



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

ESTIMADOR DE VELOCIDAD Y CARGA CON SENSORES DE EFECTO
HALL PARA MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA SIN ESCOBILLAS

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
AXEL ALEJANDRO CORONADO ANDRADE

TUTOR PRINCIPAL
DR. LUIS AGUSTIN ÁLVAREZ ICAZA LONGORIA (II-UNAM)

CIUDAD DE MÉXICO, 2019
NOVIEMBRE



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. 1

Secretario: Dr. 2

Primer Vocal: Dr. 3

Segundo Vocal: Dr. 4

Tercer Vocal: Dr. 5

La tesis se realizó en el Instituto de Ingeniería, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Luis Agustín Álvarez Icaza Longoria

FIRMA

Reconocimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CVU/Becario: 856213/63525.

Expreso mi agradecimiento a mi tutor de tesis Dr. Luis Agustín Álvarez Icaza Longoria por su instrucción y colaboración durante el desarrollo de esta investigación.

A Joaquín Olvera por el apoyo en la construcción de la plataforma experimental.

A los miembros del jurado de corrección de tesis y examen de grado, Dra. Alejandra Icxih de la Guerra Carrasco, Dr. Jaime Alberto Moreno Pérez, Dr. Gerardo René Espinosa Pérez y Dr. Paul Rolando Maya Ortiz les agradezco profundamente su tiempo y dedicación para corregir el manuscrito final y fungir como miembros del jurado evaluador.

Por último, un agradecimiento profundo a mis padres y hermanos, por su constante paciencia y apoyo que siempre demostraron.

Índice general

Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. El motor de imán permanente sin escobillas	1
1.2. Estado del arte	2
1.2.1. Controladores	2
1.2.2. Observadores	2
1.3. Planteamiento del problema	3
1.4. Objetivo	4
1.5. Estructura de la tesis	4
2. Marco teórico	5
2.1. Estructura del motor de imán permanente sin escobillas DC	5
2.1.1. Estator	6
2.1.2. Rotor	7
2.1.3. Sensores de efecto Hall	7
2.1.4. Secuencia de conmutación	8
2.2. Ecuaciones de voltaje	10
2.3. Ecuación de movimiento	11
3. Análisis de observabilidad	14
3.1. Análisis de observabilidad del modelo no lineal	14
3.2. Observabilidad y detectabilidad para sistemas con entradas desconocidas	18
4. Diseño del observador	21
4.1. Estimador de la posición usando sensores de efecto Hall	21
4.2. Estimador Luenberguer en cascada con diferenciador por modos deslizantes	23
4.3. Simulación	29
4.3.1. Simulación 1	31
4.3.2. Simulación 2.	33
4.3.3. Simulación 3.	35
4.3.4. Discusión de resultados	38

5. Diseño del experimento	39
5.1. Descripción de la plataforma experimental	39
5.1.1. Experimento 1	43
5.1.2. Experimento 2	44
5.1.3. Experimento 3.	45
5.1.4. Discusión de resultados	47
6. Conclusiones	49
Bibliografía	51

Índice de figuras

2.1. Motor MIPSE	5
2.2. MIPSE con fuerza contraelectromotriz (FCEM) trapezoidal.	6
2.3. MIPSE con fuerza contraelectromotriz (FCEM) senoidal.	7
2.4. Estado de los sensores de efecto Hall, FCEM, Par electro-magnético y corriente en las fases (Microchip, 2003).	9
2.5. Fuerza ejercida en el embobinado superior de la fase 1, por el campo magnético del imán permanente del rotor.	12
4.1. Transiciones del sensor de efecto Hall y la posición angular eléctrica	22
4.2. Representación del algoritmo.	23
4.3. Sistema de control de campo orientado del MIPSEDC con el observador en cascada.	30
4.4. Posición angular eléctrica enrollada real θ_{enr} en rojo y $\hat{\theta}_{enr}$ estimada en azul.	31
4.5. Posición angular real en rojo y estimado en azul.	32
4.6. Velocidad angular real en rojo y estimada en azul.	32
4.7. Error de estimación de velocidad e_ω y posición e_θ	33
4.8. Velocidad angular real en rojo y estimada en azul.	34
4.9. Par de carga real en rojo y estimado en azul.	34
4.10. Error de estimación de velocidad e_ω y par de carga e_{τ_L}	35
4.11. Velocidad angular real en rojo y estimada en azul, usando sensores de efecto Hall.	36
4.12. Par de carga real en rojo y estimado en azul.	36
4.13. Error de estimación de velocidad e_ω	37
4.14. Error de estimación del par de carga e_{τ_L} sin ruido y con ruido.	37
4.15. Error relativo de estimación con respecto a la velocidad angular ω	38
5.1. Motor MIPSEDC, volante de inercia y encoder.	39
5.2. Plataforma completa.	40
5.3. Diagrama de flujo del código.	41
5.4. Diagrama de flujo del algoritmo de corrección de posición.	42
5.5. Posición angular eléctrica del encoder θ_{elec} en rojo y estimada $\hat{\theta}_{elec}$ en azul.	43
5.6. Velocidad angular calculada usando el encoder en rojo y estimada en azul.	43
5.7. Error de estimación de velocidad e_ω	44
5.8. Velocidad angular calculada usando el encoder en rojo y estimada en azul.	44
5.9. Par de carga estimado.	45

ÍNDICE DE FIGURAS

5.10. Error de estimación de velocidad e_ω	45
5.11. Velocidad angular calculada usando el encoder en rojo y estimada en azul. . .	46
5.12. Par de carga estimado.	46
5.13. Error de estimación de velocidad e_ω	47
5.14. Error relativo de estimación con respecto a la velocidad angular.	48
5.15. Posición angular eléctrica del encoder θ_{elec} en rojo y estimada $\hat{\theta}_{elec}$ en azul. . .	48

Índice de tablas

4.1. Condiciones iniciales del integrador con respecto al estado de los sensores. . . .	22
4.2. Parámetros del motor	30
4.3. Ganancias del observador	31

Introducción

En este capítulo se presenta la motivación de la tesis, el estado del arte, la definición del problema de investigación y las aportaciones realizadas. Se incluye también una descripción de la estructura de la tesis.

1.1. El motor de imán permanente sin escobillas

Los motores de imán permanente sin escobillas (MIPSE) han ganado gran popularidad en los últimos años, en una gran variedad de aplicaciones que incluyen desde ventiladores y bombas hasta vehículos eléctricos y robots. Esto se debe principalmente a que presentan ciertas ventajas con respecto a motores convencionales, pues en comparación con otros tipos de motores de características semejantes, los MIPSE son de menor tamaño, requieren menor mantenimiento, tienen una alta eficiencia, una mayor razón de par por inercia y, en algunos casos, su control es más simple.

La principal peculiaridad de este tipo de motores es la forma de su fuerza contra-electromotriz, la cual puede ser trapezoidal o sinusoidal. Esto se debe al arreglo, forma y magnetización de los imanes permanentes y a la distribución de los embobinados.

Al no poseer escobillas, son controlados electrónicamente, por lo que se requiere de la posición del rotor para llevar a cabo la correcta conmutación de las corrientes de fase. Generalmente, se usa el control de corriente con una señal Cuasi-cuadrada (Six-step) para lograr un control constante del par.

En este método, dado cualquier instante de tiempo, solo dos fases están conduciendo, con la peculiaridad de que cada fase conduce 120 grados en dirección positiva y 120 grados en dirección negativa. Este esquema solo requiere la posición en intervalos de 60 grados eléctricos. Sin embargo, en cada evento de conmutación se produce un rizo en el par.

Para ciertas aplicaciones tales como ventiladores o bombas, el rizo de baja frecuencia del par es aceptable. No obstante, existe un número creciente de aplicaciones en donde es deseable minimizar el rizo en el par, pues de lo contrario este puede producir rizos en la velocidad angular, ruido y vibración, lo cual puede reducir la vida útil del motor, además de otros efectos perniciosos en la calidad de acciones del seguimiento o posicionamiento.

Estas pulsaciones en el par pueden ser originadas por diferentes motivos, entre los cuales se encuentran los eventos de conmutación, posición errónea, la modulación del ancho de pulso

(PWM), par de carga variable, entre otras.

1.2. Estado del arte

1.2.1. Controladores

Como se mencionó antes, los MIPSE generalmente emplean control de corriente, lo cual esencialmente asume que el par es proporcional a la corriente de las fases, aunque en realidad, la relación entre ambos es no lineal. Por lo tanto, se han propuesto en la literatura una gran cantidad de controladores con el fin de minimizar las pulsaciones del par. Entre las más destacadas se encuentra el Control de campo orientado (FOC por sus siglas en inglés) [Blaschke \(1972\)](#) y el control directo del par (CDP) [Ozturk and Toliyat \(2007\)](#), [Takahashi and Noguchi \(1986\)](#), [Depenbrock \(1988\)](#), [Ozturk and Toliyat \(2011\)](#) y [Hao and Toliyat \(2003\)](#).

El primer método es usado comúnmente para controlar maquinas AC, en donde esencialmente se transforma dinámica del sistema en AC en aquella que se encuentra en las máquinas DC. En el sistema en coordenadas d-q se realiza el control de ambas corrientes por medio de simples PI. Posteriormente las señales de control regresan al marco de referencia original y son alimentadas al inversor. Para este método es indispensable conocer la corriente en las fases y la posición exacta, ya que las transformaciones antes mencionadas hacen uso de ellas.

El esquema de control directo del par fue propuesto por [Takahashi and Noguchi \(1986\)](#), [Depenbrock \(1988\)](#) a mediados de los 1980. A finales de 1990 se comenzaron a usar las técnicas de CDP en motores de imán permanente. Recientemente la aplicación de CDP se extendió a los MIPSEDC. El método consiste en el control simultáneo de la amplitud del par electromagnético y del enlace de flujo, cuando el motor está bajo el modo conducción por dos fases.

El problema inherente de varias de las formas de control antes expuestas es el uso de las transformaciones al marco de referencia d-q o al $\alpha-\beta$. Esto es debido a que las transformaciones fueron diseñadas para máquinas con FCEM con forma sinusoidal. Esto se soluciona de manera parcial en [Lazor and Stulrajter \(2014\)](#) en donde se propone el uso de transformaciones de Park y Clark modificadas para motores MIPSE controlados con el esquema FOC, aunque falta aún realizar la verificación experimental.

1.2.2. Observadores

Sin importar el esquema de control, todos los controladores necesitan cierta información de la velocidad y posición para realizar el control de manera adecuada.

Para el esquema Six-step, basta con tener 3 sensores de efecto Hall con el fin de tener un estimado de la velocidad y la posición angular en intervalos de 60 grados eléctricos. Para métodos más sofisticados de control, es necesario contar con un estimado más refinado de la posición y la velocidad angular del rotor.

Comúnmente se usan Encoders o Resolvers para registrar la posición y estimar la velocidad, sin embargo, estos sensores son extremadamente caros, sin mencionar los costos extra por el montaje, cableado y calibración de los mismos.

Por esta razón se han desarrollado una gran cantidad de estrategias de observación para obtener un estimado de la posición y la velocidad angular del rotor. Muchas de ellas se basan en la técnica de sensado de la fuerza contra-electromotriz [Iizuka et al. \(1985\)](#), [Shao et al. \(2002\)](#), la cual estima la posición del rotor de manera indirecta a partir de la medición de los voltajes y las corrientes.

Este método es utilizando principalmente cuando se controla el MIPSE a través de inversores de fuente de voltaje de corriente controlada ya que en estos solo dos de las tres fases del motor son excitadas al mismo tiempo. Esto permite medir la FCEM, la cual se usa como base para estimar la posición.

Se tienen diferentes enfoques que utilizan la FCEM. El enfoque Zero-crossing [Iizuka et al. \(1985\)](#) es el más simple de todos, y está basado en detectar el instante en que la FCEM cruza por cero y donde en cada cruce se produce la siguiente conmutación.

El enfoque conocido como integración de la FCEM [Becerra et al. \(2002\)](#), en lugar de usar el punto de cruce por cero de la FCEM para activar un timer, hace uso de un integrador alimentado por la señal rectificada de la FCEM, y la señal de salida es comparada contra un umbral predefinido. Aunque este es uno de los esquemas más populares para los MIPSE y ha sido mejorado para un gran rango de velocidades, los estimadores basados en FCEM no funcionan adecuadamente a velocidades bajas, debido a que la FCEM es muy pequeña como para ser medida con exactitud.

En [Ertugrul and Acarnley \(1994\)](#), [Stirban et al. \(2012\)](#), la posición instantánea del rotor se calcula de forma indirecta a través de la estimación del enlace de flujo por medio de tablas de comparación, esto utilizando la medición de voltaje y corriente de cada fase. En [Hao and Toliyat \(2003\)](#) se propone el uso de lo que llaman un observador híbrido por modos deslizantes, en el cual estiman la posición y velocidad con la medición de las corrientes y voltajes de cada fase por medio de un observador por modos deslizantes. El inconveniente de este método es que no funciona a velocidades bajas o cuando está detenido el rotor. Se soluciona el problema agregando un simple observador que utiliza la señal de los sensores de efecto Hall.

Los nuevos trabajos se están enfocando no solamente a la estimación de la velocidad, sino a que los observadores sean robustos a variaciones paramétricas o en el par de carga. Por ejemplo, en [Guerra et al. \(2018\)](#) se presenta un controlador activo de rechazo de perturbaciones, el cual hace uso del par de carga, por lo que en el artículo se diseña un estimador para la velocidad y el par de carga. Para estimar el último se propone un modelo interno que representa su dinámica.

1.3. Planteamiento del problema

El problema por resolver en la presente tesis está relacionado con el problema de observabilidad para sistemas con entradas desconocidas. En donde el sistema a estudiar es el modelo del motor de corriente directa sin escobillas.

La cuestión central por resolver es, diseñar, si es posible, un observador tolerante a cambios en el par de carga (entrada desconocida). Esto con el fin de estimar los estados y el par de carga, con el mínimo error de estimación posible, conociendo las entradas y las salidas de manera específica usando sensores de efecto Hall para la estimación de la posición.

1.4. Objetivo

A continuación, se presentan los objetivos principales que se tratan de alcanzar en este trabajo:

- Encontrar las restricciones sobre la entrada desconocida y las condiciones necesarias para que sea posible diseñar un observador con entrada desconocida para el modelo del motor de corriente continua sin escobillas.
- Proponer de ser posible, un observador de la velocidad y par de carga para el modelo del MIPSECD, utilizando sensores de efecto Hall, en lugar de un encoder.
- Evaluar de manera experimental el desempeño del estimador.

1.5. Estructura de la tesis

En el Capítulo 2 se describe brevemente como está construido el motor y su principio de funcionamiento. En seguida se describen el conjunto de ecuaciones que representan el modelo matemático del motor de corriente continua sin escobillas. En el Capítulo 3 se introducen los conceptos de observabilidad no lineal y observabilidad y detectabilidad para sistemas lineales con entradas desconocidas. Posteriormente se usan estos conceptos para realizar el análisis de observabilidad del modelo del MIPSECD. En el Capítulo 4 se presenta el acondicionador de la posición usando sensores de efecto Hall y el estimador Luenberger en cascada con diferenciador por modos deslizantes de orden superior, así como la prueba de convergencia del error de estimación. También se muestran los resultados de simulaciones. En el Capítulo 5 se describe la implementación experimental del esquema de estimación propuesto, además de mostrar y discutir los resultados de los experimentos realizados. Finalmente, en el Capítulo 6 se encuentran las conclusiones, en donde se hace una recapitulación de lo realizado y los resultados obtenidos. Se discuten dichos resultados y se proponen modificaciones al esquema propuesto.

Marco teórico

En este capítulo se analizan en detalle las ecuaciones que describen la dinámica eléctrica y mecánica del motor de imán permanente con fuerza contraelectromotriz trapezoidal. Se comienza con una breve descripción de la construcción y el funcionamiento básico del MIPSEDC. En seguida se presentan la deducción del sistema de ecuaciones que representan la dinámica eléctrica del mismo, referenciadas con respecto al estator y se finaliza el capítulo presentando las expresiones matemáticas de la dinámica mecánica.

2.1. Estructura del motor de imán permanente sin escobillas DC

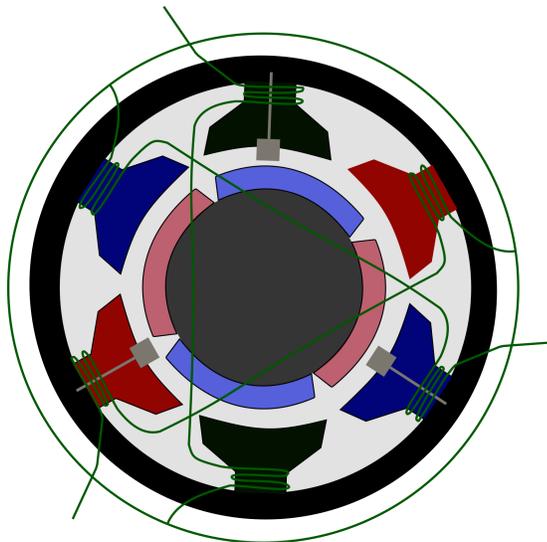


Figura 2.1: Motor MIPSE

Los MIPSEDC son un tipo de motores síncronos. Esto quiere decir que el campo magnético

2. MARCO TEÓRICO

generado entre el estator y el campo magnético generado en el rotor tiene la misma frecuencia. Este tipo de motores pueden presentarse en diferentes configuraciones, que dependen del número de fases. Sin embargo, el más popular y mayormente usado es la configuración de tres fases. Por lo tanto, esta tesis se enfocará en el MIPS-EDC de tres fases.

2.1.1. Estator

El estator de un motor MIPS-EDC consiste en láminas de acero apiladas con embobinados colocados en los espacios que están cortados a lo largo de la periferia interior del estator (ver Figura 2.1).

