



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA MECÁNICA – TERMOFLUIDOS

TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN MIXTA EN UN CANAL DE  
LONGITUD FINITA CON DOS EXPANSIONES SEMICIRCULARES SIMÉTRICAS:  
EFECTO DE LA FLOTACIÓN, LA RELACIÓN DE ASPECTO Y EL ÁNGULO DE  
INCLINACIÓN.

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
M. C. FAUSTINO PÉREZ FLORES

TUTORES PRINCIPAL:  
Dr. Lorenzo Alberto Martínez Suástegui, E.S.I.M.E Azcapotzalco, I.P.N  
Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz, Facultad de Ingeniería, U.N.A.M

COMITÉ TUTOR  
Dr. Jorge Luis Naude de la Llave, Facultad de Ingeniería, U.N.A.M  
Dr. Eduardo Hernández Medina, Facultad de Ingeniería, U.N.A.M

Ciudad Universitaria, CD. MX, Octubre 2019



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Federico Méndez Lavielle

Secretario: Dr. Lorenzo A. Martínez Suástegui

1<sup>er</sup> Vocal: Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz

2<sup>do</sup> Vocal: Dr. Oscar Eladio Bautista Godínez

3<sup>er</sup> Vocal: Dr. Eduardo Medina Hernández

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Laboratorio de Termofluidos, E.S.I.M.E Azcapotzalco, I.P.N.

**TUTORES DE TESIS:**

Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz

Dr. Lorenzo A. Martínez Suástegui

  
\_\_\_\_\_  
FIRMA

  
\_\_\_\_\_  
FIRMA

## **AGRADECIMIENTOS**

*A los Dres. Lorenzo A. Martínez Suástegui y Francisco Javier Solorio Ordaz por su apoyo y guía durante estos cuatro años. Gracias por compartir su conocimiento con un servidor.*

*A los miembros del comité tutorial: Dr. Jorge Luis Naude de la Llave, Dr. Eduardo Medina Hernández, Dr. Oscar Eladio Bautista Godínez y el Dr. Federico Méndez Lavielle por tomarse un tiempo para revisar este trabajo, por guiarme todo el doctorado con sus consejos y observaciones.*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Instituto Politécnico Nacional por las facilidades permitidas para la realización de mi investigación y de mis estudios doctorales.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por otorgarme la beca con número de registro 489162 para la realización de mis estudios doctorales.*

*A la Fundación TELMEX- Telcel por la beca otorgada para el estímulo de alumnos de doctorado.*

## DEDICATORIAS

*A dios por cada momento vivido, la familia, la felicidad, la salud y por todas las bendiciones recibidas a lo largo de mi vida.*

*A mis padres el Sr. Faustino Pérez Aguilar y la Sra. Florentina Flores Olvera por todo el amor, el cariño, la comprensión, el apoyo y por ser los pilares que sostienen e impulsan cada logro de mi vida. Los amo y los llevare siempre en mi mente y en mi corazón. ¡Los amo!*

*A mis abuelos el Sr. Víctor Flores Silva, la Sra. Rosalina Olvera Piña y la Sra. Rufina Aguilar Díaz por su cariño, las bendiciones, los consejos, por ser ejemplos y fuentes de inspiración para cada logro de mi vida.*

*A mi hermana la Srta. Elizabeth Pérez Flores por toda la alegría, el cariño, los consejos, la paciencia y por ser un ser humano con una belleza única. Siempre serás el más lindo regalo que me dio la vida. ¡Te adoro hermana!*

*A mi hermano el joven Eduardo Pérez Flores por los buenos momentos y por su compañía a lo largo de este camino. ¡Muchas Gracias!*

*A mi novia la Srta. Mariana Rivera Márquez por su amor, cariño, compañía, por todos los hermosos momentos que me das y por llenar mi vida de alegría. ¡Te amo!*

*A mis primas Yaneli, Yazmin y Araceli Moreno Flores por brindarme su cariño, apoyo y consejos. ¡Muchas Gracias!*

*A mis compadres el Sr. Laurencio Moreno y la Sra. María Elena Díaz, así como mis ahijados los niños Gael y Santiago Moreno Díaz, por la confianza, el cariño, los consejos y el apoyo incondicional.*

*A mis tías la Sra. Rosa y la Sra. Remedios Flores Olvera, así como sus esposos los Sres. Laurencio Moreno y Blas Salinas, por su cariño, apoyo y por todos los gratos momento compartidos.*

*A la memoria del*

*Sr. Manuel Pérez Rivera*

*“Su legado de rectitud, honradez y honestidad  
perdurará por siempre”*

# Índice general

Nomenclatura . . . . .	VIII
Abstract . . . . .	X
Resumen . . . . .	XI
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Motivación . . . . .	6
1.3. Objetivos . . . . .	7
<b>2. Materiales y Métodos</b>	<b>8</b>
2.1. Diseño experimental . . . . .	8
2.1.1. Construcción e instrumentación de las cavidades semicirculares . . . . .	11
2.2. Reducción de datos . . . . .	13
<b>3. Resultados experimentales y análisis</b>	<b>16</b>
3.1. Canal vertical, $Re = 700, \gamma = 90^\circ$ . . . . .	16
3.2. $Re = 700, \gamma = 60^\circ$ . . . . .	21
3.3. $Re = 700, \gamma = 45^\circ$ . . . . .	26
3.4. $Re = 700, \gamma = 30^\circ$ . . . . .	30
3.5. Canal horizontal, $Re = 700, \gamma = 0^\circ$ . . . . .	34
3.6. Efecto de la relación de aspecto . . . . .	35
3.7. Número de Nusselt promedio global . . . . .	42
3.8. Efecto del número de Reynolds . . . . .	44
<b>4. Conclusiones</b>	<b>46</b>

# Índice de figuras

2.1.	Diagrama esquemático del diseño experimental. (a) Tanque secundario. (b) Manguera flexible. (c) Sección de correctores de flujo con panal de abeja y estructuras tipo malla. (d) Soporte principal de metal. (e) Bomba centrífuga. (f) Arreglo de válvulas ajustables. (g) Depósito graduado. (h) Baño térmico con refrigeración. (i) Tanque principal, y (j) Tubo de rebosadero. . . . .	9
2.2.	Diseño esquemático y dimensiones de las secciones de pruebas empleadas para llevar a cabo las mediciones de transferencia de calor local con (a) y (b) mostrando la vista lateral y posterior, respectivamente. . . . .	10
2.3.	(a)-(d) Dimensiones de cada cavidad semicircular de aluminio, configuración de la ranura maquinada y la distribución de los barrenos ciegos perforados para la inserción del termopares.(e) Cavidad semicircular desmontada con todos sus componentes: (1) Cavidad semicircular de aluminio. (2) Pasta de alta conductividad térmica. (3) Resistencia de aleación de níquel-cromo. (4) Resina epóxica de alta conductividad térmica. (5) Aislamiento de espuma de poliuretano. (f) Cavidad semicircular ensamblada. . . . .	12
2.4.	Ubicación de los planos de medición para la obtención de los promedios por columna ( $Z_i$ ) y promedios por ángulo ( $\theta_i$ ) de la diferencia de temperatura entre la temperatura superficial local y la temperatura de referencia $\Delta T_w = (T_w - T_0)$ a lo largo de la cara posterior de cada cavidad semicircular. . . . .	13
3.1.	Diagrama esquemático de los patrones de flujo para $Re = 700$ y $\gamma = 90^\circ$ en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado. . . . .	17
3.2.	Diagrama esquemático de la reversión de flujo que tiene lugar por las esquinas del canal para $Re = 700$ , $\gamma = 90^\circ$ y $Ri^* = 30.90$ , con (a) y (b) mostrando una vista trasera de la pared izquierda y derecha del canal, respectivamente. . . . .	18



3.3.	$Re = 700$ y $\gamma = 90^\circ$ . (a) y (b) Evolución temporal de la diferencia promedio de temperatura de pared, $\Delta\bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , y del número de Nusselt promedio de cada cavidad semicircular, respectivamente. (c) Espectro normalizado de los números de Nusselt promedio. (d) Diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad izquierda ( $\overline{Nu}_L$ ) como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad derecha ( $\overline{Nu}_R$ ), respectivamente. . . . .	19
3.4.	$Re = 700$ , $Ri^* = 54.86$ ( $Gr^* = 2.69 \times 10^7$ ) y $\gamma = 90^\circ$ . Imágenes superiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal, $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Imágenes de inferiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares, $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los subíndices $L$ y $R$ indican cavidad semicircular izquierda y derecha, respectivamente.	21
3.5.	Diagrama esquemático de los patrones de flujo para $Re = 700$ y $\gamma = 60^\circ$ en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado. . . . .	22
3.6.	$Re = 700$ and $\gamma = 60^\circ$ . (a) y (b) Evolución temporal de la diferencia promedio de temperatura de pared, $\Delta\bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , y del número de Nusselt promedio de cada cavidad semicircular, respectivamente. (c)-(e) Espectros normalizados de los números de Nusselt promedio para $Ri^* = 30.90$ , $Ri^* = 54.86$ y $Ri^* = 95.40$ , respectivamente. (f) Diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad inferior ( $\overline{Nu}_L$ ) como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad superior ( $\overline{Nu}_R$ ), respectivamente. . . . .	24
3.7.	$Re = 700$ , $Ri^* = 95.4$ ( $Gr^* = 4.67 \times 10^7$ ) y $\gamma = 60^\circ$ . Imágenes superiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal, $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Imágenes inferiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares, $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los subíndices $L$ , $R$ indican cavidad semicircular inferior y superior, respectivamente. .	25
3.8.	Diagrama esquemático de los patrones de flujo para $Re = 700$ y $\gamma = 45^\circ$ en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado. . . . .	27

3.9.	$Re = 700$ y $\gamma = 45^\circ$ . (a) y (b) Evolución temporal de la diferencia promedio de temperatura de pared, $\Delta\bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , y del número de Nusselt promedio de ambas cavidades, respectivamente. (c) y (d) Espectros normalizados de los números de Nusselt promedio para $Ri^* = 54.86$ y $Ri^* = 95.40$ , respectivamente. (e) Diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad inferior ( $\overline{Nu}_L$ ) como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad superior ( $\overline{Nu}_R$ ), respectivamente. . . . .	28
3.10.	$Re = 700$ , $Ri^* = 95.40$ ( $Gr^* = 4.67 \times 10^7$ ) y $\gamma = 45^\circ$ . Imágenes superiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal, $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Imágenes inferiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares, $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los subíndices $L$ , $R$ indican cavidad semicircular inferior y superior, respectivamente. . . . .	29
3.11.	$Re = 700$ y $\gamma = 30^\circ$ . (a) y (b) Evolución temporal de la diferencia promedio de temperatura de pared, $\Delta\bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , y número de Nusselt promedio de ambas cavidades, respectivamente. (c) Espectro normalizado del número de Nusselt promedio para $Ri^* = 95.40$ . (d) Diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad inferior ( $\overline{Nu}_L$ ) como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad superior ( $\overline{Nu}_R$ ), respectivamente. . . . .	31
3.12.	Diagrama esquemático de los patrones de flujo para $Re = 700$ y $\gamma = 30^\circ$ en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado. . . . .	32
3.13.	$Re = 700$ , $Ri^* = 95.40$ y $\gamma = 30^\circ$ . Imágenes superiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal, $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Imágenes inferiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares, $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los subíndices $L$ , $R$ indican cavidad semicircular inferior y superior, respectivamente. . . . .	33
3.14.	Diagrama esquemático de los patrones de flujo para $Re = 700$ y $\gamma = 0^\circ$ en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado. . . . .	35
3.15.	$Re = 700$ y $\gamma = 90^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en dirección de la profundidad del canal, $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares, $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los símbolos cerrados y abiertos corresponden a $AR = 1$ y $AR = 2$ , respectivamente. . . . .	36

- 3.16.  $Re = 700$  y  $\gamma = 60^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en dirección de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los símbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente. . . . . 37
- 3.17.  $Re = 700$  y  $\gamma = 45^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en dirección de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los símbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente. . . . . 38
- 3.18.  $Re = 700$  y  $\gamma = 30^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en dirección de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los símbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente. . . . . 39
- 3.19.  $Re = 700$  y  $\gamma = 0^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en dirección de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los símbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente. . . . . 40
- 3.20.  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 30.90$  ( $Gr^* = 1.51 \times 10^7$ ) y  $\gamma = 60^\circ$ : Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Las imágenes superiores e inferiores corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente. . . . . 41
- 3.21.  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 30.90$  ( $Gr^* = 1.51 \times 10^7$ ) y  $\gamma = 60^\circ$ : Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Imágenes superiores e inferiores mostrando  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente. . . . . 42
- 3.22. Efecto del ángulo de inclinación del canal ( $\gamma$ ) en el número de Nusselt promedio temporal-espacial para ambos valores de  $AR$  y una amplia gama de valores de  $Ri^*$ , con un fijo de Reynolds de  $Re = 700$ . Los símbolos vacíos y llenos corresponden a la cavidad semicircular derecha e izquierda, respectivamente. . . . . 43

- 3.23. Efecto del número de Reynolds en el número de Nusselt promedio temporal-espacial para ambos valores de  $AR$ ,  $\gamma = 90^\circ$  y una amplia gama de valores de  $Ri^*$ . Los símbolos vacíos y llenos corresponden a la cavidad semicircular derecha e izquierda, respectivamente. . . 44

# Índice de tablas

3.1. Valores promedio globales en ambas cavidades para $Re = 700$ y $\gamma = 90^\circ$ . . . . .	17
3.2. Valores promedio en el espacio y en el tiempo en ambas cavidades para $Re = 700$ y $\gamma = 60^\circ$ . . . . .	22
3.3. Valores promedio globales en ambas cavidades para $Re = 700$ y $\gamma = 45^\circ$ . . . . .	26
3.4. Valores promedio globales en ambas cavidades para $Re = 700$ y $\gamma = 30^\circ$ . . . . .	30
3.5. Valores promedio globales en ambas cavidades para $Re = 700$ y $\gamma = 0^\circ$ . . . . .	34
3.6. Flujo de calor de convectivo neto transferido al fluido para ambas relaciones de aspecto como una función de $Re$ , $Ri^*$ y para $\gamma = 90^\circ$ . . . . .	45

## Nomenclatura

$A_c$	área transversal del canal, $m^2$
$A_{heater}$	área superficial de cada cavidad semicircular expuesta al flujo de agua, $m^2$
$AR$	relación de aspecto del canal, $AR = W/D$
$D$	diámetro interior de la cavidad semicircular (longitud característica), $m$
$D_H$	diámetro hidráulico del canal, $m$
$f$	frecuencia, $Hz$
$g$	aceleración de la gravedad, $m\ s^{-2}$
$Gr^*$	número de Grashof modificado, $Gr^* = g\beta\dot{q}D^4/k\nu^2$
$h$	coeficiente convectivo de transferencia de calor, $W\ m^{-2}\ K^{-1}$
$H$	ancho del canal, $m$
$I$	corriente eléctrica medida, $A$
$k$	conductividad térmica del fluido, $W\ m^{-1}\ K^{-1}$
$Nu$	número de Nusselt local
$\overline{Nu}$	número de Nusselt promedio
$\widetilde{Nu}$	número de Nusselt promedio en el espacio y en el tiempo
$P$	perímetro del canal, $m$
$Pr$	número de Prandtl, $Pr = \nu/\alpha$
$\dot{Q}$	flujo de calor convectivo neto transferido al fluido, $W$
$\dot{q}$	flux de calor convectivo neto transferido al fluido, $W\ m^{-2}$
$\dot{q}_{cond}$	pérdidas por conducción por unidad de área al ambiente, $W\ m^{-2}$
$\dot{q}_{el}$	potencia medida por unidad de área suministrada a cada cavidad, $W\ m^{-2}$
$\dot{q}_{rad}$	pérdidas calculadas por radiación por unidad de área al ambiente, $W\ m^{-2}$
$Re$	número de Reynolds basado en el diámetro hidráulico del canal, $Re = u_0D_H/\nu$
$Ri^*$	número de Richardson modificado, $Ri^* = Gr^*/Re^2$
$St$	número de Strouhal basando en la altura de la cavidad semicircular, $St = fD/u_0$
$t$	tiempo, $s$
$T_{amb}$	temperatura ambiente, $K$
$T_0$	temperatura del fluido a la entrada del canal o temperatura de referencia, $K$
$T_w$	temperatura superficial local, $K$
$\overline{T}_w$	temperatura de pared promedio de la cavidad semicircular, $K$
$\widetilde{T}_w$	temperatura de pared promedio global, $K$
$\overline{T}_{wz}$	temperatura superficial promedio por columna, $K$
$\overline{T}_{w\theta}$	temperatura superficial promedio por ángulo, $K$
$u_0$	velocidad promedio del fluido a la entrada del canal, $m\ s^{-1}$
$V$	voltaje medido, $V$
$W$	profundidad del canal o ancho de la cavidad, $m$
$x, y, z$	coordenadas rectangulares Cartesianas
$X$	coordenada adimensional en dirección axial, $X = x/H$
$Y$	coordenada adimensional en dirección transversal, $Y = y/H$
$Z$	coordenada adimensional en dirección de la profundidad, $Z = z/W$

## Símbolos griegos

$\alpha$	difusividad térmica, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\beta$	coeficiente de expansión volumétrica, $\text{K}^{-1}$
$\Delta T_w$	diferencia de temperatura superficial local, $\Delta T_w = (T_w - T_0)$ , K
$\Delta \bar{T}_w$	diferencia promedio de temperatura de pared, $\Delta \bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , K
$\Delta \tilde{T}_w$	diferencia de temperatura superficial promedio global, $\Delta \tilde{T}_w = (\tilde{T}_w - T_0)$ , K
$\Delta \tilde{T}_{wa}$	diferencia de temperatura promedio, $\Delta \tilde{T}_{wa} = (\tilde{T}_w - T_{amb})$ , K
$\Delta \bar{T}_{wz}$	diferencia de temperatura promedio por columna, $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ , K
$\Delta \bar{T}_{w\theta}$	diferencia de temperatura promedio por ángulo, $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ , K
$\gamma$	ángulo de inclinación con respecto a la horizontal
$\varepsilon$	emisividad del aluminio
$\nu$	viscosidad cinemática, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\rho$	densidad del fluido, $\text{kg m}^{-3}$
$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann, $5.670373(21)10^{-8} \text{ W/ m}^2 \text{ K}^4$
$\theta_i$	referente a la posición angular en grados
$\tau$	tiempo adimensional, $\tau = tu_0/D$

## Subíndices

$L, R$  referente a la cavidad izquierda/inferior y derecha/superior, respectivamente

## Abstract

An experimental investigation is carried out in a recirculating rectangular water channel to study the transient laminar opposing mixed convection heat transfer from two symmetric semi-circular cavities with prescribed heat flux located at the middle of the test section while the other bounding walls are insulated and adiabatic. The effect of opposing buoyancy on the thermal behaviour is analyzed for Reynolds numbers based on the channel hydraulic diameter in the range  $500 \leq Re \leq 1500$ , modified Richardson numbers,  $Ri^* = Gr^*/Re^2$ , from 15.59 to 128.47, channel inclination of  $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$  and channel aspect ratios ( $AR$ , ratio between the channel depth and diameter of the semi-circular cavity) of 1 and 2. The temporal evolution of the space-averaged surface temperature distributions and overall Nusselt numbers of each semi-circular cavity have been obtained. The spectral distribution of the fluctuating energy has been determined and the evolution of the thermal response is described using phase-space portraits. The results show that variation of the local temperature distributions with spanwise location and angular position become evident, and their relation to the complex three-dimensional vortex structure that develops close to the semi-circular cavities has been discussed in detail. In general, for relatively low buoyancy a single vortex develops within each cavity. However, for values of the buoyancy parameter larger than a critical one, each vortex structure depicts a two-cell pattern with primary and secondary vortex cores. The results show that the critical value of the buoyancy parameter for the onset of an oscillatory thermal response strongly depends on the Reynolds number and channel orientation. Also, for a fixed value of the inclination angle enhanced heat transfer performance (averaged Nusselt numbers) takes place for increasing values of the Reynolds and modified Richardson numbers. The study reveals that local and global Nusselt numbers are sensitive to channel aspect ratio. It has been found that with increase in channel aspect ratio, the flow and temperature oscillations depict higher amplitude and frequency that hinder the heat transfer performance for all values of the channel orientation.



## Resumen

En el presente trabajo se llevó a cabo un estudio experimental en un canal rectangular para estudiar la transferencia de calor por convección mixta, opuesta y laminar de dos cavidades semicircilíndricas y simétricas sujetas una condición de flujo de calor uniforme que se ubican a mitad de la sección de pruebas. Las demás paredes del canal están aisladas y son adiabáticas. Se analizó el efecto de la flotación en el desempeño térmico para números de Reynolds basados en el diámetro hidráulico en el intervalo  $500 \leq Re \leq 1500$ , números de Richardson modificados,  $Ri^* = Gr^*/Re^2$ , desde 15.59 hasta 128.47, ángulos de inclinación del canal de  $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$  y relaciones de aspecto del canal ( $AR$ , relación entre la profundidad del canal y el diámetro de la cavidad semicircular) de 1 y 2. Se obtuvo la evolución temporal de la temperatura superficial promedio y los números de Nusselt promedio de cada cavidad semicircular. Se determinó la distribución espectral de la energía fluctuante y la evolución de la respuesta térmica es descrita empleando diagramas de fase. Los resultados muestran que la variación de las distribuciones de temperatura local a lo largo de la profundidad y posición angular son evidentes, y su relación con la estructura vortical compleja y tridimensional que se forma en las cavidades semicirculares se analiza a detalle. En general, para valores relativamente bajos del parámetro de flotación se forma un solo vórtice al interior de cada cavidad semicilíndrica. Sin embargo, cuando el valor del parámetro de flotación es mayor a un valor crítico, la estructura vortical de cada semicilindro cuenta con dos celdas de recirculación compuesta por una celda principal y una celda secundaria. Los resultados muestran que el valor crítico del parámetro de flotación para los cuales la respuesta térmica del sistema es oscilatoria depende fuertemente del valor del número de Reynolds y de la orientación del canal. Adicionalmente, para un valor fijo del ángulo de inclinación tiene lugar una mejora en el desempeño térmico (números de Nusselt promedio) conforme incrementa el valor de los números de Reynolds y de Richardson modificado. Los resultados muestran que los números de Nusselt locales y globales son altamente sensibles a la relación de aspecto del canal. Conforme ésta aumenta, las oscilaciones de flujo y temperatura son de mayor amplitud y frecuencia, por lo que el desempeño térmico disminuye para todos los ángulos de inclinación.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes

La transferencia de calor por convección aborda la interacción térmica entre una superficie y un fluido en movimiento adyacente. La convección natural es un mecanismo de transferencia de calor en el que el movimiento del fluido es generado debido a que el fluido que rodea una fuente de calor recibe una carga térmica volviéndose menos denso, provocando el ascenso de éste mientras que el fluido circundante de menor temperatura desciende para reemplazarlo. Por otra parte, la convección forzada es un mecanismo de transferencia de calor en donde se obliga al fluido a moverse gracias a medios externos como bombas, ventiladores y equipo de succión. Finalmente, la convección mixta surge como el resultado de la interacción de estas dos formas básicas de convección (convección natural y convección forzada). En problemas de flujo en canales de longitud finita, el flujo forzado puede asistir u oponerse a la flotación dependiendo de la dirección que tenga con respecto a la gravedad y las propiedades de calentamiento-enfriamiento. En problemas de transferencia de calor por convección mixta existen tres parámetros relevantes que caracterizan al flujo forzado y la influencia de la flotación. Estos parámetros son los números de Reynolds ( $Re$ ), Grashof ( $Gr$ ) y Prandtl ( $Pr$ ). En problemas de convección mixta, el parámetro de flotación está dado por el número de Richardson,  $Ri = Gr/Re^2$  [1, 2], y éste nos da la contribución relativa entre la transferencia de calor por convección natural y por convección forzada..

El estudio de la transferencia de calor en canales de longitud finita sujetos a fuentes de calor simétricas y discretas es un tema de mucha relevancia debido a sus aplicaciones en el enfriamiento de dispositivos electrónicos, diseño de intercambiadores de calor compactos y de colectores solares. En la literatura especializada se encuentran numerosas investigaciones teóricas, numéricas y experimentales de problemas de transferencia de calor por convección mixta [3–6]. El estudio de problemas de convección mixta en cavidades abiertas cuadradas y rectangulares

ha sido un tema de gran interés que ha sido ampliamente abordado por diversos autores, ya que con frecuencia se encuentran múltiples aplicaciones prácticas de ingeniería. Sin embargo, son muy pocos los estudios que abordan problemas de convección mixta en canales de longitud finita sujetos a fuentes de calor discretas, de tamaño finito y con geometrías complejas. Migeon *et al.* [7] estudiaron experimentalmente el flujo dentro de cavidades cerradas en donde una de sus caras está sujeta a una traslación impulsiva partiendo del reposo para  $Re = 1000$  y para tres diferentes geometrías de la cavidad (rectangular, cuadrada y semicircular). Llevaron a cabo una comparación entre la eficiencia de mezclado de cada una empleando técnicas de visualización de flujo y sus resultados muestran que la geometría de la cavidad semicircular es la que presenta una recirculación más homogénea, uniforme y sin la presencia de zonas de recirculación secundarias. Bi *et al.* [8] realizaron un estudio numérico sobre la mejora en la transferencia de calor en mini-canales sujetos a fuentes de calor discretas con condición de flujo de calor uniforme como condición de frontera para geometrías en forma de hoyuelos, aletas y surcos semicilíndricos para números de Reynolds en el intervalo de 2100 a 6100. Sus resultados muestran que las fuentes de calor en forma de hoyuelos permiten una mejora significativa en la transferencia de calor con respecto a las otras geometrías empleadas. Ramadhan *et al.* [9] llevaron a cabo un estudio numérico en dos dimensiones (2D) de flujo y transferencia de calor turbulento en un tubo ranurado para cuatro diferentes geometrías de ranura (circular, rectangular, trapezoidal y triangular). Emplearon dos relaciones de aspecto de la ranura en un intervalo del número de Reynolds de 10,000 a 20,000 y elucidaron los efectos de estos parámetros en el flujo y la transferencia de calor. Los autores obtuvieron números de Nusselt, factores de fricción y generación de entropía para las diferentes geometrías. Sus resultados muestran que el tubo ranurado alcanza un incremento considerable en la transferencia de calor de 64.4% con respecto al tubo liso y concluyen que la ranura triangular es la que obtiene el mejor desempeño térmico debido a la estructura que adquiere el flujo dentro de la ranura. Liu *et al.* [10] investigaron numéricamente el flujo y transferencia de calor en régimen turbulento en canales rectangulares que cuentan con ranuras semicilíndricas para determinar la configuración óptima para maximizar la transferencia de calor y minimizar la caída de presión. Los tipos de ranuras que emplearon fueron ranuras semicilíndricas y cuadradas convencionales, así como ranuras semicilíndricas con transiciones redondeadas. Las ranuras tienen como condición de frontera un flujo de calor uniforme en toda su superficie y el número de Reynolds fue variado en un intervalo de 10,000 a 25,000. Sus resultados muestran que aunque las ranuras semicilíndricas y cuadradas tienen un desempeño térmico similar, la caída de presión es menor en las ranuras semicilíndricas. Adicionalmente, las ranuras semicilíndricas con transiciones redondeadas aumentan la transferencia de calor y reducen la caída de presión debido a que disminuye la presencia de recirculaciones del flujo

dentro de la ranura al mismo tiempo que evitan la separación del flujo. Chen *et al.* [11,12] llevaron a cabo un estudio numérico y experimental de transferencia de calor en un cavidad semicilíndrica con una pared caliente e isotérmica que cuenta con una tapa móvil. Realizaron mediciones para un intervalo del número de Reynolds de 100 a 1500 para diferentes valores del número de Grashof y obtuvieron patrones de flujo, factor de fricción y números de Nusselt en la pared calentada. Sus resultados muestran que el número de Nusselt aumenta conforme incrementa el número de Grashof. Adicionalmente, encontraron que cuando el número de Grashof es mayor a  $10^7$  el flujo se bifurca y en vez de una sola celda de recirculación aparecen dos celdas de recirculación que rotan en sentidos opuestos. Zhang *et al.* [13] analizaron numéricamente la transferencia de calor para flujo turbulento en canales rectangulares que cuentan con un arreglo de surcos semicilíndricos. Aguas arriba de los surcos semicilíndricos se encuentran dispuestos diferentes arreglos de hoyuelos convexos sujetos a flujo de calor uniforme, mientras que el resto de las paredes son adiabáticas. Se varió la posición y el número de hoyuelos para números de Reynolds entre 5,000 y 20,000. Los autores hicieron una comparación entre el desempeño térmico del canal con y sin la presencia de hoyuelos. Sus resultados ilustran claramente que la presencia de éstos induce la formación de vórtices, por lo que se presenta una mejora en la transferencia de calor. Adicionalmente, los autores reportan que el número de Nusselt aumenta conforme incrementa el número de hoyuelos. Biswal y Basak [14] estudiaron numéricamente la transferencia de calor por convección natural en recintos con calentamiento diferencial y paredes laterales cóncavas/convexas. Realizaron simulaciones numéricas para diferentes fluidos, diferentes valores del número de Prandtl ( $Pr = 0.015, 0.7$  y  $1000$ ) y para un intervalo de números de Rayleigh de  $Ra = 10^3 - 10^6$ . Los autores observaron que los patrones de líneas de corriente y líneas de calor de Bejan son influenciados en gran medida por la curvatura de las paredes para los casos cóncavos, mientras que para bajos números de Rayleigh la transferencia de calor es mínima para el caso de mayor concavidad. Por otro lado, para los casos convexos se observaron variaciones significativas en las distribuciones de flujo y temperatura conforme incrementa la convexidad de las paredes. Los resultados indican que el mezclado térmico aumenta para los casos convexos en comparación con los casos cóncavos. Saidi *et al.* [15] estudiaron numéricamente y experimentalmente las propiedades dinámicas y térmicas de un flujo laminar a través de una cavidad sinusoidal y determinaron campos de velocidad y temperatura. Los autores observaron que en el transitorio inicial se forma un vórtice dentro de la cavidad que genera dos o más vórtices con el paso del tiempo. Adicionalmente, reportaron que éstos aumentan de tamaño conforme se incrementa la velocidad del flujo. Bilen *et al.* [16] estudiaron experimentalmente el flujo turbulento de aire en ductos que cuentan con ranuras con diferentes geometrías (circular, trapezoidal y rectangular) y elucidaron el efecto de éstas en la transferencia de calor para números de Reynolds en

el intervalo de 10,000 a 38,000. Sus resultados muestran que para  $Re = 38,000$  la transferencia de calor más elevada se presenta para el surco circular, siendo hasta de un 63 % más alto en comparación con el tubo liso. Komeil *et al.* [17] investigaron numéricamente la transferencia de calor de un nanofluido  $Al_2O_3$ -agua a través de tubos internamente nervados con diferentes geometrías (rectangular, trapezoidal y semicircular). La pared fue sometida a una condición de frontera de flujo de calor uniforme y sus simulaciones muestran que la transferencia de calor aumenta conforme la fracción de volumen de nanopartículas y el número de Reynolds incrementan. Los resultados indican que los tubos trapezoidales y semicirculares alcanzan valores más altos del número de Nusselt con respecto a los tubos con nervaduras rectangulares. Azad *et al.* [18] estudiaron numéricamente la convección mixta en un canal abierto que cuenta con una cavidad semicircular dispuesta en la pared inferior para números de Reynolds y de Prandtl de 100 y 0.7, respectivamente. Llevaron a cabo cálculos para diferentes valores de los números de Rayleigh y de Lewis y obtuvieron distribuciones de líneas de corriente, isotermas, regiones de isoconcentración, números de Nusselt y números de Sherwood. Los autores reportan que conforme incrementa el valor del número de Lewis el número de Nusselt promedio también aumenta. Ridouane y Campo [19] llevaron a cabo un estudio numérico de la transferencia de calor y caída de presión en un flujo laminar de aire a través de un canal de placas paralelas con cavidades semicilíndricas transversales colocadas en ambas paredes para números de Reynolds en el intervalo de 100 a 2500 y diferentes relaciones de aspecto de las cavidades. Estudiaron dos tipos de configuraciones, una en donde las cavidades semicirculares están dispuestas de forma simétrica y opuesta y otro en donde éstas se encuentran dispuestas de forma asimétrica y alternada. Los autores encontraron que al emplear arreglos de cavidades semicirculares la transferencia de calor se incrementa hasta en un 30 % con respecto a los canales lisos con una pérdida de presión de aproximadamente un 19 %. Moukalled *et al.* [20] estudiaron numéricamente la transferencia de calor en canales con superficies de entrada cóncavas y convexas sometidas a una condición de temperatura uniforme para diferentes valores de los números de Reynolds y de Prandtl. Los autores encontraron que la transferencia de calor global en un canal de entrada cóncava siempre es mayor con respecto a un canal recto de igual altura, mientras que esta comparación no siempre es favorable para entradas de geometría convexa. Chen y Cheng [21] realizaron predicciones numéricas de convección natural en cavidades cóncavas de forma transversal rectangular, circular y triangular para números de Prandtl de 0.71 y 4 y números de Grashof en el intervalo  $10^4 \leq Gr \leq 10^5$ . Evaluaron el efecto de la forma geométrica en el flujo y patrones de distribución de temperatura y observaron que el vórtice que se forma es mayor en la cavidad rectangular que en la cavidad circular para un valor dado del número de Grashof. Ozalp *et al.* [22] emplearon la técnica de velocimetría por imágenes de partículas para estudiar la estructura de flujo en cavidades con

geometría rectangular, triangular y semicircular de relación de aspecto entre el largo y la profundidad de 2:1 para números de Reynolds de 1230, 1460 y 1700. Obtuvieron líneas de corriente y distribuciones de velocidad, vorticidad, esfuerzos de Reynolds, intensidad de turbulencia y distribución espectral para cada caso. Sus resultados muestran que aunque las oscilaciones de flujo son irregulares, la amplitud de las oscilaciones de las cavidades rectangulares y triangulares son mayores que las de la cavidad semicircular. Por otro lado, reportaron que ocurre lo opuesto con el valor de la intensidad de turbulencia. Leontiev *et al.* [23] investigaron experimentalmente la transferencia de calor y el arrastre en superficies recubiertas con hoyuelos de diferentes geometrías. Los hoyuelos fueron sometidos a una condición de temperatura uniforme y el número de Reynolds fue variado en un intervalo de  $0.2 \times 10^6$  a  $7 \times 10^6$ . Sus resultados muestran que las superficies con hoyuelos proporcionan una mejora en la transferencia de calor promedio. Adicionalmente, los autores reportan que el coeficiente de arrastre promedio es menor para la geometría esférica y que al emplear bordes redondeados en los hoyuelos aumenta la eficiencia térmica-hidráulica considerablemente.

La revisión de la literatura especializada presentada revela que se ha prestado poca atención al estudio del flujo a través de dos cavidades simétricas sujetas a una condición de frontera de flujo de calor uniforme. En particular, los estudios de convección mixta que abordan el comportamiento térmico tridimensional (3D) de estos flujos complejos y sus correspondientes fluctuaciones de temperatura debido a la oscilación del flujo han sido prácticamente ignorados. Además, son relativamente pocos los trabajos que se ocupan de estudiar los efectos de la orientación de canales en presencia de cavidades de geometrías complejas [24,25]. Por otra parte son aún menos comunes los trabajos que abordan el efecto de la relación de aspecto de las cavidades en problemas de convección mixta. Mahmood y Ligrani [26] estudiaron experimentalmente la transferencia de calor en un canal con cavidades tipo hoyuelos en sus paredes para relaciones de aspecto de los hoyuelos de 0.20, 0.25, 0.50 y 1.00 para números de Reynolds en el intervalo de 600 a 11,000. Encontraron que la intensidad de los vórtices que se desprenden aumenta conforme disminuye la relación de aspecto de los hoyuelos provocando un incremento en los números de Nusselt locales. Pizzarelli *et al.* [27] estudiaron numéricamente el efecto de la relación de aspecto en canales con paredes curvas. Su análisis muestra la importancia de la relación de aspecto y encontraron el valor óptimo que permite minimizar la potencia necesaria para que la bomba pueda superar las pérdidas en el circuito de recirculación. Chung *et al.* [28] investigaron experimentalmente la transferencia de calor en canales con nervaduras en ángulo para relaciones de aspecto de 1 a 4 y para números de Reynolds de 10,000 y 20,000. Los autores observaron que la rapidez en la transferencia de calor se reduce conforme aumenta la relación de aspecto de las aletas con respecto a un canal de paredes lisas. Tanda [29] estudió experimentalmente la convección natural en canales verticales

que cuentan con arreglos de aletas rectangulares en una de sus paredes empleando agua como fluido de trabajo y diferentes relaciones de aspecto de las aletas. Sus resultados muestran que para el intervalo de los parámetros estudiado, la presencia de aletas reduce la transferencia de calor con respecto a un canal de paredes lisas y que la transferencia de calor local y global es altamente sensible a la distancia que separa a las aletas para valores pequeños de la relación de aspecto. Candana *et al.* [30] estudiaron experimentalmente la transferencia de calor en minicanales rectangulares variando la relación de aspecto de los mismos y empleando agua como fluido de trabajo. Encontraron que la relación de aspecto tiene un impacto significativo en el coeficiente de transferencia de calor y la caída de presión total del sistema. Por último, reportan que la relación de aspecto con valor de 1 es la que presenta los coeficientes de transferencia de calor más altos.

La revisión presentada de la literatura especializada muestra que existen muchos trabajos de convección mixta para diferentes configuraciones y con diferentes arreglos de fuentes de calor. Sin embargo, son muy pocos los trabajos enfocados en estudiar el efecto del ángulo de inclinación, la geometría de las cavidades y su relación de aspecto en flujos en convección mixta confinados dentro de ductos de sección transversal no circular. El objetivo del presente trabajo es llevar a cabo un estudio experimental detallado de convección mixta con el fin de elucidar el efecto del ángulo de inclinación del canal y su relación de aspecto y el efecto del valor de los números de Reynolds y de Richardson modificado en la rapidez de transferencia de calor adimensional (número de Nusselt) de cada fuente generadora de calor con geometría semicilíndrica.

