



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Parametrización de las Distribuciones por Tamaños
de Gotas de Lluvia en la Ciudad de México

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Licenciado en Ciencias de la Tierra

PRESENTA:

Vladimir García Loginova

TUTOR:

Dr. Fernando García García



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

García

Loginova

Vladimir

5959538754

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Ciencias de la Tierra

411039059

2. Datos del Tutor

Dr.

Fernando

García

García

3. Datos del sinodal 1

Dr.

Guillermo

Montero

Martínez

4. Datos del sinodal 2

Dra.

Erika Danaé

López

Espinoza

5. Datos del sinodal 3

Dr.

Luis Antonio

Ladino

Moreno

6. Datos del sinodal 4

Dr.

Ernesto dos Santos

Caetano

Neto

7. Datos del trabajo escrito

Parametrización de las Distribuciones por Tamaños de Gotas de Lluvia en la Ciudad de México

58 p.

2019

Agradecimientos

Académicos

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ciencias, por permitirme estudiar en esta casa de estudios y de llevar a cabo mi formación como profesional. A la Red Universitaria de Observatorios Atmosféricos (RUOA) por los datos del disdrómetro y del pluviómetro proporcionados para este estudio. Al Dr. Fernando García García, asesor del presente trabajo, por su consideración, guía y apoyo para el desarrollo de este estudio, le agradezco todos los consejos y conocimientos transmitidos. Al Dr. Guillermo Montero, Dra. Erika López, Dr. Luis Ladino, y Dr. Ernesto Caetano, miembros del jurado de revisión de este escrito, les agradezco por sus correcciones, comentarios y sugerencias, que permitieron tener un trabajo más completo.

Esta investigación fue realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM mediante el proyecto IN1074019. Agradezco a la DGAPA-UNAM por la beca recibida.

Personales

A mis padres, Elena e Ismael, les agradezco todo su esfuerzo, apoyo y guía para que esto fuera posible, este logro no solo es mío sino también suyo. A mis hermanos, Sonia y Misha, les agradezco por apoyarme y mantenerse cerca siempre. Quedo agradecido con mi prima Claudia por apoyarme todos estos años, y en especial cuando comencé mis estudios universitarios. A Beatriz Licona, le agradezco infinitamente todo su apoyo, guía y consejos, los cuales me permitieron llegar hasta aquí. A todas aquellas personas y amigos que me han acompañado y apoyado hasta ahora, mi más sincero agradecimiento. Dedico este trabajo a mi tía Elvira y a mi abuela Irina, gracias por todo el cariño y apoyo que me brindaron siempre.

Resumen

La medición y parametrización de las distribuciones por tamaños de gotas de lluvia (DTGLs) es de gran relevancia para entender los procesos que se llevan a cabo en la formación y desarrollo de la precipitación en una región y período de tiempo dados. Además, una adecuada parametrización de las DTGLs permite mejorar las estimaciones de la precipitación mediante sensores remotos (como el radar) y ayuda a tener modelos numéricos de pronóstico del tiempo más certeros. Entre las parametrizaciones más utilizadas para describir las DTGLs se encuentran la relación exponencial de Marshall-Palmer (MP) y las funciones gamma y gamma normalizada. Asimismo, los disdrómetros ópticos son a la fecha los equipos más utilizados para medir las DTGLs, ya que permiten medir tanto el tamaño (diámetro) como la velocidad de caída de las partículas de precipitación. En este trabajo se utilizaron las mediciones realizadas en el año 2015 por un disdrómetro óptico PWS100 localizado en Ciudad Universitaria dentro de la Ciudad de México, con el fin de parametrizar las DTGLs con los ajustes MP, gamma y gamma normalizada, y encontrar una posible relación entre dichas parametrizaciones y los períodos del año (lluvias y seco). Se encontró que es posible describir adecuadamente las DTGLs con los ajustes MP y gamma normalizada (y en su caso gamma) hasta ciertos tamaños (diámetros) de gota, ya sea usando los parámetros libres en cada caso, o fijando el parámetro de la ordenada al origen en MP o el parámetro de forma en la función gamma normalizada. Asimismo, en ambas parametrizaciones se obtuvo una relación de ley de potencias del parámetro de la pendiente en función de la intensidad de la precipitación (R). Además, de los ajustes MP, se halló que en promedio las DTGLs del período seco y del período de lluvias se comportan de la misma manera para intensidades de precipitación menores que 15 mm h^{-1} . También se encontró que los ajustes MP describen bien las DTGLs para los tamaños (diámetros) de gota de 1 a 3 mm (aproximadamente) para una R menor que 15 mm h^{-1} , y de hasta 5 mm para una R mayor que 15 mm h^{-1} . De igual manera, se observó que los ajustes gamma normalizada (con el parámetro de forma libre) describen adecuadamente la curva característica (entre 0.5 y 1 mm) de las DTGLs y su parte que decae exponencialmente (entre 1 y 3 mm) para una R menor que 15 mm h^{-1} .

Índice General

Agradecimientos	III
Resumen	IV
1. Introducción	1
2. Marco Teórico	4
2.1. Física de la precipitación	4
2.1.1. Origen y desarrollo de la precipitación	4
2.1.1.1. Lluvia caliente	4
2.1.1.2. Lluvia fría	5
2.1.2. Tipos de precipitación	6
2.2. Distribución por Tamaños de Gotas de Lluvia	8
2.2.1. Definición y características generales	8
2.2.2. Relaciones paramétricas	10
2.3. Parametrizaciones de la DTGL	10
2.3.1. Marshall-Palmer	10
2.3.2. Gamma	12
2.3.3. Gamma normalizada	14
3. Metodología	16
3.1. Área de estudio	16
3.2. Instrumentación.....	18
3.2.1. Disdrómetro óptico PWS100.....	18
3.2.2. Pluviómetro TR-525M	20
3.3. Adquisición y procesamiento de datos	20
3.4. Parametrizaciones de las DTGLs	21
3.4.1. Marshall-Palmer	22
3.4.2. Gamma	23
3.4.3. Gamma normalizada	23
4. Resultados y Discusión	25
4.1. Ajustes Marshall-Palmer	25
4.1.1. Parámetros libres	25
4.1.2. Parámetro N_0 fijo	30
4.1.3. Relaciones paramétricas	33
4.2. Ajustes gamma y gamma normalizada	34
4.2.1. Parámetros libres	34
4.2.2. Parámetro μ fijo	37
4.2.3. Relaciones paramétricas	38

5. Conclusiones	41
Anexo	44
Bibliografía	46

Índice de Figuras

Figura 1. Procesos de formación de nubes y precipitación	6
Figura 2. Precipitación estratiforme y convectiva	7
Figura 3. DTGLs correspondientes a cuatro eventos de precipitación, dos en la Ciudad de México y dos en Wallop Island, Virginia	9
Figura 4. DTGL resultante de los experimentos de Low & List (1982a, 1982b), con ajuste MP	9
Figura 5. DTGLs de diferentes intensidades de precipitación y ajustes MP.....	11
Figura 6. Función gamma para distintos momentos de μ	13
Figura 7. DTGLs promedio de precipitación convectiva y estratiforme con ajustes gamma	14
Figura 8. Mapa de la Ciudad de México y ubicación del Observatorio Atmosférico “UNAM”	17
Figura 9. Observatorio Atmosférico “UNAM” y disdrómetro óptico PWS100	17
Figura 10. Disdrómetro óptico PWS100	18
Figura 11. Unidad láser y sensores ópticos en vista lateral y vista plana	18
Figura 12. Partícula que cruza cuatro láminas consecutivas y refracta la luz	19
Figura 13. Matriz correspondiente a un período de muestro por minuto del PWS100	19
Figura 14. Pluviómetro TR-525M	20
Figura 15. DTGLs y ajustes MP con parámetros libres, por período del año y categoría de intensidad de precipitación	25
Figura 16. Comparación de ajustes MP con parámetros libres entre períodos del año y categorías de intensidad de precipitación	28
Figura 17. DTGLs y ajustes MP con N_o fija, por período del año y categoría de intensidad de precipitación	31
Figura 18. Comparación de ajustes MP N_o fija entre períodos del año y categorías de intensidad de precipitación	33
Figura 19. Ajustes de ley de potencias de Λ en función de R para el período que abarca todo el año 2015, correspondientes a las parametrizaciones de MP con los parámetros libres y con N_o fija ..	34
Figura 20. DTGLs promedio del año 2015 por categoría de intensidad de precipitación, y ajustes de gamma normalizada con μ libre y con $\mu = 0$	35
Figura 21. DTGLs promedio del año 2015 por categoría de intensidad de precipitación, y ajustes de gamma normalizada con μ fija	37
Figura 22. Ajustes de ley de potencias del diámetro medio ponderado por la masa y de los parámetros de la pendiente de gamma normalizada con μ libre, con μ fija, y con $\mu=0$, en función de la intensidad de precipitación	38
Figura 23. Ajuste de ley de potencias de D_m en función de R , considerando todos los minutos de precipitación del año 2015 (utilizados en este trabajo)	39

Índice de Tablas

Tabla 1. Clasificación de las DTGLs por períodos del año	21
Tabla 2. Clasificación de las DTGLs por categorías de intensidad de precipitación	21
Tabla 3. Características y parámetros de los ajustes MP con parámetros libres	26
Tabla 4. Parámetros de los ajustes MP del período seco y de subperíodos de la época de lluvias, con sus minutos de precipitación correspondientes	29
Tabla 5. Características y parámetros de los ajustes MP con N_0 fija	31
Tabla 6. Parámetros de ajustes gamma y gamma normalizada	35
Tabla 7. Parámetros de ajustes gamma normalizada con μ fija	37

Lista de variables y parámetros

Variables y Parámetros	Símbolo	Unidades
<u>Generales</u>		
Intensidad de precipitación	R	mm h^{-1}
Concentración por tamaño de gota	$N(D)$	$\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$
Contenido de agua líquida	LWC	g m^{-3}
Reflectividad de radar	Z	$\text{m}^{-3} \text{mm}^6$
<u>Relación exponencial MP</u>		
Parámetro de la ordenada al origen	N_o	$\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$
Parámetro de la pendiente	Λ	mm^{-1}
<u>Funciones gamma y gamma normalizada</u>		
Momento de la DTGL	M_n	$\text{mm}^n \text{m}^{-3}$
Relación de momentos	G	adimensional
Diámetro medio ponderado por la masa	D_m	mm
Parámetro de la ordenada al origen	N_o	$\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1-\mu}$
Parámetro de la pendiente	Λ	mm^{-1}
Parámetro de forma	μ	adimensional
Parámetro de la ordenada al origen generalizada	N_w	$\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$
Parámetro de la pendiente cuando $\mu=0$	Λ^*	mm^{-1}
Desviación estándar normalizada del espectro de masa con respecto a D_m	$\frac{\sigma_m}{D_m}$	adimensional
Función de μ	$f(\mu)$	adimensional

1. Introducción

La precipitación, que se define como “todas las partículas de agua en fase sólida o líquida que se originan en la atmósfera y caen sobre la superficie terrestre” (American Meteorological Society, 2012c), es un fenómeno que forma parte del ciclo del agua y que es de gran relevancia en el sistema terrestre y en la sociedad. Naturalmente, la precipitación influye en la circulación atmosférica mediante la liberación de calor latente y tiene efectos en la salinidad oceánica (Michaelides et al., 2009); además, es uno de los principales agentes que determinan la variabilidad de la hidrología terrestre (Testik y Barros, 2007; Yan y Gebremichael, 2009; Montero-Martínez et al., 2016). Para la sociedad, es la fuente primaria de agua disponible para consumo, y es fundamental en sectores como la agricultura y otras actividades económicas que dependen del agua dulce (Michaelides et al., 2009; Montero-Martínez et al., 2016). Aunado a esto, tener mediciones precisas de la precipitación es relevante en diversas áreas del conocimiento, como la erosión del suelo, la percepción remota, la modelación atmosférica y el pronóstico del tiempo (Adirosi et al. 2016; Montero-Martínez et al., 2016; Wen et al., 2016).

Existen varias maneras de medir la precipitación (en particular su fase líquida: lluvia), con base en lo que se quiere conocer. Generalmente, se quiere saber la cantidad de agua que precipita en un área (definida como “agua acumulada”) y tiempo dados (si se conoce el flujo de agua precipitable en un área se obtiene la “intensidad de precipitación”), debido al gran número de aplicaciones que conlleva conocer el comportamiento espacial y temporal de la precipitación, tales como la determinación del clima de una región o la validación de modelos climáticos y de pronóstico del tiempo. No obstante, si se quiere conocer aspectos sobre la física y microfísica de la precipitación, como su origen, desarrollo y forma, se requieren otros tipos de cantidades físicas. Una de ellas es la “concentración por tamaño de gota”, que se define como el número de gotas de cierto tamaño contenidas en un volumen de aire. Cuando dicha cantidad es medida en todo el rango de tamaños de gotas de lluvia posibles, se puede obtener el espectro de gotas, también conocido como la distribución por tamaños de gotas de lluvia (DTGL). Esta representación revela la forma de la precipitación en función del tamaño de las gotas, y varía significativamente dependiendo de los procesos que se llevan a cabo en la formación y desarrollo de la precipitación, ya sean de lluvia fría (a partir de partículas derretidas de hielo, como nieve o granizo) o de lluvia cálida (en ausencia de hielo y mediante procesos de colisión, coalescencia y rompimiento de gotas). Por lo anterior, la DTGL es variable en el espacio y el tiempo, es decir, que varía según la localización geográfica y época del año (Rogers y Yau, 1996; Rosenfeld y Ulbrich, 2003; Testik y Barros, 2007; Adirosi et al., 2016).

La DTGL no sólo es relevante porque revela información fundamental sobre la precipitación, sino también porque está involucrada en diversas aplicaciones de interés atmosférico e hidrológico. Desde el trabajo de Marshall y Palmer (1948), se encontró que su medición y parametrización permite obtener cantidades físicas como la reflectividad de radar y la intensidad de precipitación. Actualmente, tener parametrizaciones precisas de los espectros de gotas de lluvia permite mejorar la estimación de precipitación cuantificable por sensores remotos (Chen et al., 2013; Adirosi et al., 2016; Wen et al., 2016). Asimismo, contar con parametrizaciones de las DTGLs adecuadas es de gran importancia para los modelos numéricos de pronóstico del tiempo, ya que los esquemas

microfísicos de nubes y precipitación en los modelos implican conocer la forma del espectro de gotas (Yang et al., 2019; Adirosi et al., 2016). De igual manera, la DTGL es relevante en estudios de erosión del suelo debido a que a partir de ella y de las velocidades de caída de gotas de lluvia, se puede calcular la energía cinética de las gotas (Salles et al., 2002; Angulo-Martínez et al., 2016).

La medición de la DTGL se remonta a los trabajos de Weisner (1898) y Laws y Parsons (1948), que utilizaron superficies impregnadas de tinta o harina, respectivamente, donde el tamaño (diámetro) de las gotas de lluvias era inferido a partir de las marcas que dejaban al caer en dichas superficies. Las mediciones modernas comenzaron con la introducción de equipos capaces de medir continua y automáticamente el tamaño de las gotas, tales como el espectrómetro de gotas electromecánico (Joss y Waldvogel, 1967) y de arreglo óptico (Knollenberg, 1981), este último utilizado principalmente en aviones instrumentados y adecuado para su utilización en superficie por Montero-Martínez y García-García (2016). Actualmente, son los disdrómetros ópticos (ver, por ejemplo, Ellis et al., 2016) los equipos más utilizados para medir el espectro de gotas, dado que no sólo miden el tamaño de las gotas, sino también su velocidad de caída.

La parametrización de la DTGL ha sido objeto de estudio desde el trabajo de Marshall y Palmer (1948) – donde usaron el principio de medición de Laws y Parsons (1948) – quienes encontraron que, para un promedio de eventos de precipitación, la DTGL se comporta de manera exponencial y se ajusta mediante la relación: $N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D)$, donde $N(D)$ es la concentración por tamaño de gota, D el diámetro de las gotas, y N_0 y Λ son los parámetros del ajuste. Dada la simplicidad de esta parametrización, ha sido ampliamente utilizada en los algoritmos de radar para la estimación de la precipitación. Por otro lado, debido a que dicho ajuste sólo es válido para un promedio de eventos y no necesariamente refleja la variabilidad de la precipitación (Ulbrich, 1983), se han propuesto parametrizaciones que describen mejor la forma de la DTGL y su variabilidad. Entre dichas funciones, las más comunes son la gamma (Ulbrich, 1983), la gamma normalizada (Testud et al., 2001; Bringi et al., 2003; Tapiador et al., 2014) y la lognormal (Feingold y Levin, 1986), siendo las primeras dos las más utilizadas actualmente.

La Ciudad de México recibe anualmente en promedio 714 mm de agua precipitable (SEMARNAT, 2019), y se caracteriza por tener un período de lluvias y un período seco: la precipitación se origina principalmente por convección en el primer caso y por frentes fríos en el segundo. Debido a que no se cuenta con una parametrización de las DTGLs en la Ciudad de México, la motivación de este trabajo es encontrar las parametrizaciones que mejor describan las DTGLs en la región, ya que esto ayuda a entender mejor los procesos de origen y evolución de la precipitación y permite aplicar dichas parametrizaciones en diversas áreas de estudio como la erosión del suelo, los modelos de pronóstico del tiempo y el radar. Además, en este trabajo se separan las DTGLs por períodos del año: lluvias, seco y anual, con lo cual se busca observar si las parametrizaciones son características de la época del año y por lo tanto de un tipo de precipitación (estratiforme o convectiva).

El objetivo principal de este trabajo es realizar las parametrizaciones de MP, gamma y gamma normalizada de los espectros de gotas de lluvia en la Ciudad de México, haciendo uso de las mediciones realizadas por un disdrómetro óptico PWS100 en el año 2015. Los objetivos secundarios son:

- Comparar las diversas parametrizaciones (MP, gamma y gamma normalizada), y analizar cual describe mejor las DTGLs.
- Buscar una asociación entre las parametrizaciones y los períodos del año: seco y de lluvias.
- Corroborar que las mediciones del disdrómetro óptico PWS100 son confiables para obtener parametrizaciones de los espectros de gotas de lluvia.

La hipótesis del presente trabajo es que las DTGLs medidas en la Ciudad de México pueden ser parametrizadas adecuadamente mediante la relación exponencial de MP y las funciones gamma y gamma normalizada.

Este trabajo consiste del Resumen, la Introducción (Capítulo 1), el Marco Teórico (Capítulo 2), la Metodología (Capítulo 3), los Resultados y Discusión (Capítulo 4), las Conclusiones (Capítulo 5), un Anexo y la Bibliografía.

2. Marco Teórico

2.1. Física de la precipitación

En esta Sección se abordan los procesos que dan lugar a la formación y desarrollo de la precipitación, así como los principales tipos de precipitación (estratiforme y convectiva) resultantes de dichos procesos. Se abarca desde los mecanismos y condiciones que permiten la formación de nubes, hasta como se desencadena la precipitación, ya sea a partir de nubes que contienen solamente gotitas de agua (lluvia caliente) o de nubes que contienen partículas de hielo (lluvia fría).