Aunque el estator es muy parecido al de un motor de inducción, este se diferencia por la forma en que están distribuidos los embobinados.

Gran parte de los MIPS-EDC tienen tres embobinados en el estator conectados en estrella. Cada uno de estos embobinados está construido con varias bobinas interconectadas para formar un embobinado. Los embobinados están distribuidos en la periferia del estator para formar un número par de polos.

Dependiendo de la interconexión de las bobinas a los embobinados del estator, se pueden dar dos diferentes tipos de fuerza contraelectromotriz. Estos dos tipos son: motores con fuerza contraelectromotriz trapezoidal y motores con fuerza contraelectromotriz sinusoidal. En la Figura 2.2 se muestra la FCEM trapezoidal y en la Figura 2.3 se puede apreciar la FCEM sinusoidal.

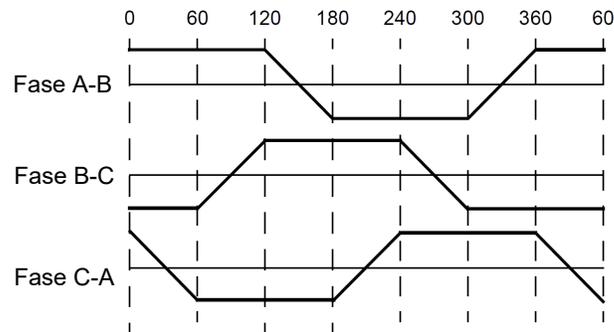


Figura 2.2: MIPS-EDC con fuerza contraelectromotriz (FCEM) trapezoidal.

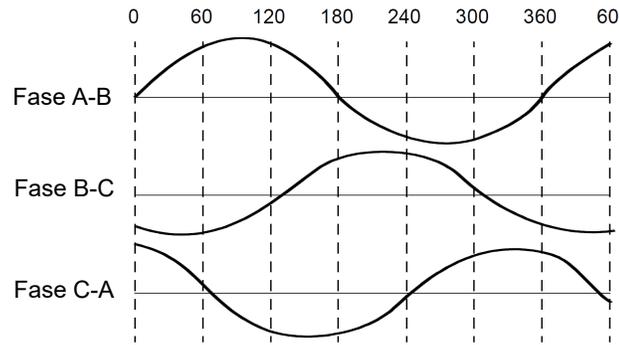


Figura 2.3: MIPSE con fuerza contraelectromotriz (FCEM) senoidal.

2.1.2. Rotor

El rotor de un MIPSEDC está hecho de imanes permanentes y la cantidad de pares de polos que tiene puede variar desde 2 hasta 8, o más en algunos diseños especiales. Los pares de polos están colocados alternando los polos norte y sur (ver Figura 2.1).

Basado en la densidad del campo magnético requerida en el rotor, se escoge el material magnético adecuado para construir el rotor. Anteriormente se utilizaban imanes de ferrita para construir imanes permanentes. Sin embargo, en la actualidad los imanes elaborados a partir de aleaciones de tierras extrañas, están ganando gran popularidad. Esto debido a que estos imanes tienen mayor densidad magnética por volumen que los imanes de ferrita. Esto quiere decir que los motores con imanes permanentes contruidos con tierras extrañas tienen un mayor par que un motor con imanes de ferrita del mismo tamaño.

2.1.3. Sensores de efecto Hall

A diferencia de los motores con escobillas DC, la conmutación del MIPSEDC es controlada electrónicamente. Para hacer rotar el motor los embobinados del estator deben ser energizados en secuencia. Debido a esto, es importante conocer la posición del rotor con el fin de saber cual embobinado debe ser energizado.

Comúnmente la posición del rotor es medida por medio de sensores de efecto Hall montados en la parte estacionaria del motor, en este caso el estator.

El montaje de los sensores de efecto Hall en el estator, es un proceso complejo, debido a que cualquier desalineamiento de estos sensores con respecto a los imanes del rotor, puede generar un error en la estimación de la posición del rotor.

Se pueden emplear tres o más sensores de efecto Hall y estos se encuentran desfasados ya sea a 60° o 120° con respecto a los otros sensores, dependiendo del fabricante. Basado en lo anterior, se puede definir la secuencia de conmutación, que debería seguirse para controlar el motor.

2.1.4. Secuencia de conmutación

En cada secuencia de conmutación se energiza uno de los embobinados con potencia positiva (es decir la corriente entra al embobinado), otro embobinado es energizado de manera negativa (es decir la corriente sale del embobinado) y el embobinado sobrante no se energiza.

De esta manera se produce un par debido a la interacción entre el campo magnético generado por las bobinas del estator y el de los imanes permanentes. A fin de que el rotor siga moviéndose, el campo magnético producido por los embobinados debe cambiar de posición a medida que el rotor se mueve.

En esta técnica de conmutación es necesario entonces definir la secuencia correcta para energizar los embobinados la cual depende de la posición en ciertos intervalos. Esta técnica es conocida como “Six-step” la cual solo hace uso de la información proveniente de los sensores de efecto Hall.

Cada 60° eléctricos de rotación uno de los sensores de efecto Hall cambia su estado. Debido a esto, son necesarios seis cambios de estado de los sensores para completar un ciclo eléctrico. En sincronía con los cambios de estado cada 60° eléctricos, la conmutación de la corriente de fase debe ser actualizada.

Sin embargo, un ciclo eléctrico no corresponde necesariamente a una revolución mecánica del rotor. El número de pares de polos determina el número de ciclos eléctricos que debe repetirse para completar una revolución mecánica. En la Figura 2.4 se muestra el estado de tres sensores de efecto Hall con respecto a la corriente de fase, par y fuerza contraelectromotriz, para un MIPSEDC con 2 pares de polos.

2.1 Estructura del motor de imán permanente sin escobillas DC

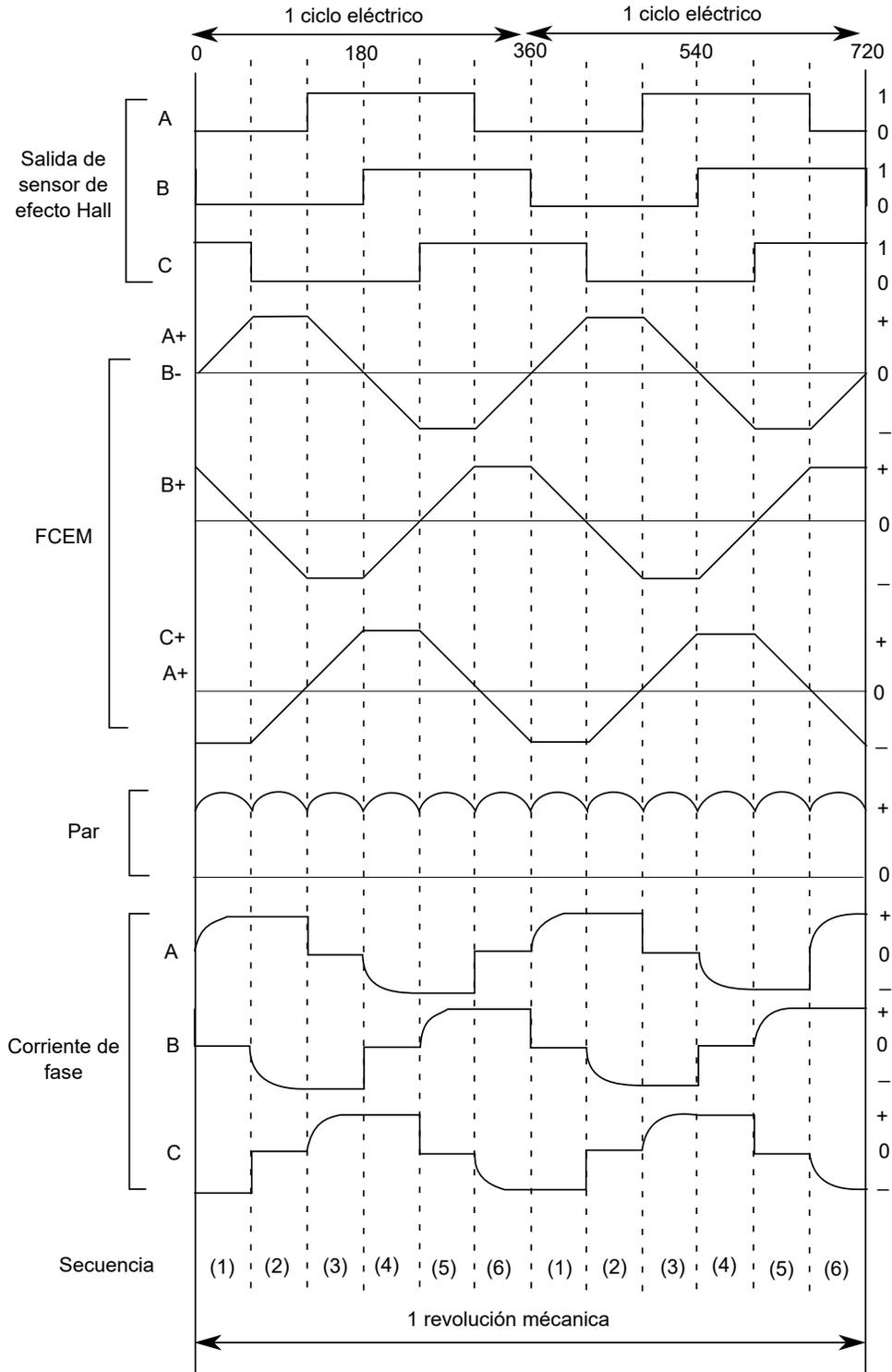


Figura 2.4: Estado de los sensores de efecto Hall, FCEM, Par electro-magnético y corriente en las fases (Microchip, 2003).

2.2. Ecuaciones de voltaje

Para el modelado de las ecuaciones que representan la dinámica del motor se considera que el motor solo tiene un par de polos, las fases del motor MIPSE están conectadas en estrella y se asume que:

- Las inductancias propias y las mutuas de los embobinados permanecen constantes.
- Las pérdidas en el núcleo y los efectos de saturación son despreciables.

Las ecuaciones de la parte eléctrica del motor según [Chiasson \(2005\)](#) quedan expresadas como:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\lambda_1(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}) &= -R_s i_{s1} + u_{s1} \\ \frac{d}{dt}\lambda_2(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}) &= -R_s i_{s2} + u_{s2} \\ \frac{d}{dt}\lambda_3(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}) &= -R_s i_{s3} + u_{s3}\end{aligned}\tag{2.1}$$

en donde $R_s \in \mathbb{R}$ es la resistencia del embobinado, $i_{s1}, i_{s2}, i_{s3} \in \mathbb{R}$ son las corrientes en el estator, $u_{s1}, u_{s2}, u_{s3} \in \mathbb{R}$ son los voltaje de entrada en cada fase y $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ son los enlaces de flujo en el estator definidos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\lambda_1(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}) &= +L_s i_{s1} - M i_{s2} - M i_{s3} + e_p \lambda(\theta_R) \\ \lambda_2(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}) &= -M i_{s1} + L_s i_{s2} - M i_{s3} + e_p \lambda\left(\theta_R - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \lambda_3(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}) &= -M i_{s1} - M i_{s2} + L_s i_{s3} + e_p \lambda\left(\theta_R - \frac{4\pi}{3}\right)\end{aligned}\tag{2.2}$$

en donde L_s es la inductancia propia y M es la inductancia mutua de los embobinados con $L = 7/3M$, e_p es la constante de la fuerza contraelectromotriz y $\lambda(\theta_R)$ es una función que depende de la posición angular del rotor $\theta_R \in \mathbb{R}$ y cuya derivada se expresa como:

$$\frac{\partial \lambda(\theta_R)}{\partial \theta_R} = -e(\theta_R)\tag{2.3}$$

con $e(\theta_R)$ modelada de la siguiente manera:

$$e(\theta_R) = \begin{cases} \frac{6\theta_R}{\pi} & \text{para } -\frac{\pi}{6} < \theta_R \leq \frac{\pi}{6} \\ 1 & \text{para } \frac{\pi}{6} < \theta_R \leq \frac{5\pi}{6} \\ \frac{-6(\theta_R - \pi)}{\pi} & \text{para } \frac{5\pi}{6} < \theta_R \leq \frac{7\pi}{6} \\ -1 & \text{para } \frac{7\pi}{6} < \theta_R \leq \frac{11\pi}{6} \end{cases}\tag{2.4}$$

Sustituyendo (2.2) en (2.1) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} u_{s1} \\ u_{s2} \\ u_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} + R_s \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} - e_p \begin{bmatrix} e(\theta_R) \\ e(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) \\ e(\theta_R - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \omega \quad (2.5)$$

con $\omega \in \mathbb{R}$ como la velocidad angular de rotor.

Si se considera que las fases del motor están conectadas en estrella y las corrientes están balanceadas, es decir:

$$i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0, \quad (2.6)$$

se puede llegar a la siguiente ecuación:

$$M i_{s2} + M i_{s3} = -M i_{s1} \quad (2.7)$$

Ahora considerando λ_1 de (2.2) es fácil de ver que:

$$\lambda_1(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}) = +L i_{s1} + M i_{s1} + e_p \lambda(\theta_R). \quad (2.8)$$

Realizando el mismo procedimiento en λ_2, λ_3 , las ecuaciones que describen la parte eléctrica del motor (2.5) pueden reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} u_{s1} \\ u_{s2} \\ u_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L + M & 0 & 0 \\ 0 & L + M & 0 \\ 0 & 0 & L + M \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} + R_s \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} - e_p \begin{bmatrix} e(\theta_R) \\ e(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) \\ e(\theta_R - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \omega. \quad (2.9)$$

2.3. Ecuación de movimiento

El movimiento del rotor según Chiasson (2005), está definido por la ecuación:

$$J \frac{d\omega}{dt} + \tau_L + d\omega + \mu \text{sign}(\omega) = \tau_e \quad (2.10)$$

donde $J \in \mathbb{R}$ es el momento de inercia del motor, $\tau_L \in \mathbb{R}$ es el par de carga aplicado al motor, $d \in \mathbb{R}$ es la constante de fricción viscosa, $\mu \in \mathbb{R}$ es la constante de fricción de coulomb y τ_e es el par electromagnético.

Con el fin de obtener el par electromagnético, es necesario obtener la fuerza ejercida $\vec{\mathbf{F}} \in \mathbb{R}^3$ por el campo magnético del rotor $\vec{\mathbf{B}}_R(rs, \theta - \theta_R) \in \mathbb{R}^3$ en la parte superior de un embobinado ($\pi/3 \leq \theta \leq 2\pi/3$). La Figura 2.5 ilustra la fuerza ejercida en el embobinado superior de la fase 1, por el campo magnético del imán permanente en el rotor.

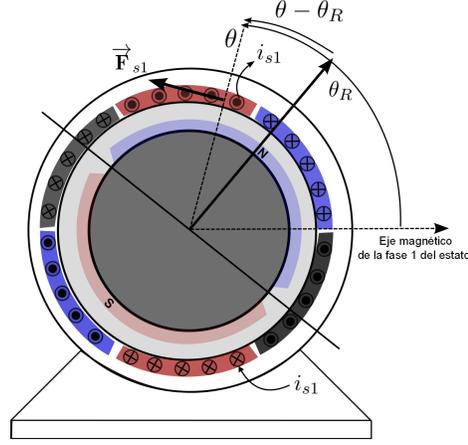


Figura 2.5: Fuerza ejercida en el bobinado superior de la fase 1, por el campo magnético del imán permanente del rotor.

Esta fuerza se define de la siguiente manera:

$$\vec{\mathbf{F}}_{s1} = i_{s1} l_1 B_R(rs, \theta - \theta_R) \hat{\theta}, \quad (2.11)$$

para la parte inferior ($4\pi/3 \leq \theta \leq 5\pi/3$) la fuerza es:

$$\vec{\mathbf{F}}_{s1} = i_{s1} l_1 B_R(rs, \theta - \theta_R) \hat{\theta}, \quad (2.12)$$

donde $rs \in \mathbb{R}$ es el radio de la superficie interior del estator, $l_1 \in \mathbb{R}$ es la longitud del rotor y $N_s \in \mathbb{R}$ es el número total de vueltas del bobinado de la fase 1.