## 1.2. Motivación

La transferencia de calor por convección mixta en canales rectangulares sujetos a fuentes discretas generadoras de calor es un tema de mucha importancia en la actualidad. Esto se debe principalmente a las diversas aplicaciones ingenieriles en el diseño de intercambiadores de calor compactos y colectores solares, así como su uso en el enfriamiento de dispositivos electrónicos, donde el objetivo principal es disipar calor para mantener una temperatura determinada para un funcionamiento adecuado y lograr incrementar su vida útil. La motivación principal de este trabajo es poder incrementar la capacidad de disipar calor empleando geometrías complejas, así como reportar el efecto 3D en las distribuciones de temperatura debido a la presencia de vórtices y efectos de pared. Adicionalmente, se pretende proporcionar una descripción a detalle de las oscilaciones de flujo y de su impacto en las capacidad de disipar calor. En este trabajo, se hace énfasis especial en elucidar los efectos combinados de los parámetros de gobierno en la evolución temporal de la temperatura promedio y de los números de Nusselt promedio de

cada cavidad semicircular.

### 1.3. Objetivos

El objetivo del presente trabajo es realizar experimentalmente un estudio paramétrico en un canal de longitud finita sujeto a fuentes de calor discretas y simétricas de geometría compleja (cilindros semicirculares) con la finalidad de obtener un incremento en la transferencia de calor con respecto a canales que emplean geometrías planas.

Los objetivos particulares del presente trabajo son:

1. Elucidar el efecto de los números de Reynolds y Richardson modificado, los parámetros geométricos (relación de aspecto) y el ángulo de inclinación del canal en la transferencia de calor global.
2. Reportar las variaciones temporales de las temperaturas locales y promedio, los flujos de calor convectivos por unidad de área, los coeficientes de transferencia de calor convectivos y los números de Nusselt promedio para cada fuente generadora de calor.
3. Obtener la frecuencia de oscilación adimensional (número de Strouhal) y los tiempos característicos de oscilación de los números de Nusselt promedio para cada fuente generadora de calor.
4. Obtener los diagramas de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad semicircular izquierda como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad semicircular derecha.



# Capítulo 2

## Materiales y Métodos

### 2.1. Diseño experimental

En la Fig. 2.1 se muestra un diagrama esquemático del diseño experimental empleado en el presente estudio. El fluido de trabajo (agua) se acelera por la fuerza de gravedad y entra por la parte superior de un canal rectangular con una velocidad uniforme  $u_0$  y a temperatura  $T_0$ . La temperatura a la entrada de la sección de prueba se mantiene fija utilizando un baño térmico con refrigeración (TECHNE RB5A/TU-20D) con una resolución de  $\pm 0.1$  K y estabilidad térmica de  $\pm 0.05$  K. La temperatura del agua a la entrada se confirmó utilizando una sonda termopar de alta precisión (Control Company, 4132 Traceable® Platinum RTD Thermometer). La sección de pruebas es montada en una estructura de metal que permite variar el ángulo de inclinación desde  $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$ . Se emplea un sistema coordenado Cartesiano y las componentes espaciales  $x$ ,  $y$  e  $z$  están orientadas en dirección longitudinal (positiva hacia abajo), transversal y en dirección a lo largo de la profundidad del canal, respectivamente. El origen del sistema coordenado está ubicado en la esquina superior izquierda de la cavidad semicilíndrica izquierda/inferior, como se muestra en el recuadro de la Fig. 2.1. Para lograr una condición de flujo permanente a la entrada de la sección de prueba, se emplea un tanque secundario que cuenta con un tubo de rebosadero que permite mantener la carga constante. El tanque secundario se llena por medio de una bomba centrífuga. Para conectar el tanque secundario con la sección de correctores de flujo que se encuentra antes de la sección de prueba se empleó una manguera flexible. La sección cuenta con correctores de flujo tipo panal de abeja y con una sección convergente que permite que el flujo a la entrada de la sección de pruebas entre perfectamente alineado. Todas las paredes del canal son de acrílico transparente ( $k \approx 0.189$  W/m K) con un espesor de 10 mm. Para minimizar las pérdidas de calor, se aplicó un aislante de espuma de poliestireno ( $k \approx 0.035$  W/m K) de 25 mm de espesor a todas las paredes del canal, la sección de correctores de flujo

y al tanque secundario. Se llevaron a cabo experimentos para dos relaciones de aspecto ( $AR = W/D$ , relación entre la profundidad del canal y la diámetro de la cavidad semicircular) de 1 y 2. Dos cavidades semicilíndricas de aluminio ( $k \approx$

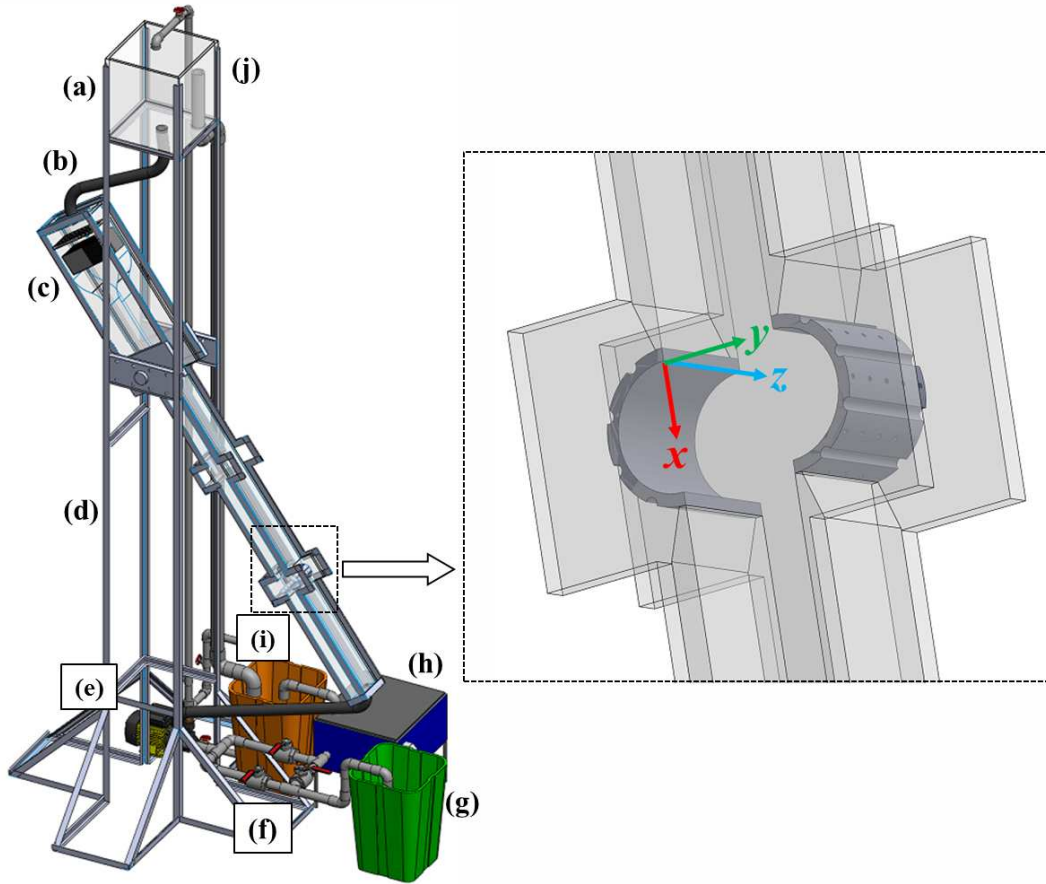
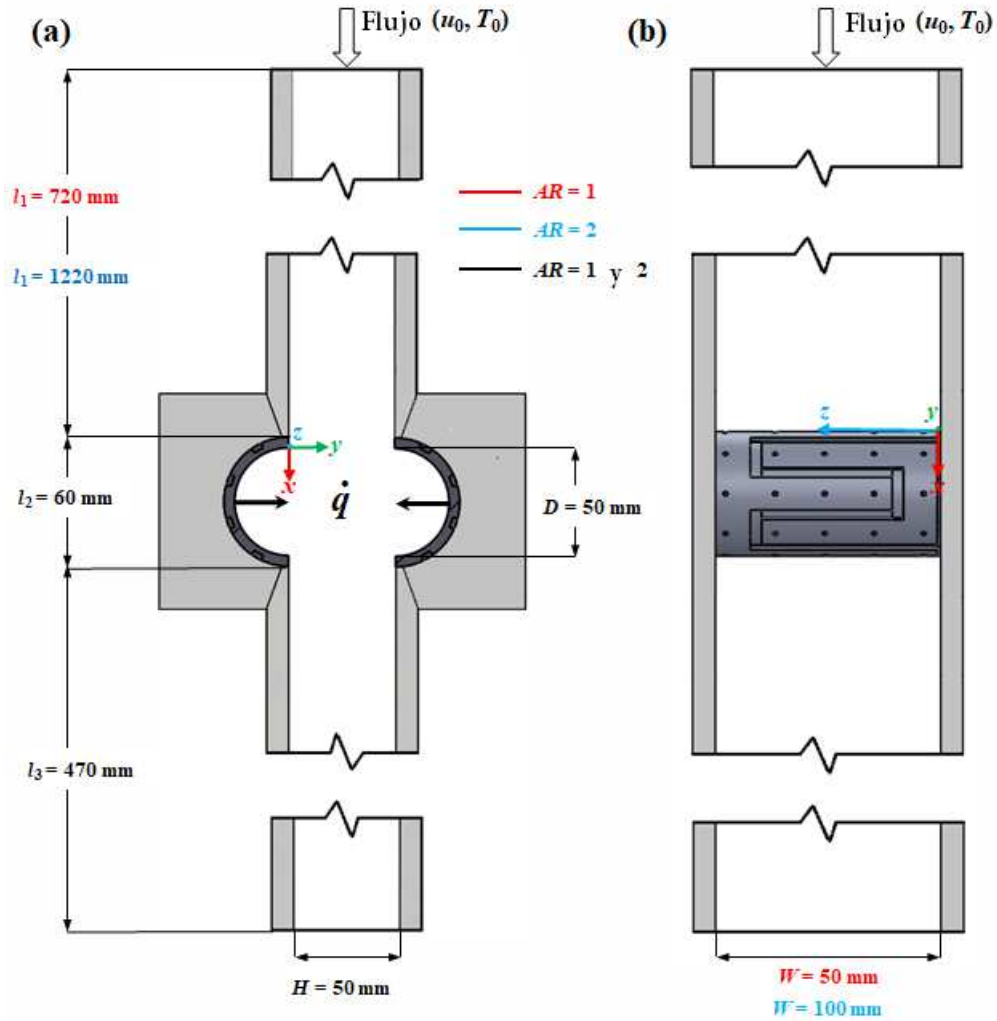


Fig. 2.1: Diagrama esquemático del diseño experimental. (a) Tanque secundario. (b) Manguera flexible. (c) Sección de correctores de flujo con panel de abeja y estructuras tipo malla. (d) Soporte principal de metal. (e) Bomba centrífuga. (f) Arreglo de válvulas ajustables. (g) Depósito graduado. (h) Baño térmico con refrigeración. (i) Tanque principal, y (j) Tubo de rebosadero.

249 W/m K,  $\varepsilon = 0.09$ ) con una condición de flujo de calor uniforme hacia el fluido se encuentran a una distancia  $l_1$  en paredes opuestas. Para ambas relaciones de aspecto, las cavidades semicirculares tienen 5 mm de espesor, su diámetro interior es de 50 mm, y su ancho ocupa toda la profundidad del canal. Las Figs. 2.2a y 2.2b muestran vistas laterales y posteriores de las secciones de prueba junto con sus dimensiones para las relaciones de aspecto de 1 y 2, respectivamente. Cabe mencionar que la longitud  $l_2$  es mayor para  $AR = 2$  que para  $AR = 1$  debido a que

la reversión del flujo alcanzaba posiciones más altas del canal para  $AR = 2$  que para  $AR = 1$ . Las mediciones se llevan a cabo cuando las condiciones experimen-



tales alcanzan una condición de estado estacionario después de aproximadamente 45 a 120 min. El periodo de medición varía desde 30 min a 150 min dependiendo del valor de los parámetros empleados. Todas las propiedades del fluido están basadas en las propiedades termofísicas evaluadas con el promedio aritmético entre la temperatura del fluido a la entrada del canal y la temperatura promedio de las cavidades semicirculares [31].

Para poder hacer visualización de flujo y llevar a cabo una descripción cualitativa del comportamiento hidrodinámico del fluido en el interior del canal, al fluido de trabajo se le agregaron partículas esféricas de poliamida de  $50\ \mu\text{m}$  de diámetro. Las partículas trazadoras son iluminadas con un apuntador láser de  $1000\ \text{mW}$  y longitud de onda de  $532\ \text{nm}$  que produce un plano de iluminación por medio de un lente cilíndrico. Cabe mencionar que los esquemas cualitativos que describen la estructura del flujo mostrados en la Sección 3 se llevaron a cabo en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ).

### 2.1.1. Construcción e instrumentación de las cavidades semicirculares

Cada cavidad semicircular de aluminio se somete a una condición de flujo de calor uniforme usando una resistencia de aleación de níquel-cromo (Omega Engineering, NCCR-25-100) que se inserta a través de una ranura maquinada en la parte posterior de cada cavidad. La resistencia se fijó y se aisló eléctricamente mediante una resina epóxica de alta conductividad térmica (Omega Engineering, OB-200). Para minimizar las pérdidas por conducción al ambiente, se aplicó una espuma de poliuretano de  $3\ \text{cm}$  de espesor ( $k \approx 0.02\ \text{W/m K}$ ) para aislar la superficie posterior de cada cavidad semicircular. Las resistencias están conectadas a dos fuentes de corriente directa (BK Precision, 1671A) que permiten variar de forma independiente el voltaje y la corriente. Los flujos de calor de cada cavidad semicircular se igualan ajustando el valor del voltaje y de la corriente de cada fuente de alimentación. La disipación de energía se determina al medir la caída de voltaje a través de cada cavidad semicircular empleando un multímetro digital y midiendo la corriente que pasa a través de éstas. Se evaluó una máxima variación de  $\pm 3\%$  en la resistividad eléctrica del aluminio bajo condiciones críticas de operación, esto es, para la mayor diferencia de temperatura alcanzada de  $18.34\ \text{K}$ . Por lo tanto, se asume una condición de flujo de calor uniforme en las paredes calentadas de cada cavidad semicircular con una desviación máxima de  $\pm 3\%$  del valor promedio. Cada cavidad semicircular de aluminio está instrumentada con veinticinco termopares tipo T igualmente espaciados (Omega Engineering, 5TC-TT-TI,  $0.13\ \text{mm}$ ) con una resolución de  $\pm 0.05\ \text{K}$  y un tiempo de respuesta de  $0.05\ \text{s}$ . Todos los termopares fueron previamente calibrados con el baño térmico con circuito de refrigeración, y el error de medición es de  $\pm 0.1\ \text{K}$ . Los termopares están incrustados en barrenos ciegos perforados desde la superficie posterior de cada elemento de calentamiento a una profundidad de  $4\ \text{mm}$ , de manera que las puntas que sensan la temperatura están a  $1\ \text{mm}$  de distancia de la superficie que se encuentra del lado del fluido. Dicha ranura se rellenó de pasta de alta conductividad térmica (Omega Engineering, OT-201-16) que permite una mejor transferencia de calor y que aísla la corriente eléctrica. Para incrementar la ve-

locidad de respuesta y precisión de los termopares, sus puntas son cubiertas con una pasta de alta conductividad térmica (Omega Engineering, OT-201-16). Pos-

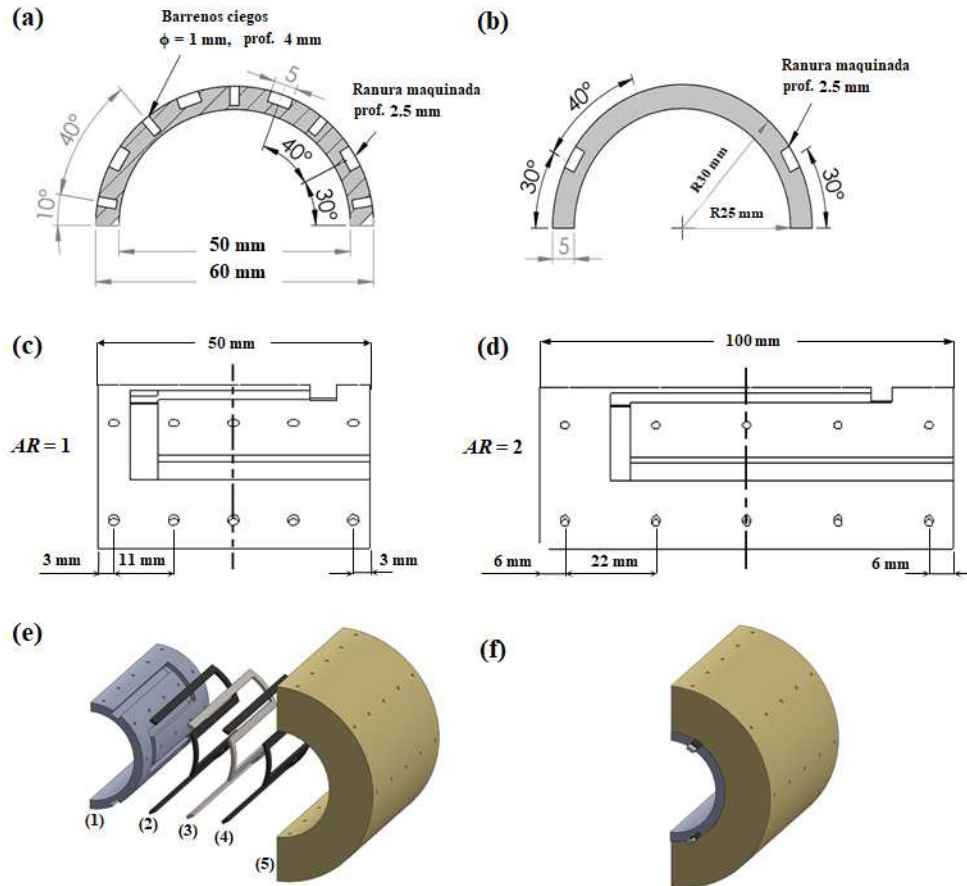


Fig. 2.3: (a)-(d) Dimensiones de cada cavidad semicircular de aluminio, configuración de la ranura maquinada y la distribución de los barrenos ciegos perforados para la inserción del termopares.(e) Cavidad semicircular desmontada con todos sus componentes: (1) Cavidad semicircular de aluminio. (2) Pasta de alta conductividad térmica. (3) Resistencia de aleación de níquel-cromo. (4) Resina epóxica de alta conductividad térmica. (5) Aislamiento de espuma de poliuretano. (f) Cavidad semicircular ensamblada.

teriormente, los termopares son fijados a los barrenos en los que se encuentran insertados empleando la resina epóxica de alta conductividad térmica. Los termopares están distribuidos en cinco columnas equidistantes que corresponden a distancias adimensionales a lo largo de la profundidad de  $Z_i = z_i/W = 0.06, 0.28, 0.5, 0.72$  y  $0.94$ . Para cada distancia en dirección de la profundidad, los termopares se encuentran en posiciones angulares del plano  $x-y$  de  $\theta = 10^\circ, 50^\circ, 90^\circ,$

130° y 170°. Las Figs. 2.3a-2.3d muestran las dimensiones de cada cavidad semicircular de aluminio, la configuración de la ranura maquinada y la distribución de los barrenos en donde se insertan los termopares. Las Figs. 2.3e-2.3f muestran a la cavidad semicircular desarmada y ensamblada junto con todos sus componentes, respectivamente. La Fig. 2.4 muestra la ubicación de los planos de medición para llevar a cabo los promedios por columna ( $Z_i$ ) y los promedios por ángulo ( $\theta_i$ ) de las distribuciones de temperatura superficial de la cavidad semicircular izquierda/inferior y derecha/superior, respectivamente.

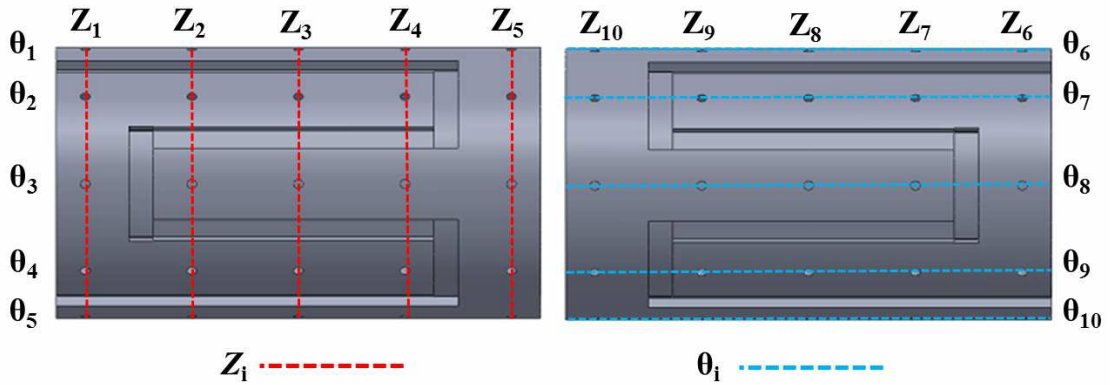


Fig. 2.4: Ubicación de los planos de medición para la obtención de los promedios por columna ( $Z_i$ ) y promedios por ángulo ( $\theta_i$ ) de la diferencia de temperatura entre la temperatura superficial local y la temperatura de referencia  $\Delta T_w = (T_w - T_0)$  a lo largo de la cara posterior de cada cavidad semicircular.

## 2.2. Reducción de datos

El número de Nusselt de cada cavidad semicircular depende de los siguientes parámetros adimensionales: El número de Reynolds,  $Re = u_0 D_H / \nu$ , el número de Prandtl,  $Pr = \nu / \alpha$ , el número de Richardson modificado,  $Ri^* = g \beta \dot{q} D^2 / k u_0^2$ , el ángulo de inclinación con respecto a la horizontal,  $\gamma$ , la relación de aspecto del canal,  $AR = W/D$ , parámetros geométricos y el tiempo adimensional  $\tau = u_0 t / D$ . Aquí,  $D$  es el diámetro de la cavidad semicircular (longitud característica),  $D_H = 4A_c/P$  es el diámetro hidráulico del canal, donde  $A_c$  es el área transversal y  $P$  es el perímetro del canal. Adicionalmente,  $k$  es la conductividad térmica del fluido,  $u_0$  es la velocidad promedio a la entrada del canal,  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $\alpha$  es la difusividad térmica,  $g$  es la gravedad,  $\beta$  es el coeficiente de expansión volumétrica y  $t$  es el tiempo. Frecuentemente, en vez de emplear a  $Ri^*$  como el parámetro de flotación, se utiliza el número de Grashof modificado,  $Gr^* = Ri^* Re^2$ .

El número de Reynolds se varía con una válvula que regula el flujo volumétrico. Este último se mide al calibrar el volumen de agua en un recipiente graduado y midiendo el tiempo que transcurre con un cronómetro. Para un valor fijo del número de Reynolds, el número de Richardson modificado se ajusta al variar el flujo de calor convectivo neto que se transfiere al fluido a través de la superficie de cada cavidad semicircular. El flujo de calor convectivo se calcula a partir del siguiente balance de energía:

$$\dot{q} = \dot{Q}/A_{heater} = \dot{q}_{el} - \dot{q}_{cond} - \dot{q}_{rad}, \quad (2.1)$$

donde  $\dot{Q}$  es el flujo de calor convectivo neto transferido al fluido y  $A_{heater}$  es el área superficial de cada cavidad semicircular expuesta al flujo de agua. En la Ec. (2.1),  $\dot{q}_{el} = VI/A_{heater}$  es el calor total por unidad de área suministrado a la cavidad semicircular y  $V$  e  $I$  son el voltaje y la corriente medidos, respectivamente. Aquí,  $\dot{q}_{cond}$  son las pérdidas totales por conducción que se disipan al ambiente a través de la parte posterior y las caras laterales de cada cavidad calculadas empleando la ley de Fourier, y  $\dot{q}_{rad}$  son las pérdidas totales por radiación al ambiente que se disipan por la parte posterior de las paredes activas de cada cavidad semicircular, respectivamente. Las pérdidas por radiación se estiman empleando la Ec. (2.2) como se muestra a continuación:

$$\dot{q}_{rad} = \sigma \varepsilon F (\tilde{T}_w^4 - T_{amb}^4), \quad (2.2)$$

donde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann,  $\varepsilon$  es la emisividad del aluminio medida en su superficie y  $F$  (factor de visión entre la fuente de calor y sus alrededores) es una constante de orden unidad [32, 33]. Aquí,  $\tilde{T}_w$  es la temperatura promedio de pared o temperatura superficial de cada cavidad semicircular obtenida con el promedio de las temperaturas superficiales locales sensadas por los veinticinco termopares y  $T_{amb}$  es la temperatura ambiente. Los resultados experimentales muestran que las pérdidas calculadas por conducción y radiación son menores al 1% de la energía total disipada.

El número de Nusselt promedio de cada cavidad semicircular  $Nu_j$  se obtiene a partir de la temperatura superficial promedio calculada en cada cavidad semicircular  $\bar{T}_{wj}$  como se muestra a continuación:

$$\overline{Nu}_j = \frac{\dot{q}D}{k(\bar{T}_{wj} - T_0)}. \quad (2.3)$$

Para poder determinar la confiabilidad de los resultados experimentales, se calculó la incertidumbre en los parámetros experimentales de acuerdo al método presentado por Kline y McClintock [34]. La incertidumbre de la variable dependiente  $R$  como una función de las incertidumbres de las variables independientes  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , está dada por la relación

$$R = R(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad (2.4)$$

La incertidumbre total se obtiene a partir de la siguiente ecuación,

$$\delta R = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2}. \quad (2.5)$$

donde  $\delta x_i$  son las incertidumbres de las variables medidas  $x_i$ . El análisis indica que la incertidumbre experimental empleando un nivel de confianza de 95 % para los números de Reynolds y de Richardson modificado y los números de Nusselt son de  $\pm 5.9\%$ ,  $\pm 5.1\%$ , y  $\pm 6.2\%$ , respectivamente. Estos valores están basados en la suposición de que la incertidumbre en las propiedades relevantes del fluido son despreciables.



# Capítulo 3

## Resultados experimentales y análisis

En este capítulo se presentan y discuten los resultados para diferentes ángulos de inclinación y para valores selectos del parámetro de flotación. Los resultados experimentales corresponden en todos los casos a un número de Reynolds fijo de  $Re = 700$  y una relación de aspecto de  $AR = 1$ , excepto cuando se mencione explícitamente lo contrario. Para las configuraciones del ángulo de inclinación del canal vertical ( $\gamma = 90^\circ$ ) y horizontal ( $\gamma = 0^\circ$ ), se alcanzó un valor máximo del parámetro de flotación de  $Ri^* = 128.47$ . Sin embargo, para las otras configuraciones del canal la reversión de flujo asciende a regiones aguas arriba alcanzando posiciones cercanas a la entrada del mismo. Por lo tanto, para  $\gamma = 60^\circ, 45^\circ$  y  $30^\circ$  el máximo valor del parámetro de flotación se limitó a  $Ri^* = 95.40$ .

### 3.1. Canal vertical, $Re = 700, \gamma = 90^\circ$

Para el canal vertical, la Tabla 3.1 muestra para cada cavidad semicircular la diferencia de temperatura promedio global en la superficie  $\pm$  la desviación estándar  $\Delta\tilde{T}_{wj} = (\bar{T}_{wj} - T_0)$ , el número de Nusselt promedio en el espacio y en el tiempo  $\pm$  desviación estándar y la respuesta térmica alcanzada para diferentes valores de  $Ri^*$ . Las Figs. 3.3a y 3.3b muestran la evolución temporal de las diferencias de temperatura promedio y de los números de Nusselt promedio en el espacio como una función del número de  $Ri^*$ . En estas figuras, las líneas más gruesas corresponden a la cavidad semicircular izquierda. Para un número de Richardson modificado relativamente bajo de  $Ri^* = 30.90$  ( $Gr^* = 1.51 \times 10^7$ ), la reversión de flujo tiene lugar cerca de las paredes calientes y se forma una sola celda de recirculación en cada cavidad. Para la cavidad izquierda dicha celda rota en dirección de las manecillas del reloj, mientras para la cavidad derecha el sentido de giro de la

celda es en sentido antihorario, como se muestra en la parte superior izquierda de la Fig. 3.1. Debido a que la interacción entre ambos vórtices es débil, los números

Tabla 3.1: Valores promedio globales en ambas cavidades para  $Re = 700$  y  $\gamma = 90^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta\tilde{T}_L \pm SD$	$\Delta\tilde{T}_R \pm SD$	$\widetilde{Nu}_L \pm SD$	$\widetilde{Nu}_R \pm SD$	Respuesta térmica
30.90	$2.16 \pm 0.01$	$2.20 \pm 0.02$	$27.85 \pm 0.07$	$27.25 \pm 0.18$	Estado estacionario
54.86	$3.27 \pm 0.00$	$3.25 \pm 0.01$	$32.62 \pm 0.16$	$32.85 \pm 0.18$	Oscilatorio periódico
95.40	$4.68 \pm 0.05$	$4.70 \pm 0.04$	$39.66 \pm 0.39$	$39.48 \pm 0.34$	Oscilatorio periódico
128.47	$6.04 \pm 0.06$	$6.04 \pm 0.05$	$42.61 \pm 0.40$	$42.55 \pm 0.36$	Irregular

de Nusselt promedio en el espacio alcanzan un estado estacionario ligeramente asimétrico. Nótese que aunque cada vórtice se encuentra confinado dentro de su

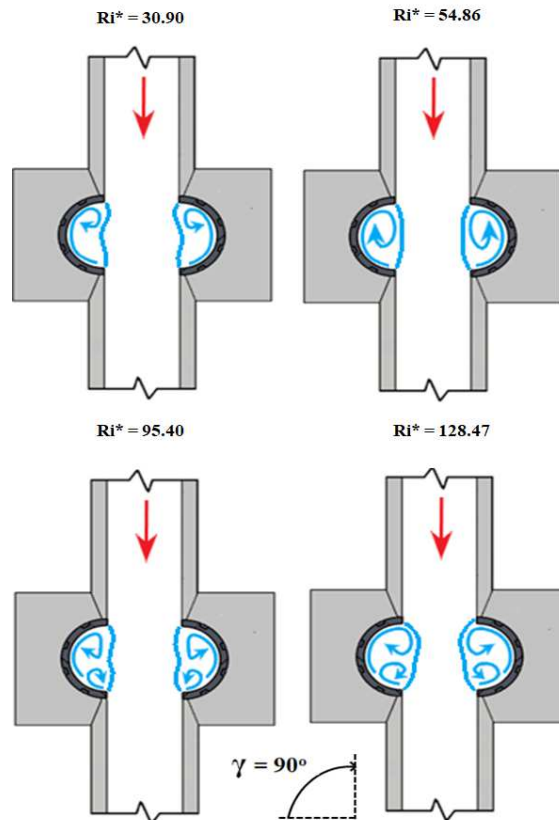


Fig. 3.1: Diagrama esquemático de los patrones de flujo para  $Re = 700$  y  $\gamma = 90^\circ$  en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado.

correspondiente cavidad semicircular, la reversión de flujo asciende por las cuatro esquinas del canal, alcanzando una ubicación aguas arriba de  $X \approx -3$ , como se muestra cualitativamente en la Fig. 3.2. Para  $Ri^* = 54.86$  ( $Gr^* = 2.69 \times 10^7$ ),

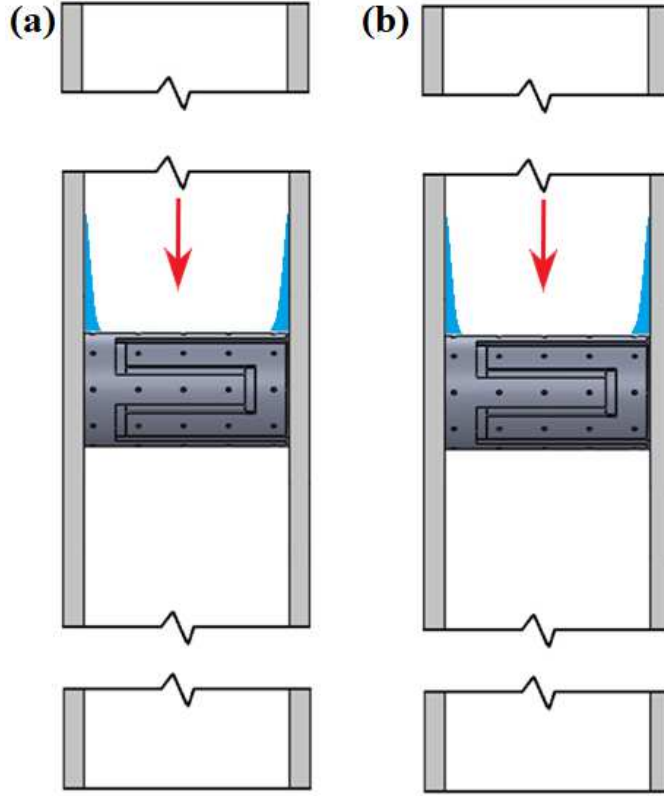


Fig. 3.2: Diagrama esquemático de la reversión de flujo que tiene lugar por las esquinas del canal para  $Re = 700$ ,  $\gamma = 90^\circ$  y  $Ri^* = 30.90$ , con (a) y (b) mostrando una vista trasera de la pared izquierda y derecha del canal, respectivamente.

las celdas de recirculación aumentan de tamaño (ver imagen superior derecha de la Fig. 3.1) y la recirculación asciende por las esquinas hasta  $X \approx -5$ , estableciéndose un estado oscilatorio periódico. Para  $Ri^* = 95.40$  ( $Gr^* = 4.67 \times 10^7$ ), la reversión de flujo asciende cerca de las esquinas del canal hasta  $X \approx -7.5$ . El patrón de flujo dentro de cada cavidad presenta dos vórtices que rotan en la misma dirección (sentido horario y antihorario en la cavidad semicircular izquierda y derecha, respectivamente). La imagen inferior izquierda de la Fig. 3.1 muestra que la estructura vortical que se forma está compuesta por un vórtice principal que ocupa la parte superior y central del canal y un vórtice secundario que se forma en la parte inferior de la cavidad que se fusiona periódicamente con el vórtice principal. Para  $Ri^* = 128.47$  ( $Gr^* = 6.30 \times 10^7$ ), el tamaño y la fuerza de los vórtices aumenta (ver imagen inferior derecha de la Fig. 3.1). Como resultado, la

respuesta del sistema pasa de un estado oscilatorio periódico a un estado oscilatorio irregular en donde el flujo que asciende cerca de las paredes calientes de ambas cavidades ya no se encuentra encapsulado dentro de éstas y sube por las esquinas del canal hasta  $X \approx -12.4$ . El número de Strouhal,  $St = fD/u_0$  relaciona la fre-

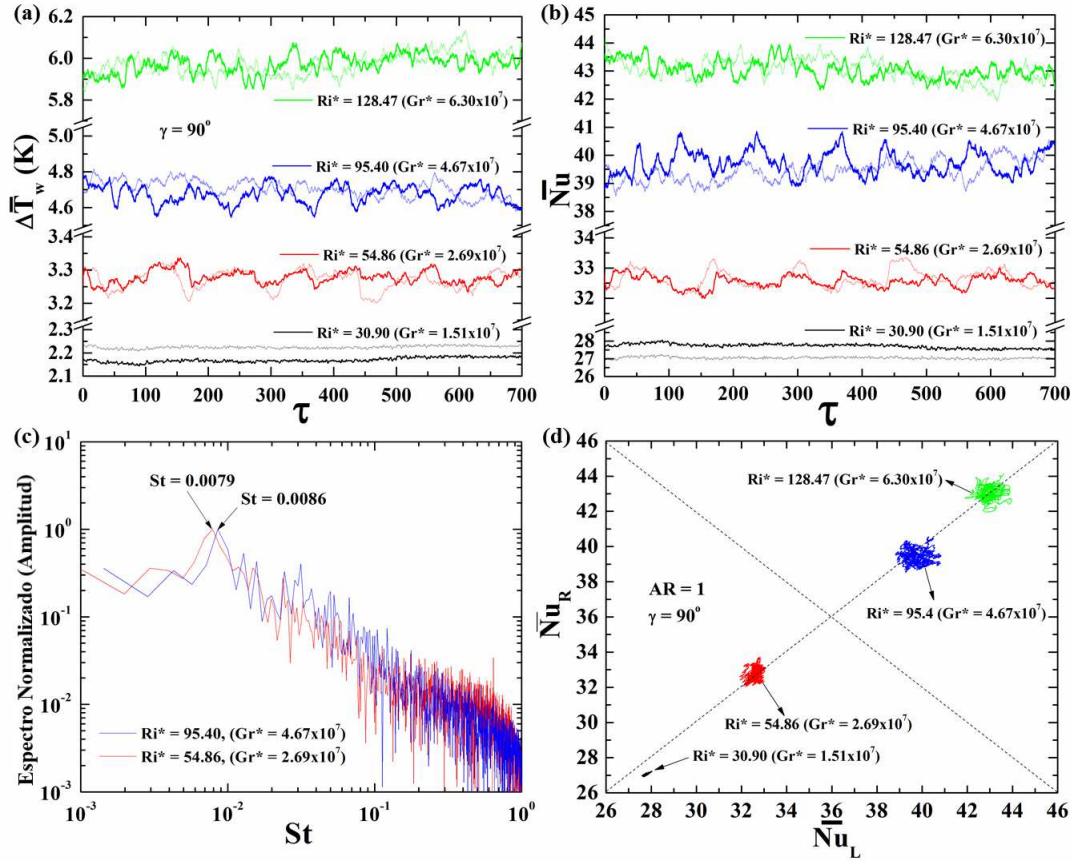


Fig. 3.3:  $Re = 700$  y  $\gamma = 90^\circ$ . (a) y (b) Evolución temporal de la diferencia promedio de temperatura de pared,  $\Delta \bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , y del número de Nusselt promedio de cada cavidad semicircular, respectivamente. (c) Espectro normalizado de los números de Nusselt promedio. (d) Diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad izquierda ( $\bar{Nu}_L$ ) como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad derecha ( $\bar{Nu}_R$ ), respectivamente.

cuencia de oscilación característica  $f$  con el inverso del tiempo de residencia del flujo,  $u_0/D$ , y se obtiene de la amplitud normalizada de la transformada rápida de Fourier (FFT) de la señal del número de Nusselt promedio en el espacio de cada cavidad semicircular. La Fig. 3.3c muestra los espectros normalizados de las oscilaciones de los números de Nusselt promedio como una función de la frecuencia de oscilación adimensional (número de Strouhal). Para  $Ri^* = 54.86$  y  $95.40$ , hay un

pico en  $St = 0.0079$  y  $St = 0.0086$  (periodo de tiempo cercano a 127 y 116 veces el tiempo de residencia), respectivamente. La presencia de estos picos para cada valor de  $Ri^*$  indica que el flujo oscila con una frecuencia fundamental única. En estas figuras se muestra claramente que la frecuencia de oscilación aumenta conforme incrementa el valor del  $Ri^*$ . La Fig. 3.3d muestra las trayectorias en el espacio de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad izquierda como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad derecha para diferentes valores de  $Ri^*$ . Para  $Ri^* = 30.90$ , la configuración en estado estacionario denota una ligera asimetría. Sin embargo, para  $Ri^* = 54.86$ ,  $Ri^* = 95.40$  y  $Ri^* = 128.47$ , las oscilaciones de flujo y temperatura son evidentes y presentan trayectorias cerradas que las caracterizan.

