



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA - INSTRUMENTACIÓN

DETECCIÓN DE PROCESOS MAGNÓNICOS PARA DESARROLLO DE SENSORES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

ANDRÉS FELIPE SARMIENTO BAYONA

TUTOR PRINCIPAL:

DRA. MARÍA HERLINDA MONTIEL SÁNCHEZ, ICAT

CIUDAD DE MÉXICO, SEPTIEMBRE 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Augusto García Valenzuela

Secretario: Dr. Naser Qureshi

Vocal: Dra. María Herlinda Montiel Sánchez

1er. Suplente: Dr. Pablo Roberto Pérez Alcázar

2do. Suplente: Dr. Oleg V. Kolokoltsev Flatov

Lugar donde se realizó la tesis:

ICAT, Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología.

TUTOR DE TESIS:

Dra. María Herlinda Montiel Sánchez

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

En este apartado quiero agradecer de manera muy sincera y especial a la doctora Herlinda Montiel y al doctor Oleg Kolokoltsev. Por su apoyo incondicional y orientación. Con sus consejos y experiencia lograron enfocar todas mis ideas, haciendo posible el desarrollo de este proyecto de tesis, y contribuir en mi crecimiento académico y personal.

A mis padres Rafael Sarmiento y Sandra Bayona, y a mi hermano Rafael Sarmiento, por el cariño y la fortaleza brindada en estos años, ya que fueron la razón de afrontar este nuevo reto.

A mis sinodales Augusto García, Naser Qureshi, Pablo Perez y Oleg Kolokoltsev por sus consejos y tiempo prestado.

A mis compañeros de generación y docentes que contribuyeron de forma significativa en mis conocimientos con sus ideas, su disponibilidad y paciencia, en especial a Ana Juvier por su afecto y cariño incondicional.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México, en especial al Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, por brindarme la oportunidad de recibir una educación de gran calidad y hacer uso de sus instalaciones y campus universitario.

Agradezco al CONACYT por todo el apoyo recibido a lo largo de la realización de mi maestría y al proyecto PAPIIT IG100517 “Estudio de nuevos procesos físicos en sistemas multiferroicos para aplicaciones magnónicas.”

RESUMEN

En los últimos años se ha incrementado la investigación de nuevas tecnologías enfocadas en reducir el consumo de energía, con el estudio de la dinámica de onda espín es posible generar el desarrollo de nuevas tecnologías con especial enfoque en la magnónica; la cual es una tecnología proyectada para un bajo consumo energético, una mayor sensibilidad ya que es posible excitar ondas espín simultáneamente implementando un único oscilador. En este trabajo se propone el estudio de nuevos procesos magnónicos para el desarrollo de sensores. Cabe resaltar que la novedad de este proyecto es la propagación de ondas espín magnetostáticas y amplificación de magnones térmicos en una película delgada de YIG, al excitarla con una distribución de campo magnético alterno inducido a través de una antena microlínea con una fuente de bombeo a una frecuencia constante a frecuencias bajas de excitación (un par de Gigahertz) y una potencia baja, además, la detección de amplificación de magnones térmicos presenta un ancho de pico angosto, es decir, con un gran factor de calidad.

Los procesos magnónicos estudiados son:

- Amplificación de magnones térmicos
- Interacción de nanopartículas ferrimagnéticas con la onda espín
- Generación de señales magnónicas multifrecuencia

Para el desarrollo de este proyecto se emplea una película de granate de hierro e itrio (YIG, Yttrium Iron Garnet por sus siglas en inglés), y usando una configuración de bombeo paralelo con un campo magnético externo el cual magnetiza la película de YIG que se encuentra ubicada sobre una antena microlínea de cobre a través de esta se realiza el bombeo de microondas, generando una onda electromagnética que se encuentra en paralelo al vector de magnetización, de ahí el nombre de bombeo paralelo. Con la microantena es posible detectar la amplificación de magnones térmicos generados en la placa de YIG, debido a la magnetización y al bombeo electromagnético de microondas (“el cual se encuentra en el orden de los GHz”), esta amplificación se encuentra a la mitad de esta frecuencia de bombeo.

Mediante esta técnica de propagación y bombeo de onda espín, se detectaron nanopartículas magnéticas depositadas en un polímero y ubicadas sobre la película de YIG, esto es posible debido a que las partículas magnéticas pueden cambiar el estado de magnetización del YIG mediante una interacción magnetostática y como consecuencia se ve afectada la amplificación de magnones térmicos, y por tanto lograr detectar estas nanopartículas. Si se le adiciona una antena al sistema, con la cual se realice un segundo bombeo sobre la placa de YIG, de forma perpendicular tanto al bombeo principal como a la magnetización, se presenta un fenómeno denominado mezclado, este diseño puede aplicarse para el diseño de una compuerta analógica AND, por lo que se determina la potencia mínima y el rango de frecuencias donde se presenta este fenómeno de mezclado, además de las principales particularidades de la placa que afectan o contribuyen a este fenómeno.

1. INTRODUCCIÓN	1
2. ANTECEDENTES	3
a. Conceptos fundamentales	3
<i>i. Propiedades magnéticas de los materiales</i>	3
<i>ii. Energía de intercambio</i>	5
<i>iii. Anisotropía magnética.</i>	6
b. Dinámica de espín	8
<i>i. Aproximación Magnetostática</i>	8
<i>ii. Precesión de un cuerpo</i>	15
<i>iii. Razón giro magnética y ecuación de movimiento.</i>	17
<i>iv. Precesión de Larmor</i>	25
3. DISEÑO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS	30
a. Amplificación de magnones térmicos	31
<i>i. Montaje experimental</i>	31
<i>ii. Resultados de amplificación de magnones térmicos</i>	36
b. Interacción con campos o materiales magnéticos	43
<i>i. Perturbación con imán de disco</i>	44
<i>ii. Perturbación con solenoide</i>	48
<i>iii. Interacción con partículas de magnetita</i>	51
4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	55
REFERENCIAS	57

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad se ha ahondado en la investigación de la dinámica de espín, conllevando a la búsqueda de nuevas alternativas para el procesamiento analógico y digital con las que se logre una mayor velocidad, miniaturización de dispositivos y menor consumo energético basados en la propagación de ondas espín tales como la magnónica [1, 2] y la espintrónica [3].

Para el control y propagación de ondas de espín magnónicas se emplea principalmente el uso de películas delgadas ferrimagnéticas de YIG (Granate de hierro e Itrio) [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13] [14, 15] que cumplen la función de guías de onda, dentro del material se pueden propagar dos tipos de onda espín (magnones) según el tipo de interacción de los momentos magnéticos en la estructura cristalina, los cuales pueden ser de interacción de intercambio (conocidos como térmicos) o dipolo-dipolo (conocidas como magnetostáticas); para lograr la amplificación paramétrica de los magnones se emplea un bombeo de fotones a frecuencia de microondas, el cual amplifica los magnones debidos a la interacción de intercambio pero también atenúa los de interacción dipolo-dipolo, siendo las segundas las ondas espín deseadas para las aplicaciones por su constante de propagación. Al usar una fuente de bombeo no estacionaria (pulsada) se puede lograr esta amplificación evitando una saturación no deseada [16, 17], además, en la mayoría de los estudios reportados se emplean frecuencias de bombeo por encima de los 4 GHz [4, 6, 12, 15, 17], a diferencia de la investigación realizada en esta tesis en la cual se empleó una fuente de bombeo estacionaria, y una frecuencia de bombeo de no más de un par de Gigahertz.

La técnica que se empleaba para la detección y el estudio de los magnones térmicos es mediante espectroscopia óptica, (Brillouin light Scattering, BLS) [18], con la desventaja que no se obtiene en tiempo real. Por lo que para la investigación realizada en esta tesis se empleó la detección mediante una sonda inductiva, técnica que hasta la fecha ha sido empleada y reportada en una ocasión [17] logrando detectar de forma indirecta los magnones térmicos con una microantena.

Cabe resaltar que la amplificación paramétrica de magnones térmicos se puede lograr mediante bombeo longitudinal [6, 13], transversal o bombeo paralelo [8, 11, 12, 15], siendo la de bombeo paralelo la trabajada para propagar y estudiar los magnones térmicos y sus propiedades fundamentales mediante su espectro electromagnético.

La base fundamental de este estudio está dada por la teoría semi-cuántica de Landau-Lifshitz [19, 20]. Esta presenta un modelo que describe la naturaleza giromagnética de los momentos que se encuentran dentro de una estructura cristalina, este modelo incluye todas las energías magnéticas efectivas, permitiendo así estudiar los momentos como un cuerpo completo de forma macroscópica.

a. Descripción del contenido

El contenido del texto consta de cuatro capítulos, el primer y presente capítulo, denominado introducción, tiene como finalidad dar a conocer el estado tecnológico actual en el que se encuentra el trabajo realizado, presentar ciertos detalles puntuales para contextualizar sobre las diferencias y novedades respecto a otros proyectos similares. También se mencionan los objetivos que se trabajaron en el transcurso de la tesis.

El segundo capítulo abarca los antecedentes, teoría y conceptos fundamentales del magnetismo y la dinámica de onda espín, los cuales son principios de suma utilidad para el desarrollo de los siguientes capítulos.

El tercer capítulo describe de forma detallada los experimentos realizados durante todo el transcurso de la tesis, además de los resultados y discusiones, este capítulo se divide en dos secciones, en la primera se trabajó la amplificación de magnones térmicos, la propagación de ondas espín en la película delgada de YIG y su metodología de detección, además, los resultados obtenidos y su respectiva discusión. La segunda parte tiene como propósito estudiar la respuesta espectral de onda espín al interactuar con diferentes materiales o campos magnéticos, y dar de forma detallada que hay una correlación entre ellos, además determinar las características espectrales asociadas a estas interacciones.

Por último, el cuarto capítulo engloba las conclusiones generales de la investigación realizada, además, se agregan unas posibles líneas de investigación que podrían trabajarse en un futuro próximo.

b. Objetivos

- Instrumentar el arreglo experimental para la detección de magnones térmicos, nanopartículas y generación de fenómeno multifrecuencia.
- Determinar los procesos magnónicos en películas delgadas de granate de hierro e itrio (YIG, Yttrium iron garnet), caracterizando este comportamiento en determinados materiales con dimensiones físicas específicas.
- Establecer las variaciones en el espectro de amplificación de magnones térmicos (en un ancho de banda específico), cuando interactúa o se ve perturbado por materiales o campos magnéticos externos.

c. Motivación

Una de las motivaciones es la detección de nanopartículas magnéticas, ya que se puede emplear para diseñar biosensores en el cual estas nanopartículas se funcionalicen con el objetivo de realizar una detección o un diagnóstico de alguna anomalía o patología. Otra puede ser realizar la caracterización de algunas propiedades magnéticas de nanopartículas u otros materiales magnéticos, ya que este podría ser un novedoso método de caracterización, por último, con el fenómeno de mezclado es posible realizar una nueva forma de lógica computacional, que puede ser más rápida, de menor consumo, y con un menor tamaño.

2. ANTECEDENTES

a. Conceptos fundamentales

i. Propiedades magnéticas de los materiales

Convencionalmente las propiedades magnéticas de los materiales están asociadas a su tensor susceptibilidad, $\bar{\chi}$, y se define de la siguiente forma [21]:

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \bar{\chi}\vec{H} \quad (1)$$

Donde de forma macroscópica, \vec{M} es el momento magnético neto por unidad de volumen del total del material (conocido como magnetización), \vec{H} es el campo magnético externo aplicado, y \vec{M}_0 , es la magnetización espontánea del material en ausencia de un campo magnético externo aplicado.

Se puede considerar que la susceptibilidad de los materiales es isotrópica, es decir, que sin importar cuál sea la dirección de un campo magnético externo, la magnetización inducida que exhibirán los momentos magnéticos es paralela al campo aplicado, en este caso la susceptibilidad se presentara como un escalar, cuando el material no es isotrópico, esta susceptibilidad se presentara como un tensor simétrico de segundo orden de 3x3.

Cuando hablamos de propiedades magnéticas de los materiales estos se podrían dividir en tres grupos considerando si poseen electrones libres o no, paramagnéticos, diamagnéticos y magnéticos ordenados. Dichos materiales que presentan un ordenamiento magnético pueden ser clasificados según la orientación de sus momentos magnéticos en ausencia de un campo magnético externo. Por lo cual estos materiales son conocidos como ordenados magnéticamente, y dependiendo como se presenten los patrones de alineación en estos materiales, podrán ser clasificados en ferromagnéticos, ferrimagnéticos y antiferromagnéticos. Si la alineación de los momentos magnéticos elementales entre vecinos cercanos es paralela entre ellos, este ordenamiento corresponde a un material ferromagnético.

Si una parte de los momentos magnéticos están orientados en una dirección y otra está orientada en dirección contraria, es decir, de forma paralela y antiparalela, respectivamente, se presentara nulidad en la magnetización total del material, este ordenamiento magnético se le denomina antiferromagnético, cuando la contribución de magnitud magnética de los momentos alineados de forma paralela es mayor a la contribución de los momentos magnéticos orientados de forma antiparalela, se le denominara al material como ferrimagnético (antiferromagnético no compensado), siendo estos últimos los materiales que estudiaremos experimentalmente ya que bajo ciertas condiciones exhiben el fenómeno de interés de la presente investigación.

En la [1](#) se presenta como se agrupan los materiales acorde a sus propiedades magnéticas y como se verían los momentos magnéticos del material los cuales se ven representados en los recuadros vectores, los recuadros representan el material y los vectores los momentos magnéticos.

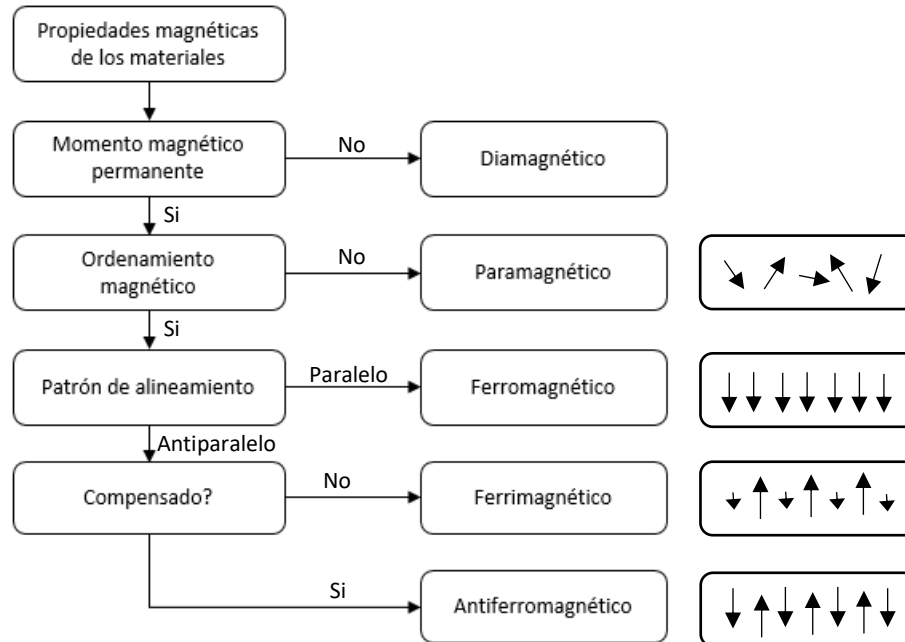


Figura 1. Diagrama de bloques de propiedades magnéticas en materiales.

Cabe resaltar dos puntos importantes a los cuales se les hizo referencia en la descripción dada anteriormente, primero, el movimiento térmico se antepone a la orientación de momentos magnéticos. El ordenamiento espontáneo se presentará cercano al ideal únicamente para bajas temperaturas. Por encima de la temperatura crítica, denominada temperatura de Curie, el movimiento térmico destruirá completamente estos ordenamientos magnéticos.

Segundo, las direcciones de la magnetización espontánea en ausencia de un campo magnético, no presentan un ordenamiento totalmente paralelo en todo el material. El material se divide en dominios magnéticos.

Las propiedades magnéticas mencionadas anteriormente, se le adjudican totalmente a los momentos magnéticos permanentes presentes dentro de un material, y el origen de estos momentos magnéticos es debido a la interacción espín-espín y el espín-orbital de los electrones con la estructura.

Cuando los niveles electrónicos están totalmente llenos la contribución al momento magnético neto es nula o igual a cero, esto se debe a que cada electrón presentará un momento magnético el cual se ve anulado por su par electrónico que presenta un momento magnético en dirección contraria, por lo que es compensada la contribución de este par electrónico. Por lo tanto, la contribución magnética aparecerá en las capas parcialmente llenas (con ausencia de electrones), comúnmente en materiales paramagnéticos y ferromagnéticos, la contribución al momento magnético se presenta o aparece únicamente en capas parcialmente llenas en particular las capas 3d, 4d, 5d o 4f, y únicamente por los electrones ubicados más externamente [22].

Los materiales ferromagnéticos, presentan momentos magnéticos permanentes que se alinean espontáneamente, todos estos momentos magnéticos interactuarán a nivel espín, generando una

alineación espontánea. A esta alineación se le denomina interacción de intercambio, en ausencia de un campo magnético externo, el material internamente se dividirá en patrones complejos llamados dominios magnéticos, estos momentos magnéticos presentan una alineación en la parte interna del dominio, pero la dirección de estos momentos magnéticos cambia rápidamente cuando nos encontramos en los límites entre dominios, se podría decir que cada dominio actúa como un pequeño imán, y es un pequeño volumen a comparación del tamaño total del material, pero aun así contiene un gran cantidad de momentos magnéticos elementales, estos dominios magnéticos se orientan hacia ellos mismos con el fin de minimizar el momento magnético neto total (esto es para minimizar la energía magnetostática almacenada), en un ferromagnético isotrópico, la susceptibilidad es un escalar positivo, y cuando interactúa con un campo magnético externo aplicado, los dominios tienden a alinearse con este campo, dando un incremento a la magnetización neta.

Cuando se perturba un material ferromagnético o ferrimagnético con un campo magnético externo mayor a la energía de anisotropía magnética del sistema, todos los dominios magnéticos dentro del material se alinearán con dicho campo, logrando la magnetización de saturación. Sin embargo, aun así, son propensos a verse afectados por perturbaciones perpendiculares a esta orientación de campo magnético externo, si estas perturbaciones varían rápidamente en el tiempo estos elementos empiezan a ser importantes, ya que generan variaciones en la magnetización.

ii. Energía de intercambio

Dirac mostró que el operador de energía (Hamiltoniano) de la interacción de intercambio entre dos partículas con momento magnético de espín \hat{S}_1 y \hat{S}_2 pueden ser escritos como [22]:

$$\hat{H}_{ex} = -2I_{1,2}(r_{1,2})\hat{S}_1\hat{S}_2 \quad (2)$$

Donde $I_{1,2}(r_{1,2})$ es la integral de intercambio, la cual decrece rápidamente con el incremento de la distancia $r_{1,2}$ entre las partículas.

Un sistema de momentos magnéticos de espín localizados en superficies cristalinas e interactuando entre ellos de acuerdo al Hamiltoniano, corresponde al modelo de Heisenberg Dirac Van-Vleck de un material ordenado magnéticamente, en particular de un ferromagnético cuando su integral de intercambio es mayor que cero; para generalizar este modelo, se deben considerar las interacciones de momentos magnéticos de espín, y la interacción Zeeman, que en pocas palabras se puede resumir como el desdoblamiento de los niveles electrónicos al interactuar con un campo magnético externo.

Para que el modelo de Heisenberg se adecue de forma correcta, se debe suponer que: a) el momento magnético de espín está completamente localizado. b) el momento magnético orbital se debe ignorar. A la primera suposición se le adecuan bastante bien los dieléctricos y semiconductores ordenados magnéticamente, pero es pobremente satisfecha para metales. Mientras que la segunda suposición, es satisfecha para ferromagnetos con iones en el estado S, y fuerte extinción del momento orbital.

Para tierras raras magnéticamente ordenadas con iones 4f, la extinción de momento orbital se cumple, por lo que hay una interacción espín-orbita, que combina al momento magnético de espín y al orbital en un momento magnético angular total el cual es muy fuerte, sin embargo, el modelo de Heisenberg puede ser usado para estos materiales, únicamente sustituyendo el momento magnético angular total por el momento magnético de espín.