En tal caso, el par total en los lados axiales de los bobinados de la fase 1 producidos por el campo magnético del rotor es:

$$\tau_{s1} = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}_{s1} \frac{N_s}{\pi/3} d\theta + \int_{5\pi/3}^{4\pi/3} \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}_{s1} \frac{N_s}{\pi/3} d\theta \quad (2.13)$$

resolviendo (2.13) se llega a:

$$\tau_{s1} = \begin{cases} +\tau_p \frac{6\theta_R}{\pi} i_{s1} & \text{para } -\pi/6 < \theta_R \leq \pi/6 \\ +\tau_p i_{s1} & \text{para } \pi/6 < \theta_R \leq 5\pi/6 \\ -\tau_p \frac{6(\theta_R - \pi)}{\pi} i_{s1} & \text{para } 5\pi/6 < \theta_R \leq 7\pi/6 \\ -\tau_p i_{s1} & \text{para } 7\pi/6 < \theta_R \leq 11\pi/6 \end{cases} \quad (2.14)$$

en donde $\tau_p = e_p$. Del mismo modo se obtiene el par producido por las fases restantes, sin embargo considerando (2.4) y que el par ejercido en el rotor por el campo magnético producido por las corrientes del estator de la fase 1 es $\tau_1 = -\tau_{s1}$, se llega a:

$$\begin{aligned}
 \tau_1(\theta_R, i_{s1}) &= -\tau_p e(\theta_R) i_{s1} \\
 \tau_2(\theta_R, i_{s2}) &= -\tau_p e(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) i_{s2} \\
 \tau_3(\theta_R, i_{s3}) &= -\tau_p e(\theta_R - \frac{4\pi}{3}) i_{s3}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

con

$$\tau_e = \tau_1(\theta_R, i_{s1}) + \tau_2(\theta_R, i_{s2}) + \tau_3(\theta_R, i_{s3}). \tag{2.16}$$

Finalmente, el modelo matemático completo para efectos de control y observación del MIPSEDC se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} L+M & 0 & 0 \\ 0 & L+M & 0 \\ 0 & 0 & L+M \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} u_{s1} \\ u_{s2} \\ u_{s3} \end{bmatrix} - R_s \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} + e_p \begin{bmatrix} e(\theta_R) \\ e(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) \\ e(\theta_R - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \omega \\
 i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} &= 0 \\
 J \frac{d\omega}{dt} &= \tau_e - \tau_L - d\omega - \mu \text{sign}(\omega) \\
 \frac{d\theta_R}{dt} &= \omega
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Análisis de observabilidad

El propósito de este capítulo es presentar las condiciones requeridas en el sistema, con el fin de encontrar posibles soluciones al problema de observabilidad. Estas condiciones deben expresar si es posible reconstruir $x(t)$ conociendo únicamente la entrada u y la salida y en un tiempo dado t . Se presentan los conceptos básicos de observabilidad y se investiga la observabilidad del sistema no lineal. También se presentan las condiciones de observabilidad para un sistema lineal invariante en el tiempo con entradas desconocidas y se estudia la parte mecánica del modelo MIPSEDC considerando las condiciones antes mostradas.

3.1. Análisis de observabilidad del modelo no lineal

En esta sección se presenta el análisis de observabilidad del modelo no lineal del MIPSEDC, que hace uso de las definiciones de observabilidad presentadas en seguida.

Dado el sistema no lineal de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\tag{3.1}$$

en donde $\mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^n$ denota el vector de estados, $\mathbf{u} \in U \subset \mathbb{R}^p$ el vector de entradas externas conocidas, $\mathbf{y} \in Y \subset \mathbb{R}^q$ es el vector de salidas medidas. Se asume que la función f es C^∞ y que el sistema es completo.

Para el posible diseño de un observador, debe ser factible recuperar información de los estados por medio de las salidas medidas desde el tiempo inicial, es decir debe ser posible distinguir entre varias condiciones iniciales, en otras palabras, no se pueden admitir estados indistinguibles.

Con el fin de encontrar si es posible resolver el problema de observabilidad para un sistema no lineal como (3.1), se introducen los siguientes conceptos, cuyas definiciones se tomaron de Besançon (2007):

Definición 1. Indistinguibilidad. Un par $(x_0, \tilde{x}_0) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ es indistinguible para el sistema (3.1) si:

$$\forall u \in U, \quad \forall t \geq 0, \quad h(X_u(t, x_0)) = h(X_u(t, \tilde{x}_0)) \quad (3.2)$$

Un estado x es indistinguible de x_0 si el par (x, x_0) es indistinguible.

En general $X_u(t, x_{t0})$ denotará la solución de la ecuación de estado en (3.1), bajo la inyección de una entrada u en $[t_0, t]$ y satisface $X_u(t_0, x_{t0}) = x_{t0}$, mientras u será omitida para los casos no controlados.

Definición 2. Observabilidad [con respecto a x_0]. Un sistema es observable [respecto a x_0] si este no admite ningún par indistinguible. (Respecto a cualquier estado indistinguible de x_0).

Definición 3. Observabilidad débil [respecto a x_0]. Un sistema es débilmente observable [respecto a x_0], si existe una vecindad U para cualquier x [con respecto a x_0] tal que no existen estados indistinguibles de x [con respecto a x_0] en U .

Definición 4. Observabilidad local y débil. [respecto a x_0]. El sistema (3.1) es local y débilmente observable [con resp. a x_0] si existe una vecindad U para cualquier x [con resp. a x_0] tal que para cualquier vecindad V de x [con resp. a x_0] contenida en U , no existen estados indistinguibles de x [con resp. a x_0] en V cuando se consideran intervalos de tiempo, para los cuales las trayectorias permanecen en V .

Definición 5. Mapeo de observabilidad. Espacio de observación. El espacio de observación para el sistema (3.1) es definido como el espacio vectorial más pequeño (denotado como $\mathbf{o}_k(x_0)$) de funciones C^∞ que contiene los componentes de h y es cerrado con respecto a la derivación de Lie a lo largo de $f_u = f(\cdot, u)$ para cualquier $u \in \mathbb{R}$ constante.

$$\mathbf{o}_k(x_0) = \begin{bmatrix} h(x_0) \\ L_f h(x_0) \\ L_f^2 h(x_0) \\ \vdots \\ L_f^k h(x_0) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

3. ANÁLISIS DE OBSERVABILIDAD

Definición 6. Condición de rango de observabilidad [con resp. a x_0]. Un sistema satisface la condición de rango de observabilidad [con resp. a x_0] si:

$$\forall x, \quad \dim\left(\frac{\partial o_k(x_0)}{\partial x}\right) = n \quad (3.4)$$

Teorema 1. *Un sistema que satisface la condición de rango de observabilidad en x_0 es local y débilmente observable en x_0 . Más aún si el sistema satisface la condición de rango de observabilidad, es local y débilmente observable. Un sistema local y débilmente observable satisface la condición de rango en un conjunto abierto y denso de X .*

Si se considera la restricción obtenida en (2.6), es posible reducir un estado de la parte eléctrica del modelo (2.9) para efectos del análisis de observabilidad, esto debido a que uno de los estados es una combinación lineal de los otros dos. Por lo que el modelo del MIPSEDC obtenido anteriormente se puede describir de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{s1} \\ \dot{i}_{s2} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_s(-Ri_{s1} + e_p e(\theta)\omega + u_{s1}) \\ L_s(-Ri_{s2} + e_p e(\theta - \frac{2\pi}{3})\omega + u_{s2}) \\ \omega \\ \frac{1}{J}(\tau_e - \tau_L - d\omega - \mu) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

en donde $L_s = \frac{1}{L + M}$ y el término producido por la fricción de coulomb μ se considera constante si la velocidad angular es positiva.

En este caso se consideran todos los parámetros conocidos y se tiene como salidas medidas:

$$h(x) = [i_{s1}, i_{s2}, \theta]^T$$

Al aplicar la Definición 5 antes expuesta al modelo, tomado en consideración la primera derivada de Lie, se obtiene el siguiente mapeo de observabilidad:

$$o_k(x_0) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ L_f h_1 \\ L_f h_2 \\ L_f h_3 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Se puede determinar unívocamente a x_0 a partir de $y(t)$, es decir, el sistema es observable si para algún valor de k el mapa de observabilidad o_k es inyectivo.

Ya que en general es difícil decidir si un mapa de observabilidad es inyectivo, se usa el criterio de observabilidad presentado en la Definición 6, el cual se basa en la linealización del mapa de observabilidad.

La matriz de observabilidad que se obtiene al calcular el Jacobiano de (3.6) está dada por:

$$O_k(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -RL_s & 0 & \beta\omega \frac{\partial e(\theta)}{\partial \theta} & \beta e(\theta) \\ 0 & -RL_s & \beta\omega \frac{\partial e(\theta - \frac{2\pi}{3})}{\partial \theta} & \beta e(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Esta es de dimensión 6×4 , debido a que se consideraron cuatro salidas medidas y a que el modelo de la máquina es de quinto orden. Con $\beta = L_s e_p$.

Para determinar el rango de la matriz de observabilidad se hizo uso del teorema 2:

Teorema 2. *Kreyszig and Kreyszig (2006)* Considerando una matriz $A = [a_{jk}]$ de $m \times n$ tiene rango $r \geq 1$ si y solo si A tiene una submatriz $r \times r$ con determinante distinto de cero, por añadidura el determinante de cualquiera submatriz cuadrada con más de r renglones contenida en A es cero.

En particular si A es una matriz cuadrada de $n \times n$, esta tiene rango n si y solo si:

$$\det(A) \neq 0 \quad (3.8)$$

Seleccionando la submatriz adecuada, se encuentra que la matriz de observabilidad es de rango cuatro, lo que significa que el sistema es local y débilmente observable, de modo que es probable la existencia de un observador de los estados.

$$O_{k1}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Comentario 1. Como es sabido (Scaglione et al., 2011), de no medirse la posición, la matriz de observabilidad pierde el rango para velocidad angular $\omega = 0$.

3.2. Observabilidad y detectabilidad para sistemas con entradas desconocidas

La teórica clásica de observadores se encarga del problema de reconstruir los estados de un sistema a partir de la información suministrada por todas las entradas y salidas del sistema. Es ampliamente conocido que para sistemas lineales e invariantes en el tiempo la condición necesaria y suficiente para construir un observador clásico, está determinada por las propiedades de observabilidad o detectabilidad que el sistema posea.

En ciertos casos, la entrada no es completamente conocida debido, por ejemplo, a la dificultad de medición de dichas entradas. En esta situación las condiciones de existencia de un observador con entradas desconocidas son mucho más restrictivas.

Considerando el siguiente sistema LTI perturbado

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Dw(t), D \neq 0 \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{3.10}$$

con $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}$ como los estados del sistema y la salida respectivamente, $w(t)$ es una entrada desconocida, $u \in \mathbb{R}$ son las entradas conocidas y las matrices A, B, C, D son conocidas y de tamaño adecuado.

Las condiciones para observabilidad y detectabilidad para sistemas LTI con entradas desconocidas han sido estudiadas extensamente en Hautus (1983), en donde se establece que las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de un observador con entradas desconocidas son que el sistema sea fuertemente detectable*.

Definición 7. $s_0 \in \mathbb{C}$ es llamado un cero invariante de $\{A, D, C\}$ si el $\text{rango}(R(s_0)) < n + \text{rango}(D)$, en donde $R(s)$ es la matriz de Rosenbrock del sistema (3.10).

$$R(s) = \begin{bmatrix} sI - A, & -D \\ C, & 0 \end{bmatrix}\tag{3.11}$$

Definición 8. Hautus (1983). Un sistema (3.10) se llama fuertemente observable si para cualquier condición inicial $x(0)$ y cualquier entrada $w(t)$, $y(t) \equiv 0 \forall t \geq 0$ implica también que $x(t) \equiv 0 \forall t \geq 0$.

Es decir $\{A, D, C\}$ no tiene ceros invariantes.

Definición 9. Hautus (1983). El sistema (3.10) es fuertemente detectable, si para cualquier $w(t)$ y $x(0)$ resulta que $y(t) \equiv 0 \forall t \geq 0$ implica que $x(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

Esto quiere decir que el sistema (3.10) es de fase mínima (todos los ceros invariantes de $\{A, D, C\}$ satisfacen $Re\{s\} < 0$).

Definición 10. Hautus (1983). El sistema (3.10) es fuertemente detectable*, si para cualquier $w(t)$ y $x(0)$ resulta que $y(t) \rightarrow 0$ cuando $(t \rightarrow \infty)$ implica que $x(t) \rightarrow 0$ cuando $(t \rightarrow \infty)$.

En el caso que $D = 0$ los conceptos de observabilidad fuerte y detectabilidad fuerte coinciden con los conocidos conceptos de observabilidad y detectabilidad respectivamente. Recordando la matriz de observabilidad como:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

El sistema (3.10) es observable (en la ausencia de la entrada desconocida $w(t)$) si y solo si la matriz de observabilidad \mathcal{O} es de rango completo ($\text{rango}(\mathcal{O}) = n$).

En Isidori (1996) el grado relativo de un sistema con respecto a la entrada desconocida es el número r tal que:

$$CA^j D = 0, \quad j = 1, \dots, r-2, \quad CA^{r-1} D \neq 0 \quad (3.13)$$

En Hautus (1983) se presentan los siguientes teoremas así como sus respectivas demostraciones sobre la observabilidad fuerte y detectabilidad fuerte en términos de grado relativo con respecto a la entrada desconocida.

Teorema 3. *El sistema (3.10) es fuertemente observable si y solo si la salida del sistema tiene grado relativo n con respecto a la entrada desconocida $w(t)$.*

Teorema 4. *El sistema (3.10) es fuertemente detectable si y solo si el grado relativo con respecto a la entrada desconocida existe, y el sistema es de fase mínima.*

Considerando solo la parte mecánica del modelo del motor, esta tiene la forma del sistema (3.10), si se toma a τ_e/J como entrada conocida, la fricción de Coulomb como constante y a $w(t) = \tau_L/J$ como una entrada desconocida, con:

$$A = \begin{bmatrix} 0, & 1 \\ 0, & -\frac{d}{J} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0], D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Para investigar si la parte mecánica del motor definida como (3.14) es fuertemente observable, se requiere que el sistema sea observable. Esto quiere decir que el $\text{rango}(\mathcal{O}) = n$. La observabilidad significa la existencia de un grado relativo r de la salida y con respecto a la entrada desconocida. Obteniendo la matriz de observabilidad:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Se encuentra que el $\text{rango}(\mathcal{O}) = 2$, por lo tanto, el sistema es observable con $D = 0$. Por otro lado es posible encontrar el grado relativo del sistema con respecto a la entrada desconocida utilizando (3.13).

$$CAD \neq 0 \Rightarrow r = n = 2. \quad (3.16)$$

El grado relativo de la entrada desconocida es igual a n , por lo tanto de acuerdo con el teorema 3, el sistema es fuertemente observable, pero no es fuertemente detectable*.

Lema 1. *El sistema (3.10) tiene un observador con entrada desconocida si y solo si es fuertemente detectable*.*

Utilizando el lema 1 presentado en Moreno (2001) se encuentra que no es posible construir un observador con entrada desconocida para el sistema (3.14), sin antes imponer alguna condición sobre la entrada desconocida. Si se considera que la entrada desconocida es acotada y que el sistema es fuertemente observable, es posible usar el esquema de estimación propuesto en Fridman et al. (2007) para encontrar el estimado de la velocidad y el par de carga.

Diseño del observador

En este capítulo se presenta un acondicionador de la posición usando sensores de efecto Hall y un estimador Luenberger en cascada con diferenciador por modos deslizantes de orden superior, así como la prueba de convergencia del error de estimación a cero. Se finaliza el capítulo mostrando los resultados de algunas simulaciones.

4.1. Estimador de la posición usando sensores de efecto Hall

Como se ha mencionado anteriormente, es necesario el conocimiento de la posición ya sea en intervalos de 60° eléctricos, o de manera continua dependiendo de la técnica de conmutación que se utilice. Este problema se resuelve comúnmente utilizando sensores de efecto Hall, encoders o resolvers. El problema del uso de encoders o resolvers para obtener la posición de manera precisa es el precio, ya que estos suelen ser muy caros. En cambio, los sensores de efecto Hall son baratos y es común que estén integrados en la carcasa del motor.

En el orden de las ideas anteriores, se propone un simple algoritmo el cual hace uso de la información dada por los sensores de efecto Hall, con el fin de obtener la posición estimada del rotor.

Esto se logra empleando un simple integrador saturado, con condición inicial variable. La condición inicial del integrador se obtiene a partir del estado de los sensores de efecto Hall. La condición inicial por seleccionar depende del posicionamiento y la secuencia de giro de los sensores de efecto Hall. En la Figura 4.1 se muestra la relación existente entre la posición angular y los estados del sensor de efecto Hall.

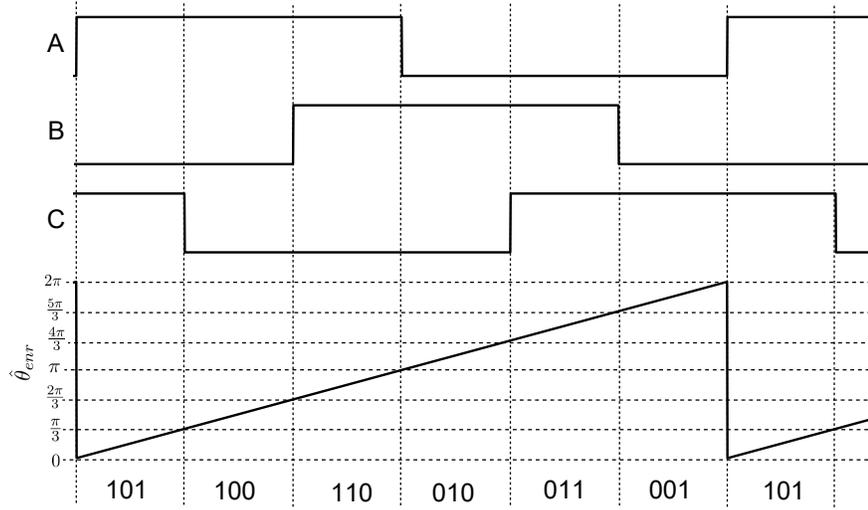


Figura 4.1: Transiciones del sensor de efecto Hall y la posición angular eléctrica

Lo que quiere decir que cada vez que se produce un cambio en las salidas de los sensores de efecto Hall, esta se compara con una secuencia predefinida y una condición inicial correspondiente es seleccionada (ver Tabla 4.1).

Tabla 4.1: Condiciones iniciales del integrador con respecto al estado de los sensores.

Estado del sensor de efecto Hall			Condiciones iniciales	
H_a	H_b	H_c	θ_{0elec}	$-\theta_{0elec}$
0	0	1	$\frac{5\pi}{3}$	2π
0	1	0	π	$\frac{4\pi}{3}$
0	1	1	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
1	0	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$
1	0	1	0	$\frac{\pi}{3}$
1	1	0	$\frac{2\pi}{3}$	π

Aunque es posible obtener la posición eléctrica exacta en cada transición de los sensores, si es que estos se encuentran correctamente posicionados, no es el caso con la velocidad.