La Fig. 3.4 muestra para  $Ri^* = 54.86$  la evolución temporal de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $\Delta\bar{T}_{wz}$ ) y promedio por ángulo ( $\Delta\bar{T}_{w\theta}$ ) a lo largo de la profundidad adimensional del canal y a lo largo de la distancia angular de cada cavidad semicircular. Las Figs. 3.4a y 3.4b ilustran la asimetría en la distribución térmica de cada cavidad. Nótese que la diferencia de temperatura promedio por columna mayor se registra en las posiciones  $Z_1$  and  $Z_6$ , lo que indica que la distribución total de la temperatura de cada estructura vortical no es simétrica con respecto al plano medio ( $Z = 0.5$ ) de ambas cavidades. Las Figs. 3.4c y 3.4d muestran un aumento progresivo en el promedio por ángulo de la diferencia de temperatura de cada cavidad hacia las posiciones  $\theta_1$  y  $\theta_6$ . Esto indica que el flujo aumenta de temperatura cuando asciende cerca de la pared caliente de cada cavidad. Adicionalmente, se puede notar que la amplitud de las oscilaciones promedio por columna de la cavidad semicircular derecha es mayor que la que se observa para la cavidad semicircular izquierda. Esto explica el motivo por el cual la distribución espectral del número de Nusselt promedio de la cavidad semicircular derecha se pudo resolver para  $Ri^* = 54.86$

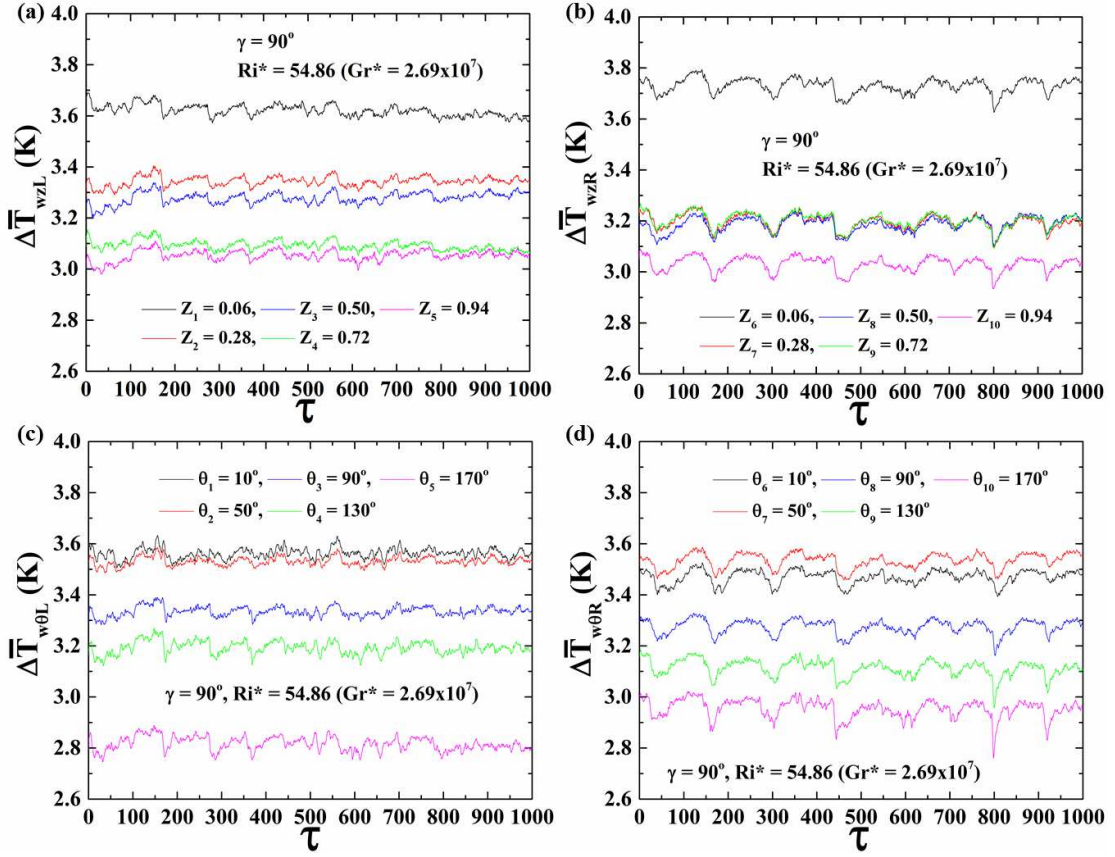


Fig. 3.4:  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 54.86$  ( $Gr^* = 2.69 \times 10^7$ ) y  $\gamma = 90^\circ$ . Imágenes superiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Imágenes de inferiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los subíndices  $L$  y  $R$  indican cavidad semicircular izquierda y derecha, respectivamente.

### 3.2. $Re = 700$ , $\gamma = 60^\circ$

La Tabla 3.2 muestra para diferentes valores de  $Ri^*$  la información con respecto a la distribución de la diferencia de temperatura superficial global medida y los números de Nusselt promedio en el espacio y en el tiempo para cada cavidad semicircular. Para esta configuración de canal y para todos los valores de  $Ri^*$ , la celda del vórtice de la cavidad superior ya no permanece encapsulada y asciende a posiciones aguas arriba formando un patrón de recirculación de dos celdas que rotan en sentido antihorario, como se muestra cualitativamente en la Fig. 3.5.

Tabla 3.2: Valores promedio en el espacio y en el tiempo en ambas cavidades para  $Re = 700$  y  $\gamma = 60^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta\tilde{T}_L \pm SD$	$\Delta\tilde{T}_R \pm SD$	$\widetilde{Nu}_L \pm SD$	$\widetilde{Nu}_R \pm SD$	Respuesta térmica
30.90	$2.23 \pm 0.05$	$2.34 \pm 0.02$	$26.99 \pm 0.61$	$25.69 \pm 0.26$	Oscilatorio cuasi-periódico
54.86	$3.27 \pm 0.01$	$3.72 \pm 0.09$	$32.65 \pm 0.10$	$28.68 \pm 0.68$	Oscilatorio cuasi-periódico
95.40	$4.98 \pm 0.02$	$5.78 \pm 0.07$	$37.28 \pm 0.13$	$32.16 \pm 0.39$	Oscilatorio cuasi-periódico

Aquí, un vórtice permanece cerca de la pared curva de la cavidad y el segundo vórtice se desliza aguas arriba del borde de ataque de la cavidad. La presencia

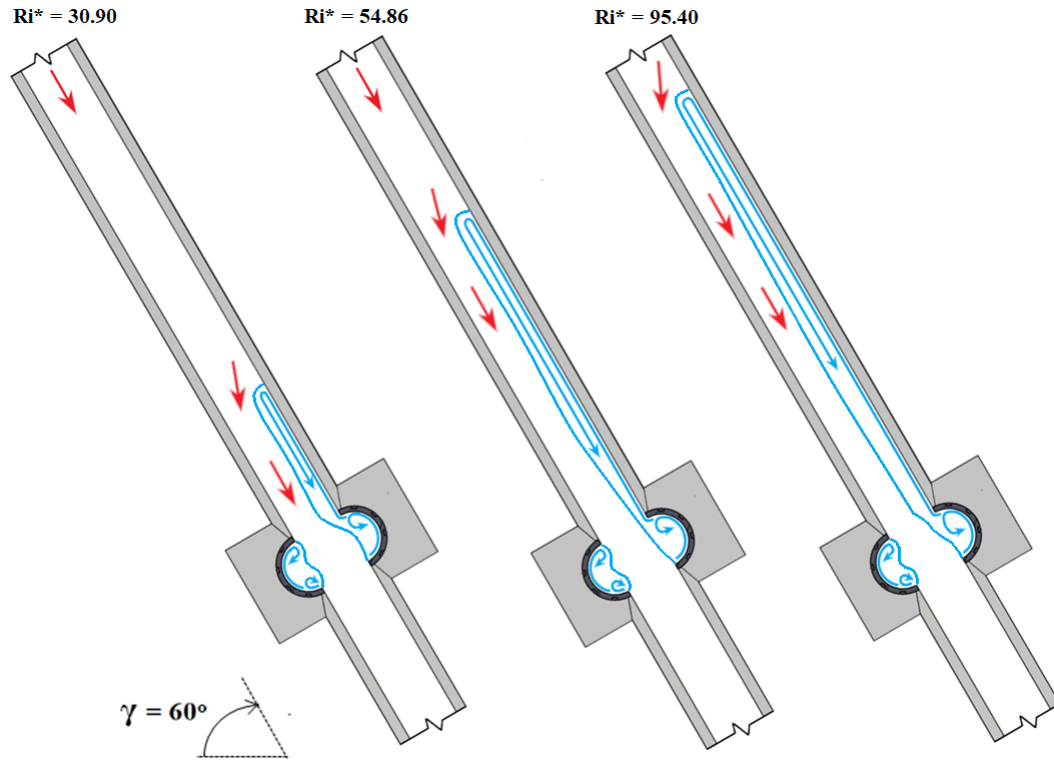


Fig. 3.5: Diagrama esquemático de los patrones de flujo para  $Re = 700$  y  $\gamma = 60^\circ$  en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado.

de la celda de recirculación aguas arriba de la cavidad superior desvía el fluido frío que desciende hacia la cavidad inferior. Esto genera un aumento de la velocidad longitudinal que induce la formación de un patrón de dos celdas con rotación en

el sentido horario y que permanecen confinadas dentro de la cavidad inferior. El patrón de dos celdas de recirculación tiene un vórtice principal que ocupa la parte superior y central de la cavidad inferior, mientras la celda del vórtice secundario se ubica cerca del borde de salida de la cavidad y éste se fusiona periódicamente con la celda principal formando una estructura vortical compleja. Las Figs. 3.6a y 3.6b muestran la evolución temporal de la distribución de la diferencia de temperatura superficial promedio y el número de Nusselt promedio de ambas cavidades semicirculares, respectivamente. En estas figuras, las líneas más gruesas corresponden a la cavidad semicircular inferior. Se observa que tiene lugar un aumento en la amplitud de las oscilaciones de los números de Nusselt promedio conforme incrementa el  $Ri^*$ . Adicionalmente, dado que la extensión del vórtice que se encuentra aguas arriba de la cavidad superior aumenta proporcionalmente al  $Ri^*$ , el flujo que se deflecta hacia la cavidad inferior también aumenta. Como resultado, la asimetría de la respuesta térmica aumenta conforme aumenta el  $Ri^*$  y la amplitud de las oscilaciones de la temperatura promedio en la pared de la cavidad semicircular inferior es mayor que la superior, mientras que ocurre lo opuesto con el número de Nusselt promedio. Los espectros normalizados de las oscilaciones de los números de Nusselt promedio de ambas cavidades calentadas como una función del  $Ri^*$  se muestran en las Figs. 3.6c-3.6e. En particular, para esta configuración de canal y para todos los valores de  $Ri^*$ , se presenta un comportamiento multi-espectral con varios picos que van desde  $St \sim 0.003$  to  $St \sim 0.025$  (período de tiempo cercano a 333 y 400 unidades de tiempo adimensional) que indican que las fluctuaciones detectadas son cuasi-periódicas. Este comportamiento se produce debido al patrón de flujo que presenta dos vórtices que oscilan con diferentes frecuencias y que se fusionan y separan periódicamente formando una estructura vortical compleja cerca de cada cavidad. La Fig. 3.6f muestra el diagrama de fase del número de Nusselt promedio de la cavidad inferior como una función del número de Nusselt promedio de la cavidad superior para diferentes valores de  $Ri^*$ , ilustrando el comportamiento cuasi-periódico de ambas señales. Claramente, las trayectorias cerradas son asimétricas para todos los valores de  $Ri^*$ , la simetría de la respuesta térmica aumenta con el  $Ri^*$  y la amplitud de las oscilaciones de la cavidad semicircular inferior es mayor que las que se observan para la cavidad semicircular superior.



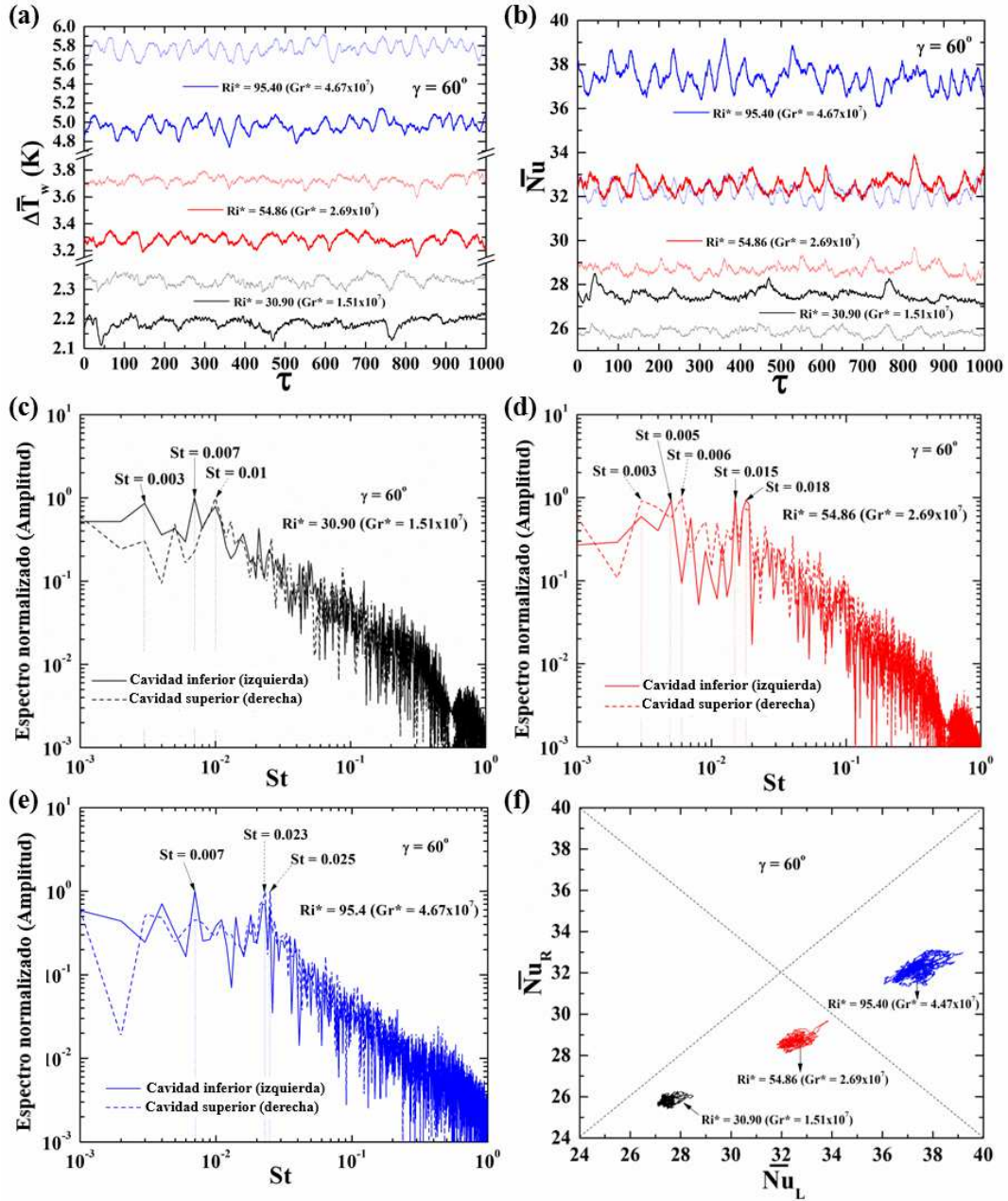


Fig. 3.6:  $Re = 700$  and  $\gamma = 60^\circ$ . (a) y (b) Evolución temporal de la diferencia promedio de temperatura de pared,  $\Delta \bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , y del número de Nusselt promedio de cada cavidad semicircular, respectivamente. (c)-(e) Espectros normalizados de los números de Nusselt promedio para  $Ri^* = 30.90$ ,  $Ri^* = 54.86$  y  $Ri^* = 95.40$ , respectivamente. (f) Diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad inferior ( $\overline{Nu}_L$ ) como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad superior ( $\overline{Nu}_R$ ), respectivamente.

La Fig. 3.7 muestra para  $Ri^* = 95.40$  las variaciones en el tiempo de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $\Delta\bar{T}_{wz}$ ) y promedio por ángulo ( $\Delta\bar{T}_{w\theta}$ ) a lo largo de la profundidad del canal y en dirección angular de ambas cavidades, respectivamente. En las Figs. 3.7a y 3.7b, aunque la cavidad semicircular superior presenta una temperatura de superficie más homogénea, se produce un aumento progresivo en la distribución de la diferencia de temperatura con respecto a la profundidad de la cavidad. Los promedios por columna más altos de las diferen-

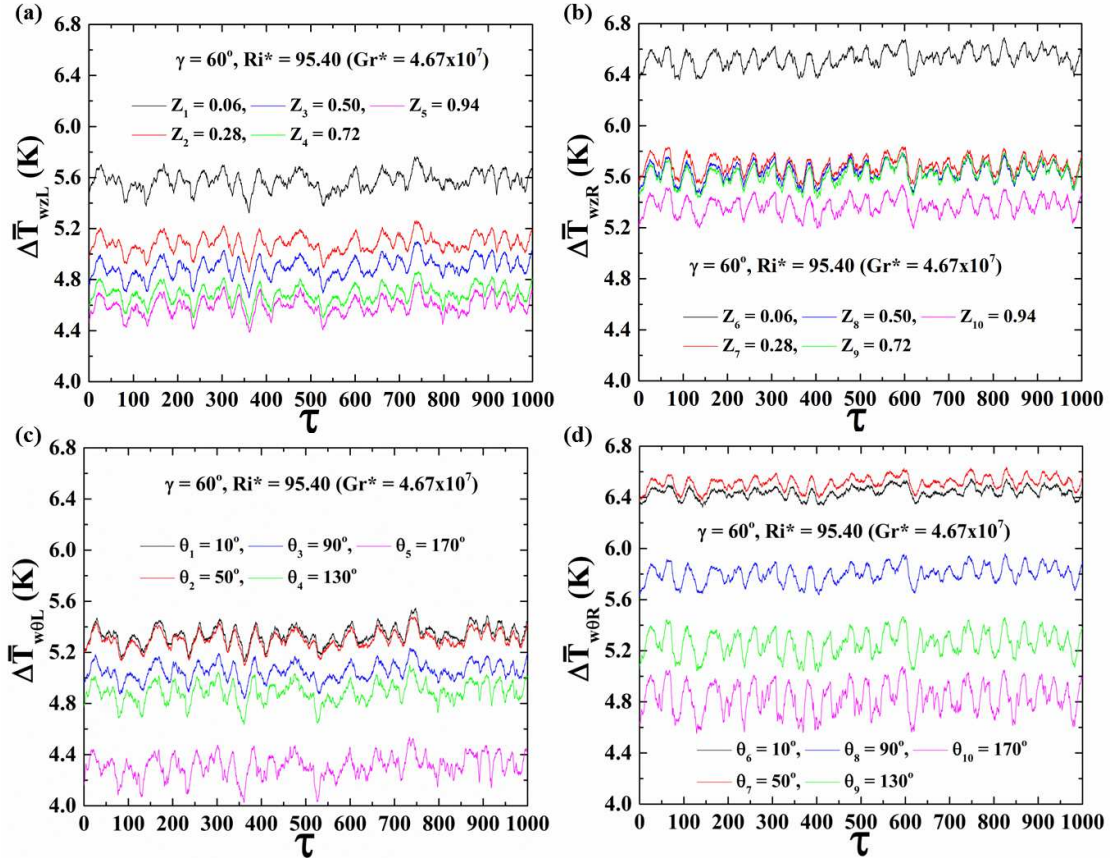


Fig. 3.7:  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 95.4$  ( $Gr^* = 4.67 \times 10^7$ ) y  $\gamma = 60^\circ$ . Imágenes superiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Imágenes inferiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los subíndices  $L, R$  indican cavidad semicircular inferior y superior, respectivamente.

cias de temperatura se presentan para las posiciones  $Z_1$  and  $Z_6$ , lo que indica la presencia de flujo secundario importante cerca de estas ubicaciones. En la Fig. 3.7c, debido a la presencia de un vórtice secundario cerca del borde de salida de

la cavidad inferior, los números de Nusselt más altos tienen lugar en una posición angular de  $\theta_5$ . En la Fig. 3.7d, tiene lugar un aumento progresivo de la temperatura de la pared de la cavidad superior conforme se acerca al borde de ataque de esta última. Aquí, las temperaturas más altas se registran en las posiciones  $\theta_6$  y  $\theta_7$ .

### 3.3. $Re = 700, \gamma = 45^\circ$

La Tabla 3.3 muestra para diferentes valores de  $Ri^*$  un resumen de la distribución de la diferencia de temperatura superficial promedio global, el número de Nusselt promedio en el espacio y en el tiempo de cada cavidad semicircular y la respuesta térmica alcanzada. La influencia del ángulo de inclinación en el flujo y la respuesta térmica para esta configuración de canal es evidente. Aquí, debido a que la fuerza de flotación se reduce, las oscilaciones de flujo solo se presentan para los dos valores más altos del parámetro de flotación de  $Ri^* = 54.86$  y  $95.40$ . Las

Tabla 3.3: Valores promedio globales en ambas cavidades para  $Re = 700$  y  $\gamma = 45^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta\tilde{T}_L \pm SD$	$\Delta\tilde{T}_R \pm SD$	$\widetilde{Nu}_L \pm SD$	$\widetilde{Nu}_R \pm SD$	Respuesta térmica
30.90	$2.05 \pm 0.05$	$2.46 \pm 0.03$	$29.38 \pm 0.70$	$24.40 \pm 0.29$	Estado estacionario
54.86	$3.10 \pm 0.03$	$4.12 \pm 0.08$	$34.44 \pm 0.31$	$25.91 \pm 0.53$	Oscilatorio periódico
95.40	$4.78 \pm 0.09$	$6.54 \pm 0.10$	$38.83 \pm 0.70$	$28.40 \pm 0.43$	Oscilatorio periódico

Figs. 3.9a y 3.9b muestran para valores seleccionados del  $Ri^*$  la evolución temporal de la distribución de la diferencia de temperatura superficial promedio y el número de Nusselt promedio de ambas cavidades, respectivamente. En estas figuras, las líneas con símbolos corresponden a la cavidad inferior. Para  $Ri^* = 30.90$ , se produce una respuesta térmica estacionaria y el vórtice principal de la celda de recirculación que se encuentra aguas arriba de la cavidad superior sube a  $X \approx -5$ , como se muestra en la imagen superior de la Fig. 3.8. Sin embargo, para  $Ri^* = 54.86$  y  $95.40$ , se establece un régimen oscilatorio periódico y el vórtice principal superior asciende a  $X \approx -9$  y  $X \approx -12$ , respectivamente (ver Fig. 3.8). En estas figuras, el número de Nusselt promedio de la cavidad inferior es siempre mayor que el superior. Las Figs. 3.9c y 3.9d muestran los espectros normalizados de las oscilaciones de los números de Nusselt promedio de ambas cavidades semicirculares para  $Ri^* = 54.86$  y  $95.40$ , respectivamente. Claramente, ambas señales tienen un pico en el número Strouhal correspondiente a  $St = 0.011$  y  $St = 0.014$  (con períodos de tiempo cercanos a 91 y 71 unidades de tiempo adimensional), respectivamente. Las trayectorias en el diagrama de fase del número de Nusselt

promedio de ambas cavidades se muestran en la Fig. 3.9e. Los resultados muestran que la asimetría térmica aumenta conforme se incrementa el parámetro de flotación de  $Ri^* = 30.90$  a  $Ri^* = 54.86$ . Adicionalmente, la amplitud de las oscilaciones de la cavidad inferior es sustancialmente más alta que la amplitud de las oscilaciones que se observan para la cavidad superior. Sin embargo, al aumentar aún más el parámetro de flotación a  $Ri^* = 95.40$ , la asimetría de la respuesta térmica y la amplitud de las oscilaciones que se presentan en la cavidad inferior disminuyen.

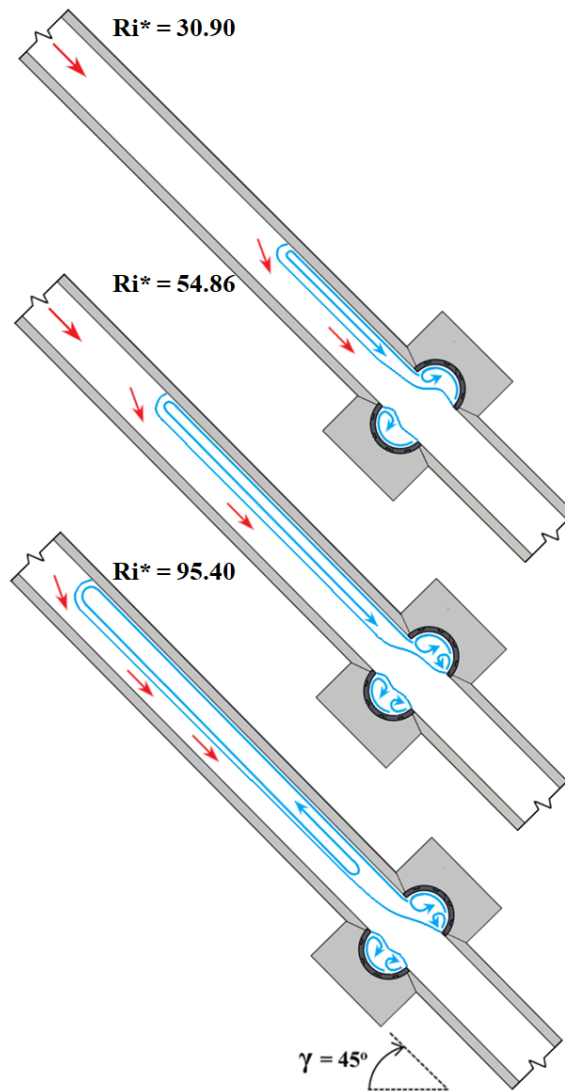


Fig. 3.8: Diagrama esquemático de los patrones de flujo para  $Re = 700$  y  $\gamma = 45^\circ$  en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado.

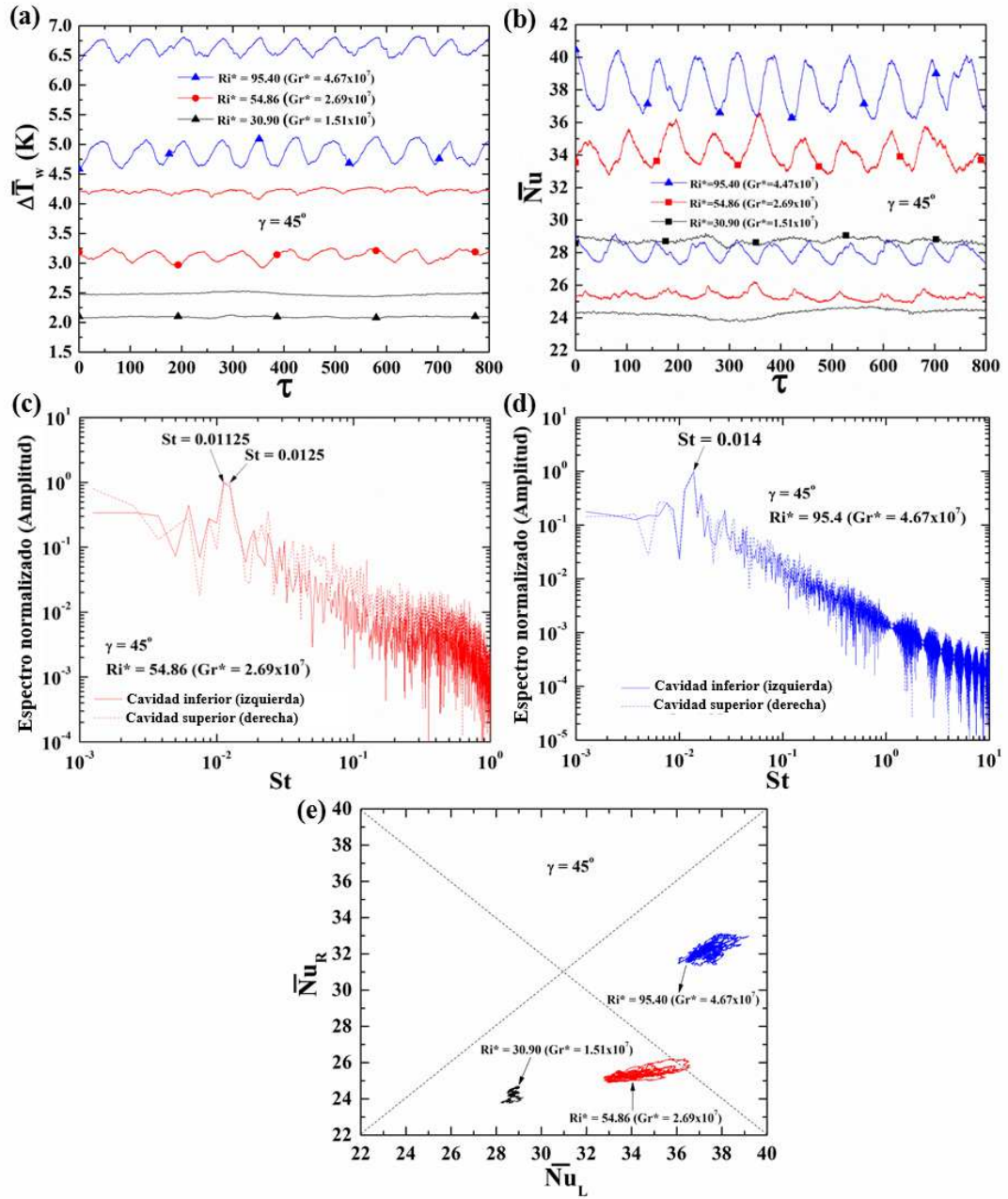


Fig. 3.9:  $Re = 700$  y  $\gamma = 45^\circ$ . (a) y (b) Evolución temporal de la diferencia promedio de temperatura de pared,  $\Delta \bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , y del número de Nusselt promedio de ambas cavidades, respectivamente. (c) y (d) Espectros normalizados de los números de Nusselt promedio para  $Ri^* = 54.86$  y  $Ri^* = 95.40$ , respectivamente. (e) Diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad inferior ( $\overline{Nu}_L$ ) como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad superior ( $\overline{Nu}_R$ ), respectivamente.

La Fig. 3.10 muestra las variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $\Delta\bar{T}_{wz}$ ) y promedio por ángulo ( $\Delta\bar{T}_{w\theta}$ ) a lo largo de la profundidad del canal y para diferentes posiciones angulares para cada cavidad semicircular y un valor del  $Ri^* = 95.40$ . En las Figs. 3.10a y 3.10b, las variaciones en el tiempo de la diferencia de temperatura promedio por columna ilustran la asimetría de la estructura vortical de cada cavidad con respecto a la posición media de la cavidad, donde la diferencia de temperatura más alta para la cavidad inferior y superior tiene lugar en las posiciones  $Z_1$  y  $Z_6$ , respectivamente. En la

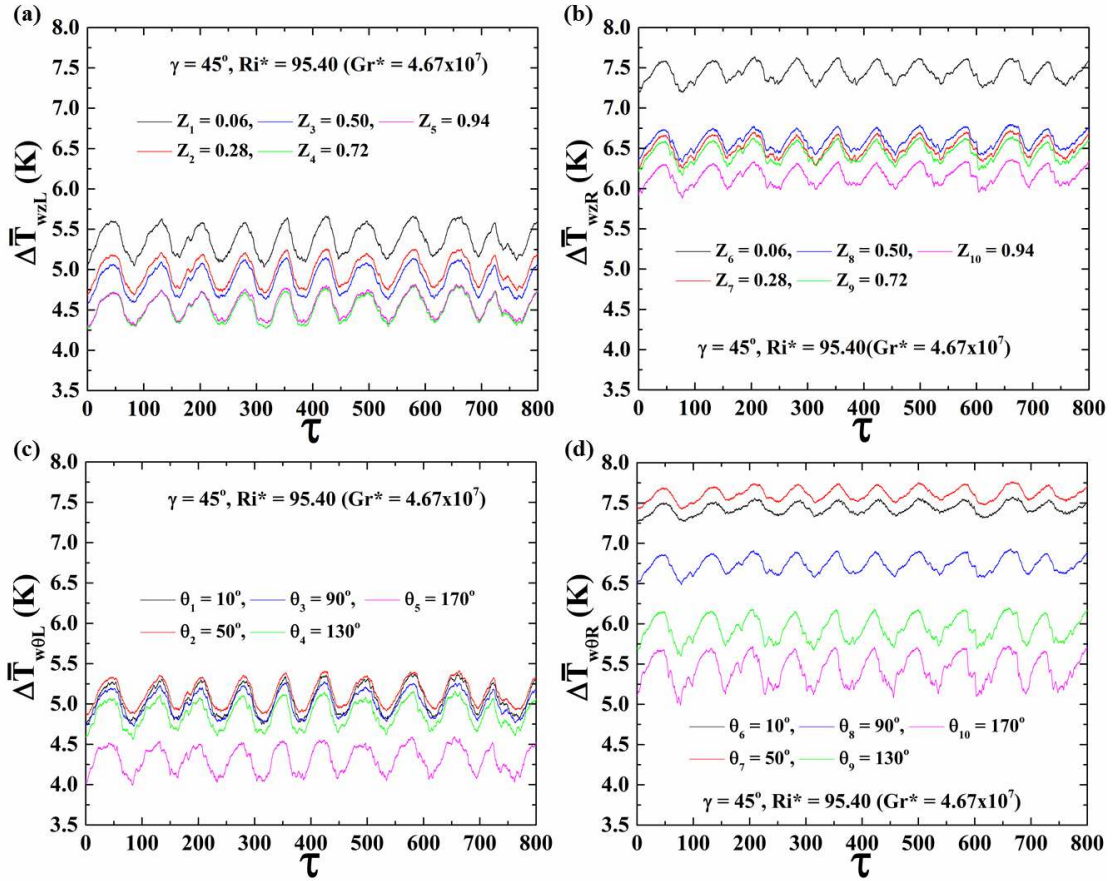


Fig. 3.10:  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 95.40$  ( $Gr^* = 4.67 \times 10^7$ ) y  $\gamma = 45^\circ$ . Imágenes superiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Imágenes inferiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los subíndices  $L, R$  indican cavidad semicircular inferior y superior, respectivamente.

Fig. 3.10c, la uniformidad de las variaciones de temperatura promedio por ángulo

desde la posición angular  $\theta_1$  a la posición angular  $\theta_4$  para la cavidad inferior se debe a la presencia de un vórtice primario, mientras que el salto en la posición angular  $\theta_5$  se atribuye a la presencia de un vórtice secundario de menor tamaño. La Fig. 3.10d muestra un incremento progresivo en las diferencias de temperatura promedio por ángulo conforme el flujo asciende a posiciones superiores de la cavidad semicircular derecha. Notablemente, se puede apreciar que las variaciones de la diferencia de temperatura promedio por ángulo de la cavidad superior tienen una contribución más importante que las variaciones de temperatura superficial promedio por columna. En contraste, la contribución de las variaciones de temperatura promedio por columna y por ángulo de la cavidad inferior son casi iguales. Cabe mencionar que la amplitud de las oscilaciones de la cavidad superior es mayor en la posición  $\theta_{10}$  y se reduce hacia la posición  $\theta_6$ , mientras que la amplitud de las oscilaciones en la cavidad inferior permanece prácticamente fija.

### 3.4. $Re = 700, \gamma = 30^\circ$

La Tabla 3.4 muestra los valores globales de las diferencias de temperatura superficial promedio, los números de Nusselt promedio y la respuesta térmica alcanzada para diferentes valores de  $Ri^*$ . Claramente, a medida que el ducto se aproxima a la horizontal, se requieren valores más altos del parámetro de flotación para desencadenar la bifurcación de Hopf. Como tal, la oscilación de flujo solo tiene lugar para el valor más alto de  $Ri^* = 95.40$ .

