



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**GENERALIZACIÓN DEL MODELO KOZENY CARMAN
PARA UN MEJOR CÁLCULO DEL SISTEMA POROSO Y
DEL ÍNDICE DE PERMEABILIDAD DE YACIMIENTOS
FRACTURADOS VUGULARES**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Ogilvie Álvarez Sánchez

DIRECTOR DE TESIS

Fís. Gustavo Mendoza Romero



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

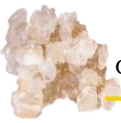
Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



*Cuando alguien que de verdad necesita algo,
lo encuentra, no es la casualidad quien lo procura, sino él mismo.
Su propio deseo y su propia necesidad
le conducen a ello.*

(Hessen, 1927)



D e d i c a t o r i a

*Con todo cariño a mis padres.
Por ser los principales promotores de mis sueños,
y cada día confiar y creer en mí
Por sus consejos,
sus valores inculcados
y su amor incondicional.*



A g r a d e c i m i e n t o s

A la Universidad Nacional Autónoma de México y la Facultad de Ingeniería.

Por proporcionarme las herramientas necesarias para formarme profesionalmente.

A mis profesores, mi asesor y sinodales.

Por contribuir con sus conocimiento y consejos en mi formación académica.

A mis padres y abuelitas

Por inculcar en mí valores, guiándome a través de mi vida, con el propósito de hacer de mí una mejor persona.

A mis hermanos.

Por ser parte de mi vida y compartir alegrías, tristezas y esperanzas.

A tíos y primos.

Por acompañarme en mi camino apoyándome constantemente.

A mis abuelos Pablo y Silvia.

Por dejarme sentir su cariño y aprecio.

A mis amigos y Clarisa.

Por su apoyo y momentos compartidos.



Resumen

En este trabajo se plantea el desarrollo de una nueva relación orientada a la mejor evaluación de la permeabilidad y a una mayor comprensión de lo que ocurre en el interior de los sistemas porosos, sobre todo de las rocas No Archie.

Actualmente, en los modelos tradicionalistas en uso común, se asume que el flujo de fluidos ocurre a través de un paquete de tubos capilares lisos: a) rectos o curvos, sin interacción entre ellos, o, bien, b) curvos con perforaciones aleatorias a lo largo de sus paredes, pero entrelazados entre sí.

Aquí se asume que los yacimientos petrolíferos son en realidad sistemas físicos muy heterogéneos. Generalmente son combinaciones complejas de varios tipos de roca y diversas clases de porosidad, en donde el flujo de hidrocarburos es controlado por variaciones drásticas de propiedades estáticas y dinámicas.

Con esta idea en mente, y como punto de partida, se considera que el flujo de fluidos tiene lugar a través de canales de conducción tortuosos, cuyas paredes son rugosas de una alta complejidad geométrica y pueden estar intercomunicados, entre sí, o no, (del tipo de Pérez-Rosales, 1982), los cuales son más representativos de la realidad física que manifiestan las rocas naturales.

Luego, al introducir las relaciones existentes entre los conceptos de porosidad de flujo, exponente de entrapamiento, tortuosidad y radio de garganta de poro, entre otros, es posible llegar a una nueva formulación que puede ser una herramienta útil en la caracterización petrofísica de yacimientos fracturados vugulares de litología multicomponente, ya que posee algunas ventajas sobre aquellas que han sido propuestas a la fecha. Entre otros resultados, el desarrollo confirma la validez de la ecuación de Kozeny-Carman.

La comprobación de la relación modificada establecida se sustenta en el uso de una serie de datos experimentales de núcleos, tomados de la literatura sobre el tema.



A b s t r a c t

This work establishes a formulation of a new relationship oriented to the best evaluation of permeability and a better understanding of what happens inside the porous systems, especially in the non-Archie rocks.

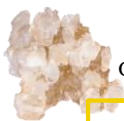
At the present time traditionalist models in common use, in which it is assumed that fluid flow occurs through a pack of smooth capillary tubes: a) straight or curved, without interaction between them, or, b) curved with random perforations along their walls, but interlaced with each other.

In this work it is assumed that oilfields are actually heterogeneous physical systems. They are generally complex combinations of various types of rock and diverse porosity classes, where the flow of hydrocarbons is controlled by drastic variations of static and dynamic properties.

With this in mind, and as a starting point, it is considered that the flow of fluids takes place through tortuous conduction channels, whose walls are rough of a high geometric complexity and can be intercommunicated, among themselves or not, (Pérez-Rosales systems), which are more representative of the physical reality manifested by natural rocks.

Then, by introducing the existing relationships between the concepts of flow porosity, trapping exponent, tortuosity and pore throat radius, inter alia, it is possible to arrive at a new formulation, which can be used as a tool of interpretation, useful in the petrophysical characterization of fractured-vug reservoirs of multicomponent lithology, since it has some advantages over those that have been proposed to date. Among other results, this work confirms the validity of the Kozeny-Carman relationship.

The checking of the established modified relationship is supported by experimental core data, taken from the literature on the subject.



Contenido

	Página
Resumen	iii
Abstract	iv
Contenido	v
Objetivos	vii
1. Introducción	1
2. Consideraciones generales	3
2.1 Trascendencia de los yacimientos IFV.....	4
2.2 Acerca de la evaluación de la permeabilidad de los yacimientos IFV.....	5
2.3 Planteamiento del problema.....	7
2.4 Justificación del presente estudio.....	8
2.5 Hipótesis.....	9
3. Conceptos fundamentales	10
3.1 Porosidad, \emptyset	11
3.2 Procesos generadores de porosidad secundaria.....	12
3.3 Cuatro criterios de clasificación: ocho diferentes tipos de porosidad.....	16
3.4 Unificación de los criterios de clasificación poral.....	22
3.5 Implicaciones de la porosidad de flujo en la ingeniería de yacimientos.....	24
3.6 Resistividad, R.....	26
3.7 Factor de Resistividad, F_R	27
3.8 Exponente de entrampamiento, m.....	28
3.9 Tortuosidad, T o τ	29
3.10 Relación entre tortuosidad y porosidad de flujo.....	31
3.11 Permeabilidad, K.....	33
3.12 Radio de garganta de poro, r_p	35
3.13 Superficie específica, S_e y S_{er}	40
3.14 Algunos factores que alteran valores de variables petrofísicas.....	43
4. Principios básicos de los fluidos en movimiento	47
4.1 Ecuación de gasto o ecuación de continuidad.....	49
4.2 Conservación de energía o teorema de Bernoulli.....	51
4.3 Ecuación de Poiseuille o de flujo laminar.....	54
4.4 Número de Reynolds o flujo turbulento.....	57
4.5 Ley de Darcy o ecuación de cantidad de movimiento.....	58



5. Flujo de fluidos a través de tubos capilares	67
5.1 Kozeny (1927) y Carman (1937).....	68
5.2 Hagiwara (1984).....	76
5.3 Herrón Michael (1987).....	81
5.4 Faruck Civan (2002).....	82
5.5 Kegang Ling (2012).....	84
6. Generalización del modelo de Kozeny-Carman	86
6.1 Deducción de la nueva expresión.....	88
6.2 Casos particulares de la nueva expresión.....	98
6.3 Comprobación experimental.....	100
7. Acerca del desarrollo tecnológico IFV	109
7.1 Principales módulos que integran la innovación tecnológica.....	110
7.2 Identificación práctica de los diferentes tipos de porosidad.....	111
7.3 Partición de la porosidad a condiciones de yacimiento.....	112
7.4 Determinación de m y G variables.....	113
7.5 Cálculo y validación de las porosidades ϕ_m , ϕ_{fr} , y ϕ_v	113
7.6 Presentación de resultados.....	114
7.7 Gráfica de abanico.....	115
7.8 Diagrama de interpretación petrofísica.....	115
7.9 Láminas estadísticas.....	117
7.10 Listado general de resultados.....	119
7.11 Interfase electrónica dirigida a la simulación numérica.....	120
Conclusiones y recomendaciones	121
Apéndice	123
Apéndice A: Relación general $F_R(\phi_t)$ para sistemas de triple porosidad.....	124
Apéndice B: Ecuación de Poiseuille aplicada a un tubo recto.....	129
Apéndice C: Ecuación de continuidad.....	134
Apéndice D: Ecuación de Kozeny-Carman.....	139
Apéndice E: Ecuación de Kegang Ling.....	143
Anexo	148
Notación	167
Índice de tablas y figuras	174
Referencias	179



Objetivos

Generalizar el modelo de Kozeny-Carman y analizar a detalle los diversos efectos que se generen al introducir en su formulación los conceptos de exponente de atrapamiento, porosidad de flujo, tortuosidad y radio de garganta de poro, entre otros. Para extender su aplicación al caso de rocas de yacimientos de triple porosidad de litología multicomponente.

Determinar una relación sólida que permita calcular de manera práctica y certera el índice de permeabilidad de un sistema de triple porosidad; con el fin de proveer al sector energético una herramienta nueva, que ayude a incrementar el factor de recuperación de los campos petroleros.

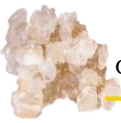
Presentar un resumen general de los principales aspectos teóricos y principios de interpretación de registros, en los que se sustenta la petrofísica actual implantada en la Tecnología IFV®(Interpartículas de Fractura y Vúgular) de Mendoza-Romero, et al. (2011).



Capítulo 1

Introducción





1. Introducción

El estudio de los yacimientos gigantes del mundo, productores en rocas carbonatadas fracturadas vugulares, denominados de triple porosidad IFV (Interpartículas de Fracturas y Vúgular), es de gran relevancia económica ya que de ellos proviene la mayor parte de aceite a nivel mundial.

Se sabe que toda caracterización de estos yacimientos requiere, como punto de partida, inevitablemente del conocimiento de sus propiedades petrofísicas, las cuales se ven alteradas tanto por las características de depósito como por los rasgos diagenéticos.

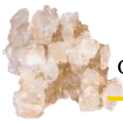
La existencia de un gradiente de presión en el seno de las rocas de una formación geológica origina que los fluidos contenidos en sus poros tiendan a migrar a nuevas posiciones. La medida de la capacidad que posee todo sistema almacenante de permitir, en mayor o menor grado, el desplazamiento de fluidos a través de él, se denomina permeabilidad.

Su determinación es de primordial importancia económica en la exploración, pero sobre todo en lo que se refiere a la producción. De hecho, durante el estudio de simulación de cualquier yacimiento, la predicción de la permeabilidad es una tarea crucial y quizá la más desafiante.

Aquí se propone un modelo del flujo de fluidos, más descriptivo de la realidad física de las rocas del tipo IFV que conduce a una ecuación general, para evaluar su permeabilidad, que tiene una base teórica sólida y confiable, donde el trabajo sobre conductividad eléctrica en medios heterogéneos (Maxwell, 1954), juega un papel esencial.

Para su aplicación a casos prácticos, se requiere el procesamiento previo de la Tecnología IFV®(Mendoza-Romero, et al., 2011) para determinar los parámetros complementarios que aparecen en la nueva relación.

Se espera que, la generalización de su uso traiga grandes beneficios, técnicos y económicos, debido a que esta repercute directamente en diversas tareas relacionadas con el área.



Capítulo 2

Consideraciones generales

- 2.1 Trascendencia de los yacimientos IFV
- 2.2 Acerca de la evaluación de la permeabilidad de los yacimientos IFV
- 2.3 Planteamiento del problema
- 2.4 Justificación del presente estudio
- 2.5 Hipótesis



Arrecife	Pacífico Asiático	40.5	Reservas probadas de petróleo[†]
Carbonatos de plataforma	América del Norte	59.9	Petróleo en carbonatos[‡]
Carbonatos profundos	América del Sur y Central	103.5	
Provincia de petróleo en carbonatos	África	117.2	<i>Miles de millones de barriles</i>
	Europa y Eurasia	144.4	
	Medio Oriente	742.7	



2. Consideraciones generales

2.1 Trascendencia de los yacimientos IFV

En la actualidad, la creciente demanda energética junto a la gran dependencia de los recursos fósiles como principal fuente generadora de energía, que se estima en un 85% del consumo energético mundial y se espera un incremento que supere los 103 millones de barriles por día para abastecer junto con otras fuentes un incremento del 30% de demanda de energía a nivel global al 2040 (International Energy Agency, 2016), hace necesaria la incorporación de más reservas que permitan prolongar la caída de la producción mundial.

Por ello, uno de los principales objetivos del sector petrolero es el de incrementar significativamente los factores de recuperación de los yacimientos ya existentes, así como, el de buscar nuevas alternativas rentables en recursos no convencionales.

Aunado a ello, debido a que de las reservas totales a nivel mundial coexisten en mayor porcentaje en sistemas carbonatados ---los cuales representan en México el 94.5% de su producción (Petróleos Mexicanos, 2016) y en el mundo más del 60% de reservas de petróleo (Schlumberger, 2008)---, con factores de recuperación de hasta el 30%, resultan sumamente atractivos desde el punto de vista económico, generando que su extracción sea una prioridad tanto a nivel nacional como internacional.

Además de que la mayoría de las reservas de petróleo coexisten en los sistemas carbonatados y de sus altos niveles de productividad, los yacimientos carbonatados se caracterizan por ser desde sistemas simples: uniporales, homogéneos e isotrópicos; hasta sistemas altamente complejos: de triple porosidad, IFV, con litología multicomponente, altamente heterogéneos y anisotrópicos; por esto y por la alta especificidad de cada uno de los yacimientos, los desafíos en materia de recuperación de hidrocarburos son significativos y día a día se genera un creciente interés en buscar innovadoras técnicas para su extracción adecuada.

En conclusión, debido tanto al alto valor económico que representan, la creciente demanda de energía, la fuerte dependencia actual de los recursos fósiles y la alta complejidad de los yacimientos carbonatados resulta claro que contribuir en la caracterización de estos mediante el desarrollo de nuevas tecnologías, metodologías, y herramientas que permitan incrementar su factor de recuperación, es indispensables y representa un área de vital importancia dentro del sector energético global.



2.2 Acerca de la evaluación de la permeabilidad de los yacimientos IFV

Al revisar la literatura especializada sobre el tema se encuentran, numerosas técnicas para determinar la permeabilidad, que se sustentan en la información obtenida de tres fuentes principales:

- Pruebas de pozo.
- Análisis de núcleos.
- Pruebas de formación.

Padilla-Sixto R. y Toledo-Piña R. (2013) mencionan algunas limitaciones que presentan los modelos en la caracterización dinámica de los yacimientos carbonatados, así como la importancia de un trabajo multidisciplinario donde exista una efectiva conjugación dinámica y estática; Ahmed, Crary y Coates (1991) proveen una revisión crítica y detallada de las técnicas de medición de permeabilidad y sus interrelaciones.

En la etapa temprana de la industria, se propusieron correlaciones simples porosidad-permeabilidad para estimar la permeabilidad en pozos no nucleados. Sin embargo, dichas relaciones no resultaron confiables y sus resultados no coincidieron en gran medida con los datos de campo.

Se han realizado diversos intentos para derivar una expresión general que relacione el flujo de fluidos con las propiedades de las rocas de yacimiento. Uno de los primeros fue propuesto por Slichter (1899), quien derivó una relación teórica sustentada en empaquetamiento sistemático de esferas uniformes.

Slichter (1899) concluyó, que la razón de transmisión de fluido debería ser proporcional al cuadrado de diámetro de grano y a un factor dependiente del empaquetamiento de los granos. Observaciones subsecuentes, han confirmado la relación del diámetro al cuadrado, pero no han tenido éxito en la obtención de resultados cuantitativos a partir de esta ecuación.

Otros intentos se han sustentado en gran parte en modelos teóricos en los que la roca se ha supuesto estar conformada de tubos capilares. Luego, se combinaron las ecuaciones de Darcy y Poiseuille para obtener una expresión para flujo de fluidos a través de pequeños ductos, también relacionados al cuadrado del diámetro capilar promedio y al porcentaje de oquedades capilares o porosidad. Tales ecuaciones teóricas no son aplicables generalmente a rocas porosas específicas, y así, estas ecuaciones han sido modificadas según varios factores empíricos a fin de ajustarlas a datos observados.

De estas ecuaciones modificadas la llamada “ecuación Kozeny” ha sido ampliamente usada.



Kozeny (1927) desarrolló un modelo de tubos capilares, en el cual el concepto de tortuosidad se introdujo para explicar la ruta de fluidos a través de los poros presentes en las rocas.

Más tarde, Carman (1937) aplicó a la ecuación de Kozeny el concepto de tortuosidad al cuadrado y un factor para el área superficial granular para tomar en cuenta la irregularidad superficial de los poros de la roca.

Todos los arreglos semejantes a los modelos teóricos con el propósito de ajuste observacional tienden a minar las bases teóricas de las ecuaciones. Solamente resultados cualitativos pueden esperarse a partir de tales ecuaciones, y debe concluirse que ninguna relación general permeabilidad-porosidad aún ha sido visualizada (Scheidegger, 1957).

Los procedimientos para estimar la permeabilidad están sustentados, ya sea, en simples regresiones lineales o, en inferencias empíricas, que usan correlaciones entre varias respuestas de registros geofísicos de pozo. Comúnmente, estos modelos inferidos empíricamente se aplican locamente porque pueden existir grandes diferencias en las características de depósito de otras localidades, es decir, en formaciones carbonatadas donde las heterogeneidades estructurales y cambios texturales son comunes, las aplicaciones de estas técnicas manifiestan altas incertidumbres y diversas limitaciones.

A pesar de la gran cantidad de esfuerzos que se han realizado sobre el presente problema, la obtención de una ecuación general permeabilidad-porosidad deberá investigarse con la expectativa de que tal relación, si se deduce con buen éxito, puede tener aplicaciones teóricas y prácticas.

Los aspectos teóricos previos que se han considerado del problema parecen ser sólidos, pero estos aspectos han involucrado más a los poros que a las rocas en sí mismas. En consecuencia, muchos modelos han sido propuestos para predecir la permeabilidad incorporando muchos otros parámetros además de la porosidad.

Nelson (1994) realizó una revisión extensiva de la mayoría de los modelos de permeabilidad disponibles dos décadas atrás. Haro (2004) también llevó a cabo una comparación detallada de cuatro modelos (Winland, Kozeny-Carman, Civan y Lucia). Este autor concluyó, que el modelo Kozeny-Carman es la correlación más práctica con buenas bases teóricas.

Sin embargo, la correlación Kozeny-Carman posee limitaciones inherentes, ya que fue derivada basada en la suposición que el medio poroso puede ser representado por un paquete de tubos capilares no conectados que tienen radios idénticos y área transversal constante (Civan, 2002).

Por consiguiente, deben investigarse procedimientos científicamente sólidos y geológicamente compatibles que permitan el cálculo y distribuciones confiables de la permeabilidad en los pozos.



2.3 Planteamiento del problema

Tomando en cuenta la revisión bibliográfica hecha, actualmente se considera que:

- A. Los recursos fósiles representan un alto valor económico debido a la alta demanda de energía a nivel mundial, la cual presenta una tendencia creciente de hasta un 30% al 2040 (International Energy Agency, 2016).
- B. Los yacimientos carbonatados, donde se tienen las mayores reservas desarrolladas, presentan una alta complejidad geológica, generando sistemas altamente heterogéneos y anisotrópicos, en los cuales, los cambios en los tipos porosos debido a procesos de disolución y diagenéticos, la existencia de complejos e intrincados sistemas de fracturas originan cambios drásticos en las propiedades petrofísicas que afectan el fenómeno de flujo (Padilla-Sixto R. y Toledo-Piña R., 2013).
- C. Los yacimientos carbonatados IFV generalmente presentan fuertes variaciones en la distribución de propiedades litológico-petrofísicas, con permeabilidades que pueden variar drásticamente desde decimas de miliDarcys hasta decenas de Darcys (Padilla-Sixto R. y Toledo-Piña R., 2013).
- D. En los yacimientos carbonatados IFV una variación muy pequeña en la porosidad total es susceptible de cambios extremos de permeabilidad, lo cual dirige a que estos parámetros no sean correlacionables (Padilla-Sixto y Toledo-Piña R., 2013).
- E. Las diferentes metodologías y herramientas utilizadas para determinar y/o inferir los valores de permeabilidad (Kozeny (1927), Carman (1937), Ahmed, Crary y Coates (1991), Nelson (1994), Haro (2004)), conllevan múltiples limitaciones tanto físicas en su medición y/o teóricas en su formulación, además que difieren de ser prácticas, en su mayoría no ofrecen resultados satisfactorios; por lo que ninguna relación general permeabilidad-porosidad aún ha sido visualizada (Scheidegger, 1957).
- F. El modelo de Kozeny-Carman es uno de los más conocidos para el cálculo de permeabilidad, sin embargo, posee limitaciones inherentes, ya que fue desarrollado suponiendo que el medio poroso puede ser representado por un paquete de tubos capilares no conectados con radios idénticos y áreas transversales constantes (Civan, 2002).

Resulta evidente que la estimación de permeabilidad en yacimientos de rocas carbonatadas es un reto para la petrofísica y en la ingeniería de yacimientos, por lo que resulta necesario el desarrollo de nuevas técnicas que permitan resolver el problema presente en la caracterización de la permeabilidad de yacimientos altamente complejos.



2.4 Justificación del presente estudio

Henry Darcy en su trabajo *Les fontaines publiques de la ville de Dijon* (1856), tras un análisis experimental, determinó que existía una proporcionalidad entre la caída de presión que se ejercía en un medio poroso, el área transversal de flujo, la longitud del medio, el inverso de la viscosidad dinámica del fluido y el caudal, lo cual lo condujo a incorporar un parámetro de proporcionalidad que llevaría por unidades su nombre.

La permeabilidad; tras el paso del tiempo, con el petróleo como principal fuente de energía, se convirtió en un parámetro esencial dentro del sector energético, conllevando a una serie de desarrollos que permitieran su cálculo.

Uno de los medios más prácticos para la determinación de la permeabilidad; considerando su bajo costo relativo al proceso de desarrollo de un campo, su disponibilidad tanto en yacimientos actuales como antiguos y su corto tiempo de aplicación; es el análisis de los registros geofísicos convencionales de pozos (eléctricos y de porosidad).

La ecuación Kozeny-Carman, además de la de Darcy, ha sido una de las ecuaciones más usadas en el sector petrolero para determinar los valores de permeabilidad (Nelson P. , 1994); esto debido a que es uno de los modelos más prácticos que presenta buenas bases teóricas y es aplicable tanto al análisis de núcleos en laboratorio como al análisis de datos medidos en campo.

Pérez-Rosales (1976) introduce por primera vez un nuevo concepto de porosidad, según la dinámica de flujo, “la porosidad de flujo”, la cual hace referencia a aquella porción de la porosidad total que interviene directamente en el desplazamiento de fluidos y permite el flujo de corriente eléctrica y a diferencia de la porosidad efectiva, no considera que toda la porosidad conectada permita el flujo de corriente eléctrica, sino solo una porción de esta, debido a que las paredes de los poros son altamente irregulares.

La Tecnología IFV®; desarrollada por Mendoza-Romero, et al. (2011); que incorpora el módulo de identificación del tipo de sistema poroso, mediante la gráfica de abanico, conforma un método, práctico y confiable, que permite detectar e identificar, punto a punto, seis sistemas diferentes de porosidad secundaria, con la ventaja adicional de asignarles su clasificación integral, con un alto grado de detalle.

Analizando las propuestas implantadas por Kozeny (1927) y Carman (1937), quienes unieron las ideas de Poiseuille (1846), flujo viscoso en tuberías, y Darcy (1856), flujo viscoso en medios porosos, a través de las ideas de Dupuit (1863), así como de Pérez-Rosales (1982); en este trabajo se pretende llegar a una ecuación teórico-empírica general, que pueda determinar valores de permeabilidad lo más cercanos a la realidad mediante el conocimiento de parámetros prácticos.



2.5 Hipótesis

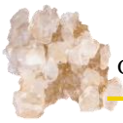
Ya que la ecuación de Kozeny-Carman es ampliamente aceptada en la industria petrolera y presenta una rigurosa deducción; en esta tesis se propone retomar a profundidad el desarrollo de esta ecuación (considerando la limitante de no ser práctica, debido a su idealización, y a su dependencia de parámetros de laboratorio) y generalizarla.

Para poder generalizar la ecuación de Kozeny-Carman se pretende incorporar, como parte de su formulación fisicomatemática sólida, los conceptos de exponente de entrapamiento, una nueva variable dinámica propuesta por Pérez-Rosales (1982), conocida como “porosidad de flujo”, un concepto de tortuosidad visto de forma dinámica y el radio de garganta de poro, y así superar algunas de las limitaciones inherentes y suposiciones simplificadas establecidas en su desarrollo.

Se espera que la nueva formulación, sea de aplicación general y permita estimar Índices de Permeabilidad, IK , cercanos a la realidad (haciéndose referencia al concepto de índice debido a que esta formulación basada en algunas suposiciones es un intento de su generalización); también se espera que su aplicación sea práctica, y mediante el procesamiento previo de la Tecnología IFV®(Mendoza-Romero, et al., 2011) se puedan determinar los parámetros complementarios que aparecen en la nueva relación.

Se pretende que los datos obtenidos de la literatura demuestren que los cálculos de permeabilidad realizados, a partir de la nueva expresión, sean congruentes.

En caso de que se requiera, se pretende aplicar un factor de corrección entre la nueva correlación y datos ya estudiados, con el fin de mejorar su representatividad y aportar una herramienta exacta que permitirá apoyar a los profesionales en la estimación de la permeabilidad.



Capítulo 3

Conceptos fundamentales

- | | | | |
|-----|---|------|--|
| 3.1 | Porosidad, \emptyset | 3.8 | Exponente de entrapamiento, m |
| 3.2 | Procesos generadores de porosidad secundaria | 3.9 | Tortuosidad, T o τ |
| 3.3 | Cuatro criterios de clasificación: ocho diferentes tipos de porosidad | 3.10 | Relación entre tortuosidad y porosidad de flujo |
| 3.4 | Unificación de los criterios de clasificación poral | 3.11 | Permeabilidad, K |
| 3.5 | Implicaciones de la \emptyset_f en la ingeniería de yacimientos | 3.12 | Radio de garganta de poro, r_{p35} |
| 3.6 | Resistividad, R | 3.13 | Superficie específica, Se o Ser |
| 3.7 | Factor de Resistividad, F_R | 3.14 | Algunos factores que alteran los valores de variables petrofísicas |

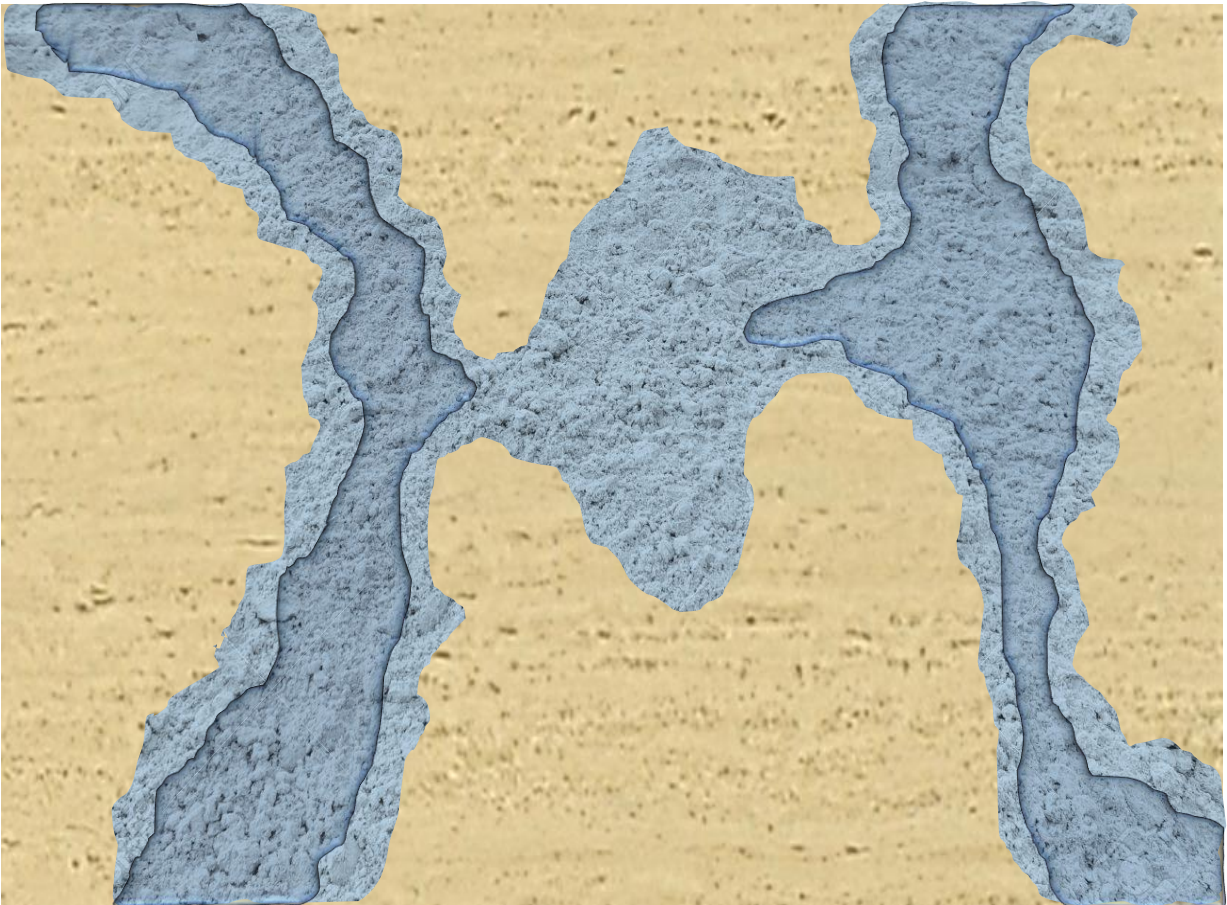


Imagen de elaboración propia.



3. Conceptos fundamentales

A continuación, se mencionan algunos conceptos (Mendoza-Romero G. , 2015) y aportaciones de algunos autores, que en principio podrían suponerse básicos, pero son elementales y dan sustento a los parámetros requeridos en el desarrollo de la nueva formulación.

3.1 Porosidad, \emptyset

La porosidad representa la capacidad que potencialmente posee un cuerpo para almacenar fluidos. Esto es, proporciona la medida de su espacio “vacío” disponible para acumular fluidos.

Definición formal.

Supóngase que se tiene una muestra cualquiera de roca, cuyo volumen total geométrico externo (sólidos más poros) es V_t . Si el espacio poroso ocupa un volumen V_p , y los sólidos un volumen V_s , entonces la porosidad total \emptyset_t , está dada por,

$$\emptyset_t = \frac{V_p}{V_t} = \frac{V_p}{V_s + V_p} \quad (3.1)$$

Consecuencias de la definición.

De la ecuación anterior puede observarse, que:

- A. \emptyset_t es una fracción adimensional, que se expresa en forma de decimal, como fracción o porcentaje.
- B. Mientras menor sea el volumen poroso, V_p , de un sistema bajo estudio entonces, mayor será el volumen, V_s , representativo de sus partículas sólidas y viceversa, esto es:

Si $V_p = 0$ entonces $\emptyset_t = 0$, implicando un sistema compacto (denso).

Si $V_s = 0$ entonces $\emptyset_t = 1$, implicando un sistema en suspensión (fluido).

- C. De lo anterior se desprende que el intervalo de variación físicamente posible de \emptyset_t es:

$$0 \leq \emptyset_t \leq 1$$



3.2 Procesos generadores de porosidad secundaria

Dado que desde el punto de vista de la clasificación geológica de depósito la porosidad secundaria es aquella que se genera posterior al depósito de los sedimentos; se entiende a los procesos generadores de porosidad secundaria como a todos aquellos eventos físico, químicos y biológicos que generan alguna alteración de la porosidad en la roca durante y posterior al proceso de litificación de esta (procesos diagenéticos), por mencionar alguno de ellos, son los procesos de:

Cementación (Tarbuck, Lutgens, & Tasa, 2005).

Es un cambio diagenético químico que implica la precipitación de minerales entre los clastos sedimentarios individuales, generando un considerable cambio en la litología del sistema.

En este proceso los materiales que funcionan como cementantes son transportados en forma de solución por algún solvente, generalmente agua, que avanza a través de los espacios abiertos entre los clastos, rellenándolos mediante su precipitación provocada por algún cambio físico o químico dentro de la roca. La adición de cemento al depósito sedimentario reduce también su porosidad, figura. 3.1.

Los cementantes más comunes son: dolomita ($MgCa(CO_3)_2$), calcita ($CaCO_3$), aragonita ($CaCO_3$), sílice (SiO_2), óxido de hierro (Fe_2O_3) y siderita ($FeCO_3$).

Compactación (Tarbuck, Lutgens, y Tasa, 2005).

Es el cambio diagenéticos físico más habitual, que implica una reorganización o deformación de las partículas en respuesta al incremento de los esfuerzos de sobrecarga, que aumentan conforme el sedimento se acumula y se sepulta a través del tiempo geológico.

Este proceso produce una reducción del volumen del sedimento, así como de la porosidad, volviendo al sedimento, más compacto y firme, figura 3.2.

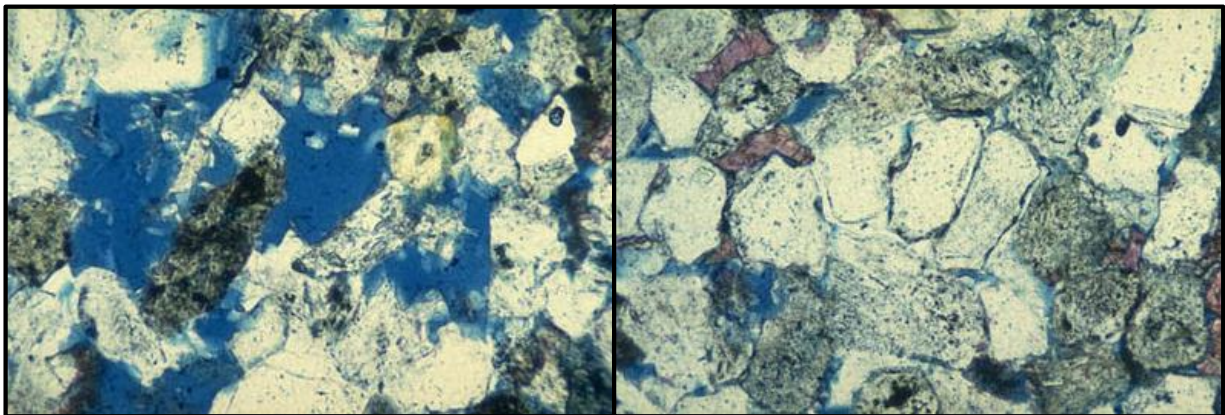


Figura 3.1 Arenisca con escaso cemento de cuarzo (Schlumberger, 2018).

Figura 3.2 Compactación arenisca con contactos lineales largos (Schlumberger, 2018).



Dolomitización (Vázquez-Castro, 2013).

Proceso geoquímico, en el cual se genera una reacción química entre carbonato de calcio (CaCO_3) y soluciones ricas en magnesio (Mg^{+}), generando un nuevo mineral llamado dolomita, que básicamente es un carbonato de magnesio ($\text{MgCa}(\text{CO}_3)_2$).

En este proceso el magnesio, presente generalmente en el agua de mar, reemplaza parcial o totalmente la parte del calcio y aragonita que constituyen a las calizas, de tal forma que, cuando los carbonatos entran en contacto con el agua con alto contenido de Mg^{+} , este reemplaza al calcio generando carbonato de magnesio ($\text{MgCa}(\text{CO}_3)_2$).

Dado que las moléculas de magnesio son ligeramente menores que las de calcio, generalmente, este proceso va acompañado de un incremento de la porosidad de la roca, véase un ejemplo en la figura 3.3.

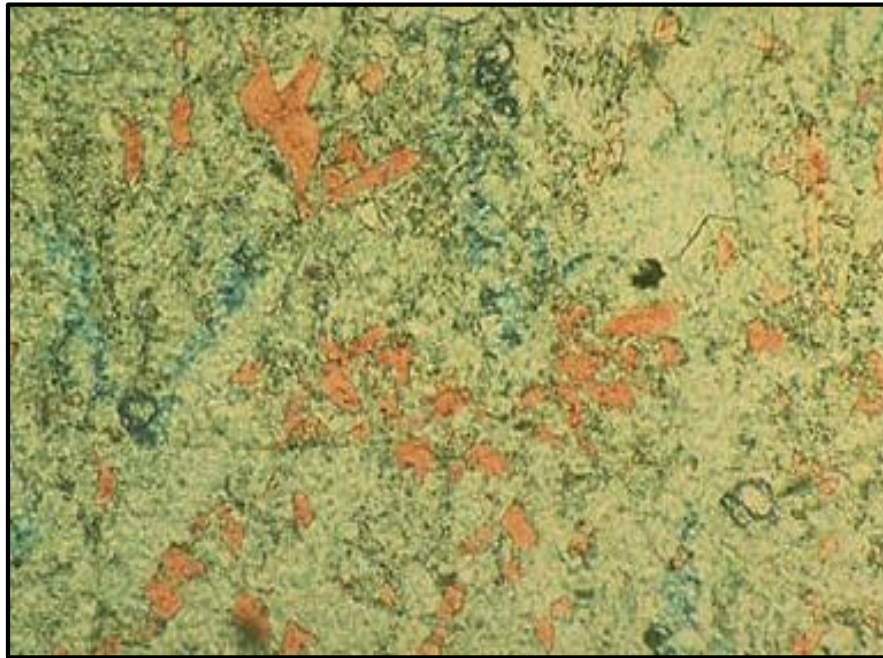


Figura 3.3 Dolomitización (azul blancuzco) que reemplaza a calcita (rosa) en una muestra de la formación Antrim, Michigan, E.U. (Schlumberger, 2018).

Recristalización (Tarbuck, Lutgens, & Tasa, 2005).

Este proceso se refiere al desarrollo de minerales con mayor estabilidad a partir de minerales menos estables, por lo que en este proceso se generan diversos cambios en la textura y estructura de los cristales que componen a una roca.



La recristalización es el proceso donde se da el paso de cristales de pequeño tamaño, micrita (menor de 4 micras) a fragmentos de cristales más gruesos, microesparita (entre 4 y 10 micras) y posteriormente a pseudoesparita (mayor a 10 micras), de tal forma que el producto final son cristales de gran tamaño (pseudoesparita) que generalmente dan origen a vúgulos o cavernas aisladas, figura 3.4.

Un ejemplo de ello es la modificación del mineral Aragonito, que tiene la forma menos estable del carbonato de cálcico (CaCO_3), conformado por las estructuras esqueléticas de organismos marinos y a medida que se van sepultando, se recristaliza a una forma más estable del carbonato de cálcico conocida como Calcita, que es el principal constituyente de la roca sedimentaria caliza, figura 3.5.

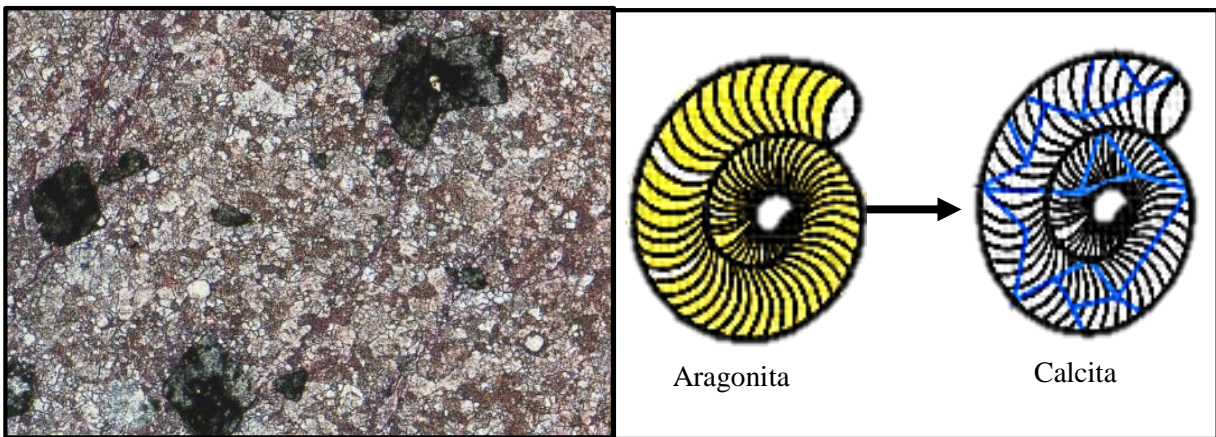


Figura 3.4 Dolomita en matriz de pseudoespartita y micrita (Vázquez-Castro, 2013).

Figura 3.5 Cristalización de aragonita (Vázquez-Castro, 2013).

Reemplazamiento (Vázquez-Castro, 2013).

Es el proceso en el que se genera una sustitución de minerales existentes en la roca por el desarrollo de nuevos minerales debido a reacciones entre los elementos constitutivos originales y materiales acarreados de fuentes externas, donde, en ocasiones puede tomar la forma del mineral reemplazado. Algunos ejemplos de reemplazamiento que se dan comúnmente son:

- Anhidrita por yeso debido a la deshidratación de la anhidrita.
- Feldespato por caolinita.
- Serpentina por olivino.
- Cuarzo por calcita.



Fracturamiento (Vázquez-Castro, 2013).

Es el proceso generado por el rompimiento de una roca debido a esfuerzos compresiones, tensionales o de cizalla donde estos rebasan el nivel elástico de la roca, generando fisuras, estilolitas o desplazamiento de los granos que conforman la matriz de la roca, tal como se ejemplifica en las figuras 3.6 y 3.7.

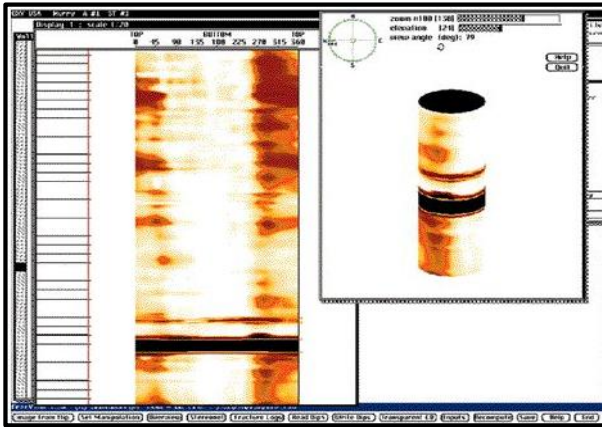


Figura 3.6 Fractura grande o conjunto de fracturas en registro imagen (Schlumberger, 2018).

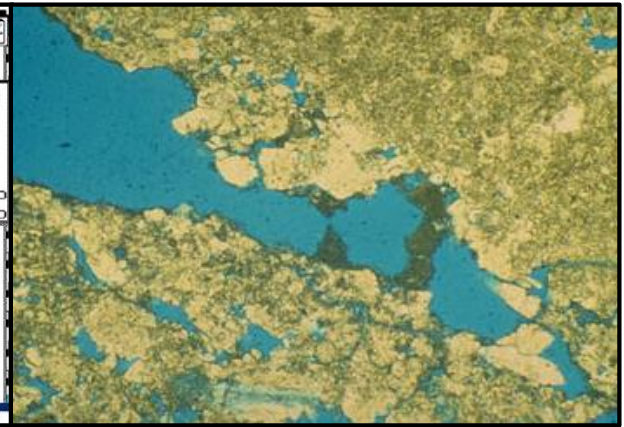


Figura 3.7 Fractura amplia en calcita (Schlumberger, 2018).

Disolución (Vázquez-Castro, 2013).

Es el proceso mediante el cual se origina una reacción química entre los fluidos que saturan un medio poroso y su matriz, este consiste en la disolución de las moléculas en iones gracias a un agente disolvente, generalmente agua o dióxido de carbono.

La disolución es principalmente generada cuando el agua, pasa a través de la roca y los minerales inestables son disueltos, transportados y finalmente precipitados en poros donde las condiciones físicoquímicas son óptimas, algunos ejemplos se muestran en las figuras 3.8 y 3.9. El resultado final de los procesos de disolución es la creación de diferentes tipos de poros.

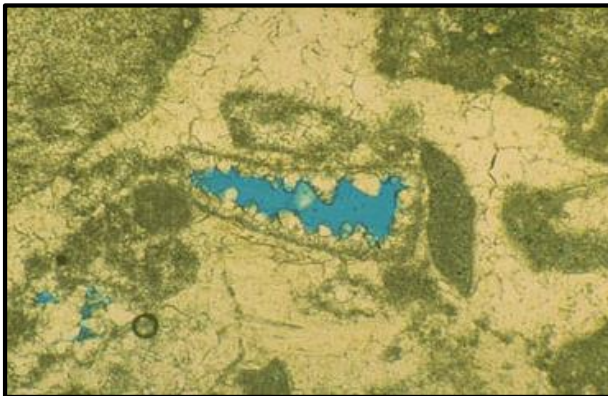


Figura 3.8 Disolución de roca carbonatada (Schlumberger, 2018).

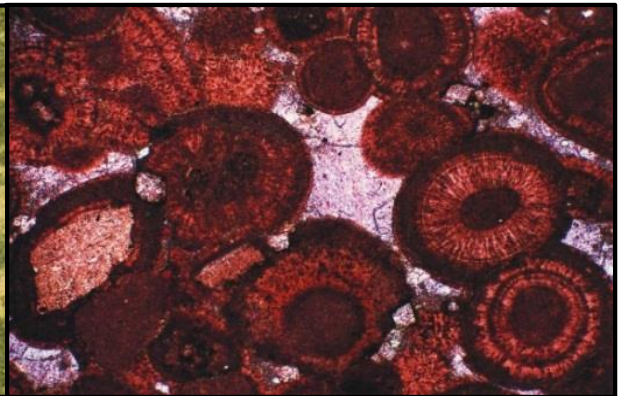


Figura 3.9 Disolución en bordes de oolitos (Schlumberger, 2018).



3.3 Cuatro criterios de clasificación: ocho diferentes tipos de porosidad

Al revisar la literatura especializada sobre el tema, se encuentra que existen diversas clasificaciones de la porosidad. Sin embargo, para los fines de este trabajo, analizaremos las siguientes cuatro, por estar estrechamente relacionadas con la óptima producción de hidrocarburos:

- A. De depósito u origen de las rocas:.....**primaria y secundaria.**
- B. Estructural o geológica:.....**efectiva y no efectiva.**
- C. De la dinámica de fluidos:.....**flujo y entrapamiento.**
- D. Orientada a la simulación numérica:.....**corto y largo alcance.**

Dentro de la primera clasificación, la porosidad física, Φ_t , se divide en dos partes: una región asociada con los espacios porosos primarios, Φ_1 , generados durante el proceso de litificación de las rocas y una zona relacionada con las oquedades de tipo secundario, Φ_2 , asociadas a la presencia de fracturas, Φ_{frac} , y de vugulos, Φ_v , ambas generadas por fenómenos físicoquímicos que se manifiestan posterior al depósito de los sedimentos.

La segunda clasificación afirma que, debido a la estructura morfo-geológica interna de las rocas, su espacio poroso total, Φ_t , se divide en: porosidad efectiva, Φ_{efe} asociada a oquedades interconectadas entre sí y, en porosidad no efectiva, Φ_{nefe} , relacionada con los poros aislados, “muertos” o “ciegos”, cuyas gargantas son muy estrechas (Mendoza-Romero G. , 2015).

La tercera clasificación, basada en las investigaciones de Pérez-Rosales (1982), establece que, desde el punto de vista de la conducción eléctrica, el espacio poroso total, Φ_t , está conformado por dos grandes regiones. La primera conformada por todos los canales o zonas porosas que intervienen directamente en el desplazamiento de fluidos, Φ_f y la segunda integrada por todas las regiones de estancamiento o trampas, Φ_{ent} , que no contribuyen activamente a la transmisión de fluidos.

Mientras que la cuarta clasificación proclama que, desde el punto de vista de la simulación numérica, el estudio cuantitativo del flujo de fluidos deberá estar fundamentado con base a los niveles de conductividad que manifiesten los fluidos a través del medio poroso, por lo que la porosidad total o absoluta, Φ_t , se divide en dos partes: porosidad de corto alcance, Φ_{cor} y porosidad de largo alcance, Φ_{lar} , de tal forma que: un vugulo, una fractura o una oquedad de la matriz puede ser parte, del sistema primario o, en su caso, del sistema de fracturas, dependiendo de su capacidad para conducir fluidos (Mendoza-Romero G. , 2015).



De depósito: primaria, ϕ_1 y secundaria, ϕ_2 .

Porosidad primaria, ϕ_1 .

La porosidad primaria, figura 3.10, es aquella que se forma durante el proceso de depósito de los sedimentos (Dewan, 1983), es decir antes de la litificación de la roca y está asociada a todos los espacios porosos presentes a nivel matricial tanto a nivel interpartícula como intrapartícula como resultado de los procesos originales de formación de la roca como depósito, compactación, etcétera.

Porosidad secundaria, ϕ_2 .

La porosidad secundaria, figura 3.11, es aquella que se forma posterior a la litificación de la roca (Dewan, 1983), está asociada con la presencia de fracturas y/o vugulos y se debe a procesos físicos-químicos posteriores al depósito de los sedimentos, tales como dolomitización, fracturamiento, disolución, recristalización, etcétera.

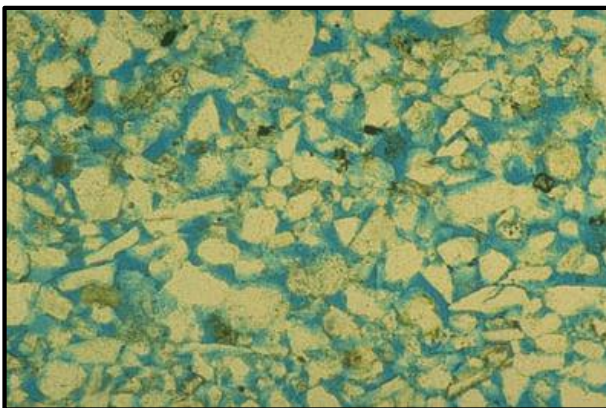


Figura 3.10 Arenisca limpia del Plioceno, costa afuera del Golfo de México, con alta porosidad, vista aprox. a 2 [mm] (Schlumberger, 2018).

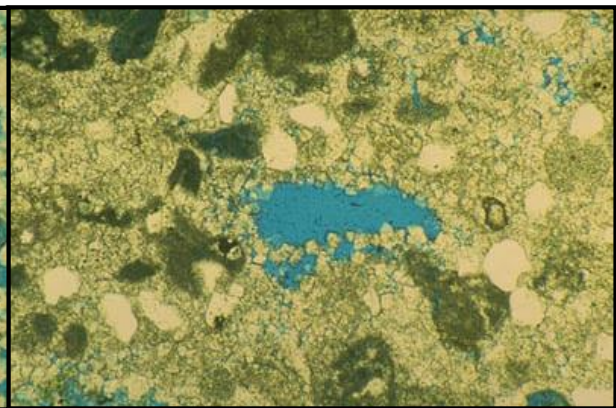


Figura 3.11 Vúgulo examinado bajo microscopio, mostrando mayor tamaño que muchos de los granos circundante de los sedimentos, vista aprox. a 2 [mm] (Schlumberger, 2018).

Estructural: efectiva, ϕ_{efe} y no efectiva ϕ_{nefe} .

Porosidad efectiva, ϕ_{efe} .

La porosidad efectiva es la relación entre el volumen de poros interconectado con respecto al volumen total geométrico, es decir:

$$\phi_{efe} = \frac{\text{Volumen poroso interconectado}}{\text{Volumen total geométrico}} \quad (3.2)$$



Porosidad no efectiva, ϕ_{nefe}

La porosidad no efectiva es el complemento de la porosidad total que representa aquellos espacios porosos que se encuentran aislados o no conectados a los canales de flujo principales con respecto al volumen poroso total del sistema (como se observa en la figura 3.12), es decir, la porosidad no efectiva puede ser determinada mediante la relación:

$$\phi_{nefe} = \frac{\text{Volumen poroso no interconectado}}{\text{Volumen total geométrico}} \quad (3.3)$$

O mediante el complemento de la porosidad total como:

$$\phi_t = \phi_{efe} + \phi_{nefe} \quad (3.4)$$

Cabe señalar que esta clasificación es la más utilizada dentro del sector energético, pues con ella se pretende determinar la capacidad de flujo de los yacimientos y hasta la fecha numerosas investigaciones y análisis se han enfocado en este parámetro, sin embargo, nuevas investigaciones que comienzan a ver el comportamiento dinámico del movimiento de fluidos han demostrado que esta clasificación pierde sentido cuando se analiza la clasificación de porosidad sustentada en el comportamiento dinámico del flujo de corriente eléctrica como explica Pérez- Rosales (1982), quien propone una nueva clasificación que a continuación se muestra como la clasificación dinámica de la porosidad.

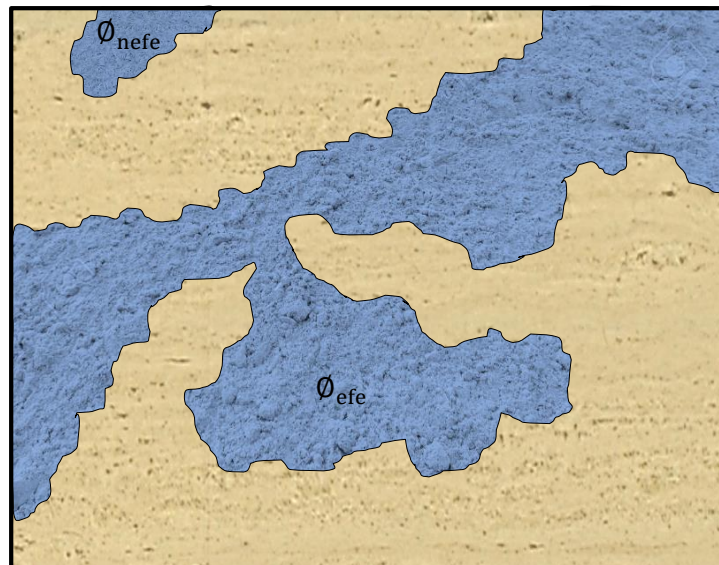


Figura 3.12 Esquema de la porosidad desde el punto de vista estructural (imagen de elaboración propia).



Dinámica de fluidos: de flujo, ϕ_f y de entrapamiento, ϕ_{ent} .

Porosidad de flujo, ϕ_f .

La porosidad de flujo según la dinámica de fluidos, desde el punto de vista de la conducción eléctrica, es aquella que está conformada por todos los canales de flujo, o porciones de zonas porosas que intervienen directamente en el desplazamiento de fluidos, es decir, si se considera una porción de roca, como se observa en la figura 3.13, la cual se encuentra saturada de un electrolito y se le aplica una diferencia de potencia V_{AB} , entonces, solamente una porción de ella permitirá el flujo de corriente eléctrica I , sin necesidad de cubrir todo el medio conductor, esto debido a que las paredes de los poros son altamente irregulares, entonces resulta evidente considerar que una porción de esta no participa activamente en el flujo de corriente eléctrica y es generadora de una zona de entrapamiento.

Cabe señalar que, a diferencia de la porosidad efectiva, en la porosidad de flujo no toda la porosidad conectada permite el flujo de corriente eléctrica tal como lo demuestra Pérez-Rosales (1976) mediante pruebas de laboratorio, donde aún en el caso de partículas esféricas (de geometría sencilla), se presentan dichas zonas entrapadas, (regiones T de la figura 3.14), debido a efectos de turbulencia o cambios bruscos en la dirección de las líneas de corriente, equivalentes a un incremento en la parte no conductora, o sea a una disminución virtual de la porosidad física.

Según Pérez-Rosales (1976), la porosidad de flujo puede ser determinada como:

$$\phi_f = \phi_t^m \quad (3.5)$$

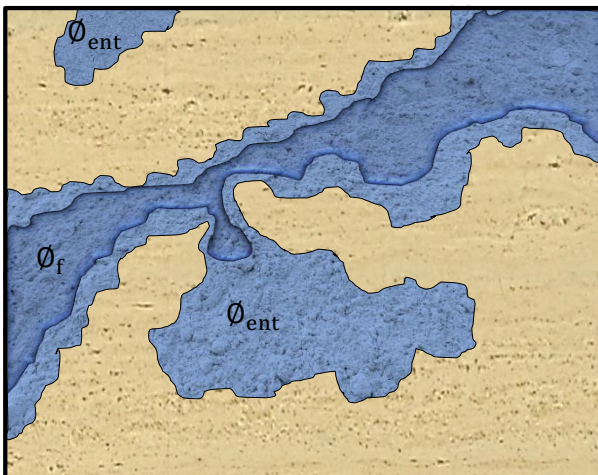


Figura 3.13 Representación esquemática de la porosidad de flujo; imagen de elaboración propia, basada en Pérez-Rosales C. (Agosto, 1982).

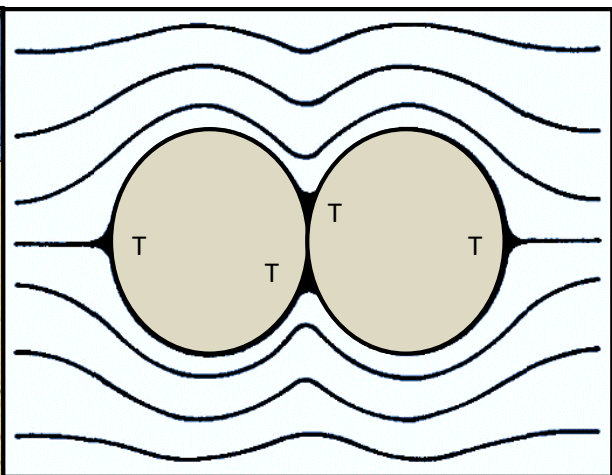


Figura 3.14 Líneas de flujo y regiones de entrapamiento (Pérez-Rosales C., Julio, 1976).