Cabe agregar que es posible obtener una aproximación burda de la velocidad angular, basada en el tiempo que pasa entre las transiciones de los sensores de efecto hall. Esto solo es posible debido a que los tres sensores de efecto hall se encuentran separados entre sí una distancia de $\pi/3$ radianes eléctricos, si es que están correctamente alineados. En particular se

tiene:

$$\hat{\omega}_{Hall} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (4.1)$$

en donde $\Delta\theta$ es constante con valor de $\pi/3$ [rad].

Así, el integrador es alimentado con el estimado de la velocidad $\hat{\omega}_{Hall} \in \mathbb{R}$, este mismo se reiniciará cada que se detecte alguna transición de los sensores y posteriormente se establecerá como condición inicial el valor que corresponda a la secuencia de giro. Como resultado se obtiene la posición eléctrica enrollada $\hat{\theta}_{enr} \in \mathbb{R}$. La posición eléctrica enrollada $\hat{\theta}_{enr} \in \mathbb{R}$, que es aquella que solo puede tener valores entre 0 rad al comienzo y 2π rad al final de una revolución eléctrica, sin importar el numero de revoluciones dadas anteriormente. Para motores con sólo un par de polos, una revolución eléctrica es igual a una mecánica. Pero no es el caso con un motor con más de un par de polos. El modelo presentado en (2.17) hace uso de la posición mecánica sin enrollar. Para convertir la posición eléctrica enrollada a posición mecánica θ , simplemente se hace uso de la siguiente ecuación:

$$\theta = \frac{p}{2}(\hat{\theta}_{enr} + 2\pi k) \quad (4.2)$$

en donde $p \in \mathbb{R}$ es el número de polos del motor y $k \in \mathbb{R}$ representa el número de revoluciones eléctricas dadas. En la Figura 4.2 se muestra un esquema del algoritmo.

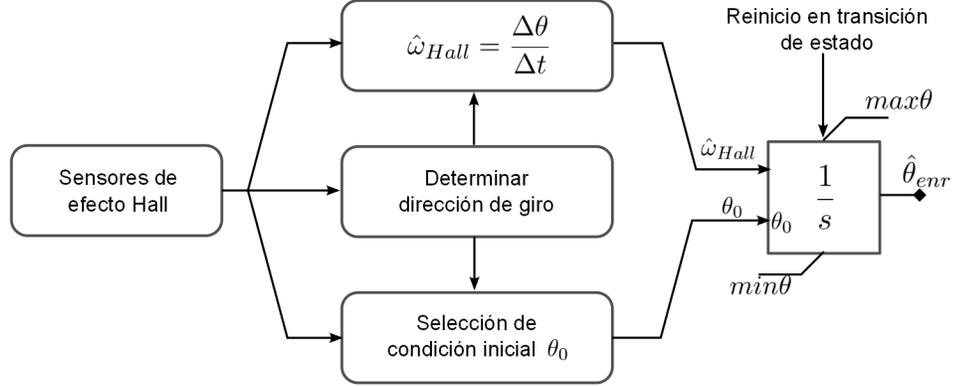


Figura 4.2: Representación del algoritmo.

4.2. Estimador Luenberguer en cascada con diferenciador por modos deslizantes

Para el diseño del estimador, solo se consideró la parte mecánica del sistema (2.17), se asume que se mide el vector de corrientes $\mathbf{i} = [i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}]^T$ y que la posición angular θ se obtiene del acondicionador de la señal proveniente de los sensores de efecto Hall antes presentado. El objetivo del estimador es que garantice la estimación asintótica de los estados en presencia de

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

un par de carga desconocido y de ser posible estimar el mismo.

Definiendo el vector de estados mecánicos de la siguiente forma:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [\theta \quad \omega]^T, \quad (4.3)$$

la parte mecánica del modelo se puede describir como:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u - \frac{d}{J}x_2 - \mu_J + w(t) \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (4.4)$$

en donde $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ son los estados, $u = \tau_e/J$ es una entrada conocida, $\mu_J = \mu/J$ es el término que representa la fricción de Coulomb con ω positiva, y es la salida medida, en este caso la posición angular θ , $w(t, x_1, x_2) \in \mathbb{R}$ es una entrada desconocida acotada ($|w(t, x_1, x_2)| \leq K$). De manera específica se tiene:

$$w(t) = -\frac{1}{J}\tau_L. \quad (4.5)$$

Antes de presentar el diseño del observador se debe tomar en cuenta la siguientes suposiciones:

Suposición 1. El sistema tiene grado relativo n con respecto a la entrada desconocida $w(t)$.

Suposición 2. La entrada desconocida $w(t)$ es una función de Lebesgue acotada $|w(t)| \leq K^+$.

Suposición 3. La entrada desconocida es una función acotada, $|w(t)| \leq K^+$, con derivadas sucesivas hasta de orden k acotadas por la misma constante K_1^+ , es decir, la k -ésima derivada es una función Lipchitz con constante no mayor a K_1^+ .

La primera suposición implica que el sistema es fuertemente observable. La siguiente, es útil para asegurar la convergencia del error de estimación a una región acotada alrededor del origen y la última suposición es necesaria para la estimación de la entrada desconocida.

Las ecuaciones son entendidas en el sentido de Filipov ([Filippov, 1988](#)), para que sea posible el uso de señales discontinuas en el observador.

El diseño del observador se realiza en dos partes, la primera es un observador Luenberger que asegura la convergencia del error de estimación a una vecindad acotada alrededor del origen, que considera la presencia de la entrada desconocida $w(t)$ y la segunda parte usa un diferenciador basado en un modos deslizantes de orden superior, el cual asegura la convergencia del error de estimación a cero, en tiempo finito en ausencia de ruido.

Debido a que el par (A, C) es observable, es posible asignar cualquier conjunto de eigenvalores estables a la matriz $(A - LC)$, si se escoge un $L \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ adecuada. Como consecuencia el par $(A - LC, C)$ también es observable con una matriz de observabilidad no singular:

$$\tilde{\Theta} = \begin{bmatrix} C \\ C(A - LC) \\ \vdots \\ C(A - LC)^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

entonces el observador propuesto en (Fridman et al., 2007), tiene la siguiente estructura:

$$\tilde{x} = v + \tilde{\Theta}^{-1}z. \quad (4.7)$$

1) Observador Luenberger. La parte lineal del estimador tiene la forma:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= v_2 + l_1(y - v_1) \\ \dot{v}_2 &= u - \frac{d}{J}v_2 - \mu_J + l_2(y - v_1), \end{aligned} \quad (4.8)$$

en donde $L = [l_1, l_2]^T$ son constantes de diseño.

Si se define el error \bar{e} como $\bar{e}_1 = x_1 - v_1$ y $\bar{e}_2 = x_2 - v_2$, se obtiene la siguiente dinámica:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}}_1 &= \bar{e}_2 + l_1\bar{e}_1 \\ \dot{\bar{e}}_2 &= -\frac{d}{J}\bar{e}_2 + l_2\bar{e}_1 - w(t), \end{aligned} \quad (4.9)$$

retomado la definición de las matrices A, B, C, D en (3.14) se llega a:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= (A - LC)\bar{e} + Dw(t), \\ y_e &= C\bar{e}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

La ganancia L se diseña de tal manera que la matriz $(A-LC)$ sea Hurwitz. En consecuencia el error de estimación (4.10) converge asintóticamente a cero ($e = 0$) en ausencia de perturbación y es acotado en presencia de alguna una perturbación no desvaneciente ($|w(t)| \leq K$).

2) Diferenciador por modos deslizantes. La parte no lineal del estimador está dada por el diferenciador de orden $(k - 1)$ propuesto en Levant (2003), con $k = 3$ y suponiendo que la tercera derivada temporal del error \bar{e}_1 del sistema (4.9) es Lipschitz $|\ddot{\bar{e}}_1| < L_f$.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -\alpha_k L_f^{1/k} |z_1 - (v_1 - y)|^{(k-1)/k} \text{sign}(z_1 - (v_1 - y)) + z_{k-1} \\ \dot{z}_{k-1} &= -\alpha_{k-1} L_f^{1/2} |z_{k-1} - \dot{z}_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_{k-1} - \dot{z}_1) + z_k \\ \dot{z}_k &= -\alpha_1 L_f \text{sign}(z_k - \dot{z}_{k-1}), \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde las ganancias $\alpha_3 = 3, \alpha_2 = 1.5, \alpha_1 = 1.1$ aseguran que los estados z_1, z_2 y z_3 convergerán en tiempo finito a $\bar{e}_1, \dot{\bar{e}}_1$ y $\ddot{\bar{e}}_1$ si se escoge un L_f lo suficientemente grande, en particular $L_f > |\kappa|K^+$.

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

Por lo tanto el observador propuesto para el sistema (4.4) tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_1 &= v_2 + l_1(y - v_1) \\
 \dot{v}_2 &= u - \frac{d}{J}v_2 - \mu_J + l_2(y - v_1) \\
 \dot{z}_1 &= -\alpha_3 L_f^{1/3} |z_1 - (v_1 - y)|^{2/3} \text{sign}(z_1 - (v_1 - y)) + z_2 \\
 \dot{z}_2 &= -\alpha_2 L_f^{1/2} |z_2 - \dot{z}_1|^{1/2} \text{sign}(z_2 - \dot{z}_1) + z_3 \\
 \dot{z}_3 &= -\alpha_1 L_f \text{sign}(z_3 - \dot{z}_2) \\
 \hat{x}_1 &= v_1 - z_0 \\
 \hat{x}_2 &= v_2 + l_1(y - v_1) - z_1,
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

donde \hat{x}_1 y \hat{x}_2 son los estados estimados de x_1 y x_2 respectivamente.

La estimación de la entrada desconocida $w(t)$ es definida como en [Fridman et al. \(2007\)](#):

$$\begin{aligned}
 \hat{w}(t) &= \frac{1}{\kappa} (z_{n+1} - (a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_n z_n)) \\
 s^n - a_n s^{n-1} - \dots - a_1 &= (-1)^n \det(A - LC - sI),
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

con $\kappa = (CA^{n-1}D)$.

A partir de lo anterior, se puede tener un estimado del par de carga τ_L de la forma:

$$\hat{\tau}_L = -J(z_3 - (a_1 z_1 + a_2 z_2)). \tag{4.14}$$

Proposición 1. *Si las suposiciones 1 y 2 se satisfacen, el observador (4.12) estima de manera exacta y en tiempo finito el estado x .*

Con ruido en la medición, tal que este sea Lebesgue-medible en el tiempo con una magnitud máxima de ε , el observador estima en tiempo finito el estado x , si se escogen las ganancias $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ de manera adecuada y L_f lo suficientemente grande. Con un ε lo suficientemente pequeño el error de estimación $e_{O_i} = \hat{x}_i - x$ se encuentra en el orden de $\varepsilon^{(k-i+1/n)}$. Lo que significa que las desigualdades $|e_{O_i}| \leq \gamma_i \varepsilon^{(k-i+1/n)}$ se mantienen, para algunas constantes $\gamma_i > 0$ que dependen solo del observador y parámetros del sistema, además de la cota superior de la entrada.

Prueba. Tome en consideración la parte lineal del observador. Retomando el error antes definido como $\bar{e} = x - v$ se tiene:

$$\begin{aligned}
 \dot{\bar{e}} &= (A - LC)\bar{e} + Dw(t), \\
 y_e &= C\bar{e}.
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Con el fin de analizar las propiedades de convergencia del observador, suponga que existe una función candidata de Lyapunov de la forma $V = \bar{e}^T P_e \bar{e}$ con $P_e = P_e^T > 0$ como solución de la ecuación algebraica de Lyapunov:

$$P_e(A - LC) + (A - LC)^T P_e = -Q_e, \quad (4.16)$$

calculando la primera derivada de V se obtiene:

$$\dot{V} = \bar{e}^T P_e((A - LC)\bar{e} + Dw) + ((A - LC)\bar{e} + Dw)^T P_e \bar{e}, \quad (4.17)$$

con $Q_e = Q_e^T > 0$, la primera derivada de V se puede reescribir como

$$\dot{V} = -\bar{e}^T Q_e \bar{e} + 2(Dw)^T P_e \bar{e}, \quad (4.18)$$

por lo tanto \dot{V} es negativa semidefinida para todo error de estimación si se satisface la desigualdad:

$$\|\bar{e}\| > \frac{2K^+ \|D^T P_e\|}{\|Q_e\|}. \quad (4.19)$$

Esta desigualdad significa que el observador lineal Luenberguer solamente puede asegurar la convergencia del error de estimación a una región acotada alrededor del origen, en ausencia de ruido.

Sin embargo, es común que se presente ruido en la salida y en este caso en la entrada u , ya que esta se definió como $\tau_e(\mathbf{i})/J$ en el sistema (4.4). Considerando de nuevo la dinámica del error (4.15) y reemplazando el ruido en la salida $[-\varepsilon_1, \varepsilon_1]$ y en la entrada $[-\varepsilon_2, \varepsilon_2]$ como el segmento de todos sus posibles valores, se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &\in (A - LC)\bar{e} + L[-\varepsilon_1, \varepsilon_1] + B[-\varepsilon_2, \varepsilon_2] + Dw(t), \\ y_e &\in C\bar{e} + [-\varepsilon_1, \varepsilon_1], \end{aligned} \quad (4.20)$$

empleando la función candidata de Lyapunov antes presentada, se obtiene la siguiente derivada:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\in \bar{e}^T (P_e(A - LC) + (A - LC)^T P_e) \bar{e} + (\bar{e}^T P_e D + D^T P_e \bar{e}) w(t) \\ &\quad + (\bar{e}^T P_e L + L^T P_e \bar{e}) [-\varepsilon_1, \varepsilon_1] + (\bar{e}^T P_e B + B^T P_e \bar{e}) [-\varepsilon_2, \varepsilon_2], \end{aligned} \quad (4.21)$$

reescribiendo \dot{V} se llega a :

$$\dot{V} \in -\bar{e}^T Q_e \bar{e} + 2(Dw(t))^T P_e \bar{e} + 2L^T P_e \bar{e} [-\varepsilon_1, \varepsilon_1] + 2B^T P_e \bar{e} [-\varepsilon_2, \varepsilon_2], \quad (4.22)$$

para que \dot{V} sea negativa semidefinida para todo error de estimación se tiene que cumplir la siguiente desigualdad:

$$\|\bar{e}\| > \frac{2(K^+ \|D^T P_e\| + \|L^T P_e\| \cdot 2\|\varepsilon_1\| + \|B^T P_e\| \cdot 2\|\varepsilon_2\|)}{\|Q_e\|}. \quad (4.23)$$

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

De igual manera que en la prueba sin ruido en la medición de las entradas y salidas, el error de estimación converge a una región acotada alrededor del origen.

Si se introduce $\tilde{e} = (Cv - y)$ y se supone que \bar{e} y su derivada permanecen uniformemente acotados, entonces también lo estará \tilde{e} y su derivada. Ahora considere las funciones $\sigma_1 = z_1 - \bar{e}$, $\sigma_2 = z_2 - \dot{\bar{e}}$, $\sigma_3 = z_1 - \ddot{\bar{e}}$ y una función del ruido Lebesgue-medible $\eta \in [-\varepsilon, \varepsilon]$, entonces cualquier solución de (4.11) satisface la inclusión diferencial siguiente si se escoge una L_f lo suficientemente grande:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_1 &\in \alpha_3 L_f^{1/3} |\sigma_1 + \eta|^{2/3} \text{sign}(\sigma_1 + \eta) + \sigma_2 \\ \dot{\sigma}_2 &= \alpha_2 L_f^{1/2} |\sigma_2 - \dot{\sigma}_1|^{1/2} \text{sign}(\sigma_2 - \dot{\sigma}_1) + \sigma_3 \\ \dot{\sigma}_3 &\in \alpha_1 L_f \text{sign}(\sigma_3 - \dot{\sigma}_2) + [-L_f, L_f],\end{aligned}\tag{4.24}$$

La prueba de la parte no lineal del esquema de estimación está basada en el siguiente lema:

Lema 2. *Fridman et al. (2007)* Suponga que $\alpha_3 > 1$ y α_2, α_1 son seleccionados lo suficientemente grandes. Entonces después de un tiempo finito del proceso transitorio, cualquier solución de (4.24) satisface las desigualdades $|\sigma_i| \leq \mu_i L_f^{(i-1)/k} \varepsilon^{(k-i+1)/k}$ con $i = 1, 2, \dots, k$ donde $\mu_i > 1$ son algunas constantes positivas que dependen solamente de la selección de α_i .

