.1. Ejemplo 1 | 82 |
| 4.2.2. Ejemplo 2 | 85 |
| 4.2.3. La conjetura del pantano de <i>de Sitter</i> en orbifolios heteróticos | 88 |
| 4.3. Un modelo de <i>Quintaesencia</i> fuera del <i>Pantano</i> | 90 |
| 4.3.1. El potencial de un módulo de cuerdas | 92 |
| 4.3.2. <i>Quintaesencia</i> a partir del potencial de un módulo | 93 |
| 4.3.2.1. La conjetura refinada del pantano de <i>de Sitter</i> | 98 |
| | |
| 5. Conclusiones | 101 |
| | |
| A. Grupos finitos | 105 |
| A.1. Conceptos básicos | 105 |
| A.2. S_N | 106 |
| A.3. D_N | 107 |
| A.4. $\Delta(6N^2)$ | 108 |
| | |
| B. Líneas de Wilson en orbifolios toroidales abelianos | 109 |
| | |
| C. RGEs para el modelo de la sección 3.3 | 111 |
| | |
| BIBLIOGRAFÍA | 113 |

Introducción

Diez años después del descubrimiento del gravitón como modo de oscilación de una cuerda [1, 2], la teoría de cuerdas se convirtió en la principal candidata a una teoría fundamental y unificada de las 4 fuerzas fundamentales que se conocen en la naturaleza: la fuerza fuerte, la fuerza débil, la gravedad y el electromagnetismo. Esta aseveración aún es válida hoy. Siendo una teoría aún en construcción y a pesar de no dar los resultados esperados a más de 30 años de su nacimiento, su estudio ha llevado a contribuciones importantes y a la generación de conocimiento muy interesante incluso para las matemáticas. Entre sus principales críticas siempre está el hecho de no poder conducir a predicciones físicas comprobables en un futuro cercano. Sin embargo, esa no es razón para dejar de estudiar sus posibles consecuencias o para tratar de acercarse a la teoría a lo que se conoce actualmente sobre el universo.

El descubrimiento del gravitón como modo de vibración de una cuerda cuántica dio lugar al desarrollo de la teoría de cuerdas bosónicas. Poco tiempo después, ya con el descubrimiento de la supersimetría (que surgió de hecho tratando de incluir fermiones en la teoría de cuerdas [3]), las primeras teorías de supercuerdas consistentes aparecieron [4]. Desde sus inicios, la consistencia matemática de la teoría de cuerdas fue dando sorpresas. La aparición de una anomalía que indicaba que la simetría (clásica) que la define no se conservaba a nivel cuántico a menos de que la dimensión D del espacio-tiempo fuera 10 en el caso de las supercuerdas y 26 en el caso de la cuerda bosónica es una de estas. Esta simetría es la simetría conforme en la hoja de mundo, es decir, la cualidad de la cuerda de aportar siempre los mismos resultados sin importar el tamaño de la superficie espacio-temporal que subtienda en su dinámica. Es preciso asegurar la ausencia de anomalías para que la teoría sea consistente; las supercuerdas deben vivir por lo tanto en 10 dimensiones.

En la actualidad, se sabe que existen 5 teorías de cuerdas consistentes con supersimetría (SUSY) por debajo de la escala de Planck¹ (la escala de Planck es la escala en donde se cree que los efectos de la gravedad cuántica tienen efecto, en términos de energía la escala se define con la masa de Planck $m_{pl} \approx 10^{19}\text{GeV}$ y en términos de longitud con la longitud de Planck $l_p \approx 10^{-35}\text{m}$). Las 5 teorías están conectadas (o son equivalentes) por dualidades², y

¹ Existen teorías en donde la supersimetría está rota a la escala de Planck [5]. Ante la nula aparición de alguna partícula supersimétrica en los experimentos, estas teorías han vuelto a llamar la atención.

² Una dualidad es un conjunto de transformaciones admisibles en la teoría que llevan de una teoría a otra. Dualidad S y T son las más usuales. Dualidad T es el ejemplo más sencillo; relaciona una teoría compactificada en un círculo de radio R con otra teoría compactificada en un círculo de radio $1/R$.

se conjetura que son un cierto límite de una teoría llamada “teoría M”, cuyo límite de bajas energías es una teoría de supergravedad en 11 dimensiones; esta teoría no contiene cuerdas sino supermembranas [6].

Para acercar la teoría de cuerdas a la aceptada física de partículas y cosmología, es necesario primero hacer la compactificación de las 6 (o 7) dimensiones extra que predice alguna de las teorías de supercuerdas y no observamos. El primer paso, es entonces la elección de alguna de las teorías de cuerdas consistentes en 10D (o teoría M en 11D). A pesar de que todas tienen ingredientes que las hacen interesantes para describir ciertos aspectos de la física a bajas energías³, en la mayor parte de este trabajo empleamos la teoría heterótica $E_8 \times E_8$, que ya tiene asociado un grupo de norma. El segundo paso es elegir el espacio de compactificación. La compactificación se puede hacer de múltiples maneras, lo que conlleva a la difícil tarea de encontrar el espacio de compactificación más adecuado. El principio de selección de ese espacio no es otro que el de elegir entre lo más sencillo y lo que nos conduce de una forma relativamente natural a lo que queremos en 4D. De esta manera, en los últimos años, se han desarrollado dos posibles caminos para estudiar una compactificación tratando siempre de reproducir los resultados que se conocen y se creen ciertos sobre el origen y evolución del universo y la materia: uno es a través de la física de partículas y el otro es a través de la cosmología.

A los esfuerzos por acercar alguna compactificación de teoría de cuerdas a la física conocida y por identificar posibles soluciones a los problemas actuales en física de partículas se le conoce como *fenomenología de cuerdas*. La fenomenología en teoría de cuerdas ha sido llevada a cabo en las diferentes teorías de supercuerdas consistentes y en menor medida en “teoría M”, aunque también se ha hecho recientemente en las teorías sin SUSY [7]. El espacio de compactificación puede ser de diversos tipos, siendo los espacios base preferidos las Calabi-Yau y los orbifolios. En este trabajo nos concentramos mayormente en los *orbifolios* abelianos construidos a partir de un toro T^6 . Los ingredientes que pueden ser agregados a este tipo de compactificaciones en la teoría de cuerdas heterótica $E_8 \times E_8$, hacen potencialmente rompible el grupo original de la teoría en el grupo del modelo estándar (ME). Este es un gran punto de partida en la búsqueda de modelos fenomenológicamente viables y con el potencial para ayudar en el entendimiento de los problemas actuales de la física de partículas.

Por otra parte, el entendimiento de la dinámica del universo temprano y sus consecuencias actuales es más natural en una teoría completa en el ultravioleta y hasta el momento teoría de cuerdas es el candidato más desarrollado. La ocurrencia de inflación fue quizá por eso una de las primeras cuestiones que se intentaron responder en teoría de cuerdas y que dio inicio al campo de cosmología de cuerdas. En cosmología de cuerdas, ahora no solo se busca entender inflación desde una teoría fundamental como esta, sino que se intenta penetrar en todos las posibles cuestiones de las que no se tiene un entendimiento o una descripción natural y convincente actualmente (la singularidad inicial es también otra de las cuestiones que se abordan). Hoy en día, existen modelos provenientes de alguna compactificación de teoría

³ Además de las dualidades que deberían relacionar cosas en una teoría y otra.

de cuerdas o escenarios que surgen naturalmente en cuerdas⁴ en donde es posible encontrar candidatos a explicar la expansión acelerada del universo o el aproximadamente 26% de la materia faltante e invisible a la radiación electromagnética llamada *materia oscura*.

En todos los escenarios cosmológicos que emergen de la teoría de cuerdas, es necesaria la estabilización de muchos de los módulos, es decir, la identificación de mecanismos dinámicos que provean con valores estables (mínimos de su potencial) para los campos que parametrizan la geometría de las dimensiones compactificadas. Como uno de los retos más importantes en compactificaciones de teoría de cuerdas, está el de lograr la estabilización de los campos modulares en modelos que estén totalmente bajo control, tanto en sus aproximaciones como en el valor de sus parámetros; más aún, la estabilización con un valor de la constante cosmológica Λ positiva ha probado ser un gran reto en todas las teorías de cuerdas. El problema ha tomado nuevamente relevancia con la aparición de las conjeturas del pantano y todas las interrogantes a su alrededor. Si bien algunas de estas conjeturas han sido útiles para descartar modelos que se creían compatibles con gravedad cuántica y no lo son, algunas otras no son compatibles con los escenarios usuales. La estabilización de los campos modulares en compactificaciones en orbifolios heteróticos, que son las compactificaciones en las que mayormente nos fijamos en esta tesis, no está bien establecida todavía y es necesario clarificarla. En las otras teorías de cuerdas, a pesar de los ingredientes extras de los que se dispone⁵, existe aún desconfianza en la comunidad con respecto a qué tan correctos son esos escenarios. En esta tesis buscamos entonces hacer avances en dos de las líneas de investigación principales de teoría de cuerdas: fenomenología de partículas y cosmología de cuerdas. En particular, en esta tesis buscamos progreso en el entendimiento y resolución de algunas de las cuestiones que generan dudas en la física de partículas y cosmología desde alguna compactificación de teoría de cuerdas.

Con respecto a la primera meta, física de partículas, en esta tesis se reporta la clasificación de simetrías de sabor que surgen en las compactificaciones en orbifolios toroidales abelianos de la teoría heterótica. La clasificación ha comprendido todas las geometrías clasificadas en [8]. Además de esto, se ha hecho una clasificación de lo que llamamos modelos fenomenológicamente viables o semi-realistas en todas las posibles geometrías en donde se encontró una simetría de sabor no abeliana. La clasificación contiene aproximadamente 121,000 diferentes modelos con un espectro compatible con el del ME más un número de exóticos fermiónicos tipo vector⁶. Las simetrías de sabor en estas compactificaciones son usualmente rotas en compactificaciones compatibles con el ME (o su extensión supersimétrica, el MSSM), por lo que se ha hecho la clasificación de simetrías de sabor en las compactificaciones fenomenológicamente viables o semi-realistas. Estas simetrías serían las únicas compatibles con teoría de cuerdas y tienen por tanto una gran motivación para ser usadas en física del sabor. Además, haciendo uso de las ecuaciones del grupo de renormalización (RGEs) se ha estudiado la estabilización del vacío del Higgs en un modelo concreto de la clasificación realizada que tiene además una

⁴ Mundos branas por ejemplo, ya que las *branas* o *membranas* son un ingrediente de la teoría.

⁵ Por ejemplo, flujos geométricos.

⁶ En inglés vector-like. Los exóticos vectoriales son campos fermiónicos con los que se forma un término de masa $\sim \chi\bar{\chi}$ invariante de norma naturalmente.

simetría de norma extra $U(1)'$. Las simetrías $U(1)'$ son clave en algunos modelos que van más allá del ME para explicar, por ejemplo, la conexión de la materia oscura con el sector visible. Los modelos estudiados, tienen además muchas otras características que pueden ayudar con la resolución de los problemas actuales de la física de partículas desde diversos puntos de vista, pues conducen, entre otros, a candidatos a materia oscura y neutrinos derechos. Con respecto a la parte de cosmología de cuerdas, buscamos entender el problema de la estabilización de los módulos en compactificaciones en orbifolios de la teoría heterótica en vista de las recientes conjeturas del pantano, en particular de la conjetura que pone en duda la existencia de un vacío meta-estable con constante cosmológica $\Lambda > 0$. Para eso presentamos y analizamos ejemplos de teorías efectivas que surgen de compactificaciones en orbifolios. También, como parte de la cosmología que se busca encontrar en modelos de teoría de cuerdas, proponemos un modelo de quintaesencia basado en una dirección no estable del potencial de un módulo de teoría de cuerdas, mostrando cómo es posible que la dinámica del campo sea compatible con las observaciones actuales de la ecuación de estado de la energía oscura y su escala, llevando a cabo un ajuste fino de las condiciones iniciales y los parámetros del modelo. Este modelo muestra que es posible tener escenarios compatibles con el universo actual aún si el universo no se encuentra en un vacío meta-estable con constante cosmológica positiva. Se muestra también cómo la conjetura refinada de *de Sitter* del pantano, es fácilmente satisfecha por las construcciones en orbifolios heteróticos y el modelo en cuestión.

Esta tesis está estructurada en 2 partes. La primera parte es titulada *Fenomenología de cuerdas para partículas* y la segunda *Cosmología de cuerdas*. La primera parte está basada principalmente en [9]. En esta parte, también se muestran elementos publicados en [10]. La segunda parte, llamada *Cosmología de cuerdas*, contiene algunos resultados publicados en [11]. También se encuentran resultados obtenidos durante una estancia de investigación en la *Universidad de Swansea*, Reino Unido, y durante la participación en una colaboración en la misma, que ya fueron publicados en [12]. Algunos de esos resultados fueron hechos bajo supervisión y colaboración con la Dra. Ivonne Zavala.

Dado que gran parte del presente trabajo, dedicado a fenomenología de cuerdas, está basado en construcciones en orbifolios toroidales de la teoría heterótica $E_8 \times E_8$, el capítulo 1 llamado *Preliminares* presenta con cierto detalle estas construcciones. El capítulo *Preliminares* contiene además, para poner en contexto, una introducción a los principales problemas que se abordan en física de partículas y cosmología de cuerdas, además de una pequeña revisión de algunas de las conjeturas del pantano y sus refinamientos.

Los capítulos 2 y 3, contienen los detalles de los proyectos llevados a cabo con respecto a fenomenología de cuerdas. En el capítulo 2 se detalla el procedimiento y resultados encontrados acerca de las simetrías de sabor que tienen los orbifolios toroidales 6D en compactificaciones de la teoría heterótica. En ese capítulo se presenta la clasificación de simetrías de sabor que se pueden asociar a orbifolios abelianos toroidales 6D. En el capítulo 3, se presentan los resultados de la búsqueda de modelos semi-realistas llevada a cabo con la ayuda de herramientas computacionales, en particular el programa **El orbifolder**, búsqueda que

llevó varios meses. En el capítulo 3 se presentan también las observaciones hechas a esos modelos que llamamos “prometedores”, principalmente el rompimiento de la simetría de sabor por la inclusión de líneas de Wilson. De esta forma, se presenta en el capítulo 3 las simetrías residuales de los modelos que originalmente tenían simetría de sabor no abeliana y se hace la estadística o conteo de las simetrías de sabor que prevalecen en los modelos prometedores. También se estudia la estabilidad del vacío en un modelo en particular del orbifoldio \mathbb{Z}_8 -II usando una retícula de las 3 disponibles.

En el capítulo 4 se agrupa toda la investigación llevada a cabo importante para el tema de cosmología de cuerdas. En esta parte se resume brevemente la teoría efectiva 4D de los campos modulares en compactificaciones en orbifoldios que se sabe hasta ahora y se presenta lo más importante encontrado en cuanto al problema de la estabilización de módulos. Hacia el final se presenta un escenario con un modelo de quintaesencia basado en un potencial inestable que es común encontrar en cuerdas.

Finalmente, se presentan las conclusiones obtenidas de estos estudios y resultados. También, se incluyen 3 apéndices que podrían resultar útiles para el entendimiento de algunos aspectos de los capítulos principales de este trabajo. El primer apéndice es un compendio breve de algunas definiciones importantes utilizadas en teoría de grupos y que han sido extensamente usadas aquí. El segundo apéndice contiene las relaciones entre las líneas de Wilson existentes en los orbifoldios abelianos toroidales \mathbb{Z}_n y $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ de la teoría heterótica $E_8 \times E_8$. Estas relaciones fueron utilizadas para obtener el rompimiento de los grupos de sabor cuando se incluyen líneas de Wilson. Por último, el tercer apéndice contiene las ecuaciones del grupo de renormalización para el modelo analizado en el capítulo 3.

Capítulo 1

Preliminares

La teoría de cuerdas postula la existencia de objetos unidimensionales, similares a una cuerda. Estas cuerdas pueden ser abiertas o cerradas y tienen una longitud característica l_s que podría ser tan pequeña como la longitud de Planck ($l_p \sim 10^{-35}\text{m}$). Las cuerdas pueden oscilar y moverse libremente por el espacio-tiempo y son estas características las que determinan las propiedades de partícula que observamos a distancias mucho mayores a l_s . Estas cuerdas oscilantes conformarían toda la materia que conocemos.

En este capítulo abordaremos de manera introductoria los conocimientos generales requeridos para el entendimiento de la problemática y de los contenidos principales de esta tesis. La bibliografía recomendada para la comprensión y un análisis más profundo de los temas introductorios en teoría y fenomenología de cuerdas comprende los libros usuales [13, 14, 15, 16]. Para temas introductorios en cosmología y cosmología de cuerdas se recomiendan [17, 18, 19, 20].

1.1. Teoría de cuerdas

Para describir un objeto unidimensional, “una cuerda”, en el espacio-tiempo D -dimensional se requiere de una parametrización. Una cuerda requiere de dos parámetros, uno espacial σ y otro temporal τ que señalan un punto de la cuerda en un instante de tiempo en un sistema de referencia específico. Estas conforman las coordenadas de la hoja de mundo de la cuerda $\vec{\sigma} = (\tau, \sigma)$ (ver figura 1.1). De esta manera, las coordenadas de la cuerda X^μ están parametrizadas por σ y τ como $X^\mu(\tau, \sigma)$. La teoría de cuerdas bosónica está basada en la acción de Nambu-Goto, la cual describe el área de la hoja de mundo que traza una cuerda en su andar por el espacio-tiempo. La acción de Nambu-Goto es clásicamente equivalente a la acción de Polyakov, con la cual debido a su forma es más fácil tratar. La acción de Polyakov es,

$$S_{pol} = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma \sqrt{-h} h^{ab} g_{\mu\nu} \partial_a X^\nu \partial_b X^\mu, \quad (1.1)$$

en donde μ recorre entonces las coordenadas del espacio-tiempo, es decir va de 0 a $D - 1$, $g_{\mu\nu}$ es la métrica del espacio-tiempo (tomada usualmente como Minkowski, i.e $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$) y h_{ab} es la métrica en la hoja de mundo. A α' se le conoce como constante de Regge y está

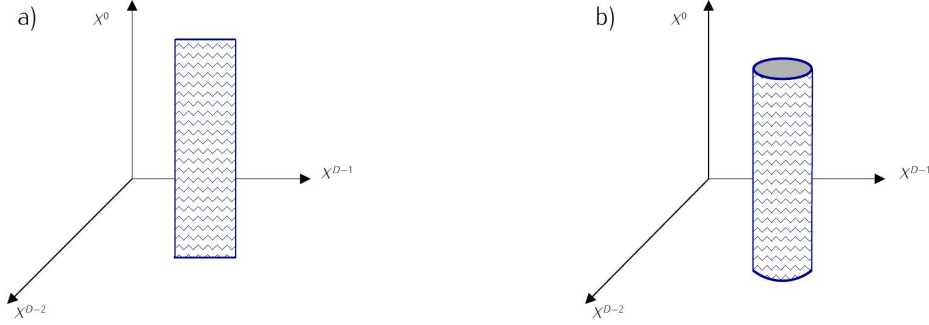


Figura 1.1: Hojas de mundo de una cuerda a) abierta y b) cerrada en D dimensiones espacio temporales.

relacionada con la tensión de la cuerda a través de $T = \frac{1}{4\pi\alpha'}$. La acción de Polyakov (1.1) se ve como la acción de D campos escalares libres X^μ en un espacio dos dimensional. La acción que describe la hoja de mundo de una cuerda, debido a que posee simetría¹ conforme, es la acción de una teoría conforme de campos en dos dimensiones.

La incorporación de estados fermiónicos requiere la introducción de supersimetría. Para incorporar supersimetría a la teoría de cuerdas bosónica se han desarrollado varios formalismos, el más conocido es el formalismo de *Ramond-Neveu-Schwarz (RNS)*. En éste, la supersimetría es agregada directamente en la hoja de mundo mediante la inclusión de espinores de Majorana $\Psi(\tau, \sigma)$

$$\Psi^\mu = \begin{pmatrix} \Psi_R^\mu \\ \Psi_L^\mu \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Con la introducción de estos grados de libertad, la acción es ahora

$$S_p = \int d^2\sigma \sqrt{-g} g^{ab} \left(\frac{1}{4\pi\alpha'} \partial_a X^\mu \partial_b X_\mu - \frac{i}{4\pi} \bar{\Psi}^\mu \Gamma_a \partial_b \Psi_\mu \right), \quad (1.3)$$

en donde $\bar{\Psi}^\mu = \Psi^{\mu\dagger} \Gamma^0$. Las matrices Γ_a dos dimensionales son

$$\Gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Para la acción con supersimetría (1.3), las ecuaciones de movimiento que se obtienen de las ecuaciones de Euler-Lagrange son

$$\begin{aligned} \partial^a \partial_a X_\mu &= 0, \\ \Gamma^a \partial_a \Psi^\mu &= 0, \end{aligned} \quad (1.5)$$

de tal forma que las coordenadas de la cuerda X^μ satisfacen ecuaciones de Klein-Gordon sin masa en la hoja de mundo (al igual que en la acción bosónica), mientras que los modos

¹ Es decir, es invariante ante transformaciones conformes.

fermiónicos Ψ^μ cumplen la ecuación de Dirac libre en la hoja de mundo. Las condiciones de frontera de cuerda cerrada² son $X^\mu(\tau, \sigma) = X^\mu(\tau, \sigma + \pi)$ y los espinores pueden satisfacer condiciones de frontera periódicas $\Psi(\tau, \sigma + \pi) = \Psi(\tau, \sigma)$ (condiciones de Ramond) o anti-periódicas $\Psi(\tau, \sigma + \pi) = -\Psi(\tau, \sigma)$ (condiciones de Neveu-Schwarz). Las soluciones clásicas, con las condiciones de frontera anteriores para las ecuaciones (1.5) se pueden descomponer en dos sectores: el derecho, dependiente de $(\tau - \sigma)$, y el izquierdo, dependiente de $(\tau + \sigma)$. Las expansiones en modos de oscilación de X_L, X_R, Ψ_R y Ψ_L son:

$$X_R^\mu = \frac{x^\mu}{2} + \frac{\alpha'}{2} p^\mu (\tau - \sigma) + i \left(\frac{\alpha'}{2} \right)^{1/2} \sum_{n \neq 0} \frac{1}{n} \alpha_n^\mu e^{-2in(\tau - \sigma)}, \quad (1.6a)$$

$$X_L^\mu = \frac{x^\mu}{2} + \frac{\alpha'}{2} p^\mu (\tau + \sigma) + i \left(\frac{\alpha'}{2} \right)^{1/2} \sum_{n \neq 0} \frac{1}{n} \tilde{\alpha}_n^\mu e^{-2in(\tau + \sigma)}, \quad (1.6b)$$

$$\Psi_R^\mu = \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_n^\mu e^{-2in(\tau - \sigma)} \quad \text{C. Ramond}, \quad (1.6c)$$

$$\Psi_L^\mu = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \tilde{d}_n^\mu e^{-2in(\tau + \sigma)} \quad \text{C. Ramond}, \quad (1.6d)$$

$$\Psi_R^\mu = \sum_{r \in \mathbb{Z} + 1/2} b_r^\mu e^{-2ir(\tau - \sigma)} \quad \text{C. Neveu-Schwarz}, \quad (1.6e)$$

$$\Psi_L^\mu = \sum_{r \in \mathbb{Z} + 1/2} \tilde{b}_r^\mu e^{-2ir(\tau + \sigma)} \quad \text{C. Neveu-Schwarz}, \quad (1.6f)$$

en donde x^μ denota las coordenadas del centro de masa de la cuerda y p^μ su momento. Las cuerdas abiertas pueden tener dos tipos de condiciones de frontera: condiciones de frontera de Neumann y condiciones de frontera de Dirichlet; estas últimas están asociadas con la aparición de las D_p -branas en la teoría [21], pues una cuerda abierta con condiciones de Dirichlet tiene adheridos sus extremos a las D_p -branas³.

Para proceder con la cuantización, usualmente se utiliza el formalismo de primera cuantización⁴. Los grados de libertad en la hoja de mundo son promovidos a operadores y se realiza la cuantización canónica imponiendo reglas de conmutación o anticonmutación para los diferentes tipos de grados de libertad. Con esto α y $\tilde{\alpha}$ obedecen reglas de conmutación de operadores de creación y aniquilación, mientras que d, \tilde{d}, b y \tilde{b} de anticonmutación. Las soluciones a Ψ^μ combinan los diferentes sectores R y L con los dos tipos de condiciones de frontera (R y NS). Los campos bosónicos surgen de los sectores R-R y NS-NS, mientras que campos fermiónicos surgen de los sectores R-NS y NS-R. Como es usual, se definen estados y su correspondiente estado de Fock al actuar con los operadores de creación sobre el estado del vacío $|0\rangle$.

² También existen condiciones de cuerda abierta y de orientabilidad en la cuerda, esto define el tipo de teoría de cuerdas.

³ Objetos extendidos de dimensión espacial p .

⁴ Segunda cuantización requiere el conocimiento de teoría del campo de cuerdas (En inglés *string field theory*), aún en desarrollo [].

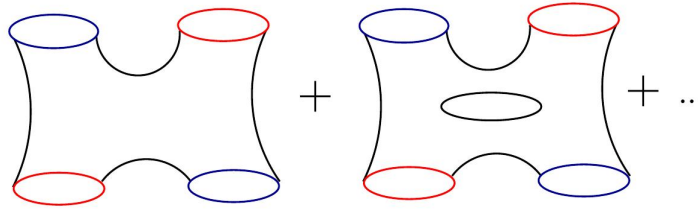


Figura 1.2: Primeras dos topologías en la expansión perturbativa en teorías de cuerdas cerradas.

En la teoría cuántica la dimensión del espacio-tiempo D no es un valor arbitrario. La cancelación de la anomalía conforme⁵ depende del contenido de campos en la hoja de mundo y esto se traslada en una condición para D . A la dimensión D en la cual se cancela la anomalía conforme se le llama dimensión crítica. Para la teoría de cuerdas bosónicas la dimensión crítica es $D = 26$ y para las supercuerdas es $D = 10$. Otro aspecto importante, es la existencia en el espectro de un modo vibracional no masivo con espín 2, un *gravitón*, cuyas interacciones además, se reducen a bajas energías a las predichas por la teoría gravitacional de Einstein. La teoría de cuerdas es por lo tanto una teoría de la gravedad cuántica⁶.

Las cuerdas también pueden interactuar, la expansión perturbativa en teoría de cuerdas (similar a la expansión en diagramas de Feynman para “partículas puntuales”) involucra a las diferentes topologías que una hoja de mundo pueda tener. La existencia de interacciones en teoría de cuerdas, puede entonces ser entendida como una consecuencia de la topología de la hoja de mundo (ver fig. 1.2). Si las cuerdas son cerradas, la topología de la hoja de mundo para el proceso equivalente a un proceso a nivel árbol en teoría de campos es equivalente a la topología de una esfera con “pinchazos” u “hoyos”⁷ (ver por ejemplo [15, 13] para más detalles). De la misma forma, la topología equivalente a procesos a un lazo se reduce a la topología de un toro con pinchazos. Las interacciones no son arbitrariamente elegidas y son determinadas únicamente de la teoría libre. Las teorías de súper cuerdas consistentes (libres de taquiones), requieren supersimetría local en la hoja de mundo [4]. Existen 5 teorías de súper cuerdas consistentes: las teorías tipo IIA y IIB, la teoría tipo I y las teorías heteróticas $SO(32)$ y $E_8 \times E_8$. Las teorías de cuerdas tipo II tienen $\mathcal{N} = 2$ SUSY mientras que, las tipo I y las heteróticas tienen $\mathcal{N} = 1$ en 10 dimensiones.

⁵ Se dice que una teoría tiene una anomalía cuando una simetría que se tiene a nivel clásico se pierde a nivel cuántico. En el caso de teoría de cuerdas la simetría conforme tiene el riesgo de perderse a nivel cuántico a menos que se satisfaga una condición.

⁶ Al menos alguna formulación.

⁷ En inglés *punctures*.

1.1.1. Compactificaciones

Las teorías de cuerdas consistentes a energías altas son las que viven en la dimensión crítica. En las teorías de supercuerdas, para ser consistentes con las 4 dimensiones espacio-temporales que observamos se compactifican 6 dimensiones espaciales, de tal modo que el espacio 10-dimensional es el producto $M_4 \times \mathcal{M}_6$ y, en donde M_4 es el espacio-tiempo de cuatro dimensiones en el que vivimos y \mathcal{M}_6 es el espacio interno compacto de tamaño arbitrario pero muy pequeño⁸. A escalas grandes comparadas con el radio de compactificación se tiene una teoría efectiva 4-dimensional. El elemento de línea puede entonces escribirse como

$$ds^2 = g_{\mu\nu}^{(4)} dx^\mu dx^\nu + G_{ij}^{(6)} dx^i dx^j, \quad (1.7)$$

en donde $g_{\mu\nu}^{(4)}$ es la métrica 4-dimensional, Minkowski por ejemplo, y $G_{ij}^{(6)}$ es la métrica del espacio compacto \mathcal{M}_6 .

El espacio \mathcal{M}_6 en el que se compactifica, genera consecuencias en la teoría efectiva en 4 dimensiones. Si se quieren teorías con solo una supersimetría en 4 dimensiones ($\mathcal{N} = 1$), el espacio interno debe ser una variedad compleja, de Kähler y con grupo de holonomía $SU(3)$ [22]. A estas variedades se les conoce como *variedades de Calabi-Yau*. Otro tipo de espacio en donde es posible compactificar reduciendo el número de supersimetría son los *orbifolios* que son un límite singular de una Calabi-Yau y son fenomenológicamente más tratables pues la teoría es soluble en ellos. Al encender flujos, las condiciones para tener $\mathcal{N} = 1$ SUSY pueden llevar a romper la condición de Calabi-Yau, requiriéndose espacios de compactificación más complejos [23, 24].

La expansión en modos de los campos 10-dimensionales da lugar a los campos 4-dimensionales de la teoría efectiva más un número determinado de nuevos estados. Los estados masivos que aparecen en la teoría efectiva tienen típicamente masas cercanas a la escala de Plank ($m_{pl} \sim 10^{19} \text{GeV}$) y se desacoplan de la teoría a bajas energías si el espacio de compactificación es lo suficientemente pequeño. El tipo de campos que aparecen en la teoría efectiva dependen de la geometría de las otras dimensiones, es decir de \mathcal{M}_6 y del tipo de campo 10-dimensional que se tiene. De esta forma, en teoría de cuerdas, la compactificación da lugar a un gran número de parámetros libres que, al no tener un valor definido, corresponden a campos libres de la teoría efectiva 4-dimensional. A estos se les llama módulos.

La reducción dimensional de la métrica da lugar a los módulos de Kähler y módulos de estructura compleja. De las variaciones a la estructura de Kähler surgen los módulos de Kähler y se puede ver que el número de estos está dado por el número de Hodge $h^{(1,1)}$ ⁹. Los módulos de estructura compleja provienen de las variaciones a la estructura compleja y el número de ellos está dado por el número de Hodge $h^{(2,1)}$. En varias compactificaciones

⁸ El espacio M_4 puede ser por ejemplo Minkowski y el espacio compacto puede tomar múltiples formas, ver 1.3.

⁹ Los números de Hodge $h^{(p,q)}(X)$ de una variedad compleja X son las dimensiones de los grupo de cohomología de Dolbeault $H^{(p,q)}(X)$ de X .

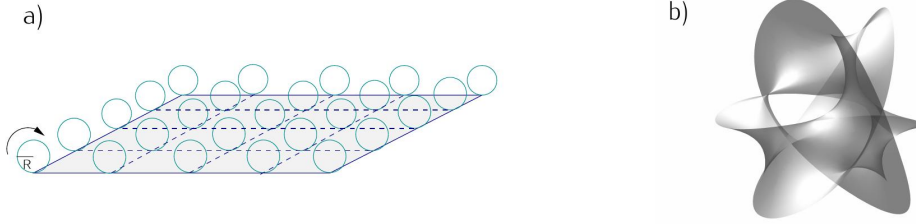


Figura 1.3: a) Esquema de compactificación de 1D en una circunferencia S^1 de radio R . b) En teoría de cuerdas las dimensiones a compactificar son 6, por lo que los espacios de compactificación pueden ser más complicados. En la imagen, una proyección 3D de una Calabi-Yau 2-dimensional compleja.

de teorías de cuerdas en donde existe el tensor anti-simétrico B_{MN} , se suelen juntar con los módulos Kähler y forman módulos complejificados $T_j = \tau_j + ib_j$. Los módulos de estructura compleja son números complejos por definición.

1.2. Teoría de cuerdas Heterótica

Una manera de construir una teoría de cuerdas en 10 dimensiones con $\mathcal{N} = 1$ SUSY es la siguiente [25]: considerar los grados de libertad izquierdos como los de una cuerda bosónica y los grados de libertad derechos como los de las supercuerdas tipo II. De esta manera surgen las teorías de cuerdas heteróticas, que combinan un sector en 26 dimensiones de la cuerda bosónica y otro en 10 dimensiones de la supercuerda. La diferencia dimensional de los dos sectores requiere que los 16 grados de libertad extras del sector bosónico sean compactificados en un toro 16-dimensional $T^{16} = \mathbb{R}^{16}/\Lambda_{16}$. Estos dan lugar a los grados de libertad de norma.

Modos Derechos

La teoría de cuerdas heterótica solo contiene cuerdas cerradas, lo que hace separables las soluciones en modos derechos e izquierdos. Los grados de libertad derechos fermiónicos y bosónicos son denotados como $\psi_R^i(\tau - \sigma)$ y $X_R^i(\tau - \sigma)$ respectivamente, con $i = 0, \dots, 9$. De estas 10 coordenadas solo 8 son independientes. Eligiendo la norma del cono de luz, las coordenadas $i = 1, 2$, por ejemplo, son fijas y se puede proseguir con la cuantización y la construcción del espectro. Los modos bosónicos satisfacen condiciones periódicas de frontera y su expansión en modos es

$$X_R^i = \frac{x^i}{2} + \frac{\alpha'}{2} p^i (\tau - \sigma) + i \left(\frac{\alpha'}{2} \right)^{1/2} \sum_{n \neq 0} \frac{\alpha_n^i}{n} e^{-2in(\tau - \sigma)}, \quad (1.8)$$

en donde los coeficientes α_n^i después de cuantizar satisfacen reglas de conmutación características de operadores de creación y aniquilación. Los modos fermiónicos pueden satisfacer

las dos condiciones de frontera posibles: de Neveu-Schwarz o Ramond; y sus expansiones en modos están dados por

$$\psi_R^i = \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_n^i e^{-2in(\tau-\sigma)} \quad \text{Ramond,} \quad (1.9a)$$

$$\psi_R^i = \sum_{r \in \mathbb{Z}+1/2} b_r^i e^{-2ir(\tau-\sigma)} \quad \text{Neveu-Schwarz.} \quad (1.9b)$$

De esta forma, se definen estados derechos al actuar los operadores en el estado del vacío derecho $|0\rangle_R$, el cual es aniquilado por los operadores con $r, n > 0$. La ecuación para la masa de los estados de este sector una vez cuantizada la teoría es

$$\frac{\alpha'}{2} M_R^2 = N - 2\nu(1 - \nu), \quad (1.10)$$

con $\nu = 1/2$ para el sector NS, y $\nu = 0$ para el sector de Ramond. Los respectivos operadores de número son

$$N = \begin{cases} \sum_i \left(\sum_{n>0} \alpha_{-n}^i \alpha_n^i + \sum_{n=0} \infty n d_{-n}^i d_n^i \right) & \text{Ramond} \\ \sum_i \left(\sum_{n>0} \alpha_{-n}^i \alpha_n^i + \sum_{r=1/2} \infty r b_{-r}^i b_r^i \right) & \text{Neveu-Schwarz} \end{cases}, \quad (1.11)$$

que cuentan las excitaciones de los grados de libertad correspondientes.

Modos Izquierdos

En el sector izquierdo solo existen grados de libertad bosónicos X_L^i y X_L^l con $i = 0, \dots, 9$ y $l = 1, \dots, 16$, y su descomposición en modos está dada por

$$X_L^i = \frac{1}{2} x^i + \frac{\alpha'}{2} p^i (\tau + \sigma) + i \left(\frac{\alpha'}{2} \right)^{1/2} \sum_{n \neq 0} \frac{\tilde{\alpha}_n^i}{n} e^{-2in(\tau+\sigma)}, \quad (1.12a)$$

$$X_L^l = x^l + \alpha' P^l (\tau + \sigma) + i \left(\frac{\alpha'}{2} \right)^{1/2} \sum_{n \neq 0} \frac{\tilde{\alpha}_n^l}{n} e^{-2in(\tau+\sigma)}. \quad (1.12b)$$

Los estados izquierdos se forman al perturbar el estado de vacío izquierdo $|0\rangle_L$. La masa de estos estados es

$$\frac{\alpha'}{2} M_L^2 = \frac{1}{2} P^2 + \tilde{N} - 1, \quad (1.13)$$

en donde $P^2 = P^l P_l$ y P^l pertenece a la retícula 16-dimensional Γ_{16} con la cual se define T^{16} . El operador de número en este caso está dado por

$$\tilde{N} = \sum_i \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\alpha}_{-n}^i \tilde{\alpha}_n^i + \sum_l \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\alpha}_{-n}^l \tilde{\alpha}_n^l. \quad (1.14)$$

Como mencionamos anteriormente, para las cuerdas cerradas, calcular procesos de dispersión a un lazo involucra calcular¹⁰ sobre la hoja de mundo formada en el proceso, que en este caso

¹⁰ Por ejemplo, por medio de integrales de trayectoria.

tiene la topología de un toro 2-dimensional. Las transformaciones modulares dejan invariante la topología del toro y forman el llamado grupo modular $SL(2, \mathbb{Z})$. Un requerimiento esencial de consistencia en todas las teorías de cuerdas cerradas es entonces la invariancia modular de la función de partición a un lazo¹¹ (ver por ejemplo [15]). Exigir que lo anterior se satisfaga conduce muy frecuentemente a condiciones que la teoría debe satisfacer para ser consistente. En particular, la invariancia modular de la función de partición a un lazo en la teoría heterótica requiere que Γ_{16} sea par, auto-dual y euclidiana. En 16 dimensiones existen solo dos retículas que cumplen con las condiciones anteriores [25]. Una es Γ_{16} y coincide con la retícula de pesos de $Spin(32)/\mathbb{Z}_2$ y la otra es un producto directo de la forma $\Gamma_8 \times \Gamma_8$ y coincide con la retícula de pesos de $E_8 \times E_8$. La teoría heterótica puede entonces tener a uno de estos grupos como grupo de norma.

1.2.1. Espectro de la teoría heterótica

Los estados físicos deben satisfacer la condición de “empatamiento” de niveles $M_L = M_R$. El estado base izquierdo es taquiónico y según la ec. (1.13) estados no masivos izquierdos existen para $\tilde{N} = 1$ ($\alpha_{-1}^i |0\rangle_L$) y $P^2 = 0$ o bien para $\tilde{N} = 0$ y $P^2 = 2$ ($|P\rangle_L$). El estado base (taquiónico) izquierdo no puede satisfacer la condición de empatamiento de niveles con ningún estado derecho y debe entonces removerse del espectro. Esta teoría está por lo tanto libre de taquiones.

En la parte de la supercuerda, para igualar los grados de libertad bosónicos y fermiónicos se tiene que introducir una proyección del tipo GSO [4]¹². Estados con $M_R = 0$ se forman si $b_{-1/2}^i |0\rangle_R$ en el sector Neveu-Schwarz y $d_0^i |0\rangle_R$ en el sector de Ramond. El estado $d_0^i |0\rangle_R$ es degenerado, los operadores d_0^i pueden actuar sin cambiar la masa¹³. Además, estos satisfacen el álgebra de Dirac (Clifford) $\{\sqrt{2}d_0^i, \sqrt{2}d_0^j\} = 2\eta^{ij}$ y como resultado el estado base en el sector de Ramond debe pertenecer a una representación de esa álgebra. Después de la proyección GSO, el estado base corresponde a la representación espinorial¹⁴ $\mathbf{8}_s$ de $SO(8)$ ($|s_1, s_2, s_3, s_4\rangle_R$ con $s_i = \pm 1/2$ y número par de signos -). El resumen de estados ligeros puede verse en las tablas 1.1 y 1.2. Por conveniencia, se suele representar al estado base derecho de ambos sectores como $|q\rangle_R$, en donde q representa los pesos de la representación de $SO(8)$ correspondiente¹⁵

$$|q\rangle_R = |\pm 1, 0, 0, 0\rangle_R \quad \text{Neveu-Schwarz,} \quad (1.15)$$

$$|q\rangle_R = |\pm 1/2, \pm 1/2, \pm 1/2, \pm 1/2\rangle_R \quad \text{Ramond.} \quad (1.16)$$

El espectro de la teoría se construye tomando el producto tensorial de excitaciones derechas e izquierdas. El espectro no masivo de la teoría tiene la siguiente estructura:

¹¹ En general, la invariancia debe existir en todos los procesos de lazos.

¹² En el formalismo de R-NS la proyección GSO es una proyección sobre estados con excitaciones fermiónicas en la hoja de mundo necesaria para la consistencia. La proyección GSO en teorías tipo II es requerida por la invariancia modular, elimina taquiones del espectro y define los dos tipos de teorías tipo IIA y IIB.

¹³ La construcción aquí es igual a la de las cuerdas tipo II.

¹⁴ Por conveniencia, se suele denotar usando los pesos de la representación espinorial $\mathbf{8}_s$ de $SO(8)$.

¹⁵ A q se le suele llamar momento H o H -momento.

| \tilde{N} | P^2 | Estado | $\alpha' M^2/2$ | Rep. $SO(8)$ |
|-------------|-------|------------------------------------|-----------------|-------------------------|
| 0 | 0 | $ 0\rangle_L$ | -1 | 1 |
| 0 | 2 | $ P\rangle_L$ | 0 | 1 |
| 1 | 0 | $\tilde{\alpha}_{-1}^i 0\rangle_L$ | 0 | 8_v |
| 1 | 0 | $\tilde{\alpha}_{-1}^j 0\rangle_L$ | 0 | 1 |

Tabla 1.1: Espectro de estados izquierdos.

| N | Estado | $\alpha' M^2/2$ | Rep. $SO(8)$ |
|-----|--|-----------------|-------------------------|
| 0 | $ s\rangle_R = s_1, s_2, s_3, s_4\rangle_R$ | 0 | 8_s |
| 0 | $b_{-1/2}^i 0\rangle_R$ | 0 | 8_v |

Tabla 1.2: Espectro de estados derechos.

- El multiplete de supergravedad, que contiene al dilatón ϕ , al gravitón G_{MN} y un tensor antisimétrico B_{MN} (en las representaciones **1**, **35_v** y **28_v** de $SO(8)$ respectivamente),

$$b_{-1/2}^i|0\rangle_R \otimes \tilde{\alpha}_{-1}^j|0\rangle_L, \quad \mathbf{8}_v \times \mathbf{8}_v = \mathbf{1} + \mathbf{35}_v + \mathbf{28}_v; \quad (1.17)$$

y sus supercompañeros fermiónicos, un gravitino $\Psi_{M\alpha}$ y el dilatino λ_α (en **56_c** y **8_c** de $SO(8)$ respectivamente)

$$|s\rangle_R \otimes \tilde{\alpha}_{-1}^j|0\rangle_L, \quad \mathbf{8}_s \times \mathbf{8}_v = \mathbf{8}_c + \mathbf{56}_c. \quad (1.18)$$

- Los bosones de norma de $E_8 \times E_8$ o $SO(32)$

$$\begin{aligned} b_{-1/2}^i|0\rangle_R \otimes \tilde{\alpha}_{-1}^j|0\rangle_L, \\ b_{-1/2}^i|0\rangle_R \otimes |P\rangle_L. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Los primeros 16 corresponden a los generadores del sub-álgebra de Cartan del grupo G y los 480 restantes¹⁶ corresponden a las raíces de G .