Porosidad de entrapamiento, ϕ_{ent} .

La porosidad de entrapamiento, siguiendo las mismas observaciones de Pérez-Rosales (1982), es una porción de la porosidad total la cual está asociada a las zonas de estancamiento o de trampas, que no contribuyen activamente a la transmisión de fluidos.

Considerando que la porosidad total, puede dividirse en dos partes: una porosidad de conducción o de flujo, ϕ_f , y una porosidad de entrapamiento o de estancamiento, ϕ_{ent} , la porosidad de entrapamiento puede calcularse como el complemento de la porosidad total, es decir como:

$$\phi_t = \phi_f + \phi_{ent} \quad (3.6)$$

$$\phi_{ent} = \phi_t - \phi_f \quad (3.7)$$

Es importante remarcar que las trampas no necesariamente están constituidas por poros cerrados en uno de sus extremos, como el de la figura 3.13, sino que también pueden consistir en espacios abiertos, pero que por razones de simetría generan regiones de estancamiento, ver figura 3.15.

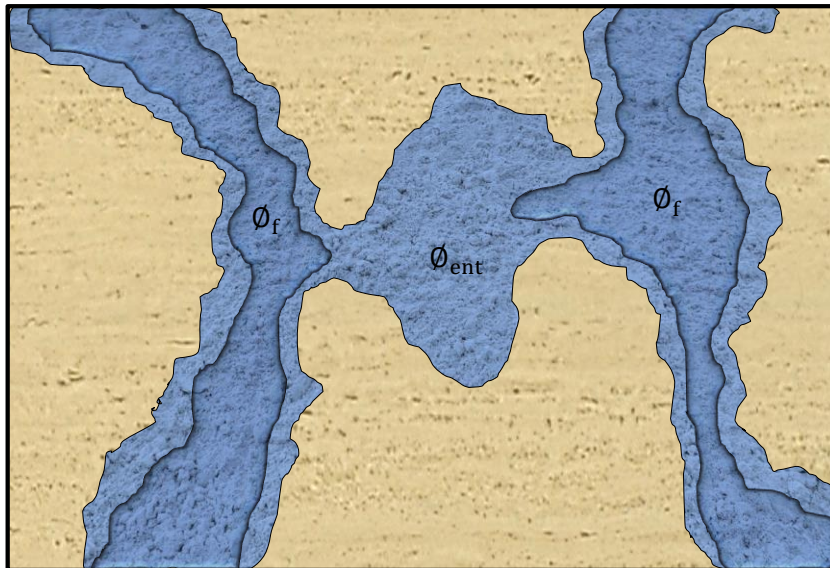


Figura 3.15 Representación esquemática de una trampa abierta o de simetría; imagen de elaboración propia, basada en Pérez-Rosales (Agosto, 1982).



Simulación numérica: de corto, ϕ_{cor} y largo alcance, ϕ_{lar} .

El término “porosidad primaria” se ha asociado tradicionalmente, con la porosidad de matriz, y la expresión, “porosidad secundaria” se ha relacionado a la porosidad del circuito fracturas/vúgulos.

Aunque esta clasificación es adecuada desde el punto de vista diagénético/tectónico/geológico, no conviene desde el punto de vista del flujo de fluidos.

Una clasificación más apropiada para el estudio cuantitativo del flujo de fluidos (orientada a la simulación numérica) deberá estar fundamentada con base a los niveles de conductividad que manifiesten los fluidos a través del medio poroso, esto es:

Porosidad de corto alcance, ϕ_{cor} .

Corresponde a la parte de baja conductividad, es decir a la de la matriz, como es usual, pero también incluye los vúgulos y fracturas que no están bien conectadas a la red principal de fracturas.

Porosidad de largo alcance, ϕ_{lar} .

Corresponde a la parte de alta conductividad, es decir comprende a los vúgulos u oquedades primarias bien comunicados al circuito principal de fracturas de largo alcance y a los poros primarios alargados por disolución.

De esta forma, un vúgulo, una fractura o una oquedad interpartícula puede ser parte, del sistema matriz (corto alcance) o, en su caso, del sistema de fracturas (largo alcance), dependiendo de su capacidad para conducir fluidos (Mendoza-Romero G. , 2015), como se ejemplifica en la figura 3.16.

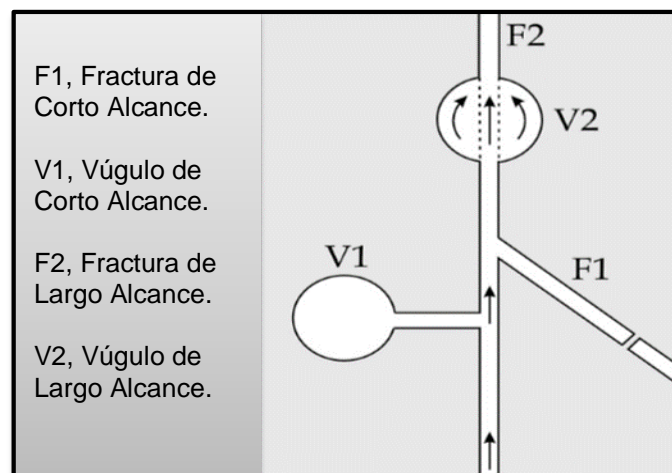


Figura 3.16 Representación esquemática de un medio fracturado vúgular según la clasificación de porosidades de largo y corto alcance (Pérez-Rosales & Luna, 2004).



3.4 Unificación de los criterios de clasificación poral

Integración: de depósito y estructural.

En principio, las clasificaciones de depósito y estructural pueden integrarse en un primer grupo que contempla a todos aquellos huecos, primarios o secundarios, que están estructuralmente comunicados y no comunicados, esto es:

$$\phi_t = \phi_1[\phi_{efe} + \phi_{nef}] + \phi_2[\phi_{efe} + \phi_{nef}] \quad (3.8)$$

Expresión que puede reescribirse como:

$$\phi_t = \phi_{1efe} + \phi_{2efe} + \phi_{1nefe} + \phi_{2nefe} \quad (3.9)$$

Donde:

ϕ_{1efe}	: Porosidad primaria efectiva	[adimensional]
ϕ_{2efe}	: Porosidad secundaria efectiva	[adimensional]
ϕ_{1nefe}	: Porosidad primaria no efectiva	[adimensional]
ϕ_{2nefe}	: Porosidad secundaria no efectiva	[adimensional]

Integración: de depósito, estructural y de flujo de fluidos.

En la sección 3.3 se demostró que, la sola condición de que los poros estén estructuralmente comunicados (ϕ_{efe}) no garantiza, la existencia de un flujo de fluidos a través de ellos.

Por lo que, la porosidad efectiva (intergranular o inducida), está constituida de dos partes: una fracción que contribuye activamente en el flujo de fluidos (ϕ_{efe}) y una porción que, aunque comunicada estructuralmente, no participa en la transmisión de fluidos (ϕ_{nefe}). En consecuencia, tomando en cuenta estos conceptos en la expresión 3.8, se tiene que:

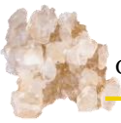
$$\phi_t = \phi_1[\phi_{efe}(\phi_f + \phi_{ent}) + \phi_{nefe}(\phi_{ent})] + \phi_2[\phi_{efe}(\phi_f + \phi_{ent}) + \phi_{nef}(\phi_{ent})] \quad (3.10)$$

Ecuación que puede reescribirse como:

$$\phi_t = \phi_{1efef} + \phi_{1efeent} + \phi_{1nefeent} + \phi_{2efef} + \phi_{2efeent} + \phi_{2nefeent} \quad (3.11)$$

Donde:

ϕ_{1efef}	: Porosidad primaria efectiva de flujo	[adimensional]
$\phi_{1efeent}$: Porosidad primaria efectiva de entrapamiento	[adimensional]



$\emptyset_{1nefeent}$: Porosidad primaria no efectiva de entrapamiento	[adimensional]
\emptyset_{2efef}	: Porosidad secundaria efectiva de flujo	[adimensional]
$\emptyset_{2efeent}$: Porosidad secundaria efectiva de entrapamiento	[adimensional]
$\emptyset_{2nefeent}$: Porosidad secundaria no efectiva de entrapamiento	[adimensional]

Asimismo, integrando en un solo término, las oquedades primarias y secundarias: efectivas entrapadas con las no efectivas entrapadas, es decir:

$$\emptyset_{1ent} + \emptyset_{2ent} = \emptyset_{1efeent} + \emptyset_{1nefeent} + \emptyset_{2efeent} + \emptyset_{2nefeent} \quad (3.12)$$

La relación 3.11 se reduce a:

$$\emptyset_t = \emptyset_{1efef} + \emptyset_{2efef} + \emptyset_{1ent} + \emptyset_{2ent} \quad (3.13)$$

Integración: de depósito, estructural, de flujo de fluidos y de simulación.

Esta integración se logra, al discretizar las porosidades \emptyset_{1efef} y \emptyset_{2efef} de la expresión 3.13, en porosidades de largo y corto alcance según lo descrito con anterioridad en la sección 3.3, lo que conduce a la siguiente relación:

$$\emptyset_t = \emptyset_{1efeflar} + \emptyset_{1efefcor} + \emptyset_{2efeflar} + \emptyset_{2efefcor} + \emptyset_{1ent} + \emptyset_{2ent} \quad (3.14)$$

Donde:

$\emptyset_{1efefcor}$: Porosidad primaria efectiva de flujo de corto alcance	[adimensional]
$\emptyset_{1efeflar}$: Porosidad primaria efectiva de flujo de largo alcance	[adimensional]
$\emptyset_{2efefcor}$: Porosidad secundaria efectiva de flujo de corto alcance	[adimensional]
$\emptyset_{2efeflar}$: Porosidad secundaria efectiva de flujo de largo alcance	[adimensional]

Si se agrupan las porosidades de largo alcance por un lado y, por otra parte, a las de corto alcance junto con las porosidades primaria y secundaria de entrapamiento, se llega a:

$$\emptyset_t = \emptyset_{1efeflar} + \emptyset_{2efeflar} + \emptyset_{1efefcor} + \emptyset_{2efefcor} + \emptyset_{1ent} + \emptyset_{2ent} \quad (3.15)$$

De acuerdo con esta última expresión queda claro que, para los estudios de simulación numérica, únicamente las dos primeras porosidades formarán parte del sistema Fracturas y los cuatro sumandos restantes deberán considerarse como parte del sistema matriz.



3.5 Implicaciones de la porosidad de flujo en la ingeniería de yacimientos

Como es bien sabido, el concepto de porosidad efectiva es el de mayor uso dentro del ámbito de la industria petrolera, sobre todo en el área de la evaluación de formaciones, no obstante, se carece de un método confiable para evaluarla.

Los resultados antes descritos sobre la conducción eléctrica en medios porosos saturados con un electrolito, demuestran que la porosidad efectiva, ϕ_{efe} , puede no contribuir en su totalidad en el flujo de fluidos.

A la luz de estas nuevas ideas, se hace necesaria una revisión exhaustiva a las técnicas convencionales orientadas a la determinación del potencial productivo de hidrocarburos, que hacen uso erróneo del concepto de porosidad efectiva. Aspecto clave que impacta la recuperación mejorada y afecta a la reserva remanente.

Un ejemplo de las implicaciones que tiene la porosidad de flujo, en el cálculo de reservas sobre todo 1P, así como de la implantación temprana de métodos de recuperación, se puede apreciar de forma sencilla realizando un cálculo volumétrico de la cantidad de fluido dentro de un elemento de control como se ilustra a continuación.

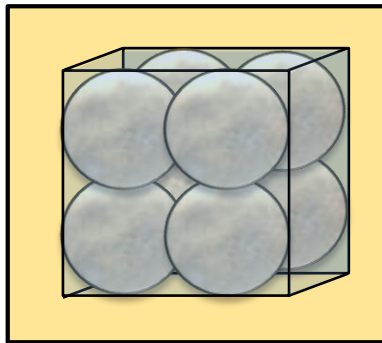


Figura 3.17 *Empaquetamiento cúbico de esferas (imagen de elaboración propia).*

De la figura 3.17, considerando que se trata de un sistema ideal de esferas lisas dentro de un arreglo cúbico unitario, donde no existe variación de las propiedades del sistema, es decir, es un sistema homogéneo e isotrópico, de este se puede determinar que:

$$\phi_T = \frac{V_p}{V_t} \times 100 = \frac{V_t - V_{esferas}}{V_t} \times 100 \quad (3.16)$$

Entonces:

$$\phi_T = \frac{(4 r_{esfera})^3 - 8 \left(\frac{4}{3} \pi r_{esfera}^3 \right)}{(4 r_{esfera})^3} \times 100 = 47.64\% \quad (3.16a)$$



Si, además, comúnmente para determinar la porosidad efectiva se utiliza la relación:

$$\phi_{efe} = \phi_T - ((V_{sh} * \phi_{sh}) \times 100) \quad (3.17)$$

Considerando que es un sistema limpio, sin contenido de arcilla, $V_{sh} = 0$, entonces, la porosidad efectiva está dada como:

$$\phi_{efe} = \phi_T = 47.64\% \quad (3.17a)$$

Si se considera el concepto de porosidad de flujo, según Pérez-Rosales (ecuación 3.5), y además que, para los sistemas de esferas (apéndice A) el exponente de entrapamiento, m , tiende a tener valores cercanos a 1.092; entonces la porción del volumen que realmente permite el flujo de los fluidos sería igual a:

$$\phi_f = \phi_T^m = 44.50\% \quad (3.5a)$$

Entonces, la diferencia entre el porcentaje del volumen total de la muestra correspondiente al volumen a producir empleando la porosidad de flujo, es mucho menor que el correspondiente al volumen a producir empleando la porosidad efectiva, es decir, se acarrearía para cálculos posteriores un error relativo del 7.06%.

Por lo que, si el porcentaje de fluido a producir es considerado utilizando el concepto de porosidad efectiva, entonces se cometería un error en los cálculos posteriores utilizar esta aproximación y ello podría provocar una mala planeación en el desarrollo del proyecto, así como una mala administración de los procesos productivos del yacimiento, dado que en realidad el fluido esperado mediante la porosidad efectiva no toma a consideración la porosidad que se encuentra conectada a los canales de conducción pero presenta entrapamientos debido a la alta complejidad geométrica de los poros.

Además de ello, es importante considerar que a pesar de que la porosidad de flujo sí toma en consideración que existen zonas entrapadas conectadas, este concepto modela el flujo de corriente eléctrica, no el flujo de un fluido viscoso, por lo tanto, su aplicación no es válida del todo, pero da valores más certeros que considerando la porosidad efectiva.

De aquí, que a pesar de que la porosidad efectiva o no efectiva es una discretización de la porosidad que es ampliamente usada en el sector energético, en este trabajo se considerara la clasificación de la porosidad desde el punto de vista de la dinámica de fluidos.



3.6 Resistividad, R

En todo material, la resistividad, es una característica que consiste en la oposición en mayor o menor grado al paso de corriente eléctrica, que frecuentemente se relaciona con su propiedad física inversa, denominada conductividad.

Definición formal.

Si se considera que se tiene un conductor eléctrico de sección transversal constante A, y de longitud L, por el cual fluye una corriente I y cuyos extremos se encuentran a potenciales distintos V_A y V_B , como se observa en la figura 3.18.

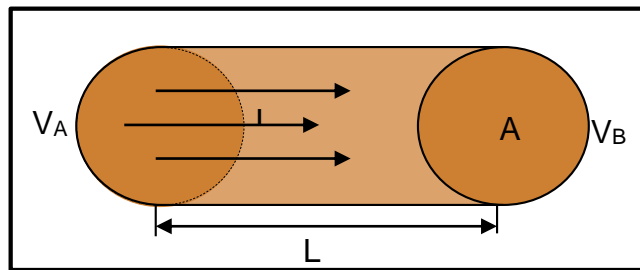


Figura 3.18 Esquema de un conductor eléctrico cilíndrico (imagen de elaboración propia).

Entonces la resistividad, R, puede definirse, como:

$$R = r \frac{A}{L} \quad (3.18)$$

Donde:

R : Resistividad	[ohms * m]
r : Resistencia del material	[ohms]
A : Área transversal que atraviesan los portadores de cargas libres	[m ²]
L : Longitud horizontal del medio, perpendicular al área de flujo	[m]

Consecuencias de la definición.

De la ecuación 3.18 puede observarse que:

- La resistividad tiene unidades de resistencia por longitud, [Ohm * m].
- El intervalo de variación físicamente posible de la resistencia es de $0 \leq R < \infty$; donde, los valores cercanos al cero representan el comportamiento de materiales muy conductivos, superconductores, y los valores de resistividad muy altos, el comportamiento de materiales no conductores, dieléctricos.



3.7 Factor de Resistividad, F_R

El Factor de Resistividad, F_R , es conocido comúnmente como Factor de Formación o como Factor de Resistividad de la Formación, FRF, y representa una medida del grado de complejidad geométrica interna del espacio poroso de la roca, es decir, indica que rugosas son las paredes internas de los poros (Mendoza-Romero G. , 2015).

Definición formal.

Supóngase que se tiene una muestra de roca porosa de material aislante y un electrolito de resistividad, R_w , como los que existen en un yacimiento de petróleo. Cuando la muestra se satura con el electrolito, la resistividad total resultante del sistema roca-fluido es R_o .

Se ha establecido experimentalmente (Archie, 1941) que la resistividad R_o de la roca saturada con un electrolito es directamente proporcional a la resistividad R_w del electrolito saturante; es decir $R_o \propto R_w$, para poder expresar la igualdad se requiere una constante de proporcionalidad, la cual se ha denominado como Factor de Resistividad y está dada como:

$$F_R = \frac{R_o}{R_w} \quad (3.19)$$

Esto es, el Factor de Resistividad de una muestra porosa es la razón de la resistividad de la muestra saturada con un electrolito, a la resistividad de este último y, como se establece en la *primera ley de Archie* y por múltiples autores, puede determinarse mediante una relación $F_R(\phi_t, m)$ (como se muestra en el apéndice A).

Consecuencias de la definición.

De la relación 3.19 se observa que:

- A. El Factor de Resistividad, F_R , es una cantidad adimensional.
- B. En forma natural, R_o siempre es mayor a R_w , En consecuencia, F_R siempre manifestará valores mayores a la unidad. Esto es, que el intervalo de variación físicamente posible es de: $1 \leq F_R \rightarrow \infty$.
- C. El Factor de Resistividad depende de las características litológicas de la roca y más exactamente de la forma de los canales constituidos por poros intercomunicados, ya que este concepto está en función de los parámetros geométricos internos del sistema.

En este trabajo, se considerará al Factor de Resistividad de Formación, FRF, simplemente con el nombre de Factor de Resistividad, F_R .



3.8 Exponente de entrapamiento, m

El exponente m, de las ideas presentadas en este capítulo y la ecuación 3.5, sugiere que el posible significado físico del exponente m, según Pérez-Rosales (1982), es la potencia a la cual debe elevarse la porosidad total, ϕ_t para obtener la porosidad de flujo, ϕ_f .

Hasta la fecha, lo único que puede asegurarse acerca del comportamiento del parámetro m es que representa una ayuda en la determinación del volumen poroso que participa activamente en el flujo de la corriente eléctrica y, en consecuencia, es una herramienta útil en el cálculo del volumen poroso asociado a las regiones de entrapamiento de fluidos.

Por lo tanto, el exponente m puede ser referido, de acuerdo a lo expresado anteriormente como: exponente de entrapamiento o exponente de flujo, ya que estos adjetivos concuerdan más con su comportamiento físico que muchos de los nombres que se le han impuesto, con anterioridad, de una manera subjetiva, a saber: grado de cementación, tortuosidad, permeabilidad, tipo de porosidad, etc.

El exponente de entrapamiento de la ecuación general propuesta por Pérez-Rosales (ecuación A.7 del apéndice A), puede ser determinado como:

$$m = -\frac{\log\left(\frac{F_R - 1 + G}{G}\right)}{\log(\phi_t)} \quad (3.20)$$

Donde, G es un factor geométrico. Si se considera $G \cong 1$, m puede determinarse como:

$$m = -\frac{\log(F_R)}{\log(\phi_t)} \quad (3.21)$$

El cuál es igual a la m calculada por la ecuación de Archie, donde m fue introducida como la pendiente del gráfico semi-logarítmico F_R vs ϕ_t para sistemas de arenas limpias y homogéneas, según la ecuación conocida como la *primera ley de Archie*, esto es:

$$F_R = \phi_t^{-m} \quad (3.22)$$

Para los fines de este trabajo se decidió por el primer nombre del exponente m con objeto de no mezclarlo o identificarlo directamente con el concepto de permeabilidad.

El exponente de entrapamiento, m, es un parámetro que no se puede medir directamente, para su evaluación se recurre al uso de los valores del Factor de Resistividad y de la porosidad.

Es importante resaltar que el valor del exponente de entrapamiento, m, siempre debe de ser variable, para que pueda ser representativo de una buena caracterización de los yacimientos (Mendoza-Romero G. , 2015).



3.9 Tortuosidad, T o τ

La tortuosidad es un parámetro petrofísico que indica la medida de la distorsión de las líneas de flujo eléctrico dentro de un medio poroso, es decir, físicamente representa el grado de dificultad, con el que fluyen las líneas de flujo de corriente eléctrica.

Definición formal.

Supóngase que se tiene una muestra porosa, como la que se presenta en la figura 3.19, que mide una longitud L y por la cual viaja un flujo eléctrico desde un punto de mayor energía hasta uno de menor energía describiendo una trayectoria de flujo eléctrico L_e , que no necesariamente es recta (a menos que se trate de una fractura ideal), sino que presenta una geometría sinuosa o curvilínea según el espacio poroso; entonces la tortuosidad (Pérez-Rosales C. , 2002) se define como el cociente de la longitud de las líneas de flujo eléctrico L_e , entre la longitud del medio poroso L , esto es:

$$T = \frac{L_e}{L} \quad (3.23)$$

Algunos autores (Mendoza-Romero & Pérez-Rosales) establecen que, para un fluido viscoso, el valor de la tortuosidad se aproxima más a la relación: $T = (L_e/L)^2$ y debido a que L_e es un parámetro teórico, este puede determinarse mediante la relación:

$$T = F_R * \phi_t \quad (3.24)$$

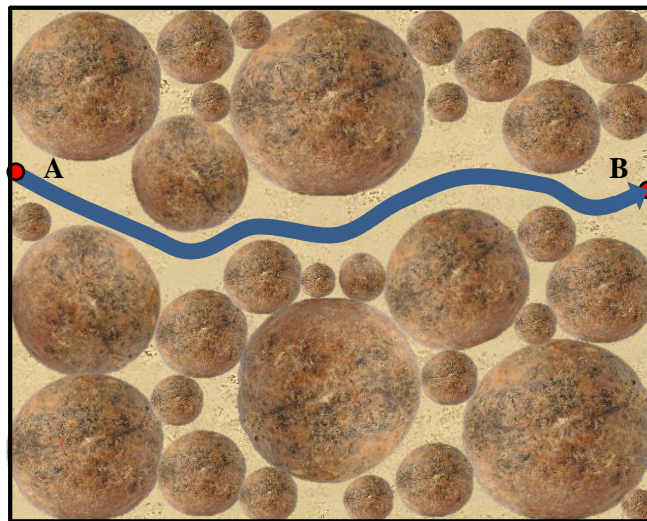


Figura 3.19 Representación esquemática de la tortuosidad (imagen de elaboración propia).



Consecuencias de la definición.

El valor de la tortuosidad depende de la trayectoria que siga el fluido eléctrico de un punto a otro; si se supone que la trayectoria de flujo eléctrico que va del punto A al punto B en la figura 3.19 es una línea recta, lo cual ocurre en las fracturas, el valor de la tortuosidad sería la unidad; sin embargo, en la mayoría de los casos la trayectoria de flujo, se ve interferida por los componentes de la roca, así que el valor de la tortuosidad en casos prácticos siempre es mayor a la unidad.

Debido a lo anterior y a la relación 3.23 se observa que:

- A. La tortuosidad es una propiedad adimensional.
- B. Mientras mayor sea la distorsión de los canales por donde pasan el flujo eléctrico, mayor será la tortuosidad, e inversamente mientras menor sea la distorsión de los canales por donde pasan las líneas de flujo eléctrico en el medio poroso, la tortuosidad será menor.
- C. Si se considera que la mínima longitud que puede tener la trayectoria de las líneas de flujo eléctrico para atravesar el medio es en forma de una línea recta, entonces el mínimo valor que L_e puede tomar es el de L .
- D. Dado que, en la práctica, la trayectoria que describen las líneas de flujo eléctrico al atravesar el medio poroso generalmente son de forma irregular, no lineal, se tiene que L_e siempre será mayor que L .
- E. De lo anterior se desprende que el intervalo de variación físicamente posible de la tortuosidad es:

$$1 \leq T \rightarrow L_e$$

Donde:

- $T = 1$, corresponde a un medio donde no existe ninguna distorsión de las líneas de flujo eléctrico, es decir, cuando el medio está libre de sólidos y por lo tanto L_e es igual a L .
- $T \rightarrow L_e$, corresponde a un medio tan tortuoso donde las líneas de flujo eléctrico describen una trayectoria L_e tan grande que L resulta despreciable al grado que la tortuosidad toma valores cercanos a L_e de forma adimensional.



3.10 Relación entre tortuosidad y porosidad de flujo

En este punto, es de interés establecer la relación que existe entre la porosidad de flujo y el concepto de tortuosidad. Como se estableció en la sección anterior, intuitivamente, el término tortuosidad se asocia con la irregularidad que manifiestan las líneas de flujo dentro de un medio poroso.

Desafortunadamente, no es posible evaluar la tortuosidad, a partir de su propia definición. Esto se debe a que es imposible medir directamente el término L_e , de ahí que sea necesario definir la tortuosidad en términos de otras cantidades que puedan medirse en el laboratorio o a partir del uso de registros geofísicos de pozo.

En este sentido, Pérez-Rosales (1982) sustentándose en los trabajos teóricos de Maxwell (1954) y Fricke (1924), así como en el estudio experimental de Archie (1941), estableció una teoría que condujo a la relación general entre el Factor de Resistividad y la porosidad aplicable a sistemas porosos consolidados o en suspensión, la cual presenta la siguiente forma:

$$F_R = G \phi_t^{-m} + (1 - G) \quad (3.25)$$

En ese mismo trabajo Pérez-Rosales (1982) propuso una definición práctica en la siguiente forma; consideró, como punto de partida, un sistema, cuyo espacio poroso estaba conformado por tubos paralelos, para el cual, la teoría establece que su Factor de Resistividad está dado por:

$$F_R = \frac{1}{\phi_t} \quad (3.26)$$

Y el valor de la tortuosidad es la unidad

Posteriormente, supuso que la geometría interna se modificaría de tal manera que se haría similar a la de una roca porosa, pero manteniendo constante la porosidad.

Como una consecuencia de ese cambio, se sabe que el Factor de Resistividad aumenta, y el incremento depende del grado de irregularidad alcanzado por la superficie porosa interna. Asumiendo que el nuevo Factor de Resistividad es T veces mayor que el correspondiente a los tubos paralelos, se tiene:

$$F_R = \frac{T}{\phi_t} \quad (3.27)$$



El aumento en el Factor de Resistividad, generalmente se interpreta como un incremento de T veces la longitud de las líneas de flujo. Por lo tanto, la T de la ecuación 3.26 se puede considerar como una definición práctica de la tortuosidad.

Sustituyendo la ecuación 3.25 en la ecuación 3.27, se obtiene:

$$T = \phi_t(G\phi_t^{-m} + 1 - G) \quad (3.28)$$

Esta es una expresión general para la tortuosidad, donde G es un parámetro que tiene que ver con la geometría interna de los poros.

Para el caso de rocas consolidadas que comúnmente conforman los yacimientos petroleros (Areniscas $\cong 1.03$, Limolitas $\cong 1.12$, Limolitas- dolomitizadas $\cong 0.885$, ...) se ha encontrado que $G \cong 1$ (Mendoza-Romero G. &.R., 1985). En consecuencia, sustituyendo este valor, reacomodando términos y sustituyendo la relación 3.5, se encuentra que una forma aproximada de la relación 3.28 es:

$$T = \frac{\phi_t}{\phi_t^m} \quad (3.29)$$

O bien, combinando las expresiones 3.5 , 3.6 y 3.29, se llega a:

$$T = 1 + \frac{\phi_{ent}}{\phi_f} \quad (3.30)$$

Esta es una expresión simplificada que indica el significado físico de la tortuosidad en términos de las porosidades de flujo y estancamiento.

Sin embargo, se debe recordar que la ecuación. 3.29 es una aproximación que es válida solamente para rocas consolidadas. Cuando se analizan medios no consolidados (como empacamientos de esferas), se debe usar la expresión general 3.28.



3.11 Permeabilidad, K

Conceptualmente la permeabilidad es una medida de la capacidad que tiene una roca o cualquier medio poroso de permitir el flujo de fluidos a través de sus poros interconectados.

Definición formal.

Supóngase que se tiene una muestra porosa, como la que se ilustra en la figura 3.20, por donde se hace pasar un fluido a gasto constante, Q . Si entre las caras opuestas existe una diferencia de presión ($p_1 - p_2$), experimentalmente se ha encontrado que (Hubbert, Darcy's Law and the Field Equations of the Flow of Underground Fluids, 1956):

$$Q = \frac{KA(p_1 - p_2)}{\mu L} \quad (3.31)$$

Por lo que la permeabilidad puede ser determinada como:

$$K = \frac{Q \mu L}{A (p_1 - p_2)} \quad (3.32)$$

Donde:

A	: Área transversal de la muestra	[cm ²]
K	: Permeabilidad	[D]
L	: Longitud de la muestra	[cm]
$p_{1,2}$: Presión en el punto 1 y 2 respectivamente	[atm]
Q	: Gasto o flujo volumétrico	[cm ² /seg]
μ	: Viscosidad dinámica del fluido	[cP]

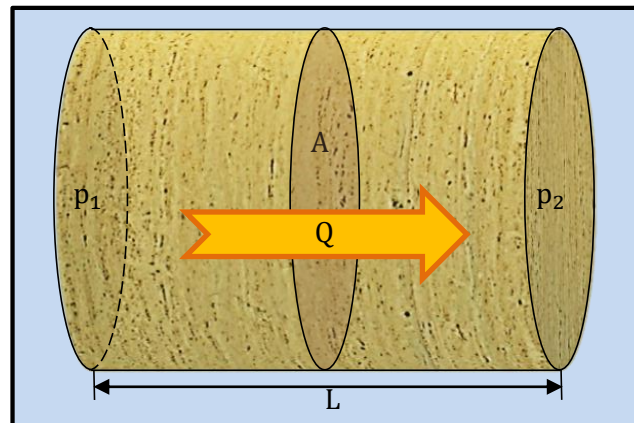


Figura 3.20 Muestra porosa (imagen de elaboración propia).



De tal forma que la permeabilidad se puede medir en laboratorio haciendo pasar un fluido de viscosidad dinámica conocida, μ , a través de una muestra de roca (un tapón de un núcleo), al cual se le han medido sus dimensiones (A y L) y se le ha determinado una tasa de flujo, Q, a cierto gradiente de presión en la dirección de flujo, ΔP .

Si la longitud de la muestra se hace tender a cero, y por lo tanto se calcula el limite cuando L tienden a cero, el gasto por unidad de área se puede expresar como:

$$v_m = \frac{Q}{A} = - \frac{K \partial p}{\mu \partial L} \quad (3.33)$$

Donde:

K	: Permeabilidad	[D]
L	: Longitud de la muestra	[cm]
p	: Presión	[atm]
μ	: Viscosidad dinámica del fluido	[cP]
v_m	: Velocidad media de flujo en todo el sistema	[cm/s]

Esta ecuación es la llamada Ley de Darcy, en honor a Philibert Gaspard Darcy (1856), quien basó sus estudios en el flujo de fluidos a través de medios porosos.

Consecuencias de la definición.

De la ecuación 3.32 se infiere que:

A. La permeabilidad tiene dimensiones de longitud al cuadrado:

$$[K] = \frac{\left[\frac{L^3}{t} \right] \left[\frac{\text{Fuerza}}{L^2} * t \right] [L]}{[L^2] \left[\frac{\text{Fuerza}}{L^2} \right]} = \frac{\left[\frac{L^3}{t} \right] [t][L]}{[L^2]} = \frac{[L^4]}{[L^2]} = [L^2]$$

B. El mínimo valor que puede tener es de cero, el cual ocurre cuando no existe interconexión entre los poros de cierto sistema, y el máximo valor que puede tener es un valor tan grande como conductor de flujo sea el medio, esto es, el rango de variación físicamente posible de la permeabilidad es de:

$$0 \leq K \rightarrow \infty$$



3.12 Radio de garganta de poro, r_p

El radio de garganta de poro conceptualmente indica que tan abiertas o cerradas son las entradas de los poros, es decir, se refiere al grado de apertura de los canales de flujo que interconecta los poros en un volumen de roca dado.

El radio de garganta de poro tiene su origen en los trabajos de Winland de 1976, para su aplicación en la delimitación de zonas de flujo de sistemas cristalinos, y posteriormente fue modificado por Aguilera (2002) para su aplicación al caso de rocas carbonatadas.

Definición formal.

Si se tiene una muestra de roca con porosidad ϕ_T , y permeabilidad K , formalmente el radio de garganta de poro, según Aguilera (2002), puede definirse mediante la ecuación:

$$r_{p35} = 2.665 \left\{ \frac{K}{\phi_T} \right\}^{0.45} \quad (3.34)$$

Donde:

K	: Permeabilidad	[mD]
ϕ_T	: Porosidad total del medio expresada en porcentaje	[adím]
r_{p35}	: Radio de garganta de poro a 35% de índice de saturación de mercurio	[μm]

Consecuencias de la definición.

De la ecuación 3.34, se intuye que el radio de garganta de poro:

- Tiene dimensiones de longitud.
- Es uno de los parámetros que tiene más influencia en la determinación de la permeabilidad.
- A medida que el sistema poroso posea un mayor radio de garganta de poro efectivo, este poseerá mayor permeabilidad y en consecuencia permitirá un mayor flujo de fluidos.
- Su intervalo de variación, físicamente posible es desde cero para un sistema poroso que no presenta conexión entre sus poros, no necesariamente compacto (con porosidad cero), hasta un número tan grande como el tamaño del mismo sistema.



Antecedentes de la ecuación de Winland (Kolodzie, 1980).

La ecuación 3.34 tiene sus inicios alrededor de los setentas, cuando el investigador de Amaco (actualmente BP) H. D. Winland completó una serie de proyectos en el estudio de geometrías de poro usando: mediciones de análisis de presión capilar mediante inyección de mercurio, escaneos de muestras a través de microscopio electrónico, análisis de secciones de láminas delgadas y mediciones de rutina de núcleos; esto, con el propósito de poder predecir el tamaño efectivo de apertura de poro dominante y aplicarlo a la delimitación de mecanismos de entrapamiento dentro de los yacimientos.

Winland, observó que la porosidad total, ϕ_t , en los sistemas carbonatados no consiste en una serie de oquedades y tubos gruesos dentro de un sistema poroso, sino de una interconexión de espacios planos que separan virtualmente los cristales que conforman una roca; notó que, aunque existan porosidades intergranulares grandes y de disolución dentro del sistema poroso, y representan el mayor contenido de fluidos, estos no controlan el flujo del medio.

Para analizar el sistema, Winland, creó un modelo simple y conceptual que contenía tamaños efectivos y absolutos de aperturas de poros intercristalinos generados por bloques irregulares de cristales que concordaba con lo observado en los carbonatos en el microscopio electrónico.

En su modelo (figura 3.21), Winland representó los diferentes tamaños de aperturas entre los cristales mediante líneas de colores y a través de la inyección de mercurio desde tres márgenes, observó la intrusión de mercurio en el sistema a una presión capilar dada.

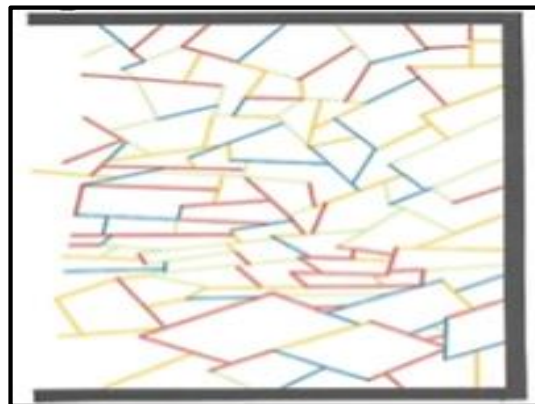


Figura 3.21 Modelo 2D de porosidad intercristalina de Winland (Kolodzie, 1980).

Tras hacer un riguroso trabajo experimental notó que la medición de inyección de mercurio no reflejaba la distribución del tamaño absoluto de los poros, pero sí la distribución de los tamaños efectivos de apertura de los poros, es decir, observó que, a diferentes gradientes de presión se lograban llenar diferentes tamaños de poro, donde conforme menor era el tamaño de los canales principales que conectaban al resto de los canales de flujo, requería un gradiente de presión mayor.



Mediante un estudio estadístico de las mediciones de la longitud acumulada de cada tamaño de poro y la longitud acumulada de llenado a cada gradiente de presión, encontró que:

- A. El tamaño efectivo de poro es considerablemente diferente a la distribución del tamaño absoluto del poro, es decir, existe una gran diferencia entre la cantidad de poros y los poros que realmente conducen al fluido.
- B. Los poros más abiertos son los más abundantes en las muestras, sin embargo, su influencia en el control del flujo de fluidos es relativamente bajo, es decir los poros más chicos presentan el rol dominante.
- C. A pesar de que los tamaños absolutos de los poros determinan la cantidad de almacenamiento del espacio presente, son los tamaños efectivos los que influyen directamente en la saturación del fluido y los gastos del flujo.

Winland notó que las mediciones de permeabilidad reflejan el tamaño y número de poros interconectados, por lo que decidió hacer una aproximación estadística $K(R_{p35})$ incorporando a su trabajo 106 muestras de carbonatos que analizó mediante pruebas de inyección de mercurio, y 300 análisis de láminas delgadas mediante microscopio electrónico.

Para evaluar su hipótesis, realizó cuatro regresiones con las variables ϕ , K y los percentiles 30, 35, 40 y 50 de índice de saturación de mercurio. La regresión con el percentil 35 presentó el mayor coeficiente de correlación ($r= 0.975$), por tanto, Winland generó una relación empírica para predecir el tamaño efectivo de apertura de poro como:

$$R_{p35} = \frac{22.54 K^{[1.09-0.42\log(\phi_T)]}}{\phi_T^{1.24}} \quad (3.35)$$

Donde:

- K : Permeabilidad [mD]
- ϕ_T : Porosidad total del medio expresada en porcentaje [adím]
- R_{p35} : Tamaño efectivo de poro a 35% de índice de saturación de mercurio [μm]

Es importante mencionar que el trabajo original de Winland se enfoca a sistemas carbonatados con porosidad intercrystalina, y R_{p35} se refiere a un tamaño efectivo de apertura de poro y no a un radio efectivo de poro, r_{p35} .

Finalmente, Winland concluyó, que:

- A. Existe una fuerte relación entre K , ϕ_T y el tamaño efectivo del poro en rocas carbonatadas.



- B. El tamaño efectivo de apertura de poro es el tamaño poroso que controla el movimiento de fluidos dentro del sistema y por tanto las mediciones de permeabilidad.
- C. La ϕ_T y el tamaño de poro efectivo son independientes, sin embargo, la K es dependiente del R_{p35} , es decir, que, la K refleja meramente la interacción entre ambas.

Más tarde en 1976 Winland expande su trabajo hasta alcanzar 306 experimentos de inyección de mercurio y análisis de microscopio electrónico, de los cuales incorpora yacimientos clásticos y llega a:

$$R_{p35} = 10^{[0.732+0.588\log(K)-0.864\log(\phi_T)]} \quad (3.36)$$

Donde:

K	: Permeabilidad	[mD]
ϕ_T	: Porosidad total del medio expresada en porcentaje	[adím]
R_{p35}	: Tamaño efectivo de poro a 35% de índice de saturación de mercurio	[μm]

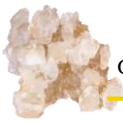
De la correlación 3.36, Winland, realizó una serie de nomogramas para identificar, de forma práctica, las posibles zonas de flujo, de ahí que años posteriores, múltiples investigadores utilizarán esta correlación para desarrollar una gráfica de porosidad vs permeabilidad que les permitiera identificar rápidamente las diferentes zonas de flujo según el grado de apertura efectiva del poro.

Estas correlaciones (ecuaciones 3.35 y 3.36) a pesar de que fueron desarrolladas en 1976 por Winland, fueron publicadas por primera vez en el trabajo de Kolodozie (1980).

Winland mencionó que su correlación da mejores resultados en sistemas porosos simples, al igual que en geometrías complejas a excepción de sistemas que:

- A. Presentan $\phi_t < 0.02$ y $K < 0.001$ [μD].
- B. Son extremadamente fracturados.
- C. Nunca son mojados por agua o donde la imbibición domina el flujo de fluidos.
- D. Presentan porosidades móldicas y vugulares.

Años posteriores, Aguilera (2002) presenta un trabajo en el cual retoma el desarrollo propuesto por Winland e incorpora más datos al análisis, llegando la correlación 3.34.



Actualmente la gráfica más utilizada, conocida como la gráfica de Winland, es la complementada por Aguilera (2002), la cual se muestra a continuación en la figura 3.22.

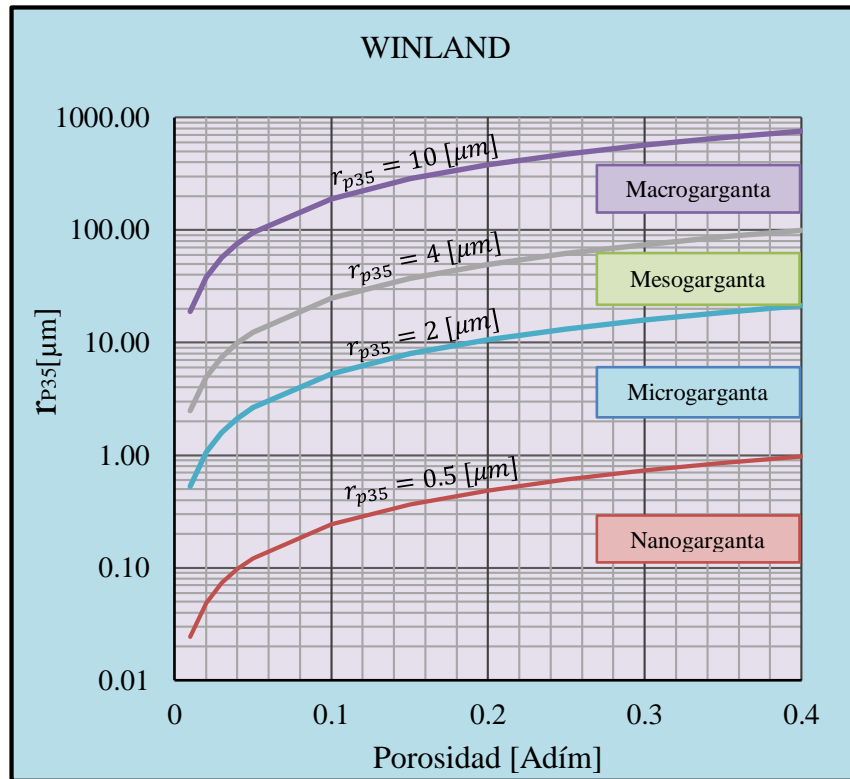


Figura 3.22 Gráfica de Winland (Aguilera & Aguilera, 2002).

En la gráfica de Winland, las múltiples zonas se diferencian según el grado de apertura del radio de garganta de poro efectivo, de forma tal que si se tienen valores de:

- A. $r_{p35} < 0.5 \text{ [}\mu\text{m]}$ se tiene presencia de nano-gargantas,
- B. $0.5 \geq r_{p35} < 2 \text{ [}\mu\text{m]}$ se tiene presencia de micro-gargantas,
- C. $2 \geq r_{p35} < 4 \text{ [}\mu\text{m]}$ se tiene presencia de meso-gargantas,
- D. $4 \geq r_{p35} < 10 \text{ [}\mu\text{m]}$ se tiene presencia de macro-gargantas,
- E. $10 \geq r_{p35} \text{ [}\mu\text{m]}$ se tiene presencia de mega-gargantas,

Por lo que, siguiendo este método y conociendo el índice de saturación de hidrocarburos se podrían definir el tipo de sistema predominante y las zonas más productivas, las cuales se encontrarían en los intervalos con mayor radio de garganta de poro y mayor porosidad.



3.13 Superficie específica, S_e y S_{er}

La superficie específica, también llamada área interna específica, se define como la superficie de los sólidos expuesta a los poros o a los fluidos que los saturan, S_p , por unidad de volumen poroso, S_e , o de volumen rocoso o de sólidos, S_{er} , según sea el volumen de referencia.

Definición formal.

En otras palabras, la superficie específica es la relación del área superficial interna del medio poroso entre una unidad de volumen de roca o de poros del sistema, es decir, si se tiene un sistema con porosidad total, ϕ_t , de la cual se desprende un área superficial interna de poros, S_p , (que es la misma con el área superficial de la matriz), un volumen poroso, V_p , así como un volumen de sólidos, V_s , entonces la superficie específica referenciada al volumen poroso, S_e , y de roca, S_{er} , está definida, respectivamente, como:

$$S_e = \frac{S_p}{V_p} = \frac{S_p}{V_t \phi_t} \quad (3.37)$$

Y

$$S_{er} = \frac{S_p}{V_r} = \frac{S_p}{V_t(1 - \phi_t)} \quad (3.38)$$

Aplicada al modelo idealizado de Kozeny-Carman (desarrollo en el apéndice D), donde el sistema de poros es representado equitativamente como un conjunto de tubos paralelos distribuidos uniformemente a través de todo el medio, puede determinarse como:

$$S_e = \frac{2\phi_t}{r_p} \quad (3.39)$$

Y

$$S_{er} = \frac{2\phi_t}{r_p(1 - \phi_t)} \quad (3.40)$$

Donde:

r_p : Tamaño de garganta de poro [μm]

ϕ_t : Porosidad total expresada en fracción [adím]



Consecuencias de la definición.

Por lo tanto, la superficie específica de las rocas sedimentarias es función de las características de los granos, partículas o clastos que las componen, como son: la forma, la variedad de tamaño y el acomodo que tienen en el espacio, es decir, la superficie específica depende de las mismas características que establecen la porosidad y la permeabilidad de las rocas, por lo que existe una relación estrecha entre estas tres propiedades (\emptyset , K , y S_e o S_{er}) (Portilla-San Agustín, 2007).

Según Portilla (2007), para poder visualizar cómo varía la magnitud de la superficie específica con respecto a las características de los granos de un medio poroso, se puede hacer el siguiente análisis, considérese un medio constituido por esferas:

- A. Lisas en todos los casos.
- B. De un solo tamaño en todos los casos.
- C. En un empaquetamiento cúbico en todos los casos.
- D. Dentro de un volumen unitario de un centímetro cúbico.

Sí para una esfera de 0.5 cm de diámetro, la superficie de las esferas es:

$$S_{\text{esfera}} = 4\pi r^2 \quad (3.41)$$

$$S_{\text{esfera}}(r = 2.5) = 4\pi(2.5)^2[\text{mm}^2] = 78.54 [\text{mm}^2] \quad (3.41a)$$

Entonces, en un arreglo cúbico de 1 [cm³] con ocho esferas de 5 [mm] de diámetro (véase en la figura 3.23), se tendrá una superficie específica de 6.2832 [cm²].

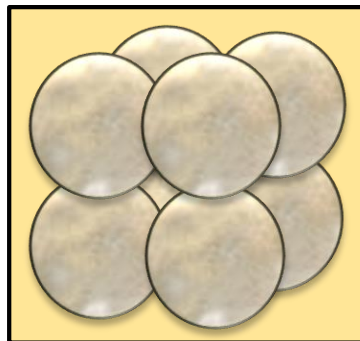
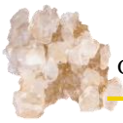


Figura 3.23 *Empaquetamiento cúbico de esferas (imagen de elaboración propia).*



Realizando el mismo análisis, con diferentes tamaños de esferas, (tabla 3.1 y figura 3.24). y considerando que los contactos entre ellas son puntos no significativos en el cálculo, se tendría:

Diámetro		Número de esferas [adím]	Superficie específica	
[cm]	[mm]		[mm ² /cm ³]	[cm ² /cm ³]
0.5	5	8	628.32	6.28
0.25	2.5	64	12563.64	12.57
0.1	1	1,000	3141.60	31.42
0.05	0.5	8,000	6283.20	62.83
0.01	0.1	1,000,000	31416.00	314.16
0.005	0.05	8,000,000	62832.00	628.32
0.001	0.01	1E+09	314160.00	3141.60

Tabla 3.1 Superficies específicas de empaquetamiento cúbico de esferas de diferente tamaño (Portilla-San Agustín, 2007).

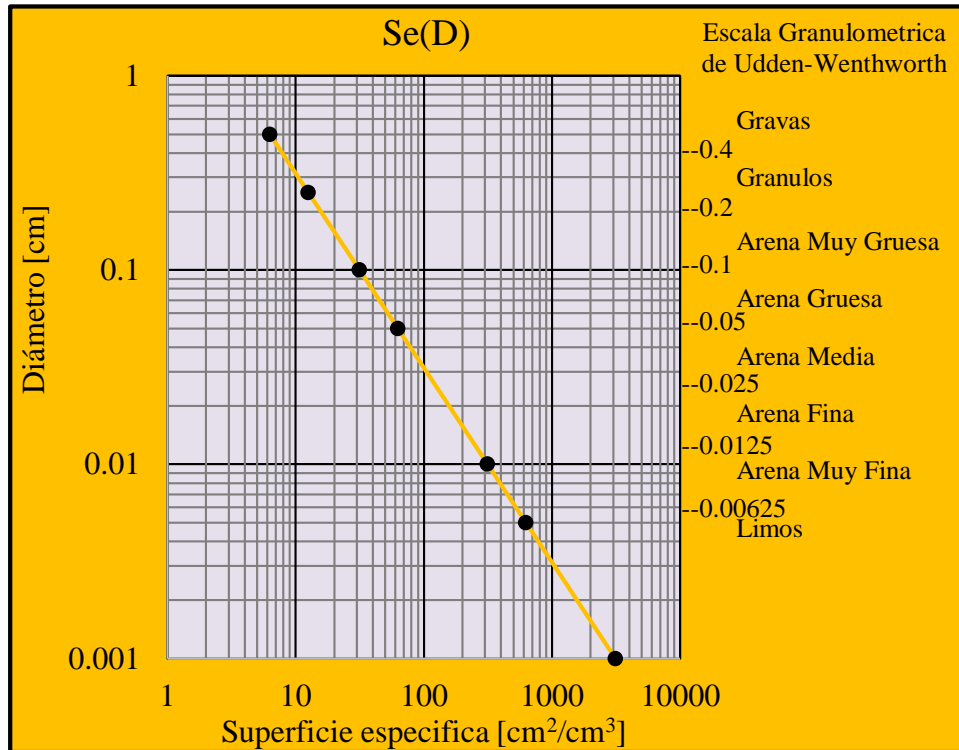


Figura 3.24 Relación entre el diámetro de esfera y su superficie específica en un arreglo cubico (Portilla-San Agustín, 2007).

Este análisis permite conocer que, en medios porosos compuestos por granos esféricos del mismo tamaño, en arreglo cúbico, la superficie interna de los sólidos por centímetro cúbico de medio poroso varía desde 6.28 [cm²] para los granos con diámetro de 5 [mm] (gravas) hasta 3141.6 [cm²] para granos con diámetro de 0.01 [mm] (limos), como se aprecia en la figura 3.24.



3.14 Algunos factores que alteran valores de variables petrofísicas

En las rocas sedimentarias, la mayoría de los sedimentos de las cuales son compuestas, ya sea clásticos, orto-químicos o alo-químicos, a lo largo de su desarrollo, desde su transporte (suspensión, solución, tracción o saltación), su depósito como sedimento, hasta su litificación como roca sedimentaria, las partículas que llegan a conformar a las rocas, sufren múltiples procesos (físicos, químicos u orgánicos) que van modificando las múltiples características que estas tienen; todas estas modificaciones llevan consigo alteraciones en las propiedades de las rocas y por tanto de sus parámetros petrofísicos; por mencionar algunos de los parámetros que modifican las variables petrofísicas de las rocas se tienen:

Grado de madurez mineralógica.

El grado de madurez mineralógica de una roca implica el grado de retención de sus componentes más estables y físicamente más resistentes. Donde, a mayor contenido de minerales estables, como el cuarzo, fragmentos silíceos y minerales pesados ultra-estables, presentan una mayor madurez mineralógica, y conforme menor contenido de minerales menos estables presente la roca, como feldespatos, presenta una menor madurez textural (Vázquez-Castro, 2013).

Forma y tamaño.

La forma de las partículas es un atributo físico importante que puede determinar información acerca de la historia de la sedimentación de una partícula o el comportamiento hidrodinámico de esta en el medio de transporte; sin embargo, esta también es función de la litología, del tamaño de las partículas, el modo y la duración del transporte, la energía del transporte, entre otros factores (Awalt, 2016).

La forma de las partículas generalmente se define en función de la relación que existe entre cada una de sus dimensiones, principalmente considerando tres ejes principales (diámetro largo, L_z , diámetro intermedio, I_z y diámetro corto, S_z).

Zingg (1935), desarrolló una versátil clasificación de la forma de las partículas utilizando las dimensiones de sus tres ejes principales, esta clasificación, que se muestra en la figura 3.25 y la tabla 3.2, considera cuatro categorías (triaxial, prolado, oblado y equidimensional) y se basa en las relaciones: I_z/L_z y S_z/I_z .

Clase	I_z/L_z	S_z/I_z	Forma
I	$>2/3$	$<2/3$	Oblate (discoidal, tabular)
II	$>2/3$	$>2/3$	Equiaxial (Spherical, equant)
III	$<2/3$	$<2/3$	Triaxial (Bladed)
IV	$<2/3$	$>2/3$	Prolate (Rods)

Tabla 3.2 Clasificación de formas de Zingg (1935).

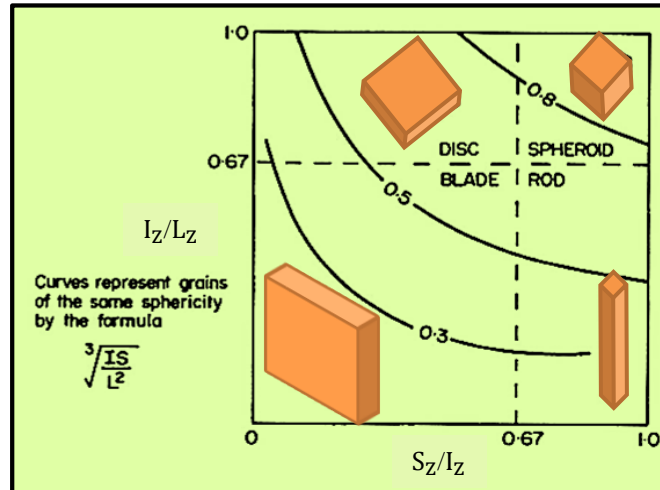
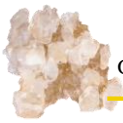


Figura 3.25 Diagrama de Zingg mostrando líneas con igual esfericidad y forma, (Lewis & McChonchie, 1994).

Redondez y esfericidad.

La redondez y la esfericidad son dos de los más comunes indicadores de forma de una partícula.

La redondez indica el grado de curvatura que presentan las aristas de las partículas (Vázquez-Castro, 2013), es decir, que tan angulosas son las aristas y vértices de las partículas, y generalmente compara el contorno de la proyección bidimensional de una partícula con un círculo que Wentworth (Wadell, 1932) definió como:

$$\text{Redondez} = \frac{r_i}{R_{Ww}} \quad (3.42)$$

Donde, r_i es el radio de curvatura de la esquina más afilada de la partícula y R_{Ww} es el radio del círculo circunscrito más pequeño, como se ilustra en la figura 3.26.

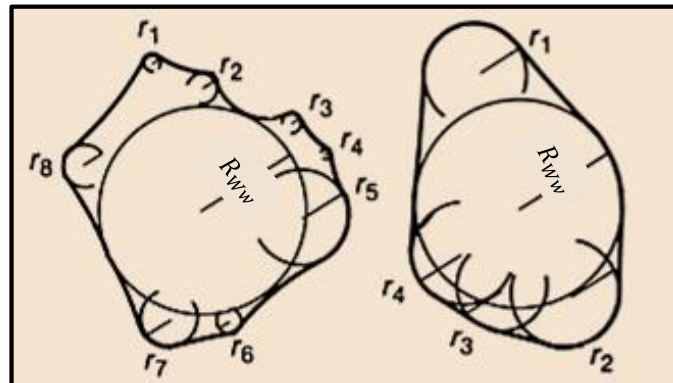


Figura 3.26 Radio de curvatura de cada esquina y máximo círculo circunscrito más pequeño referido por Wentworth (Krumbein, 1940).



La esfericidad es la medida del grado a que se aproxima una partícula a la forma de una esfera, esta se determina generalmente al graficar en el triángulo que se muestra en la figura 3.27, las relaciones (S_z/L_z) vs. $(L_z-1)/(L_z/S_z)$ (Vázquez-Castro, 2013).