La prueba del Lema 2 es consecuencia directa del Lema 8 de Levant (2003) si se denota $\tilde{\sigma} = \sigma/L_f$ obteniendo:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\sigma}}_1 &= \alpha_3 |\tilde{\sigma}_1 + L_f[-\varepsilon, \varepsilon]|^{2/3} \text{sign}(\tilde{\sigma}_1 + L_f[-\varepsilon, \varepsilon]) + \tilde{\sigma}_2 \\ \dot{\tilde{\sigma}}_2 &= \alpha_2 |\tilde{\sigma}_2 - \dot{\tilde{\sigma}}_1|^{1/2} \text{sign}(\tilde{\sigma}_2 - \dot{\tilde{\sigma}}_1) + \tilde{\sigma}_3 \\ \dot{\tilde{\sigma}}_3 &= \alpha_1 \text{sign}(\tilde{\sigma}_3 - \dot{\tilde{\sigma}}_2) + [-1, 1],\end{aligned}\tag{4.25}$$

Si las suposiciones se mantienen, entonces $L_f > \sup|Cz - y(t)|^{(3)}$, lo cual asegura la convergencia en tiempo finito de (4.11). Lo que establece las siguientes igualdades $z_1 = \tilde{e}_1, i = 1, \dots, n, z_{n+1} = \dot{\tilde{e}}_n$ con $\varepsilon = 0$. Sustituyendo las expresiones anteriores en (4.13) se puede llegar a:

$$\hat{w}(t) = \frac{1}{\kappa} (z_{n+1} - (a_1 \tilde{e}_1 + a_2 \tilde{e}_2 + \dots + \tilde{e}_n z_n))\tag{4.26}$$

Ahora considere las siguientes ecuaciones homogéneas y que la salida del sistema es $y = x_1$:

$$\ddot{x}_1(t) + a_2 \dot{x}_1 + a_1 x_1 = -\frac{\tau L}{J}\tag{4.27}$$

$$\ddot{v}_1 + a_2 \dot{v}_1 + a_1 v_1 = 0\tag{4.28}$$

sustituyendo en(4.26) se llega a la siguiente igualdad:

$$\hat{w}(t) = (\ddot{v}_1 - \ddot{x}_1) - (a_2(\dot{v}_1 - \dot{x}_1) + a_1(v_1 - x_1)) \quad (4.29)$$

con $\kappa = 1$. Tomando en cuenta (4.29), es fácil de ver, que al aplicar un par carga al sistema, existe una diferencia entre las ecuaciones (4.27) y (4.28), la cual corresponde a el valor de τ_L/J . Por lo tanto la expresión que representa el estimado del par de carga está dado por la igualdad (4.14), dando por finalizado la prueba de convergencia.

4.3. Simulación

La simulación se realizó considerando que el motor es controlado utilizando la técnica de control por campo orientado (FOC por sus siglas en inglés). Aunque en general para este tipo de motores se utiliza la técnica de control Sixstep, en este caso se optó por el FOC debido a que el Sixstep produce un rizo significativo en el par, el cual ocurre seis veces cada revolución eléctrica.

En el control por campo orientado, las corrientes y voltajes del motor son manipuladas en marco de referencia d-q del rotor.

Esto significa que las corrientes deben ser transformadas del marco de referencia estático de tres fases de los bobinados del estator a un marco de referencia d-q rotatorio para después ser procesados por controladores PI.

De manera similar los voltajes que serán aplicados al motor tienen que ser transformados del marco de referencia d-q del rotor al marco de referencia de tres fases del estator. Esto con la finalidad de lograr un control independiente del par y el flujo.

En la Figura 4.3 se muestra un esquema del sistema controlado por FOC, junto con el observador propuesto.

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

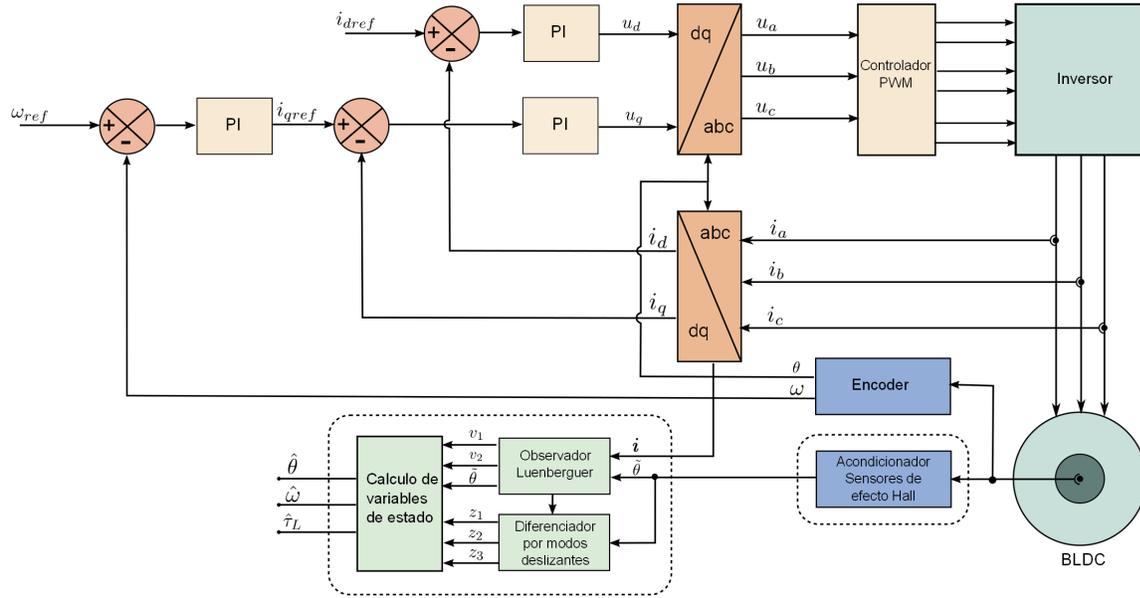


Figura 4.3: Sistema de control de campo orientado del MIPSEDC con el observador en cascada.

Las simulaciones numéricas del sistema se realizaron en Simulink, utilizando los parámetros del motor BLY344S-240V-3000 de Anaheim siguientes:

Tabla 4.2: Parámetros del motor

Parámetro	Valor
J	0.0002618 [Kg m^2]
d	0.000695 [Kg m^2/s]
μ	0.196 [Nm]
R	1.2 [Ω]
L	0.00475 [mH]
e_p	0.3455 [V/rad/s]
τ_p	0.3811 [Nm/A]
Voltaje max.	240 [V]
Par max.	2 [Nm]

Las ganancias del estimador fueron seleccionadas de tal manera que la matriz $(A-LC)$ fuera Hurwitz y buscando una ganancia L_f lo suficientemente grande para que el error de estimación converja al origen. Los valores de las ganancias utilizadas en la simulación se muestran a

continuación:

Tabla 4.3: Ganancias del observador

l_1	l_2	L_f
7.3453	105.5004	400

Con la selección de este conjunto de ganancias, es posible encontrar la expresión que define el par de carga estimado. Utilizando la ecuación (4.14) se obtiene:

$$\hat{\tau}_L = -J(z_3 - (125z_1 + 10z_2)). \quad (4.30)$$

En las siguientes subsecciones se describen tres pruebas y se discuten sus resultados. En todas las simulaciones el paso de integración es de $T_s = 0.01$ ms, a menos que se indique lo contrario. Se inyecta ruido en la medición del vector de corrientes \hat{i} , haciendo uso del bloque de Simulink AWGN (ruido gaussiano) con una desviación estándar de 0.001. Sin embargo, en la simulación 3 se presentan tres gráficas del error de estimación del par de carga con ruidos diferentes, esto con el fin de mostrar el efecto del ruido en la estimación.

4.3.1. Simulación 1

En este caso se tiene como referencia de velocidad la siguiente función sigmoide: $\omega_{ref} = \frac{100}{1 + e^{-2(x-2.6)}}$ con una aceleración máxima de 50 rad/s^2 hasta llegar a la velocidad de 100 rad/s . La simulación se realizó sin agregar par de carga.

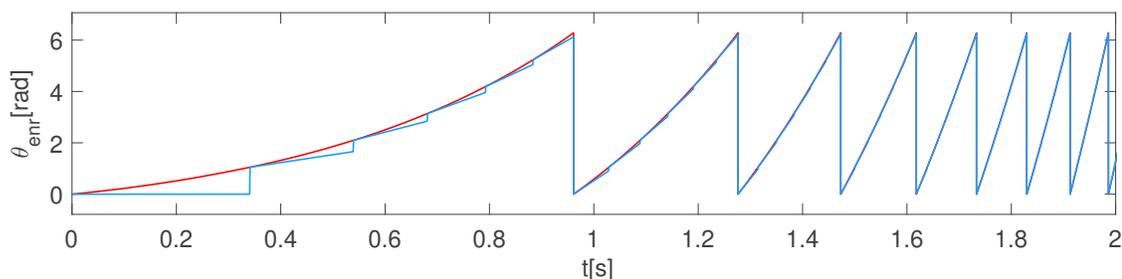


Figura 4.4: Posición angular eléctrica enrollada real θ_{enn} en rojo y $\hat{\theta}_{enn}$ estimada en azul.

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

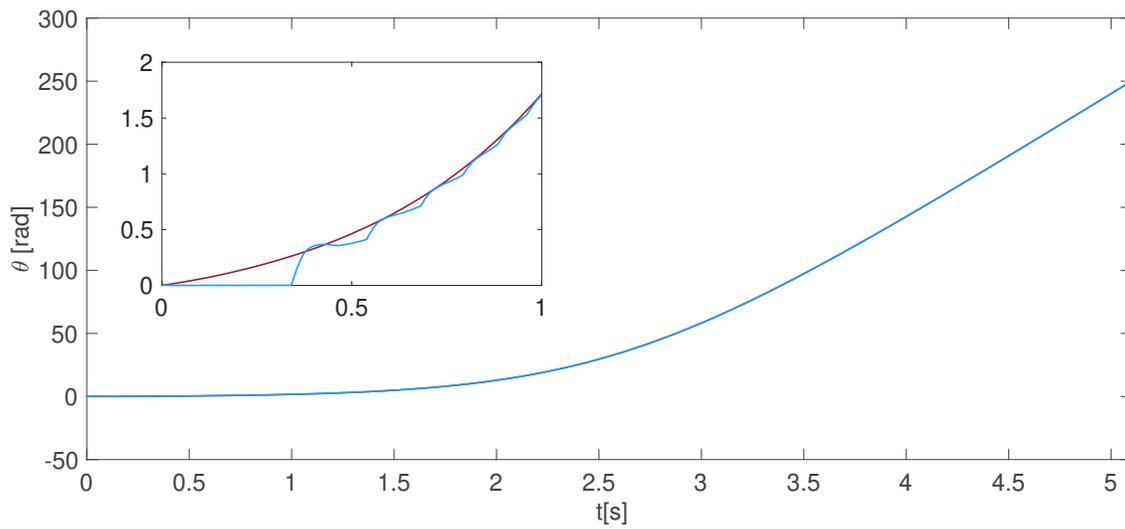


Figura 4.5: Posición angular real en rojo y estimado en azul.

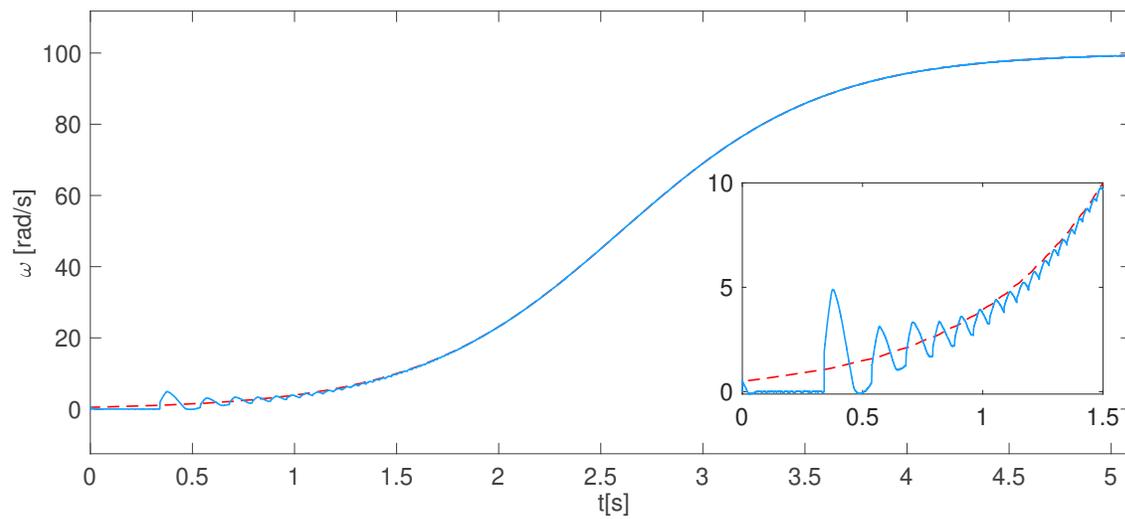


Figura 4.6: Velocidad angular real en rojo y estimada en azul.

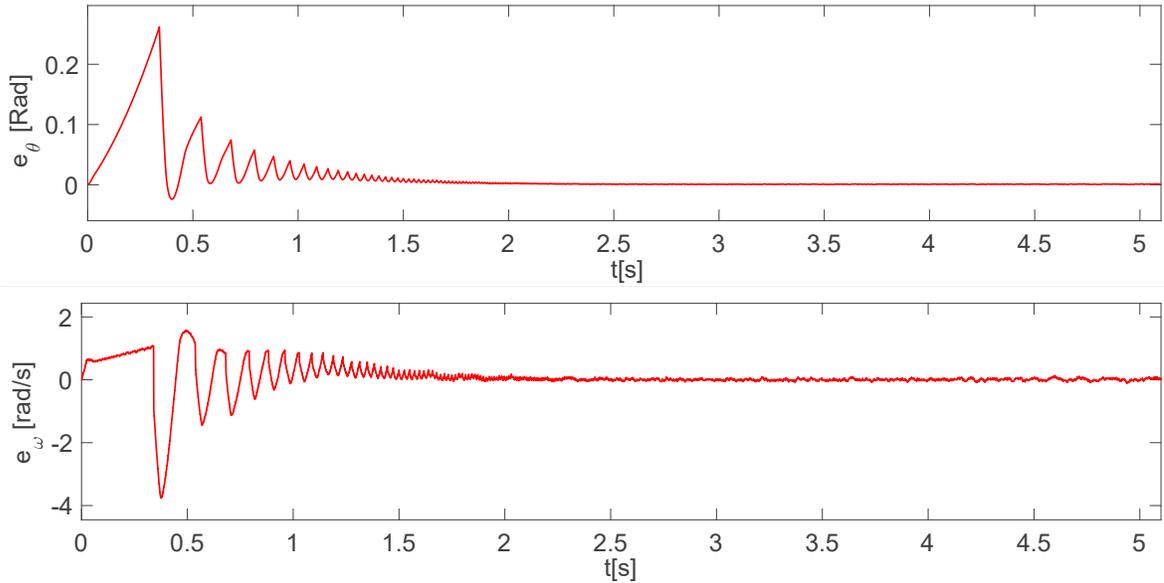


Figura 4.7: Error de estimación de velocidad e_ω y posición e_θ .

Esta simulación pretende mostrar el funcionamiento del acondicionador de la señal proveniente de los sensores de efecto Hall y el observador en velocidades cercanas a 0 rad/s . La Figura 4.4 muestra la posición eléctrica enrollada $\hat{\theta}_{electr}$ generada por el acondicionador de señal en comparación con el valor real de la posición eléctrica θ_{enr} . Por su parte la Figura 4.5 presenta la posición angular mecánica desenrollada estimada $\hat{\theta}$ y la real θ . La Figura 4.6 ilustra el comportamiento de la velocidad angular estimada $\hat{\omega}$ y la real ω . Por último la Figura 4.7 muestra el error entre la posición angular estimada y la real $e_\theta = \theta - \hat{\theta}$ y el error entre la velocidad angular estimada y la real $e_\omega = \omega - \hat{\omega}$.

4.3.2. Simulación 2.

Este caso se realiza sin agregar par de carga. La referencia de velocidad es la función sigmoide : $\omega_{ref} = \frac{60}{1 + e^{-2(x-2.5)}} + 40$, con una aceleración máxima de 30 rad/s^2 hasta llegar a la velocidad de 100 rad/s .

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

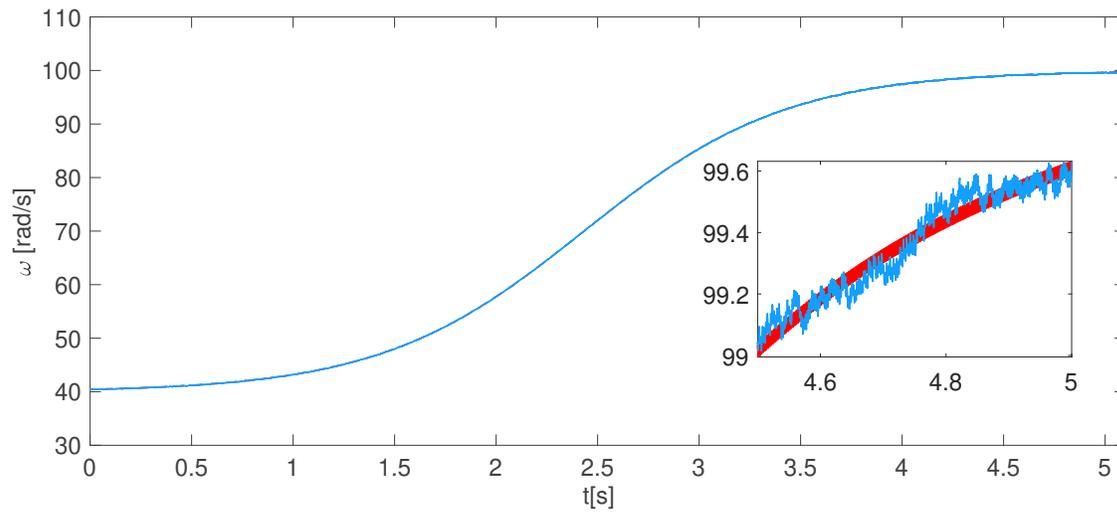


Figura 4.8: Velocidad angular real en rojo y estimada en azul.