Por lo que la interacción es una aproximación a primeros vecinos cercanos, por lo que la energía total de intercambio puede expresarse como la sumatoria de sus contribuciones [21]:

$$U_i^{(ex)} = -2 \sum_{j=n.n.} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (3)$$

El momento magnético asociado al espín esta dado por:

$$\vec{\mu} = -g\mu_B \vec{S} \quad (4)$$

En donde μ_B , es el magnetón de Bohr, el cual es la unidad fundamental para expresar la cuantización de momentos magnéticos y esta expresado como $\vec{\mu}_B = |q|\hbar/2m_q$, en donde \hbar es la constante de Planck, q es la carga del electrón, m_q la masa de este, g , es el factor de Landé.

Por lo que la energía de intercambio puede ser escrita como:

$$U_i^{(ex)} = \frac{2\mu_i}{g\mu_B} \sum_{j=n.n.} J_{ij} \vec{S}_j \quad (5)$$

Si se toma en cuenta la contribución de la energía Zeeman U_z , la cual indica el cambio de energía de un momento magnético $\vec{\mu}$ causado por la presencia de un campo magnético \vec{H} , expresada de la forma:

$$U_z = -\vec{\mu} \cdot \vec{H} \quad (6)$$

De tal forma la ecuación (5) describe la interacción del i momento con un campo magnético efectivo:

$$\vec{H}_{ex} = -\frac{2}{g\mu_0\mu_B} \sum_{j=n.n.} J_{ij} \vec{S}_j \quad (7)$$

iii. Anisotropía magnética.

Anisotropía es la dependencia que tienen ciertas propiedades de un material de responder o interactuar respecto a un ángulo de dirección en que se aplica esta perturbación, en magnetismo indica cómo interactúan los materiales con ciertos campos aplicados y su dirección preferencial.

Estas direcciones del material pueden ser definidas por la estructura del material, por la forma del cuerpo, o (en dependencia de un campo alterno) y por la dirección de campos estacionarios externos [22].

La girotropía, es la magnetización estacionaria de un material que tiene un eje preferencial, por lo tanto, la susceptibilidad magnética de alta frecuencia tomara la forma de un tensor. Por otro lado, las condiciones de resonancia ferromagnética dependen de la orientación relativa de la magnetización del material a los ejes del elipsoide, esta segunda puede ser vista como anisotropía de forma.

La mayoría de los ferromagnéticos son cristales, los cuales están caracterizados por una anisotropía magnetocristalina. Por lo que, las direcciones preferenciales son dadas por los ejes cristalinos y dependen de la orientación relativa de la magnetización con estos ejes.

Al profundizar sobre la anisotropía magnetocristalina se puede decir que, si el orbital no es simétricamente esférico, la energía de este estado dependerá de la orientación del orbital con respecto a los iones que circulan sobre el orbital. La interacción entre los momentos magnéticos debidos al espín y el orbital (acoplamiento espín-orbita) causará la energía neta del momento magnético para el cual su orientación dependerá de los ejes principales del cristal. Esta anisotropía genera una contribución y dependencia con la orientación [23].

El YIG a temperatura ambiente tiene una anisotropía magnetocristalina cubica de primer orden muy baja equivalente a $k_1 = -610 \text{ J/m}^3$ [21].

Esta anisotropía puede exhibirse de forma uniaxial, y se incrementa debido al crecimiento texturizado en películas delgadas. Se caracteriza por que un solo eje presenta un mínimo o un máximo de energía, si corresponde al eje de máxima energía se le denomina eje difícil, si corresponde al de mínimo energía se le denomina eje fácil.

La anisotropía magnetoelástica, también se presenta en materiales para los cuales las direcciones preferenciales de magnetización concuerdan con las direcciones en las que se realiza un esfuerzo mecánico (una perturbación) externo. Otros tipos de anisotropías pueden ser ocasionados por gradientes de temperatura, o campos eléctricos, que usualmente siempre existen, pero contribuyen de forma muy pequeña.

b. Dinámica de espín

i. Aproximación Magnetostática

Cabe resaltar que cuando se considera una onda espín se puede explicar con la propagación de onda.

Es importante tener en consideración que para comprender la magnetostática es necesario tener en cuenta que el magnetismo es generado por una única fuente, y es el movimiento de partículas con una carga eléctrica, es decir, corrientes eléctricas.

Así como las leyes de Maxwell explican la electrodinámica, para este fin se puede argumentar que el flujo de una corriente eléctrica a través de un elemento conductor genera un campo magnético, tomando como fundamento la conocida ley de ampere.

Las ecuaciones de Maxwell nos indican que las cargas en movimiento generan un campo magnético, adicional a un campo eléctrico. Si la densidad de corriente es constante, entonces se satisfacen las ecuaciones de Maxwell para la magnetostática [21].

Con el fin de continuar el argumento es bueno dar a conocer estas leyes:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad , o, \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (10)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{\mu_0 \epsilon_0 \partial \vec{E}}{\partial t} \quad , o, \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (11)$$

Donde en el espacio libre,

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (12)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (13)$$

En donde \vec{E} es la intensidad de campo eléctrico, \vec{B} es la densidad de flujo magnético, $\mu_0 \epsilon_0$, son la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica en el vacío, respectivamente, \vec{H} es la intensidad de campo magnético, \vec{D} es desplazamiento de flujo eléctrico, ρ es la densidad de carga eléctrica y \vec{J} es la densidad de corriente eléctrica.

Sin embargo, cuando hablamos de un material aparecen términos adicionales debido a la respuesta de la interacción del material a la presencia de estos campos, en donde las expresiones generales quedaran de la forma.

$$\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M}) \quad (14)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E} + \vec{P} \quad (15)$$

En donde \vec{P} es el momento dipolar eléctrico por unidad de volumen y \vec{M} el momento magnético por unidad de volumen, referidos comúnmente como la polarización y la magnetización respectivamente.

Si al aplicar un campo la respuesta del medio es lineal, entonces la densidad de polarización y magnetización se relacionan con las intensidades de campo de la siguiente forma.

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_o\bar{\chi}_e \cdot \vec{E}(t) \quad (16)$$

$$\vec{M}(t) = \bar{\chi}_m \cdot \vec{H}(t) \quad (17)$$

Donde $\bar{\chi}_e$ y $\bar{\chi}_m$ son los tensores de susceptibilidad eléctrica y magnética, respectivamente, y se asume que son constantes en el tiempo, si la respuesta del medio no es lineal, se puede decir que el medio tiene “memoria” y la respuesta se obtendrá integrando todas las excitaciones pasadas, a esto se le denomina medio dispersivo.

Si se analiza en el dominio de la frecuencia, la respuesta para una senoide siempre estará determinada por la amplitud de excitación y llegara a un estado estacionario, por lo que la integración no es necesaria, quedando expresado como.

$$\vec{P}(\omega) = \varepsilon_o\bar{\chi}_e(\omega) \cdot \vec{E}(\omega) \quad (18)$$

$$\vec{M}(\omega) = \bar{\chi}_m(\omega) \cdot \vec{H}(\omega) \quad (19)$$

Sustituyendo estas ecuaciones en las expresiones generales, presentan las relaciones constitutivas y pueden ser escritas como:

$$\vec{B} = \bar{\mu}(\vec{H}) \quad (20)$$

$$\vec{D} = \bar{\varepsilon}(\vec{E}) \quad (21)$$

En donde,

$$\bar{\mu} = \mu_o(\bar{I} + \bar{\chi}_m) \quad (22)$$

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_o(\bar{I} + \bar{\chi}_e) \quad (23)$$

Siendo los tensores de permeabilidad y permitividad respectivamente, y \bar{I} es la matriz unitaria.

Determinando las formas generales de las relaciones constitutivas, debido a que, si $\bar{\mu}$ y $\bar{\epsilon}$ se reduce a un escalar constante se dice que el material es magnética y eléctricamente isotrópico, respectivamente, de forma alternativa si el material es anisotrópico estos tensores se representan como una matriz de 3x3.

Teoría cuántica de ondas espín

Cuando se analiza un sólido constituido por átomos, es necesario tener en cuenta que los momentos magnéticos atómicos interactúan entre sí, independientemente de su ubicación; se analizará netamente el caso en que el momento angular es debido únicamente al espín.

Estas excitaciones tienen una fuerte dependencia de la temperatura. Como se ha nombrado anteriormente, los principales mecanismos de interacción para el espín son el acoplamiento magnético dipolo-dipolo, y el mecanismo de origen mecánico cuántico ya mencionado, denominado la interacción de intercambio [21].

Desde un punto de vista semi-clásico estas ondas espín suelen verse como un desfase entre los momentos magnéticos asociados a las partículas elementales dentro de la estructura cristalina del material, en las cuales la fase de precesión presentara una variación periódica.

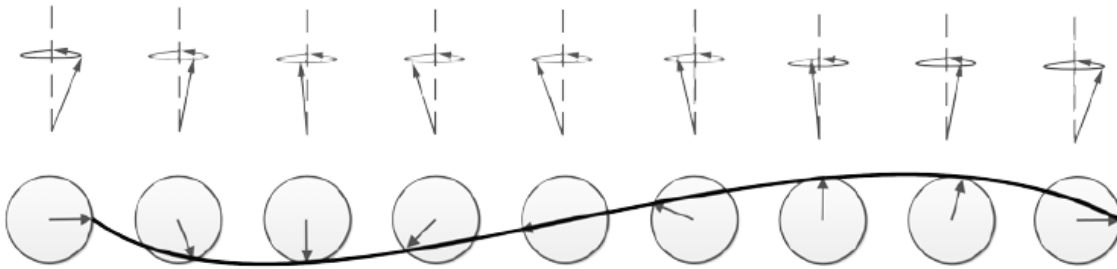


Figura 2. Representación de desfase en la precesión de los momentos magnéticos elementales generando una propagación de onda espín [24].

Cabe resaltar que: las ondas espín debidas a la interacción de intercambio, presentan un corto alcance y su propagación se da en una pequeña fracción de la red cristalina, se puede decir que su longitud de onda está estrechamente ligada al parámetro de red, a , (tamaño de la celda cristalina), siendo estas magnitudes similares y se expresa como: $\lambda = 2\pi/a$ [25]. Las ondas espín debidas a la interacción dipolo-dipolo, son de mayor alcance las cuales se propagan en una sección más grande afectando la precesión de espín de varios momentos magnéticos, por lo cual se puede decir que la longitud de onda es mayor al parámetro de red y de mayor alcance.

Las interacciones dipolares son de gran importancia cuando la onda espín es muy larga a comparación del espacio entre espines. Y la interacción de intercambio predomina cuando el espacio entre espines se vuelve significativo en la misma escala que la longitud de onda.

La energía de intercambio para un material ferromagnético puede ser descrita por la suma de un término dado por una magnetización uniforme, U_{ex0} , y uno no uniforme, $U_{ex\sim}$ [22].

Para hablar de ondas de espín en ferromagnéticos ilimitados que son debidas a una magnetización no uniforme, se pueden definir como el incremento de la energía de intercambio como

consecuencia del anti-paralelismo de los momentos magnéticos de los vecinos próximos, esta puede definirse como, la dependencia de la magnetización M .

Este término también puede ser escrito como:

$$U_{ex\sim} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 q_{ij} \frac{\partial M}{\partial x_i} \frac{\partial M}{\partial x_j} \quad (24)$$

En donde la variable q_{ij} representa las componentes de un tensor.

Podemos definir el campo efectivo de la interacción de intercambio como:

$$H_{ex} = H_{ex0} + H_{ex\sim} = \bar{\Lambda}M + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 q_{ij} \frac{\partial M}{\partial x_i} \frac{\partial M}{\partial x_j} \quad (25)$$

Como se definió anteriormente para materiales isotrópicos Λ y q_{ij} son escalares por lo que la energía de intercambio no uniforme tomara la forma:

$$H_{ex\sim} = q\nabla^2 M \quad (26)$$

Se realiza un análisis de ferromagnéticos magnetizados al punto de saturación, en el cual M_0 no cambia rápidamente en el espacio. Por lo que el campo $H_{ex\sim}$ tiene solo una componente variable. Esta amplitud compleja para un ferromagnético isotrópico es expresado como:

$$h_{ex} = q\nabla^2 \mu \quad (27)$$

Se conectan las cantidades η y D con q para tener la relación:

$$\eta = \gamma D = \gamma M_0 q \quad (28)$$

Estas tres cantidades son definidas como las constantes de intercambio no uniforme o constantes de rigidez del espín.

Para analizar las ondas espín cuando estas se propagan como onda es relevante hacer un apartado a las ecuaciones de onda que describen su comportamiento.

Ecuaciones de onda

Las ecuaciones de onda pueden expresar las propiedades de campos espaciotemporalmente dependientes, definidas como: $e^{(i\vec{k}\cdot\vec{r}-i\omega t)}$, en un tiempo particular t_0 , la siguiente expresión indica la fase en la cual la superficie permanece constante [21]:

$$\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t_0 = \varphi_0 \quad (29)$$

Se asume \vec{k} como un vector constante en donde su magnitud y dirección es independiente de \vec{r} .

Se debe tener en cuenta que la fase incrementa a lo largo de la dirección del vector \vec{k} cuando t_0 es constante; la distancia a lo largo de un vector unitario en dirección de \vec{k} , que presenta un cambio de fase de 2π es llamado longitud de onda, λ , por lo tanto, se puede decir que:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (30)$$

Como bien sabemos la dependencia de tiempo: $e^{(-i\omega t)}$ permite asumir los diferenciales de tiempo de las ecuaciones de Maxwell como $-i\omega$, por lo tanto, la dependencia de espacio $e^{(i\vec{k}\cdot\vec{r})}$ permite considerar el operador ∇ como $i\vec{k}$.

Teniendo en cuenta esto las ecuaciones de Maxwell podrían ser reescritas como:

$$i\vec{k} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad , o, \quad i\vec{k} \cdot \vec{D} = \rho \quad (31)$$

$$\vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \quad (32)$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B} \quad (33)$$

$$i\vec{k} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 i\omega \vec{E} \quad , o, \quad i\vec{k} \times \vec{H} = \vec{J} - i\omega \vec{D} \quad (34)$$

Aplicando el producto punto de \vec{k} a cada lado de las ecuaciones (31,32,33,34), y recordando que la divergencia del rotacional es igual a 0, de la ecuación (33) se obtiene $\vec{k} \cdot (\vec{k} \times \vec{E}) \equiv 0$; multiplicando de forma similar la ecuación (34) y reemplazando en la (31), se obtendrá $\vec{k} \cdot \vec{J} = \omega \rho$, la cual es una forma de la ecuación de continuidad y representa la conservación de la carga.

Al considerar el caso de un medio no conductor libre de fuente, las ecuaciones de Maxwell (33) y (34) pueden ser expresadas tomando en cuenta las relaciones constitutivas de las ecuaciones (20) y (21) y ser escritas totalmente en términos de \vec{E} y \vec{H} .

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{\mu}(\vec{H}) \quad (35)$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega \vec{\epsilon}(\vec{E}) \quad (36)$$

Es necesario tomar en cuenta la matriz anti-simétrica de \vec{k} , que corresponderá a:

$$\vec{k} \equiv \vec{k} \times \vec{I} = \begin{bmatrix} 0 & -k_z & k_y \\ k_z & 0 & -k_x \\ -k_y & k_x & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Tomando estas consideraciones explicadas anteriormente, y asumiendo ondas planas uniformes propagándose dentro de un material magnetizado en una dirección arbitraria, las ecuaciones (35) y (36) pueden ser escritas como:

$$\vec{k} \times \vec{e} = \omega\mu(\vec{h} + \vec{m}) \quad (38)$$

$$\vec{k} \times \vec{h} = -\omega\varepsilon(\vec{e}) \quad (39)$$

Realizando el producto cruz de \vec{k} a ambos lados de la ecuación (39) se obtiene:

$$\vec{k}\vec{k} \cdot \vec{h} - k^2\vec{h} = -\omega^2\mu_o\varepsilon(\vec{h} + \vec{m}) \quad (40)$$

Donde se usó la identidad $(\vec{k} \cdot \vec{k} = \vec{k}\vec{k} - k^2\vec{I})$, y se substituyó la expresión $(\vec{k} \times \vec{e})$ de la ecuación (38).

Como $\vec{k} \cdot \vec{b} = \mu_o\vec{k} \cdot (\vec{h} + \vec{m}) = 0$, se puede inferir que $\vec{k} \cdot \vec{h} = -\vec{k} \cdot \vec{m}$, al reemplazar en la ecuación (40) y despejar \vec{h} , se obtiene:

$$\vec{h} = \frac{k_o^2\vec{m} - \vec{k}\vec{k} \cdot \vec{m}}{k^2 - k_o^2} \quad (41)$$

Donde $k_o^2 = \omega^2\mu_o\varepsilon$

Al realizar un proceso similar aplicando el producto cruz a ambos lados de la ecuación (38), es posible expresar \vec{e} en términos de \vec{m} . Obteniendo:

$$-k^2\vec{e} = -\omega^2\mu_o\varepsilon\vec{e} + \omega\mu_o\vec{k} \times \vec{m} \quad (42)$$

Para este caso se empleó $\vec{k} \cdot \vec{e} = 0$, y se substituyó en la ecuación (39) para $\vec{k} \times \vec{h}$, y se despejó \vec{e} , de tal forma que:

$$\vec{e} = \frac{\omega\mu_o\vec{k} \times \vec{m}}{k_o^2 - k^2} \quad (43)$$

Dado que $\nabla \times \vec{h} = -\omega\varepsilon\vec{e}$, se puede escribir la ecuación anterior como:

$$\nabla \times \vec{h} = \frac{k_o^2\vec{k} \times \vec{m}}{k_o^2 - k^2} \quad (44)$$

Para ciertas frecuencias de propagación de ondas planas en ferritas magnetizadas se encuentra que el módulo de \vec{k} , es mucho mayor al modulo \vec{k}_o , por lo que, si hacemos un análisis de magnitudes, en la ecuación (41), tanto el numerador como el denominador tienen el termino cuadrático para el módulo de \vec{k} , por lo que para grandes valores de k y suponiendo que $\vec{k} \cdot \vec{m} \neq 0$, se tendrá un \vec{h} que continuara siendo un número finito. Caso contrario ocurre para las ecuaciones (43) y (44), en las cuales para grandes valores cuadráticos del módulo \vec{k} , se obtendrá $\frac{1}{k}$, debido a que el numerador es

de orden menor al denominador. Por lo que las ondas se describirán por las ecuaciones magnetostáticas tales:

$$\nabla \cdot \vec{b} = 0 \quad (45)$$

$$\nabla \times \vec{h} = 0 \quad (46)$$

Además, al resolver las ecuaciones para \vec{b} y \vec{h} . Es posible obtener una aproximación para la expresión de campo eléctrico:

$$\nabla \times \vec{e} = i\omega\vec{b} \quad (47)$$

Debido a esto se puede hacer una aproximación casi magnetostática para las ecuaciones de Maxwell, siendo únicamente válida para el caso en que $|k| \ll |k_o|$, las ondas que satisfacen estas ecuaciones descritas con anterioridad son conocidas como *ondas magnetostáticas*, o *cuasi-magnetostáticas*, debido a que la precesión de los espines electrónicos depende del tensor de permeabilidad $\bar{\mu}$ la cual puede ser descrita como:

$$\bar{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} 1 + \chi & -ik & 0 \\ ik & 1 + \chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Por lo cual también son vistas como un tipo de onda espín. Cabe hacer énfasis en que el acoplamiento entre los espines está dominado por el campo dipolar de los momentos magnéticos y no por la interacción de intercambio. Esto se origina cuando $|k_o| \ll |k| \ll \frac{\pi}{a}$ en donde a corresponde al parámetro de red (espaciamiento entre espines), por lo que estas ondas también son conocidas como *ondas espín dipolares*.

ii. Precesión de un cuerpo

Cuando se habla de propiedades magnéticas en los materiales se hace referencia enteramente a la contribución debida al movimiento orbital y de espín de los electrones. Si bien para analizar la dinámica de partículas exclusivamente se hace con conceptos de mecánica cuántica, también es posible visualizarlo como magnetismo macroscópico ya que involucra una gran cantidad de partículas, lo que permite un análisis desde un modelo clásico o semiclásico, por esto se detallara una analogía del comportamiento de un trompo el cual puede ser muy similar al fenómeno de resonancia magnética.