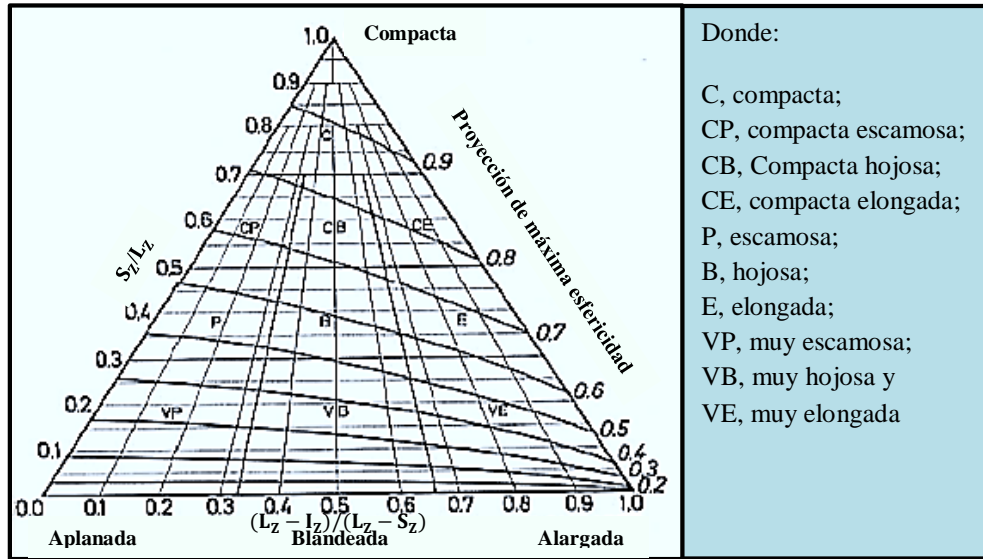


Figura 3.27 Diagrama de esfericidad de Sneed & Folk (Lewis & McChonchie, 1994).

Powers (Junio, 1953) desarrolló una gráfica comparativa de referencia de esfericidad y redondez (figura 3.28). La gráfica muestra una forma práctica de estimar la forma de las partículas en dos dimensiones. Aunque la comparación parece subjetiva, el método es particularmente útil en el caso donde las partículas no pueden ser removidas de la matriz de la roca (Awalt, 2016).

Clases de redondez	Muy anguloso	Anguloso	Sub-anguloso	Sub-redondeado	Redondeado	Muy redondeado
Alta esfericidad						
Baja esfericidad						
Índices de redondez	0.12 a	0.17 a	0.25 a	0.35 a	0.49 a	0.70 a
	0.17	0.25	0.35	0.49	0.70	1.00

Figura 3.28 Esquema de Powers (1953) para estimación de esfericidad y redondez de partículas sedimentarias basada en comparaciones de otras partículas con esfericidad y redondez conocida (Awalt, 2016).



Fábrica o empaque.

El tipo de empaquetamiento o fábrica es una medida del grado en que las partículas de una roca se encuentran en contacto con sus vecinos, o entrelazados entre ellos y su distribución en tres dimensiones. La fábrica o empaque describe el tipo de arreglo geométrico de los granos (como se muestra en la figura 3.29), es decir, el ordenamiento de las partículas bajo la acción de la gravedad, que en la mayoría de los casos no presentan una ordenación uniforme.

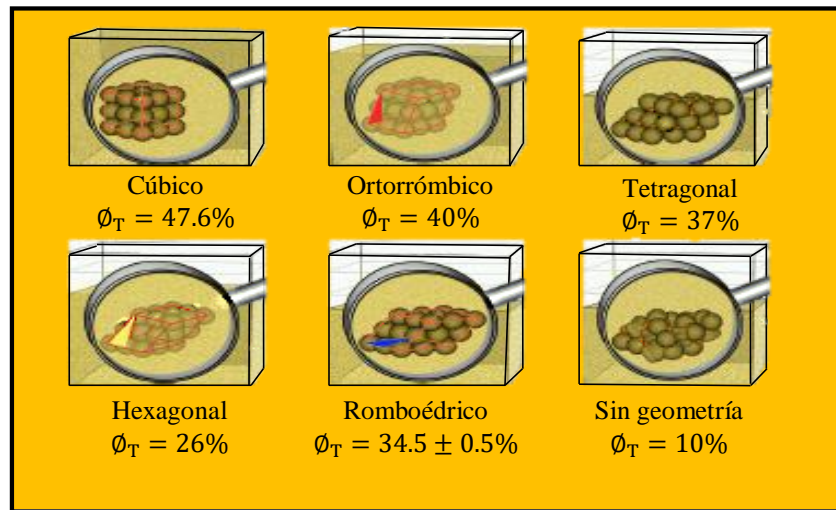


Figura 3.29 Geometrías de empaques teóricos de la porosidad, modificado de Reyes-Lobato (2013).

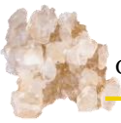
Grado de clasificación o selección

Es una propiedad que se refiere al grado de variabilidad del tamaño de las partículas en una roca sedimentaria y generalmente condiciona fuertemente su porosidad, y por lo tanto su comportamiento frente a la circulación de cualquier fluido.

De esta propiedad:

- A. Se dice que el medio está bien clasificado cuando las partículas que lo componen muestran solo una clase granulométrica bien definida, siendo sus tamaños similares.
- B. Se denominan mal clasificadas a aquellas rocas en que sus constituyentes presentan una gran diversidad de tamaños.

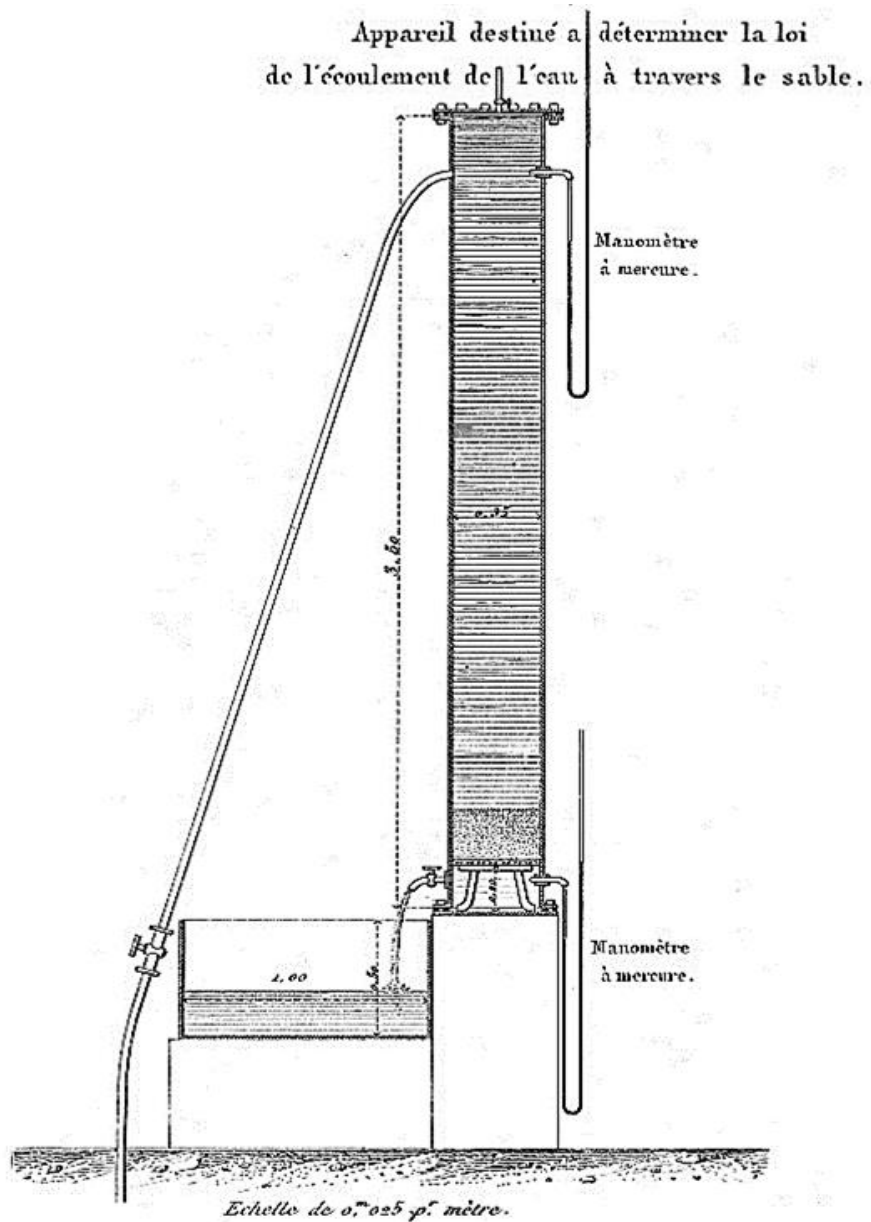
Dependiendo del ambiente de depósito en que se originen las partículas de una roca, presentarán distribuciones bien determinadas, en su tamaño y forma, que afectan directamente sus propiedades petrofísicas. Si el tamaño de sus granos es homogéneo y en su forma son perfectamente redondeados, sus porosidades (total, efectiva, de flujo), su conectividad, su permeabilidad, etc. serán altas y, conforme su tamaño y forma sean más heterogéneos, ocurrirá lo contrario, en comparación con un sistema formado por granos no redondeados y alargados.



Capítulo 4

Principios básicos de los fluidos en movimiento

- 4.1 Ecuación de gasto o ecuación de continuidad
- 4.2 Conservación de energía o teorema de Bernoulli
- 4.3 Ecuación de Poiseuille o de flujo laminar
- 4.4 Número de Reynolds y flujo turbulento
- 4.5 Ley de Darcy o ecuación de cantidad de movimiento



Henry Darcy (1856).



4. Principios básicos de los fluidos en movimiento

Para comenzar esta sección es importante considerar que, si se tiene un fluido incompresible que fluye a lo largo de una tubería lisa, sin irregularidades, con una velocidad constante v , en régimen laminar y en estado estacionario, entonces:

- A. La **razón de flujo de fluido, gasto o flujo volumétrico** (volumen que pasa a través de una sección transversal de tubería por unidad de tiempo, Δt) Q , estaría dado como:

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{A(v\Delta t)}{\Delta t} = Av \quad (4.1)$$

- B. El **flujo en peso** (peso que pasa a través de una sección transversal de tubería por unidad de tiempo) \dot{w} , estaría dado como:

$$\dot{w} = \gamma Q \quad (4.2)$$

Donde, γ es el peso específico del fluido.

- C. El **gasto o flujo másico** (la masa de fluido que pasa a través de una sección transversal de tubería por unidad de tiempo) \dot{m} , estaría dado como:

$$\dot{m} = \rho Q \quad (4.3)$$

- D. La fuerza, F , que se ejerce en el fluido por unidad de área, denominada presión, p , estaría dada como:

$$p = \frac{F}{A} \quad (4.4)$$

- E. La presión, considerando unidades de altura equivalente de una columna de fluido, h , y el producto de la densidad, ρ , por la gravedad, g , estaría dada como:

$$p = \rho gh \quad (4.5)$$



4.1 Ecuación de gasto o ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad fue establecida por primera vez por Leonardo Da Vinci (1452-1519) al proclamar, mediante la observación, que:

- A. En un canal de flujo en cada parte de su longitud en un tiempo igual da paso a una cantidad igual de agua, sea cual sea el ancho, la profundidad, la pendiente, la rugosidad, la tortuosidad;
- B. En un canal de flujo de profundidad uniforme el flujo tenderá a ser más rápido en la sección más estrecha que en la sección más ancha, en la medida en que la mayor anchura supere a la menor (Rouse & Ince, 1957).

Más tarde Benedetto Castelli(1577-1644) tras la publicación de su trabajo (Della Misura Dell'acque Correnti, 1628) redefinió los principios de medición de corrientes de agua mediante demostraciones geométricas y el principio de conservación de la masa; planteó tres suposiciones de la ecuación de continuidad las cuales sostienen que:

- A. Secciones del mismo canal descargan cantidades iguales de agua en tiempos iguales (considerando un flujo constante).
- B. Dadas dos secciones de un canal, la relación de la cantidad de agua que pasa por la primera sección a la que pasa por la segunda sección es proporcional a la relación de las áreas y a la de las velocidades de la primera y segunda sección.
- C. Dadas dos secciones diferentes de un canal por las que pasan igual cantidad de agua, las áreas de las secciones son recíprocamente proporcionales a las velocidades (Rouse & Ince, 1957).

Por lo que, si se considera un conducto por el cual circula un fluido desde una sección 2, de área transversa A_2 , hasta una sección 1 de área A_1 (figura 4.1); donde la cantidad de flujo que circula a través de cualquier sección en cierto intervalo de tiempo Δt , es constante, es decir es un flujo estable. Entonces, si entre las secciones 1 y 2 no se agrega ni se almacena o retira fluido, la masa de flujo que circula por la sección 2 en cierto tiempo debe ser igual a la masa que circula en la sección 1, esto es:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad (4.6)$$

O bien, considerando la ecuación 4.1 y 4.3.



$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad (4.7)$$

Que es la ecuación de continuidad en forma escalar; adicionalmente si el flujo en el tubo se considera un líquido incompresible, entonces $\rho_1 = \rho_2$, por lo que la ecuación 4.7 se reescribe como:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (4.8)$$

Que es la expresión más simple de la denominada ecuación de continuidad o de conservación de gasto.

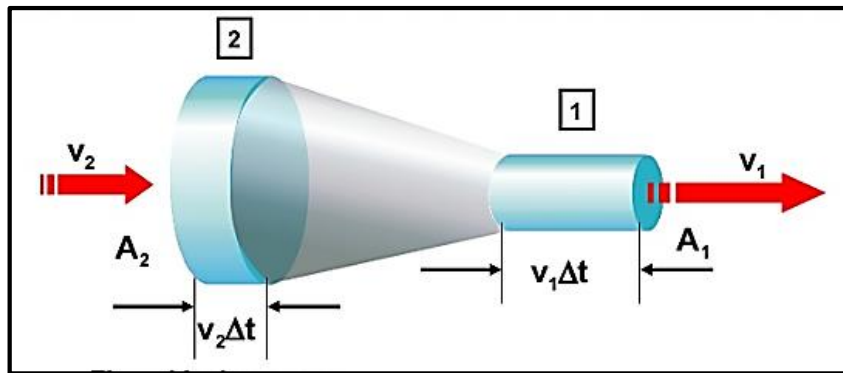


Figura 4.1 Representación esquemática de la ecuación de continuidad (Torres-Zúñiga, s.f.).

Dentro del área de yacimientos, generalmente la ecuación de continuidad se analiza desde el punto de vista del flujo de fluidos a través de un sistema poroso, y se llega a que la ecuación de continuidad que tiene la forma general:

$$\nabla \cdot v \rho = - \frac{\partial(\rho \phi_e S_{\text{fluido}})}{\partial t} \quad (4.9)$$

Donde:

S_{fluido}	: Índice de saturación del fluido	[adím]
t	: Tiempo	[s]
v	: Velocidad media del fluido	[m/s]
ϕ_e	: Porosidad efectiva	[adím]
ρ	: Densidad del fluido	[kg/m ³]

Deducción para en diferentes sistemas de coordenadas observe se en el apéndice C



4.2 Conservación de energía o teorema de Bernoulli

Existen tres formas de energía que se toman en cuenta cuando se analiza un problema de flujo en tuberías; considere un elemento de flujo como el que se ilustra en la figura 4.2. En este supóngase que un fluido incompresible circula a lo largo del tubo de área transversal variable. Donde en el punto 1, la porción del fluido se encuentra a una altura Z_1 se desplaza con una rapidez v_1 y está sometido a una presión p_1 hacia la derecha; mientras que en el punto 2, la misma porción se encuentra a una altura Z_2 , lleva una rapidez v_2 y está sometida a una presión p_2 hacia la izquierda.

En este caso, de la ecuación de continuidad o de conservación de gasto se infiere que su velocidad cambia. Esto significa que el fluido se acelera y que, por lo tanto, debe estar sometido a diferentes fuerzas que resultan en una diferencia de presiones. Estas presiones son generadas principalmente por las siguientes formas de energía:

Energía potencial, E_p , es aquella generada debido a la diferencia de elevación y en términos del nivel de referencia; la diferencia de ΔE_p puede determinar como:

$$\Delta E_p = mg(Z_2 - Z_1) \quad (4.10)$$

Energía cinética, E_c , es aquella que se genera debido a la velocidad del fluido y su diferencia, ΔE_c , de un punto 1 a un punto 2 está dada como:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \quad (4.11)$$

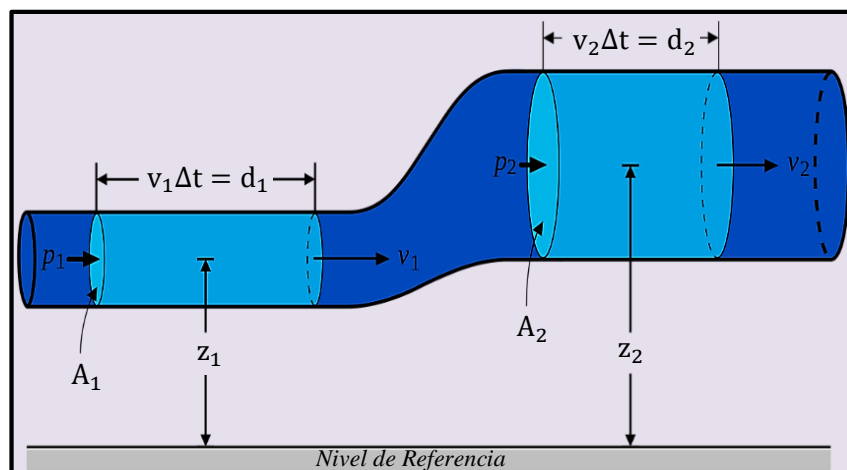


Figura 4.2 Sistema de distribución de un fluido en el que hay variaciones de velocidad, presión y elevación para ejemplificar la ecuación de Bernoulli (Wikimedia, 2008).



Energía de flujo, E_f , también llamada energía de presión o trabajo de flujo, W , representa la cantidad de trabajo necesario para mover el elemento de flujo a través de cierta sección contra la presión. La diferencia de energía ΔE_f , desde un punto 1 a un punto 2 está dada como:

$$\Delta E_f = W = V(p_1 - p_2) \quad (4.12)$$

Que resulta de considerar que el trabajo necesario para mover una masa de un fluido del punto 1 al 2, debe ser la suma del trabajo realizado por la fuerza de entrada F_1 y el trabajo negativo efectuado por la fuerza de resistencia F_2 , esto es:

$$W = F_1 d_1 - F_2 d_2 \quad (4.13)$$

Si se considera el concepto de presión (ecuación 4.4), la ecuación 4.13 puede reescribirse como:

$$W = (P_1 A_1) d_1 - (P_2 A_2) d_2 \quad (4.14)$$

Si, se sabe que la distancia recorrida por un fluido, que atraviesa sus respectivas áreas A_i , en un tiempo Δt está dada por el producto $v \cdot \Delta t$; la ecuación 4.14 resulta en:

$$W = (P_1 A_1)(v_1 \Delta t) - (p_2 A_2)(v_2 \Delta t) \quad (4.15)$$

Reacomodando términos y sacando como factor común a Δt se llega a:

$$W = [(A_1 v_1) p_1 - (A_2 v_2) p_2] \Delta t \quad (4.16)$$

Por la ecuación de continuidad se sabe que: $Q_i = A_i v_i = V/\Delta t$, en consecuencia:

$$W = \left[p_1 \left(\frac{V}{\Delta t} \right) - p_2 \left(\frac{V}{\Delta t} \right) \right] \Delta t = V(p_1 - p_2) \quad (4.17)$$

Por principio de conservación de energía se sabe que la energía no se crea ni se destruye, solo se transforma de una forma en otra, y considerando que no hay energía que se agregue o pierda en el flujo entre las secciones 1 y 2, entonces:



$$E_{\text{entrada}} = E_{\text{salida}} \quad (4.18)$$

Esto es:

$$\Delta E_p + \Delta E_c + \Delta E_f = 0 \quad (4.19)$$

Por lo tanto, de las ecuaciones 4.10, 4.11, 4.12 y 4.19, se obtiene:

$$V(p_1 - p_2) + mg(z_2 - z_1) + \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = 0 \quad (4.20)$$

Si el fluido tiene una densidad ρ , el volumen V se puede escribir como m/ρ , por lo que reacomodando términos y dividiendo ambos lados de ecuación entre V resulta:

$$p_1 - p_2 = \rho g(z_2 - z_1) + \frac{1}{2} \rho(v_2^2 - v_1^2) \quad (4.21)$$

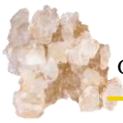
Finalmente, la ecuación anterior se puede expresar como:

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (4.22)$$

Este es el teorema de Bernoulli o teorema de conservación de la energía para un fluido en movimiento.

Aunque la ecuación de Bernoulli es aplicable a bastantes problemas prácticos, es importante conocer bajo que consideraciones se encuentra limitada, algunas de ellas son:

- A. Es válida para fluidos monofásicos incompresibles con densidad constante.
- B. El régimen de flujo es laminar, estable y continuo.
- C. No existen dispositivos mecánicos que agreguen o retiren energía del sistema.
- D. No existe transferencia de calor hacia el fluido ni afuera de este.
- E. No puede existen pérdidas de energía.



4.3 Ecuación de Poiseuille o de flujo laminar

Hasta ahora no se han considerado efectos de fricción en el movimiento de los fluidos. Si se visualiza a un fluido compuesto por capas superpuestas, implícitamente, se supone que dichas capas pueden resbalarse unas sobre otras sin fricción, especialmente si sus velocidades de flujo son pequeñas.

Sin embargo, con fluidos espesos deja de serlo. La resistencia que, en mayor o menor grado, presentan todos los fluidos reales al deslizamiento relativo de sus capas adyacentes, se le llama viscosidad y puede considerarse como cierta clase de fricción interna en un fluido.

La figura 4.3 representa una capa líquida entre una placa móvil y una placa fija. Los experimentos muestran que el líquido en contacto con la placa móvil tiene la misma velocidad v que ella, mientras que el adyacente a la placa fija permanece en reposo. La velocidad de las capas intermedias va aumentando uniformemente desde cero de la placa fija hasta la velocidad de la placa móvil. Es decir, por cada unidad de longitud que se recorra de la placa fija a la móvil, el aumento de velocidad es el mismo.

Si entre las dos placas hay una distancia ΔL , el cociente $\Delta v/\Delta L$ es el gradiente de velocidades y es la razón de cambio de la velocidad con respecto a la distancia perpendicular a la dirección del flujo.

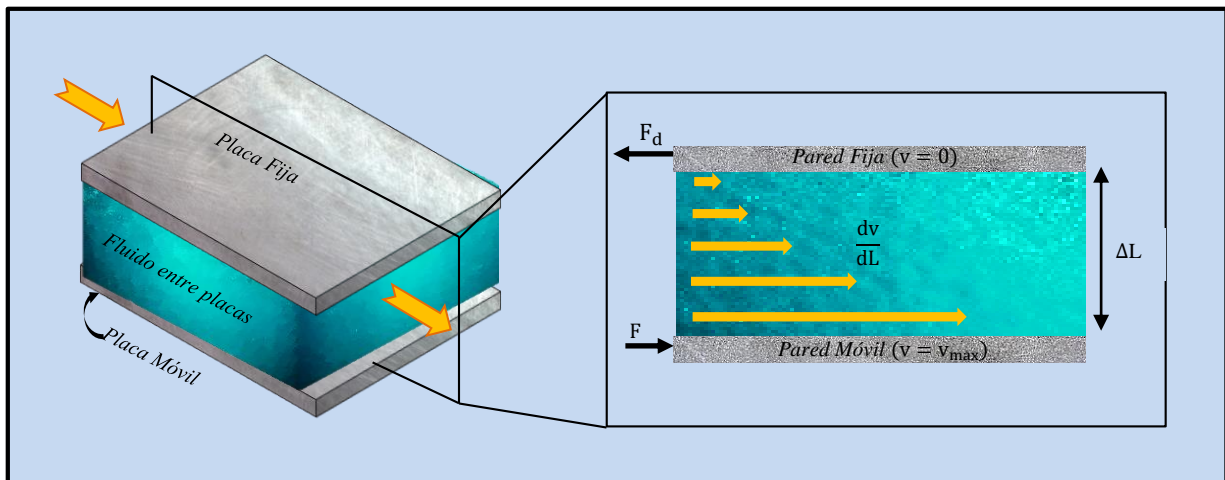


Figura 4.3 Esquema del flujo de fluido viscoso mediante capas paralelas para determinar la ecuación de Poiseuille según Navier (1823) (imagen de elaboración propia).

Para mantener el movimiento de la placa móvil es necesario aplicar una fuerza F , que genera el movimiento que se transmite a las capas interiores adyacentes hasta llegar a la placa fija, de manera que para que esta permanezca fija es necesario aplicarle una fuerza F_d en sentido opuesto, tal como se muestra en la figura 4.3.



Los experimentos muestran que la magnitud de F_d es directamente proporcional tanto al área de las capas, A_{sup} , como al gradiente de velocidad producido. Mientras mayor se requiera que sea el área que tengan las capas, mayor será la cantidad de fluido que hay que mover y mayor tendrá que ser la fuerza. Mientras mayor se requiera que sea la razón de cambio de la velocidad respecto a la distancia entre las placas, mayor tendrá que ser la fuerza aplicada. Es decir:

$$F_d \propto A_{sup} \left(\frac{\Delta v}{\Delta L} \right) \quad (4.23)$$

Para escribir una igualdad necesitamos multiplicar por una constante de proporcionalidad, generalmente representada mediante el símbolo μ , esto es:

$$F_d = \mu A_{sup} \left(\frac{\Delta v}{\Delta L} \right) \quad (4.24)$$

Donde, μ es el coeficiente de viscosidad dinámica del fluido.

La ecuación de Bernoulli que es válida solo para fluidos no viscosos, predice que, en un tubo horizontal de sección transversal uniforme, la presión es la misma a lo largo de todo el tubo. Sin embargo, la experiencia contradice lo anterior, la presión siempre decrece en la dirección del flujo debido a la viscosidad del fluido. Las capas del fluido que están cerca de las paredes del tubo se “pegan” a él y tienen una velocidad de flujo menor que las capas centrales de manera que en la pared del tubo la velocidad es cero.

El flujo de un fluido en una tubería puede ser visualizado, siguiendo la misma analogía de placas paralelas, como una serie de tubos telescópicos con el central moviéndose con la mayor rapidez y los adyacentes con una rapidez cada vez menor, a medida que más cerca este de la pared del tubo (como se ejemplifica en la figura. 4.4).

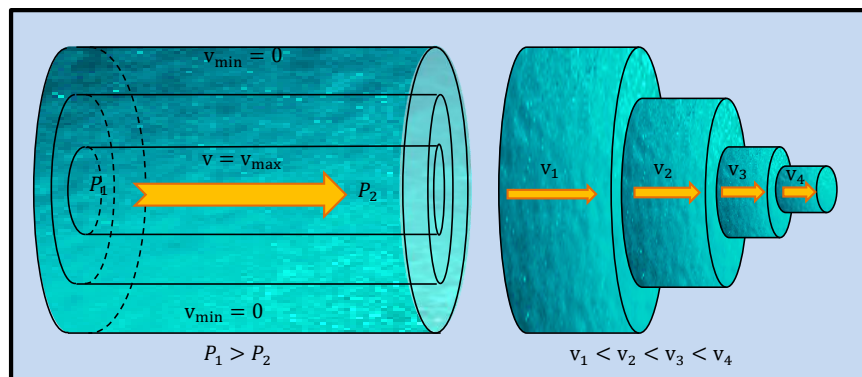


Figura 4.4 Esquema del gradiente de velocidades descrito por el flujo en una tubería cilíndrica (imagen de elaboración propia).



Para este caso, la razón de flujo (volumen por unidad de tiempo) depende de la diferencia de presión Δp que hay en los extremos del tubo, de las dimensiones del tubo (longitud, L_{tubo} y radio r) y de la viscosidad del fluido μ , el resultado conocido como ley de Poiseuille es:

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \mu L_{\text{tubo}}} \quad (4.25)$$

Jean Léonard Marine Poiseuille, en 1839 y 1841(año en que incluyó a sus estudios una variedad de fluidos adicionales), tras entregar a la Academia Francesa de Ciencia un compendio de resultados a cerca del flujo de varios fluidos a través de tubos de acrílico, pretendió encontrar una relación de forma experimental entre: el flujo volumétrico de un fluido Q , la caída de presión Δp , la longitud del tubo L_{tubo} , su diámetro D , y la temperatura T del fluido (Salvatore & Skalak, Enero, 1993).

La ecuación 4.25 a pesar de que es conocida como la ecuación de Poiseuille, realmente es atribuida a Hagenbach (1860) quien en su publicación nombra a esta derivación como: *la ley de Poiseuille*.

La verdadera ecuación a la que Poiseuille (1846) llegó es:

$$Q = \frac{K'' \Delta p D^4}{L_{\text{tubo}}} \quad (4.26)$$

Que, para agua destilada encontró que K'' podía calcularse con la relación:

$$K'' = 1836.7(1 + 0.033679T[^\circ\text{C}] + 0.00022099T[^\circ\text{C}]^2) \quad (4.27)$$

La diferencia entre ambas ecuaciones (ecuación 4.25 y 4.26) es que K'' es reemplazada por $\pi/128\mu$. Donde, la viscosidad μ , es definida por Navier (marzo, 1823), pues Poiseuille no menciona la viscosidad en su desarrollo; sin embargo es claro que reconoce que K'' es una función de la temperatura y del tipo de fluido.

Es importante tener en claro que la ley de Poiseuille no se considera explícitamente el efecto de la gravedad en los tubos capilares y siempre se considera un flujo continuo y en forma laminar.

Otro aspecto documentado de la historia de la ley de flujo de Poiseuille es que él nunca menciona el flujo entre dos capas paralelas, pero si es conocido que, Navier Stokes emplea esta analogía posiblemente debido a su fácil ejemplificación (Salvatore & Skalak, Enero, 1993).



4.4 Número de Reynolds o flujo turbulento

Cuando la velocidad de flujo de un fluido alcanza cierto valor crítico, que depende de las propiedades del fluido, el flujo laminar deja de existir y el patrón de flujo se vuelve mucho más complicado; aparecen remolinos y el patrón cambia continuamente de un instante a otro. Este tipo de situación se llama flujo turbulento y casi todos los fluidos exhiben este tipo de flujo a velocidades suficientemente altas.

Como se trata de un fenómeno complejo en extremo es difícil discutir los detalles y derivar mediante argumentos teóricos una explicación matemática de la turbulencia. Sin embargo, en forma empírica, se ha encontrado la forma en que el flujo turbulento depende de las características del fluido y la manera de expresar esta dependencia es a través del llamado número de Reynolds.

Para un fluido de densidad ρ y viscosidad μ que fluye por un tubo de diámetro D con una velocidad v , el número de Reynolds N_R se define como:

$$N_R = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (4.28)$$

Experimentalmente se ha establecido que el flujo laminar se presenta siempre que el valor de N_R es menor que 2000. Cuando N_R es mayor que 3000, el flujo es turbulento casi siempre, y en la región entre 2000 y 3000 el flujo es inestable, cambiándose de un tipo a otro por lo que se le denomina zona de transición.

El número de Reynolds reviste mucha importancia en la investigación experimental del flujo de fluidos, por ejemplo, para probar las estructuras de los aviones en túneles de viento, se construyen modelos a escala reducida. El número de Reynolds indica qué proporción debe disminuirse la velocidad del viento en el túnel de manera que su efecto sea el mismo que para la situación real a escala normal.



4.5 Ley de Darcy o ecuación de cantidad de movimiento

La permeabilidad se define como la capacidad que tiene una roca de permitir el flujo de fluidos a través de sus poros interconectados.

El concepto de permeabilidad fue introducido por primera vez por el ingeniero hidráulico francés Henry Philibert Gaspard Darcy (1856), quien realizó estudios relacionados con el flujo de fluidos a través de medios porosos.

En 1856 Henry Darcy publicó su trabajo (Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon), en el cual se describían una serie de experimentos del flujo de agua a través de filtros de arena no consolidada, los cuales tenían como objetivo procesar los requerimientos diarios de agua potable del pueblo de Dijon (Francia).

El equipo utilizado por Henry Darcy (obsérvese en la figura 4.5), tal como lo describe Hubbert (1956) consistió de un cilindro de acero vertical de 0.35 [m] de diámetro y 3.50 [m] de longitud, cerrado con bridas de acero en sus extremos, que contenían una pantalla permeable sostenida por hierro a 0.20 m por encima de la base del cilindro, donde estaba colocada, con ayuda de una rejilla, aproximadamente un metro de arena suelta.

Para medir la presión se usó, en cada extremo del cilindro, un manómetro de mercurio, que medía la presión de entrada y salida cuando se dejaba fluir agua a través del paquete de arena. Las unidades de presión empleadas eran reportadas en metros equivalentes de columna de agua medidas por encima del fondo del empaquetamiento de arena que fue tomado como datum.

La ecuación 4.29 es la ecuación resultante de los experimentos desarrollados por Henry Darcy (1856).

$$Q = -K'A \frac{h_1 - h_2}{L} = K'A \frac{\Delta h}{L} \quad (4.29)$$

Donde:

A	: Área transversal de flujo	[cm ²]
h	: Alturas equivalentes en manómetros de agua	[cm de agua]
K'	: Factor de proporcionalidad propuesto originalmente por Darcy	
L	: Espesor del empaquetamiento de arena no consolidada	[cm]
Q	: Gasto o flujo volumétrico	[cm ³ /seg]

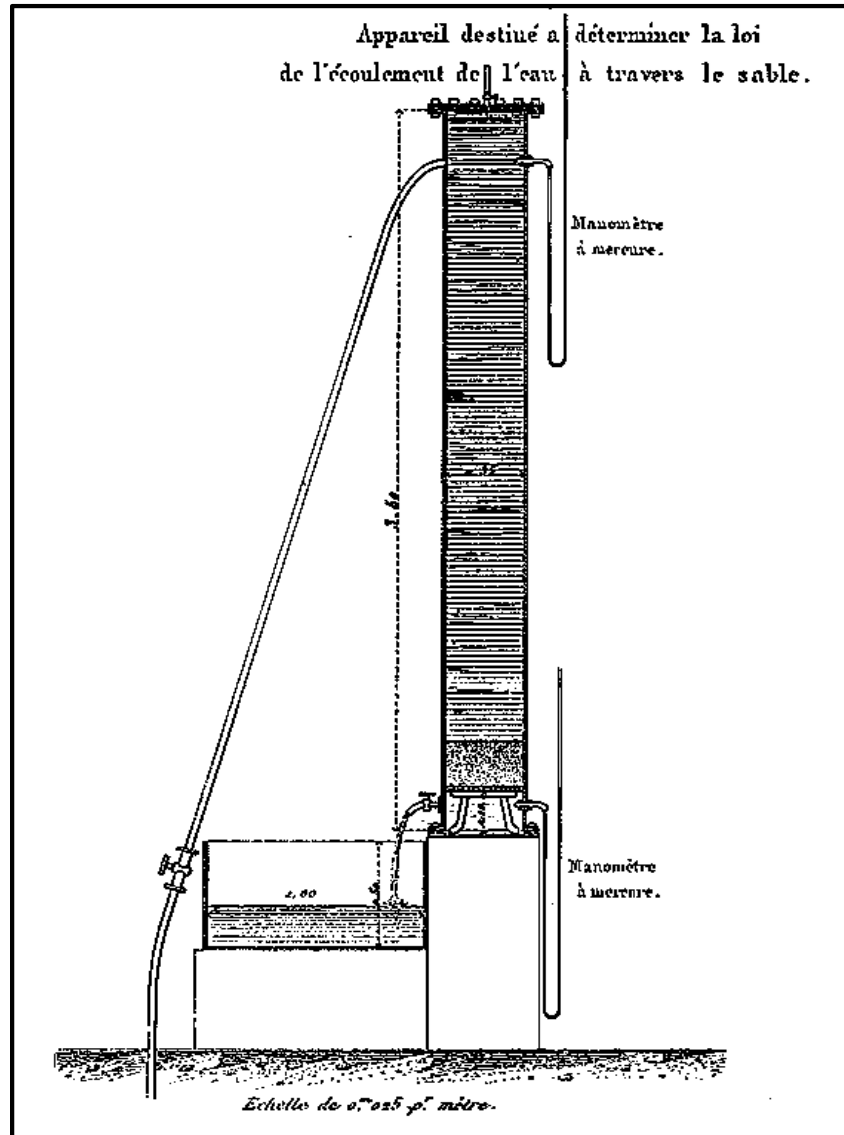


Figura 4.5 Aparato experimental de Henry Darcy (1856).

En el experimento realizado por Henry Darcy (1856), los únicos parámetros que consideró variables fueron el tamaño de las partículas de arena, el caudal y por ende la presión, lo que originaba una variación del factor K' .

Durante años posteriores varios intentos se realizaron para generar una forma más general y físicamente más satisfactoria de la ley de Darcy, con condiciones menos restrictivas y envolviendo más variables en sus formulaciones; como resultado existen en la literatura una gran variedad de ecuaciones, muchas mutuamente contradictorias, pero todas acreditadas directamente o indirectamente a Henry Darcy (Da Silva, 2012).



Una de las primeras modificaciones realizadas al experimento de Darcy, cuestionando la validez de esta respecto a la dirección e inclinación del flujo, fue la de extender el experimento de Darcy modificando la orientación del cilindro con el empaque de arena a diferentes direcciones de flujo y ángulos de inclinación, como se observa en la figura 4.6.

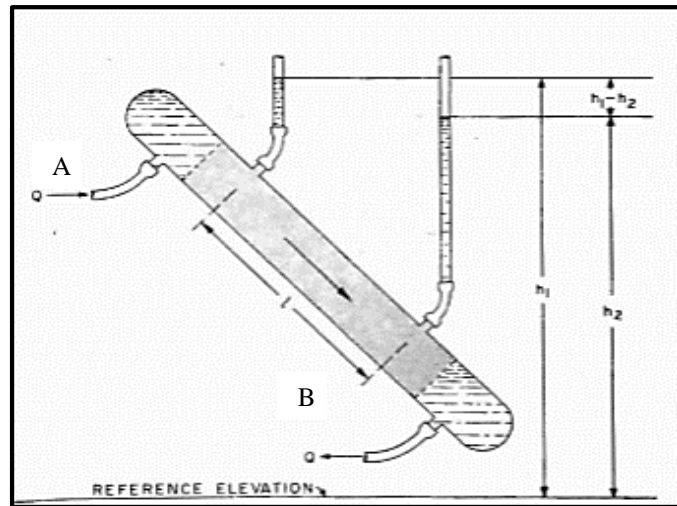


Figura 4.6 Aparato experimental para verificar la Ley de Darcy para flujo en varias direcciones (Hubbert, 1956).

De esta manera, se encontró que a un gasto Q constante independientemente de la dirección de flujo mantenía una magnitud Δh siempre constante; por lo que se estableció que la ley de Darcy es invariable con respecto a la dirección de flujo, y que para un Δh dado el gasto del flujo Q permanece constante aun si el flujo es en dirección de la gravedad, opuesta a esta o alguna otra dirección en el espacio de las tres dimensiones.

Esto llevó a la generalización de la Ley de Darcy en el espacio de las tres dimensiones. Donde en cada punto en el espacio debe existir un valor particular de una cantidad escalar h , definida como la altura sobre un punto de referencia o datum de la columna de agua en un manómetro. La unión de tales valores entonces da lugar a un campo de escalares en la cantidad h y por tanto el gasto puede ser determinado como:

$$Q = -AK'\nabla h \quad (4.30)$$

Además, si se considera que, en cualquier punto en la trayectoria de flujo, a una altura z con respecto a un plano de referencia, existe un valor particular de presión, p , como:

$$p = \rho g(h - z) \quad (4.31)$$



Donde:

$$h = \frac{p}{\rho g} + z \quad (4.32)$$

Y

$$-\nabla h = -\frac{1}{g} \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) - \nabla(z) \quad (4.33)$$

Multiplicando la ecuación 4.33 por la gravedad, g, se obtiene:

$$-g\nabla h = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + gz \right) \quad (4.34)$$

Donde, el término $(p/\rho + gz)$, corresponde a la energía potencial por unidad de masas, y se denomina potencial de flujo, Hubbert (1956).

El potencial de flujo según Da Silva (2012) se expresa usualmente con el símbolo Φ y se define como el trabajo requerido por un proceso, donde no hay fricción, para transportar una unidad de masa del fluido desde un estado de presión atmosférica y elevación cero, a un cierto punto de elevación z.

El flujo de fluidos entre 2 puntos A y B, como demuestra Hubbert (1956), está gobernado por la diferencia de potencial entre esos dos puntos, esto es:

$$\Phi_B - \Phi_A = \int_{P_B}^{P_A} \left(\frac{dP}{\rho} \right) + g(Z_A - Z_B) \quad (4.35)$$

Considerando al factor g de forma implícita en la constante de proporcionalidad K'''' debido a que existe un vector unitario de magnitud -g, considerando al eje z vertical y positivo hacia arriba, que ejerce una fuerza sobre una masa unitaria de flujo debido a la gravedad, la ecuación 4.30 utilizando la ecuación 4.34 puede ser re-expresada como:

$$Q = -AK'''' \nabla \left(\frac{P}{\rho} + gz \right) = -AK'''' \nabla(\Phi) \quad (4.36)$$



Experimentos posteriores indican que cuando se cambian las propiedades del fluido, densidad, ρ , o viscosidad dinámica, μ , la ecuación 4.36 es válida, pero el valor particular de K'' cambia. Se ha encontrado que:

$$K''' \propto \rho \quad \text{y} \quad K''' \propto \frac{1}{\mu}$$

Introduciendo las consideraciones anteriores, la ecuación de Darcy puede ser generalizada, de acuerdo con Hubbert (1956), como:

$$Q = -\frac{AK\rho}{\mu} \nabla(\Phi) \quad (4.37)$$

Donde sea determinado que el factor K depende de la naturaleza de la roca y se ha definido como permeabilidad. Esta es la llamada permeabilidad absoluta de la roca, siempre que el medio poroso este saturado con un solo fluido.

Si se asume que el fluido en el yacimiento es incompresible (esto implica que la densidad del fluido es constante), en la dirección de L se tiene que:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial L} + g \frac{\partial z}{\partial L} \quad (4.38)$$

Considerando la relación del ángulo de inclinación del medio y Z , según la figura 4.7, como:

$$\text{sen}(\theta) = \frac{\partial Z}{\partial L} \quad (4.39)$$

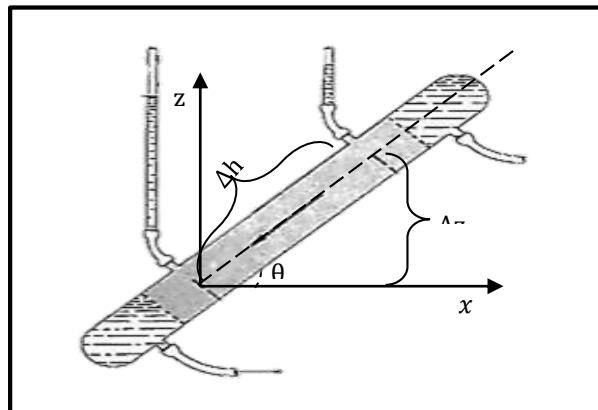
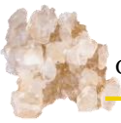


Figura 4.7 Relación entre la orientación del estrato y la altura (Hubbert, 1956).



Si además se asume la condición de flujo estacionario, en que la presión no depende del tiempo sino de la posición, se tiene que:

$$\frac{\partial P}{\partial L} = \frac{dP}{dL} \quad (4.40)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.38, 4.39 y 4.40 en la ecuación 4.37:

$$Q = -\frac{AK}{\mu} \left(\frac{dP}{dL} + \rho g \sin(\theta) \right) \quad (4.41)$$

Si la sección transversal de flujo es constante, la ecuación 4.41 puede integrarse entre dos puntos cualesquiera para obtener:

$$Q = -\frac{AK}{\mu} \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} + \rho g \sin(\theta) \right) \quad (4.42)$$

Para flujo horizontal ($\sin(0^\circ) = 0$) se obtiene la Ley de Darcy en su forma más simple:

$$Q = -\frac{AK}{\mu} \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right) \quad (4.43)$$

Donde:

A	: Área de la sección transversal de flujo	[m ²]
K	: Permeabilidad	[m ²]
$\frac{\Delta P}{\Delta L}$: Gradiente de presión en la dirección L	[Pa/m ²]
Q	: Gasto o flujo volumétrico	[m ³ /seg]
μ	: Viscosidad dinámica del fluido	[cP]

La velocidad, v_m , considerada en el gasto Q, de la ecuación de Darcy es una velocidad aparente de flujo, dado que se determina como la velocidad promedio del área total transversal de flujo. La velocidad real de flujo interpartícula, v_p , dentro de los poros conectados, si se considera que el espacio poroso está uniformemente distribuido, se puede determinar dividiendo la velocidad aparente entre la porosidad total (Dupuit, 1863), esto es:

$$v_p = \frac{v_m}{\phi_t} \quad (4.44)$$



Unidades y dimensiones de la permeabilidad.

Si se considera la ecuación 4.43 como punto de partida y se despeja de esta la permeabilidad, K, obtenemos:

$$K = -Q \frac{\mu}{A} \left(\frac{\Delta L}{\Delta p} \right) \quad (4.45)$$

Realizando un análisis de unidades, considerando el Sistema Internacional (SI), la ecuación 4.45 resulta en:

$$[K] = \frac{[m^3]}{[s]} \frac{[Pa][s]}{[m^2]} \left(\frac{[m]}{[Pa]} \right) = [m^2] \quad (4.46)$$

Por lo tanto, la permeabilidad tiene dimensiones de área y su unidad intrínseca en el SI es el $[m^2]$.

En la práctica, el $[\mu m^2]$ es la unidad más conveniente, sin embargo, la unidad de trabajo más utilizada es el Darcy, [D], en honor a Henry Darcy y fue definida desde 1978 por el Instituto Americano del Petróleo, API, (Manual of Petroleum Measurement Standards) como:

$$1[\mu m^2] = 1[D] \quad (4.47)$$

Que es equivalente a:

$$1[D] = 10^{-12}[m^2] \quad (4.48)$$

Dentro del sector energético (Da Silva, 2012), dado que el Darcy es una unidad de medida elevada para la mayoría de las rocas productoras, la permeabilidad generalmente se expresa en milésimas de Darcy, miliDarcys, es decir:

$$1[\mu D] = 10^{-3}[D] = 10^{-15}[m^2] \quad (4.49)$$



Si se considera el origen del Darcy como la unidad que describe la permeabilidad de un medio poroso que permite el flujo de un centímetro cúbico por segundo de fluido que tiene un centiPoise de viscosidad, bajo un gradiente de presión de una atmósfera (760 milímetros de mercurio), donde el medio poroso posee un área en sección transversal de un centímetro cuadrado y una longitud de un centímetro (Schlumberger, 2018), entonces el factor de conversión entre el miliDarcy y un micrómetro cuadrado se obtendría como:

$$1[D] = 1 \frac{[\text{cm}^3/\text{s}][\text{cP}][\text{cm}]}{[\text{cm}^2][\text{atm}]} \quad (4.50)$$

Multiplicando por las equivalencias de atmosferas y centiPoise a Pascales y Pascales por segundo, respectivamente, resulta:

$$1[D] = 1 \frac{[\text{cm}/\text{s}][\text{cP}] \left(\frac{1[\text{Pa} * \text{s}]}{1\,000[\text{cP}]} \right) [\text{cm}]}{[\text{atm}] \left(\frac{101\,325[\text{Pa}]}{1[\text{atm}]} \right)} \quad (4.51)$$

$$1[D] = \left(\frac{1}{1\,000 * 101\,325} \right) \frac{[\text{cm}/\text{s}][\text{Pa} * \text{s}][\text{cm}]}{[\text{Pa}]} \quad (4.52)$$

Pasando de centímetros cuadrados a micrómetros cuadrados:

$$1[D] = \left(\frac{1}{1\,000 * 101\,325} \right) [\text{cm}^2] \left(\frac{10\,000[\mu\text{m}]}{1[\text{cm}]} \right)^2 \quad (4.53)$$

$$1[D] = 0.986923[\mu\text{m}^2] \quad (4.54)$$

Dividiendo entre mil para pasar a miliDarcys:

$$1[\text{mD}] = 9.86923 * 10^{-4}[\mu\text{m}^2] \quad (4.55)$$

Que en micrómetros cuadrados resulta como:

$$1[\mu\text{m}^2] = 1\,013.250274[\text{mD}] \quad (4.56)$$

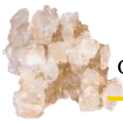


Validez de la ecuación de Darcy.

A pesar de que la ecuación de Darcy ha sido ampliamente aceptada en la industria petrolera como una ecuación válida (Da Silva, 2012), es conveniente definir las condiciones consideradas en su desarrollo, estas condiciones pueden resumirse como se muestra a continuación:

- A. El medio permeable se considera homogéneo e isotrópico; esto significa que la estructura porosa y las propiedades del medio deben ser iguales en cualquier posición y dirección.
- B. El sistema se encuentra saturado por un fluido, es decir, el medio permeable debe estar saturado y solo debe contener un fluido (no debe existir la presencia de aire o gases que formen un flujo multifases).
- C. No existen alteraciones físicas ni químicas del medio ni del fluido; es decir, las características tanto físicas como químicas de los medios deben permanecer constantes: el líquido no puede reaccionar con el medio, y la porosidad y la permeabilidad de este no cambian; por lo que no existen reacciones químicas ni la aplicación de fuerzas externas, que generen cambios en las propiedades de estos.
- D. El régimen de flujo debe ser laminar; es decir, la ecuación de Darcy es válida para flujos con números de Reynolds bajos, donde el movimiento de las partículas que constituyen el flujo se desplazan a velocidades bajas, siguiendo trayectorias paralelas y formando capas paralelas, estratificadas y ordenadas.
- E. El flujo debe ser en estado estacionario, donde las propiedades en un punto determinado no cambian con el tiempo, en el caso de la distribución de la presión para un sistema debe permanecer siempre constante en cualquier posición durante el transcurso de tiempo que exista flujo, lo cual matemáticamente se observa cuando, en cualquier posición del sistema, la variación de la presión con respecto al tiempo es cero.
- F. El flujo que pasa a través del material poroso debe ser gravitacional, es decir, no se considera el flujo forzado por algún otro tipo de energía sino como el producido exclusivamente por efecto de la atracción gravitacional.

Tal como lo menciona Romaña-García (2014), la ecuación de Darcy se aplica estrictamente sólo a un flujo laminar gravitacional, constante y sin ninguna variación de sus características físicas y químicas, donde el fluido fluye a lo largo de conductos pequeños y sigue los principios generales de la hidráulica.



Capítulo 5

Flujo de fluidos a través de tubos capilares

- 5.1 Kozeny (1927) y Carman (1937)
- 5.2 Hagiwara (1984)
- 5.3 Herrón Michael (1987)
- 5.4 Faruck Civan (2002)
- 5.5 Kegang Ling (2012)



Imágenes de elaboración propia.



5. Flujo de fluidos a través de tubos capilares

Al revisar la literatura relacionada con el tema de la hidrodinámica se observa que se han propuesto numerosos modelos para estimar permeabilidad a partir de la porosidad efectiva y otros parámetros petrofísicos relevantes, a continuación, se presentaran algunos de ellos.

5.1 Kozeny (1927) y Carman (1937)

Josef Kozeny en 1927 (Viena) publicó una nueva relación para calcular la cantidad de fluido que pasa a través de un medio poroso, esto con el fin de ayudar a los ingenieros de su época a realizar cálculos más exactos y depender menos de estimaciones aproximadas en el cálculo de gastos de agua del subsuelo con fines de riego e ingesta de los usuarios.

Kozeny (1927) al igual que Carman (1937), quien posteriormente retoma el trabajo de Kozeny (1927), basaron su desarrollo en la suposición de que los procesos de movimiento de fluidos a través de medios porosos (particularmente para el caso más simple de granos no consolidados) pueden determinarse suponiendo que el medio poroso conectado que permite el flujo de fluidos puede ser representado como un conjunto de n tubos capilares (figura 5.1).

Ambos partieron de suponer que los procesos de movimiento de fluidos en medios porosos tienen lugar en un rango de velocidad donde la velocidad media del sistema, v_m , es proporcional al gradiente de presión I , es decir, consideran las condiciones de la ecuación de Darcy como una base válida.

$$v_m = KI \quad (5.1)$$

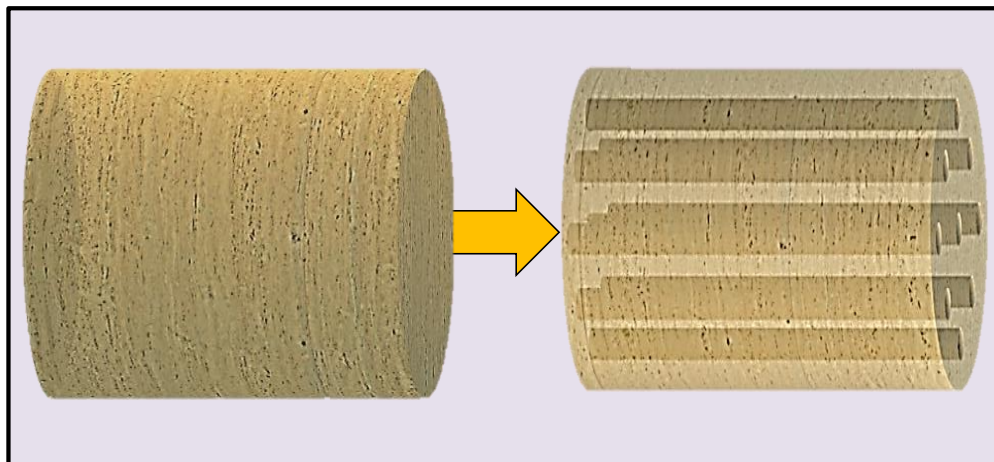


Figura 5.1 Modelo de Kozeny; sistema poroso representado por un paquete de tubos capilares rectos de radio constante y uniformemente distribuidos (imagen de elaboración propia).



Además, consideraron como acertada la extensión de Dupuit (1863) a la ley de Darcy, quien asume que la velocidad aparente del fluido en todo el medio poroso, v_m , debe ser menor que la velocidad real dentro de sus poros, v_p , esto es:

$$v_m = \left(\frac{f}{F}\right) v_p = \phi_t v_p \quad (5.2)$$

Donde ϕ_t es igual a la relación del área de la sección transversal de los tubos capilares f y el área transversal total del sistema F , esto pensando en una sección transversal de espesor infinitesimal de un sistema homogéneo donde la porosidad está distribuida uniformemente.

Kozeny (1927), asumiendo que los poros conectados dentro de un paquete granular son equivalentes a un grupo de n tubos capilares paralelos, tales que su superficie interna y el volumen interno total de los tubos es igual a la superficie de las partículas sólidas y al volumen poroso conectado, respectivamente, y partiendo de la ecuación de cantidad de movimiento de forma teórica llega a la ecuación:

$$v_p = \frac{\gamma I c}{\mu F} \left(\frac{f}{u}\right)^2 F \quad (5.3)$$

Y

$$v_m = \left(\frac{f}{F}\right) v_p = \frac{\gamma I}{\mu} c \left(\frac{f}{u}\right)^2 \left(\frac{f}{F}\right) \quad (5.4)$$

Donde:

c : Factor de forma del grano que está sujeto a pequeñas fluctuaciones.

I : Gradiente de presión equivalente en elevación de columna de agua.

u : Perímetro de la sección transversal de los canales de flujo.

v_m : Velocidad aparente del fluido en todo el medio poroso.

v_p : Velocidad media interporosa.

γ : Peso específico del fluido.

μ : Viscosidad dinámica del fluido.

Para un tubo cuya sección transversal F es siempre del mismo tamaño, f y por lo tanto u debe ser la misma en todas partes, de modo que la superficie interior de flujo en un tubo, S , de longitud L_{tubo} puede determinarse como:

$$S = u * L_{\text{tubo}} \quad (5.5)$$



Por lo tanto el término f/u de la ecuación 5.4 puede reescribirse de 5.2 y 5.5 como:

$$\frac{f}{u} = \frac{f}{u} \left(\frac{F}{F} \right) \left(\frac{L_{\text{tubo}}}{L_{\text{tubo}}} \right) = \left(\frac{f}{F} \right) \left(\frac{1}{u * L_{\text{tubo}}} \right) (L_{\text{tubo}} * F) = \frac{\phi_t}{S} V_t \quad (5.6)$$

Por lo que la ecuación 5.4 puede reescribirse como:

$$v_m = \frac{\gamma I \phi_t}{\mu} c \left(\frac{\phi_t^2}{S^2} V_t^2 \right) \quad (5.7)$$

Donde V_t es el volumen total geométrico del sistema, y si se considera el término de superficie específica, S_{et} , como la superficie de los poros conectados con respecto al volumen total geométrico del sistema, la ecuación 5.7 puede escribirse como:

$$v_m = \frac{\gamma I}{\mu} c \frac{\phi_t^3}{S_{\text{et}}^2} \quad (5.8)$$

Que, según Kozeny (1927), es la relación a la que E. Krüger (1918) llega de forma empírica.