2.1.1. Origen y desarrollo de la precipitación

Para que puedan formarse las nubes (y posteriormente la precipitación), en primer lugar se requiere que el aire esté sobresaturado (con una humedad relativa mayor al 100%) respecto del agua líquida o del hielo, ya sea esto por el enfriamiento adiabático de una parcela de aire que asciende por convección local o forzada (por convergencia de masas de aire o por orografía) o por enfriamiento isobárico: cuando se mezclan parcelas de aire con diferentes temperaturas.

Una vez que el aire está sobresaturado, es necesario que se generen los embriones de agua en fase líquida o sólida que crecerán para formar gotas de agua o partículas de hielo. Esto sucede mediante el proceso de nucleación, que es aquel por el cual una sustancia inicia un cambio de fase en un ambiente sobresaturado o sobreenfriado (American Meteorology Society, 2012b). Dado que, en la atmósfera es nula la probabilidad de que se generen embriones de gotitas de agua o cristales de hielo a partir de únicamente vapor de agua (nucleación homogénea), es necesario la presencia de otra sustancia que permita romper la barrera de energía para formar la nueva fase líquida o sólida (nucleación heterogénea) (Lamb y Verlinde, 2011). Es por ello que las partículas de aerosol en la atmósfera juegan un papel esencial en la formación de nubes, ya que algunas de ellas propician que el vapor de agua se condense en gotitas o se deposite en cristales de hielo. En el primer caso a dichas partículas de aerosol se les conoce como núcleos de condensación de nube (CCN, por sus siglas en inglés) y en el segundo como núcleos de hielo (IN, por sus siglas en inglés). A partir de los CCN o los IN, las gotas de agua o los cristales de hielo crecen mediante procesos específicos que forman a las nubes y en última instancia generan precipitación.

2.1.1.1. Lluvia caliente

Una vez que los CCN permiten la formación de gotitas de agua, éstas crecen mediante la condensación de vapor de agua hasta alcanzar el tamaño típico de gotitas de nube: 0.01 mm (Neigburger y Chien, 1960). Dado que el crecimiento por condensación es muy lento para formar gotas grandes, para que se genere lluvia se necesita de los procesos de colisión, coalescencia y rompimiento de gotas. Las gotitas de nube colisionan entre sí y se “juntan” o se rompen mediante un proceso estocástico, es decir, que las colisiones entre gotas suceden como eventos individuales distribuidos estadísticamente en el tiempo y el espacio (Wallace y Hobbs, 2006). Mediante dichos procesos se explica la rápida formación de gotas grandes en las nubes y la generación de lluvia. No obstante, la distribución de gotas observada a partir de estos mecanismos sólo explica la generación

de gotas de hasta 3 mm (List y Gillespie, 1976), por lo que las gotas más grandes (de hasta 5 o 6 mm) observadas en eventos de precipitación sólo pueden ser explicadas mediante mecanismos de lluvia fría.

2.1.1.2. Lluvia fría

Como ya se mencionó previamente, es cero la probabilidad de que se formen cristales de hielo a partir de vapor de agua sin necesidad de otra sustancia. Sin embargo, se pueden generar partículas de hielo a partir de la congelación de gotas de agua, aunque se necesitan temperaturas muy bajas para que esto suceda (-36° aproximadamente). Es por ello que la formación de cristales de hielo sucede principalmente por nucleación heterogénea, mediante cuatro mecanismos conocidos: deposición de vapor de agua en un IN, condensación seguida de congelación (necesita de un CNN previo), congelamiento de una gota de agua por contacto con un IN y congelamiento debido a la inmersión de un IN dentro de una gota de agua (Rogers y Yau, 1996). También existen otros dos modos de nucleación heterogénea que requieren la preexistencia de gotas o cristales de hielo: el primero, cuando se evapora una gota de agua y se crea un cristal de hielo en la partícula liberada; y el segundo, que se conoce como efecto “memoria”, cuando un cristal de hielo se sublima y en un tiempo posterior se nuclea hielo en el IN liberado.

El crecimiento de los cristales de hielo se lleva a cabo mediante los siguientes mecanismos: deposición de vapor agua; agregación, que es cuando los cristales de hielo colisionan y se “juntan”; y acreción, que es la colisión de una partícula de hielo con una gota de agua, la cual se adhiere y congela para formar una partícula más grande.

Además de los procesos de nucleación de hielo antes mencionados, se pueden formar cristales de hielo mediante procesos secundarios que consisten en: la fractura de cristales de hielo durante el mecanismo de agregación, la fragmentación de gotas (cristales de hielo en formación) durante la congelación, y el astillamiento (mecanismo de Hallet-Mossop), que consiste del desprendimiento de pedazos de hielo de la superficie congelada (que fue creada en el proceso de acreción) de una gota de agua.

Los procesos de crecimiento de cristales de hielo mencionados previamente dan como resultado partículas de precipitación como nieve (por agregación), graupel y granizo (por acreción). Asimismo, estas partículas pueden derretirse en su trayecto hacia la superficie y dar lugar a lo que se conoce como lluvia fría. Las gotas resultantes del derretimiento de partículas de hielo pueden llegar a tener diámetros de hasta 5 o 6 mm, como se observa en muchos espectros de gotas.

En la Fig. 1 se presenta un resumen de los procesos que dan lugar a la formación de precipitación (caliente y fría). Dichos procesos son los que en última instancia modulan la forma de las DTGLs observadas en superficie, por lo que medir y parametrizar los espectros de gotas de lluvia ayuda a entender el origen y la evolución de la precipitación.

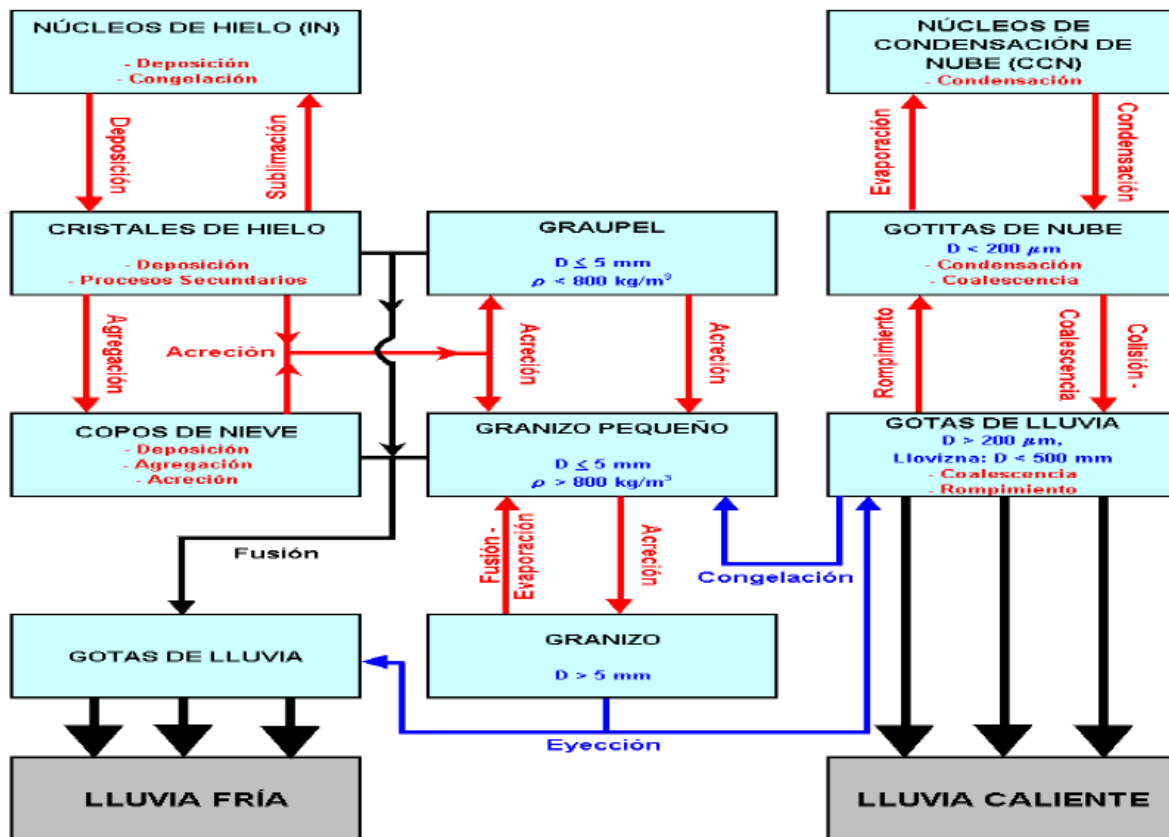


Figura 1. Procesos de formación de nubes y precipitación. Tomada de las notas del curso de Física de nubes del Dr. F. García-García.

2.1.2. Tipos de precipitación

El tipo de precipitación se distingue principalmente por el tipo de nube en la que se origina y por la velocidad ascendente del viento en la misma, que a su vez determina los distintos procesos de formación de hidrometeoros – que se definen como cualquier producto de la condensación o deposición del vapor de agua atmosférico (American Meteorology Society, 2012a)–. La precipitación estratiforme se forma en nubes stratus y se caracteriza por tener una velocidad ascendente del viento menor a la velocidad de caída de los cristales de hielo y nieve (Houze, 2014), esto permite que en la región alta de la nube las partículas de hielo se formen por deposición de vapor de agua y crezcan por agregación y acreción cuando descienden cerca del nivel de congelación (Tokay y Short, 1996). Asimismo, dichas partículas pueden derretirse cuando descienden a temperaturas mayores que 0°C y formar gotas grandes que caen rápidamente.

La precipitación convectiva, se forma en nubes cumulus (principalmente de desarrollo vertical) y se caracteriza por tener una velocidad ascendente del viento igual o mayor a la velocidad de caída de las partículas de hielo. Asimismo, el tiempo de crecimiento de los hidrometeoros es bastante corto en este tipo de precipitación, lo que significa que las partículas de precipitación se originan cerca de la base de la nube. Consiguientemente, el crecimiento de las partículas se da cuando el viento es suficientemente fuerte para elevarlas y caen cuando consiguen un peso capaz

para superar las fuerzas ascendentes (Houze, 2014). Por lo anterior, su principal mecanismo de crecimiento es por acreción, seguido de la colisión, coalescencia y rompimiento de las gotas de lluvia (Tokay y Short, 1996). Los procesos asociados a cada tipo de precipitación se pueden apreciar en la Fig. 2.

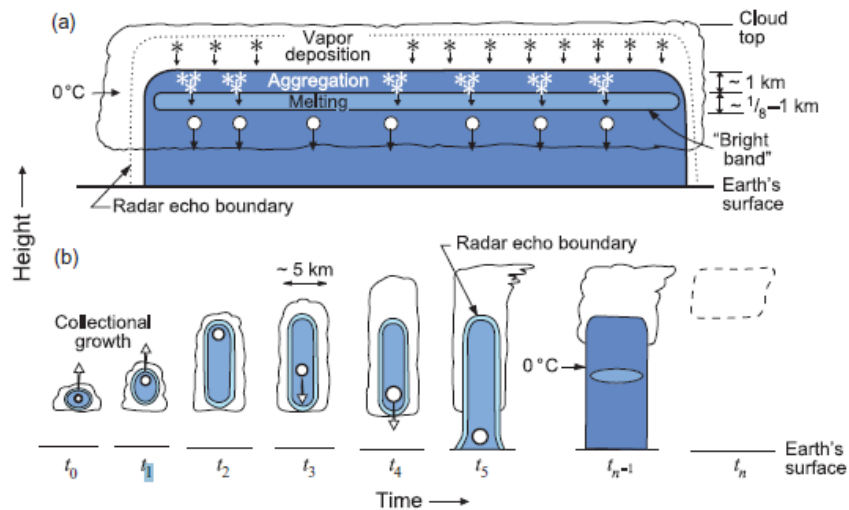


Figura 2. Precipitación estratiforme (a) y convectiva (b), donde se aprecia la dinámica de los hidrometeoros en diferentes tiempos. Tomada de Houze (2014).

A pesar de la notable diferencia entre los dos tipos de precipitación, generalmente ambos se presentan en un mismo sistema organizado de tormentas, ya sean éstos convectivos de mesoescala, ciclones tropicales, sistemas frontales o convección forzada por elementos orográficos (Houze, 2014). La convección en dichos sistemas, que puede ocurrir dentro o adyacente a las nubes stratus, es trascendente para la precipitación estratiforme, ya que advecta partículas de hielo a la región alta de las nubes, que pueden crecer y desencadenar la precipitación rápidamente. Por lo anterior, aunque un sistema convectivo puede contener principalmente precipitación convectiva, al venir casi siempre acompañada de precipitación estratiforme hace que un evento de precipitación no siempre pueda ser asociado a un único tipo.

Actualmente, para caracterizar la precipitación se utilizan técnicas de radar, como la distinción de la banda brillante o de la estructura de eco incrustada no uniforme (Houze, 2014). Además, estas observaciones son asociadas con mediciones en superficie de las DTGLs y su parametrización, para tener una clasificación más consistente como, en su caso, lo hacen Tokay y Short (1996) y Wen et. al (2016).

2.2. Distribución por Tamaños de Gotas de Lluvia

2.2.1. Definición y características generales

La DTGL se define formalmente como el número de gotas de lluvia por intervalo de tamaño (en mm) por volumen de aire (en m³) (Pruppacher y Klett, 1997). En otras palabras, la DTGL indica como están dispuestas las gotas en los diversos rangos de tamaño de gota. La DTGL se obtiene mediante la siguiente relación:

$$N(D_i) = \frac{n_i}{V\Delta D} \quad (1)$$

donde $N(D_i)$ es la concentración por tamaño de gota i , n_i es el número de gotas de tamaño i , D_i es el diámetro de la gota, V es el volumen de aire, y ΔD es el intervalo de tamaño de gota.

La DTGL es resultado de procesos físicos y microfísicos complejos entre los cuales destacan la colisión, coalescencia y rompimiento, el congelamiento y derretimiento de partículas de precipitación, la evaporación y las tasas de condensación y deposición (Tapiador et al., 2010). Además, es influenciada por diversos factores meteorológicos como la temperatura, la humedad relativa y el viento en la región debajo de la nube (Pruppacher y Klett, 1997). Debido a estas razones, las DTGLs son variables tanto en el espacio como en el tiempo y por ende características de la localización geográfica y la época del año. A su vez, al ser algunos de estos procesos característicos del tipo de precipitación (estratiforme o convectiva), las DTGLs pueden ser representativas de alguno de estos tipos, tal como se observa desde Waldvogel (1974) y se hace más evidente en Tokay y Short (1996), Bringi et al. (2003), Chen et al. (2013) y Wen et al. (2016).

Generalmente, la DTGL presenta la forma de una función gamma o una exponencial (Fig. 3). En particular, exhibe una moda o pico (curva convexa) entre 0.5 y 1 mm de diámetro, y decrece exponencialmente hasta los 5 o 6 mm aproximadamente. Esto último sucede porque las gotas más pequeñas (menores que 0.25 mm aproximadamente) crecen o son colectadas por gotas de mayor tamaño, mientras que las gotas grandes (mayores que 3 mm) son más escasas y proclives a romperse (List y Gillispie, 1976; List et al., 1987). Experimentos de laboratorio (Fig. 4) han demostrado que, en el equilibrio (cuando el número de producción de gotas de cualquier tamaño es constante), las distribuciones de gotas presentan tres picos o modas (List et al., 1987). No obstante, debido a efectos de la evaporación, la turbulencia, y la variabilidad en las distribuciones de fragmentos producidos por el rompimiento, en eventos de precipitación casi siempre se observa solo una moda, excepto cuando se integra lluvia intensa en largos períodos de tiempo (McFarquhar, 2010).

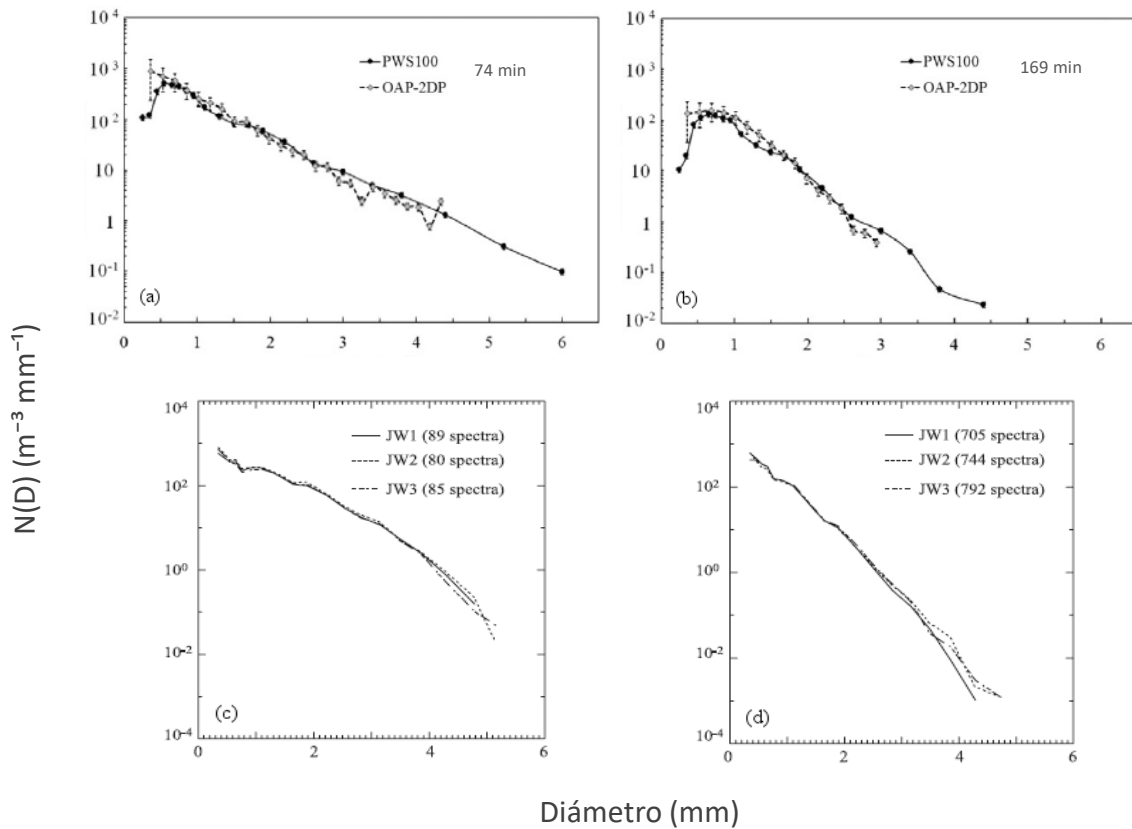


Figura 3. DTGLs correspondientes a cuatro eventos de precipitación. Dos medidas en la Ciudad de México por un disdrómetro óptico PWS100 y un espectrómetro óptico OAP-2DP: (a) 21-ago-2015, $R = 15.8$ mm hr^{-1} , (b) 17-sep-2015, $R = 1.7$ mm hr^{-1} – modificado de Montero-Martínez et al. (2016) –; y dos medidas en Wallop Island, Virginia por tres disdrómetros Joss-Waldvogel: (c) 26-may-2003, $R = 17.1$ mm hr^{-1} y (d) 07-jun-2003, $R = 1.7$ mm hr^{-1} – modificado de Tokay y Bashor (2010).