Si consideramos la fuerza de gravedad (\vec{F}_g) actuando sobre un centro de masa localizado en el vector de posición \vec{d} , con un ángulo θ respecto a un plano perpendicular [21].

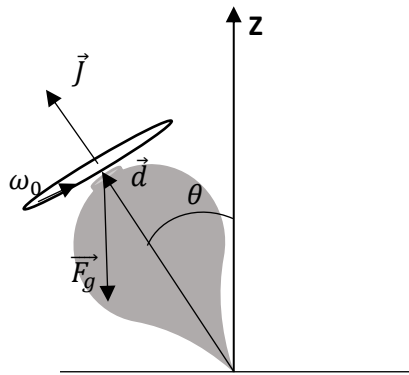


Figura 3. Esquema movimiento precesional de un trompo.

Como bien sabemos la fuerza es igual a masa, m , por aceleración, siendo para esta situación la gravedad, \vec{G} .

$$\vec{F}_g = m\vec{G} \quad (49)$$

Debido a la interacción de esta fuerza de gravedad sobre el centro de masa localizado a una distancia, \vec{d} , se produce un torque, siendo el producto cruz de las dos componentes; además, recordando que un objeto girando con una frecuencia angular genera un momento angular en dirección perpendicular al plano en el que gira, también podemos definir el torque como la variación de momento angular en un tiempo. Si asumimos que el trompo tiene un movimiento angular, con una frecuencia angular, ω_0 , se genera un momento angular, \vec{J} , perpendicular a la trayectoria de giro. Por lo cual podemos definir torque como:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{d} \times \vec{F}_g \quad (50)$$

Donde la magnitud de este momento angular \vec{J} estará dada por el momento de inercia de la masa I , por la frecuencia angular.

$$|\vec{J}| = I\omega_0 \quad (51)$$

Por consiguiente, en un incremento de Δt , el momento angular exhibirá una variación $\Delta\vec{J}$ alrededor del eje \mathbf{Z} , generando a su vez un ángulo $\Delta\phi$, que corresponde a una variación en el ángulo del arco sobre el cual se está describiendo en la rotación. Tal como se puede apreciar en la [figura 4](#).

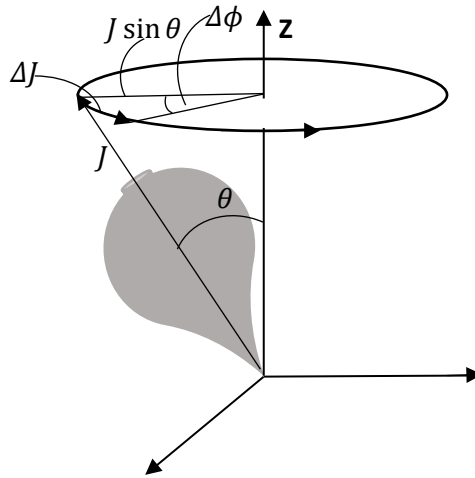


Figura 4. Esquema de trayectoria precesional de un trompo.

Con estas componentes, y al asumir que para pequeños cambios en $\Delta\phi$ la longitud de arco corresponde a ΔJ al usar propiedades de geometría se obtiene que:

$$\Delta\phi = \frac{\Delta J}{J \sin \theta} \quad (52)$$

Se divide a ambos lados por Δt y se toma el límite cuando este tiende a 0; se obtiene una expresión para la frecuencia de precesión, ω_p , que es la frecuencia con la que gira el vector J alrededor de su vertical (Eje \mathbf{Z}).

$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{dJ}{dt J \sin \theta} \quad (53)$$

Reemplazando la ecuación (49) en (50) y determinando la magnitud del producto cruz entre el vector \vec{d} y \vec{J} para luego reemplazarla en (53), o también reemplazando (51) en (53) se obtienen las siguientes igualdades:

$$\omega_p = \frac{mgd}{J} = \frac{mgd}{I\omega_0} \quad (54)$$

Dado que el vector \vec{d} y el vector \vec{J} son paralelos o antiparalelos. Es posible expresar la ecuación (50) para el torque $\vec{\tau}$ como:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{md}{J \operatorname{sgn}(\vec{d} \cdot \vec{J})} \vec{J} \times \vec{G} = (\omega_p \operatorname{sgn}(\vec{d} \cdot \vec{J})) \times \vec{J} = \vec{\Omega} \times \vec{J} \quad (55)$$

Siendo $\vec{\Omega} = (\omega_p \operatorname{sgn}(\vec{d} \cdot \vec{J}))$

Cabe aclarar que la expresión $\operatorname{sgn}(x)$ corresponde al signo de x .

Es necesario tener en cuenta que, para este modelo, se asume que el momento angular total es paralelo al eje del momento angular \vec{J} , discriminando la contribución que nos puedan generar los momentos angulares en los otros ejes principales, por lo que esta ecuación describe el comportamiento de un cuerpo que rota rápidamente alrededor de un eje.

Esta analogía con la mecánica clásica o semiclásica da una apertura para comprender el fenómeno de precesión que se presenta en los electrones.

iii. Razón giro magnética y ecuación de movimiento.

Para iniciar una ilustración de los momentos magnéticos elementales, analizándolos como objetos microscópicos, y obedeciendo a las leyes de la mecánica cuántica, en el cual se tratan todas las variables dinámicas, incluyendo los momentos magnéticos, como operadores que actúan sobre ecuaciones de onda apropiadas [22].

Las cantidades corresponden a los valores propios de la proyección del momento angular en cierto eje, denominado el eje de cuantización, siendo cantidades discretas, que entre los más cercanos difieren por la constante de Planck. Por lo que son expresados en unidades la misma.

$$\{\hat{S}_z\} = S, S - 1, \dots, (-S) \quad (56)$$

La contribución del momento angular del espín donde se denotan los valores propios de un operador dentro de ellos, y S es el número cuántico de espín, el cual puede ser un entero o medio entero, por lo que para un electrón su espín es, $S = 1/2$, por lo que, $\{\hat{S}_z\} = \pm 1/2$.

Los valores propios del cuadrado del vector para el momento angular de espín corresponden a:

$$\{\hat{S}^2\} = S(S + 1) \quad (57)$$

Las proyecciones del momento magnético angular orbital, L , son cuantizados de forma análoga, a excepción de que los números cuánticos orbitales son enteros.

Las proyecciones del operador de momento angular en el eje \mathbf{X} , y el eje \mathbf{Y} , no tiene valores propios definidos, por lo que el eje \mathbf{Z} es el eje de cuantización.

$$\{\hat{L}^2\} = L(L + 1) \quad (58)$$

Por lo que el momento magnético angular total J , es la suma geométrica de la contribución de momento angular debido al espín y al orbital, los valores propios de esta proyección son cuantizados de forma análoga como en el momento magnético angular de espín, para los dados valores de S y L .

$$J = (S + L), (S + L - 1), \dots, |S - L| \quad (59)$$

La razón giromagnética γ es una constante de proporcionalidad que relaciona el momento magnético de espín con el momento angular, el momento angular total que da "origen" al magnetismo macroscópico pertenece a los electrones, y este se debe a dos momentos angulares que contribuyen al momento angular atómico total \vec{J} , la contribución de orbital \vec{L} y la contribución de espín \vec{S} [21].

$$\vec{J} = (\vec{S} + \vec{L}) \quad (60)$$

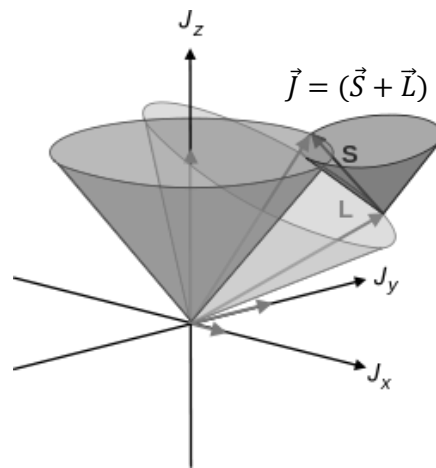


Figura 5. Esquema representativo momento angular total atómico [26].

Para establecer la relación entre momento angular y de espín se considera un electrón en una orbital circular alrededor de su núcleo atómico,

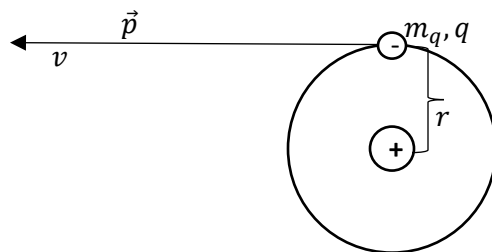


Figura 6. Esquema movimiento rotacional de un electrón.

Si \vec{p} es el momento lineal del electrón girando a una velocidad constante alrededor de la órbita, tendremos que: $\vec{p} = m_q \vec{v}$, siendo m_q la masa de la carga. Y si este realiza la órbita a una distancia \vec{r} , el momento angular orbital corresponderá a:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (61)$$

Siguiendo la regla de la mano derecha para obtener la dirección resultante de \vec{L} , que en la [figura 6](#) corresponde hacia afuera de la hoja. Y tendrá una magnitud correspondiente a: $L = rvm_q$.

Ahora para obtener el momento magnético μ asociado al movimiento del electrón, se puede modelar el electrón como una circulación de corriente sobre su órbita:

$$\mu = IA \quad (62)$$

Siendo I la corriente en el bucle, y A el área del ciclo, sabemos que la corriente es la carga por unidad de tiempo, atravesando un punto particular alrededor de la órbita.

$$I = \frac{vq}{2\pi r} \left[\frac{C}{s} \right] \quad (63)$$

Y sabiendo que el área corresponde a $A = \pi r^2$.

Al reemplazar en la ecuación (62) de momento magnético:

$$\mu = \frac{vq}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{vqr}{2} \quad (64)$$

Por lo tanto, la razón giromagnética para el momento angular orbital es:

$$\gamma_L = \frac{\mu}{L} = \frac{vqr}{2rm_q v} = \frac{q}{2m_q} \quad (65)$$

La dirección del momento magnético es la normal respecto al plano del ciclo, en la dirección de la ley de la mano derecha, tal como para el momento angular. Por lo tanto, para un electrón, μ y L , están dirigidos de manera opuesta, quedara expresado de la siguiente forma:

$$\vec{\mu} = \gamma_L \vec{L} \quad (66)$$

Donde γ_L debe ser negativo por la contribución de la carga eléctrica del electrón ($-1.6 * 10^{-19}$), al sustituir la masa del electrón ($9.1 * 10^{-31}$) y la carga de este. Se obtendrá para el momento angular orbital que $\frac{\gamma_L}{2\pi} = 14GHz$.

Como se expresó anteriormente, la aplicar un campo magnético se inducen pequeñas perturbaciones en el momento angular orbital, dando un crecimiento a una contribución diamagnética a la susceptibilidad presente en todos los materiales. El cual puede ser tratado como una pequeña perturbación debido a todos los momentos netos intrínsecos, debido a que este es mucho más débil, que el momento neto total. Por lo que la frecuencia de precesión estará dada por

$\gamma = \gamma_L = \frac{q}{2m_q}$, donde esta frecuencia es independiente de la fuerza del momento, la cual es conocida como frecuencia de precesión de Larmor.

A pesar de que todo el proceso descrito con anterioridad sea netamente clásico, presenta resultados correctos en mecánica cuántica. Cuando se realiza el análisis mecánico cuántico, la razón giromagnética para el espín solo difiere por un factor de 2.

$$\gamma_s = \frac{q}{m_q} \quad (67)$$

Por lo tanto, para el espín $\frac{\gamma_s}{2\pi} = 28\text{GHz}$.

En presencia de ambos tanto momento angular de espín como orbital, podemos describir el momento magnético como:

$$\vec{\mu} = \gamma_L(\vec{L} + 2\vec{S}) \quad (68)$$

Por lo tanto, el momento magnético $\vec{\mu}$ y \vec{J} , no necesariamente son paralelos o antiparalelos, cuando se tiene una contribución igual de \vec{L} y \vec{S} para \vec{J} . Aunque, solo cuando los momentos magnéticos $\vec{\mu}$ y \vec{J} , son paralelos, se presenta un valor medible bien definido. Por lo cual es posible escribir.

$$\vec{\mu} = \gamma\vec{J} \quad (69)$$

En donde la razón giromagnética será en general: $\gamma = g\frac{q}{2m_q}$

Siendo g conocido como el factor de Landé, el cual tiene un valor de 2 para la contribución pura debido a espín, y de 1 para la contribución de momento angular orbital puro. Para la mezcla de estas dos contribuciones el factor de Landé toma otros valores para representar la proyección del momento magnético, μ , en relación con la dirección de \vec{J} , pero para obtener una expresión general para el factor de Landé, multiplicamos en la expresión que relaciona ambos momentos magnéticos por \vec{J} .

$$\vec{\mu}\vec{J} = \gamma J^2 = g\frac{q}{2m_q}J^2 = g\gamma_L J^2 \quad (70)$$

Sustituyendo en la ecuación (70) los términos de momento magnético angular total $\vec{\mu}$ y \vec{J} , ecuación (68) y ecuación (60), respectivamente, se obtiene.

$$\vec{\mu}\vec{J} = \gamma_L(\vec{L} + 2\vec{S})(\vec{L} + \vec{S}) = g\gamma_L J^2 \quad (71)$$

$$L^2 + 3\vec{L} \cdot \vec{S} + 2S^2 = gJ^2 \quad (72)$$

Si expresamos la ecuación (60) de momento magnético angular total, \vec{J} , elevado a su segunda potencia será equivalente a:

$$L^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S} + S^2 = J^2 \quad (73)$$

Con el fin de obtener una expresión para $\vec{L} \cdot \vec{S}$ se despeja este término de la ecuación (73):

$$\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2} (-L^2 - S^2 + J^2) \quad (74)$$

Sustituyendo la expresión (74) en la relación de los momentos angulares dada en la ecuación (72):

$$L^2 + \frac{3}{2}(-L^2 - S^2 + J^2) + 2S^2 = gJ^2 \quad (75)$$

Al despejar el factor de Landé este se expresa como:

$$g = \frac{-L^2 + S^2}{2J^2} + \frac{3}{2} \quad (76)$$

Este resultado obtenido mediante la interpretación de \vec{J} , \vec{L} y \vec{S} como vectores clásicos, concuerda con el resultado de la mecánica cuántica, únicamente cuando los cuadrados de estos vectores son muy grandes.

Desde un punto de vista en dependencia de los valores cuánticos de \vec{J} , \vec{L} y \vec{S} . El factor de Landé tendrá una expresión:

$$g_J = \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} + \frac{3}{2} \quad (77)$$

De tal forma, el momento magnético del espín y del orbital, y la contribución de los dos desde una apreciación cuántica, serán proporcionales al momento angular, y estos estarán cuantizados en unidades absolutas en función de la constante de Planck, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ [22]:

$$\hat{\mu} = -\gamma_s \hbar \hat{S} \quad (78)$$

En donde la razón giro magnética es la general hallada anteriormente. El factor de la Landé, para el espín del electrón será un valor dado para electrodinámica cuántica:

$$g_s = 2 \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} - 0.328 \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right) \quad (79)$$

En la cual la constante de estructura fina es $\alpha = \frac{q^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$, el signo negativo del momento magnético angular de espín demuestra que el momento angular y el momento magnético de espín de un electrón son antiparalelos entre ellos, y el factor giromagnética es positivo.

De modo que el momento magnético total puede ser definido como:

$$\hat{\mu} = \gamma \hbar \hat{J} = \frac{g|q|\hbar}{2m_q C} \hat{J} \quad (80)$$

De forma que la diferencia entre dos valores propios sucesivos es:

$$d\mu = \gamma \hbar = g\mu_B \quad (81)$$

En donde μ_B es el magnetón de Bohr y estará dado como: $\mu_B = \frac{q\hbar}{2m_qC}$

Para describir la ecuación de movimiento considerando una pequeña corriente alrededor de un orbital; similar al analizado anteriormente, exponiéndolo a un campo magnético.

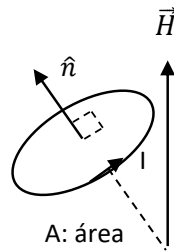


Figura 7. Esquema de momento y campo magnéticos externo.

Suponiendo que este represente el orbital atómico del electrón, el momento magnético se define como [21]:

$$\vec{\mu} = I A \hat{n} \quad (82)$$

Donde \hat{n} representara el vector unitario normal a la superficie siguiendo la ley de la mano derecha.

Considerando los análisis realizados anteriormente, podemos definir que el torque ejercido sobre el elemento puede describirse de la siguiente forma:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{H} \quad (83)$$

Como bien sabemos esta corriente se genera por partículas cargadas en movimiento, por lo cual este orbital poseerá un momento angular en dirección paralela o antiparalela al vector unitario \hat{n} . Y como ya vimos la constante de proporcionalidad entre el momento magnético y el momento angular es denominado razón giromagnética:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{J} \quad (84)$$

Por lo tanto, la ecuación de movimiento puede ser descrita como:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{J}}{dt} = \gamma \vec{J} \times \vec{H} \quad (85)$$

Igual como se vio anteriormente, un incremento de Δt , genera una variación en el momento angular ΔJ , que a su vez genera un ángulo $\Delta\phi$, que corresponde a una variación en el ángulo del arco sobre el cual se está describiendo en la trayectoria.

$$\Delta\phi = \frac{\Delta J}{J \sin \theta} \quad (86)$$

Dividiendo ambos lados por Δt y se toma el limite cuando este tiende a 0, obteniendo la expresión dada para frecuencia de precesión ω_p , que es la frecuencia con la que gira el eje J alrededor de su vertical, como se había obtenido anteriormente:

$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{dJ}{dt J \sin \theta} \quad (87)$$

Obteniendo la magnitud de la ecuación (85) que corresponde al torque o $\frac{dJ}{dt}$, y reemplazando en la ecuación (87) se obtiene:

$$\omega_p = \frac{|\gamma J H| \sin \theta}{J \sin \theta} = |\gamma H| \quad (88)$$

Por lo tanto, también podemos escribir el torque como:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{J} = -\gamma \vec{H} \times \vec{J} \quad (89)$$

Siendo $\vec{\Omega} = -\gamma \vec{H}$

Por consiguiente, podemos observar que la ecuación de movimiento para la precesión de un cuerpo y la ecuación que describe el momento magnético, (55) y (89), respectivamente; tienen la misma forma, esto es debido a que la precesión de un cuerpo fue una analogía clásica, para obtener una visualización del fenómeno de resonancia. Sin embargo, la diferencia que cabe resaltar es que la frecuencia de precesión en este caso es independiente de la magnitud del momento angular.

Ahora para describir la ecuación de movimiento de la magnetización en ferromagnéticos, se observan grandes valores de magnetización, bastante próximos a la magnetización de saturación, pero no a temperaturas muy bajas, ni sometidos a campos magnéticos externos muy altos, la explicación de este fenómeno se le atribuye a la teoría molecular de Weiss, quien expuso que adicionalmente al campo magnético externo aplicado se presenta un campo magnético interno de gran intensidad (denominado "campo molecular") el cual actúa sobre los momentos magnéticos del ferromagnético.

$$H_E = \Lambda M \quad (90)$$

Donde la variable Λ es una constante, de la cual no se pudo explicar su naturaleza física.

Se puede usar el concepto de magnetización para describir algunos fenómenos en materiales ferromagnéticos, particularmente, algunos procesos dinámicos [22].

$$\vec{M} = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{\mu}}{\Delta \vec{V}} \quad (91)$$

Donde la magnetización \vec{M} , puede ser vista como la sumatoria o contribución de los momentos magnéticos $\sum_{\Delta V} \mu$, en una cantidad de volumen ΔV , donde la magnetización es una cantidad que puede ser involucrada en las ecuaciones macroscópicas de electrodinámica.

Al realizar este enfoque a la teoría clásica, no se pueden perder de vista efectos de la mecánica cuántica, como lo es la interacción de intercambio, el cual es un efecto que solo puede ser analizado mediante física cuántica.

Si esta magnetización, es uniforme o cambia muy lentamente con la teoría molecular de Weiss se acomoda bastante bien para describir esta interacción. En caso de que exista una fuerte dependencia de coordenadas de la magnetización, se debe usar un campo adicional para describir el incremento de la energía de intercambio, cuando los momentos de los espines de los vecinos cercanos no son paralelos.