- Finalmente, los 496 compañeros supersimétricos de los bosones de norma, los norminos (en inglés, *gauginos*)

$$\begin{aligned} |s\rangle_R \otimes \tilde{\alpha}_{-1}^j|0\rangle_L, \\ |s\rangle_R \otimes |P\rangle_L. \end{aligned} \quad (1.20)$$

1.2.2. Orbifolios heteróticos

Las teorías de cuerdas heteróticas, al ya tener un grupo de norma asociado, resultan buenos puntos de partida para empezar a construir modelos semi-realistas que puedan describir la realidad física. Para esto, como ya se ha mencionado, es necesario compactificar 6 dimensiones espaciales. Las compactificaciones en variedades de *Calabi-Yau* suaves conducen a resultados interesantes en 4D; sin embargo, debido a la complejidad de estas, la información que se puede extraer en ellas es limitada. Las compactificaciones de la cuerda heterótica en orbifolios toroidales pueden ser llevadas a cabo con más facilidad [26, 27], pues son descritas por teorías libres en la hoja de mundo. La cuantización puede realizarse explícitamente en la expansión α' y algunas cantidades pueden ser calculadas explícitamente. Además, tienen la capacidad también de producir modelos 4 dimensionales con supersimetría $\mathcal{N} = 1$. Algunos orbifolios son un límite singular de una Calabi-Yau [15].

¹⁶ Hay 480 momentos internos que satisfacen $P^2 = 2$.

1.2.2.1. Orbifolios toroidales

De manera general, un orbifolio se define como el cociente entre una variedad suave y un grupo discreto de isometrías $\Gamma \equiv X/H$. En X existen puntos que no se transforman bajo la acción de H ; estos puntos fijos corresponden a singularidades de Γ , de forma que Γ no es en general una variedad.

Un orbifolio toroidal 6-dimensional es definido como el espacio que resulta cuando se divide un toro en seis dimensiones \mathbb{T}^6 por el llamado grupo de *orbifoldeo*¹⁷ \mathcal{G} . Un toro \mathbb{T}^n puede ser definido a través de la identificación de puntos en una retícula Λ_n con vectores base e_i , i.e $\mathbb{T}^n = \mathbb{R}^n/\Lambda_n$. Como otra opción para construir un orbifolio, se puede iniciar con el espacio 6-dimensional \mathbb{R}^6 y dividir entre un grupo discreto S ,

$$\mathbb{O} = \mathbb{R}^6/S = \mathbb{T}^6/\mathcal{G}. \quad (1.21)$$

A S se le conoce como grupo de espacio y es un grupo de isometrías del toro que incluye a las traslaciones en la retícula Λ_6 . Los elementos de S , $g \in S$ son de la forma $g = (\theta, \nu)$, en donde los operadores θ son elementos de $SO(6)$. Los elementos θ de S forman un grupo, abeliano o no abeliano, llamado el grupo de punto P de S . ν es un vector en \mathbb{R}^6 , que puede no ser un elemento de la retícula Λ_6 , pero puede ser escrito en la base de esta con coeficientes arbitrarios. La acción de g sobre un elemento $x \in \mathbb{R}^6$ es definida como

$$x \xrightarrow{g} gx = \theta x + \nu; \quad (1.22)$$

θ denota entonces una rotación, una reflexión o una inversión, mientras que ν una traslación. Si ν es un elemento de la retícula del toro, i.e. $\nu = \lambda \in \Lambda_6$, la única componente de $g \in S$ que genera una acción no trivial es θ , pues $\theta x + \lambda \sim \theta x$ en el orbifolio. Cuando ν es elegido como un vector más general $\nu \notin \Lambda_6$, el elemento g del grupo de espacio es llamado una *roto-traslación*. En este último caso θ y ν actúan no trivialmente en el espacio, lo que hace la geometría un poco más compleja.

El grupo de espacio que define a un orbifolio consiste en un número finito de elementos g llamados los generadores del grupo de espacio. La composición de dos elementos de g está definida de acuerdo con

$$g'' = gg' = (\theta, \nu)(\theta', \nu') = (\theta\theta', \nu + \theta\nu'), \quad g, g', g'' \in S. \quad (1.23)$$

Todos los elementos del grupo de espacio pueden ser agrupados en un conjunto de clases de conjugación de sus generadores $[g] = \{h^{-1}gh, h \in S\}$. Considerando solo grupos abelianos como grupos de punto válidos, se tiene a los grupos cíclicos \mathbb{Z}_n y $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ definidos como

$$\mathbb{Z}_n = \{\theta = \vartheta^k \mid 0 \leq k < n\}, \quad (1.24)$$

$$\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m = \{\theta = \vartheta^k \omega^l \mid 0 \leq k < n; 0 \leq l < m\}, \quad (1.25)$$

¹⁷ *Orbifolding group* en inglés.

tales que $\vartheta^n = \omega^m = \mathbb{1}$. En coordenadas complejas $Z^i = X^{2i-1} + iX^{2i}$ con $i = 1, 2, 3$, la acción de g es

$$Z \xrightarrow{g} gZ = \theta Z + v, \quad Z, v \in \mathbb{C}^3. \quad (1.26)$$

Los elementos complejificados θ del grupo de espacio pueden ser diagonalizados simultáneamente y son representados por matrices 6 dimensionales de la forma

$$\theta = \text{diag}(e^{2\pi i v_1}, e^{2\pi i v_2}, e^{2\pi i v_3}), \quad \text{con } 0 \leq |v_a| < 1. \quad (1.27)$$

El vector $v = (v_1, v_2, v_3)$ es comúnmente llamado vector de torcedura (en inglés *twist vector*). Para que el grupo de holonomía sea $SU(3)$ (y en consecuencia se preserve SUSY $\mathcal{N} = 1$), es necesario que

$$\pm v_1 \pm v_2 \pm v_3 = 0. \quad (1.28)$$

Recientemente, en [8] han sido obtenidos todos los grupos de espacio útiles para construir un orbifolio toroidal en 6D. Estos han sido obtenidos clasificando todas las posibles combinaciones de grupos de punto y sus llamadas clases \mathbb{Z} y clases afines. Hay 138 grupos de espacio abelianos que permiten obtener teorías efectivas 4 dimensionales con $\mathcal{N} = 1$ SUSY. En estas 138 geometrías nos concentraremos principalmente en la parte I de este trabajo. En la tabla 1.3 se muestran los vectores de torcedura y algunos otros detalles para cada grupo de punto. Además de los orbifolios toroidales abelianos, existen los no abelianos [28] y los asimétricos [29], en donde la partes derecha e izquierdas se compactifican de diferente manera¹⁸. Esos casos también han sido explorados para la construcción de modelos en 4D.

1.2.2.2. Generalidades de cuerdas en Orbifolios

Un orbifolio heterótico se construye al compactificar en un orbifolio toroidal 6 dimensiones espaciales de la teoría heterótica 10-dimensional. Con propósitos fenomenológicos se suele usar en particular la teoría heterótica $E_8 \times E_8$. La compactificación en un orbifolio de la teoría heterótica se puede definir de la siguiente manera:

$$\frac{\mathbb{T}_{L+R}^6}{\mathcal{G}} \otimes \frac{\mathbb{T}_L^{16}}{G}, \quad (1.29)$$

en donde \mathbb{T}^{16} denota el toro interno 16-dimensional y G la acción o el encaje del orbifolio sobre los grados de libertad de norma¹⁹. El espacio 6-dimensional \mathcal{M}_6 es entonces un espacio compacto con forma de orbifolio $\frac{\mathbb{T}^6}{\mathcal{G}}$.

Una gran cantidad de encajes del orbifolio sobre los grados de libertad X^I pueden ser representados como si un generador θ de \mathbb{Z}_n actuara con un vector de desplazamiento (*shift vector*),

$$\theta : X^I \rightarrow X^I + V^I, \quad (1.30)$$

¹⁸ A pesar de no tener una interpretación geométrica y física como compactificación, los orbifolios asimétricos conducen a teorías y vacíos perfectamente definidos en 4D.

¹⁹ Una buena revisión de cuerdas en orbifolios se puede encontrar en [30, 31].

| Orbifolio | Vector(es) de torcedura | # de clases \mathbb{Z} | # de clases afines | $h^{(1,1)}$ | $h^{(2,1)}$ |
|--|--|--------------------------|--------------------|-------------|-------------|
| \mathbb{Z}_3 | $\frac{1}{3}(1, 1, -2)$ | 1 | 1 | 9 | 0 |
| \mathbb{Z}_4 | $\frac{1}{4}(1, 1, -2)$ | 3 | 3 | 5 | 1 |
| \mathbb{Z}_6 -I | $\frac{1}{6}(1, 1, -2)$ | 2 | 2 | 5 | 0 |
| \mathbb{Z}_6 -II | $\frac{1}{6}(1, 2, -3)$ | 4 | 4 | 3 | 1 |
| \mathbb{Z}_7 | $\frac{1}{7}(1, 2, -3)$ | 1 | 1 | 3 | 0 |
| \mathbb{Z}_8 -I | $\frac{1}{8}(1, 2, -3)$ | 3 | 3 | 3 | 0 |
| \mathbb{Z}_8 -II | $\frac{1}{8}(1, 3, -4)$ | 2 | 2 | 3 | 1 |
| \mathbb{Z}_{12} -I | $\frac{1}{12}(1, 4, -5)$ | 2 | 2 | 3 | 0 |
| \mathbb{Z}_{12} -II | $\frac{1}{12}(1, 5, -6)$ | 1 | 1 | 3 | 0 |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | $\frac{1}{2}(0, 1, -1), \frac{1}{2}(1, 0, -1)$ | 12 | 35 | 3 | 3 |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | $\frac{1}{2}(0, 1, -1), \frac{1}{4}(1, 0, -1)$ | 10 | 41 | 3 | 1 |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ -I | $\frac{1}{2}(0, 1, -1), \frac{1}{6}(1, 0, -1)$ | 2 | 4 | 3 | 1 |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ -II | $\frac{1}{2}(0, 1, -1), \frac{1}{6}(1, 1, -2)$ | 4 | 4 | 3 | 0 |
| $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | $\frac{1}{3}(0, 1, -1), \frac{1}{3}(1, 0, -1)$ | 5 | 15 | 3 | 0 |
| $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ | $\frac{1}{3}(0, 1, -1), \frac{1}{6}(1, 0, -1)$ | 2 | 4 | 3 | 0 |
| $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | $\frac{1}{4}(0, 1, -1), \frac{1}{4}(1, 0, -1)$ | 5 | 15 | 3 | 0 |
| $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$ | $\frac{1}{6}(0, 1, -1), \frac{1}{6}(1, 0, -1)$ | 1 | 1 | 3 | 0 |

Tabla 1.3: Grupos de punto para los diferentes orbifolios toroidales abelianos que conducen a supersimetría $\mathcal{N} = 1$ en 4 dimensiones. En la segunda columna se muestran los vectores de *twist* o torcedura asociados. En la tercera y cuarta columna se muestran el número de retículas (o clases \mathbb{Z}) y de traslaciones del grupo de espacio (o clases afines) compatibles con cada grupo de punto. En las últimas columnas se muestran los números de Hodge asociados con el número de módulos de Kähler y de estructura compleja para cada grupo de punto.

en donde $nV \in \Lambda_{16}$. El vector V^I además, debe satisfacer la condición debida a la invariancia modular [32]

$$n(V^2 - v^2) = 0 \pmod{2}. \quad (1.31)$$

Una solución simple a la ecuación anterior es la elección de V^I de la siguiente forma:

$$V^I = (v_1, v_2, v_3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0), \quad (1.32)$$

con 2 vectores 8 dimensionales, para el caso de la heterótica $E_8 \times E_8$. A este encaje de la acción geométrica del orbifold en los grados de libertad de norma se le llama *encaje estándar*.

El espectro de materia resultante está compuesto por aquellos estados que son invariantes bajo la acción del grupo del orbifolio $\mathcal{O} \subset S \otimes G$. Los estados que no satisfagan esa condición deben ser proyectados. El espectro de cuerdas cerradas consiste básicamente en dos sectores: el sector torcido (*twisted sector*) y el sector no torcido (*untwisted sector*). Los estados en el sector no torcido, son los estados que existen en \mathbb{T}^6 correspondientes a cuerdas cerradas y son invariantes ante la acción del grupo de punto. \mathbb{T}^6 introduce la posibilidad de

enrollamiento ²⁰ $X^i(\sigma + \pi) = X^i(\sigma) + 2\pi w^i$. Los estados torcidos, son estados que aparecen después de la aplicación del grupo de punto, ya que algún elemento del grupo podría identificar puntos (cerrar una cuerda) y cumplir la condición de frontera $X^\mu(\sigma + \pi) = gX^\mu(\sigma)$. En términos de los campos complejificados, las condiciones de frontera son ahora

$$\begin{aligned} Z_{L,R}^i(\sigma + \pi) &= e^{2\pi i v_i} Z_{L,R}^i(\sigma) + 2\pi R w^i, \\ \Psi_R^i(\sigma + \pi) &= \pm e^{2\pi i v_i} \Psi_R^i(\sigma), \\ X_L^i(\sigma + \pi) &= X_L^i(\sigma) + V^i, \end{aligned} \quad (1.33)$$

en donde se ha obviado la dependencia en τ .

Espectro de estados No-torcido

El espectro de estados no torcidos consiste en el truncamiento del espectro originado por la compactificación en \mathbb{T}^6 debido a la acción de \mathcal{O} . De manera general y para el caso abeliano, se puede escribir la condición de invariancia [16] que deben satisfacer los estados en el sector no torcido como

$$P \cdot V - q \cdot v \in \mathbb{Z}, \quad (1.34)$$

en donde V y v corresponden al desplazamiento y torcedura²¹. Los bosones de norma satisfacen $q \cdot v = 0$ y entonces $P \cdot V = 0 \pmod{1}$; para materia cargada se tiene la condición más general. En resumen, el espectro no torcido y no masivo consiste en:

- El multiplete de gravedad en 4D: un gravitón $g_{\mu\nu}$, un dilatón ϕ y un campo antisimétrico $B_{\mu\nu}$ y sus supercompañeros.
- El multiplete vectorial en 4d: los bosones de norma y sus correspondientes norminos.
- Campos escalares complejos (y sus supercompañeros con los que forman multipletes quirales) provenientes de las componentes internas (en coordenadas complejas) $g_{i\bar{j}}$ y $B_{i\bar{j}}$. Estos satisfacen $e^{2\pi i(v_i - v_j)} = 1$. Estos son denominados usualmente módulos.
- Multipletes quirales de materia cargada.

Estos estados completan los multipletes de una teoría $\mathcal{N} = 1$ en 4 dimensiones.

Espectro de estados Torcido

En el sector torcido también se tiene la posibilidad de cuerdas correspondientes a estados no masivos. Estas se localizan en los puntos fijos del orbifold, por lo que se asocian a los elementos constructores de los puntos fijos. A los sectores torcidos asociados con un elemento

²⁰ En inglés *Winding*.

²¹ Con el vector v 4-dimensional definido como $v = (0, v_1, v_2, v_3)$.

$g = (\theta^k \omega^\ell, \nu)$ en un orbifoldo se les suelen denotar como sector $T^{(k,\ell)}$. Las fórmulas de masa en este caso son

$$\frac{\alpha'}{2} M_L^2 = \frac{1}{2} (P + V_g)^2 + \tilde{N} - 1 + E_0, \quad (1.35a)$$

$$\frac{\alpha'}{2} M_R^2 = \frac{1}{2} (q + \nu_g)^2 - \frac{1}{2} + E_0. \quad (1.35b)$$

Usualmente se re-define el nuevo momento desplazado como $p_{sh} = P + V_g$ y $q_{sh} = q + \nu_g$. Nótese también la aparición de un cambio en la energía de punto cero E_0 . La aparición de E_0 es debido a la presencia de osciladores fraccionarios $\tilde{\alpha}_{-1+\eta^i}^i, \tilde{\alpha}_{-\eta^i}^i$ en la expansión en modos y depende de la torcedura local $\eta^i = \nu_g^i$ (con η^i tal que $0 < \eta^i \leq 1$),

$$E_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \eta^i (1 - \eta^i). \quad (1.36)$$

El operador de número \tilde{N} que aparece en M_L ahora es “torcido” y se define como,

$$\tilde{N} = \sum_{i=1}^3 (\eta^i \tilde{\mathcal{N}}^i + \bar{\eta}^i \bar{\mathcal{N}}^i), \quad (1.37)$$

en donde las barras e índices barrados ($\bar{\cdot}$) se refieren a los correspondientes operadores para las coordenadas anti-holomorfas²². Los operadores de número $\tilde{\mathcal{N}}^i$ y $\bar{\mathcal{N}}^i$ cuentan entonces excitaciones enteras en las direcciones holomorfas i y anti-holomorfas \bar{i} . Los estados en el sector torcido también requieren la invariancia bajo la transformación del grupo del orbifoldo $S \otimes G$ o en general $\mathcal{G} \otimes G$ y el espectro es por consiguiente diferente para cada grupo de espacio. La condición de invariancia para estados sin osciladores, i.e $\tilde{N} = 0$, es

$$V \cdot (P + V_g) - \nu \cdot (q + \nu_g) = 0 \text{ mod } 1. \quad (1.38)$$

En el caso con osciladores, el proyector adquiere una fase adicional $2\pi i \Delta$ por lo que a la parte izquierda anterior se le debe sumar un término dado por $\Delta = (\tilde{\mathcal{N}} - \bar{\mathcal{N}}) \cdot \nu$. El espectro de materia esta constituido en su mayoría por estados en el sector torcido.

1.2.2.3. Encaje no estándar y líneas de Wilson

La invariancia modular en la cuerda heterótica compactificada en un orbifoldo requiere que otras condiciones, además de las ya mencionadas, se satisfagan. En consecuencia, la acción del orbifoldo se debe encajar en los grados de libertad de norma de la cuerda mediante un grupo de torcedura de norma²³ G . Como se ha mencionado al inicio de la sección pasada, al más simple de esos encajes se le conoce como encaje estándar. De manera más general, ese

²² Si η es el *twist* o torcedura local en z , entonces $\bar{\eta} = 1 - \eta$ es la torcedura en \bar{z} .

²³ En inglés *Gauge twisting group*. Matemáticamente $S \hookrightarrow G$, y G debe ser un sub-grupo de automorfismos de $E_8 \times E_8$ o en su caso de $SO(32)$.

encaje puede ser definido por dos tipos de traslaciones de los grados de libertad de norma. Los elementos del grupo de punto θ son encajados como un desplazamiento V , mientras que los vectores de la retícula del toro son encajados como *líneas de Wilson* (LW) A_i [33, 34]. Por ejemplo, un elemento g de un orbifoldo $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ con generadores del grupo de punto θ y ω es encajado como

$$g = (\theta^k \omega^l, \mu_i e_i) \quad \leftrightarrow \quad V_g \equiv kV + lW + \mu_i A_i, \quad k, l \in \mathbb{Z}, \mu_i \in \mathbb{R}, \quad (1.39)$$

De tal forma que para los dos tipos de grupo de punto, un elemento de G actúa entonces en X^l como

$$\mathbb{Z}_n \quad : \quad X^l \longrightarrow X^l + kV^l + \mu_i A_i^l, \quad (1.40)$$

$$\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m \quad : \quad X^l \longrightarrow X^l + kV^l + lW + \mu_i A_i^l, \quad (1.41)$$

con $l = 1, \dots, 16$. Los vectores V y W son tales que $nV, mW, \in \Lambda_{16}$; a n y m se les llama el orden de V y W . Estas LW, al ser el encaje de los vectores e_i de la retícula, están sujetas a ciertas restricciones. Por ejemplo, las 6 LW A_i no siempre son independientes pues están sujetas a las identificaciones y transformaciones de los vectores de la retícula e_i en el orbifoldo, por consiguiente si $\theta e_i = Q_{ij} e_j$ entonces A_i y $Q_{ij} A_j$ son equivalentes. Por lo anterior, el número de LW independientes y no triviales A_i y el orden N_i de estas están restringidos y son diferentes en cada retícula Λ_6 .

Las constricciones finales sobre V, W y A_i provienen de la invariancia modular²⁴. La invariancia modular impone que [35]

$$N(V^2 - v^2) = 0 \quad \text{mod } 2, \quad (1.42a)$$

$$N_i(V \cdot A_i) = 0 \quad \text{mod } 2, \quad (1.42b)$$

$$M(W^2 - w^2) = 0 \quad \text{mod } 2, \quad (1.42c)$$

$$N_i(W \cdot A_i) = 0 \quad \text{mod } 2, \quad (1.42d)$$

$$M(V \cdot W - v \cdot w) = 0 \quad \text{mod } 2, \quad (1.42e)$$

$$N_i A_i^2 = 0 \quad \text{mod } 2, \quad (1.42f)$$

$$\text{mcd}(N_i, N_j)(A_i \cdot A_j) = 0 \quad \text{mod } 2 \quad (i \neq j), \quad (1.42g)$$

en donde N_i corresponde al orden de la línea de Wilson A_i ($N_i A_i \in \Lambda_{16}$ sin suma). En las ecuaciones anteriores se ha considerado a v como el vector de torcedura para el generador θ y a w como el correspondiente al generador ω . Si el generador ω no está presente, i.e. si se habla de un grupo de punto \mathbb{Z}_n , las ecuaciones se reducen a las que solo involucran a V y v . De esta forma, pueden existir una gran cantidad de vectores V y líneas de Wilson A_i que satisfacen las ecs. (1.42) y conducen a diferentes modelos efectivos 4 dimensionales.

El espectro y los detalles de una compactificación de la cuerda heterótica $E_8 \times E_8$ en un orbifoldo toroidal abeliano con WL y encaje no estándar pueden ser obtenidos con el `orbifolder` [36], un programa escrito en lenguaje de programación c++. En la primera parte de esta tesis (capítulos 2 y 3), se ha hecho gran uso de esta herramienta.

²⁴ La invariancia modular es siempre un requerimiento en teoría de cuerdas.

1.3. Teorías de Cuerdas y acciones efectivas

La acción de una teoría efectiva de cuerdas, por debajo de la escala de cuerdas, $E < M_s$ constituye la acción de una teoría de campos, específicamente una teoría de supergravedad²⁵. Estudiarlas en este límite permite el contacto con los experimentos u observaciones que ya se tienen. Hasta este momento muchos de estos experimentos son orientados a descubrir si existe física nueva proveniente de este tipo de teorías.

En las acciones efectivas de supergravedad en 10 dimensiones para las distintas teorías de cuerdas, algunos términos pueden ser obtenidos a través de amplitudes de dispersión y otros a través de simetrías. Cada una de las acciones involucra a los distintos campos sin masa de cada teoría y usualmente para estudiar con la física en 4 dimensiones, se empieza por realizar la reducción dimensional de alguna de esas acciones y se calculan los elementos existentes en la teoría efectiva a bajas energías, por ejemplo el número de módulos. Esta tarea no siempre puede ser completada en su totalidad. En la práctica, muchas veces se comienza con una acción de SUGRA en 4 dimensiones y a esta se le van agregando elementos propios de la teoría de cuerdas²⁶.

La acción efectiva 10-dimensional del sector bosónico de la teoría heterótica está dada por

$$S_{10}^{(het)} = \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}(-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left(R + 4\partial_M \Phi \partial^M \Phi - \frac{1}{2} |H_3|^2 - \frac{\alpha'}{4} \text{Tr}_V |F_{YM}|^2 \right), \quad (1.43)$$

en donde $H_3 = dB_2 - \frac{\alpha'}{4}(\omega_3 - \omega_3^{grav})$. El término de Chern-Simons de norma ω_3 es definido como $\omega_3 = \text{Tr}_V(A \wedge dA - \frac{i}{3} A \wedge A \wedge A)$ y $F_{YM} = F_{YM}^a T^a$ es el tensor de intensidad de campo del grupo de norma correspondiente, con la traza en ec. (1.43) definida sobre la representación vectorial. El término de Chern-Simons gravitacional ω_3^{grav} puede ser considerado subdominante (al ser de un orden mayor en derivadas), y es definido a partir de la conexión de espín ω como $\omega_3^{grav} = \text{Tr}(\omega \wedge d\omega + \frac{2}{3} \omega \wedge \omega \wedge \omega)$. Como es usual, G es la métrica 10-dimensional, R el escalar de Ricci correspondiente y ϕ el dilatón; estos elementos están presentes en todas las teorías efectivas de cuerdas. La constante κ_{10} está definida en términos de α' como $2\kappa_{10}^2 = (2\pi)^7 \alpha'^4$.

Para la tipo IIB²⁷ la acción 10-dimensional es

$$\begin{aligned} S_{10}^{(IIB)} &= \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10} x \sqrt{-G} \left[e^{2\Phi} \left(R + 4\partial_M \Phi \partial^M \Phi - \frac{1}{2} |H_3|^2 \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (|F_1|^2 + |\bar{F}_3|^2 + |\bar{F}_5|^2) \right] - \frac{1}{2} \int_{10d} C_4 \wedge H_3 \wedge F_3, \end{aligned} \quad (1.44)$$

en donde se hacen las definiciones $\bar{F}_3 = F_3 - C_0 H_3$, $\bar{F}_5 = F_5 - \frac{1}{2} C_2 \wedge H_3 + \frac{1}{2} B_2 \wedge F_3$ con $F_p = dC_{p-1}$ y $H_3 = dB_2$. Para la teoría tipo IIA la acción de supergravedad correspondiente

²⁵ La acción a bajas energías de una teoría de cuerdas suele asociarse con una de supergravedad, pero, al revés no siempre es cierto, i.e. una teoría de supergravedad no siempre proviene de una teoría de cuerdas.

²⁶ Esto puede provocar que no necesariamente se trate de una teoría efectiva 4-dimensional consistente con teoría de cuerdas.

²⁷ Esta acción debe ser complementada con una restricción de auto-dualidad en la 5-forma \bar{F}_5 .

es

$$S_{10}^{(IIA)} = \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x \sqrt{-G} \left[e^{2\Phi} \left(R + 4\partial_M \Phi \partial^M \Phi - \frac{1}{2} |H_3|^2 \right) - \frac{1}{2} (|F_2|^2 + |\bar{F}_4|^2) \right] - \int_{10d} \frac{1}{4\kappa_{10}^2} B_2 \wedge F_4 \wedge F_4, \quad (1.45)$$

con $\bar{F}_4 = dC_3 - C_1 \wedge H_3$. El último término en $S_{10}^{(IIA)}$ y $S_{10}^{(IIA)}$ es un término de Chern-Simons. Para la última teoría de cuerdas con supersimetría, la tipo I, la acción de SUGRA 10-dimensional es

$$S_{10}^{(I)} = \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}(-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left(R + 4\partial_M \Phi \partial^M \Phi - \frac{1}{2} |\tilde{F}_3|^2 \right) - \frac{1}{2g_{10}^2} \int d^{10}(-G)^{1/2} e^{-\Phi} \text{Tr}_v |F_{YM}|^2, \quad (1.46)$$

en donde $\frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} = \frac{\alpha'}{4}$. La forma \tilde{F}_3 , en este caso se define como $\tilde{F}_3 = dC_2 - \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} (\omega_3 - \omega_3^{grav})$ y los términos de Chern-Simons $\omega_3, \omega_3^{grav}$ son definidos como anteriormente. Estas acciones, como ya se ha escrito, son muchas veces los puntos de partida tanto teórico como fenomenológico para el estudio de alguna teoría de cuerdas, dado que hasta el momento no se conoce a ninguna de las teorías de cuerdas (o teoría M) de manera completa.

En una teoría de supergravedad con simetrías de norma existen 3 elementos que se deben conocer a fin de poder reconstruir la acción S de la teoría, y encontrar a partir de esta las características de los campos. Estas características incluyen: interacciones, masas, potenciales, correladores o diagramas de Feynman, etc. Estos 3 elementos o funciones de los campos son: el potencial de Kähler $K(\Phi_i, \bar{\Phi}_i)$, una función real de los supercampos quirales; el superpotencial $W(\Phi_i)$, una función holomorfa de los supercampos; y la función cinética de norma $f_{ab}(\Phi_i)$ también holomorfa en los supercampos. El superpotencial W y el potencial de Kähler K a su vez se pueden unir en otra función G llamada función de Kähler. Los acoplamientos de los supercampos quirales Φ están determinados por esta función $G(\Phi_i, \bar{\Phi}_i)$. En unidades en donde la masa de Planck M_{pl} es igual a 1, esta función se escribe como

$$G(\Phi_i, \bar{\Phi}_i) = K(\Phi_i, \bar{\Phi}_i) + \ln |W(\Phi_i)|^2. \quad (1.47)$$

Una propiedad importante de G es que es invariante ante transformaciones de Kähler, que están definidas como sigue

$$\begin{aligned} K &\rightarrow K + H(\Phi) + H^*(\bar{\Phi}), \\ W &\rightarrow e^{-H(\Phi)} W. \end{aligned} \quad (1.48)$$

El espacio de los supercampos en supergravedad es una variedad de Kähler con los campos escalares pensados como coordenadas.

Con respecto a la forma de la teoría efectiva, se sabe que existen dos contribuciones al potencial de los campos escalares: los términos F V_F y D V_D . Se puede mostrar²⁸ que el

²⁸ Para detalles en la construcción de teorías de SUGRA se recomienda [37, 38, 39].

término F del potencial de los campos escalares tiene la siguiente forma,

$$V_F = e^K (K^{i\bar{j}} D_i W D_{\bar{j}} \bar{W} - 3|W|^2), \quad (1.49)$$

en donde $D_i = \partial_i + \partial_i K$ es la derivada de Kähler y $K^{i\bar{j}}$ es la inversa de la métrica de Kähler $G_{i\bar{j}} = \partial_{\bar{j}} \partial_i K$. También, se sabe que los términos cinéticos de norma se escriben en términos de $f_{ab}(\Phi_i)$ y el término D del potencial de los campos escalares es

$$V_D = \frac{1}{2} [Re f^{-1}]^{ab} [K_i (T_a)_k^i \Phi^k] \overline{[K_{\bar{j}} (T_b)^{\bar{j}}_k \Phi^k]}, \quad (1.50)$$

en donde T_a son los generadores del grupo de norma en la representación adecuada. De esta forma, la parte de la densidad Lagrangiana que contiene exclusivamente campos bosónicos está dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B &= e \left[e^K (K^{i\bar{j}} D_i W D_{\bar{j}} \bar{W} - 3|W|^2) - \frac{1}{2} [Re f^{-1}]^{ab} [K_i (T_a)_k^i \Phi^k] \overline{[K_{\bar{j}} (T_b)^{\bar{j}}_k \Phi^k]} \right. \\ &+ \frac{1}{4} i Im(f_{ab} F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{\mu\nu b}) - \frac{1}{4} Re(f_{ab} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu b}) \\ &\left. + K_j^i D_\mu \Phi_i D^\mu \Phi^j - \frac{1}{2} R \right] \end{aligned} \quad (1.51)$$

con e el determinante del "vielbein" e_μ^a . Las fórmulas de las ec. (1.49) y ec. (1.50) son muchas veces el punto de partida para estudiar las implicaciones cosmológicas de los campos modulares provenientes de una compactificación en teoría de cuerdas.

1.4. Teoría de cuerdas y física de partículas

Los modelos obtenidos al realizar una compactificación de la cuerda heterótica en un orbifoldo toroidal abeliano con encaje estándar no son fenomenológicamente interesantes; sin embargo, la incorporación de un encaje no estándar y líneas de Wilson puede llevar a modelos interesantes en física de partículas. Desde el descubrimiento de los orbifolios como posibles espacios de compactificación para la cuerda heterótica [26], muchos han sido los trabajos al respecto. Uno de los primeros propósitos, por supuesto, fue el de lograr el rompimiento al grupo del modelo estándar [40, 41] y el *MSSM* (minimal supersymmetric standard model) [42, 43] o alguna extensión en concreto [44]. Hasta ahora, la mayoría de las construcciones semi-realistas están enfocadas en el Modelo Estándar Mínimo Supersimétrico o extensiones a bajas energías. Hacia esa dirección, en las últimas décadas han sido obtenidos algunos patrones y características importantes de los modelos tipo *MSSM* en orbifolios heteróticos. El concepto de Gran Unificación local *GUTs local* [45, 46] ha sido clave para conectar a la teoría heterótica con el *MSSM*; cuando la simetría de norma local en algunos puntos fijos es una simetría de Gran Unificación como $SO(10)$, se dice que se tiene una GUT local ahí.

Por otra parte, entre los problemas de física de partículas que se buscan resolver, están los usuales en modelos mas allá del ME, pero, en contraste con la mayoría de esos modelos,

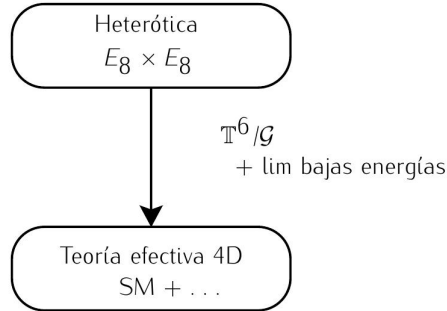


Figura 1.4: Al compactificar la teoría heterótica $E_8 \times E_8$ en un orbifold toroidal y obtener el límite de bajas energías se obtiene una teoría efectiva 4D. En general se busca que esta teoría contenga los elementos que describen al universo observable.

el enfoque en teoría de cuerdas es del tipo “de arriba hacia abajo”, ya que en una compactificación en teoría de cuerdas nada debería ser agregado, sino debería ser una consecuencia de las características de la compactificación y los elementos de la teoría. De esta manera, una compactificación en un orbifold toroidal puede ir acompañada naturalmente de varias simetrías de norma $U(1)$, sectores ocultos y de un grupo de unificación subyacente. Todos esos elementos extras son los que pueden hacer posible la solución a los problemas que el modelo estándar simple tiene o pueden hacer naturales algunas de las características no naturales que se observan en la física de partículas.

Las simetrías $U(1)$ extras de norma son por lo general llamadas $U(1)'$ y traen consigo un bosón de norma llamado Z' . Estas simetrías pueden ayudar a resolver algunos problemas del Modelo Estándar, pero hasta el momento no ha habido señales de la existencia de un bosón Z' . Entre los problemas que pueden ayudar a resolver las simetrías $U(1)'$ están el de la estabilidad del potencial del Higgs [47] o las anomalías de sabor [48] si en el futuro se probaran ciertas. También es posible que los estados tengan una simetría discreta que puede ser considerada de sabor en las familias del espectro obtenido [49, 50, 51]. En estas dos direcciones se enfocaron algunos de los resultados en esta Tesis.

Es importante mencionar que los esfuerzos por acercar alguna compactificación de teoría de cuerdas a lo ya conocido en física de partículas se han hecho no solo en la teoría heterótica $E_8 \times E_8$. En las teorías de cuerdas tipo II construcciones con D_p -Branas [52] o más recientemente en teoría F [53, 54] han ido hacia esa dirección. Las compactificaciones de la teoría heterótica en Calabi-Yau también han llevado a algunos resultados interesantes [55, 56].

1.4.1. Construcciones semi-realistas en orbifolios

Un modelo semi-realista o fenomenológicamente viable se entiende como un modelo con las características potenciales para describir lo que se conoce de física de partículas, en particular el *Modelo Estándar de física de partículas* (ME). Un modelo fenomenológicamente viable debe entonces contener al grupo de norma del ME y además todas las posibles partículas exóticas deben estar desacopladas de este a bajas energías (por ejemplo a las energías por debajo de los experimentos actuales). Un modelo semi-realista tiene además casi siempre algunas otras características con el potencial para resolver alguno de los problemas que se tienen en el ME y es por eso que se estudian fenomenológicamente.

En resumen, aquí se considerará que una compactificación en un orbifolio es fenomenológicamente viable si el espectro no masivo de la teoría satisface primordialmente lo siguiente:

- El grupo de norma es $G_{SM} \times G_{oculto} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times G_{oculto}$, en donde G_{oculto} contiene factores abelianos y no abelianos, y el grupo de la hipercarga $U(1)_Y$ es no anómalo y compatible con gran unificación. A G_{oculto} se le llama oculto por que las partículas del modelo estándar no están, en su mayoría, cargadas bajo esta simetría.
- El espectro reproduce el espectro de materia del *MSSM*.
- Estados adicionales son del tipo vectorial²⁹ con respecto a G_{SM} y estos incluyen singuletes del ME que pueden considerarse neutrinos derechos ν_R .

Los detalles de cada modelo tienen que ser siempre estudiados por separado, pero en conjunto se espera que sus características generales sean compatibles con lo anterior.

En la teoría heterótica se tiene un gran número de modelos. A este conjunto se le conoce como el "paisaje heterótico" y es por eso que en compactificaciones en orbifolios muchos han sido los estudios que han tratado de clasificar y discernir entre los modelos con las características más adecuadas. En compactificaciones en \mathbb{Z}_6 se tiene el "mini paisaje" [57, 58, 31]. La búsqueda en modelos $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ se hizo en [59]. En [60] se extiende la búsqueda de modelos prometedores del tipo *MSSM* a los orbifolios toroidales abelianos \mathbb{Z}_8 -(I,II). Una búsqueda más general se hizo en [61]; esta búsqueda incluyó todos los orbifolios \mathbb{Z}_n y algunas geometrías de $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$. Las estrategias de búsqueda han sido similares y en general se realizan búsquedas aleatorias.

En la construcción fermiónica libre³⁰ de teorías 4D [62, 63] se ha mostrado una conexión con orbifolios simétricos abelianos [64, 65] y un gran número de construcciones semi-realistas han sido encontradas en esos escenarios.

²⁹ En inglés *vector-like*.

³⁰ Existe otra manera de construir la teoría heterótica mediante el intercambio de los 16 grados de libertad izquierdos X^I por 32 fermiones λ^A de Majorana-Weyl en el sector derecho de la teoría (ver por ejemplo [15]). De esta forma la anomalía conforme también es cancelada.

1.5. Cosmología en teoría de cuerdas

Las observaciones modernas han mostrado que el universo es casi plano compatible con una geometría de tipo *de Sitter*, se expande aceleradamente y el contenido de materia observable y calculable no coincide con el necesario para justificar el comportamiento de algunos objetos a gran escala. La resolución de los problemas antes mencionados requiere de la incorporación de inflación, además de los componentes oscuros: la materia y energía oscura, responsables de la estructura a gran escala y de la expansión acelerada del universo³¹. Hasta ahora, el modelo cosmológico que más se adecua a esas observaciones es el llamado modelo Λ CDM (siglas de Λ Cold Dark Matter³²), en el cual el universo se describe con una métrica homogénea e isotrópica (métrica de FRW) y; además de contener la radiación y materia bariónica que observamos, incluye materia oscura fría y existe una constante cosmológica positiva Λ que funge como energía oscura. La etapa inflacionaria que se presume ocurrió en los primeros instantes del universo aún no está probada por las observaciones; sin embargo, existen razones para creer que un proceso como inflación ocurrió de tal forma que además de resolver los problemas de “planitud” del universo y del horizonte en el fondo cósmico de microondas, proveyó las semillas necesarias para la formación de estructura. Inflación es hasta el momento, el modelo fenomenológico más exitoso que se tiene para describir la dinámica del universo temprano.

Entender la incorporación de inflación, la materia y la energía oscura (o las soluciones alternativas a los problemas que estas resuelven) para la explicación del comportamiento actual y pasado del universo, requiere tal vez de una teoría fundamental y teoría de cuerdas es hasta ahora la candidata más avanzada. La gran cantidad de partículas y módulos que traen consigo las compactificaciones de cuerdas llevan a pensar que quizás ahí esté la solución para los problemas mencionados anteriormente y esto ha llevado a un gran número de estudios al respecto. Para esto hay varias cosas a las que hay que enfrentarse. Primero: la estabilización de los módulos (no necesariamente en algunos escenarios) y el problema cosmológico de módulos. El problema cosmológico de módulos surge cuando los campos modulares empiezan a oscilar después de que el inflatón decae y recalienta el universo, generando una sobre-producción de entropía que puede estropear las abundancias de los núcleos ligeros como las conocemos. Se cree que este problema puede ser resuelto si las masas de los módulos se encuentran por arriba de la escala del rompimiento de SUSY y si esta se generó preservando SUSY. De manera general, se ha obtenido [66] que si los módulos adquieren una masa $m \gtrsim 10\text{TeV}$ estos decaen antes de nucleosíntesis, evitando así problemas en la formación de los núcleos ligeros.

1.5.1. La estabilización de módulos

De manera general, los módulos φ_i que surgen de una compactificación de teoría de cuerdas no siempre tienen asociado un potencial escalar $V(\varphi)$ o tienen asociado una masa muy pequeña. Esto traería consecuencias en la teoría 4-dimensional de las cuales no se tiene registro aún. Por ejemplo, campos escalares no masivos pueden ser mediadores de nuevas in-

³¹ Quizá dos de los retos más grandes de la física moderna.

³² Siglas del contenido agregado a los fluidos usuales.

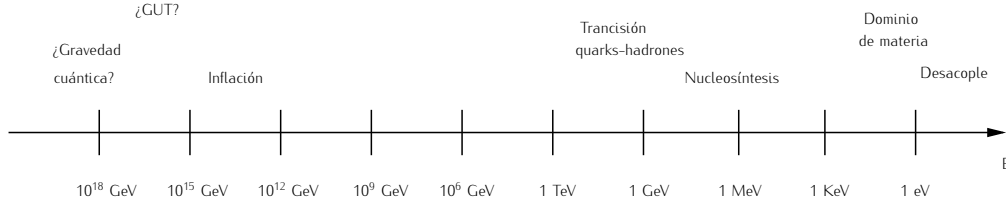


Figura 1.5: Acontecimientos importantes durante la evolución del universo y su escala energética aproximada.

teracciones que hasta el momento no han sido observadas. Además, de que podrían alterar el proceso conocido de formación de núcleos ligeros conocido como nucleosíntesis (ver fig. 1.5 para conocer escalas importantes durante la evolución del universo). Lo anterior constituye parte del llamado problema cosmológico de módulos el cual ha sido extensamente estudiado tanto en escenarios de supersimetría y supergravedad como de teoría de cuerdas [67, 68, 69, 70]. La estabilización de los módulos provenientes de una compactificación debe ser entonces el primer paso antes de la descripción de la física a bajas energías a la que tenemos acceso. Estabilizar un módulo requiere de encontrar un mínimo del potencial escalar en la dirección de este; encontrar una masa adecuada también es deseable.

Las compactificaciones de teoría de cuerdas vienen acompañadas de varios de estos módulos y estabilizarlos a todos se ha mostrado que no es tarea fácil. Se especula, de hecho, que probablemente en algunas compactificaciones de cuerdas esto es imposible. Para estabilizar los módulos, primero es necesario asociar un potencial a ellos, esperando que este permita tal propósito. En las diferentes compactificaciones se puede asociar un potencial para los módulos proveniente de distintas fuentes, las maneras más usadas son: por efectos no perturbativos, ya sea instantones o condensados; y por flujos.

Estabilización por flujos

Si una compactificación contiene flujos para las intensidades de campo de sus campos C_p no nulos, se dice entonces que es una compactificación con flujos. De manera general, un flujo es la integral de alguna intensidad de campo F en un ciclo Σ cuyas dimensiones empaten:

$$Flujo = \int_{\Sigma} F^2. \quad (1.52)$$

En compactificaciones de la teoría tipo IIB, los flujos en las intensidades H_3 y F_3 pueden proveer de potencial a los módulos de estructura compleja U_i y el axio-dilatón $\tau = C_0 + ie^{-\Phi}$. En estas compactificaciones el espacio será difícilmente un simple producto y ahora estará deformado. De esta forma, si se quiere que el espacio 4-dimensional siga siendo máximamente simétrico, el espacio 6-dimensional toma la forma de un producto deformado, de tal forma que el elemento de línea se escribe ahora como

$$ds^2 = e^{A(y)} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + e^{-2A(y)} C_{ij} dy^i dy^j, \quad (1.53)$$

en donde x^μ denota las coordenadas del espacio-tiempo 4-dimensional y y^i las coordenadas en el espacio compacto 6D. A este tipo de compactificaciones se les llama *warped*, compactificaciones deformadas, y a A factor de deformación. El factor de deformación estará definido una vez dadas y resueltas las ecuaciones de movimiento. En la teoría de cuerdas IIB se tienen los flujos H_3 y F_3 por lo que se necesitan entonces 3-ciclos no triviales que permitan tener un flujo diferente de cero. Las compactificaciones en Calabi-Yau suelen tener este tipo de ciclos³³. Si se tuviera entonces en la teoría una 2-forma sería posible obtener un potencial para los módulos de Kähler pues estos están relacionados con la (1,1)-forma compleja de Kähler J . Las ecuaciones de movimiento obtenidas de la acción prohíben la existencia de flujos no nulos para H_3 y F_3 , a menos de que existan objetos de tensión negativa. Tales objetos existen y se conocen como O_p -planos, planos de *orientifolio* (en inglés orientifold). Parecería entonces que para conseguir la estabilización deseada en la teoría IIB se necesita agregar O_3 -planos [23] y encender flujos.