Sí se introduce el concepto del diámetro medio de grano d_m en la ecuación 5.8, pensando que el sistema granular es un conjunto de n esferas de igual tamaño dentro de un medio con el mismo volumen poroso y la misma superficie de grano en una unidad de espacio, donde el volumen total de las esferas es:

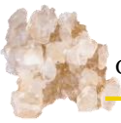
$$V_{\text{esferas}} = \frac{n\pi * d_m^3}{6} = V_t(1 - p) \quad (5.9)$$

Y su superficie es:

$$S_{\text{e-esferas}} = n\pi d_m^2 \quad (5.10)$$

Despejando V_t y dejándolo en término del d_m y S (de 5.9 y 5.10):

$$\frac{Sd_m}{6} = V_t(1 - \phi_t) \quad (5.11)$$



$$V_t = \frac{Sd_m}{6(1 - \phi_t)} \quad (5.12)$$

La ecuación 5.8 puede reescribirse como:

$$v_m = \frac{\gamma I \phi_t^3}{\mu} c \left(\frac{d_m}{6(1 - \phi_t)} \right)^2 \quad (5.13)$$

Donde, según Kozeny (1927), la determinación correcta de d_m es importante y se menciona en los trabajos de Zunker (1923) y Krauss (1923).

Adicionalmente, como lo considera Kozeny (1927), para poder lograr el mismo rendimiento en las trayectorias de flujo reales (figura 5.2), se debe introducir un índice reducido de la forma:

$$I_{red} = \frac{L}{L_w} * I \quad (5.14)$$

Donde, L es el camino que parece más fácil a lo largo de una línea de flujo y L_w el camino real mucho más complejo, entonces de la ecuación 5.13 se llega a:

$$v_m = \frac{\gamma I}{\mu} c \left(\frac{L}{L_w} \right) * \frac{\phi_t^3}{36(1 - \phi_t)^2} d_m^2 \quad (5.15)$$

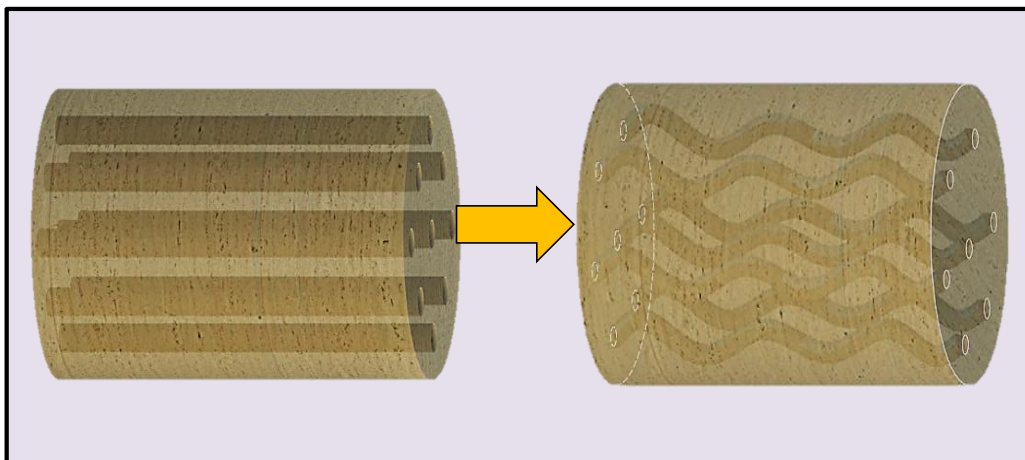


Figura 5.2 Modelo de Kozeny-Carman; sistema poroso representado por un paquete de tubos capilares tortuosos de radio constante y uniformemente distribuidos (imagen de elaboración propia).



Carman (1937) hace una revisión del análisis de Emersleben (1925) quien provee una base teórica no exitosa para la ley de Darcy, así como de Slichter (1899) quien intenta establecer una analogía geométrica no exitosa entre la ley de Poiseuille y Darcy

Carman (1937) resalta que los avances más exitosos han sido los obtenidos por los métodos semi-empíricos, particularmente los introducidos por Blake (1922) mediante la realización de gráficas de grupos adimensionales.

La fórmula de la ecuación de Darcy a la que Blake (1922) llegó de forma empírica es:

$$v_m = \frac{\phi_t^3}{K \eta} \frac{\Delta p g}{S^2 L} \quad (5.16)$$

Que es semejante a la ecuación 5.8 que es la ecuación deducida teóricamente por Kozeny (1927), donde η es la viscosidad cinemática y, según Carman(1937), si se introduce un factor m_c , conocido como radio hidráulico, que se obtiene como:

$$m_c = \frac{\text{Área de sección transversal normal al flujo}}{\text{Perímetro mojado o perímetro presente frente al fluido}} \quad (5.17)$$

La ecuación 5.16 puede expresarse como:

$$v_m = \frac{\phi_t m_c^2}{K_o \eta} \frac{\Delta p g}{L} \quad (5.18)$$

Donde, según Carman(1937), m_c para paquetes de granos es igual a ϕ_t/S y K_o depende de la forma de la sección transversal de los canales de flujo y toma valores entre 1.8 y 2.5, de que se desprende que el significado del radio hidráulico no afecta tanto la correlación y por otro lado denota que $K_o=2.0$ no necesariamente hace referencia a una sección transversal circular; lo cual explica mucho del éxito de la aplicación de la Ley de Poiseuille para canales circulares a paquetes de arena (al considerar $K_o = 2$ y $m_c = \frac{d_m}{4}$ resulta como caso particular la ecuación de Poiseuille).

Retomando la ecuación 5.18, Carman (1937) considera que el tiempo verdadero que tardan en pasar las líneas de flujo por el medio poroso no es determinado solamente por v_m/ϕ_t , como lo planteo Dupuit (1863) y Kozeny (1927), sino también el tiempo que tarda en pasar por la trayectoria sinuosa de longitud L_w , es decir, el verdadero valor para v_p es $(v_m/\phi_t) (L_w/L)$, por lo que la ecuación 5.18, debe expresarse como:



$$v_m = \frac{\phi_t m_c^2 \Delta p g}{K_o \eta L} \left(\frac{L}{l_w} \right)^2 \quad (5.19)$$

Esta es la ecuación de Kozeny (ecuación 5.16) solamente incorporando $m = \phi_t / S$ y reemplazando K por $K_o (L/L_w)^2$. Según el trabajo experimental revisado por Carman (1937), K y por lo tanto $K_o (L/L_w)^2$ toman valores cercanos a 5.

Carman (1937), retomando la ecuación de Kozeny, realiza una verificación experimental de esta, considerando para el paquete de esferas, S está dada como:

$$S = \frac{6(1 - \phi_t)}{d_m} \quad (5.20)$$

Sustituyéndola en la ecuación 5.16, entonces toma la forma de:

$$v_m = \frac{d^2}{K \eta} \frac{\phi_t^3}{36(1 - \phi_t)^2} \frac{\Delta p g}{L} \quad (5.21)$$

El cual es también un análisis realizado por Kozeny (1927) (ecuación 5.15); para el caso de partículas no esféricas; Carman (1937), con el fin de generalizar aún más la ecuación a cualquier tipo de geometría, incorpora un factor de superficie, ϕ , que toma el valor de uno para esferas:

$$s = \frac{6(1 - \phi_t)}{\phi d_m} \quad (5.22)$$

La expresión más importante en la ecuación 5.15 desarrollada por Kozeny(1927) y la ecuación 5.21 modificada por Carman(1937) es $\phi_t^3 / (1 - \phi_t)^2$, pues según Kozeny(1927) y Carman(1937), parece indicar que la velocidad del filtro aumenta proporcionalmente con $\phi_t^3 / (1 - \phi_t)^2$; un hecho que J. Donat (1929) confirmó experimentalmente.

Carman (1937) con el fin de verificar lo anterior, calculó los valores de K como:

$$K = \frac{K_1 \phi_t^3}{(1 - \phi_t)^2}, \quad (5.23)$$



$$K = \frac{K_2 \phi_t}{(1 - \phi_t)^2} \quad \text{según Zunker y} \quad (5.24)$$

$$K = \frac{K_3 \phi_t^{-0.13}}{(1 - \phi_t)^{0.33}} \quad \text{según Terzaghi} \quad (5.25)$$

Observó que calculando K proporcional a $\phi_t^3 / (1 - \phi_t)^2$ obtenía rangos de permeabilidad semejantes a valores de permeabilidad obtenidos de laboratorio.

Carman(1937) adicionalmente en su análisis menciona las aportaciones de Coulson (1935), quien concluye que la derivación de la ecuación de Kozeny se basa en la concepción de un diámetro hidráulico medio para todo el empaque de granos y para mantener este criterio como verdadero, los poros deben tener un tamaño razonable. El único caso en el que es probable que se mantenga los tamaños mixtos ocurre cuando la mezcla de los tamaños no excede la relación 4:1, e incluso entonces, solo cuando existe predominio de las esferas grandes y los huecos están incompletos por las esferas más pequeñas.

Por lo que finalmente con los aportes de Kozeny(1927), Dupuit (1863) y otros autores, Carman (1937) concluyó, que:

- A. Los grupos adimensionales utilizados por Blake para el fluido de fluidos a través de paquetes granulares proporciona una excelente correlación.
- B. En la región de flujo lineal, donde la ley de Darcy es válida, Kozeny (1927) ha proporcionado una base teórica para el método desarrollado por Blake (1922).
- C. La ecuación de Kozeny no se extiende a mezclas de dos tamaños de partículas esféricas cuando la relación de tamaño excede de 4 : 1, y la proporción de esferas más pequeñas en la mezcla es inferior al 40%.
- D. Los datos satisfactorios para las partículas no esféricas son escasos, pero en la región de flujo lineal, la ecuación de Kozeny es válida dentro del 10% al 20% de error para todas las formas de partículas.
- E. Se ha demostrado que el flujo en empaques granulares tiene una estrecha analogía con el de los tubos curvos con el mismo "radio hidráulico medio".
- F. Carman (1937), sugiere la aplicación de las mediciones de permeabilidad a partir de la determinación de la superficie específica.



Considerando como base la ecuación de Kozeny-Carman (ecuación 5.19), para un flujo a través de tubos capilares, es decir con $Ko=2.0$, en un paquete de granos, donde $m_c = \frac{\phi_t}{S}$, y el término de tortuosidad como L_w/L , la ecuación resultante es:

$$v = \frac{\phi_t m_c^2 \Delta P g}{K_o \eta L} \left(\frac{L}{L_w} \right)^2 = \frac{\Delta P g}{L \eta} \frac{\phi_t}{K_o} \left(\frac{\phi_t}{S} \right)^2 \left(\frac{1}{\tau} \right)^2 = \frac{\Delta P g}{L \eta} \frac{\phi_t^3}{2S^2 \tau^2} \quad (5.26)$$

Al comparar la ecuación de Darcy, con la ecuación de Kozeny-Carman para flujo de fluidos viscosos a través de medios poroso y simplificando los términos referentes a las propiedades del fluido, la permeabilidad que es un parámetro introducido por Darcy puede determinarse como:

$$K = \frac{\phi_t^3}{2S^2 \tau^2} \quad (5.27)$$

Que, cabe señalar, es la ecuación a la que también se llega siguiendo parte del análisis realizado por Kegang Ling (2012), véase en el apéndice E, y donde se deducen los cálculos de permeabilidad como:

$$K = \frac{\phi_t^3}{2\tau^2} \left(\frac{r}{2\phi_t} \right)^2 = \frac{\phi_t r^2}{8\tau^2} \quad (5.28)$$

Y

$$K = \frac{\phi_t}{8\tau^2} \left(\frac{2\phi_t}{(1 - \phi_t)S_{er}} \right)^2 = \frac{\phi_t^3}{2(1 - \phi_t)^2 \tau^2 S_{er}^2} \quad (5.29)$$



5.2 Hagiwara (1984)

Hagiwara, en su trabajo *Archie's m for Permeability*, propone una nueva relación para el cálculo de la permeabilidad K de la forma:

$$K = C * \phi_t^m * r_p^2 \quad (5.30)$$

Donde:

C : Factor de ajuste

m : Exponente de entrapamiento [1]

r_p : Radio de garganta de poro [μm^2]

ϕ_t : Porosidad total geométrica del sistema [1]

O mediante el uso de curvas de presión capilar, como:

$$K = C * \frac{S^2}{P^2} * f(G) \quad (5.31)$$

Donde, S, P y f(G) son los parámetros de Thomeer o Swanson.

Para llegar a estas correlaciones (ecuaciones 5.30 y 5.31), Hagiwara, asume que un medio poroso puede representarse mediante un modelo de paquetes de tubos capilares tipo Kozeny-Carman, donde, de considerar la ecuación de flujo de Poiseuille como:

$$Q = \sum \frac{A_i r_{pi}^2}{8 * \mu} * \frac{\Delta P}{L_{\text{tubo}_i}} \quad (5.32)$$

Y de Darcy como:

$$Q = K \frac{A \Delta P}{\mu L} \quad (5.33)$$

Donde:

r_{pi} : Radio de cada tubo i.

L_{tubo_i} : Longitud de cada tubo i.

A_i : Área transversal de cada tubo i.

A : Área total de la muestra porosa.

μ : Viscosidad dinámica del fluido.

$\Delta p/L$: Gradiente de presión la longitud L.

Q : Gasto medio del fluido.



La permeabilidad de una roca puede determinarse como:

$$K = C * \sum_{\text{tubo}(i)} \frac{\phi_i}{\left(\frac{L_{\text{tubo}_i}}{L}\right)^2} r_{pi}^2 \quad (5.34)$$

Considerando la *primera ley de Archie*, en termino de conductividades, como:

$$\sigma = \phi_t^m * \sigma_w \quad (5.35)$$

Donde:

m	: Exponente de entrampamiento	[adím]
σ	: Conductividad de la roca	[mho/m]
σ_w	: Conductividad del fluido saturante	[mho/m]

Aplicándola al modelo de tubos capilares, análogamente se obtiene:

$$\sigma = \sum_{\text{tubo},i} \frac{\phi_{\text{tubo}_i}}{\left(\frac{L_{\text{tubo}_i}}{L}\right)^2} \sigma_w = \sigma_w \sum_{\text{tubo},i} \frac{\phi_{\text{tubo}_i}}{\left(\frac{L_{\text{tubo}_i}}{L}\right)^2} \quad (5.36)$$

De la ecuación 5.36, se observa que tanto la permeabilidad como la conductividad eléctrica tienen una dependencia semejante con la tortuosidad. Introduciendo una nueva variable:

$$S(r_{pi}) = \sum_{\text{tubo},i} \phi_{\text{tubo}_i} = \sum_{r_j \geq r} \Delta_j \quad (5.37)$$

Donde Δ_i varia según el r_{pi} de cada tubo y consecuentemente de la ecuación 5.34 puede entenderse como una función de $S(r_i)$. Asumiendo que la variación del radio del tubo es continua, uno puede escribir para cada tubo:

$$dS(r_{pi}) = \Delta_i \quad (5.38)$$

Por lo que la suma de los tubos i de las ecuaciones 5.34 y 5.36 pueden determinarse como una integral definida de $S=0$ a $S=1$.



La selección correcta de L_{tubo_i}/L , debe llevar a una relación de conductividad compatible con la relación empírica de Archie. Por lo que introduciendo la ecuación de Archie en la ecuación 5.36, se obtiene:

$$(L_{\text{tubo}_i}/L)^{-2} = \phi_t^{m-1} t(S) \quad (5.39)$$

Note que, tal como lo señala Hagiwara (1984), la dependencia de ϕ^{m-1} para cada tortuosidad es crucial y esta debe ser dependiente de sus radios, esto es $S(r_{pi})$; además la dependencia de S , denotada por $t(S)$ en la ecuación 5.39, no se sabe, pero debe satisfacer:

$$\int_0^1 ds t(S) = 1 \quad (5.40)$$

Para ser consistente con la ley de Archie, esto es:

$$\sigma = \sigma_w \phi_t^m \int_0^1 ds t(s) = \sigma_w \phi_t^m \quad (5.41)$$

Por lo que de las ecuaciones 5.34, 5.37 y 5.39, se obtiene la ecuación 5.30, donde:

$$r_p^2 = \int_0^1 ds t(s) r_{pi}(s)^2 \quad (5.42)$$

Lo cual está relacionado a $r_p(S)^2$ obtenido a partir de una curva de presión capilar, en términos ya sea los parámetros de Thomeer o de Swanson, por lo que la permeabilidad puede ser correlacionada mediante la ecuación 5.31, donde $f(g)$ se comporta diferente según la suposición de L_{tubo_i}/L y podría calcularse del ajuste hiperbólico de Thomer.

En su trabajo Hagiwara (1984) examina 24 muestras de Areniscas, de estas, usa mediciones visuales de la distribución de gargantas de poro (tabla 5.1), asume por simplicidad $t(s)=1$ y $r_p^2 = r_p(s)^2$, y estima los exponentes m mediante mediciones de conductividad (nótese que se usó m^* para m de arenas arcillosas).



Para generar la correlación 5.31, considera $K = C(\phi^m * r_p^2)^\alpha$, donde C y α se las obtiene usando un ajuste de mínimos cuadrados tomando α cercanos a uno. Con fines comparativos, también correlaciona datos con varias posibles fórmulas. Los resultados los muestran en la tabla 5.2.

Para α cercano a uno y $K = C(\phi^m * r_p^2)^1$, la correlación mejora, dando un soporte al uso del exponente m en la estimación de la permeabilidad.

Núm. [adím]	ϕ_t [adím]	m_{Archie} [adím]	r_p [μm]	K_{medida} [mD]
1	0.130	1.89	8.60	15.30
2	0.262	1.64	41.25	4055.00
3	0.311	1.60	26.63	4133.00
4	0.229	1.70	12.38	1170.00
5	0.246	1.77	9.80	355.00
6	0.212	1.78	12.28	796.00
7	0.237	1.75	22.50	990.00
8	0.192	1.80	19.50	224.00
9	0.178	1.78	18.40	255.00
10	0.101	1.74	5.15	8.10
11	0.131	1.82	18.90	150.00
12	0.190	1.76	10.40	434.00
13	0.149	2.04	8.00	6.80
14	0.301	1.68	16.88	468.00
15	0.235	2.05	6.38	73.80
16	0.281	1.96	16.38	550.00
17	0.287	2.30	3.43	1.00
18	0.110	1.77	4.10	7.00
19	0.183	1.91	9.25	65.00
20	0.181	1.92	10.75	50.70
21	0.115	1.76	3.63	12.00
22	0.232	2.06	7.38	35.10
23	0.168	1.88	7.03	23.80
24	0.172	1.72	11.25	110.00

Tabla 5.1 Mediciones de laboratorio de areniscas de Hagiwara (1984).



Fórmula propuesta	Ajuste	Coefficiente de correlación
$K = C\phi^m r_p^2$	$\alpha = 1, \quad C = 19.8$	$r = 0.91$
$K = C(\phi^m r_p^2)^\alpha$	$\alpha = 1.15, \quad C = 15.4$	$r = 0.92$
Otras formulas		
$K = C(\phi^2 r_p^2)^\alpha$	$\alpha = 1.13, \quad C = 21.7$	$r = 0.88$
$K = C(\phi^1 r_p^2)^\alpha$	$\alpha = 1.32, \quad C = 1.85$	$r = 0.89$
$K = C(r_p^2)^\alpha$	$\alpha = 1.48, \quad C = 0.096$	$r = 0.87$

Tabla 5.2 Correlaciones generadas por mínimos cuadrados (Hagiwara, 1984).

Finalmente, Hagiwara (1984) concluye que:

- A. La correlación para estimar la permeabilidad incorpora el exponente m de Archie en su formulación.
- B. La correlación se ajusta bien a las mediciones de permeabilidad cuando un promedio de radio de garganta de poro se obtiene de una distribución de datos de radio de garganta de poro independientemente de los datos de presión capilar.
- C. Para la ratificación de la ecuación 5.31, se necesita utilizar datos de presión capilar.
- D. La gran aproximación entre la ecuación 5.31 y los datos medidos indican que la ecuación es considerablemente mejor de lo esperado considerando que está basado en un modelo simplista de empaques de tubos.
- E. Bajo estas consideraciones podría resultar interesante determinar ya sea la relación 5.31 (o una relación similar) mediante el uso de otros modelos de porosidad.
- F. A pesar de los errores en las mediciones de los radios de garganta de poro, se encontró que la ecuación 5.31 correlaciona gratamente con la permeabilidad medida.



5.3 Herrón Michael (1987)

Según Nelson (1994), Herrón usa la ecuación de Kozeny-Carman como punto de partida e incorpora como variante el contenido mineralógico del medio en lugar de la superficie específica esto es:

$$K = A_f \left[\frac{\phi_e^3}{(1 - \phi_e)^2} \right] \exp \left(\sum B_i M_i \right) \quad (5.43)$$

Donde, M_i , es la fracción del cada mineral que compone la roca, B_i , es una constante para cada mineral (obtenida de la figura 5.3), ϕ_e , es la porosidad efectiva y A_f , es un coeficiente que representa la maduración textural de los sedimentos basada en su contenido de feldespato (a mayor contenido de feldespato en el sedimento, este tendrá mayor permeabilidad que una roca donde el feldespato ha sido alterado por materiales arcillosos) el cual se estima como:

$$A_f = 4.9 + 2F_{\max} \quad (5.44)$$

Donde:

F_{\max} :Fracción de máximo contenido de feldespato [adím]

Herrón (1987) en su formulación propone que la permeabilidad es dependiente implícitamente tanto del tamaño del grano, como del grado de clasificación de los sedimentos, pues son parcialmente compensados por el tipo de mineral presente y su grado de abundancia.

Este método requiere de la identificación de minerales y su contenido presentes en la roca, por lo que es aplicable a muestras de laboratorio o datos obtenidos mediante el análisis de registros que miden concentración de elementos químicos, tales como el registro neutro con el registro de espectroscopia de rayos gamma.

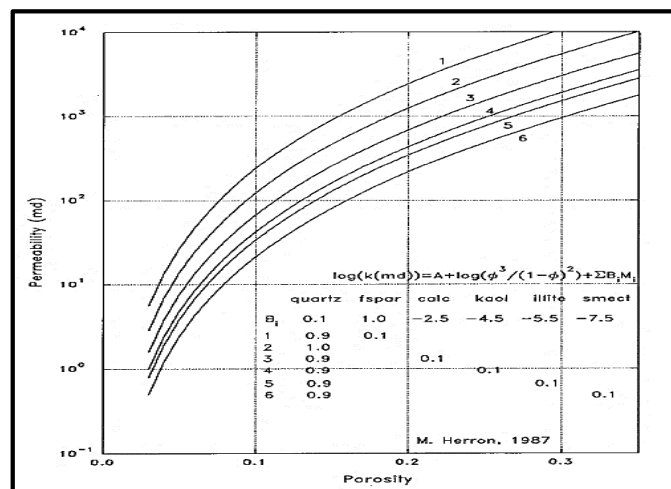


Figura 5.3 Representación gráfica del modelo empírico de Herrón que relaciona K , ϕ y un parámetro mineralógico, (Herrón, 1987).



5.4 Faruck Civan (2002)

Civan en su artículo (Fractal Formulation of the Porosity and Permeability Relationship Resulting in A Power-Law Flow Units Equation -A Leaky- Tube Model, 2002), presenta un modelo de tubos capilares con fugas para la caracterización de las unidades de flujo y la permeabilidad del medio poroso en término de parámetros relevantes en la interconexión del espacio poroso.

Para la representación del flujo de fluidos a través del medio poroso Civan (2002) utiliza un modelo de paquetes de tubos capilares con aperturas en las paredes internas, de forma tal, que estas representan la interacción entre los tubos hidráulicos y el medio poroso (figura 5.4). En forma teórica, considera la interconexión de la estructura porosa interconectada con el medio poroso real mediante el uso de los atributos fractales.

La Ley de potencias para unidades de flujo de Civan es derivada por medio de tres diferentes aproximaciones para calcular el diámetro hidráulico de flujo y mediante la comparación con datos experimentales indica que el modelo puede representar con precisión las permeabilidades vs los datos de porosidad de las formaciones geológicas porosas reales.

Su trabajo presenta una formulación mejorada de la ecuación de Kozeny-Carman usando un modelo de tubos con fugas, que lleva a la ecuación de ley potencias de unidades de flujo de Civan (2002) , que es una alternativa para quitar algunas de las limitaciones de la ecuación de Kozeny-Carman con una modificación mínima.

Aunado a ello, Civan (2002), desarrolla una metodología para correlacionar datos experimentales y la determinación de los parámetros de las unidades de flujo del medio poroso geológico mediante gráficas de líneas rectas. Las bases teóricas y la aplicabilidad del modelo presentadas son verificadas por medio de datos experimentales. Estos ilustran que la ecuación de Civan puede dar aproximaciones más precisas para describir las unidades de flujo del medio poroso que las unidades de flujo obtenidas directamente de la ecuación de Kozeny-Carman.

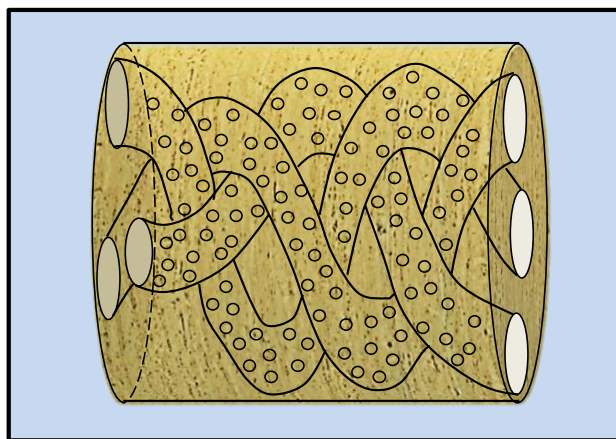


Figura 5.4 Modelo de tubos capilares con fugas; imagen modificada de Civan (2002).



La formulación propuesta por Civan (2002), se basa en la ecuación de Kozeny-Carman, que ha sido preferentemente seleccionada para expresar la relación entre la permeabilidad, la porosidad, y otras propiedades intrínsecas de las formaciones geológicas porosas, la ley de potencias de unidades de flujo que propuso Civan (2002) puede prácticamente evitar las limitaciones de la ecuación de Kozeny-Carman y está expresada como:

$$\sqrt{\frac{K}{\phi_e}} = g(\phi_e - e) \left(\frac{\phi_e}{a - \phi_e} \right)^{-1} \quad (5.45)$$

Donde:

$$b = \left(\frac{\delta}{\delta - D} \right) d \quad (5.46)$$

$$g = \frac{\psi}{4(L\tau)^d} \sqrt{\frac{c}{2\tau}} \left(\frac{C}{\zeta} \right)^{\frac{3d}{\delta-D}} S_{et} \left(\frac{-\delta}{\delta-D} \right)^d n^{\left(\frac{3-\delta}{\delta-D} \right) d} \quad (5.47)$$

- a : Factor de exclusión de cementación, dado como $a=(1-f_c)$.
- b : Exponente adimensional.
- K : Permeabilidad del medio.
- L : Longitud total del medio.
- f_c : Fracción de volumen correspondiente al material cementante.
- n : Número de tubos capilares.
- S_{et} : Superficie específica ponderada por el volumen total geométrico.
- c : Coeficiente fractal.
- C : Coeficiente fractal.
- ζ : Coeficiente fractal.
- ψ : Coeficiente fractal.
- d : Dimensión fractal.
- D : Dimensión fractal.
- δ : Dimensión fractal.
- ϕ_e : Porosidad efectiva del medio en fracción.
- τ : Tortuosidad.

Esta formulación se enfoca en la caracterización de las unidades de flujo y solo considera la contribución de la porosidad o la estructura porosa interconectada que permite el flujo a través del medio poroso. El flujo a través del medio poroso se asume como incompresible, newtoniano, de una sola fase, y el régimen de flujo satisface las condiciones de la ecuación de Darcy.



5.5 Kegang Ling (2012)

Kegang Ling (2012), en su artículo, desarrolla una rigurosa relación entre K y F_R basándose en el modelo de tubos capilares propuesto por Kozeny (1927) y modificado por Carman (1934); es decir, considera que el medio poroso puede ser representado con un conjunto de n tubos capilares lisos distribuidos uniformemente (figura 5.5), de radio, r_{tubo} , y longitud, L_{tubo} , por donde viaja un fluido: ideal, incompresible, en estado estacionario, a una velocidad, $v(r_{\text{tubo}})$, que varía con el radio, de forma uniforme desde una velocidad máxima en el centro: $v(r_{\text{tubo}} = 0) = v_{\text{max}}$, hasta una velocidad cero en las paredes de la tubería, esto es: $v(r_{\text{tubo}} = r_{\text{max}}) = 0$.

Para desarrollar esta ecuación (apéndice E), Kegang Ling (2012) utiliza la igualdad entre la ecuación de Poiseuille y Darcy, y realizando un balance de fuerzas llega a que K puede calcularse como:

$$K = \frac{r_{\text{tubo}}^2}{8} \quad (5.48)$$

Donde:

K : Permeabilidad absoluta [μm^2]
 r_{tubo} : Radio hidráulico del tubo capilar [μm^2]

La ecuación 5.48 es sumamente práctica ya que permite, con solo el conocimiento del radio promedio de la garganta de poro, conocer la permeabilidad del sistema.

La ecuación propuesta por Kegang Ling (2012), debido a que se basa en las suposiciones consideradas en los modelos de Kozeny y Carman, las ecuaciones de Darcy y Poiseuille y una velocidad promedio dentro del sistema poroso, además de considerar el área de la sección transversal de los tubos capilares en conjunto uniforme e igual al área transversal de todo el sistema, esta ecuación presenta varias limitaciones y difiere de valores reales.

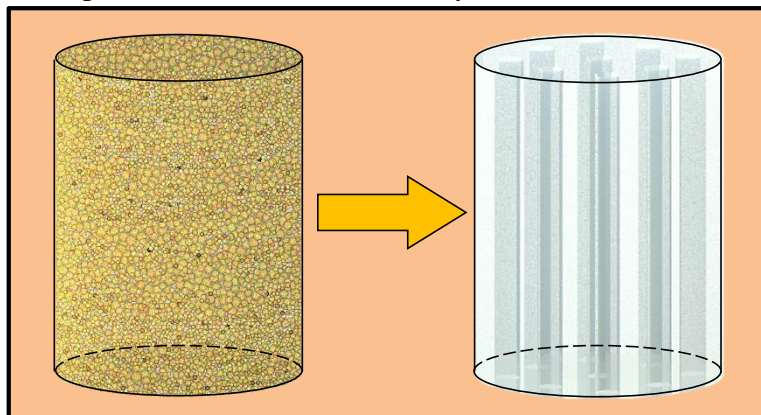


Figura 5.5 Modelo acrílico de Kozeny (1927); sistema poroso representado por un paquete de tubos capilares lisos uniformemente distribuidos y con radio constante (imagen de elaboración propia).



Además de la ecuación 5.48, Kegang Ling (2012), establece que, si se incorpora el concepto de tortuosidad y de porosidad efectiva, la permeabilidad puede ser expresada como:

$$K = \frac{A}{8\pi\tau^3} \phi_e^2 \quad (5.49)$$

Donde:

A : Área transversal de la muestra(πr^2).

ϕ_e : Porosidad efectiva del medio.

τ : Tortuosidad de los tubos capilares.

Lo cual, a pesar de ser una ecuación más completa mantiene las limitaciones antes mencionadas, con la única diferencia de considerar el sistema de tubos como cilindros tortuosos en lugar de rectos (figura 5.6).

Además de ello, al considerar al Factor de Resistividad como $F_R = \tau^2/\phi_e$, e incorporando F_R a la ecuación 5.49, Kegang Ling (2012) llega a que la permeabilidad también puede ser determinada como:

$$k = \frac{r_{\text{tubo}}^2}{8F_R} \quad (5.50)$$

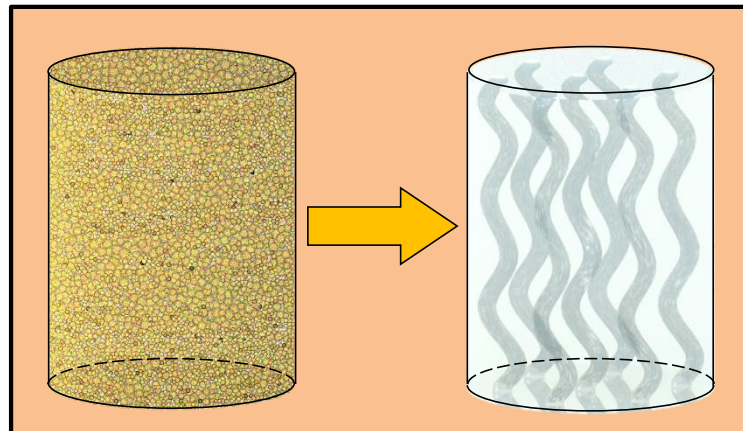
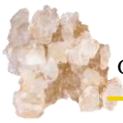


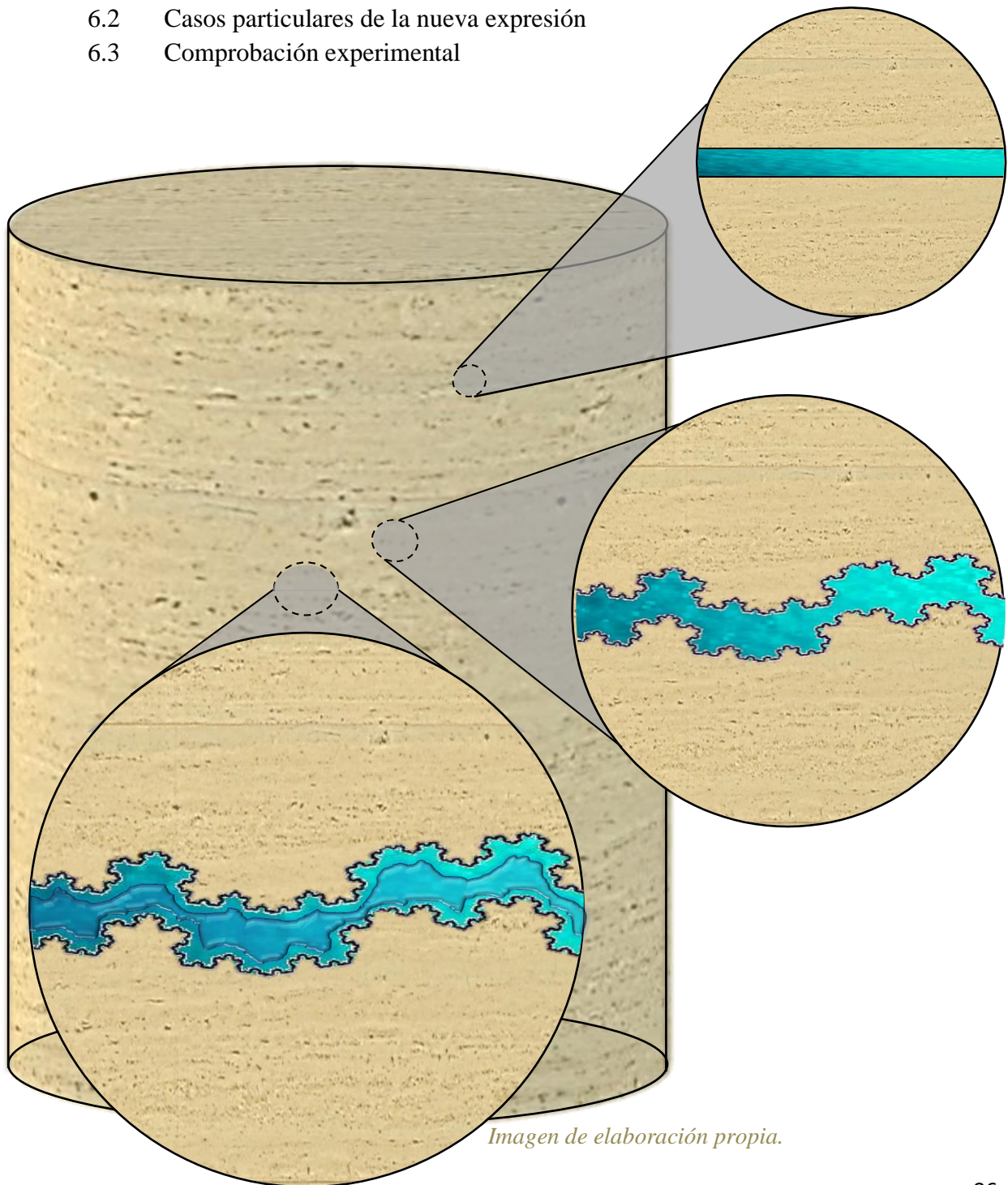
Figura 5.6 Modelo acrílico de Kozeny-Carman, sistema poroso representado por un paquete de tubos capilares tortuosos de radio constante y uniformemente distribuidos (imagen de elaboración propia).



Capítulo 6

Generalización del modelo de Kozeny-Carman

- 6.1 Deducción de la nueva expresión.
- 6.2 Casos particulares de la nueva expresión
- 6.3 Comprobación experimental





6. Generalización del modelo de kozeny-Carman

En este trabajo se asume, a diferencia de los métodos tradicionalistas en uso común, que los yacimientos petrolíferos son en realidad sistemas físicos altamente heterogéneos y anisotrópicos.

Con esta idea en mente, se plantea como primera alternativa de solución: generalizar el modelo de Kozeny-Carman, sustituyendo los tubos capilares lisos, de igual magnitud, rectos o curvos, sin interacción entre ellos, por canales de conducción tortuosos, cuyas paredes pueden llegar a ser tan rugosas y de una alta complejidad geométrica, que implícitamente generen zonas de entrapamiento, intercomunicadas o no (figura 6.1).

Se ha demostrado que estas zonas de flujo y regiones de estancamiento del Tipo Pérez-Rosales (1982) describen mejor la realidad física del interior de las rocas.

Por otra parte, para lograr una explicación y una evaluación práctica del flujo de fluidos, a través del modelo general de canales y trampas antes planteado, se propone modificar la expresión desarrollada por Kozeny (1927) y modificada por Carman (1937), incorporando el concepto de porosidad de flujo mediante el uso de sus correlaciones establecidas (Pérez-Rosales, 1982; Mendoza-Romero, et al., 2015), respectivamente con, la porosidad total, el exponente de entrapamiento, la tortuosidad y el radio de la garganta de poro.

Para lograr lo anterior, basta con despejar el concepto de porosidad de flujo presente en estas correlaciones existentes y sustituirlas directamente, por el concepto de tortuosidad que aparece en la ecuación de Kozeny-Carman.

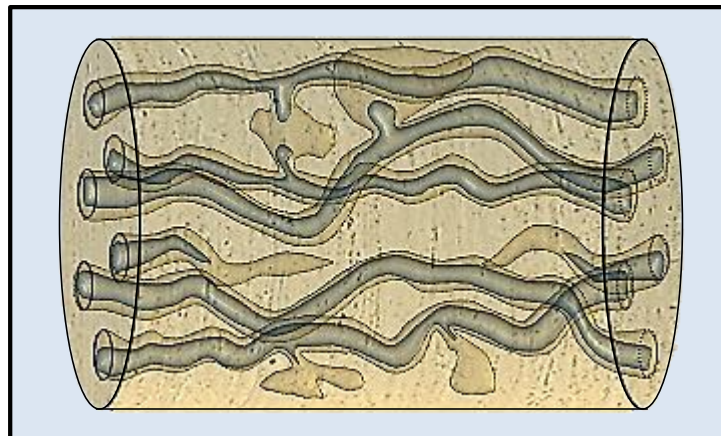


Figura 6.1 Modelo generalizado de Kozeny-Carman; tubos capilares tortuosos considerando la porosidad de flujo (imagen de elaboración propia).



6.1 Deducción de la nueva expresión

Deducción teórica.

Semejante al desarrollo realizado por Kegang Ling (2012), si se toma como punto de partida el concepto de viscosidad de Newton, $\mu = (F_d/A)(\partial L/\partial v)$ y considerando un modelo de un fluido Newtoniano que fluye en régimen laminar a través de un tubo capilar de radio r_{tubo} , longitud L_{tubo} y área transversal A_{tubo} , a una velocidad $v(r_{\text{tubo}})$ debido a un gradiente de presión ($P_2 - P_1$), como se muestra en la figura 6.2, se obtiene:

$$F_d = 2\pi r_{\text{tubo}} L_{\text{tubo}} \mu \frac{dv}{dr_{\text{tubo}}} \quad (6.1)$$

Realizando un balance de fuerzas, para una partícula de fluido, que fluye desde uno hasta dos:

$$F_d = (\text{Fuerza aplicada en 1}) - (\text{Fuerza resultante en 2}) \quad (6.2)$$

Expresando en términos de las presiones:

$$F_d = p_1(\pi r_{\text{tubo}}^2) - p_2(\pi r_{\text{tubo}}^2) \quad (6.3)$$

Sustituyendo la ecuación 6.1:

$$2\pi r_{\text{tubo}} L_{\text{tubo}} \mu \frac{dv}{dr_{\text{tubo}}} = (p_1 - p_2) \pi r_{\text{tubo}}^2 \quad (6.4)$$

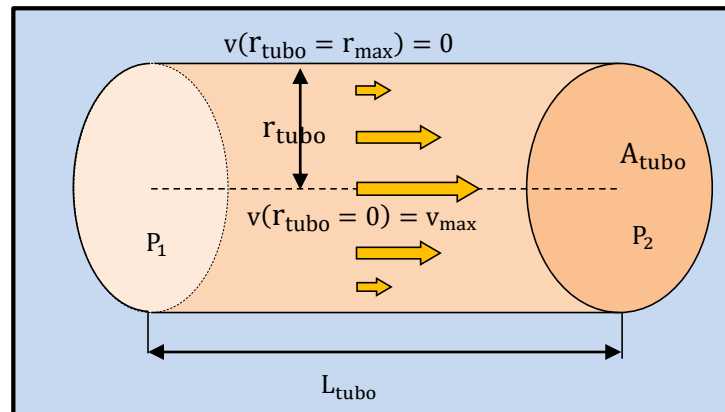


Figura 6.2 Representación esquemática de un flujo de fluidos a través de un tubo capilar recto (imagen de elaboración propia).



Integrando de la pared al centro de la tubería, considerando que: $v(r_{\text{tubo}} = r_{\text{min}}) = v_{\text{max}}$, $v(r_{\text{tubo}} = r_{\text{max}}) = 0$ y $r_{\text{min}} = 0$, se llega a:

$$v = -\frac{(p_1 - p_2)}{4L_{\text{tubo}}\mu} r_{\text{tubo}}^2 \quad (6.5)$$

Por lo tanto, el gasto volumétrico, puede determinarse como:

$$Q = -\int_{r_{\text{tubo}}=0}^{r_{\text{tubo}}} \frac{(p_1 - p_2)}{2L_{\text{tubo}}\mu} (r_{\text{tubo}}^2) \pi r_{\text{tubo}} dr_{\text{tubo}} \quad (6.6)$$

$$Q = -\frac{\pi r_{\text{tubo}}^4 (p_1 - p_2)}{8L_{\text{tubo}}\mu} \quad (6.7)$$

Que es la ecuación de Poiseuille aplicada a una tubería recta (obsérvese a mayor detalle en el apéndice B).

Ahora supóngase que se tiene una muestra cilíndrica de roca (de radio R, longitud L, área transversal A_t y con volumen total geométrico definido, V_t) cuyo espacio poroso conectado puede ser representado por un conjunto de n canales porosos en forma de tubos capilares tortuosos (de igual radio, r_{tubo} , longitud, L_{tubo} y área transversal, A_{tubo}), como se muestra en la figura 6.3.

Si se considera que a través de este modelo fluye un fluido mediante canales de conducción de forma tal que satisface la Ley de Darcy, entonces, la cantidad de fluido que atraviesa el medio por unidad de tiempo, Q, puede determinarse como:

$$Q = -K \frac{A_t (p_1 - p_2)}{L\mu} \quad (6.8)$$

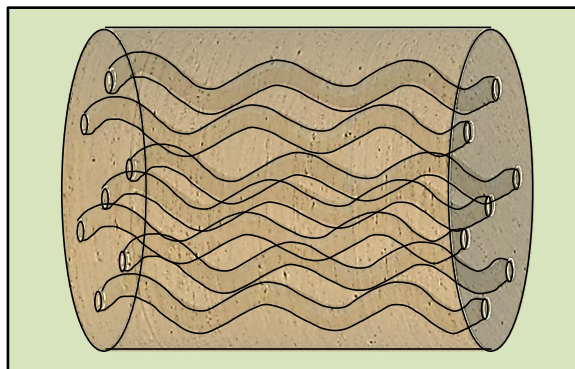
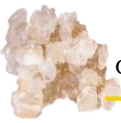


Figura 6.3 Modelo de Kozeny-Carman representado por un paquete de tubos curvos (imagen de elaboración propia).



Considerando que el gasto volumétrico en todo sistema es igual a la suma de los gastos individuales de los n tubos capilares, Q_{tubo_i} , esto es:

$$Q = \sum_{n=1}^n Q_{\text{tubo}_i} \quad (6.9)$$

Asumiendo por simplicidad:

$$Q_{\text{tubos}} = \sum_{n=1}^n Q_{\text{tubo}_i} \quad (6.10)$$

Por lo tanto:

$$Q = Q_{\text{tubos}} \quad (6.11)$$

Expresando la ecuación 6.11 mediante la ecuación de Darcy (ecuación 6.8) y Poiseuille (ecuación 6.7) aplicadas a este modelo, se llega a:

$$-IK \frac{A_t(p_1 - p_2)}{L\mu} = -\frac{\pi r_{\text{tubo}}^4(p_1 - p_2)}{8L_{\text{tubo}}\mu} \quad (6.12)$$

Donde, IK es el **índice de permeabilidad**, entendiendo el concepto de índice, como una porción ponderada de la permeabilidad total considerada en la Ley de Darcy; esto debido a que se iguala la ecuación 6.7 con la 6.8, es decir, se supone de forma ideal que, todos los canales de conducción de flujo del medio poroso se ven representados por n tubos capilares tortuosos de paredes lisas.

Simplificando términos:

$$IK \frac{A_t}{L} = \frac{\pi r_{\text{tubo}}^4}{8L_{\text{tubo}}} \quad (6.13)$$



Despejando el índice de permeabilidad, IK:

$$IK = \frac{\pi r_{\text{tubo}}^4 L}{8L_{\text{tubo}} A_t} \quad (6.14)$$

De la definición de tortuosidad, $\tau = L_{\text{tubo}}/L$, que toma en cuenta la complejidad geométrica del sistema poroso, la ecuación 6.14 puede ser rescrita como:

$$K = \frac{\pi r_{\text{tubo}}^4}{8\tau A_t} \quad (6.15)$$

Donde el A_t puede obtenerse del concepto de porosidad como:

$$\phi_t = \frac{v_p}{v_t} \quad (6.16)$$

$$\phi_t = \frac{\pi r_{\text{tubo}}^2 L_{\text{tubo}}}{A_t L} = \frac{\pi r_{\text{tubo}}^2 \tau}{A_t} \quad (6.17)$$

$$A_t = \frac{\pi r_{\text{tubo}}^2 \tau}{\phi_t} \quad (6.18)$$

Sustituyendo, la ecuación 6.18 en la ecuación 6.15 se llega a:

$$IK = \frac{\pi r_{\text{tubo}}^4}{8\tau} \left(\frac{\phi_t}{\pi r_{\text{tubo}}^2 \tau} \right) \quad (6.19)$$

$$IK(r_{\text{tubo}}, \phi_t, \tau) = \frac{\phi_t r_{\text{tubo}}^2}{8\tau^2} \quad (6.20)$$

Considerando de los conceptos implantados por Pérez-Rosales (1982), vistos en la sección 3.10, que la tortuosidad puede ser determinada como:

$$\tau = 1 + \frac{\phi_{\text{ent}}}{\phi_f} \quad (6.21)$$



Considerando la porosidad de flujo como:

$$\phi_f = \phi_t^m \quad (6.22)$$

La tortuosidad puede reescribirse como:

$$\tau = 1 + \frac{\phi_t - \phi_f}{\phi_f} \quad (6.23)$$

$$\tau = \frac{\phi_t}{\phi_f} \quad (6.24)$$

$$\tau = \frac{\phi_t}{\phi_t^m} = \phi_t^{1-m} \quad (6.25)$$

Entonces, la ecuación 6.20 puede reescribirse como:

$$K(r, \phi_t) = \frac{\phi_t r_{\text{tubo}}^2}{8} \left(\frac{\phi_t^m}{\phi_t} \right)^2 \quad (6.26)$$

$$\mathbf{IK}(r_{\text{tubo}}, \phi_t, m) = \frac{\phi_t^{2m-1} r_{\text{tubo}}^2}{8} \quad (6.27)$$

Además, como lo consideró Carman (1937), si la superficie específica ponderada por el volumen rocoso está representada mediante la ecuación:

$$S_{er} = \frac{S_p}{V_t(1 - \phi_t)} \quad (6.28)$$

Aplicada al mismo modelo de tubos capilares:

$$S_{er} = \frac{2\pi r_{\text{tubo}} L_{\text{tubo}}}{A_t L(1 - \phi_t)} = \frac{2\pi r_{\text{tubo}} \tau}{A_t(1 - \phi_t)} \quad (6.29)$$



Con el concepto de porosidad, es decir, sustituyendo la ecuación 6.18 en la 6.29:

$$S_{er} = \left(\frac{\phi_t}{\pi r_{tubo}^2 \tau} \right) \left(\frac{2\pi r_{tubo} \tau}{(1 - \phi_t)} \right) = \frac{2\phi_t}{r_{tubo}(1 - \phi_t)} \quad (6.30)$$

Despejando r_{tubo} :

$$r_{tubo} = \frac{2\phi_t}{S_{er}(1 - \phi_t)} \quad (6.31)$$

Por lo tanto, IK de la ecuación 6.27 y 6.31 puede determinarse como:

$$IK = \frac{\phi_t^{2m-1}}{8} \left(\frac{2\phi_t}{S_{er}(1 - \phi_t)} \right)^2 \quad (6.32)$$

$$IK(S_{er}, \phi_t, m) = \frac{\phi_t^{2m+1}}{2S_{er}^2(1 - \phi_t)^2} \quad (6.33)$$

También considerando la ecuación 6.20 y 6.31, se llega a:

$$IK = \frac{\phi_t^2}{8\tau^2} \left(\frac{2\phi_t}{S_{er}(1 - \phi_t)} \right)^2 \quad (6.34)$$

$$IK(\tau, S_{er}, \phi_t) = \frac{\phi_t^4}{2\tau^2 S_{er}^2 (1 - \phi_t)^2} \quad (6.35)$$

Donde las ecuaciones **6.27**, **6.33** y **6.35**, son las ecuaciones modificadas, en función de diversos parámetros petrofísicos, que asume, a diferencia de los métodos tradicionalistas en uso común, que los yacimientos petrolíferos son en realidad sistemas físicos altamente heterogéneos, anisotrópicos y de geometría compleja; esto gracias a la incorporación de las ideas de Pérez-Rosales (1982).

Cabe mencionar que el factor 1/2, involucrado en las ecuaciones 6.33 y 6.35, e implícitamente en el 1/8 de la ecuación 6.27, resulta de las consideraciones geométricas de los canales de conducción y se ha investigado por múltiples autores; una de las ideas más aproximadas es la planteada por Salem (1993) quien, lo asume como el producto de la tortuosidad por el exponente de entrapamiento (T_m).



Deducción empírica.

Por otro lado, siguiendo un análisis más empírico; considerando cuatro ideas fundamentales implantadas en los trabajos de Dupuit (1863), Kozeny (1927), Carman (1937) y Pérez-Rosales (1982); quienes consideraron en su momento que:

- A. La velocidad media dentro de los poros de un sistema, v_p , según Dupuit (1863), se relaciona directamente con la velocidad media total del sistema considerada en la ley de Darcy, v_m , y la porosidad de este, ϕ_t , es decir:

$$v_p \propto \frac{v_m}{\phi_t} \quad (6.36)$$

- B. Todo el medio poroso conectado, según Kozeny (1927), puede ser representado como un conjunto de n tubos capilares, donde su geometría puede variar desde tubos rectos hasta irregulares, tortuosos (figura 6.1).

- C. Según Carman (1937), la velocidad media dentro de los poros, v_p , en el modelo desarrollado en el trabajo de Kozeny (1927), se relaciona no solamente con v_m y ϕ_t , si no también con la tortuosidad, esto es:

$$v_p \propto \frac{\tau v_m}{\phi_t} \quad (6.37)$$

- D. Finalmente, tal como lo establece Pérez-Rosales (1982), el medio poroso puede dividirse en dos regiones, una que permiten el flujo de corriente eléctrica, ϕ_f , y otras que, aunque esté conectado, no permiten el flujo de corriente eléctrica, ϕ_{ent} , esto debido a las irregularidades de los mismos poros de la roca.

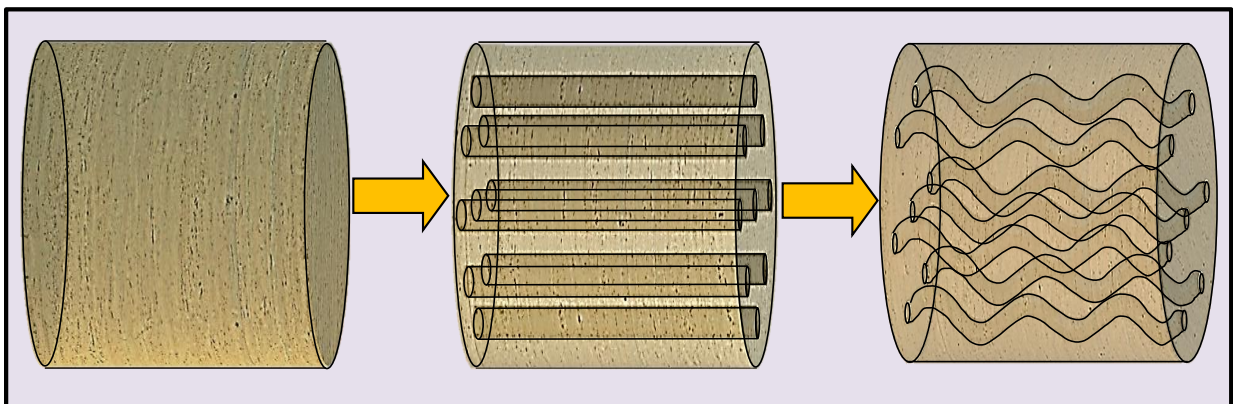
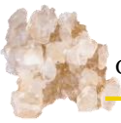


Figura 6.4 Representación del modelo de Kozeny-Carman de canales de flujo rectos-tortuosos (imagen de elaboración propia).



Tomando como punto de partida la ecuación de continuidad:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (6.38)$$

Pensando en una sección transversal infinitesimal de un medio poroso homogéneo (con poros uniformemente distribuidos), se tendría que:

$$\phi_t = \frac{A_2}{A_1} \quad (6.39)$$

Por lo tanto:

$$\phi_t = \frac{v_1}{v_2} \quad (6.40)$$

Si el fluido, que se mueve a una velocidad media v_m , pasa de un sistema de área transversal A_t a uno de tubos capilares de sección transversal A_{tubo} , a una velocidad v_p , entonces la ecuación anterior puede reescribirse como:

$$\phi_t = \frac{v_m}{v_p} \quad (6.41)$$

Por lo tanto, la velocidad media del flujo dentro de los poros, una velocidad intersticial, es ϕ_t veces mayor que la velocidad media que actúa en todo el sistema, esto es:

$$v_p = \frac{v_m}{\phi_t} \quad (6.42)$$

Que es la idea implantada por Dupoit (1863), donde se intuye, considerando la velocidad media de todo el sistema como constante, que, la velocidad dentro de los canales porosos tendería a tomar valores grandes según su porosidad disminuya e inversamente tendería a disminuir según se tenga mayor porosidad.

Considerando que, tiempo después, Carman (1937) retoma la idea implantada por Dupoit (1863) y adiciona que la velocidad verdadera dentro de los canales de flujo no solamente depende de la porosidad del sistema, sino también de la trayectoria que siguen las líneas de flujo; por lo que incorporar a la ecuación 6.42 una constante de proporcionalidad adicional que



relaciona la trayectoria donde actúa la velocidad media con respecto a la trayectoria de la velocidad del fluido en los canales porosos, esto es:

$$v_p = \frac{v_m}{\phi_t} \left(\frac{L_{\text{tubo}}}{L} \right) \quad (6.43)$$

Del concepto de tortuosidad se obtiene:

$$v_p = \frac{v_m}{\phi_t} \tau \quad (6.44)$$

Considerando que:

A. la velocidad media del sistema se puede determinar mediante la ecuación de Darcy:

$$v_m = -K \frac{(p_1 - p_2)}{L\mu} \quad (6.45)$$

B. la velocidad dentro de los canales porosos de flujo (figura 6.4), puede determinarse mediante la ecuación de Poiseuille, esto es:

$$v_p = -\frac{(p_1 - p_2)}{4L_{\text{tubo}}\mu} (r_{\text{tubo}}^2) \quad (6.46)$$

Mediante las consideraciones empíricas implantadas en la ecuación 6.44, y las ecuaciones 6.45 y 6.46 se llega a:

$$-\frac{(p_1 - p_2)}{4L_{\text{tubo}}\mu} (r_{\text{tubo}}^2) = -IK \frac{(p_1 - p_2)}{L\mu} * \left(\frac{\tau}{\phi_t} \right) \quad (6.47)$$

Dado que el sistema se encuentra al mismo gradiente de presiones y se trata de un solo fluido:

$$\frac{r_{\text{tubo}}^2}{4L_{\text{tubo}}} = \frac{IK}{L} \left(\frac{\tau}{\phi_t} \right) \quad (6.48)$$



Despejando el índice de permeabilidad y del concepto de tortuosidad:

$$IK = \frac{r_{\text{tubo}}^2}{4} \left(\frac{\phi_t}{\tau^2} \right) \quad (6.49)$$

Considerando, de las ideas de Pérez-Rosales (1982), la conceptualización de la tortuosidad resumida en la ecuación 6.25, en la ecuación 6.49, se llega a:

$$IK = \frac{r_{\text{tubo}}^2}{4} \frac{\phi}{(\phi_t^{1-m})^2} \quad (6.50)$$

$$IK = \frac{1}{4} r_{\text{tubo}}^2 \phi_t^{2m-1} \quad (6.51)$$

Considerando $1/4$ como una constante C , se obtiene:

$$IK = C r_{\text{tubo}}^2 \phi_t^{2m-1} \quad (6.52)$$

Que es semejante, a la ecuación 6.27 pero obtenida a partir de una deducción empírica. Por lo que, considerando el concepto de superficie específica se llega a las ecuaciones 6.33 y 6.35.