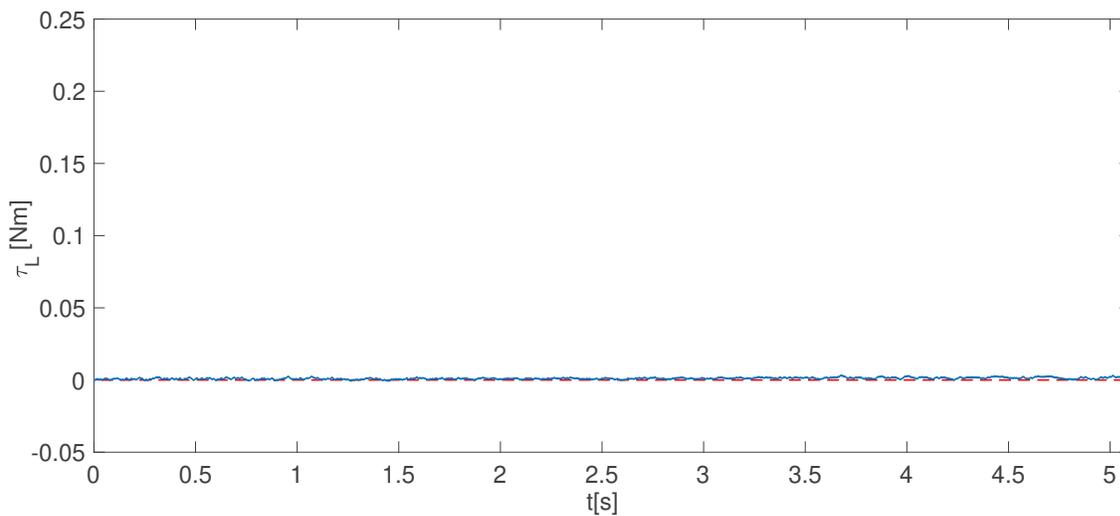


Figura 4.9: Par de carga real en rojo y estimado en azul.

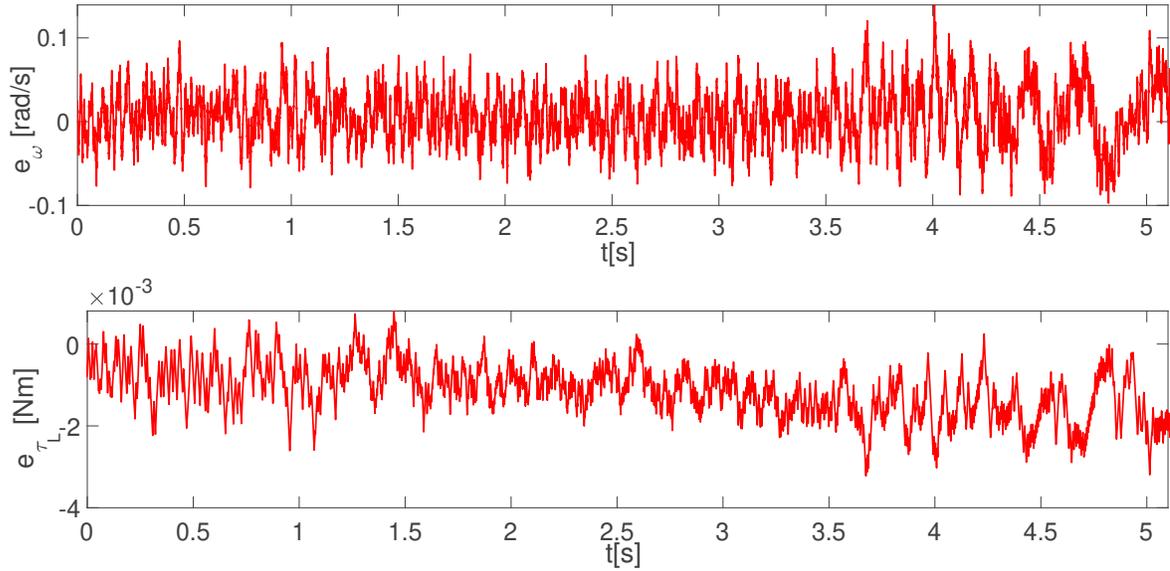


Figura 4.10: Error de estimación de velocidad e_ω y par de carga e_{τ_L}

Esta simulación tiene como objetivo mostrar el funcionamiento del observador, sin ningún par de carga, para posteriormente poder compararlo con la simulación que si la tiene.

En la Figura 4.8 se muestra la velocidad angular estimada $\hat{\omega}$ junto con la velocidad angular real ω . En la Figura 4.9 se puede apreciar el par de carga estimado $\hat{\tau}_L$ y el real τ_L . Por último la Figura 4.10 muestra el error entre la velocidad angular real y la estimada $e_\omega = \omega - \hat{\omega}$ además del error entre el par real y el par estimado $e_{\tau_L} = \tau_L - \hat{\tau}_L$.

4.3.3. Simulación 3.

En este caso se simula una carga inercial acoplada al eje del motor. La carga en cuestión es un volante de inercia con una masa de aproximadamente 400 gramos y un radio de 10 cm. La inercia aproximada del volante de inercia junto con el acoplamiento es de $0.0024[kgm^2]$. La referencia de velocidad es la misma que la simulación anterior.

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

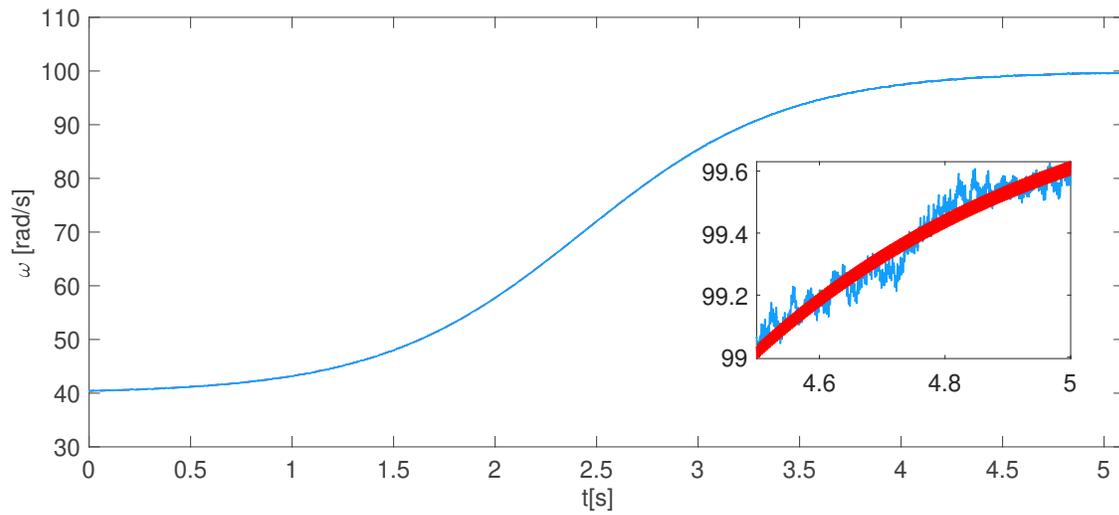


Figura 4.11: Velocidad angular real en rojo y estimada en azul, usando sensores de efecto Hall.

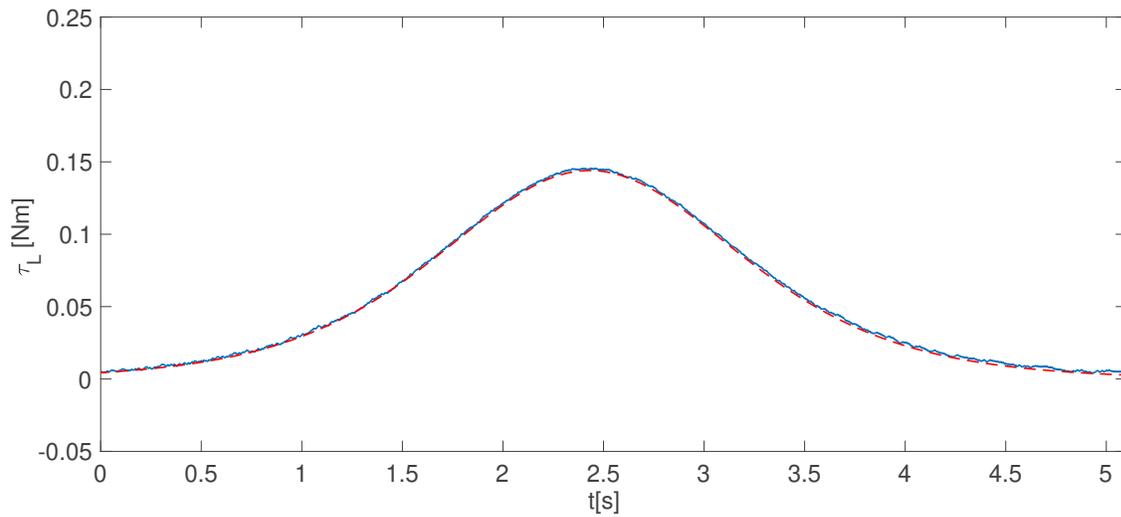


Figura 4.12: Par de carga real en rojo y estimado en azul.

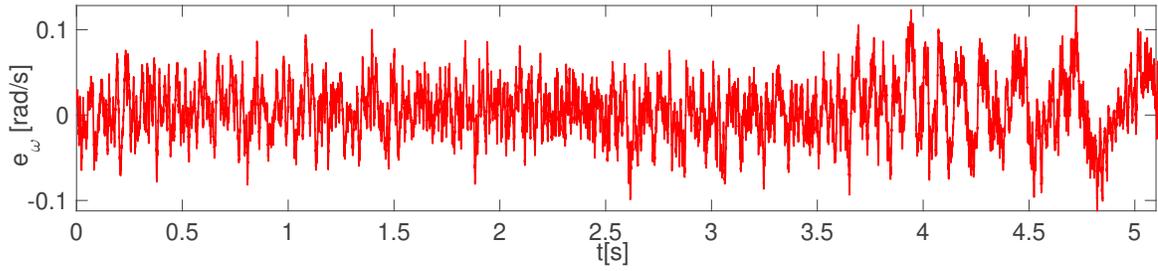


Figura 4.13: Error de estimación de velocidad e_ω .

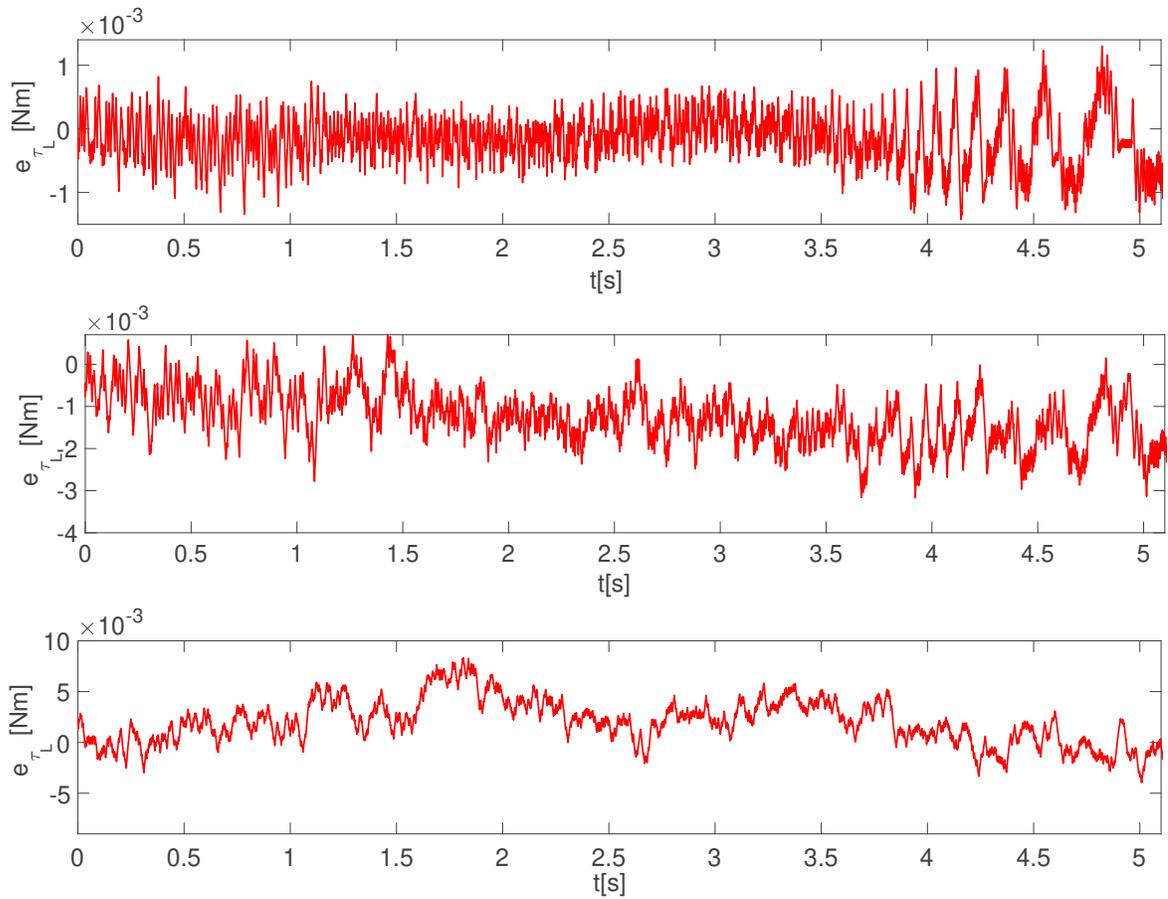


Figura 4.14: Error de estimación del par de carga e_{τ_L} sin ruido y con ruido.

En la Figura 4.11 se muestra la velocidad angular estimada $\hat{\omega}$ junto con la velocidad angular real ω . En la Figura 4.12 se puede apreciar el par de carga estimado $\hat{\tau}_L$ y el real τ_L . La Figura 4.13 muestra el error entre la velocidad angular real y la estimada $e_\omega = \omega - \hat{\omega}$. Por último la Figura 4.14 muestra tres errores de estimación entre el par real y el par estimado $e_{\tau_L} = \tau_L - \hat{\tau}_L$, el primero no presenta ruido en la medición de las corrientes, en el segundo se

inyectó un ruido con desviación estándar de 0.001 y el último tiene un ruido con desviación estándar de 0.01.

4.3.4. Discusión de resultados

En la Figura 4.15 se ilustra el comportamiento del error relativo con respecto a la velocidad angular. Es indudable que a mayor velocidad mejor es la estimación debido a que las transiciones de estado de los sensores de efecto Hall son más frecuentes por lo que es posible calcular un estimado más preciso de la posición angular.

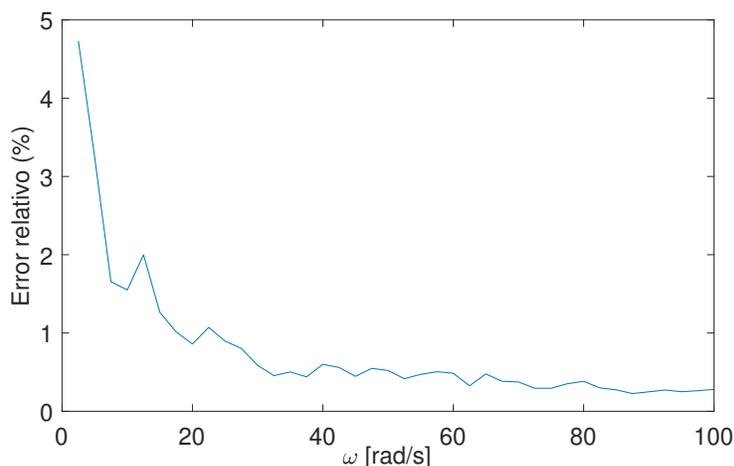


Figura 4.15: Error relativo de estimación con respecto a la velocidad angular ω .

En la simulación 1 es evidente que el arranque desde 0 rad/s produce error considerable en la estimación debido a que el acondicionador de señal aún no tiene información suficiente para comenzar la estimación de la posición angular, aunado a esto la frecuencia de las transiciones de los sensores de efecto Hall al ser muy baja, produce un pobre estimado en la velocidad angular ω_{Hall} . Sin embargo, después de sobrepasar aproximadamente 20 rad/s el error relativo de estimación de la velocidad es menor al 2%.

La simulación 2 y 3 son idénticas con excepción de que a una se le agrega un par de carga en forma de un volante de inercia. El error relativo en la estimación de la velocidad de ambas simulaciones es menor al 2%, considerando la menor velocidad (40 rad/s) de la prueba.

En la simulación 3 se presentan tres errores de estimación del par de carga. La gráfica superior en la figura 4.14 ilustra el error de estimación en ausencia de ruido, en tanto las gráficas siguientes presentan el error de estimación con un ruido en la medición de las corrientes con una desviación estándar de 0.001 y 0.01 respectivamente. La razón de presentar el error de estimación del par de carga con diferente ruido, es para ilustrar el efecto producido de este, en la estimación del par de carga.

Diseño del experimento

En este capítulo se describe la plataforma donde se llevó a cabo la validación experimental del acondicionador de la señal y el estimador antes presentados. Posteriormente se muestran y discuten los resultados de los experimentos.

5.1. Descripción de la plataforma experimental

Se realizó la validación experimental del esquema de estimación antes propuesto, en la plataforma que se muestra en la figura 5.1. Se utilizó el inversor de tres fases con fuente de voltaje controlable TMDSHVMTRINSPIN de Texas Instruments, controlado por medio del microcontrolador de 32-bit TMDSCNCD28069MISO de la misma compañía. Ver figura 5.2 El motor de corriente directa sin escobillas utilizado fue el BLY344S-240V-3000 de Anaheim. Los parámetros del motor se pueden encontrar en la tabla 4.2. La plataforma experimental se encuentra instrumentada con 3 resistencias shunt para la medición de la corriente en cada una de las fases del motor, tres sensores de efecto Hall colocados aproximadamente 60 grados eléctricos entre ellos y un encoder acoplado al eje del motor con una resolución de 2000 pulsos por revolución.