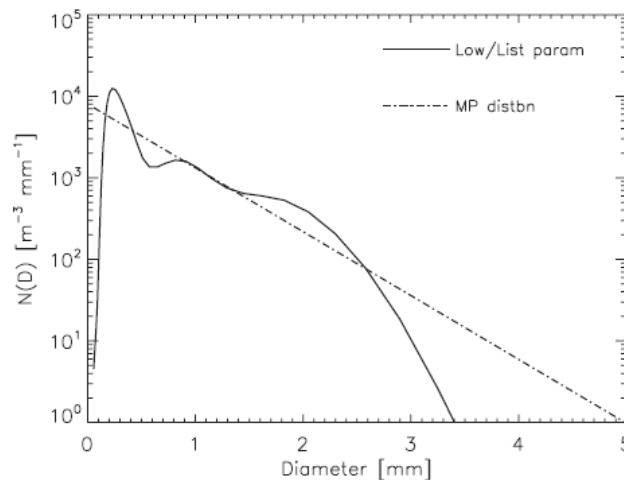


Figura 4. DTGL (línea continua) resultante de los experimentos de Low & List (1982a, 1982b), con ajuste MP (línea punteada), para una intensidad de precipitación de 50 mm hr^{-1} . Tomada de McFarquhar (2010).

2.2.2. Relaciones paramétricas

Los momentos de la DTGL están asociados a variables de interés tanto físico como práctico, entre las que destacan:

1. El contenido de agua líquida (*LWC*, por sus siglas en inglés), que se relaciona al tercer momento de la distribución y se expresa como (en g m^{-3}):

$$LWC = \frac{\rho\pi}{6000} \int_D D^3 N(D) dD \quad (2)$$

donde ρ es la densidad del agua, D es el diámetro de las gotas y $N(D)$ la concentración por tamaño de gota.

2. La intensidad de precipitación, que igualmente se relaciona al tercer momento de la distribución mediante (en mm h^{-1}):

$$R = \frac{6\pi}{10^6} \int_D D^3 v(D) N(D) dD \quad (3)$$

donde $v(D)$ corresponde a la velocidad de caída de las gotas y las demás variables son las mismas que en (2).

3. La reflectividad de radar Z ($\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$), que es un parámetro involucrado en la ecuación de radar y está asociado al sexto momento de la distribución, mediante:

$$Z = \int_D D^6 N(D) dD \quad (4)$$

En particular, Z es un parámetro que depende solamente de la DTGL y no del radar. Además, al relacionarse con el contenido de agua líquida o la intensidad de precipitación, permite revelar el tipo de precipitación (estratiforme o convectiva) y de hidrometeoros (Fraile y Fernández-Raga, 2009).

2.3. Parametrizaciones de la DTGL

2.3.1. Marshall-Palmer

Marshall y Palmer (1948) encontraron que las DTGLs en promedio (de precipitación estratiforme en especial) se comportan de manera exponencial y se pueden ajustar mediante la relación:

$$N(D) = N_o e^{-\Lambda D} \quad (5)$$

donde $N(D)$ es la concentración por tamaño de gota (ver. Ec. 1), D es el diámetro de las gotas y N_o y Λ son los parámetros del ajuste, que son obtenidos linealizando la ecuación (5) y resolviéndola mediante el método de mínimos cuadrados.

En la Fig. 5 se muestran los ajustes Marshall-Palmer (MP) para DTGLs promedio de diferentes intensidades de precipitación, donde es de notarse que los espectros de gotas son directamente proporcionales a la intensidad de precipitación. Esto se refleja en la pendiente de los ajustes, que se vuelve menos negativa conforme R incrementa. Asimismo, como se observa en la figura, es de gran relevancia el hecho que las DTGLs puedan ser ajustadas con una ordenada al origen (N_o) en común, debido a que la parametrización puede depender entonces solamente de una variable, lo que permite, por ejemplo, una mayor eficiencia en los algoritmos de estimación cuantitativa de la lluvia con radar (Testud et al., 2001).

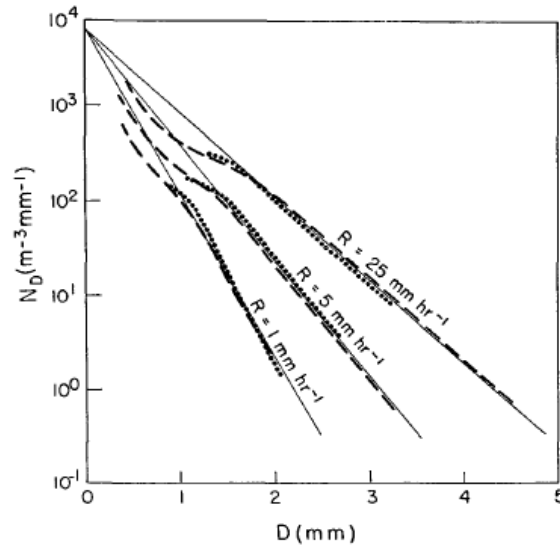


Figura 5. DTGLs de diferentes intensidades de precipitación medidas en Washington DC (líneas segmentadas) y en Ottawa (líneas punteadas), y ajustes MP (líneas continuas) con la ordenada al origen (N_o) constante. Tomada de Marshall & Palmer (1948).

Marshall y Palmer (1948) encontraron que:

$$N_o = 8000 \text{ m}^{-3} \text{mm}^{-1} \quad (6)$$

y hallaron un valor de Λ en función de la intensidad de precipitación:

$$\Lambda = 4.1R^{-0.21} \text{ mm}^{-1} \quad (7)$$

La desventaja de los ajustes MP es que la interpretación física de N_o no es clara, ya que no existen gotas con diámetro cero. Por otro lado, existen problemas con considerar N_o constante, debido a que en un mismo evento de precipitación dicho parámetro puede variar significativamente de un minuto a otro (Waldvogel, 1974). No obstante, esta parametrización es todavía comúnmente utilizada, debido a sus implicaciones prácticas, principalmente para aplicaciones de radar.

2.3.2. Gamma

La función gamma se define como:

$$N(D) = N_o D^\mu e^{-\Lambda D} \quad (8)$$

donde, $N(D)$ es la concentración por tamaño de gota (ver. Ec. 1), D es el diámetro de las gotas, N_o y Λ son parámetros análogos a los del ajuste MP (ver. Ec. 5), y μ es un parámetro de forma.

Esta relación matemática de tres parámetros, propuesta por Ulbrich (1983), es una de las parametrizaciones de la DTGL más utilizadas actualmente. Entre sus mayores beneficios, permite describir la forma de los espectros de gotas de manera más precisa ya que, en particular, explica la curva observada generalmente entre 0.5 y 1 mm de diámetro de gotas. Asimismo, permite explicar las fluctuaciones espaciales y temporales de los espectros (Ulbrich y Atlas, 1998). Otra ventaja más es que puede considerar el ajuste MP como un caso especial de sí misma (cuando se hace $\mu = 0$), tal como se observa en la Fig. 6, donde se evalúan distintos momentos de μ .

Para obtener los parámetros de la ecuación (8), se puede utilizar el método de momentos propuesto por Tokay y Short (1996) y por Ulbrich y Atlas (1998), como se muestra a continuación:

Dado el n -ésimo (n) momento (M) de la distribución:

$$M_n = \int D^n N(D) dD \quad (9)$$

mediante, el segundo, cuarto y sexto momento, se puede obtener la relación:

$$G = \frac{M_4^2}{M_2 M_6} \quad (10)$$

donde, a partir de (10), se puede calcular el parámetro de forma (μ) mediante la expresión:

$$\mu = \frac{(7 - 11G) - [(7 - 11G)^2 - 4(G - 1)(30G - 12)]^{1/2}}{2(G - 1)} \quad (11)$$

Con el cuarto y el tercer momento de la distribución, se puede obtener el diámetro medio ponderado por la masa (D_m) en mm:

$$D_m = \frac{M_4}{M_3} \quad (12)$$

con el que se puede calcular el parámetro de la pendiente (Λ) en mm^{-1} , mediante:

$$\Lambda = \frac{(\mu + 4)}{D_m} \quad (13)$$

El parámetro de la ordenada al origen (N_o) en $m^{-3}mm^{-1-\mu}$, se logra obtener con el tercer momento de la distribución y haciendo uso de Λ y μ , como sigue:

$$N_o = \frac{\Lambda^{\mu+4} M_3}{\Gamma(\mu + 4)} \quad (14)$$

donde, Γ es la función gamma.

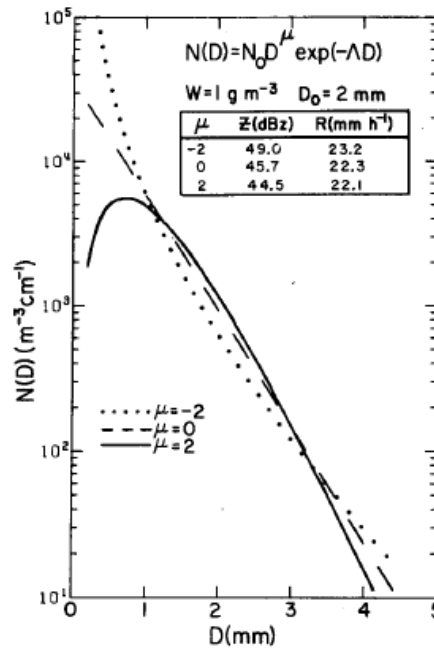


Figura 6. Función gamma para distintos momentos de μ , para una DTGL con un contenido de agua líquida de 1 g m^{-3} y un diámetro volumétrico medio de 2 mm. Tomada de Ulbrich (1983).

Dado que esta relación triparamétrica permite describir cualquier espectro de gotas de lluvia, es usualmente utilizada junto con información de radar para distinguir entre precipitación convectiva y estratiforme. De hecho, un gran número de estudios consisten en caracterizar la precipitación mediante los parámetros de la función gamma o gamma normalizada, como lo hacen, por ejemplo, Tokay y Short (1996), Bringi et. al (2003), Chen et al. (2013) y Wen et al. (2016).

En particular, Chen. et al. (2013) – que clasifican la precipitación únicamente con mediciones en superficie – ajustan las DTGLs de precipitación estratiforme y convectiva con la función gamma cómo se observa en la Fig. 7. En la que se aprecia que en ambos tipos de precipitación se presenta la curva característica de los espectros de gotas. Igualmente, en la figura se observa que existe una

clara similitud en las pendientes de los ajustes. Además, se nota que la DTGL de precipitación convectiva muestra una mayor concentración de gotas en todos los tamaños y una moda más amplia y a menores diámetros de gota que el de precipitación estratiforme.

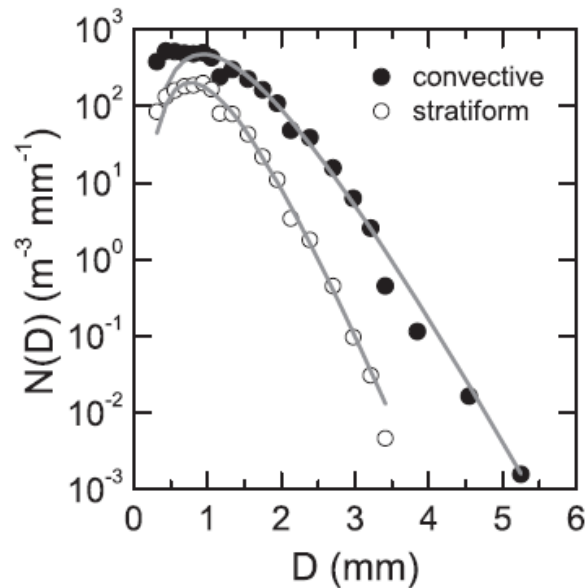


Figura 7. DTGL promedio de precipitación convectiva (círculos negros) y estratiforme (círculos blancos) con ajustes gamma (líneas grises). Tomada de Chen et. al (2013).

Una de las desventajas del ajuste gamma es que el parámetro N_0 carece de sentido físico (Testud et al., 2001) ya que, como se ve en la ecuación (14), sus unidades son adimensionales. Aunado a esto, el hecho de que sea una relación triparamétrica, se requiere un cálculo más laborioso, que resulta inconveniente, por ejemplo, para los algoritmos de estimación de precipitación de radar. Además, el hecho de que los parámetros sean dependientes entre sí hace que el ajuste pueda llegar a ser sensible a ligeros cambios.

2.3.3. Gamma normalizada

Debido a la carencia de significado físico de los parámetros de la función gamma, recientemente se ha propuesto una normalización de dicha función que permite obtener el ajuste con parámetros que son físicamente consistentes (Testud et al., 2001), ya que son obtenidos a partir de variables físicas definidas e independientes de la forma de la DTGL. Actualmente esta parametrización es la más utilizada para describir los espectros de gotas, tal como se muestra en los trabajos de Bringi et al. (2003), Chen et al. (2013) y Wen et al. (2016). En especial, en el primero se muestra el método para obtener los parámetros, como se presenta a continuación:

Una ordenada al origen generalizada se puede obtener a partir del contenido de agua líquida (LWC) y del diámetro medio ponderado por la masa (D_m), mediante la expresión (en $m^{-3} mm^{-1}$):

$$N_w = \frac{4^4}{\pi\rho} \left(\frac{LWC}{D_m^4} \right) \quad (15)$$

donde N_w es equivalente al parámetro N_o (Ec. 5) del ajuste exponencial (MP) de una DTGL que contiene el mismo LWC y D_m .

La desviación estándar normalizada del espectro de masa (σ_m) con respecto a D_m se define como:

$$\frac{\sigma_m}{D_m} = \left\{ \frac{M[D^3(D - D_m)^2]}{D_m^2 M(D^3)} \right\}^{1/2} \quad (16)$$

donde $M(D^3)$ consiste en el tercer momento de la DTGL. La ecuación (16) está relacionada al parámetro de forma μ (Ulbrich y Atlas, 1998) mediante:

$$\mu = \frac{1}{\left(\frac{\sigma_m}{D_m} \right)^2} - 4 \quad (17)$$

Dadas las ecuaciones (13), (15) y (17) – que dependen solamente de LWC y D_m –, se puede obtener la función gamma normalizada:

$$N(D) = N_w f(\mu) \left(\frac{D}{D_m} \right)^\mu e^{-\Lambda D} \quad (18)$$

donde:

$$f(\mu) = \frac{6}{4^4} \frac{(4 + \mu)^{\mu+4}}{\Gamma(\mu + 4)} \quad (19)$$

Otra ventaja más de la función gamma normalizada es que al igual que en gamma, se puede considerar el ajuste MP como un caso especial de sí misma (haciendo $\mu=0$). Además, esto se hace más evidente que en gamma, debido a que N_w es equivalente a la N_o de la relación exponencial de MP. Por lo anterior, si se considera μ igual a cero, el parámetro Λ (en este caso expresándolo como Λ^*) se puede calcular a partir de (13):

$$\Lambda^* = \frac{4}{D_m} \quad (20)$$

por lo que con N_w y Λ^* se puede calcular:

$$N(D) = N_w e^{-\Lambda^* D} \quad (21)$$

que es equivalente a (5).

Cabe destacar que el valor del parámetro N_w es el mismo que se obtiene del parámetro N_o haciendo $\mu=0$ en (14). No obstante, N_w es obtenido a partir de cantidades físicas definidas y no depende de otros parámetros del ajuste, por lo que su interpretación física es más consistente.

3. Metodología

3.1. Área de estudio

La Ciudad de México (que se localiza dentro de la cuenca de México) se encuentra a una altura aproximada de 2240 m.s.n.m. y cuenta con un clima templado subhúmedo en la mayoría de su territorio. Las precipitaciones en la cuenca de México se llevan a cabo en dos temporadas: una lluviosa (mayo-octubre), donde los ciclones tropicales del Pacífico y del Golfo de México aportan la humedad necesaria para la generación de precipitación, y una seca (noviembre-abril), donde la precipitación es más escasa y su origen está relacionado a frentes fríos (Jáuregui-Ostos, 2000; Montero-Martínez et al., 2011). Al sur (el sitio de estudio se encuentra en esta región), suroeste y oeste de la cuenca, los vientos (principalmente del este) cargados con humedad ascienden por convección forzada debido a la orografía; por lo que, las precipitaciones en dichas regiones son más abundantes: caen entre 700 y 1200 mm de lluvia al año. En cambio, en el centro y noreste de la cuenca, debido a la subsidencia del viento y a la sombra orográfica de la sierra de Guadalupe, las precipitaciones son deficitarias y más variables: se presentan entre 400 y 550 mm de lluvia al año (Jáuregui-Ostos, 2000).

En el año 2015 (del cual consisten los datos utilizados en este trabajo) se presentó un intenso fenómeno de El Niño, el cuál contribuyó a que solo un ciclón tropical del Atlántico (de los 12 presentados en la cuenca) llegará al país; en cambio en el Pacífico se observaron 21 ciclones de los cuales 4 tocaron territorio nacional (CONAGUA, s. f.). A nivel república, se tuvo 872 mm de lluvia acumulada, que es 93 mm más que su promedio histórico (1941-2014) de 779 mm. No obstante, la Ciudad de México presentó una lluvia acumulada de 492 mm, que es 228 mm menos que su promedio histórico (1941-2014) de 720 mm. Asimismo, la canícula (disminución de precipitación en la temporada de lluvias) presentada en dicho año duró dos meses en la Ciudad de México (entre julio y septiembre) y fue de intensidad moderada (CONAGUA, s. f.).

Las mediciones de las DTGLs fueron realizadas en Ciudad Universitaria con un disdrómetro óptico PWS100 que está instalado en el Observatorio Atmosférico "UNAM" (Figs. 8 y 9) que, a su vez, forma parte de la Red Universitaria de Observatorios Atmosféricos (RUOA). Siendo esta red una iniciativa de la UNAM con el objetivo de tener una base sólida de datos meteorológicos, de calidad de aire y de precipitación, a lo largo de todo el país.