Tabla 3.4: Valores promedio globales en ambas cavidades para  $Re = 700$  y  $\gamma = 30^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta\tilde{T}_L \pm SD$	$\Delta\tilde{T}_R \pm SD$	$\widetilde{Nu}_L \pm SD$	$\widetilde{Nu}_R \pm SD$	Respuesta térmica
30.90	$1.72 \pm 0.02$	$3.09 \pm 0.02$	$35.02 \pm 0.35$	$19.45 \pm 0.15$	Estado estacionario
54.86	$2.91 \pm 0.03$	$4.86 \pm 0.06$	$36.69 \pm 0.39$	$21.96 \pm 0.26$	Estado estacionario
95.40	$4.44 \pm 0.08$	$7.55 \pm 0.06$	$41.94 \pm 0.72$	$24.60 \pm 0.19$	Oscilatorio periódico

Las Figs. 3.11a y 3.11b muestran para valores selectos de  $Ri^*$  la evolución temporal de la distribución de la diferencia de temperatura superficial promedio y el número de Nusselt promedio, respectivamente. En estas figuras, las líneas con símbolos corresponden a la cavidad semicircular inferior. Para  $Ri^* = 95.40$ , tiene lugar un régimen oscilatorio periódico y la cavidad inferior y superior presentan oscilaciones de amplitud grande y pequeña, respectivamente. El espectro normalizado de los números de Nusselt promedio de ambas cavidades como funciones del número de Strouhal para  $Ri^* = 95.40$  se muestra en la Fig. 3.11c. El pico en la distribución espectral de la energía fluctuante en  $St = 0.009$  (período de tiempo

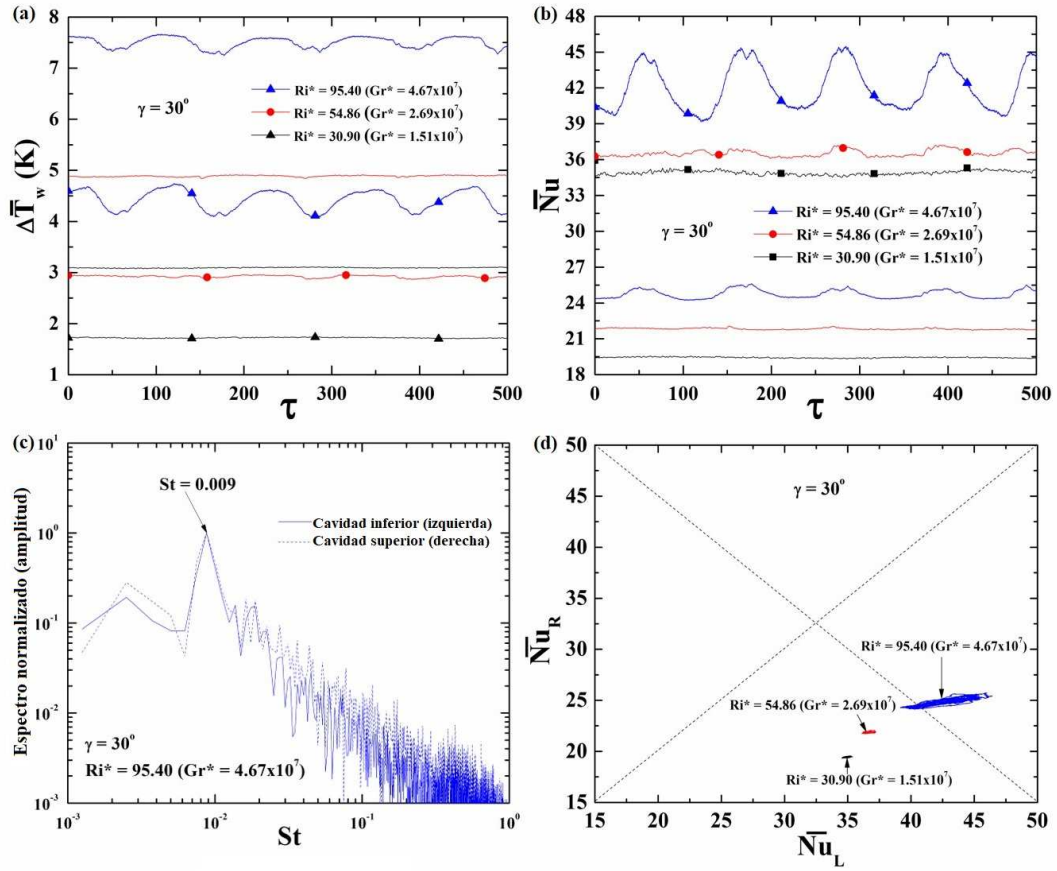


Fig. 3.11:  $Re = 700$  y  $\gamma = 30^\circ$ . (a) y (b) Evolución temporal de la diferencia promedio de temperatura de pared,  $\Delta \bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , y número de Nusselt promedio de ambas cavidades, respectivamente. (c) Espectro normalizado del número de Nusselt promedio para  $Ri^* = 95.40$ . (d) Diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad inferior ( $\bar{Nu}_L$ ) como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad superior ( $\bar{Nu}_R$ ), respectivamente.

cercano a 111 unidades de tiempo adimensional) indica que los números de Nusselt de ambas cavidades oscilan con una sola frecuencia fundamental única. La Fig. 3.11d muestra las trayectorias en el diagrama de fase del número de Nusselt promedio en la cavidad izquierda como una función del número de Nusselt promedio en la cavidad derecha. Para  $Ri^* = 30.90$  y  $Ri^* = 54.86$ , la posición fija y asimétrica de las trayectorias en el espacio de fase indica una respuesta estacionaria en el flujo y la transferencia de calor. Claramente, la respuesta térmica oscilatoria para  $Ri^* = 95.40$  indica la existencia de un valor crítico de  $Ri^*$  por encima del cual la transferencia de calor es periódica en el tiempo. Aquí, se observan oscilaciones de



alta y baja amplitud en la cavidad inferior y superior, respectivamente. La Fig. 3.12 muestra cualitativamente los patrones de flujo de las estructuras vorticiales y su sentido de rotación para diferentes valores del parámetro de flotación.

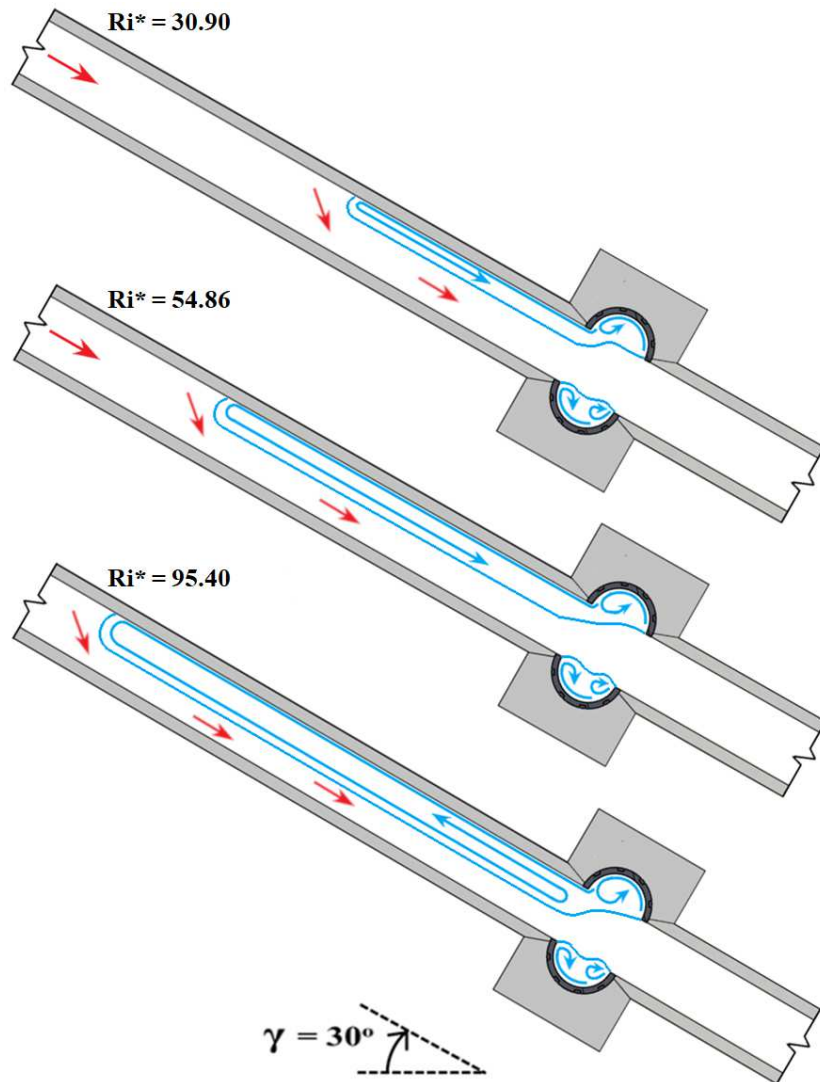


Fig. 3.12: Diagrama esquemático de los patrones de flujo para  $Re = 700$  y  $\gamma = 30^\circ$  en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado.

La evolución temporal de las oscilaciones de la diferencia de temperatura promedio por columna y por ángulo en diferentes posiciones angulares para ambas cavidades se muestran en la Fig. 3.13 para  $Ri^* = 95.40$ . La dinámica del perfil de temperatura que se muestra en las Figs. 3.13a y 3.13b revela la presencia de

una importante fluctuación 3D de la estructura vortical asimétrica. La presencia de los valores más altos de la diferencia de temperatura en las posiciones  $Z_1$  y  $Z_6$  indica que el flujo secundario de la estructura vortical es mayor en la proximidad de las esquinas correspondientes a estas posiciones. La configuración de las estructuras vorticales inferiores y superiores en diferentes posiciones angulares se muestra en las Figs. 3.13c y 3.13d. Claramente, los números de Nusselt más

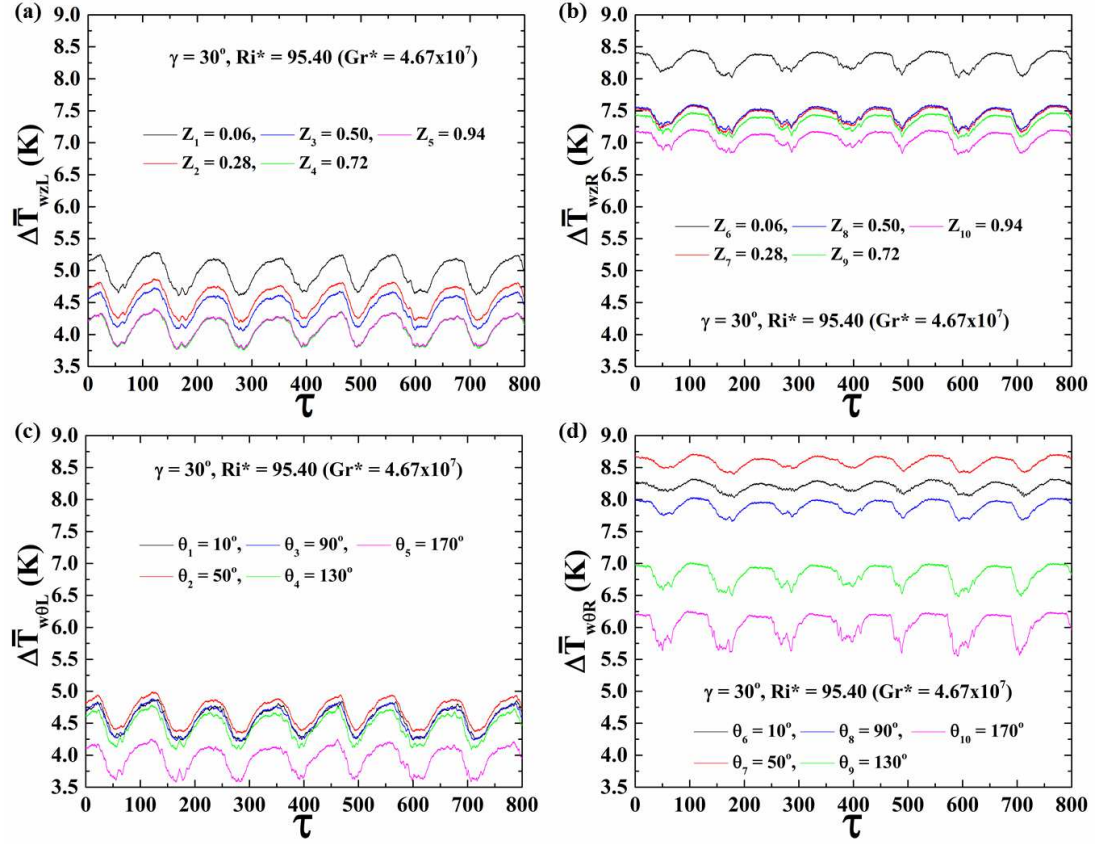


Fig. 3.13:  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 95.40$  y  $\gamma = 30^\circ$ . Imágenes superiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Imágenes inferiores: Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los subíndices  $L, R$  indican cavidad semicircular inferior y superior, respectivamente.

altos en la cavidad inferior y superior tienen lugar cerca del borde de salida de ambas cavidades en las posiciones  $\theta_5$  y  $\theta_{10}$ , respectivamente. Sin embargo, debido a la presencia de un fuerte flujo secundario, los números de Nusselt disminuyen progresivamente hacia la parte superior de cada cavidad.

### 3.5. Canal horizontal, $Re = 700$ , $\gamma = 0^\circ$

La Tabla 3.5 muestra los valores medidos de la diferencia de temperatura superficial promedio global, los números de Nusselt promedio globales y la respuesta térmica alcanzada para diferentes valores de  $Ri^*$ . En la configuración del

Tabla 3.5: Valores promedio globales en ambas cavidades para  $Re = 700$  y  $\gamma = 0^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta\tilde{T}_L \pm SD$	$\Delta\tilde{T}_R \pm SD$	$\widetilde{Nu}_L \pm SD$	$\widetilde{Nu}_R \pm SD$	Respuesta térmica
30.90	$1.52 \pm 0.02$	$3.59 \pm 0.11$	$39.54 \pm 0.54$	$16.77 \pm 0.50$	Estado estacionario
54.86	$2.63 \pm 0.02$	$6.78 \pm 0.09$	$40.47 \pm 0.26$	$15.74 \pm 0.19$	Estado estacionario
95.40	$4.20 \pm 0.02$	$12.74 \pm 0.30$	$44.17 \pm 0.26$	$14.58 \pm 0.34$	Estado estacionario
128.47	$5.47 \pm 0.01$	$18.35 \pm 0.19$	$46.98 \pm 0.05$	$14.01 \pm 0.15$	Estado estacionario

canal horizontal, debido a que la gravedad solo actúa indirectamente en contra del flujo forzado, el valor crítico del parámetro de flotación por encima del cual la transferencia de calor presenta un régimen oscilatorio periódico no se alcanza y la transferencia de calor alcanza un estado estacionario para todo valor de  $Ri^*$ . Los resultados muestran que para la configuración horizontal del canal los valores de las diferencias de temperatura superficial promedio globales incrementan de manera más evidente para la cavidad superior conforme aumenta el valor del parámetro de flotación. Por otra parte, los valores del número de Nusselt disminuyen progresivamente con el aumento del  $Ri^*$ . Para la cavidad inferior sucede lo opuesto a lo presentado por la cavidad superior. Este fenómeno se debe a que para esta configuración tiene lugar una mayor penetración del fluido frío forzado hacia el interior de la cavidad inferior. La Fig. 3.14 muestra cualitativamente los patrones de flujo para diferentes valores del parámetro de flotación. Claramente, conforme incrementa el valor del número de Richardson modificado, las dimensiones de la estructura vortical de la cavidad semicircular superior aumentan. Como resultado, el flujo frío forzado es acelerado en dirección de la estructura vortical de la cavidad semicircular inferior restringiendo el crecimiento de ésta y logrando una mayor rapidez de transferencia de calor. Nótese que para los valores más altos del parámetro de flotación, la estructura vortical de la pared superior no se encuentra confinada dentro de la cavidad semicircular y ésta se extiende a posiciones aguas arriba y aguas abajo de la apertura de ésta.

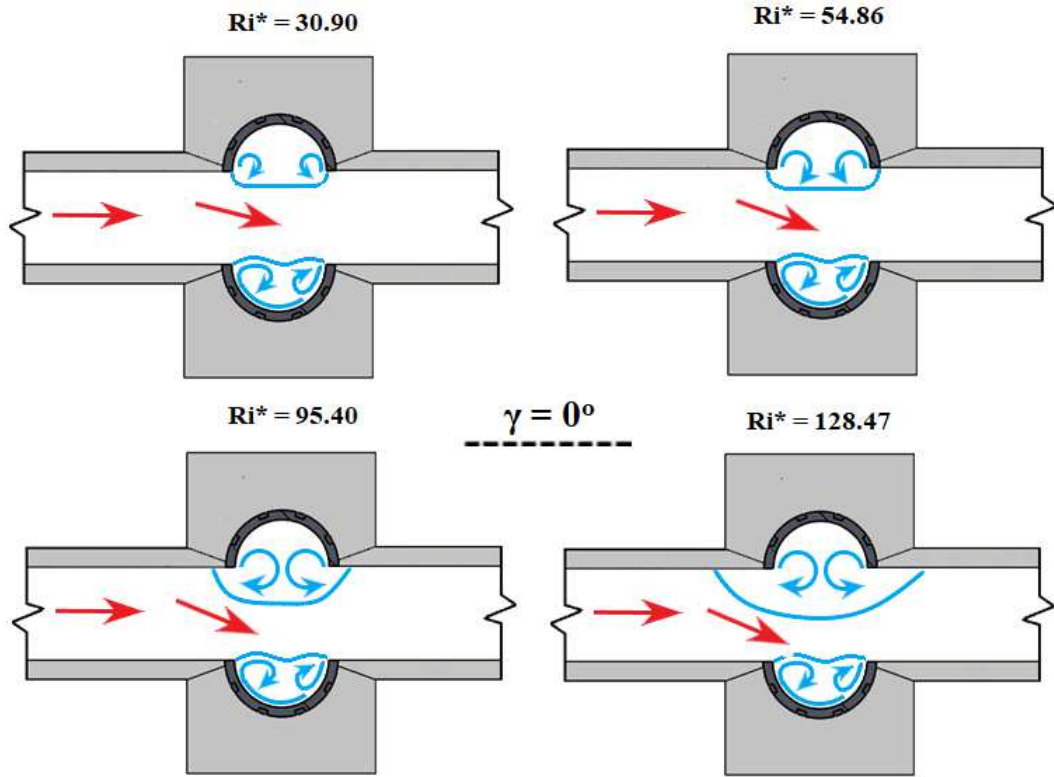


Fig. 3.14: Diagrama esquemático de los patrones de flujo para  $Re = 700$  y  $\gamma = 0^\circ$  en el plano de simetría del canal ( $Z = 0.5$ ) para diferentes valores del número de Richardson modificado.

### 3.6. Efecto de la relación de aspecto

El efecto de variar la relación de aspecto en las distribuciones de temperatura se muestra en las Figs. 3.15-3.19. Estas figuras muestran para mediciones seleccionadas la distribución de la diferencia de temperatura promedio por columna y por ángulo  $(\bar{T}_w(Z, \theta) - T_0)$  como una función de  $Ri^*$  y  $\gamma$ . Aquí, los símbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente. Las barras de error indican  $\pm$  desviación estándar. Cabe mencionar que para un número de  $Ri^*$  dado para  $AR = 2$ , el suministro de voltaje-corriente requerido para cada cavidad es dos veces mayor que para  $AR = 1$ . Como resultado de lo anterior, para  $AR = 2$  no se alcanzaron valores más altos del parámetro de flotación debido a restricciones en el equipo experimental. La Fig. 3.15 muestra para  $\gamma = 90^\circ$  el efecto de la variación del número de  $Ri^*$  en la distribución de la diferencia de temperatura promedio por columna y por ángulo. Claramente, en las Figs. 3.15a y 3.15b la asimetría térmica en los promedios por columna y por ángulo de ambas

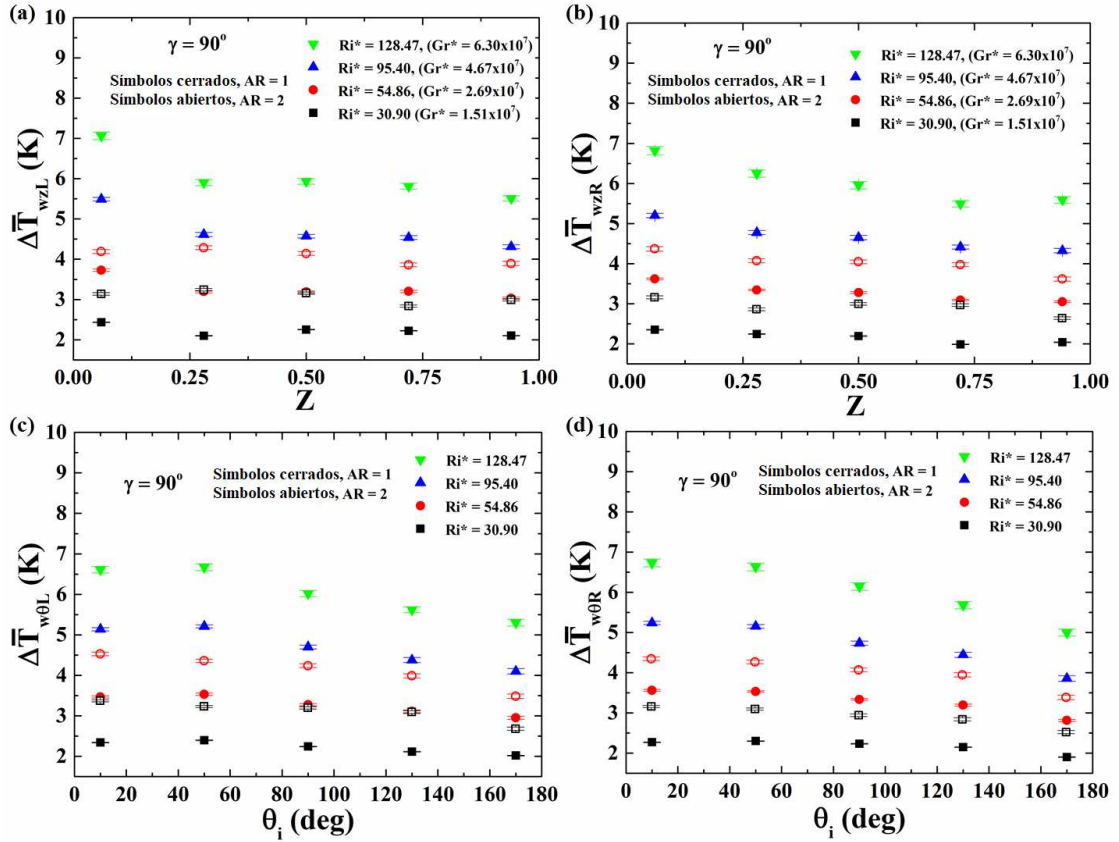


Fig. 3.15:  $Re = 700$  y  $\gamma = 90^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en direcci3n de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por 3ngulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los s3mbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente.

cavidades aumenta con el n3mero  $Ri^*$  para  $AR = 1$ . En contraste, para  $AR = 2$  se logra una temperatura de la superficie relativamente m3s uniforme y se producen mayores diferencias de temperatura en los promedios por columna. Las Figs. 3.15c y 3.15d muestran que para ambos valores de  $AR$  la diferencia de temperatura promedio por 3ngulo es menor cerca del borde de salida de las cavidades semicirculares y alcanza su m3ximo cerca del borde de ataque de cada cavidad. El incremento de las diferencias de temperatura conforme se aproxima el fluido a los bordes de ataque de ambas cavidades se debe principalmente a que el flujo forzado descendente penetra hacia el interior de las cavidades cerca del borde de salida de 3stas y aumenta su temperatura conforme asciende por la superficie curva de las mismas, como se muestra cualitativamente en los patrones de flujo de la Fig. 3.1. Sin embargo, n3tese que los valores medidos son m3s altos para  $AR = 2$ . Por

otra parte, la asimetría en los promedios por columna de ambas cavidades ilustra el efecto 3D debido al confinamiento que provoca que la distribución de las celdas de recirculación que se encuentran encapsuladas dentro de ambas cavidades no sea uniforme.

La Fig. 3.16 muestra las variaciones de la temperatura superficial para  $\gamma = 60^\circ$ . Claramente, aunque la diferencia de temperatura superficial promedio por columna y por ángulo para  $Ri^* = 30.90$  es mayor para  $AR = 2$ , la diferencia de temperatura entre  $AR = 1$  y  $AR = 2$  se reduce con respecto a la configuración de canal vertical para el mismo valor de  $Ri^*$ . Para esta configuración del canal,

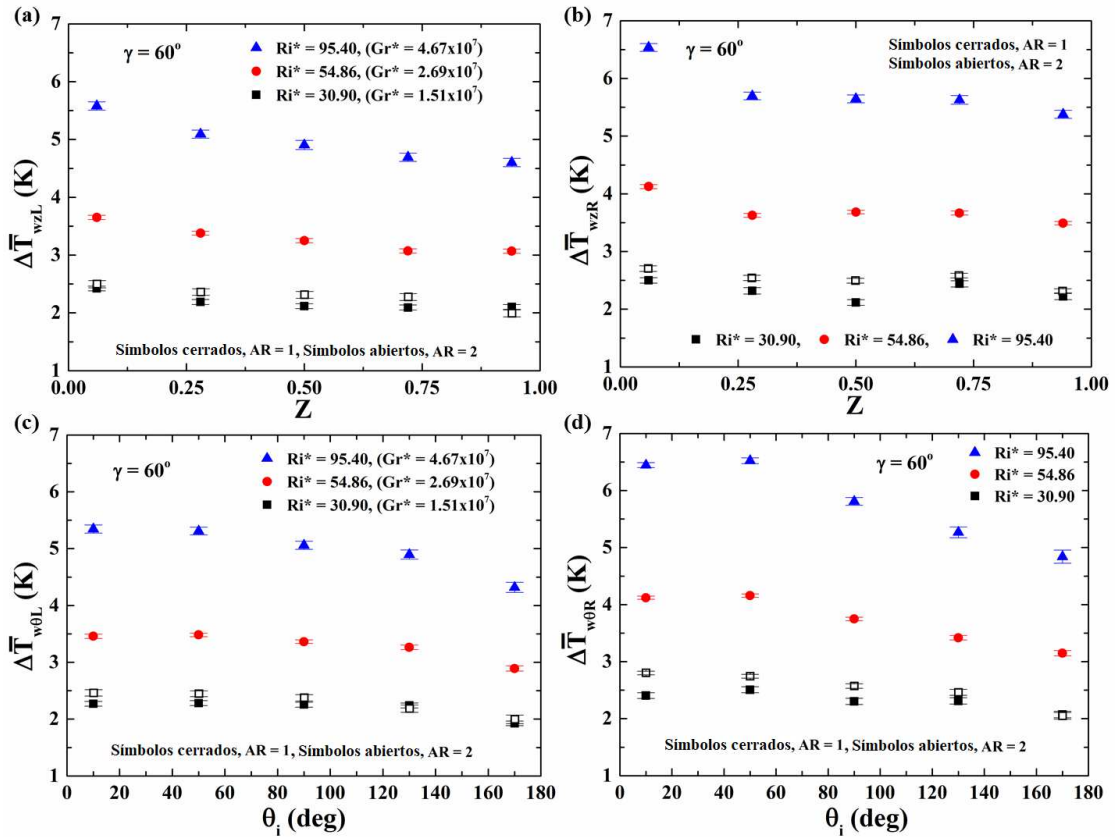


Fig. 3.16:  $Re = 700$  y  $\gamma = 60^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en dirección de la profundidad del canal,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los símbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente.

la estructura vortical compleja con varias celdas de recirculación de la cavidad superior asciende aguas arriba de la apertura de ésta generando un bloqueo parcial que desvía al fluido frío descendente hacia la cavidad inferior. Lo anterior provoca

un comportamiento más uniforme en las diferencias de temperatura promedio por columna y por ángulo en la cavidad inferior con respecto a los promedios obtenidos para la cavidad superior.

En la Fig. 3.17, aunque la distribución de la temperatura de ambas cavidades semicirculares en  $\gamma = 45^\circ$  es cualitativamente similar para ambos valores de  $AR$ , las diferencias de temperatura superficial promedio por columna y por ángulo son ligeramente más altas para  $AR = 2$ . Además, la distribución de la diferencia de

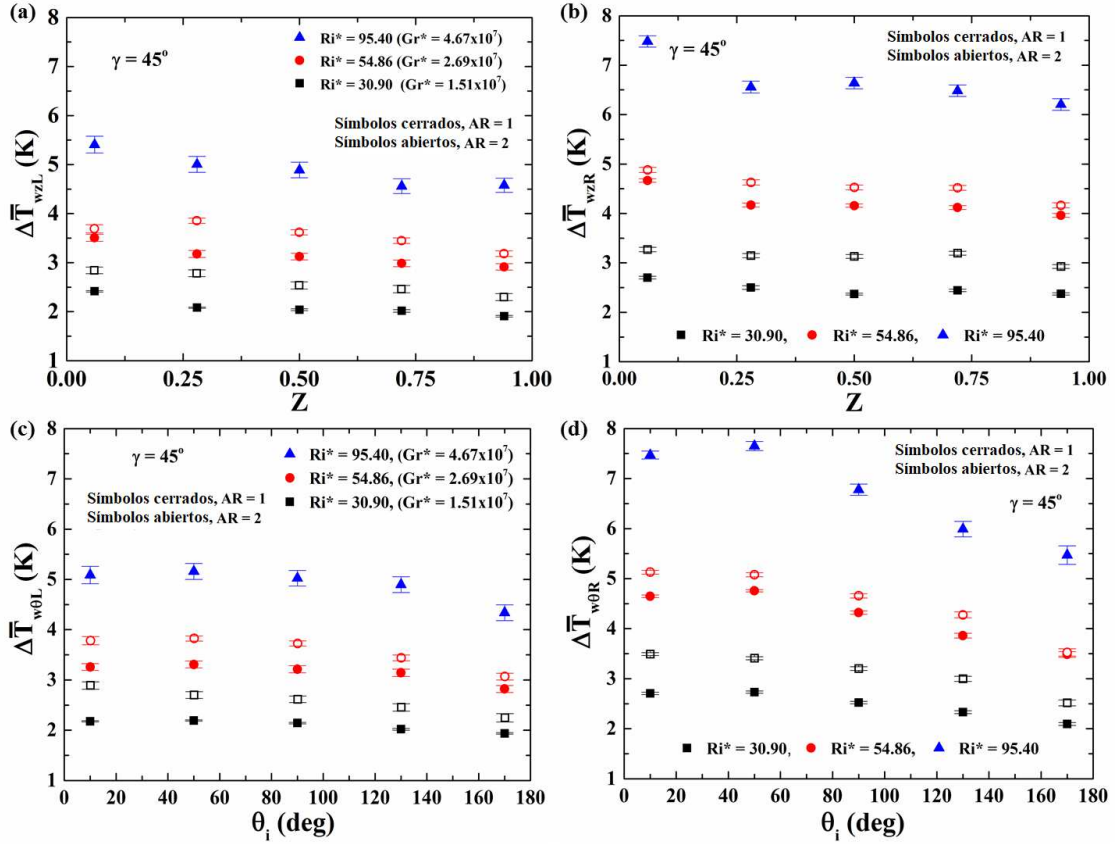


Fig. 3.17:  $Re = 700$  y  $\gamma = 45^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en direcci3n de la profundidad del canal,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por 3ngulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los s3mbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente.

temperatura entre  $AR = 1$  y  $AR = 2$  se reduce ligeramente cuando el par3metro de flotaci3n aumenta de  $Ri^* = 30.90$  a  $Ri^* = 50.40$ . Esto ocurre debido a que la celda vortical superior se desplaza hacia posiciones aguas arriba del canal conforme incrementa el par3metro de flotaci3n. N3tese que se observa un comportamiento opuesto en la Fig. 3.18 para  $\gamma = 30^\circ$ . Aqu3, la distribuci3n de la diferencia de

temperatura entre  $AR = 1$  y  $AR = 2$  aumenta conforme incrementa la flotación debido al hecho de que el vórtice que se encuentra aguas arriba aumenta su ancho en vez de desplazarse hacia posiciones aguas arriba de la cavidad superior. Pese a esto, las diferencias de temperatura promedio por ángulo presentan un aumento conforme se aproximan a los bordes de ataque de ambas cavidades.

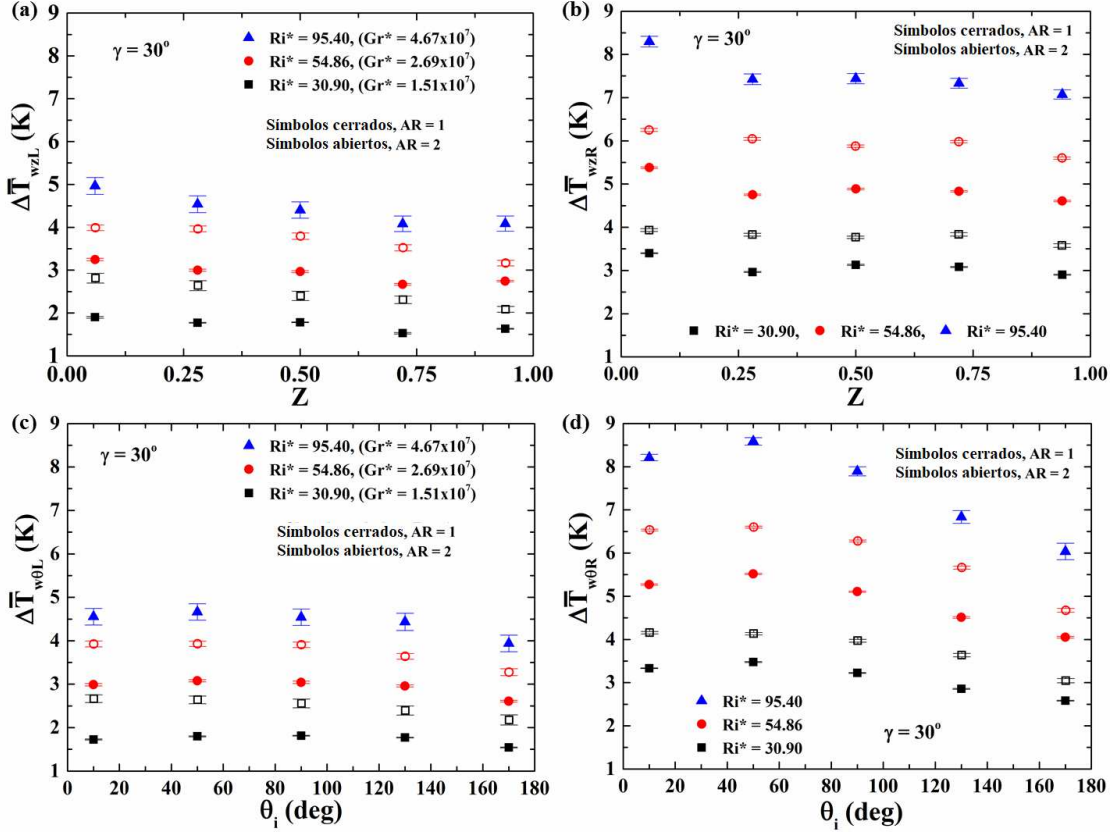


Fig. 3.18:  $Re = 700$  y  $\gamma = 30^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en direcci3n de la profundidad del canal,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por 3ngulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los s3mbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente.

La Fig. 3.19 muestra la variaci3n de la distribuci3n de la diferencia de temperatura promedio por columna y por 3ngulo para la configuraci3n del canal horizontal. En las Figs. 3.19a y 3.19b, ya que la velocidad del flujo forzado aumenta con el incremento del n3mero de  $Ri^*$ , debido al bloqueo parcial inducido por la estructura de v3rtice superior, el v3rtice inferior tiene una interacci3n mayor con el flujo descendente. Como tal, la temperatura superficial de la cavidad semicircular inferior y superior disminuye y aumenta, respectivamente. En las Figs. 3.19c



y 3.19d, las diferencias más altas en las temperaturas promedio por ángulo tienen lugar en el borde de ataque de cada cavidad y progresivamente disminuye hacia las posiciones angulares  $\theta_i = 10^\circ$  y  $\theta_i = 170^\circ$ .

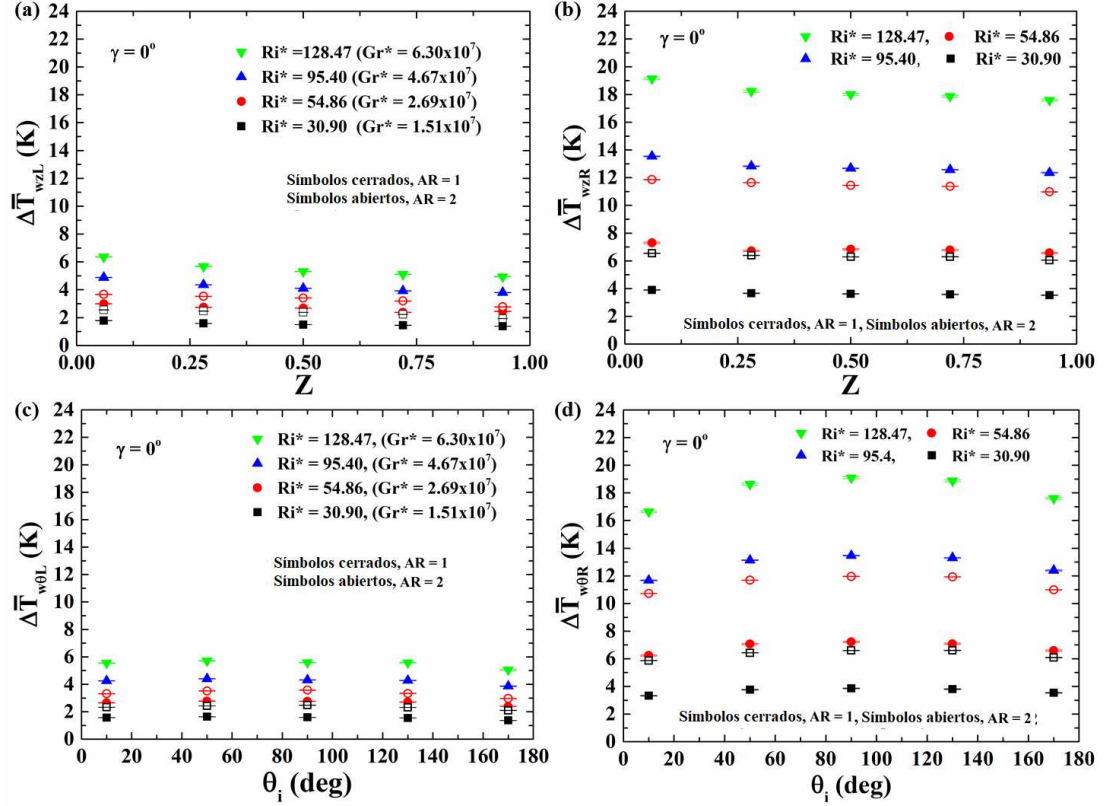


Fig. 3.19:  $Re = 700$  y  $\gamma = 0^\circ$ : (a) y (b) Diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) en direcci3n de la profundidad del canal,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) y (d) Diferencia de temperatura promedio por 3ngulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Los s3mbolos cerrados y abiertos corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente.

Para ilustrar mejor el efecto de la relaci3n de aspecto del canal en el flujo y la respuesta t3rmica del sistema, las Figs. 3.20 y 3.21 muestran para  $\gamma = 60^\circ$  las variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna y por 3ngulo para  $Ri^* = 30.90$  y ambos valores de  $AR$ , respectivamente. La Fig. 3.20 claramente muestra que las variaciones de temperatura superficial promedio por columna en direcci3n de la profundidad del canal tienen una mayor amplitud y frecuencia de oscilaci3n para  $AR = 2$ . Esto sucede debido a que la velocidad media  $u_0$  es menor para  $AR = 2$ . Cabe mencionar que la estructura vortical que se encuentra aguas arriba de la apertura de la cavidad superior es m3s ancha y m3s

gruesa para  $AR = 1$ . Esto provoca que el bloqueo parcial del flujo descendente sea mayor, por lo que el flujo forzado se acelera induciendo valores locales más altos cerca de cada cavidad semicircular, lo que explica por qué para el mismo valor del parámetro de flotación los números de Nusselt son más altos para  $AR = 1$  que para  $AR = 2$ .