En la teoría heterótica, los mecanismos de estabilización aún no están claros y aún no se ha llegado a un consenso sobre si son del todo funcionales. El único flujo presente ahí es H_3 . Encender este flujo provoca que la condición de Kähler no se satisfaga más, i.e. $dJ \neq 0$, por lo que las variedades requeridas ya no son Kähler, sino otras más complicadas.

Condensación de norminos

Si la teoría contiene un grupo de norma³⁴ en donde la constante de acoplamiento g tiene libertad asintótica (similar a QCD³⁵), se puede tener *condensación de norminos*³⁶ λ a una escala Λ [72]. La constante de acoplamiento del grupo de norma, en general depende de los parámetros de la teoría de cuerdas g_s , l_s y de las características geométricas del espacio compacto; el valor de g_s está relacionado con el valor de expectación del dilatón $\langle\phi\rangle$. En teorías heteróticas es usual complejificar el dilatón, añadiendo el multiplicador de Lagrange a responsable del cumplimiento de la ecuación $dH_3 = 0$, haciendo $S = e^{-2\phi} + ia$. La constante de acoplamiento del grupo de norma g depende de g_s y por lo tanto de S . La dependencia puede ser complicada dependiendo de la teoría de cuerdas, el grupo de norma y la compactificación, pudiendo haber dependencia en los módulos geométricos a través del volumen total o de algunos ciclos de la variedad. Una dependencia sencilla y usual es $g^{-2} \sim (S + \bar{S})$. La condensación de norminos se lleva a cabo a una escala de condensación Λ , de tal forma que $\langle\lambda\lambda\rangle \sim \Lambda^3$.

La dependencia en g de Λ , se obtiene de las ecuaciones del grupo de renormalización y es $\Lambda \sim M_c e^{-\frac{1}{bg^2}}$, en donde b depende de la función β para el grupo de norma que se tiene y M_c es la escala de compactificación. El potencial obtenido para S en la acción después de

³³ Se especula que una gran cantidad, y de ahí surgió el primer concepto de *string landscape*.

³⁴ Como es el caso de la heterótica o añadiendo pilas de D_p -branas en teorías tipo II.

³⁵ En una teoría de norma la constante de acoplamiento tiene libertad asintótica si la constante de acoplamiento se hace débil a altas energías o distancias pequeñas.

³⁶ La condensación de norminos rompe supersimetría dinámicamente y fue inicialmente propuesta para eso en teorías de supersimetría [71].

llevar a cabo el condensado se puede obtener con un superpotencial W de la forma

$$W(S) = Ae^{-aS}. \quad (1.54)$$

Si la escala de compactificación M_c depende del volumen de la variedad, y entonces de los módulos de Kähler, se puede mostrar a través de dualidad T, que el superpotencial se puede escribir de la forma

$$W(S, T) = A\eta(T)^{-d}e^{-aS}, \quad (1.55)$$

en donde η es la función *eta de Dedekind*, el exponente d depende de los detalles de la compactificación. En modelos de la teoría heterótica en donde se tienen varios grupos ocultos no abelianos G_n , que pueden tener condensación de norminos, un análisis similar al anterior lleva al siguiente superpotencial para la teoría efectiva

$$W(S) = \sum_n A_n e^{-a_n S}, \quad (1.56)$$

en donde las constantes a_n dependen del grupo G_n que dio lugar a la condensación.

1.5.2. El paisaje de teoría de cuerdas y el pantano

Como se ha venido mencionando a lo largo de esta tesis, teoría de cuerdas es hasta el momento la mejor candidata que se tiene para una teoría unificada de la física. Estas teorías poseen dualidades que las relacionan dando lugar a teoría M. A pesar de que esta describe gravedad cuántica, parece describir un gran número de vacíos 4-dimensionales inequivalentes, de los cuales hasta el momento ninguno parece describir a nuestro universo como lo entendemos hasta ahora. En este sentido, la pregunta sobre qué tipo de teorías efectivas pueden surgir en teoría de cuerdas se vuelve crucial. Cada compactificación, lleva consigo un gran número de módulos que constituyen el espacio de módulos de la compactificación, estos módulos son una colección de campos escalares ϕ_n y eventualmente algunos terminarán definiendo las constantes de acoplamiento en 4 dimensiones. A estos módulos suele asociárseles un potencial³⁷ $V(\phi_n)$. A los mínimos locales de V es a lo que se llama vacíos. Si el mínimo local es un mínimo absoluto, el vacío es estable, si no, es solo meta-estable. El valor de la energía potencial en el mínimo es el valor de la constante cosmológica para ese vacío.

A la enorme cantidad de vacíos (incluidos vacíos meta-estables) inequivalentes en todas las posibles compactificaciones de teoría de cuerdas, se le conoce como el paisaje de teoría de cuerdas³⁸ [73]. Cada compactificación, a su vez tiene un espacio de módulos con diferentes configuraciones de vacío que aportan un gran número de posibilidades. De estos, un gran número de vacíos podrían empatar con el grupo del modelo estándar (o alguna de sus extensiones) y con el espectro de partículas a bajas energías. Esto ha llevado al malentendido que sugiere que básicamente cualquier teoría efectiva que luce consistente, al menos semi-clásicamente,

³⁷ Ver sección 1.5.1, para potenciales $V(\phi_n)$ obtenidos mediante efectos no perturbativos, como condensados o flujos

³⁸ *String landscape* en inglés.

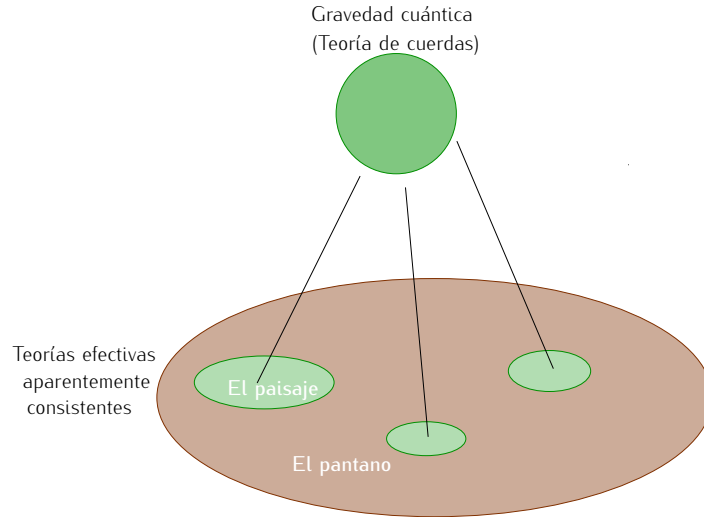


Figura 1.6: El pantano de teorías efectivas aparentemente consistentes con gravedad cuántica es mucho más vasto de lo que se cree.

puede surgir de la teoría de cuerdas.

Recientemente surgió el interés general de caracterizar lo que se conoce como el paisaje de cuerdas y de diferenciarlo con el pantano de teorías que aparentemente tienen una completitud ultravioleta correcta en una teoría de gravedad cuántica³⁹ más no la poseen realmente⁴⁰(ver fig. 1.6). En particular, la existencia de soluciones tipo *de Sitter* (dS) en teoría de cuerdas (o su versión efectiva de SUGRA) o su pertenencia al pantano ha sido cuestionada e investigada arduamente durante los últimos años. Esto ha dado como resultado algunos teoremas de imposibilidad [75, 76, 77, 78]⁴¹ o simples conjeturas [79, 80, 81]. En [78] por ejemplo, utilizan la teoría conforme en la hoja de mundo de la teoría heterótica (que captura todas las correcciones perturbativas en la expansión de α' , efectos no perturbativos como instantones en la hoja de mundo y correcciones de alta curvatura) para argumentar que en dimensión $D \geq 4$ no se tienen soluciones con una constante cosmológica positiva que permanezca finita en el límite de acoplamiento débil (i.e. cuando $g_s \rightarrow 0$). Algunas otras conjeturas buscan también diferenciar el paisaje de cuerdas del pantano, algunas con argumentos suficientes otras no.

Entre las conjeturas que han tomado más relevancia, de las cuales se especula que están íntimamente relacionadas, están la conjetura del pantano de distancias [82] y la conjetura del pantano de *de Sitter* (o no *de Sitter*)⁴² [79, 81], además la conjetura de gravedad débil WGC (siglas de weak gravity conjecture) [83]. Algunas conjeturas, como la conjetura de *de Sitter*

³⁹En el contexto de teoría de cuerdas, otra forma de decirlo es: de teorías efectivas que no provienen de una compactificación bajo control y bien fundamentada en teoría de cuerdas.

⁴⁰ *Swampland* en inglés. El término fue primeramente utilizado por Vafa en [74] para distinguirlo del *landscape*.

⁴¹ Algunos se centran en la teoría heterótica.

⁴² También duramente criticada.

se pueden traducir en cotas sobre el potencial de los campos escalares $V(\phi_n)$ que de alguna manera moldean y favorecen ciertas formas de potenciales que son permitidos en una teoría de gravedad cuántica. Hasta qué punto estas cotas resulten ciertas es todavía desconocido y en la actualidad no existe aún una argumentación o prueba convincente que favorezca o desaprobe estas. Mientras tanto, un gran número de escenarios cosmológicos han sido estudiados en el contexto de ellas. Algunos modelos de inflación han sido puestos en duda usando la WGC y hasta modelos de gravedad modificada se han examinado utilizando algunos de los resultados de las conjeturas.

En la práctica, la construcción de soluciones de vacíos *de Sitter* estables (meta-estables) en teoría de cuerdas ha sido extremadamente difícil. Esto ha llevado a la especulación de qué esto es quizás imposible. La conjetura de *de Sitter*, en su versión refinada, establece que [81]:

“El potencial escalar V de una teoría acoplada a gravedad cuántica debe satisfacer:

$$|\nabla V| \geq \frac{c}{M_{pl}} V$$

$$0$$

$$\text{Min Eigen} (\nabla_i \nabla_j V) \leq \frac{-c'}{M_{pl}^2} V,$$

en donde c y c' son constantes $\mathcal{O}(1)$ ” y “Min Eigen” significa el mínimo de los valores propios de la matriz Hessiana $\nabla_i \nabla_j V$ en un sistema ortonormal.

La primera conjetura [79], la conjetura no refinada solo incluía la primera condición $|\nabla V| \geq \frac{c}{M_{pl}} V$, versión que excluía totalmente vacíos con $V > 0$ (dS) y planteaba a las soluciones estables o meta-estables *Anti de Sitter* (AdS), con $V < 0$ en el mínimo, como las únicas soluciones posibles en una teoría de gravedad cuántica.

Por otra parte, la conjetura de distancias, que ha sido más ampliamente examinada en construcciones específicas de cuerdas [84, 85] pone una cota sobre el recorrido en el espacio de módulos $\Delta\phi$ que puede tener un campo escalar ϕ para no salir de la teoría efectiva. Esta establece que en una teoría de gravedad cuántica, con un espacio de módulos M parametrizado por los valores de expectación de algunos campos ϕ_k , existen distancias geodésicas $d(p, q)$ entre dos puntos p y q que se aproximan a infinito y que además existe una torre de estados cuya masa decrece a medida que $d(p, q)$ aumenta, esto es

$$M(q) \approx M(p) e^{-\alpha d(p, q)},$$

con α una constante positiva. La aparición de tales estados ligeros con la distancia, invalida entonces la teoría efectiva si $\Delta\phi \sim d(p, q)$ es muy grande⁴³. La constante α se presume dependiente del modelo pero de orden 1.

⁴³ En su versión refinada se dice que $\Delta\phi \sim 1$ en unidades en donde $M_{pl} = 1$.

Existen también, algunas características generales que emergen en todas las construcciones de teoría de cuerdas sin aparente explicación, que se han tomado como condiciones de consistencia para teorías efectivas. Entre éstas está por ejemplo la no existencia de simetrías globales en teoría de cuerdas⁴⁴ (ver [86, 87] por ejemplo para una revisión de resultados). Algunas de las condiciones de consistencia que tiene una teoría efectiva que puede ser acoplada correctamente a gravedad son [86, 87]:

- el espacio de módulos es no compacto,
- no hay parámetros libres,

entre otras conjeturas, sin el suficiente rigor o evidencia aún.

Tanto la conjetura de distancias, como la conjetura de *de Sitter* están en contradicción con los modelos más favorecidos de inflación. Por ejemplo, el modelo de Starobinsky requiere $\Delta\phi > 1$ a fin de producir los e-folds⁴⁵ necesarios y ser compatible con las observaciones. Aunado a eso, acomodar un modelo que satisfaga las condiciones de rodamiento lento, las observaciones y además de la conjetura de *de Sitter* no es fácil en un modelo [88]. La conjetura de *de Sitter* refinada sí permite tener modelos de un solo campo compatibles con ella. De esta forma, si las conjeturas son ciertas, inflación con varios campos es al parecer más fácil de acomodar con las conjeturas [89, 90]. Los modelos de inflación multi-campo, a pesar de no estar descartados, no son muy favorecidos por las observaciones actuales.

1.5.3. Los componentes oscuros del Universo

Hasta hace algunas décadas, se creía que los componentes del universo eran totalmente conocidos. Sin embargo, como apuntamos antes, hoy se tiene una gran evidencia de que esto es falso. La mayor parte de las contribuciones a la densidad de energía del universo hoy ρ_0 son desconocidas. El universo contiene una gran cantidad de *materia oscura* (aproximadamente el 26% del contenido energético del universo) cuyo efecto gravitacional permitió entre otras cosas la formación de la estructura a gran escala como la conocemos. Además, existe un componente extra que ocasiona que el universo se expanda aceleradamente (aproximadamente el 69%). Uno de los mayores retos en la actualidad es entonces, comprender la naturaleza de estos componentes oscuros.

Una manera de tener la expansión acelerada del universo requiere de un componente con ecuación de estado $p = w\rho$ en donde $w < -1/3$, p es la presión y ρ la densidad de energía. En particular, la solución con $w_\Lambda = -1$ puede ser asociada a una constante cosmológica Λ presente en las ecuaciones de campo de Einstein,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (1.57)$$

⁴⁴ También relacionada con la WGC.

⁴⁵ En inflación se le llaman e-folds N al número de crecimiento exponencial $\sim e^{Nt}$ que se conjetura tuvo el universo en esa etapa.

Desde el punto de vista de la física de partículas, la constante cosmológica surge como la densidad de energía del vacío. Esta energía del vacío tiene un valor enorme comparado con el valor obtenido para ρ_Λ a través de observaciones. La discrepancia es tan grande que la diferencia pudiera ser de aproximadamente 120 órdenes de magnitud [91]⁴⁶. A la diferencia entre el valor de la constante cosmológica medida en observaciones y el valor de la energía de vacío calculada se le conoce como *el problema de la constante cosmológica*⁴⁷. Este problema fue conocido incluso desde antes de que se descubriera la expansión acelerada del universo [91].

A pesar del problema anterior, una constante independiente del tiempo como energía oscura o como la responsable de la expansión acelerada del universo es hasta ahora ampliamente favorecida por las observaciones. Sin embargo, puede ser que ese no sea el origen real de la expansión acelerada del universo y que la energía oscura sea dinámica. Un campo escalar con acoplamiento mínimo a gravedad y un potencial adecuado, es la base de uno de los modelos más populares. A este campo se le llama *quintaesencia* [92] y existen hasta el momento un gran número de modelos. Hasta ahora, el modelo cosmológico que más se adecua a las observaciones que se tienen hoy en día es el modelo Λ CDM.

Por otra parte, la materia oscura, puede estar formada de una especie de partícula masiva que aún no ha sido detectada. Esta materia es no bariónica, no interactúa fuerte ni electromagnéticamente como la materia de la que estamos formados. Su interacción principal, es gravitacional, aunque también pueden interactuar débilmente o de alguna manera no conocida. Su vida media debería ser grande, i. e. debe ser una partícula estable incapaz de decaer en un tiempo comparable con la edad del universo. Los dos candidatos más prometedores en física de partículas hasta el momento son las WIMPs y los axiones⁴⁸. Las WIMPs⁴⁹ son partículas que solo interactúan gravitacional y débilmente con la materia ordinaria. Las más populares provienen de modelos supersimétricos y como consecuencia aparecen en teorías de cuerdas. También en teoría de cuerdas, surgen pseudo-escalares cuya acción tiene una simetría de desplazamiento $a \rightarrow a + c$, a estos se les llama ALPs⁵⁰. El potencial asociado a ellos es casi siempre periódico y sus constantes de decaimiento tienen valores del orden de $f \approx 10^{16}$ GeV, por lo que no necesariamente son el axión del problema CP fuerte. En algunos modelos de cuerdas la aparición de ALPs es tan grande que se ha denominado “el axiverso” [93] a un escenario repleto de ellos, y en donde se busca entre otras cosas tener el axión de QCD más un gran número de ellos ultraligeros. Candidatos a materia oscura en teoría de cuerdas se pueden encontrar por ejemplo en [94, 95]. El axión ha sido incluso propuesto como candidato a energía oscura (por ejemplo en [96]).

⁴⁶ Esto si se considera la escala de Planck como la escala de corte.

⁴⁷ La diferencia es aún considerable si se toma la escala de QCD. El problema real es el ajuste fino necesario para adecuar los valores.

⁴⁸ Hay personas que atribuyen los fenómenos causados por la materia oscura a una modificación de la gravedad. Gravedad modificada es un tema ampliamente estudiado.

⁴⁹ Siglas en inglés de *Weakly interacting massive particles*.

⁵⁰ Siglas en inglés de *axion like particle*.

Con el descubrimiento del paisaje de cuerdas, la solución al problema de la constante cosmológica se creyó posible⁵¹: alguno de los millones de vacíos predichos en el paisaje de cuerdas debería tener el valor de Λ adecuado; a pesar de que no se encuentre. Sin embargo, la reciente conjetura del pantano que prohíbe la existencia de vacíos tipo *de Sitter* estables y meta-estables en teoría de cuerdas implica que lo anterior tal vez no sea cierto. Si no existen vacíos tipo dS, la expansión acelerada sería la consecuencia de algún o algunos de los campos escalares rodantes hacia su mínimo (tal vez AdS) en una compactificación de cuerdas [97]. De esta forma, recientemente y a consecuencia de las conjeturas del pantano, el interés en candidatos a quintaesencia o de escenarios alternativos a una constante cosmológica ha ido creciendo entre la comunidad de cosmología de cuerdas⁵² (ver entre otros [98, 99]). Compatibilizar los enunciados de las conjeturas del pantano con las observaciones cosmológicas y los modelos favorecidos también es motivo de estudio y de controversia [100, 101].

⁵¹ O al menos se minimizó con argumentos antrópicos.

⁵² Y en general si se toman las conjeturas como ciertas constricciones de gravedad cuántica.

Parte I

FENOMENOLOGÍA DE CUERDAS PARA PARTÍCULAS

Capítulo 2

Simetrías de sabor en orbifolios 6D

Es bien sabido, incluso a nivel de teoría de campos, que las compactificaciones en espacios singulares como los orbifolios conducen a simetrías discretas para los campos localizados en las singularidades. Si las familias del modelo estándar “viven” en esas singularidades, este tipo de simetrías son consideradas *simetrías de sabor*. En este capítulo, se muestra cómo esto sucede de manera natural en los orbifolios 6 dimensionales útiles para compactificar la teoría de cuerdas. La teoría de cuerdas además, agrega otro ingrediente que junto con la geometría del orbifold conducen al grupo final de simetría para las cuerdas en los diferentes sectores de la teoría: las reglas de selección de interacciones. Se muestra también, la clasificación completa de las simetrías discretas puras que tienen los orbifolios abelianos toroidales con y sin roto-traslaciones de la clasificación de [8]. Los resultados fenomenológicos esenciales de este capítulo constituyen una parte importante de esta tesis y han sido publicados en [9].

2.1. La aparición de simetrías discretas en orbifolios de teoría de cuerdas

Las simetrías discretas juegan un papel fundamental en física de partículas. Muchos de los esfuerzos hechos para entender la estructura de *quarks* y *leptones* del modelo estándar están basados en simetrías discretas no abelianas. Desde el punto de vista puro de una teoría de campos 4D, el origen de estas simetrías no está claro. Sin embargo, en compactificaciones de teoría de campos en más dimensiones se obtiene una explicación de su aparición como simetrías debido a la geometría de ciertos espacios geométricos [102]. En particular, orbifolios 1D y 2D son utilizados en construcciones de teoría de campos en 5 y 6 dimensiones. En la teoría de cuerdas heterótica compactificada en orbifolios toroidales abelianos la aparición de estas simetrías es entonces natural [49] pues algunos de los campos de materia resultan localizados en los puntos fijos del orbifold. Además, las reglas de interacción entre cuerdas en los sectores torcidos y no torcidos pueden interpretarse como otro tipo de simetrías, asignando cargas a los campos que ahí “viven”, combinándose con las simetrías geométricas. Las simetrías pueden ser también “mejoradas” o “agrandadas” en puntos especiales del espacio de módulos [49], es decir, si los módulos geométricos adquieren valores de expectación muy particulares.

Dado que es improbable que exista un mecanismo natural para fijar los módulos de esa forma¹, en esta tesis ignoramos esa posibilidad, concentrándonos en las simetrías que surgen en puntos geométricos del espacio de módulos para los estados sin masa. Estas simetrías, pueden ser también agrandadas en puntos específicos del espacio de módulos por la simetría modular, tema que recientemente ha vuelto a destacarse en [103, 104]². Una ventaja con respecto a las construcciones de teoría de campos, es sin duda la completitud ultravioleta de la teoría, además de que, a diferencia de otras construcciones con dimensiones extra, el número de dimensiones a compactificar es claro al tratarse de una teoría fundamental en 10 dimensiones. De esta manera, si teoría de cuerdas es la teoría correcta de gravedad cuántica, las simetrías de sabor que aparecen en ellas son a las que deberían estar sujetas las partículas del modelo estándar.

2.1.1. Puntos fijos y simetrías de permutación

Como se ha mencionado en la descripción general de un orbifoldo toroidal (sección 1.2.2.1), los generadores del grupo de espacio g con una torcedura no trivial θ conducen a puntos invariantes o fijos bajo la acción de g . Estos puntos fijos corresponden a singularidades de curvatura en el espacio compacto. El ejemplo más simple y que está siempre presente en orbifolios toroidales sin roto-traslaciones es el origen $z = 0$, el cual es fijo bajo la acción del elemento $g = (\theta, 0)$ con θ una rotación. Frecuentemente suele haber más de un solo punto fijo en esos casos.

Un punto fijo z_f satisface la ecuación

$$z_f = \theta z_f + \nu + \lambda_f, \quad \lambda_f \in \Lambda, \quad (2.1)$$

para algún $g_f \in S$. A $g_f = (\theta, \nu + \lambda_f)$ se le conoce como el elemento constructor asociado a la singularidad z_f . Las traslaciones λ_f en el toro son necesarias para lograr la equivalencia exacta dentro del dominio fundamental del toro. Todos los puntos fijos en un sector θ de un orbifoldo toroidal pueden entonces ser obtenidos al considerar la solución a la ecuación (2.1) con todas las opciones inequivalentes de λ_f . Estas soluciones podrían incluir direcciones completas invariantes que se le suelen llamar líneas fijas o al juntarlas se le llama un sub-toro fijo. Esto es común en los orbifolios con generadores que no tienen acción en un sub-toro y sin roto-traslaciones, por ejemplo $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, en donde cada vector de torcedura deja invariante (tiene acción trivial sobre) un toro 2D diferente (ver tabla 1.3). El primer generador deja el primer sub-toro fijo y el segundo deja el segundo sub-toro fijo. De la misma manera en ese orbifoldo otros elementos del grupo de espacio dejan algún otro sub-toro fijo.

Para ejemplificar la aparición de puntos fijos tomemos el orbifoldo 2D sin roto-traslaciones $\mathbb{T}^2/\mathbb{Z}_4$ (Fig. 2.1). Este orbifoldo se define a través de los elementos del grupo de punto θ^n , $n \leq$

¹ Esto implicaría que los módulos se estabilizan en un punto muy especial del potencial.

² Entre los primeros trabajos con respecto a dualidad-T y acoplamientos en orbifolios están [105]. En [103] y [104], también se presenta una manera de entender la unificación de las simetrías de sabor, las simetrías R y las simetrías modulares, estudiando los automorfismos exteriores de la representación de Narain del orbifoldo.

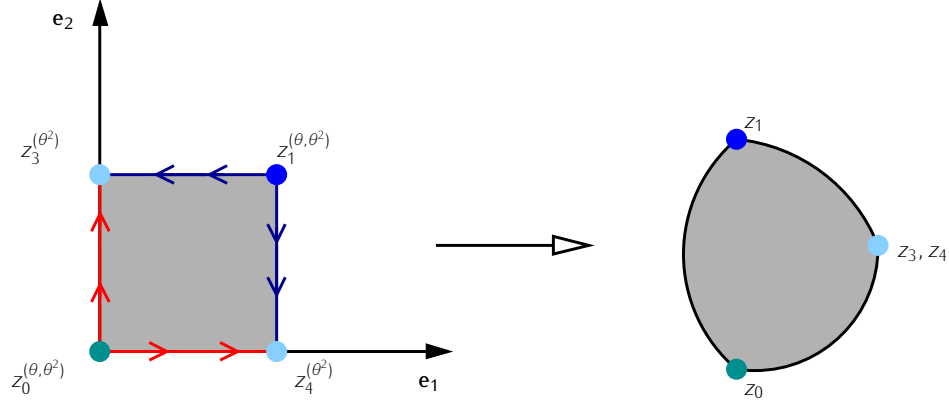


Figura 2.1: Orbifoldo 2D \mathbb{Z}_4 . La región en gris corresponde al dominio fundamental del orbifoldo. Los puntos fijos son mostrados con pequeños círculos en distintos azules. Puntos fijos y flechas identificadas se muestran en igual color. Después de las identificaciones este orbifoldo es equivalente a la *almohada triangular* de la derecha.

4, con $\theta = e^{2\pi i/4}$, y la retícula ortogonal $\Lambda = \{ne_1 + me_2, n, m \in \mathbb{Z}\}$ con $e_1 = (1, 0)$ y $e_2 = (0, 1)$. El elemento θ actúa en la retícula como

$$\theta e_1 = e_2, \quad \theta e_2 = -e_1,$$

por lo que hay dos puntos fijos z_f en este sector del orbifoldo ($T^{(1)}$) con elementos constructores

$$(\theta, me_1), \quad m = 0, 1.$$

En coordenadas, los puntos fijos corresponden a $z_0 = 0$ y a $z_1 = \frac{1}{2}(e_1 + e_2)$. Bajo la acción de los elementos constructores del orbifoldo, z_m se transforman como

$$\begin{aligned} z_0 &\longrightarrow \theta z_0 + 0 = 0 = z_0, \\ z_1 &\longrightarrow \theta z_1 + e_1 = \frac{1}{2}(e_2 - e_1) + e_1 = \frac{1}{2}(e_2 + e_1) = z_1, \end{aligned}$$

confirmando que son los puntos fijos. En el sector $T^{(2)}$ con elemento del grupo de espacio $(\theta^2, 0)$, los puntos fijos son 4 y sus elementos constructores son de la forma,

$$(\theta^2, me_1 + ne_2), \quad \text{con } m, n = 0, 1.$$

La acción de θ^2 sobre los vectores de la retícula es

$$\theta^2 e_1 = -e_1, \quad \theta^2 e_2 = -e_2,$$

por lo que la acción es equivalente a la acción de un grupo de punto \mathbb{Z}_2 y por tanto sus puntos fijos. La localización de los puntos fijos es la siguiente: $z_0 = 0$, $z_1 = \frac{1}{2}(e_1 + e_2)$,

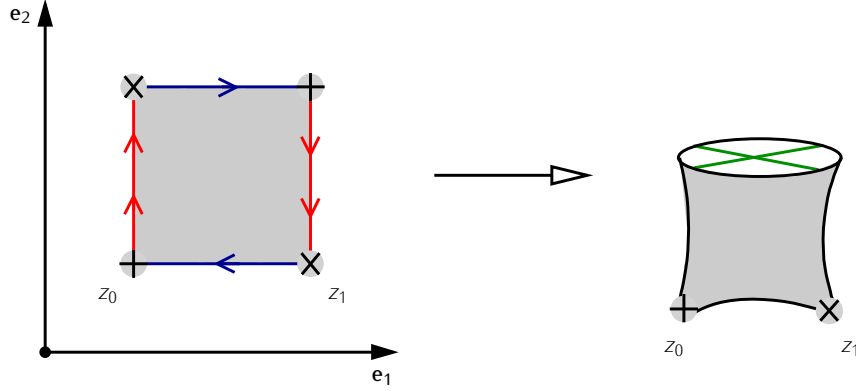


Figura 2.2: Orbifoldo 2D $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ con roto-traslaciones. La región en gris corresponde al dominio fundamental del orbifoldo. Con símbolos iguales se muestran los puntos fijos equivalentes y las flechas similares también indican identificación. Este orbifoldo es equivalente al orbifoldo de la derecha llamado *almohada cruzada*.

$z_2 = \frac{1}{2}e_1$, $z_3 = \frac{1}{2}e_2$. Los puntos fijos z_2 y z_3 están relacionados bajo la acción de θ y el sector $T^{(3)}$ contiene los mismos puntos que el sector $T^{(1)}$. La estructura global de puntos fijos, i.e. los puntos fijos que aparecen en todos los sectores, contiene a z_0 y z_1 . Estos puntos son los que dictan la simetría debida a la geometría del orbifoldo, pues los acoplamientos incluyen elementos tanto del sector θ como del θ^2 .

Para ejemplificar lo que sucede en un orbifoldo con roto-traslaciones, tomemos el orbifoldo $\mathbb{T}^2/\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ con generadores del grupo de espacio³ $g_1 = (\theta, \frac{1}{2}e_1)$ y $g_2 = (w, \frac{1}{2}e_2)$, en donde e_1 y e_2 son los generadores ortogonales de la retícula del toro como en el ejemplo anterior, y los generadores del grupo de punto θ y w actúan en estos como

$$\begin{aligned} \theta e_1 &= e_1, & \theta e_2 &= -e_2; \\ w e_1 &= -e_1, & w e_2 &= e_2. \end{aligned}$$

Este orbifoldo 2D contiene puntos fijos solo en el sector $T^{(1,1)}$, es decir, estos se generan a través del elemento del grupo de espacio $g = g_1 g_2 = (-\mathbb{1}, \frac{1}{2}(e_1 - e_2))$. Aplicando la ec. (2.1), se encuentran 4 puntos fijos en el dominio fundamental del toro: $z_0 = \frac{1}{4}(e_1 + e_2)$, $z_1 = \frac{1}{4}(3e_1 + e_2)$, $z_2 = \frac{1}{4}(e_1 + 3e_2)$ y $z_3 = \frac{3}{4}(e_1 + e_2)$. Es fácil probar que z_0 es equivalente a z_3 y z_1 es equivalente a z_2 en el toro actuando en ellos con g_1 o g_2 . Se pueden elegir entonces z_0 con elemento constructor $(\theta w, \frac{1}{2}(e_1 + e_2))$ y z_1 con elemento constructor $(\theta w, \frac{1}{2}(3e_1 + e_2))$ como los puntos fijos inequivalentes asociados con g . La estructura global de puntos fijos en este orbifoldo se obtiene cuando se analizan todos los sectores del orbifoldo. En este caso los sectores contruidos con g_1 y g_2 no conducen a ningún punto fijo. Geométricamente,

³ Sección 2 dimensional tomada de la geometría (2, 5) de un orbifoldo 6D de la clasificación de [8].

este orbifolio es equivalente a la “almohada cruzada”⁴ [8] también llamada plano proyectivo singular (ver figura 2.2). Esta “almohada cruzada” es simétrica ante el intercambio de sus singularidades inequivalentes. En un orbifolio heterótico, desde la perspectiva 4 dimensional, los campos efectivos localizados en las singularidades Φ_ℓ no muestran ninguna diferencia en tanto sus encajes de norma V_g sean iguales (ver ec. (1.39) y ec. (1.35)). Es por esto, que algunos campos localizados en singularidades de un mismo sector tienen los mismos números cuánticos de norma. Estos corresponden a la estructura global de puntos fijos del orbifolio heterótico. Por lo tanto, si la estructura global de un orbifolio contiene n puntos fijos, el espacio compacto presenta una simetría de permutaciones S_n que muestra que no solo geoméricamente las singularidades son equivalentes, sino que los campos que ahí viven también lo son. De esta forma, los campos 4D en el sector torcido forman representaciones no triviales de la simetría S_n .

2.1.2. Simetrías debidas a las reglas de interacción

Aunque en principio se podría calcular cualquier amplitud de dispersión en cuerdas mediante el uso de técnicas del cálculo funcional, el método con operadores de vértice es más usado. La teoría de campos en la hoja de mundo en dos dimensiones tiene una simetría conforme. Calcular la amplitud de interacción entre cuerdas en la hoja de mundo se transforma entonces en calcular funciones de correlación entre operadores de vértice de una teoría conforme (CFT). Debido a esta teoría conforme, existe un mapeo entre estados de la teoría de cuerdas y operadores. El mapeo estado–operador es un isomorfismo [106] y se trabaja fácilmente en teorías libres como la teoría en la hoja de mundo de la cuerda. El mapeo estado–operador nos dice que cada estado cuántico $|\Xi\rangle$ tiene asignado un operador \mathbb{O} que lo representa. A este operador se le conoce como operador de vértice. Los operadores de vértice V_Ξ son operadores definidos en la hoja de mundo, que representan la emisión o absorción de un estado de la cuerda $|\Xi\rangle$ en un proceso de cuerdas dado. En la cuerda heterótica, los operadores de vértice están dados por productos de operadores de vértice de la supercuerda derecha y operadores de vértice de la cuerda bosónica izquierda.

Dado que los orbifolios son planos, salvo en una cantidad finita y pequeña de puntos, la descripción de la dinámica de las cuerdas es justo como en la teoría sin compactificar. En orbifolios heteróticos la teoría conforme de campos [107] permite calcular estas interacciones entre los campos relacionados a los estados de la cuerda hasta cierto orden. Esta es una gran ventaja para estas construcciones de cuerdas, pues los cálculos no se sostienen en una aproximación de supergravedad, que puede romper la conexión entre la teoría de cuerdas y la teoría efectiva en 4D. Acoplamiento entre estados torcidos, del tipo Yukawa o a más alto orden, han sido calculados haciendo uso de la teoría conforme 2D asociada, desde el surgimiento de los orbifolios como posibles espacios de compactificación [108, 109, 110, 111, 112].

En una compactificación en un orbifolio toroidal, las interacciones entre las cuerdas (o campos asociados a estas) están sujetas a ciertas condiciones para que la amplitud de interacción sea

⁴ En inglés *cross capped pillow*.

no nula. Intuitivamente, las interacciones deben estar favorecidas por la geometría del orbifold. De esta forma, en orbifolios heteróticos se determinan acoplamientos entre r campos efectivos Φ_ℓ , $\ell = 1, \dots, r$, calculando funciones de correlación de los operadores de vértice asociados con esos campos,

$$\mathcal{A} = \left\langle V_{-1/2}^{(1)} V_{-1/2}^{(2)} V_{-1}^{(3)} V_0^{(4)} \dots V_0^{(r)} \right\rangle, \quad (2.2)$$

en donde $V_{-1/2}^{(\ell)}$ denota a un operador de vértice en el $(-1/2)$ -cuadro y $V_{0,-1}^{(\ell)}$ operadores en el 0 o (-1) -cuadro⁵. El operador de vértice $V_{-1}^{(\ell)}$,

$$V_{-1} = e^{-\phi} \prod_{i=1}^3 (\partial Z^i)^{\tilde{N}^i} (\partial \bar{Z}^{\bar{i}})^{\bar{N}^{\bar{i}}} e^{iq_{sh} \cdot H} e^{ip_{sh} \cdot X} \sigma, \quad (2.3)$$

denota un campo bosónico y $V_{-1/2}^{(\ell)}$,

$$V_{-1/2} = e^{-\phi/2} \prod_{i=1}^3 (\partial Z^i)^{\tilde{N}^i} (\partial \bar{Z}^{\bar{i}})^{\bar{N}^{\bar{i}}} e^{iq_{sh} \cdot H} e^{ip_{sh} \cdot X} \sigma, \quad (2.4)$$

un campo fermiónico. El campo escalar ϕ es parte del "sistema superconforme fantasma". El operador σ se conoce como operador de torcedura (*twist operator*)⁶. La carga fantasma total debe ser -2 para cancelar la carga fantasma $+2$ de la esfera en donde las amplitudes a nivel árbol son calculadas⁷. En funciones de correlación de más de tres puntos aparecen entonces los operadores V_0^ℓ que surgen al aplicar el operador de cambio de cuadro $V_0^\ell = e^\phi G V_{-1}^\ell$ ⁸.

Las expresiones completas de los correladores involucran por lo tanto los números cuánticos de los estados de la cuerda, revelando que hay un número de condiciones que esos números cuánticos deben cumplir para que la amplitud de interacción no sea cero. Esas condiciones que son conocidas como *reglas de interacción*, han sido ampliamente estudiadas y resumidas en épocas recientes [113, 114, 115, 116].

Las reglas de selección, además de la invariancia de norma, incluyen la conservación de la carga R y la invariancia del grupo de espacio. Esta última, es la que dicta parte de las normas que conllevan a la simetría de sabor discreta completa para los campos que viven en las singularidades.

⁵ En inglés $(-1/2, 0, 1)$ -*picture* o *ghost picture*. $-1/2$, 0 o 1 denotan la carga *fantasma*. La degeneración del vacío en el sistema fantasma superconforme da lugar a los diferentes cuadros. Los cuadros dan descripciones equivalentes de los estados físicos

⁶ Se puede pensar al operador de torcedura σ como el que crea un estado torcido $|\sigma\rangle$ a partir del vacío $|\sigma\rangle = \sigma|0\rangle$. Estos operadores tienen expansiones de productos de operadores muy específicas en la teoría conforme.

⁷ La existencia de modos cero en el sistema superconforme fantasma en la topología de la hoja de mundo, se transforma en una carga de fondo que debe ser cancelada por la carga fantasma total de los operadores de vértice en las funciones de correlación.

⁸ Aplicar el operador de cambio de cuadro G trae consigo la aparición de osciladores derechos N^i y $\bar{N}^{\bar{i}}$.

Invariancia de norma

Ya que el momento 16 dimensional describe los números cuánticos de norma, la invariancia de norma, puede ser resumida en

$$\sum_{\ell} p_{sh}^{(\ell)} = 0, \quad (2.5)$$

donde p_{sh} es el momento desplazado, definido debajo de ecs. (1.35) (sección 1.2.2.2) y la suma va sobre todos los momentos ℓ en el correlador de r puntos.

Conservación de la carga R

Como se ha descrito en la sección 1.2.2, un estado de la cuerda tiene el llamado H -momento q_{sh} . En la descripción bosónica de la cuerda heterótica, las entradas del H -momento son números fraccionarios que difieren por $\pm 1/2$ dependiendo de si se tienen fermiones o bosones. Este momento junto con el número de osciladores izquierdos y derechos constituyen la llamada *carga R* [114, 115], la cual, en contraste con el H -momento puro, es invariante bajo el operador de cambio de cuadro fantasma. Las cuerdas solo pueden interactuar si la carga R total del acoplamiento satisface cierta condición [31]

$$\sum_{\ell=1}^r R_i^{(\ell)} = -1 \pmod{N_i}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.6)$$

en donde N_i denota el orden del generador del grupo de punto actuando en la coordenada compleja Z^i de \mathbb{T}^6 o el espacio compacto, tal que $N_i v_i \in \mathbb{Z}$. La normalización de las cargas R a enteros provee simetrías discretas del tipo \mathbb{Z}_n . En orbifolios factorizables existe una simetría para cada uno de los 3 planos [115]. La *carga R* distingue entonces las componentes bosónicas y fermiónicas de los supercampos efectivos 4D, por lo que la simetría que surge de la invariancia anterior⁹ puede ser llamada una simetría R . Aquí no se considera a la simetría R como parte de la simetría de sabor.

2.1.2.1. Invariancia del grupo de espacio

Las interacciones también deben ser invariantes bajo el grupo de espacio que define la compactificación en el orbifoldo. Esto significa que la acción conjunta de la composición de los elementos constructores de las cuerdas que están interactuando debe ser trivial, es decir,

$$g_f^{(1)} g_f^{(2)} \cdots g_f^{(r)} \simeq (\mathbb{1}, 0).$$

La condición anterior es conocida como *la regla de selección del grupo de espacio*. Para emplear estas reglas de manera adecuada, es importante notar que un punto fijo con elemento constructor (θ_ℓ, ν) es equivalente al que tiene por elemento constructor $(\theta_\ell, \nu + (\mathbb{1} - \theta_\ell)\Lambda)$; los dos elementos anteriores pertenecen a la misma clase de conjugación. Por lo que, si

⁹ En teorías con SUSY, la simetría R transforma supercargas en otras, en su forma más sencilla una simetría R puede ser una simple \mathbb{Z}_2 también llamada paridad R que solamente distingue entre supercompañeros.

explícitamente se denota a los elementos constructores asociados a un punto fijo z_ℓ^f de un sector dado como $g_f^{(\ell)} = (\theta_\ell, v_f^{(\ell)})$, la regla del grupo de espacio está dada por

$$\prod_{\ell=1}^r g_f^{(\ell)} = \prod_{\ell=1}^r \left(\theta_\ell, v_f^{(\ell)} \right) \stackrel{!}{=} \left(\mathbb{1}, \bigcup_{\ell} \tilde{\Lambda}_\ell \right), \quad \tilde{\Lambda}_\ell = (\mathbb{1} - \theta_\ell)\Lambda, \quad (2.7)$$

en donde $\tilde{\Lambda}_\ell$ es la llamada sub-retícula invariante de puntos fijos y $\theta_\ell = \vartheta^{q_\ell} \omega^{w_\ell}$ para $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ o solamente $\theta_\ell = \vartheta^{q_\ell}$ para \mathbb{Z}_n . La ec. (2.7) puede ser separada en dos partes. La primera parte relacionada solamente con las rotaciones del grupo de punto, requiere que

$$\prod_{\ell} \theta_\ell \stackrel{!}{=} \mathbb{1}. \quad (2.8)$$

Recordando que en general $\theta^n = \mathbb{1}$ para los generadores de los grupos cíclicos, la condición de invariancia en ec. (2.8) puede ser cumplida si el número de campos en el acoplamiento es el adecuado. En orbifolios del tipo $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$, esto se traduce usualmente en dos condiciones,

$$\sum_{\ell=1}^r q_\ell \stackrel{!}{=} 0 \pmod{n}, \quad \sum_{\ell=1}^r w_\ell \stackrel{!}{=} 0 \pmod{m}. \quad (2.9)$$

Las relaciones anteriores sugieren que los campos efectivos Φ_ℓ pueden ser considerados como campos que se transforman bajo la simetría discreta $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ con cargas¹⁰ (q_ℓ, w_ℓ) .