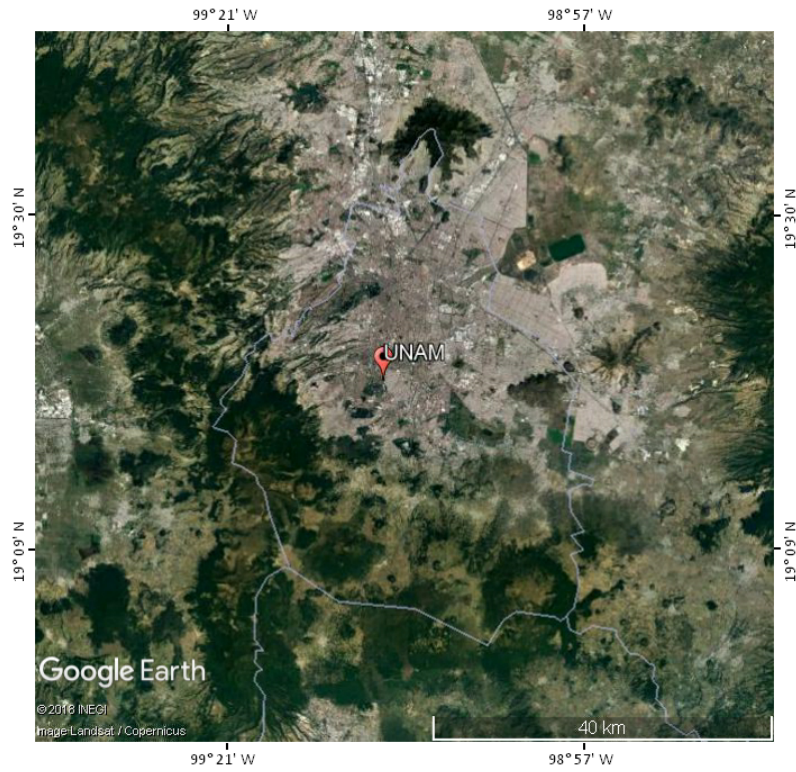


Figura 8. Mapa de la Ciudad de México y ubicación del Observatorio Atmosférico "UNAM".



Figura 9. Observatorio Atmosférico "UNAM" y disdrómetro óptico PWS100 (círculo rojo).

3.2. Instrumentación

3.2.1. Disdrómetro óptico PWS100

El PWS100 es un disdrómetro de arreglo óptico de la marca Campbell Scientific (Fig. 10), capaz de medir el diámetro y la velocidad de caída de partículas de precipitación en superficie; y de determinar la precipitación (por ejemplo: lluvia, granizo o nieve) asociada a dichas partículas, además de estimar la visibilidad. Este equipo consiste en una unidad láser y dos sensores ópticos ubicados a veinte grados con respecto a la vertical y al plano horizontal, como se muestra en la Fig. 11. La unidad láser genera cuatro láminas de luz de 0.4 mm de grosor, separadas entre sí 0.4 mm, lo que permite tener un volumen de detección consistente (Campbell Scientific, 2015). El área de medición del equipo es de 40 cm², que se define por la superposición de los dos detectores (Fig. 11.b).

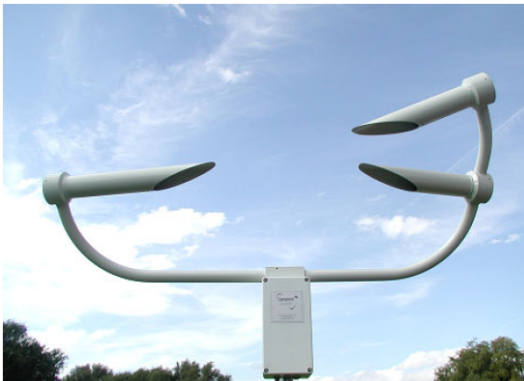


Figura 10. Disdrómetro óptico PWS100. Tomada de Campbell Scientific (2015).

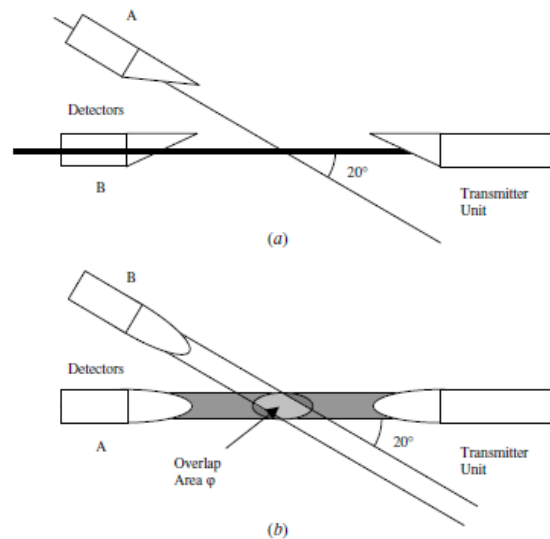


Figura 11. Unidad láser y sensores ópticos en vista lateral (a) y vista plana (b). Tomada de Ellis et al. (2006)

El equipo determina la velocidad de caída de los hidrometeoros por el tiempo que tardan en cruzar entre las láminas de luz (Fig. 12). Por su parte, sus tamaños (diámetros, en el caso de gotas de lluvia), los asume por la diferencia entre los tiempos de llegada de la luz (refractada por las gotas) a los sensores, debido a que esta diferencia se asocia con el tiempo que tardan las gotas en caer una cierta fracción de su diámetro. En cambio, en partículas no esféricas (cómo nieve), el tamaño lo asume por el tiempo de tránsito de la partícula o por la amplitud de la señal (Campbell Scientific, 2015). La incertidumbre asociada a la medición del tamaño y velocidad de caída de las partículas es del 5% (Campbell Scientific, 2015).

3.2.2. Pluviómetro TR-525M

El TR-525M es un pluviómetro de balancín de la marca Texas Electronics, Inc. (Fig. 14), que mide la cantidad de agua líquida precipitable (Texas Electronics, s. f.). Este dispositivo colecta la lluvia en su parte superior, para canalizarla a un balancín, que acumula el agua hasta que su peso es suficiente para que se vuelque y cierre temporalmente un interruptor. Cada vez que el interruptor se cierra significa que el equipo registra 0.1 mm de agua líquida precipitable. La incertidumbre de medición del equipo es del 1% hasta los 50 mm h⁻¹.



Figura 14. Pluviómetro TR-525M.

3.3. Adquisición y procesamiento de datos

En este trabajo, se obtuvieron las DTGLs a partir de las mediciones realizadas por el PWS100 durante el año 2015. Se contaron con registros de precipitación desde el 2 de febrero hasta el 8 de diciembre.

En primer lugar, los datos crudos (en formato DAT) del PWS100, fueron adquiridos a través de la RUOA. Posteriormente, haciendo uso de dicha información, se utilizaron y elaboraron programas computacionales en Python 3, con el fin de crear tres bases de datos (ver Anexo 1): 1. una base de datos con las matrices por minuto (en archivos de texto) que registró el equipo; 2. una base de datos (archivos de texto por mes) con la fecha, la hora, la precipitación asociada a los hidrometeoros, el número de gotas, la intensidad de precipitación y las concentraciones por tamaños de gota, correspondientes a cada matriz por minuto; y 3. una base de datos con gráficos de acumulación por día, donde se comparan las mediciones del PWS100 con las de un pluviómetro de balancín TR-525M (ubicado a 10 m del PWS100), para corroborar que ambos equipos midieron una cantidad similar de agua acumulada.

En particular, en la segunda base de datos, la intensidad de precipitación (en mm h⁻¹) fue calculada mediante:

$$R = \frac{n \rho V}{A \Delta t} \quad (22)$$

donde, n es el número total de gotas de lluvia, ρ es la densidad del agua, V es el volumen esférico equivalente de las gotas, A es el área de medición del PWS100 (40 cm²) y Δt el tiempo de medición (1 min). La concentración por tamaño de gota (en m⁻³ mm⁻¹) fue calculada a partir de:

$$N(D_i) = \frac{n_i}{A v(D_i) \Delta t \Delta D_i} \quad (23)$$

donde, n_i es el número de gotas registradas en la i -ésima categoría de tamaño, A y Δt corresponden a los mismos valores que en (22), $v(D_i)$ es la velocidad de caída de las gotas, y ΔD_i el intervalo de tamaño de gota.

Con el propósito de tener una base de datos de las DTGLs consistente (para poder parametrizarlas), se elaboró otro programa computacional que reclasificó (en archivos de texto) la segunda base de datos por períodos del año y por categorías de intensidad de precipitación. En el primer caso, la clasificación consistió en tres períodos (Tabla 1): lluvias, seco y todo el año (2015); y, en el segundo, la clasificación (Tabla 2) fue basada en el trabajo de Tokay y Short (1996), con la diferencia que se hicieron cinco categorías y no seis como lo proponen los autores.

Los registros de precipitación por minuto que tenían una R menor a 0.1 mm h⁻¹ o un número menor a 30 gotas, fueron descartados debido a que son considerados como lluvia inapreciable.

Tabla 1. Clasificación de las DTGLs por períodos del año.

Período	Seco	Lluvias	2015
Meses	Ene-abr y nov-dic	May-oct	Todo el año

Tabla 2. Clasificación de las DTGLs por categorías de intensidad de precipitación.

Categoría	Muy ligera	Ligera	Moderada	Fuerte	Extrema
Intensidad de Precipitación (mm h⁻¹)	$0.1 \leq R < 1$	$1 \leq R < 2$	$2 \leq R < 5$	$5 \leq R < 15$	$R \geq 15$

3.4. Parametrizaciones de las DTGLs

Las diversas parametrizaciones de las DTGLs fueron realizadas a partir de programas computacionales que fueron escritos en Python 3, que utilizaron como entrada los archivos de texto que contienen las DTGLs por minuto y que están clasificados por período del año y por categoría de intensidad de precipitación (Tablas 1 y 2).

3.4.1. Marshall-Palmer

Para realizar esta parametrización, se crearon dos arreglos de datos por categoría de intensidad de precipitación y por período del año. Uno con las concentraciones por tamaño de gota de todas las DTGLs por minuto y otro con sus respectivos diámetros. Dichos arreglos fueron acotados a un rango de tamaños (diámetros) de gota que permitiera el mejor ajuste posible. Consiguientemente, se calculó el logaritmo natural de las concentraciones por tamaño de gota del primer arreglo, y mediante la linealización de la ecuación (5):

$$N(D) = N_o e^{-\Lambda D}$$

$$\ln N(D) = \ln N_o - \Lambda D$$

$$N(D)' = N_o' - \Lambda D \quad (24)$$

se encontraron los parámetros Λ y N_o mediante el método de mínimos cuadrados, donde:

$$\Lambda = - \frac{n \sum [D * N(D)'] - \sum D \sum N(D)'}{n \sum (D^2) - (\sum D)^2} \quad (25)$$

siendo n el número de espectros de gotas por minuto; y:

$$N_o' = \frac{\sum N(D)' + \Lambda \sum D}{n} \quad (26)$$

donde:

$$N_o = e^{N_o'} \quad (27)$$

El margen de error asociado a los parámetros N_o y Λ se obtuvo de la siguiente manera:

$$\text{margen de error} = ES_{\text{parámetro}} \times 1.96 \quad (28)$$

donde, $ES_{\text{parámetro}}$ es el error estándar de N_o ó Λ , y 1.96 es el valor de t correspondiente a intervalos de confianza del 95% considerando que el número de datos es mayor a 30 (Thomson y Emery, 2014).

De manera análoga, dado que el período seco consistió en un número mucho menor de espectros de gotas que en el período de lluvias, para corroborar si los parámetros de los ajustes eran dependientes del número de DTGLs, se repitió el procedimiento mostrado anteriormente, pero con DTGLs clasificadas por subperíodos del período de lluvias: mayo, junio, julio-agosto (se tuvieron que juntar ambos meses porque había días sin mediciones en ambos casos), septiembre y mitad de septiembre (1-15), y se compararon los parámetros de dicha clasificación con los parámetros del período seco.

Para realizar los ajustes MP con una N_o constante (fija), se obtuvo un valor de N_o promedio (resultante de promediar las N_o de las categorías de intensidad de precipitación del período que abarca todo el año 2015) con el que se recalcularon los valores de Λ (de todos los períodos y categorías) a partir de la ecuación (26).

Con los valores de Λ (del período anual) de ambos ajustes (parámetros libres y N_o fija), y con el promedio de las intensidades de precipitación por categoría, se obtuvieron unas relaciones de ley de potencias de Λ en función de la intensidad de precipitación; como en la ecuación (7):

$$\Lambda = aR^b \quad (29)$$

que, linealizándola, es:

$$\begin{aligned} \ln \Lambda &= \ln a + b \ln R \\ \Lambda' &= a' + bR' \end{aligned} \quad (30)$$

Así se encontraron los parámetros a y b mediante el método de mínimos cuadrados, conforme a (25) y (26).

3.4.2. Gamma

Esta parametrización, a diferencia del ajuste MP, fue realizada con las DTGLs promedio y no con su conjunto. Los arreglos de datos para realizar el ajuste consistieron en las DTGLs promedio y los diámetros de gotas asociados a ellas donde, al igual que en MP, fueron acotados a un rango de diámetros de gota que permitiera el mejor modelado posible.

Para obtener los parámetros de la función gamma, en primer lugar se utilizó una expresión equivalente a (9), para calcular los momentos de la distribución, como sigue:

$$M_n = \sum_{i=1}^{34} D_i^n N(D_i) \quad (31)$$

donde D (en mm) es el diámetro de las gotas de tamaño i y $N(D_i)$ (en m^{-3}) es la concentración de gotas de diámetro i .

Mediante la ecuación (10) se calculó la relación de momentos (G), con la que se pudo calcular el parámetro de forma (μ) a partir de (11). Con la ecuación (12) se obtuvo el diámetro medio ponderado de la masa (D_m), que, junto con μ , permitieron calcular el parámetro de la pendiente (Λ) mediante la ecuación (13); y con μ y Λ se calculó el parámetro de la ordenada al origen (N_o) mediante la ecuación (14).

3.4.3. Gamma normalizada

Usando el mismo arreglo de datos que en la función gamma, se encontraron los parámetros de gamma normalizada.

Para calcular el contenido de agua líquida, se utilizó una ecuación equivalente a (2):

$$LWC = \frac{\rho\pi}{6000} \sum_{i=1}^{34} D_i^3 N(D_i) \quad (32)$$

siendo, ρ la densidad del agua (1 g cm^{-3}) y D (mm) y $N(D_i)$ (m^{-3}) las mismas variables que en (31).

Los parámetros de la pendiente (Λ), de forma (μ) y de la ordenada al origen generalizada (N_w) se calcularon mediante las ecuaciones (13), (15) y (17), respectivamente. Para obtener el ajuste de gamma normalizada que considera el ajuste MP como caso especial de sí misma (cuando $\mu=0$), simplemente se calculó el parámetro Λ^* mediante la ecuación (20), y se utilizó la N_w antes calculada, que es equivalente al parámetro N_o de MP.

Para observar el comportamiento de los ajustes cuando se considera μ constante, los parámetros Λ y N_w fueron recalculados utilizando una μ promedio (resultante de promediar los valores de μ de las diferentes categorías de intensidad de precipitación).

Por último, se encontraron las relaciones paramétricas de $D_m - R$, $\Lambda - R$ y $\Lambda^* - R$ de la misma manera que en los ajustes MP; – ver ecuaciones (29) y (30).

4. Resultados y Discusión

4.1. Ajustes Marshall-Palmer

4.1.1. Parámetros libres

Los ajustes MP de las DTGLs, por período del año y por categoría de intensidad de precipitación (R), se muestran en la Fig. 15; mientras que sus parámetros (Λ y N_0), sus coeficientes de correlación, el rango de diámetros de gotas en que se realizaron y el número de minutos de precipitación se presentan en la Tabla 3.

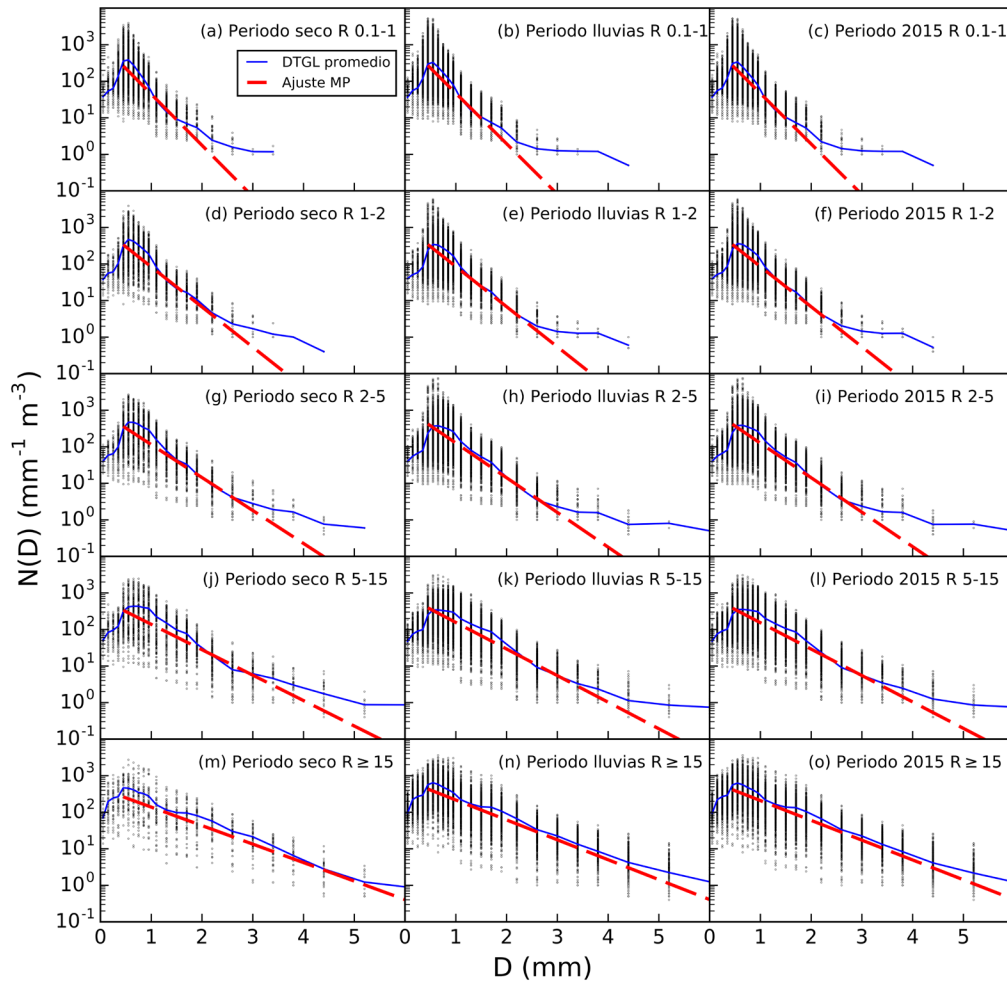


Figura 15. DTGLs (puntos negros), DTGL promedio (línea azul) y ajustes MP (línea roja segmentada), por período del año y por categoría de intensidad de precipitación. La línea roja correspondiente a los ajustes MP fue extendida a diámetros de gota mayores de los que se utilizaron para calcular los ajustes (ver Tabla 3).

Tabla 3. Características y parámetros (con su margen de error, considerando intervalos de confianza del 95 %) de los ajustes MP de las DTGLs, por período del año y por categoría de intensidad de precipitación. Los valores de los parámetros se resaltan en negritas.