Algo importante de las ecuaciones 6.52 y 6.27 es que son semejantes a la ecuación 5.30 propuesta en el desarrollo de Hagiwara (1984) (mencionada en la sección 5.2), con la principal diferencia de involucrar una función potencial a la $2m-1$ en lugar de m .

Al considerar la permeabilidad en función del exponente de entrapamiento $2m-1$; se espera que la dependencia permeabilidad-porosidad sea menor, esto debido a que el exponente m depende principalmente de la complejidad geométrica de los poros, permitiendo que en los medios muy porosos con alto entrapamiento (vúgulos o fracturas no conectadas), el comportamiento de la permeabilidad no se vea sesgado por los altos valores de porosidad.



6.2 Casos particulares de la nueva expresión

Una alternativa, práctica y directa, para determinar los efectos que ejercen el exponente de entrapamiento, m y la porosidad de flujo, ϕ_f , sobre las expresiones de Kozeny-Carman y de Hagiwara, respectivamente, consiste en reemplazar el concepto de tortuosidad que aparece en dichas ecuaciones, por sus correspondientes relaciones $\tau(\phi_t, m)$ y $\tau(\phi_t, \phi_f)$.

Modificaciones que ejercen, m , y ϕ_f , sobre la expresión 6.20 de Kozeny-Carman

Sustituyendo la ecuación 6.25, representativa de la primera correlación, $\tau(\phi_t, m)$, antes citada, en la expresión 6.20, se obtuvo la ecuación 6.27:

$$IK = \frac{r_{\text{tubo}}^2 (\phi_t^{2m-1})}{8} \quad (6.27)$$

Por otra parte, sustituyendo en 6.20, la relación $\tau(\phi_t, \phi_f)$, dada por la ecuación 6.24, se obtiene:

$$IK = \frac{r_{\text{tubo}}^2 \phi_f^2}{8 \phi_t} \quad (6.53)$$

Resulta claro que, las expresiones 6.27 y 6.53 se reducen a la ecuación de Kozeny-Carman cuando, en ambos casos, al igual que en el paquete de tubos capilares, no existan entrapamientos en los sistemas porosos bajo estudio, es decir, cuando $m=1$ y cuando $\phi_t = \phi_f$, respectivamente.



Modificaciones que ejercen, m , y ϕ_f , sobre la expresión de Hagiwara

En primera instancia, haciendo uso de relación 6.25, se encuentra que la porosidad de flujo, ϕ_t^m , que aparece en la ecuación de Hagiwara, puede expresarse, en términos de la tortuosidad, como:

$$\phi_t^m = \frac{\phi_t}{\tau} = \frac{\phi_t}{\left((\phi_t^{1-m})^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (6.54)$$

Sustituyendo 6.54 en la ecuación de Hagiwara (sección 5.2, ecuación 5.30), se llega a:

$$IK = C \phi_t (\phi_t^{m-1}) (r_p^2) \quad (6.55)$$

Que puede ser reescrita, en la siguiente forma:

$$IK = C \frac{\phi_t}{\left(\frac{1}{\phi_t^{m-1}}\right)} (r_p^2) \quad (6.56)$$

Obsérvese que la ecuación 6.55 es similar a la relación de Kozeny-Carman (ecuación 6.20) pero con diferente definición de tortuosidad y considerando que $r_p = r_{\text{tubo}}$.

En consecuencia, al sustituir la expresión 6.25 en la relación 6.56, se obtiene la siguiente expresión:

$$IK = C \phi_t^{2m-1} (r_p^2) \quad (6.57)$$

Asimismo, sustituyendo en la segunda igualdad de la expresión 6.22, para ilustrar el efecto que ejerce la porosidad de flujo, sobre la ecuación de Hagiwara, se obtiene:

$$IK = C \frac{\phi_f^2}{\phi_t} (r_p^2) \quad (6.58)$$



6.3 Comprobación experimental

Para validar las aproximaciones de tortuosidad-porosidad de flujo, incorporadas en la nueva deducción, se hace uso de dos conjuntos de datos experimentales de porosidad, exponente de entrampamiento, permeabilidad y radio medio de garganta de poro de:

- A. 24 muestras de areniscas analizadas por Hagiwara (1984) y
- B. 25 muestras entre areniscas y calizas presentadas por Faris (1954).

A partir de estas dos series de datos, se realizó una comparación entre la ecuación 5.30 de Hagiwara (1984) y las expresiones modificadas (ecuaciones 6.57 y 6.58). Las relaciones 5.30, 6.57 y 6.58, se utilizan para generar valores de índices de permeabilidad (se considera un factor de conversión de 1013.2503[mD] equivalentes a 1[μm^2]).

Los valores estimados se comparan con los valores medidos de permeabilidad, algunos parámetros petrofísicos y expresiones involucradas en las ecuaciones 5.3, 6.57 y 6.58 de ambos conjuntos de datos. Los resultados se muestran a continuación.

Análisis con datos de Hagiwara (1984).

Usando el método de regresión lineal, el mejor ajuste de las expresiones 5.30 y 6.57 con los datos de Hagiwara (1984) mostró, respectivamente, las siguientes correlaciones:

$$IK = 0.0106 (\phi_t^m r_p^2)^{1.1488} \quad (6.59)$$

$$IK = 0.0789 (\phi_t^{2m-1} r_p^2)^{0.9964} \quad (6.60)$$

La ecuación 6.59 muestra una pendiente de **1.1488** (figura 6.5), que es más grande de la anticipada por el método (la cual, como se vio en la sección 5.2, se espera, sea cercana a la unidad), mientras que, la ecuación 6.60 proporciona una línea de pendiente aproximadamente igual a uno (**0.9964**) y un coeficiente de correlación mayor (figura 6.6).

Considerando los datos de Hagiwara(1984), agrupados en la figura 6.7 y colocados en las tablas y gráficas del anexo de este trabajo, se observar que existe una pequeña mejora en los datos calculados con la ecuación modificada respecto a la ecuación de Hagiwara (ecuación 6.57 y 5.30 respectivamente), ya que, la primera, además de presentar una pendiente cercana a la unidad, tiene un coeficiente de correlación de **0.9301** (6.99% de desviación respecto a la unidad) comparado con un coeficiente de correlación menor de **0.9179** (8.21% de desviación respecto a la unidad) reflejado en la ecuación de Hagiwara, sin embargo, la diferencia entre ambas (1.22%) no es significativa.

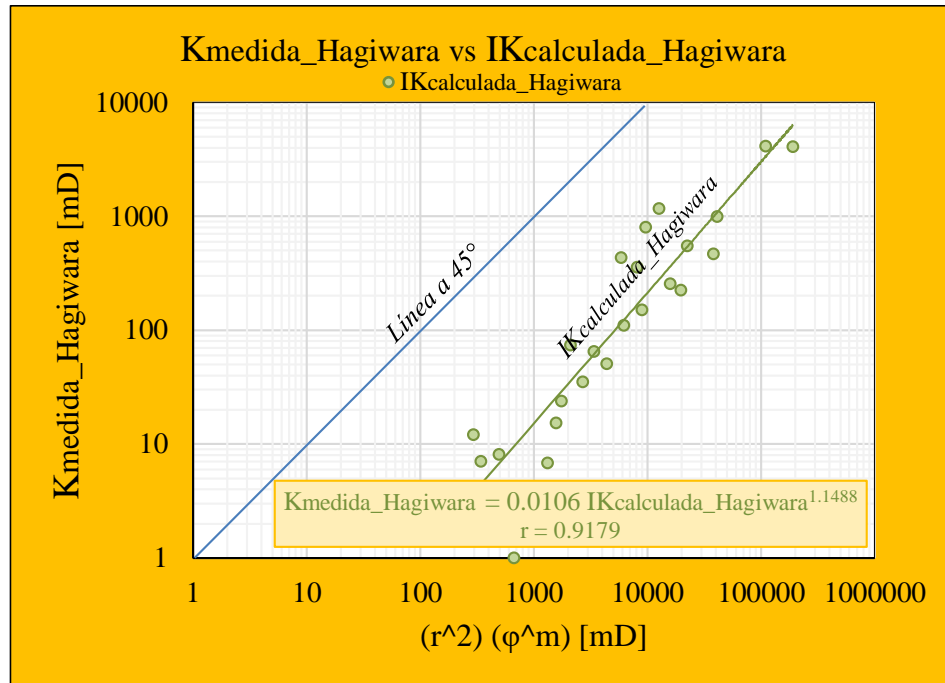


Figura 6.5 K medida de los datos de Hagiwara (1984) vs IK calculada con la ecuación de Hagiwara.

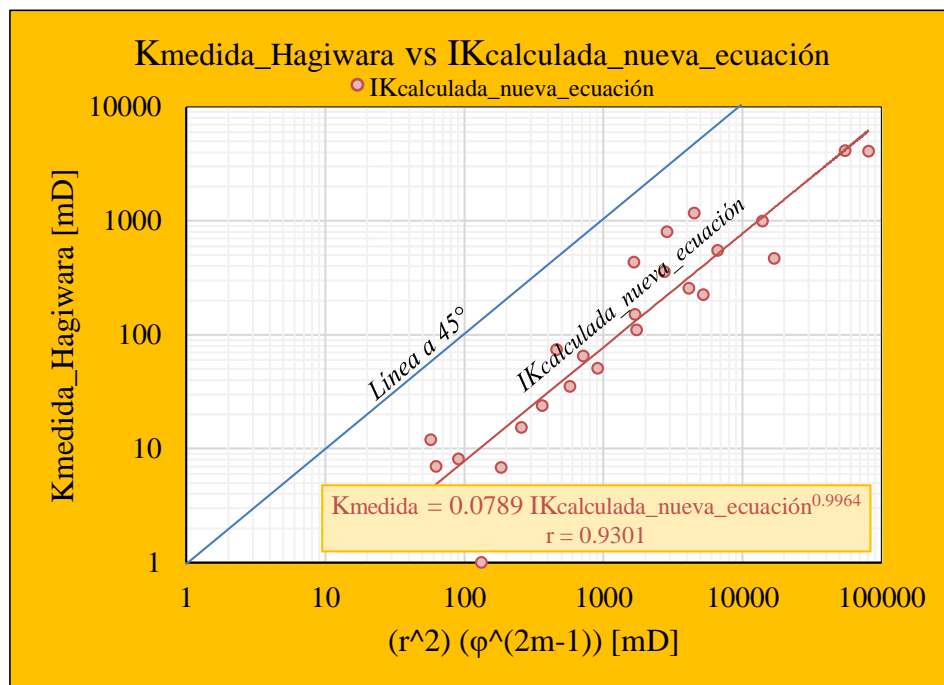


Figura 6.6 K medida de los datos de Hagiwara (1984) vs IK calculado con la ecuación modificada.

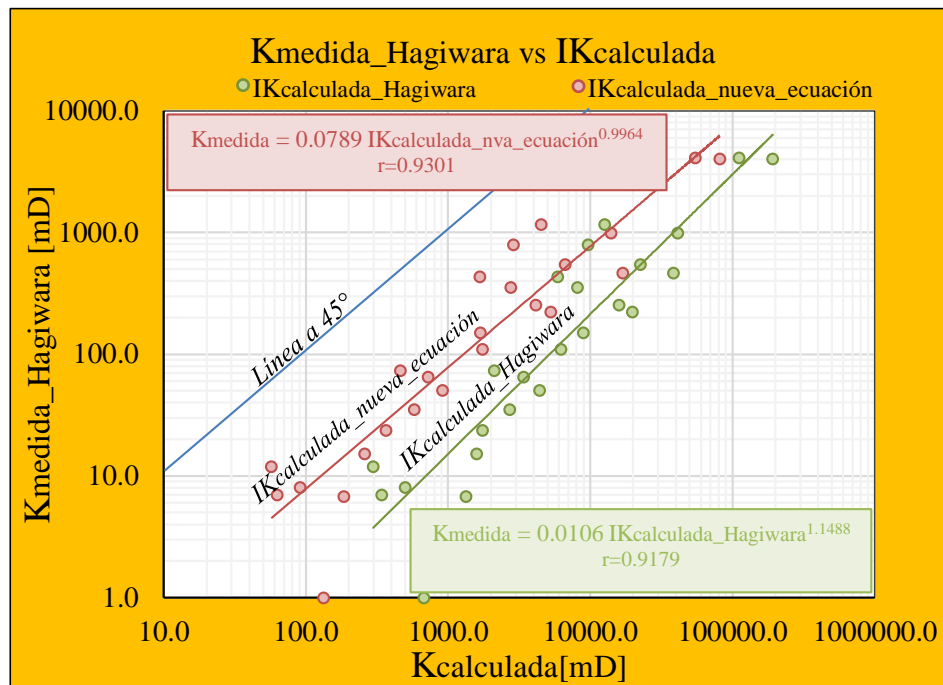
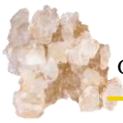
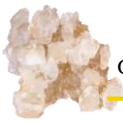


Figura 6.7 K medida de los datos de Hagiwara (1984) vs IK calculado con la ecuación modificada y la ecuación de Hagiwara.

De gráficas adicionales, colocadas al final de este trabajo, para los datos de Hagiwara (1984), se puede observar que:

- A. El comportamiento de las propiedades petrofísicas, así como de los coeficientes involucrados en las ecuaciones de KC ($\phi_t^3/(1 - \phi_t)^2$), Hagiwara (ϕ_t^m) y la ecuación modifica ($\phi_t^{2m-1}/(1 - \phi_t)^2$ y ϕ_t^{2m-1}), respecto a las permeabilidades medidas y calculadas, es semejante.
- B. Al comparar la permeabilidad medida con el parámetro ϕ_t^{2m-1} manejado en la ecuación modificada (ecuación 6.57) y con el parámetro ϕ_t^m manejado en la ecuación de Hagiwara (ecuación 5.50), se observa que el primero presenta una mejor relación (coeficiente de correlación de 0.8229 y 0.7756, respectivamente).
- C. De los parámetros petrofísicos involucrados en la ecuación modificada, los que presentan una mayor influencia en el comportamiento de la permeabilidad, según los datos de Hagiwara (1984), son: **la tortuosidad** ($r=0.8742$), **el radio de garganta de poro** ($r=0.8731$) y **la porosidad de flujo** ($r=0.7755$), mientras que el exponente de entrapamiento ($r=0.6670$), la superficie específica ponderada por el volumen de roca ($r=0.5762$) y la porosidad ($r=0.5676$) reflejan una menor dependencia.



Las permeabilidades calculadas con la ecuación modificada, según los datos de Hagiwara (1984), presentan un error relativo aproximado de **1282.98%**, considerando un factor de ajuste el error relativo se reduce a **46.54%**; por lo que, la ecuación modificada ajustada, permite determinar en ordenes de magnitud la permeabilidad medida, sin embargo, un alto grado de error aún prevalece (véase en las tablas referentes a Hagiwara (1984) colocadas en el anexo).

El factor de ajuste requerido en la ecuación 6.57 de **0.0789** \approx **1/13**, según los datos de Hagiwara (1984), vislumbran un nuevo parámetro, que puede ser considerado como un factor de forma, semejante al considerado por KC, el cual, tiene que ver con las suposiciones geométricas iniciales consideradas en la formulación de la ecuación modificada de KC.

Al realizar el ajuste de las ecuaciones (6.57 y 5.30), solo se consideró un factor de corrección mediante un producto y no mediante un exponente, esto debido a que, al igual que el análisis realizado por Hagiwara (1984), se espera una pendiente cercana a la unidad e involucrar un exponente en la ecuación conllevaría modificar la formulación, lo cual, carecería de significado físico y limitaría el carácter general de esta.

Es importante mencionar que, los coeficientes de correlación resultes, reflejan la cercanía de los datos a la línea de tendencia y en este caso su relación con al grado de error es mínima.

Para visualizar mejor el comportamiento de ambas ecuaciones (6.57 y 5.30) y la importancia de una pendiente unitaria, se puede ajustar cada ecuación por sus respectivos factores de ajuste, es decir, **0.0789** y **0.0106**, respectivamente (obsérvese en la figura 6.8).

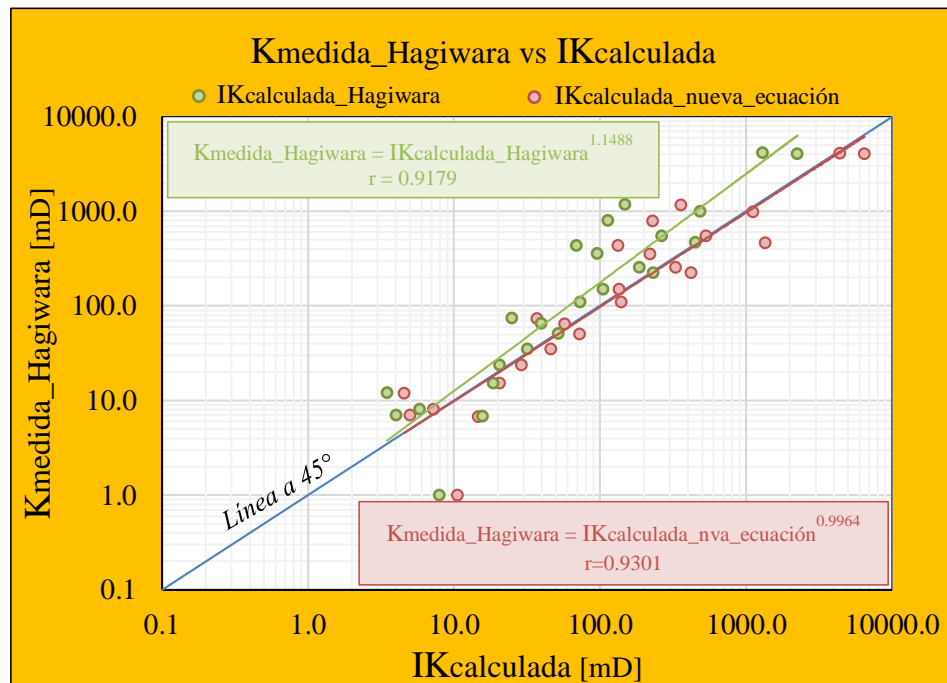
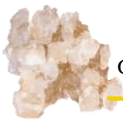


Figura 6.8 *K* medida de los datos de Hagiwara (1984) vs *IK* calculado con la ecuación modificada ajustada y la ecuación de Hagiwara ajustada.



Análisis con datos de Faris (1954).

En tanto que, para el conjunto de datos de Faris (1954), usando el método de regresión lineal, el mejor ajuste de las expresiones 5.30 y 6.57 mostró, respectivamente, las siguientes correlaciones:

$$K = 0.0548 (\phi_t^m r_p^2)^{1.0969} \quad (6.61)$$

$$K = 0.3398 (\phi_t^{2m-1} r_p^2)^{0.9672} \quad (6.62)$$

la expresión 6.61 muestra una pendiente de **1.0969** (figura 6.9), que es mayor en un 9.69% a lo anticipado por el método, mientras que, la ecuación 6.62 proporciona una línea de pendiente de **0.9672** (figura 6.10), que es cercana a la unidad, desviándose en un 3.28%, aunque con un coeficiente de correlación menor al mostrado por la expresión 6.61.

De lo anterior se intuye, que a pesar de que la nueva formulación, refleja un alto coeficiente de correlación con respecto a los datos de laboratorio de Faris (1954), la formulación de Hagiwara (1984) muestra un mejor coeficiente de correlación (**0.9931** y **0.9866** respectivamente), lo cual implicaría, que pese a provenir de una deducción análoga con la ecuación de Archie (1941), da mejores estimaciones de permeabilidad. Sin embargo, la nueva ecuación propuesta proviene de una formulación matemática rigurosa e incorpora en su formulación las aportaciones de Pérez-Rosales (1982), lo cual, da un mejor significado físico a la alta complejidad geométrica de los canales de conducción y se ve reflejado en su proximidad a una pendiente unitaria.

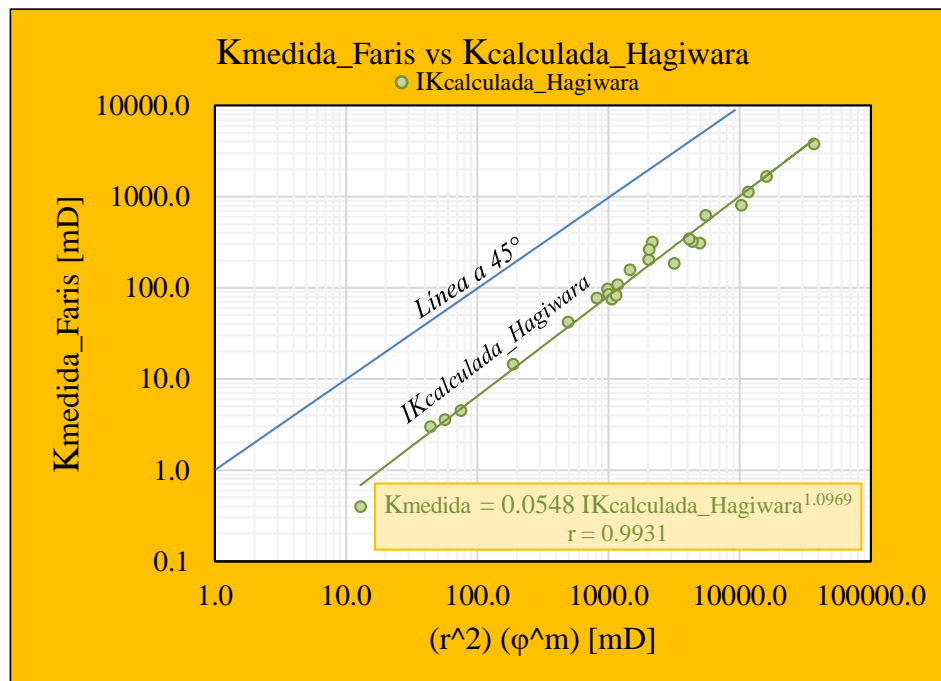


Figura 6.9 K medida de los datos de Faris (1954) vs IK calculada con la ecuación de Hagiwara.

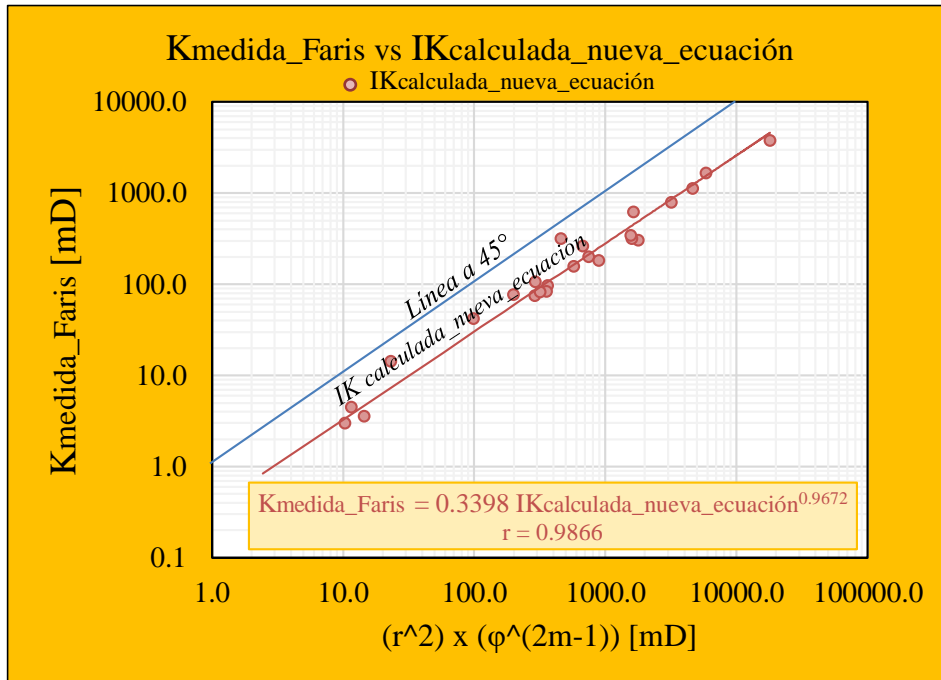


Figura 6.10 K medida de los datos de Faris (1954) vs IK calculada con la ecuación de modificada.

Al comparar ambas ecuaciones (figura 6.11), se puede observar que, la ecuación modificada de KC (ecuación 6.57), muestra un comportamiento semejante (con pendiente casi unitaria) y mayor cercanía a las permeabilidades medidas de los datos de Faris (1954) que la ecuación de Hagiwara (ecuación 6.57), pese a su coeficiente de correlación menor.

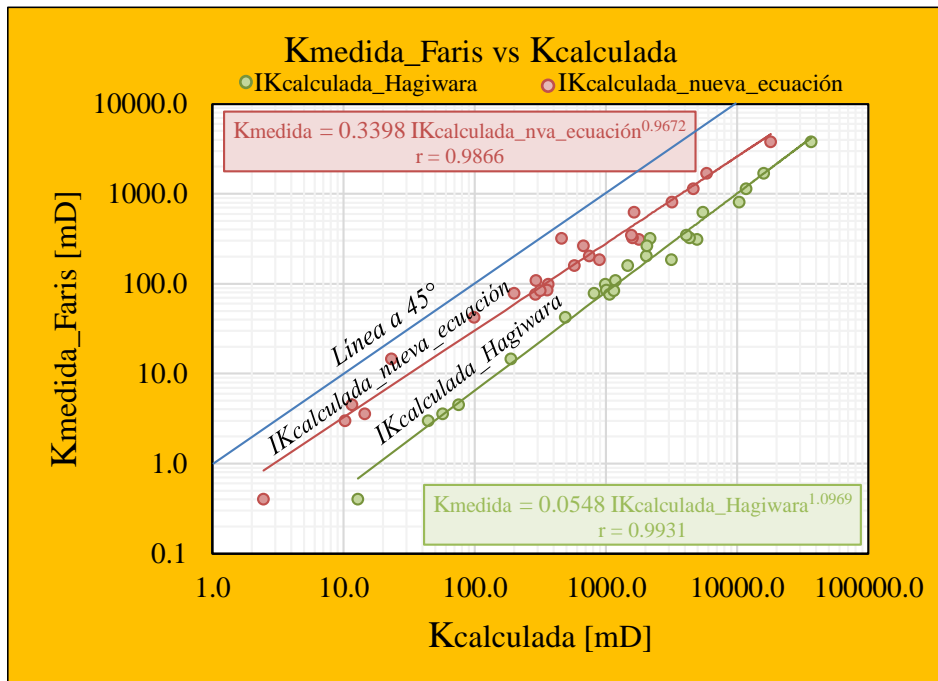


Figura 6.11 K medida de los datos de Faris (1954) vs IK calculada con la ecuación modificada y la ecuación de Hagiwara.



De las tablas y gráficas realizadas con los datos de Faris (1984), colocadas en el anexo al final de este trabajo, se observa que:

- A. El comportamiento de las propiedades petrofísicas, así como de los factores involucrados en las ecuaciones de KC, Hagiwara y la ecuación modifica, respecto a las permeabilidades, al igual que con los datos de Hagiwara (1984), son semejante.
- B. Existe una mejor relación entre la permeabilidad y el parámetro ϕ_t^{2m-1} manejado en la ecuación modificada (ecuación 6.57) que con ϕ_t^m manejado en la ecuación de Hagiwara (ecuación 5.50), es decir, los resultados obtenidos con los datos de Faris (1984) coinciden con los obtenidos con los datos de Hagiwara(1984).
- C. Los parámetros que mayor influencia tienen en el comportamiento de la permeabilidad medida, son: **el radio de garganta de poro** ($r=0.9719$), **la superficie específica** ($r=0.8409$) y **la tortuosidad** ($r=0.7091$), mientras que los de menor son: la porosidad de flujo ($r=0.6614$), el exponente de entrapamiento ($r=0.4961$), y la porosidad ($r=0.3359$), por lo que, considerando ambos análisis, se puede concluir que, **el radio de garganta de poro y la tortuosidad** son los parámetros que más influencia tienen en la permeabilidad y por lo tanto una relación lineal permeabilidad-porosidad resulta inviable.

En el caso de los datos de Faris (1954), las permeabilidades calculadas con la nueva correlación presentan un error relativo aproximadamente de **264.48%**, considerando un factor de ajuste el error relativo se reduce a **37.89%**, lo cual, como se mencionó anteriormente vislumbran la existencia de un parámetro adicional dentro de la ecuación modificada.

La variación existente de los factores de corrección entre ambos conjuntos de datos (**1/13 para los datos de Hagiwara y 1/3 para los datos de Faris**), además de las diferencias de datos analizados, los errores de medición y considerar la existencia de un parámetro adicional en la formulación, pueden ser atribuidos tanto a la geometría inicial considerada en la formulación de la ecuación modificada, como a las diferencias de medición de los radios de garganta de poro en laboratorio pues, Hagiwara considera un radio medio de garganta de poro obtenido a partir de observaciones de láminas delgadas, mientras que Faris considera un mallado donde el radio de garganta de poro es obtenido a partir de un análisis estadístico de distribución.

Sí se incorporará un factor de ajuste en ambas ecuaciones, es decir, de **0.3398** en la ecuación 6.57 y de **0.0548** en la ecuación 5.50, ambas ecuaciones permiten calcular índices de permeabilidad cercanos en orden de magnitud a las permeabilidades medidas. Por lo que, los valores de índices de permeabilidad calculados con ambas ecuaciones son semejantes, sin embargo, la ecuación modificada presenta una pendiente más cercana a la unidad (obsérvese en la figura 6.12 y las tablas anexas correspondientes a los datos de Faris (1954)).

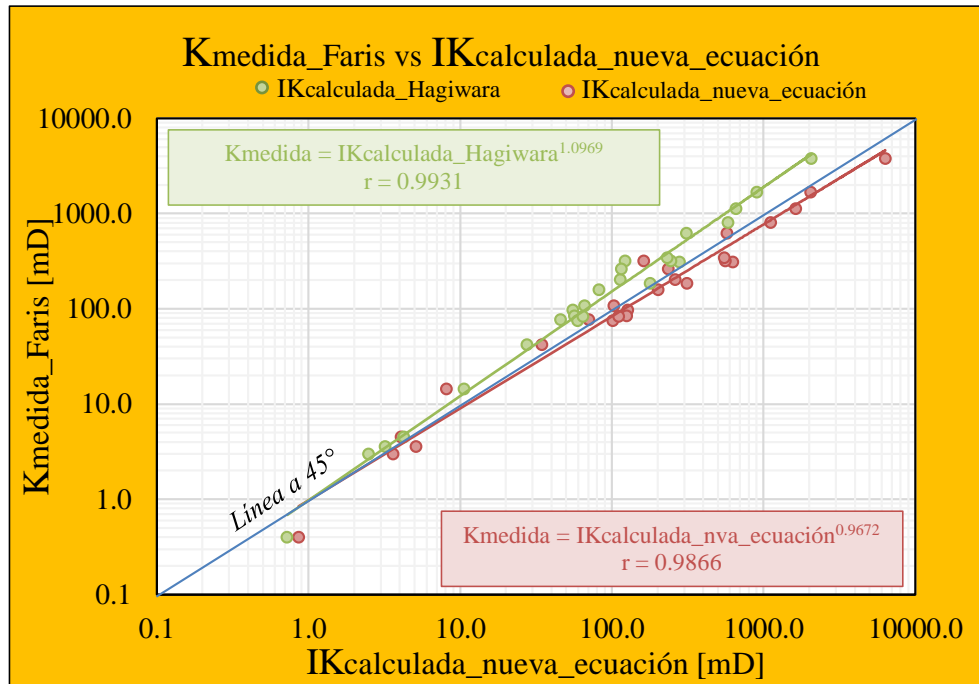
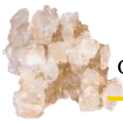


Figura 6.12 K medida de los datos de Faris (1954) vs IK calculada con la ecuación modificada ajustada y la ecuación de Hagiwara ajustada.

De los dos análisis anteriores, se puede concluir que:

Las ecuaciones 5.50 y 6.57 (ecuación de Hagiwara y modificada de KC, respectivamente) reflejan comportamientos similares tanto al ser analizadas con los diversos parámetros petrofísicos como con la permeabilidad obtenida de laboratorio y al ser ajustada mediante sus correspondientes factores de corrección, dan estimaciones de permeabilidad similares.

Aunque la nueva formulación presenta un mejor significado físico, en el caso de los datos de Faris, esta presenta una mayor dispersión comparada con la ecuación de Hagiwara, sin embargo, esta es mínima.

Los índices de permeabilidad calculados con la ecuación modificada presentan un error relativo ponderado del 42.13% con respecto a los datos medidos, lo cual sugiere que, solo reproduce en ordenes de magnitud las permeabilidades medidas.

Dado que la ecuación modificada permite calcular índices de permeabilidad semejantes en orden de magnitud a valores de la permeabilidad medidas (según los datos de Faris (1954) y Hagiwara (1984)) y que el comportamiento de las variables involucradas presenta un moderado grado de correlación, se confirman la validez de la estimación de la tortuosidad usando la ecuación 6.25 y de la porosidad de flujo (ecuación 6.24).



Una vez que el modelo de porosidad de flujo se ha verificado experimentalmente, a través de sus diferentes correlaciones antes analizadas, se puede(n) incorporar en la ecuación original de Kozeny-Carman, quedando expresado como:

$$K = \left(\frac{1}{f_g S_{er}^2} \right) \left(\frac{\phi^{2m+1}}{(1 - \phi)^2} \right) \quad (6.63)$$

La relación 6.63 representa el modelo propuesto para determinar la permeabilidad y demuestra el impacto que tienen la porosidad de flujo, la porosidad total, la tortuosidad y el exponente de entrapamiento sobre la ecuación de Kozeny-Carman.

Para un paquete de tubos capilares, donde m y T son igual a uno y la $\phi_f = \phi_t$, el modelo propuesto, como era de esperarse, se reduce al de Kozeny-Carman.

Esto explica porque el modelo de Kozeny-Carman describe correctamente las rocas homogéneas, así como, los medios porosos sintéticos. Sin embargo, la generalización del uso de la ecuación 6.63, a casos prácticos de campo, queda fuera del alcance del presente estudio y será tema de futuras investigaciones.

La variable (f_g) de la ecuación 6.63 resulta de las consideraciones geométricas de los canales de conducción y se ha investigado fuertemente por Salem (1993) quien, considera que puede aproximarse como el producto de la tortuosidad por el exponente de entrapamiento.

La naturaleza no lineal de la porosidad de flujo, ϕ_f , resulta en una ley potencial (fractal) la cual es función del exponente de entrapamiento, m .

Los conceptos de porosidad de flujo y entrapamiento de Pérez-Rosales se consideran y su incorporación en la deducción de la ecuación de Kozeny-Carman permite generar una ecuación de mayor generalidad que reproduce en orden de magnitud los valores medidos de permeabilidad. Esto permite evidenciar que la velocidad promedio dentro de un sistema poroso, no solamente depende de la porosidad y la tortuosidad del medio, sino de la porción del medio poroso, tortuoso y conectado que realmente permite el flujo de corriente.

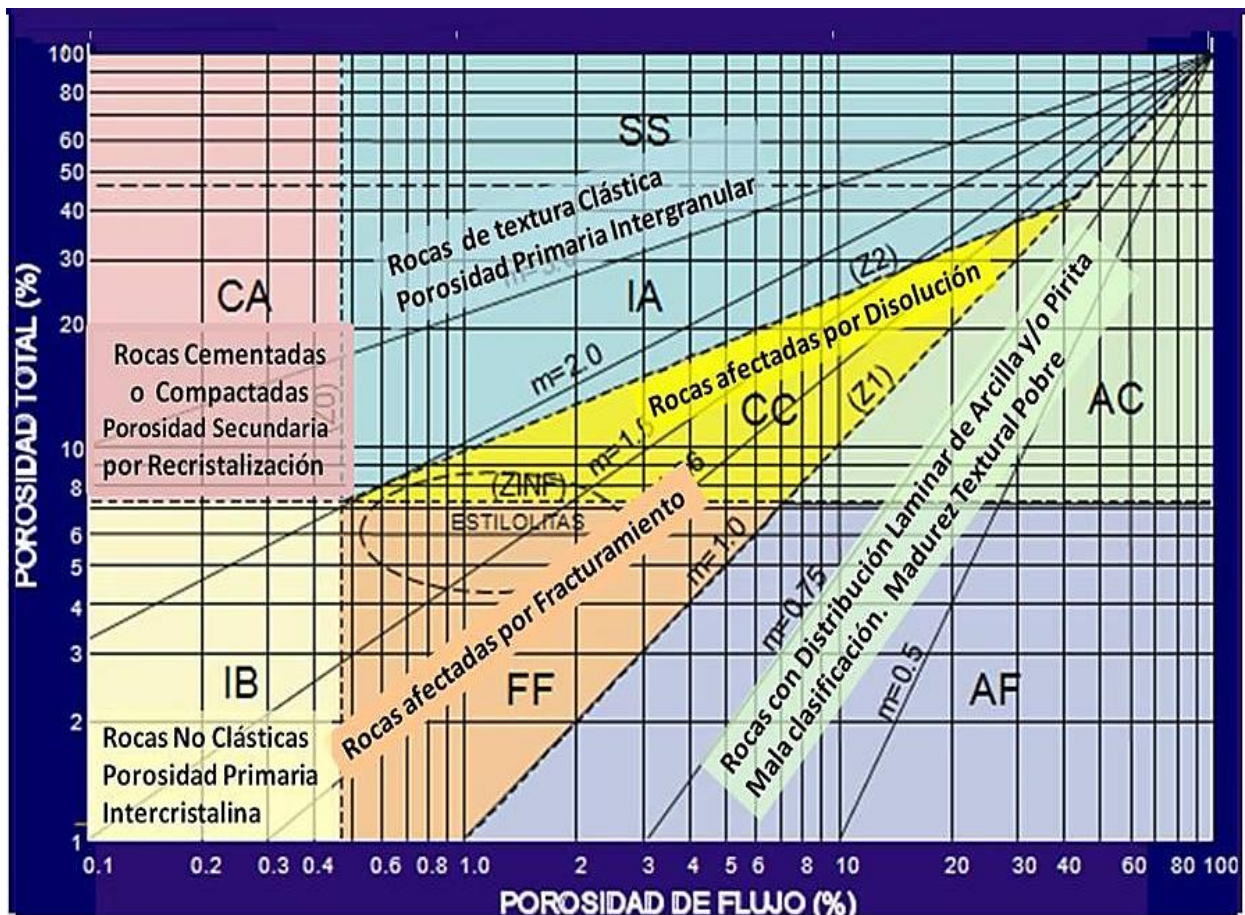
Al incorporar el factor de forma en la ecuación 6.63, como el producto de (Tm) como lo considera Salem (1993), en un intento burdo, se observa una mejora en el coeficiente de correlación de la ecuación modificada y una pendiente más alejada de la unidad, sin embargo, un análisis más riguroso se requiere y puede ser tema de futuras investigaciones.



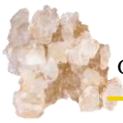
Capítulo 7

Acerca del desarrollo tecnológico IFV

- 7.1 Principales módulos que integran la innovación tecnológica
- 7.2 Identificación práctica de los diferentes tipos de porosidad
- 7.3 Partición de la porosidad a condiciones de yacimientos
- 7.4 Determinación de m y G variables
- 7.5 Cálculo y validación de la porosidad ϕ_m , ϕ_{fr} y ϕ_v
- 7.6 Presentación de resultados
- 7.7 Gráfica de abanico
- 7.8 Diagrama de interpretación petrofísica
- 7.9 Láminas estadísticas
- 7.10 Listado general de resultados
- 7.11 Interfase electrónica dirigida a la simulación numérica



(Mendoza-Romero, et al., 2011)



7. Acerca del desarrollo tecnológico IFV

7.1 Principales módulos que integran la innovación tecnológica

Para la aplicación práctica de la nueva relación aquí planteada, es necesario recurrir al procesamiento de una tecnología previa, orientada a mejorar y simplificar la recuperación de hidrocarburos, cuyos módulos de análisis se muestran en el siguiente diagrama, el cual conforma la metodología de análisis de este trabajo.

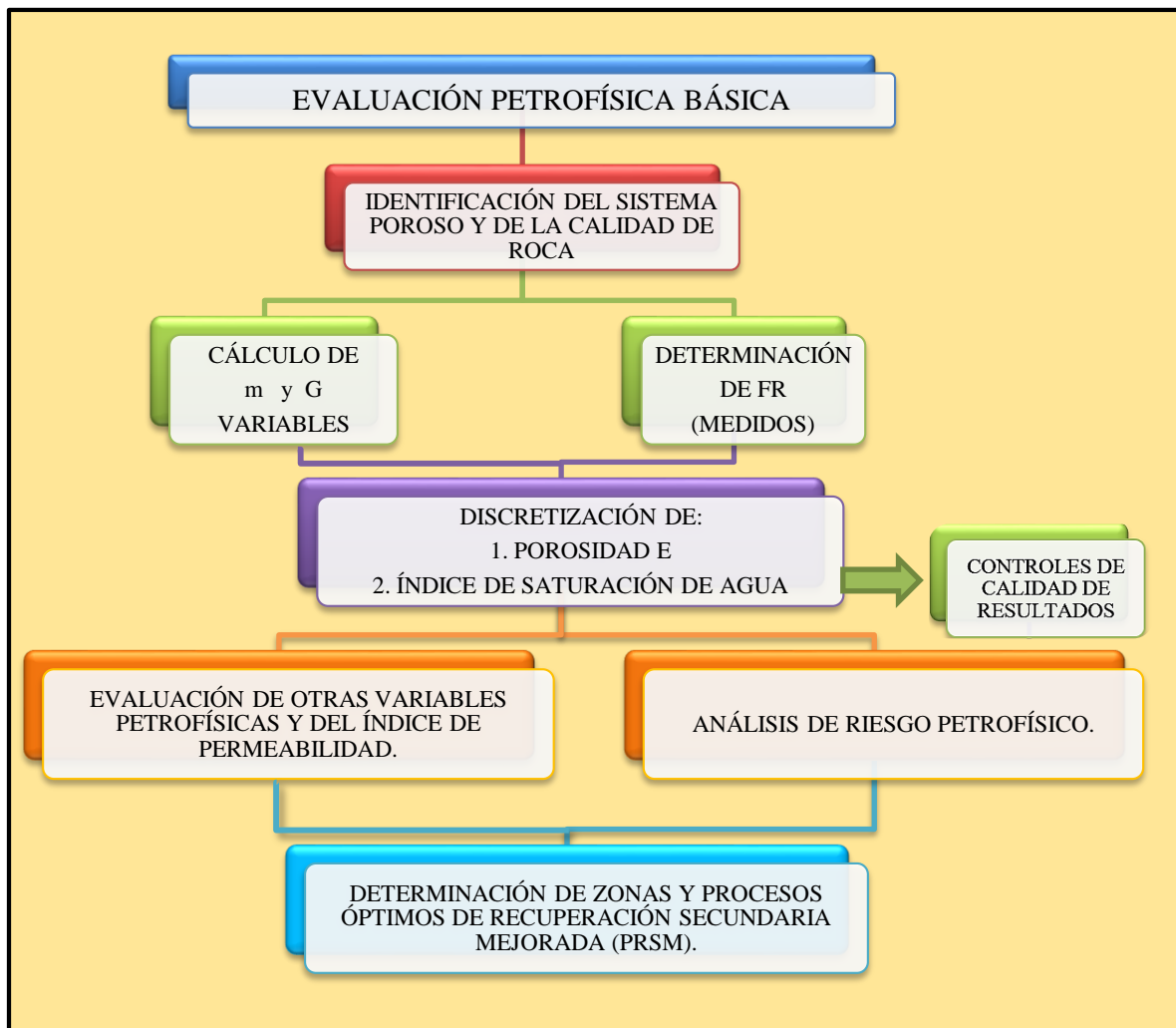
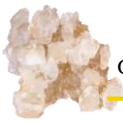


Figura 7.1 Módulos que conforman el proceso de caracterización petrofísica avanzada de la Tecnología IFV® (Mendoza-Romero, et al.,2011).



7.2 Identificación práctica de los diferentes tipos de porosidad

La gráfica de Abanico: $\emptyset - \emptyset_f - m$, (figura 7.2), desarrollada por Mendoza-Romero, et al.(2011), conforma un método, práctico y confiable, capaz de detectar e identificar, punto a punto, el estado físico de las rocas, frente a la inexistencia, o bien, ante la presencia de uno o más de los seis procesos generadores de porosidad secundaria, con la ventaja adicional de asignarles su clasificación integral, con un alto grado de detalle.

Para ilustrar lo anterior, supóngase que se tienen dos muestras de roca carbonatadas fracturadas-vugulares cuyos valores porcentuales de porosidad total, \emptyset_t y de porosidad de flujo, \emptyset_f , son, respectivamente: M1(0.2,30) y M2(2,3). La ubicación de los dos puntos sobre la gráfica de abanico revela de forma inmediata los siguientes resultados, (ver estrellas rojas, figura 7.2):

Tipo de sistema poroso y proceso generador:

Para la muestra M1: vúgulos o Cavernas Aisladas, CA, producto de un proceso de recristalización, Para la muestra M2: Fracturas o Fisuras limpias, FF, originadas por fracturamiento.

Clasificación integral:

Para la muestra M1: porosidad secundaria, efectiva, entrampada y de corto alcance.
Para la muestra M2: porosidad secundaria, efectiva, de flujo y de largo alcance.

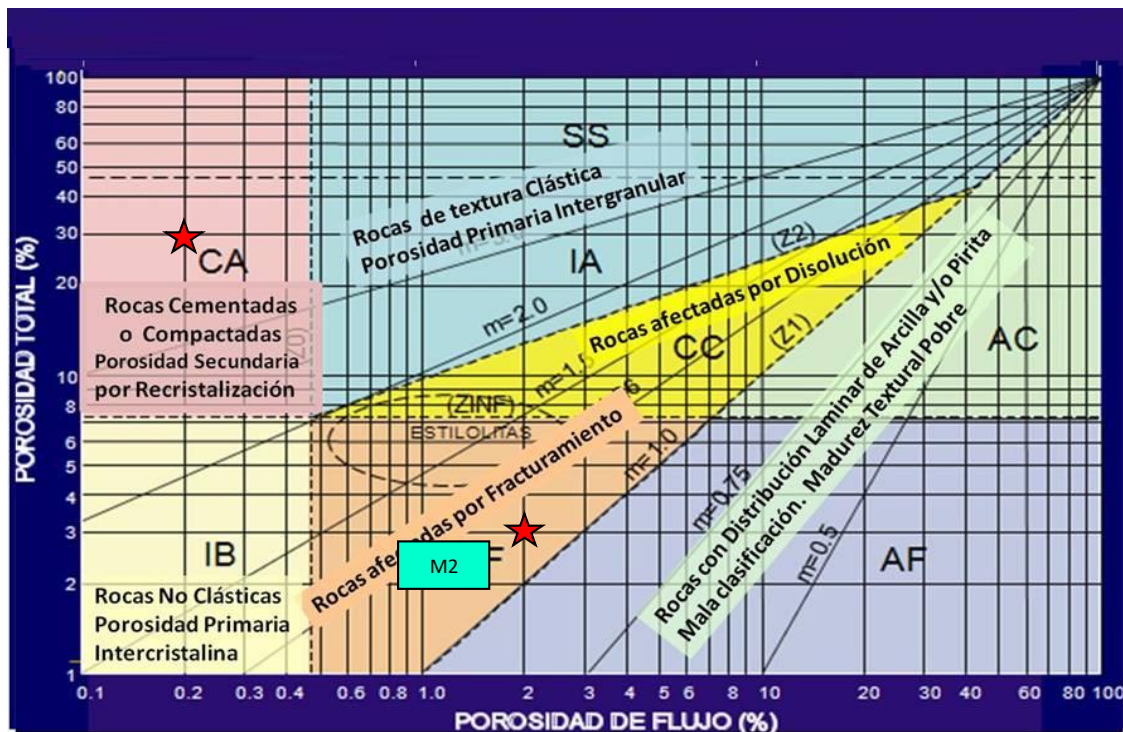


Figura 7.2 Detección e identificación de los principales procesos generadores de porosidad secundaria (Mendoza-Romero, et al.2011).



7.3 Partición de la porosidad a condiciones de yacimiento

La gráfica de abanico representa la integración, más completa y práctica, de los modelos citados y describe, zona a zona el medio poroso complejo. En sus formas:

Primaria: Intergranular o Interpartículas (de Alta, IA o Baja porosidad, IB),

Secundaria limpia: Fracturas o Fisuras (FF) de largo alcance, Cavernas o vugulos, Comunicados (CC) o Aislados (CA), debido respectivamente, a la apertura por disolución o al bloqueo por cementación o recristalización de la garganta de poros.

Secundaria con presencia de Arcilla o pirita: Fracturas o Cavernas con Arcilla (AF o AC).

Además, con el propósito de simplificar la presentación e interpretación de resultados de la gráfica de abanico, sus ocho regiones que la integran, se ordenan alfabéticamente y en forma numérica creciente, (figura 7.6), dando lugar al siguiente código alfanumérico: región AC≡1, región AF≡2, región CA≡3, región CC≡4, región FF≡5, región IA≡6, región IB≡7 y región SS≡8.

Donde el área SS es representativa de Sistemas en Suspensión que es aplicable, sólo a muestras o modelos de laboratorio con una alta porosidad, mayor del 47 %.

Estas ocho zonas, así como sus fronteras divisorias están plenamente justificadas y confirmadas mediante sólidos argumentos físicos y geológicos, además, de diversos procedimientos algebraico-estadísticos (Mendoza-Romero, et al., 2011).

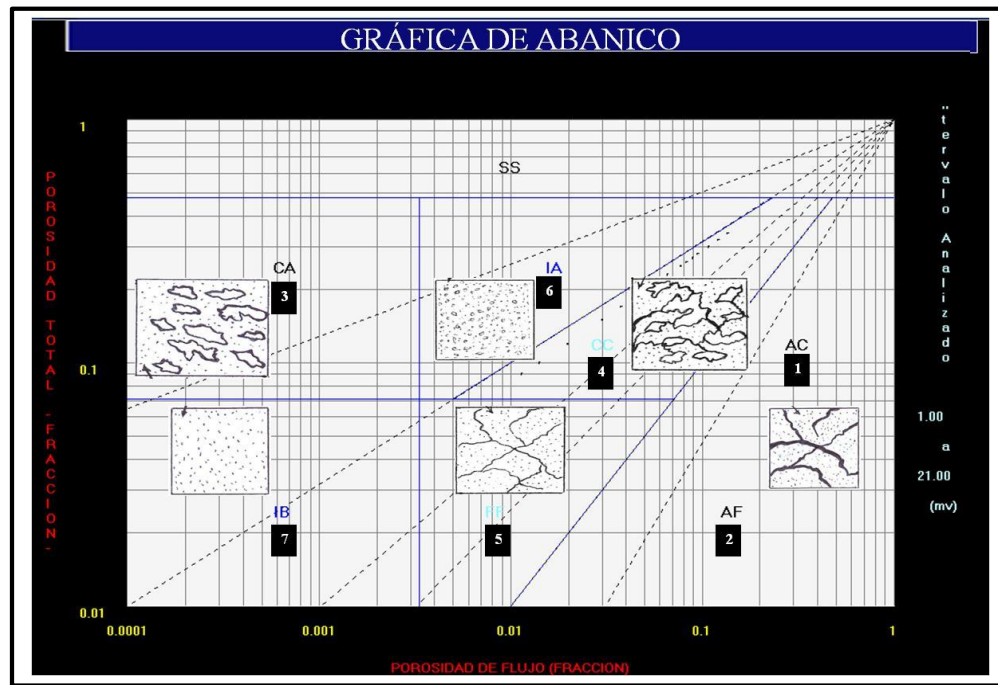


Figura 7.3 Caracterización estática del medio multiporoso complejo (Mendoza-Romero, et al., 2011).



7.4 Determinación de m y G variables

El objetivo principal de este procedimiento es la determinación del llamado exponente de entrapamiento, m, y del denominado coeficiente de tortuosidad, G, representativos de rocas IFV que manifiestan una litología altamente heterogénea.

Este tema es de gran importancia en el área de evaluación de formaciones sobre todo en el cálculo del potencial productivo de hidrocarburos.

La técnica está integrada por tres diferentes procesos empíricos-estadísticos:

1. Mínima Desviación Normalizada o de ensaye y error.
2. Esperanza Matemática o de Conservación de Materia.
3. Análisis de Regresión.

La aplicación de una o de otra dependerá de los datos iniciales con lo que se cuente.

7.5 Cálculo y validación de las porosidades ϕ_m , ϕ_{fr} , y ϕ_v

Este método permite identificar y cuantificar, en forma ágil, los diferentes tipos de porosidades primaria y secundaria (debida a fracturas y vugulos comunicados o no, o bien, con o sin presencia de arcilla) que manifiestan las rocas de los yacimientos IFV de litología compleja.

Respecto a la detección del tipo de porosidad, esta se logra en forma satisfactoria, como ya se mencionó, al hacer uso del primer modelo antes descrito, donde de manera práctica y económica, es posible detectar si las muestras de roca o estratos bajo estudio son: de porosidades intergranular, intercrystalina o, en su defecto, de tipo secundario y en cual(es) de su(s) forma(s) o arquetipo(s) particular(es) se manifiesta la porosidad.

Con esta identificación descriptiva, como antecedente, el segundo objetivo relativo al proceso de cálculo de los diferentes índices de porosidad matricial, vugular o de fracturas se sustenta en la expresión de triple porosidad (Mendoza-Romero & Pérez-Rosales, 1985):

$$F_R(\phi_m, \phi_{fr}, \phi_v) = 1 + G \left[(\phi_m + \phi_{fr} + \phi_v - \phi_m\phi_{fr} - \phi_v\phi_m - \phi_{fr}\phi_v + \phi_m\phi_{fr}\phi_v)^{-m} - 1 \right]$$

La ecuación 7.1, además de las propiedades analizadas en la sección anterior, toma en cuenta los fundamentos físicos y geológicos que explican los diferentes fenómenos a través de las cuales una roca, inicialmente, en estado intercrystalina es transformada a una de doble o triple porosidad, tales como: asumir que la cantidad de materia se conserva, sin importar el tipo de ϕ_2 que se manifieste o bien, considerando las principales condiciones bajo las que tienen lugar los procesos estructurales (fallas, fisuras, juntas diaclasas) y los procesos diagenéticos posteriores (disolución, dolomitización y recristalización).



Por otra parte, es posible establecer un conjunto sólido de controles de calidad para validar los resultados de cualquier metodología orientada a la determinación de la doble o triple porosidad (ϕ_m , ϕ_{fr} y ϕ_v) (Mendoza-Romero, et al., 2015). Aquí se describe uno de ellos, de forma ilustrativa, en los siguientes términos:

Toda técnica será válida si al procesar, como datos de entrada, los valores medidos de porosidad total y de Factor de Resistividad obtenidos del modelo físico de Pérez-Rosales (1976) es capaz de reproducir, para cada uno de los modelos analizados, sus respectivos valores medidos de porosidad de fractura y vugular.

La figura 7.4 muestra que la Tecnología IFV[®], satisface con una alta confiabilidad lo antes descrito.

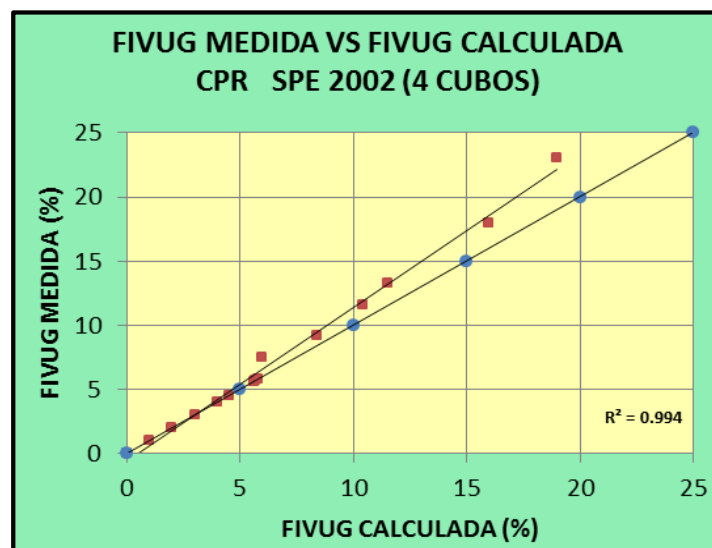


Figura 7.4 Comparación de valores de porosidad vugular, medidos y calculados con la Tecnología IFV[®]. (Mendoza-Romero, et al., 2011)

Por lo que cualquier metodología orientada a la determinación de la Doble o Triple porosidad será válida si ante la evidencia de que su matriz de roca manifieste fracturas o vugulos y sus valores del exponente “m” sean representativos y descriptivos de la realidad física de los yacimientos fracturados vugulares.

7.6 Presentación de resultados

Una vez que se realiza el procesamiento de los registros geofísicos de pozos, a través de la Tecnología IFV[®], se genera un conjunto de resultados preliminares, algunos de los cuales, por su importancia para este trabajo, se describen a continuación:



7.7 Gráfica de abanico(Mendoza-Romero, et al., 2011)

La gráfica de abanico puede interpretarse como la visión global o en planta, de todo el intervalo bajo estudio, que permite detectar e identificar, en un mismo nivel de referencia y en forma ágil, si sus rocas manifiestan solo porosidad de matriz o si coexisten vugulos o fracturas (intercomunicado(a)s o no).