La segunda parte de la regla del grupo de espacio se puede reescribir como

$$v_f^{(1)} + \sum_{\ell=2}^r \left(\prod_{\ell'=1}^{\ell-1} \theta_{\ell'} \right) v_f^{(\ell)} \stackrel{!}{=} \sum_{\ell=1}^r \tilde{\lambda}^{(\ell)}, \quad \tilde{\lambda}^{(\ell)} \in \tilde{\Lambda}_\ell. \quad (2.10)$$

Dado que todos los vectores $\tilde{\lambda}^{(\ell)}$ y $v_f^{(\ell)}$ se pueden expresar en términos de los vectores base de la retícula \mathbf{e}_i , $i = 0, \dots, 6$, la ec. (2.10) proporciona una serie de condiciones similares a las de la primera parte de la regla, que dependen de la retícula y de las características de los elementos del grupo de espacio. En un orbifolio 6D, esta parte de la regla del grupo de espacio, puede proporcionar hasta 6 condiciones independientes, dependiendo de la naturaleza del orbifolio. De esta forma los campos 4D están cargados bajo alguna (o algunas) \mathbb{Z}_{N_i} , $i = 1, \dots, 6$, dependiendo del orbifolio.

Ejemplos

Para ilustrar las condiciones que surgen de las ecuaciones (2.10) y (2.8) y mostrar cómo éstas pueden ser vistas como simetrías de los campos en los puntos fijos, consideremos los ejemplos 2D de la sección 2.1.1.

¹⁰ En general, la simetría no siempre es $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$; en orbifolios con roto-traslaciones en donde los sectores torcidos no triviales tienen el mismo generador, las dos simetrías no son independientes.

En el orbifolio $\mathbb{T}^2/\mathbb{Z}_4$, como se vio anteriormente, el sector generado por $g = (0, \theta)$ se tienen dos puntos fijos: z_0 y z_1 . Los elementos constructores son $g_f^{(z_i)} = (\theta, m_i e_1)$ con $m_0 = 0$ para z_0 y $m_1 = 1$ para z_1 . Supongamos entonces acoplamientos provenientes de este sector para obtener el grupo de simetría. De la primera parte de la regla de selección se tiene que $\theta^r = \mathbb{1}$ y recordando que se trata de un orbifolio \mathbb{Z}_4 se tiene entonces que $r = 4k$, es decir, r es un múltiplo de 4. De acuerdo a (2.9) los campos están cargados bajo una \mathbb{Z}_4 y para todos en este sector $q = 1$, los campos en el sector $T^{(2)}$ (correspondientes a los mismos puntos fijos z_0 y z_1) tienen $q = 2$. Por otra parte, un elemento de la sub-retícula invariante se puede escribir como $(\mathbb{1} - \theta\omega)\Lambda = \lambda_1(e_1 - e_2) + 2\lambda_2 e_2$ con $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{Z}$. De ec. (2.10) la segunda parte de la regla del grupo de espacio toma la forma general

$$\theta v^{(1)} - v^{(2)} - \theta v^{(3)} - v^{(4)} + \dots \stackrel{!}{=} \lambda_1(e_1 - e_2) + 2\lambda_2 e_2, \quad (2.11)$$

y tomando, por ejemplo, $r = 4$, de acuerdo a la primera parte de la regla se puede concluir la segunda condición para que los acoplamientos sean permitidos. Usando elementos constructores del tipo $(\theta, m_i^{(\ell)} e_1)$ y generalizando se tiene entonces que

$$-m_i^{(1)} e_2 - m_i^{(2)} e_1 + m_i^{(3)} e_2 + m_i^{(4)} e_1 - \dots \stackrel{!}{=} \lambda_1(e_1 - e_2) + 2\lambda_2 e_2. \quad (2.12)$$

La ecuación anterior se satisface si

$$\sum_{\ell=1}^r m_i^{(\ell)} = 0 \quad \text{mód } 2, \quad (2.13)$$

en donde se ha usado que $\lambda_1 \sim \lambda'_1 - m_i^{(2)} + m_i^{(4)} - \dots$ y $\lambda_2 \sim \lambda'_2 - m_i^{(1)} + m_i^{(3)} - \dots$, dado que λ_1 y λ_2 son enteros. La simetría debida a la regla de selección del grupo de espacio en este orbifolio es por tanto $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$, simetría que debe ser combinada con la simetría de permutaciones S_2 para obtener la simetría discreta de sabor para este orbifolio 2D.

En el orbifolio con roto-traslaciones $\mathbb{T}^2/\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, los acoplamientos entre estados torcidos solo existen en un sector, el sector $T^{(1,1)}$ con generador $(\theta\omega, v) = (-\mathbb{1}, \frac{1}{2}(e_1 - e_2))$, dado que los otros sectores son vacíos en estados torcidos no masivos. En este caso ec. (2.9) nos dice que $q_\ell = w_\ell = 1$ para todos los campos no masivos que se consideran y $r = 2n$. Para que un acoplamiento entre campos de este sector este permitido, el número de campos debe ser un múltiplo de 2. Como no existen otros sectores torcidos, esta es la única restricción en los acoplamientos debido al grupo de punto, $\theta\omega$ actúa como un solo generador. Dicho de otra manera, al no existir campos torcidos en los otros sectores, las 2 condiciones $q_\ell = w_\ell = 1$ no son independientes. Si $\sum_\ell q_\ell = r = 0 \text{ mód } 2$, se satisface, entonces $\sum_\ell w_\ell = r = 0 \text{ mód } 2$ también lo hace. Por otro lado, un elemento de la sub-retícula está dado por $(\mathbb{1} - \theta\omega)\Lambda = 2\lambda_1 e_1 + 2\lambda_2 e_2$ con $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{Z}$. La ec. (2.10) toma para este caso la forma general

$$v^{(1)} - v^{(2)} + v^{(3)} - v^{(4)} + \dots - v^{(r)} \stackrel{!}{=} 2\lambda_1 e_1 + 2\lambda_2 e_2. \quad (2.14)$$

Los elementos constructores de los dos puntos fijos z_0 y z_1 se pueden escribir como $g_f^{z_i} = (-\mathbb{1}, \frac{1}{2}e_2 + (m_i + \frac{1}{2})e_1)$ con $m_0 = 0$ y $m_1 = 1$, respectivamente. La ec. (2.14) se transforma entonces en la siguiente condición

$$\sum_{\ell=1}^r m_i^{(\ell)} \stackrel{!}{=} 0 \pmod{2}, \quad (2.15)$$

en donde se ha usado que en este caso $-m_i^{(\ell)} = m_i^{(\ell)} \pmod{2}$. De lo anterior podemos concluir que la simetría que emerge de la regla del grupo de espacio es $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

Lo anterior puede ser replicado para orbifolios 6D, en donde las condiciones se multiplican y es necesario identificar adecuadamente los puntos fijos presentes en todos los sectores, y utilizar los elementos constructores adecuados para la obtención de las simetrías debidas a las reglas de selección.

2.2. Estructura general de las simetrías de sabor en orbifolios

Como se ha venido mencionando, las simetrías de sabor para los campos localizados en las singularidades de los orbifolios heteróticos pueden surgir de la combinación de las reglas de interacción y la geometría de los mismos. Es importante mencionar, que bajo ciertos valores para los módulos geométricos, estas simetrías pueden ser agrandadas [49] geoméricamente (o por la simetría modular); sin embargo, en este trabajo nos concentramos en las simetrías para valores genéricos de los módulos y no en puntos especiales del espacio de módulos.

Para empezar a identificar las simetría de permutaciones en un orbifolio, primero es importante calcular qué singularidades permanecen en la estructura global del orbifolio. En los orbifolios \mathbb{Z}_n las mismas singularidades aparecen en todos los sectores, al menos considerando los sub-toros o líneas fijas. Sin embargo, en orbifolios menos triviales, los diferentes sectores tienen singularidades diferentes y es la intersección de todos los sectores la que determina la estructura global de singularidades del orbifolio. Solo las singularidades que aparecen en todos los sectores¹¹ se deben considerar entonces para determinar la simetría de permutaciones.

Cuando se trata de orbifolios factorizables, es decir, cuando \mathbb{T}^6 se puede descomponer en productos de toros de menor dimensión $\mathbb{T}^{d_1} \times \mathbb{T}^{d_2} \times \dots$ cada sub-toro tiene al menos un módulo de Kähler que controla el tamaño de este y además se diferencia en el contenido de campos viviendo ahí. Si se considera entonces la estructura de puntos fijos en cada toro, la simetría de permutaciones del orbifolio en cuestión es un producto de la forma $S_{n_1} \times S_{n_2} \times \dots$, en donde cada S_n corresponde a la simetría de permutaciones de los puntos fijos en cada sub-toro. No todos los sub-toros tendrán en general asociada una simetría no trivial, si la estructura de puntos fijos no lo permite. De manera general, la clasificación [8] asigna las

¹¹ Tomando en cuenta sub-toros fijos, pues ahí todos los puntos son fijos.

etiquetas (1,1) a los orbifolios con estructura más simple (la mayoría factorizables).

Por otro lado, están la reglas de selección de interacciones entre cuerdas que dictan otras partes de la simetría. Estas simetrías son en general productos de grupos cíclicos $\mathbb{Z}_{\tilde{n}}$. La regla de grupo de espacio, en particular, proporciona de manera general un factor \mathbb{Z}_n en orbifolios con grupo de punto \mathbb{Z}_n y $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ en los orbifolios con grupo de punto $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ ¹². Si el toro es factorizable, estas simetrías pueden verse como productos $\mathbb{Z}_n = \mathbb{Z}_l \times \mathbb{Z}_{\tilde{n}}$ con $l + \tilde{n} = n$, lo que indica que el orbifolio tiene una sub-estructura $\mathbb{Z}_l \times \mathbb{Z}_{\tilde{n}}$ con la simetría \mathbb{Z}_l correspondiente a un sub-toro y la simetría $\mathbb{Z}_{\tilde{n}}$ en otro. Esto sucede por ejemplo en la geometría (1,1) del orbifolio \mathbb{Z}_6 -II. También, puede suceder que la estructura de puntos fijos solo se encuentre en un sub-toro, que por medio del grupo de espacio solo este sujeta a una simetría menor a la simetría total del grupo de espacio en todo el toro. Esto sucede por ejemplo en la geometría (1,1) de \mathbb{Z}_6 -I, en donde la estructura de puntos en el último \mathbb{T}^2 está sujeta a una simetría \mathbb{Z}_3 que es menor a la simetría \mathbb{Z}_6 dictada por las interacciones en todo el toro. Algo similar sucede en la geometría (1,1) de \mathbb{Z}_{12} -I y (1,1) de \mathbb{Z}_{12} -II. A diferencia de la mayoría de los casos, en estas geometrías la simetría es menor que en la de las geometrías siguientes (i, j) con $i > 1$. La regla del grupo de espacio proporciona además otras simetrías $\mathbb{Z}_n \times \dots$ para cada conjunto de puntos fijos intercambiables en un orbifolio. De esta manera, la simetría de permutaciones y la simetría debida a la regla de selección del grupo de espacio construyen una simetría más larga, cada una con su conjunto de generadores. La simetría total percibida por los campos efectivos 4D es la cerradura multiplicativa de los factores S_n y \mathbb{Z}_n , denotada usualmente como $(S_{n_1} \times S_{n_2} \times \dots) \cup (\mathbb{Z}_{N_1} \times \mathbb{Z}_{N_2} \times \dots)$. Esta cerradura multiplicativa puede escribirse en una forma más inteligible utilizando la noción de sub-grupo normal, ya que en la mayoría de los casos un producto de la forma $\mathbb{Z}_{N_1} \times \mathbb{Z}_{N_2} \times \dots$ es un sub-grupo normal de $(S_{n_1} \times S_{n_2} \times \dots) \cup (\mathbb{Z}_{N_1} \times \mathbb{Z}_{N_2} \times \dots)$ y esto implica que la cerradura multiplicativa es un producto semi-directo de la forma $G_F = (S_{n_1} \times S_{n_2} \times \dots) \ltimes (\mathbb{Z}_{N_1} \times \mathbb{Z}_{N_2} \times \dots)$. Solo en algunos casos, la cerradura multiplicativa requiere de la introducción de generadores extra \mathbb{Z}_l , sin embargo la adición de esos generadores propicia que se tenga de nuevo un sub-grupo normal y el G_F sea un producto semi-directo. La adición de generadores sucede para grupos de permutaciones más grandes como S_4 y S_7 . Muchos de los productos semi-directos a su vez son isomorfos a otros grupos ya conocidos. Por ejemplo:

$$S_2 \ltimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2) \simeq D_4 \quad (2.16)$$

$$S_3 \ltimes (\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3) \simeq \Delta(54). \quad (2.17)$$

Los grupos finales de simetría de sabor G_F quedan entonces más condensados y más claros utilizando los hechos anteriores. Para algunos detalles sobre teoría de grupos como los conceptos básicos y las definiciones de los grupos discretos presentes aquí ver apéndice 2.

2.2.1. Simetrías en orbifolios con roto-traslaciones

Los orbifolios en donde el grupo de espacio incluye roto-traslaciones son en general un poco más complicados geoméricamente. El número de puntos fijos es menor e incluso puede

¹²En orbifolios con roto-traslaciones esto podría no ser cierto, ver sección 2.1.2.1.

no haber ninguno en algunos sectores. Los sectores vacíos al no proveer a la teoría efectiva con ningún campo no masivo, pueden ser entonces ignorados para la obtención de simetrías del espectro no masivo. En el ejemplo con roto-traslaciones $\mathbb{T}^2/\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ de la sección 2.1.1 se tienen 2 sectores vacíos $T^{(1,0)}$ y $T^{(0,1)}$ y uno con dos puntos fijos $T^{(1,1)}$. La simetría asociada proviene únicamente del estudio de ese sector y entonces la estructura geométrica global es sólo la del plano proyectivo singular con 2 singularidades. Los campos torcidos definidos ahí son intercambiables dejando la estructura de la teoría efectiva 4 dimensional intacta, por lo que están asociados a una simetría de permutaciones $S_2 \simeq \mathbb{Z}_2$. Además, debido a la regla de selección del grupo de espacio, como se estudió en 2.1.2, existe una simetría $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$. La simetría es entonces la cerradura multiplicativa de $S_2 \cup (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$. El sub-grupo $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$ permanece invariante ante la conjugación con elementos de S_2 , por lo que es un sub-grupo normal y la simetría asociada a este orbifolio es $S_2 \times (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2) \simeq D_4$. La simetría final es $G_F = D_4$.

Del análisis llevado a cabo, se puede notar que en los orbifolios con roto-traslaciones es más complicado obtener simetrías de sabor no abelianas. Siendo solo unos cuantos los ejemplos encontrados con simetría no abeliana. El grupo de punto $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ es el que más conduce a simetrías no abelianas en los casos con roto-traslaciones. El reducido número de sectores no vacíos (1 en los casos encontrados con simetría) hace que sea más probable encontrar una estructura global no trivial de puntos fijos. En otros orbifolios, como en los producidos por $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$, también es posible encontrar simetrías de sabor cuando los sectores en los que aparecen puntos fijos son los sectores $T^{(1,1)}$ y $T^{(2,2)}$, pues estos tienen la misma estructura de puntos fijos al tener los mismos generadores. La simetría debida a la primera parte de la regla de selección del grupo de espacio es solamente \mathbb{Z}_3 , pues al igual que en el orbifolio con roto-traslaciones ejemplificado anteriormente, la regla solo conduce a una condición independiente. Otro de los grupos de punto en donde las roto-traslaciones permiten encontrar simetrías de sabor no abelianas es el $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$. En los otros casos no se han encontrado simetrías no abelianas.

2.2.2. Clasificación de las simetrías de sabor

Después de analizar la estructura de puntos fijos en los diferentes sectores, la geometría de los orbifolios y el espectro de estos de acuerdo a los criterios y reglas anteriores, se puede entonces obtener la simetría total de los diferentes estados que viven en él. Estos se asocian con representaciones de tal grupo y pueden ser obtenidas tal y como se hace en [49] o, de forma mas precisa, determinando los generadores de las simetrías, como en [104]. En este trabajo nos centramos en la clasificación general de las simetrías discretas que aparecen al compactificar la teoría de cuerdas heterótica en un orbifolio toroidal abeliano. En algunos casos las geometrías siguen una estructura factorizable y la simetría se puede construir como en [49]; en muchos de los casos esto no es posible. En algunos casos no existe simetría asociada pues los orbifolios no tienen puntos fijos.

A pesar de la gran cantidad de orbifolios toroidales abelianos 6 dimensionales diferentes,

| Orbifolio | Simetría |
|-----------------------------|--|
| \mathbb{Z}_3 (1,1) | $(\Delta(54) \times \Delta(54) \times \Delta(54))/\mathbb{Z}_3^2$ |
| \mathbb{Z}_4 (1,1) | $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^4$ |
| (2,1) | $(S_4 \times S_2 \times S_2) \times (\mathbb{Z}_4^3 \times \mathbb{Z}_2^3)$ |
| (3,1) | $(S_4 \times S_4) \times (\mathbb{Z}_4^5 \times \mathbb{Z}_2^2)$ |
| \mathbb{Z}_6 -I (1,1) | $\Delta(54)$ |
| (2,1) | $(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3$ |
| \mathbb{Z}_6 -II (1,1) | $\Delta(54) \times [(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2]$ |
| (2,1) | $[(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3] \times [(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2]$ |
| (3,1) | $[(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3] \times [(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2]$ |
| (4,1) | $[(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3] \times [D_4/\mathbb{Z}_2]$ |
| \mathbb{Z}_7 (1,1) | $S_7 \times \mathbb{Z}_7^6$ |
| \mathbb{Z}_8 -I (1,1) | $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_8)/\mathbb{Z}_2^2$ |
| (2,1) | $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_8)/\mathbb{Z}_2^2$ |
| (3,1) | $S_4 \times (\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_4^2 \times \mathbb{Z}_2)$ |
| \mathbb{Z}_8 -II (1,1) | $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_8)/\mathbb{Z}_2^3$ |
| (2,1) | $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_8)/\mathbb{Z}_2^2$ |
| \mathbb{Z}_{12} -I (1,1) | $\Delta(54)$ |
| (2,1) | $(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_{12})/\mathbb{Z}_3$ |
| \mathbb{Z}_{12} -II (1,1) | $(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2$ |

Tabla 2.1: Simetrías discretas de los 19 orbifolios toroidales abelianos 6D \mathbb{Z}_n . En la primera columna se muestra la etiqueta de la geometría en la notación y de acuerdo a la clasificación de [8]. En la segunda la simetría discreta asociada al orbifolio.

las simetrías discretas disponibles en estos no son tan vastas. Estás incluyen los grupos discretos no abelianos D_4 , $\Delta(54)$, S_7 y S_4 en productos directos y semi-directos con los grupos cíclicos \mathbb{Z}_n heredados de las reglas de selección para interacciones. La tabla 2.1 muestra los resultados para los 19 orbifolios con grupo de punto \mathbb{Z}_n . Los resultados aquí mostrados coinciden con los obtenidos en [49] para los orbifolios estudiados ahí; sin embargo, la clasificación aquí mostrada incluye todos los posibles orbifolios \mathbb{Z}_n . La tabla 2.2 muestra los resultados para las 119 geometrías con grupos de punto $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$, incluidas las geometrías con roto-traslaciones. Las simetrías mostradas aquí son entonces todas las posibles simetrías que se pueden encontrar en orbifolios toroidales abelianos 6D de la teoría heterótica. Si acaso la teoría de cuerdas heterótica puede predecir una simetría de sabor para las familias del modelo estándar, estas son las simetrías que se tienen. Sin embargo, como se verá en el siguiente capítulo, los orbifolios fenomenológicamente viables hasta ahora usualmente contienen elementos que rompen estas simetrías a otras menores.

En estas tablas los resultados son mostrados para cada geometría utilizando las etiquetas (i, j) de [8], en donde la etiqueta i denota la clase \mathbb{Z} y j la clase afín, o en otras palabras i denota las diferentes retículas para cada grupo de punto y j las opciones disponibles de roto-traslaciones bien definidas para el orbifolio. Los orbifolios que no conducen a ninguna simetría por no tener puntos fijos se indican con $-$. Estos ocurre con poca frecuencia y principalmente en los orbifolios con roto-traslaciones y grupo de punto $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$. En resumen, existen 71 orbifolios que conducen solamente a una simetría abeliana, esto pasa principalmente porque

la estructura global de puntos fijos no se repite en todos los sectores y no existe simetría de permutaciones asociada. También se observa que 45 orbifolios incluyen la simetría D_4 , mientras que solo 19 casos conducen a factores $\Delta(54)$. La simetría S_4 aparece en 3 orbifolios relacionados con un orbifolio \mathbb{Z}_4 y una retícula 3D en particular. El grupo S_7 aparece en sólo 1 caso. Las simetrías de sabor clasificadas y mostradas en las tablas 2.1 y 2.2 corresponden a las simetrías más grandes que pueden tener los modelos efectivos 4D que surgen de una compactificación en un orbifolio. Sin embargo, en general, estas no son las simetrías que tienen los modelos con características para describir la fenomenología de partículas que se conoce. Los modelos semi-realistas, en su mayoría, incluyen líneas de Wilson no nulas que rompen las simetrías de permutación y por lo tanto reducen la simetría de sabor.

| Orbifolio | Simetría | Orbifolio | Simetría |
|---|---|---|----------|
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (1,1) D_4^6/\mathbb{Z}_2^4 | (6,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | |
| | (1,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (6,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (1,3) $(D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2$ | (6,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (1,4) - | (6,4) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (2,1) D_4^5/\mathbb{Z}_2^3 | (6,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (2,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (7,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ | |
| | (2,3) $(D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | (7,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (2,4) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (7,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (2,5) $(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2$ | (8,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ | |
| | (2,6) - | (8,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (3,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | (8,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (3,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (9,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ | |
| | (3,3) $(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2$ | (9,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (3,4) - | (9,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (4,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | (10,1) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (4,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (10,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | |
| | (5,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | | |
| | (5,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ -I (1,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_2$ | |
| | (5,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (1,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ | |
| | (5,4) $(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_4$ | (2,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_2$ | |
| | (5,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (2,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ | |
| | (6,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ -II (1,1) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ | |
| (6,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (2,1) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ | | |
| (6,3) D_4 | (3,1) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ | | |
| (7,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2$ | (4,1) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ | | |
| (7,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | | | |
| (8,1) $D_4 \times D_4$ | $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ (1,1) $(\Delta(54) \times \Delta(54) \times \Delta(54))/\mathbb{Z}_3$ | | |
| (9,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2$ | (1,2) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | | |
| (9,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (1,3) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | | |
| (9,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (1,4) $(\Delta(54) \times \Delta(54))/\mathbb{Z}_3$ | | |
| (10,1) $D_4 \times D_4$ | (2,1) $\Delta(54) \times \Delta(54)$ | | |
| (10,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (2,2) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | | |
| (11,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2$ | (2,3) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | | |
| (12,1) $D_4 \times D_4$ | (2,4) $(\Delta(54) \times \Delta(54))/\mathbb{Z}_3$ | | |
| (12,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (3,1) $\Delta(54) \times \Delta(54)$ | | |
| | (3,2) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | | |
| | (3,3) $(\Delta(54) \times \Delta(54))/\mathbb{Z}_3$ | | |
| | (4,1) $\Delta(54) \times \Delta(54)$ | | |
| | (4,2) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | | |
| | (4,3) $(\Delta(54) \times \Delta(54))/\mathbb{Z}_3$ | | |
| | (5,1) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2$ | | |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^3$ | $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ (1,1) $\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6$ | |
| (1,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,2) $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3$ | |
| (1,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (2,1) $\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6$ | |
| (1,4) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,4) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (2,2) $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3$ | |
| (1,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,6) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | | |
| (1,6) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | (2,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^3$ | | |
| (2,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^3$ | (2,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (2,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (2,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (2,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (2,4) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ | | |
| (2,4) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ | (2,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (2,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (2,6) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (2,6) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (3,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | | |
| (3,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | (3,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (3,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (3,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (3,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (3,4) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (3,4) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (3,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (3,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (3,6) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (3,6) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (4,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ | | |
| (4,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ | (4,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (4,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (4,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (4,3) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (4,4) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (4,4) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (4,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (4,5) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (5,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | | |
| (5,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | (5,2) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| (5,2) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | | | |
| | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ (1,1) $(D_4 \times D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ | | |
| | (1,2) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (1,3) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (1,4) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (2,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4^2)/\mathbb{Z}_2^2$ | | |
| | (2,2) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (2,3) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (2,4) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (3,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4^2)/\mathbb{Z}_2^2$ | | |
| | (3,2) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (4,1) $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_4^2)/\mathbb{Z}_2^2$ | | |
| | (4,2) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (4,3) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (5,1) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | (5,2) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | | |
| | $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$ (1,1) $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$ | | |

Tabla 2.2: Simetrías discretas de los 119 orbifolios toroidales abelianos 6D $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$. En la primera columna se presenta la geometría del orbifolio en la notación de [8]. En la columna siguiente se muestra la simetría de sabor que posee tal orbifolio. La simetría de $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ -(1,1) encontrada difiere de la presentada en [59].

Capítulo 3

Fenomenología en orbifolios heteróticos

El descubrimiento de un principio de selección desde una teoría completa en el ultravioleta como teoría de cuerdas, para resolver algunos de los problemas más interesantes de física de partículas es una tarea interesante. En este capítulo, tomando esta motivación, se clasifican todas las posibles simetrías de sabor que aparecen en construcciones fenomenológicamente viables en orbifolios heteróticos de la teoría $E_8 \times E_8$. Para esto se toma como base la búsqueda en orbifolios 6D con simetría discreta no abeliana. La búsqueda realizada, si bien aún incompleta, es hasta ahora la más extensa en este tipo de compactificaciones. Los resultados obtenidos, que ya se encuentran publicados en [9] son parte del contenido principal de este capítulo. También, se presentan algunas características de un modelo con potencial fenomenológico presentado originalmente en [10], con la intención de ejemplificar el potencial, más allá de las simetrías de sabor, de las construcciones 4D provenientes de la teoría de cuerdas heterótica $E_8 \times E_8$ compactificada en orbifolios.

3.1. Clasificación de orbifolios con propiedades tipo-MSSM

Estudiar y analizar el espectro completo de una teoría de cuerdas compactificada es una tarea que puede resultar laboriosa y complicada. En orbifolios heteróticos, la aparición de sectores torcidos facilita y agrega nuevos elementos que fenomenológicamente son deseables en la búsqueda de una teoría mejor que el ME. Sin lugar a dudas, la realización de una clasificación completa de orbifolios heteróticos semi-realistas está fuera de las capacidades del ser humano hasta el momento. Dado el extenso paisaje de posibilidades que se tiene al realizar un orbifolio heterótico 6D, los mejores algoritmos para buscar modelos prometedores pueden centrarse solo en algunas soluciones y dejar de lado algunas islas de otras¹. Esos algoritmos pueden consumir además mucho tiempo. El `orbifolder` [36] es un programa escrito en el lenguaje de programación c++ que calcula y analiza el espectro de las teorías heteróticas

¹ Recientemente en [117] algoritmos de *deep learning* han sido implementados para estas búsquedas en orbifolios.

| Orbifolio | Max # de LW independientes | # de modelos tipo-MSSM con | | | | Total | |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------|-------|-----|----|-------|-------|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | | |
| \mathbb{Z}_4 | (2,1) | 3 | 149 | 0 | 0 | 0 | 149 |
| | (3,1) | 2 | 27 | 0 | 0 | 0 | 27 |
| \mathbb{Z}_6 -I | (1,1) | 1 | 30 | 0 | | | 30 |
| | (2,1) | 1 | 30 | 0 | | | 30 |
| \mathbb{Z}_6 -II | (1,1) | 3 | 26 | 337 | 0 | 0 | 363 |
| | (2,1) | 3 | 14 | 335 | 0 | 0 | 349 |
| | (3,1) | 3 | 18 | 335 | 0 | 0 | 353 |
| | (4,1) | 2 | 44 | 312 | 0 | | 356 |
| \mathbb{Z}_7 | (1,1) | 1 | 1 | 0 | | | 1 |
| \mathbb{Z}_8 -I | (1,1) | 2 | 230 | 38 | 0 | | 268 |
| | (2,1) | 2 | 205 | 41 | 0 | | 246 |
| | (3,1) | 1 | 389 | 0 | | | 389 |
| \mathbb{Z}_8 -II | (1,1) | 3 | 1,604 | 398 | 21 | 0 | 2,023 |
| | (2,1) | 2 | 274 | 231 | 0 | | 505 |
| \mathbb{Z}_{12} -I | (1,1) | 1 | 556 | 0 | | | 556 |
| | (2,1) | 1 | 555 | 0 | | | 555 |
| \mathbb{Z}_{12} -II | (1,1) | 2 | 279 | 84 | 0 | | 363 |

Tabla 3.1: Características de los orbifolios 6D \mathbb{Z}_n que conducen a un espectro de materia del tipo MSSM. En la primera columna se muestra la etiqueta de la geometría del orbifolio. En la segunda columna se muestra el número de líneas de Wilson independientes máximo que permite el orbifolio y en la tercera columna el número de modelos encontrados por cada número de líneas de Wilson nulas. En la columna final se muestra el total de modelos fenomenológicamente viables encontrados.

compactificadas en orbifolios abelianos. El programa es capaz de calcular todo el espectro no masivo de un orbifolio heterótico y de crear varios modelos inequivalentes al azar. Este es por tanto una herramienta útil en compactificaciones en orbifolios heteróticos.

Se ha usado entonces **el orbifolder** para realizar una búsqueda aleatoria en compactificaciones en orbifolios abelianos con propiedades similares a las del MSSM, como las que se han explicado en la sección 1.4. Explorar todas las geometrías es muy demandante en tiempo de cómputo, por lo que debido a que es más probable encontrar fenomenología adecuada en modelos con simetría de sabor no abeliana, el trabajo de búsqueda se restringió a geometrías con esta propiedad. De esta forma, la búsqueda de modelos prometedores incluyó 64 geometrías, 19 orbifolios \mathbb{Z}_n y 45 orbifolios $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ que permitían simetrías de sabor no abelianas en ausencia de líneas de Wilson (ver tablas 2.1 y 2.2). La búsqueda para algunos orbifolios no fue exhaustiva debido al gran número de modelos creados por día. Los resultados de esta búsqueda se encuentran en las tablas 3.1 y 3.2, y son hasta el momento los registros más completos reportados hasta ahora en la literatura, superando por mucho los de investigaciones anteriores [61, 118]. Los resultados, sin embargo, son compatibles con ellos.

Como es de esperarse, los orbifolios heteróticos que conducen a modelos fenomenológicamente viables tienen en general un encaje no estándar y líneas de Wilson no nulas. La tabla 3.1

muestra el número de orbifolios \mathbb{Z}_n con características prometedoras. Los orbifolios \mathbb{Z}_3 y $\mathbb{Z}_4-(1,1)$ no producen modelos con las características requeridas, razón por la cual no aparecen. En la primera columna, se muestran el grupo de punto y la etiqueta (i,j) de la geometría del orbifoldio como se ha venido haciendo en las tablas anteriores. En la columna dos se muestra el número máximo de líneas de Wilson independientes que admite el orbifoldio en cuestión. En la tercera columna se muestran el número de modelos desde 0 a 3 LW nulas, por lo que esta columna se divide en 4. Por ejemplo, de los 2,023 modelos $\mathbb{Z}_8-II-(1,1)$ encontrados, 1,604 tienen 3 LW encendidas o no nulas, 398 2 LW encendidas o 1 nula, y 21 1 LW encendida o 2 nulas. En la última columna se muestra el número total de modelos encontrados con cada geometría. En total se han encontrado 6,563 modelos fenomenológicamente viables creados con una compactificación \mathbb{Z}_n . La mayoría de los modelos (52%) provienen de las geometrías con grupo de punto \mathbb{Z}_8 .

En la tabla 3.2, de la misma manera, se presentan los resultados para las geometrías exploradas $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$. Sólo las geometrías que conducen a modelos prometedores son mostradas, de tal forma que solo aparecen 34 de las 45 geometrías seleccionadas. La mayoría de los modelos provienen en conjunto de $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ (48%). La geometría individual que lleva a más modelos tipo-MSSM es la $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4-(1,1)$. El orbifoldio $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$, a pesar de no tener simetría de sabor no abeliana, se muestra por su gran capacidad de conducir a modelos prometedores, incluso sin la necesidad de incluir líneas de Wilson no nulas. Excluyendo entonces los modelos de $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$, se han encontrado 114,648 compactificaciones en un orbifoldio heterótico $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ cuya teoría efectiva satisface las condiciones fenomenológicas que se han impuesto. Otra observación importante es que una gran cantidad de los modelos se construyen con un menor número de líneas de Wilson no nulas que el máximo, por lo que hay posibilidad de que aún preserven una simetría no abeliana.

Los orbifolios con roto-traslaciones, están etiquetados de manera general por (i,j) con $j > 1$. En los orbifolios con roto-traslaciones los números no son tan prometedores, pues solo se han encontrado 422 modelos del tipo-MSSM, predominantemente con grupo de punto $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$.

La lista de todos los 121,246 modelos prometedores de \mathbb{Z}_N y $\mathbb{Z}_N \times \mathbb{Z}_M$ de la teoría heterótica $E_8 \times E_8$ encontrados se encuentra en [119], en dónde además aportamos los datos que definen cada modelo en formato compatible con el `orbifolder` y su simetría de sabor.

3.2. Simetrías de sabor en compactificaciones prometedoras

La invariancia ante el grupo de permutaciones completo es válida solo si las líneas de Wilson son nulas. Cuando las líneas de Wilson no son triviales, o al menos algunas no lo son, algunos de los estados torcidos localizados en los diferentes puntos fijos con números cuánticos de norma idénticos adquieren masas o nuevas cargas. Las líneas de Wilson rompen entonces la degeneración bajo permutación del espectro en los puntos fijos, provocando así el rompimiento de alguna parte o toda la simetría de sabor asociada. Ahora, la teoría efectiva 4D no es más invariante bajo el grupo de permutaciones completo, sino a lo más por un sub-

grupo. Se dice entonces que la simetría fue explícitamente rota. De esta forma, las simetrías de sabor que los orbifolios abelianos que son fenomenológicamente viables admiten, no son en general las simetrías completas mostradas en el capítulo 2, dado que la mayoría de los modelos prometedores requieren un número de líneas de Wilson no nulas (ver 3.1 y 3.2) para

| Orbifolio | Máx # de LW independientes | # de modelos tipo-MSSM con | | | | | Total | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|--------|--------|-------|----------|-------|--------|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | ≥ 4 | | |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (1,1) | 6 | 1 | 152 | 52 | 0 | 0 | 205 |
| | (2,1) | 5 | 13 | 342 | 14 | 0 | 0 | 369 |
| | (3,1) | 5 | 4 | 400 | 40 | 0 | 0 | 444 |
| | (5,1) | 4 | 2 | 40 | 0 | 0 | 0 | 42 |
| | (6,1) | 4 | 344 | 57 | 0 | 0 | 0 | 401 |
| | (7,1) | 4 | 21 | 55 | 0 | 0 | 0 | 76 |
| | (8,1) | 4 | 25 | 0 | 0 | 0 | 0 | 25 |
| | (9,1) | 3 | 25 | 2 | 0 | 0 | 0 | 27 |
| | (10,1) | 3 | 19 | 2 | 0 | 0 | 0 | 21 |
| | (12,1) | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,1) | 4 | 454 | 8,637 | 1,463 | 26 | 0 | 10,580 |
| | (1,6) | 2 | 65 | 21 | 0 | 0 | 0 | 86 |
| | (2,1) | 4 | 260 | 4,686 | 1,131 | 81 | 0 | 6,158 |
| | (2,4) | 2 | 281 | 47 | 0 | 0 | 0 | 328 |
| | (3,1) | 3 | 18,440 | 3,762 | 103 | 0 | 0 | 22,305 |
| | (4,1) | 3 | 2,911 | 1,575 | 33 | 0 | 0 | 4,519 |
| | (5,1) | 3 | 1,311 | 742 | 63 | 0 | 0 | 2,116 |
| | (6,1) | 3 | 1,814 | 1,374 | 58 | 0 | 0 | 3,246 |
| | (7,1) | 3 | 1,481 | 1,122 | 64 | 0 | 0 | 2,667 |
| | (8,1) | 2 | 839 | 72 | 0 | 0 | 0 | 911 |
| (9,1) | 2 | 1,620 | 522 | 0 | 0 | 0 | 2,142 | |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ -I | (1,1) | 2 | 467 | 116 | 0 | 0 | 0 | 583 |
| | (2,1) | 2 | 275 | 78 | 0 | 0 | 0 | 353 |
| $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | (1,1) | 3 | 40 | 987 | 81 | 0 | 0 | 1,108 |
| | (1,4) | 1 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| | (2,1) | 2 | 1,713 | 239 | 0 | 0 | 0 | 1,952 |
| | (3,1) | 2 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| | (4,1) | 2 | 105 | 110 | 0 | 0 | 0 | 215 |
| $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ | (1,1) | 1 | 4,469 | 24 | 0 | 0 | 0 | 4,493 |
| | (2,1) | 1 | 495 | 45 | 0 | 0 | 0 | 540 |
| $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,1) | 3 | 1,509 | 24,693 | 2,442 | 5 | 0 | 28,649 |
| | (2,1) | 2 | 6,286 | 3,548 | 19 | 0 | 0 | 9,853 |
| | (3,1) | 2 | 4,513 | 1,003 | 6 | 0 | 0 | 5,522 |
| | (4,1) | 2 | 3,097 | 1,627 | 6 | 0 | 0 | 4,730 |
| $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$ | (1,1) | 0 | 3,696 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3,696 |

Tabla 3.2: Características de los orbifolios 6D $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ que conducen a modelos del tipo-MSSM. En la primera columna se muestra la etiqueta de la geometría del orbifolio. En la segunda columna se muestra el número de líneas de Wilson independientes máximo que permite el orbifolio y en la tercera columna el número de modelos encontrados por cada número de líneas de Wilson nulas. En la columna final se muestra el total de modelos encontrados. El orbifolio $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$ se muestra por completez, pues muestra un gran número de modelos, a pesar de que su simetría de sabor es abeliana.

hacer más probable obtener un modelo tipo MSSM. Para determinar la simetría de sabor que modelos prometedores pueden tener, se debe entonces conocer la estructura de líneas de Wilson que estos tienen, para después determinar el sub-grupo una vez que las líneas de Wilson no triviales son incluidas. Una vez que se tiene conocimiento de las líneas de Wilson independientes (y el orden de estas) y de los puntos fijos (y sus elementos constructores) que generan la simetría de sabor, es posible identificar si la introducción de alguna o todas las líneas de Wilson modifican la degeneración del espectro a través de la modificación de p_{sh} .

Una compactificación en un orbifoldo puede tener hasta 6 líneas de Wilson diferentes A_i de diferentes ordenes N_i . Sin embargo, las constricciones impuestas por los diferentes grupos de espacio que generan los distintos orbifoldos, prohíben valores no triviales para algunas o todas ellas. Por ejemplo, en el orbifoldo con roto-traslaciones de la sección 2.1.1 las líneas de Wilson A_1 y A_2 asociadas con las direcciones e_1 y e_2 deben ser cero y la simetría es entonces siempre D_4 . Esto sucede con más frecuencia en los orbifoldos con roto-traslaciones, debido a la imposibilidad de satisfacer todas las ecuaciones al mismo tiempo. Los detalles de las líneas de Wilson permitidas para todos los orbifoldos toroidales abelianos pueden ser encontradas en [8] y los resultados con respecto a las líneas de Wilson para los grupos de espacio ahí dados se encuentran resumidos en el apéndice B.

Se ha estudiado sistemáticamente el rompimiento, si es que existe, de las simetrías de sabor para todos los orbifoldos prometedores que se han listado en las tablas 3.1 y 3.2 de la sección anterior 3.1. La tabla 3.3 muestra los resultados correspondientes a orbifoldos 6D \mathbb{Z}_n ; en la primera columna de dicha tabla se muestra la etiqueta de la geometría del orbifoldo \mathbb{Z}_n en la notación de [8], en las siguiente columna (con sub-columnas 3-6) se muestran las simetrías de sabor con un número determinado $\ell = 1, \dots, 4$ de líneas de Wilson y se indica debajo el número de modelos encontrados con tal simetría. La última columna muestra el total de modelos. La tabla 3.4 muestra los resultados de la misma manera para los orbifoldos 6D $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$, sin embargo se ha agregado una columna indicando el número máximo de líneas de Wilson que afectan la simetría, pues no todas lo hacen² y es importante contrastarla con el número máximo de líneas permitidas. Modelos que no admiten líneas de Wilson no son mostrados. Además, orbifoldos $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ admiten hasta 6 diferentes líneas de Wilson por lo que la columna 3 de esta tabla está dividida en 6 sub-columnas. Al final se muestra el número total de modelos. Los modelos prometedores que no tienen alguna línea de Wilson encendida y tienen por lo tanto la simetría completa presentada en el capítulo 2 no aparecen en las tablas anteriores, pero están contados en el total de modelos. Tal es el caso por ejemplo de las geometrías (1,1), (2,1), (3,1) y (4,1) de $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$. Las diferentes líneas de Wilson no actúan de la misma forma o tienen las mismas consecuencias en las diferentes direcciones compactas, por lo que puede haber diferentes simetrías para el mismo número de líneas de Wilson, dependiendo de cuál o cuáles son no nulas. Esto puede verse en las tablas a través de los diferentes renglones para cada geometría.