Características y parámetros	Período del año	Categorías de intensidad de precipitación (mm h^{-1})				
		Muy ligera $0.1 \leq R < 1$	Ligera $1 \leq R < 2$	Moderada $2 \leq R < 5$	Fuerte $5 \leq R < 15$	Extrema $R \geq 15$
Minutos de precipitación	Seco	955	347	271	173	54
	Lluvias	5000	1981	2055	1118	601
	2015	5955	2328	2326	1291	655
Rango de diámetros de gotas (mm) de los ajustes	Todos	0.65-2.2	0.65-3.4	0.65-4.4	0.65-5.2	0.65-5.2
Λ (mm^{-1})	Seco	3.22 ± 0.06	2.53 ± 0.06	2.08 ± 0.05	1.60 ± 0.05	1.17 ± 0.06
	Lluvias	3.18 ± 0.02	2.53 ± 0.02	2.19 ± 0.02	1.67 ± 0.02	1.25 ± 0.01
	2015	3.18 ± 0.02	2.53 ± 0.02	2.17 ± 0.02	1.66 ± 0.02	1.25 ± 0.01
N_o ($\text{m}^{-3}\text{mm}^{-1}$)	Seco	1116 ± 0.1	1044 ± 0.1	913 ± 0.1	687 ± 0.1	442 ± 0.1
	Lluvias	1128 ± 0.0	1064 ± 0.0	1123 ± 0.0	831 ± 0.0	756 ± 0.0
	2015	1125 ± 0.0	1061 ± 0.0	1095 ± 0.0	810 ± 0.0	724 ± 0.0
Coeficiente de Determinación	Seco	0.64	0.67	0.67	0.65	0.67
	Lluvias	0.66	0.73	0.74	0.73	0.75
	2015	0.66	0.72	0.73	0.71	0.74

En la Fig. 15 se observa que, para los tres períodos del año, la pendiente de los ajustes MP se hace menos negativa mientras la intensidad de precipitación se hace mayor. Asimismo, en la Tabla 3 se denota que, el parámetro Λ (definido como la pendiente por menos uno) disminuye con respecto a las categorías de intensidad de precipitación. Esto es bastante consistente ya que, como se mencionó en el Capítulo 2, Marshall y Palmer (1948) encontraron dicha relación entre los ajustes y la intensidad de precipitación (ver Fig. 3). Por otra parte, y a diferencia de Λ , el parámetro N_o para el período de lluvias y el período que abarca todo el año 2015 muestra un comportamiento menos lineal con respecto a la intensidad de precipitación, ya que, como se observa en la Tabla 3, tiene un segundo máximo relativo en la categoría “moderada”.

También en la Fig. 15, es de notarse que los ajustes sólo explican bien las DTGLs hasta cierto tamaño (diámetro) de gotas. Considerando los tres períodos del año y las categorías de intensidad de precipitación de “muy ligera” a “extrema”, dichos tamaños límite son aproximadamente: 1.7, 2.6, 3.0, 3.4 y 5.2 mm. La razón por la cual los ajustes no alcanzan a describir los tamaños de gota grandes (principalmente cuando la R es menor que 5 mm h^{-1}), se debe a que las DTGLs presentan un número mucho mayor de gotas pequeñas (menores que 2 mm) que de gotas grandes, lo que sesga los ajustes hacia dichos tamaños de gota pequeños.

En la Tabla 3 se observa que los valores de Λ del período de lluvias son los mismos que los del período que abarca todo el año para las categorías “muy ligera”, “ligera” y “extrema”, mientras que, para las categorías “moderada” y fuerte”, varían solamente por 0.02 y 0.01 mm^{-1} , respectivamente. En cambio, los valores de Λ del período seco muestran una mayor diferencia respecto al período de

lluvias en casi todas categorías: varían por 0.04, 0.11, 0.07 y 0.08 mm^{-1} conforme a las categorías “muy ligera”, “moderada”, “fuerte” y “extrema”. A pesar de ello, sí para las categorías “muy ligera” y “fuerte” se consideran los márgenes de error de Λ en ambos períodos, dichos parámetros se explican uno del otro, por lo que la diferencia en tales categorías puede considerarse relativa. Para la categoría “ligera” el valor de Λ del período seco es el mismo que el de los otros dos períodos. Por otro lado, los valores de N_o entre los períodos de lluvias y seco varían considerablemente en las categorías “moderada”, “fuerte” y “extrema”, por 210, 144 y 314 $\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$, respectivamente, mientras que, para “muy ligera” y “ligera” varían ligeramente por 12 y 20 $\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$, respectivamente. Por lo anterior, es muy evidente la diferencia entre los valores de N_o de ambos períodos cuando la intensidad de precipitación es mayor que 2 mm h^{-1} . La diferencia entre los valores de N_o entre el período de lluvias y el período que abarca todo el año no es tan marcada: para las categorías “muy ligera” y “ligera” consiste solamente de 3 $\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$, mientras que, para las demás categorías, es a lo más por 32 $\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$. Cabe destacar que la poca diferencia observada entre los parámetros del período de lluvias y los del período que abarca todo el año tiene que ver con el hecho de que el período de lluvias contiene el 86% de los minutos de precipitación del año 2015 considerados en este trabajo.

En la Fig. 16, se presenta una comparación de los ajustes MP entre períodos del año y categorías de intensidad de precipitación. En ella se observa que los ajustes entre los períodos de lluvias y todo el año se siguen muy bien. De igual manera, los ajustes del período seco de las categorías muy ligera ($0.1 \leq R < 1$), ligera ($1 \leq R < 2$), moderada ($2 \leq R < 5$) y fuerte ($5 \leq R < 15$) siguen bien a los ajustes de los otros dos períodos. En la categoría extrema ($R \geq 15$), el ajuste del período seco no sigue tan bien a las de los otros períodos, esto es debido no solamente por la diferencia en los valores de Λ , sino también por la diferencia en los valores de N_o (la diferencia en esta categoría es la mayor de todas entre el período seco y el de lluvias). Esto último deja ver que el parámetro, N_o es determinante para observar diferencias entre ajustes de un período y otro, ya que, por ejemplo, en la categoría “moderada”, la diferencia (0.11 mm^{-1}) entre los valores de Λ del período seco y de lluvias es mayor que la diferencia en la categoría “extrema” (0.08 mm^{-1}), y sin embargo los ajustes en la categoría “moderada” entre ambos períodos se siguen bien.

Para valorar la diferencia observada entre los ajustes del período seco y del período de lluvias para la categoría “extrema”, también se deben tomar en cuenta dos aspectos: el primero, que el período seco solo cuenta con 54 minutos de precipitación en dicha categoría, lo que hace no tan representativo su ajuste; y, el segundo, que existe una gran variabilidad de intensidades de precipitación en esta categoría, debido a que no cuenta con un límite superior. Por ejemplo, el período de lluvias cuenta con 44 minutos de precipitación con una R por encima de 68 mm h^{-1} (con una R máxima de 191 mm h^{-1}), la cual es la R máxima del período seco. Por estas razones, la comparación entre ajustes de la categoría “extrema” de dichos períodos no es tan consistente como en las demás categorías, pero es igualmente válida.

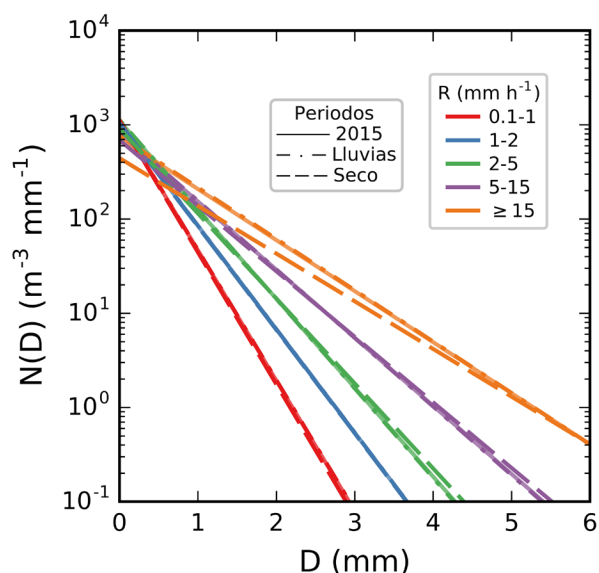


Figura 16. Comparación de ajustes MP entre periodos del año y categorías de intensidad de precipitación.

A partir de los resultados presentados en la Fig. 16 y de las observaciones realizadas, se puede decir que, con excepción de la categoría “extrema”, no hay una diferencia considerable entre los ajustes del período seco y del período de lluvias. Esto significa que, en promedio, la forma de las DTGLs es similar entre periodos del año cuando la intensidad de precipitación no es mayor a 15 mm h^{-1} .

En la Tabla 3 puede notarse que, para cualquier período del año la variabilidad del parámetro N_0 entre categorías de intensidad de precipitación es considerable, por ejemplo, en el período que abarca todo el año, la diferencia entre las N_0 de las categorías “muy ligera” y “extrema” es de $401 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$. No obstante, al observar la Fig. 16, y excluyendo al período seco, puede notarse que desde un punto de vista logarítmico, dicha variabilidad entre los parámetros N_0 no es tan considerable. Por esta razón y debido a los beneficios que conlleva tomar N_0 como constante es que también se realizó la parametrización de MP con dicho parámetro fijo.

En la Tabla 4 se presentan el número de minutos de precipitación y los parámetros de los ajustes del período seco y de ciertos subperíodos del período de lluvias: mayo, junio, julio-agosto, septiembre y la mitad de septiembre (1 al 15). En ella se resaltan los valores de los subperíodos que más se aproximan a los valores del período seco. Las diferencias entre los valores del período seco y los valores de los subperíodos que más se le aproximan, se muestra a continuación. En torno a los minutos de precipitación, en las categorías “muy ligera” y “ligera”, es el subperíodo de jul-ago el que tiene las menores diferencias: 74 y 25 minutos, respectivamente; mientras que, para las categorías “moderada”, “fuerte” y “extrema”, es el subperíodo del 1 al 15 de septiembre: 34, 26 y 44 minutos, respectivamente. Otras diferencias que considerar, son con las del mes de junio para

las categorías “ligera” y “extrema”: 76 y 46 minutos. Respecto a los parámetros Λ y N_o , en todos los casos es el mes de junio el que cuenta con las menores diferencias, siendo para las categorías de “muy ligera” a extrema”, en Λ : 0.11, 0.08, 0.04, 0.06 y 0.03 mm^{-1} , y en N_o : 24, 105, 25, 114 y 190 $\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$. No obstante, también se deben considerar las diferencias en Λ con el mes de mayo para las categorías “muy ligera”, “ligera” y “moderada”: 0.14, 0.10 y 0.11 mm^{-1} , y las diferencias con en el subperíodo de jul-ago para las categorías “muy fuerte” y “extrema”: 0.14 y 0.03 mm^{-1} (es la misma diferencia que se tiene con el mes de junio). Con base en estas observaciones y los demás resultados presentados en la Tabla 4 se pueden decir dos cosas. Una, que los parámetros de los ajustes MP no son del todo dependientes del número de minutos de precipitación, ya que, por ejemplo, los subperíodos de jul-ago (en las categorías “muy ligera”, “ligera”) y mitad de septiembre (en las categorías “moderada” y “extrema”) son los que tienen el número de minutos de precipitación más cercanos al período seco, pero sus valores de Λ y N_o no son ni los primeros ni los segundos más cercanos a los de dicho período. Y dos, que la variabilidad de los ajustes (parámetros) entre subperíodos es considerable (ver, por ejemplo, la diferencia entre los parámetros de septiembre y julio-agosto), lo que sugiere que los porcentajes de precipitación convectiva y estratiforme en los sistemas convectivos varían a lo largo del período de lluvias.

Tabla 4. Parámetros de los ajustes MP del período seco y de subperíodos del período de lluvias (con su margen de error, considerando intervalos de confianza del 95%), con sus minutos de precipitación. En amarillo se resalta el período seco. Mientras que los valores de los subperíodos más cercanos a los del período seco se resaltan en naranja, y los segundos más cercanos en verde. Los valores de los parámetros se presentan en negritas.

Parámetros y minutos de precipitación	Período	Categorías de intensidad de precipitación (mm h^{-1})				
		Muy ligera $0.1 \leq R < 1$	Ligera $1 \leq R < 2$	Moderada $2 \leq R < 5$	Fuerte $5 \leq R < 15$	Extrema $R \geq 15$
Minutos de precipitación	Seco	955	347	271	173	54
	Mayo	1294	547	716	361	182
	Junio	754	374	409	242	104
	Jul-ago	881	372	320	221	198
	Sep	1911	672	596	291	108
	Sep (1-15)	582	232	305	199	98
Λ (mm^{-1})	Seco	3.22 ± 0.06	2.53 ± 0.06	2.08 ± 0.05	1.60 ± 0.05	1.17 ± 0.06
	Mayo	3.08 ± 0.04	2.43 ± 0.04	2.19 ± 0.03	1.80 ± 0.03	1.27 ± 0.03
	Junio	3.11 ± 0.06	2.45 ± 0.04	2.04 ± 0.03	1.54 ± 0.03	1.20 ± 0.04
	Jul-ago	3.02 ± 0.06	2.24 ± 0.05	1.92 ± 0.04	1.46 ± 0.04	1.20 ± 0.03
	Sep	3.36 ± 0.04	2.85 ± 0.04	2.48 ± 0.03	1.83 ± 0.03	1.35 ± 0.03
	Sep (1-15)	3.54 ± 0.08	2.67 ± 0.07	2.28 ± 0.04	1.73 ± 0.04	1.31 ± 0.03
N_o ($\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$)	Seco	1116 ± 0.1	1044 ± 0.1	913 ± 0.1	687 ± 0.1	442 ± 0.1
	Mayo	985 ± 0.1	901 ± 0.1	1152 ± 0.0	1128 ± 0.1	838 ± 0.1
	Junio	1092 ± 0.1	939 ± 0.1	888 ± 0.1	573 ± 0.1	632 ± 0.1
	Jul-ago	910 ± 0.1	647 ± 0.1	633 ± 0.1	502 ± 0.1	645 ± 0.1
	Sep	1412 ± 0.0	1781 ± 0.1	1829 ± 0.1	1177 ± 0.1	950 ± 0.1
	Sep (1-15)	1782 ± 0.1	1333 ± 0.1	1338 ± 0.1	940 ± 0.1	862 ± 0.1

Otro aspecto importante que resaltar, es que a pesar de la variabilidad de los ajustes entre subperíodos del período de lluvias, cuando se ajusta todo el período junto, los ajustes no resultan ser distintos a los del período seco cuando la R es menor a 15 mm h^{-1} , como ya se vio anteriormente. Lo que sugiere que, aunque la precipitación total entre períodos sea distinta (mucho mayor en el período de lluvias), los porcentajes de precipitación estratiforme y convectivas pudieran ser similares entre ambos períodos (seco y lluvias), cuando la intensidad de precipitación no es extrema.

4.1.2. Parámetro N_o fijo

Como se encontró que no hay una diferencia considerable entre los ajustes del período seco y el período de lluvias (con excepción de la categoría extrema $R \geq 15$, aunque también se discutió porque la diferencia entre ajustes en esta categoría no puede considerarse del todo válida), en este caso se consideró el período de todo el año 2015 para obtener una N_o en común, que fue resultado de promediar las N_o de las distintas categorías de intensidad de precipitación. Con dicha N_o promedio, se recalcularon los valores de Λ para todas las categorías de intensidad de precipitación y períodos del año. Los ajustes MP con N_o fija, por período del año y por categoría de intensidad de precipitación se muestran en la Fig. 17; mientras que sus parámetros (Λ y N_o) y coeficientes de determinación se presentan en la Tabla 5. En estos ajustes se utilizaron los mismos rangos de diámetro de gotas y minutos de precipitación que se presentan en la Tabla 3.

En la Fig. 17 se observa que, excluyendo a la categoría extrema ($R \geq 15$), los ajustes con N_o fija, en los tres períodos del año, describen bien las DTGLs hasta los mismos tamaños de gota que en los ajustes con parámetros libres (Fig. 15); estos tamaños son, de la categoría “muy ligera” a “fuerte”: 1.7, 2.6, 3.0 y 3.4 mm (el límite en la categoría “fuerte” para el período seco podría ser considerado en 3 mm). En torno a la categoría “extrema”, la diferencia entre los ajustes con parámetros libres y con N_o fija se hace más notoria, ya que, por ejemplo, en los ajustes con N_o fija (Fig. 17), en el período seco, el ajuste comienza a alejarse de la línea promedio (línea azul) desde los 3 mm, y en los otros dos períodos desde los 4.2 mm.

Por otro lado, al observar los valores de Λ de la Tabla 5 respecto a los de la Tabla 3 (ajustes con parámetros libres), se puede ver que dicho parámetro, por período (seco, lluvias) y por categoría, cambia por una cantidad de (en mm^{-1}): “muy ligera” (-0.13, -0.15), “ligera” (-0.07, -0.08), “moderada” (+0.03, -0.13), “fuerte” (+0.20, +0.11), y “extrema” (+0.38, +0.12). La magnitud de estas diferencias, como se discute más adelante, tiene que ver con que tan lejanos están los valores de N_o (de los ajustes con parámetros libres) del valor de la N_o fija, y si dichas N_o se encuentran por encima o por debajo de dicho valor constante. En particular se observa que los cambios más marcados son los del período seco en las categorías “fuerte” y “extrema”, especialmente en la última. No obstante, respecto a la categoría “fuerte” del período seco, el ajuste describe casi igual las DTGLs que su homólogo de la Fig. 15.

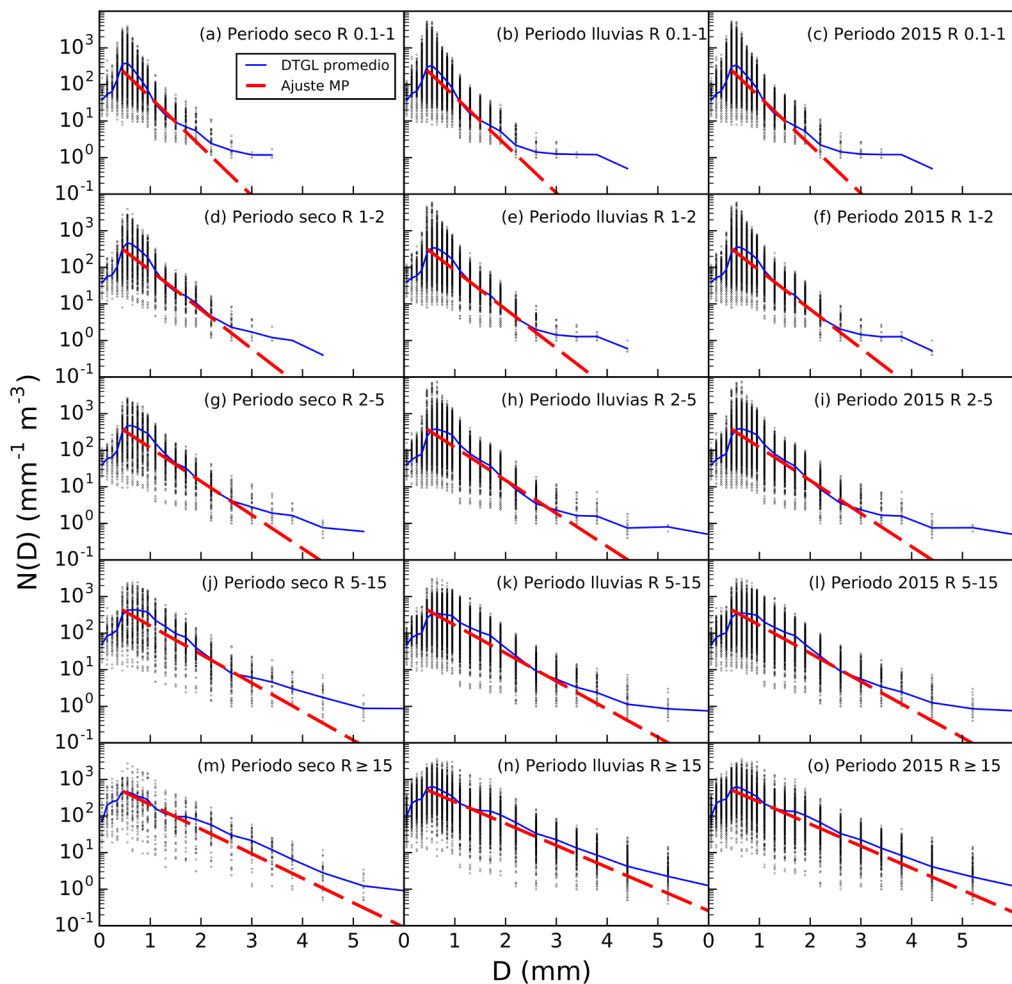


Figura 17. Como en la Fig. 15, pero con los ajustes MP con N_o fija.