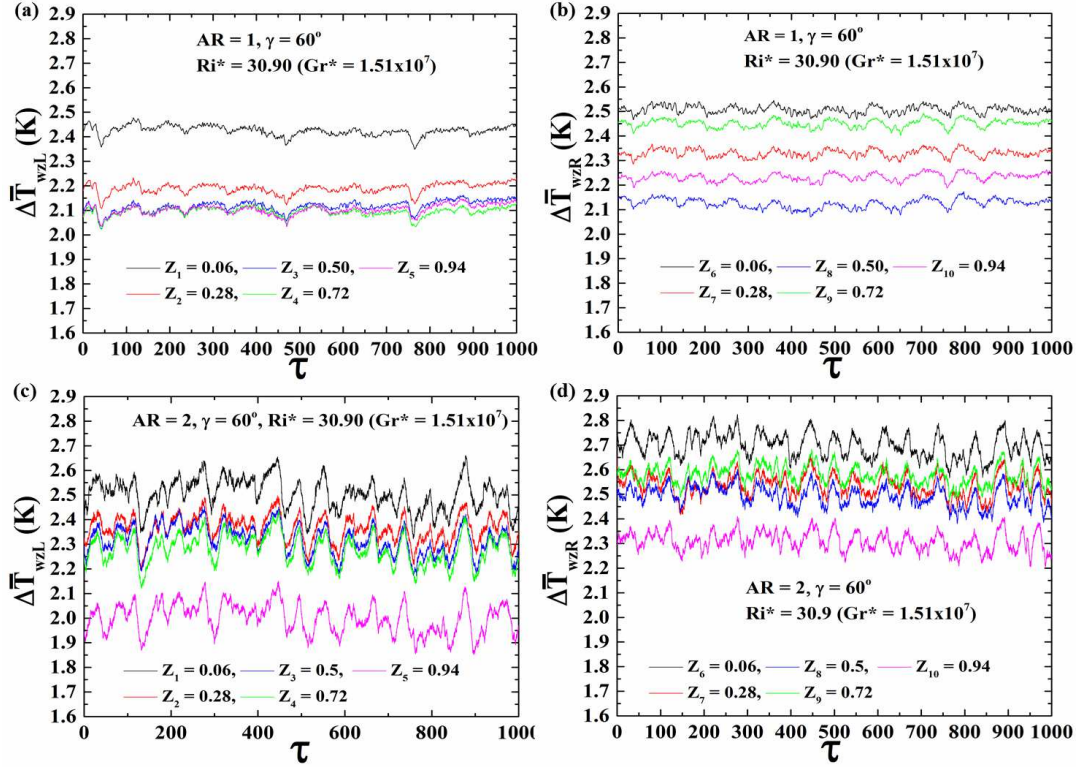


Fig. 3.20:  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 30.90$  ( $Gr^* = 1.51 \times 10^7$ ) y  $\gamma = 60^\circ$ : Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por columna ( $Z_i$ ) a lo largo de la profundidad del canal,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Las imágenes superiores e inferiores corresponden a  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente.

Las variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo mostradas en la Fig. 3.21 revelan diferencias importantes en la dinámica de la estructura vortical de cada cavidad semicircular para ambas relaciones de aspecto del canal, lo que indica que los efectos 3D sobre el flujo y la distribución de temperatura es mayor para  $AR = 2$ . Estos resultados proporcionan una comprensión profunda del efecto de la relación de aspecto sobre la dinámica de los vórtices y las distribuciones de temperatura superficial logradas por las cavidades semicirculares. Aquí se puede observar que debido a que la velocidad media  $u_0$  disminuye para la relación de aspecto de  $AR = 2$ , los números de Nusselt disminuyen y las

diferencias de temperatura superficial aumentan.

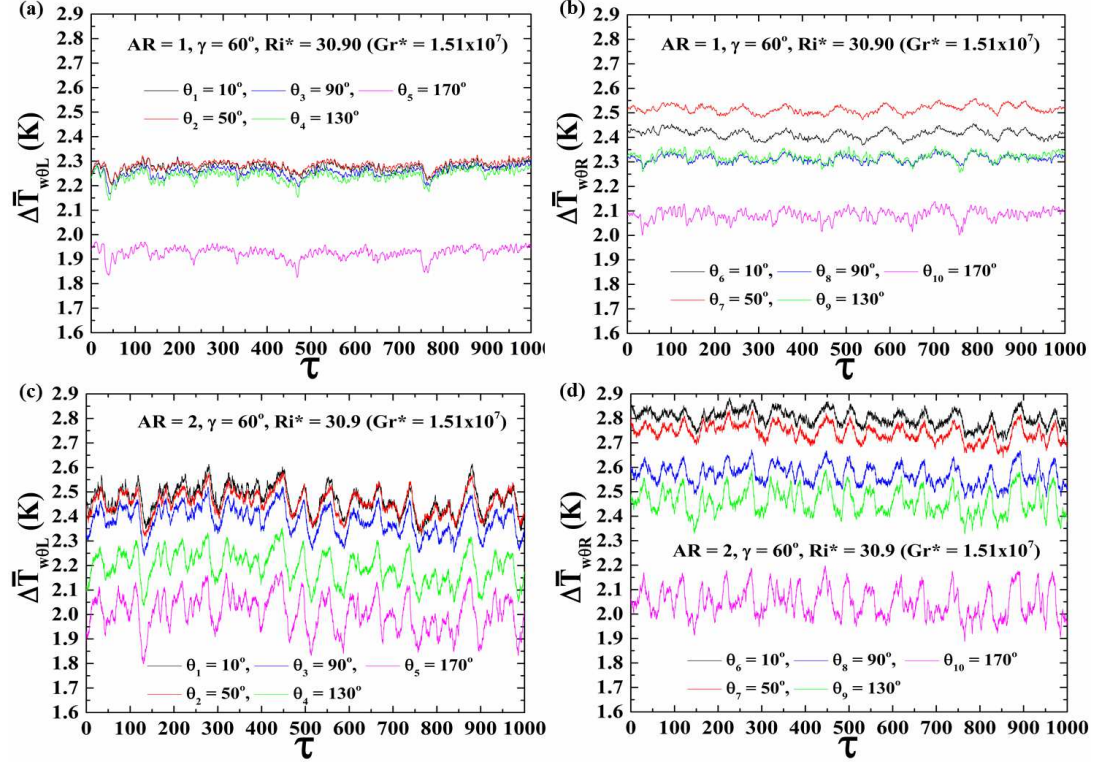


Fig. 3.21:  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 30.90$  ( $Gr^* = 1.51 \times 10^7$ ) y  $\gamma = 60^\circ$ : Variaciones temporales de la diferencia de temperatura promedio por ángulo ( $\theta_i$ ) en diferentes posiciones angulares,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . Imágenes superiores e inferiores mostrando  $AR = 1$  y  $AR = 2$ , respectivamente.

### 3.7. Número de Nusselt promedio global

La Fig. 3.22 muestra una gráfica universal con el efecto de la orientación del canal en el número de Nusselt promedio temporal-espacial ( $\widetilde{Nu}_j = 1/\Delta\tau \int_{\tau_0}^{\tau_0+\Delta\tau} Nu_j d\tau$ ) de cada cavidad para  $Re = 700$ , varios valores de  $Ri^*$  y los dos valores de  $AR$ . En esta figura, los símbolos abiertos y cerrados corresponden a la cavidad semicircular derecha (superior) e izquierda (inferior), respectivamente. Las barras de error indican  $\pm$  desviación estándar. Cabe destacar que para un valor fijo de  $Ri^*$ , la dependencia entre los números de Nusselt promedio globales y la inclinación del canal no es monótona. Esto sucede porque para la configuración de canal vertical ( $\gamma = 90^\circ$ ), el flujo secundario inducido por la flotación actúa directamente en contra del flujo forzado, se alcanzan mayores tasas de transferencia de calor y la

respuesta térmica presenta una ligera asimetría. Para  $\gamma = 60^\circ, 45^\circ$  y  $30^\circ$ , a medida que el valor del ángulo de inclinación disminuye, la asimetría de la respuesta térmica aumenta conforme se incrementa el  $Ri^*$ . Esto sucede porque el flujo de recirculación de las estructuras vorticales superior e inferior alcanza temperaturas de superficie más altas y más bajas, respectivamente. Para la configuración del canal horizontal ( $\gamma = 0^\circ$ ), a medida que el parámetro de flotación aumenta, el tamaño y la fuerza del vórtice superior aumenta y el número de Nusselt promedio temporal-espacial de la cavidad superior disminuye. El efecto opuesto se produce en la cavidad inferior, donde tiene lugar una mayor penetración del flujo forzado frío hacia la cavidad semicircular inferior debido al incremento en la velocidad provocado por el bloqueo parcial generado por la estructura vortical de la cavidad superior. Por lo tanto, los números de Nusselt son mayores en la cavidad inferior para todos los valores de  $Ri^*$ .

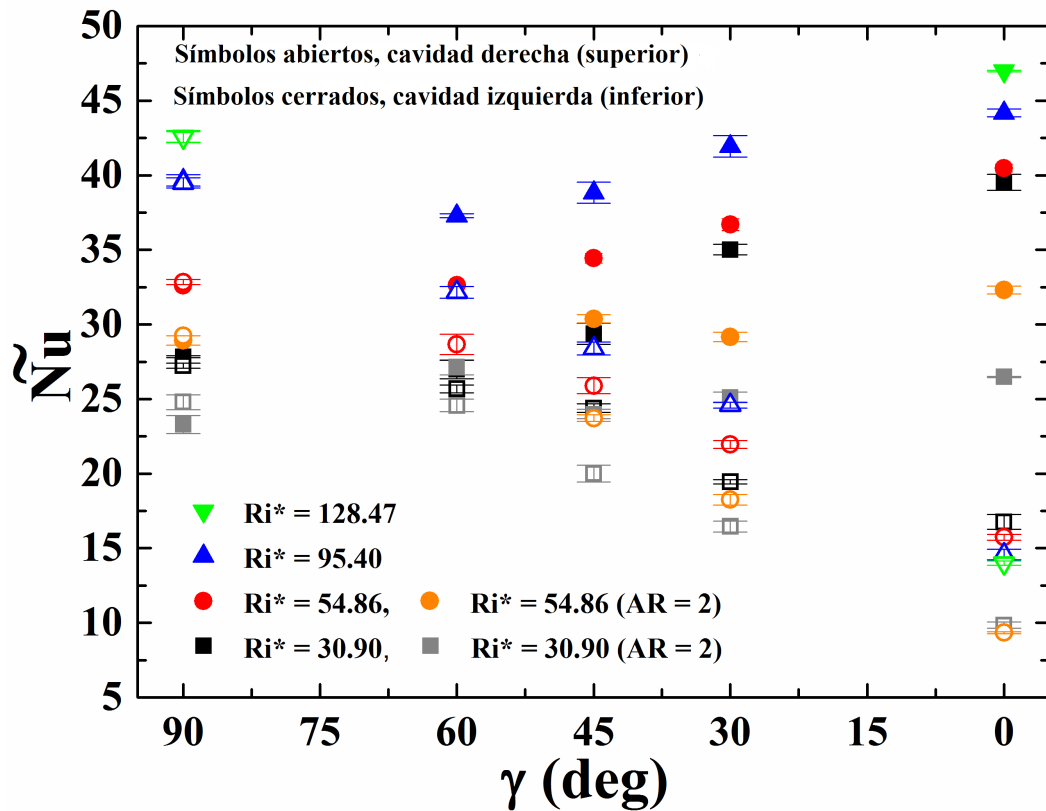


Fig. 3.22: Efecto del ángulo de inclinación del canal ( $\gamma$ ) en el número de Nusselt promedio temporal-espacial para ambos valores de  $AR$  y una amplia gama de valores de  $Ri^*$ , con un fijo de Reynolds de  $Re = 700$ . Los símbolos vacíos y llenos corresponden a la cavidad semicircular derecha e izquierda, respectivamente.

### 3.8. Efecto del número de Reynolds

La Fig. 3.23 muestra, para la configuración del canal vertical ( $\gamma = 90^\circ$ ), los números de Nusselt promedio temporal-espacial de cada cavidad semicircular para ambos valores de  $AR$ , números de Richardson modificados de hasta  $Ri^* = 128.47$  y de Reynolds de  $Re = 500, 700, 1000$  y  $1500$ . Aquí, los símbolos abiertos y cerrados corresponden a la cavidad semicircular izquierda y derecha, respectivamente. Claramente, para un valor fijo del número de Richardson modificado, los números

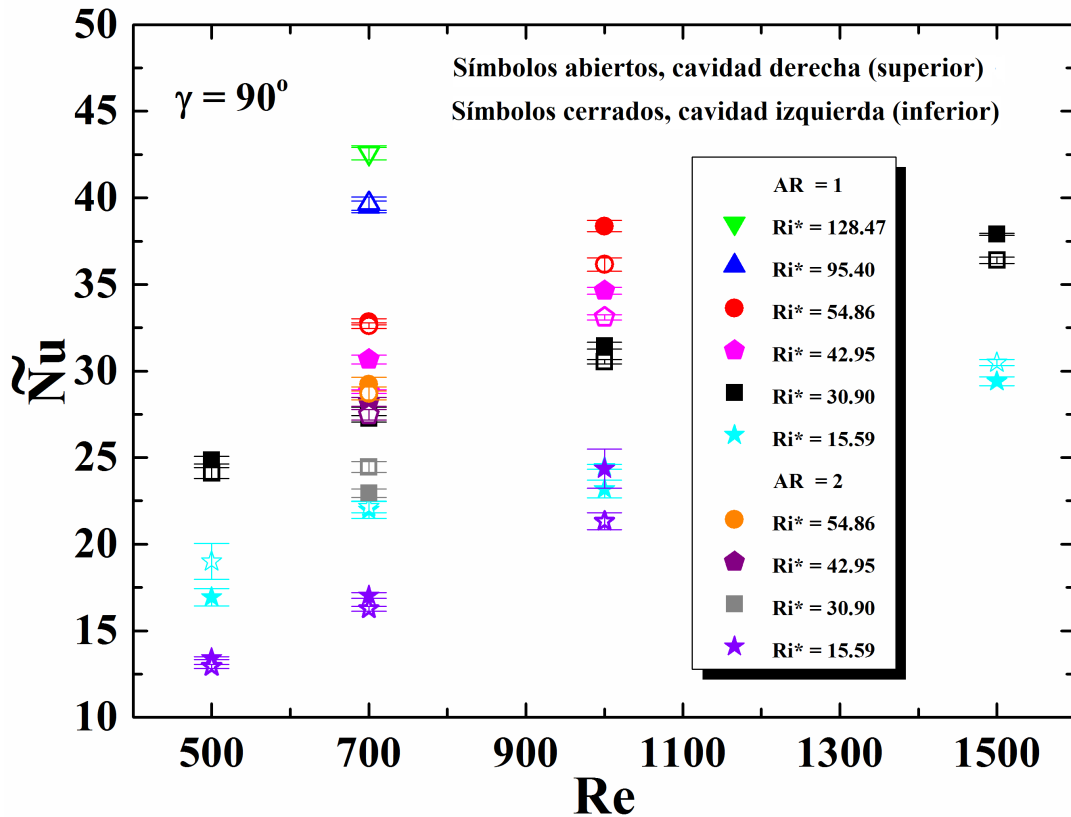


Fig. 3.23: Efecto del número de Reynolds en el número de Nusselt promedio temporal-espacial para ambos valores de  $AR$ ,  $\gamma = 90^\circ$  y una amplia gama de valores de  $Ri^*$ . Los símbolos vacíos y llenos corresponden a la cavidad semicircular derecha e izquierda, respectivamente.

de Nusselt aumentan con el incremento del número de  $Re$ . Debido a la presencia de flujo secundario, se observa una ligera asimetría en la respuesta térmica del flujo para todos los valores de  $Re$  estudiado. Además, se obtienen números de Nusselt más bajos para  $AR = 2$  con respecto a  $AR = 1$ . La Tabla 3.6 muestra para ambas relaciones de aspecto el flujo de calor de convectivo neto transferido

Tabla 3.6: Flujo de calor de convectivo neto transferido al fluido para ambas relaciones de aspecto como una función de  $Re$ ,  $Ri^*$  y para  $\gamma = 90^\circ$ .

$Re$	$Ri^*$	15.59	30.90	42.95	54.86	95.40	128.47
500	$\dot{q}$ (W/m <sup>2</sup> )	175.73	371.52				
700	$\dot{q}$ (W/m <sup>2</sup> )	364.03	728.18	1002.90	1278.30	2171.99	2976.72
1000	$\dot{q}$ (W/m <sup>2</sup> )	742.83	1486.09	2046.74	2608.77		
1500	$\dot{q}$ (W/m <sup>2</sup> )	1671.58	3343.70				

al fluido para todos los valores calculados de  $Re$  y  $Ri^*$  mostrados en la Fig. 3.23.

# Capítulo 4

## Conclusiones

Se llevó a cabo un estudio experimental para investigar la convección mixta opuesta transitoria en un flujo laminar incompresible en un canal de longitud finita con dos cavidades semicirculares abiertas sujetas a una condición de flujo de calor uniforme mientras el resto de las paredes del canal son adiabáticas. Las cavidades semicirculares están dispuestas simétricamente en dos paredes opuestas del canal. Los efectos de los números de Reynolds y de Richardson modificado (Grashof modificado), el ángulo de inclinación y la relación de aspecto del canal en las características térmicas tridimensionales de cada cavidad semicircular se han evaluado utilizando agua como fluido de trabajo. A partir de las mediciones experimentales, se obtuvieron las variaciones en el tiempo de las diferencias promedio de temperatura de pared y los números de Nusselt promedio de cada cavidad semicircular. Además, la distribución espectral de la energía fluctuante, los diagramas de fase con las oscilaciones autosostenidas del sistema y los tiempos característicos de las oscilaciones de temperatura se presentaron para un amplio intervalo en el espacio paramétrico. Los resultados cuantitativos de la distribución de la temperatura superficial local de cada cavidad revelan zonas de recirculación y reversión de flujo dentro de la estructura vortical compleja que se forma cerca de cada fuente de calor. Los resultados obtenidos muestran que para un valor fijo del ángulo de inclinación, a medida que los números de Reynolds y de Richardson modificado aumentan, los números de Nusselt también aumentan. Con base en las distribuciones de temperatura medidas, se pueden hacer las siguientes observaciones.

1. Para la configuración del canal vertical ( $\gamma = 90^\circ$ ), a medida que el valor de  $Ri^*$  aumenta de 30.90 a 128.47, el valor promedio de los números de Nusselt aumenta de 27.55 a 42.58 (incremento del 54.6 %).
2. Para una inclinación del canal de  $\gamma = 60^\circ$ , la respuesta térmica es cuasi-periódica para todos los valores del parámetro de flotación debido a un

patrón de flujo que presenta dos vórtices que oscilan con diferentes frecuencias y que periódicamente se fusionan formando una estructura vortical compleja cerca de cada cavidad. Aquí, es evidente un aumento en la frecuencia y amplitud de las oscilaciones de los números de Nusselt promedio con el incremento del número de  $Ri^*$ .

3. Para  $\gamma = 45^\circ$ , la fuerza de flotación se reduce y se requieren valores más altos de  $Ri^*$  para inducir una oscilación en la respuesta térmica del flujo. Sin embargo, después de que se desencadena la bifurcación de Hopf, se produce una respuesta mono-espectral y los números de Nusselt promedio de ambas cavidades oscilan con la misma frecuencia fundamental.
4. Para  $\gamma = 30^\circ$ , se requieren valores más altos del parámetro de flotación para desencadenar la bifurcación de Hopf y la oscilación térmica para este caso se presenta únicamente para el valor más alto de  $Ri^* = 95.40$ . Aquí, la cavidad inferior y superior presenta oscilaciones de amplitud grande y pequeña con la misma frecuencia, respectivamente.
5. Para la configuración del canal horizontal ( $\gamma = 0^\circ$ ), debido a que la gravedad actúa solo indirectamente en contra del flujo forzado, se produce una respuesta térmica estacionaria para todos los valores de  $Ri^*$  y los números de Nusselt promedio solo aumentan de 28.16 a 30.50 (incremento del 8.31 %).
6. Se ha encontrado que desempeño térmico (transferencia de calor) es una función importante del  $Ri^*$  y del  $\gamma$ , así como una función relativamente débil de la relación de aspecto del canal. Sin embargo, con un aumento en la relación de aspecto del canal para todos los valores de  $\gamma$ , las oscilaciones de flujo y temperatura presentan una mayor amplitud y frecuencia que reducen el desempeño térmico (transferencia de calor) para todas las orientaciones del canal.

Los resultados de este estudio sugieren varias pautas para el diseño de sistemas de enfriamiento de paquetes electrónicos, donde la geometría de los dispositivos electrónicos y la disposición de los componentes electrónicos sugieren la implementación de geometrías complejas. En particular, la geometría de una cavidad semicircular es muy común en aplicaciones ingenieriles de colectores solares, en la construcción y operación de reactores nucleares y químicos, y en el diseño cámaras de combustión. Ejemplos de estas aplicaciones se encuentran en las referencias [35–39].



# Referencias

- [1] L. Jiji, *Heat Convection*, Springer, New York, 2006.
- [2] A. Bejan, *Convection Heat Transfer*, Wiley, North Carolina, 2004.
- [3] F. Incropera, Buoyancy effects in double-diffusive and mixed convection flows, *Proc. 8th Int. Heat Transfer Conference*, C.L. Tien, V.P. Carey, and J.K. Ferrel, eds. 1 (1986) 121–130.
- [4] B. Gebhart, Y. Jaluria, R. Mahajan, B. Sammakia, *Buoyancy-induced Flows and Transport*, Hemisphere, Chapter 10, Washington, DC, 1988.
- [5] F. Incropera, Convective heat transfer in electronic equipment cooling, *American Society of Mechanical Engineers Journal Heat Transfer* 110 (1988) 1097–1111.
- [6] J. Hartnett, M. Kostic, Heat transfer to newtonian and non-newtonian fluids in rectangular ducts, *Advances in Heat Transfer* 19 (1989) 247–356.
- [7] C. Migeon, A. Texier, G. Pineau, Effects of lid-driven cavity shape on the flow establishment phase, *J. Fluid Struct.* 14 (2000) 469–488.
- [8] C. Bi, G. H. Tang, W. Q. Tao, Heat transfer enhancement in mini-channel heat sinks with dimples and cylindrical grooves, *Int. J. Heat Mass Tran.* 55 (2013) 121–132.
- [9] A. A. Ramadhan, Y. T. A. Anii, A. J. Shareef, Groove geometry effects on turbulent heat transfer and fluid flow, *Heat Mass Transfer* 49 (2013) 185–195.
- [10] J. Liu, G. Xie, T. W. Simon, Turbulent flow and heat transfer enhancement in rectangular channels with novel cylindrical grooves, *Int. J. Heat Mass Tran.* 81 (2015) 563–577.
- [11] C.-L. Chen, Y.-C. Chun, T.-F. Lee, Experimental and numerical studies on periodic convection flow and heat transfer in lid-driven arc-shape cavity, *Heat Mass Transfer* 41 (2004) 58–66.

- [12] C.-L. Chen, C.-H. Cheng, Experimental and numerical study on mixed convection and flow pattern in a lid-driven arc-shape cavity, *Int. Commun. Heat Mass* 39 (2012) 1563–1571.
- [13] F. Zhang, X. Wang, J. Li, Flow and heat transfer characteristics in rectangular channels using combination of convex-dimples with grooves, *Appl. Therm. Eng.* 113 (2017) 926–936.
- [14] P. Biswal, T. Basak, Bejan’s heatlines and numerical visualization of convective heat flow in differentially heated enclosures with concave/convex side walls, *Energy* 64 (2014) 69–94.
- [15] C. Saidi, F. Legay-Desesquelles, B. Prunet-Foch, Laminar flow past a sinusoidal cavity, *Int. J. Heat Mass Tran.* 30 (1987) 649–661.
- [16] K. Bilen, M. Cetin, H. Gul, T. Balta, The investigation of groove geometry effect on heat transfer for internally grooved tubes, *Appl. Therm. Eng.* 29 (2009) 753–761.
- [17] M. Komeil, R. Rohollah, T. Farhad, Effects of rib shapes on heat transfer characteristics of turbulent flow of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid inside ribbed tubes, *Iran. J. Chem. Chem. Eng.* 34 (2015) 61–77.
- [18] A. K. Azad, M. J. H. Munshi, M. M. Rahman, Double diffusive mixed convection in a channel with a circular heater, *Procedia Eng.* 56 (2013) 157–162.
- [19] E. H. Ridouane, A. Campo, Heat transfer and pressure drop characteristics of laminar air flows moving in a parallel-plate channel with transverse hemicylindrical cavities, *Int. J. Heat Mass Tran.* 50 (2007) 3913–3924.
- [20] F. Moukalled, A. Doughan, S. Acharya, Parametric study of mixed convection in channels with concave and convex surfaces, *Int. J. Heat Mass Tran.* 43 (2000) 1947–1963.
- [21] C.-L. Chen, C.-H. Cheng, Predictions of buoyancy-induced flow in various across-shape concave enclosures, *Int. Commun. Heat Mass* 38 (2011) 442–448.
- [22] C. Ozalp, A. Pinarbasi, B. Sahin, Experimental measurement of flow past cavities of different shapes, *Exp. Therm. Fluid Sci.* 34 (2010) 505–515.
- [23] A. Leontiev, N. Kiselev, Y. Vinogradov, M. Strongin, A. Zditovets, S. Burtev, Experimental investigation of heat transfer and drag on surfaces coated with dimples of different shape, *Int. J. of Thermal Sciences* 118 (2017) 152–167.


- [24] C.-L. Chen, C.-H. Cheng, Buoyancy-induced flow and convective heat transfer in an inclined arc-shape enclosure, *Int. J. Heat Fluid Flow* 23 (2002) 823–830.
- [25] C.-L. Chen, C.-H. Cheng, Numerical predictions of natural convection with liquid fluids contained in an inclined arc-shaped enclosure, *Int. Commun. Heat Mass* 39 (2012) 209–215.
- [26] G. I. Mahmood, P. M. Ligrani, Heat transfer in a dimpled channel: combined influences of aspect ratio, temperature ratio, Reynolds number and flow structure, *Int. J. Heat Mass Tran.* 45 (2002) 2011–2020.
- [27] M. Pizzarelli, F. Nasuti, M. Onofri, Trade-off analysis of high-aspect-ratio-cooling- channels for rocket engines, *Int. J. Heat Fluid Flow* 44 (2013) 458–467.
- [28] H. Chung, J. S. Park, S. Park, S. M. Choi, D.-H. Rhee, H. H. Cho, Augmented heat transfer with intersecting rib in rectangular channels having different aspect ratios, *Int. J. Heat Mass Tran.* 88 (2015) 357–367.
- [29] C. Tanda, Experiments on natural convection in water-cooled ribbed channels with different aspect ratios, *Int. J. Heat Mass Tran.* 110 (2017) 606–612.
- [30] A. Candana, B. Markalb, O. Aydina, M. Avcia, Saturated flow boiling characteristics in single rectangular minichannels: effect of aspect ratio, *Experimental Heat Transfer* 31 (2018) 531–551.
- [31] A. Barletta, E. Zanchini, On the choice of the reference temperature for fully-developed mixed convection in a vertical channel, *Int. J. Heat Mass Transf.* 42 (1999) 3169–3181.
- [32] E. Kchoc, M. Davics, D. Newport, Mixed convection cooling of horizontally mounted printed circuit board, *IEEE Trans. Compon. Packag. Technol.* 26 (2003) 126–133.
- [33] C. Rao, C. Balaji, S. Venkateshan, Effect of surface radiation on conjugate mixed convection in a vertical channel with a discrete heat source in each wall, *Int. J. Heat Mass Transfer* 45 (2002) 3331–3347.
- [34] S. Kline, F. McClintock, Describing uncertainty in single sample experiments, *Mech. Eng.* 75 (1953) 3–12.
- [35] F. Ideriah, Prediction of turbulent cavity flow driven by buoyancy and shear, *J. Mech. Eng. Sci.* 22 (1980) 287–295.

- [36] J. Imberger, P. Hamblin, Dynamics of lakes, reservoirs, and cooling ponds, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 14 (1982) 153–187.
- [37] C. Cha, Y. Jaluria, Recirculating mixed convection flow for energy extraction, *Int. J. Heat Mass Transfer* 27 (1984) 1801–1810.
- [38] M. Moallemi, K. Jang, Prandtl number effects on laminar mixed convection heat transfe in a lid-driven cavity, *Int. J. Heat Mass Tran.* 35 (1992) 1881–1882.
- [39] H. Abu-Mulaweh, A review of research on laminar mixed convection flow over backward- and forward-facing steps, *Int. Journal of Thermal Sciences* 42 (2003) 897–909.





# Transient mixed convection in a channel with two facing discretely heated semicircular cavities: Buoyancy, inclination angle, and channel aspect ratio effects

Faustino Pérez-Flores<sup>a</sup>, César Treviño<sup>b,c</sup>, Israel Yescas Rosas<sup>d</sup>, Francisco Solorio<sup>a</sup>, and Lorenzo Martínez-Suástegui <sup>d,e</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Termofluidos, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, Mexico; <sup>b</sup>UMDI, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Sisal, Yucatán, Mexico; <sup>c</sup>Chemical Kinetics Laboratory, Institute of Chemistry, Eötvös Lorand University, ELTE, Budapest, Hungary; <sup>d</sup>ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, Mexico; <sup>e</sup>Colegio de Ciencia y Tecnología, Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Ciudad de México Mexico

## ABSTRACT

Space-averaged surface temperature distributions and overall Nusselt number measurements have been carried out to study the transient mixed convection heat transfer in a channel with two facing and symmetrically heated semicircular cavities. Effects of buoyancy, channel orientation, and channel aspect ratio on thermal behavior have been investigated from  $Re$  500 to 1,500. Depending on the parametric set, steady, oscillatory, and irregular thermal regimes have been identified. The natural frequencies and time scales of the oscillatory regimes have been obtained using spectral analysis. Results show that with increase in channel aspect ratio, the heat transfer performance reduces for all inclination angles.

## ARTICLE HISTORY



Received 5 June 2018  
Accepted 24 August 2018

## KEYWORDS

arc-shape cavity; circular groove; oscillatory flows; concave-wall boundary layer; three-dimensional heat transfer

## Introduction

The flow past square and rectangular cavities has been a topic of great interest and has been extensively studied since it is frequently encountered in practical engineering applications. In contrast with the comprehensive work done with square and rectangular cavities [1, 2], studies of heat and fluid flow in literature related to complex-shape cavities have received relatively little attention. According to the reports presented by a number of authors [3–10], introducing curved surfaces has been proven an effective technique for heat transfer enhancement in the electronics industry and heat exchanger technology, as these complex geometries develop recirculation regions that increase the bulk flow mixing and significantly improve the thermal performance of heat transfer devices [11–14]. Saidi, Legay-Desesquelles, and Prunet-Foch [15] studied numerically and experimentally the dynamic and thermal properties of a laminar flow past a sinusoidal cavity with and without suction. They determined velocity and temperature fields and showed that the first vortex gives birth to two or more vortices that increase in size as the flow velocity increases. Bilen, Cetin, Gul, and Balta [16] performed an experimental study of surface heat transfer and friction characteristics of a fully developed turbulent airflow in different grooved tubes for different geometric groove shapes (circular, trapezoidal, and rectangular). Their results show that heat transfer enhancement is higher for the circular groove, being up to 63% higher in comparison with the smooth tube at the highest Reynolds number ( $Re = 38,000$ ). Komeil, Rohollah, and Farhad [17] investigated numerically the convection

**CONTACT** Lorenzo Martínez-Suástegui  [lamartinezs@ipn.mx](mailto:lamartinezs@ipn.mx)  ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional, Avenida de las Granjas No. 682, Colonia Santa Catarina, Delegación Azcapotzalco, Ciudad de México 02250, Mexico; Colegio de Ciencia y Tecnología, Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Ciudad de México 09940, Mexico

Color versions of one or more of the figures in the article can be found online at [www.tandfonline.com/ueht](http://www.tandfonline.com/ueht).

heat transfer of  $Al_2O_3$ -water nano-fluid turbulent flow through internally ribbed tubes with different rib shapes (rectangular, trapezoidal, and semicircular) subjected to a constant-wall heat flux condition. Their simulations demonstrate that due to enhanced mixing, trapezoidal and semicircular tubes have higher Nusselt number than the rectangular ribbed tubes with the same diameters. Sukesan and Dhiman [18] investigated numerically the effects of  $Re$ ,  $Ri$ ,  $Pr$ , and blockage ratio on the cross-buoyancy mixed convection around a confined semicircular cylinder in a channel and obtained a heat transfer correlation for the averaged Nusselt number in the range of control parameters. Dhiman, Gupta, and Baranyi [19] studied numerically the two-dimensional (2D) mixed convection heat transfer from a heated circular cylinder asymmetrically placed in a horizontal channel using  $Re$ ,  $Ri$ ,  $Pr$ , blockage ratio, and gap ratio as the controlling parameters. Depending on the parametric set, they identified steady and time periodic regimes. Azad, Munshi, and Rahman [20] studied numerically the double-diffusive mixed convection in an open channel with a circular heater on the bottom wall for fixed Reynolds and Prandtl numbers of 100 and 0.7, respectively. They presented the results for flow field, temperature, and concentration distribution with detailed analysis on heat and mass transfer and pointed out that the Lewis number has a strong influence on the strength of the rotating cell inside the cavity. Ridouane and Campo [21] studied numerically the heat transfer and pressure drop characteristics of laminar airflows moving in a parallel-plate channel with transverse hemi-cylindrical cavities placed on both walls (symmetrical or staggered) for Reynolds numbers based on the hydraulic diameter ranging from 100 to 2,500. They found that the cavity/channel assemblies can achieve heat transfer enhancements of about 30% relative to the smooth channel, with pressure loss increases of 19%. Moukalled, Doughan, and Acharya [22] studied numerically the heat transfer characteristics in channels with concave and convex entry surfaces subjected to favorable and unfavorable pressure gradients for several Reynolds and Prandtl numbers. Their found that the overall heat transfer in a concave-entry channel is always greater than a straight channel of equal height, while this comparison is not always favorable for convex-entry geometries. Chen and Cheng [23] performed numerical predictions of buoyancy-induced flow motion and convection heat transfer in rectangular, circular, and triangular concave cavities and assessed the effects of geometric shapes on flow pattern and temperature distribution for several Prandtl and Grashof numbers. Ozalp, Pinarbasi, and Sahin [24] carried out experiments to investigate the flow structure past rectangular, triangular, and semicircular cavities using particle image velocimetry. They discussed the effect of cavity shape on flow structure within the cavity and showed that the oscillations of the semicircular cavity have the smallest amplitude and lowest turbulence intensity in comparison with rectangular and triangular cavities.

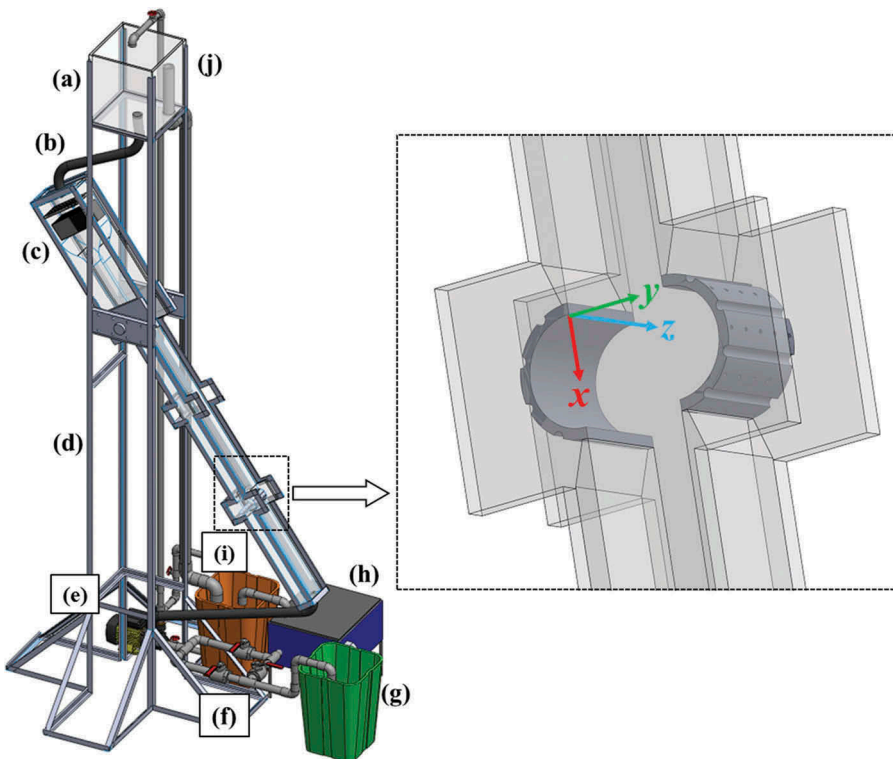
The forgoing survey of literature reveals that little attention has been paid to evaluate the thermal performance of a modified channel configuration with two symmetric semicircular cavities with active walls. In particular, mixed convection studies that address the three-dimensional (3D) thermal behavior of these complex flows and their corresponding temperature fluctuations due to flow oscillation have been practically overlooked. In addition, only few reports related to complex-shape cavities that deal with the effects of channel orientation are available [25, 26], and even fewer reports that address the effect of channel aspect ratio are available [27–31]. This is the motivation of the present article. In this work, a systematic and thorough investigation of transient laminar mixed convective cooling is studied experimentally. Emphasis is given to evaluate the combined effects of the Reynolds and Richardson numbers, channel orientation, and channel aspect ratio on the evolution in space and time of the local and space-averaged surface temperature distributions and overall Nusselt numbers of each semicircular cavity.