Por ejemplo, el orbifoldo \mathbb{Z}_4 -(2, 1) admite hasta 3 líneas de Wilson no triviales. Dos de ellas

² A pesar de afectar los números cuánticos de norma u otras propiedades 4D, dependiendo del orden no todas las líneas de Wilson rompen la degeneración en los puntos fijos.

| Orbifolio | | Simetría de sabor con ℓ LW no nulas | | | | Total |
|-----------------------|-------|---|--|--|---|-------|
| | | $\ell = 1$ | 2 | 3 | 4 | |
| \mathbb{Z}_3 | (1,1) | $\Delta(54)^2$ 0 | $\Delta(54) \times \mathbb{Z}_3^2$ 0 | \mathbb{Z}_3^4 0 | | 0 |
| \mathbb{Z}_4 | (1,1) | $(D_4^3 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4$ 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | 0 |
| | (2,1) | $(S_2 \times S_2) \times (\mathbb{Z}_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2)$ 0 $(S_4 \times S_2) \times (\mathbb{Z}_4^3 \times \mathbb{Z}_2^3)$ 0 | $S_2 \times (\mathbb{Z}_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2)$ 0 $S_4 \times (\mathbb{Z}_4^3 \times \mathbb{Z}_2^3)$ 0 | $\mathbb{Z}_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 149 | | 149 |
| | (3,1) | $S_4 \times (\mathbb{Z}_4^4 \times \mathbb{Z}_2)$ 0 | \mathbb{Z}_4^3 27 | | | 27 |
| \mathbb{Z}_6 -I | (1,1) | $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ 30 | | | | 30 |
| | (2,1) | $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3$ 30 | | | | 30 |
| \mathbb{Z}_6 -II | (1,1) | $[(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2] \times \mathbb{Z}_3^2$ 0 $\Delta(54) \times D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3^2$ 335 $\Delta(54) \times \mathbb{Z}_3^2$ 2 | $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2^2$ 26 | | 363 |
| | (2,1) | $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3 \times [(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2]$ 0 $[(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3] \times D_4$ 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3$ 333 $[(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3] \times \mathbb{Z}_2^2$ 2 | $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2^2$ 14 | | 349 |
| | (3,1) | $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3 \times [(D_4 \times D_4)/\mathbb{Z}_2^2]$ 0 $[(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3] \times D_4$ 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3$ 333 $[(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3] \times \mathbb{Z}_2^2$ 2 | $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2^2$ 18 | | 353 |
| | (4,1) | $[(\Delta(54) \times \mathbb{Z}_6)/\mathbb{Z}_3] \times \mathbb{Z}_2$ 0 $[D_4/\mathbb{Z}_2] \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3$ 312 | $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2$ 44 | | | 356 |
| \mathbb{Z}_7 | (1,1) | \mathbb{Z}_7^2 1 | | | | 1 |
| \mathbb{Z}_8 -I | (1,1) | $D_4 \times \mathbb{Z}_8$ 38 | $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_2^2$ 230 | | | 268 |
| | (2,1) | $D_4 \times \mathbb{Z}_8$ 41 | $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_2^2$ 205 | | | 246 |
| | (3,1) | $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_4$ 389 | | | | 389 |
| \mathbb{Z}_8 -II | (1,1) | $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_8)/\mathbb{Z}_2$ 21 | $D_4 \times \mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_2$ 398 | $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_2^3$ 1,604 | | 2,023 |
| | (2,1) | $D_4 \times \mathbb{Z}_8$ 231 | $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_2^2$ 274 | | | 505 |
| \mathbb{Z}_{12} -I | (1,1) | $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ 556 | | | | 556 |
| | (2,1) | $\mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_3$ 555 | | | | 555 |
| \mathbb{Z}_{12} -II | (1,1) | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 84 | \mathbb{Z}_2^3 279 | | | 363 |

Tabla 3.3: Simetrías de sabor en modelos semi-realistas \mathbb{Z}_n . En la primera columna se muestra la etiqueta de la geometría del orbifolio. En la segunda columna dividida en 4, se muestran las simetrías que continúan bajo la inclusión de las líneas de Wilson permitidas y el número de modelos encontrados para cada una de ellas. Al final se muestra nuevamente el total.

| Orbifolio | Máx # de LW que afectan la simetría | Simetría de sabor con ℓ LW no nulas | | | | | | Total | |
|------------------------------------|-------------------------------------|--|---|---|---|---|------------------------------------|-----------------------|-----|
| | | $\ell = 1$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (1,1) | 6 | D_4^5/\mathbb{Z}_2^2 0 | D_4^4 0 | $D_4^3 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^4$ 52 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^6$ 152 | \mathbb{Z}_2^8 1 | 205 |
| | (1,3) | 2 | D_4^2 0 D_4^3/\mathbb{Z}_2^2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 D_4^2 0 D_4^3/\mathbb{Z}_2^2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 D_4^2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | | | 0 |
| | (2,1) | 5 | D_4^4/\mathbb{Z}_2 0 | $D_4^3 \times \mathbb{Z}_2$ 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^3$ 14 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^5$ 342 | \mathbb{Z}_2^7 13 | | 369 |
| | (2,3) | 2 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 D_4^2 0 D_4^3/\mathbb{Z}_2^2 0 | \mathbb{Z}_2^4 0 $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 D_4^2 0 | \mathbb{Z}_2^4 0 | | | | 0 |
| | (2,5) | 1 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 D_4^2/\mathbb{Z}_2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 D_4^2/\mathbb{Z}_2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 | | | | 0 |
| | (3,1) | 5 | D_4^3 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 D_4^3 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^4$ 40 $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | \mathbb{Z}_2^6 8 $D_4 \times \mathbb{Z}_2^4$ 392 | \mathbb{Z}_2^6 4 | | 444 |
| | (3,3) | 1 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 D_4^2/\mathbb{Z}_2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 D_4^2/\mathbb{Z}_2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 | | | | 0 |
| | (4,1) | 2 | D_4^3 0 D_4/\mathbb{Z}_2^2 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 D_4^3 0 D_4/\mathbb{Z}_2^2 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 D_4^3 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | | | 0 |
| | (5,1) | 4 | D_4^3 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^4$ 40 | \mathbb{Z}_2^6 2 | | | 42 |
| | (5,4) | 1 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 D_4^2/\mathbb{Z}_2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2$ 0 | | | | | 0 |
| | (6,1) | 2 | D_4^3 0 D_4^2/\mathbb{Z}_2^2 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 D_4^3 0 D_4^4/\mathbb{Z}_2^2 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 57 D_4^3 0 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 344 | | | 401 |
| | (6,3) | 0 | D_4 0 | D_4 0 | | | | | 0 |
| | (7,1) | 3 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2$ 0 D_4^3/\mathbb{Z}_2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 0 $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2$ 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 55 $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2$ 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 21 | | | 76 |
| (8,1) | 4 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | \mathbb{Z}_2^4 0 $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ | \mathbb{Z}_2^4 0 | \mathbb{Z}_2^4 25 | | | 25 | |

| Orbifolio | Máx # de LW que afectan la simetría | Simetría de sabor con ℓ LW no nulas | | | | | Total |
|------------------------------------|-------------------------------------|--|---|---|---|---|--------|
| | | $\ell = 1$ | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| | | | 0 | | | | |
| | (9,1) | 2 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2$ 0 D_4^3/\mathbb{Z}_2 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 2 $D_4^2 \times \mathbb{Z}_2$ 0 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 25 | | 27 |
| | (10,1) | 3 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | \mathbb{Z}_2^4 2 $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | \mathbb{Z}_2^4 19 | | 21 |
| | (11,1) | 0 | D_4^3/\mathbb{Z}_2 0 | D_4^3/\mathbb{Z}_2 0 | D_4^3/\mathbb{Z}_2 0 | | 0 |
| | (12,1) | 2 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 0 | \mathbb{Z}_2^4 3 | | | 3 |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,1) | 4 | $(D_4^3 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ 26 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ 1,463 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 8,637 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^5$ 454 | 10,580 |
| | (1,6) | 2 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4$ 21 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 65 | | | 86 |
| | (2,1) | 4 | $(D_4^3 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ 81 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ 1,131 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 4,686 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^5$ 260 | 6,158 |
| | (2,4) | 2 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ 47 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 281 | | | 328 |
| | (3,1) | 2 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4$ 27 $(D_4^3 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ 76 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 1,109 $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4$ 2,653 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 18,440 | | 22,305 |
| | (4,1) | 3 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ 33 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 1,133 $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ 442 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 2,911 | | 4,519 |
| | (5,1) | 2 | $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4$ 18 $(D_4^3 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2^2$ 45 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 45 $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4$ 697 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 1,311 | | 2,116 |
| | (6,1) | 2 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 18 $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4$ 3 $(D_4^3 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ 37 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^4$ 511 $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$ 295 $D_4^2 \times \mathbb{Z}_4$ 568 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^4$ 1,814 | | 3,246 |
| | (7,1) | 3 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ 64 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 729 $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ 393 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 1,481 | | 2,667 |
| | (8,1) | 0 | $(D_4^2 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ 72 | $(D_4^2 \times \mathbb{Z}_4)/\mathbb{Z}_2$ 839 | | | 911 |
| (9,1) | 2 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ 522 | $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^3$ 1,620 | | | 2,142 | |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ | (1,1) | 2 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ 116 | $\mathbb{Z}_2^3 \times \mathbb{Z}_6$ 467 | | | 583 |
| | (2,1) | 2 | $D_4 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ 78 | $\mathbb{Z}_2^3 \times \mathbb{Z}_6$ 275 | | | 353 |
| $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | (1,1) | 3 | $\Delta(54)^2 \times \mathbb{Z}_3$ 81 | $\Delta(54) \times \mathbb{Z}_3^3$ 987 | \mathbb{Z}_3^5 40 | | 1,108 |

| Orbifolio | Máx # de LW que afectan la simetría | Simetría de sabor con ℓ LW no nulas | | | | | | Total |
|------------------------------------|-------------------------------------|--|--|---|---|---|---|--------|
| | | $\ell = 1$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| | (1,4) | 1 | \mathbb{Z}_3^3 8 | | | | | 8 |
| | (2,1) | 2 | $\Delta(54) \times \mathbb{Z}_3^2$ 239 | \mathbb{Z}_3^4 1,713 | | | | 1,952 |
| | (3,1) | 2 | \mathbb{Z}_3^3 0 | \mathbb{Z}_3^3 6 | | | | 6 |
| | (4,1) | 1 | \mathbb{Z}_3^4 22 $\Delta(54)^2$ 88 | \mathbb{Z}_3^4 105 | | | | 215 |
| $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ | (1,1) | 1 | $\mathbb{Z}_3^2 \times \mathbb{Z}_6$ 4,469 | | | | | 4,493 |
| | (2,1) | 1 | $\mathbb{Z}_3^2 \times \mathbb{Z}_6$ 495 | | | | | 540 |
| $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,1) | 3 | $(D_4^2 \times \mathbb{Z}_4^2)/\mathbb{Z}_2$ 2,442 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4^2 \times \mathbb{Z}_2$ 24,693 | $\mathbb{Z}_4^2 \times \mathbb{Z}_2^3$ 1,509 | | | 28,649 |
| | (2,1) | 1 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4^2$ 556 $(D_4^2 \times \mathbb{Z}_4^2)/\mathbb{Z}_2^2$ 2,992 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4^2$ 6,286 | | | | 9,853 |
| | (3,1) | 2 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4^2$ 1,003 | $D_4 \times \mathbb{Z}_4^2$ 4,513 | | | | 5,522 |
| | (4,1) | 1 | $\mathbb{Z}_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 423 $(D_4^2 \times \mathbb{Z}_4^2)/\mathbb{Z}_2^2$ 1,204 | $\mathbb{Z}_4^2 \times \mathbb{Z}_2^2$ 3,097 | | | | 4,730 |

Tabla 3.4: Simetrías de sabor en modelos semi-realistas $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$. En la primera columna se muestra la etiqueta de la geometría del orbifolio. En la segunda columna, se muestra el número máximo de líneas de Wilson que podrían afectar la simetría y en la tercera columna dividida en 6, se muestran las simetrías que continúan bajo la inclusión de las líneas de Wilson permitidas indicando el número de modelos encontrados para cada una de ellas. Al final se muestra nuevamente el total.

son de orden 2 ($A_1 = A_2$ y A_6 en alguna base) y la otra es de orden 4 ($A_2 = A_3 = A_4$). Este orbifolio tiene la simetría de sabor $(S_4 \times S_2^2) \times (\mathbb{Z}_4^3 \times \mathbb{Z}_2^3)$. Las líneas de Wilson de orden 2 rompen cada una un S_2 y la línea de Wilson de orden 4 rompe la simetría de permutación S_4 , por lo que si una línea de Wilson de orden 2 y la línea de orden 4 son no cero, la simetría de sabor contiene un S_2 solamente, pero si las dos líneas de Wilson de orden 2 son las diferentes de cero, la simetría contiene un S_4 . Las simetrías para cada caso son $S_2 \times (\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2)^2$ y $S_4 \times (\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2)^2$, respectivamente. El factor $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ ya no aparece más si el S_4 se ha roto, pues la cerradura multiplicativa ya no requiere la introducción de tales generadores. Las dos simetrías anteriores son posibles con $\ell = 2$ líneas de Wilson y por lo tanto son mostradas en la sub-columna $\ell = 2$ de la columna 2 en la tabla 3.3. En orbifolios $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ en donde más líneas de Wilson son permitidas, las simetrías para un mismo número de líneas de Wilson pueden ser hasta 3 diferentes. El orbifolio \mathbb{Z}_6 -II-(2, 1) admite 3 líneas de

Wilson y es completamente factorizable en sub-retículas 2D completamente ortogonales. En la base de [8] se tienen que $A_3 = A_4$ es de orden 3 y A_5 y A_6 son de orden 2. Las líneas $A_3 = A_4$ están en la sub-retícula 2D base de la simetría $\Delta(54)$ y las otras en la sub-retícula 2D base de la simetría $D_4 \times D_4$. La línea $A_3 = A_4$ rompe S_3 y por tanto parte de la simetría $\Delta(54)$ y cada una de las líneas A_5 y A_6 rompe un S_2 por lo que si las 2 tienen valores no nulos la simetría con $D_4 \times D_4$ deja de existir. Es importante notar que sin embargo los factores abelianos \mathbb{Z}_n provenientes de las reglas de selección permanecen. Otra cosa importante es que algunas líneas de Wilson podrían no tener efecto en la simetría de sabor, si estas no rompen la degeneración del espectro. Es por eso que es importante la correcta obtención de los elementos constructores de los puntos fijos que aparecen en la estructura global. En los casos difíciles, la comprobación mediante la observación del espectro pudiera ser iluminadora.

3.2.1. Distribución de las simetrías

Las simetrías que se mantienen en los orbifolios con cualidades fenomenológicas, aunque dependen del orbifolio en cuestión son mayormente no abelianas. Muchos de los orbifolios prometedores no saturan su número máximo de líneas de Wilson y, por lo tanto, prevalece una simetría no abeliana.

Los resultados mostrados en las tablas 3.3 y 3.4 revelan que excluyendo los 3,696 modelos de $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$ orbifolios, en los 121,246 modelos prometedores con simetría no abeliana en ausencia de líneas de Wilson se tienen en resumen los siguientes tipos de simetrías:

- Productos y cocientes de D_4 con factores abelianos \mathbb{Z}_n , en donde estos factores dependen del orbifolio en cuestión. Se identificaron 91,499 modelos con este tipo de simetría, es decir, aproximadamente el 75.4% de todos los modelos. La combinación más frecuente es $D_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2^2$. Esta surge en varias geometrías $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$.
- Simetrías puramente abelianas, que incluyen productos de todos los grupos cíclicos disponibles $\mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_3, \mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_7, \mathbb{Z}_8$ y \mathbb{Z}_{12} a diferentes potencias. Estos resultan del rompimiento de toda la simetría de permutación con la inclusión de líneas de Wilson y son por tanto las simetrías que surgen de la regla del grupo de espacio. Se encontraron 28,327 modelos con estas características, aproximadamente el 23.4% del total.
- Productos y cocientes de $\Delta(54)$ con factores abelianos \mathbb{Z}_n . Se encontraron solo 1,470 modelos con este tipo de simetría de sabor. Esto representa un 1.2% de todos los modelos que se obtuvieron. A pesar de aparecer en algunos orbifolios \mathbb{Z}_n , al clasificar los modelos prometedores, solo permanece en 6 de \mathbb{Z}_6 -II-(i,1) con $i = 1, 2, 3$ y los demás provienen de $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$.

La aparición de D_4 en la mayoría de los modelos, fue por supuesto esperada porque la mayoría de los orbifolios 6D conducen a esa simetría (ver tablas 2.1 y 2.2). Sin embargo, la simetría prevaleció más allá del rompimiento debido a las líneas de Wilson y la proporción con respecto a $\Delta(54)$ es mucho más larga que la esperada, desfavoreciendo esta última.

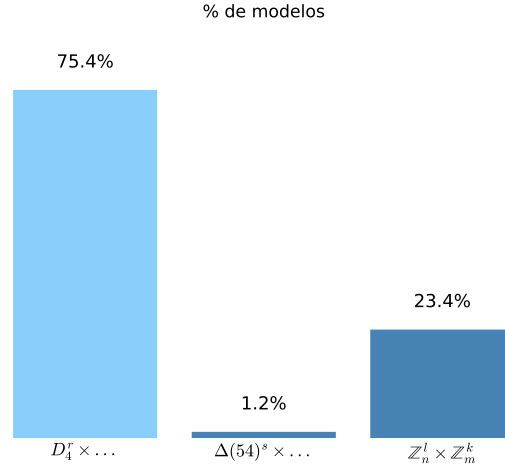


Figura 3.1: Porcentaje de modelos con los tres diferentes tipos de simetrías encontrados en los modelos fenomenológicamente viables.

Modelos semi-realistas del tipo-MSSM aparecen en menor frecuencia en orbifolios generados por grupos de espacio con roto-traslaciones. Solo las geometrías $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4-(1,6)$, $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4-(2,4)$ y $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3-(1,4)$ resultan en algunas decenas de modelos prometedores, la mayoría solo con grupo abeliano de sabor. Se puede entonces concluir que las roto-traslaciones imponen constricciones muy fuertes para la obtención de modelos fenomenológicamente viables. Es sin embargo importante estudiar con mas cuidado este tipo de construcciones para saber el tipo de fenomenología que producen.

Al buscar modelos prometedores, las simetrías S_4 y S_7 desaparecen. Esto requiere quizás de una búsqueda más extensa sobre todo en orbifolios $\mathbb{Z}_4-(2,1)$ y $\mathbb{Z}_4-(2,1)$ en donde se tienen más líneas de Wilson disponibles.

Es importante recordar que la búsqueda se realizó solo en modelos con simetría discreta no abeliana inicial en ausencia de líneas de Wilson, ya que la física del sabor está basada principalmente en modelos con estos tipos simetría; sin embargo, la cantidad de modelos en orbifolios toroidales abelianos con simetría abeliana inicial puede también ser significativa, aunque la fenomenología sea distinta.

3.3. Estabilidad del potencial del Higgs en un modelo semi-realista con una $U(1)'$

Algunos de los problemas que el modelo estándar de partículas elementales y la cosmología estándar tienen, pueden ser aliviados con la existencia de simetrías de norma adicionales. En particular, simetrías $U(1)'$ extra, bajo la cual las partículas del modelo estándar pueden

estar cargadas, han sido ampliamente exploradas (ver por ejemplo [120] para una revisión completa). Estas simetrías de norma adicionales pueden ser genéricas en compactificaciones de teoría de cuerdas y pueden tener su origen en un grupo de unificación. La presencia de partículas cargadas bajo una $U(1)'$, puede por ejemplo, ayudar a obtener la estabilidad deseada en el potencial del Higgs si las cargas de las partículas son adecuadas [47]. Entre otras cuestiones, una simetría extra $U(1)'$ también podría dar respuesta a las recientes anomalías en el sector leptónico [121, 122] e iluminar en algunos aspectos concernientes a las masas de los neutrinos y la materia oscura [123, 124, 125, 126].

Por otra parte, los modelos prometedores del tipo MSSM en compactificaciones en orbifolios heteróticos que se han clasificado en la sección 3.1, generalmente conducen a un grupo de simetría a la escala de compactificación M_c del tipo $G_{4D} = G_{SM} \times [U(1)']^n \times G_{oculto}$, en donde la hipercarga es no anómala³. G_{oculto} en este caso incluye factores no abelianos y al menos una $U(1)'$ es anómala⁴. El espectro no masivo contiene a las partículas del MSSM más un número de exóticos vectoriales (puede ser grande) con respecto a G_{SM} . Las simetrías $[U(1)']^n$ pueden romperse a través de la adquisición de *Vevs* por parte de los singuletes del ME cargados en su mayoría bajo estas $[U(1)']^n$. Se dice entonces que el modelo presenta una configuración de vacío compatible con el Modelo estándar a bajas energías.

En esta sección, se muestran algunos aspectos específicos de un modelo proveniente de una compactificación en un orbifolio toroidal abeliano de la teoría heterótica en donde además de G_{SM} se tiene una simetría de norma extra $U(1)'$ (no anómala) con constante de acoplamiento g_4 , que es rota mediante un mecanismo tipo Higgs a una escala aproximada de $\Lambda_{Z'} = 2$ TeV. El modelo presenta unificación de $G_{eff} = SU(3) \times SU(2) \times U(1)_y \times U(1)'$ a altas energías y es uno de los que han sido estudiados y presentados en [10]. La figura 3.2 muestra una representación esquemática de las escalas de energía importantes y el espectro de materia correspondiente a este tipo de modelos. En específico, en el modelo seleccionado, la escala aproximada de unificación a la que denominamos M_{GUT} aquí y de rompimiento de SUSY es 10^{12} GeV. Los exóticos que se desacoplan a bajas energías son solo aquellos que son vectoriales con respecto a G_{eff} , permitiendo interacciones entre los campos del ME y los exóticos restantes, ambos cargados bajo $U(1)'$.

La geometría del modelo corresponde a la del grupo de espacio \mathbb{Z}_8 -II-(2,1) y es uno de los modelos que aparecen en la tabla 3.1 tomando una $U(1)'$ no anómala como la responsable de G_{eff} . En particular, se busca estudiar la estabilidad del potencial del Higgs tal como se hizo en [47]. Para esto, es necesario estudiar las ecuaciones del grupo de renormalización en presencia de esta $U(1)'$, en específico es necesario estudiar el comportamiento del acoplamiento cuártico λ_H en el potencial del Higgs,

$$V = \lambda_H |\phi|^4 - \mu^2 |\phi|^2. \quad (3.1)$$

³ Las anomalías de norma son otro ejemplo de anomalía en teoría de campos. Estas se manifiestan a través de la aparición de diagramas de triángulo a un lazo que invalidan la simetría de norma de la teoría [127].

⁴ La anomalía puede ser cancelada a través del mecanismo de Green-Schwarz [128].

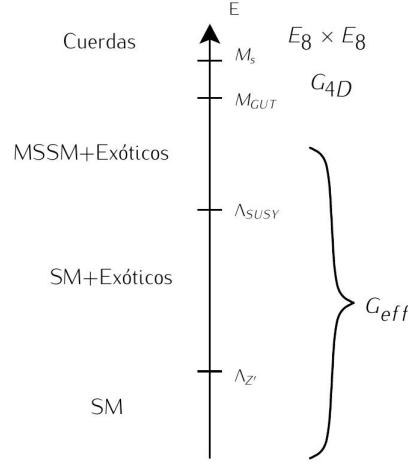


Figura 3.2: Diferentes escalas de energía y espectros de materia efectivos. A la izquierda de las escalas de energía se muestra el espectro de materia correspondiente y a la derecha se muestra el grupo de simetría de dicho espectro.

3.3.1. Presentación del modelo

El vector de desplazamiento V y las líneas de Wilson A_i que definen el modelo son:

$$V = \frac{1}{4}(-\frac{7}{2}, 0, 0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 3)(-4, -1, 0, 0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 3), \quad (3.2)$$

$$A_{1,2,3,4,5} = \frac{1}{4}(1, -7, -7, -5, 2, 2, 1, -3)(-3, 3, -6, -4, 1, -3, 3, 5), \quad (3.3)$$

$$A_6 = 0. \quad (3.4)$$

El generador de la hipercarga y de la $U(1)'$ correctamente normalizados son:

$$t_Y = \frac{1}{4}(-1, -\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, -1, -1, 1, 1)(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0), \quad (3.5)$$

$$t_3 = \frac{1}{12\sqrt{2}}(-3, 0, 0, 0, 1, 1, 1, -2)(0, 0, 0, 0, 0, 8, 8, 0), \quad (3.6)$$

en donde los generadores están normalizados tal que $t_Y^2 = \frac{5}{6}$ y $t_3^2 = 1$. El grupo que resulta con este V y A_i 's es $G_{4D} = G_{SM} \times [U(1)']^6 \times SU(2)^6$. Los Vevs de algunos de los singuletes s_i se eligen de tal forma que el vacío tenga $G_{4D} \rightarrow G_{eff} = G_{SM} \times U(1)'$ y para que los exóticos vectoriales con respecto a G_{eff} formen términos de masa de la forma $\prod_i \langle s_i \rangle^{n_{s_i}} X \bar{X}$, de tal forma que $\prod_i \langle s_i \rangle^{n_{s_i}} \gtrsim M_{GUT}$ y los exóticos genéricos X, \bar{X} sean desacoplados del espectro a bajas energías. El espectro del modelo para el vacío elegido, después de que se desacoplan los exóticos vectoriales se muestra en la tabla 3.5. Este básicamente contiene a partículas del modelo estándar más algunos exóticos y algunas partículas ocultas. Los exóticos son todos fermiones y los singuletes son fermiones salvo 2 que han sido elegidos para llevar a cabo el rompimiento espontáneo de la $U(1)'$ y poder proveer de masa a los exóticos y partículas.

| # | irrep fermiónica | etiqueta | # | irrep fermiónica | etiqueta | # | irrep scalar | etiqueta |
|---|--|-----------------|----|--|------------------|---|---|----------|
| 2 | (1, 2) _(-1/2, -7/12√2) | $\ell_{1,2}$ | 1 | ($\bar{3}$, 1) _(1/3, 3/4√2) | \bar{x}_i | 1 | (1, 2) _(1/2, -1/3√2) | H_u |
| 1 | (1, 2) _(-1/2, 1/3√2) | ℓ_3 | 1 | (3, 1) _(-1/3, 1/12√2) | x_i | 1 | (1, 2) _(-1/2, 1/12√2) | H_d |
| 2 | (1, 1) _(1, -1/6√2) | $\bar{e}_{1,2}$ | 8 | (1, 2) _(0, 1/6√2) | η_i | 1 | (1, 1) _(0, -1/4√2) | s_1 |
| 1 | (1, 1) _(1, 1/12√2) | \bar{e}_3 | 8 | (1, 1) _(1/2, 1/6√2) | ζ_i | 1 | (1, 1) _(0, 1/3√2) | s_2 |
| 2 | (3, 2) _(1/6, -1/6√2) | $q_{1,2}$ | 8 | (1, 1) _(-1/2, 7/12√2) | $\bar{\zeta}_i$ | | | |
| 1 | (3, 2) _(1/6, 1/4√2) | q_3 | 8 | (1, 1) _(-1/2, -1/12√2) | $\bar{\kappa}_i$ | | | |
| 2 | ($\bar{3}$, 1) _(-2/3, -1/6√2) | $\bar{u}_{1,2}$ | 8 | (1, 1) _(1/2, -1/6√2) | κ_i | | | |
| 1 | ($\bar{3}$, 1) _(-2/3, 1/12√2) | \bar{u}_3 | 11 | (1, 1) _(0, 1/3√2) | N_i^a | | | |
| 2 | ($\bar{3}$, 1) _(1/3, -7/12√2) | $\bar{d}_{1,2}$ | 10 | (1, 1) _(0, -2/3√2) | N_i^b | | | |
| 1 | ($\bar{3}$, 1) _(1/3, 3/4√2) | \bar{d}_3 | 8 | (1, 1) _(0, -1/12√2) | N_i^c | | | |
| | | | 6 | (1, 1) _(0, -5/12√2) | N_i^d | | | |
| | | | 4 | (1, 1) _(0, 7/12√2) | N_i^e | | | |
| | | | 2 | (1, 1) _(0, -1/4√2) | N_i^f | | | |

Tabla 3.5: Espectro no masivo con respecto a G_{eff} . Las representaciones con respecto $SU(3) \times SU(2)$ se muestran en negritas. La hipercarga y la carga $U(1)'$ se indican como sub-índices. A la derecha se muestran las partículas del modelo estándar, al centro los exóticos fermiónicos y a la derecha los escalares incluyendo los campos de Higgs.

Con respecto a las simetrías de sabor que se han venido estudiando en secciones anteriores, de acuerdo a la tabla 2.1 el orbifolio \mathbb{Z}_8 -II-(2,1) tiene una simetría de sabor $(D_4 \times D_4 \times \mathbb{Z}_8)/\mathbb{Z}_2^2$. Sin embargo, las líneas de Wilson equivalentes no nulas $A_{1,2,3,4,5}$ rompen la simetría a un sub-grupo más pequeño y de acuerdo a la tabla 3.3 este es $D_4 \times \mathbb{Z}_8$. La simetría de sabor residual queda evidente al observarse la distribución de las familias del ME en el espectro de la tabla 3.5 por pares y una familia solitaria. La familia solitaria es elegida como la tercera familia por razones que se harán evidentes a continuación.

3.3.1.1. Lagrangiano efectivo de Yukawa

El análisis preciso de la fenomenología de este modelo, tal como como el rompimiento de la simetría de sabor, las matrices de masas precisas, etc. requiere de un estudio cuidadoso. Aquí solo se busca resaltar un poco el potencial fenomenológico de estas construcciones, para que sea claro por qué un estudio detallado a futuro es interesante. En el sector de Yukawa por ejemplo, se tienen algunas consecuencias y hechos interesantes. Las contribuciones dominantes a los términos de masa en el lagrangiano efectivo son:

$$\mathcal{L} \supset -Y_{33}^u \bar{u}_3 H_u^\dagger q_3 - Y_{11,22}^u \bar{u}_{1,2} H_u^\dagger q_{1,2} s_2^2 - Y_{33}^d \bar{d}_3 H_d^\dagger q_3 s_1^7 s_2^2 - Y_{11,22}^d \bar{d}_{1,2} H_d^\dagger q_{1,2} s_2^2 \quad (3.7)$$

$$-Y_{33}^\ell \bar{e}_3 H_d^\dagger \ell_3 s_1^2 - Y_{11,22}^\ell \bar{e}_{1,2} H_d^\dagger \ell_{1,2} s_2^2 - Y_{ii}^{\nu} N_i^b H_u^\dagger \ell_3 s_2^2 - k_{ij} N_i^a N_j^c s_1 + h.c..$$

Los Vevs de s_1 y s_2 pueden estar sujetos a un ajuste fino, de modo que permitan resultados interesantes. Por ejemplo, el término del Yukawa del *quark top*⁵, el único renormalizable a

⁵Los nombres de los quarks se utilizan en inglés por ser más comunes.

este nivel, es el más grande dado que se encuentra no suprimido. Los otros términos de Yukawa se encuentran suprimidos por los Vevs de los singuletes escalares. Si se tiene entonces que la $U(1)'$ es rota espontáneamente con $\langle s_2 \rangle^2 \sim \mathcal{O}(10^{-5})$, $\langle s_1 \rangle \sim \mathcal{O}(10)$, y para H_d que $\langle H_d \rangle \sim \mathcal{O}(10^{-4})\langle H_u \rangle$, la jerarquía entre la masa del *quark top* y el *quark up* es la correcta $m_t/m_u \approx 10^5$; la jerarquía entre la masa del *quark top* y el *quark bottom* es también aproximadamente correcta con $m_t/m_b \approx 10^2$. Lo mismo sucede con el τ , ya que $m_t/m_\tau \approx 10^2$. Sin embargo, con los valores anteriores este modelo también predice algunas relaciones incorrectas $m_t/m_e = m_t/m_d \approx 10^9$, es decir, el electrón y *quark down* son demasiado ligeros. Los coeficientes de Yukawa $Y^{u,d,\ell}$ pueden ser así naturalmente de orden uno. Es importante notar, que todo lo descrito anteriormente es obtenido sin considerar aún el rompimiento de la simetría de sabor⁶, lo cual podría resolver algunas de las inconsistencias.

El modelo también provee la posibilidad de obtener masas para los neutrinos a través de un mecanismo de sube-baja⁷. El resto de los exóticos de la tabla 3.5 pueden también adquirir masa mientras la simetría $U(1)'$ se rompe, aunque sus masas deberían ser del orden de la escala $\Lambda_{Z'}$ y debería haber señales experimentales de ellos pronto.

Con este modelo, se demuestra también lo que se ha venido encontrando en estudios anteriores en orbifoldos heteróticos tipo MSSM [61]: los campos de Higgs se encuentra en el sector no torcido, de la misma manera que el *top*. La simetría intrínseca D_4 , como hemos visto, es consecuencia de la ubicación de los campos efectivos, y en este modelo los campos de las familias 1 y 2 del modelo estándar se encuentran en un sector torcido con elementos constructores intercambiables. Los diversos campos exóticos y singuletes se encuentran distribuidos en ambos sectores. De esta forma, la supresión de los acoplamientos mediante términos dependientes de los módulos de Kähler T_i , $i = 1, \dots, 3$ (ver tabla 1.3) de la forma $e^{-f(T_i)}$ [112] en el superpotencial para los campos del ME son despreciables. Otro aspecto importante a mencionar, es la falta de certeza con respecto a la forma y contribuciones de los módulos en los acoplamientos a órdenes mayores, por lo que un estudio detallado de lo más completo en estas construcciones es aún imposible. Sin embargo, escrito lo anterior, se cree que ec. (3.7) representa de forma adecuada los acoplamientos efectivos del modelo.

3.3.2. Estabilidad del potencial del Higgs

Para conocer el comportamiento de λ_H a altas energías, es necesario calcular su corrimiento a través de las ecuaciones del grupo de renormalización del modelo (RGEs). En este caso estamos interesados en las contribuciones y las modificaciones que puede traer la inclusión de una $U(1)'$, de algunas partículas extras al modelo estándar y el hecho de que este esté cargado bajo esta $U(1)'$. Las interacciones entre el Higgs H_u , los escalares, así como con el otro Higgs H_d , se asume que pueden ser despreciables (i.e. el término cuártico de H_u domina),

⁶ Se ha considerado para trabajo futuro

⁷ En inglés *See-saw mechanism*. Es el mecanismo más usado para dotar de masas ligeras a los neutrinos a través de la incorporación de neutrinos derechos muy masivos.

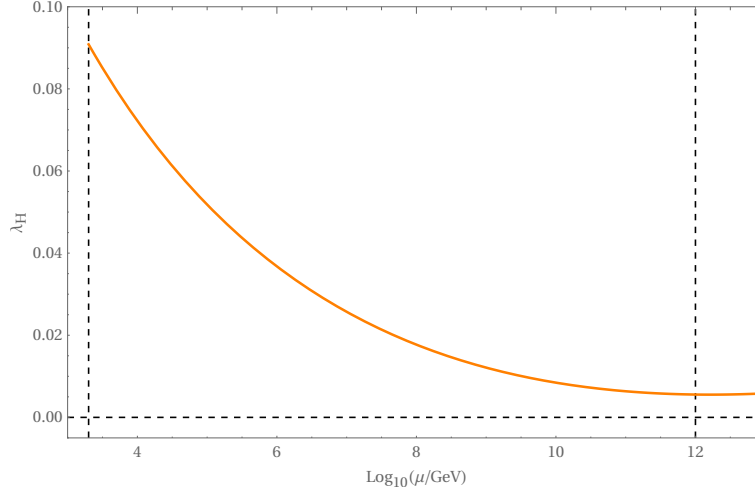


Figura 3.3: Evolución de λ_H con la energía μ para el modelo presentado. λ_H se mantiene siempre positivo y el modelo no presenta el problema de la meta-estabilidad del vacío.

es decir $\lambda_{H_i, s_i} \ll 1$, $\lambda_{s_j, s_i} \ll 1$ y $\lambda_{H_u, H_d} \ll 1$ en

$$\Delta V = \lambda_{H_u, H_d} H_u H_d H_u^\dagger H_d^\dagger + \sum_{i=1} \lambda_{H_u, s_i} s_i^* s_i H_u H_u^\dagger + \sum_{i,j=1} \lambda_{s_i, s_j} s_i^* s_j s_j^* + \dots, \quad (3.8)$$

de tal forma que el análisis se puede concentrar en la adición de la $U(1)'$ como potencial ayuda para estabilizar el potencial del Higgs. En el modelo presentado se tienen los 2 escalares s_1 y s_2 . Analíticamente, de acuerdo a [47], se espera que la contribución positiva del término proporcional a g_4 en el corrimiento de λ_H y la contribución negativa del término proporcional a g_4 en el Yukawa del top Y_{33}^u (que tiende a disminuirlo), se conjunten para incrementar λ_H a altas energías y se tenga el efecto estabilizador que se desea. Aunque en el modelo presentado se tiene un espectro diferente al de [47], se espera que ocurra lo mismo en este y otros modelos provenientes de una compactificación en un orbifolio heterótico.

Para mostrar lo anterior, se han calculado las ecuaciones del grupo de renormalización a un lazo utilizando SARAH [129]⁸. Las funciones β para los parámetros λ_H y Y_{33}^u se ha comprobado, que presentan las contribuciones extra

$$\Delta\beta_{\lambda_H}^{(1)} = 3g_4^2 Q_{H_u}^2 (2g_4^2 Q_{H_u}^2 - 4\lambda_H^2 + (g_2^2 + g_1^2)), \quad (3.9)$$

$$\Delta\beta_{Y_{33}^u}^{(1)} = -3g_4^2 (Q_{q_3}^2 + Q_{u_3}^2), \quad (3.10)$$

con Q_{H_u} , Q_{q_3} , Q_{u_3} las cargas de los campos H_u , q_3 y u_3 con respecto a $U(1)'$. El corrimiento de $\Lambda_{Z'} < \mu < \Lambda_{SUSY}$ se ha hecho entonces utilizando el espectro de la tabla 3.5 con las suposiciones mencionadas arriba. Las evoluciones están sujetas a las condiciones iniciales

⁸ SARAH es un paquete de Mathematica para construir y analizar la fenomenología de modelos con supersimetría y sin ella. En particular, calcula las ecuaciones del grupo de renormalización hasta 2 lazos.

de las distintas constantes de acoplamiento a escalas conocidas. Tomando por ejemplo $g_1 = 0.3587$, $g_2 = 0.6482$, $g_3 = 1.1645$, el Yukawa del top $Y_{33}^u = 0.9356$ y $\lambda_H = 0.127$ a la escala de la masa del top $m_t = 173.1$ GeV (ver por ejemplo [130]) y evolucionando con el ME por debajo de la escala $\Lambda_{Z'}$, se puede continuar la evolución con los valores adecuados y espectro adecuado después de $\Lambda_{Z'}$. Además, después de $\Lambda_{Z'}$, la constante de acoplamiento de la $U(1)'$ comienza su evolución y el análisis original muestra que $g_4(2TeV) \approx 0.49$ [10], valor que se ha tomado como condición inicial ahí. Los resultados encontrados para la evolución de λ_H se observan en la figura 3.3, en donde se puede constatar que λ_H se mantiene positivo y por tanto el potencial se mantiene estable siempre.

Parte II

COSMOLOGÍA DE CUERDAS

Capítulo 4

Estabilización de módulos y un modelo de *quintaesencia*

En compactificaciones de teoría de cuerdas, el problema cosmológico de módulos es precedido por el problema de la estabilización de módulos. Algunas compactificaciones, vienen acompañadas de un gran número de módulos que a bajas energías son vistos como campos escalares sin un potencial asociado directamente de la reducción dimensional de la teoría; estos módulos pueden obtener potenciales de muy diversas maneras, en su mayoría por efectos no perturbativos. En este capítulo se mostrarán algunos resultados obtenidos con respecto al problema de la estabilización de módulos en compactificaciones en orbifolios toroidales de la teoría heterótica. En particular, se busca mostrar que la estabilización de módulos en orbifolios heteróticos es un problema latente y no se tiene la certeza de que sea posible resolverlo con lo conocido hasta el momento. Para esto, primero se mostrará el conocimiento que se tiene hasta ahora de la teoría efectiva 4D en estos escenarios, es decir, el superpotencial y el potencial de Kähler y sus simetrías. Esta parte contiene un resultado mostrado primeramente en [11]. Al final del capítulo se muestra un modelo de quintaesencia basado en una dirección inestable del potencial que podría provenir de un escenario en cuerdas. Este escenario fue publicado en colaboración en [12].

4.1. El potencial de los módulos en orbifolios heteróticos

En compactificaciones en orbifolios, la invariancia de la métrica 6D bajo la acción del orbifolio da lugar a los módulos geométricos no torcidos. El número de estos módulos, al igual que en espacios de Calabi-Yau está dado por los números de Hodge $h^{(1,1)}$ y $h^{(1,2)}$ que cuentan respectivamente los módulos de Kähler T y los módulos de estructura compleja U . Además, (como se mostró en 1.2.2.2), aparecen estados Φ_α de dos tipos: estados en el sector no-torcido (*untwisted* (U)), asociados a cuerdas libres de moverse en las 10 dimensiones y estados en el sector torcido (*twisted* (T)), que están ligados a las singularidades del orbifolio, aunque aún libres de moverse en las 4 dimensiones del espacio no compacto. Estos estados son los que construyen el contenido de materia en la teoría efectiva 4 dimensional y como se vio también

anteriormente pueden llegar a reproducir el espectro del MSSM o alguna otra extensión supersimétrica del modelo estándar.

La estabilización de los módulos requiere del conocimiento de su potencial V , que en orbifolios heteróticos, al igual que en otras compactificaciones suele tomarse en la aproximación de supergravedad y suele provenir de efectos no perturbativos. El superpotencial W y el potencial de Kähler K debe ser inferido a partir de los elementos de teoría de cuerdas y a diferencia de otras teorías de cuerdas o compactificaciones en Calabi-Yau, el conocimiento y entendimiento de estas dos funciones es más preciso. A pesar de que aún faltan cuestiones por entender con respecto a K y W , en estas compactificaciones se tiene más seguridad con respecto a que la teoría efectiva que se usa proviene en realidad de la teoría de cuerdas heterótica compactificada en orbifolios.

4.1.1. El potencial de Kähler para los módulos

Desde el surgimiento de las teorías heteróticas en supercuerdas el potencial de Kähler K para módulos provenientes de la métrica ha sido estudiado. En particular, en compactificaciones en orbifolios su obtención puede hacerse de diversas maneras [131, 132, 133, 134]. Este, por ejemplo, ha sido obtenido a segundo orden como una expansión en los campos de materia de la forma

$$K(M, \bar{M}, \Phi, \bar{\Phi}) = \mathcal{K}(M, \bar{M}) + \sum_{\alpha, \beta} K_{, \alpha \bar{\beta}} \Phi^\alpha \bar{\Phi}^{\bar{\beta}} + \dots, \quad (4.1)$$

a través del cálculo de amplitudes de dispersión en cuerdas y comparando con su análogo de SUGRA en el límite de módulos pequeños. En (4.1) \mathcal{K} es una función de los módulos T_{ij} y U_i (llamados aquí indistintamente M) que ha sido determinada a través de la reducción dimensional de la teoría de SUGRA 10D [135]. Por otra parte $K_{, \alpha \bar{\beta}}$ es una función desconocida de los módulos M que describe el acoplamiento entre los módulos y los campos en los sectores torcidos y no torcidos, llevando por lo tanto información de la teoría de cuerdas original. En teoría de cuerdas, y más específicamente en compactificaciones de la heterótica en orbifolios es esta función la que ha sido calculada a primer orden desde amplitudes de dispersión en la teoría de cuerdas y en SUGRA [133, 136]. Sin embargo, estos cálculos, en su mayoría, se han simplificado para el caso en que se tienen solo tres módulos de Kähler.

En un formalismo canónico, las amplitudes de dispersión en compactificaciones en orbifolios [108] están determinadas por funciones de correlación entre los estados asintóticos $|\Phi\rangle$ y $|\Phi'\rangle$ correspondientes a los campos de materia Φ y Φ' y los operadores de vértice asociados a los módulos en el 0-cuadro. De esta forma, el potencial de Kähler incluyendo todos los posibles módulos de Kähler (hasta 9), puede ser obtenido de la misma manera en la expansión (4.1) calculando amplitudes de 4 puntos. De manera general, el cálculo de las amplitudes de dispersión entre los módulos de Kähler fuera de la diagonal en T_{ij} y los campos en los sectores torcidos y no torcidos son diferentes de cero, por lo que necesariamente deben aparecer en $K_{, \alpha \bar{\beta}}$. Como se puede constatar en la tabla 1.3, la mayoría de los orbifolios toroidales abelianos dan lugar a sólo 3 módulos de Kähler T_i , cada uno asociado con una coordenada

z_i (o un sub-toro 2D) y 1 o 0 módulos de estructura compleja. De manera mas general, los módulos T_{ij} se asocian directamente con las componentes g_{ij} de la métrica no nulas. Existen, sin embargo, excepciones en donde se tienen más de tres módulos de Kähler y a fin de estudiar la fenomenología de esos modelos es importante conocer K correctamente. Esas contribuciones podrían ser importantes para la estabilización de módulos y es por eso que es también pertinente conocerlas. Ejemplos en donde esto sucede son los orbifolios con grupo de punto \mathbb{Z}_3 , \mathbb{Z}_4 y \mathbb{Z}_6 -I.