En una apreciación clásica, de los procesos dinámicos de un ferromagnético, las ecuaciones de electrodinámica macroscópica deben complementarse con las relaciones de los materiales, para así expresar la dependencia de la magnetización \vec{M} con el campo magnético externo \vec{H} para un material en particular, la ecuación de movimiento puede ser utilizada para esa relación. En el marco de la teoría clásica este modelo fue propuesto por Landau y Lifshitz; para el caso especial de oscilaciones uniformes en ferromagnéticos isotrópicos, se realiza mediante una derivación clásica.

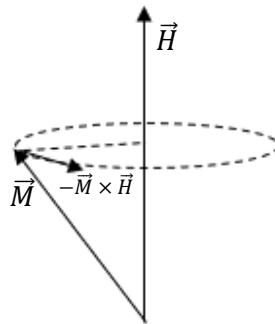


Figura 8. Modelo de precesión de momento magnético de Landau-Lifshitz.

Si se supone un ferromagnético como una suma de todos sus momentos clásicos (por lo cual no puede ser estricta o concreta) con un momento angular \vec{J} y momento magnético μ , la ecuación de movimiento puede ser escrita como, un torque generado entre el momento magnético y un campo magnético externo \vec{H} cómo se ha visto anteriormente:

$$\hbar \frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{H} \quad (92)$$

En este caso el torque o $\frac{dJ}{dt}$ se expresa en unidades de \hbar y el momento magnético en unidades absolutas, por lo que al multiplicar por un número N de momentos por unidad de volumen, y relacionando la ecuación general de momento magnético expresada en mecánica cuántica, se obtendrá que la ecuación de movimiento de la magnetización es:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\vec{M} \times \vec{H} \quad (93)$$

En la cual no se expresan pérdidas, por ejemplo, por disipación de energía magnética, por esta razón en esta ecuación hemos ignorado la interacción de intercambio, pero se aprecia fácilmente, que el campo molecular de la teoría de Weiss no encaja en esta ecuación de movimiento de magnetización. Por lo que esta apreciación de magnetización de movimiento es válida para una magnetización uniforme y si varía muy lentamente.

Una característica muy importante en la ecuación de movimiento es que esta asegura la conservación en la longitud del vector \vec{M} , por lo tanto, al multiplicar ambos lados de la ecuación por el escalar \vec{M} , obtendremos

$$\frac{d\vec{M}^2}{dt} = 0 \quad (94)$$

Si consideramos la magnetización como un vector anclado en un extremo, el otro extremo se moverá sobre la superficie de una esfera, a este movimiento se le llamara, precesión de la magnetización, si son cilíndricamente simétricos, esta precesión es circular y se moverá a lo largo de un círculo. En otros casos la trayectoria será más complicada

iv. Precesión de Larmor

En resonancia ferromagnética, las diferentes interacciones que conllevan anisotropía se toman en cuenta mediante términos bien definidos como son la energía interna (a una temperatura de cero) o energía libre (a una temperatura mayor a cero), por lo que no son preocupantes los límites entre diferentes medios, ya que solo son de gran importancia en cuerpos ferromagnéticos muy pequeños. Por lo que solo se trataran las densidades de volumen con energía interna U_i o energía libre U_f , como es bien conocido en termodinámica [22]:

$$U_f = U_i - ST \quad (95)$$

Donde S es la densidad del volumen de entropía, y el término ST no está definido de forma explícita, pero se generaliza o se extiende a toda la ecuación. Por lo cual se puede decir que todas las constantes en esta expresión, así como para la magnetización, llegan a estar definidas en función de la temperatura.

Por lo cual para obtener la respuesta magnética de un ferromagnético y ferrimagnético debido a campos magnéticos con pequeñas variaciones en el tiempo; para esto es necesario obtener una pequeña señal de susceptibilidad que pueda usarse en presencia de campos de radiofrecuencia y microondas asociados a la resonancia magnética, y a la propagación de ondas magnetostáticas. Para esto se debe generalizar la ecuación de movimiento propuesta por Landau y Lifshitz, sin derivarse estrictamente como se hizo antes ya que solo se acomoda para ferromagnéticos isotrópicos.

Si se considera un ferri/ferromagnético anisotrópico en estado de equilibrio necesariamente la condición de energía debe ser estacionaria:

$$\delta \int_V U dV = 0 \quad (96)$$

Siguiendo la condición de la conservación de la longitud del vector vista en la ecuación de movimiento para ferromagnéticos isotrópicos. La conservación de la longitud del vector \vec{M} es el resultado de una fuerte interacción de intercambio. Las interacciones que contribuyen a la anisotropía son mucho más débiles, por lo tanto, podemos suponer que esta condición también se hará válida para ferromagnéticos anisotrópicos. La condición de energía bajo una condición suplementaria podría ser:

$$\frac{\delta(U + \lambda l \vec{M}^2)}{\delta \vec{M}} = \frac{\delta U}{\delta \vec{M}} + 2\lambda l \vec{M} = 0 \quad (97)$$

Donde λl es el factor arbitrario de Lagrange, \vec{M} es la magnetización. Para la condición estacionaria o de equilibrio tendremos entonces que:

$$\frac{\delta U}{\delta \vec{M}} \times \vec{M} = 0 \quad (98)$$

Es necesario suponer un reemplazo análogo para hacer la ecuación de movimiento, en la cual el campo efectivo \vec{H}_{eff} estará dado por:

$$\vec{H}_{eff} = -\frac{\delta U}{\delta \vec{M}} \quad (99)$$

Por lo tanto, agregándole pérdidas obtendremos la ecuación de Landau y Lifshitz (a la cual haremos énfasis más detallado) como:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \vec{R} \quad (100)$$

En la cual \vec{R} es el termino disipador, y la ecuación de equilibrio entonces quedara como:

$$\vec{H}_{eff} \times \vec{M} = 0 \quad (101)$$

Suponiendo que la ecuación de movimiento con pérdidas se adecua al modelo propuesto por Gilbert, la ecuación de Landau y Lifshitz es:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (102)$$

En donde $\alpha = \lambda l / M$, y la cantidad de γ generalmente es expresado como un tensor, si la anisotropía es muy grande, la tolerancia dada por tensor que representa el factor-g o de Landé, se vuelve necesaria en el caso de los ferromagnéticos, sin embargo, no es concreto que ecuación de movimiento debe ser usada en dicho caso.

Usualmente la influencia del tensor que describe el factor de Landé es muy pequeño para ferromagnéticos, por lo tanto, se analizaran los factores γ y g , como escalares.

Para un ferromagnético anisotrópico, la energía total U es la contribución de la energía de intercambio U_{ex} , la energía de anisotropía U_{an} , y la energía magnética U_{mag} .

Y la energía de intercambio, es la contribución de cuando la magnetización en el sistema es uniforme U_{ex0} , y el incremento de energía debido a una no uniformidad en la magnetización $U_{ex\sim}$.

$$U = U_{ex} + U_{an} + U_{mag} = U_{ex0} + U_{ex\sim} + U_{an} + U_{mag} \quad (103)$$

Donde, la energía de intercambio debido a una magnetización uniforme esta descrita por el tensor de intercambio $\vec{\Lambda}$, que en muchos casos es manejado como un escalar

$$U_{ex0} = \frac{1}{2} \vec{M} \vec{\Lambda} \vec{M} = \frac{1}{2} \Lambda M^2 \quad (104)$$

La energía magnética que esta descrita debido a la contribución de la energía de Zeeman U_z y la energía magnética interna U resultante de la interacción magnética entre los dipolos o momentos magnéticos dentro de un material. La energía de Zeeman está dada como la magnetización \vec{M} respecto a un campo magnético externo aplicado \vec{H}_e ,

$$U_{mag} = U_z + U_M \quad (105)$$

$$U_z = -\vec{M} \vec{H} \quad (106)$$

Para pequeños ferromagnéticos elipsoidales, el campo efectivo de interacción está definido por:

$$U_M = \frac{1}{2} \vec{M} (\vec{N} \vec{M}) \quad (107)$$

Y por último la energía de anisotropía que representa todas las anisotropías, para linealizar la ecuación de Landau y Lifshitz, se sustituye:

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m} e^{i\omega t} \quad (108)$$

$$\vec{H}_{eff} = \vec{H}_{eff0} + \vec{h}_{eff} e^{i\omega t} + \vec{h} e^{i\omega t} \quad (109)$$

En la ecuación de movimiento propuesto por Gilbert. Obteniendo:

$$i\omega \vec{m} + \gamma \vec{m} \times \vec{H}_{eff0} + \gamma \vec{M}_0 \times \vec{h}_{eff} + \frac{i\alpha\omega}{M_0} \vec{m} \times \vec{M}_0 = -\gamma \vec{M}_0 \times \vec{h} \quad (110)$$

Cuando un electrón se encuentra en un campo magnético uniforme, en dirección del eje z, recordando que el momento angular total, $J = L + S$, que es la contribución del espín y el orbital. Si discriminamos la contribución de orbital, el Hamiltoniano que describe la interacción del campo magnético con el momento magnético del electrón es [21]:

$$H^{SPIN} = -\frac{gq}{2m} \vec{S} \cdot \vec{H} \quad (111)$$

Donde se usará el factor de Landé para el momento angular total. Escribiendo \vec{S} en términos del espín de matrices de Pauli:

$$H^{SPIN} = \frac{1}{2} \hbar \omega_o \sigma_z \quad (112)$$

Como ya habíamos definido la frecuencia de precesión de Larmor es:

$$\omega_o = -\frac{gqH_o}{2m_q} = \frac{g\mu_B H_o}{\hbar} \quad (113)$$

Para un solo electrón sometido o en interacción con un campo magnético de magnitud H_o , los valores propios de σ_z son ± 1 que corresponden a los valores propios $\pm \frac{1}{2} \hbar \omega_o$ para el Hamiltoniano del espín con posibles estados propios, espín up, S_\uparrow , o espín down, S_\downarrow , por lo que la solución general para la ecuación de dependencia temporal de Schrödinger será:

$$\Psi(t) = C_1 e^{-\frac{i\omega t}{2}} S_\uparrow + C_2 e^{\frac{i\omega t}{2}} S_\downarrow \quad (114)$$

Donde: $S_\uparrow = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ y $S_\downarrow = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Un caso particular ocurre cuando escogemos $C_1 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ y $C_2 = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

$$\Psi(t) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-\frac{i\omega t}{2}} S_\uparrow + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{\frac{i\omega t}{2}} S_\downarrow \quad (115)$$

Para poder interpretar la función de onda es necesario estimar un valor para la componente de espín:

$$S_x = \frac{\hbar}{2} \sigma_x \quad (116)$$

Donde:

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (117)$$

Realizando la multiplicación de matriz y reduciendo obtenemos:

$$\langle S_x \rangle = \frac{\hbar}{2} \sin\theta \cos(\omega_o t) \quad (118)$$

De forma similar se halla para las otras componentes

$$\langle S_y \rangle = \frac{\hbar}{2} \sin\theta \sin(\omega_o t) \quad (119)$$

$$\langle S_z \rangle = \frac{\hbar}{2} \cos\theta \quad (120)$$

Estas soluciones representan un giro formando un ángulo θ con el eje z , y precesando a una velocidad angular, ω_o , por lo tanto, se llega a una solución en mecánica cuántica el cual es análogo a la solución semiclásica del momento de precesión.

3. DISEÑO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

La propagación de las ondas espín está estrechamente ligada a la estructura cristalina del material, por ende, a la red directa; aunque la propagación de onda se asocia a la red recíproca ya que el vector de onda asociado al mismo está en términos de esta. Además, cabe resaltar que se le denomina amplificación de magnones térmicos debido a que la precesión de los momentos magnéticos asociados al material se ve amplificado al ser excitado con un campo magnético variable, y la interacción entre la anisotropía del material, la energía de intercambio, y los campos magnéticos externos, generan anomalías en la naturaleza giromagnética de los momentos magnéticos, originando el fenómeno de amplificación de magnones. Y se le asocia el término, térmicos, al hecho que los magnones al ser una cuasipartícula están estrechamente asociados a los fonones que se hallan en la red cristalina del material, siendo la manera en que se cuantizan los modos vibratorios dentro de una estructura cristalina, por lo cual, este modo cuantizado vibratorio se asocia a muchas propiedades físicas en el estudio de física de estado sólido, incluidas las conductividades térmicas y eléctricas.

También es importante resaltar ciertas propiedades del material de YIG (por las siglas en inglés de Yttrium Iron Garnet, en español Granate de Hierro e Itrio) y por qué este material es idóneo para nuestros propósitos, y presenta las condiciones indicadas para la detección de ondas espín.

Cabe hacer énfasis en que existen diferentes mecanismos de propagación de ondas espín magnetostáticas las cuales pueden ser superficiales o volumétricas, entre las volumétricas existen otros dos mecanismos conocidos como backward y forward. Estos mecanismos de propagación de onda en el material de YIG están en dependencia con la dirección del campo magnético externo con que se excita el material (dirección de la magnetización de la película), y el vector de propagación de la onda.

Cabe agregar que las películas de YIG usadas fueron crecidas sobre sustrato GGG (por las siglas en inglés de Gadolinium Gallium Garnet, en español, Granate de gadolinio y galio) a muy altas temperaturas mediante la técnica, Liquid Phase Epitaxy. Esta interfaz YIG-GGG, presenta muy bajas pérdidas, por lo tanto, el YIG al presentar la más estrecha línea de resonancia ferromagnética, y al tener un bajo amortiguamiento, junto con estas bajas pérdidas, permite que la propagación de estas ondas magnetostáticas superficiales sean del orden de los milímetros, ya que la precesión de espín está en un entorno adecuado.

Otra característica importante es que la alta temperatura de Curie del material, es decir, la máxima temperatura a la cual se mantiene el ordenamiento magnético; es relativamente alta, siendo de 560 K, por lo que permite trabajar en temperatura ambiente.

Ciertos detalles adicionales para tener en cuenta es que comúnmente la magnetización de saturación típica para películas delgadas de YIG es $4\pi M_s = 1750 \text{ Gauss}$. [7, 10, 12]

Como se describió anteriormente, para propagar las ondas espín deseadas en una película de YIG, es necesario tener en cuenta la orientación del campo magnético externo y el vector de propagación del material (dirección del material). En este caso al propagar ondas espín magnetostáticas superficiales, la condición fundamental es usar un campo magnético externo, H_{ex} , en dirección del

ancho del material, y el vector de propagación, K , a lo largo del material, como se puede apreciar en la figura 9.

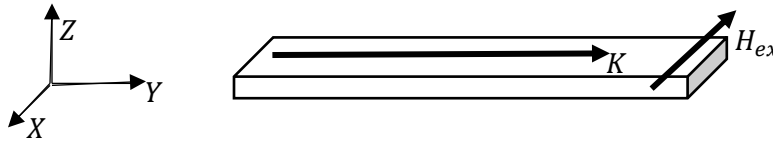


Figura 9. Condiciones requeridas para la propagación de ondas espín magnetostáticas superficiales.

Para la realización de nuestro proyecto se implementaron tres configuraciones diferentes, tomando como base los fundamentos necesarios para obtener propagación de ondas magnetostáticas superficiales. El primer montaje se realizó con la finalidad de observar la propagación y amplificación de magnones térmicos, el segundo para detectar perturbaciones en el espectro de la amplificación de magnones térmicos cuando este era afectado o interactuaba con campos o materiales magnéticos externos, y el tercero para una interacción de mezclado multifrecuencia.

a. Amplificación de magnones térmicos

i. Montaje experimental

Para la implementación de este sistema se empleó la configuración de bombeo paralelo como montaje principal.

Esta configuración de bombeo paralelo está basada en las condiciones necesarias para obtener la propagación de ondas magnetostáticas superficiales, donde la dirección del vector de propagación y la dirección del campo magnético estático externo, deben ser perpendiculares (Figura 9). La dirección del vector de propagación del material está asociado a las dimensiones del material (su eje largo, sobre el plano Y) el cual está definida por la anisotropía magnética de forma y magnetocristalina; el campo magnético externo H_{DC} debe ser estático, y cumple la función de magnetizar la película de YIG (no necesariamente hasta la magnetización de saturación), orientando los momentos magnéticos en dirección paralela a este (sobre el plano X). Cabe resaltar que el campo magnético externo se obtenía con un imán permanente y la intensidad de campo magnético varía respecto a la distancia de este. Se trabajó en una región lineal de campo magnético en función de la distancia. $H(z) = (-3105 \mu T/cm) z + 17084.66$, en donde, H es el campo magnético en microTesla, z es la distancia en centímetros.

Las dimensiones de las películas de YIG estudiadas variaban en el espesor de (dimensión en el eje Z) $20 \mu m \sim 6 \mu m$, siendo primordialmente usada la película con espesor $20 \mu m$, con un ancho (dimensión eje X) de $2 mm$, y largo (dimensión eje Y) de $5 mm$ con una base de GGG de mismas dimensiones de ancho y largo, y con un espesor de $500 \mu m$, la base de GGG es comúnmente empleada para el hecho de evitar una contribución asociada a la interfaz.

Además de las condiciones necesarias para propagar ondas magnetostáticas superficiales, es necesario realizar una excitación sobre la película de YIG con un campo magnético alterno, el cual debe encontrarse en dirección paralela al campo magnético estático, de ahí proviene el nombre de configuración de bombeo paralelo. Este campo magnético alterno H_{AC} se indujo al hacer circular una onda electromagnética continua a través de una antena de microlínea conductora acondicionada

con una impedancia característica de 50Ω , de dimensiones de ancho $100 \mu m$, en donde un extremo de la microlínea está conectado a la línea de un conector tipo N y el otro extremo a tierra. Esta antena microlínea se encuentra fabricada sobre una plataforma de cerámica no conductora, la cual cumple la función de soporte para la película de YIG y la antena microlínea.

El campo magnético alterno es fundamental para la amplificación de magnones térmicos, debido que la precesión de espín se ve amplificada, y la anisotropía de forma y magnetocristalina del material, contribuye para que se genere la elipticidad en la precesión de los momentos magnéticos, esta leve deformación de la precesión a frecuencia natural del material genera una perturbación a la mitad de la frecuencia de bombeo y se ve reflejado como amplificación de magnones térmicos, es decir, la amplificación de magnones térmicos se da a la mitad de la frecuencia de bombeo.

En la [figura 10](#), se puede observar la vista frontal del montaje experimental para la obtención de magnones térmicos, con los diferentes elementos y campos magnéticos que se tienen en el sistema, tanto el campo magnético estático H_{DC} , como el alterno H_{AC} .

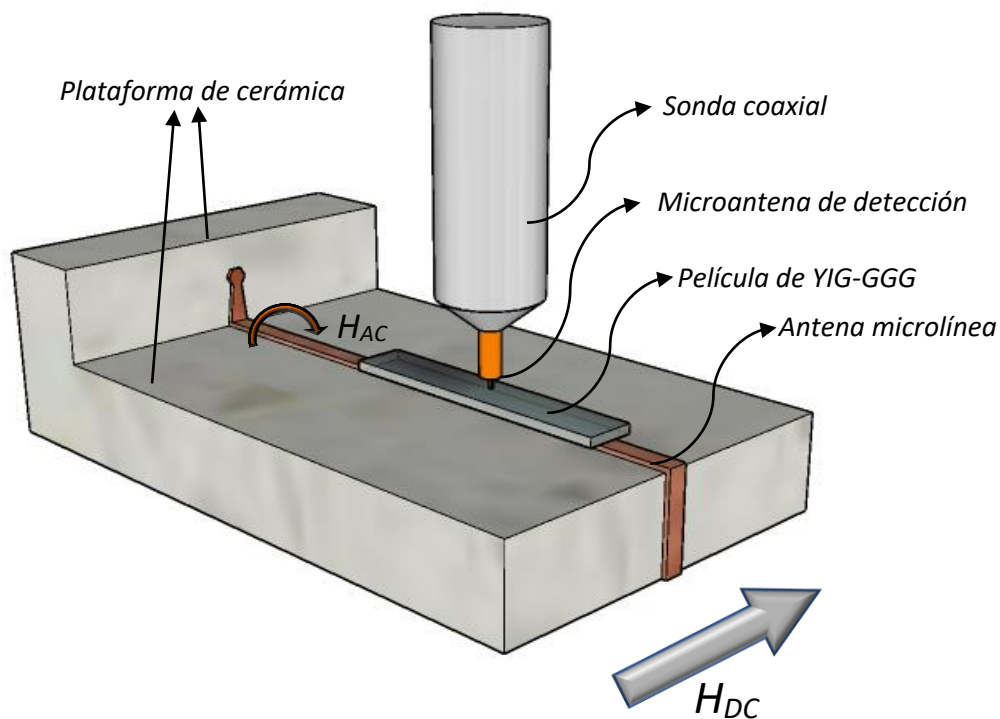


Figura 10. Dispositivo para la propagación y detección de amplificación de magnones térmicos, vista frontal.