## Materials and methods

### Experimental set-up

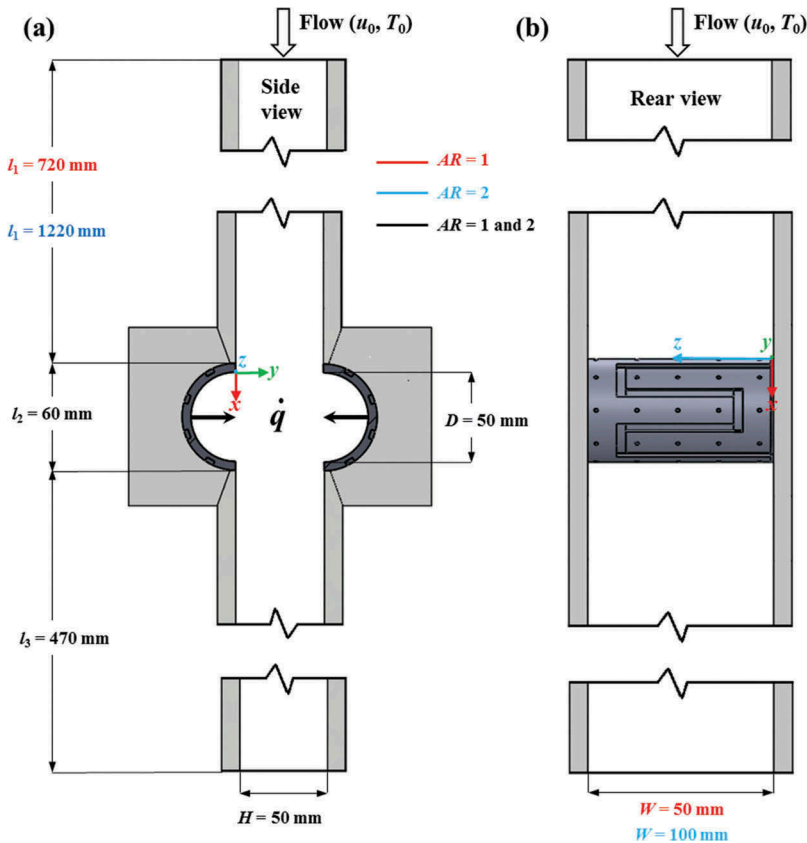
Figure 1 shows a schematic of the experimental set-up used for the present study. A downflow of water driven by gravity enters with a uniform velocity  $u_0$  through the upper opening of a rectangular duct. The inlet fluid temperature  $T_0$  is maintained fixed by means of a constant-temperature

refrigerated bath. A constant entry temperature of 293 K was confirmed using a high-precision thermocouple probe. The test section is mounted on a metal frame that can be kept at any inclination angle from  $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$ . A Cartesian coordinate system is used. The spatial coordinates  $x$ ,  $y$ , and  $z$  axes are in the streamwise, wall-normal, and spanwise directions, respectively. The origin is located at the upper-left corner of the left/lower semicircular cavity, as shown in the inset of [Figure 1](#). A steady inflow condition is achieved using a constant head tank that is filled from a reservoir tank using a centrifugal pump. A flexible hose connects the constant head tank to a nozzle made of 10 mm thick Plexiglas. The nozzle has honeycombs and a convergent section to achieve a steady inflow condition at the inlet of the test section. The channel walls are made of Plexiglas ( $k \approx 0.189$  W/m K) and are 10 mm thick. A 25-mm-thick polystyrene foam insulation ( $k \approx 0.035$  W/m K) is applied to all the channel walls, nozzle, and constant head tank to minimize conduction heat losses. Experiments are performed for two-channel aspect ratios ( $AR = W/D$ , ratio between the channel depth and diameter of the semicircular cavity) of 1 and 2. Two semicircular aluminum cavities ( $k \approx 249$  W/m K,  $\varepsilon = 0.09$ ) with uniform surface heat flux toward the fluid are located at a distance  $l_1$  of opposite sidewalls. For both aspect ratios, the semicircular cavities are 5 mm thick, their inner diameter is of 50 mm, and their width occupies the whole channel depth. [Figure 2a–b](#) show the side and rear views of the test rigs and their dimensions for aspect ratios of 1 and 2, respectively. It is worth to mention that  $l_2$  is larger for  $AR = 2$  because of the fact that reversed flow climbed to higher positions inside the channel for  $AR = 2$  than for  $AR = 1$ . The measurements are done when the experimental conditions reach a steady-state condition after approximately 45 to 120 min. The measurement period varies from 30 min to 150 min depending on the parametric set. A total of four runs have been conducted for each experiment. All fluid properties are computed



**Figure 1.** Schematic diagram of the experimental set-up. (a) Constant head tank. (b) Flexible hose. (c) Nozzle section with honeycomb and mesh structures. (d) Metal framework. (e) Centrifugal pump. (f) Adjustable valve. (g) Graduated container. (h) Constant-temperature refrigerated bath. (i) Reservoir tank. (j) Overflow tube.





**Figure 2.** Schematic layout and dimensions of the test rig used for local heat transfer measurements with (a) and (b) showing the side and rear views, respectively.

based on the thermophysical properties evaluated with the arithmetic mean between the fluid temperature at the channel inlet and the average temperature of the semicircular cavities [32].

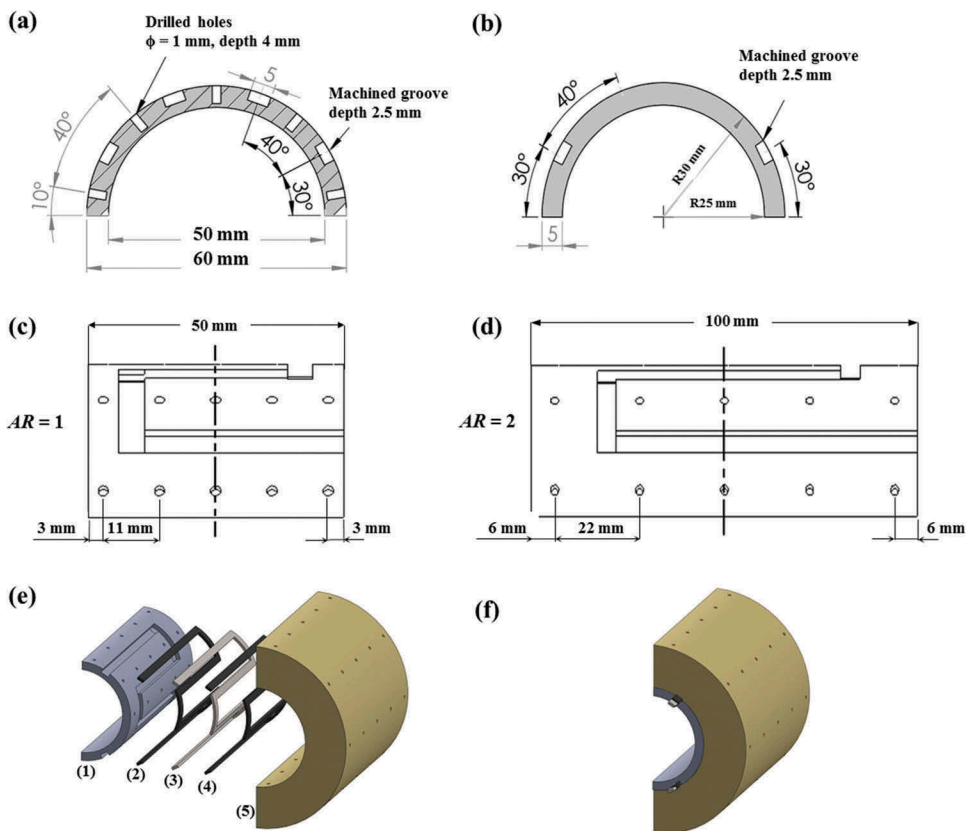
### Construction and instrumentation of semicircular cavities

To ensure that each aluminum semicircular cavity is heated with a uniform isoflux condition, a nickel–chromium alloy resistance heating ribbon wire (Omega Engineering, NCRR-25–100) is inserted through a machined groove, bonded and electrically insulated with a high thermal conductivity epoxy resin (Omega Engineering, OB-200). To minimize conduction losses to the ambient, a 3-cm-thick layer of polyurethane foam ( $k \approx 0.02$  W/m K) is used to insulate the rear surface of each semicircular cavity. A triple-output 30 V–5 A DC variable voltage–current supply (BK Precision, 1671A) is used to power each heating element and the heat fluxes of each heat source are equalized by adjusting the voltage–current of each power supply. Power dissipation is determined by measuring the voltage drop across each aluminum semicircular cavity with a digital multimeter and the current passing through them. The current is calculated by the measured voltage drop across a reference resistance. A maximum variation of  $\pm 3\%$  in the electrical resistivity of aluminum was evaluated under the worst conditions, i.e., the maximum difference in wall temperature was of 18.34 K. Thus, the uniform isoflux condition is assumed on the active walls of each cavity, with a  $\pm 3\%$  maximum deviation from its average value. Each aluminum semicircular cavity is instrumented with 25 equally spaced T-type copper–constantan thermocouples (Omega Engineering, 5TC-TT-TI, 0.13 mm) with a resolution of  $\pm 0.05$  K and a time

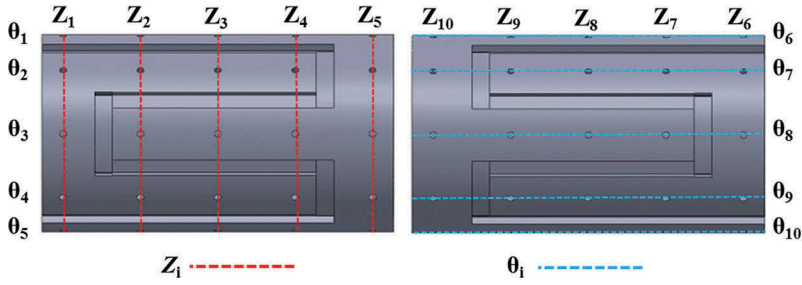
response of 0.05 s. All thermocouples are calibrated with the constant-temperature bath and the measurement error is found to be within  $\pm 0.1$  K. The thermocouples are embedded in holes drilled from the back surface of each heating element at a depth of 4 mm so that the measuring junctions are 1 mm away from the surface facing the fluid. To increase the speed of response and for improved accuracy, high thermal conductivity paste (Omega Engineering, OT-201-16) is applied to the junctions of the thermocouples and they are firmly bonded by filling the empty space of the drilled holes with the epoxy resin. The thermocouples are distributed in five equally spaced columns that correspond to nondimensional spanwise distances of  $Z_i = z_i/W = 0.06, 0.28, 0.5, 0.72,$  and  $0.94$ . For each spanwise distance, the thermocouples are located at angular positions in the  $x$ - $y$  plane of  $\theta = 10^\circ, 50^\circ, 90^\circ, 130^\circ,$  and  $170^\circ$ . Figure 3a–d show the dimensions of each aluminum semicircular cavity, the configuration of the machined groove, and the distribution of the drilled holes for thermocouple insertion. Figure 3e–f show the disassembled and assembled heater with all of its components, respectively. The measurement plane locations for the column-averaged ( $Z_i$ ) and the angular-averaged ( $\theta_i$ ) surface temperature distributions along the left/lower and right/upper heated semicircular cavities are shown in Figure 4.

### Processing of the experimental data

The Nusselt number of each semicircular cavity depends on the following nondimensional parameters: The Reynolds number,  $Re = u_0 D_H / \nu$ , the Prandtl number,  $Pr = \nu / \alpha$ , the heat flux modified



**Figure 3.** (a)–(d) Dimensions of each aluminum semicircular cavity, the configuration of the machined groove and the distribution of the drilled holes for thermocouple insertion. (e) Disassembled semicircular cavity with all of its components: (1) Aluminum heating element. (2) High thermal conductivity paste. (3) Nickel–chromium alloy resistance heating ribbon wire. (4) High thermal conductivity epoxy resin. (5) Polyurethane foam insulation. (f) Assembled heating element.



**Figure 4.** Measurement plane locations for the column-averaged ( $Z_i$ ) and angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference between the local surface temperature and the reference temperature  $\Delta T_w = (T_w - T_0)$  along the rear face of each semicircular cavity.

Richardson number,  $Ri^* = g\beta\dot{q}D^2/ku_0^2$ , the inclination angle with respect to the horizontal,  $\gamma$ , the channel aspect ratio,  $AR = W/D$ , geometric parameters, and the nondimensional time  $\tau = u_0t/D$ . Here,  $D$  is diameter of the semicircular cavity (characteristic length),  $D_H = 4A_c/P$  is the channel hydraulic diameter, where  $A_c$  is the cross-sectional area and  $P$  is the perimeter of the channel. Also,  $k$  is the fluid thermal conductivity,  $u_0$  is the inlet velocity,  $\nu$  is the kinematic viscosity,  $\alpha$  is the thermal diffusivity,  $g$  is gravity,  $\beta$  is the thermal expansion coefficient, and  $t$  is time. Often, instead of employing  $Ri^*$  as the buoyancy parameter, the modified Grashof number is used,  $Gr^* = Ri^*Re^2$ . The Reynolds number is varied with a valve that regulates the volume flow rate. The latter is measured by calibrating water volume in a graduated container and measuring the elapsed time with a stopwatch. For a fixed Reynolds number, the modified Richardson number is adjusted by varying the net convection heat flux transferred to the fluid through the face of each semicircular cavity. The latter is calculated from the following energy balance

$$\dot{q} = \dot{Q}/A_{heater} = \dot{q}_{el} - \dot{q}_{cond} - \dot{q}_{rad}, \tag{1}$$

where  $\dot{Q}$  is the net convective heat transferred to the fluid and  $A_{heater}$  is the surface area of each semicircular cavity exposed to the water flow. In Eq. (1),  $\dot{q}_{el} = VI/A_{heater}$  is the total heat input per unit surface supplied to each semicircular cavity and  $V$  and  $I$  are the measured voltage and electric current, respectively. Also,  $\dot{q}_{cond}$  are the total conduction heat losses to the ambient dissipated through the rear and lateral faces of each heater through the insulation calculated using Fourier’s law, and  $\dot{q}_{rad}$  are the total radiation losses to the ambient dissipated through the rear face of the active walls of each semicircular cavity, respectively. The radiation loss is estimated from Eq. (2) as given below:

$$\dot{q}_{rad} = \sigma\varepsilon F(\tilde{T}_w^4 - T_{amb}^4), \tag{2}$$

where  $\sigma$  is the Stefan–Boltzmann constant,  $\varepsilon$  is the measured surface emissivity of aluminum and  $F$  (view factor between the heat source and its surroundings) is a constant of order unity [33, 34]. Here,  $\tilde{T}_w$  is the mean wall or surface temperature of each semicircular cavity obtained with the average of the local surface temperatures measured by the 25 thermocouples and  $T_{amb}$  is the ambient or room temperature. The results of the experiments showed that the conduction and radiation losses were less than 1% of the total power dissipated.

The space-averaged Nusselt number of each semicircular cavity  $Nu_j$  is obtained based on the calculated average surface temperature of each semicircular cavity  $\bar{T}_{wj}$  as follows:

$$\overline{Nu}_j = \frac{\dot{q}D}{k(\bar{T}_{wj} - T_0)}. \tag{3}$$

In order to determine the reliability of the experimental results, uncertainties in the experimental parameters are calculated according to the method presented by Kline and McClintock [35]. The

uncertainty of a dependent variable  $R$  as a function of the uncertainties in the independent variables  $x_1, x_2, \dots, x_N$  is given by the relation

$$R = R(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad (4)$$

The calculated total uncertainty is obtained from the following equation,

$$\delta R = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2}. \quad (5)$$

where  $\delta x_i$  are the uncertainties in the measured variables  $x_i$ . Our analysis indicates that the experimental uncertainties at a 95% confidence level for the Reynolds, modified Richardson, and Nusselt numbers are  $\pm 5.9\%$ ,  $\pm 5.1\%$ , and  $\pm 6.2\%$ , respectively. These values are based on the assumption of negligible uncertainty in the relevant fluid properties.

## Experimental results and analyses

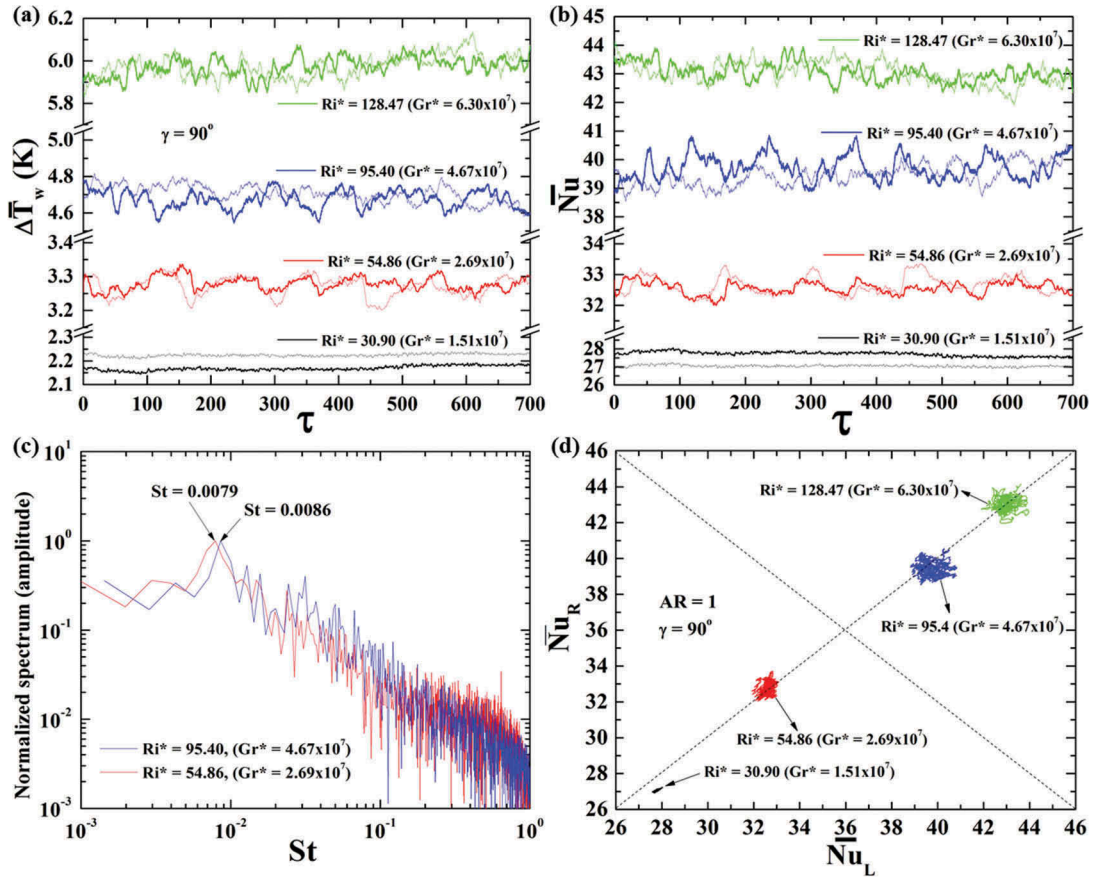
Results of this investigation are presented and discussed in this section for various inclination angles under varying thermal buoyancy. The experimental results correspond in all the cases to a fixed Reynolds number of  $Re = 700$  and  $AR = 1$ , except when explicitly mentioned. For the vertical ( $\gamma = 90^\circ$ ) and horizontal ( $\gamma = 0^\circ$ ) configurations, a maximum value of  $Ri^* = 128.47$  was reached. However, for relatively high values of buoyancy strength for the other channel configurations, the reversed flow climbed to upstream regions inside the channel and reached positions that were close to the channel inlet. Hence, for  $\gamma = 60^\circ, 45^\circ$ , and  $30^\circ$  the maximum value was limited to  $Ri^* = 95.40$ .

### Vertical channel, $Re = 700, \gamma = 90^\circ$

For the vertical channel, Table 1 shows for each semicircular cavity the measured mean global surface temperature difference  $\pm$  standard deviation  $\Delta \tilde{T}_{wj} = (\bar{T}_{wj} - T_0)$ , the time- and space-averaged Nusselt number  $\pm$  standard deviation ( $\tilde{Nu}_j$ ), and the thermal response achieved for several values of  $Ri^*$ . Figure 5a–b show the temporal evolution of the space-averaged temperature difference distribution and the space-averaged Nusselt number as a function of  $Ri^*$ . In these figures, the thicker lines correspond to the left semicircular cavity. For a relatively low modified Richardson number of  $Ri^* = 30.90$  ( $Gr^* = 1.51 \times 10^7$ ), flow reversal takes place close to the active walls and a single vortex with clockwise and counterclockwise rotation develops at the left and right semicircular cavities, respectively. Because the interaction between both vortices is weak, the space-averaged Nusselt numbers reach a slightly nonsymmetric steady state. Note that although each vortex is confined inside its corresponding semicircular cavity, flow reversal takes place close to the channel corners reaching an upstream location of  $X \approx -3$ . For  $Ri^* = 54.86$  ( $Gr^* = 2.69 \times 10^7$ ), the vortex cells increase in size and strength, flow reversal ascends close to the channel corners reaching an upstream location of  $X \approx -5$ , and a time-periodic regime sets in. For  $Ri^* = 95.40$  ( $Gr^* = 4.67 \times 10^7$ ), the extent of flow reversal ascending close to the channel corners climbs to  $X \approx -7.5$ . For  $Ri^* = 128.47$  ( $Gr^* = 6.30 \times 10^7$ ), the periodic regime is destroyed, leading to irregular temperature fluctuations. Here, the buoyant flow rising close to the active walls is no longer encapsulated and the highest flow

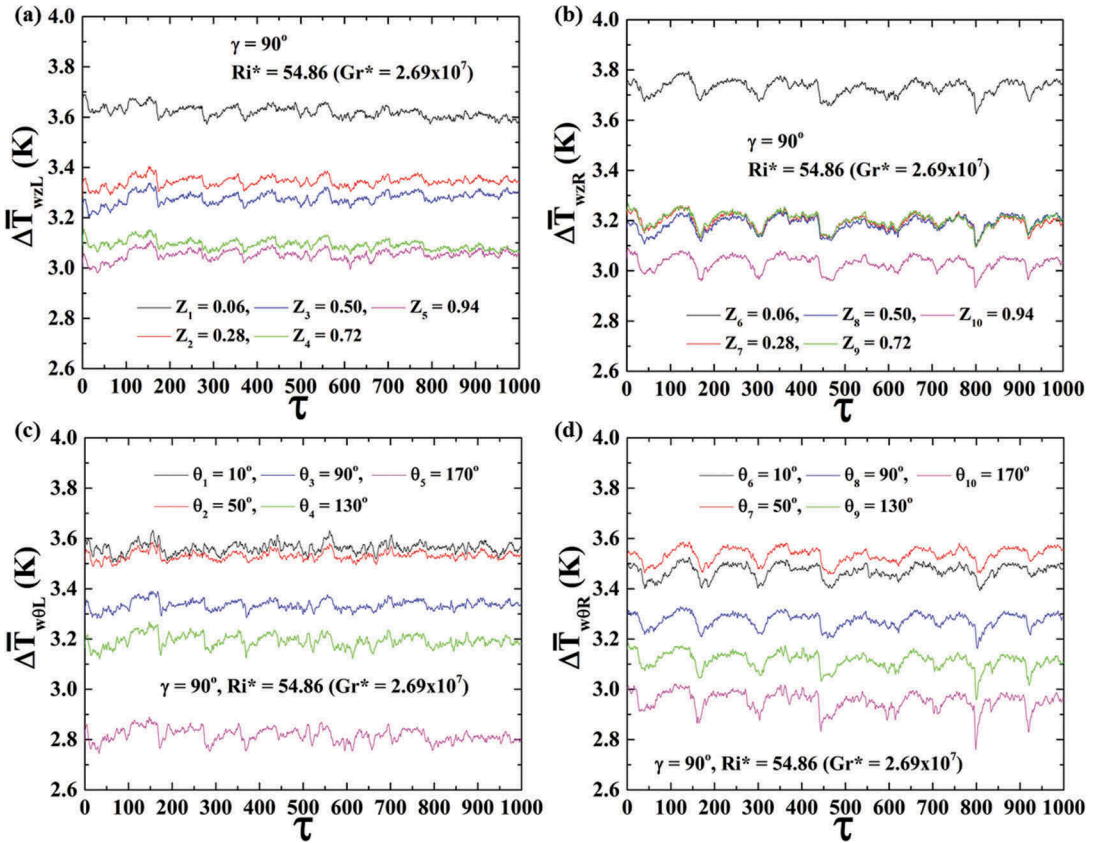
**Table 1.** Mean flow and thermal response at  $Re = 700$  and  $\gamma = 90^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta \tilde{T}_L \pm SD$	$\Delta \tilde{T}_R \pm SD$	$\tilde{Nu}_L \pm SD$	$\tilde{Nu}_R \pm SD$	Thermal response
30.90	$2.16 \pm 0.01$	$2.20 \pm 0.02$	$27.85 \pm 0.07$	$27.25 \pm 0.18$	Steady state
54.86	$3.27 \pm 0.00$	$3.25 \pm 0.01$	$32.62 \pm 0.16$	$32.85 \pm 0.18$	Time periodic
95.40	$4.68 \pm 0.05$	$4.70 \pm 0.04$	$39.66 \pm 0.39$	$39.48 \pm 0.34$	Time periodic
128.47	$6.04 \pm 0.06$	$6.04 \pm 0.05$	$42.61 \pm 0.40$	$42.55 \pm 0.36$	Irregular



**Figure 5.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 90^\circ$ . (a) and (b) Temporal evolution of the mean wall surface temperature difference,  $\Delta \bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , and space-averaged Nusselt number of each semicircular cavity, respectively. (c) Normalized spectra of the space-averaged Nusselt numbers. (d) Phase-space plot of the space-averaged Nusselt number at the left semicircular cavity ( $\overline{Nu}_L$ ) as a function of the space-averaged Nusselt number at the right semicircular cavity ( $\overline{Nu}_R$ ), respectively.

reversal still takes place close to the channel corners, with the buoyant fluid climbing to  $X \approx -12.4$ . The Strouhal number,  $St = fD/u_0$ , relates the characteristic oscillation frequency  $f$  to the inverse of the flow residence time,  $u_0/D$ , and it is obtained from the normalized amplitude of the fast Fourier transform (FFT) of the signal of the space-averaged Nusselt number of each semicircular cavity. Figure 5c shows the normalized spectra of the oscillations of the space-averaged Nusselt numbers as functions of the nondimensional oscillation frequency or Strouhal number. For  $Ri^* = 54.86$  and  $95.40$ , there is a peak at  $St = 0.0079$  and  $St = 0.0086$  (time period close to 127 and 116 times the residence time), respectively. The presence of a peak for each value of  $Ri^*$  indicates that an oscillatory flow with a single fundamental frequency sets in. Clearly, the oscillation frequency increases with increasing  $Ri^*$  number. Figure 5d shows the trajectories in the phase-space plot of the space-averaged Nusselt number at the left cavity as a function of the space-averaged Nusselt number at the right cavity for several values of  $Ri^*$ . For  $Ri^* = 30.90$ , the steady-state flow and thermal configuration achieved depicts a slight asymmetry. However, symmetric flow and temperature oscillations are evident for  $Ri^* = 54.86$ ,  $95.40$ , and  $128.47$ , with closed loops that characterize the oscillations. Figure 6 shows the time variations of the column-averaged ( $\Delta \bar{T}_{wz}$ ) and angular-averaged ( $\Delta \bar{T}_{w\theta}$ ) temperature difference along the nondimensional spanwise and angular distance of each heated semicircular cavity for  $Ri^* = 54.86$ . Figure 6a–b illustrate the presence of spanwise nonuniformity of



**Figure 6.**  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 54.86$  ( $Gr^* = 2.69 \times 10^7$ ), and  $\gamma = 90^\circ$ . Top images: Time variations of the column-averaged ( $Z_i$ ) temperature difference along the spanwise distance,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Bottom images: Time variations of the angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The subscripts  $L, R$  indicate left and right semicircular cavities, respectively.

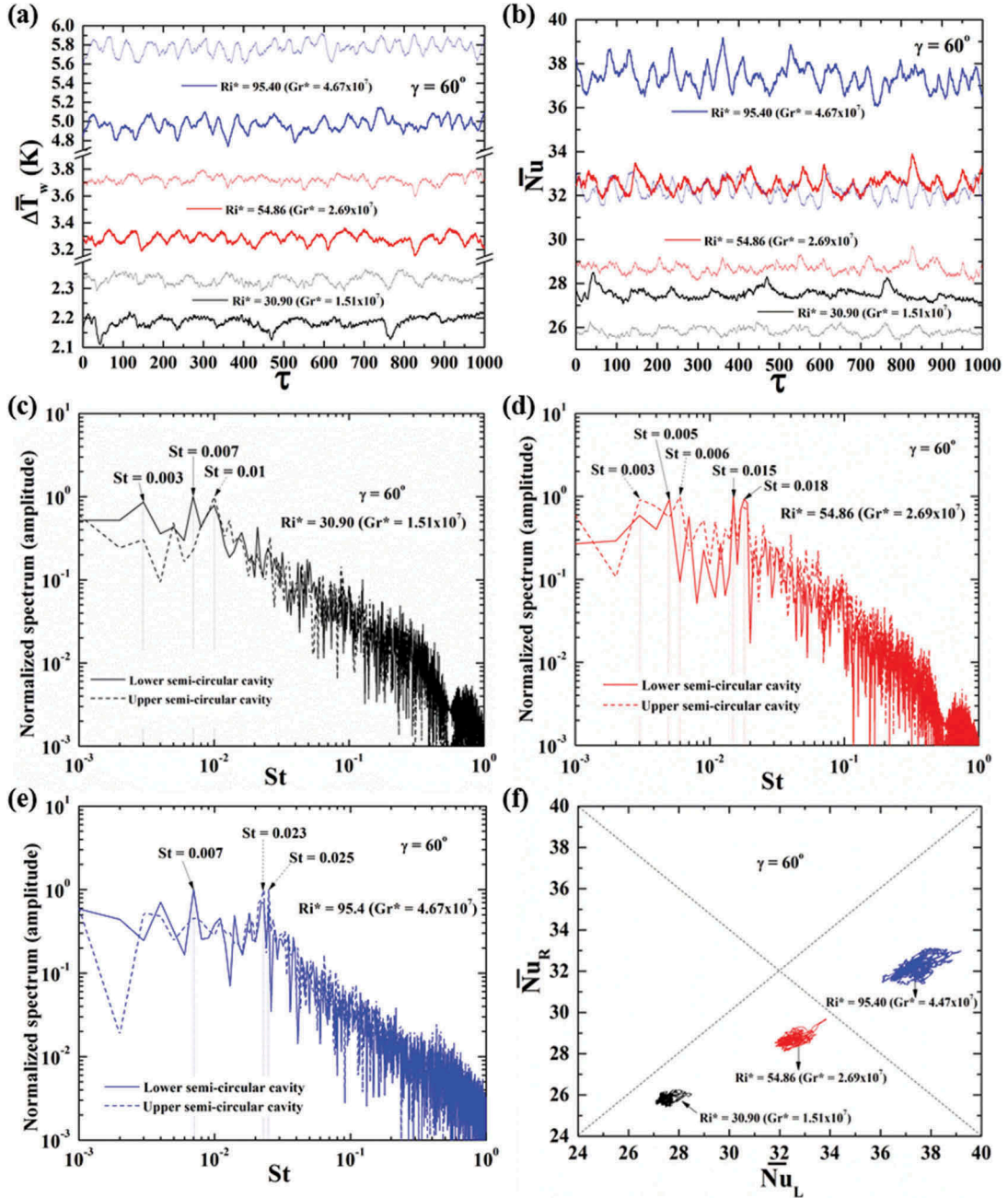
both cavities. Note that the column-averaged temperature difference registered is higher at the  $Z_5$  and  $Z_{10}$  positions, indicating that the overall temperature distribution of each vortex cell is not symmetric with respect to the middle spanwise position. **Figure 6c–d** show a progressive increase in the angular-averaged temperature difference of each cavity toward the  $\theta_1$  and  $\theta_6$  positions, indicating that the recirculating flow picks up thermal energy as it ascends close to the heated curved surface. Also, note that the amplitude of the column-averaged oscillations of the right semicircular cavity is larger than those observed at the left one, which explains why only the spectral density of the space-averaged Nusselt number of the right semicircular cavity could be resolved for  $Ri^* = 54.86$ .

$Re = 700$ ,  $\gamma = 60^\circ$

**Table 2** shows for several values of  $Ri^*$  the information regarding the measured mean global surface temperature difference distribution and the time- and space-averaged Nusselt number of each semicircular cavity. **Figure 7a–b** show the time evolution of the mean surface temperature difference distribution and the space-averaged Nusselt number of both heated cavities, respectively. In these figures, the thicker lines correspond to the lower semicircular cavity. An increase in the amplitude of the oscillations of the space-averaged Nusselt numbers with  $Ri^*$  number is evident. Also, because the strength and extent of the upstream vortex core of the upper curved wall increases with  $Ri^*$  number, the flow deflected toward the lower cavity increases accordingly. As a result, the asymmetry of the

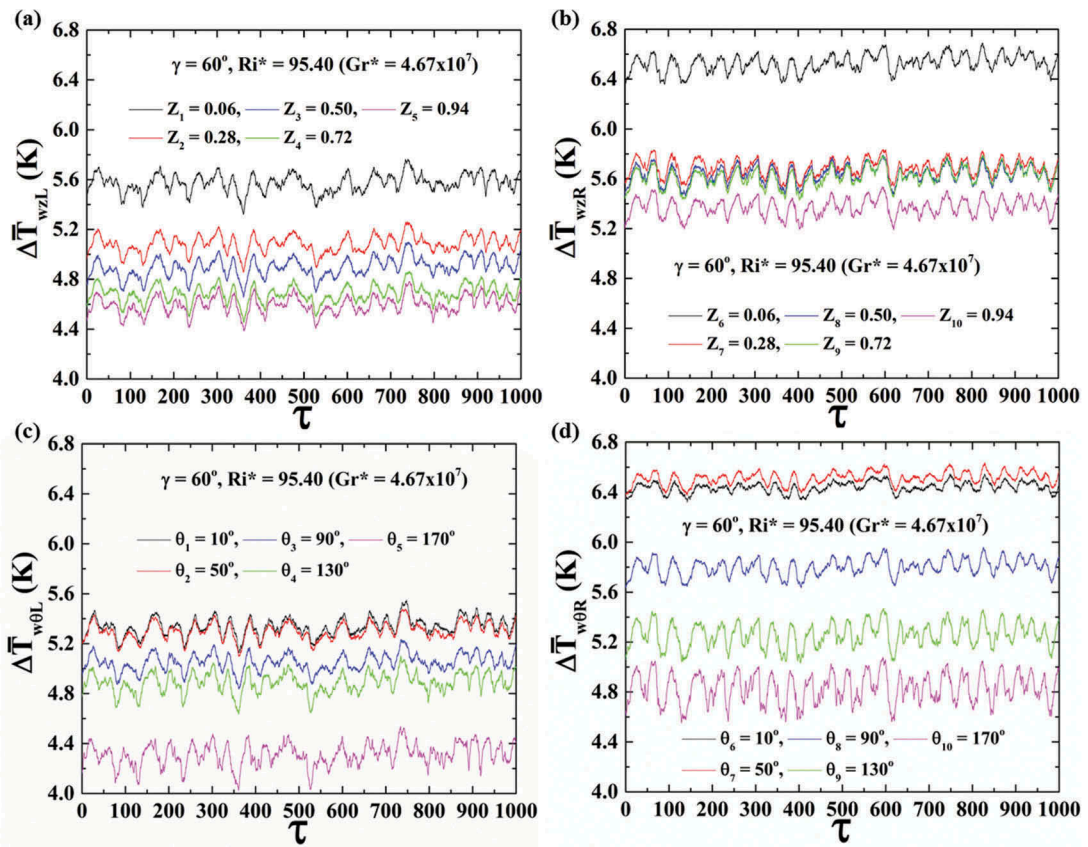
**Table 2.** Mean flow and thermal response at  $Re = 700$  and  $\gamma = 60^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta\tilde{T}_L \pm SD$	$\Delta\tilde{T}_R \pm SD$	$\tilde{Nu}_L \pm SD$	$\tilde{Nu}_R \pm SD$	Thermal response
30.90	$2.23 \pm 0.05$	$2.34 \pm 0.02$	$26.99 \pm 0.61$	$25.69 \pm 0.26$	Quasi-periodic
54.86	$3.27 \pm 0.01$	$3.72 \pm 0.09$	$32.65 \pm 0.10$	$28.68 \pm 0.68$	Quasi-periodic
95.40	$4.98 \pm 0.02$	$5.78 \pm 0.07$	$37.28 \pm 0.13$	$32.16 \pm 0.39$	Quasi-periodic



**Figure 7.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 60^\circ$ . (a) and (b) Temporal evolution of the mean wall surface temperature difference,  $\Delta\tilde{T}_w = (\tilde{T}_w - T_0)$ , and space-averaged Nusselt number of each semicircular cavity, respectively. (c)–(e) Normalized power spectra of the space-averaged Nusselt numbers at  $Ri^* = 30.90$ ,  $Ri^* = 54.86$ , and  $Ri^* = 95.40$ , respectively. (f) Phase-space plot of the space-averaged Nusselt number at the lower semicircular cavity ( $\tilde{Nu}_L$ ) as a function of the space-averaged Nusselt number at the upper semicircular cavity ( $\tilde{Nu}_R$ ), respectively.

thermal response increases with  $Ri^*$  number and the amplitude of the oscillations of the mean wall temperature of the lower semicircular cavity is larger than the upper one, while the opposite occurs for the space-averaged Nusselt number. The normalized spectra of the oscillations of the space-averaged Nusselt numbers of both heated cavities as a function of  $Ri^*$  are shown in Figure 7c–e. Notably, for this channel configuration and for all values of  $Ri^*$  a multispectral behavior with several peaks ranging from  $St \sim 0.003$  to  $St \sim 0.025$  (time period close to 333 and 400 nondimensional time units) indicates that the fluctuations detected are quasi-periodic. Figure 7f shows the phase-space plot of the space-averaged Nusselt number at the lower cavity as a function of the space-averaged Nusselt number at the upper cavity, for several values of  $Ri^*$ , illustrating the periodic behavior of both signals. Clearly, the closed-loop trajectories are nonsymmetric for all values of  $Ri^*$ , the asymmetry of the thermal response increases with  $Ri^*$  number, and the amplitude of the oscillations at the lower semicircular cavity is larger than that observed at the upper one. Figure 8 shows the time variations of the measured column-averaged ( $\Delta \bar{T}_{wz}$ ) and angular-averaged ( $\Delta \bar{T}_{w\theta}$ ) temperature difference along the spanwise and angular distance of both cavities for  $Ri^* = 95.40$ . In Figure 8a–b, although the upper semicircular cavity depicts a more homogeneous surface temperature, a progressive increase in the temperature difference distribution takes place with spanwise location. The overshoot in the column-averaged temperature difference at the  $Z_1$  and  $Z_6$  spanwise positions indicates the presence of important secondary flow close to these spanwise locations. In Figure 8c, because of the presence of a minor vortex cell close to the trailing edge of the lower cavity, the highest Nusselt numbers take place at an



**Figure 8.**  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 95.4$  ( $Gr^* = 4.67 \times 10^7$ ), and  $\gamma = 60^\circ$ . Top images: Time variations of the column-averaged ( $Z$ ) temperature difference along the spanwise distance,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Bottom images: Time variations of the angular-averaged ( $\theta$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The subscripts  $L, R$  indicate lower and upper semicircular cavity, respectively.



angular position of  $\theta_5$ . In **Figure 8d**, a progressive increase in the wall temperature of the upper cavity toward the leading edge of the latter takes place. Here, the highest measured temperatures are registered at the  $\theta_6$  and  $\theta_7$  positions.