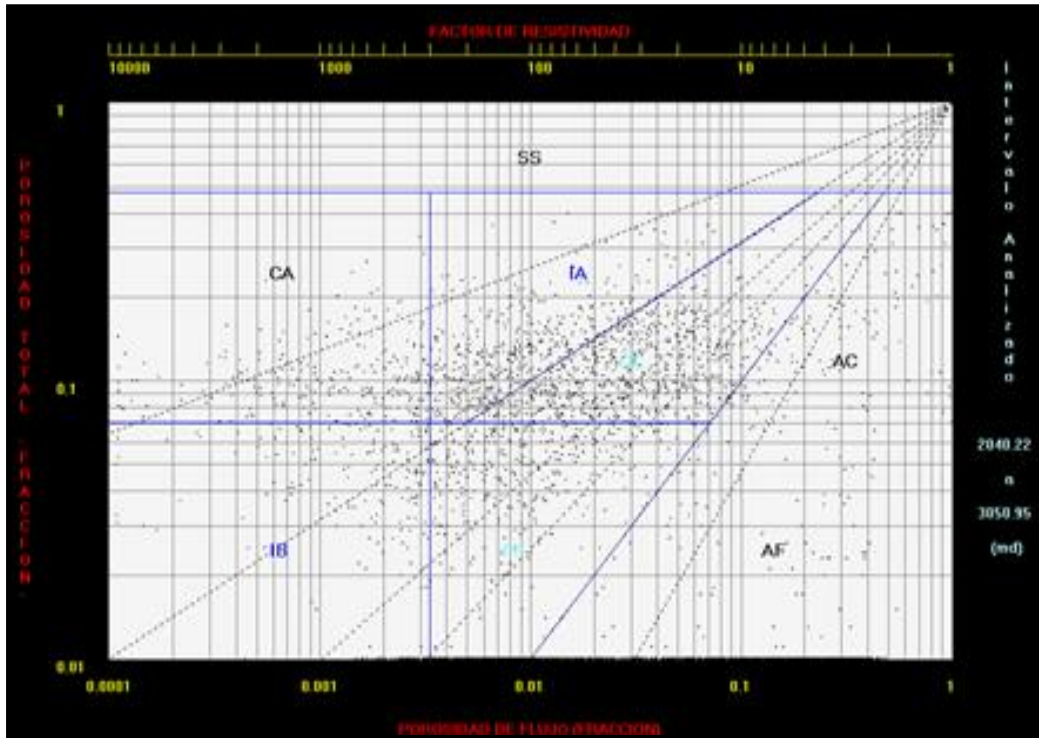


Figura 7.5 Gráfica de abanico de Mendoza-Romero, et al. (2011)

Este diagrama resulta ser una herramienta útil de interpretación pues se puede observar la dispersión de puntos que cubren, con mayor o menor intensidad, las siete zonas porosas, reflejando la coexistencia de diferentes tipos de poros, por tanto, la alta heterogeneidad que presentan los yacimientos carbonatados vugulares, una mejor visualización de las propiedades físicas de estos, queda mejor reflejado con el diagrama amarillo que se expone a continuación.

7.8 Diagrama de interpretación petrofísica(Mendoza-Romero, et al., 2011)

Las gráficas de interpretación petrofísica tienen como propósito principal ilustrar, en forma rápida y práctica, el despliegue vertical de los principales parámetros petrofísicos, en función de la profundidad.

A manera de ejemplo se presenta la figura 7.6, la cual muestra a lo largo de sus ocho columnas, quince variables petrofísicas desplegadas en dieciséis curvas continuas (ya que la porosidad total aparece en dos columnas), con sus respectivas escalas, distintos códigos de color e intervalos de profundidad uniformizados.

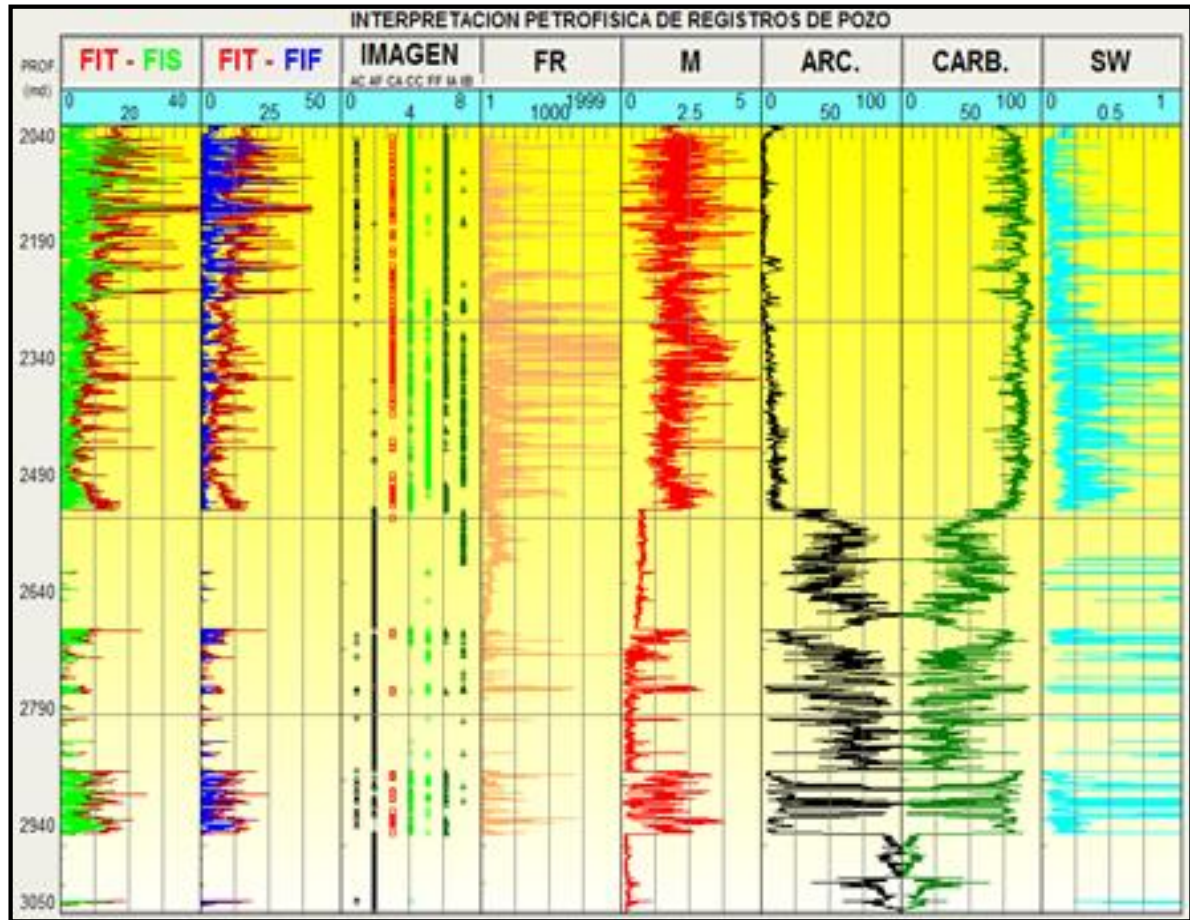
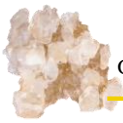


Figura 7.6 Diagrama amarillo de interpretación petrofísica de Mendoza-Romero, et al. (2011)

El primer carril exhibe el comportamiento de las porosidades total y secundaria, a través del cual se puede visualizar el predominio de zonas características de porosidad secundaria sobre las regiones de porosidad primaria.

El carril dos ilustra la comparación de porosidades total y de flujo, dos parámetros que ayudara a tener una mejor idea de los mejores intervalos a producir.

El carril tres, identificado como IMAGEN (describe los siete diferentes sistemas poroso-permeables):

1. AC Cavernas con presencia de Arcilla (color negro).
2. AF Fracturas con Arcilla (color negro).
3. CA Cavernas Aisladas (color rojo).
4. CC Cavernas Comunicadas (color verde claro).



5. FF Fracturas o Fisuras sin arcilla (color verde claro).
6. IA Interpartículas de valores Altos (matriz con oquedades grandes) color verde fuerte.
7. IB Interpartículas de valores Bajos (matriz con oquedades pequeñas) color verde fuerte.

Esta información es sumamente valiosa pues representa el equivalente petrofísico del registro de imagen FMI.

Los carriles 4 y 5 presentan valores variables Factor de Resistividad F_R , así como, del exponente de entrapamiento, m , respectivamente.

Los carriles 6 y 7 ilustran la variación general de la litología en arcillas y carbonatos, sin distinguir explícitamente en caliza y dolomía u otro tipo de roca existente.

Finalmente, el carril 8 exhibe el comportamiento del índice de saturación de agua, S_w .

7.9 Láminas estadísticas (Mendoza-Romero, et al., 2011)

Estas gráficas ilustran el comportamiento de los espesores ponderados IFV: Interpartículas, Vúgular y de Fracturas, así como, de sus correspondientes índices de hidrocarburos representativos del total de datos o intervalo total de cada pozo.

Cada lámina está integrada por tres gráficas estadísticas: dos histogramas y un diagrama circular o “de pastel”.

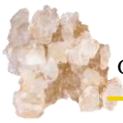
El primer histograma presenta:

- El espesor total (el de la roca más el de los poros permeables e impermeables).
- El espesor matriz-poros (abarca el de la roca más el de los poros permeables).
- El espesor neto poroso (que solo incluye el espesor de poros intercomunicados).
- La relación del espesor neto entre espesor total.

Por su parte, el segundo histograma muestra:

- El espesor neto poroso.
- El espesor neto poroso por tipo de sistema.
- La relación del espesor neto poroso entre espesor neto total.

Esta gráfica tiene como finalidad desglosar la distribución y proporción numérica en que coexisten cada uno de los espesores netos componentes, por tipo de porosidad, que conforman el espesor neto poroso analizado.



Finalmente, la gráfica circular o “de pastel” muestra la distribución y proporción numérica de los parámetros anteriores ilustrando los porcentajes de los espesores netos porosos: Interpartículas, Vugular y de Fracturas (IFV).

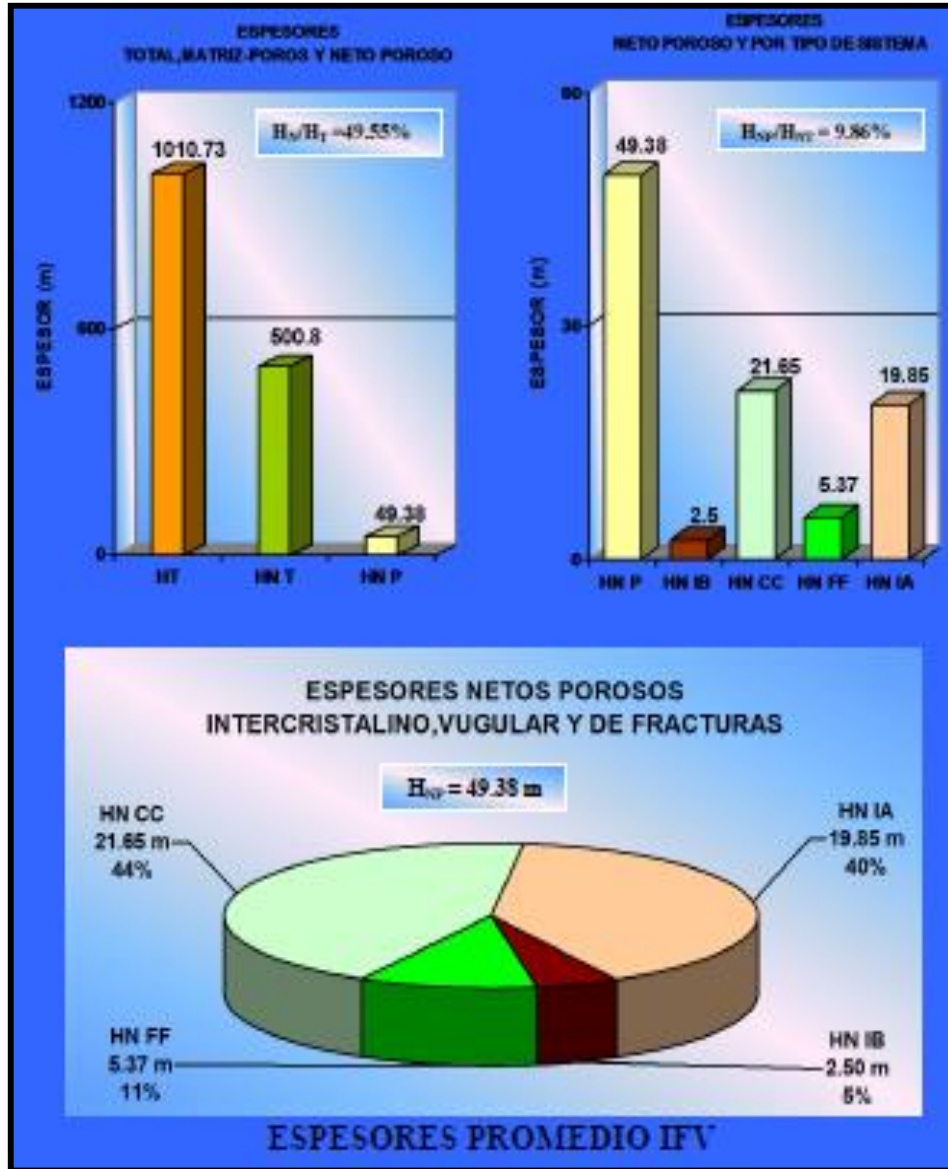


Figura 7.7 Laminas estadísticas de Mendoza-Romero, et al. (2011)



7.10 Listado general de resultados(Mendoza-Romero, et al., 2011)

El procesamiento de datos, a través de la Innovación Tecnológica IFV®, conduce a la descripción petrofísica solicitada, tomando como punto de partida, la evaluación, intervalo por intervalo, de las principales variables de cada pozo, entre las que se pueden citar las siguientes: *factor de resistividad, porosidades: total, primaria, secundaria y de flujo, coeficiente de partición, conectividad, exponente de entrapamiento y tipo de sistema poroso, que conlleva, en forma natural, al registro de imagen petrofísica, así como, índice de conductividad eléctrica,* entre otros.

Los valores de estos parámetros, ponderados en cada uno de los estratos analizados por pozo, se presentan en el siguiente Listado denominado reporte resumen, figura 7.8.

INTERPRETACION DE REGISTROS GEOFISICOS				DESCRIPCION PETROFISICA									
DATOS GENERALES				28/08/2007									
Pozo: CANTARELL 1065 D													
Intervalo Analizado (md)		2,039.91		3,050.95		TOTAL DE DATOS							
Formación		3,318		No. datos eliminados		1,576							
VALORES DE CORTE (%)				ESPEORES E INDICES DE HCS. (m)									
Porosidad >= a	Arcillosidad < a	Saturación de agua < a		Total Neto Neto/Total(fr) IHcs Gen-Poz	GENERAL	DE VUGULOS	DE FRACTURAS						
0.00	100.00	100.00			1,011.03	1,011.03	1,011.03						
					500.21	181.98	110.65						
					0.49	0.18	0.11						
PROMEDIOS PONDERADOS RESULTANTES				LITOLOGICO-PETROFISICOS									
POROSIDADES (%)				TIPOS DE SISTEMA (%)									
	GENERAL	DE VUGULOS	DE FRACTURAS	PERMEABILIDAD ELECTRICA (%)									
TOTAL	9.34	11.86	4.84	IA	IB	CA	CC	FF	AC	AF	ALTA	MEDIA	BAJA
PRIMARIA	6.39	6.93	2.74	27.41	14.01	0.00	36.42	22.17	0.00	0.00	13.34	49.21	37.45
SECUNDARIA	2.95	4.92	2.09										
DE FLUJO	2.13	4.25	1.19										
PRIM/SEC (No)	2.34	1.41	1.31										
PRIM(FIT)	70.03	58.48	56.73										
SEC(FIT)	29.97	41.52	43.27										
FLU(FIT)	21.84	35.81	24.71										
PARTICION(fr)	0.32	0.45	0.44										
CONECTIVID(fr)	0.05	0.23	0.16										

Figura 7.8 Listado o reporte resumen de resultados generales de Mendoza-Romero, et al., (2011)

En términos generales el reporte resumen está constituido por siete secciones:

1. *Datos generales.*
2. *Valores de corte.*
3. *Espesores e índices de hidrocarburos.* valores ponderados resultantes de:
4. *Porosidades* y de
5. *Parámetros litológico-petrofísicos,* así como, la frecuencia de aparición de los diferentes tipos de sistemas:
6. *Porosos* y
7. *Permeables.*



Además, para proporcionar una mejor descripción, se incluyen:

1. El concepto de *Conectividad*.
2. El porcentaje de *porosidad de flujo respecto de la porosidad total*.
3. Los *espesores: total y neto*, así como el cociente: *espesor neto al espesor total*.
4. Los *índices de hidrocarburos general y los ponderados por tipo de sistema*.
5. Los valores ponderados de cada variable petrofísica y litológica, para los casos:
 A. *General o Global*, B. *Sólo para vúgulos* y C. *Sólo para fracturas*.

7.11 Interfase electrónica dirigida a la simulación numérica (Mendoza-Romero, et al., 2011)

Los resultados ponderados, obtenidos con la Innovación Tecnológica IFV[®], integran la llamada interfase electrónica, la cual conforma una de las bases más sólidas de la simulación numérica de los yacimientos, por la ventaja que representa el manejo de los valores verídicos inferidos (intervalo por intervalo) de la interpretación petrofísica de cada pozo. Principalmente los asociados con el comportamiento de la porosidad secundaria de los pozos estudiados.

Φ_1	Φ_2	$V_{Dolomia}$	V_{Caliza}	V_{Silice}	V_{Lutita}	m	Φ_{flujo}	$\Phi_{entram.}$	Sw	S_{hcs}	τ_1	COPAR	IK
0.0599		0.1451	0.4783	0.3168		1.5390	0.0131	0.0468	0.1109	0.8891	456.0722	0	4.4812
0.0634		0.0512	0.6676	0.2178		1.4037	0.0208	0.0426	0.0878	0.9122	304.4816	0	8.0248
0.0693		0.0809	0.6131	0.2367		1.2243	0.0381	0.0312	0.0638	0.9362	181.9885	0	17.7294
0.0716		0.0924	0.6287	0.2073		1.2577	0.0363	0.0353	0.0648	0.9352	197.2747	0	18.1610
0.0700		0.1888	0.2530	0.4882		1.3432	0.0281	0.0419	0.0734	0.9266	249.1013	0	13.3963
0.0982		0.2934	0.0485	0.5598		1.6712	0.0207	0.0775	0.0864	0.9136	474.6698	0	20.6483
0.1427		0.0464	0.4895	0.3214		2.0753	0.0176	0.1251	0.0959	0.9041	811.3567	0	41.0022
0.1496	0.0131		0.1757	0.6615		2.0997	0.0221	0.1406	0.0879	0.9121	736.295	0.09494	70.2512
0.1259	0.0238		0.0578	0.7925		1.9790	0.0233	0.1264	0.0891	0.9109	641.8561	0.181745	60.8110
0.1237	0.0244		0.0626	0.7893		1.8451	0.0295	0.1186	0.0827	0.9173	502.2803	0.188245	74.9423
0.1465	0.0226		0.0238	0.8071		1.9972	0.0287	0.1403	0.0880	0.9120	588.5621	0.156421	99.9804
0.1479	0.0163		0.0872	0.7486		1.9099	0.0317	0.1325	0.0870	0.9130	517.5536	0.116303	102.9890
0.1439	0.0141		0.0948	0.7472		1.7340	0.0408	0.1172	0.0778	0.9222	387.3373	0.104376	120.9370
0.1362	0.0149		0.0532	0.7956		1.8239	0.0319	0.1193	0.0879	0.9121	474.3167	0.114121	84.9747

Figura 7.9 Parámetros que conforman la interfase electrónica de Mendoza-Romero, et al.,(2011)



Conclusiones y recomendaciones

Como una primera etapa, se desarrolló una ecuación Kozeny-Carman generalizada, sustentada en un sólido análisis teórico que, parte del hecho de que, la evaluación de la permeabilidad de los yacimientos fracturados vugulares de litología multicomponente es más compleja de lo que en realidad se cree. Se trata de un problema multivariable, en donde entran en juego, para su evaluación, diversos parámetros en forma tal que, la mínima variación de uno solo de ellos puede conducir a cambios drásticos en sus valores.

Una alternativa de solución que se planteó en este trabajo fue, sustituir el modelo de tubos capilares lisos, de igual magnitud, curvos, sin interacción entre ellos, base de las ecuaciones de uso común, por un modelo más realista, que considera que el flujo de fluidos dentro de medios porosos, tiene lugar a través de canales de conducción tortuosos, cuyas paredes pueden llegar a ser tan rugosas y de una alta complejidad geométrica, que implícitamente generen zonas de entrapamiento, intercomunicadas o no.

La ecuación modificada incorpora el concepto de porosidad de flujo a través sus correlaciones existentes (Mendoza-Romero, et al, 2015; Pérez-Rosales C. , 1976; 1982) con la porosidad total, la tortuosidad, el exponente de entrapamiento y el radio de garganta de poro. Al considerar los conceptos de Pérez-Rosales (1982) e incorporarlos en la deducción de la ecuación de Kozeny-Carman, estos permiten generar una ecuación de mayor generalidad, evidenciando que la velocidad promedio dentro de un sistema poroso, no solamente depende de la porosidad y la tortuosidad del medio, sino de la porción del medio poroso, tortuoso y conectado que realmente permite el flujo de corriente.

Al analizar la formulación propuesta con datos de la literatura de Hagiwara (1984) y Faris (1954); la nueva formulación presenta un mejor ajuste que la ecuación de Hagiwara en los datos analizados por el mismo autor en 1984, sin embargo, al ser analizada mediante los datos de Faris (1954), presenta un coeficiente de correlación menor al presentado por la ecuación de Hagiwara, pero con un comportamiento más cercano a la función identidad si se analiza en un gráfico logarítmico de permeabilidad medida contra permeabilidad calculada.

La ecuación modificada de Kozeny-Carman propuesta demuestra el impacto que tienen la porosidad de flujo, la porosidad total, la tortuosidad y el exponente de entrapamiento sobre la ecuación de Kozeny-Carman y como era de esperarse, para un paquete de tubos capilares donde el exponente de entrapamiento y la tortuosidad son iguales a la unidad y la porosidad de flujo es igual a la porosidad total, el modelo se reduce al modelo de Kozeny-Carman.



El análisis realizado mediante los datos de Hagiwara (1984) y Faris (1954), da soporte a la ecuación planteada y vislumbra innovadores avances en el cálculo de la permeabilidad, sin embargo, el conjunto de datos analizados resulta insuficiente para validar su aplicación a casos prácticos de campo, pero puede ser un punto de partida para futuras investigaciones.

Considerando los respectivos factores de ajuste en las ecuaciones resultantes de los datos de Hagiwara (1984) y Faris (1954), estas reproducen en ordenes de magnitud los datos medidos de cada autor.

Los factores de ajuste involucrados en la ecuación modificada de Kozeny-Carman, plantea la existencia de un parámetro adicional, el cual es variable y tiene que ver con el factor de forma considerado en la ecuación original de Kozeny-Carman y la geometría de los tubos capilares considerada en la formulación de ambas ecuaciones, por lo que una investigación a cerca de este es crucial. Avances para la determinación del factor de forma de la ecuación de Kozeny-Carman (Salem, 1993) mencionan que, puede ser aproximado como el producto de la tortuosidad por el exponente de entrapamiento.

Al incorporar, en un primer intento, el factor de forma como el producto de (T_m) en la ecuación modificada de Kozeny-Carman arroja un mejor coeficiente de correlación, sin embargo, su pendiente se aleja de la unidad. Por lo que un análisis riguroso se requiere y puede ser punto de partida de futuras investigaciones.

Debido a que, la problemática asociada a los yacimientos carbonatados es inconmensurablemente compleja, es necesario llevar a cabo estudios sobre una muy estricta y efectiva conjugación dinámica y estática, que integre los resultados de diversas disciplinas (Padilla-S., P., Pacheco-G. y Reyes-G. Santos, 2004).

No obstante, lo complicado del problema que representa evaluar la permeabilidad de los yacimientos de triple porosidad IFV. Se piensa que las primeras aportaciones de este estudio conducen a una mejor explicación de los mecanismos de flujo que ocurren en las rocas y conforman una base que permitirá disponer de un método interpretativo de vanguardia en el procesamiento de los registros geofísicos de pozo. Por lo que se vislumbra que el procedimiento de cálculo propuesto podrá simplificar y generalizar el uso de las técnicas, de uso común y las de reciente creación, orientadas a una mejor caracterización de la permeabilidad.



Apéndice

Apéndice A: Relación general $FR(\emptyset_t)$ para sistemas de triple porosidad

Apéndice B: Ecuación de Poiseuille aplicada a un tubo recto

Apéndice C: Ecuación de continuidad

Apéndice D: Ecuación de Kozeny-Carman

Apéndice E: Ecuación de Kegang Ling



Apéndice

Apéndice A: Relación general $F_R(\phi_t)$ para sistemas de triple porosidad

Archie (1941), tras tratar de sugerir la aplicación de registros eléctricos a estudios cuantitativos de porosidad, realizó una serie de experimentos, donde midió la resistividad de un gran número de núcleos de arenas y areniscas limpias. Después de varias observaciones, notó una relación entre el cociente R_o/R_w y la definición de ϕ_t .

Archie (1941) observó que, para una roca con porosidad total igual a uno, R_o es semejante a R_w y por tanto el F_R es igual a la unidad, es decir infirió la existencia de una relación entre un concepto físico con uno geométrico que al graficar en forma semi-logarítmica, muestran para arenas limpias y homogéneas una tendencia cercana a una línea recta de la forma:

$$F_R = \phi_t^{-m} \quad (A.1)$$

Que es actualmente conocida como la *primera ley de Archie* y donde m representa la pendiente del gráfico semi-logarítmico F_R vs ϕ_t para sistemas de arenas y areniscas limpias y homogéneas.

Para el caso particular del grupo de datos que Archie analizó, observó que m variaba de 1.8 a 2 para areniscas y 1.3 para arenas, reflejando que la m tenía que ver con la pérdida de consolidación de las rocas, así como con el grado de cementación de estas, de ahí que muchos investigadores consideren el nombre del exponente m como exponente de cementación.

Debido a que el exponente de entrampamiento varia no solamente con el grado de cementación, sino también con otros parámetros geométricos y otras características texturales de las rocas, fue posteriormente conocido por diferentes nombres.

El concepto de F_R , de acuerdo con los avances existentes en la literatura, ha sido estudiado por múltiples autores que han tratado de generalizar la ecuación de Archie para sistemas de arenas limpias, homogéneas y uniporales, a sistemas carbonatados altamente complejos y multiporosos.

Algunos de ellos son los autores de las llamadas *ecuaciones generalizadas de Archie*, que a pesar de no ser las más correctas conceptualmente, son las más conocidas y utilizadas en la industria petrolera, tales como: la ecuación de Winsauer o ecuación de Humble, la ecuación de Wyllie, la ecuación de Porter & Carothers, Timur, entre otras, que tiene la forma general:



$$F_R = a\phi_t^{-m} \quad (A.2)$$

Otro trabajo que tuvo el mismo propósito, fue el de Pérez-Rosales (1982), quien propuso una ecuación general para calcular el factor de resistividad de sistemas de areniscas, arenas y partículas en suspensión en función de la porosidad y el exponente m , la cual tiene como casos particulares los desarrollos de diferentes autores (Maxwell (1954), Fricke (1924), Winsauer, et al. (1952), etc...); la relación a la que llegó para estimar el factor de resistividad en sistemas con porosidad primaria fue:

$$F_R = 1 + \frac{G(1 - \phi_f)}{\phi_f} \quad (A.3)$$

Esta ecuación, según Pérez-Rosales (1976), se sustenta en una deducción teórica y rigurosa de la ecuación de Maxwell, quien aplicando la teoría electromagnética a un modelo de partículas esféricas homogéneas dispersas en un sistema idealizado llega a la ecuación:

$$F_R = \frac{3 - \phi_f}{2\phi_f} \quad (A.4)$$

Así como del trabajo posterior de Fricke (1924), quien, de forma teórica generaliza la ecuación de Maxwell aplicada a sistemas de elipsoides dispersos en un fluido conductor, para estudiar el comportamiento de las plaquetas en un fluido electrolítico sanguíneo y obtiene la ecuación empírica de la forma:

$$F_R = \frac{(x - 1) - \phi_f}{x\phi_f} \quad (A.5)$$

Donde, x es un parámetro geométrico que varía en función del radio axial de los esferoides y es menor igual a dos.

De la ecuación general que Pérez-Rosales (1982) propuso (ecuación A.3), G es un parámetro geométrico que varía según la geométrica interna del espacio poroso y ϕ_f es la porosidad de flujo que se obtiene al elevar la porosidad total al exponente m . En término de la porosidad total y el factor de forma, la ecuación A.3, es equivalente a:

$$F_R = 1 + \frac{G(1 - \phi_f)}{\phi_f} = 1 + \frac{G(1 - \phi_t^m)}{\phi_t^m} \quad (A.6)$$



$$F_R = 1 + G(\phi_t^{-m} - 1) \quad (A.7)$$

Que, como se muestra en la tabla A.1, tiene como casos particulares numerosas ecuaciones aplicadas en el sector energético y generadas por diferentes autores.

De la ecuación general: $F_R = 1 + G(\phi_t^{-m} - 1) = 1 + (G(1 - \phi_f))/\phi_f$		
-Suponiendo $G = \frac{3}{2}$ y si $\phi_f = \phi_t^m$, se llega a:		-Suponiendo $G = \frac{x+1}{x}$, y si $\phi_f = \phi_t^m$, se llega a:
$F_R = 1 + G(\phi_t^{-m} - 1)$		$F_R = 1 + G(\phi_t^{-m} - 1)$
$F_R = 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\phi_f} - 1 \right)$		$F_R = 1 + \frac{x+1}{x} \left(\frac{1}{\phi_f} - 1 \right)$
$F_R = 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{1 - \phi_f}{\phi_f} \right)$		$F_R = 1 + \frac{x+1}{x} \left(\frac{1 - \phi_f}{\phi_f} \right)$
$F_R = 1 + \frac{3 - (\phi_f + 2\phi_f)}{2\phi_f}$		$F_R = 1 + \frac{(x+1) - (\phi_f + x\phi_f)}{x\phi_f}$
$F_R = \frac{3 - \phi_f}{2\phi_f}$		$F_R = \frac{(x-1) - \phi_f}{x\phi_f}$
Ecuación desarrollada a partir del trabajo de Maxwell (1954).		Ecuación de Fricke desarrollada en 1924
De la ecuación general: $F_R = 1 + (G(1 - \phi_f))/\phi_f = 1 + G(\phi_t^{-m} - 1)$		
-Suponiendo $G=1$, se llega a:	-Suponiendo $G=1$ y $m=1$, se llega a:	-Suponiendo $(1-G) \approx 1$, es decir, $G\phi_t^{-m} \gg (1-G)$, se llega a:
$F_R = 1 + G(\phi_t^{-m} - 1)$	$F_R = 1 + G(\phi_t^{-m} - 1)$	$F_R = 1 + G(\phi_t^{-m} - 1)$
$F_R = 1 + (1)(\phi_t^{-m} - 1)$	$F_R = 1 + (1)(\phi_t^{-1} - 1)$	$F_R = 1 + G\phi_t^{-m} - G$
$F_R = \phi_t^{-m}$	$F_R = \phi_t^{-1}$	$F_R = G\phi_t^{-m}$
Ecuación propuesta de forma empírica por Archie en 1941.	Ecuación para tubos lisos y rectos con $T=1$ (Winn, 1955).	“Ecuación generalizada de Archie” (Winsauer, et al. 1952).

Tabla A.1 Ecuaciones particulares de la ecuación general de Pérez-Rosales; tabla generada a partir de Pérez-Rosales (1976).



Finalmente para poder trasladar la ecuación de Pérez-Rosales (ecuación A.7) a sistemas de triple porosidad, esta, debe modificarse incorporando más esferas concéntricas dentro del modelo de Maxwell, simulando un sistemas de triple porosidad, de forma tal que cada discretización de la porosidad (ϕ_{ma} , ϕ_{vug} y ϕ_{frac}) quede representada como un subconjunto de modelos de Maxwell, como se muestra en la figura A.1 (Mendoza-Romero & Pérez-Rosales, 1985):

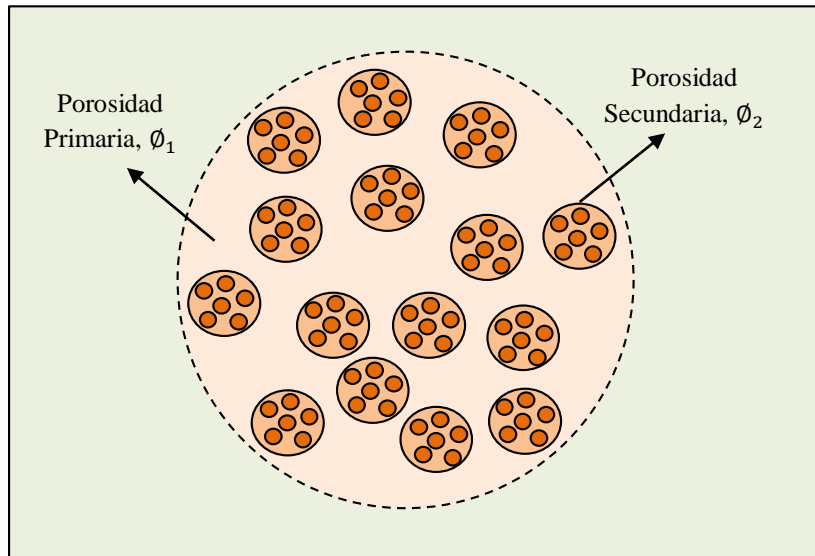


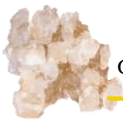
Figura A.1 Modelo teórico para sistemas de doble porosidad; imagen modificada de Mendoza-Romero & Pérez-Rosales (1985).

Donde, la ecuación resultante aplicada al modelo anterior es:

$$F_R = 1 + G[(\phi_t - \phi_m\phi_v - \phi_m\phi_{fr} - \phi_{fr}\phi_v - \phi_m\phi_v\phi_{fr})^{-m} - 1] \quad (A.8)$$

Que es la ecuación general $F_R(\phi_m, \phi_v, \phi_{fr})$, válida para sistemas altamente complejos y multiporosos, donde el producto de las porosidades, según Mendoza-Romero & Pérez-Rosales (1985), físicamente puede atribuirse al cambio o alteración de las porosidades de un tipo a otro y donde m puede ser determinada a través de una combinación compleja de valores de m_i correspondientes a cada fracción de roca que conforman al sistema, de forma tal que el valor de m de un sistema de n componentes puede ser expresado como:

$$m = \sum_{i=1}^n m_i * f_i \quad (A.9)$$



Donde, f_i son las fracciones volumétricas de cada tipo de roca y satisfacen la relación:

$$\sum_{i=1}^n f_i = 1 \quad (\text{A.10})$$

y el parámetro geométrico G , puede calcularse, según Mendoza-Romero (1985), mediante la ecuación:

$$G = -096m^3 + 4.66m^2 - 8.07m + 6.11 \quad (\text{A.11})$$

la cual resulta de un análisis de regresión polinómica como se muestra en la figura A.2.

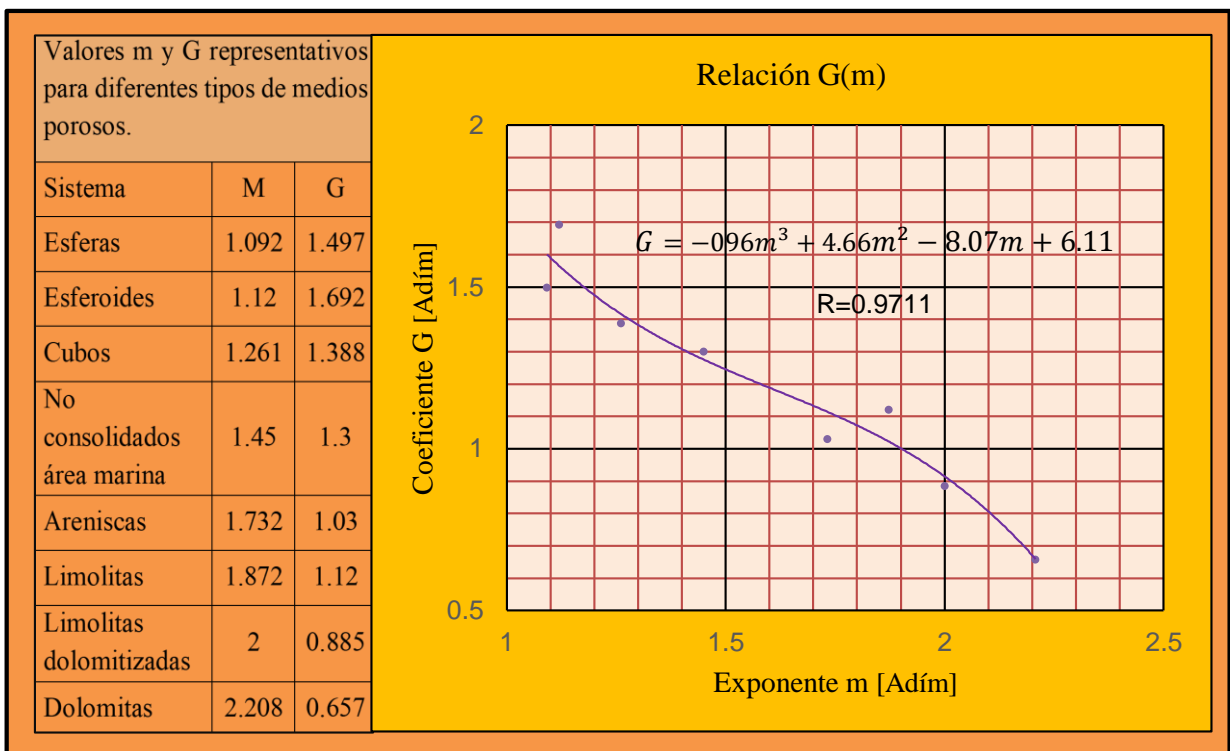


Figura A.2 Relación $G(m)$ de Mendoza-Romero (1985).



Apéndice B: Ecuación de Poiseuille aplicada a un tubo recto

Jean Léonard Marine Poiseuille en 1839 y 1841, entregó a la Academia Francesa de Ciencia un compendio de resultados del flujo de varios fluidos a través de tubos deacrílico, de los cuales encontró una relación de forma experimental entre: el flujo volumétrico de un fluido Q , la caída de presión Δp , la longitud del tubo L_{tubo} , su diámetro D , y la temperatura T del fluido (Salvatore & Skalak, Enero, 1993). La relación experimental a la que llegó fue:

$$Q = \frac{K'' \Delta p D^4}{L_{\text{tubo}}} \quad (\text{B.1})$$

Donde, para agua destilada, K'' puede determinarse como:

$$K'' = 1836.7(1 + 0.033679T[^\circ\text{C}] + 0.00022099T[^\circ\text{C}]^2) \quad (\text{B.2})$$

A pesar de que esta es la ecuación original de Poiseuille, la ecuación que actualmente se utiliza es la desarrollada por Eduard Hagenbach (1860) quien en su publicación nombra a su ecuación como la *ley de Poiseuille*.

La derivación más común de la ley de Poiseuille resulta de considerar la analogía de Navier Stokes (marzo, 1823), quien para definir el concepto de viscosidad de forma simple asemeja el flujo laminar de un fluido en una tubería como si se observara un flujo de capas de fluidos sobrepuestas entre dos placas paralelas, donde una placa se encuentra fija y la otra, que es la encargada de generando el movimiento del fluido, se encuentra en movimiento (Salvatore & Skalak, Enero, 1993).

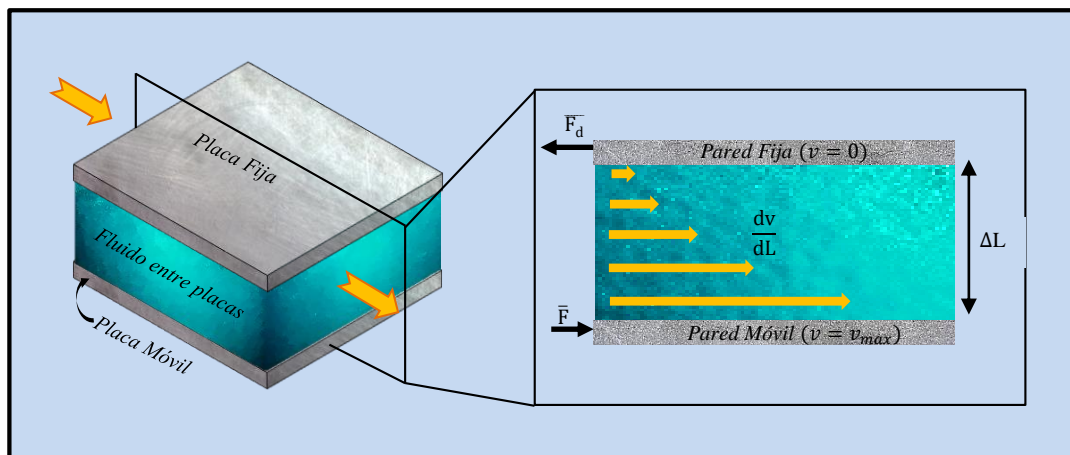


Figura B.1 Esquema del flujo de fluido viscoso mediante capas paralelas para determinar la ecuación de Poiseuille desde un punto de vista práctico según Navier Stock (1823) (imagen de elaboración propia).



Navier Stokes (marzo, 1823) en su analogía menciona que, si entre dos placas paralelas (véase la figura B.1) que se encuentra una distancia ΔL , se aplica una fuerza F a una de las placas para genera un flujo laminar, entonces debe existir una fuerza F_d en sentido opuesto y con una magnitud directamente proporcional tanto con el área superficial de las capas que está en contacto con el fluido, A_{sup} , como con el gradiente de velocidad producido, $\Delta v/\Delta L$, esto es:

$$F_d = \alpha A_{sup} \left(\frac{\Delta v}{\Delta L} \right) \quad (B.3)$$

De tal forma que, mientras mayor sea el área de las capas, A_{sup} , mayor será la cantidad de fluido que se mueve y por lo tanto, mayor tendrá que ser la fuerza aplicada; mientras mayor se requiera que sea la razón de cambio de la velocidad con respecto a la distancia entre las placas, mayor tendrá que ser la fuerza aplicada.

Para escribir una igualdad se requiere multiplicar la ecuación anterior por un factor de proporcionalidad:

$$F_d = \mu A_{sup} \left(\frac{\Delta v}{\Delta L} \right) \quad (B.4)$$

Donde, μ es el factor de proporcionalidad conocido como coeficiente de viscosidad dinámica del fluido o simplemente como viscosidad.

Tomando como punto de partida el concepto de viscosidad, $\mu = -(F_d/A_{sup})(dL/dv)$ y considerando un modelo de un fluido que fluye en régimen laminar a través de un tubo capilar de radio r , longitud L_{tubo} y área transversal A_{tubo} , a una velocidad $v(r)$ debido a un gradiente de presión ($P_2 - P_1$), como el que se muestra en la figura B.2.

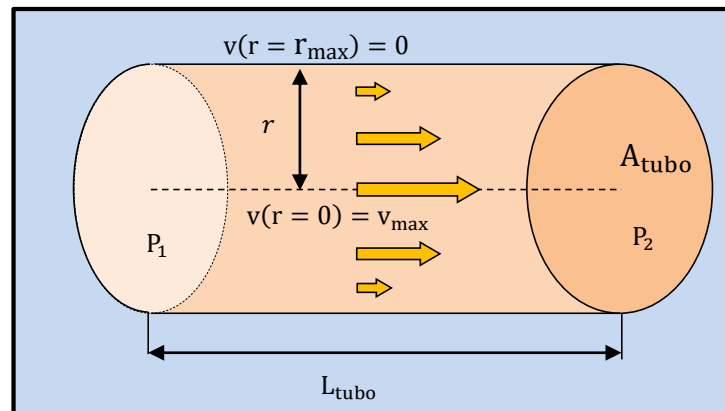


Figura B.2 Representación de flujo a través de un tubo recto (imagen de elaboración propia).



Sustituyendo el área superficial dentro de la definición de viscosidad, tenemos que la fuerza de fricción, en sentido opuesto al flujo, es:

$$F_d = -2\pi r L_{\text{tubo}} \mu \frac{dv(r)}{dr} \quad (\text{B.5})$$

Donde:

F_d	: Fuerza de fricción entre la placa fija y el fluido	[N]
L_{tubo}	: Longitud del tubo	[m]
r	: Radio del tubo	[m]
$v(r)$: Velocidad del fluido al radio r	[m/s]
μ	: Viscosidad dinámica del fluido	[Pa s]

Realizando un balance de fuerzas, para una partícula de fluido, que fluye desde un punto uno hasta dos, donde la fuerza resultante en dirección horizontal es:

$$(\text{Fuerza aplicada en 1}) - F_d = (\text{Fuerza resultante en 2}) \quad (\text{B.6})$$

Expresando la fuerza en términos de presión, ($p = F/A$) entonces

$$p_1 \pi r^2 - F_d = p_2 \pi r^2 \quad (\text{B.7})$$

Despejando F_d :

$$F_d = (p_1 - p_2) \pi r^2 \quad (\text{B.8})$$

Donde:

p_1	: Presión de entrada	[N/m ²]
p_2	: Presión de salida	[N/m ²]

Sustituyendo F_d en la ecuación B.5:

$$2\pi r L_{\text{tubo}} \mu \frac{dv(r)}{dr} = (p_1 - p_2) \pi r^2 \quad (\text{B.9})$$



Integrando de la pared al centro de la tubería con las condiciones de frontera (figura B.3):

$$v(r = r_{\text{mín}}) = v_{\text{máx}} \quad \text{y} \quad v(r = r_{\text{máx}}) = 0.$$

Se obtiene:

$$dv(r) = \frac{(p_1 - p_2)r}{2L_{\text{tubo}}\mu} dr \quad (\text{B.10})$$

$$\int_{v(r=r_{\text{máx}})=0}^{v(r=r_{\text{mín}})=v_{\text{máx}}} dv(r) = \int_{r=r_{\text{máx}}}^{r=r_{\text{mín}}} \frac{(p_1 - p_2)r}{2L_{\text{tubo}}\mu} dr \quad (\text{B.11})$$

$$\bar{v} = \frac{(p_1 - p_2)}{4L_{\text{tubo}}\mu} (r_{\text{mín}}^2 - r_{\text{máx}}^2) \quad (\text{B.12})$$

Usando el mismo elemento de control, considerando $r_{\text{mín}} = 0$, el gasto volumétrico, Q , se obtiene al integrar la velocidad de flujo, v , por cada elemento de área de sección transversal, $2\pi r dr$, esto es:

$$Q = \int_{r=r_{\text{mín}}}^{r=r_{\text{máx}}} \frac{(p_1 - p_2)}{2L_{\text{tubo}}\mu} (r_{\text{mín}}^2 - r_{\text{máx}}^2) \pi r dr \quad (\text{C.13})$$

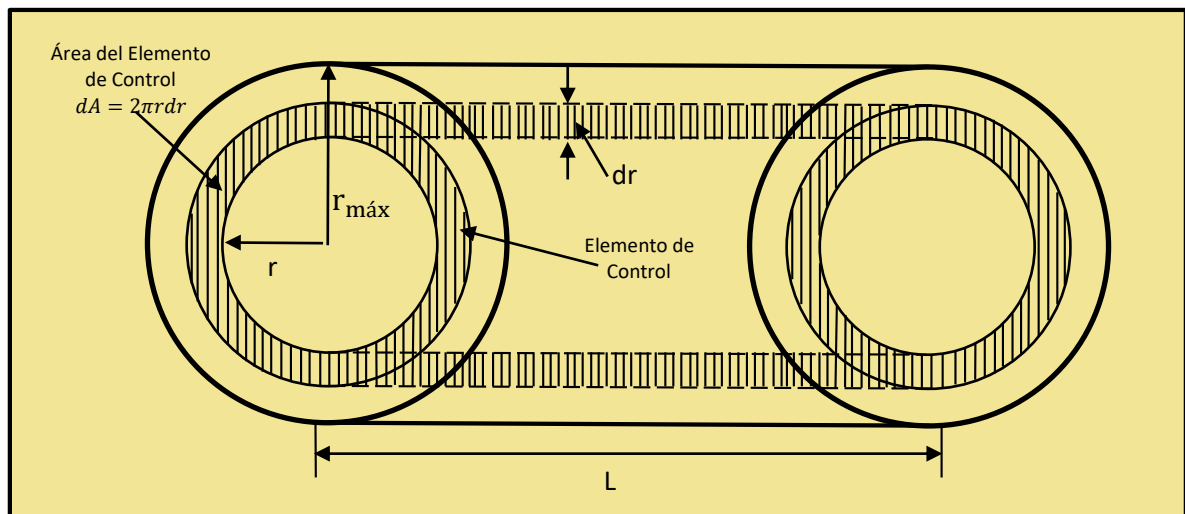


Figura B.3 Esquema del volumen de control para flujo a través de una tubería; imagen modificada de Kengang (2012).



Lo que resulta en:

$$Q = - \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8 L_{\text{tubo}} \mu} \quad (\text{B.14})$$

Que es la ecuación de Poiseuille para flujo a través de una tubería recta, donde, la razón de flujo (volumen por unidad de tiempo) depende de la diferencia de presión Δp , de las dimensiones del tubo (de longitud L_{tubo} y radio r) y de la viscosidad dinámica del fluido μ

La deducción de la ecuación de Poiseuille asume las siguientes consideraciones:

- A. El tubo es circular con radio constante.
- B. El tubo está en posición horizontal tal que el efecto de la fuerza gravitacional en el flujo puede ser despreciable.
- C. La temperatura es constante a lo largo del tubo.
- D. El fluido que fluye en el tubo es monofásico, homogéneo e incompresible.
- E. El único régimen de flujo dentro del tubo es laminar en estado estacionario.
- F. El flujo en las paredes de la tubería es casi nulo, y la velocidad de flujo incrementa a un máximo en el centro del tubo.



Apéndice C: Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad fue establecida por Leonardo Da Vinci (1452-1519) y redefinida por Benedetto Castelli(1577-1644) tras suponer, mediante demostraciones geométricas y el principio de conservación de la masa; tres principios los cuales sostienen que (Rouse & Ince, 1957):

- A. Secciones del mismo canal descargan cantidades iguales de agua en tiempos iguales (considerando un flujo estable).
- B. Dadas dos secciones de un canal, la relación de la cantidad de agua que pasa por la primera sección a la que pasa por la segunda sección es proporcional a la relación de las áreas y a la relación de las velocidades de la primera y segunda sección.
- C. Dadas dos secciones diferentes de un canal por las que pasan igual cantidad de agua, las áreas de las secciones son recíprocamente proporcionales a las velocidades.

Si se considera un conducto por el cual circula un fluido a gasto constante desde una sección 2, de área transversa A_2 , hasta una sección 1 de área transversal A_1 ; en cierto intervalo de tiempo Δt ; entonces, la masa de flujo que circula por la sección 2 en cierto tiempo debe ser igual a la masa que circula en la sección 1, esto es:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad (C.1)$$

Considerando el concepto de flujo másico en términos de la densidad, se obtiene:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad (C.2)$$

Que es la ecuación de continuidad para un sistema lineal simple. Adicionalmente si el flujo se considera un líquido incompresible, entonces la ecuación C.2 se reescribe como:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (C.3)$$

Que es la ecuación más simple de la denominada ecuación de continuidad o de conservación de gasto.

Si se considera el principio de conservación de masa en un modelo cilindro poroso, por donde debido a un diferencial de presiones, fluye un líquido incompresible a gasto constante desde la sección uno a la dos en un sistema de coordenadas cilíndricas, como se ilustra en la

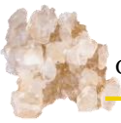


figura C.1, entonces la ecuación de continuidad, retomando la ecuación C.1, podría expresarse como:

$$\dot{m}_{ent} - \dot{m}_{sal} = \dot{m}_{acom} \quad (C.4)$$

$$\dot{m}_r + \dot{m}_\theta + \dot{m}_z - \dot{m}_{r+\Delta r} - \dot{m}_{\theta+\Delta\theta} - \dot{m}_{z+\Delta z} = \dot{m}_{acom} \quad (C.5)$$

De la ecuación C.4

$$\dot{m}_{ent} = \dot{m}_{r,\theta,z} = \rho_{r,\theta,z} A_{r,\theta,z} v_{r,\theta,z} \quad (C.6)$$

$$\dot{m}_{sal} = \dot{m}_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} = \rho_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} A_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} v_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} \quad (C.7)$$

Considerando el flujo para un cierto tiempo, Δt :

$$m_{ent} = (\dot{m}_{r,\theta,z})\Delta t = (\rho_{r,\theta,z} A_{r,\theta,z} v_{r,\theta,z})\Delta t \quad (C.8)$$

$$m_{sal} = (\dot{m}_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z})\Delta t = (\rho_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} A_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} v_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z})\Delta t \quad (C.9)$$

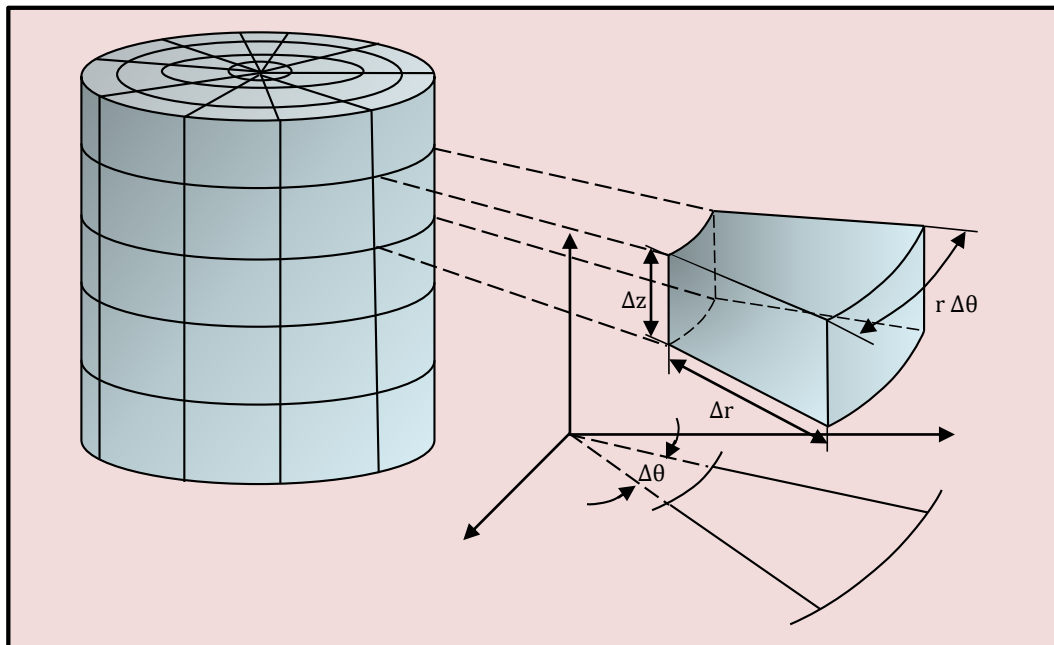


Figura C.1 Esquema de flujo radial cilíndrico (imagen de elaboración propia).



$$m_{acom} = m|_{t+\Delta t} - m|_t = \rho_f \phi_f V_t S_f|_{t+\Delta t} - \rho_f \phi_f V_t S_f|_t \quad (C.10)$$

Donde:

ρ_f : Densidad del fluido.

ϕ_f : Porosidad total del sistema por donde pasa el fluido.

V_t : Volumen total geométrico.

S_f : Índice de saturación del fluido.