El procedimiento para inferir K , o en su caso $K_{,\alpha\bar{\beta}}$ se describirá brevemente en los siguientes párrafos. La amplitud de dispersión general de 2 campos de materia en sectores torcidos Φ_β , Φ_γ y dos campos modulares tipo Kähler $M_{a\bar{e}}$ es por ejemplo

$$A(M_{a\bar{e}}, \Phi_\beta, \Phi_\gamma^\dagger, (M_{b\bar{f}})^\dagger) = \delta_{\gamma\beta} \delta_{ab} \delta_{\bar{e}\bar{f}} \frac{s}{32t} (u + t(1 - \eta_\beta^{\bar{e}} + \Delta\tilde{N}_\beta^{\bar{e}})) \frac{\Gamma(1 - \eta_\beta^{\bar{e}} - u/8) \Gamma(\eta_\beta^a - s/8) \Gamma(1 - t/8)}{\Gamma(\eta_\beta^{\bar{e}} + u/8) \Gamma(2 + t/8) \Gamma(1 + s/8 - \eta_\beta^{\bar{e}})}, \quad (4.2)$$

en donde s , u y t son las variables de Mandelstam usuales para procesos de 2 a 2 partículas en teorías de campo y $\eta_\beta^{\bar{e}}$ es la componente del vector de torcedura en la dirección \bar{e} ¹. En la amplitud anterior también aparecen funciones Γ como es usual en amplitudes a nivel árbol en teoría de cuerdas. En el límite de bajas energías, i.e. cuando $|s|, |u|, |t| \ll 1$, es

$$A(M_{a\bar{e}}, \Phi_\beta, \Phi_\gamma^\dagger, (M_{b\bar{f}})^\dagger) \approx \delta_{\beta\gamma} \delta_{ab} \delta_{\bar{e}\bar{f}} \frac{s}{32t} \left(u + t(1 - \eta_\beta^{\bar{e}} + \Delta\tilde{N}_\beta^{\bar{e}}) \right). \quad (4.3)$$

Para identificar la métrica de Kähler, este resultado se debe comparar con el análogo de SUGRA que es

$$A(M_{a\bar{e}}, \Phi_\beta, \Phi_\gamma^\dagger, (M_{b\bar{f}})^\dagger) \approx \frac{1}{32} \left(\frac{us}{t} \delta_{ab} \delta_{\bar{e}\bar{f}} \delta_{\beta\gamma} + s G_{\beta\gamma, a\bar{e}, b\bar{f}}(0, 0) \right), \quad (4.4)$$

Realizando la comparación (usando que $\eta_\beta^a = \eta_\beta^{\bar{e}}$ para orbifolios con módulos fuera de la diagonal) se obtiene que en una expansión a segundo orden, la métrica es

$$G_{\gamma\beta} \approx \delta_{\gamma\beta} + \delta_{\gamma\beta} \delta_{ab} \delta_{\bar{e}\bar{f}} (1 - \eta_\beta^a + \Delta\tilde{N}_\beta^a) M_{a\bar{e}} (M_{b\bar{f}})^\dagger. \quad (4.5)$$

Bajo la re-definición holomorfa $M_{ij} \rightarrow 1 - T_{ij}/1 + T_{ij}$ y recordando que es una expansión, de la misma manera que en caso diagonal (ver [133, 134, 136]) se obtiene que la contribución relevante al potencial de Kähler en la expansión es ahora

$$K \supset \sum_{a,e} \left(1 + n_\beta^{ae} M_{a\bar{e}} (M_{a\bar{e}})^\dagger \right) |\Phi_\beta|^2 \longrightarrow \prod_{a,e} (T_{ae} + \bar{T}_{ae})^{-n_\beta^{ae}} |\Phi_\beta|^2, \quad (4.6)$$

en donde se ha identificado a los pesos modulares como $n_\beta^{ae} = 1 - \eta_\beta^a + \Delta\tilde{N}_\beta^a \forall e$. De la misma forma se puede calcular la contribución relevante para el caso en el que los estados

¹ Para respetar índices se utiliza $\eta^{\bar{e}}$, sin embargo dada la expansión en modos de los campos en el sector torcido utilizada $\eta^e = \eta^{\bar{e}}$. De manera general, se define $\eta^i = kv_i \pmod{1}$ como el vector de torcedura en el k -ésimo sector $\theta = \vartheta^k$, tal que $0 \leq \eta^i < 1$.

de materia están en el sector no torcido y para los módulos de estructura compleja. Con el procedimiento anterior, calculando las amplitudes de 4 puntos entre módulos, se puede incluso comprobar la forma obtenida de la reducción dimensional para \mathcal{K} .

De manera general, y usando el método descrito anteriormente, se obtiene que el potencial de Kähler a segundo orden en los campos de materia para los módulos geométricos en una compactificación en orbifolios de la teoría heterótica es

$$K = -\ln \det(T_{ij} + \bar{T}_{ij}) - \sum_{\ell}^3 \ln(U_{\ell} + \bar{U}_{\ell}) + \sum_{\beta} \prod_{\ell} \prod_{i,j} (U_{\ell} + \bar{U}_{\ell})^{-m_{\beta}^{\ell}} (T_{ij} + \bar{T}_{ij})^{-n_{\beta}^{ij}} \phi^{\beta} \bar{\phi}^{\beta}, \quad (4.7)$$

en donde T_{ij} denota a la matriz de los módulos de Kähler, U_{ℓ} los módulos de estructura compleja (si existen, pues en orbifolios se tiene a lo más uno) y Φ_{β} los campos de materia en el sector no torcido o torcido β . A los números m_{β}^{ℓ} y n_{β}^{ij} se les conoce como pesos modulares y como se observa son dependientes del sector al que pertenece el campo ϕ_{β} . Los pesos modulares correspondientes a los T_{ij} deben agruparse en un vector o matriz² 3×3 cuyo número de componentes no nulas sea igual a $h^{(1,1)}$. Los pesos modulares para los campos en los sectores no torcidos (U) y torcidos (T) asociados con el módulo de estructura compleja U_{ℓ} y los de Kähler T_{ij} resultan ser:

$$m_{\beta_i}^{\ell(U)} = \delta_{\beta_i}^{\ell} \quad \text{sector no-torcido,} \quad (4.8a)$$

$$m_{\beta}^{\ell(T)} = 1 - \eta_{\beta}^{\ell} - \Delta \tilde{N}_{\beta}^{\ell} \quad \text{sector torcido,} \quad (4.8b)$$

$$n_{\beta}^{ij(U)} = \delta_{\beta_i}^i \quad \forall j, \quad \text{sector no-torcido,} \quad (4.8c)$$

$$n_{\beta}^{ij(T)} = 1 - \eta_{\beta}^i + \Delta \tilde{N}_{\beta}^i \quad \forall j, \quad \text{sector torcido,} \quad (4.8d)$$

Dado que $n_{\beta}^{ij} = 1 - \eta_{\beta}^i$ solo se tienen 3 componentes diferentes como máximo. Es importante notar, que los campos de materia en el sector no torcido tienen entonces peso modular 1 o 0 dependiendo de si el campo contiene osciladores en el plano del módulo. También, los pesos modulares se ven modificados si el campo en el sector torcido contiene osciladores izquierdos con índice holomorfo \tilde{N}_{β}^k y anti-holomorfo $\bar{\tilde{N}}_{\beta}^k$ en el plano k con un $\Delta \tilde{N}_{\beta}^k = \tilde{N}_{\beta}^k - \bar{\tilde{N}}_{\beta}^k$.

4.1.2. La acción efectiva 4D

Como ya mencionamos, la naturaleza soluble de la CFT subyacente a las compactificaciones en orbifolios, hace que algunos elementos de la teoría efectiva, como el potencial de Kähler (4.7) en principio sean calculables. También, se sabe que existen propiedades que comparten las compactificaciones de la teoría heterótica en orbifolios toroidales y que éstas recaen en la existencia de ciertas simetrías en las aproximaciones dominantes en las expansiones en α'

² Si el número de módulos de Kähler es 3, se tiene un vector n_{β}^i y si son más de 3 una matriz n_{β}^{ij} con algunas componentes iguales.

y g_s . Por ejemplo, a nivel árbol en la aproximación perturbativa de cuerdas, el potencial de Kähler tiene una dependencia en el dilatón S de la siguiente forma³

$$K = -\ln(S + \bar{S}) + K(T_i, \bar{T}_i, U_\ell, \bar{U}_\ell), \quad (4.9)$$

en donde $K(T_i, \bar{T}_i, U_\ell, \bar{U}_\ell)$ es como se vio en la sección anterior. Las propiedades de los términos de la teoría efectiva asociada al dilatón S están restringidos por la simetría de desplazamiento $S \rightarrow S + ic$. La función cinética de norma, es a nivel árbol universal para los diferentes factores de norma

$$f = S, \quad (4.10)$$

pero puede recibir correcciones de umbral a un lazo dependientes de los módulos, de la forma

$$f^{(1)} = -\sum_i \alpha_i \ln \eta(\beta_i M^i), \quad (4.11)$$

en donde α_i y β_i son constantes y M^i puede ser un módulo de Kähler o de estructura compleja dependiendo de los detalles de la compactificación específica (ver por ejemplo [136]). La universalidad de la función cinética de norma a nivel árbol, es debido a que la definición de S , a diferencia de los módulos T y U , es independiente de la compactificación.

Los acoplamientos permitidos en el superpotencial en orbifolios toroidales abelianos pueden ser explícitamente calculados por medio de funciones de correlación entre operadores de vértice. En el caso de campos de materia en los sectores torcidos o no torcido, resulta principalmente útil saber al menos que tipo de acoplamientos están permitidos utilizando las reglas de selección de interacciones (ver sección 2.1.2). Los módulos geométricos y el dilatón, no masivos a primera aproximación, pueden sin embargo obtener un potencial mediante contribuciones no-perturbativas W_{np} . En orbifolios heteróticos la *condensación de norminos* (ver 1.5.1) en un sector oculto es el mecanismo más utilizado para tratar de fijar algunos módulos y hacer el rompimiento de SUSY. Los potenciales con un solo condensado usualmente conducen a potenciales *runaway* ("que huyen"), es decir, en donde el potencial tiende a un valor positivo (cero mayormente) conforme los valores de los módulos tienden a infinito. Ese tipo de potenciales implican que la teoría se vuelve sin interacciones o se des-compactifica si se trata de un módulo T , por lo que usualmente se necesitan más condensados que provengan de los múltiples factores de norma que se tienen. Contribuciones de la forma e^{aT_i} para los módulos de Kähler pueden ser obtenidas si se consideran instantones en la hoja de mundo⁴. Es importante mencionar que en el caso de orbifolios heteróticos no está claro si otro tipo de contribuciones a W por parte de los módulos, además de las ya mencionadas pueden ser añadidas.

Las simetrías pueden restringir a la teoría efectiva 4D en una compactificación. Además de la simetría bajo transformaciones de Kähler, en las cuales el potencial de Kähler y el superpotencial se pueden ver modificados dejando invariante a G , existen otras transformaciones en orbifolios toroidales que dejan invariante a G y que pueden restringir los términos que

³ Nos referimos al dilatón complejo S definido anteriormente en la sección 1.5.1.

⁴ considerando por ejemplo campos de materia ya estabilizados con un vev

aparecen en W y K . Estas transformaciones son una generalización de la dualidad T en T^2 para los módulos T_{ij} . Esta simetría de G , está asociada con el grupo $SL(2, \mathbb{Z})$ y se le conoce como simetría modular. Si el orbifoldio es totalmente factorizable $\mathbb{T}^2 \times \mathbb{T}^2 \times \mathbb{T}^2$ y tiene solo 3 módulos de Kähler correspondientes a cada uno de los 3 toros el grupo total de simetría es $\Gamma = [SL(2, \mathbb{Z})]_T^3 \times [SL(2, \mathbb{Z})]_U^{h^{(2,1)}}$ ⁵. En este caso, las transformaciones para T_i y U_ℓ son

$$T_i \longrightarrow \frac{a_i T_i - ib_i}{ic_i T_i + d_i}, \quad U_\ell \longrightarrow \frac{a_\ell U_\ell - ib_\ell}{ic_\ell U_\ell + d_\ell}, \quad (4.12)$$

con $a_i, a_\ell, b_i, b_\ell, c_i, c_\ell, d_i, d_\ell \in \mathbb{Z}$, y $a_i d_i - b_i c_i = 1$, $a_\ell d_\ell - b_\ell c_\ell = 1$ características del grupo modular $SL(2, \mathbb{Z})$. La invariancia modular requiere también que los campos en los sectores torcidos y no torcido Φ^β también transformen⁶ y la forma en que deben transformar es

$$\Phi^\beta \longrightarrow \prod_{i=1}^3 (ic_i T_i + d_i)^{n_i^\beta} \prod_{\ell=1}^{h^{(2,1)}} (ic_\ell U_\ell + d_\ell)^{m_\ell^\beta}. \quad (4.13)$$

De esta forma, la invariancia bajo el grupo modular $SL(2, \mathbb{Z})$ tiene consecuencias interesantes en la teoría efectiva. Si se considera por ejemplo la dependencia de G en S y T_i (ver por ejemplo [16]),

$$G = -\ln(S + \bar{S}) - \sum_{i=1}^3 \ln(T_i + \bar{T}_i) + \ln|W|^2, \quad (4.14)$$

dada entonces la forma en que transforman U_ℓ y T_i eq. (4.12), se puede obtener la transformación para el superpotencial W para que G quede intacta, esta es

$$W \longrightarrow e^{if(a_i, b_i, c_i, d_i)} \frac{W}{\prod_i (ic_i T_i + d_i)}, \quad (4.15)$$

en donde $f(a_i, b_i, c_i, d_i)$ es una fase posiblemente dependiente de los módulos. Usando las transformaciones de los campos Φ^β (4.13), las constantes en los acoplamientos tipo Yukawa en el superpotencial deben transformar como

$$h_{\alpha, \beta, \gamma} \longrightarrow h_{\alpha, \beta, \gamma} \prod_i (ic_i T_i + d_i)^{(-1 - n_\alpha^i - n_\beta^i - n_\gamma^i)}. \quad (4.16)$$

La invariancia bajo dualidad T de las compactificaciones en orbifoldios impone por lo tanto restricciones a la forma del superpotencial W . Nótese que existen casos en los que una constante $h_{\alpha, \beta, \gamma}$ independiente de los módulos es posible para campos en el sector no torcido. Esta invariancia no es única para acoplamientos a tercer orden en el superpotencial aplica también para acoplamientos a más alto orden y para contribuciones no perturbativas en el superpotencial.

⁵ La simetría actuando en U es interpretada como solo geométrica, es decir, debido al grupo modular asociado a re-parametrizaciones de \mathbb{T}^2 .

⁶ De esta transformación proviene el nombre de pesos modulares para los exponentes m y n de (4.7).

Para finalizar, dos anotaciones importantes con respecto a la simetría modular en orbifolios heteróticos. Primero, si el orbifolio no es factorizable el grupo de simetría no es exactamente Γ , sin embargo aun se tiene un factor $SL(2, Z)$ correspondiente a un módulo generalizado de volumen. Segundo, si se agregan líneas de Wilson el grupo de simetría se rompe a un subgrupo congruente de $SL(2, \mathbb{Z})$ o puede desaparecer totalmente [137, 138].

4.2. Estabilidad e Inestabilidad del vacío en orbifolios heteróticos

Las conjeturas del "pantano", en particular la conjetura de *de Sitter* ha puesto en duda la existencia de compactificaciones en teoría de cuerdas con constante cosmológica positiva. Esto incluye escenarios ampliamente estudiados y utilizados como el escenario de estabilización *KKLT* [139] y el escenario de volumen grande [140] en las teorías tipo II. En el escenario planteado en *KKLT*, el debate se centra principalmente en si la retro-acción⁷ permite el término que levanta el potencial⁸ de un mínimo AdS a uno dS y en algunos otros elementos. El estudio de los fundamentos de *KKLT* ha sido muy intenso en el último año⁹, dado que si *KKLT* se probara correctamente encajado en teoría de cuerdas, como sus autores defienden [144], sería el contra-ejemplo necesario para invalidar la conjetura de no dS (llamada de dS).

En la teoría heterótica, la existencia de soluciones Minkowski¹⁰ en ejemplos explícitos (que a diferencia de otras teorías de cuerdas, se cree se tienen bajo control), ha sido estudiado desde poco después del surgimiento de esta teoría en [145, 146]. La existencia de vacíos *de Sitter*, tanto teóricamente como en ejemplos explícitos, es sin embargo muy poco clara. La dificultad teórica radica en nuestra imposibilidad de manejar analíticamente todas las variables (campos escalares) y encontrar si existen soluciones. En los últimos años, la dificultad ha sido puesta del lado computacional, en donde los algoritmos usados tampoco han dado soluciones numéricas. Esto ha llevado a pensar, que quizás con los elementos conocidos hasta el momento, y que se sabe muy bien pueden ser puestos en la teoría efectiva resultante de una compactificación de la heterótica 10D es imposible y quizá nuevos elementos (si es que existen) se requieran; o como algunos teoremas sugieren [76, 77, 78] las compactificaciones con soluciones de constante cosmológica positiva no existen en la teoría heterótica. Si creemos que solo es nuestra incapacidad, lo que queda es entonces seguir explorando ejemplos o identificando elementos posibles en la teoría efectiva, si no, encontrar la demostración clara para tal enunciado.

En compactificaciones en orbifolios, que a diferencia de las compactificaciones en variedades de Calabi-Yau, el número de módulos no es tan grande, ejemplos en donde los módulos estén estabilizados en un valor $V > 0$ son difíciles de encontrar (o no se encuentran). Como en el caso de otras teorías de cuerdas, algunos módulos se presuponen estabilizados a escalas más altas y el problema se simplifica a unos cuantos módulos que en general incluyen al dilatón S y algunos de los módulos de Kähler T_{ij} o estructura compleja U_i .

⁷ En inglés *backreaction*.

⁸ En inglés *Uplifting*.

⁹ Ver por ejemplo [141, 142, 143].

¹⁰ Con rompimiento o no de SUSY.

La invariancia modular es una simetría notable en teoría de cuerdas ya que puede mantener algunas correcciones bajo control. Esta simetría, ayuda a determinar la teoría efectiva y ante la imposibilidad de tener flujos en compactificaciones en orbifolios los elementos que pueden agregarse son pocos, por esta razón en esta parte del proyecto, quisimos examinar la estabilización (o no estabilización) de los módulos en ejemplos concretos que surgen en la teoría heterótica y en compactificaciones en orbifolios. Las simetrías modulares y la estabilización en la heterótica recientemente se re-examinó en [147] obteniendo los mismos resultados que aquí se obtuvieron. Por otro lado, la existencia de extremos *de Sitter* (inestables) es fácilmente comprobable en los ejemplos aquí presentados.

4.2.1. Ejemplo 1

En este ejemplo, retomamos el tipo de potenciales que surgen de los superpotenciales analizados en [145] en busca de soluciones estables con $V > 0$. La simetría modular $SL(2, \mathbb{Z})$ debida a dualidad-T en los módulos de Kähler restringe de manera importante el superpotencial W de la teoría de SUGRA en 4 dimensiones [145].

El potencial de Kähler en este ejemplo es de la típica forma de *no-escala* (*no-scale*)¹¹ para un módulo de Kähler T (o el módulo de volumen) y el dilatón S y a nivel árbol,

$$K(S, \bar{S}, T, \bar{T}) = -\log(S + \bar{S}) - 3\log(T + \bar{T}). \quad (4.17)$$

Como mencionamos anteriormente, la simetría de invariancia modular dicta una forma para el superpotencial no perturbativo muy específica, si por ejemplo en ec. (4.15) los T_i son iguales

$$W \longrightarrow e^{if(a_i, b_i, c_i, d_i)} \frac{W(T)}{(ic_i T_i + d_i)^3}, \quad (4.18)$$

y entonces $W(T)$ tiene que ser una función modular de peso -3 . $W(T)$ puede ser escrita en términos de la función η de Dedekind, una función modular de peso $1/2$, por lo que $W(T)$ puede ser escrita como

$$W(T) = \frac{H(T)}{\eta(T)^6}, \quad (4.19)$$

en donde $H(T)$ tiene que ser una función invariante modular. Si se agrega S la estructura general del superpotencial es

$$W(S, T) = \frac{\Omega(S)H(T)}{\eta(T)^6}, \quad (4.20)$$

con $\Omega(S)$ una función que contiene los efectos no perturbativos que involucran a S . La forma más general para la función $H(T)$ que permite eludir singularidades en el dominio fundamental [145] es

$$H(T) = \left(\frac{G_6(T)}{\eta(T)^{12}} \right)^n \left(\frac{G_4(T)}{\eta(T)^8} \right)^m \mathcal{P}(j), \quad (4.21)$$

¹¹ Un potencial de Kähler de la forma *no-scale* satisface $K^i K_i = 3$.

o equivalentemente

$$H(T) = (j - 1728)^{m/2} j^{n/3} \mathcal{P}(j) \quad (4.22)$$

en donde n y m son enteros positivos y $\mathcal{P}(j)$ un polinomio de $j(T)$ el invariante modular absoluto¹². G_4 y G_6 son las funciones de Eisenstein de peso modular 4 y 6. Tomaremos aquí por simplicidad solo casos con $\mathcal{P}(j) = 1$, que al parecer no altera los resultados generales [147].

El potencial escalar para S y T puede escribirse en términos de la función de Kähler G como sigue:

$$V = \sum_i F_i F^i - 3e^G = e^G (G_S G^S + G_T G^T - 3), \quad (4.23)$$

en donde los sub-índices denotan derivadas con respecto a S o T respectivamente. En la ec. (4.22) es claro entonces que si alguno de los campos auxiliares F_i tiene un vev $\langle F_i \rangle \neq 0$ SUSY es rota espontáneamente. SUSY puede no estar rota en una solución AdS (con $V < 0$) si $\langle F_i \rangle = 0$. Dada la forma específica de W y K el potencial en ec. (4.22) es

$$V = \frac{1}{(S + \bar{S})(T + \bar{T})^3 |\eta|^{12}} \left(|(S + \bar{S})\Omega_S - \Omega|^2 |H|^2 + \frac{(T + \bar{T})^2}{3} |H_T + \frac{3}{2\pi} H \hat{G}_2|^2 |\Omega|^2 - 3 |H|^2 |\Omega|^2 \right), \quad (4.24)$$

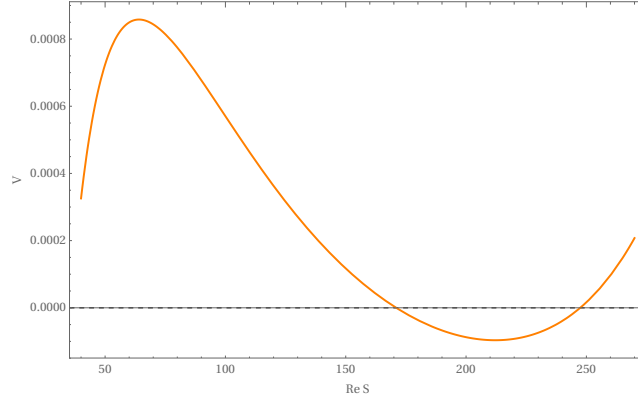
en donde \hat{G}_2 es la función de Eisenstein no holomorfa de peso modular 2 $\hat{G}_2(T, \bar{T}) = G_2(T) - 2\pi/T_R$ (ver [145]). El potencial en ec. (4.24) admite algunos puntos críticos. Para que algún punto S_0 y T_0 sea un extremo de V , las primeras derivadas deben ser nulas $V_T|_{T_0, S_0} = V_S|_{T_0, S_0} = 0$ (y las respectivas con respecto a los conjugados). La solución mas sencilla $G_S = G_T = 0$ conduce a extremos AdS supersimétricos. Otros puntos importantes y candidatos a extremos son los puntos fijos del espacio de modular $T = 1$ y $T = e^{2\pi i/3}$. Las derivadas de V con respecto a S y T son

$$V_S = \frac{1}{(S + \bar{S})^2 (T + \bar{T})^3} \left[(S + \bar{S})^2 \Omega_{SS} \left((S + \bar{S}) \bar{\Omega}_S - \bar{\Omega} \right) |F|^2 + \bar{\Omega} \left((S + \bar{S}) \Omega_S - \Omega \right) \left(\frac{1}{3} |(T + \bar{T}) F_T - 3F|^2 - 2|F|^2 \right) \right], \quad (4.25)$$

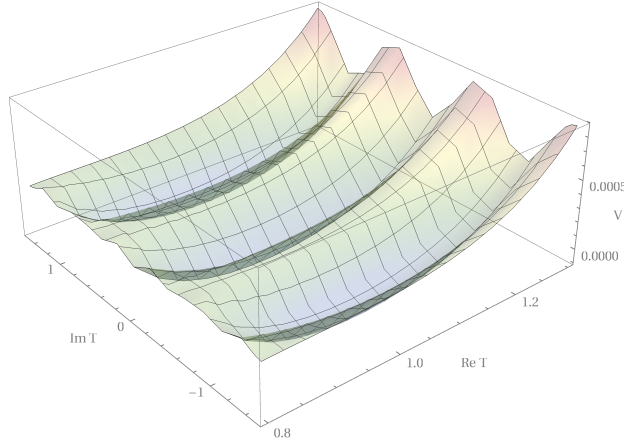
$$V_T = \frac{1}{(S + \bar{S})(T + \bar{T})^4} \left[\bar{F} \left((T + \bar{T}) F_T - 3F \right) \left| (S + \bar{S}) \Omega_S - \Omega \right|^2 + \frac{|\Omega|^2}{3} \left((T + \bar{T}) \bar{F}_T - 3\bar{F} \right) \left((T + \bar{T})^2 F_{TT} - 4(T + \bar{T}) F_T + 6F \right) \right], \quad (4.26)$$

en donde se ha escrito $F(T) = H(T)/\eta(T)^6$ y $V_S = V_S^*$, $V_{\bar{T}} = V_T^*$. Las derivadas V_S y V_T , dadas las características de las funciones modulares y Ω dan algunas pistas sobre donde encontrar puntos críticos, sin embargo, para encontrar las características concretas de los puntos críticos de V es necesario saber la forma de $\Omega(S)$, así como resolver las ecuaciones explícitamente

¹² En inglés llamado *j-invariant* o *absolute invariant*.



(a) Potencial V en dirección de $\text{Re } S$, y en $\text{Re } T = 1$, $\text{Im } T = 0$ y $\text{Im } S = 0$. Para estos valores el potencial tiene un máximo en $\text{Re } S \approx 64.1$ y un mínimo AdS en $\text{Re } S \approx 212.1$.



(b) Mínimos AdS en dirección de $\text{Re } T$ y $\text{Im } T$. Un mínimo se encuentra en $\text{Re } S \approx 212.1$, $\text{Im } S = 0$, $\text{Re } T = 1$, $\text{Im } T = 0$.

Figura 4.1: Potencial V del ejemplo 1 obtenido con los parámetros $A = 2 \times 10^{-4}$, $B = 1 \times 10^{-2}$, $a = 1/100$ y $b = -1/90$ y con $n = 0$, $m = 1$. El potencial presenta vacíos inestables dS y vacíos estables AdS.

y utilizar el criterio de las segundas derivadas o la matriz Hessiana. El método anterior no lleva a resultados analíticos muy certeros, a pesar de conocerse muchas propiedades de las funciones modulares por lo que un análisis numérico fue llevado a cabo utilizando algunos de los resultados subrayados en [145] y utilizando $\Omega(S)$ proveniente de condensados de norminos. El caso más sencillo es simplemente un solo condensado de norminos $\Omega = Ae^{aS}$ [146], sin embargo en esos casos $\text{Im } S$ es una dirección plana, que no es lo que se buscaba. Con la siguiente posibilidad $\Omega = Ae^{aS} + Be^{bS}$ es posible encontrar extremos para todos los campos involucrados $\text{Re } T$, $\text{Im } T$, $\text{Re } S$ e $\text{Im } S$. Para no ser repetitivos, pues los resultados encontrados fueron los mismos que en [145] y posteriormente en [147] solo se señalaran algunos puntos importantes. Los extremos (como fue ya registrado en [145, 147]), pueden conducir a diferentes

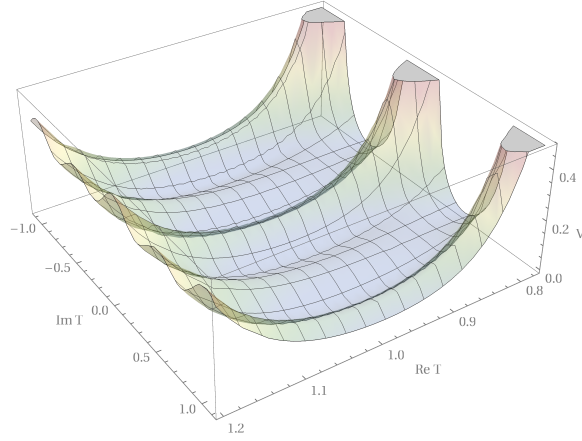
mínimos que dependen de la elección de parámetros en Ω , sin embargo son siempre con $V < 0$ y $V = 0$; estos mínimos pueden ser con SUSY rota o no. Identificar extremos con SUSY no rota es mucho más fácil que con SUSY rota. Extremos con $V > 0$ son fáciles de encontrar, siempre con una dirección taquiónica (o varias, pero ésta persistente) en $\text{Re } S > 0$, por lo que aquí se tienen uno de los posibles contra ejemplos a la primera conjetura del pantano de no dS (posteriormente refinada para permitir extremos dS) no es totalmente correcta. Este máximo se encuentra en T_0 tal que $G_T = 0$ y S_0 tal que $V_S = 0$. Los valores de los parámetros se pueden ajustar para que $|S_R \Omega_S - \Omega|^2 - 3|\Omega|^2 > 0$ y el valor de V en el máximo sea positivo. Las direcciones periódicas $\text{Im } T$ e $\text{Im } S$ también pueden conducir a direcciones taquiónicas y para $\text{Re } T$ siempre es posible encontrar al menos un mínimo en un valor finito. Hemos explorado varias formas de Ω incluyendo más condensados $\Omega = \sum A_i e^{a_i S}$ que permitieran ajustar más parámetros sin encontrar ningún caso de mínimo dS para distintos valores de n y m . En las figuras 4.1 y 4.2 se muestran algunas gráficas de dos de los casos posibles, para diferentes valores de las constantes A , B , a y b en el término proveniente del condensado de norminos Ω y diferentes valores de m y n en $F(T)$. En la figura 4.1 se muestran dos cortes del potencial en 2 tipos de extremos, en la gráfica a) se muestra un corte en la dirección de $\text{Re } S$ en donde el extremo es taquiónico o inestable y con $V > 0$ y en la gráfica b) se muestra un corte 2D en las direcciones $\text{Re } T$ e $\text{Im } T$ en el mínimo AdS. En la figura a) también se puede observar el valor de $\text{Re } S$ en donde se tiene el mínimo AdS, ya que este se encuentra a los mismos valores de las otras variables: $\text{Im } S = 0$, $\text{Re } T = 1$, $\text{Im } T = 0$. El mínimo AdS mostrado es el supersimétrico. Más extremos pueden ser encontrados en este potencial, sin embargo ninguno es un mínimo dS. Las gráficas a) y b) de fig. 4.2 muestran dos cortes 2D de un mínimo AdS con parámetros diferentes y con SUSY rota en la dirección de S ($\langle F_S \rangle \neq 0$). La gráfica a) muestra el potencial en las direcciones $\text{Re } T$ e $\text{Im } T$ y la gráfica b) en las direcciones de $\text{Re } S$ e $\text{Im } S$. Los valores de las constantes Ω se pueden ajustar para obtener un valor en el mínimo más pequeño o más grande, cambiando los valores de los extremos en S , sin embargo en T estos están dados por las propiedades de las formas modulares.

El orden de las masas de los campos dependen de la elección de constantes A y B en Ω principalmente, por lo que se pueden ajustar en un modelo efectivo¹³ si se quiere evitar el problema cosmológico de módulos, sin embargo al no encontrar mínimos se tiene que tener cuidado con la dirección taquiónica y su dinámica.

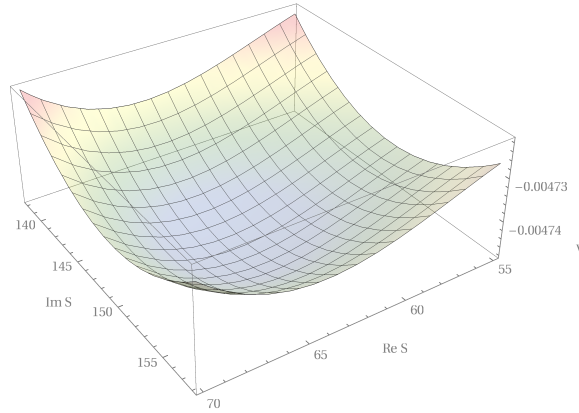
4.2.2. Ejemplo 2

El ejemplo 2, es más cercano a construcciones semi-realistas en orbifolios heteróticos en donde la simetría modular completa es rota a algún subgrupo de congruencia de $SL(2, \mathbb{Z})$ y proviene de los ejemplos analizados en [148]. En la mayoría de las construcciones en orbifolios heteróticos, como ya se ha visto, existe un sector oculto con interacciones de norma no abelianas que eventualmente pueden condensar. En [148], la teoría efectiva invariante modu-

¹³ Estrictamente, en teoría de cuerdas ningún parámetro es libre y debe ser posible calcularlo para un modelo en específico. Dado que los parámetros varían de modelo a modelo se utilizan rangos de valores y en ese sentido se ajusta.



(a) Potencial V en dirección de $\text{Re } T$ e $\text{Im } T$, y en $\text{Re } S \approx 63.94$ e $\text{Im } S \approx 148.81$.



(b) Potencial V en dirección de $\text{Re } S$ e $\text{Im } S$ y en $\text{Re } T \approx 0.97$ e $\text{Im } T \approx 0.24$.

Figura 4.2: Potencial V del ejemplo 1 obtenido en una solución AdS. Los parámetros usados son $A = 2 \times 10^{-4}$, $B = 1 \times 10^{-2}$, $a = -1/100$ y $b = 1/90$ y con $n = 1$, $m = 1$. El potencial presenta el mínimo AdS en $\text{Re } S \approx 63.94$, $\text{Im } S \approx 148.81$, $\text{Re } T \approx 0.97$ e $\text{Im } T \approx 0.24$.

lar completa para el condensado de algunos elementos del sector oculto fue calculada para ejemplos específicos del *mini-landscape* del orbifold \mathbb{Z}_6 -II [148]. El potencial de Kähler K utilizado es a un lazo

$$K = -\ln Y - \sum_i^3 \ln(T_i + \bar{T}_i) - \sum_j^{h^{(2,1)}} \ln(U + \bar{U}), \quad (4.27)$$

en donde

$$Y = (S + \bar{S} - \frac{1}{8\pi^2} \sum_i^{h^{(1,1)}} \delta_{GS}^i \ln(T_i + \bar{T}_i) - \frac{1}{8\pi^2} \sum_j^{h^{(2,1)}} \delta_{GS}^j \ln(U_j + \bar{U}_j)),$$

contiene la corrección a un lazo¹⁴ y el superpotencial W contiene dos tipos de contribuciones, una que proviene de términos tipo Yukawa una vez que los campos de materia obtuvieron vevs W_{Yuk} y una contribución no perturbativa debido a condensados de norminos W_{np} [148]

$$W = W_{Yuk} + W_{np}, \quad (4.28)$$

Tomaremos aquí, para ejemplificar una forma de K y W simplificado de esos modelos, con el propósito de hacer más accesible la búsqueda de mínimos y con la seguridad de que este tipo de teorías efectivas si aparecen en compactificaciones reales en orbifolios heteróticos. En este caso el análisis analítico es más complicado y no se pueden obtener conclusiones fáciles de este, por lo que el análisis será solamente numérico. Las simplificaciones que haremos son $T_1 = T_2 = T_3$, de esta forma el potencial de Kähler es

$$K = -\ln \left(S + \bar{S} - \frac{1}{8\pi^2} \delta_{GS}^T \ln(T + \bar{T}) \right) - 3 \ln(T + \bar{T}) - \ln(U + \bar{U}), \quad (4.29)$$

por lo que se ha tomado que además de 3 módulos de Kähler idénticos T existe un módulo de estructura compleja U y $\delta_{GS}^U = 0$; esto pasa en algunos orbifolios 6D. Las contribuciones al superpotencial provenientes de términos de Yukawa y no perturbativas por condensación de norminos son de la forma

$$W_{Yuk} = A_1(A_2 + A_3 e^{-2\pi T/3}) \quad (4.30)$$

$$W_{np} = -B \left(\frac{M_d}{M_p} \right)^{7/12} e^{-2\pi^2 S/300} \eta(3T)^{-14/9} \left(\eta(2T)\eta(U/2) \right)^{-5/6}, \quad (4.31)$$

en donde M_d es la masa de desacople de los exóticos y la materia oculta tal que $M_d < M_p$ y M_p la masa de Planck. En [148] las constantes A_1, A_2, A_3 del superpotencial están determinadas por el valor de los vevs de los campos que aparecen en los acoplamientos, siendo A_1 un producto que también involucra constantes dependientes del modelo específico. La constante B contiene una constante indeterminada y algunos otros factores provenientes del condensado, que son también dependientes del modelo. Los demás factores en las funciones η fueron obtenidas explícitamente para un modelo específico¹⁵. En este ejemplo, se trató de respetar casi todas las constantes haciendo solo la simplificación $T_1 = T_2 = T_3$.

A pesar de las simplificaciones hechas, este potencial parece no presentar mínimos dS , sin embargo, otra vez es posible encontrar vacíos inestables dS . En la figura 4.3 se muestra un ejemplo de vacío inestable dS , en donde la dirección taquiónica se encuentra dominada

¹⁴ A δ_{GS}^i se les conoce como coeficientes de Green-Schwarz, y aparecen como parte de la cancelación de anomalías, ver [148] para detalles.

¹⁵ El modelo contiene solo un condensado, ver [148].

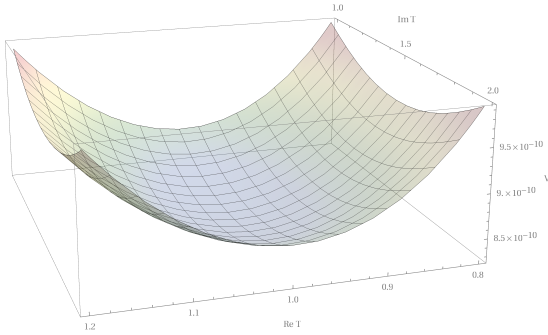
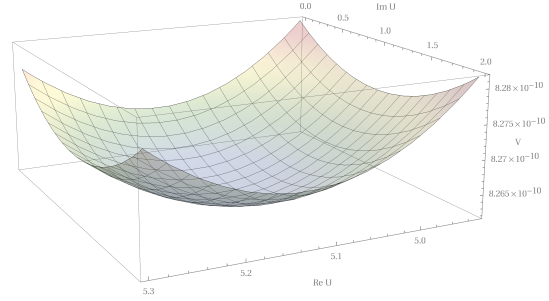
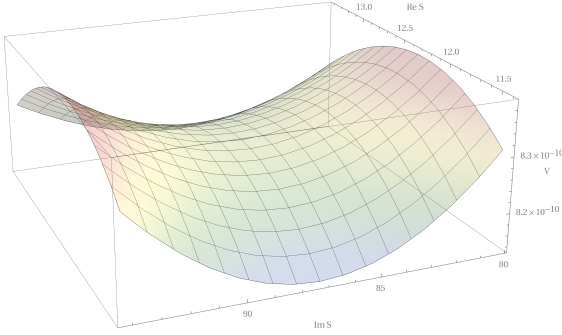
(a) Potencial V en dirección $\text{Re } T$ e $\text{Im } T$.(b) Potencial V en dirección $\text{Re } U$ e $\text{Im } U$.(c) Potencial V en dirección $\text{Re } S$ e $\text{Im } S$.

Figura 4.3: Potencial V de los módulos T , U y S para una solución inestable dS del ejemplo 2. Los valores de los campos en el extremo son $\text{Re } T \approx 0.99$, $\text{Im } T \approx 3/2$, $\text{Re } U \approx 5.13$, $\text{Im } U \approx 1$, $\text{Re } S \approx 124.2$ y $\text{Im } S \approx 87.2$ y $V \approx 8.26 \times 10^{-10}$.

por $\text{Re } S$. Las gráficas a), b) y c) muestran los cortes del potencial en las direcciones real e imaginaria de los tres módulos, en los alrededores del extremo. Los parámetros utilizados en este caso son $\delta_{GS}^T = 44/3$, $M_d = 1/600$, $M_p = 1$, $A_1 = \frac{2^{17/3} \pi^4}{10^2 3^{3/2} \Gamma(1/3)^6}$, $A_2 = 1/100$, $A_3 = 1/200$ y $B = \frac{3}{16e\pi^2}$, valores que no fueron muy alterados del modelo original.

Además del modelo mostrado en esta sección, también se buscó estabilizar en modelos variantes de los de [148], es decir con algunas simplificaciones respetando la estructura e incluso en los modelos completos alterando los valores de las constantes. A pesar de eso, y de que los modelos presentan un número considerable de puntos críticos, no se encontraron mínimos meta-estables o estables. La mayoría de los extremos encontrados, siempre presentan direcciones taquiónicas por lo que se consideran en realidad puntos silla.

4.2.3. La conjetura del pantano de *de Sitter* en orbifolds heteróticos

Algunos de los ejemplos anteriores claramente no satisfacen la primera conjetura de *de Sitter* (contra la cual hubo grandes objeciones), al ser extremos con $V > 0$. Sin embargo, podrían satisfacer la ecuación de la conjetura refinada $\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} \leq \frac{-\epsilon'}{M_{pl}^2}$ (al menos en los

extremos). La conjetura refinada es la que se toma con más seriedad ahora.

Por otro lado, a pesar de que los parámetros en los potenciales, sobre todo en el ejemplo 1, no fueron obtenidos a partir de primeros principios, es importante verificar si para valores no tan ajustados finamente la conjetura refinada se satisface, pues estos no difieren de los que surgen. En el primer ejemplo de sección 4.2.1, en el extremo $\text{Re } S \approx 64.1$, $\text{Re } T = 1$, $\text{Im } T = 0$ y $\text{Im } S = 0$ con $V > 0$ se tiene que

$$\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} \approx -8.97 M_{pl}^{-2},$$

que está de acuerdo con la conjetura para valores de $c' \approx \mathcal{O}(1)$.

En el ejemplo mostrado en sección 4.2.2, en el vacío $\text{Re } T \approx 0.99$, $\text{Im } T \approx 3/2$, $\text{Re } U \approx 5.13$, $\text{Im } U \approx 1$, $\text{Re } S \approx 12.42$, $\text{Im } S \approx 87.2$ con $V > 0$ se tiene

$$\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} \approx -7.92 M_{pl}^{-2},$$

Como parte de [12] también se ha comprobado que los potenciales originales de [148] y otros parecidos a los de 4.2.2 satisfacen la conjetura. Por ejemplo, para los vacíos inestables de [148], en el modelo de un doble condensado de norminos se tiene

$$\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} \approx -9.00 M_{pl}^{-2},$$

y para la configuración B del modelo con un condensado de norminos,

$$\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} \approx -10.55 M_{pl}^{-2};$$

en otro extremo, diferente al mostrado originalmente en [148], de la configuración A del modelo con un condensado de norminos, se tiene que

$$\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} \approx -11.00 M_{pl}^{-2}.$$

En todos los ejemplos anteriores, la conjetura refinada es siempre satisfecha entonces, si el valor de $c' \approx \mathcal{O}(1)$ y con un valor de $-\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} \approx \mathcal{O}(10)$. Es importante mencionar que en los 3 vacíos anteriores SUSY está rota. En el extremo de la configuración A mencionada anteriormente existen 2 direcciones taquiónicas, la primera es una combinación de las partes reales de los campos (dominada principalmente por $\text{Re } T_2$) y la segunda una combinación de las partes imaginarias (dominada por $\text{Im } T_2$)

Si la teoría efectiva esta bien definida (que se sabe es correcta), en orbifolios heteróticos se encuentran algunos de los contra ejemplos a la conjetura del pantano de *de Sitter* original, pues como se vio en secciones anteriores existen ejemplos con extremos con $V > 0$. Sin

embargo, hasta el momento es aún un reto construir solución estables (o meta-estables) con $\Lambda > 0$. Por otra parte, como es de esperarse si la conjetura refinada es correcta¹⁶, la conjetura refinada de *de Sitter* es fácilmente satisfecha por las compactificaciones en orbifolios heteróticos, esto aún sin un ajuste masivo de parámetros.

4.3. Un modelo de *Quintaesencia* fuera del *Pantano*

Las direcciones taquiónicas para los módulos parecen aparecer en muchos en los extremos de los potenciales escalares. Algunas de esas direcciones taquiónicas tienen un potencial que con una dirección en donde el campo huye a infinito mientras el potencial se hace cero lentamente, a estos potenciales se les suele llamar “potenciales de huida” o en inglés *runaway potentials*. Como se vio en la sección anterior, para algunos extremos con $V > 0$ y direcciones taquiónicas esto aún prevalece en las direcciones no periódicas.