$Re = 700, \gamma = 45^\circ$

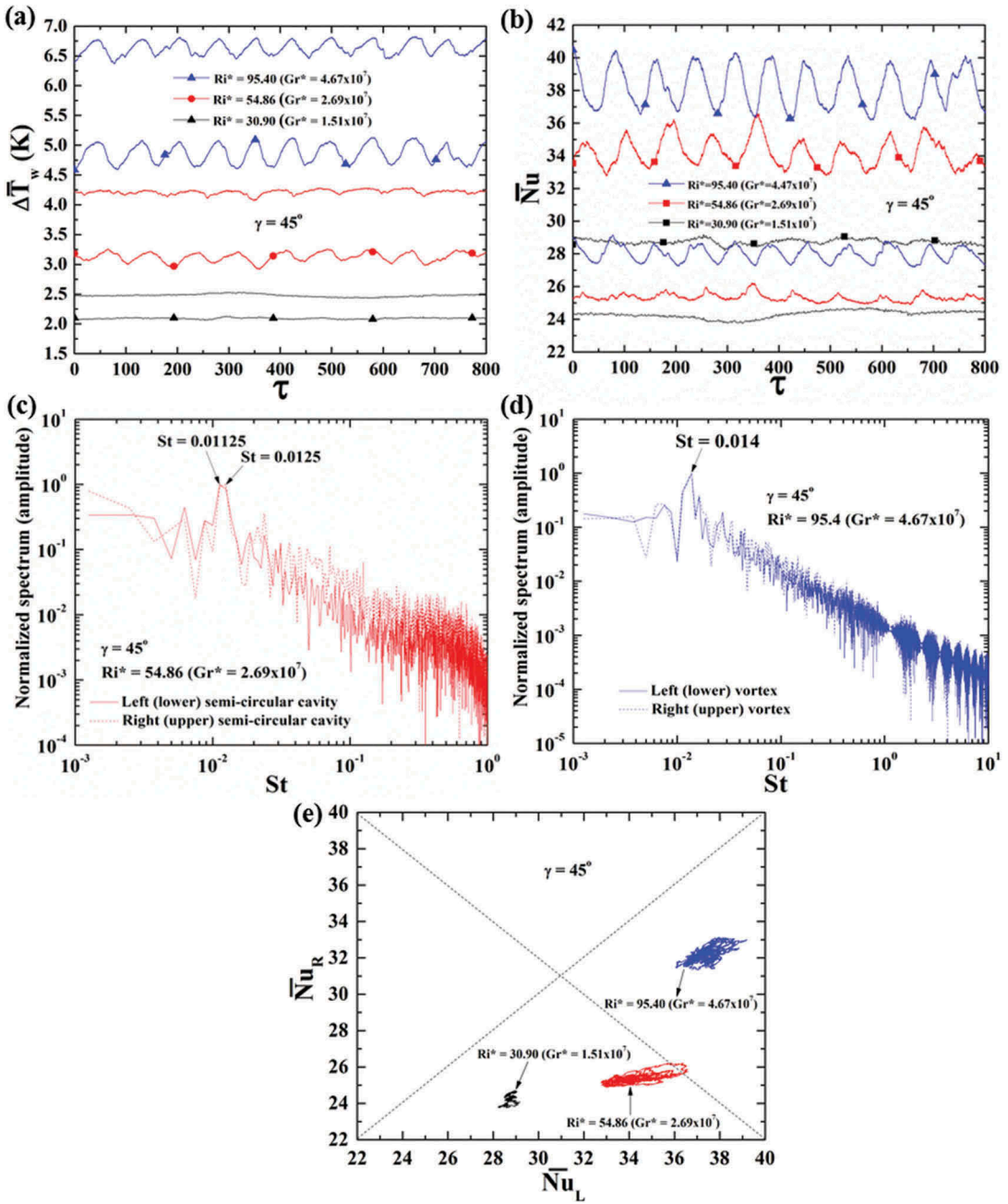
**Table 3** shows for several values of  $Ri^*$  a summary of the measured mean global surface temperature difference distribution, the time- and space-averaged Nusselt number of each semicircular cavity, and the thermal response achieved. The influence of the inclination angle on the flow and thermal response for this channel configuration is evident. Here, due to the fact that buoyancy strength reduces, flow oscillation only takes place for the two highest values of the buoyancy parameter, namely  $Ri^* = 54.86$  and  $95.40$ . **Figure 9a–b** show for selected values of  $Ri^*$  the time evolution of the mean surface temperature difference distribution and the space-averaged Nusselt number of both cavities, respectively. In these figures, the lines with symbols correspond to the lower cavity. For  $Ri^* = 30.90$ , a steady-state flow and thermal response takes place and the major vortex of the upstream recirculation bubble of the upper cavity climbs to  $X \approx -5$ . However, for  $Ri^* = 54.86$  and  $95.40$ , a time-periodic regime sets in and the major upper vortex climbs to  $X \approx -9$  and  $X \approx -12$ , respectively. In these figures, the fluctuating space-averaged Nusselt number of the lower cavity is always higher than the upper one. **Figure 9c–d** show the normalized spectra of the oscillations of the space-averaged Nusselt numbers of both heated cavities for  $Ri^* = 54.86$  and  $95.40$ , respectively. Clearly, both signals have a peak at the corresponding Strouhal number of  $St = 0.011$  and  $St = 0.014$  (time period close to 91 and 71 nondimensional time units), respectively. The trajectories in the phase-space plot of the space-averaged Nusselt number of both cavities are shown in **Figure 9e**. Note that the asymmetry of the thermal response steps up when the buoyancy parameter increases from  $Ri^* = 30.90$  to  $Ri^* = 54.86$ . Also, the amplitude of the oscillations at the lower cavity is substantially higher than that observed at the upper cavity. However, by further increasing the buoyancy parameter to  $Ri^* = 95.40$ , the asymmetry of the thermal response and the amplitude of the oscillations at the left cavity reduces. **Figure 10** shows the time variations of the measured column-averaged ( $\Delta \bar{T}_{wz}$ ) and angular-averaged ( $\Delta \bar{T}_{w\theta}$ ) temperature difference along the spanwise and angular distance of each cavity for  $Ri^* = 95.40$ . In **Figure 10a–b**, the spanwise variations in the column-average temperature difference illustrate the asymmetry of the vortical structure of each cavity with respect to the middle spanwise position, where the highest temperature difference at the lower and upper cavity takes place at the  $Z_1$  and  $Z_6$  position, respectively. In **Figure 10c–d**, the uniformity of the temperature variations from the  $\theta_1$  to the  $\theta_4$  angular position is due to the presence of a primary vortex core, while the undershoot at the  $\theta_5$  position is ascribed to the presence of a secondary vortex core. Notably, it can be appreciated that the angular temperature variations of the upper cavity have a more important contribution than the spanwise surface temperature variations. In contrast, the contribution of the temperature variations with spanwise and angular position of the lower cavity is almost the same. It is worth to mention that the amplitude of the oscillations of the upper cavity is higher at the  $\theta_{10}$  position and reduces toward the  $\theta_6$  position, while the amplitude of the oscillations at the lower cavity remains practically fixed.

$Re = 700, \gamma = 30^\circ$

**Table 4** shows the mean flow and thermal response achieved for several values of  $Ri^*$ . Clearly, as the duct approaches the horizontal, higher values of buoyancy strength are required to trigger the Hopf bifurcation. As such, flow oscillation only takes place for the highest value of  $Ri^* = 95.40$ . **Figure 11a–b** show for

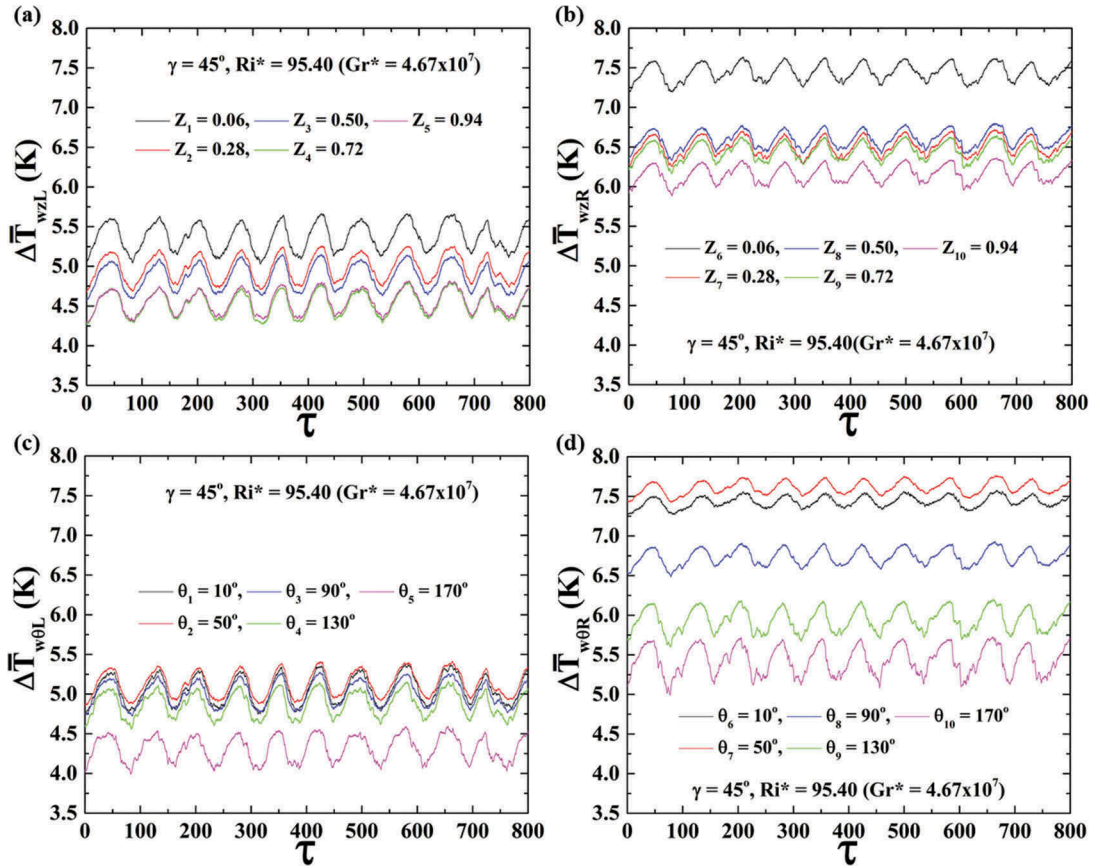
**Table 3.** Mean flow and thermal response at  $Re = 700$  and  $\gamma = 45^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta \bar{T}_L \pm SD$	$\Delta \bar{T}_R \pm SD$	$\widetilde{Nu}_L \pm SD$	$\widetilde{Nu}_R \pm SD$	Thermal response
30.90	$2.05 \pm 0.05$	$2.46 \pm 0.03$	$29.38 \pm 0.70$	$24.40 \pm 0.29$	Steady state
54.86	$3.10 \pm 0.03$	$4.12 \pm 0.08$	$34.44 \pm 0.31$	$25.91 \pm 0.53$	Time periodic
95.40	$4.78 \pm 0.09$	$6.54 \pm 0.10$	$38.83 \pm 0.70$	$28.40 \pm 0.43$	Time periodic



**Figure 9.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 45^\circ$ . (a) and (b) Temporal evolution of the mean wall surface temperature difference,  $\Delta \bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , and space-averaged Nusselt number of each semi-circular cavity, respectively. (c) and (d) Normalized power spectra of the space-averaged Nusselt numbers at  $Ri^* = 54.86$  and  $Ri^* = 95.40$ , respectively. (e) Phase-space plot of the space-averaged Nusselt number at the lower semi-circular cavity ( $\bar{Nu}_L$ ) as a function of the space-averaged Nusselt number at the upper semi-circular cavity ( $\bar{Nu}_R$ ), respectively.

selected values of  $Ri^*$  the time evolution of the mean surface temperature difference and the space-averaged Nusselt number of the curved walls, respectively. In these figures, the lines with symbols correspond to the lower semi-circular cavity. For  $Ri^* = 95.40$ , a time-periodic regime takes place and the

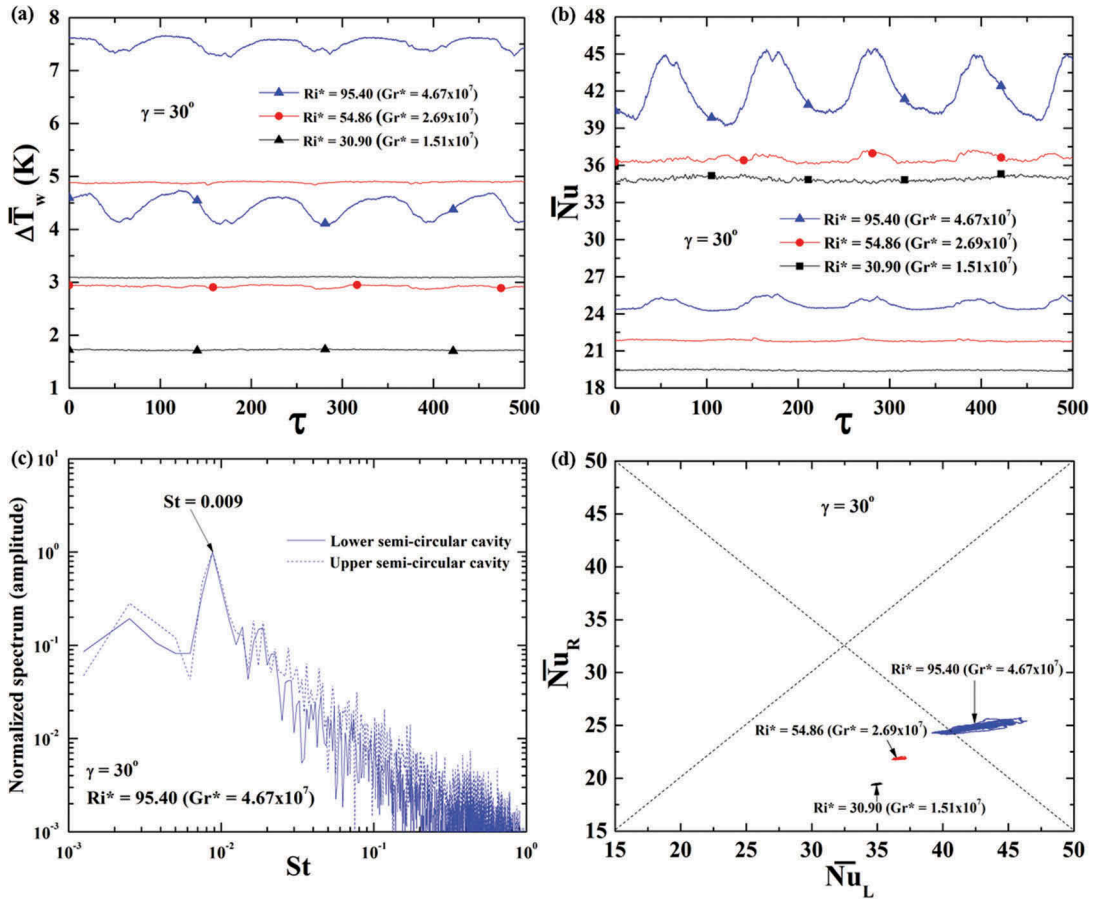


**Figure 10.**  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 95.40$  ( $Gr^* = 4.67 \times 10^7$ ), and  $\gamma = 45^\circ$ . Top images: Time variations of the column-averaged ( $Z_i$ ) temperature difference along the spanwise distance,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Bottom images: Time variations of the angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The subscripts  $L, R$  indicate lower and upper semicircular cavity, respectively.

lower and upper cavities depict large and small amplitude oscillations, respectively. The normalized spectral density of the space-averaged Nusselt numbers of both cavities as functions of the Strouhal number for  $Ri^* = 95.40$  are shown in Figure 11c. A sharp peak of the spectral distribution of the fluctuating energy at  $St = 0.009$  (time period close to 111 nondimensional time units) indicates that the space-averaged Nusselt numbers of both cavities oscillate with a single fundamental frequency. Figure 11d shows for  $Ri^* = 95.40$  the trajectories in the phase-space plot of the space-averaged Nusselt number at the left cavity as a function of the space-averaged Nusselt number at the right cavity. For  $Ri^* = 30.90$  and  $Ri^* = 54.86$ , the fixed location of the nonsymmetric phase-space trajectories indicates a steady-state flow and heat transfer response. The oscillatory thermal response for  $Ri^* = 95.40$  indicates the existence of a critical  $Ri^*$  value above which heat transfer is time periodic. Here, large- and low-amplitude oscillations are observed at the lower and upper cavities, respectively.

**Table 4.** Mean flow and thermal response at  $Re = 700$  and  $\gamma = 30^\circ$ .

$Ri^*$	$\Delta\bar{T}_L \pm SD$	$\Delta\bar{T}_R \pm SD$	$\widetilde{Nu}_L \pm SD$	$\widetilde{Nu}_R \pm SD$	Thermal response
30.90	$1.72 \pm 0.02$	$3.09 \pm 0.02$	$35.02 \pm 0.35$	$19.45 \pm 0.15$	Steady-state
54.86	$2.91 \pm 0.03$	$4.86 \pm 0.06$	$36.69 \pm 0.39$	$21.96 \pm 0.26$	Steady state
95.40	$4.44 \pm 0.08$	$7.55 \pm 0.06$	$41.94 \pm 0.72$	$24.60 \pm 0.19$	Time periodic

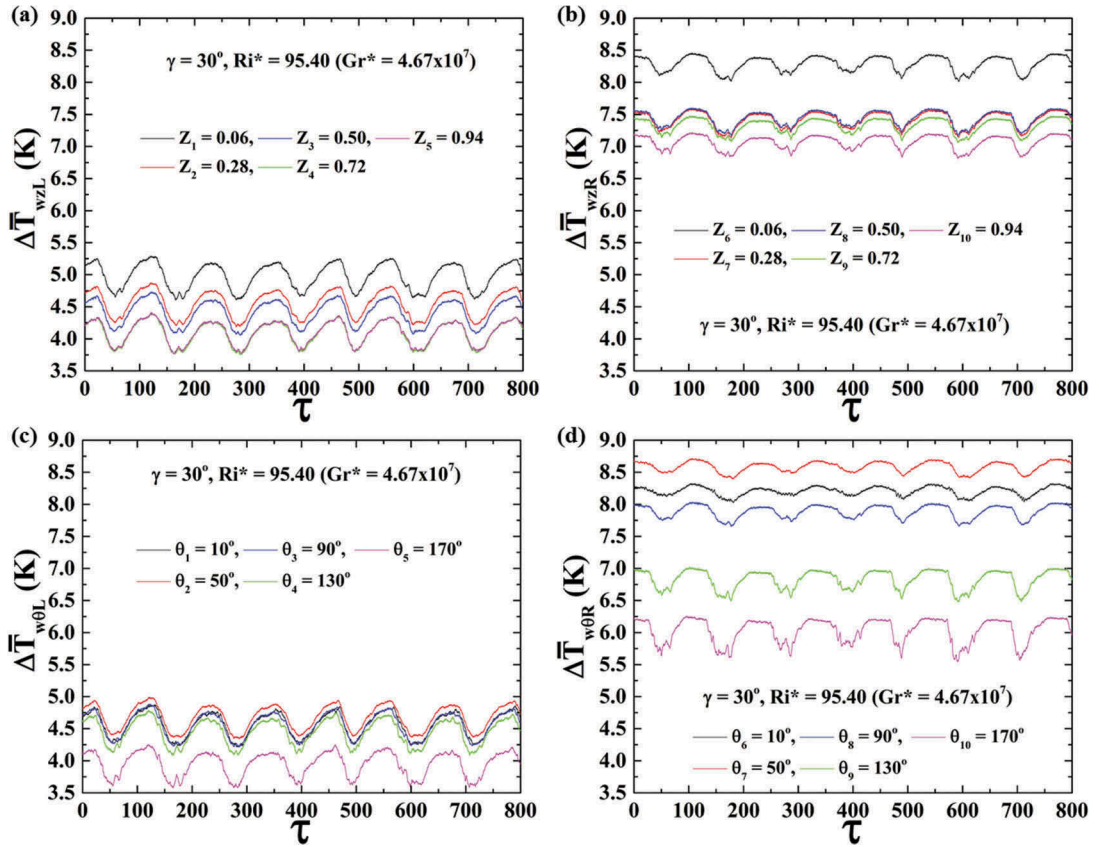


**Figure 11.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 30^\circ$ . (a) and (b) Temporal evolution of the mean wall surface temperature difference,  $\Delta \bar{T}_w = (\bar{T}_w - T_0)$ , and space-averaged Nusselt number of each semicircular cavity, respectively. (c) Normalized power spectra of the space-averaged Nusselt numbers at  $Ri^* = 95.40$ . (d) Phase-space plot of the space-averaged Nusselt number at the lower semicircular cavity ( $\overline{Nu}_L$ ) as a function of the space-averaged Nusselt number at the upper semicircular cavity ( $\overline{Nu}_R$ ), respectively.

The time-dependent motion and oscillations of the column and angular-averaged temperature difference for the left and right semicircular cavities are shown in Figure 12 for  $Ri^* = 95.40$ . The temperature profile dynamics shown in Figures 12a and 12b reveal the presence of important 3D fluctuation of the nonsymmetric vortical structure. The overshoot in the  $Z_6$  position indicates that the secondary flow of the upper vortical structure is higher in the proximity of its corresponding channel corner. The configuration of the lower and upper vortical structures with angular position is shown in Figure 12c–d. Clearly, the highest Nusselt numbers at the lower and upper cavities take place close to the trailing edges at the  $\theta_5$  and  $\theta_{10}$  positions, respectively. However, because of the presence of strong secondary flow, the Nusselt numbers progressively decrease toward the leading edge of each cavity.

### Horizontal channel, $Re = 700, \gamma = 0^\circ$

Table 5 shows the measured mean global flow and thermal response for several values of  $Ri^*$ . In the horizontal channel configuration, because gravity only acts indirectly against the forced flow, the critical value of the buoyancy parameter above which heat transfer is time periodic is not reached and steady-state heat transfer takes place for all values  $Ri^*$ .



**Figure 12.**  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 95.40$ , and  $\gamma = 30^\circ$ . Top images: Time variations of the column-averaged ( $Z_i$ ) temperature difference along the spanwise distance,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . Bottom images: Time variations of the angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The subscripts  $L, R$  indicate lower and upper semicircular cavities, respectively.

**Table 5.** Mean flow and thermal response at  $Re = 700$  and  $\gamma = 0^\circ$ .

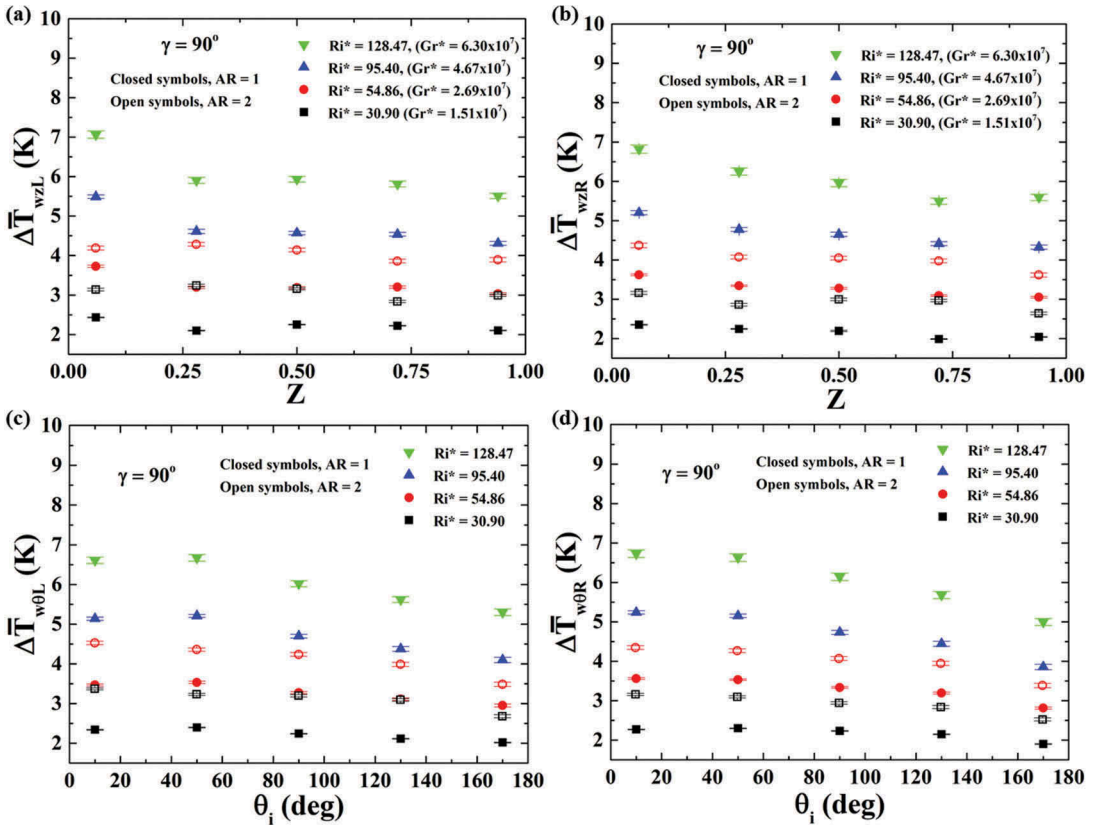
$Ri^*$	$\Delta\bar{T}_L \pm SD$	$\Delta\bar{T}_R \pm SD$	$\widetilde{Nu}_L \pm SD$	$\widetilde{Nu}_R \pm SD$	Thermal response
30.90	$1.52 \pm 0.02$	$3.59 \pm 0.11$	$39.54 \pm 0.54$	$16.77 \pm 0.50$	Steady state
54.86	$2.63 \pm 0.02$	$6.78 \pm 0.09$	$40.47 \pm 0.26$	$15.74 \pm 0.19$	Steady state
95.40	$4.20 \pm 0.02$	$12.74 \pm 0.30$	$44.17 \pm 0.26$	$14.58 \pm 0.34$	Steady state
128.47	$5.47 \pm 0.01$	$18.35 \pm 0.19$	$46.98 \pm 0.05$	$14.01 \pm 0.15$	Steady state

**Table 6.** Mean net convection heat flux transferred to the fluid as a function of  $Re$ ,  $Ri^*$ ,  $AR = 1$  and  $\gamma = 90^\circ$ .

$Re$	$Ri^*$	$AR = 1$					
		15.59	30.90	42.95	54.86	95.40	128.47
500	$\dot{q}$ (W/m <sup>2</sup> )	175.73	371.52				
700	$\dot{q}$ (W/m <sup>2</sup> )	364.03	728.18	1,002.90	1,278.30	2,171.99	2,976.72
1,000	$\dot{q}$ (W/m <sup>2</sup> )	742.83	1,486.09	2,046.74	2,608.77		
1,500	$\dot{q}$ (W/m <sup>2</sup> )	1,671.58	3,343.7				

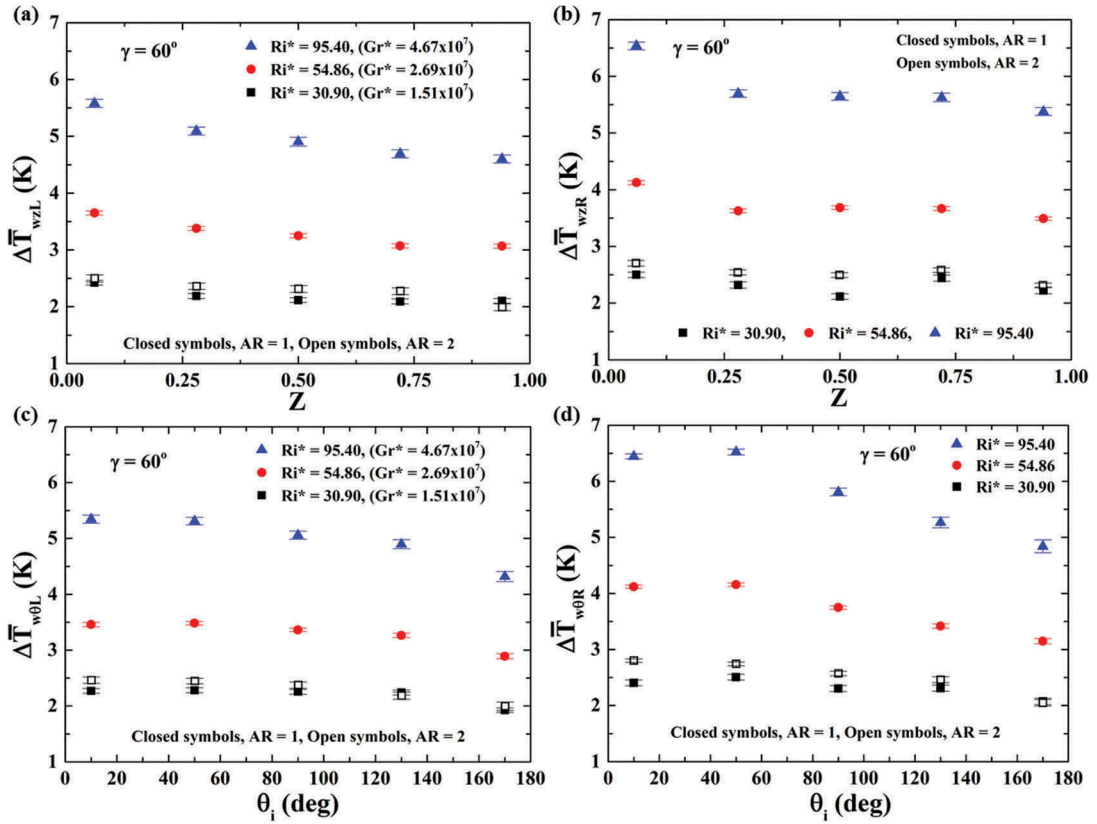
### Aspect ratio effect

The effect of varying the aspect ratio on the temperature distributions is shown in Figures 13–17. These figures show for selected runs the space-averaged temperature difference distribution  $(\bar{T}_w(Z, \theta) - T_0)$  as a function of  $Ri^*$  and  $\gamma$ . Here, the closed and open symbols correspond to  $AR = 1$  and  $AR = 2$ ,



**Figure 13.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 90^\circ$ : (a) and (b) Mean column-averaged ( $Z$ ) temperature difference,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) and (d) Mean angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The closed and open symbols correspond to  $AR = 1$  and  $AR = 2$ , respectively.

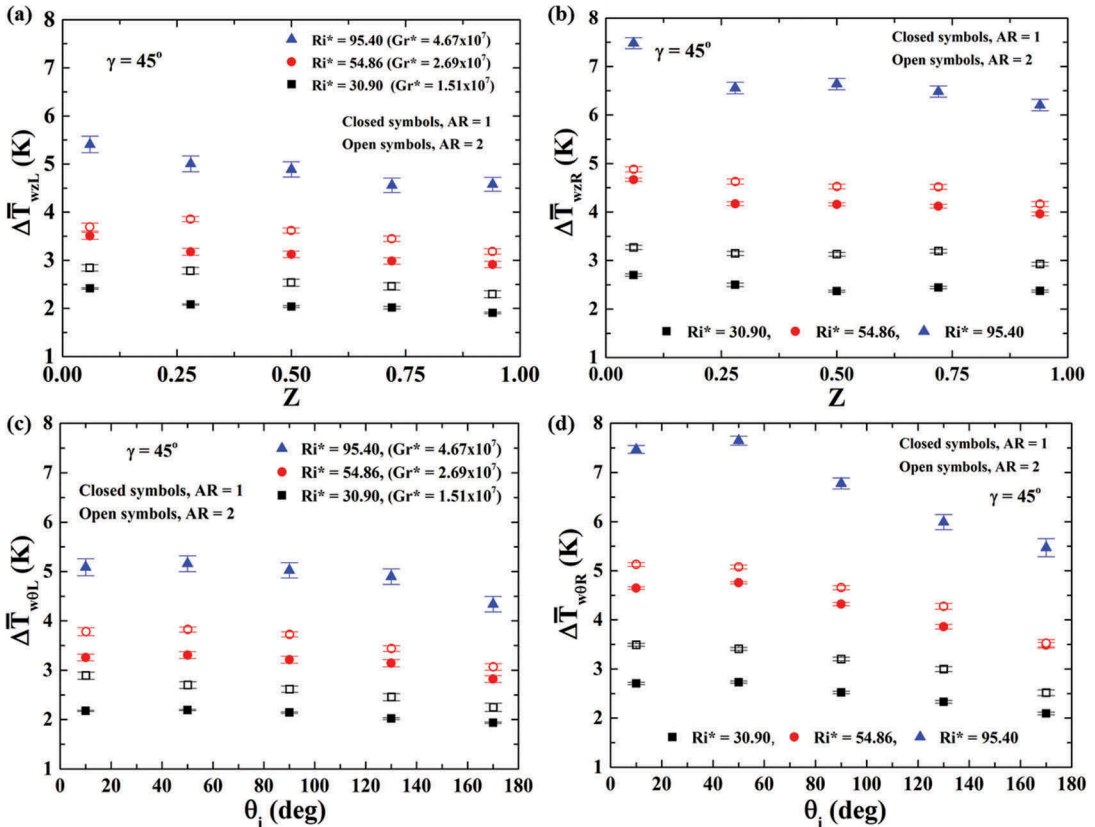
respectively. The error bars indicate  $\pm$  standard deviation. It is worth mentioning that for a given  $Ri^*$  number for  $AR = 2$ , because the voltage–current supply required for each cavity is two times higher than for  $AR = 1$ , higher values of the buoyancy parameter could not be reached because of restrictions in the experimental equipment. Figure 13 shows for  $\gamma = 90^\circ$  the effect of  $Ri^*$  number variation on the temperature difference distribution. Clearly, in Figure 13a–b, the spanwise flow and thermal asymmetry of both cavities increases with  $Ri^*$  number for  $AR = 1$ . In contrast, for  $AR = 2$ , a relatively more uniform surface temperature is achieved and higher column-averaged temperature differences take place. Figure 13c–d show that for both values of  $AR$  the angular-averaged temperature difference is lower close to the trailing edge and reaches its maximum close to the leading edge of each cavity. However, it is to be noticed that the measured values are higher for  $AR = 2$ . Figure 14 shows the surface temperature variations for  $\gamma = 60^\circ$ . Clearly, although the column and angular-averaged temperature difference for  $Ri^* = 30.90$  is higher for  $AR = 2$ , the temperature difference between  $AR = 1$  and  $AR = 2$  reduces with respect to the vertical channel configuration for the same value of  $Ri^*$ . In Figure 15, although the temperature distribution of both semicircular cavities at  $\gamma = 45^\circ$  is qualitatively similar for both values of  $AR$ , the measured column- and angular-averaged temperature differences are slightly higher for  $AR = 2$ . Also, the temperature difference distribution between  $AR = 1$  and  $AR = 2$  slightly reduces when the buoyancy parameter increases from  $Ri^* = 30.90$  to  $Ri^* = 50.40$ . This happens because the upstream vortex cell extends toward upstream positions with increasing buoyancy strength. Interestingly, the opposite behavior is observed in Figure 16 for  $\gamma = 30^\circ$ . Here, the temperature difference distribution between  $AR = 1$  and  $AR = 2$  increases with increasing buoyancy because of the fact that the upstream



**Figure 14.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 60^\circ$ : (a) and (b) Mean column-averaged ( $Z_i$ ) temperature difference,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) and (d) Mean angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The closed and open symbols correspond to  $AR = 1$  and  $AR = 2$ , respectively.

vortex cell increases its width instead of further climbing to upstream positions. Figure 17 shows the variation of the column- and angular-averaged temperature difference distribution for the horizontal channel configuration. In Figure 17a–b, as the velocity of the channel flow increases with  $Ri^*$  number due to the partial blockage induced by the enlarged upper vortex structure, the lower vortex entrains fluid from the mainstream. As such, the surface temperature of the lower and upper semicircular cavity drops and steps up, respectively. Although the spanwise asymmetry increases with  $Ri^*$  number for both values of  $AR$ , the angular surface temperature variations between both aspect ratios are higher for the horizontal channel than any other channel configuration. In Figure 17c–d, the highest angular-averaged temperature differences take place at the lip of each cavity at an angular position of  $\theta_i = 90^\circ$  and progressively decrease toward the  $\theta_i = 10^\circ$  and  $\theta_i = 170^\circ$  angular positions.