Entonces:

$$\begin{aligned} & (\rho_{r,\theta,z} A_{r,\theta,z} v_{r,\theta,z}) \Delta t - (\rho_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} A_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} v_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z}) \Delta t \\ & = \rho_f \phi_f V_t S_f|_{t+\Delta t} - \rho_f \phi_f V_t S_f|_t \end{aligned} \quad (C.11)$$

$$\begin{aligned} & (\rho_{r,\theta,z} A_{r,\theta,z} v_{r,\theta,z} - \rho_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} A_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z} v_{r+\Delta r,\theta+\Delta\theta,z+\Delta z}) \\ & = \frac{\rho_f \phi_f V_t S_f|_{t+\Delta t} - \rho_f \phi_f V_t S_f|_t}{\Delta t} \end{aligned} \quad (C.12)$$

$$\begin{aligned} & (\rho_r A_r v_r - \rho_{r+\Delta r} A_{r+\Delta r} v_{r+\Delta r}) + (\rho_\theta A_\theta v_\theta - \rho_{\theta+\Delta\theta} A_{\theta+\Delta\theta} v_{\theta+\Delta\theta}) \\ & + (\rho_z A_z v_z - \rho_{z+\Delta z} A_{z+\Delta z} v_{z+\Delta z}) = \frac{\rho_f \phi_f V_t S_f|_{t+\Delta t} - \rho_f \phi_f V_t S_f|_t}{\Delta t} \end{aligned} \quad (C.13)$$

Si por simplicidad para reducir términos y completar el concepto de límite:

$$A_r = r \Delta \theta \Delta z \quad (C.14)$$

$$A_\theta = \Delta r \Delta z \quad (C.15)$$

$$A_z = r \Delta \theta \Delta r \quad (C.16)$$

$$V_t = r \Delta \theta * \Delta r * \Delta z \quad (C.17)$$

Entonces:



$$\begin{aligned}
 & (\rho_r v_r (r \Delta \theta \Delta z|_r) - \rho_{r+\Delta r} v_{r+\Delta r} (r \Delta \theta \Delta z|_{r+\Delta r})) \\
 & + (\rho_\theta v_\theta (\Delta r \Delta z|_\theta) - v_{\theta+\Delta \theta} \rho_{\theta+\Delta \theta} (\Delta r \Delta z|_{\theta+\Delta \theta})) \\
 & + (v_z \rho_z (r \Delta \theta \Delta r|_z) - v_{z+\Delta z} \rho_{z+\Delta z} (r \Delta \theta \Delta r|_{z+\Delta z})) \\
 & = \frac{\rho_f \phi_f (r \Delta \theta \Delta r \Delta z) S_f|_{t+\Delta t} - \rho_f \phi_f (r \Delta \theta \Delta r \Delta z) S_f|_t}{\Delta t}
 \end{aligned} \tag{C.18}$$

Simplificando términos y considerando que en el plano A_r existe variación del área según la dirección de r :

$$\begin{aligned}
 & \frac{(\rho_r v_r (r \Delta \theta \Delta z|_r) - \rho_{r+\Delta r} v_{r+\Delta r} (r \Delta \theta \Delta z|_{r+\Delta r}))}{(r \Delta \theta \Delta r \Delta z)} \\
 & + \frac{(\rho_\theta v_\theta (\Delta r \Delta z|_\theta) - v_{\theta+\Delta \theta} \rho_{\theta+\Delta \theta} (\Delta r \Delta z|_{\theta+\Delta \theta}))}{(r \Delta \theta \Delta r \Delta z)} \\
 & + \frac{(v_z \rho_z (r \Delta \theta \Delta r|_z) - v_{z+\Delta z} \rho_{z+\Delta z} (r \Delta \theta \Delta r|_{z+\Delta z}))}{(r \Delta \theta \Delta r \Delta z)} \\
 & = \frac{\rho_f \phi_f S_f|_{t+\Delta t} - \rho_f \phi_f S_f|_t}{\Delta t}
 \end{aligned} \tag{C.19}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{(\rho_r v_r (r|_r) - \rho_{r+\Delta r} v_{r+\Delta r} (r|_{r+\Delta r}))}{(r \Delta r)} + \frac{(\rho_\theta v_\theta - v_{\theta+\Delta \theta} \rho_{\theta+\Delta \theta})}{(r \Delta \theta)} \\
 & + \frac{(v_z \rho_z - v_{z+\Delta z} \rho_{z+\Delta z})}{(\Delta z)} = \frac{\rho_f \phi_f S_f|_{t+\Delta t} - \rho_f \phi_f S_f|_t}{\Delta t}
 \end{aligned} \tag{C.20}$$

Considerando el concepto del límite como:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \tag{C.21}$$

Si la densidad del fluido es la misma en la entrada que en la salida, entonces la ecuación anterior se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (\rho v_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = - \frac{\partial (\rho_f \phi_f S_f)}{\partial t} \tag{C.22}$$

Del concepto de gradiente para coordenadas radiales, la ecuación D.22 se expresa como:



$$\nabla(\rho_f v_f) = -\frac{\partial(\rho_f \phi_f S_f)}{\partial t} \quad (C.23)$$

De la cual puede determinarse la ecuación de difusión y subsecuentemente, la ecuación de difusibilidad, una de las ecuaciones más utilizadas en la industria petrolera para el uso de pruebas de presión.

La ecuación C.23, también puede ser expresada, para un elemento saturado con una sola fase, en diferentes sistemas de coordenadas, esto es:

- Rectangulares:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial(\rho_f \phi_f S_f)}{\partial t} \quad (C.24)$$

- Cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial(\rho_f \phi_f S_f)}{\partial t} \quad (C.25)$$

- Esféricas:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(\rho v_r r^2)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta \rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\rho v_\sigma)}{\partial \sigma} = -\frac{\partial(\rho_f \phi_f S_f)}{\partial t} \quad (C.26)$$

Esta ecuaciones asumen que:

- A. Solo una fase satura al medio poroso.
- B. El medio es isótropo y homogéneo.
- C. La permeabilidad del medio no depende de la presión.
- D. La viscosidad y compresibilidad del fluido son constantes.
- E. El flujo es isotérmico



Apéndice D: Ecuación de Kozeny-Carman

Uno de los primeros modelos que estudia el comportamiento de los fluidos a través de tubos capilares es el modelo propuesto por Kozeny (1927), quien en 1927 en Viena publica en su trabajo una nueva relación para calcular la cantidad de fluido que pasa a través de un medio poroso, esto con el fin de ayudar a los ingenieros de su época a realizar cálculos más exactos y depender menos de estimaciones en el cálculo de gastos de agua del subsuelo.

De forma teórica, para su desarrollo Kozeny, al igual que Carman, parten de tres consideraciones principales:

- A. La primera que el flujo de un fluido a través de un medio poroso puede ser determinado mediante las suposiciones planteadas en la Ley de Darcy.
- B. La segunda que el flujo de fluidos a través los canales de flujo de un sistema granular homogéneo puede considerarse análogamente a un sistema de n tubos capilares lisos distribuidos uniformemente en el sistema.
- C. Y finalmente que, un sistema poroso homogéneo con sección transversal A_t , el cual es atravesado con un conjunto de n tubos rectos de flujo de sección transversal A_{tubo} , es válido que el gasto total a través del sistema, Q_{total} , sea:

$$Q_{total} = A_{tubos}v_{poros} = A_tv \quad (D.1)$$

Por lo tanto, para una sección transversal de espesor infinitesimal, la porosidad es equivalente a:

$$\phi_t = \frac{A_{tubo}}{A_t} = \frac{v}{v_p} \quad (D.2)$$

Que es una de las primeras extensiones de la ley de Darcy, realizada por Dupuit (1863).

Partiendo de estas suposiciones, Kozeny (1927), a través de una larga deducción empleando ecuaciones básicas de hidráulica de cantidad de movimiento, llega a:

$$v = \frac{\gamma l}{\mu} c \frac{\phi_t^3}{S_e^2} \quad (D.3)$$

En términos de la superficie específica referenciada al volumen de sólidos, resulta como:

$$v = \frac{\gamma l}{\mu} c \left(\frac{l_s}{l_w} \right) * \frac{\phi_t^3}{36(1 - \phi_t)^2} d^2 \quad (D.4)$$



Que son ecuaciones (D.3 y D.4) posteriormente analizadas por Carman (1937), al ser semejantes a los grupos adimensionales propuestos por Blake, las cuales dan buenos resultados en la estimación de la permeabilidad (Carman, 1937).

Carman (1937), suponiendo que la velocidad de los fluidos dentro de los poros, no solamente tiene que ver con el porcentaje de apertura de estos, sino también con el nivel de desviación de los canales de flujo en diferentes dimensiones, propone:

$$v = v_p \phi_t \left(\frac{l_s}{l_w} \right) \quad (D.5)$$

Entonces, expresa la ecuación D.3 como:

$$v = \frac{\gamma I}{\mu} c \frac{\phi_t^3}{S_e^2} \left(\frac{l_s}{l_w} \right)^2 \quad (D.6)$$

Donde, según Carman (1937), c depende de la forma de la sección transversal de los canales de flujo, donde $c=0.5$ no necesariamente hace referencia a una sección transversal circular.

Si se considera la superficie específica referida al volumen de sólidos, S_e , como:

$$S_e = \frac{6(1 - \phi_t)}{d} \quad (D.7)$$

Sustituyéndola en la ecuación D.6, entonces toma la forma:

$$v = \frac{\gamma I}{\mu} c \frac{\phi_t^3 d^2}{36(1 - \phi_t)^2} \left(\frac{l_s}{l_w} \right)^2 \quad (D.8)$$

Que es la ecuación actualmente conocida como la ecuación de Kozeny-Carman.

Considerando a $c=0.5$, el concepto de tortuosidad, τ , como: L_w/L , y tomando como base la ecuación de Kozeny-Carman (ecuación D.6), para un flujo a través de tubos capilares e igualándola con la ecuación de Darcy propuesta por Hubbert (1956) (ecuación 4.43), la ecuación resultante es:



$$\frac{K}{\mu} \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right) = \frac{\gamma I}{\mu} \frac{1}{2} \frac{\phi_t^3}{S_e^2} \left(\frac{1}{\tau^2} \right)^2 \quad (\text{D.9})$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{K}(\tau, \phi_t, S_e) = \frac{\phi_t^3}{2 S_e^2 \tau^2} \quad (\text{D.10})$$

Si en el mismo modelo de tubos capilares tortuosos, se considera la superficie específica referenciada al volumen total geométrico del sistema, S_e , como:

$$S_e = \frac{S}{V_t} = \frac{2\pi r L}{\left(\frac{V_p}{\phi_t} \right)} = \frac{2\pi r L \phi_t}{V_p} = \frac{2\pi r L \phi_t}{\pi r^2 L} = \frac{2\phi_t}{r} \quad (\text{D.11})$$

Entonces, K podría calcularse de las ecuaciones D.10 en D.11, como:

$$\mathbf{K}(r, \phi_t, \tau) = \frac{\phi_t^3}{2\tau^2} \left(\frac{r}{2\phi_t} \right)^2 = \frac{\phi_t r^2}{8\tau^2} \quad (\text{D.12})$$

Si se considera la superficie específica referenciada al volumen de sólidos, S_{er} , como:

$$S_{er} = \frac{S}{V_{Rocoso}} = \frac{S}{\frac{V_p}{\phi_t} - V_p} = \frac{S\phi_t}{V_p(1 - \phi_t)} \quad (\text{D.13})$$

Aplicada al modelo de tubos capilares:

$$S_{er} = \frac{2\pi r L * \phi_t}{\pi r^2 L (1 - \phi_t)} = \frac{2\phi_t}{(1 - \phi_t)r} \quad (\text{D.14})$$

Despejando r :

$$r = \frac{2\phi_t}{(1 - \phi_t)S_{er}} \quad (\text{D.15})$$



Por lo que, K de la ecuación D.12 puede calcularse como:

$$\mathbf{K}(\phi_t, \tau, S_{er}) = \frac{\phi_t^3}{2\tau^2 S_{er}^2 (1 - \phi_t)^2} \quad (\text{D.16})$$

Las ecuaciones D.10, D.12 y D.16 son las ecuaciones a las que Carman (1937) llega a partir de los resultados del procedimiento matemático de Kozeny (1927).

Una forma sencilla de visualizar el desarrollo de la ecuación de Kozeny-Carman es igualando la ecuación empírica de Poiseuille (ecuación de Newton de cantidad de momento) con la ecuación empírica de Darcy, ambas aplicadas al modelo propuesto por Kozeny-Carman y siguiendo parte del análisis realizado por Kegang Ling (2012).



Apéndice E: Ecuación de Kegang Ling

Kegang Ling en su artículo publicado en el 2012, desarrolló una rigurosa relación entre K y F_R basándose en el modelo de tubos capilares planteado por Kozeny (1927); es decir, consideró un modelo donde el medio poroso es representado como un conjunto de n tubos capilares lisos distribuidos uniformemente, en el que fluye un fluido: ideal, incompresible, en estado estacionario.

Si se analiza solo una porción representativa del sistema, es decir, si se considera solo un tubo capilar de radio, R , y longitud, L_{tubo} , donde fluye un fluido a una velocidad que varía uniformemente con el radio, $v(r)$, del apéndice B, la ecuación de Poiseuille para este sistema(figura E.1) se expresar como:

$$q = -\frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8L_{\text{tubo}}\mu} \quad (\text{E.1})$$

De la ecuación 4.43 de la sección 4.5 de Darcy expresada para este sistema es:

$$q = -K \frac{A_{\text{roca}}(p_1 - p_2)}{L_{\text{roca}}\mu} \quad (\text{E.2})$$

Donde, K es la permeabilidad promedio del sistema, A es el área trasversal la muestra, $(p_1 - p_2)$ es la diferencial de presiones, μ es la viscosidad dinámica del fluido, L_{roca} es la longitud del sistema y L_{tubo} es la longitud del tubo capilar.

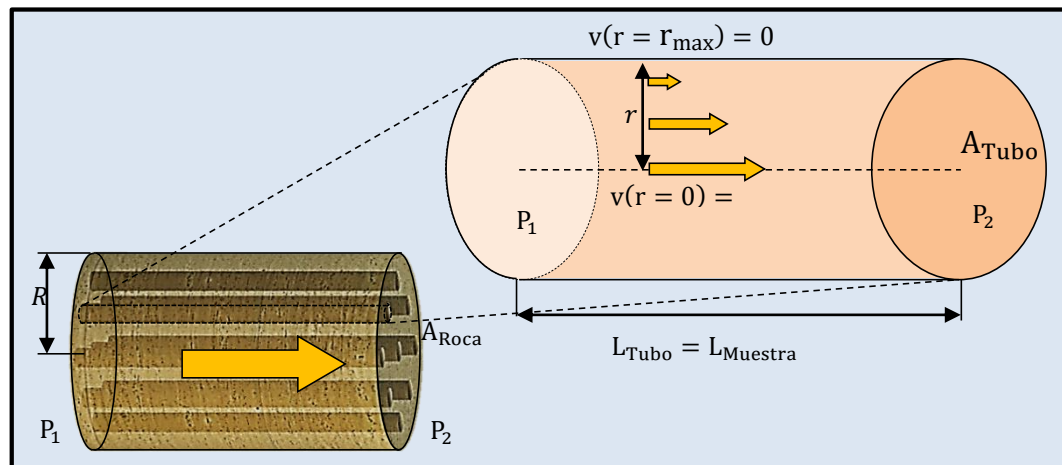


Figura E.1 Esquema de flujo de un fluido a través de tubos capilares rectos (imagen de elaboración propia).



Igualando ambas ecuaciones y simplificando:

$$-\frac{\pi r^4(p_1 - p_2)}{8L_{\text{tubo}}\mu} = -K\frac{A_{\text{roca}}(p_1 - p_2)}{L_{\text{roca}}\mu} \quad (\text{E.3})$$

$$\frac{\pi r^4}{8L_{\text{tubo}}} = K\frac{A_{\text{roca}}}{L_{\text{roca}}} \quad (\text{E.4})$$

Considerando que para tubos rectos $L_{\text{tubo}} = L_{\text{roca}}$:

$$A_{\text{roca}} = \pi r^2 \quad (\text{E.5})$$

Donde, $r = R$,

$$\frac{\pi r^4}{8} = K(\pi r^2) \quad (\text{E.6})$$

Entonces se llega a que la permeabilidad está dada según Kegang Ling como:

$$K = \frac{r^2}{8} \quad (\text{E.7})$$

La ecuación E.7 es sumamente práctica ya que permite con solo el conocimiento del radio promedio de la garganta de poro conocer la permeabilidad del sistema, aunque debido a que considera todas las suposiciones propuestas por Kozeny & Carman, Darcy, Poiseuille, y que la velocidad dentro de los canales de flujos es igual a la velocidad promedio dentro del sistema poroso, así como que el área de la sección transversal de los tubos capilares en conjunto es igual al área transversal de todo el sistema, esta ecuación presenta varias limitaciones y difiere de valores reales.

Además de llegar a la ecuación anterior, Kegang Ling (2012), establece que si el medio por donde fluyen los fluidos, no es a través de canales rectos, sino canales con trayectorias sinuosas, tortuosas, donde $L_{\text{tubo}} \neq L_{\text{roca}}$, entonces considerando el concepto de tortuosidad como:

$$\tau = \frac{L_{\text{tubo}}}{L_{\text{roca}}} \quad (\text{E.8})$$



Se obtendría un modelo como el que se muestra en la figura E.2, por lo que al introducir el concepto de Tortuosidad en la ecuación de Poiseuille (ecuación E.1):

$$q = -\frac{\pi r^4}{8} \frac{(p_1 - p_2)}{\mu L_{\text{Tubo}}} \left(\frac{L_{\text{Roca}}}{L_{\text{Roca}}} \right) \quad (\text{E.9})$$

$$q = -\frac{\pi r^4}{8} \frac{(p_1 - p_2)}{\mu \tau} \left(\frac{1}{L_{\text{Roca}}} \right) \quad (\text{E.10})$$

Igualandola con la ecuación de Darcy (ecuación E.2), considerando E.4 y que $R=r$,

$$-\frac{\pi r^4}{8} \frac{(p_1 - p_2)}{\mu \tau} \left(\frac{1}{L_{\text{Roca}}} \right) = -K \frac{A_{\text{roca}}(p_1 - p_2)}{L_{\text{Roca}} \mu} \quad (\text{E.11})$$

$$\frac{\pi r^4}{8 \tau} = K(\pi r^2) \quad (\text{E.12})$$

Entonces, la permeabilidad está dada como:

$$K = \frac{r^2}{8 \tau} \quad (\text{E.13})$$

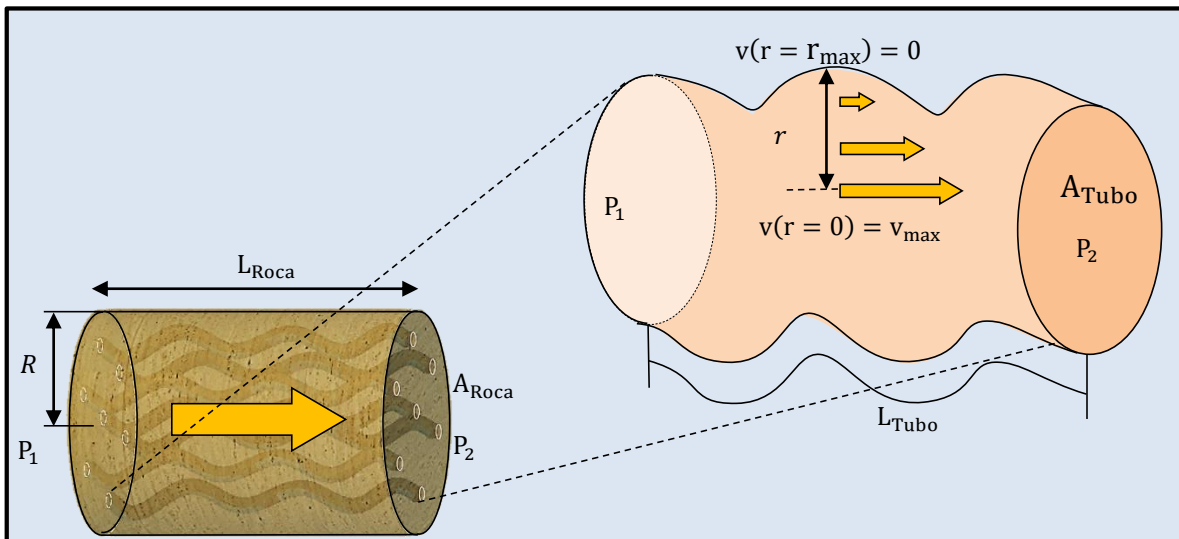
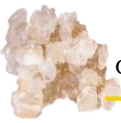


Figura E.2 Esquema de flujo a través de tubos capilares tortuosos (imagen de elaboración propia).



$$\phi_t = \frac{V_{\text{Tubos}}}{V_{\text{Roca}}} = \frac{A_{\text{Tubos}}\tau}{A_{\text{Roca}}} \quad (\text{E.14})$$

Despejando A_{roca} :

$$A_{\text{roca}} = \frac{A_{\text{Tubos}}\tau}{\phi_t} \quad (\text{E.15})$$

Aplicada al modelo de canales cilíndricos de radio r

$$A_{\text{roca}} = \frac{\pi r^2 \tau}{\phi_t} \quad (\text{E.16})$$

Entonces, igualando las ecuaciones de Darcy y de Poiseville, e incorporando el concepto de tortuosidad al modelo resulta en:

$$-\frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8 \mu \tau} \left(\frac{1}{L_{\text{Roca}}} \right) = -K A_{\text{Roca}} \frac{(p_1 - p_2)}{L_{\text{Roca}} \mu} \quad (\text{E.17})$$

Resolviendo para K , se optime que la permeabilidad está dada como:

$$k = \frac{\pi r^4}{A_{\text{Roca}} 8 \tau} \quad (\text{E.18})$$

$$k = \frac{\pi r^4}{8 \tau} \left(\frac{\phi_t}{\pi r^2 \tau} \right) \quad (\text{E.19})$$

$$\mathbf{k} = \frac{\phi_t r^2}{8 \tau^2} \quad (\text{E.20})$$

Siendo esta otra ecuación para el cálculo de la permeabilidad, determinada por Kegang Ling (2012), que, a pesar de ser una ecuación más completa al considerar el sistema de tubos como cilindros tortuosos, eliminar la consideración de $r=R$ e incorporar el concepto de porosidad, mantiene las limitaciones de los modelos antes mencionados.



Además de ello, cabe mencionar que Kegang Ling (2012) al considerar al factor de resistividad como:

$$F_R = \frac{\tau^2}{\phi_t} \quad (\text{E.21})$$

Llega a otra formulación de la ecuación anterior, dada como:

$$k = \frac{r^2}{8\pi F_R} \quad (\text{E.22})$$

Que, cabe mencionar, en su artículo original, presenta un error de despeje, por lo que debería ser:

$$k = \frac{r^2}{8F_R} \quad (\text{E.23})$$



Anexo

Datos medidos de Hagiwara (1984)					
Núm. [1]	Litología Caliza-Arenisca	Porosidad [1]	m [1]	K [mD]	r_p^2 [μm^2]
1	Arenisca	0.115	1.7600	12.0	13.1769
2	Arenisca	0.110	1.7700	7.0	16.8100
3	Arenisca	0.101	1.7400	8.1	26.5225
4	Arenisca	0.235	2.0500	73.8	40.7044
5	Arenisca	0.168	1.8800	23.8	49.4209
6	Arenisca	0.232	2.0600	35.1	54.4644
7	Arenisca	0.149	2.0400	6.8	64.0000
8	Arenisca	0.130	1.8900	15.3	73.9600
9	Arenisca	0.183	1.9100	65.0	85.5625
10	Arenisca	0.246	1.7700	355.0	96.0400
11	Arenisca	0.190	1.7600	434.0	108.1600
12	Arenisca	0.181	1.9200	50.7	115.5625
13	Arenisca	0.172	1.7200	110.0	126.5625
14	Arenisca	0.212	1.7800	796.0	150.7984
15	Arenisca	0.229	1.7000	1170.0	153.2644
16	Arenisca	0.281	1.9600	550.0	268.3044
17	Arenisca	0.301	1.6800	468.0	284.9344
18	Arenisca	0.178	1.7800	255.0	338.5600
19	Arenisca	0.131	1.8200	150.0	357.2100
20	Arenisca	0.192	1.8000	224.0	380.2500
21	Arenisca	0.237	1.7500	990.0	506.2500
22	Arenisca	0.311	1.6000	4133.0	709.1569
23	Arenisca	0.262	1.6400	4055.0	1701.5625
24	Arenisca	0.287	2.3000	1.0	11.7649



Parámetros calculados con datos de Hagiwara (1984)				
Núm.	ϕ_f	r_p $(r_p^2)^{0.5}$	τ ϕ_t^{1-m}	S_{er} $2\phi_t/r_p(1 - \phi_t)$
[1]	[1]	[μm]	[1]	[μm^{-1}]
1	0.0222	3.630	5.1745	0.0716
2	0.0201	4.100	5.4718	0.0603
3	0.0185	5.150	5.4551	0.0436
4	0.0514	6.380	4.5749	0.0963
5	0.0350	7.030	4.8054	0.0574
6	0.0493	7.380	4.7053	0.0819
7	0.0206	8.000	7.2425	0.0438
8	0.0212	8.600	6.1460	0.0348
9	0.0390	9.250	4.6900	0.0484
10	0.0836	9.800	2.9443	0.0666
11	0.0538	10.400	3.5330	0.0451
12	0.0376	10.750	4.8188	0.0411
13	0.0484	11.250	3.5516	0.0369
14	0.0632	12.280	3.3532	0.0438
15	0.0816	12.380	2.8062	0.0480
16	0.0831	16.380	3.3825	0.0477
17	0.1330	16.880	2.2624	0.0510
18	0.0463	18.400	3.8430	0.0235
19	0.0247	18.900	5.2947	0.0160
20	0.0513	19.500	3.7442	0.0244
21	0.0805	22.500	2.9440	0.0276
22	0.1543	26.630	2.0153	0.0339
23	0.1112	41.250	2.3566	0.0172
24	0.0566	3.430	5.0670	0.2347



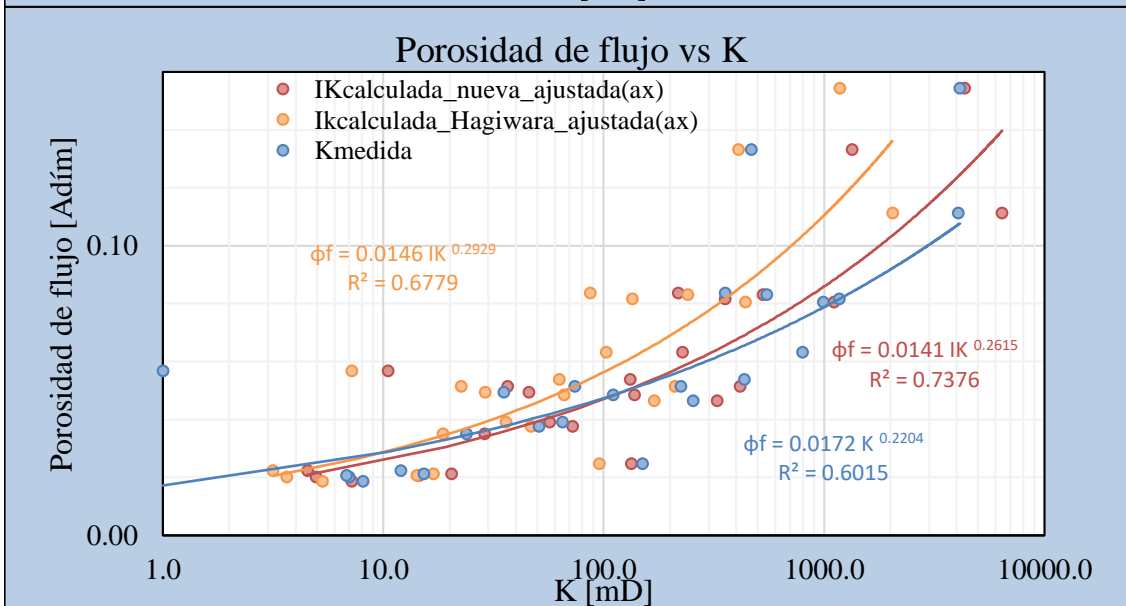
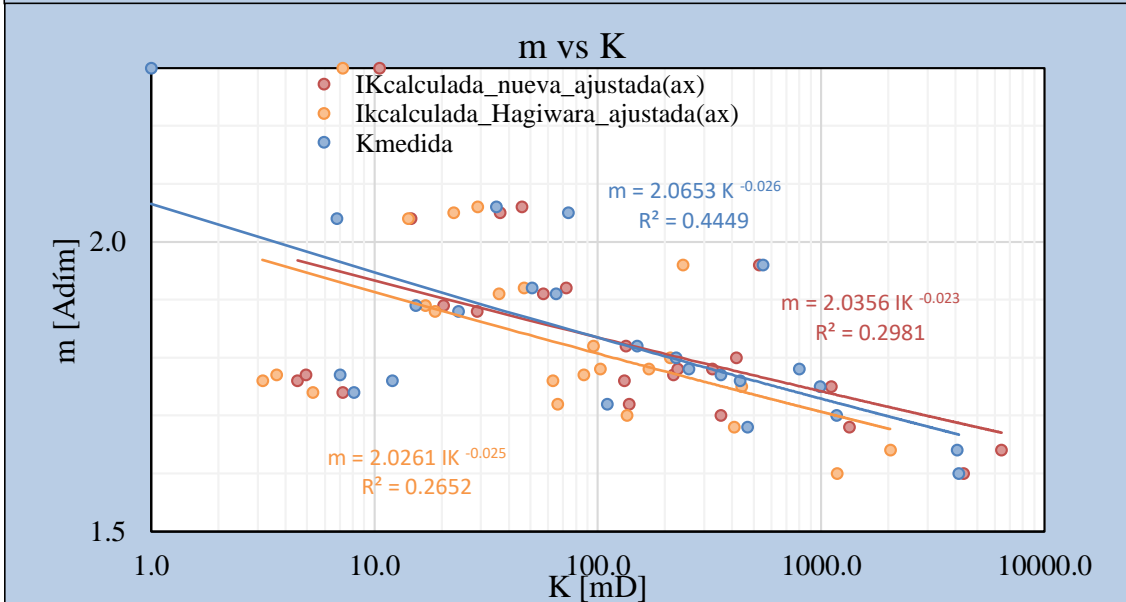
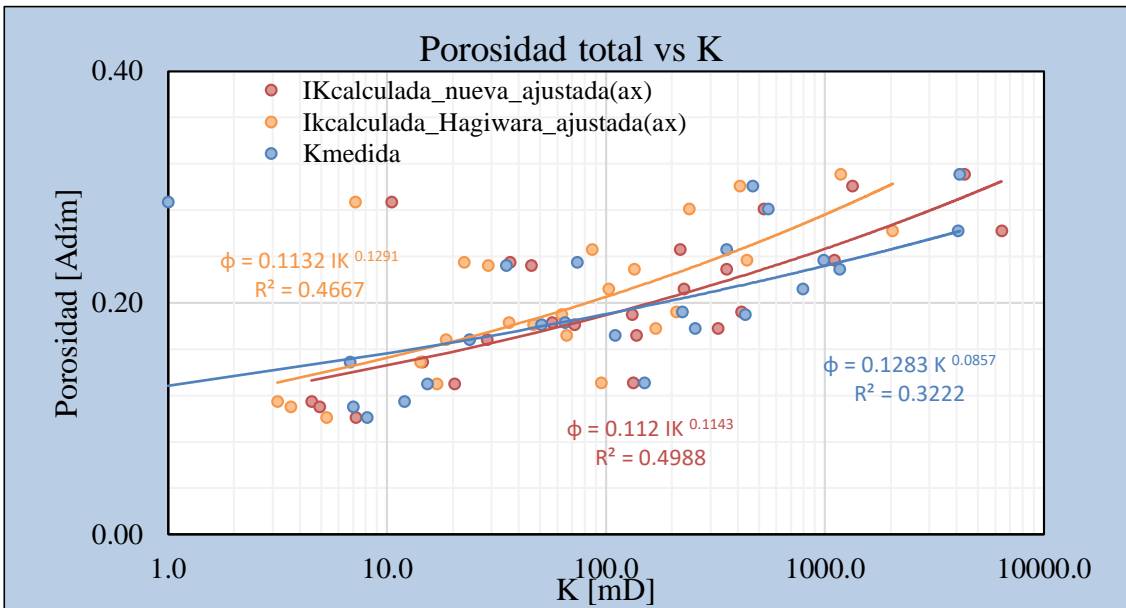
Parámetros calculados con datos de Hagiwara (1984)				
Núm.	Parámetro de KC	Parámetro ec. modf.	Parámetro ec. modf.	Parámetro de Hagiwara
[1]	$\phi_t^3/(1-\phi_t)^2$	$\phi_t^{2m-1}/(1-\phi_t)^2$	ϕ_t^{2m-1}	ϕ_t^m
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
1	0.02838	7.2522E-05	0.00429	0.02222
2	0.02538	5.6123E-05	0.00367	0.02010
3	0.02291	4.2839E-05	0.00339	0.01851
4	0.08777	1.0596E-03	0.01123	0.05137
5	0.05051	2.9664E-04	0.00728	0.03496
6	0.08360	9.5626E-04	0.01048	0.04931
7	0.02841	8.7082E-05	0.00284	0.02057
8	0.02795	7.6844E-05	0.00344	0.02115
9	0.05846	4.1742E-04	0.00832	0.03902
10	0.14696	3.0207E-03	0.02838	0.08355
11	0.08197	8.3752E-04	0.01522	0.05378
12	0.05600	3.8071E-04	0.00779	0.03756
13	0.07064	5.8842E-04	0.01364	0.04843
14	0.10182	1.3647E-03	0.01885	0.06322
15	0.13728	2.5655E-03	0.02908	0.08161
16	0.16070	3.7513E-03	0.02456	0.08307
17	0.27229	1.0904E-02	0.05881	0.13304
18	0.06855	5.6516E-04	0.01205	0.04632
19	0.03276	1.0619E-04	0.00467	0.02474
20	0.07855	7.7333E-04	0.01370	0.05128
21	0.13828	2.6383E-03	0.02734	0.08050
22	0.32507	1.5601E-02	0.07657	0.15432
23	0.20413	5.9459E-03	0.04718	0.11118
24	0.11142	1.8112E-03	0.01118	0.05664



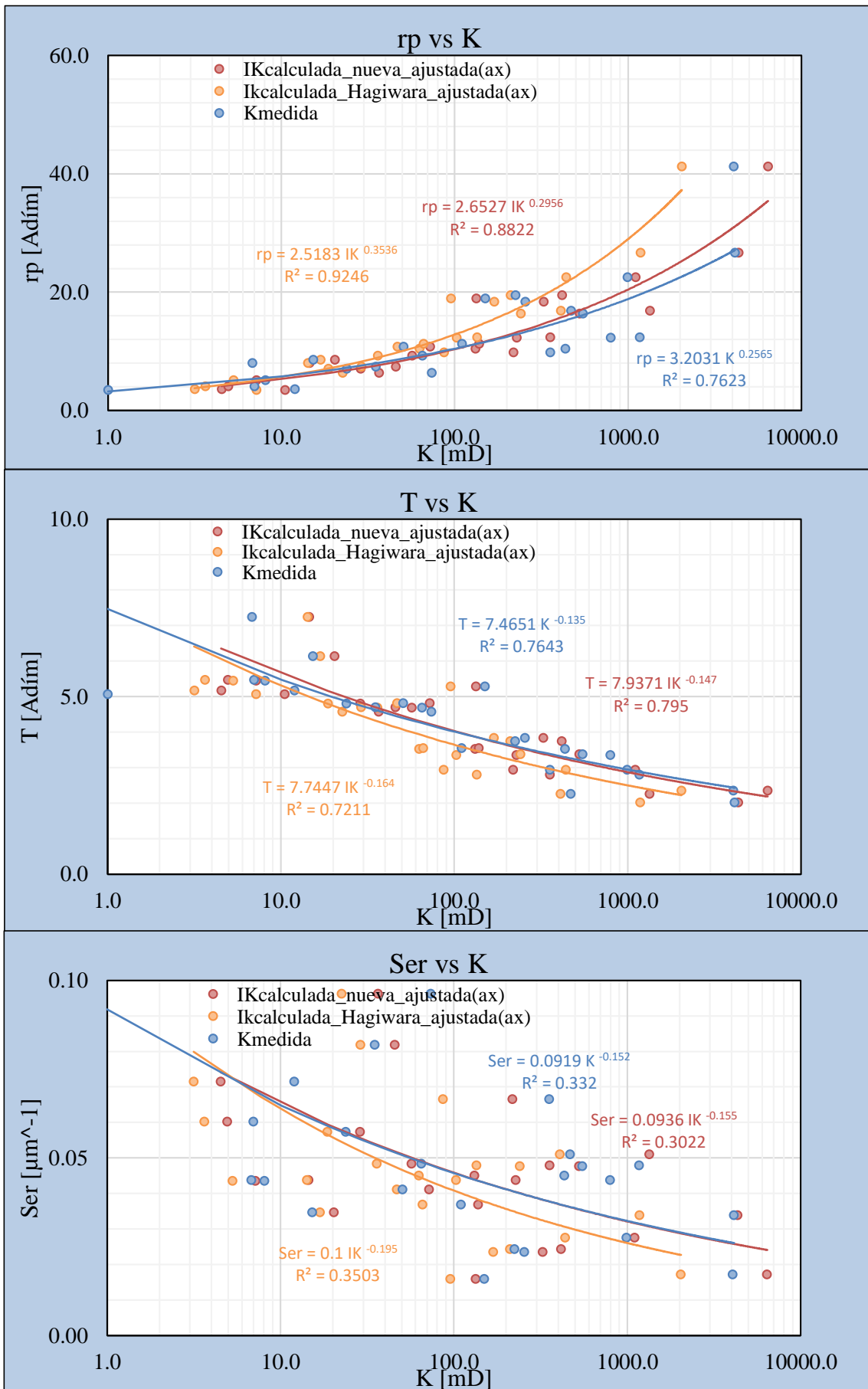
Parámetros calculados con datos de Hagiwara (1984)					
Núm.	K medida	IK ec. modf. $1013.25\phi_t^{2m-1}r_p^2$	% Error $100 K - IK /K$	IK Hagiwara $1013.25\phi_t^m r_p^2$	% Error $100 K - IK /K$
[1]	[mD]	[mD]	[1]	[mD]	[1]
1	12.00	57.3441	377.8673	296.7278	2372.7313
2	7.00	62.5780	793.9718	342.4124	4791.6059
3	8.10	91.2112	1026.0643	497.5656	6042.7856
4	73.80	463.0933	527.4976	2118.5914	2770.7201
5	23.80	364.3183	1430.7492	1750.6883	7255.8332
6	35.10	578.2984	1547.5737	2721.0386	7652.2467
7	6.80	184.2088	2608.9532	1334.1255	19519.4929
8	15.30	257.9147	1585.7172	1585.1361	10260.3669
9	65.00	721.2939	1009.6829	3382.8425	5104.3731
10	355.00	2761.4937	677.8855	8130.6267	2190.3174
11	434.00	1668.1784	284.3729	5893.7233	1258.0008
12	50.70	912.7268	1700.2501	4398.2157	8574.9816
13	110.00	1748.6834	1489.7122	6210.5592	5545.9629
14	796.00	2880.9337	261.9263	9660.3152	1113.6074
15	1170.00	4516.0961	285.9911	12672.9680	983.1597
16	550.00	6676.7787	1113.9598	22584.4184	4006.2579
17	468.00	16977.6878	3527.7111	38410.7977	8107.4354
18	255.00	4134.5437	1521.3897	15889.1249	6131.0294
19	150.00	1691.3620	1027.5746	8955.1754	5870.1169
20	224.00	5276.7819	2255.7062	19757.3259	8720.2348
21	990.00	14026.6071	1316.8290	41294.4201	4071.1535
22	4133.00	55021.4357	1231.2711	110885.7364	2582.9358
23	4055.00	81337.6423	1905.8605	191680.8618	4627.0250
24	1.00	133.2539	13225.3860	675.2014	67420.1397
		Promedio:	1282.9790		5632.7119



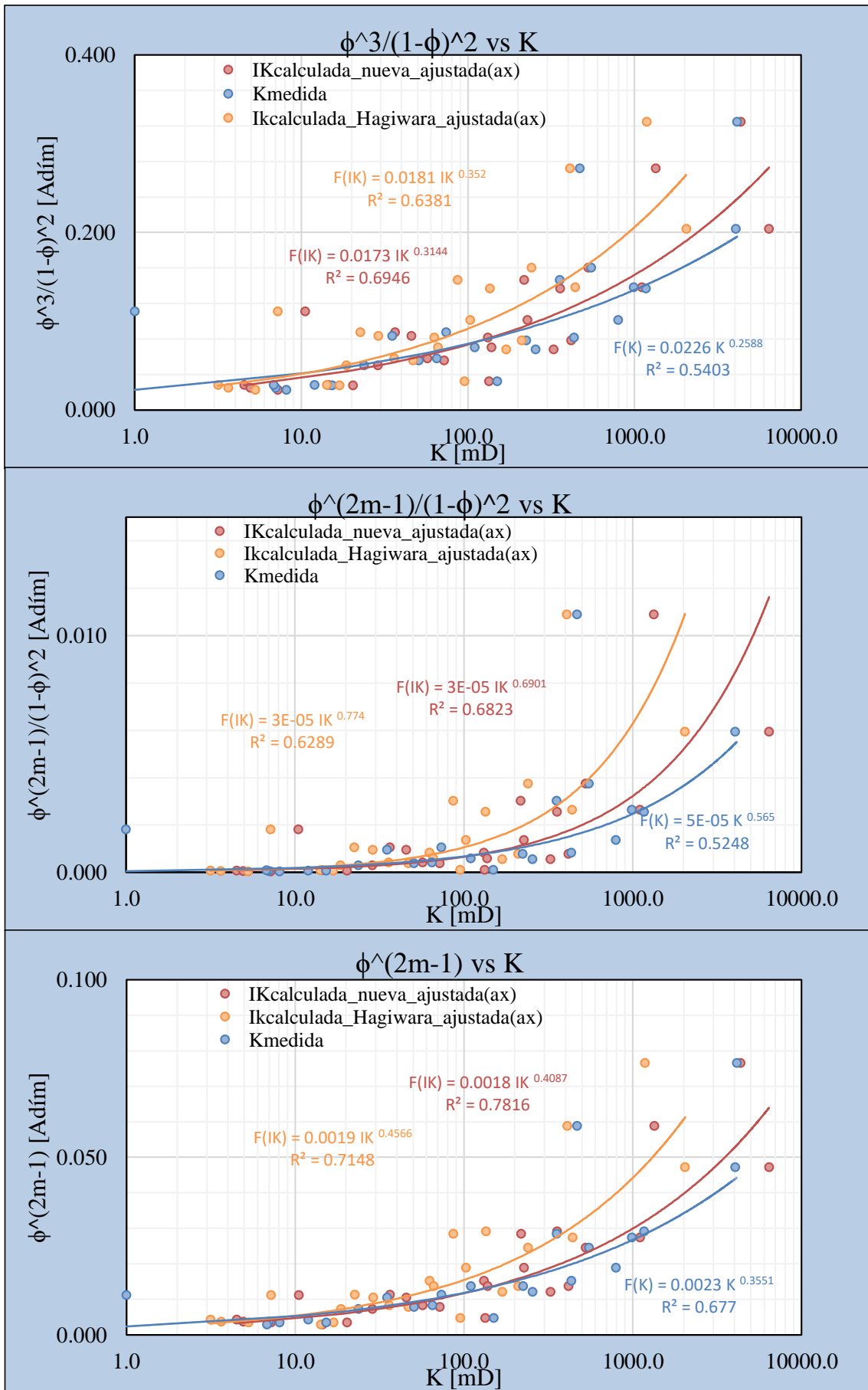
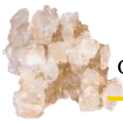
Parámetros calculados con datos de Hagiwara (1984)					
Núm.	K medida	IK ec. modf. $1013.25 \propto \phi_t^{2m-1} r_p^2$	% Error $100 K - IK /K$	IK Hagiwara $1013.25 \propto \phi_t^m r_p^2$	% Error $100 K - IK /K$
[1]	[mD]	[mD]	[1]	[mD]	[1]
1	12.00	4.5249	62.2927	3.1599	73.6679
2	7.00	4.9379	29.4589	3.6463	47.9093
3	8.10	7.1972	11.1451	5.2986	34.5855
4	73.80	36.5415	50.4857	22.5609	69.4297
5	23.80	28.7474	20.7876	18.6431	21.6678
6	35.10	45.6321	30.0059	28.9763	17.4463
7	6.80	14.5355	113.7567	14.2071	108.9279
8	15.30	20.3514	33.0157	16.8801	10.3275
9	65.00	56.9155	12.4377	36.0239	44.5786
10	355.00	217.9025	38.6190	86.5830	75.6104
11	434.00	131.6318	69.6701	62.7622	85.5387
12	50.70	72.0210	42.0532	46.8366	7.6201
13	110.00	137.9842	25.4402	66.1362	39.8762
14	796.00	227.3272	71.4413	102.8727	87.0763
15	1170.00	356.3538	69.5424	134.9544	88.4654
16	550.00	526.8478	4.2095	240.5014	56.2725
17	468.00	1339.6666	186.2535	409.0365	12.5990
18	255.00	326.2464	27.9398	169.2033	33.6458
19	150.00	133.4611	11.0259	95.3636	36.4242
20	224.00	416.3776	85.8828	210.3957	6.0733
21	990.00	1106.8042	11.7984	439.7442	55.5814
22	4133.00	4341.6028	5.0472	1180.8219	71.4294
23	4055.00	6418.1484	58.2774	2041.2090	49.6619
24	1.00	10.5147	951.4726	7.1902	619.0218
		Promedio:	46.5473		49.3224



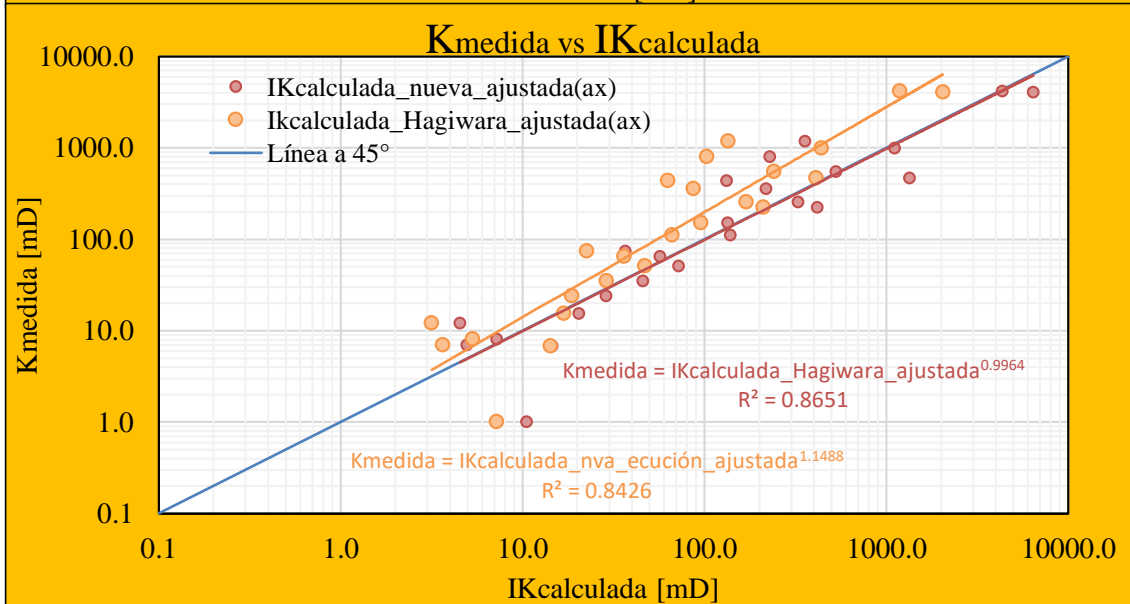
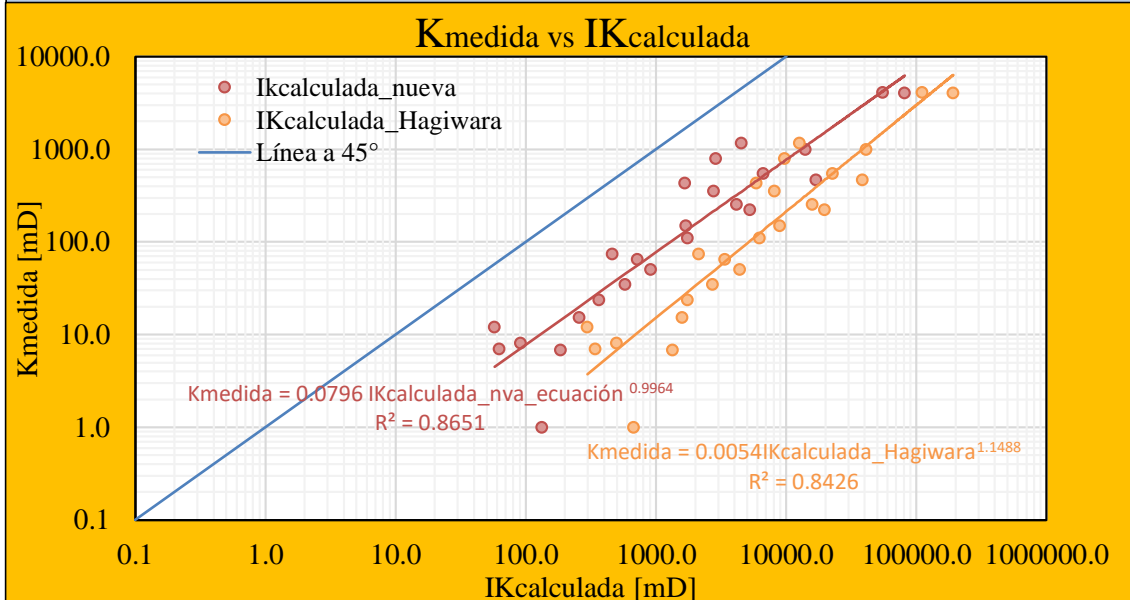
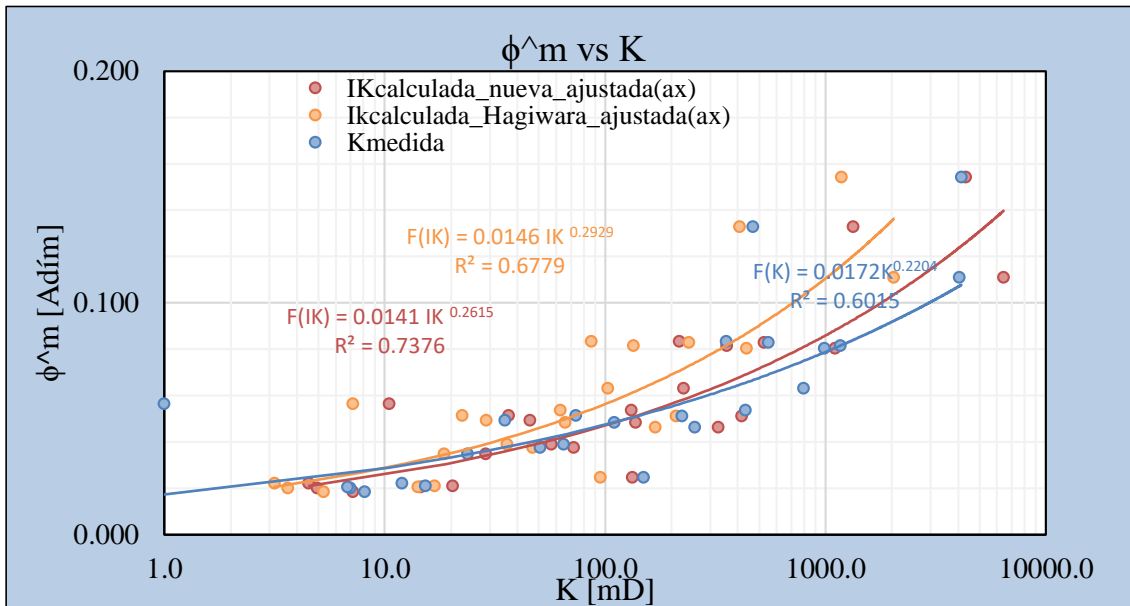
La permeabilidad y su relación con algunas propiedades petrofísicas; datos de Hagiwara (1984)



La permeabilidad y su relación con algunas propiedades petrofísicas; datos de Hagiwara (1984)



Principales parámetros involucrados en las ecuaciones de KC, Hagiwara y la nueva formulación; datos de Hagiwara (1984)



Datos de areniscas de Hagiwara (1984)



Datos medidos de Faris (1954)					
Número [1]	Litología Caliza-Arenisca	Porosidad [1]	FR [1]	K [mD]	r_p^2 [μm^2]
1	Arenisca	0.388	6.52	1130.00	75.200
2	Arenisca	0.317	25.70	14.50	4.770
3	Arenisca	0.300	6.80	3790.00	247.000
4	Arenisca	0.296	9.20	97.70	8.950
5	Arenisca	0.277	9.20	159.00	13.300
6	Arenisca	0.271	10.40	84.60	10.300
7	Arenisca	0.269	10.20	1680.00	161.200
8	Arenisca	0.267	10.40	309.00	50.800
9	Arenisca	0.265	17.80	320.00	38.100
10	Arenisca	0.265	12.30	804.00	125.600
11	Arenisca	0.237	11.50	203.00	23.000
12	Arenisca	0.236	11.60	321.00	49.800
13	Arenisca	0.211	16.00	625.00	87.000
14	Arenisca	0.210	25.00	0.40	0.317
15	Arenisca	0.199	25.00	42.20	12.100
16	Arenisca	0.196	15.60	264.00	31.600
17	Arenisca	0.192	19.10	75.70	20.000
18	Arenisca	0.190	34.30	4.50	2.550
19	Arenisca	0.164	24.50	108.00	28.500
20	Arenisca	0.149	23.90	185.00	74.800
21	Caliza	0.237	18.10	3.00	0.789
22	Caliza	0.230	17.00	3.58	0.951
23	Caliza	0.274	14.90	77.50	12.000
24	Caliza	0.294	12.30	83.00	13.900
25	Caliza	0.381	6.90	347.00	28.000



Parámetros calculados con datos de Faris (1954)						
Núm. [1]	m_Pérez-Rosales G=1.03 [1]	m_Archie $-\log(F_R - \phi_t)$ [1]	ϕ_f [1]	r_p $(r_p^2)^{0.5}$ [μm]	τ ϕ_t^{1-m} [1]	S_{er} $2\phi_t/r_p(1 - \phi_t)$ [μm^{-1}]
1	1.9540	1.9803	0.15337	8.67179	2.52976	0.14622
2	2.8011	2.8259	0.03891	2.18403	8.14690	0.42502
3	1.5713	1.5922	0.14706	15.71623	2.04000	0.05454
4	1.8013	1.8229	0.10870	2.99166	2.72320	0.28108
5	1.7082	1.7287	0.10870	3.64692	2.54840	0.21011
6	1.7732	1.7936	0.09615	3.20936	2.81840	0.23166
7	1.7484	1.7687	0.09804	12.69646	2.74380	0.05797
8	1.7532	1.7734	0.09615	7.12741	2.77680	0.10221
9	2.1470	2.1680	0.05618	6.17252	4.71700	0.11682
10	1.8693	1.8897	0.08130	11.20714	3.25950	0.06434
11	1.6777	1.6964	0.08696	4.79583	2.72550	0.12954
12	1.6788	1.6975	0.08621	7.05691	2.73760	0.08755
13	1.7642	1.7820	0.06250	9.32738	3.37600	0.05734
14	2.0444	2.0625	0.04000	0.56303	5.25000	0.94426
15	1.9762	1.9938	0.04000	3.47851	4.97500	0.14284
16	1.6689	1.6858	0.06410	5.62139	3.05760	0.08673
17	1.7704	1.7874	0.05236	4.47214	3.66720	0.10627
18	2.1114	2.1287	0.02915	1.59687	6.51700	0.29378
19	1.7536	1.7693	0.04082	5.33854	4.01800	0.07349
20	1.6523	1.6671	0.04184	8.64870	3.56110	0.04049
21	1.9921	2.0115	0.05525	0.88826	4.28970	0.69938
22	1.9089	1.9278	0.05882	0.97519	3.91000	0.61260
23	2.0653	2.0866	0.06711	3.46410	4.08260	0.21790
24	2.0279	2.0500	0.08130	3.72827	3.61620	0.22339
25	1.9755	2.0017	0.14493	5.29150	2.62890	0.23264



Parámetros calculados con datos de Faris (1954)				
Núm.	Parámetro de KC	Parámetro de nueva	Parámetro de nueva	Parámetro de Hagiwara
[1]	$\phi_t^3/(1-\phi_t)^2$ [1]	$\phi_t^{2m-1}/(1-\phi_t)^2$ [1]	ϕ_t^{2m-1} [1]	ϕ_t^m [1]
1	0.40950	0.02437	0.06063	0.15337
2	0.08341	0.00103	0.00478	0.03891
3	0.30012	0.01324	0.07209	0.14706
4	0.21931	0.00706	0.03991	0.10870
5	0.20794	0.00626	0.04265	0.10870
6	0.18093	0.00471	0.03412	0.09615
7	0.18347	0.00484	0.03573	0.09804
8	0.17896	0.00459	0.03463	0.09615
9	0.10399	0.00155	0.01191	0.05618
10	0.15049	0.00324	0.02494	0.08130
11	0.14937	0.00308	0.03190	0.08696
12	0.14769	0.00300	0.03149	0.08621
13	0.10040	0.00132	0.01851	0.06250
14	0.06409	0.00054	0.00762	0.04000
15	0.06234	0.00050	0.00804	0.04000
16	0.09917	0.00125	0.02096	0.06410
17	0.08019	0.00081	0.01428	0.05236
18	0.04444	0.00025	0.00447	0.02915
19	0.05840	0.00039	0.01016	0.04082
20	0.05778	0.00036	0.01175	0.04184
21	0.09490	0.00124	0.01288	0.05525
22	0.09921	0.00134	0.01504	0.05882
23	0.12733	0.00234	0.01644	0.06711
24	0.16311	0.00390	0.02248	0.08130
25	0.37824	0.02089	0.05513	0.14493