Tabla 5. Parámetros y coeficiente de determinación de ajustes MP con N_o fija, por período del año y por categoría de intensidad de precipitación. Los valores de los parámetros se presentan en negritas.

Parámetros y Coef. de Det.	Período	Categorías de intensidad de precipitación (mm h^{-1})				
		Muy ligera $0.1 \leq R < 1$	Ligera $1 \leq R < 2$	Moderada $2 \leq R < 5$	Fuerte $5 \leq R < 15$	Extrema $R \geq 15$
Λ (mm^{-1})	Seco	3.09 ± 0.06	2.46 ± 0.06	2.11 ± 0.05	1.8 ± 0.05	1.55 ± 0.06
	Lluvias	3.03 ± 0.02	2.45 ± 0.02	2.08 ± 0.02	1.76 ± 0.02	1.37 ± 0.01
	2015	3.04 ± 0.02	2.45 ± 0.02	2.08 ± 0.02	1.77 ± 0.02	1.39 ± 0.01
N_o ($\text{m}^{-3}\text{mm}^{-1}$)	Todos	963				
Coeficiente de Determinación	Seco	0.64	0.67	0.67	0.64	0.60
	Lluvias	0.66	0.73	0.74	0.72	0.74
	2015	0.66	0.72	0.73	0.71	0.73

En la Tabla 5 se observa que la diferencia entre los valores de Λ del período seco y del período de lluvias, para las categorías “ligera” “moderada” y “fuerte”, es de 0.01, 0.03 y 0.04 mm^{-1} , respectivamente; en tanto a la categoría “muy ligera”, la diferencia es de 0.06 mm^{-1} , aunque si se consideran los márgenes de error de las Λ , esta diferencia se puede considerar relativa. Por otro lado, en la categoría “extrema” se observa una diferencia de 0.18 mm^{-1} , que es considerable. Ahora bien, al comparar estas diferencias respecto a las obtenidas en los ajustes con parámetros libres (discutidas en la Sección anterior), se observa que las diferencias se hacen mayores por 0.02 (muy ligera), 0.01 (ligera) y 0.10 (extrema) y se hacen menores por 0.07 (moderada) y 0.03 (fuerte). Otro aspecto que comparar entre parametrizaciones (parámetros libres y N_o fija) son los coeficientes de determinación. De las Tablas 3 y 4, puede notarse que, en ambas parametrizaciones, para la categorías “muy ligera”, “ligera” y “moderada”, los coeficientes son los mismos en los tres períodos del año, mientras que, en los ajustes con N_o fija, para la categoría “fuerte”, los coeficientes son menores por 0.01 unidades en los tres períodos, y en la categoría “extrema” son menores por 0.07 unidades para el período seco y por 0.01 y 0.02 unidades para el período de lluvias y todo el año, respectivamente.

Una comparación de los ajustes MP con N_o fija entre períodos del año y categorías de intensidad de precipitación (como en la Fig. 16) se presenta en la Fig. 18. En ella se observa que para las categorías de muy ligera ($0.1 \leq R < 1$) a fuerte ($5 \leq R < 15$) los ajustes entre períodos se siguen bastante bien. En cambio, el ajuste del período seco de la categoría extrema ($R \geq 15$) se separa considerablemente de los otros dos períodos. Por otro lado, al comparar las Figs. 16 y 18, es de notarse que, para una R menor que 15 mm h^{-1} , los ajustes MP con N_o fija se comportan de manera similar a los realizados con N_o libre, lo que es bastante consistente, ya que, como se vio anteriormente, los coeficientes de determinación de ambas parametrizaciones se mantienen casi constantes (excepto en la categoría “extrema”). Otro aspecto que considerar, es que en la Fig. 18 los ajustes de las categorías “moderada” y “fuerte” del período seco se encuentran ligeramente debajo de los ajustes de los otros dos períodos, mientras que en la Fig. 16 para las mismas categorías sucede lo contrario. Asimismo, se nota como en la categoría “extrema” el ajuste del período seco se separa mucho más de los ajustes de los otros dos períodos, en comparación a la Fig. 16. Esta inversión (y gran separación para el caso de la categoría “extrema”) observada, es debido a que, al fijar la N_o , se obliga a la pendiente de los ajustes ($-\Lambda$) a compensar la diferencia que existe entre los valores de N_o (de los ajustes con parámetros libres) y dicho valor fijo, es decir que, si el valor de N_o “original” se encuentra por encima de la N_o fija, la pendiente se hace más positiva (Λ disminuye), y si esta por debajo, la pendiente se hace más negativa (Λ incrementa). De igual manera, si los valores de N_o “originales” son muy lejanos a los de la N_o fija, el efecto antes mencionado es más evidente. Por ejemplo, en la categoría “moderada”, la N_o del período de lluvias ($1123 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$) se aleja de la N_o fija ($963 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$) por $160 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$, mientras que, la del período seco ($913 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$) se aleja por $50 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$. Esto da como resultado que, para dicha categoría, de los ajustes con parámetros libres a los ajustes con N_o fija, la Λ del período de lluvias disminuya de 2.19 mm^{-1} a 2.08 mm^{-1} (la pendiente se hace más positiva) y la del período seco incremente de 2.08 a 2.11 mm^{-1} (la pendiente se hace más negativa).

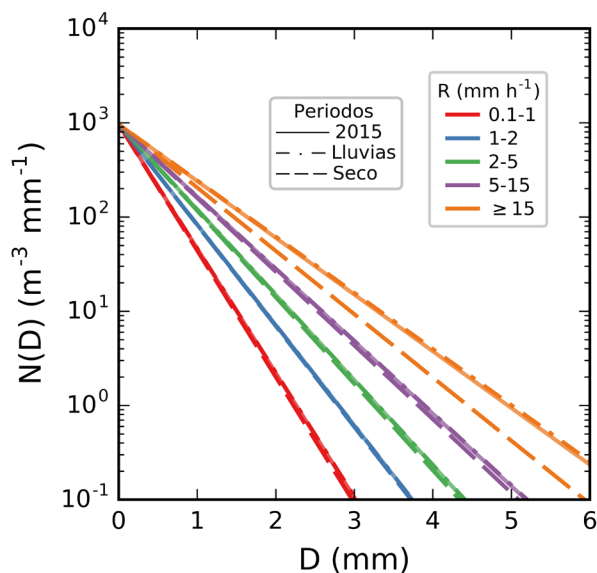


Figura 18. Como en la Fig. 16, pero con los ajustes MP con N_o fija.

En resumen, se observó que existe una diferencia entre los parámetros Λ de los ajustes con parámetros libres y los ajuste con N_o fija, que fue más marcada en algunos casos como en las categorías: fuerte ($5 \leq R < 15$) y extrema ($R \geq 15$), del período seco. No obstante, con excepción de la categoría extrema, con los ajustes que consideran N_o fija se encontró que: 1. Estos describen las DTGLs hasta los mismos tamaños de gota aproximados que en los ajustes con la N_o libre; 2. Los valores de Λ del período seco y del período de lluvias no muestran diferencias considerables, lo que se corrobora en la Fig. 18, donde se observa que los ajustes entre ambos períodos se siguen bien; 3. Las diferencias entre los valores de Λ de ambos períodos, no son considerablemente distintas que las encontradas en los ajustes con N_o libre, e inclusive en las categorías moderada y fuerte se reducen; 4. Sus coeficientes de determinación, y los encontrados con la N_o libre son los mismos en casi todas las categorías (en la categoría “fuerte” difieren por 0.01 unidades). Por lo anterior, puede decirse que, para intensidades de precipitación menores a 15 mm h^{-1} , los ajustes MP con N_o fija muestran un comportamiento similar al de los ajustes MP con parámetros libres. Por lo que es factible utilizar la parametrización de MP con la N_o constante.

4.1.3. Relaciones paramétricas

A partir de los valores de Λ (del período anual) de los ajustes con parámetros libres y con N_o fija, y con los promedios de las categorías de intensidad de precipitación de “muy ligera” a “extrema”: 0.45, 1.44, 3.13, 8.15 y 33.51 (en mm h^{-1}), se realizaron unos ajustes de ley de potencias (Ec. 29) como se muestra en la Fig. 19. En ella, se aprecia que los parámetros de ambas parametrizaciones (parámetros libres, N_o fija): a (2.71, 2.61) y b (-0.22, -0.18), difieren por 0.1 y 0.04 unidades, respectivamente. Ahora bien, si se comparan los parámetros de dichas parametrizaciones con los obtenidos por Marshall y Palmer (1948): $a=4.1$ y $b=-0.21$ (ver Ec. 7). Es de notarse que el

parámetro b en ambos casos es bastante cercano (por 0.01 y 0.03 unidades) al de dichos autores; mientras que, el parámetro a es considerablemente distinto (por 1.39 y 1.49 unidades). Debido a que el parámetro b es el que revela la razón a la que Λ decae en función de R , puede decirse que las pendientes de los ajustes ($-A$) obtenidas en este trabajo se comportan de la misma manera que las obtenidas por Marshall y Palmer (1948), principalmente las obtenidas con los parámetros libres.

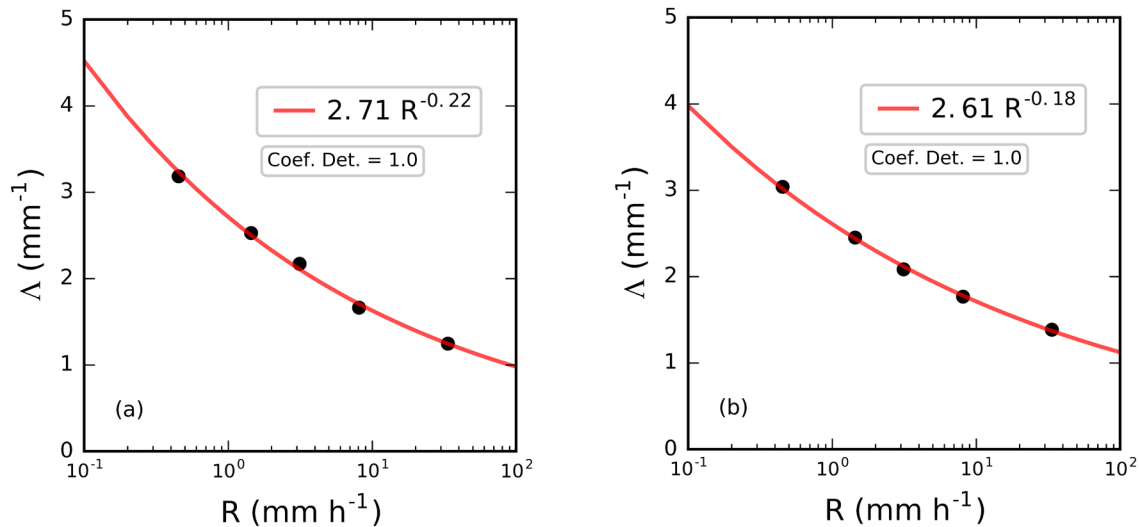


Figura 19. Ajustes de ley de potencias de Λ en función de R para el período que abarca todo el año 2015, correspondientes a las parametrizaciones de MP con parámetros libres (a) y con N_0 fija (b).

Retomando a Marshall y Palmer (1948), ellos encontraron un valor de N_0 constante de 8000 m⁻³ mm⁻¹ (Ec. 6), mientras que, en el presente trabajo se obtuvo un valor de N_0 constante de 963 m⁻³ mm⁻¹ (Tabla 5), que es un orden de magnitud menor al de ellos. Por lo que, lo más probable es que esta diferencia sea debido a los distintos regímenes climáticos entre el sitio de estudio de este trabajo y el de dichos autores, que corresponde a Ontario, Canadá, donde la precipitación es principalmente estratiforme. Aunque también es posible que esta diferencia sea debido a la forma en la que los autores obtuvieron su parametrización, por ejemplo, tal vez ajustaron el promedio de las DTGLs y no su conjunto (como se realizó en este trabajo).

4.2. Ajustes gamma y gamma normalizada

4.2.1. Parámetros libres

Los ajustes gamma y gamma normalizada, a diferencia de los ajustes MP, fueron realizados con el promedio de las DTGLs (línea azul, Figs. 15 y 17) y no con su conjunto. Por otra parte, debido a que con los ajustes MP se observó que no hay una diferencia considerable (para una R menor que 15 mm h⁻¹) entre el período seco y el período de lluvias, en este caso se realizaron los ajustes gamma y gamma normalizada únicamente con el período que abarca todo el año 2015. Además, dado que se encontró que los ajustes gamma y gamma normalizada son gráficamente idénticos, en la Fig. 20

se presentan solamente los segundos (para los casos con μ libre y con $\mu = 0$); mientras que en la Tabla 6 sí se presentan los parámetros de ambos ajustes (gamma y gamma normalizada), además de los rangos de tamaño utilizados, el contenido de agua líquida (LWC) y el diámetro medio ponderado por la masa (D_m).

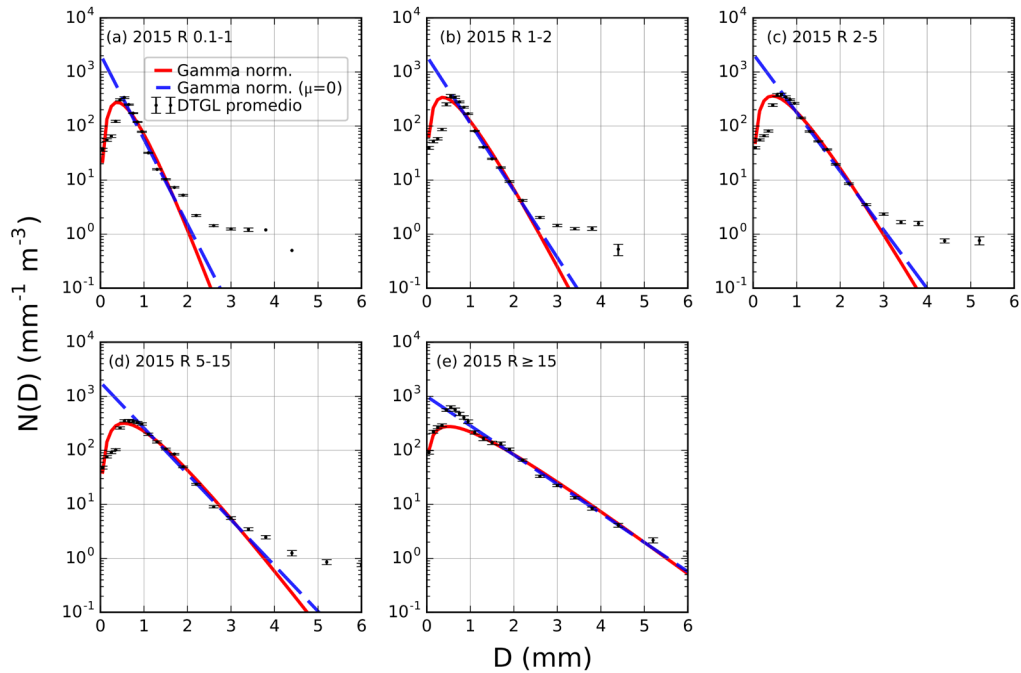


Figura 20. DTGLs promedio del año 2015 por categoría de intensidad de precipitación (puntos con barras) –donde la incertidumbre de la concentración promedio por tamaño de gota se obtiene con intervalos de confianza del 95%–, y ajustes de gamma normalizada con μ libre (línea roja continua) y con $\mu = 0$ (línea azul segmentada).

Tabla 6. Parámetros de ajustes gamma y gamma normalizada, por categoría de intensidad de precipitación, para el período que abarca todo el año 2015.

Parámetros	Ajustes	Categorías de intensidad de precipitación (mm h^{-1})				
		Muy ligera $0.1 \leq R < 1$	Ligera $1 \leq R < 2$	Moderada $2 \leq R < 5$	Fuerte $5 \leq R < 15$	Extrema $R \geq 15$
μ	Gamma (μ libre)	2.35	1.63	1.68	1.52	0.68
	Gamma norm. (μ libre)	2.15	1.44	1.53	1.42	0.73
Λ (mm^{-1})	Gamma (μ libre)	5.74	4.03	3.55	2.69	1.46
	Gamma norm. (μ libre)	5.56	3.89	3.46	2.64	1.47
N_o ($\text{mm}^{-1-\mu}\text{m}^{-3}$)	Gamma (μ libre)	22233	6928	6343	3285	957

N_w ($m^{-3}mm^{-1}$)	Gamma norm. (μ libre y $\mu=0$)	2114	1965	2172	1811	989
Λ^* (mm^{-1})	Gamma norm. ($\mu=0$)	3.62	2.86	2.5	1.95	1.24
LWC ($g\ m^{-3}$)	Gamma norm. (μ libre y $\mu=0$)	0.04	0.09	0.17	0.39	1.3
D_m (mm)	Gamma norm. y gamma	1.11	1.4	1.6	2.05	3.22
Rango de diámetros de gota (mm)	Gamma norm. y gamma	0.25-1.9	0.25-2.6	0.25-3	0.25-3.8	0.25-6

En la Fig. 20 se aprecia que, en las categorías de “muy ligera” a “fuerte”, aunque los ajustes de gamma normalizada (con μ libre) modelan bien la curva de las DTGLs, estos sobreestiman ligeramente la concentración de gotas para tamaños (diámetros) menores que 0.5 mm. Asimismo, dichos ajustes explican bien el decaimiento exponencial de las DTGLs solamente hasta los diámetros de gota (en mm): 1.7 (muy ligera), 2.2 (ligera), 2.6 (moderada), y 3.0 (fuerte). En la categoría “extrema”, se observa que el ajuste (con μ libre) no describe adecuadamente la curva de las DTGLs, ya que subestima la concentración de gotas para tamaños menores que 1 mm. No obstante, el ajuste explica bien el decaimiento exponencial de las DTGLs desde 1 mm hasta los 5 mm. Por otro lado, los ajustes con $\mu = 0$, en todas las categorías, describen dicho decaimiento exponencial de la misma forma que lo hacen los ajustes con μ libre.