La [Figura 11](#) muestra la vista posterior del dispositivo en la cual se puede observar el conector tipo *N* donde se conecta el oscilador. El cual es un generador de señales Tektronix TSG 4106A con un ancho espectral de 950 kHz a 6 GHz y con una resolución en frecuencia de $1\ \mu\text{Hz}$, y una potencia de salida variable entre 16.5 dBm hasta -110 dBm , con una impedancia de salida acondicionada a $50\ \Omega$, adecuándose de forma indicada para el proyecto ya que el rango espectral de trabajo, esta entre 1.98 GHz a 2.02 GHz . Con este generador de señales se realizó el bombeo de una onda sinusoidal continua.

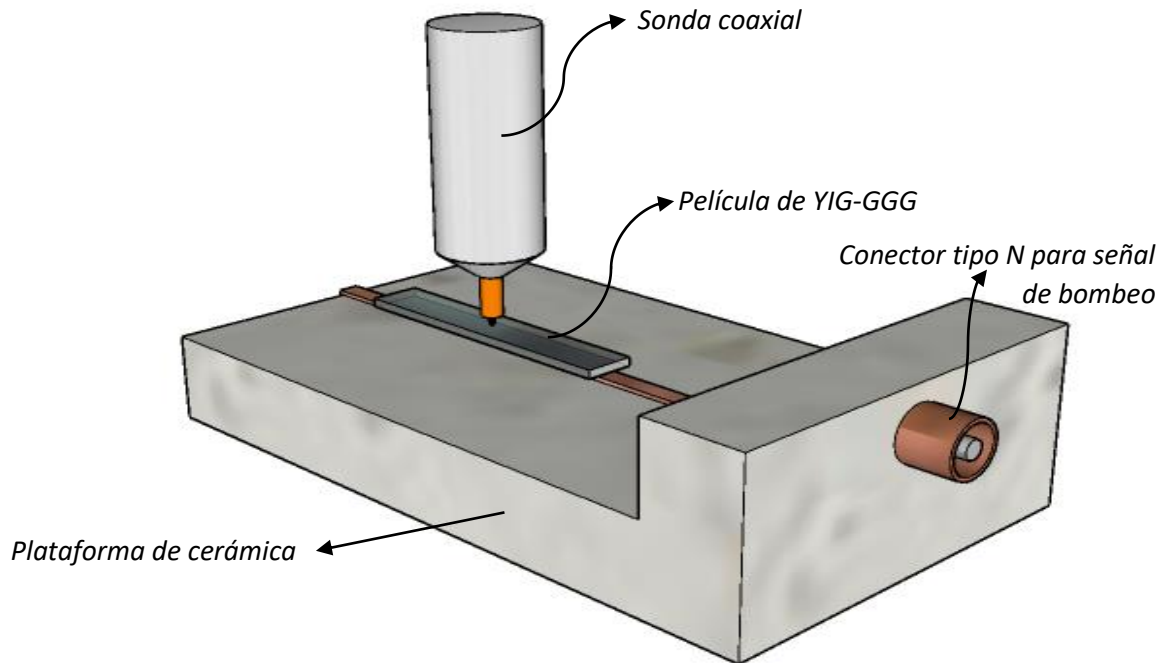


Figura 11. Dispositivo para la propagación y detección de amplificación de magnones térmicos, vista posterior.

Intermedio a la conexión entre el generador de onda descrito anteriormente y la antena microlínea se agregó un amplificador Minicircuits Lab ZHL-1042J, el cual presenta una ganancia de 27 dB . Cabe resaltar que las conexiones se realizaron mediante cables coaxiales para radiofrecuencia por lo que las pérdidas y el ruido son bajos.

Para la detección se empleó una sonda inductiva, compuesta de una microantena tipo lazo, mediante la ley de inducción de Faraday se puede realizar la detección de las ondas magnetostáticas superficiales que se propagan en el material. Esta antena tipo lazo en forma de U de ancho $100\ \mu\text{m}$, se encuentra conectada a una sonda coaxial, la cual en un extremo está conectada a tierra y del otro extremo a la línea de la sonda, por lo cual es un corto circuito.

El diseño de esta microantena de tipo lazo permite la detección de la propagación de ondas de espín en dirección perpendicular al área transversal de la misma (es decir, permite la detección de ondas que atraviesan el agujero de la antena), por lo que con este tipo de antena el ruido inherente del ambiente, y ruido debido a otras ondas electromagnéticas se disminuyen en gran cantidad.

Esta sonda inductiva, esta acoplada a un sistema de motores y una estructura mecánica que permitía hacer un barrido micrométrico sobre toda la superficie de la placa YIG, logrando grados de libertad en todos sus ejes X, Y y Z.

En la siguiente imagen se puede apreciar la microantena de detección empleada, al realizar la ampliación de la [figura 10](#) exclusivamente en la sección de la microantena.

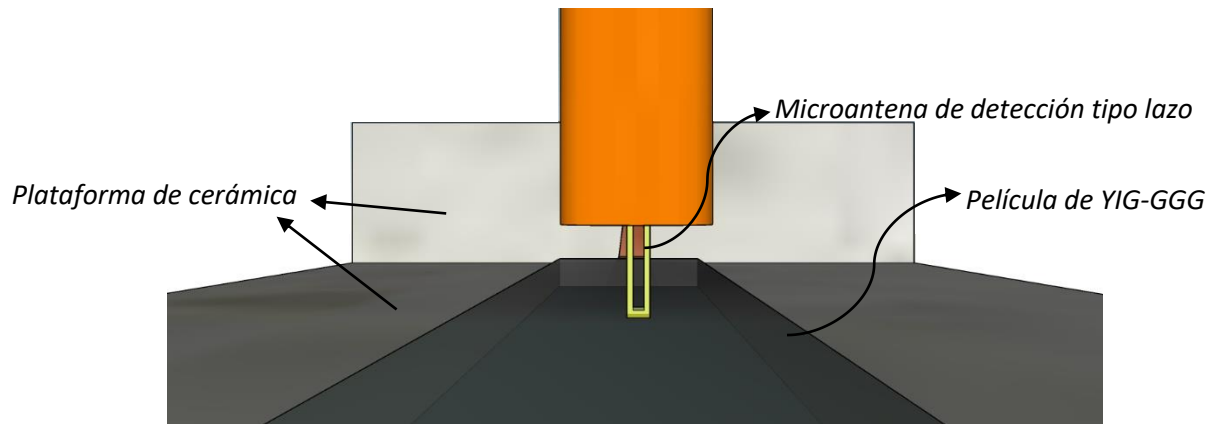


Figura 12. Microantena tipo lazo empleada en el sistema para la propagación y detección de amplificación de magnones térmicos, vista frontal ampliada.

Para el proceso de adquisición de la señal obtenida por la microantena, la sonda inductiva se conecta a un equipo de medición en el rango de las microondas, el equipo empleado fue un osciloscopio Tektronix DPO 70604 el cual maneja un ancho espectral para la detección de hasta 6 GHz y permite trabajar con 25 Giga muestras por segundo, para la adquisición de los espectros se trabajó en un ancho espectral de un máximo de 31 MHz con un total de 2000000 muestras.

En la [figura 13\(a\)](#), se puede apreciar el diagrama esquemático completo del sistema empleado.

Es posible interpretar el barrido de la sonda inductiva mediante la [figura 13 \(b\)](#), considerando coordenadas cartesianas y la posible variación en altura del imán permanente respecto al montaje experimental, lo cual se refleja en una variación de campo magnético tal como se había descrito anteriormente.

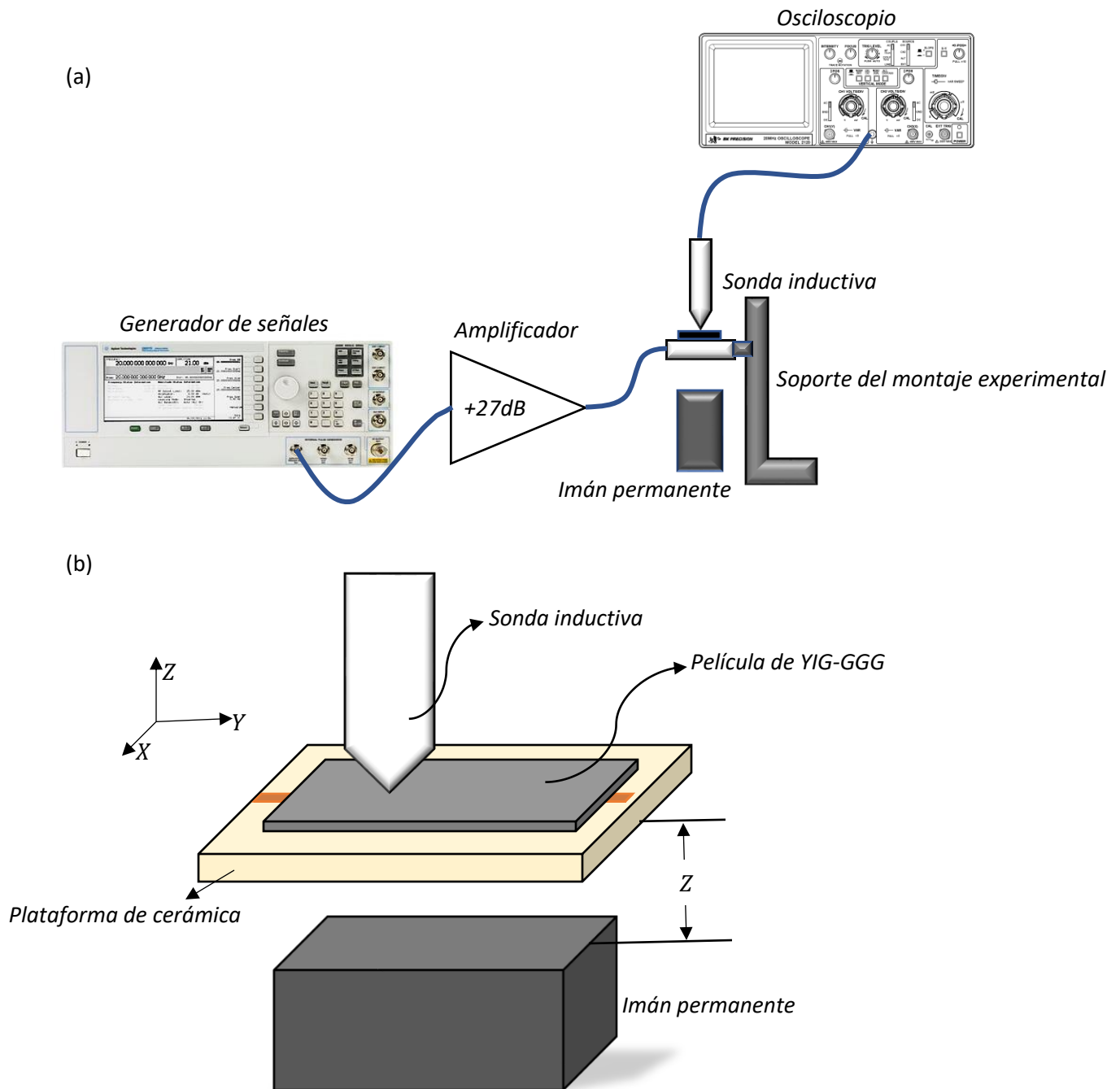


Figura 13. (a) Diagrama esquemático de conexiones para la realización del experimento de propagación y detección de amplificación de magnones térmicos. (b) Esquema de los posibles movimientos a realizar con la sonda inductiva, y con el imán permanente, respecto al montaje experimental.

ii. Resultados de amplificación de magnones térmicos

Los resultados presentados a continuación se documentarán en dos secciones, inicialmente se mostrarán los resultados experimentales obtenidos al amplificar magnones térmicos y propagar ondas espín magnetostáticas superficiales en diferentes condiciones, y en la segunda sección los resultados teóricos que describen los modos de propagación en las películas de YIG.

Resultados experimentales

Como se mencionó anteriormente para la obtención de ondas espín y amplificación de magnones térmicos es necesario un bombeo paralelo con campo magnético estático en la mayoría de los casos de 10.874 mT .

Como se explicó en el capítulo anterior la precesión de espín se ve amplificada generando una deformación en la elipticidad de precesión de los momentos magnéticos, por lo cual esta deformación lleva consigo una perturbación a la mitad de la frecuencia de bombeo, la cual es captada por la sonda inductiva, y luego procesada por el osciloscopio.

En el espectro de resonancia de onda espín obtenido directamente del osciloscopio puede verse en las gráficas mostradas a continuación:

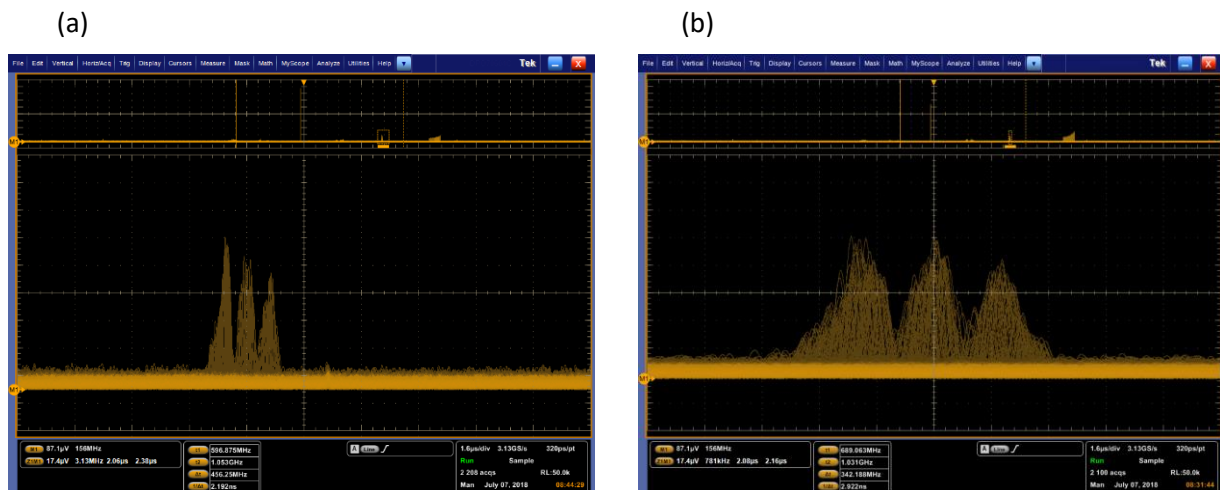


Figura 14. Espectro de resonancia de ondas espín del osciloscopio de amplificación de magnones térmicos y resonancia de ondas espín (a) Espectro de amplificación de magnones térmicos en un ancho espectral de 31.3 MHz . (b) Espectro de amplificación de magnones térmicos en un ancho espectral de 7.81 MHz .

Los dos espectros de la figura 14 pertenecen a las mismas condiciones de amplificación de magnones térmicos, un barrido de la señal de bombeo de 3.95 MHz , iniciando en 1.988875400 GHz con una potencia de -6 dBm , siendo 1.23 V . La figura 14 (a) se encuentra en un ancho espectral de 31.3 MHz y la figura 14 (b) es una amplificación en un ancho espectral reducido a 7.81 MHz con el fin de apreciar de forma más clara los picos de resonancia de onda espín que se propagan en la placa de YIG, es importante tener en cuenta que este experimento se realizó con la película de YIG de espesor $7 \mu\text{m}$ por lo que los resultados exhibidos en la figura 14, corresponden a la película delgada de YIG con este espesor.

De estas graficas es importante notar tres picos correspondientes a la resonancia de propagación de ondas espín en la película, en donde el pico fundamental se encuentra a 0.9945352 GHz , estos picos se presentan de forma periódica a 925 KHz entre uno y otro. El pico fundamental de mayor magnitud presenta un valor en voltaje de $35.2 \mu\text{V}$ sobre el nivel de valor de nivel de ruido que equivale a $6.4 \mu\text{V}$.

Cabe resaltar que en estas graficas la amplificación de magnones térmicos respecto al ruido fue de 5.5 aunque se logró amplificar hasta 85 veces en experimentos posteriores.

Es importante notar que la magnitud de los picos va decreciendo, esto se les adjudica a los modos de propagación de ondas espín dentro de la película de YIG a lo cual se retomará más adelante.

Posteriormente se realizó el mismo experimento con una película de YIG de $20 \mu\text{m}$, se realizó un barrido de señal de bombeo iniciando en 1.976891000 GHz hasta 2 GHz a 1.23 V , restringiendo el ancho de detección a 16 MHz , se realiza la detección de la amplificación de magnones térmicos y la adquisición de datos obtenidos para procesarlos.

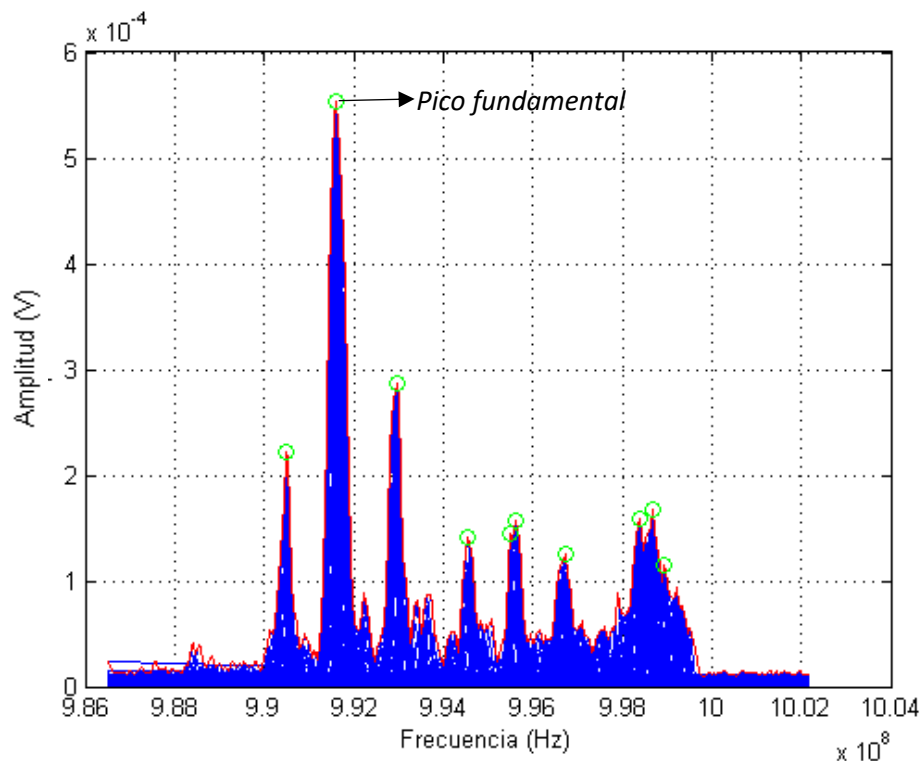


Figura 15. Espectro de resonancia de ondas de espín en régimen paramétrico en película delgada de YIG de $20 \mu\text{m}$ en un ancho espectral de 16 MHz .

El procesamiento de datos se realizó con el software Matlab, mediante el cual se realizó una interpolación de regresión lineal, y un suavizado mediante una regresión local utilizando mínimos cuadrados lineales ponderados y un modelo polinomial de primer grado de los datos adquiridos para una mejor interpretación de estos.

Hay varios factores importantes a resaltar del espectro mostrado en la [figura 15](#), los picos de resonancia de onda espín en régimen paramétrico son claramente definidos y presenta una periodicidad de 1.2653 MHz , al final del espectro la periodicidad entre picos cambia abruptamente incrementando su desviación estándar a $\pm 735.416 \text{ KHz}$, sin embargo, al reducir el espectro a los 4 picos principales (los 4 primeros picos en este caso) esta desviación estándar se reduce a $\pm 103.57982 \text{ KHz}$, y la periodicidad entre picos es de 1.2451 MHz . Por consiguiente, los experimentos posteriores se realizaron con estos picos fundamentales, para disminuir el error estándar y obtener mejores resultados.