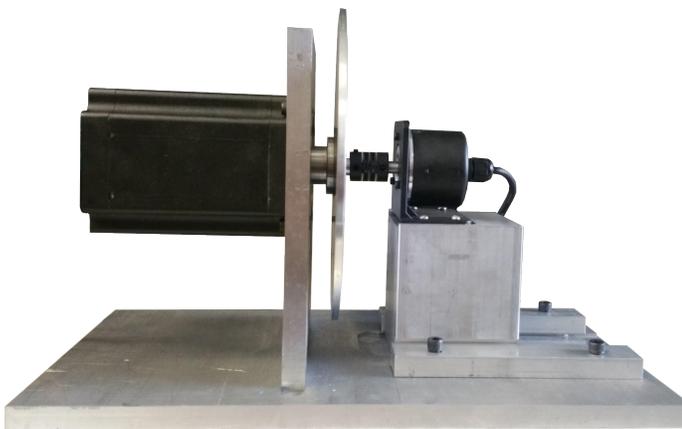


Figura 5.1: Motor MIPSEDC, volante de inercia y encoder.

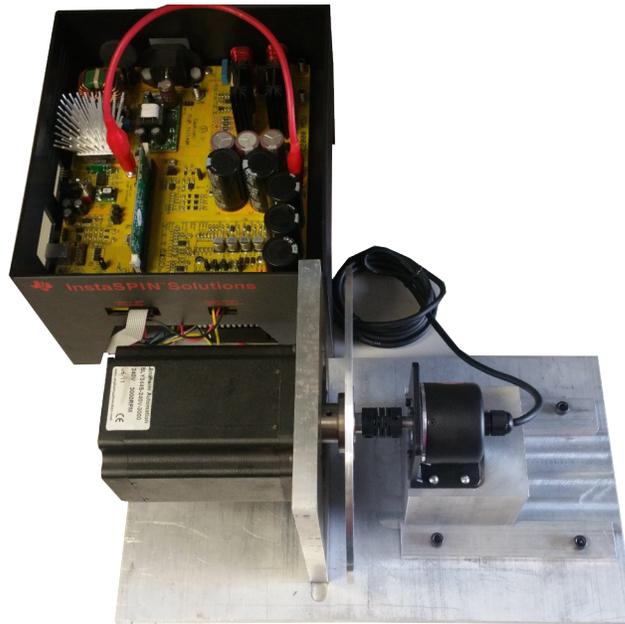


Figura 5.2: Plataforma completa.

Al igual que en las simulaciones presentadas en el Capítulo 3, el esquema de control que se utilizó fue el control de campo orientado, esto debido a la facilidad de implementación de este algoritmo en el microcontrolador.

El código del estimador se escribió en el lenguaje de programación C, en el compilador Code Composer 6, utilizando la librería IQMath. Debido a limitaciones en el *hardware* el periodo de muestreo se definió como $T_s = 0.13$ ms.

Como se puede apreciar en la figura 5.3 el código se divide en 2 partes principales: la parte denominada *main()* o rutina principal, inicializa el driver, habilita las interrupciones del sistema y se queda en un lazo infinito. La segunda parte llamada *mainISR()* solo se activa cuando se detecta una interrupción, lo que detiene la rutina principal. En esta parte se leen todos los periféricos y de ser necesario se ejecutan los controladores PI de corriente y velocidad, además del estimador. Por último, se escribe el valor del PWM en las salidas y regresa al lazo infinito de la rutina principal con esto terminando la rutina de interrupción. Cabe destacar que el estimador se probó en lazo abierto.

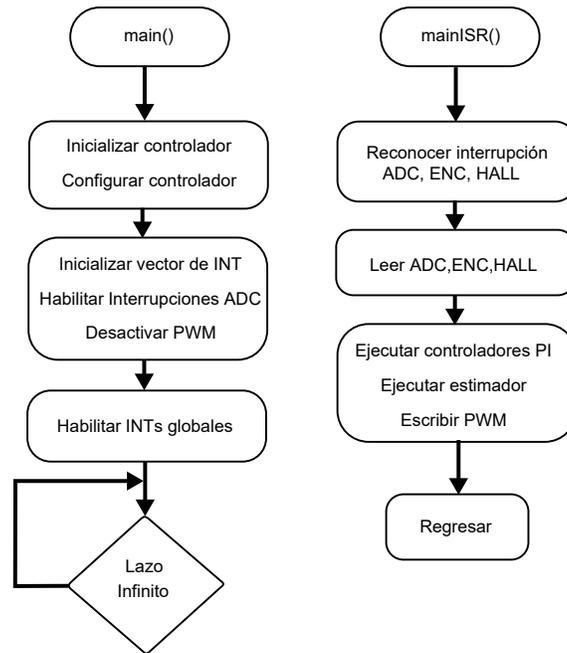


Figura 5.3: Diagrama de flujo del código.

Debido que es de suma importancia que los sensores de efecto Hall estén adecuadamente posicionados, se diseñó un algoritmo para la corrección de la posición por *software*.

El algoritmo hace uso sólo una vez de un encoder y este consiste en hacer girar el motor a velocidad baja (10 rad/s), mientras se espera alguna interrupción producida por los sensores de efecto Hall. En cuanto ocurre una interrupción se detiene la rutina principal, y entra en la rutina de interrupción, en donde se lee el estado de los tres sensores Hall y se asigna a ese estado específico la posición eléctrica obtenida por el encoder. De esta manera al ocurrir seis interrupciones se conoce de manera exacta la posición eléctrica de los sensores de efecto Hall, así como su secuencia de giro. En la figura 5.4 se ilustra un esquema del algoritmo antes descrito.

5. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

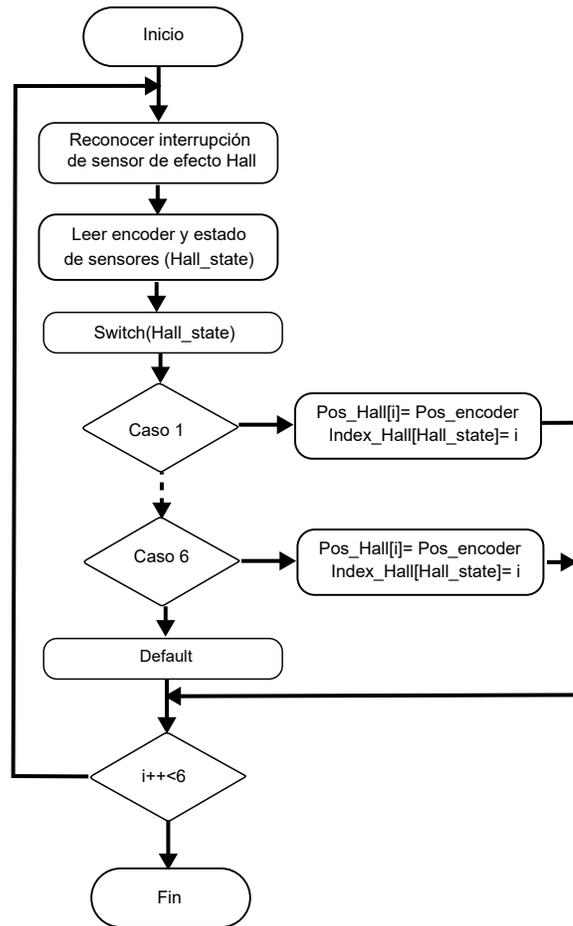


Figura 5.4: Diagrama de flujo del algoritmo de corrección de posición.

En seguida se presentan los resultados de tres experimentos, en los cuales se busca mostrar el comportamiento del estimador en diferentes condiciones (con y sin par de carga, arranque a velocidades bajas). Las ganancias del estimador utilizadas en las pruebas fueron las mismas que se emplearon en la simulación. Ver tabla 4.3.

5.1.1. Experimento 1

En este experimento se tiene como referencia de velocidad la siguiente función sigmoide:
$$\omega_{ref} = \frac{95}{1 + e^{-2(x-2.5)}} + 5$$
 con una aceleración máxima de 50 rad/s^2 hasta llegar a una velocidad de 100 rad/s . La prueba se realizó sin agregar par de carga al motor.

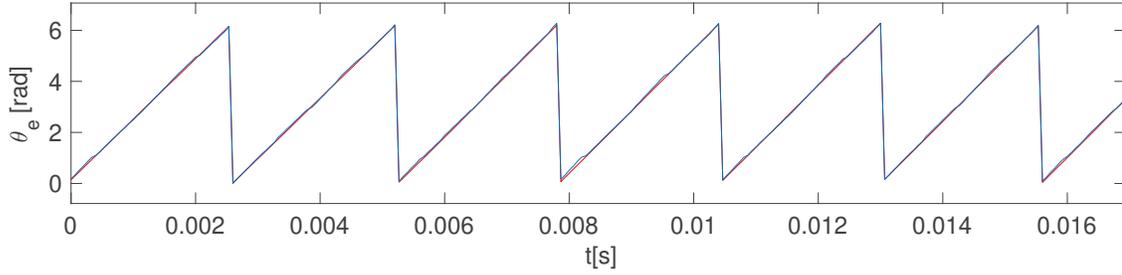


Figura 5.5: Posición angular eléctrica del encoder θ_{elec} en rojo y estimada $\hat{\theta}_{elec}$ en azul.

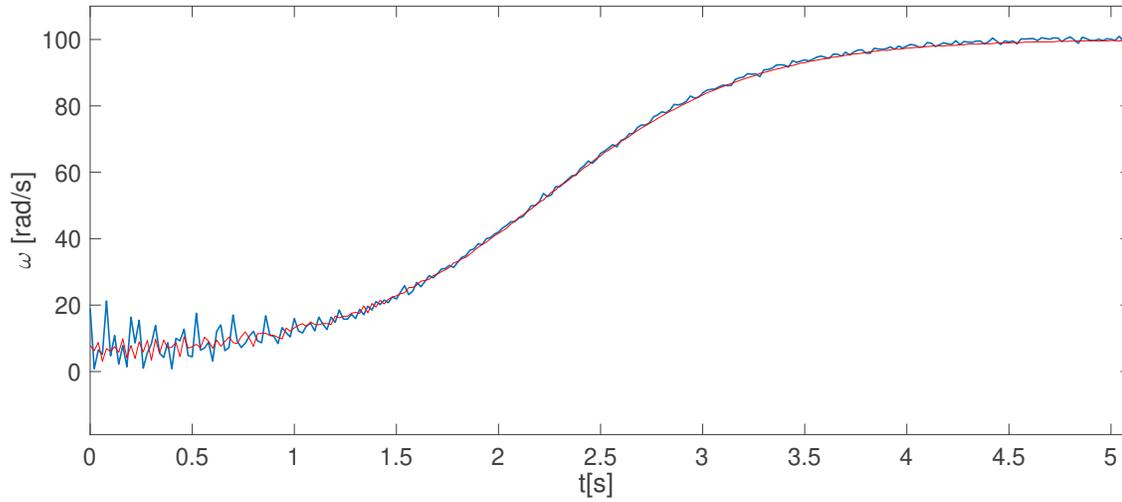


Figura 5.6: Velocidad angular calculada usando el encoder en rojo y estimada en azul.

5. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

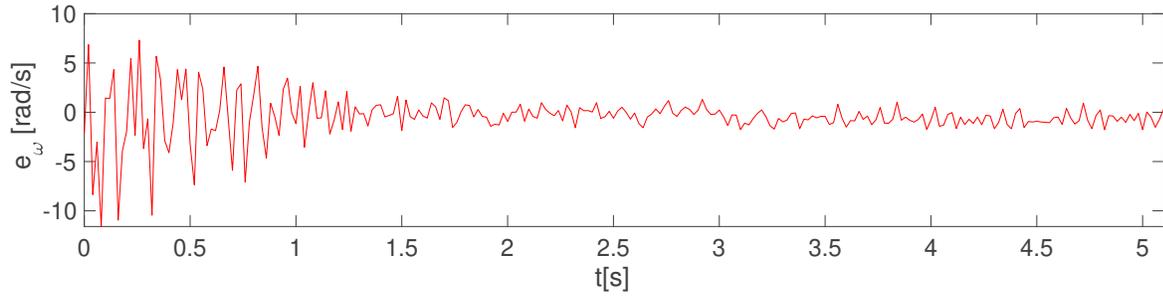


Figura 5.7: Error de estimación de velocidad e_ω .

La figura 5.5 muestra la posición eléctrica enrollada $\hat{\theta}_{elec}$ generada por el acondicionador de señal de los sensores de efecto Hall en comparación con el valor de la posición eléctrica obtenida por el encoder. La figura 5.6 ilustra el comportamiento de la velocidad angular estimada $\hat{\omega}$ y la velocidad ω calculada utilizando el encoder. Por último la figura 5.7 muestra el error entre la velocidad angular estimada y la calculada usando el encoder $e_\omega = \omega - \hat{\omega}$.

5.1.2. Experimento 2

Este experimento se realizó sin agregar par de carga. La señal de referencia de la velocidad es la función sigmoide : $\omega_{ref} = \frac{100}{1 + e^{-2(x-2.5)}} + 40$ con una aceleración máxima de 30 rad/s^2 hasta llegar a una velocidad de 100 rad/s .

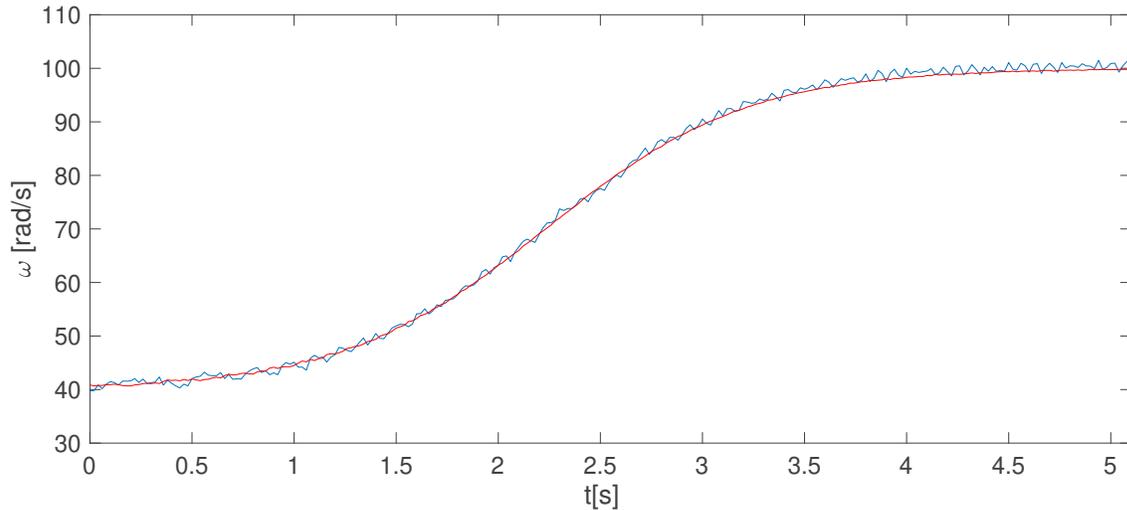


Figura 5.8: Velocidad angular calculada usando el encoder en rojo y estimada en azul.

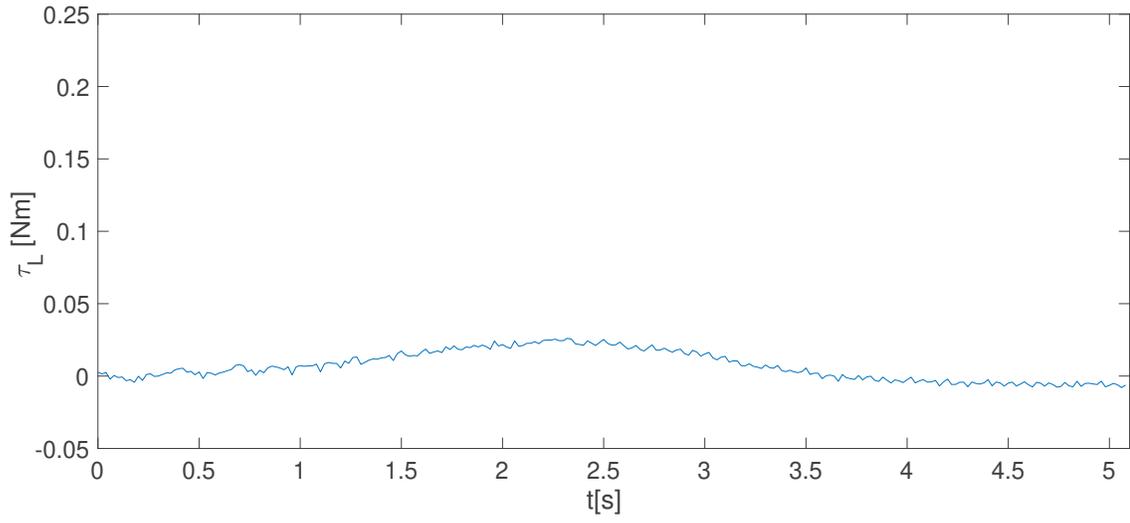


Figura 5.9: Par de carga estimado.

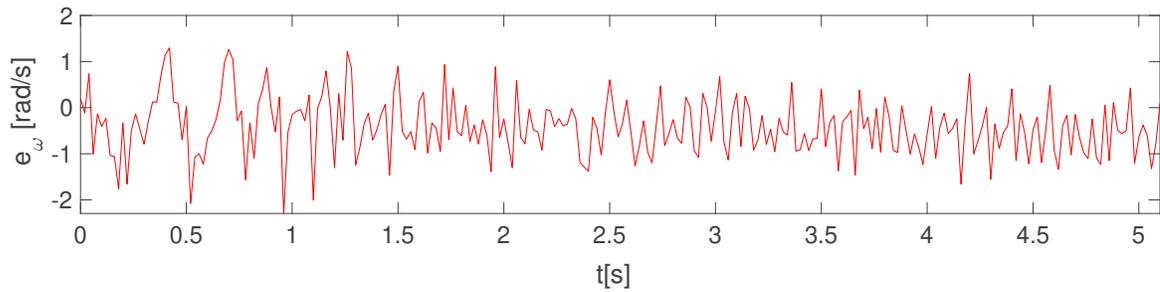


Figura 5.10: Error de estimación de velocidad e_ω

En la figura 5.8 se muestra la velocidad angular estimada $\hat{\omega}$ junto con la velocidad angular obtenida por el encoder ω . En la figura 5.9 se puede apreciar el par de carga estimado $\hat{\tau}_L$. Por último la figura 5.10 muestra el error entre la velocidad angular calculada utilizando el encoder y la estimada $e_\omega = \omega - \hat{\omega}$.