En la Tabla 6 se observa que los parámetros de forma y de la pendiente (μ y Λ) de los ajustes gamma y gamma normalizada no son tan cercanos (principalmente para las categorías de “muy ligera” a “moderada”), esto se debe a que μ es calculado de manera distinta entre ambos ajustes; no obstante, al ser gamma normalizada una versión de la función gamma, ambos ajustes resultan ser gráficamente idénticos. Por otro lado, también en la tabla se observa que los parámetros de la pendiente (Λ) cuando μ es libre y cuando $\mu=0$ (Λ^*) tienen el mismo comportamiento que el parámetro Λ de los ajustes MP (Tablas 3, 4 y 5): disminuyen en función de la intensidad de precipitación. Asimismo, al observar las Tablas 6 y 3, se puede ver que el parámetro de la ordenada al origen generalizada (N_w) de los ajustes gamma normalizada, muestra un comportamiento similar al parámetro N_o de los ajustes MP: tiene un máximo relativo en la categoría “muy ligera” y un máximo absoluto en la categoría “moderada”.

También en la Tabla 6, de los ajustes de gamma normalizada con μ libre, se observa que los valores de μ (1.44, 1.53 y 1.44) de las categorías intermedias (“ligera”, “moderada” y “fuerte”) son muy similares entre sí, pero se alejan considerablemente de los valores (2.15 y 0.73) de las categorías extremas (“muy ligera” y “extrema”). Por lo anterior, se consideró que se podían realizar los ajustes de gamma normalizada con el parámetro μ fijo, a pesar de que la calidad de los ajustes de las categorías extremas se viera reducida, como sucede en el caso de la categoría extrema ($R \geq 15$) de los ajustes MP con N_o fija.

4.2.2. Parámetro μ fijo

Los ajustes de gamma normalizada cuando se considera μ constante (que en este caso consistió en el promedio de las μ del período que abarca todo el año 2015) se presentan en la Fig. 21; mientras que, sus parámetros se muestran en la Tabla 7.

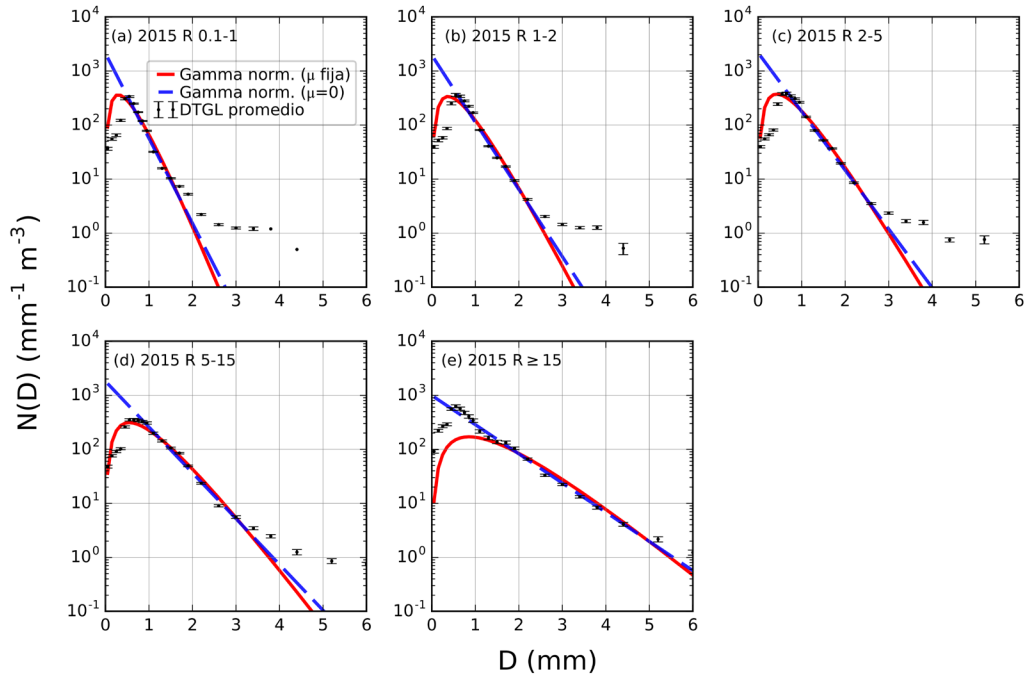


Figura 21. Como en la Fig. 20, pero con los ajustes de gamma normalizada con μ fija (línea roja continua).

Tabla 7. Parámetros de ajustes gamma normalizada con el parámetro μ fijo, por categoría de intensidad de intensidad de precipitación, para el período que abarca todo el año 2015.

Parámetros	Categorías de intensidad de precipitación (mm h^{-1})				
	Muy ligera $0.1 \leq R < 1$	Ligera $1 \leq R < 2$	Moderada $2 \leq R < 5$	Fuerte $5 \leq R < 15$	Extrema $R \geq 15$
μ	1.46				
Λ (mm^{-1})	4.93	3.90	3.41	2.66	1.70
N_w ($\text{m}^{-3}\text{mm}^{-1}$)	2114	1965	2172	1811	989

Al comparar los ajustes de gamma normalizada con μ fija (Fig. 21) con los de gamma normalizada con μ libre (Fig. 20), se observa que estos son bastante parecidos en las categorías intermedias, lo cual se comprueba al comparar los valores de Λ de la Tabla 7 con los respectivos de la Tabla 6 (ligera: 3.89, moderada: 3.46, fuerte: 2.64, en mm^{-1}). Contrario a lo anterior, se observa que para la categoría “muy ligera”, el ajuste de la Fig. 21 sobreestima en gran manera (más que en la Fig. 20) las concentraciones de gota en tamaños menores que 0.5 mm; mientras que, para la

categoría “extrema” el ajuste subestima fuertemente (más que en la Fig. 20) las concentraciones de gotas en tamaños menores que 1 mm. No obstante, en todas las categorías, incluyendo las dos antes mencionadas, los ajustes explican el decaimiento exponencial de la misma manera que con μ libre. Por lo anterior, aunque para las categorías extremas los ajustes de gamma normalizada con μ fija no explican bien las curvas características de las DTGLs, se puede considerar el uso de dicha parametrización.

4.2.3. Relaciones paramétricas

En la Fig. 22 se presentan las relaciones paramétricas del tipo aR^b (Ec. 29), de la intensidad de precipitación en torno a: el diámetro ponderado por la masa (D_m), los parámetros de la pendiente de gamma normalizada con μ libre y μ fija (Λ) y el parámetro de la pendiente de gamma normalizada con $\mu=0$ (Λ^*). Estos ajustes se realizaron a partir de los parámetros de gamma normalizada de las Tablas 6 y 7, y de los promedios de intensidad de precipitación por categoría.

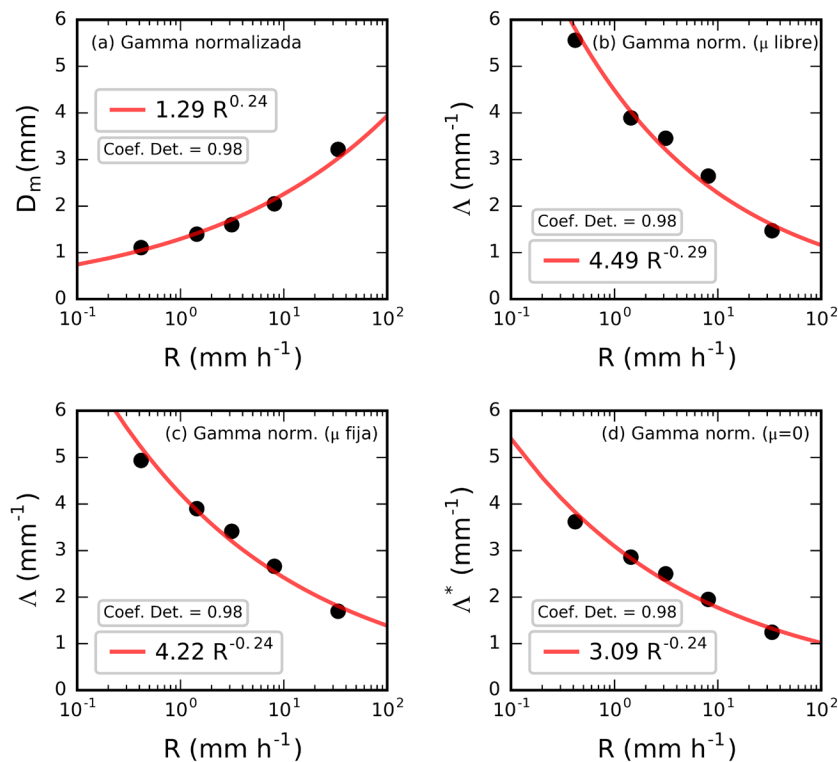


Figura 22. Ajustes de ley de potencias del diámetro medio ponderado por la masa (a) y de los parámetros de la pendiente de gamma normalizada con μ libre (b), con μ fija (c) y con $\mu=0$ (d), en función de la intensidad de precipitación.

Respecto a las relaciones $\Lambda - R$ y $\Lambda^* - R$ presentadas en la Fig. 22, y retomando los valores que encontraron Marshall-Palmer (1948) en la Ec.7 ($a=4.1$ y $b=-0.21$). Es la relación $\Lambda - R$ del ajuste

con μ fija (Fig. 22.c) la que tiene los valores ($a=4.22$, $b=-0.24$) más cercanos a los hallados por dichos autores; en cambio la relación del ajuste con μ libre (Fig. 22.b) presenta valores menos aproximados ($a=4.49$, $b=-0.29$). Por otro lado, de la relación $\Lambda^* - R$ que es la que considera el ajuste cuando $\mu=0$ (Fig. 22.d), es decir, cuando se considera MP como caso especial de gamma normalizada (o gamma), se encuentra que sus parámetros ($a=3.09$, $b=-0.24$) son cercanos a los encontrados en los ajustes MP con parámetros libres ($a=2.71$, $b=-0.22$), en especial b . Debido a que este último es el parámetro que revela la razón de decaimiento de Λ en función de R , se puede decir que las pendientes de ambos ajustes (MP con par. lib. Y gamma norm. con $\mu=0$) se comportan de la misma manera. Por lo que es plausible obtener los parámetros de MP a partir de los ajustes gamma normalizada.

En la Fig. 23 se presenta el ajuste de ley de potencias de D_m en función de R , que a diferencia del presentado en la Fig. 22.a (que corresponde a valores de D_m calculados a partir del promedio de las DTGLs y utiliza rangos de tamaños de gota variables), corresponde a los valores de D_m y R de cada minuto de precipitación (del 2015) considerado en este trabajo y utiliza un rango de tamaños (diámetros) de gota único: de 0.25 a 6 mm. Al comparar los parámetros de la Fig. 23 ($a=1.2$, $b=-0.24$) con los de la Fig. 22.a ($a=1.29$, $b=-0.24$), es de notarse que el parámetro b es el mismo en ambos casos, mientras que a varía por 0.09 unidades. El significado de la igualdad encontrada en b es que, ya sea que se utilicen las D_m calculadas a partir del promedio de las DTGLs (Fig 22.a) o las D_m correspondientes a cada minuto de precipitación (Fig. 23), estas decaen (en función de R) a la misma razón. Este hecho es particularmente importante, debido a que “válida” la parametrización de las DTGLs a partir de un espectro de gotas promedio, como se hizo en este caso con los ajustes gamma y gamma normalizada.

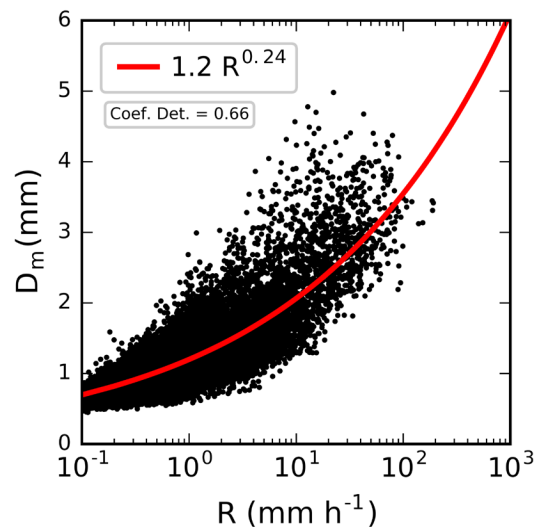


Figura 23. Ajuste de ley de potencias de D_m en función de R , considerando todos los minutos de precipitación del año 2015 (utilizados en este trabajo) y un rango de diámetros de gota de 0.25 a 6 mm.

Por último, nuevamente comparando los valores de a y b obtenidos en la Fig. 23, pero ahora con los obtenidos en Nanjing, China por Chen. et al (2013) para precipitación estratiforme ($a=1.2$, $b=0.15$) y por Wen et al. (2016) para precipitación total ($a=0.99$, $b=0.12$). Se puede ver que el parámetro a es el mismo que el de los primeros autores, pero se aleja por 0.21 unidades de los segundos, y que el parámetro b , es mayor por 0.14 y 0.17 unidades, respecto a los primeros y los segundos autores. Por lo anterior, se puede decir que D_m decae (en función de R) a una razón considerablemente distinta entre el presente trabajo y el de dichos autores, esto se debe principalmente a que sus trabajos corresponden a una localización geográfica con un régimen climático distinto.

5. Conclusiones

En este trabajo se parametrizaron las DTGLs en la Ciudad de México, que fueron obtenidas a partir de las mediciones realizadas por un disdrómetro óptico PWS100 (ubicado en Ciudad Universitaria) en el año 2015. Las DTGLs se clasificaron por períodos del año: seco (enero-abril y noviembre-diciembre), lluvias (mayo-octubre) y todo el año (2015); y por categorías de intensidad de precipitación (R): muy ligera ($0 < R < 1$), ligera ($1 \leq R < 2$), moderada ($2 \leq R < 5$), fuerte ($5 \leq R < 15$), y extrema ($R \geq 15$). Las parametrizaciones de las DTGLs consistieron en los ajustes MP, y en los ajustes gamma y gamma normalizada.

Los ajustes MP se realizaron de dos maneras: con sus parámetros (Λ y N_o) libres y con el parámetro N_o constante (fijo). Las conclusiones relacionadas a estos ajustes se muestran a continuación:

- Los ajustes MP con parámetro libres, en los tres períodos del año, describen bien las DTGLs en ciertos rangos aproximados de tamaños (diámetros) de gota, que por categoría de intensidad de precipitación son (en mm): 0.65-1.70 (muy ligera), 0.65-2.6 (ligera), 0.65-3.0 (moderada), 0.65-3.4 (fuerte), y 0.65-5.2 (extrema). En el caso de los ajustes MP con N_o constante, se presenta el mismo comportamiento que en los primeros, con excepción de la categoría extrema ($R \geq 15$), en la que, para el período de lluvias solo describen bien las DTGLs hasta los 4.2 mm y para el período seco hasta los 3 mm.
- Para intensidades menores que 15 mm h^{-1} , en ambas parametrizaciones (con parámetros libres y con N_o constante), no se encontraron diferencias considerables entre los ajustes del período seco y del período de lluvias. Es decir que las DTGLs de ambos períodos se comportan en promedio de la misma manera, por lo que no es posible asociar estas parametrizaciones con un período del año y tipo de precipitación.
- Al realizar los ajustes en varios subperíodos de la época de lluvias: mayo, junio, julio-agosto, septiembre y la mitad de septiembre (1-15); se encontró que la variabilidad entre los parámetros (Λ y N_o) de los subperíodos es considerable, lo que sugiere que los porcentajes de precipitación convectiva y estratiforme varían a lo largo del período de lluvias.
- Se encontró que el parámetro Λ es función de la intensidad de precipitación, y se puede expresar mediante una ley de potencias. Respecto a los parámetros libres, se encontró que:

$$\Lambda = 2.71 R^{-0.22} \text{ mm}^{-1} \quad (A)$$

Sí se considera el valor de N_o constante:

$$N_o = 963 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1} \quad (B)$$

Se encontró que:

$$\Lambda = 2.61 R^{-0.18} \text{ mm}^{-1} \quad (C)$$

- La expresión (A) es más precisa que (C), ya que fue obtenida a partir de ajustes que sí logran describir adecuadamente las DTGLs de una intensidad de precipitación mayor que 15 mm h⁻¹.

Respecto a los ajustes gamma y gamma normalizada, estos se realizaron con el promedio de las DTGLs y no con su conjunto. Los ajustes se realizaron de la siguiente manera: ajustes gamma con los parámetros libres, ajustes gamma normalizada con los parámetros libres, ajustes gamma normalizada con el parámetro de forma (μ) constante (con un valor de 1.46) y ajustes gamma normalizada con $\mu=0$. Las conclusiones relacionadas a estos ajustes son las siguientes:

- Se encontró que los ajustes gamma y gamma normalizada describen las DTGLs de manera idéntica, por lo que solo se presentaron los gráficos de los segundos. No obstante, los parámetros de ambos ajustes (con parámetros libres) se muestran en la Tabla 6.
- Los ajustes gamma normalizada con parámetros libres describen bien las DTGLs en los siguientes rangos de tamaño de gota (en mm) por categoría de intensidad de precipitación: 0.05-1.70 (muy ligera), 0.05-2.2 (ligera), 0.05-2.6 (moderada), 0.05-3.6 (fuerte), y 1.1-5.2 (extrema). Aunque se observó que de “muy ligera” a “fuerte” sobreestiman ligeramente las DTGLs debajo de los 0.5 mm. En la categoría “extrema” no logran describir la curva de la DTGL.
- Los ajustes gamma normalizada con $\mu=0$ describen bien el decaimiento exponencial de las DTGLs desde 0.5 mm hasta el mismo límite superior presentado en los ajustes gamma normalizada con parámetros libres. En este sentido es factible obtener los parámetros de MP a partir de ajustes gamma normalizada.
- Los ajustes gamma normalizada con μ constante (diferente de cero) modelan las DTGLs de las categorías intermedias (ligera, moderada, y fuerte) de la misma forma que cuando se considera μ libre. Mientras que, en las categorías extremas: muy ligera y extrema, sobrestiman la DTGL para los tamaños de gota debajo de 0.5 mm en el primer caso y subestiman en gran manera la DTGL para tamaños menores que 1 mm en el segundo.
- Se obtuvo una ley de potencias del parámetro de la pendiente (Λ o Λ^* en su caso) en función de la intensidad de precipitación, para los parámetros correspondientes a los ajustes gamma normalizada con μ libre, μ constante (1.46) y $\mu=0$; se encontró que la relación paramétrica de los ajustes con μ constante es similar a la obtenida por Marshall y Palmer (1948), y que la obtenida con $\mu=0$ (correspondiente a Λ^*) es consistente con la obtenida de los ajustes MP.