Otro punto importante es la amplificación de magnones térmicos obtenidos siendo de 91 veces el valor del ruido detectado por la sonda inductiva y la contribución a ruido de otros componentes electrónicos. En este caso la señal máxima es de $586 \mu\text{V}$, correspondiente al pico fundamental de resonancia de onda de espín.

En la [figura 16](#) se observa un fenómeno muy importante a resaltar, la influencia de la potencia de bombeo en la amplificación de magnones térmicos cuando la película de YIG se encuentra bajo las mismas condiciones de frecuencia de bombeo y campo magnético estático siendo los mismos que el experimento anterior.

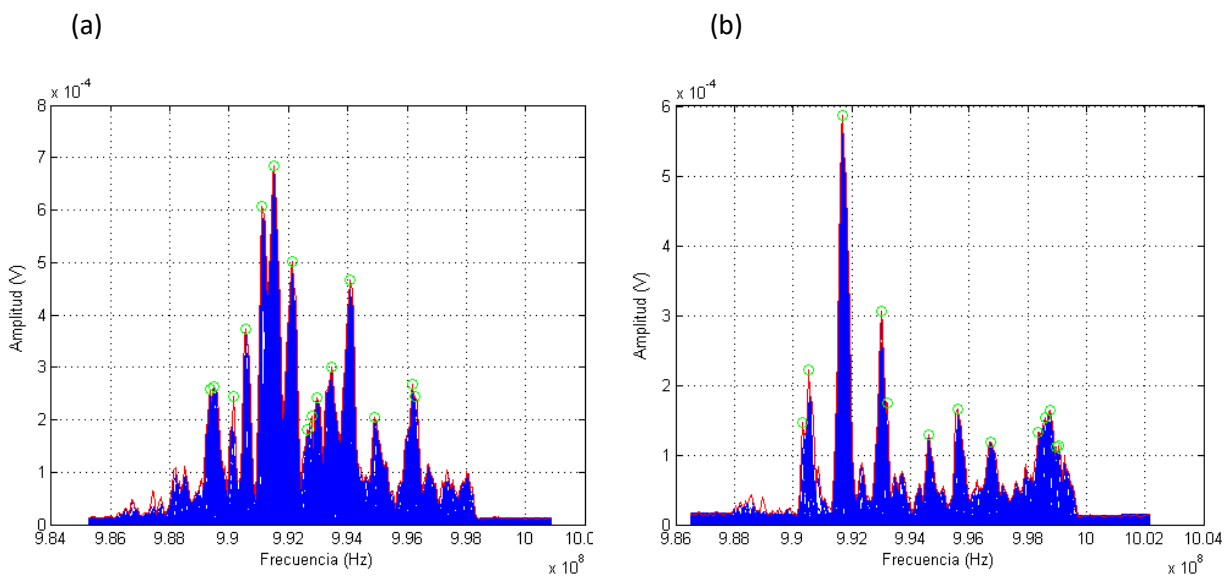


Figura 16. Espectro de resonancia de ondas de espín en régimen paramétrico en película delgada de YIG de $20 \mu\text{m}$ en un ancho espectral de 16 MHz , con diferentes potencias de bombeo (a) potencia de bombeo 1 dBm (b) potencia de bombeo -6 dBm .

De la [figura 16 \(b\)](#) es importante inferir que cuando la potencia es menor se hacen más definidos los picos y el factor de calidad incrementa. En la [figura 16 \(a\)](#) la señal obtenida con la sonda inductiva es mayor cuando mayor es la potencia de bombeo, las señales adquiridas se hacen difíciles de estudiar debido a que no se presenta una periodicidad aparente entre picos, aunque, el factor de calidad es similar en los pocos picos definidos, no es posible aislarlos y trabajar con ellos sin que exista interferencia entre los picos de resonancia. Por tal motivo es más conveniente trabajar a bajas potencias, además que esto conlleva al beneficio de un menor consumo de energía; los picos

presentan una mayor periodicidad y un mayor factor de calidad, además que aislarlos para trabajar con cierta región es posible, sin generar pérdidas de datos importantes del espectro.

La obtención de los espectros fue realizada bajo el criterio de Nyquist, el cual nos indica que la frecuencia de muestreo debe ser al menos dos veces mayor que la frecuencia máxima a obtener; ya que si no se cumple este criterio se puede presentar el fenómeno de solapamiento o aliasing, lo que hará que la señal a muestrear se haga indistinguible por una distorsión conocida como ruido de cuantificación o simplemente error. Es posible determinar la frecuencia de muestreo a partir de la resolución en frecuencia de un espectro y el número de muestras de este. Cuya relación está dada con la siguiente expresión.

$$\Delta f N = f_s \geq 2f_0 \quad (121)$$

En donde Δf es la resolución en frecuencia, N es el número de muestras de la ventana, f_s la frecuencia de muestreo y f_0 es la frecuencia máxima de la señal a muestrear.

Para la obtención de los espectros del experimento en específico, se trabajó con las siguientes condiciones una resolución en frecuencia de 1.562 kHz y 2 millones de muestras, por lo que si sustituimos las variables en la ecuación (121).

$$(1562 \text{ Hz})(2000000) = 3.124 \text{ GHz} \geq 1.9930 \text{ GHz} \quad (122)$$

Se obtiene que la frecuencia de muestreo es de 3.124 GHz , y como bien sabemos la frecuencia de resonancia de onda espín es de 996.501563 MHz , por lo que se puede inferir que se cumple con el criterio de Nyquist, ya que la frecuencia de muestreo es poco más de 3 veces mayor que la máxima frecuencia a detectar.

Además de basarnos en este criterio para evitar señales fantasmas y ruido en el espectro, se optó por trabajar con la máxima resolución posible para así obtener picos de resonancia de onda espín mejor definidos y lograr determinar el factor de calidad más acertado para los mismos.

Aunque se ha inferido que el factor de calidad aumenta en los espectros de menor potencia respecto a los de mayor potencia, no se ha enfatizado en este tema, el cual es uno de los puntos más destacables por el enorme factor de calidad en la resonancia de ondas espín, lo que se ve reflejado en una baja pérdida de energía en relación a la energía almacenada, como bien se destacó anteriormente las películas delgadas de YIG presentan una baja tasa de amortiguamiento, lo que conlleva a este factor de calidad deseado.

Para la obtención del factor de calidad se trabajó con el pico de resonancia fundamental de onda espín de un espectro, tal como se muestra en la [figura 17](#).

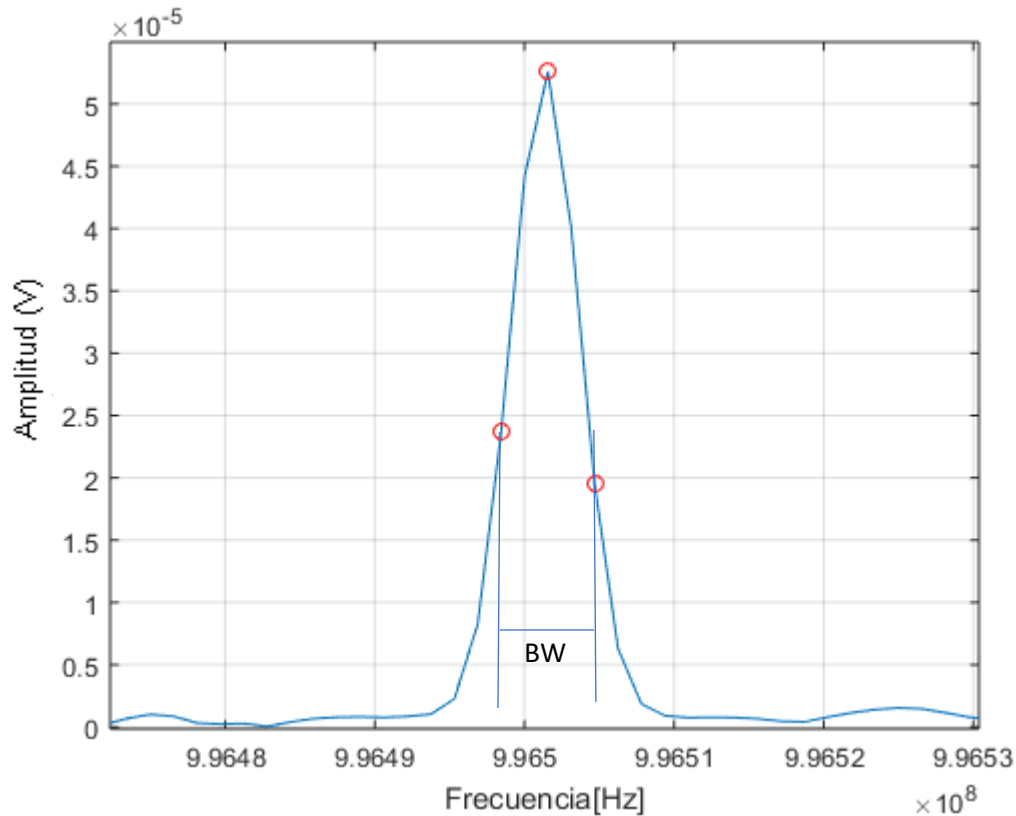


Figura 17. Espectro de la frecuencia de resonancia fundamental de onda espín con ancho de banda y frecuencia fundamental.

Posteriormente, se determinó el valor en frecuencia de resonancia para el cual se presenta la potencia máxima, la cual es la frecuencia de resonancia fundamental. Luego se determinaron las frecuencias a las cuales esta potencia se encuentra a la mitad de su valor, representadas por círculos rojos en la [figura 17](#), y se determina la diferencia entre estas dos frecuencias que se denominara, ancho de banda o BW . Finalmente, el factor de calidad, Q , se obtiene con la expresión $Q = \frac{f_0}{BW}$.

Para el caso en específico dado en la [figura 17](#) el factor de calidad es considerablemente grande debido a la amplificación de la precesión del momento magnético de la película, siendo de $Q = 159440.25$ para el pico fundamental, el cual presenta una frecuencia de resonancia de 996.501563 MHz , y un ancho de banda de 6.250 KHz .

Como resumen de los resultados obtenidos, bajo dichas condiciones es posible concluir que la señal obtenida con la microantena es debida a la propagación de ondas de espín dentro de la película de YIG, y no una señal fantasma o ruido inherente al experimento, además, se asegura que no es la precesión de los espines electrónicos en conjunto, ya que esto es resonancia ferromagnética, para la cual se necesita una magnetización de saturación del material. Al no estar saturado, se altera la precesión de espín de ciertas localidades lo que conlleva a la propagación de una onda espín por el desfaseamiento en la precesión de estos, la propagación de onda espín es resonante ya que en el espectro se ven picos de forma periódica lo que quiere decir que en ciertas frecuencias la precesión de espín se amplifica por la absorción de energía.

Análisis teórico

Se realizó un estudio basándonos en el modelo teórico propuesto por Kalinikos en el año 1981 [6] el cual describe los modos o niveles de propagación de ondas espín en una película delgada de YIG bajo distintas condiciones o configuraciones.

Este modelo se basa en la ecuación:

$$\omega_n^2 = (\Omega_{nk} + \omega_M - \omega_M P_{nn})(\Omega_{nk} + \omega_M P_{nn} \sin^2(\varphi)) \quad (123)$$

En donde ω_n es la frecuencia de propagación del modo de onda, φ es el ángulo de propagación de la onda espín, siendo 90° de forma tangencial a la película o 0° de forma longitudinal, es decir, sobre el vector Z o X, respectivamente, referenciando la [figura 9](#).

El desglose de los otros elementos es poco más complejo pero fundamental para obtener resultados concordantes con la teoría.

$$\Omega_{nk} = \omega_H + \omega_M * \alpha * (k_n^2) \quad (124)$$

Siendo: $\omega_H = |g|\mu_0 H_i$, $\omega_M = |g|\mu_0 M_0$, $k_n = \sqrt{x_n^2 + k_z^2}$

En donde g es el factor de Landé, μ_0 permeabilidad magnética del vacío, H_i y M_0 , son el campo magnético efectivo (en nuestro caso el estático, 10.874 mT), y la magnetización del material (175 mT), respectivamente. El término α es el coeficiente de amortiguamiento, $3 \times 10^{-12} \text{ cm}^{-2}$. k_z se asocia al vector de propagación de la onda espín, por lo cual es nuestro término variable. $x_n = n * \frac{\pi}{L}$, es el valor asociado a los modos de propagación en la película de YIG, donde L es el espesor de la película y n los modos de propagación de onda, siendo $0,1,2,3,\dots$

Por último, el coeficiente asociado a los espines electrónicos acoplados es:

$$P_{nn} = \left(\frac{k_z^2}{k_n^2} \right) + \left(\left(\frac{(k_z^2) * (x_n^2)}{k_n^4} \right) \left(\frac{2}{rang(i)} \right) (1 - ((-1)^n) e^{-rang(i)}) \right) \quad (125)$$

En donde $rang(i) = k_z * L$ está asociado directamente a las dimensiones de la película, y el vector de propagación sobre ella.

Con este modelo matemático se trabajó, usando nuestros parámetros y condiciones bajo las cuales se realizó el experimento práctico.

En la que los parámetros más cruciales son el campo estático de excitación y las dimensiones de la placa, la magnetización del material y su coeficiente de amortiguamiento, ya que con este modelo se obtendrá la frecuencia de bombeo.

Los resultados obtenidos nos indican la frecuencia de propagación de los 4 primeros modos de propagación de onda espín en la película de YIG con las condiciones ya detallados anteriormente.

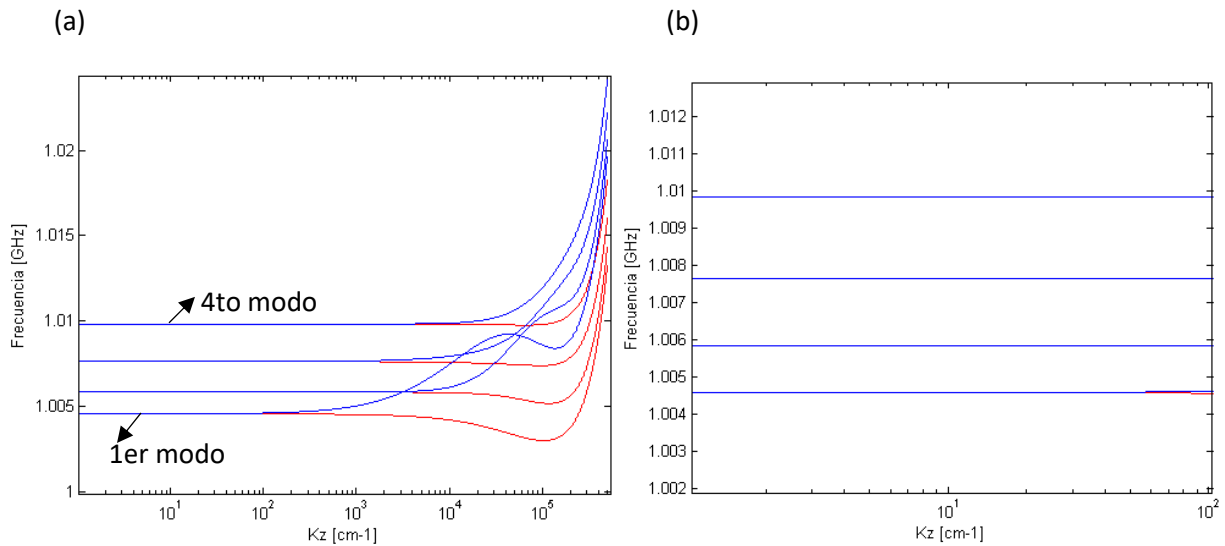


Figura 18. Grafica de análisis teórico de propagación de onda espín de los primeros 4 modos en una película delgada de YIG, representando las ondas transversales de color azul y las longitudinales color rojo (a) Escala logarítmica completa (b) Amplificación sección inicial.

Con estos resultados teóricos es posible definir ciertos aspectos importantes, como la periodicidad entre pico y pico, además, la frecuencia a la cual se propagan los primeros modos de la película de YIG. Los cuales corresponden a 1.5337 MHz , y 1.004567 GHz , respectivamente.

La [figura 18 \(a\)](#) muestra líneas en color rojo y azul, correspondientes a la propagación de ondas espín longitudinales y transversales, respectivamente. La [figura 18 \(b\)](#) es una amplificación para apreciar el rango y la periodicidad promedio a la cual se propagan los primeros modos de la onda espín.

Respecto a los valores teóricos obtenidos y los experimentales descritos en el inciso anterior, se puede resaltar que el error de la periodicidad es de 19% lo cual puede deberse a factores tales como exactitud de las dimensiones de la película de YIG, defectos en la película de YIG o algún factor de amortiguamiento. A pesar del error obtenido se puede inferir que es un aproximado bastante satisfactorio para nuestra investigación, ya que lo más importante a resaltar es el hecho de la distancia en frecuencia entre el primer modo de propagación y el segundo, es de 1.2709 MHz , que corresponde a un valor cercano a la periodicidad de los picos fundamentales en los resultados experimentales disminuyendo su error al 2%.

Se puede inferir que la frecuencia de bombeo es un parámetro determinante para la propagación de ondas espín en la película de YIG, sin embargo, las características de mayor impacto en el modelo teórico y el experimento son las dimensiones de la película de YIG, tanto su espesor, como la longitud de la película que se asocia al vector de onda. El parámetro de mayor impacto es el campo magnético estático con el cual se magnetiza la película, esto es debido a la estructura de dominios de la película de YIG, y las locaciones en las cuales se propaga el magnón.

b. Interacción con campos o materiales magnéticos

Para propagar ondas de espín magnetostáticas superficiales se emplea el experimento para la amplificación y propagación de magnones térmicos, en donde se usa un campo magnético estático (10.874 mT producido por el imán permanente) en paralelo a un campo magnético alterno producido por el generador de señales e inducido por la antena microlínea, y el vector de propagación de la película delgada de YIG perpendicular a estos. Con la novedad que en este montaje experimental se agregó un imán de disco y un solenoide en distintas situaciones con los cuales se realizaba una perturbación con un campo magnético adicional.

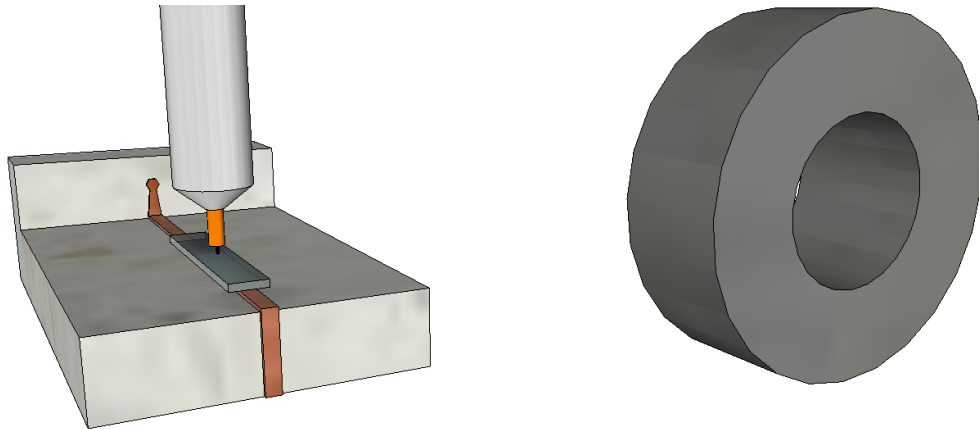


Figura 19. Montaje experimental para la detección de resonancia de ondas de espín con perturbaciones de campo magnéticos externos.

Tal como se muestra en el montaje de la [figura 19](#), se empleó para realizar dos diferentes experimentos, en los que de forma indirecta se cambiaba la distribución de líneas campo magnético que incidían en el montaje en dependencia si era el imán de disco o el solenoide (asociado al campo magnético inducido), por medio de la detección realizada por la sonda inductiva y el procesamiento de los espectros de resonancia se determinaron anomalías en los espectros obtenidos. Cabe resaltar, que antes de cada experimento lo primordial era la obtención de amplificación de magnones térmicos y su espectro de resonancia de onda espín inicial, luego de detectar este espectro se procedía a realizar las perturbaciones de campo magnético.