5.1.3. Experimento 3.

En este experimento se montó un volante de inercia con una masa de aproximadamente 400 gramos y un radio de 10 cm al eje del motor. La inercia aproximada del volante de inercia junto con el acoplamiento y el encoder es de $0.0024[kgm^2]$. La referencia de velocidad es la misma que la prueba anterior.

5. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

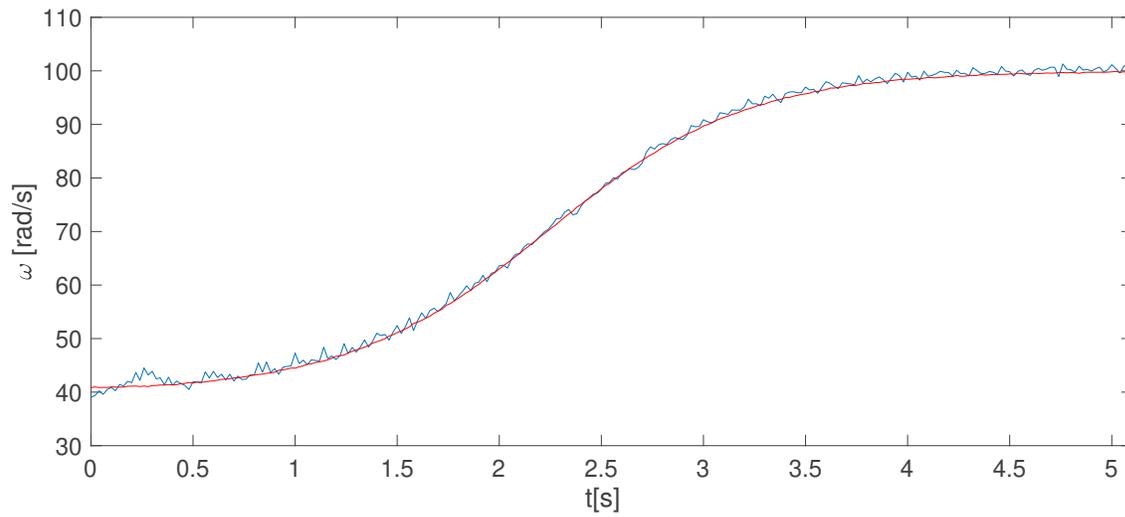


Figura 5.11: Velocidad angular calculada usando el encoder en rojo y estimada en azul.

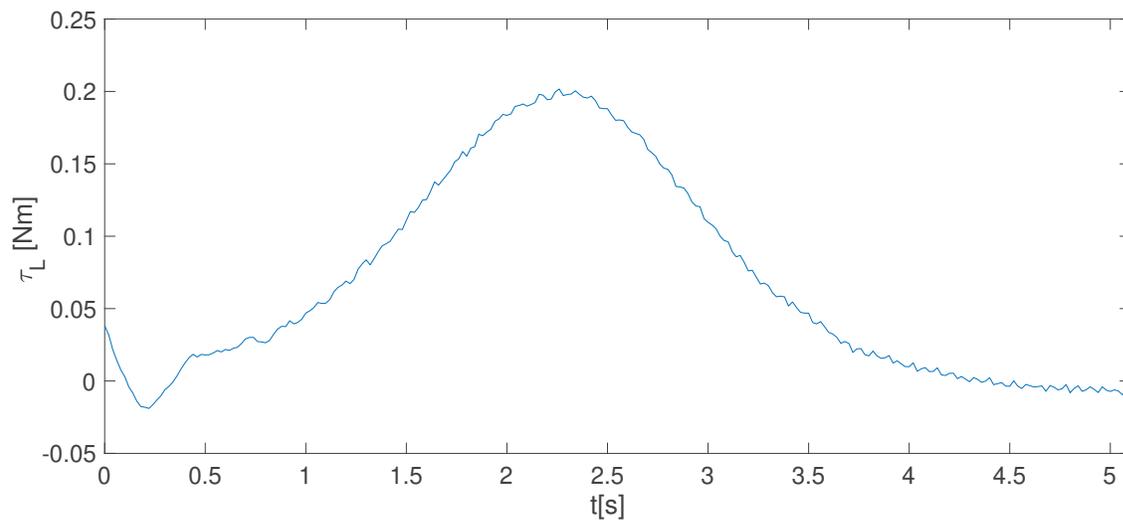


Figura 5.12: Par de carga estimado.

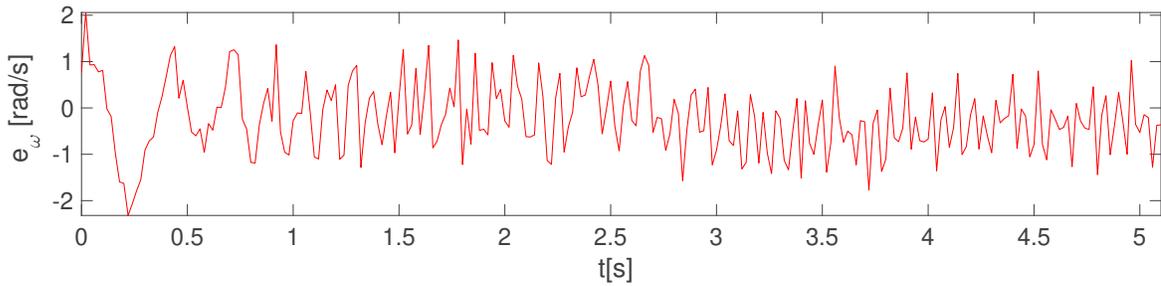


Figura 5.13: Error de estimación de velocidad e_ω .

En la figura 5.11 se presenta la velocidad angular estimada $\hat{\omega}$ junto con la velocidad angular obtenida por el encoder ω . Por otro lado, la figura 5.12 ilustra el par de carga estimado $\hat{\tau}_L$. Por último la figura 5.13 muestra el error entre la velocidad angular calculada utilizando el encoder y la estimada $e_\omega = \omega - \hat{\omega}$.

5.1.4. Discusión de resultados

Los experimentos realizados fueron lo más parecidos posibles a las simulaciones antes mostradas. Sin embargo, el experimento 1 es levemente diferente a la simulación, esto debido principalmente a que el controlador programado en el microcontrolador no funciona a velocidades bajas.

Estudiando los resultados es evidente que el error de estimación de la velocidad en la prueba experimental es mayor que en las simulaciones. Por su parte la magnitud de la estimación del par de carga es mayor a lo que se había calculado. Estas diferencias pueden explicarse en parte por la incertidumbre en los parámetros, al tamaño del paso de integración usado y a que el ruido en las mediciones es mayor de lo que se esperaba.

No fue posible obtener un error de estimación del par de carga, debido a que no se conocen los parámetros del motor de manera exacta y a que en la plataforma experimental no se tiene forma de medir el par de carga.

No obstante, el error relativo de estimación de la velocidad angular es menor al 2% comparado con la velocidad calculada a partir del encoder, para velocidades mayores a 30 rad/s. En la figura 5.14 se muestra el error relativo de estimación de la velocidad. Este se obtuvo promediando el error de estimación a velocidad constante y dividiéndolo entre la misma velocidad.

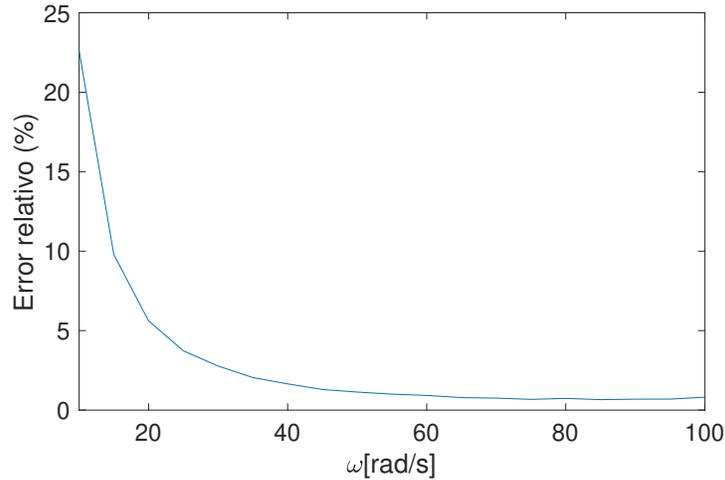


Figura 5.14: Error relativo de estimación con respecto a la velocidad angular.

Una de las razones de porque el error de estimación es tan grande a velocidades bajas, es por el uso de los sensores de efecto Hall para obtener la posición. La precisión del acondicionador en la estimación de la posición depende en gran medida, de la frecuencia en que ocurren las transiciones de los sensores de efecto Hall. Esto es debido a que el acondicionador hace uso de la velocidad angular eléctrica ω_{Hall} , aproximada por medio de las transiciones de los sensores. Este problema se puede observar claramente en la figura 5.15.

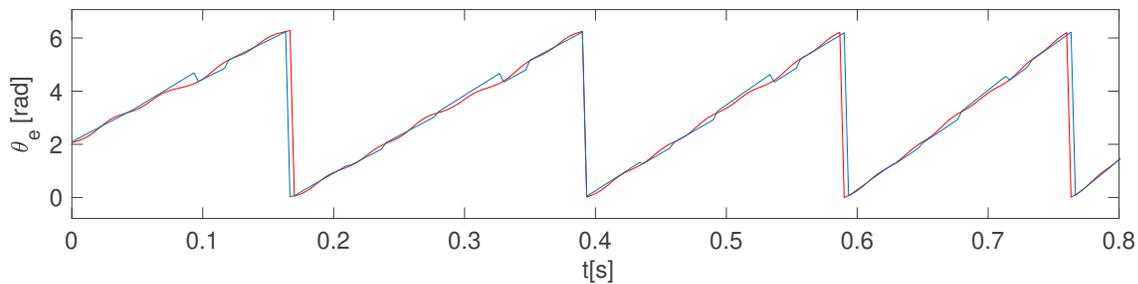


Figura 5.15: Posición angular eléctrica del encoder θ_{elec} en rojo y estimada $\hat{\theta}_{elec}$ en azul.

Esta prueba se realizó a la mínima velocidad posible (5 rad/s). Es claro de ver que, aunque las condiciones iniciales son correctas, existe un error en la estimación de la posición eléctrica debido a que la velocidad angular eléctrica ω_{Hall} es errónea. Sin embargo, como se puede observar en la figura 5.14, el desempeño del observador es aceptable, para el rango de velocidades medias a altas.

Conclusiones

En este trabajo se estudió las propiedades de observabilidad del modelo no lineal del motor de corriente directa sin escobillas, cuando se miden las corrientes y la posición angular. Además, se encontró que es posible diseñar un observador con entradas desconocidas considerando solamente la parte mecánica del modelo del MIPSEDC.

En orden de las ideas anteriores se propuso un esquema de estimación de la posición, velocidad y par de carga, haciendo uso de la medición de las corrientes y la información proporcionada por los sensores de efecto hall.

El esquema de estimación se divide en 2 partes principales: un acondicionador de señal y un observador en cascada. El acondicionador de señal convierte las transiciones de los tres sensores de efecto hall en un estimado de la posición angular eléctrica. Posteriormente se calcula la posición angular mecánica y esta se usa en el estimador en cascada.

El estimador se basa en un observador Luenberger y un diferenciador por modos deslizantes [Levant \(2003\)](#). El objetivo de la primera parte del observador es que en presencia de entradas desconocidas, el error de estimación pueda llegar a una región acotada alrededor del origen. La segunda parte del observador se encarga de encontrar el error de estimación y sus derivadas para después sustraerlos de los estados estimados por el observador Luenberger con el fin de asegurar la convergencia del error de estimación a cero, en tiempo finito en la ausencia de ruido. Como es bien sabido el control equivalente tiene información de la entrada desconocida, por lo que es posible encontrar un estimado del par de carga.

Con el fin de evaluar el funcionamiento del esquema de estimación propuesto, en el capítulo 3 se realizaron numerosas simulaciones numéricas con y sin par de carga en presencia de ruido. Como resultado de estas simulaciones se encontró que el observador funciona de manera adecuada con un error menor al 2 %, si el ruido y el paso de integración eran lo suficientemente pequeños. En presencia de ruido, se tiene un error en la estimación de los estados y de la entrada desconocida en el rango de .

En la prueba experimental se tienen ciertas limitaciones, como lo es el paso de integración y las variables utilizadas, sin embargo el error es menor al 2 % con velocidades mayores a 30 rad/s. Esto es debido en parte a que el acondicionador de señal no funciona adecuadamente a velocidades muy bajas.

6. CONCLUSIONES

En conclusión el esquema de estimación presentado en este trabajo puede estimar la posición, velocidad y par de carga en sistemas reales en lazo abierto, con un error relativo menor al 2% , si el ruido en la medición de las corrientes no es excesivamente grande y el rango de funcionamiento del motor es mayor a 30 rad/s. Es indispensable también tener en cuenta que los sensores de efecto Hall tienen que estar correctamente alineados.

Antes de llevar a cabo una prueba en lazo cerrado se requerirá una mayor investigación en la interconexión del estimador con un controlador en particular. Se recomienda que investigaciones futuras utilicen un filtro de Kalman en lugar de un observador Luenberger, con el fin de reducir el impacto del ruido en la estimación de los estados.

Bibliografía

- Becerra, R., Jahns, T., and Ehsani, M. (2002). Four-quadrant sensorless brushless ecm drive. *[Proceedings] APEC 91: Sixth Annual Applied Power Electronics Conference and Exhibition*. [3](#)
- Besaçon, G. (2007). *Nonlinear observers and applications*, volume 363. Springer. [14](#)
- Blaschke, F. (1972). Das verfahren der feldorientierung zur regelung der asynchronmaschine. *iemens Forschungs und Entwicklungsberichte*, pages 184–193. [2](#)
- Chiasson, J. N. (2005). *Modeling and high performance control of electric machines*. Wiley. [10](#), [11](#)
- Depenbrock, M. (1988). Direct self-control (dsc) of inverter-fed induction machine. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 3(4):420–429. [2](#)
- Ertugrul, N. and Acarnley, P. (1994). A new algorithm for sensorless operation of permanent magnet motors. *Conference Record of the 1992 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. [3](#)
- Filippov, A. F. (1988). Equations with the right hand side continuous in x and discontinuous in t. *Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides Mathematics and Its Applications*, page 3–47. [24](#)
- Fridman, L., Levant, A., and Davila, J. (2007). Observation of linear systems with unknown inputs via high-order sliding-modes. *International Journal of systems science*, 38(10):773–791. [20](#), [25](#), [26](#), [28](#)
- Guerra, A. D. L., Alvarez-Icaza, L., and Torres, L. (2018). Brushless dc motor control with unknown and variable torque load. *IFAC-PapersOnLine*, 51(13):644–649. [3](#)
- Hao, L. and Toliyat, H. (2003). Bldc motor full-speed operation using hybrid sliding mode observer. *Eighteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003. APEC 03*. [2](#), [3](#)
- Hautus, M. (1983). Strong detectability and observers. *Linear Algebra and its Applications*, 50:353–368. [18](#), [19](#)

BIBLIOGRAFÍA

- Iizuka, K., Uzuhashi, H., Kano, M., Endo, T., and Mohri, K. (1985). Microcomputer control for sensorless brushless motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-21(3):595–601. [3](#)
- Isidori, A. (1996). Global almost disturbance decoupling with stability for non minimum-phase single-input single-output nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, 28(2):115–122. [19](#)
- Kreyszig, E. and Kreyszig, H. (2006). *Advanced engineering mathematics*. Wiley, 10 edition. [17](#)
- Lazor, M. and Stulrajter, M. (2014). Modified field oriented control for smooth torque operation of a bldc motor. *2014 Elektro*. [2](#)
- Levant, A. (2003). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76(9-10):924–941. [25](#), [28](#), [49](#)
- Microchip (2003). Brushless dc (bldc) motor fundamentals. *AN885 Datasheet*. [1X](#), [9](#)
- Moreno, J. (2001). Existence of unknown input observers and feedback passivity for linear systems. *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.01CH37228)*. [20](#)
- Ozturk, S. B. and Toliyat, H. A. (2007). Direct torque control of brushless dc motor with non-sinusoidal back-emf. *2007 IEEE International Electric Machines and Drives Conference*. [2](#)
- Ozturk, S. B. and Toliyat, H. A. (2011). Direct torque and indirect flux control of brushless dc motor. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 16(2):351–360. [2](#)
- Scaglione, O., Markovic, M., and Perriard, Y. (2011). Extension of the local observability down to zero speed of bldc motor state-space models using iron b-h local hysteresis. *2011 International Conference on Electrical Machines and Systems*. [17](#)
- Shao, J., Nolan, D., and Hopkins, T. (2002). A novel direct back emf detection for sensorless brushless dc (bldc) motor drives. *APEC. Seventeenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No.02CH37335)*. [3](#)
- Stirban, A., Boldea, I., and Andreescu, G.-D. (2012). Motion-sensorless control of bldc-pm motor with offline fem-information-assisted position and speed observer. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 48(6):1950–1958. [3](#)
- Takahashi, I. and Noguchi, T. (1986). A new quick-response and high-efficiency control strategy of an induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-22(5):820–827. [2](#)