Conforme a las diversas parametrizaciones presentadas. Se puede decir que los ajustes gamma y gamma normalizada representan una ventaja sobre los ajustes MP, debido a que los

últimos no pueden explicar la moda o curva característica de los espectros de gotas. No obstante, los ajustes MP fueron realizados a partir del conjunto de DTGLs y no con su promedio, por lo que son aproximaciones más realistas. Además, para aplicaciones que requieren de cálculos sencillos, la parametrización de MP es más ventajosa.

Con los resultados obtenidos en este trabajo, se puede decir que las parametrizaciones Marshall-Palmer, gamma y gamma normalizada son una buena aproximación para describir las DTGLs en la Ciudad de México. Por lo que es posible utilizarlas en aplicaciones de radar, en modelos numéricos de pronóstico del tiempo, o en diversas áreas del conocimiento que involucren conocer la forma de los espectros de gotas de lluvia. Asimismo, estos resultados sirven para corroborar que las mediciones realizadas por un disdrómetro óptico PWS100 son confiables para obtener parametrizaciones de las DTGLs.

En el presente trabajo se contó solamente con un año de mediciones y un sitio de estudio en la Ciudad de México, por lo que disponer con más años de mediciones y más sitios de estudios dentro de la ciudad ayudaría a tener una parametrización de las DTGLs más precisa. De igual manera, contar con mediciones de diversos equipos con resoluciones (espaciales y temporales) y principios de operación distintos, ayudaría a validar la medición y parametrización de los espectros de gotas de lluvia.

Anexo

En esta Sección se anexa un fragmento del informe final de actividades del autor del presente trabajo, donde se describe a detalle la elaboración de la base de datos utilizada en el mismo.

En este informe se describen las actividades que realicé durante mi servicio social en el Grupo de Física de Nubes del Centro de Ciencias de la Atmósfera (CCA) de la UNAM, el cual consistió en generar una base de datos de las mediciones realizadas en el año 2015 por un disdrómetro óptico PWS100, ubicado en Ciudad Universitaria.

[...]

...Utilicé y escribí una serie de códigos computacionales en Python 3 para generar la base de datos del PWS100 [...], que en realidad consistió en tres bases de datos: la base de datos “cruda”, la base de datos con “variables” y la base de datos de “agua acumulada” [...].

Una breve síntesis de las bases de datos creadas y de los códigos computacionales utilizados y escritos, se muestra a continuación.

Base de datos “cruda”:

Para crear esta base de datos, como primer paso adquirí los datos crudos del PWS100 en archivos con formato DAT, por medio del Grupo de Física de Nubes. En segundo lugar, modifiqué un programa computacional desarrollado en el mismo Grupo (Torres-Pérez, 2018) para que los archivos de texto fueran almacenados no por “evento de precipitación”, sino por día, y para que se generara un archivo de texto con la fecha y tipo de precipitación de todas las mediciones (matrices) por minuto que registró el equipo. Dicho programa utiliza como entrada los datos crudos (en formato DAT) del disdrómetro y crea carpetas de salida por “evento de precipitación”, con archivos de texto que contienen las matrices (por minuto) de 34 x 34 que genera el equipo. Cabe mencionar que se encontraron algunas matrices que solamente contenían registros nulos (NaN) y, por ende, en dichos casos revisé que existieran registros contiguos al menos 5 minutos antes o después de la matriz revisada, con el propósito de guardar las matrices donde posiblemente existiera precipitación pero que el equipo no registró adecuadamente.

Como tercer paso, escribí el código computacional ‘P_BD_cruda’ para realizar las siguientes funciones: 1. Leer el archivo de texto que contiene la fecha y el tipo de precipitación de todas las mediciones por minuto, y guardar dicha información en archivos de texto por mes, los cuales se nombraron “Tipo_ppt_mes.txt”; 2. leer los archivos antes mencionados y las carpetas por día con las matrices (archivos de texto), con el propósito de almacenarlos en carpetas por mes; y 3. corroborar que en tales carpetas por mes el número de matrices fuera igual al número de filas (correspondientes a mediciones por minuto) del archivo “Tipo_ppt_mes.txt”. La base de datos “cruda” consistió en dichas carpetas por mes.

Base de datos con variables:

Para generar la base de datos, elaboré un programa computacional nombrado ‘P_BD_variables’. Dicho programa usó como entrada los archivos de la base de datos “cruda”, donde los archivos de texto (que consisten en las matrices por minuto) fueron utilizados para calcular el número de gotas, la IP y la DTGL; mientras que el archivo “Tipo_ppt_mes.txt” fue usado para extraer el tipo de precipitación de las mediciones. Dado esto, el programa generó un archivo de texto por mes, donde

cada línea del archivo consistió en la fecha (año, mes, día,), la hora (hora, minuto y segundo), el tipo de precipitación, el número de gotas, la IP y la DTGL de cada medición por minuto.

Cabe destacar que, para matrices donde hubo registros NAN, se tuvieron dos casos: el primero, donde toda la matriz consistía de registros NAN (mencionado en la sección anterior); y el segundo, donde a partir de cierta fila de la matriz aparecían los registros NAN. Para este último caso, se hizo una revisión de los registros (minutos) aledaños a la matriz en cuestión, para revisar si dichos registros nulos reemplazaban posibles registros de partículas de precipitación y, dado el caso, se asignó NAN a toda la matriz.

Los archivos de texto por mes elaborados consistieron en la base de datos con “variables”.

Base de datos “agua acumulada”:

Para generar esta base de datos, primeramente descargué del sitio web de la Red Universitaria de Observatorios Atmosféricos (RUOA) los archivos (en formato DAT) de la meteorología del Observatorio Atmosférico “UNAM” en el año 2015, los cuales contienen los datos de agua acumulada por minuto medida por el pluviómetro de balancín TR-525M de dicho observatorio. Posteriormente, elaboré un código computacional ‘P_BD_agua_acumulada’, el cual usa de entrada los datos del TR-525M y los del PWS100 (de la “base de datos con variables”), con el propósito de generar archivos de texto con la fecha, hora y agua acumulada por minuto de muestreo de los días donde tanto el PWS100 como el TR-525M registraron lluvia. Consiguientemente, el programa, a partir de los archivos de texto creados, genera gráficas de acumulación por día del PWS100 contra el TR-525M, guardando los archivos de texto por día y los gráficos en carpetas por mes, consistentes en la base de datos de “agua acumulada”. Mediante las gráficas de acumulación fue posible validar los datos del PWS100 dado que, tanto el disdrómetro como el pluviómetro, mostraron registros de agua acumulada similares en la generalidad de los casos.

Aunado a las bases de datos creadas, y haciendo uso de datos del año 2018 de otro disdrómetro óptico PWS100 (ubicado en el mismo Observatorio Atmosférico y que reemplazó al original instalado en 2015), utilicé los programas elaborados anteriormente para obtener las bases de datos de dicho equipo. Se encontró que el nuevo disdrómetro (2018) sólo tiene datos de precipitación en los meses de abril, mayo y junio. Por otro lado, en las gráficas de acumulación (que fueron obtenidas con datos de meteorología del mismo observatorio y con los datos del disdrómetro) se observó que dicho equipo registra mucha menos precipitación que el pluviómetro, aunque conserva la tendencia de acumulación.

[...]

Bibliografía

- Adirosi, E., Volpi, E., Lombardo, F., y Baldini L. (2016). Raindrop size distribution Fitting performance of common theoretical models. *Adv. Water Res.*, 96, 290-305. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.07.010>.
- American Meteorological Society (2012a). Hydrometeor. Recuperado de: <http://glossary.ametsoc.org/wiki/Hydrometeor>.
- American Meteorological Society (2012b). Nucleation. Recuperado de: <http://glossary.ametsoc.org/wiki/Nucleation>.
- American Meteorological Society (2012c). Precipitation. Recuperado de: <http://glossary.ametsoc.org/wiki/Precipitation>.
- Angulo-Martinez, M., Beguería, S., Kysely, J. (2016). Use of disdrometer data to evaluate the relationship of rainfall kinetic energy and intensity (KE-I). *Sci. Total Environ.*, 568, 83-94. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2016.05.223>.
- Bringi, V. N., Chandrasekar, V., Hubbert, J., Gorgucci, E., Randeu, W. L., y Schoenhuber, M. (2003). Raindrop size distribution in different climatic regimes from disdrometer y dual-polarized radar analysis. *J. Atmos. Sci.*, 60, 354–365. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(2003\)060<0354:RSDIDC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(2003)060<0354:RSDIDC>2.0.CO;2).
- Campbell Scientific (2015). PWS100 Present Weather Sensor. User Guide. Shepshed, Loughborough, UK.
- Campbell Scientific Europe (2011). PWS100 Present Weather Sensor. Shepshed, Loughborough, UK.
- Chen, B., Yang, J., y Pu, J. (2013). Statistical characteristics of raindrop size distribution in the Meiyu season observed in eastern China. *J. Meteorol. Soc. Jpn.*, 91, 215–227. <https://doi.org/10.2151/jmsj.2013-208>.
- CONAGUA (s. f.). Reporte del clima en México (Reporte Anual 2015). Ciudad de México, México.
- Ellis, R. A., Sandford, A. P., Jones, G. E., Richards, J., Petzing, J., y Coupland, J. M. (2006). New laser technology to determine present weather parameters. *Meas. Sci. Technol.*, 17, 1715–1722. <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/17/7/009>.
- Feingold, G., y Levin, Z. (1986). The Lognormal Fit to Raindrop Spectra from Frontal Convective Clouds in Israel. *J. Climate Appl. Meteor.*, 25, 1346–1363. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1986\)025<1346:TLFTRS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1986)025<1346:TLFTRS>2.0.CO;2).
- Fraile, R., y Fernández-Raga, M. (2009). On a more consistent definition of radar reflectivity. *Atmósfera*, 22, 375-385.
- Houze, R. A., Jr. (2014). *Cloud Dynamics* (2nd Edition). Oxford, UK: Elsevier/Academic Press.

- Joss, J. y Waldvogel A. (1967). Ein Spektrograph für Niederschlagstropfen mit automatischer Auswertung. *Pageoph.*, 68, 240–246. <https://doi.org/10.1007/BF00874898>.
- Jáuregui-Ostos, E. (2000). *El clima de la Ciudad de México*. D.F., México: Instituto de Geografía/Plaza y Valdéz.
- Knollenberg, R. G. (1981). Techniques for probing cloud microstructure. En Hobbs, P. V., y Deepak, A. (Eds.), *Clouds: Their Formation, Optical Properties, and Effects*, 15–89. New York, NY: Elsevier/Academic Press.
- Lamb, D., y Verlinde, J. (2011). *Physics and Chemistry of Clouds*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Laws, O., y Parsons, D. A. (1943): The relation of raindrop-size to intensity. *Eos, Trans. Amer. Geophys. Union.*, 24, 452-460. <https://doi.org/10.1029/TR024i002p00452>.
- List, R., Donaldson, N. R., y Stewart, R. E. (1987). Temporal Evolution of Drop Spectra to Collisional Equilibrium in Steady y Pulsating Rain. *J. Atmos. Sci.*, 44, 362–372. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1987\)044<0362:TEODST>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1987)044<0362:TEODST>2.0.CO;2).
- List, R., y Gillespie, J. R. (1976). Evolution of Raindrop Spectra with Collision-Induced Breakup. *J. Atmos. Sci.*, 33, 2007–2013. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1976\)033<2007:EORSWC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1976)033<2007:EORSWC>2.0.CO;2).
- Low, T. B., y List, R. (1982a). Collision, coalescence y breakup of raindrops. Part I: Experimentally established coalescence efficiencies y fragment size distributions in breakup. *J. Atmos. Sci.*, 39, 1591–1606. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1982\)039<1591:CCABOR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1982)039<1591:CCABOR>2.0.CO;2).
- Low, T. B., y List, R. (1982b). Collision, coalescence y breakup of raindrops. Part II: Parameterizations of fragment size distributions. *J. Atmos. Sci.*, 39, 1607–1618. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1982\)039<1607:CCABOR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1982)039<1607:CCABOR>2.0.CO;2).
- Marshall, J. S., y Palmer, W. M. (1948). The distribution of raindrops with size. *J. Meteor.*, 5, 165-166. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1948\)005<0165:TDORWS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1948)005<0165:TDORWS>2.0.CO;2).
- McFarquhar, G. M. (2010). Raindrop size distribution y evolution. En Testik F. Y., y Gebremichael, M. (Eds.), *Rainfall: State of the Science*, 49-60, Washington, DC: American Geophysical Union. <https://doi.org/10.1029/2010GM000971>.
- Michaelides, S., Levizzani, V., Anagnostou, E., Bauer, P., Kasparis, T., y Lane, J. E. (2009). Precipitation: measurement, remote sensing, climatology y modeling. *Atmos. Res.*, 94, 512–533. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2009.08.017>.
- Montero-Martínez, G., y García-García, F. (2016). On the behaviour of raindrop fall speed due to wind. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 142, 2013-2020. <https://doi.org/10.1002/qj.2794>.

- Montero-Martínez, G., Torres-Pérez, E. F., y García-García, F. (2016). A comparison of two optical precipitation sensors with different operating principles: The PWS100 y the OAP-2DP. *Atmos. Res.*, 178-179, 550-558. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2016.05.007>.
- Montero-Martínez, G., Zarraluqui-Such, V., Caetano-Neto, E. S., y García-García, F. (2011). Hydrometeor vertical characterization of precipitating clouds over the Mexico Basin. *Int. J. Remote Sens.*, 32, 6367-6378. <https://doi.org/10.1080/01431161.2010.510489>.
- Neiburger, M., y Chien, C. W. (1960). Computations of the Growth of Cloud Drops by Condensation Using an Electronic Digital Computer. *Geophys. Monogr., Am. Geophys.*, 5, 191-208.
- Pruppacher, H. R., y Klett, J. D. (1997). *Microphysics of Clouds y Precipitation* (Second Edition). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Rogers, R. R., y Yau, M. K. (1996). *A Short Course in Cloud Physics* (Third Edition). Burlington, MA: Butterworth-Heinemann.
- Rosenfeld, D., y Ulbrich, C. W. (2003). Cloud Microphysical Properties, Processes, and Rainfall Estimation Opportunities. *Meteorol. Monogr.*, 52, 237–258. [https://doi.org/10.1175/0065-9401\(2003\)030<0237:CMPPAR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/0065-9401(2003)030<0237:CMPPAR>2.0.CO;2).
- Salles, C., Poesen, J., y Sempere-Torres, D. (2002). Kinetic energy and its functional relationship with intensity. *J. Hydrol.*, 257, 256-270. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(01\)00555-8](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(01)00555-8).
- Tapiador, F. J., Haddad, Z. S., y Turk, J. (2014). A Probabilistic View on Raindrop Size Distribution Modeling: A Physical Interpretation of Rain Microphysics. *J. Hydrometeor.*, 15, 427–443. <https://doi.org/10.1175/JHM-D-13-033.1>
- Tapiador, F. J., Checa, R., y de Castro, M. (2010). An experiment to measure the spatial variability of rain drop size distribution using sixteen laser disdrometers. *Geophys. Res. Lett.*, 37, L16803. <https://doi.org/10.1029/2010GL044120>.
- Testik, F.Y., y Barros, A.P. (2007). Toward elucidating the microstructure of warm rainfall: a survey. *Rev. Geophys.*, 45, RG2003. <https://doi.org/10.1029/2005RG000182>.
- Testud, J., Oury, S., Black, R. A., Amayenc, P., y Dou, X. (2001). The concept of “normalized” distribution to describe raindrop spectra: a tool for cloud physics y cloud remote sensing. *J. Appl. Meteor.*, 40, 1118–1140. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(2001\)040<1118:TCOND>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(2001)040<1118:TCOND>2.0.CO;2).
- Texas Electronics (s. f.). Rain Gauge Tipping Bucket. TR-525M Rainfall Sensor. Dallas, TX.
- Thomson, R. E., y Emery, W. J. (2014). *Data analysis methods in physical oceanography* (Third Edition). Waltham, MA: Elsevier.
- Tokay, A., y Bashor, P. G. (2010). An Experimental Study of Small-Scale Variability of Raindrop Size Distribution. *J. Appl. Meteor. Climatol.*, 49, 2348–2365. <https://doi.org/10.1175/2010JAMC2269.1>

- Tokay, A., y Short, D. A. (1996). Evidence from tropical raindrop spectra of the origin of rain from stratiform versus convective clouds. *J. Appl. Meteor.*, 35, 355–371. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1996\)035<0355:EFTRSO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1996)035<0355:EFTRSO>2.0.CO;2).
- Torres-Pérez, E. F. (2018). *Estudio del desempeño de un disdrómetro óptico* (Tesis de Licenciatura). Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México.
- SEMARNAT (2019). Precipitación media histórica por entidad federativa. Recuperado de: http://dgeiawf.semarnat.gob.mx:8080/ibi_apps/WFServlet?IBIF_ex=D3_AGUA01_01yIBIC_user=dgeia_mceyIBIC_pass=dgeia_mceyNOMBREENTIDAD=*yNOMBREANIO=*.
- Ulbrich, C. W. (1983). Natural variations in the analytical form of the raindrop size distribution. *J. Climate Appl. Meteor.*, 22, 1764–1775. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1983\)022<1764:NVITAF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1983)022<1764:NVITAF>2.0.CO;2).
- Ulbrich, C. W., y Atlas, D. (1998). Rainfall microphysics y radar properties: analysis methods for drop size spectra. *J. Appl. Meteor.*, 37, 912–923. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1998\)037<0912:RMARPA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1998)037<0912:RMARPA>2.0.CO;2).
- Waldvogel, A. (1974). The N_0 jump of raindrop spectra. *J. Atmos. Sci.*, 31, 1067–1078, [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1974\)031<1067:TJORS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1974)031<1067:TJORS>2.0.CO;2).
- Wallace, J. M., y Hobbs, P. V. (2006). *Atmospheric science: An introductory survey*. Amsterdam: Elsevier/Academic Press.
- Wen, L., Zhao, K., Zhang, G., Xue, M., Zhou, B., Liu, S., y Chen, X. (2016). Statistical characteristics of raindrop size distributions observed in East China during the Asian summer monsoon season using 2-D video disdrometer y micro rain radar data. *J. Geophys. Res. Atmos.*, 121, 2265–2282. <https://doi.org/10.1002/2015JD024160>.
- Wiesner, J. (1895). Beitrage zur Kenntnis der tropischen regens. *Sitzungsber. Kaiserl. Akad. Wiss., Math.-Naturwiss. Kl.*, 105, 1397-1434.
- Yan, J., y Gebremichael, M. (2009). Estimating actual rainfall from satellite rainfall products. *Atmos. Res.*, 92, 481–488. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2009.02.004>.
- Yang, Q., Dai, Q., Han, D., Chen, Y., y Zhang, S. (2019). Sensitivity analysis of raindrop size distribution parameterizations in WRF rainfall simulation. *Atmos. Res.*, 228, 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2019.05.019>