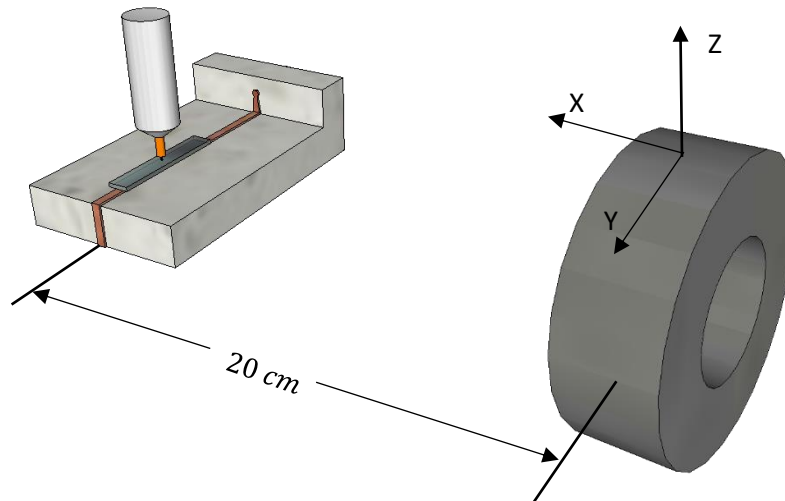


Figura 20. Montaje experimental para la detección de resonancia de ondas de espín con perturbaciones de campo magnéticos externos.

Los dos experimentos se realizaron ubicando el imán de disco o el solenoide a una distancia fija de 20 cm, se realizaron variaciones en las condiciones del objeto perturbador y por ende el campo magnético que esta inducía sobre el montaje principal, lo cual se explicará más en detalle para cada experimento.

i. Perturbación con imán de disco

Se ubico un imán de disco en la posición del objeto, tal como se muestra en la figura 20, el cual se hizo rotar alrededor de su eje Z en intervalos de 45° hasta 360° , o una vuelta completa. Esta rotación fue realizada siguiendo la orientación de las manecillas del reloj, y en sentido contrario, para así obtener diversos espectros en cada una de las orientaciones del imán de disco, la posición inicial es la misma mostrada en la figura 20 y corresponde a 0° . Con la finalidad de realizar un análisis estadístico y determinar que tanto error se obtenía en cada posición y si este presentaba un valor inicial constante.

La tabla 1 muestra el campo magnético detectado por un Gaussmetro de la marca Walker Scientific, modelo MG-3D, el cual presenta una resolución de 0.01 gauss, este campo magnético fue detectado en cada uno de los ángulos del imán de disco.

Tabla 1

Campo magnético correspondiente a cada ángulo.

Angulo [°]	Campo magnético [μT]	Desviación estándar [μT]
0	126	0.4082
45	94	1.2149
90	-31	1.4638
135	-111	0.8165
180	-141	0.6324
225	-70	0.69
270	21	1.3291
315	90	0.8366
360	126	0.4082

Cabe resaltar que todos los valores de campo magnético son un promedio de 7 mediciones. Se obviaron los decimales obtenidos en los cálculos y se redondeó a su valor entero más cercano ya que el equipo de medición nos permitía trabajar las mediciones con dos cifras decimales (mediciones en Gauss), en otras palabras, la resolución del equipo ya con la conversión de Gauss a microTesla es de $1 \mu T$.

Cabe resaltar que se realizaron 4 mediciones por cada ángulo con un total de 32 espectros, ya que los ángulos 0° y 360° se tomó como la misma posición, cada uno de los espectros obtenidos fueron normalizados respecto a su valor máximo para hacer posible realizar una comparación entre ellos y un análisis de estos, estos espectros se obtuvieron en un intervalo de frecuencias de 986.96 MHz a 1.02246 GHz correspondiente a la mitad de la frecuencia de bombeo 1.9739 GHz a 2.0449 GHz , respectivamente, ya que es el intervalo en donde se producen la resonancia de onda espín. Este intervalo espectral de detección es de 15.64 MHz con una resolución en frecuencia de 48.82 kHz .

Como se hizo énfasis en incisos anteriores, para el análisis de los espectros obtenidos cuando se perturbaba con cada uno de los diferentes campos magnéticos (ángulos del imán de disco) únicamente se trabajó con el pico fundamental de cada espectro. Se determinó cuanto era el desplazamiento de frecuencia del pico fundamental en función de los giros realizados al imán de disco, es decir, se tomó un espectro de resonancia de ondas de espín para cada uno de los ángulos diferentes del imán de disco, y posteriormente se trabajó con el pico fundamental de cada uno de ellos para determinar su desplazamiento en frecuencia.

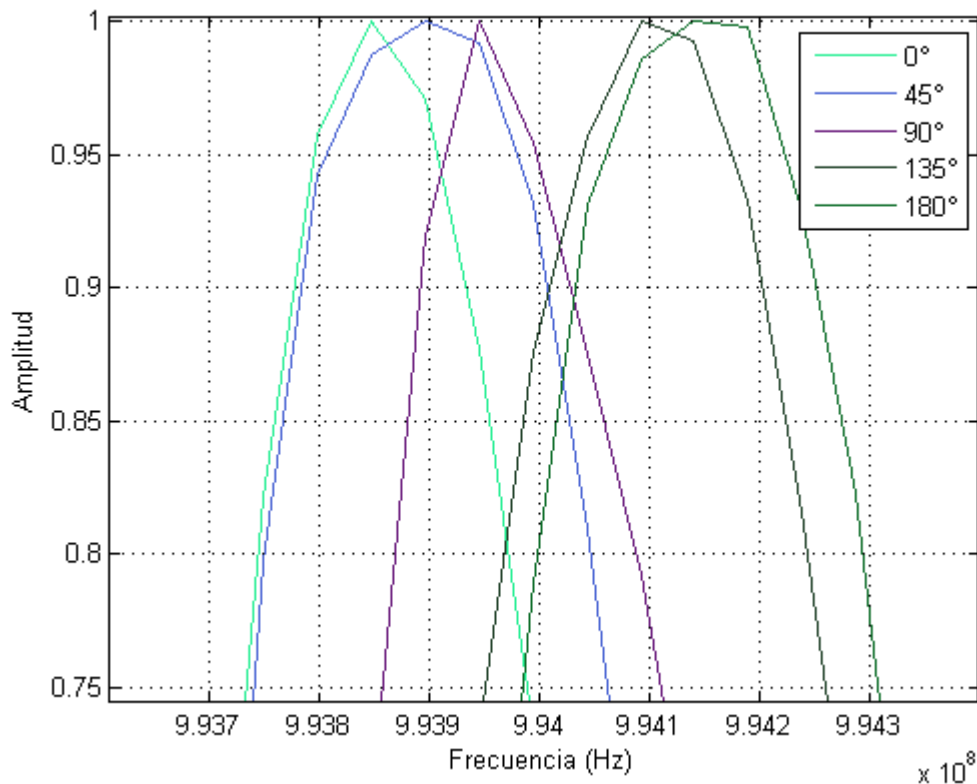


Figura 21. Grafica de picos fundamentales para media rotación en intervalos de 45°.

En la [figura 21](#) se agruparon los picos fundamentales de los espectros de resonancia de onda espín obtenidos cuando estos se eran perturbados por un campo magnético generado por el disco de imán en diferentes ángulos, en esta grafica se agruparon únicamente los picos fundamentales correspondientes a medio giro del imán en intervalos de 45°.

Es importante resaltar que se exhibe una frecuencia diferente entre pico y pico, esto es debido a la perturbación de la distribución de líneas de campo magnético que inciden sobre el montaje experimental, esta variación de frecuencia corresponde a un desplazamiento del espectro de resonancia de ondas espín magnetostáticas que se están propagando en la película de YIG, la frecuencia promedio de desplazamiento entre pico y pico es de 6.93 MHz .

Al realizar una variación en todos los ángulos en repetidas ocasiones, y graficar la frecuencia de resonancia (frecuencia del pico fundamental), contra ángulo del imán de disco. Se obtiene una gráfica de distribución la cual se asemeja a una campana de Gauss.

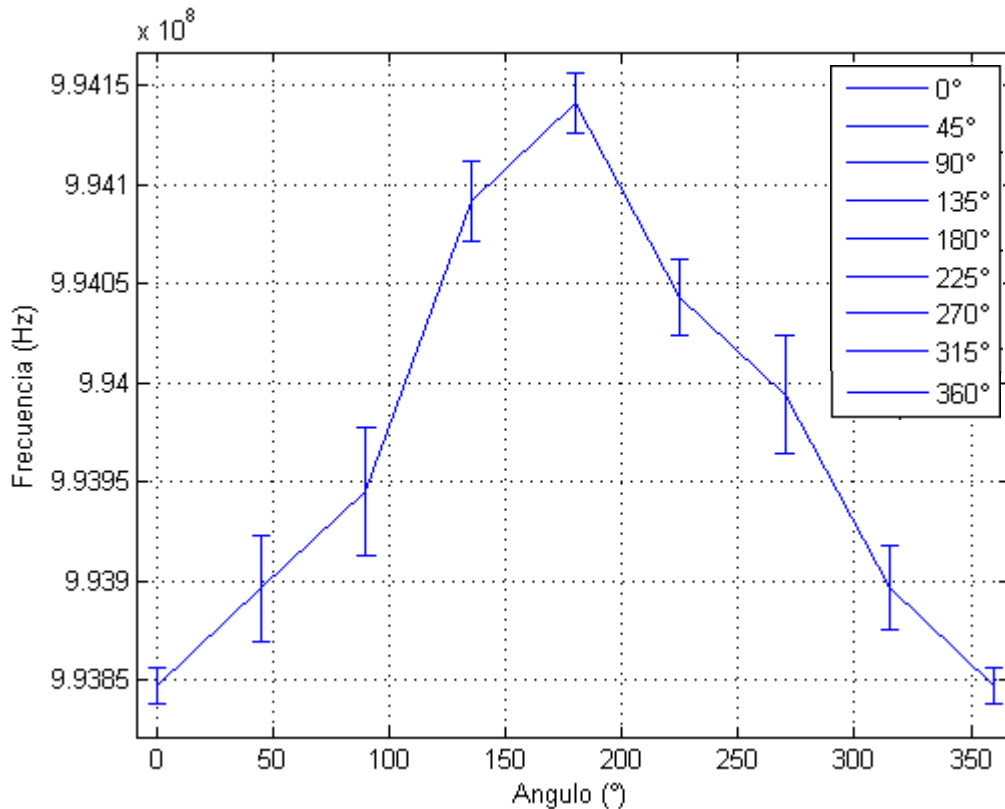


Figura 22. Grafica de distribución de frecuencia de resonancia en función del ángulo de imán de disco (perturbación de campo magnético).

La cual indica el comportamiento de los picos de resonancia de ondas de espín cuando estos se ven perturbados o interactúan con un campo magnético adicional, además, se puede observar que este presenta una distribución Gaussiana, cuando no existe una perturbación u otro campo magnético adicional, este vuelve a su origen o estado inicial.

Es importante mencionar que existe una dependencia de la desviación estándar de las mediciones realizadas con el Gaussmetro, y el error obtenido en los diferentes picos fundamentales correspondientes a cada uno de los ángulos del imán de disco, ya que las frecuencias con mayor error coinciden con los campos magnéticos que presentan mayor desviación estándar, por lo que los de menor desviación estándar se les asocia menor error. Aunque este error puede ser un error debido a campos magnéticos presentes en el entorno, adicionales al campo magnético generado por el imán de disco, por lo cual en teoría no se puede eliminar. El máximo error obtenido es de 32 kHz para el ángulo 90° del imán de disco el cual generaba una perturbación de campo magnético de $-31 \mu\text{T}$. Y el mínimo error es de 9 kHz para el ángulo 0° o la posición inicial.

Tabla 2

Frecuencia de resonancia de onda espín en relación con ángulo de imán de disco.

Angulo [°]	Frecuencia resonancia [MHz]	Margen de frecuencia ±[kHz]
0	993.847	9
45	993.896	27
90	993.945	32
135	994.091	20
180	994.141	15
225	994.042	19
270	993.994	30
315	993.896	21
360	998.847	9

El margen de frecuencias o error para cada medición se encuentra en el orden de los Kilohercios, a pesar de ser cifras excesivamente grandes y significativas, las frecuencias de los picos fundamentales de resonancia de onda espín se encuentran próximas al orden de los Gigahercios por tal razón su impacto de error disminuye considerablemente, además, ningún margen de error obtenido se superpone a alguna frecuencia de resonancia correspondiente a otro ángulo del imán de disco.

ii. Perturbación con solenoide

En el segundo experimento se reemplazó el objeto (imán de disco) con un solenoide de N vueltas, este elemento se encuentra orientado con el orificio hacia el montaje experimental tal como se muestra en la [figura 20](#), recordando que el montaje experimental principal es con el cual se realiza la propagación y amplificación de magnones térmicos.

La función de la bobina es generar un campo magnético con el cual se realizarán perturbaciones en el espectro inicial (cuando no existe campo magnético inducido por el solenoide), para luego analizar las variaciones y anomalías los espectros subsecuentes a estas perturbaciones, y así determinar aspectos sobresalientes, cabe resaltar que para este experimento se empleó un barrido en la frecuencia de bombeo de 1.9659 GHz a 2.237 GHz, por lo que el espectro de resonancia de ondas espín se dará a la mitad de este intervalo de 982.95 MHz a 1.1185 GHz, siendo esta ventana de 135.55 MHz de frecuencia y con una resolución en frecuencia de 50 kHz.

La alimentación del solenoide es variable por lo que el campo magnético inducido cambiara respecto a este, inicialmente se hace la propagación y detección de amplificación de magnones térmicos con la sonda inductiva cuando el solenoide no se encuentra alimentado, y posteriormente se incrementa de forma gradual la potencia en el mismo, tomando el espectro de resonancia de onda espín cuando se perturba con cada uno de los diferentes campos magnéticos inducidos por el solenoide.

Tabla 3

Campo magnético del solenoide respecto a su alimentación.

Campo magnético [μT]	Voltaje [V]	Corriente[A]
-1.3	0	0
-0.8	0.2	0.03
-0.3	0.7	0.09
0.2	1.2	0.15
0.7	1.7	0.21
1.1	2.2	0.27
1.5	2.7	0.33
1.9	3.2	0.39
2.3	3.7	0.43
2.9	4.2	0.5

Los datos de la tabla 3 indican las diferentes alimentaciones del solenoide y el campo magnético correspondiente a esta. Se tomaron 10 diferentes espectros de propagación de onda espín, uno por cada campo magnético inducido.

Para este experimento a diferencia del anterior, se trabajó con toda la ventana espectral de resonancia de onda espín y no únicamente con el pico en la frecuencia de resonancia fundamental.

Para la obtención de estos espectros, se realizó el barrido de frecuencia de bombeo a través de la antena microlínea como se ha detallado anteriormente, y con la sonda inductiva se capturaron los espectros de resonancia de onda espín con un total de 2000000 muestras, para la ventana en frecuencia correspondiente, es importante tener en cuenta que el campo magnético estático sigue siendo el mismo que para el experimento anterior.

En la [figura 23](#) se exhiben los espectros de resonancia de onda espín obtenidos para cada una de las diferentes perturbaciones de campos magnéticos inducidos por el solenoide organizados más en detalle en la Tabla 3. Se muestran 10 espectros diferentes los cuales corresponde a una de las filas, el orden numérico creciente indica el número de la fila con las condiciones correspondientes a esa perturbación.

Es importante resaltar que todos los espectros correspondientes a este experimento han sido normalizados respecto a su valor máximo para hacer posible la realización un análisis en frecuencia de estos y comparar ciertos aspectos.

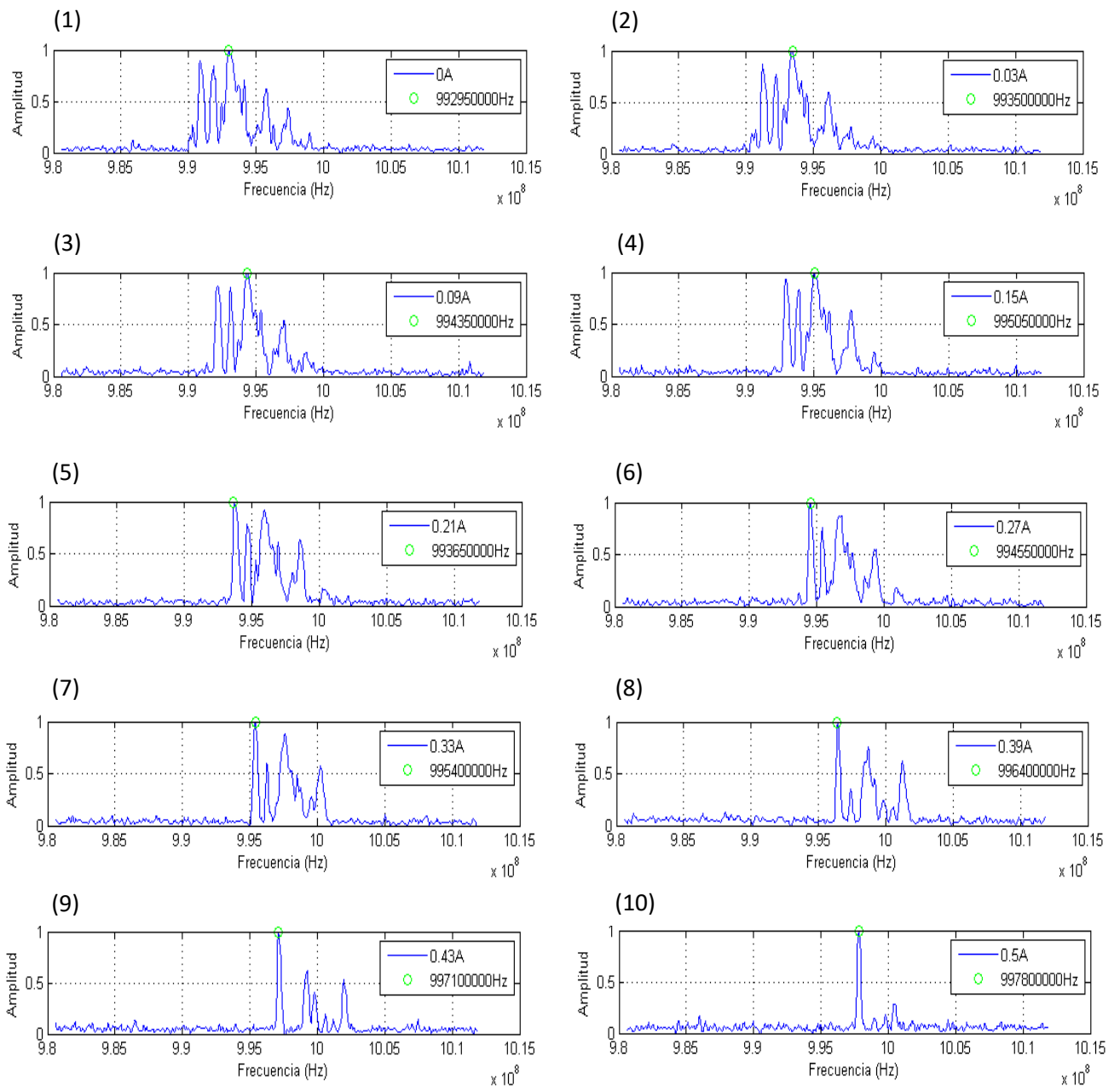


Figura 23. Espectros de resonancia de onda espín con cada campo magnético inducido con la bobina.

La secuencia de los espectros va de izquierda a derecha, siguiendo el orden numérico.

En los primeros cuatro espectros mostrados en la figura 23 (1) (2) (3) y (4), se puede resaltar que su frecuencia de resonancia fundamental se encuentra en el pico central del espectro completo, cada uno con su frecuencia de resonancia correspondiente que se puede ver en la leyenda de cada espectro, a medida que se incrementa la perturbación inducida por el campo magnético del

solenoides; el pico fundamental de resonancia cambia, este ya no se encuentra en el centro del espectro, ahora corresponde al primer pico en el espectro de resonancia de onda espín.