En términos de un campo con término cinético canónico, es bien sabido que este puede permanecer congelado durante algún tiempo de la evolución del universo mientras este satisfaga $H \gg m$, en donde H es el parámetro de Hubble y m es la masa del campo. Un rodamiento lento se puede entonces llevar a cabo si se satisface $\frac{V'}{V} \ll 1$. Los modelos de inflación y quintaesencia explotan la condición anterior, que junto con la condición $\frac{V''}{V} \ll 1$ sobre el potencial se conocen como condiciones de rodamiento lento¹⁷. Un campo que varía lentamente sobre su potencial $V(\phi)$ puede conducir a la expansión acelerada del universo. El mecanismo es similar al de inflación en la época temprana del universo, pero la diferencia es que la materia no relativista (bariones y materia oscura) no puede ser ignorada para discutir la dinámica de la energía oscura correctamente. Además, la escala de energía del potencial de quintaesencia debe ser del orden $\rho_{DE} \simeq 10^{-47} GeV^4$, que es mucho más pequeña de lo que debe ser la escala del potencial del inflatón. De esta forma, los modelos de quintaesencia están basados en la evolución de un campo escalar apropiado que cumple con las características necesarias para describir a la energía oscura y así explicar la expansión acelerada del universo. Este campo escalar, usualmente canónico empieza a dominar tardíamente la densidad de energía del universo produciendo la aceleración en la expansión actual. Hasta antes de la aparición de la conjetura del pantano de no dS, la explicación preferida en teoría de cuerdas de la expansión acelerada del universo era que la geometría del espacio tiempo es dS, con una energía de vacío muy pequeña y cuyo ajuste fino se podría explicar eventualmente de alguna manera algún desconocida¹⁸. La aparición sin embargo, de dicha conjetura motivo el estudio de modelos de quintaesencia provenientes de alguna compactificación de teoría de cuerdas.

Existen varios tipos de modelos de quintaesencia dependiendo de la dinámica que tiene o tuvo el campo durante el transcurrir del tiempo. Los potenciales de quintaesencia han sido clasificados en modelos de “descongelamiento” y “congelamiento” dependiendo de la forma en

¹⁶ Recordar que son solo conjeturas y que deben tomarse con cautela hasta que no se tenga una prueba clara.

¹⁷ En inglés *slow roll*.

¹⁸ Explicación aún preferida por muchos.

la que w evolución en tiempos tardíos. Algunos modelos son llamados de “congelamiento”¹⁹ y en estos modelos la evolución de w va de $w > -1$ hasta el valor $w \approx -1$ que tiene hoy en día (para detalles, ver por ejemplo las revisiones en quintaesencia [149] y energía oscura en general [92]). Otros modelos son del tipo de “descongelamiento”²⁰; en este tipo de modelos el campo se encuentra casi congelado por la fricción de Hubble temprano en la época de dominio de materia y por lo tanto $w \approx -1$, algún tiempo después el campo se descongela y w empieza su evolución en alguna época cosmológica tardía siendo hoy $w > -1$. Los principios que rigen a un modelo de “descongelamiento” se pueden cumplir alrededor de un máximo dS en algunos potenciales de cuerdas obteniéndose un modelo de quintaesencia compatible con el universo actual. Para esto, al igual que en todos los modelos de quintaesencia es necesario un ajuste fino de los parámetros para la obtención de la escala adecuada. En esta sección se presentará como lo anterior es posible en un modelo específico en donde solo se tiene un módulo²¹.

Como se ha mencionado en el párrafo anterior, en cuerdas, un módulo proveniente de una compactificación puede explicar la expansión acelerada actual bajo ciertas condiciones, algunos ejemplos se pueden encontrar en [150, 151, 152]. En particular aquí se estudian las consecuencias de una dirección máxima dS de un potencial sencillo que podría venir de teoría de cuerdas, que podría ser una alternativa a un vacío meta-estable dS en teoría de cuerdas pues es consistente con las observaciones actuales de energía oscura y además satisface la conjetura refinada del pantano de *de Sitter*. El escenario es el siguiente: la mayoría de los módulos fueron estabilizados en un mínimo supersimétrico Minkowski, de tal forma que cualquier dirección plana es protegida por algunos teoremas de no renormalización [153, 154]. Supongamos, por simplicidad que una dirección plana Φ permanece pero esta obtiene un potencial por un efecto no perturbativo, esta dirección obtiene entonces un potencial con un máximo y una forma de potencial “que huye” o “runaway” para una de las componentes escalares y permanece plano en la otra dirección. Dependiendo del módulo que se trate esta forma de potencial podría conducir a la descompactificación o desacoplamiento de la teoría, sin embargo este no es el caso²². La dirección plana Φ es axiónica, por lo que los grados de libertad son la parte real de Φ el saxión, la parte imaginaria de Φ el axión además de su compañero supersimétrico el axino. La dirección que experimenta un potencial por la contribución a primer orden de un efecto no perturbativo es usualmente la parte real de Φ .

En este ejemplo, el rodamiento del campo en la parte final del potencial, es decir la parte tendiendo a cero no puede tenerse expansión acelerada. Esto es contrastante con la mayoría de los modelos de quintaesencia en donde “la cola” exponencial es donde se lleva a cabo el rodamiento lento; en este caso, si el valor inicial del campo es muy cercano al máximo dS la llamada “fricción de Hubble” congela el campo y lo detiene por mucha de la historia cosmo-

¹⁹ En inglés *freezing models*.

²⁰ En inglés *thawing models*.

²¹ Este escenario podría caber en modelos en donde se tiene un módulo que no interactúa de ninguna manera con la materia visible, como en algunos escenarios en donde existen módulos que describen alguna geometría local distante del sector visible en las dimensiones extras.

²² Para que el módulo sea un candidato satisfactorio debería estar totalmente desacoplado del sector visible o al menos satisfacer las constricciones que se tienen.

lógica del universo, de tal forma que este simula una constante cosmológica ($w = -1$) que pasa a dominar el universo y tiempo después el módulo comienza a rodar ($w(t) > -1$) (puede ser en el pasado o el futuro) en su potencial tal como algunos modelos de quintaesencia. Los parámetros tienen que ser ajustados para coincidir con los valores observados hoy, además de que el modelo requiere de la condición inicial especial antes mencionada.

4.3.1. El potencial de un módulo de cuerdas

De manera general, en teoría de cuerdas el potencial de un módulo a nivel árbol es

$$K = -n \ln(\Phi + \bar{\Phi}) \quad (4.32)$$

en donde n en general depende del módulo que se tenga. Si $n = 3$ en general K puede referirse al módulo de Volumen²³ y si $n = 1$ podría ser el dilatón o un módulo de estructura compleja, aunque esto puede pasar para otros módulos dependiendo la compactificación. El módulo complejo Φ puede escribirse como $\Phi = \phi + i\theta$, en donde ϕ es el saxión y θ el axión y puede permanecer como una dirección plana, al menos que efectos no perturbativos provean un superpotencial W . Considerando la contribución dominante debido a un efecto no perturbativo que es exponencialmente suprimida

$$W_{np} = Ae^{-a\Phi}, \quad (4.33)$$

el término F del potencial, tomando $n = 1$ es:

$$V = \frac{A^2}{2} e^{-2a\phi} \phi^{-1} \left(1 + 4a^2 \phi^2 + (-3 + 4a\phi) \right). \quad (4.34)$$

El potencial anterior no involucra al campo axiónico θ , por lo que θ al no tener un potencial asociado sigue siendo una dirección plana a este orden. Las correcciones a este potencial provenientes de correcciones perturbativas a el potencial de Kähler K y correcciones no-perturbativas subdominantes al Superpotencial W son pequeñas, por lo que alrededor del máximo se puede creer ec. (4.34). El potencial en ec. (4.34) tiene un máximo dS en $\phi_{max} = \frac{1}{\sqrt{2}a}$ y un punto de inflexión para un valor mayor a ϕ_{max} , ambos con $V > 0$. El potencial tiende a cero por arriba conforme $\phi \rightarrow \infty$ y para $\phi \rightarrow 0$ $V \rightarrow -\infty$, la forma de V para un valor de los parámetros A y a se encuentra en fig. 4.4.

Como se vio en secciones anteriores, potenciales que lucen como 4.4 aparecen para algunas direcciones de los campos en teoría de cuerdas, sin embargo puede ser discutible²⁴ (necesita ser comprobado) si estos pueden someterse al ajuste fino de este y si pueden sostener un escenario de quintaesencia alrededor del máximo como el explicado anteriormente.

²³ En compactificaciones en Calabi-Yau \mathcal{V} , en orbifolios esto puede pasar si los módulos de Kähler son iguales.

²⁴ En los escenarios descritos en 4.2.1 y 4.2.2 sería necesario justificar la no interacción con la materia visible de los módulos disponibles para evadir las constricciones a quintas fuerzas y variación de las constantes.

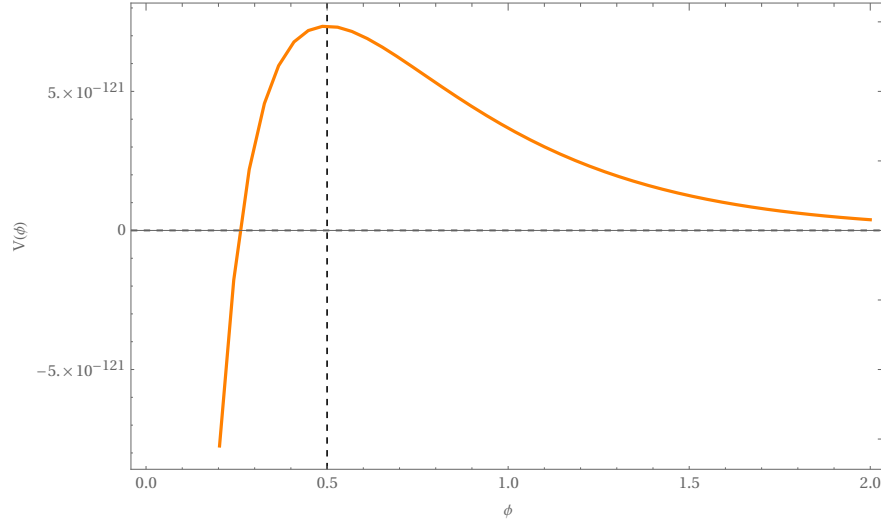


Figura 4.4: Forma del potencial de (4.34) para un módulo con $a = \sqrt{2}$ y $A = e^{-1105/8}$. En $\phi_{max} = 0.5$ el potencial tiene un máximo.

4.3.2. Quintaescencia a partir del potencial de un módulo

De manera general, la densidad lagrangiana de los campos modulares sin normalizar canónicamente, incluyendo a la gravedad es:

$$\mathcal{L} = \int d^4X \sqrt{-g} \left(\frac{m_{pl}^2}{2} R + g_{ab} \partial_\mu \phi^a \partial^\mu \bar{\phi}^b + V(\phi^a) \right) \quad (4.35)$$

en donde los campos modulares son denotados por ϕ^a y g_{ab} es la métrica de Kähler, no necesariamente diagonal para potenciales de Kähler no canónicos. Los campos ϕ^a son en general complejos. A $m_{pl}^2 = \frac{1}{8\pi G}$ se le conoce como masa reducida de Planck y de aquí en adelante se tomará como 1. El potencial $V(\phi^a)$ puede tener las contribuciones de los términos F y D .

Las propiedades de la energía oscura están caracterizadas por su ecuación de estado, que para un campo escalar ϕ tiene la forma

$$w = \frac{p}{\rho}, \quad (4.36)$$

en donde ρ es la densidad de energía del campo escalar y p su presión. La energía oscura debe tener una presión negativa con $w < -1/3$. Como ya se ha mencionado, una constante cosmológica tiene una ecuación de estado con $w = -1$ constante y es por tanto la solución más sencilla al problema de la energía oscura. La densidad de energía ρ y la presión correspondientes a campos escalares no canónicamente normalizados y reales de ec. (4.35)

son

$$\rho = \frac{1}{2}g_{ij}\dot{\phi}^i\dot{\phi}^j + V, \quad (4.37)$$

$$p = \frac{1}{2}g_{ij}\dot{\phi}^i\dot{\phi}^j - V, \quad (4.38)$$

en donde los campos ϕ^i son reales y g_{ij} corresponde a la métrica de estos. Al normalizar canónicamente los campos el factor de la métrica desaparece, pero para normalizar canónicamente a los campos es necesario hacer una re-definición de campos no siempre es soluble. En el caso de un solo módulo con K como en ec. (4.32), esta ecuación si es soluble y se puede hacer la re-definición de manera sencilla.

Además de las ecuaciones anteriores que caracterizan la ecuación de estado para el fluido representado por el campo escalar, para estudiar las consecuencias del modelo y la evolución de sus propiedades esenciales, es necesario resolver las ecuaciones que gobiernan su evolución en el universo. Estas ecuaciones, generalmente acopladas, surgen como es usual de la variación de la densidad Lagrangiana de la ec. (4.35). Las ecuaciones de movimiento para campos no canónicamente normalizados son:

$$\ddot{\phi}^i + 3H\dot{\phi}^i + \Gamma_{jk}^i\dot{\phi}^j\dot{\phi}^k + g^{ij}\frac{\partial V}{\partial \phi^j} = 0, \quad (4.39)$$

en donde Γ_{jk}^i son los símbolos de la conexión de Christoffel asociados a la métrica $g_{ij} = K_{,ij}$ de los campos escalares. La ecuación de Friedmann y la ecuación de continuidad son

$$3H^2 = \frac{\rho}{3}, \quad (4.40)$$

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + p), \quad (4.41)$$

respectivamente en donde ρ es la densidad de energía total del universo. La ecuación para ρ es la ecuación de conservación del tensor de energía momento $T^{\mu\nu}$ y debe satisfacerse para cada fluido que compone el universo. De esta forma, la ecuación para ρ se puede integrar para cada tipo de fluido y obtener una ecuación de la forma $\rho = f(a(t))$ en donde $a(t)$ es el factor de escala. Para el caso de radiación, con $w = 1/3$ $\rho_M = \rho_{M_0}a(t)^{-4}$ y para materia, con $w = 0$ entonces $\rho_r = \rho_{r_0}a(t)^{-3}$, en donde ρ_{M_0} y ρ_{r_0} son los valores hoy. Si se tiene un campo escalar + materia + radiación la densidad de energía total es

$$\rho_T = \frac{\dot{\phi}^2}{2\phi} + V + 3H_0^2\Omega_M a(t)^{-3} + 3H_0^2\Omega_r a(t)^{-4}, \quad (4.42)$$

en donde H_0 es la constante de Hubble hoy, Ω_M el parámetro de densidad de materia y Ω_r el parámetro de densidad de radiación hoy. El factor de escala hoy es tomado como $a(t_0) = 1$.

El módulo con potencial ec.(4.34) puede ser la fuente de la expansión acelerada en la época tardía. En este es posible un escenario de *rodamiento lento* cerca del máximo en donde

$\dot{\phi} \ll V$ en términos del campo canónicamente normalizado, que en este caso es $\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}\phi$. La condición en términos del saxión ϕ es entonces

$$\frac{1}{4} \frac{\dot{\phi}^2}{\phi^2} \ll V. \quad (4.43)$$

Dado que el potencial no depende de θ , la solución $\dot{\theta} = 0$ es factible y entonces la condición anterior puede ser escrita en términos del potencial y H como

$$\phi^2 \frac{V'^2}{V} \ll H^2, \quad (4.44)$$

el parámetro anterior es similar al parámetro usual de *rodamiento lento* ϵ , que para campos no canónicamente normalizados es $\epsilon = \frac{1}{2g_{\phi\phi}} \left(\frac{V'}{V}\right)^2$. Alrededor de ϕ_{max} se cumple la condición anterior de *rodamiento lento*, pero más aún, el valor de ec. (4.44) es tan pequeño que la fricción de Hubble congela el campo por gran parte de la historia cosmológica del universo. Conforme el parámetro de Hubble H decrece y $H^2 \lesssim \phi^2 \frac{V'^2}{V}$ el campo comienza a rodar como un campo dinámico usual de quintaesencia, similar a los modelos de descongelamiento²⁵. Como en la mayoría de los modelos de quintaesencia, se podría dar el caso que el potencial pueda sostener *rodamiento lento* en la "cola" o hacia la parte final del potencial, sin embargo para ϕ grande el parámetro ϵ necesita ser $\epsilon = \phi^2 \frac{V'^2}{V^2} \lesssim \mathcal{O}(1)$ (como es usual) y para este potencial no se satisface. Por lo tanto en la "cola", si V dominara la densidad de energía del universo, no se podría tener quintaesencia. Sería interesante investigar si esta característica prevalece en todos los potenciales provenientes de cuerdas o si esto solo sucede en este ejemplo específico.

En general, numéricamente es más fácil trabajar con las ecuaciones que surgen del cambio de variable $N = \ln a$ (como el número de *e-folds*), de esta forma $H = \frac{dN}{dt}$. La definición de ρ para un campo no canónicamente normalizado ϕ es ahora,

$$\rho = \frac{1}{2} H^2 \left(\frac{d\phi}{dN} \right)^2 + V \quad (4.45)$$

y similarmente la de p . Estas se pueden generalizar fácilmente para varios campos. Si hacemos este cambio las ecuaciones que nos ayudan a determinar la evolución cosmológica del modelo quedan como

$$\frac{d^2 \phi^i}{dN^2} + \Gamma_{jk}^i \frac{d\phi^j}{dN} \frac{d\phi^k}{dN} + \left(3 + \frac{1}{H} \frac{dH}{dN} \right) \frac{d\phi^i}{dN} + \frac{g^{ij}}{H} \frac{\partial V}{\partial \phi_j} = 0, \quad (4.46)$$

$$\frac{dH}{dN} = -\frac{1}{2H} (\rho + p), \quad (4.47)$$

en donde ρ y p son como las describimos arriba, pero escritas en la variable N . En este caso existe una ecuación para el saxión ϕ y otra para el axión θ , si se introduce la ecuación (4.47)

²⁵ Existen también modelos llamados *Hilltop Quintessence* en donde el campo rueda cercano a un máximo local, ver por ejemplo [155].

en las ecuaciones (4.46), se tienen entonces que resolver las ecuaciones de segundo orden para ϕ y θ . En este caso se han resuelto numéricamente con las condiciones iniciales en θ : $\theta_{init} = 0$ y $\dot{\theta} = 0$. Para ϕ se ha usado la condición inicial $\dot{\phi} = 0$ y se han explorado varias condiciones $\phi = \phi_{init}$ además de $\phi_{init} \sim \phi_{max}$ para explorar las consecuencias cosmológicas de esto. La evolución del saxión se obtiene desde $N = -15$ a $N = 0$, época que abarca desde alguna época entre BBN²⁶ y la igualdad radiación materia hasta hoy.

En la figuras 4.5 se muestra la evolución de ϕ y w con respecto a N usando los valores de los parámetros $a = \sqrt{2}$ y $A = e^{-138.122}$, en donde A se ha ajustado para satisfacer las observaciones actuales de la escala de energía oscura y con distintos valores iniciales. En la figura 4.6 se muestra la evolución de la densidad de energía ρ y el parámetro de Hubble H , usando los mismos valores de los parámetros a y A para las mismas condiciones iniciales señaladas ahí. Los valores del parámetro de densidad tomados son $\Omega_M = 0.31$ y para radiación $\Omega_r = 10^{-4}$, además de que se ha utilizado el valor del parámetro de Hubble hoy como $H_0 = 5.95 \times 10^{-61}$. En fig. 4.5a se puede observar claramente como para el valor inicial ϕ_{max} el saxión se queda congelado en ese valor y el modelo sería indistinguible de una constante cosmológica (ver 4.5b). En ese caso los valores de hoy de las observables cosmológicas son $\rho_\phi = 7.35 \times 10^{-121} M_{pl}^4$ y $H = 1.45 \times 10^{-33} eV$. Sin embargo, si el valor inicial es cercano pero no ϕ_{max} el campo queda congelado por la mayor parte de la historia cosmológica del universo comenzando su evolución en alguna época cerca hoy o incluso después. En fig. 4.5 se muestra por ejemplo la evolución del campo ϕ y w para un valor $\phi_{init} = 0.53$ y $\dot{\phi}_{init} = .048$. Los valores de las observables cosmológicas difieren en ambos casos pero pueden ser consistentes con las observaciones actuales. Para $\phi_{init} = 0.53$ el valor de la densidad de energía del campo hoy es $\rho = 6.75 \times 10^{-121} M_{pl}^4$ y el parámetro de Hubble es $H = 1.42 \times 10^{-33}$; en este caso $w = -0.93$. Si el valor se encuentra más cercano a ϕ_{max} la evolución es más consistente con las observaciones actuales. Más correcciones al superpotencial podrían levantar un poco el valor de w hoy. Si se agrega $W_{sub} = B e^{-b\phi}$ con B menor a A , la trayectoria del campo para diferentes condiciones iniciales cambian muy levemente apenas para tiempos muy cercanos a hoy. Es importante que el campo no se desestabiliza en ϕ_{max} . Por ejemplo si $B = A/20$ y $\beta = 2\alpha$ y $\phi_{init} = 0.53$ el valor de la ecuación de estado hoy cambia a $w = 0.99$. En ese caso el axión también contribuye a la densidad de energía oscura.

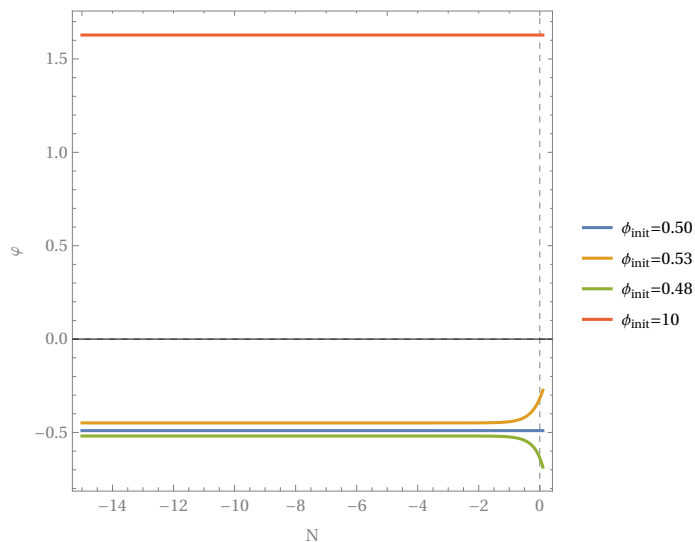
El comportamiento a tiempos tardíos del sistema también es interesante. Independientemente de las condiciones iniciales, para $N \gg 1$ la ecuación de estado tiende 0, y la evolución del campo tiene un comportamiento logarítmico de la siguiente manera

$$\phi(N) \rightarrow \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{12A^2 a}{H_0^2 \Omega_M} \right) + \frac{3}{2a} (N + \ln(N)). \quad (4.48)$$

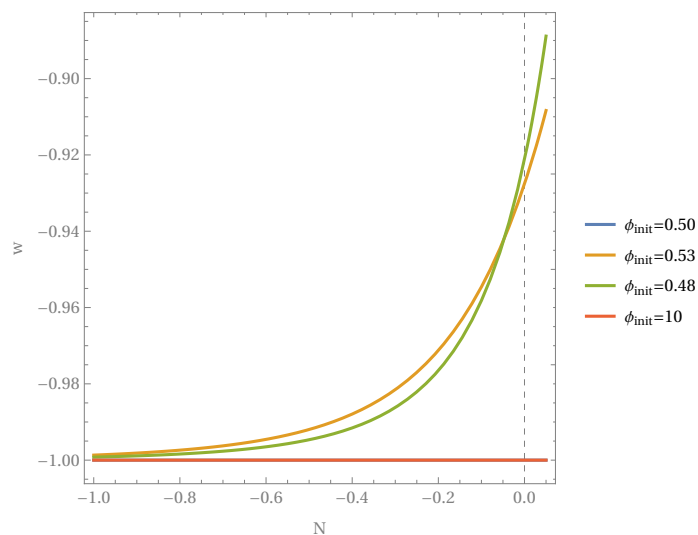
$$w \rightarrow 0. \quad (4.49)$$

Es importante recalcar que este escenario requiere de condiciones iniciales finamente ajustadas, que deben poner al saxión muy cerca del máximo para tener $w \sim -1$ como las observaciones actuales dictan, además de la pequeña escala de energía requerida. Otros modelos de

²⁶ Nucleosíntesis.



(a) Evolución del campo canónicamente normalizado φ , para distintas condiciones iniciales ϕ_{init} . Con distintos colores se muestran las diferentes evoluciones de acuerdo a la condición inicial mostrada a la derecha.



(b) Evolución de la ecuación de estado w para distintas condiciones iniciales de $N = -1$ a $N = 0$ hoy. Con distintos colores se muestran las diferentes evoluciones de acuerdo a la condición inicial mostrada a la derecha.

Figura 4.5: Evolución de φ y w con respecto a N y de acuerdo a las soluciones numéricas de las ecuaciones (4.46). La gráfica de la evolución de w es mostrada a partir de $N = -1$ valor aproximado en donde el comportamiento empieza a diferir de -1 .

quintaesencia (la mayoría) sufren también de este último problema, e incluso la constante cosmológica lo tiene. El modelo no obstante, está basado en un paisaje de vacíos supersimétricos Minkowski muy bien controlados. Con respecto a las masas de los campos, el valor de la masa del saxión es siempre (en valor absoluto) mayor a la del axión y $m_\theta < m < H_0$. Como se ha discutido antes, en cuerdas es común encontrar a los axiones como los campos ligeros e incluso ultraligeros. El escenario es distinto a una constante cosmológica aún si el saxión está aún congelado en el máximo, pues el campo viene acompañado de sus compañeros supersimétricos el axión y el axino. Encontrar las características en las observaciones actuales que lo hacen distinguible sería un reto. Además, resta estudiar algunos puntos que son altamente dependientes de los detalles de la compactificación como la densidad de reliquia del axino como componente a la radiación oscura.

La obtención de una compactificación con un mínimo meta-estable bajo control paramétrico en teoría de cuerdas ha probado ser lo suficientemente difícil, tanto que se ha llegado a creer que es imposible. La imposibilidad de esto debería estar fundamentado en alguna propiedad u obstrucción de la teoría. Esto, no impide que alguna compactificación de cuerdas pueda dar alguna explicación al universo actual, como la presentada aquí. Sin embargo estudios más detallados con modelos semi-realistas son necesarios y se espera que podamos realizar alguno en un futuro. A pesar de que la conjetura de dS y su versión refinada son solo una conjeturas, es importante estudiar escenarios alternos para explicar tanto la energía oscura como la etapa de crecimiento temprana del universo (inflación) en modelos con una completitud UV probada.

4.3.2.1. La conjetura refinada del pantano de *de Sitter*

Para finalizar esta sección solo algunos comentarios sobre la conjetura refinada del pantano de *de Sitter* en el modelo. Primero, el modelo es consistente con esta, pues por ejemplo en el máximo se tiene

$$\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} = -2(2 + \sqrt{2})M_{pl}^2, \quad (4.50)$$

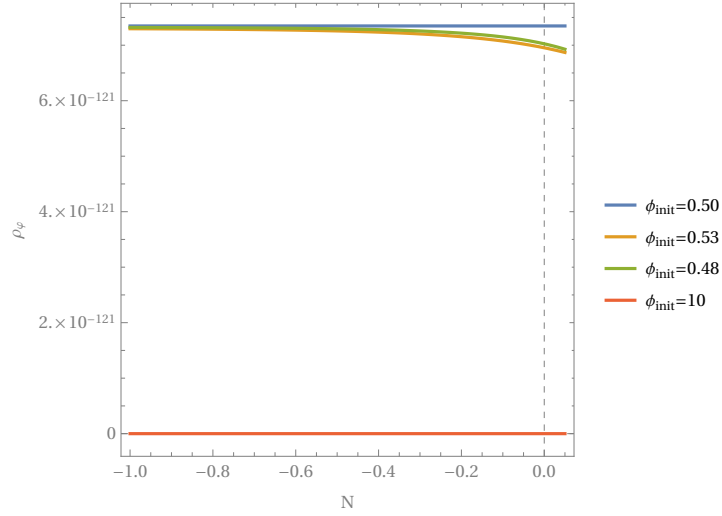
para un valor de $\phi = 0.48$ la constricción también se satisface pues,

$$\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} = -7.3M_{pl}^2. \quad (4.51)$$

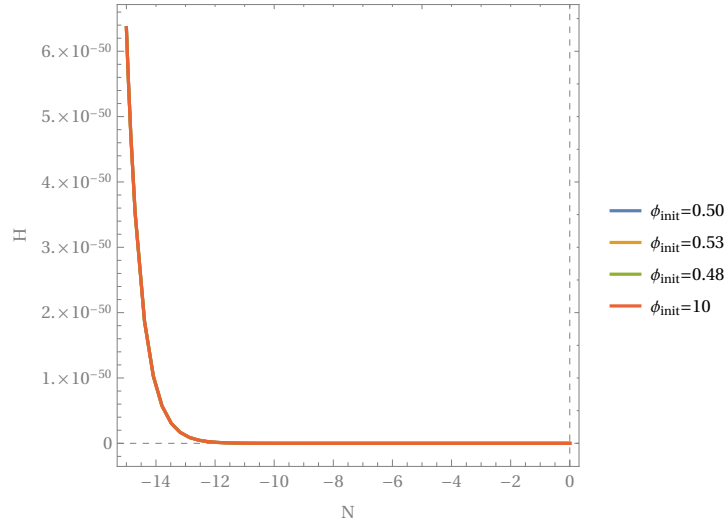
Para el valor inicial tomado de $\phi_i = 0.53$

$$\frac{\text{Min Eigen } (\nabla^i \nabla_j V)}{V} = -6.2M_{pl}^2, \quad (4.52)$$

por lo que se podría especular que el potencial al menos va a satisfacer la conjetura refinada alrededor de el máximo en donde se lleva a cabo el rodamiento y tal vez en todo el potencial.



(a) Evolución de la densidad de energía ρ_ϕ , para distintas condiciones iniciales ϕ_{init} desde $N = -1$. Con distintos colores se muestran las diferentes evoluciones de acuerdo a la condición inicial mostrada a la derecha.



(b) Evolución del parámetro de Hubble H para distintas condiciones iniciales de $N = -15$ a $N = 0$ hoy. Con distintos colores se muestran las diferentes evoluciones de acuerdo a la condición inicial mostrada a la derecha.

Figura 4.6: Evolución de ρ y H con respecto a N y de acuerdo a las soluciones numéricas de las ecuaciones (4.46). El comportamiento de H es prácticamente el mismo durante gran parte de la evolución del universo para las diferentes condiciones iniciales.

Capítulo 5

Conclusiones

La teoría de cuerdas es, sin lugar a dudas, una teoría prometedora en donde todavía hay mucho que decir. Independientemente de si ésta llegará a ser la teoría que dé respuestas a las preguntas más desafiantes de la física teórica actual, la teoría de cuerdas y su extenso paisaje es un lugar apropiado para buscar tales respuestas. En esta tesis, avanzamos en dos direcciones en particular. Estas dos direcciones buscan de una u otra manera acercar a la teoría a los problemas actuales de la física de partículas y la cosmología, fundamentando algunos de los ingredientes requeridos para la solución de problemas en estas ramas.

Con el objetivo de encontrar algún principio de selección que fundamente la selección de las simetrías discretas de sabor que podrían gobernar las diferencias y mezclas entre las tres generaciones de partículas del modelo estándar, se han clasificado todas las posibles simetrías de sabor que surgen al compactificar la teoría heterótica en orbifolds toroidales abelianos 6D. Las simetrías obtenidas comprenden grupos discretos no abelianos, resultado del producto de grupos como $\Delta(54)$, D_4 , S_4 y S_7 con factores cíclicos \mathbb{Z}_n , y grupos abelianos, productos solamente entre varios grupos cíclicos \mathbb{Z}_n . Se ha encontrado que en total 64 de 138 geometrías posibles (que incluyen muchas roto-traslaciones) conducen a una simetría de sabor no abeliana. Estas simetrías han sido primero obtenidas sin tomar en cuenta las líneas de Wilson que la mayoría de las compactificaciones necesitan para romper el grupo $E_8 \times E_8$ al grupo del modelo estándar. El siguiente paso fue realizar una búsqueda aleatoria de modelos parecidos al MSSM, que hemos llamado prometedores o fenomenológicamente viables, y estudiar las simetrías en estos. La búsqueda se realizó solo para las geometrías que conducen a una simetría no abeliana pues se sabe que son más favorecidas y preferidas en física de partículas por los resultados a los que estas conducen. La búsqueda realizada fue entonces realizada solo en estas geometrías y resultó ser la búsqueda más amplia de modelos prometedores en teoría de cuerdas. Se encontraron un total de aproximadamente 121,000 compactificaciones en orbifolds toroidales con propiedades fenomenológicamente atractivas. Notamos que, en general, es difícil que las geometrías con roto-traslaciones conduzcan a simetrías de sabor no abelianas o a modelos con las cualidades de la física de partículas conocida, debido a la limitada aparición de puntos fijos y a las restricciones sobre las líneas de Wilson que sus complicadas geometrías imponen.

Por otro lado, a pesar de que las líneas de Wilson rompen en su mayoría los grupos de sabor originales a un subgrupo que podría ya no ser no abeliano, se ha encontrado que en la mayoría de los orbifolios del tipo MSSM prevalecen modelos con una simetría no abeliana. En total se han encontrado 92,915 modelos con simetría de sabor no abeliana, 91,449 de los cuales tienen una simetría producto de factores D_4 y solo 1,466 tienen una simetría que involucra un producto de factores $\Delta(54)$. Los restantes exhiben una simetría puramente abeliana $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ originalmente obtenida de las reglas de selección. La no inclusión en la búsqueda inicial de las geometrías con simetría de sabor abeliana con líneas de Wilson nulas ha dejado de lado muchos modelos tipo MSSM prometedores. La inclusión de esas 71 geometrías tal vez haga considerablemente mayor el número de modelos que conduzcan al espectro del MSSM y simultáneamente a simetrías de sabor abelianas a partir orbifolios heteróticos. Además, la no aparición de algunas simetrías como S_4 (grupo usualmente usado en física del sabor) tal vez hará necesaria una búsqueda más amplia, incluyendo orbifolios no abelianos. Muy recientemente, se ha encontrado una conexión entre las simetrías de sabor identificadas y las simetrías modulares de la teoría de cuerdas [104], las cuales han presentado un creciente interés en la fenomenología de partículas porque podrían explicar la estructura de mezclas en el sector de neutrinos del modelo estándar [156]. Se tratará de avanzar en esas direcciones en un futuro.

Se han también estudiado algunas características de un modelo con una simetría de norma extra $U(1)'$, obtenido a partir del orbifolio Z_8 -II con la geometría $(2, 1)$ de [8]. El modelo es obtenido de la clasificación de simetrías de sabor realizada, considerando que la mayoría de las $U(1)$ presentes se rompen espontáneamente a escalas más altas salvo una que funge como $U(1)'$. Se trata entonces de un modelo con configuración de vacío de ME + exóticos cargados bajo $G_{eff} = SU(3) \times SU(2) \times U(1)_y \times U(1)'$. Este modelo presenta unificación a aproximadamente 10^{12} GeV y SUSY rota cercana a esa escala. Mediante el estudio de las ecuaciones del grupo de renormalización a un lazo del modelo, encontramos que este modelo presenta los ingredientes necesarios para estabilizar el vacío Higgs y esperamos que pase lo mismo en la mayoría de los modelos con SUSY rota a una escala intermedia. Estudiar si esto es generalizado a todos los modelos fenomenológicamente viables y los detalles teóricos es trabajo a futuro. En esa parte, solo se busca hacer énfasis en el potencial fenomenológico que tienen este tipo de construcciones para resolver algunos de los problemas usuales de la física de partículas o del modelo estándar en particular. En ese modelo también se han calculado de manera superficial las escalas de masas de los leptones del modelo estándar, encontrando que se requiere de un ajuste fino importante para tener las jerarquías correctas de masas y de escalas. Creemos que un análisis apropiado del rompimiento de la simetría de sabor y del rompimiento de SUSY puede conducir a mejores resultados, estudio que también podría ser llevado a cabo en un futuro en un modelo en concreto. Es importante mencionar que obtener resultados generales en este tipo de estudios es difícil, dado que cada compactificación es y tiene características diferentes; sin embargo, se ha probado posible encontrar patrones y características conjuntas en los modelos, por lo que esta sería una meta a futuro hacia la búsqueda de alguna orientación fenomenológica dentro del vasto paisaje de cuerdas.

Como última parte de esta tesis, se ha mostrado cómo el problema de la estabilización de módulos en teoría de cuerdas es un problema latente en compactificaciones en orbifolios de la teoría heterótica que no ha dejado de estar presente desde el descubrimiento de estos y la teoría heterótica como una de las posibles teorías de supercuerdas consistentes. Para eso, mostramos primero el estado actual de la teoría efectiva 4D en orbifolios heteróticos; principalmente, el potencial de Kähler que es calculable en cierta aproximación y la simetría modular que permite restringir el superpotencial de una manera muy precisa. Buscamos en esta parte, enfatizar el cómo con los ingredientes que se conocen hasta el momento es un reto la estabilización de los módulos en una solución *de Sitter* (dS), pensamos que la ausencia hasta el momento no justifica su inexistencia, como la conjetura del pantano de dS sugiere. Sin embargo, esto requiere un análisis profundo que contradiga o apoye tales conjeturas. Para avanzar en esa dirección, particularmente en la teoría heterótica, se requiere tal vez de análisis al estilo [78] hechos utilizando la teoría conforme en la hoja de mundo o de [77] analizando todos los elementos permitidos en la teoría desde el punto de vista 10D y realizando la correspondiente reducción dimensional. Lo anterior permitiría extender los teoremas no-go a todos los casos posibles o encontrar posibles maneras de evadirlos. Para finalizar, se muestra entonces cómo una dirección taquiónica en un potencial sencillo puede jugar el papel de quintaesencia y ser consistente con las observaciones actuales. Encontramos que, si un vacío meta-estable dS y quintaesencia es imposible, un vacío inestable dS en un potencial de un módulo de cuerdas puede ser consistente con la edad del universo y explicar la energía oscura observada con $w \approx -1$. El análisis detallado en un escenario menos simplificado, como el de los modelos clasificados, es necesario para comprobar algunas de las aseveraciones hechas aquí; sin embargo, creemos que los resultados en ese capítulo son un buen principio.

Apéndice A

Grupos finitos

En este apéndice, se revisarán brevemente algunos conceptos de teoría de grupos que son útiles y además son utilizados en los capítulos 3 y 4 principalmente, para la obtención de algunos resultados de esta tesis. En particular, se pretende presentar la definición y características de algunos de los grupos finitos útiles en la descripción de simetrías discretas y que aparecen en este trabajo como factores del grupo total de simetría. Para una revisión completa de grupos discretos no abelianos se recomienda [157], donde se pueden encontrar los aspectos teóricos completos de los grupos aquí descritos, tales como representaciones y productos o descomposiciones.

A.1. Conceptos básicos

Definición A.1.1 (Grupo) *Un grupo G es un conjunto, equipado con un producto, que satisface las siguientes propiedades:*

1. *Cerradura:* $g_1, g_2 \in G$ entonces $g_3 = g_1 g_2 \in G$.
2. *Asociatividad:* $(g_1 g_2) g_3 = g_1 (g_2 g_3) \forall g_1, g_2, g_3 \in G$.
3. *Elemento identidad e :* $g_1 e = e g_1 = g_1 \forall g_1 \in G$.
4. *Elemento inverso:* $\forall g_1 \in G, \exists g_1^{-1}$ tal que $g_1 g_1^{-1} = g_1^{-1} g_1 = e$.

Se dice que un grupo G es abeliano si todos sus elementos conmutan entre si, es decir si $g_1 g_2 = g_2 g_1$ para cualquier $g_1, g_2 \in G$. Si lo anterior no se satisface se dice que el grupo es no abeliano. El orden de G es el número de elementos en G .

Definición A.1.2 (Subgrupo) *Un subconjunto H de G que satisface las propiedades de grupo, se dice que es un subgrupo de G .*

Definición A.1.3 (Grupo Normal) *Si un subgrupo N de G satisface $g^{-1} N g = N$ para cualquier elemento $g \in G$, el subgrupo N es llamada un subgrupo normal o un subgrupo invariante.*

Los elementos $g^{-1}g_1g$ para $g \in G$ son llamados elementos conjugados de g_1 . El conjunto que contiene a todos los elementos conjugados a g_1 de G , es decir $\{g^{-1}g_1g, \forall g \in G\}$ es llamado una clase de conjugación.

Definición A.1.4 (Representación) Una representación D de G es un mapeo homomórfico de los elementos de G en matrices $D(g)$. Las matrices D satisfacen entonces $D(g_1)D(g_2) = D(g_3)$ si $g_1g_2 = g_3$ para $g_1, g_2, g_3 \in G$.

La dimensión n del espacio vectorial en donde las matrices de representación actúan es la dimensión de la representación. La representación más simple es justo $D(g) = 1$ para todos los elementos (Singulete), y se el conoce como representación trivial. Un sub-espacio en el espacio de representación es llamado sub-espacio invariante si $D(g)_{ij}v_j$ corresponde a un vector en el mismo sub-espacio para cualquier v_j en el sub-espacio y $g \in G$. Si una representación tiene un sub-espacio invariante entonces se dice que la representación es *reducible*. Si la representación no tiene tal sub-espacio invariante la representación es *irreducible*. Una representación $D(g)$ completamente reducible puede escribirse como diagonal por bloques. Esta representación reducible es entonces la suma directa

$$D(g) = \sum_r \oplus D_r(g), \quad (\text{A.1})$$

en donde cada $D_r(g)$ es irreducible. Se puede mostrar que el número de representaciones irreducibles es igual al número de clases de conjugación.

Existen varias maneras de construir grupos a partir de subgrupos y productos definidos sobre ellos, los dos más comunes son el producto directo \times y el producto semi-directo \rtimes o \ltimes .

Definición A.1.5 (Producto directo) Sea G un grupo, G es (isomorfo a) el producto directo de dos grupos, si G contiene dos subgrupos normales N_1 y N_2 , tal que $N_1 \cap N_2 = \{e\}$ y $G = N_1N_2$.

Las condiciones anteriores implican que los elementos de N_1 y N_2 conmutan y el producto directo de grupos abelianos es por tanto abeliano. El producto semi-directo es un poco menos trivial,

Definición A.1.6 (Producto semi-directo) Sea G un grupo y N, H dos subgrupos tal que N es normal en G , $N \cap H = \{e\}$ y $G = NH$; entonces, G es isomorfo al producto semi-directo de N y H , denotado como $H \rtimes N$.

A.2. S_N

El grupo simétrico S_N consiste en todas las posibles permutaciones de N símbolos. Existe una representación simple, pero reducible de S_N . Esta es una representación N dimensional en donde los "objetos a permutar" son la base en un espacio vectorial n -dimensional, de tal forma que

$$D|i\rangle = |k\rangle, \quad (\text{A.2})$$

y entonces las matrices en la representación solo pueden tener un 1 en cada renglón y columna. Como hay $N!$ permutaciones posibles en un conjunto con N elementos, el grupo consta de $N!$ elementos. S_N es abeliano solo si $N \leq 2$.

S_2 :

S_2 consiste en 2 permutaciones y por tanto tiene un elemento no trivial más la identidad:

$$(x_1, x_2) \longrightarrow (x_1, x_2), \quad y \quad (x_1, x_2) \longrightarrow (x_2, x_1).$$

Este grupo es equivalente a un grupo abeliano \mathbb{Z}_2 .

S_3 :

S_3 es el primer grupo simétrico no abeliano. Este consiste en todas las permutaciones entre 3 objetos. Es el grupo de simetría de un triángulo equilátero. El orden de S_3 es $3! = 6$ y la presentación del grupo puede ser escrita como

$$S_3 = \langle a, b \mid a^2 = b^2 = (ab)^3 = e \rangle. \quad (\text{A.3})$$

Los 6 elementos son $\{e, a, b, ab, ba, bab\}$ S_3 tiene 3 representaciones irreducibles. Las representaciones incluyen un doblete $\mathbf{2}$ y dos singuletes $\mathbf{1}_1$ y $\mathbf{1}_2$, en donde uno es trivial.