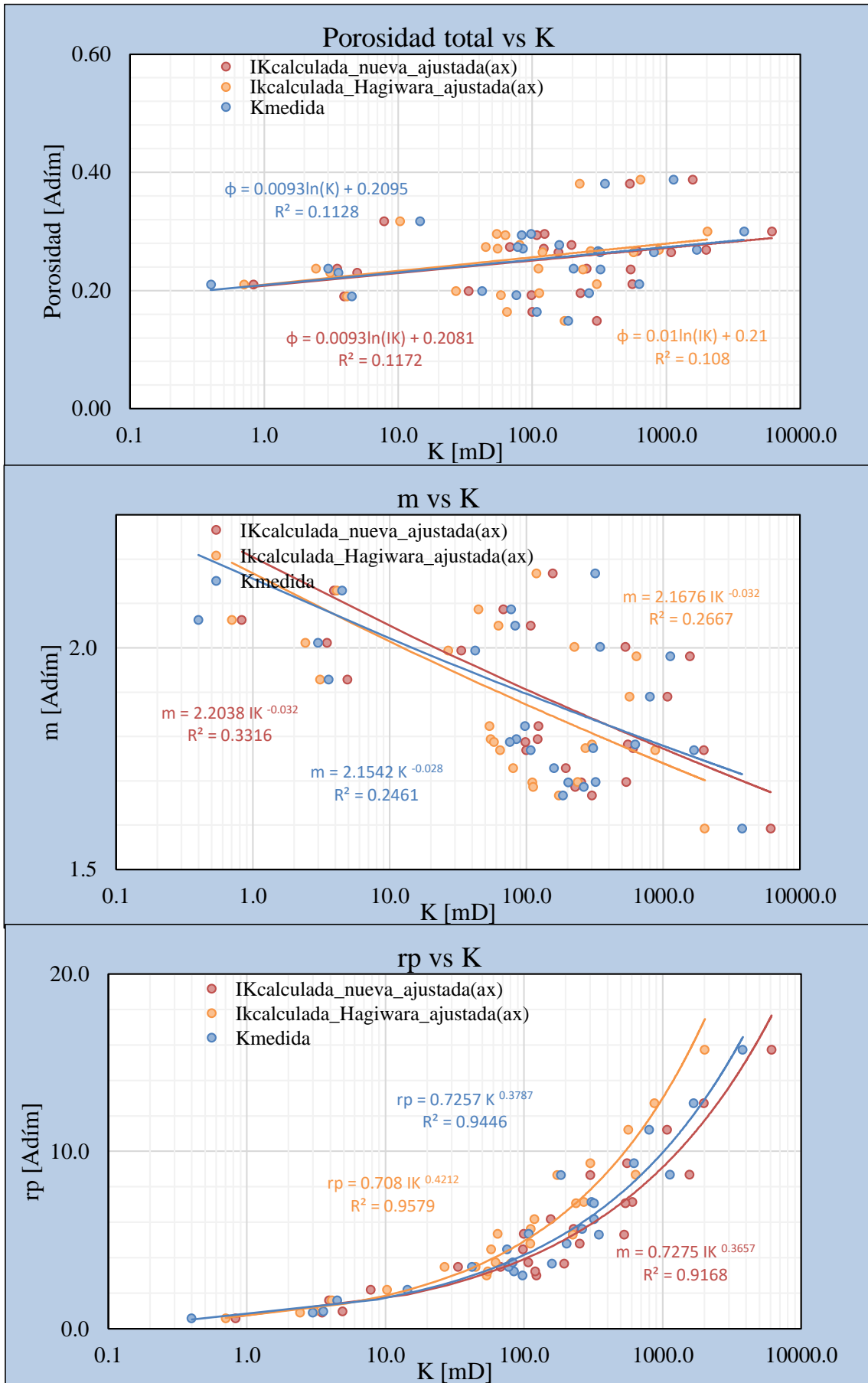
Parámetros calculados con datos de Faris (1954)					
Núm.	K medida	IK nueva	% Error	IK Hagiwara	% Error
[1]	[mD]	$1013.25\phi_t^{2m-1}r_p^2$	$100 K - IK /K$	$1013.25\phi_t^m r_p^2$	$100 K - IK /K$
		[mD]	[1]	[mD]	[1]
1	1130.00	4619.6349	308.8172	11686.5676	934.2095
2	14.50	23.0839	59.1995	188.0624	1196.9821
3	3790.00	18041.5814	376.0312	36804.8261	871.1036
4	97.70	361.9699	270.4911	985.7163	908.9215
5	159.00	574.7950	261.5063	1464.8075	821.2626
6	84.60	356.0557	320.8697	1003.5075	1086.1791
7	1680.00	5836.1863	247.3920	16013.3279	853.1743
8	309.00	1782.3890	476.8249	4949.3379	1501.7275
9	320.00	459.7861	43.6832	2168.8110	577.7534
10	804.00	3174.3168	294.8155	10346.6857	1186.9012
11	203.00	743.5335	266.2727	2026.5005	898.2761
12	321.00	1588.9788	395.0090	4349.9882	1255.1365
13	625.00	1631.9752	161.1160	5509.5484	781.5277
14	0.40	2.4472	511.8102	12.8480	3112.0034
15	42.20	98.5755	133.5912	490.4131	1062.1164
16	264.00	671.2720	154.2697	2052.4813	677.4550
17	75.70	289.3202	282.1931	1060.9951	1301.5787
18	4.50	11.5589	156.8636	75.3291	1573.9800
19	108.00	293.3496	171.6200	1178.6789	991.3693
20	185.00	890.5048	381.3539	3171.1766	1614.1495
21	3.00	10.2965	243.2156	44.1688	1372.2918
22	3.58	14.4968	304.9380	56.6824	1483.3076
23	77.50	199.8825	157.9130	816.0405	952.9555
24	83.00	316.6460	281.5012	1145.0552	1279.5846
25	347.00	1564.0535	350.7359	4111.7402	1084.9396
		Promedio:	264.4813		1175.1555



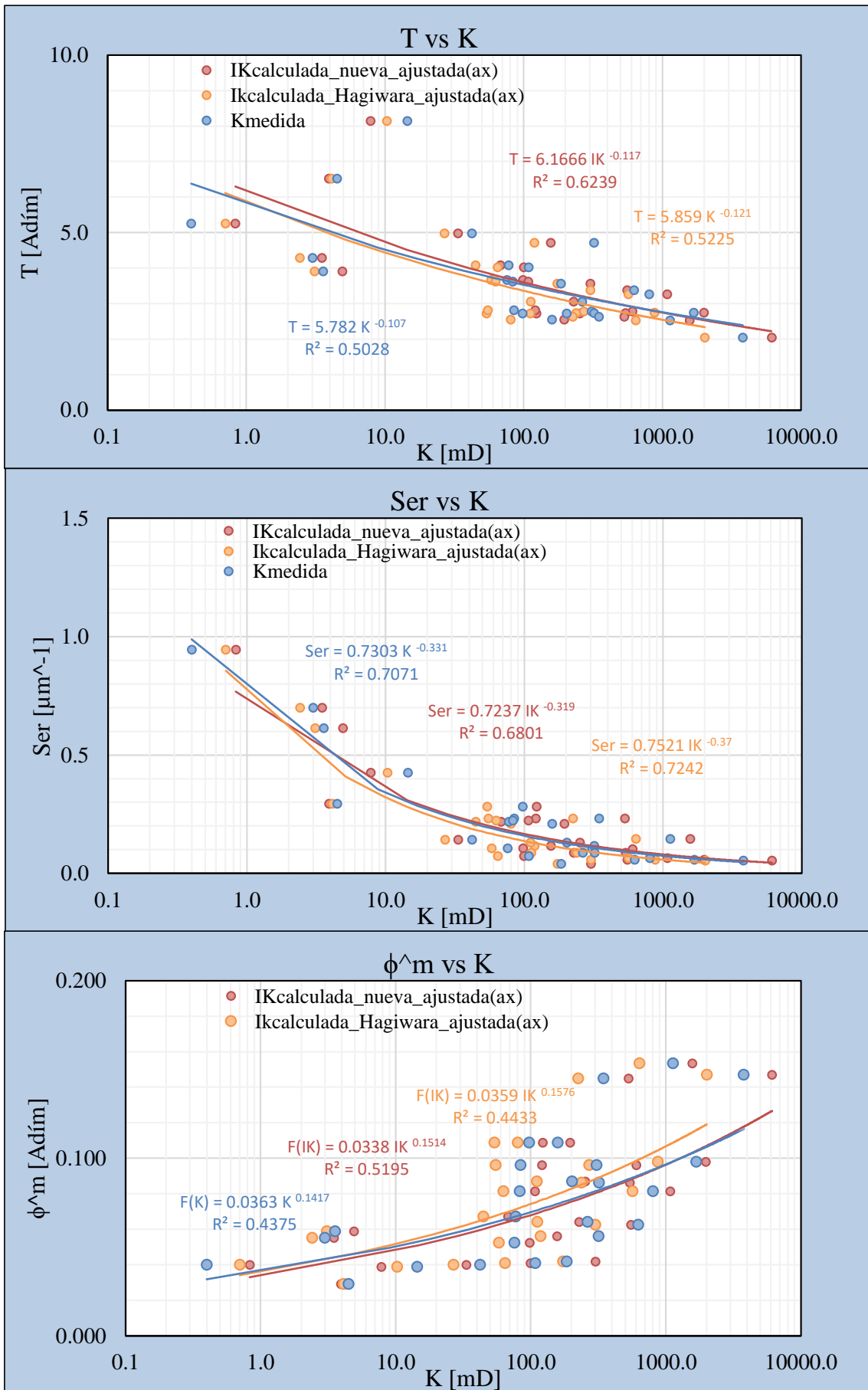
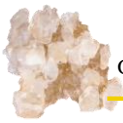
Parámetros ajustados con las gráficas con datos de Faris (1954)					
Núm. [1]	K medida [mD]	IK ec. modf. ajust. $1013.25\alpha\phi_t^{2m-1}r_p^2$ [mD]	% Error $100 K - IK /K$ [1]	IK Hagiwara ajustada $1013.25\alpha\phi_t^m r_p^2$ [mD]	% Error $100 K - IK /K$ [1]
1	1130.00	1569.8720	38.9267	640.3997	43.3275
2	14.50	7.8445	45.8999	10.3054	28.9281
3	3790.00	6130.9982	61.7678	2016.8282	46.7855
4	97.70	123.0068	25.9025	54.0152	44.7132
5	159.00	195.3303	22.8492	80.2684	49.5167
6	84.60	120.9970	43.0224	54.9901	34.9998
7	1680.00	1983.2878	18.0528	877.4972	47.7680
8	309.00	605.7021	96.0201	271.2135	12.2287
9	320.00	156.2473	51.1727	118.8463	62.8605
10	804.00	1078.7153	34.1686	566.9769	29.4805
11	203.00	252.6720	24.4690	111.0480	45.2965
12	321.00	539.9763	68.2169	238.3703	25.7413
13	625.00	554.5876	11.2660	301.9118	51.6941
14	0.40	0.8316	107.9090	0.7040	76.0111
15	42.20	33.4985	20.6196	26.8736	36.3184
16	264.00	228.1157	13.5925	112.4717	57.3971
17	75.70	98.3185	29.8792	58.1403	23.1964
18	4.50	3.9280	12.7111	4.1279	8.2694
19	108.00	99.6878	7.6965	64.5892	40.1952
20	185.00	302.6167	63.5766	173.7739	6.0682
21	3.00	3.4990	16.6336	2.4204	19.3215
22	3.58	4.9264	37.6085	3.1061	13.2380
23	77.50	67.9253	12.3545	44.7173	42.3002
24	83.00	107.6045	29.6440	62.7467	24.4016
25	347.00	531.5060	53.1718	225.3148	35.0678
		Promedio:	37.8853		36.2050



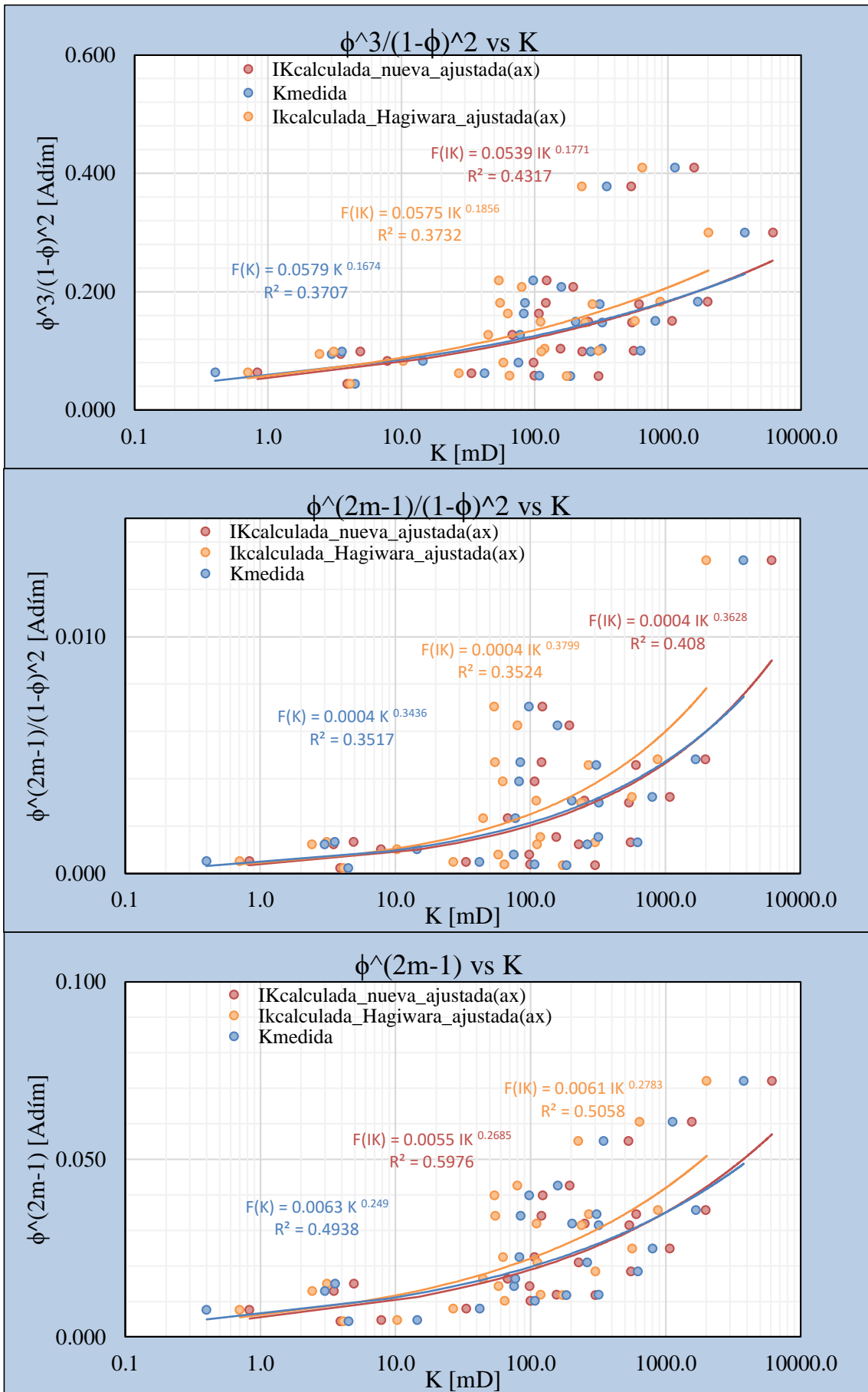
Parámetros ajustados con las gráficas con datos de Faris(1954) según su litología					
Núm. [1]	K medida [mD]	IK ec. modf. ajust.[mD] según su litología $1013.25\alpha\phi_t^{2m-1}r_p^2$	% Error [1]	IK Hagiwara ajustada[mD] según su litología $1013.25\alpha\phi_t^m r_p^2$	% Error [1]
1	1130.00	1698.9498	50.3495	608.0255	46.1924
2	14.50	8.4895	41.4517	9.7845	32.5210
3	3790.00	6635.1002	75.0686	1914.8713	49.4757
4	97.70	133.1206	36.2545	51.2846	47.5081
5	159.00	211.3907	32.9501	76.2106	52.0688
6	84.60	130.9456	54.7820	52.2102	38.2858
7	1680.00	2146.3573	27.7594	833.1370	50.4085
8	309.00	655.5041	112.1372	257.5028	16.6658
9	320.00	169.0942	47.1581	112.8383	64.7380
10	804.00	1167.4093	45.2002	538.3145	33.0455
11	203.00	273.4472	34.7030	105.4342	48.0620
12	321.00	584.3741	82.0480	226.3200	29.4953
13	625.00	600.1868	3.9701	286.6493	54.1361
14	0.40	0.9000	12.5004	0.6685	67.1132
15	42.20	36.2528	14.0928	25.5151	39.5377
16	264.00	246.8718	6.4880	106.7859	59.5508
17	75.70	106.4025	40.5581	55.2012	27.0791
18	4.50	4.2510	5.5340	3.9192	12.9066
19	108.00	107.8844	0.1071	61.3240	43.2185
20	185.00	327.4984	77.0261	164.9891	10.8167
		Promedio:	40.0069		41.1413
21	3.00	3.0355	1.1832	2.7498	8.3394
22	3.58	4.2738	19.3795	3.5289	1.4279
23	77.50	58.9272	23.9649	50.8043	34.4461
24	83.00	93.3502	12.4701	71.2878	14.1111
25	347.00	461.0976	32.8811	255.9850	26.2291
		Promedio:	17.758		16.9107



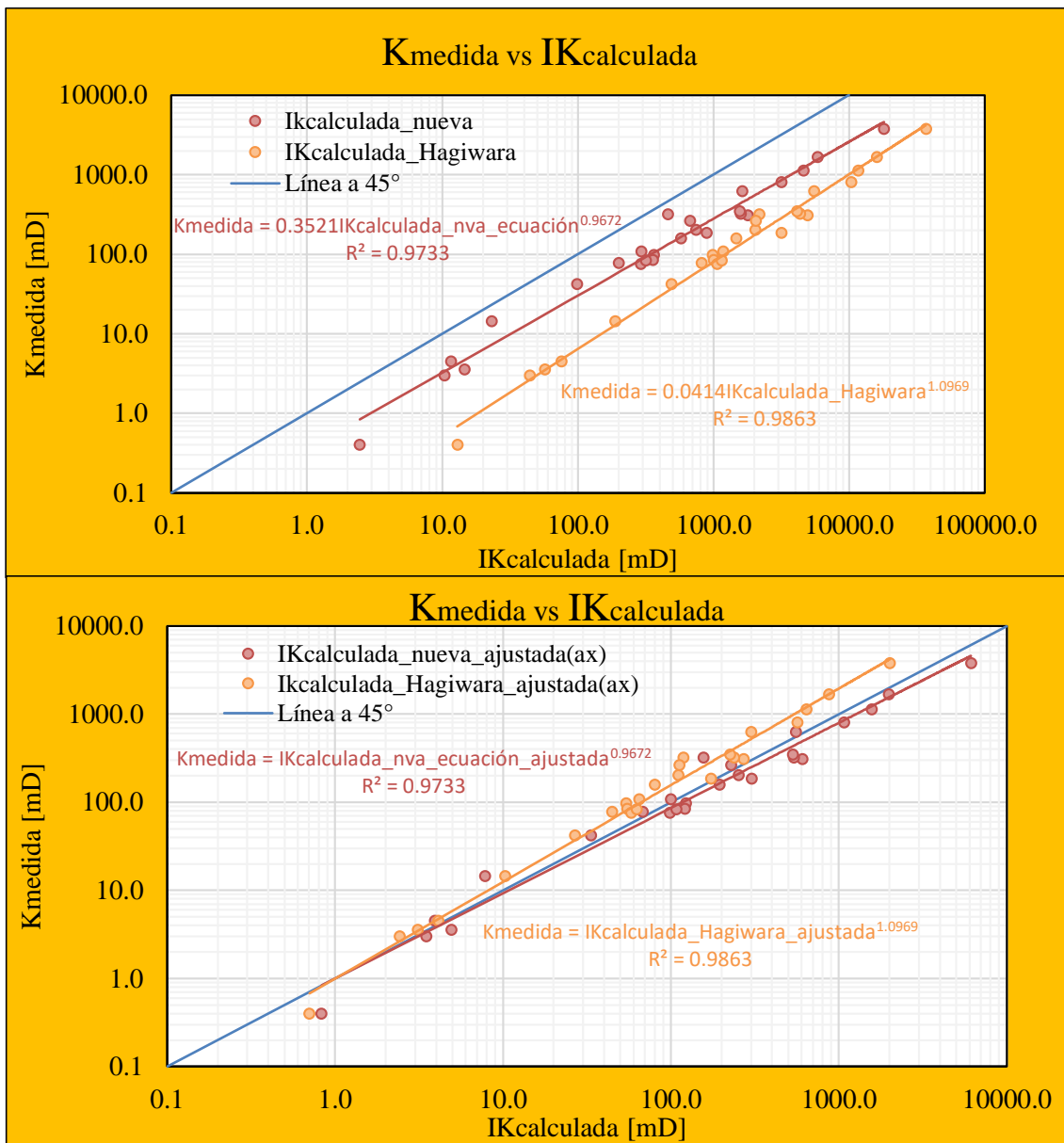
La permeabilidad y su relación con algunas propiedades petrofísicas; datos de Faris (1954)



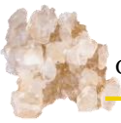
La permeabilidad y su relación con algunas propiedades petrofísicas; datos de Faris (1954)



Principales parámetros involucrados en las ecuaciones de KC, Hagiwara y la nueva formulación; datos de Faris (1954)



Datos combinados de areniscas y carbonatos de Faris (1954)



Notación

Letras ordinarias:

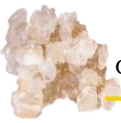
A :	Área transversal perpendicular a las líneas de flujo.
A_1 :	Área transversal perpendicular a las líneas de flujo en el punto uno.
A_2 :	Área transversal perpendicular a las líneas de flujo en el punto dos.
A_f :	Coefficiente de maduración textural.
a :	Factor de ajuste de la ecuación generalizada de Archie.
a^* :	Factor de exclusión de cementación.
B_i :	Constante mineralógica de Herrón.
b_C :	Exponente adimensional de Civan.
C :	Factor de ajuste de Hagiwara.
C_C :	Coefficiente fractal de Civan.
c :	Factor de forma de los granos de Kozeny.
c_C :	Coefficiente fractal de Civan.
D :	Diámetro externo.
D_C :	Dimensión fractal de Civan.
d_C :	Dimensión fractal de Civan.
d_m :	Diámetro medio de grano.
d_1 :	Distancia uno.
d_2 :	Distancia dos.
E_C :	Energía cinética.
E_f :	Energía de flujo.
E_p :	Energía potencial.
E_{entrada} :	Energía que entra al sistema.
E_{salida} :	Energía que sale del sistema.



F:	Fuerza.
F_a :	Área transversal de todo el sistema analizado.
F_d :	Esfuerzo cortante o de corte.
F_R :	Factor de Resistividad.
F_{max} :	Fracción de máximo contenido de feldespatos en un intervalo.
F_1 :	Fuerza ejercida en el punto uno.
F_2 :	Fuerza ejercida en el punto dos.
FRF:	Factor de Resistividad de la Formación.
f:	Área transversal de los tubos capilares.
f_c :	Fracción del volumen correspondiente al material cementante.
f_i :	Fracción volumétrica de cada tipo de roca según su mineralogía y el Tipo de Sistema Poroso predominante.
f_{TS} :	Parámetro de Thomeer o Swanson.
G:	Factor de geométrico interno de Pérez-Rosales.
g:	Gravedad.
h:	Presión equivalente en manómetros de fluido.
I:	Gradiente de presión en manómetros de fluido.
I_e :	Intensidad de flujo de corriente eléctrica.
I_{red} :	Índice reducido de Kozeny equivalente al inverso de la tortuosidad.
I_R	Índice de resistividad.
I_Z :	Eje principal de diámetro intermedio de una partícula según la clasificación de Zingg.
IK:	Índice de Permeabilidad.
K:	Permeabilidad absoluta determinada mediante la Ley de Darcy.
K' :	Factor de proporcionalidad de la ecuación original de Darcy.
K'' :	Factor de proporcionalidad de la ecuación original de Poiseuille.
Ko:	Factor de forma de la ecuación de Carman.
K_1 :	Factor de ajuste de K vs $\phi_t^3 / (1 - \phi_t)^2$ de Carman.



K_2 :	Factor de ajuste de K vs $\phi_t/(1 - \phi_t)^2$ de Zunker.
K_3 :	Factor de ajuste de K vs $\phi_t^{-0.13}/(1 - \phi_t)^{0.33}$ de Terzaghi.
L :	Longitud total.
L_e :	Longitud de la trayectoria de las líneas de flujo eléctrico.
L_{tubo} :	Longitud del tubo capilar.
L_{tubo_i} :	Longitud del tubo capilar i .
L_w :	Longitud de la trayectoria de las líneas de flujo hidráulico.
L_z :	Eje principal de diámetro mayor de una partícula según la clasificación de Zingg.
M_i :	Fracción mineralógica de una roca.
m :	Exponente m , exponente de entrapamiento, de flujo, de Archie, etc...
m_c :	Radio hidráulico (Área transversal de flujo entre su perímetro mojado).
m_i :	Exponente m correspondientes a cada fracción de roca que conforman al sistema.
m_{ent} :	Masa que entra al sistema.
m_{sal} :	Masa que sale del sistema.
\dot{m} :	Flujo o gasto másico.
\dot{m}_{acum} :	Flujo o gasto másico acumulado.
\dot{m}_{ent} :	Flujo o gasto másico de entrada.
\dot{m}_{sal} :	Flujo o gasto másico de salida.
N_R :	Número de Reynolds.
n :	Número de tubos capilares.
P :	Presión.
P_{TS} :	Parámetro de Thomeer o Swanson.
p_1 :	Presión en el punto uno.
p_2 :	Presión en el punto dos.
Q :	Gasto o flujo volumétrico del sistema.
Q_{tubo_i} :	Gasto individual del tubo i .



R:	Resistividad.
R_{Ww} :	Radio del círculo circunscrito más pequeño según la clasificación de Wentworth.
R_o :	Resistividad de la roca saturada con agua.
R_m :	Radio total del sistema analizado.
R_t :	Resistividad total.
R_w :	Resistividad del agua.
R_{35} :	Tamaño efectivo de apertura de poro de Winland, a 35% de índice de saturación de mercurio.
r:	Resistencia
r_i :	Radio del círculo circunscrito de la esquina más afilada según la clasificación de Wentworth.
r_{esfera} :	Radio de esfera.
r_{max} :	Radio máximo que puede alcanzar r_{tubo} .
r_{min} :	Radio mínimo que puede alcanzar r_{tubo} .
r_p :	Radio efectivo de garganta de poro.
r_{p35} :	Radio efectivo de garganta de poro a 35% de índice de saturación de mercurio.
r_{tubo} :	Radio de los tubos capilares.
S_p :	Superficie interna del medio poroso.
S_e :	Superficie específica o área interna específica ponderada por el volumen de poros.
S_{er} :	Superficie específica o área interna específica ponderada por el volumen de roca.
S_{et} :	Superficie específica o área interna específica ponderada por el volumen total del sistema.
$S_{e-esfera}$:	Superficie específica de una esfera.
S_{fluido} :	Índice de saturación del fluido.
S_g :	Índice de saturación del gas.
S_o :	Índice de saturación del aceite.



S_w :	Índice de saturación del agua.
S_{TS} :	Parámetro de Thomeer o Swanson.
S_z :	Eje de diámetro menor de una partícula según la clasificación de Zingg.
T o τ :	Tortuosidad.
t :	Tiempo.
u :	Perímetro de la sección transversal de los canales de flujo.
V_A :	Potencial eléctrico en A.
V_{AB} :	Diferencial de potencial del punto B al A.
V_B :	Potencial eléctrico en B.
$V_{esferas}$:	Volumen total de las esferas.
V_P :	Volumen poroso.
V_r :	Volumen de la parte sólida de una roca.
V_{sh} :	Volumen de arcilla.
V_S :	Volumen de sólidos.
V_t :	Volumen total geométrico externo del sistema.
v :	Velocidad del fluido.
v_m :	Velocidad media de todo el sistema poroso.
v_{min} :	Velocidad mínima.
v_{max} :	Velocidad máxima.
v_p :	Velocidad media dentro de los canales porosos de flujo.
v_1 :	Velocidad del fluido en uno.
v_2 :	Velocidad del fluido en dos.
W :	Energía de presión o trabajo de flujo.
\dot{w} :	Flujo en peso.
Z :	Distancia.
$Z_{1,2}$:	Altura de un nivel de referencia hasta el punto uno/dos.
x :	Relación geométrica de los semiejes de los esferoides.



Letras griegas:

α :	Exponente numérico de la ecuación de Hagiwara.
γ :	Peso específico.
Δ_i :	Cambio de variable incorporada por Hagiwara, que varia según r_i
δ_C :	Dimensión fractal de Civan.
η :	Viscosidad cinemática.
μ :	Viscosidad dinámica del fluido.
ρ :	Densidad del fluido.
σ :	Conductividad de la roca.
σ_w :	Conductividad de un fluido.
ζ_C :	Coefficiente fractal de Civan.
Φ :	Potencial de flujo.
\emptyset_t :	Porosidad total expresada en fracción.
\emptyset_T :	Porosidad total expresada en porcentaje.
\emptyset_{sh} :	Porosidad de la arcilla.
\emptyset_1 :	Porosidad primaria.
\emptyset_2 :	Porosidad secundaria.
\emptyset_{efe} :	Porosidad efectiva.
\emptyset_{nefe} :	Porosidad no efectiva.
\emptyset_f :	Porosidad de flujo.
\emptyset_{fr} :	Porosidad de fractura.
\emptyset_m :	Porosidad de matriz.
\emptyset_v :	Porosidad de vugulos.
\emptyset_{ent} :	Porosidad de entrapamiento.
\emptyset_{cor} :	Porosidad de corto alcance.
\emptyset_{lar} :	Porosidad de largo alcance.



\emptyset_{1efe} :	Porosidad primaria efectiva.
\emptyset_{2efe} :	Porosidad secundaria efectiva.
\emptyset_{1nefe} :	Porosidad primaria no efectiva.
\emptyset_{2nefe} :	Porosidad secundarias no efectiva.
\emptyset_{1efef} :	Porosidad primaria efectiva de flujo.
$\emptyset_{1efeent}$:	Porosidad primaria efectiva de atrapamiento.
$\emptyset_{1nefeent}$:	Porosidad primaria no efectiva de atrapamiento.
\emptyset_{2efef} :	Porosidad secundaria efectiva de flujo.
$\emptyset_{2efeent}$:	Porosidad secundaria efectiva de atrapamiento.
$\emptyset_{2nefeent}$:	Porosidad secundaria no efectiva de atrapamiento.
$\emptyset_{1efef\ cor}$:	Porosidad primaria efectiva de flujo de corto alcance.
$\emptyset_{1efef\ lar}$:	Porosidad primaria efectiva de flujo de largo alcance.
$\emptyset_{2efef\ cor}$:	Porosidad secundaria efectiva de flujo de corto alcance.
$\emptyset_{2efef\ lar}$:	Porosidad secundaria efectiva de flujo de largo alcance.
φ :	Factor de superficie de Carman que considera la superficie de una partícula esférica como la unidad.
ψ_C :	Coefficiente fractal de Civan.



Índice de tablas y figuras

Figuras	Pág.
3. Conceptos fundamentales	
Figura 3.1 Arenisca con escaso cemento de cuarzo (Schlumberger, 2018).	12
Figura 3.2 Compactación arenisca con contactos lineales largos (Schlumberger, 2018).	12
Figura 3.3 Dolomitización (azul blancuzco) que reemplaza a calcita (rosa) en una muestra de la formación Antrim, Michigan, E.U. (Schlumberger, 2018).	13
Figura 3.4 Dolomita en matriz de pseudoespartita y micrita (Vázquez-Castro, 2013).	14
Figura 3.5 Cristalización de aragonita (Vázquez-Castro, 2013).	14
Figura 3.6 Fractura grande o conjunto de fracturas en registro imagen (Schlumberger, 2018).	15
Figura 3.7 Fractura amplia en calcita (Schlumberger, 2018).	15
Figura 3.8 Disolución de roca carbonatada (Schlumberger, 2018).	15
Figura 3.9 Disolución en bordes de oolitos (Schlumberger, 2018)	15
Figura 3.10 Arenisca limpia del Plioceno, costa afuera del Golfo de México, con alta porosidad, vista aprox. a 2 [mm](Schlumberger, 2018).	17
Figura 3.11 Vígulo examinado bajo microscopio, mostrando mayor tamaño que muchos de los granos circundante de los sedimentos, vista aprox. a 2 [mm] (Schlumberger, 2018).	17
Figura 3.12 Esquema de la porosidad desde el punto de vista estructural (imagen de elaboración propia).	18
Figura 3.13 Representación esquemática de la porosidad de flujo; imagen de elaboración propia, basada en Pérez-Rosales C. (1982).	19
Figura 3.14 Líneas de flujo y regiones de atrapamiento (Pérez-Rosales C. , 1976).	19
Figura 3.15 Representación esquemática de una trampa abierta o de simetría; imagen de elaboración propia, basada en Pérez-Rosales (1982).	20



Figura 3.16 <i>Representación esquemática de un medio fracturado vugular según la clasificación de porosidades de largo y corto alcance (Pérez-Rosales & Luna, 2004).</i>	21
Figura 3.17 <i>Empaquetamiento cúbico de esferas (imagen de elaboración propia).</i>	24
Figura 3.18 <i>Esquema de un conductor eléctrico cilíndrico (imagen de elaboración propia).</i>	26
Figura 3.19 <i>Representación esquemática de la tortuosidad (imagen de elaboración propia).</i>	29
Figura 3.20 <i>Muestra porosa (imagen de elaboración propia).</i>	33
Figura 3.21 <i>Modelo 2D de porosidad intercristalina de Winland (Kolodzie, 1980)</i>	36
Figura 3.22 <i>Gráfica de Winland (Aguilera & Aguilera, 2002).</i>	39
Figura 3.23 <i>Empaquetamiento cúbico de esferas (imagen de elaboración propia).</i>	41
Figura 3.24 <i>Relación entre el diámetro de esfera y su superficie específica en un arreglo cubico (Portilla-San Agustín, 2007).</i>	42
Figura 3.25 <i>Diagrama de Zingg mostrando líneas con igual esfericidad y forma, (Lewis, 1994).</i>	44
Figura 3.26 <i>Radio de curvatura de cada esquina y máximo círculo circunscrito más pequeño referido por Wentworth (Krumbein, 1940).</i>	44
Figura 3.27 <i>Diagrama de esfericidad de Sneed & Folk (Lewis, 1994).</i>	45
Figura 3.28 <i>Esquema de Powers (1953) para estimación de esfericidad y redondez de partículas sedimentarias basada en comparaciones de otras partículas con esfericidad y redondez conocida (Awalt, 2016).</i>	45
Figura 3.29 <i>Geometrías de empaques teóricos de la porosidad, modificado de Reyes-Lobato (2013).</i>	46
4. Principios básicos de los fluidos en movimiento	
Figura 4.1 <i>Representación esquemática de la ecuación de continuidad (Torres-Zúñiga, s.f.).</i>	50
Figura 4.2 <i>Sistema de distribución de un fluido en el que hay variaciones de velocidad, presión y elevación para ejemplificar la ecuación de Bernoulli (Wikimedia, 2008).</i>	51
Figura 4.3 <i>Esquema del flujo de fluido viscoso mediante capas paralelas para determinar la ecuación de Poiseuille según Navier (1823) (imagen de elaboración propia).</i>	54



Figura 4.4 <i>Esquema del gradiente de velocidades descrito por el flujo en una tubería cilíndrica (imagen de elaboración propia).</i>	55
Figura 4.5 <i>Aparato experimental de Henry Darcy (1856).</i>	59
Figura 4.6 <i>Aparato experimental para verificar la Ley de Darcy para flujo en varias direcciones (Hubbert King, 1956).</i>	60
Figura 4.7 <i>Relación entre la orientación del estrato y la altura (Hubbert King, 1956).</i>	62
5. Flujo de fluidos a través de tubos capilares	
Figura 5.1 <i>Modelo de Kozeny; sistema poroso representado por un paquete de tubos capilares rectos de radio constante y uniformemente distribuidos (imagen de elaboración propia).</i>	68
Figura 5.2 <i>Modelo de Kozeny-Carman; sistema poroso representado por un paquete de tubos capilares tortuosos de radio constante y uniformemente distribuidos (imagen de elaboración propia).</i>	71
Figura 5.3 <i>Representación gráfica del modelo empírico de Herrón que relaciona K, ϕ y un parámetro mineralógico, (Herrón, 1987).</i>	81
Figura 5.4 <i>Modelo de tubos capilares con fugas; imagen modificada de Civan (2002).</i>	82
Figura 5.5 <i>Modelo acrílico de Kozeny (1927); sistema poroso representado por un paquete de tubos capilares lisos uniformemente distribuidos y con radio constante (imagen de elaboración propia).</i>	84
Figura 5.6 <i>Modelo acrílico de Kozeny-Carman, sistema poroso representado por un paquete de tubos capilares tortuosos de radio constante y uniformemente distribuidos (imagen de elaboración propia).</i>	85
6. Generalización del modelo de Kozeny-Carman	
Figura 6.1 <i>Modelo generalizado de Kozeny-Carman; tubos capilares tortuosos considerando la porosidad de flujo (imagen de elaboración propia).</i>	87
Figura 6.2 <i>Representación esquemática de un flujo de fluidos a través de un tubo capilar recto (imagen de elaboración propia).</i>	88
Figura 6.3 <i>Modelo de Kozeny-Carman representado por un paquete de tubos curvos (imagen de elaboración propia).</i>	89
Figura 6.4 <i>Representación del modelo de Kozeny-Carman de canales de flujo rectos-tortuosos (imagen de elaboración propia).</i>	94
Figura 6.5 <i>K medida de los datos de Hagiwara (1984) vs IK calculada con la ecuación de Hagiwara.</i>	101



Figura 6.6 <i>K medida de los datos de Hagiwara (1984) vs IK calculada con la ecuación modificada.</i>	101
Figura 6.7 <i>K medida de los datos de Hagiwara (1984) vs IK calculada con la ecuación modificada y la ecuación de Hagiwara.</i>	102
Figura 6.8 <i>K Medida de los datos de Hagiwara (1984) vs IK calculada con la ecuación modificada ajustada y la ecuación de Hagiwara ajustada..</i>	103
Figura 6.9 <i>K medida de los datos de Faris (1954) vs IK calculada con la ecuación de Hagiwara.</i>	104
Figura. 6.10 <i>K medida de los datos de Faris (1954) vs IK calculada con la ecuación modificada.</i>	105
Figura. 6.11 <i>K medida de los datos de Faris (1954) vs IK calculada con la ecuación modificada y la ecuación de Hagiwara..</i>	105
Figura. 6.12 <i>K medida de los datos de Faris (1954) vs IK calculada con la ecuación modificada ajustada y la ecuación de Hagiwara ajustada.</i>	107
7. Acerca del desarrollo tecnológico IFV	
Figura 7.1 <i>Módulos que conforman el proceso de caracterización petrofísica avanzada de la Tecnología IFV® (Mendoza-Romero, et al.,2011).</i>	110
Figura 7.2 <i>Detección e identificación de los principales procesos generadores de porosidad secundaria (Mendoza-Romero, et al.2011).</i>	111
Figura 7.3 <i>Caracterización estática del medio multiporoso complejo (Mendoza-Romero, et al.,2011).</i>	112
Figura 7.4 <i>Comparación de valores de porosidad vùgular, medidos y calculados con la Tecnología IFV®. (Mendoza-Romero, et al., 2011)</i>	114
Figura 7.5 <i>Gràfica de abanico de Mendoza-Romero, et al. (2011)</i>	115
Figura 7.6 <i>Diagrama amarillo de interpretaci3n petrofísica de Mendoza-Romero, et al. (2011)</i>	116
Figura 7.7 <i>Laminas estadísticas de Mendoza-Romero, et al. (2011)</i>	118
Figura 7.8 <i>Listado o reporte resumen de resultados generales de Mendoza-Romero, et al., (2011)</i>	119
Figura 7.9 <i>Paràmetros que conforman la interfase electr3nica de Mendoza-Romero, et al.,(2011)</i>	120



Apéndice A: Relación general $F_R(\phi_t)$ para sistemas de triple porosidad

Figura A.1 Modelo teórico para sistemas de doble porosidad; imagen modificada de Mendoza-Romero & Pérez-Rosales (1985). 127

Figura A.2 Relación $G(m)$ de Mendoza-Romero (1985). 128

Apéndice B: Ecuación de Poiseuille aplicada a un tubo recto

Figura B.1 Esquema del flujo de fluido viscoso mediante capas paralelas para determinar la ecuación de Poiseuille desde un punto de vista práctico según Navier Stock (imagen de elaboración propia). 129

Figura B.2 Representación de flujo a través de un tubo recto (imagen de elaboración propia). 130

Figura B.3 Esquema del volumen de control para flujo a través de una tubería; imagen modificada de Kengang (2012). 132

Apéndice C: Ecuación de continuidad

Figura C.1 Esquema de flujo radial cilíndrico (imagen de elaboración propia). 135

Apéndice E: Ecuación de Kegang Ling

Figura E.1 Esquema de flujo de un fluido a través de tubos capilares rectos (imagen de elaboración propia). 143

Figura E.2 Esquema de flujo a través de tubos capilares tortuosos (imagen de elaboración propia). 145

Tablas

3. Conceptos fundamentales

Tabla 3.1 Superficies específicas de empaquetamiento cúbico de esferas de diferente tamaño (Portilla-San Agustín, 2007). 42

Tabla 3.2 Clasificación de formas de Zingg (1935). 43

5. Flujo de fluidos a través de tubos capilares

Tabla 5.1 Mediciones de laboratorio de areniscas de Hagiwara (1984). 78

Tabla 5.2 Correlaciones generadas por mínimos cuadrados (Hagiwara, 1984). 79

Apéndice A: Relación $F_R(\phi_t)$ para sistemas de triple porosidad

Tabla A.1 Ecuaciones particulares de la ecuación general de Pérez-Rosales; tabla generada a partir de Pérez-Rosales (1976). 119



Referencias

1. Aguilera, R. y Aguilera, M. S. (2002). *The Integration of Capillary Pressure and Pickett Plots for Determination of Flow Units and Reservoir*. Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, 30 de septiembre - 3 de octubre, New Orleans, E.U.: SPE 81196.
2. Ahmed, U., Crary, S. F. y Coates, G. R. (1991). Permeability Estimation: The Various Sources and Their Interrelationships. *Journal of Petroleum Technology (SPE 19604-PA)*, 43 (5), 578-587.
3. Amaefule-Jude, O., Altubay, M., Tiab, D., Kersey, D. G. y Keelan D. K. (1993). *Enhanced Reservoir Description Using Core and Log Data to Identify Hydraulic (Flow) Units and Predict Permeability in Uncored Intervals/Wells*. 68° Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, 3-6 de octubre. Houston, Texas, E.U.: SPE 26436.
4. American Petroleum Institute (API). (1983). *Manual of Petroleum Measurement Standards* (2° ed., Vol. 2564). E.U.
5. Archie, G. E. (1941). The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics. *Trans. American Institute of Mining and Metallurgical Engineers (AIME), Journal of Petroleum Technology (SPE 942054-G)*, 146, 54-62.
6. Awalt, M., et al. (13, junio, 2016). The Science Education Resource Center at Carleton College (SERC). Recuperado de: https://serc.carleton.edu/files/NAGTWorkshops/sedimentary/activities/particle_shape.pdf
7. Blake, F. C. (1922). The Resistance of Packing to Fluid Flow. *Trans. American Institute Chemical Engineers*, 14, 415-421.
8. Carman, P. C. (1937). Fluid Flow Through Granular Beds. *Trans. Institute of Chemical Engineering*, 15, 150-166.
9. Castelli, B. (1628). *Della Misura Dell'acque Correnti*. Roma, Italia: Stamperia Camerale.



10. Civan, F. (2002). *Fractal Formulation of the Porosity and Permeability Relationship Resulting in A Power-Law Flow Units Equation -a Leaky- Tube Model*. Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, 20-21 de febrero Louisiana, E.U.: SPE 73785.
11. Coulson. (1935). *The Streamline Flow of Liquids through Beds Composed of Spherical Particles* (tesis inédita de doctorado). Universidad de Londres, Londres, Inglaterra.
12. Da Silva, Á. (01, septiembre, 2012). La Comunidad Petrolera. Recuperado de <https://www.lacomunidadpetrolera.com/2012/09/definicion-de-la-permeabilidad.html>
13. Darcy, M. H. P. G. (1856). *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon: Determination of the Law of Flow of Water Through Sand*. Paris, Francia: Victor Dalmont.
14. Dewan, J. T. (1983). *Essentials of Modern Open-Hole Log Interpretation*. Tulsa, Oklahoma, E.U.: PennWell Books. 95
15. Biju-Duval, B. (1999). *Géologie sédimentaire: bassins, environnements de dépôts, formation du pétrole*. Paris, Francia: Ediciones Technip: Institut français du pétrole. 735.
16. Donat, J. (1929). Über die Durchlässigkeit des Sands. Berlín: Wasserkraft und Wasserwirtsch. 25. 225.
17. Dupuit, A. E. (1863). *Études Théoretiques et Pratiques sur le Mouvement des Eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables* (2° ed.). Paris, Francia: Dunod. 267.
18. Emersleben, O. (1925). *Annalen der Physik*. Phys. Zeitz, 26 (1), 601.
19. Faris, S. R. Gournay, L. S., Lipson, L. B. y Webb, T. S. (1954). Geological Notes: Verification of tortuosity equations. *Am. Assoc. Petrol. Geologists Bulletin*, 38, 2226-2232.
20. Fricke, H. (1924). A Mathematical Treatment of the Electric Conductivity and Capacity of Disperse Systems I: The Electric Conductivity of a Suspension of Homogeneous Spheroids. *Physical Review Journal*, 24 (5), 575-587.
21. Hagenbach-Bischoff, E. (1860). Über die Bestimmung der Zähigkeit einer Flüssigkeit durch den Ausfluss aus Röhren. *Poggendorf's Annalen der Physik and Chemie*, 8 (9), 385-426.



22. Hagiwara, T. (1984). *Archie's m for Permeability*. 59th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of American Institute of Mining and Metallurgical Engineers (AIME), 16-19 de septiembre, Houston, Texas, E.U.: SPE 13100.
23. Haro, C. F. (2004). *The Perfect Permeability Transform Using Logs and Cores*. The Society of Petroleum Engineers Annual Technical Conference and Exhibition, 26-29 de septiembre, Houston, Texas, E.U.: SPE 89516.
24. Hessen, H. (1927). *Der Steppenwolf*. Alemania: S. Fischer Verlag.
25. Hubbert M. K. (1956). Darcy's Law and the Field Equations of the Flow of Underground Fluids. *Trans. American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers (AIME), Journal of Petroleum Technology (SPE 749-G)*, 207, 222-239.
26. International Energy Agency (2016). World Energy Outlook 2016: Executive Summary. *International Energy Agency (OECD/IEA[©])*. 1-8.
27. Jaramillo-Morales, G. y Alvarado-Castellanos A. (1997). *Electricidad y Magnetismo*. Cd. Mx. México: Trillas, FI, UNAM.
28. Kolodzie, S. Jr. (1980). *The Analysis of Pore Throat Size and Use of Waxman Smit to Determine OOIP in Spindle Field*. 55^o Annual Technical Conference and Exhibition, 21-24 de septiembre, Dallas, Texas E.U.: SPE 9382-MS.
29. Kozeny, J. (1927). Über Kapillare Leitung des Wassers im Boden. *Sitzungs-berichte der Wiener Akademie der Wissenschaften (Sitzung der 28. April 1927)*, 136, 271-306.
30. Krauss, G. (1923). *Über eine neue Methode der Mechanischen Bodenanalyse*. Vortrag auf dem Kongress für Bodenkunde zu Prag, April von 1922, Praga, Checoslovaquia.
31. Krüger, E. (1918). Die Grundwasserbewegung, *Internationale Mitteilungen für Bodenkunde*, 8, 105-152.
32. Krumbein, W. C. (1940). Flood gravels of San Gabriel Canyon, California. *Geological Society of America Bulletin*, 51, 639-676.
33. Lee, S. H. y Datta-Gupta, A. (1999). *Electrofacies Characterization and Permeability Predictions in Carbonate Reservoirs: Role of Multivariable Analysis and Non-Parametric Regression*. Annual Technical Conference and Exhibition, 3-6 de octubre, Houston, Texas, E.U.: SPE 56658.



34. Lewis, D. W. y Mc Chonchie, D. (1994). *Analytical Sedimentology*. New York, E.U.: Chapman & Hall. 197.
35. Ling, K. (2012). *Correlation Between Rock and Formation Resistivity Factor -A Rigorous and Theoretical Derivation-*. Society of Petroleum Engineers Middle East Unconventional Gas Conference and Exhibition, 23-25 de enero, Abu Dhabi, Emiratos Árabes Unidos: SPE 152724.
36. Maxwell, J. C. (1973). *A Treatise on Electricity and Magnetism*. New York, E.U.: Oxford at the Clarendon Press, 425.
37. Mendoza-Romero, G., Becerril-Ayala, J. Valle-González, V. y Colaboradores. (2011). *Tecnología IFV®: Sistema Avanzado de Análisis e Interpretación Petrofísica y Plataformas de Graficación, Usando Datos de Laboratorio y/o Registros Geofísicos*. Inédito. Consultoría y Gestoría Petrofísica, Cd. de Mx., México.
38. Mendoza-Romero, G. y Pérez-Rosales, C. (1985). *New Relationship Between Formation Resistivity Factor and Primary and Secondary Porosities*. 26° Annual Logging Symposium of the Society of Professional Well Log Analysts (SPWLA), 17-20 de junio, Dallas, Texas.
39. Mendoza-Romero, G. (2009). *Apuntes de la materia: Principios de Petrofísica*. Inédito. ESIA-Ticomán, Ciencias de la Tierra, IPN, Cd. de Mx., México.
40. Mendoza-Romero, G. (2015). *Apuntes de la materia: Caracterización Estática de Yacimientos*. Inédito. Facultad de Ingeniería, UNAM, Cd. de Mx., México.
41. Mendoza-Romero, G. (2017). *Apuntes de la materia: Evaluación petrofísica*. Inédito. ESIA-Ticomán, Ciencias de la Tierra, IPN, Cd. de Mx., México.
42. Mendoza-Romero, G., Valle-González, V., Mendoza-Romero, A. E. y Mendoza-Romero, I. Y., (2015). *Innovación Tecnológica para la Evaluación Bioestratigráfica, Petrofísica Avanzada y de Litofacies en Yacimientos Fracturados Vugulares*. Congreso Mexicano del Petróleo, 10-13 de junio, Guadalajara, Jalisco, México.
43. Navier, C. L. M. H. (1823). Mémoire sur les lois du Mouvement des Fluides. *L'Institut de France: Mémoires d'Académie Royale des Sciences*, 6, 389-440.
44. Nelson, P. H. (1994). Permeability-Porosity Relationships in Sedimentary Rocks. *Log Analysts (Society of Petrophysicists and Well-Log Analysts)*, 35(3), 38-62.



45. Nelson, R. A. (2001). *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs* (2° ed.). Houston, Texas, E. U.: Gulf Professional Publishing. 352.
46. Padilla-S., R., Pacheco-G., C. y Reyes-G., S. (2004). *Integrated Dynamic and Static Characterization for a Mesozoic Naturally Fractured Reservoir in a Platform – Basin Area in Southeastern México*, International Petroleum Conference and Exhibition in Mexico, 8-9 de noviembre, Puebla, México: SPE 92197.
47. Padilla-Sixto, R. y Toledo-P. R. (2013). Evaluación de yacimientos naturalmente fracturados y retos por resolver, *Revista de Ingeniería Petrolera*, 53 (3), 138-161.
48. Pérez-Rosales, C. (1976). Generalization of the Maxwell Equation for Formation Resistivity Factors. *Journal of Petroleum Technology (SPE 5502-PA)*, 28 (7), 819-824.
49. Pérez-Rosales, C. (1982). On the Relationship Between Formation Resistivity Factor and Porosity. *Society of Petroleum Engineers Journal (SPE 10546-PA)*, 22 (4), 531-536.
50. Pérez-Rosales, C., Cruz-Hernández, J., Islas-Juárez y Mercado-Díaz, A. (2000). *New Formulation for Formation Resistivity Factors of Fractured Porous Media*. International Petroleum Conference and Exhibition in México, 1-3 de febrero, Villahermosa, Tabasco, México: SPE 58991.
51. Pérez-Rosales, C., y Luna, E. (2004). *Characterization of a Vuggy Fractured Media: A Practical Approach*. International Petroleum Conference and Exhibition in México, 8-9 de noviembre, Puebla, Puebla, México: SPE 91863.
52. Pérez-Rosales, C., Mercado-Díaz, A., Cruz-Hernández, J. E Islas-Juárez, R. (2002). *Electric Resistivity of Vuggy Fractured Media*. International Petroleum Conference and Exhibition in Mexico. 10-12 de febrero, Villahermosa, Tabasco, México: SPE 74340
53. Petróleos Mexicanos (2016). *Evaluación de Reservas de Hidrocarburos* (18 ed.). México: Subdirección de Recursos Prospectivos y Auditorías de Reservas de Hidrocarburos de PEMEX Exploración y Producción. 114.
54. Pirson, S. (1963). *Handbook of Well Log Analysis: For Oil and Gas Formation Evaluation*. New York, E.U.: Prentice Hall. 326.
55. Poiseuille, J. L. M. (1846). Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres. *Académie Royale des Sciences Fr.: Math. Phys. Sci. Mem.*, 9, 433-545.



56. Porter, C. R. y Carothers, J. E. (1970). *Formation factor-porosity relation derived from well log data*. SPWLA 11° Annual Logging Symposium, 3-6 de mayo, Los Angeles, California, E.U.
57. Portilla-San Agustín, L. (2007). *Métodos Para Determinar la Saturación de Agua Irreductible (Swi) en Yacimientos Petroleros* (tesis inédita). Facultad de Ingeniería, UNAM, Cd. Mx., México.
58. Powers, M. C. (1953). A New Roundness Scale for Sedimentary Particles. *Journal of Sedimentary Petrology*, 23 (2), 117-119.
59. Reyes-Lobato, E. (2013). *Manual de términos geológicos utilizados en la industria petrolera* (tesis inédita). Facultad de Ingeniería, UNAM, Cd. de Mx., México.
60. Romaña-García, J. F. (2014). *Los Límites de la Ley de Darcy* (tesis inédita). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
61. Rose, W. y Bruce, W. A. (1949). Evaluation of Capillary Character in Petroleum Reservoir Rock. *Trans. American Institute of Mining and Metallurgical Engineers (AIME), Journal of Petroleum Technology (SPE 949127-G)*, 1, 127-142.
62. Rouse, H. y Ince, S. (1957). *History of Hydraulics*. Iowa, E. U.: Iowa Institute of Hydraulic, State University of Iowa. 269.
63. Salem, H. S. (1993). *Derivation of the Cementation Factor (Archie's exponent) and the Kozeny-Carman Constant from Well Log Data, and Their Dependence on Lithology and other Physical Parameters*, Canada: Bedford Institute of Oceanography Geological, Survey of Canada Atlantic Geoscience Center (SPE Inc. 26309). 26.
64. Salvatore, P. S. y Skalak, R. (1993). The History of Poiseuille's Law. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 25, 1-19.
65. Scheidegger, A. E. (1957). *The Physics of Flow Through Porous Media* (2° ed.). Toronto, E.U.: University of Toronto Press. Macmillan. 82.
66. Schlumberger. (2008). *Yacimientos Carbonatados: Enfrentando sus Desafíos Singulares Para Maximizar la Recuperación*. Schlumberger Corporation. 16.
67. Schlumberger. (2, mayo, 2018). *Schlumberger Oilfield Glossary*. Recuperado de: <https://www.glossary.oilfield.slb.com>.



68. Slichter, C. S. (1899). Theoretical Investigation of the Motion of Ground Waters. *19° annual report 1897-98, 1 (2)*, 295-384.
69. Tarbuck, E. J., Lutgens, F. K. y Tasa, D. (2005). *Ciencias de la Tierra - Una Introducción a la Geología Física* (8° ed.). Madrid, España: Educación Pearson. 686.
70. Torres-Zúñiga, V. (s.f.). Ecuación de continuidad. *slideshare.net*. Recuperado de: <https://es.slideshare.net/vicentz/la-ecuacin-de-continuidad>.
71. Vázquez-Castro, G. (2013). *Apuntes de Geología de Yacimientos*. Inédito. Facultad de Ingeniería, UNAM, Cd. de Mx. México.
72. Wadell, H. (1932). Volume, Shape, and Roundness of Rock Particles. *Journal of Geology*, *40*, 447-448.
73. Waff, H. S. (1974). Theoretical Considerations of Electrical Conductivity in Partially Mantle and Implications for Geothermometry, *Journal of Geophysical Research*, *79 (26)*, 4003-4010.
74. Wikimedia. (24, Mayo, 2008). *wikimedia.org*. Recuperado de: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:BernoullisLawDerivationDiagram.svg>
75. Winn, R. H. (1955). *The Fundamentals of Quantitative Analysis of Electric Logs*. Formation Evaluation Symposium. 27-28 de octubre, Houston, Texas, E.U.: SPE 584.
76. Winsauer, W. O., Shearin Jr. H. M., Masson, P. H. y Williams, M. (1952). Resistivity of brine-saturated sands in relation to pore geometry. *Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists(AAPG)*, *36 (2)*, 253-277.
77. Wyllie, M. R. J. y Gregory, G. R. (1953). Formation factors of unconsolidated porous media: influence of particle shape and effect of cementation. *Trans. American Institute of Mining and Metallurgical Engineers (AIME), Journal of Petroleum Technology (SPE-223-G)*, *198*, 103-110.
78. Zingg, Th. (1935). *Beiträge zur Schotter Analyse* (tesis inédita de doctorado). Escuela Técnica Federal en Zürich, Zürich, Suiza.
79. Zunker. F. (1923). Die Bestimmung der Spezifischen Oberfläche des Bodens. *Landw. Jahrbuch*, *58*, 159-203.