Como se puede observar la mayoría de los espectros presentan el mismo comportamiento y los mismos picos de resonancia, con la particularidad que en algunos espectros (después de la [figura 23 \(5\)](#)) el pico fundamental de resonancia cambia. Cabe resaltar que en los últimos dos espectros ([figura 23 \(9\) y \(10\)](#)) el comportamiento de resonancia de onda espín cambia, es decir, los otros picos de resonancia ya no están presentes. Vale decir, el pico de resonancia fundamental se hace muy grande en magnitud a comparación de los otros picos de resonancia, por lo cual se hacen prácticamente indistinguibles, recordando que todos los espectros han sido normalizados respecto a su valor máximo. Aunque hipotéticamente se podría inferir para la [figura 23 \(10\)](#), cuando el montaje experimental se ve perturbado con el máximo campo magnético correspondiente a $2.9 \mu T$, los momentos magnéticos de la película de YIG presentan su máxima absorción de energía a esa frecuencia, por lo cual dichos momentos magnéticos empiezan a precesar a una misma fase, presentando un pico máximo de absorción, dicho en otras palabras, bajo todas las condiciones presentes en dicho espectro (campo magnético estático, campo magnético alterno, y perturbación con campo magnético inducido), se obtiene la frecuencia de resonancia ferromagnética o se está muy próximo a ella. Cabe aclarar que no necesariamente es la frecuencia de resonancia ferromagnética para la película de YIG de esas dimensiones, esta FMR podría ser alguno de sus armónicos, el cual se hace presente bajo estas condiciones.

Otro punto importante a resaltar es el hecho que el espectro presenta desplazamientos y modificaciones en sus picos de resonancia al tener perturbaciones de campo magnético de magnitud promedio de $500 nT$, por lo cual es posible detectar campos magnéticos de este orden.

iii. Interacción con partículas de magnetita

Para la realización de este experimento se siguieron las mismas condiciones necesarias para la amplificación y propagación de magnones térmicos tal como se explicó para la [figura 10](#), por lo que se propagaron ondas de espín magnetostáticas superficiales, con la contribución de un campo magnético estático ($10.874 mT$ producido por el imán permanente) en paralelo a un campo magnético alterno inducido por la antena microlínea debido a la excitación del generador de señales, y perpendicular a estos, el vector de propagación dado por las dimensiones de la película delgada de YIG, tal como se ha explicado en secciones anteriores. La particularidad para este experimento es que se incrustó polvo de magnetita en un polímero, y este polímero ya con las partículas de magnetita incrustadas se ubicó entre la antena de la sonda inductiva y la película delgada de YIG. Tal como se puede apreciar en la [figura 24](#).

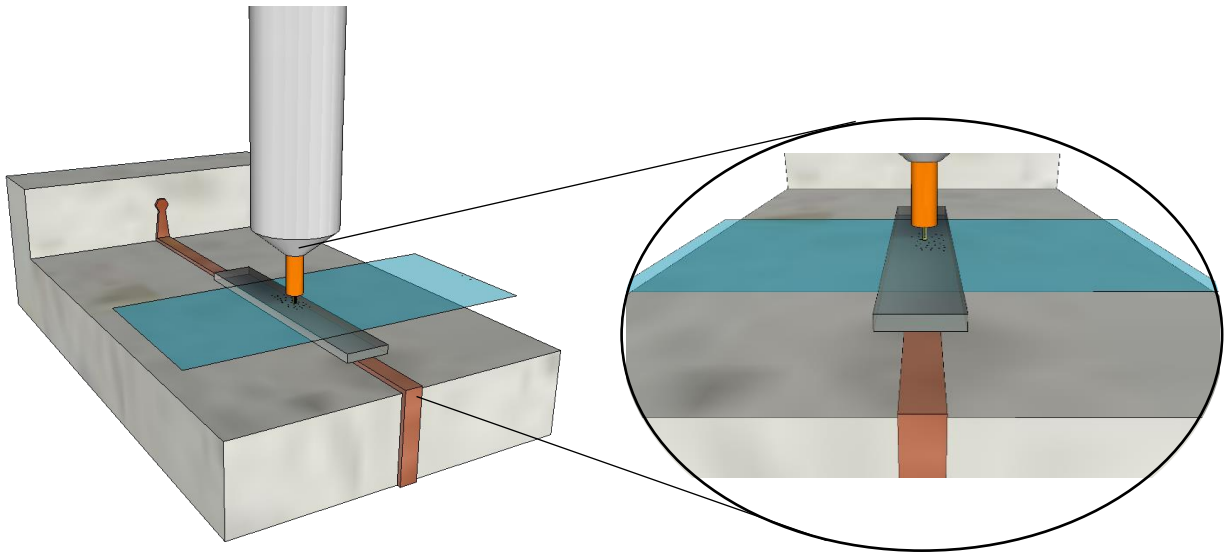


Figura 24. Montaje experimental para la detección de partículas de magnetita.

Para este experimento se realizó un barrido de la señal de bombeo de 1.9612 GHz hasta 2.0237 GHz , el espectro de detección se restringió a la mitad de esta frecuencia de bombeo, que es a la frecuencia en las cuales se generaba resonancia de ondas de espín, esta ventana de frecuencias de ancho de banda 31.25 MHz , se encontraba entre 980.6 MHz y 1.01185 GHz con una resolución de 50 kHz , aunque posteriormente se realizó una amplificación de los espectros de resonancia únicamente en la sección que se presentaban picos de resonancia.

Este se realizó en dos etapas cuando se encontraba el polímero sobre la película de YIG y cuando no, siendo primordial la obtención del espectro de resonancia de ondas de espín, cuando se obtuvo este, se procedió a ubicar el polímero tal como se muestra en la [figura 24](#) y se adquiere un nuevo espectro, y posteriormente se retiraba para tomar nuevamente el espectro original. Esta secuencia se realizó en repetidas ocasiones, para así encontrar particularidades en los espectros cuando el polímero con partículas de magnetita se encontraba en el montaje, y los espectros en los que solo se detectaba la propagación de ondas espín (sin el polímero con magnetita).

Sin partículas de magnetita

Con polímero con partículas de magnetita

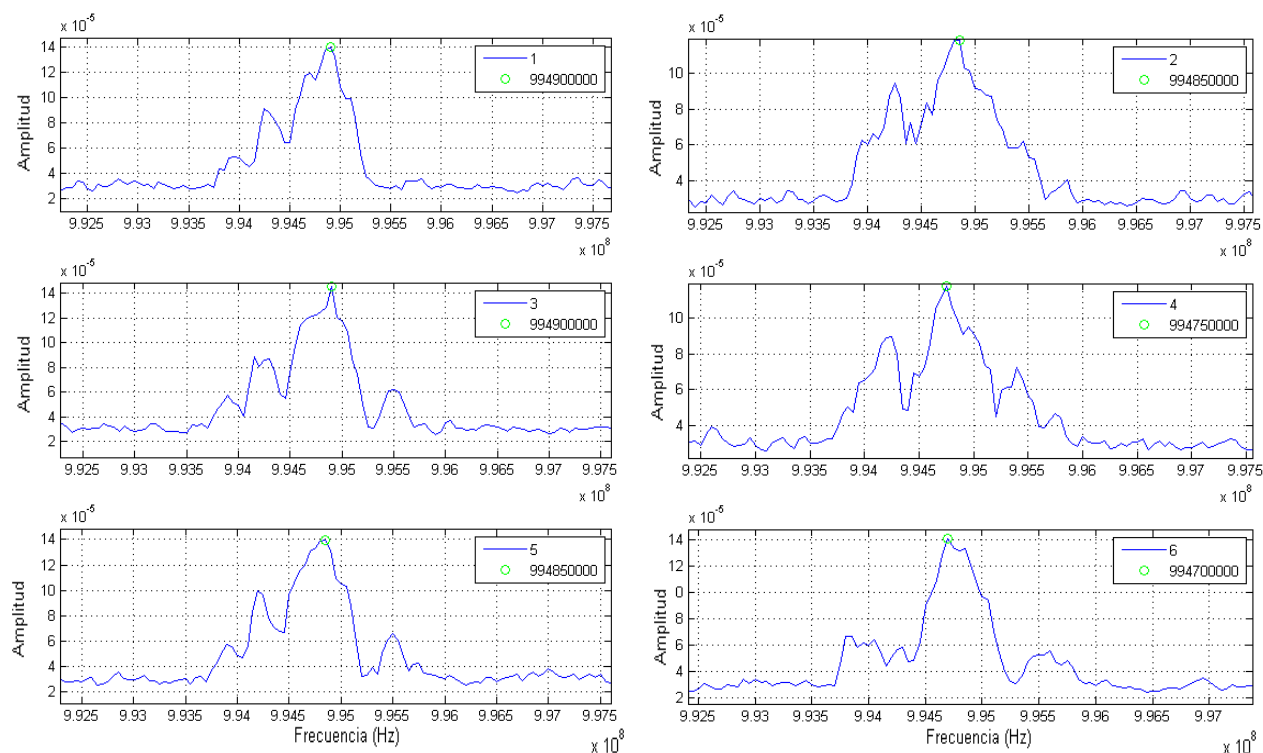


Figura 25. Espectros de resonancia de ondas espín, en la zona de la izquierda se encuentran los espectros sin polímero y a la derecha con polímero.

Es importante resaltar que los espectros exhibidos en la figura 25 fueron tomados de forma alterna, es decir, se tomó el primero sin polvo de magnetita, luego se tomó el primero con polvo de magnetita, y así sucesivamente. Originalmente estos espectros estaban ubicados en una ventana de frecuencia más amplia, pero se amplificaron a la ventana de frecuencia en donde se presentaban los picos de resonancia de onda espín entre 992.5 MHz hasta 997.5 MHz, para obtenerlos con más detalle.

En la siguiente tabla se pueden observar los picos de resonancia de onda espín cuando se perturbaba con partículas de magnetita y cuando no.

Tabla 4

Frecuencia de resonancia de ondas espín con y sin perturbación de partículas de magnetita.

Repeticiones	Frecuencia de resonancia sin partículas de magnetita [MHz]	Frecuencia de resonancia con partículas de magnetita [MHz]
1	994.9	994.85
2	994.9	994.75
3	994.85	994.7

Lo más importante a resaltar es que siempre se presentó un desplazamiento de la frecuencia del pico de resonancia fundamental entre los espectros sin magnetita y los espectros con magnetita, el promedio de estos desplazamientos es de 116.7 KHz , Cabe resaltar que, si se toma el espectro en una ventana de frecuencias más pequeña para incrementar la resolución, es probable, que estos desplazamientos se exhiban de forma más detallada y repetitiva.

Otro detalle para resaltar es la magnitud, que para este caso está en el orden los microvoltios, en las dos primeras repeticiones la magnitud tuvo un decremento de $140 \mu V$ a $120 \mu V$, cuando esta no tenía magnetita depositada y cuando la tenía, respectivamente, y solo en la tercera la magnitud se mantuvo igual para el espectro sin el material magnético y con este. Por lo que se puede inferir que la propagación y amplificación de magnones térmicos debido a ondas magnetostáticas superficiales se ve afectado cuando otro material magnético se encuentra en interacción con la película de YIG.

Por último, y de suma relevancia es que los tres espectros cuando no se tiene partículas de magnetita, presentan un comportamiento de resonancia muy similar, si se superponen estos, las diferencias entre uno y otro son poco notorias. Mientras que los espectros cuando se tiene magnetita presentan perturbaciones bastante notorias, tanto al compararlos entre ellos, como al compararlos con los espectros sin magnetita. Una de las características más destacables es el ensanchamiento del pico de resonancia, es decir el factor de calidad se disminuye de forma considerable cuando se encuentran depositadas las partículas de magnetita sobre la película de YIG, respecto al factor de calidad del espectro que no tiene partículas de magnetita. Además, se presentan ciertas perturbaciones y picos en los espectros que no son repetitivos ni presentan una periodicidad aparente.

4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

De los resultados obtenidos es posible asegurar que las condiciones bajo las cuales se realizó la investigación, es posible detectar cambios espectrales cuando se perturba con un campo magnético de hasta 500 nT, por lo que se detectaron pequeñas interacciones magnetostáticas con la película de YIG; con un estudio detallado de los espectros sería posible determinar el nuevo estado magnético, a pesar de no tener la sensibilidad de otros magnetómetros más sofisticados como el SQUID, podemos afirmar que:

- Se garantiza que la señal obtenida por la microantena es la propagación de ondas de espín, ya que la película de YIG no se encuentra en estado de magnetización de saturación, por lo que esta señal no corresponde a la resonancia ferromagnética. Al no encontrarse en saturación, se altera la precesión de espín de ciertas localidades, atribuyéndole a este desfase en la precesión de espín, la propagación onda de espín.
- La propagación de onda espín es resonante ya que en el espectro se ven picos de forma periódica lo cual indica que en ciertas frecuencias la precesión de espín se amplifica por la absorción de energía.
- Al satisfacer el criterio de Nyquist se garantiza que la señal obtenida es debida netamente al comportamiento de los espines electrónicos dentro de la película de YIG, y no al ruido inherente del sistema de medición.
- La variación en los espectros de resonancia de ondas de espín debido a campos magnéticos externos hace posible realizar la detección de perturbaciones magnéticas del orden de centenas de nano teslas, además, también es posible realizar detección de partículas magnéticas por interacción magnetostática con la película de YIG.
- Es posible determinar la periodicidad entre los picos de resonancia de onda espín basados en el modelo de Kalinikos ya que para la frecuencia entre el primer y segundo modo de propagación de onda de espín y la periodicidad de los picos de resonancia obtenidos en los resultados experimentales se tiene un error absoluto de 2%.
- Se determinó que el factor de calidad de la frecuencia fundamental al propagar de ondas de espín en películas delgadas de YIG siendo este de $Q = 159440.25$, además, al realizar la excitación por la antena microlínea con un oscilador de bombeo continuo, a bajas frecuencias (2 GHz) y baja potencia, se concluye que es posible propagar ondas espín con estas condiciones y con un factor de calidad bastante grande, respecto a artículos ya publicados, en los cuales la frecuencia de bombeo se encuentra por encima de los 9 GHz, y se usa una fuente de bombeo pulsada comúnmente.

Trabajos futuros

Los posibles trabajos a realizar a futuro son:

- 1.- La detección de partículas magnéticas depositadas en un biopolímero, con el cual se pueda realizar la detección de ciertas proteínas asociadas a patologías médicas para un diagnóstico poco invasivo, ya que se evidenció que el espectro de resonancia de onda de espín presenta desplazamientos o deformaciones al ser expuesto a un campo magnético.
- 2.- Experimentar con otras condiciones y perturbaciones para lograr obtener un mayor factor de calidad, por ende, una mayor sensibilidad. Y en dicho caso, hacer posible la detección de campos magnéticos de menor orden al mostrado en los resultados. Realizar otras perturbaciones tales como diferenciales térmicos, ondas mecánicas, entre otros y tener evidencia de cómo se ve alterado el espectro de resonancia de ondas de espín para así diseñar un sensor basado en este fenómeno.
- 3.- Determinar las posibles locaciones dentro de una película delgada de YIG o implementar varias películas delgadas conjuntas, para proponer un arreglo de detección matricial con el que se pueda conocer la posición exacta en la cual se está presentando la perturbación, esto se lograría haciendo un análisis espectral de cada una de las locaciones y observando las anomalías que se presentan en estos.

REFERENCIAS

- [1] A. A. Serga, A. V. Chumak y B. Hillebrands, «YIG magnonics,» *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 43, nº 26, pp. 1-16, 2010.
- [2] A. Kithun, M. Bao y K. L. Wang, «Spin Wave Magnetic NanoFabric: A New Approach to Spin-Based Logic Circuitry,» *IEEE trans. on Magn.*, vol. 44, pp. 2141-2152, 2008.
- [3] S. Z. Peng, Y. Zhang, M. X. Wang, Y. G. Zhang y W. S. Zhao, «Magnetic Tunnel Junctions for Spintronics: Principles and Applications,» de *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., 2014, pp. 1-16.
- [4] B. A. Kalinkos y A. N. Slavin, «Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions,» *Journal of Physics C: Solid State Physics*, vol. 19, nº 35, pp. 7013-7033, 1986.
- [5] M. Mansurova y O. Kolokoltsev, «Magnetómetro basado en espectroscopía de magnones,» Tesis de maestría, Univesidad nacional Autonoma de México, 2011.
- [6] B. A. Kalinikos, «Spectrum and linear excitation of spin waves in ferromagnetic films,» *Russian Physics Journal*, vol. 24, nº 8, pp. 718-731, 1981.
- [7] B. A. Kalinikos, N. G. Kovshikov y M. P. Kostylev, «Observation of parametric amplification of propagating dipole-exchange spin waves in yttrium iron garnet films,» *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, vol. 64, nº 3, pp. 171-176, 1996.
- [8] B. A. Kalinikos y M. P. Kostylev, «Parametric Amplification of Spin Wave Envelope Solitons in Ferromagnetic Films by Parallel Pumping,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, nº 5, pp. 3445-3447, 1997.
- [9] D. Chartoryzhskii y B. A. Kalinikos, «Effect of Relaxation on Spin Wave Resonance in Thin Ferromagnetic Films,» *phys. stat. sol.*, vol. 64, nº 1, pp. 223-228, 1974.
- [10] B. A. Kalinikos, M. P. Kostylev, N. V. Kozhus y A. N. Slavin, «The dipole-exchange spin wave spectrum for anisotropic ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions,» *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 2, nº 49, p. 9861, 1990.
- [11] D. Chartoryzhskii, B. Kalinikos y O. Vendik, «Parallel pump spin wave instability in thin ferromagnetic films,» *Solid state communications*, vol. 20, nº 10, pp. 985-989, 1976.
- [12] M. Kostylev, B. Kalinikos y H. Dötsch, «Parallel pump spin wave instability threshold in thin ferromagnetic films,» *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 145, nº 1-2, pp. 93-110, 1995.

- [13] B. A. Kalinikos y N. V. Kozhus, «Effect of magnetic anisotropy of ferromagnetic films on the parametric instability of spin waves for the case of longitudinal excitation,» *Journal of Technical Physics*, vol. 59, nº 10, p. 1105, 1989.
- [14] B. A. Kalinikos, P. G. Kovshikov y P. V. Kozhus, «Parametric-excitation of quasi-surface spin-waves series in thin ferromagnetic-films,» *Solid State Physics*, vol. 27, nº 9, pp. 2794-2796, 1985.
- [15] G. Wiese, L. Buxman, P. Kabos y C. E. Patton, «Parallel pumping fine structure at 9.4 GHz for in-plane magnetized yttrium iron garnet thin films,» *Journal of applied physics*, vol. 75, nº 2, pp. 1041-1046, 1994.
- [16] V. S. L'vov, *Wave turbulence under parametric excitation: applications to magnets*, Berlin: Springer Science & Business Media, 2012.
- [17] V. I. Vasyuchka, A. A. Serga, C. W. Sandweg, D. V. Slobodianiuk, G. A. Melkov y B. Hillebrands, «Explosive electromagnetic radiation by the relaxation of a multimode magnon system,» *Physical review letters*, vol. 111, nº 18, p. 187206, 2013.
- [18] C. W. Sandweg, M. B. Jungfleisch, V. I. Vasyuchka, A. A. Serga, A. Clausen, H. Schultheiss, B. Hillebrands, A. Kreisel y P. Kopietz, «Wide-range wavevector selectivity of magnon gases in Brillouin light scattering spectroscopy,» *Review of Scientific Instruments*, vol. 81, nº 7, p. 073902, 2010.
- [19] L. Landau y E. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, Elsevier, 1981.
- [20] L. Landau y E. Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, Pergamon Press, 1984.
- [21] D. Stancil y A. Prabhakar, *Spin Waves*, Springer, 2009.
- [22] A. Gurevich y G. Melkov, *Magnetization oscillations and Waves*, CRC press, 1996.
- [23] N. Spaldin, *Magnetic Materials – Fundamentals and Device Applications*, Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [24] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, Wiley, 1976.
- [25] M. Kaganou y V. Tsukérnik, *La naturaleza del magnetismo*, Moscu: Editorial Mir., 1985.
- [26] Maschen, «https://commons.wikimedia.org/wiki/File:LS_coupling.svg,» Wikipedia, 22 December 2011. [En línea]. Available: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:LS_coupling.svg. [Último acceso: 7 July 2019].
- [27] Y. Tao, A. Eichler, T. Holzherr y C. L. Degen, «Ultrasensitive mechanical detection of magnetic moment using a commercial disk drive write head,» *Nature communications*, p. 8, 2016.
- [28] E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, John Wiley & Sons,, 1998.

- [29] H. Imamura y S. Maekawa, Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials: Fundamentals and Theory, NY: John Wiley & Sons, 2007.
- [30] S. E. Demokritov y A. N. Slavin, Magnonics, Springer, 2013.