To further illustrate the effect of the channel aspect ratio on the flow and thermal response, Figures 18–19 show for  $\gamma = 60^\circ$  the time variations of the column- and angular-averaged temperature difference at  $Ri^* = 30.90$  for both values of  $AR$ , respectively. Clearly, the spanwise surface temperature variations shown in Figure 18 have a higher amplitude and oscillation frequency for  $AR = 2$ . This happens because of the fact that the mean velocity  $u_0$  is lower for  $AR = 2$ . It is worth mentioning that the upstream vortical structure is wider and thicker for  $AR = 1$ . This enhanced blockage effect induces higher local values of the cold downward-flowing fluid close to the semicircular cavities, which explains why for the same value of buoyancy strength the Nusselt numbers are higher for  $AR = 1$  than for  $AR = 2$ . The time variations of the angular-averaged temperature difference shown in Figure 19 reveal important differences in the dynamics of the vortical structure



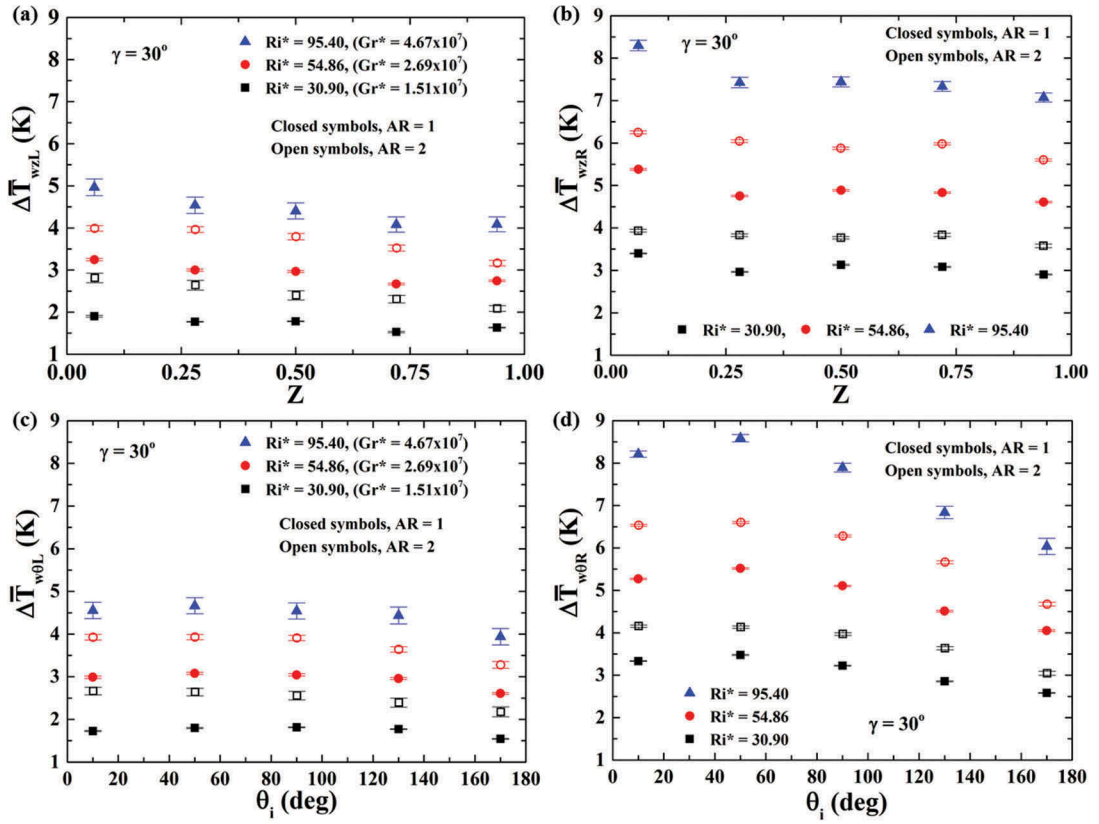
**Figure 15.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 45^\circ$ : (a) and (b) Mean column-averaged ( $Z_i$ ) temperature difference,  $\Delta \bar{T}_{wZ} = (\bar{T}_{wZ} - T_0)$ . (c) and (d) Mean angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The closed and open symbols correspond to  $AR = 1$  and  $AR = 2$ , respectively.

of each semicircular cavity with channel aspect ratio, indicating that the 3D effects on the flow and temperature distribution are higher for  $AR = 2$ . These results provide an in-depth understanding of the aspect ratio effect on the vortex dynamics and temperature distributions achieved by the semicircular cavities.

### Time- and space-averaged Nusselt number

A universal plot with the effect of the channel orientation on the measured time- and space-averaged Nusselt number of each cavity for  $Re = 700$ , several values of  $Ri^*$  and both values of  $AR$  is shown in Figure 20. In this figure, the open and closed symbols correspond to the right (upper) and left (lower) semicircular cavity, respectively. The error bars indicate  $\pm$  standard deviation. It is noteworthy that for a fixed value of  $Ri^*$  the dependence between the time- and space-averaged Nusselt numbers and the channel inclination is not monotonic. This happens because for the vertical channel configuration ( $\gamma = 90^\circ$ ), the buoyancy-induced secondary flow acts directly against the forced flow, higher heat transfer rates are achieved, and only a slight asymmetry in the overall flow and thermal response is observed. For  $\gamma = 60^\circ, 45^\circ$ , and  $30^\circ$ , as the value of the inclination angle decreases, the asymmetry of the thermal response increases with  $Ri^*$  number. This happens because the recirculating flow of the upper and lower vortical structures achieves higher and lower surface temperatures, respectively. For the horizontal channel configuration ( $\gamma = 0^\circ$ ), as the





**Figure 16.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 30^\circ$ : (a) and (b) Mean column-averaged ( $Z_i$ ) temperature difference,  $\Delta \bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) and (d) Mean angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta \bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The closed and open symbols correspond to  $AR = 1$  and  $AR = 2$ , respectively.

buoyancy parameter increases, the size and strength of the upper vortex increase and the time- and space-averaged Nusselt number of the upper semicircular cavity decreases. The opposite effect occurs at the lower wall, where enhanced entrainment of the cold force flow into the lower semicircular cavity zone takes place because of the enlarged upper vortex structure that induces an increase in the longitudinal velocity. Hence, the Nusselt numbers are maximum at this location for all values of  $Ri^*$ .

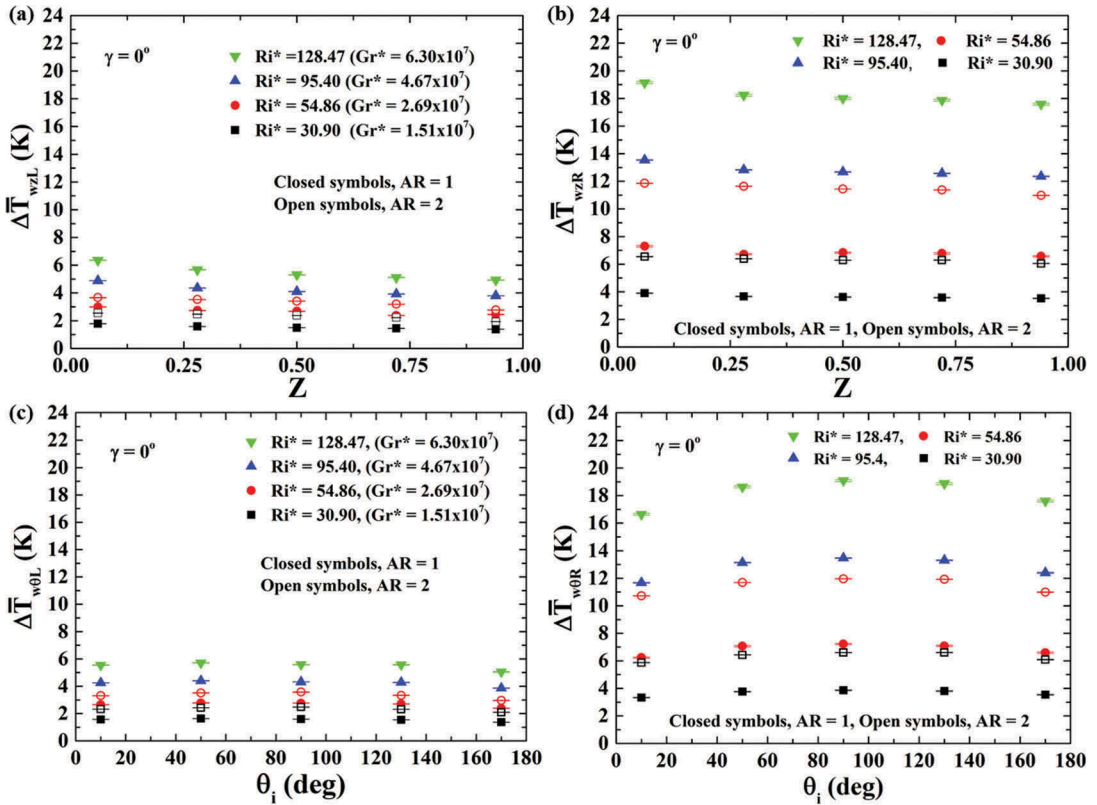
A single correlation for each semicircular cavity for predicting the overall Nusselt number as a function  $Ri^*$  and  $\gamma$  for  $Re = 700$  and  $AR = 1$  has been obtained by fitting all the measured data of [Figure 20](#). The resulting correlation after regression fit leads to

$$\widetilde{Nu} = A + B\gamma + C\gamma^2 + D\gamma^3 \quad (6)$$

In Eq. (6), the coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , and  $D$  are the curve-fit coefficients listed in [Table 7](#). Also, in [Table 7](#)  $E$  is the correlation coefficient and subscripts  $L$  and  $R$  correspond to the left/lower and right/upper semicircular cavity, respectively.

### Reynolds number effect

[Figure 21](#) shows, for the vertical channel configuration ( $\gamma = 90^\circ$ ), the time- and space-averaged Nusselt number of each semicircular cavity for both values of  $AR$ , Reynolds numbers of  $Re = 500, 700, 1000$ , and  $1,500$  and modified Richardson numbers up to  $Ri^* = 128.47$ . Here, the



**Figure 17.**  $Re = 700$  and  $\gamma = 0^\circ$ : (a) and (b) Mean column-averaged ( $Z$ ) temperature difference,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . (c) and (d) Mean angular-averaged ( $\theta$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The closed and open symbols correspond to  $AR = 1$  and  $AR = 2$ , respectively.

open and closed symbols correspond to the left and right semicircular cavities, respectively. The error bars indicate  $\pm$  standard deviation. Clearly, for a fixed value of the modified Richardson number, the Nusselt numbers increase with  $Re$  number. Due to the presence of secondary flow, a slight asymmetry in the flow and thermal configuration is observed for all values of the Reynolds number studied. In addition, lower Nusselt numbers are achieved for  $AR = 2$  with respect to  $AR = 1$ . Table 6 shows the required mean net convection heat flux transferred to the fluid for all of the computed values of  $Re$  and  $Ri^*$  shown in Figure 21 for  $AR = 1$ .

## Conclusions

A comprehensive experimental study has been carried out to investigate the transient opposing mixed convection for incompressible laminar flow past two open and symmetric semicircular cavities subjected to a uniform heat flux condition, while the other bounding walls are adiabatic. The effects of Reynolds and modified Richardson (Grashof) numbers, channel inclination, and channel aspect ratio on the 3D thermal features of each semicircular cavity have been assessed using water as the working fluid. From the experimental measurements, the time variations of the space-averaged surface temperatures and overall Nusselt numbers of each semicircular cavity have been obtained. Also, spectral distribution of the fluctuating energy, phase-space plots of the self-oscillatory system, and characteristic times of temperature oscillations have been presented for a wide range in the parametric space. Quantitative results of the local surface temperature distribution of the active walls of each cavity

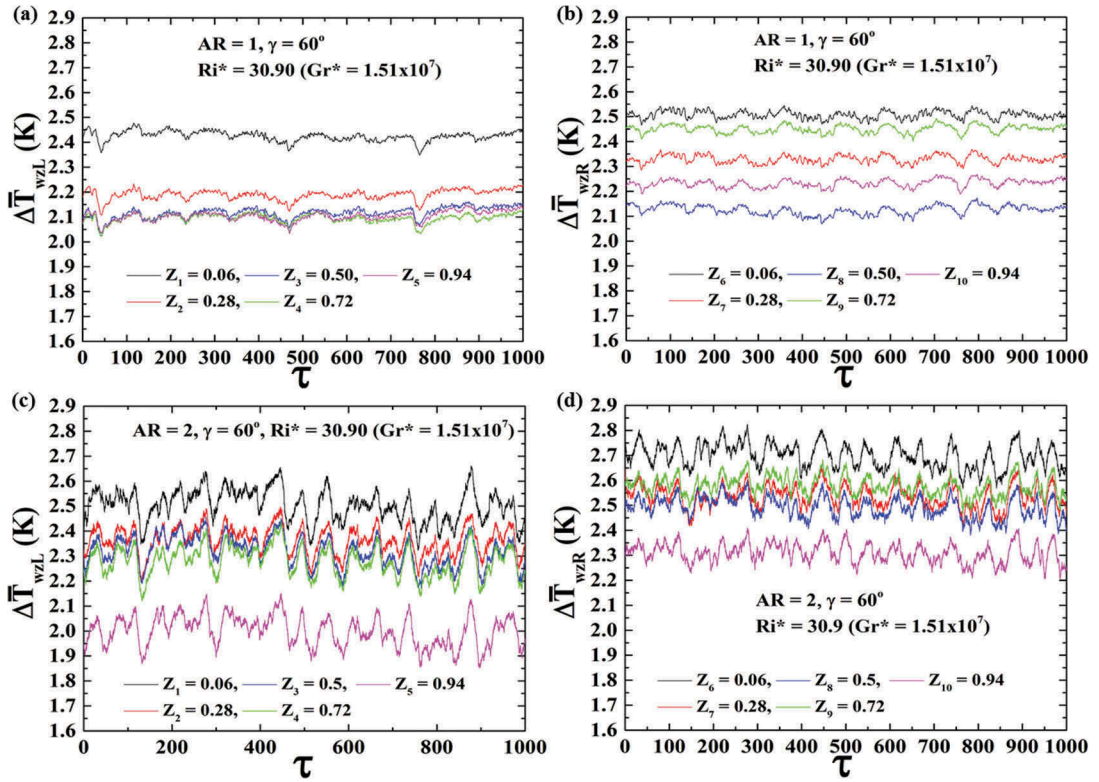


Figure 18.  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 54.86$  ( $Gr^* = 2.69 \times 10^7$ ), and  $\gamma = 60^\circ$ : Time variations of the column-averaged ( $Z_i$ ) temperature difference along the spanwise distance,  $\Delta\bar{T}_{wz} = (\bar{T}_{wz} - T_0)$ . The top and bottom images correspond to  $AR = 1$  and  $AR = 2$ , respectively.

reveal zones of recirculating and secondary flow within the complex vortical structure that forms close to each heat source. The present results show that for a fixed value of the inclination angle, as the Reynolds and modified Richardson numbers increase, the Nusselt numbers also increase. Based on the temperature distributions, the following observations can be made.

- (1) For the vertical channel configuration ( $\gamma = 90^\circ$ ), as the value of  $Ri^*$  increases from 30.90 to 128.47, the mean of the averaged Nusselt numbers increases from 27.55 to 42.58 (54.6% increase).
- (2) For a channel inclination of  $\gamma = 60^\circ$ , the thermal response is quasi-periodic for all values of the buoyancy parameter due to a flow pattern that features two vortices that oscillate with different frequencies and that periodically separate and merge forming a complex vortical structure close to each cavity. Here, an increase in frequency and amplitude of the oscillations of the space-averaged Nusselt numbers with  $Ri^*$  number is evident.
- (3) For  $\gamma = 45^\circ$ , buoyancy strength reduces and higher values of  $Ri^*$  are required to induce flow and thermal oscillation. However, after the onset of a Hopf bifurcation, a monospectral response takes place and the space-averaged Nusselt numbers of both cavities oscillate with the same fundamental frequency.
- (4) For  $\gamma = 30^\circ$ , higher values of buoyancy strength are required to trigger the Hopf bifurcation and flow and thermal oscillation only takes place for the highest value of  $Ri^* = 95.40$ . Here, the lower and upper cavities depict large and small amplitude oscillations of the same frequency, respectively.

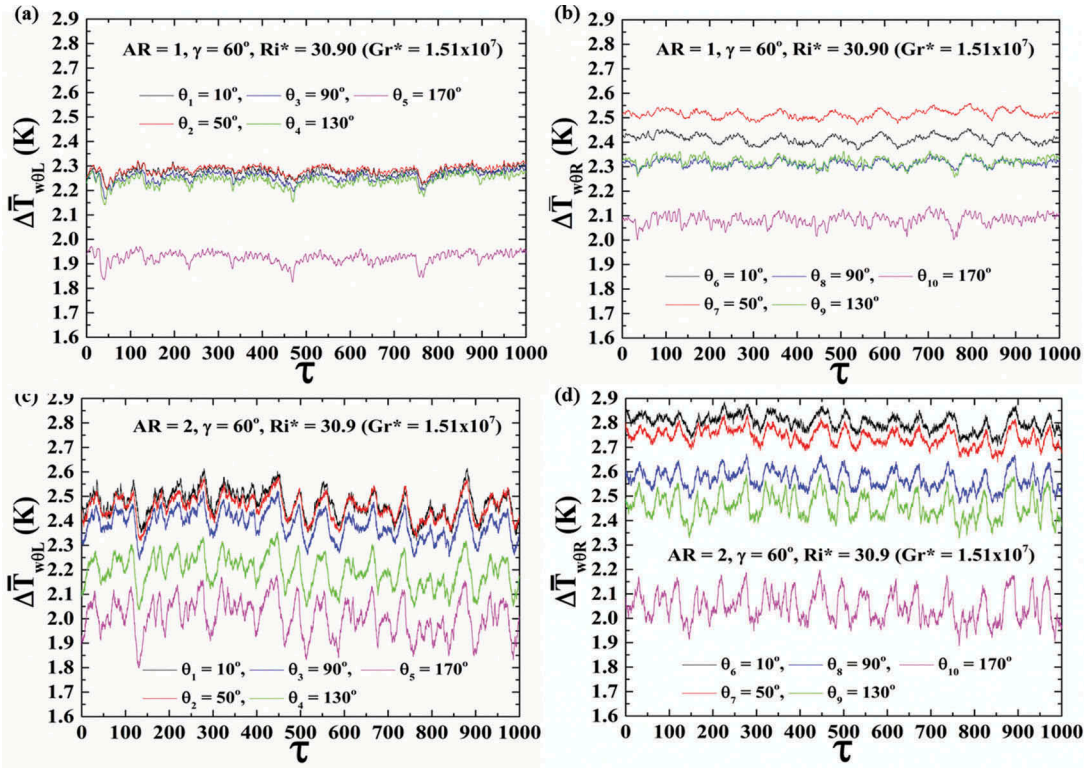


Figure 19.  $Re = 700$ ,  $Ri^* = 54.86$  ( $Gr^* = 2.69 \times 10^7$ ), and  $\gamma = 60^\circ$ : Time variations of the angular-averaged ( $\theta_i$ ) temperature difference with angular position,  $\Delta\bar{T}_{w\theta} = (\bar{T}_{w\theta} - T_0)$ . The top and bottom images correspond to  $AR = 1$  and  $AR = 2$ , respectively.

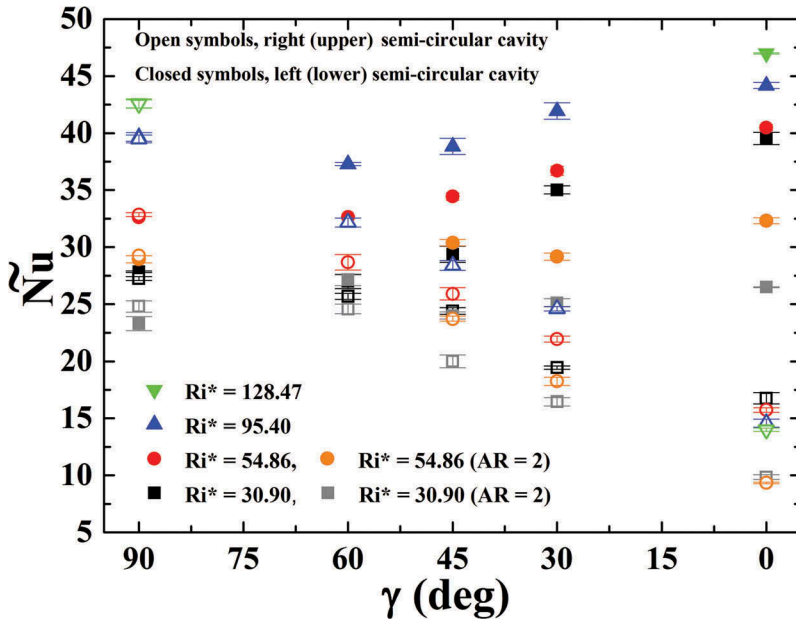
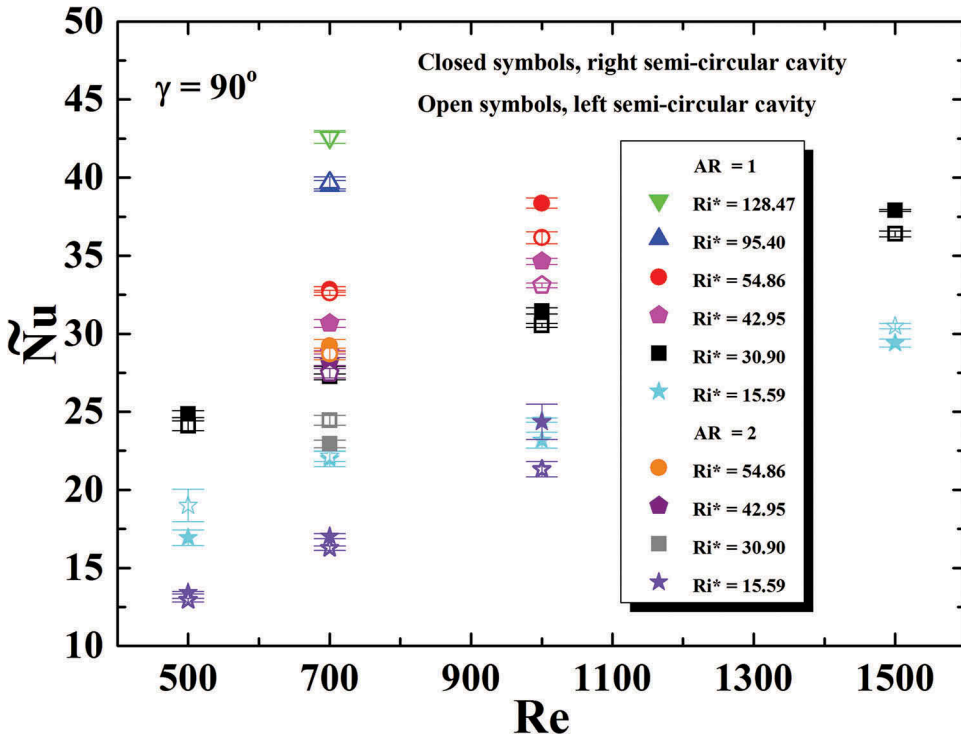


Figure 20. Effect of the channel orientation ( $\gamma$ ) on the time- and spaced-averaged Nusselt number for  $Re = 700$ , several values of  $Ri^*$ , and both values of  $AR$ . The open and closed symbols correspond to the right (upper) and left (lower) semicircular cavity, respectively.

**Table 7.** Curve-fit coefficients for Eq. (6).

$Ri^*$	A	B	C	D	E
$Ri_L^* = 30.90$	39.191	0.021	-0.008	$7.584 \times 10^{-5}$	0.9123
$Ri_R^* = 30.90$	16.532	-0.027	0.006	$-5.031 \times 10^{-5}$	0.9064
$Ri_L^* = 54.86$	40.070	-0.074	-0.002	$2.608 \times 10^{-5}$	0.9132
$Ri_R^* = 54.86$	15.560	0.172	0.002	$-1.864 \times 10^{-5}$	0.9948
$Ri_L^* = 95.40$	43.751	0.061	-0.006	$5.773 \times 10^{-5}$	0.8529
$Ri_R^* = 95.40$	14.436	0.393	-0.003	$1.354 \times 10^{-5}$	0.9933



**Figure 21.** Effect of the Reynolds number on the time- and space-averaged Nusselt number for both values of  $AR$ ,  $\gamma = 90^\circ$ , and several values of  $Ri^*$ . The open and closed symbols correspond to the left and right semicircular cavities, respectively.

- (5) For the horizontal channel configuration ( $\gamma = 0^\circ$ ), because gravity acts only indirectly against the forced flow, a steady-state thermal response takes place for all values of  $Ri^*$  and the mean of the averaged Nusselt numbers only increases from 28.16 to 30.50 (8.31% increase).
- (6) The heat transfer performance has been found to be a strong function of  $Ri^*$  and  $\gamma$  and a relatively weak function of the channel aspect ratio. However, with an increase in the channel aspect ratio for all values of  $\gamma$ , the flow and temperature oscillations depict higher amplitude and frequency that hinder the heat transfer performance for all values of the channel orientation.

The results in this study suggest several guidelines for the thermal design of electronic packages where the geometry of electronic devices and the arrangement of electronic components are of interest.

## Nomenclature

$A_c$	cross-sectional area of the channel, m
$A_{heater}$	surface area of each semicircular cavity exposed to the water flow, m <sup>2</sup>
$AR$	channel aspect ratio, $AR = W/D$
$D$	inner diameter of semicircular cavity (characteristic length), m
$D_H$	channel hydraulic diameter, m
$f$	frequency, Hz
$g$	gravity acceleration, m s <sup>-2</sup>
$Gr^*$	modified Grashof number, $Gr^* = g\beta\dot{q}D^4/k\nu^2$
$h$	heat transfer coefficient, W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>
$H$	channel width, m
$I$	measured electrical current, A
$k$	fluid thermal conductivity, W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
$Nu$	local Nusselt number
$\overline{Nu}$	space-averaged Nusselt number
$\widetilde{Nu}$	time- and space-averaged Nusselt number
$P$	channel perimeter, m
$Pr$	Prandtl number, $Pr = \nu/\alpha$
$\dot{Q}$	net convective heat transferred to the fluid, W
$\dot{q}$	net convective heat flux transferred to the fluid, W m <sup>-2</sup>
$\dot{q}_{cond}$	calculated conduction losses per unit surface to the ambient, W m <sup>-2</sup>
$\dot{q}_{el}$	measured input power per unit surface supplied to each cavity, W m <sup>-2</sup>
$\dot{q}_{rad}$	calculated radiation losses per unit surface to the ambient, W m <sup>-2</sup>
$Re$	Reynolds number based on channel hydraulic diameter, $Re = u_0 D_H/\nu$
$Ri^*$	modified Richardson number, $Ri^* = Gr^*/Re^2$
$St$	Strouhal number based on semicircular cavity height, $St = fD/u_0$
$t$	time, s
$T_{amb}$	ambient or room temperature, K
$T_0$	fluid temperature at the channel inlet or reference temperature, K
$T_w$	local surface temperature, K
$\overline{T}_w$	mean wall or surface temperature of the semicircular cavity, K
$\widetilde{T}_w$	mean global wall temperature, K
$\overline{T}_{wz}$	column-averaged surface temperature, K
$\overline{T}_{w\theta}$	angular-averaged surface temperature, K
$u_0$	fluid velocity at the channel inlet, m s <sup>-1</sup>
$V$	measured voltage, V
$W$	channel depth or cavity width, m
$x, y, z$	rectangular Cartesian coordinates
$X$	nondimensional axial coordinate, $X = x/H$
$Y$	nondimensional transverse coordinate, $Y = y/H$
$Z$	nondimensional spanwise coordinate, $Z = z/W$
<i>Greek symbols</i>	
$\alpha$	thermal diffusivity, m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>
$\beta$	thermal volumetric expansion coefficient, K <sup>-1</sup>
$\Delta T_w$	local surface temperature difference, $\Delta T_w = (T_w - T_0)$ , K
$\overline{\Delta T}_w$	mean wall or surface temperature difference, $\overline{\Delta T}_w = (\overline{T}_w - T_0)$ , K
$\widetilde{\Delta T}_w$	mean global surface temperature difference, $\widetilde{\Delta T}_w = (\widetilde{T}_w - T_0)$ , K
$\overline{\Delta T}_{wa}$	average temperature difference, $\overline{\Delta T}_{wa} = (\overline{\Delta T}_w - T_{amb})$ , K
$\overline{\Delta T}_{wz}$	column-averaged temperature difference, $\overline{\Delta T}_{wz} = (\overline{T}_{wz} - T_0)$ , K
$\overline{\Delta T}_{w\theta}$	angular-averaged temperature difference, $\overline{\Delta T}_{w\theta} = (\overline{T}_{w\theta} - T_0)$ , K
$\gamma$	inclination angle with respect to the horizontal
$\varepsilon$	surface emissivity of aluminum
$\nu$	kinematic viscosity, m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>
$\rho$	fluid density, kg m <sup>-3</sup>
$\sigma$	Stefan-Boltzmann constant, $5.670373(21)10^{-8}$ W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup>
$\theta_i$	refers to the angular position in degrees
$\tau$	nondimensional time, $\tau = tu_0/D$

### Subscripts

$j = R, L$  indicates left/lower and right/upper semicircular cavity, respectively

## Acknowledgments

This work was supported by the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología [167474]. CT acknowledges sabbatical support from DGAPA/UNAM and CONACyT.

## ORCID

Lorenzo Martínez-Suástegui  <http://orcid.org/0000-0003-3575-7268>

## References

- [1] S. K. Ajmera, H. J. Shukla, and A. N. Mathur, “Experimental and numerical investigation of convective heat transfer in a multiple ventilated enclosure with discrete heat sources,” *Exp. Heat Transfer*, vol. 29, pp. 721–740, 2016. DOI: [10.1080/08916152.2015.1113215](https://doi.org/10.1080/08916152.2015.1113215).
- [2] S. Venkatachalapathy and M. Udayakumar, “Experimental and numerical investigation of mixed convection heat transfer from protruding heat sources in an enclosure,” *Exp. Heat Transfer*, vol. 25, pp. 92–110, 2012. DOI: [10.1080/08916152.2011.582566](https://doi.org/10.1080/08916152.2011.582566).
- [3] C. Migeon, A. Texier, and G. Pineau, “Effects of lid-driven cavity shape on the flow establishment phase,” *J. Fluid Struct.*, vol. 14, pp. 469–488, 2000. DOI: [10.1006/jfls.1999.0282](https://doi.org/10.1006/jfls.1999.0282).
- [4] C.-L. Chen and C.-H. Cheng, “Experimental and numerical study on mixed convection and flow pattern in a lid-driven arc-shape cavity,” *Int. Commun. Heat Mass*, vol. 39, pp. 1563–1571, 2012a. DOI: [10.1016/j.icheatmasstransfer.2012.10.003](https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2012.10.003).
- [5] J. Liu, G. Xie, and T. W. Simon, “Turbulent flow and heat transfer enhancement in rectangular channels with novel cylindrical grooves,” *Int. J. Heat Mass. Tran.*, vol. 81, pp. 563–577, 2015. DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.10.021](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.10.021).
- [6] F. Zhang, X. Wang, and J. Li, “Flow and heat transfer characteristics in rectangular channels using combination of convex-dimples with grooves,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 113, pp. 926–936, 2017. DOI: [10.1016/j.applthermaleng.2016.11.047](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.11.047).
- [7] P. Biswal and T. Basak, “Bejan’s heatlines and numerical visualization of convective heat flow in differentially heated enclosures with concave/convex side walls,” *Energy*, vol. 64, pp. 69–94, 2014. DOI: [10.1016/j.energy.2013.10.032](https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.10.032).
- [8] C.-L. Chen, Y.-C. Chun, and T.-F. Lee, “Experimental and numerical studies on periodic convection flow and heat transfer in lid-driven arc-shape cavity,” *Heat Mass Transfer*, vol. 41, pp. 58–66, 2004. DOI: [10.1007/s00231-004-0541-5](https://doi.org/10.1007/s00231-004-0541-5).
- [9] C. Bi, G. H. Tang, and W. Q. Tao, “Heat transfer enhancement in mini-channel heat sinks with dimples and cylindrical grooves,” *Int. J. Heat Mass. Tran.*, vol. 55, pp. 121–132, 2013.
- [10] A. A. Ramadhan, Y. T. A. Anii, and A. J. Shareef, “Groove geometry effects on turbulent heat transfer and fluid flow,” *Heat Mass Transfer*, vol. 49, pp. 185–195, 2013. DOI: [10.1007/s00231-012-1076-9](https://doi.org/10.1007/s00231-012-1076-9).
- [11] H. S. Dizaji and S. Jafarmadar, “Experiments on new arrangements of convex and concave corrugated tubes through a double-pipe heat exchanger,” *Exp. Heat Transfer*, vol. 29, pp. 1–16, 2016. DOI: [10.1080/08916152.2015.1046015](https://doi.org/10.1080/08916152.2015.1046015).
- [12] X.-L. Tian, *et al.*, “Effects of fin pitch and tube diameter on the air-side performance of tube bank fin heat exchanger with the fins punched plane and curved rectangular vortex generators,” *Exp. Heat Transfer*, vol. 4, pp. 1–20, 2017.
- [13] S.-T. Ding and G. Li, “Experimental study of flow through a blade trailing edge with a wavy partition,” *Exp. Heat Transfer*, vol. 24, pp. 266–284, 2011. DOI: [10.1080/08916152.2010.523811](https://doi.org/10.1080/08916152.2010.523811).
- [14] H. S. Chung, G. H. Lee, M. J. Nine, and H. M. Jeong, “Study on the thermal and flow characteristics on the periodically arranged semi-circular ribs in a rectangular channel,” *Exp. Heat Transfer*, vol. 27, pp. 56–71, 2014. DOI: [10.1080/08916152.2012.719067](https://doi.org/10.1080/08916152.2012.719067).
- [15] C. Saidi, F. Legay-Desesquelles, and B. Prunet-Foch, “Laminar flow past a sinusoidal cavity,” *Int. J. Heat Mass. Tran.*, vol. 30, pp. 649–661, 1987. DOI: [10.1016/0017-9310\(87\)90195-5](https://doi.org/10.1016/0017-9310(87)90195-5).
- [16] K. Bilen, M. Cetin, H. Gul, and T. Balta, “The investigation of groove geometry effect on heat transfer for internally grooved tubes,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 29, pp. 753–761, 2009. DOI: [10.1016/j.applthermaleng.2008.04.008](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2008.04.008).
- [17] M. Komeil, R. Rohollah, and T. Farhad, “Effects of rib shapes on heat transfer characteristics of turbulent flow of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid inside ribbed tubes,” *Iran. J. Chem. Chem. Eng.*, vol. 34, pp. 61–77, 2015.
- [18] M. Sukesan and A. Dhiman, “Laminar mixed convection in a channel with a builtin semi-circular cylinder under the effect of crossbuoyancy,” *Int. Commun. Heat Mass*, vol. 58, pp. 25–32, 2014. DOI: [10.1016/j.icheatmasstransfer.2014.08.025](https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2014.08.025).
- [19] A. Dhiman, R. Gupta, and L. Baranyi, “Cross-buoyancy mixed convection from a heated cylinder placed asymmetrically in a channel,” *Int. Commun. Heat Mass*, vol. 95, pp. 139–146, 2018. DOI: [10.1016/j.icheatmasstransfer.2018.05.007](https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2018.05.007).

- [20] A. K. Azad, M. J. H. Munshi, and M. M. Rahman, "Double diffusive mixed convection in a channel with a circular heater," *Procedia Eng.*, vol. 56, pp. 157–162, 2013. DOI: [10.1016/j.proeng.2013.03.102](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.03.102).
- [21] E. H. Ridouane and A. Campo, "Heat transfer and pressure drop characteristics of laminar air flows moving in a parallel-plate channel with transverse hemi-cylindrical cavities," *Int. J. Heat Mass. Tran.*, vol. 50, pp. 3913–3924, 2007. DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.02.004](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.02.004).
- [22] F. Moukalled, A. Doughan, and S. Acharya, "Parametric study of mixed convection in channels with concave and convex surfaces," *Int. J. Heat Mass. Tran.*, vol. 43, pp. 1947–1963, 2000. DOI: [10.1016/S0017-9310\(99\)00269-0](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(99)00269-0).
- [23] C.-L. Chen and C.-H. Cheng, "Predictions of buoyancy-induced flow in various acrossshape concave enclosures," *Int. Commun. Heat Mass*, vol. 38, pp. 442–448, 2011. DOI: [10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.12.027](https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.12.027).
- [24] C. Ozalp, A. Pinarbasi, and B. Sahin, "Experimental measurement of flow past cavities of different shapes," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 34, pp. 505–515, 2010. DOI: [10.1016/j.expthermflusci.2009.11.003](https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2009.11.003).
- [25] C.-L. Chen and C.-H. Cheng, "Buoyancy-induced flow and convective heat transfer in an inclined arc-shape enclosure," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 23, pp. 823–830, 2002. DOI: [10.1016/S0142-727X\(02\)00189-3](https://doi.org/10.1016/S0142-727X(02)00189-3).
- [26] C.-L. Chen and C.-H. Cheng, "Numerical predictions of natural convection with liquid fluids contained in an inclined arc-shaped enclosure," *Int. Commun. Heat Mass*, vol. 39, pp. 209–215, 2012b. DOI: [10.1016/j.icheatmasstransfer.2011.11.001](https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2011.11.001).
- [27] H. Chung, *et al.*, "Augmented heat transfer with intersecting rib in rectangular channels having different aspect ratios," *Int. J. Heat Mass. Tran.*, vol. 88, pp. 357–367, 2015. DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.04.033](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.04.033).
- [28] M. Pizzarelli, F. Nasuti, and M. Onofri, "Trade-off analysis of high-aspect-ratio-cooling-channels for rocket engines," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 44, pp. 458–467, 2013. DOI: [10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.08.003](https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.08.003).
- [29] G. I. Mahmood and P. M. Ligrani, "Heat transfer in a dimpled channel: combined influences of aspect ratio, temperature ratio, Reynolds number and flow structure," *Int. J. Heat Mass. Tran.*, vol. 45, pp. 2011–2020, 2002. DOI: [10.1016/S0017-9310\(01\)00314-3](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(01)00314-3).
- [30] C. Tanda, "Experiments on natural convection in water-cooled ribbed channels with different aspect ratios," *Int. J. Heat Mass. Tran.*, vol. 110, pp. 606–612, 2017. DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.03.050](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.03.050).
- [31] A. Candan, B. Markal, O. Aydin, and M. Avci, "Saturated flow boiling characteristics in single rectangular minichannels: effect of aspect ratio," *Exp. Heat Transfer*, vol. 31, pp. 531–551, 2018. DOI: [10.1080/08916152.2018.1463305](https://doi.org/10.1080/08916152.2018.1463305).
- [32] A. Barletta and E. Zanchini, "On the choice of the reference temperature for fully-developed mixed convection in a vertical channel," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 42, pp. 3169–3181, 1999. DOI: [10.1016/S0017-9310\(99\)00011-3](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(99)00011-3).
- [33] E. Kchoc, M. Davics, and D. Newport, "Mixed convection cooling of horizontally mounted printed circuit board," *IEEE Trans. Compon. Packag. Technol.*, vol. 26, pp. 126–133, 2003. DOI: [10.1109/TCAPT.2003.811471](https://doi.org/10.1109/TCAPT.2003.811471).
- [34] C. Rao, C. Balaji, and S. Venkateshan, "Effect of surface radiation on conjugate mixed convection in a vertical channel with a discrete heat source in each wall," *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 45, pp. 3331–3347, 2002. DOI: [10.1016/S0017-9310\(02\)00061-3](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(02)00061-3).
- [35] S. Kline and F. McClintock, "Describing uncertainty in single sample experiments," *Mech. Eng.*, vol. 75, pp. 3–12, 1953.