S_4 :

El grupo consiste de todas las permutaciones entre 4 objetos. S_4 descubre las simetrías de un cubo. El orden de S_4 es $4! = 24$. El número de representaciones irreducibles es 5: 2 singuletes $\mathbf{1}_1, \mathbf{1}_2$, un doblete $\mathbf{2}$ y dos tripletes $\mathbf{3}_1$ y $\mathbf{3}_2$.

A.3. D_N

El grupo diédrico, denotado por D_N es el grupo de simetría de un polígono regular con N lados. El orden de este grupo es $2N$. Es generado por dos generadores a y b y la presentación del grupo es

$$D_N = \langle a, b \mid a^N = e, b^2 = e, bab^{-1} = a^{-1} \rangle. \quad (\text{A.4})$$

Este grupo es isomorfo a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_N$, por lo que el subgrupo \mathbb{Z}_N es normal. D_1 y D_2 son los únicos grupos abelianos D_3 es isomorfo a S_3 y el primer grupo no trivial es entonces D_4 .

D_4 :

El grupo D_4 es el grupo de simetría de un cuadrado y es generado por una rotación por $\pi/2$ a y una reflexión b . D_4 entonces consiste en 8 elementos, la presentación del grupo es

$$D_4 = \langle a, b \mid a^4 = e, b^2 = e, bab^{-1} = a^{-1} \rangle \quad (\text{A.5})$$

Los 8 elementos son generados por a y b como sigue: $a^\ell b^k$ con $\ell = 0, 1, 2, 3$ y $k = 0, 1$. D_4 tiene 4 singuletes $\mathbf{1}_1, \mathbf{1}_2, \mathbf{1}_3, \mathbf{1}_4$ y un doblete $\mathbf{2}$.

A.4. $\Delta(6N^2)$

$\Delta(6N^2)$ es isomorfo a $S_3 \times (\mathbb{Z}_N \times \mathbb{Z}'_N)$ y tiene orden $6N^2$. La presentación del grupo es entonces

$$\begin{aligned}
 a^N = a'^N = b^3 &= c^2 = (bc)^2 = e, \\
 aa' &= a'a, \\
 bab^{-1} &= a^{-1}a'^{-1}, \\
 ba'b^{-1} &= a, \\
 cac^{-1} &= a'^{-1}, \\
 ca'c^{-1} &= a^{-1},
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

en donde a y a' son los generadores de \mathbb{Z}_N y \mathbb{Z}'_N y b y c los generadores de S_3 . $\Delta(54)$ es el primer ejemplo no trivial, pues $\Delta(6)$ es S_3 y $\Delta(24)$ es isomorfo a S_4 .

$\Delta(54)$:

$\Delta(54)$ ($N=3$) es isomorfo a $S_3 \times (\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}'_3)$. Tiene orden 54 y es un subgrupo discreto de $SU(3)$. Los elementos de $\Delta(54)$ pueden ser escritos como $b^k c^l a^m a'^n$ con $m, n, k = 0, 1, 2$, $l = 0, 1$. La mitad de los elementos son los elementos del grupo discreto $\Delta(27)$, el cual por tanto es un subgrupo.

$\Delta(54)$ tiene 4 representaciones irreducibles 3-dimensionales $\mathbf{3}$, $\bar{\mathbf{3}}$, $\mathbf{3}'$ y $\bar{\mathbf{3}}'$, 4 2-dimensionales $\mathbf{2}_1$, $\mathbf{2}_2$, $\mathbf{2}_3$ y $\mathbf{2}_4$ y dos 1-dimensionales $\mathbf{1}_1$ y $\mathbf{1}_2$.

Apéndice B

Líneas de Wilson en orbifolios toroidales abelianos

Propiedades de las líneas de Wilson para los orbifolios abelianos toroidales clasificados en [8] con simetría no abelina.

| Orbifolio | Condiciones sobre las líneas de Wilson |
|-----------------------------|---|
| \mathbb{Z}_3 (1,1) | $3A_1 \approx 3A_3 \approx 3A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ |
| \mathbb{Z}_4 (1,1) | $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4$ |
| (2,1) | $2A_1 \approx 4A_4 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4 \approx A_5$ |
| (3,1) | $4A_1 \approx 4A_4 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3; A_4 \approx A_4 \approx A_5$ |
| \mathbb{Z}_6 -I (1,1) | $3A_5 \approx 0; A_5 \approx A_6; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx 0$ |
| (2,1) | $3A_3 \approx 0; A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6; A_1 \approx A_2 \approx 0$ |
| \mathbb{Z}_6 -II (1,1) | $3A_3 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_3 \approx A_4; A_1 \approx A_2 \approx 0$ |
| (2,1) | $3A_1 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3$ |
| (3,1) | $2A_1 \approx 3A_4 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3; A_4 \approx A_5$ |
| (4,1) | $6A_1 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5$ |
| \mathbb{Z}_7 (1,1) | $7A_1 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6$ |
| \mathbb{Z}_8 -I (1,1) | $2A_1 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ |
| (2,1) | $2A_1 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ |
| (3,1) | $4A_1 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6$ |
| \mathbb{Z}_8 -II (1,1) | $2A_1 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4$ |
| (2,1) | $4A_1 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5$ |
| \mathbb{Z}_{12} -I (1,1) | $3A_5 \approx 0; A_5 \approx A_6; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx 0$ |
| (2,1) | $3A_1 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6$ |
| \mathbb{Z}_{12} -II (1,1) | $2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx 0$ |

Tabla B.1: Orden y relaciones de las líneas de Wilson A_i para los orbifolios \mathbb{Z}_n

| Orbifolio | Condiciones sobre las líneas de Wilson |
|------------------------------------|---|
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ | (1,1) $2A_1 \approx 2A_2 \approx 2A_3 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0$ (1,3) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 0; A_2 \approx A_6 \approx 0$ (2,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2$ (2,3) $2A_1 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 0; A_3 \approx A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2$ (2,5) $2A_1 \approx 2A_4 \approx 2A_6 \approx 0; A_3 \approx A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2$ (3,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_2 \approx A_3$ (3,3) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_4 \approx 0; A_5 \approx A_6 \approx 0; A_2 \approx A_3$ (4,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_5 \approx A_6$ (5,1) $4A_1 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3$ (5,4) $4A_1 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3; A_4 \approx A_5 \approx 0$ (6,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4$ (6,3) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6 \approx 0$ (7,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_4 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_4 \approx A_5$ (8,1) $2A_1 \approx 2A_2 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 0; A_2 \approx A_3; A_5 \approx A_6$ (9,1) $4A_1 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3; A_4 \approx A_5$ (10,1) $4A_1 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3; A_5 \approx A_6$ (11,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ (12,1) $4A_1 \approx 4A_4 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3; A_4 \approx A_5 \approx A_6$ |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_5 \approx A_6$ (1,6) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_5 \approx A_6; A_4 \approx 0$ (2,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4$ (2,4) $2A_3 \approx 2A_5 \approx 0; A_3 \approx A_4 \approx A_6; A_1 \approx A_2 \approx 0$ (3,1) $2A_1 \approx 2A_4 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3; A_5 \approx A_6$ (4,1) $2A_1 \approx 2A_4 \approx 2A_6 \approx 0; A_3 \approx A_4 \approx A_5; A_1 \approx A_2$ (5,1) $2A_1 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4$ (6,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_4 \approx A_5$ (7,1) $2A_1 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4$ (8,1) $2A_1 \approx 2A_4 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3; A_4 \approx A_5 \approx A_6$ (9,1) $4A_1 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5$ |
| $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ | (1,1) $2A_3 \approx 2A_4 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_5 \approx A_6 \approx 0$ (2,1) $2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx 0$ |
| $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ | (1,1) $3A_1 \approx 3A_3 \approx 3A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ (1,4) $3A_1 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6$ (2,1) $3A_1 \approx 3A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ (2,4) $A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6 \approx 0$ (3,1) $3A_1 \approx 3A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ (3,3) $A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6 \approx 0$ (4,1) $3A_1 \approx 3A_2 \approx 0; A_2 \approx A_3 \approx A_5 \approx A_6; A_1 \approx A_4$ (4,3) $A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6 \approx 0$ |
| $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ | (1,1) $3A_3 \approx 0; A_3 \approx A_4; A_1 \approx A_2 \approx A_5 \approx A_6 \approx 0$ (2,1) $3A_5 \approx 0; A_5 \approx A_6; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx 0$ |
| $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ | (1,1) $2A_1 \approx 2A_3 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2; A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ (2,1) $2A_1 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$ (3,1) $2A_1 \approx 2A_5 \approx 0; A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6; A_1 \approx A_2$ (4,1) $2A_1 \approx 2A_5 \approx 0; A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6; A_1 \approx A_2$ |

Tabla B.2: Orden y relaciones para las líneas de Wilson A_i de los orbifolios $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ con simetría de sabor no abeliana encontrados.

Apéndice C

RGEs para el modelo de la sección 3.3

Ecuaciones del grupo de renormalización relevantes para la obtención de los resultados de la sección 3.3.

Funciones $\beta^{(1)}$ a un lazo para las constantes de acoplamiento:

$$\beta_{g_1}^{(1)} = \frac{115}{9}g_1^3 \quad (C.1)$$

$$\beta_{g_2}^{(1)} = -\frac{1}{3}g_2^3 \quad (C.2)$$

$$\beta_{g_3}^{(1)} = -\frac{19}{3}g_3^3 \quad (C.3)$$

$$\beta_{g_4}^{(1)} = \frac{5789}{865}g_4^3 \quad (C.4)$$

Funciones $\beta^{(1)}$ a un lazo para los acoplamientos cuárticos:

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_H}^{(1)} = & \frac{3}{8}g_1^4 + \frac{9}{8}g_2^4 - 9g_2^2\lambda_H + 24\lambda_H^2 + \lambda_{H_u S_1}^2 + \lambda_{H_u S_2}^2 + 3g_2^2g_4^2Q_{Hu}^2 - 12g_4^2\lambda_H Q_{Hu}^2 \\ & + 6g_4^4Q_{Hu}^4 + \frac{3}{4}g_1^2(4g_4^2Q_{Hu}^2 - 4\lambda_H + g_2^2) + 12\lambda_H|Y_{33}^u|^2 - 6|Y_{33}^u|^4 \end{aligned} \quad (C.5)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_{H_u S_1}}^{(1)} = & -\frac{3}{2}g_1^2\lambda_{H_u S_1} - \frac{9}{2}g_2^2\lambda_{H_u S_1} + 12\lambda_H\lambda_{H_u S_1} + 4\lambda_{H_u S_1}^2 + 8\lambda_{H_u S_1}\lambda_{S_1} \\ & - 6g_4^2\lambda_{H_u S_1}Q_{Hu}^2 - 6g_4^2\lambda_{H_u S_1}Q_{S_1}^2 + 12g_4^4Q_{Hu}^2Q_{S_1}^2 + 6\lambda_{H_u S_1}|Y_{33}^u|^2 \end{aligned} \quad (C.6)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_{H_u S_2}}^{(1)} = & -\frac{3}{2}g_1^2\lambda_{H_u S_2} - \frac{9}{2}g_2^2\lambda_{H_u S_2} + 12\lambda_H\lambda_{H_u S_2} + 4\lambda_{H_u S_2}^2 + 8\lambda_{H_u S_2}\lambda_{S_2} \\ & - 6g_4^2\lambda_{H_u S_2}Q_{Hu}^2 - 6g_4^2\lambda_{H_u S_2}Q_{S_2}^2 + 12g_4^4Q_{Hu}^2Q_{S_2}^2 + 6\lambda_{H_u S_2}|Y_{33}^u|^2 \end{aligned} \quad (C.7)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_{Hd}}^{(1)} = & \frac{3}{8}g_1^4 + \frac{9}{8}g_2^4 + 24\lambda_{Hd}^2 + \lambda_{Hd S_1}^2 + \lambda_{Hd S_2}^2 - 12g_4^2\lambda_{Hd}Q_{Hd}^2 \\ & + 6g_4^4Q_{Hd}^4 + 3g_2^2(-3\lambda_{Hd} + g_4^2Q_{Hd}^2) + \frac{3}{4}g_1^2(4(g_4^2Q_{Hd}^2 - \lambda_{Hd}) + g_2^2) \end{aligned} \quad (C.8)$$

$$\beta_{\lambda_{H_d S_1}}^{(1)} = 4\lambda_{H_d S_1}^2 - 6g_4^2\lambda_{H_d S_1}Q_{Hd}^2 - 6g_4^2\lambda_{H_d S_1}Q_{S_1}^2 + 8\lambda_{H_d S_1}\lambda_{S_1} + 12g_4^4Q_{Hd}^2Q_{S_1}^2$$

$$+ 12\lambda_{Hd}\lambda_{HdS_1} - \frac{3}{2}g_1^2\lambda_{HdS_1} - \frac{9}{2}g_2^2\lambda_{HdS_1} \quad (C.9)$$

$$\beta_{\lambda_{HdS_2}}^{(1)} = 4\lambda_{HdS_2}^2 - 6g_4^2\lambda_{HdS_2}Q_{Hd}^2 - 6g_4^2\lambda_{HdS_2}Q_{S_2}^2 + 8\lambda_{HdS_2}\lambda_{S_2} + 12g_4^4Q_{Hd}^2Q_{S_2}^2 \\ + 12\lambda_{Hd}\lambda_{HdS_2} - \frac{3}{2}g_1^2\lambda_{HdS_2} - \frac{9}{2}g_2^2\lambda_{HdS_2} \quad (C.10)$$

$$\beta_{\lambda_{S_1}}^{(1)} = 2\left(10\lambda_{S_1}^2 + 3g_4^4Q_{S_1}^4 - 6g_4^2\lambda_{S_1}Q_{S_1}^2 + \lambda_{H_uS_1}^2 + \lambda_{H_dS_1}^2\right) \quad (C.11)$$

$$\beta_{\lambda_{S_2}}^{(1)} = 2\left(10\lambda_{S_2}^2 + 3g_4^4Q_{S_2}^4 - 6g_4^2\lambda_{S_2}Q_{S_2}^2 + \lambda_{H_uS_2}^2 + \lambda_{H_dS_2}^2\right) \quad (C.12)$$

Función $\beta^{(1)}$ a un lazo para el acoplamiento de Yukawa:

$$\beta_{Y_{33}^u}^{(1)} = \frac{1}{12}Y_{33}^u \left(-17g_1^2 - 3\left(12g_4^2\left(Q_{q3}^2 + Q_{u3}^2\right) + 32g_3^2 + 9g_2^2\right) + 54|Y_{33}^u|^2 \right) \quad (C.13)$$

Bibliografía

- [1] T. Yoneya. Quantum gravity and the zero slope limit of the generalized Virasoro model. *Lett. Nuovo Cim.*, 8:951–955, 1973.
- [2] Joel Scherk y John H. Schwarz. Dual Models for Nonhadrons. *Nucl. Phys.*, B81:118–144, 1974.
- [3] Pierre Ramond. Dual Theory for Free Fermions. *Phys. Rev.*, D3:2415–2418, 1971.
- [4] F. Gliozzi, Joel Scherk y David I. Olive. Supersymmetry, Supergravity Theories and the Dual Spinor Model. *Nucl. Phys.*, B122:253–290, 1977.
- [5] Luis Alvarez-Gaume, Paul H. Ginsparg, Gregory W. Moore y C. Vafa. An $O(16) \times O(16)$ Heterotic String. *Phys. Lett.*, B171:155–162, 1986.
- [6] E. Bergshoeff, E. Sezgin y P. K. Townsend. Supermembranes and Eleven-Dimensional Supergravity. *Phys. Lett.*, B189:75–78, 1987. [,69(1987)].
- [7] Michael Blaszczyk, Stefan Groot Nibbelink, Orestis Loukas y Saul Ramos-Sanchez. Non-supersymmetric heterotic model building. *JHEP*, 10:119, 2014.
- [8] Maximilian Fischer, Michael Ratz, Jesus Torrado y Patrick K. S. Vaudrevange. Classification of symmetric toroidal orbifolds. *JHEP*, 01:084, 2013.
- [9] Yessenia Olguín-Trejo, Ricardo Pérez-Martínez y Saul Ramos-Sánchez. Charting the flavor landscape of MSSM-like Abelian heterotic orbifolds. *Phys. Rev.*, D98(10):106020, 2018.
- [10] Yessenia Olguín-Trejo, Omar Pérez-Figueroa, Ricardo Pérez-Martínez y Saúl Ramos-Sánchez. $U(1)'$ coupling constant at low energies from heterotic orbifolds. *Phys. Lett.*, B795:673–681, 2019.
- [11] Yessenia Olguín-Trejo y Saúl Ramos-Sánchez. Kähler potential of heterotic orbifolds with multiple Kähler moduli. *J. Phys. Conf. Ser.*, 912(1):012029, 2017.
- [12] Yessenia Olguín-Trejo, Susha Parameswaran, Gianmassimo Tasinato e Ivonne Zavala. Runaway Quintessence, Out of the Swampland. *JCAP*, 1901(01):031, 2019.
- [13] J. Polchinski. *String theory vol. 1*. Cambridge University Press, 1998.

-
- [14] J. Polchinski. *String theory vol. 2*. Cambridge University Press, 1998.
- [15] K. Becker, M. Becker y J. Schwarz. *String Theory and M-Theory: A Modern Introduction*. Cambridge University Press, 2007.
- [16] L. E. Ibáñez y A. M. Uranga. *Introduction to string theory and particle physics: an introduction to string phenomenology*. Cambridge University Press, 2012.
- [17] E. W. Kolb y M. S. Turner. *The early universe*. Addison-Wesley, 1990.
- [18] Mauricio Gasperini. *Elements of string cosmology*. Cambridge University Press, 2011.
- [19] D. Bailin y A. Love. *Cosmology in gauge field theory and string theory*. CRC Press, 2004.
- [20] Liam McAllister y Daniel Baumann. *Inflation and string theory*. Cambridge University Press, 2015.
- [21] Jin Dai, R. G. Leigh y Joseph Polchinski. New Connections Between String Theories. *Mod. Phys. Lett.*, A4:2073–2083, 1989.
- [22] P. Candelas, Gary T. Horowitz, Andrew Strominger y Edward Witten. Vacuum Configurations for Superstrings. *Nucl. Phys.*, B258:46–74, 1985.
- [23] Steven B. Giddings, Shamit Kachru y Joseph Polchinski. Hierarchies from fluxes in string compactifications. *Phys. Rev.*, D66:106006, 2002.
- [24] Katrin Becker y Li-Sheng Tseng. Heterotic flux compactifications and their moduli. *Nucl. Phys.*, B741:162–179, 2006.
- [25] David J. Gross, Jeffrey A. Harvey, Emil J. Martinec y Ryan Rohm. The Heterotic String. *Phys. Rev. Lett.*, 54:502–505, 1985.
- [26] Lance J. Dixon, Jeffrey A. Harvey, C. Vafa y Edward Witten. Strings on Orbifolds. *Nucl. Phys.*, B261:678–686, 1985.
- [27] Lance J. Dixon, Jeffrey A. Harvey, C. Vafa y Edward Witten. Strings on Orbifolds. 2. *Nucl. Phys.*, B274:285–314, 1986.
- [28] Sebastian J. H. Konopka. Non Abelian orbifold compactifications of the heterotic string. *JHEP*, 07:023, 2013.
- [29] K. S. Narain, M. H. Sarmadi y C. Vafa. Asymmetric Orbifolds. *Nucl. Phys.*, B288:551, 1987.
- [30] D. Bailin y A. Love. Orbifold compactifications of string theory. *Phys. Rept.*, 315:285–408, 1999.
- [31] Saul Ramos-Sanchez. Towards Low Energy Physics from the Heterotic String. *Fortsch. Phys.*, 10:907–1036, 2009.

- [32] Yasuhiko Katsuki, Yoshiharu Kawamura, Tatsuo Kobayashi, Noriyasu Ohtsubo, Yasuji Ono y Kazutaka Tanioka. Z(N) ORBIFOLD MODELS. *Nucl. Phys.*, B341:611–640, 1990.
- [33] Luis E. Ibanez, Hans Peter Nilles y F. Quevedo. Orbifolds and Wilson Lines. *Phys. Lett.*, B187:25–32, 1987.
- [34] David Bailin, Alex Love y Steven Thomas. Fermion Generations in Orbifold Compactified Superstring Theories. *Phys. Lett.*, B188:193–197, 1987.
- [35] Felix Ploger, Saul Ramos-Sanchez, Michael Ratz y Patrick K. S. Vaudrevange. Mirage Torsion. *JHEP*, 04:063, 2007.
- [36] Hans Peter Nilles, Saul Ramos-Sanchez, Patrick K. S. Vaudrevange y Akin Wingerter. The Orbifolder: A Tool to study the Low Energy Effective Theory of Heterotic Orbifolds. *Comput. Phys. Commun.*, 183:1363–1380, 2012.
- [37] Freedman Daniel Z. y Antoine Van Proeyen. *Supergravity*. Cambridge University Press, 2012.
- [38] P. Van Nieuwenhuizen. Supergravity. *Phys. Rept.*, 68:189–398, 1981.
- [39] Hans Peter Nilles. Supersymmetry, Supergravity and Particle Physics. *Phys. Rept.*, 110:1–162, 1984.
- [40] Luis E. Ibanez, Jihn E. Kim, Hans Peter Nilles y F. Quevedo. Orbifold Compactifications with Three Families of $SU(3) \times SU(2) \times U(1)^{**n}$. *Phys. Lett.*, B191:282–286, 1987.
- [41] J. A. Casas y C. Munoz. Three Generation $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -Y Models from Orbifolds. *Phys. Lett.*, B214:63–69, 1988.
- [42] Wilfried Buchmuller, Koichi Hamaguchi, Oleg Lebedev y Michael Ratz. Supersymmetric standard model from the heterotic string. *Phys. Rev. Lett.*, 96:121602, 2006.
- [43] Michael Blaszczyk, Stefan Groot Nibbelink, Michael Ratz, Fabian Ruehle, Michele Trappetti y Patrick K. S. Vaudrevange. A $Z_2 \times Z_2$ standard model. *Phys. Lett.*, B683:340–348, 2010.
- [44] Oleg Lebedev y Saul Ramos-Sanchez. The NMSSM and String Theory. *Phys. Lett.*, B684:48–51, 2010.
- [45] Stefan Forste, Hans Peter Nilles, Patrick K. S. Vaudrevange y Akin Wingerter. Heterotic brane world. *Phys. Rev.*, D70:106008, 2004.
- [46] Patrick K. S. Vaudrevange. *Grand Unification in the Heterotic Brane World*. Tesis de doctorado, Bonn U., 2008.
- [47] Stefano Di Chiara, Venus Keus y Oleg Lebedev. Stabilizing the Higgs potential with a Z' . *Phys. Lett.*, B744:59–66, 2015.

- [48] Elena Graverini. Flavour anomalies: a review. *J. Phys. Conf. Ser.*, 1137(1):012025, 2019.
- [49] Tatsuo Kobayashi, Hans Peter Nilles, Felix Plöger, Stuart Raby y Michael Ratz. Stringy origin of non-Abelian discrete flavor symmetries. *Nucl. Phys.*, B768:135–156, 2007.
- [50] Pyungwon Ko, Tatsuo Kobayashi, Jae-hyeon Park y Stuart Raby. String-derived D(4) flavor symmetry and phenomenological implications. *Phys. Rev.*, D76:035005, 2007. [Erratum: *Phys. Rev.*D76,059901(2007)].
- [51] Brenda Carballo-Pérez, Eduardo Peinado y Saul Ramos-Sánchez. $\Delta(54)$ flavor phenomenology and strings. *JHEP*, 12:131, 2016.
- [52] Luis E. Ibáñez, F. Marchesano y R. Rabadan. Getting just the standard model at intersecting branes. *JHEP*, 11:002, 2001.
- [53] Ralph Blumenhagen, Thomas W. Grimm, Benjamin Jurke y Timo Weigand. Global F-theory GUTs. *Nucl. Phys.*, B829:325–369, 2010.
- [54] Mirjam Cvetič, Ling Lin, Muyang Liu y Paul-Konstantin Oehlmann. An F-theory Realization of the Chiral MSSM with \mathbb{Z}_2 -Parity. *JHEP*, 09:089, 2018.
- [55] Volker Braun, Yang-Hui He, Burt A. Ovrut y Tony Pantev. The Exact MSSM spectrum from string theory. *JHEP*, 05:043, 2006.
- [56] Volker Braun, Philip Candelas, Rhys Davies y Ron Donagi. The MSSM Spectrum from (0,2)-Deformations of the Heterotic Standard Embedding. *JHEP*, 05:127, 2012.
- [57] Oleg Lebedev, Hans Peter Nilles, Stuart Raby, Saul Ramos-Sanchez, Michael Ratz, Patrick K. S. Vaudrevange y Akin Wingerter. A Mini-landscape of exact MSSM spectra in heterotic orbifolds. *Phys. Lett.*, B645:88–94, 2007.
- [58] Oleg Lebedev, Hans Peter Nilles, Saul Ramos-Sanchez, Michael Ratz y Patrick K. S. Vaudrevange. Heterotic mini-landscape. (II). Completing the search for MSSM vacua in a Z(6) orbifold. *Phys. Lett.*, B668:331–335, 2008.
- [59] Damian Kaloni Mayorga Pena, Hans Peter Nilles y Paul-Konstantin Oehlmann. A Zip-code for Quarks, Leptons and Higgs Bosons. *JHEP*, 12:024, 2012.
- [60] Stefan Groot Nibbelink y Orestis Loukas. MSSM-like models on Z(8) toroidal orbifolds. *JHEP*, 12:044, 2013.
- [61] Hans Peter Nilles y Patrick K. S. Vaudrevange. Geography of Fields in Extra Dimensions: String Theory Lessons for Particle Physics. *Mod. Phys. Lett.*, A30(10):1530008, 2015.
- [62] Hikaru Kawai, David C. Lewellen y S. H. Henry Tye. Construction of Four-Dimensional Fermionic String Models. *Phys. Rev. Lett.*, 57:1832, 1986. [,405(1986)].
- [63] Ignatios Antoniadis, C. P. Bachas y C. Kounnas. Four-Dimensional Superstrings. *Nucl. Phys.*, B289:87, 1987.

-
- [64] David Bailin, David C. Dunbar y Alex Love. Four-dimensional Fermionic String Theories and Symmetric Orbifolds. *Int. J. Mod. Phys.*, A5:939, 1990.
- [65] Alon E. Faraggi. $Z(2) \times Z(2)$ Orbifold compactification as the origin of realistic free fermionic models. *Phys. Lett.*, B326:62–68, 1994.
- [66] Bobby Samir Acharya, Piyush Kumar, Konstantin Bobkov, Gordon Kane, Jing Shao y Scott Watson. Non-thermal Dark Matter and the Moduli Problem in String Frameworks. *JHEP*, 06:064, 2008.
- [67] G. D. Coughlan, W. Fischler, Edward W. Kolb, S. Raby y Graham G. Ross. Cosmological Problems for the Polonyi Potential. *Phys. Lett.*, 131B:59–64, 1983.
- [68] Tom Banks, David B. Kaplan y Ann E. Nelson. Cosmological implications of dynamical supersymmetry breaking. *Phys. Rev.*, D49:779–787, 1994.
- [69] Lisa Randall y Scott D. Thomas. Solving the cosmological moduli problem with weak scale inflation. *Nucl. Phys.*, B449:229–247, 1995.
- [70] Tom Banks, M. Berkooz y P. J. Steinhardt. The Cosmological moduli problem, supersymmetry breaking, and stability in postinflationary cosmology. *Phys. Rev.*, D52:705–716, 1995.
- [71] Hans Peter Nilles. Gaugino condensation and SUSY breakdown. In *Particle physics and cosmology: The interface. Proceedings, NATO Advanced Study Institute, School, Cargese, France, August 4–16, 2003*, 2004.
- [72] Michael Dine, R. Rohm, N. Seiberg y Edward Witten. Gluino Condensation in Superstring Models. *Phys. Lett.*, 156B:55–60, 1985.
- [73] Leonard Susskind. The Anthropic landscape of string theory. pages 247–266, 2003.
- [74] Cumrun Vafa. The String landscape and the swampland. 2005, ARXIV:hep-th/0509212.
- [75] Juan Martin Maldacena y Carlos Nunez. Supergravity description of field theories on curved manifolds and a no go theorem. *Int. J. Mod. Phys.*, A16:822–855, 2001. [,182(2000)].
- [76] Fridrik Freyr Gautason, Daniel Junghans y Marco Zagermann. On Cosmological Constants from α' -Corrections. *JHEP*, 06:029, 2012.
- [77] Callum Quigley. Gaugino Condensation and the Cosmological Constant. *JHEP*, 06:104, 2015.
- [78] David Kutasov, Travis Maxfield, Ilarion Melnikov y Savdeep Sethi. Constraining de Sitter Space in String Theory. *Phys. Rev. Lett.*, 115(7):071305, 2015.
- [79] Georges Obied, Hiroshi Ooguri, Lev Spodyneiko y Cumrun Vafa. De Sitter Space and the Swampland. 2018, ARXIV:1806.08362.

- [80] Ulf H. Danielsson y Thomas Van Riet. What if string theory has no de Sitter vacua? *Int. J. Mod. Phys.*, D27(12):1830007, 2018.
- [81] Hiroshi Ooguri, Eran Palti, Gary Shiu y Cumrun Vafa. Distance and de Sitter Conjectures on the Swampland. *Phys. Lett.*, B788:180–184, 2019.
- [82] Hiroshi Ooguri y Cumrun Vafa. On the Geometry of the String Landscape and the Swampland. *Nucl. Phys.*, B766:21–33, 2007.
- [83] Nima Arkani-Hamed, Lubos Motl, Alberto Nicolis y Cumrun Vafa. The String landscape, black holes and gravity as the weakest force. *JHEP*, 06:060, 2007.
- [84] Ralph Blumenhagen, Daniel Kläwer, Lorenz Schlechter y Florian Wolf. The Refined Swampland Distance Conjecture in Calabi-Yau Moduli Spaces. *JHEP*, 06:052, 2018.
- [85] Thomas W. Grimm, Eran Palti e Irene Valenzuela. Infinite Distances in Field Space and Massless Towers of States. *JHEP*, 08:143, 2018.
- [86] T. Daniel Brennan, Federico Carta y Cumrun Vafa. The String Landscape, the Swampland, and the Missing Corner. *PoS*, TASI2017:015, 2017.
- [87] Eran Palti. The Swampland: Introduction and Review. *Fortsch. Phys.*, 67(6):1900037, 2019.
- [88] Suratna Das. Note on single-field inflation and the swampland criteria. *Phys. Rev.*, D99(8):083510, 2019.
- [89] Ana Achúcarro y Gonzalo A. Palma. The string swampland constraints require multi-field inflation. *JCAP*, 1902:041, 2019.
- [90] Rafael Bravo, Gonzalo A. Palma y Simon Riquelme. A Tip for Landscape Riders: Multi-Field Inflation Can Fulfill the Swampland Distance Conjecture. 2019, ARXIV:1906.05772.
- [91] Steven Weinberg. The Cosmological Constant Problem. *Rev. Mod. Phys.*, 61:1–23, 1989. [569(1988)].
- [92] Edmund J. Copeland, M. Sami y Shinji Tsujikawa. Dynamics of dark energy. *Int. J. Mod. Phys.*, D15:1753–1936, 2006.
- [93] Asimina Arvanitaki, Savas Dimopoulos, Sergei Dubovsky, Nemanja Kaloper y John March-Russell. String Axiverse. *Phys. Rev.*, D81, 2010.
- [94] Bobby Samir Acharya, Gordon Kane, Piyush Kumar, Ran Lu y Bob Zheng. Mixed Wino-Axion Dark Matter in String/M Theory and the 130 GeV Gamma-line ‘Signal’. 2012, ARXIV:1205.5789.
- [95] Gabriele Honecker y Wieland Staessens. On axionic dark matter in Type IIA string theory. *Fortsch. Phys.*, 62, 2014.

- [96] Marc Kamionkowski, Josef Pradler y Devin G. E. Walker. Dark energy from the string axiverse. *Phys. Rev. Lett.*, 113(25):251302, 2014.
- [97] Prateek Agrawal, Georges Obied, Paul J. Steinhardt y Cumrun Vafa. On the Cosmological Implications of the String Swampland. *Phys. Lett.*, B784:271–276, 2018.
- [98] Bobby Samir Acharya, Anshuman Maharana y Francesco Muia. Hidden Sectors in String Theory: Kinetic Mixings, Fifth Forces and Quintessence. *JHEP*, 03:048, 2019.
- [99] Mark P. Hertzberg, McCullen Sandora y Mark Trodden. Quantum Fine-Tuning in Stringy Quintessence Models. 2018, ARXIV:1812.03184.
- [100] Yashar Akrami, Renata Kallosh, Andrei Linde y Valeri Vardanyan. The Landscape, the Swampland and the Era of Precision Cosmology. *Fortsch. Phys.*, 67(1-2):1800075, 2019.
- [101] Prateek Agrawal y Georges Obied. Dark Energy and the Refined de Sitter Conjecture. *JHEP*, 06:103, 2019.
- [102] Guido Altarelli, Ferruccio Feruglio y Yin Lin. Tri-bimaximal neutrino mixing from orbifolding. *Nucl. Phys.*, B775:31–44, 2007.
- [103] Alexander Baur, Hans Peter Nilles, Andreas Trautner y Patrick K. S. Vaudrevange. A String Theory of Flavor and CP. 2019, ARXIV:1908.00805.
- [104] Alexander Baur, Hans Peter Nilles, Andreas Trautner y Patrick K. S. Vaudrevange. Unification of Flavor, CP, and Modular Symmetries. *Phys. Lett.*, B795:7–14, 2019.
- [105] S. Ferrara, D. Lust y S. Theisen. Target Space Modular Invariance and Low-Energy Couplings in Orbifold Compactifications. *Phys. Lett.*, B233:147–152, 1989.
- [106] Pierre Mathieu Philippe Francesco y David Senechal. *Conformal Field Theory*. Springer, 1999.
- [107] Lance J. Dixon, Daniel Friedan, Emil J. Martinec y Stephen H. Shenker. The Conformal Field Theory of Orbifolds. *Nucl. Phys.*, B282:13–73, 1987.
- [108] Shahram Hamidi y Cumrun Vafa. Interactions on Orbifolds. *Nucl. Phys.*, B279:465, 1987.
- [109] T. T. Burwick, R. K. Kaiser y H. F. Müller. General Yukawa couplings of strings on $Z(N)$ orbifolds. *Nucl. Phys.*, B355:689–711, 1991.
- [110] J. A. Casas, F. Gómez y C. Muñoz. Complete structure of $z(n)$ yukawa couplings. *Int. J. Mod. Phys.*, A8:455–506, 1993.
- [111] J. Erler, D. Jungnickel, M. Spaliński y S. Stieberger. Higher twisted sector couplings of $z(n)$ orbifolds. *Nucl. Phys.*, B397:379–416, 1993.
- [112] Kang-Sin Choi y Tatsuo Kobayashi. Higher order couplings from heterotic orbifold theory. *Nucl. Phys.*, B797:295–321, 2008.

- [113] Tatsuo Kobayashi, Susha Parameswaran, Saúl Ramos-Sánchez e Ivonne Zavala. Revisiting Coupling Selection Rules in Heterotic Orbifold Models. *JHEP*, 05:008, 2012.
- [114] Hans Peter Nilles, Saúl Ramos-Sánchez, Michael Ratz y Patrick K. S. Vaudrevange. A note on discrete R symmetries in \mathbb{Z}_6 -II orbifolds with Wilson lines. *Phys. Lett.*, B726:876–881, 2013.
- [115] Nana G. Cabo Bizet, Tatsuo Kobayashi, Damián K. Mayorga Peña, Susha L. Parameswaran, Matthias Schmitz et al. R-charge Conservation and More in Factorizable and Non-Factorizable Orbifolds. *JHEP*, 1305:076, 2013.
- [116] Saúl Ramos-Sánchez y Patrick K. S. Vaudrevange. Note on the space group selection rule for closed strings on orbifolds. *JHEP*, 01:055, 2019.
- [117] Andreas Mütter, Erik Parr y Patrick K. S. Vaudrevange. Deep learning in the heterotic orbifold landscape. *Nucl. Phys.*, B940:113–129, 2019.
- [118] Saúl Ramos-Sánchez. On flavor symmetries of phenomenologically viable string compactifications. *J. Phys. Conf. Ser.*, 912(1):012011, 2017.
- [119] Yessenia Olguin-Trejo, Ricardo Pérez-Martínez y Saul Ramos-Sánchez. *Tables of Abelian heterotic orbifolds and their flavor symmetries*, 2018. <http://cuerdas.fisica.unam.mx/stringflavor/>.
- [120] Paul Langacker. The Physics of Heavy Z' Gauge Bosons. *Rev. Mod. Phys.*, 81:1199–1228, 2009.
- [121] Ligong Bian, Hyun Min Lee y Chan Beom Park. B -meson anomalies and Higgs physics in flavored $U(1)'$ model. *Eur. Phys. J.*, C78(4):306, 2018.
- [122] Paulina Rocha-Moran y Avelino Vicente. Lepton flavor violation in a Z' model for the $b \rightarrow s$ anomalies. *Phys. Rev.*, D99(3):035016, 2019.
- [123] Oleg Lebedev y Yann Mambrini. Axial dark matter: The case for an invisible Z . *Phys. Lett.*, B734:350–353, 2014.
- [124] Stefan Antusch, Christian Hohl, Steve F. King y Vasja Susic. Non-universal Z from $SO(10)$ GUTs with vector-like family and the origin of neutrino masses. *Nucl. Phys.*, B934:578–605, 2018.
- [125] John Ellis, Malcolm Fairbairn y Patrick Tunney. Phenomenological Constraints on Anomaly-Free Dark Matter Models. 2018, Arxiv:1807.02503.
- [126] Thomas Hambye, Michel H. G. Tytgat, Jérôme Vandecasteele y Laurent Vanderheyden. Dark matter from dark photons: a taxonomy of dark matter production. 2019, Arxiv:1908.09864.
- [127] Adel Bilal. Lectures on Anomalies. 2008.

- [128] Michael B. Green y John H. Schwarz. Anomaly Cancellation in Supersymmetric D=10 Gauge Theory and Superstring Theory. *Phys. Lett.*, 149B:117–122, 1984.
- [129] Florian Staub. SARAH 4 : A tool for (not only SUSY) model builders. *Comput. Phys. Commun.*, 185:1773–1790, 2014.
- [130] Najimuddin Khan y Subhendu Rakshit. Study of electroweak vacuum metastability with a singlet scalar dark matter. *Phys. Rev.*, D90(11):113008, 2014.
- [131] Mirjam Cvetič, Juan Molera y Burt A. Ovrut. Kahler Potentials for Matter Scalars and Moduli of $Z(N)$ Orbifolds. *Phys. Rev.*, D40:1140, 1989.
- [132] Lance J. Dixon, Vadim Kaplunovsky y Jan Louis. On Effective Field Theories Describing (2,2) Vacua of the Heterotic String. *Nucl. Phys.*, B329:27–82, 1990.
- [133] David Bailin, Sunil K. Gandhi y Alex Love. Kahler potentials for orbifold theories from string amplitudes. *Phys. Lett.*, B275:55–62, 1992.
- [134] David Bailin y Alex Love. Kahler potentials for twisted sectors of $Z(N)$ orbifolds. *Phys. Lett.*, B288:263–268, 1992.
- [135] Sergio Ferrara, Costas Kounnas y Massimo Porrati. General Dimensional Reduction of Ten-Dimensional Supergravity and Superstring. *Phys. Lett.*, B181:263, 1986.
- [136] Vadim Kaplunovsky y Jan Louis. On Gauge couplings in string theory. *Nucl. Phys.*, B444:191–244, 1995.
- [137] D. Bailin, A. Love, W. A. Sabra y Steven Thomas. Modular symmetries in $Z(N)$ orbifold compactified string theories with Wilson lines. *Mod. Phys. Lett.*, A9:1229–1238, 1994.
- [138] A. Love y S. Todd. Modular symmetries of threshold corrections for Abelian orbifolds with discrete Wilson lines. *Nucl. Phys.*, B481:253–288, 1996.
- [139] Shamit Kachru, Renata Kallosh, Andrei D. Linde y Sandip P. Trivedi. De Sitter vacua in string theory. *Phys. Rev.*, D68, 2003.
- [140] Vijay Balasubramanian, Per Berglund, Joseph P. Conlon y Fernando Quevedo. Systematics of moduli stabilisation in Calabi-Yau flux compactifications. *JHEP*, 03, 2005.
- [141] Jakob Moritz, Ander Retolaza y Alexander Westphal. On uplifts by warped anti-D3-branes. *Fortsch. Phys.*, 67(1-2):1800098, 2019.
- [142] Jakob Moritz y Thomas Van Riet. Racing through the swampland: de Sitter uplift vs weak gravity. *JHEP*, 09:099, 2018.
- [143] F. F. Gautason, V. Van Hemelryck y T. Van Riet. The Tension between 10D Supergravity and dS Uplifts. *Fortsch. Phys.*, 67(1-2):1800091, 2019.
- [144] Renata Kallosh, Andrei Linde, Evan McDonough y Marco Scalisi. dS Vacua and the Swampland. *JHEP*, 03:134, 2019.

- [145] Mirjam Cvetič, A. Font, Luis E. Ibanez, D. Lust y F. Quevedo. Target space duality, supersymmetry breaking and the stability of classical string vacua. *Nucl. Phys.*, B361:194–232, 1991.
- [146] A. Font, Luis E. Ibanez, D. Lust y F. Quevedo. Supersymmetry Breaking From Duality Invariant Gaugino Condensation. *Phys. Lett.*, B245:401–408, 1990.
- [147] Eduardo Gonzalo, Luis E. Ibáñez y Ángel M. Uranga. Modular Symmetries and the Swampland Conjectures. *JHEP*, 05:105, 2019.
- [148] Susha Parameswaran, Saúl Ramos-Sanchez e Ivonne Zavala. On Moduli Stabilisation and de Sitter Vacua in MSSM Heterotic Orbifolds. *JHEP*, 01:071, 2011.
- [149] Shinji Tsujikawa. Quintessence: A Review. *Class. Quant. Grav.*, 30:214003, 2013.
- [150] J. C. Bueno Sanchez y Konstantinos Dimopoulos. Trapped quintessential inflation in the context of flux compactifications. *JCAP*, 0710:002, 2007.
- [151] M. Gasperini, F. Piazza y G. Veneziano. Quintessence as a runaway dilaton. *Phys. Rev.*, D65:023508, 2002.
- [152] Michele Cicoli, Francisco G. Pedro y Gianmassimo Tasinato. Natural Quintessence in String Theory. *JCAP*, 1207:044, 2012.
- [153] Michael Dine y N. Seiberg. Nonrenormalization Theorems in Superstring Theory. *Phys. Rev. Lett.*, 57:2625, 1986.
- [154] Edward Witten. New Issues in Manifolds of SU(3) Holonomy. *Nucl. Phys.*, B268:79, 1986.
- [155] Sourish Dutta y Robert J. Scherrer. Hilltop Quintessence. *Phys. Rev.*, D78:123525, 2008, 0809.4441.
- [156] Ferruccio Feruglio. Are neutrino masses modular forms? In Aharon Levy, Stefano Forte y Giovanni Ridolfi, editors, *From My Vast Repertoire ...: Guido Altarelli's Legacy*, pages 227–266. 2019.
- [157] Hajime Ishimori, Tatsuo Kobayashi, Hiroshi Ohki, Hiroshi Okada, Yusuke Shimizu y Morimitsu Tanimoto. An introduction to non-Abelian discrete symmetries for particle physicists. *Lect. Notes Phys.*, 858:1–227, 2012.