



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**PRODUCCIÓN DE MÚLTIPLES POZOS EN  
YACIMIENTOS RECTANGULARES  
NATURALMENTE FRACTURADOS CON  
ENTRADAS A PRODUCCIÓN A  
DIFERENTES TIEMPOS**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Petrolero**

**P R E S E N T A**

Marco Antonio Ávalos Milla

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Rodolfo Gabriel Camacho Velázquez



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

---

## DEDICATORIA

A mis padres Marco y María, por su confianza, por el cariño y por el amor, por mantener viva la ilusión y latente sus sacrificios, por construirme como soy, por heredarme todas sus virtudes y por el honor de ser su hijo, Gracias. Nada podrá contar el número de sus enseñanzas, ni nadie podrá medir el orgullo que siempre sentiré por ustedes. Con mucho amor, su hijo.

A mis hermanos Rubén y Adán, por guiarme con su ejemplo y por apoyarme en todo momento, por romper conmigo todas las fronteras tanto físicas como mentales y por enseñarme desde niño el valor de la unión.

A mi novia Fer, por respaldarme, motivarme y por quererme en tu esencia tan única y especial. Por llegar en el momento más indicado de mi vida, por quedarte y por impulsar inmesurablemente mi crecimiento, mi aprendizaje y mi amor por ti.

A mis sobrinos, todos ustedes son y serán siempre el motor que mueva los engranajes de la felicidad en nuestra familia.

---

---

## AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Rodolfo Camacho, por aceptar ser mi Director de Tesis y terminar siendo un gran ejemplo de trabajo para mi. Gracias por tanto.

Al Departamento de Ingeniería Petrolera de la UNAM, esencialmente al Ing. Israel e Irene, por acogerme a lo largo de casi toda mi trayectoria universitaria y sembrar en mi valores que trascendieron más allá de los salones de clases.

A mis sinodales, Paulina, Bruno y Gustavo, por darse el tiempo de corregirme y evaluarme, así como por demostrar el interés magistral que me ofrecieron.

A mis amigos Xavier, Axel, Víctor, Edgar, Alpha, Leydi, Yess, Bere, Mariana... porque en partes medulares de mi vida me ayudaron posiblemente más de lo que ustedes mismo saben.

A mis profesores, Ing. Mayverena Jurado Pineda, Mtro. José Francisco Macedo Calvillo, Mtro. José Antonio López Cuesta, Ing. Alberto Arias Paz, Ing. Israel Castro Herrera, Ing. Nayelli Manzanares, Ing. Marco Jorge Alberto, Dr. Iván Guerrero Sarabia, Ing. Diana Minerva José José, Mtro. Moisés Velazco Lozano, Dr. Fernando Samaniego Verduzco, Dr. Simón López Ramírez y Dr. José Antonio Hernández Espriu, porque en ustedes se resume mi aprendizaje y mi formación universitaria.

A la UNAM, porque con tu generosidad aprendí que ser parte de ti es de las mejores cosas que te pueden pasar en la vida.

A Dios, porque en ti radican todos nuestros logros, Gracias.

---

---

# Índice General

Capítulos	Página
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1. ANTECEDENTES</b>	<b>2</b>
1.1. Estado del Arte de Yacimientos Naturalmente Fracturados . . . . .	2
1.2. Modelos de declinación de la producción para múltiples pozos produciendo a presión de fondo constante . . . . .	4
<b>2. PROBLEMA MATEMÁTICO</b>	<b>5</b>
2.1. Modelo Analítico para Doble-Porosidad . . . . .	5
2.2. Modelo Analítico para Triple-Porosidad . . . . .	9
<b>3. RESULTADOS</b>	<b>14</b>
3.1. Validación de las Soluciones Analíticas Obtenidas . . . . .	14
3.1.1. Doble Porosidad . . . . .	14
3.1.2. Triple Porosidad . . . . .	21
3.2. Variación de Coeficientes de Flujo Interporoso y Relación de Almacenamiento de Fluidos . . . . .	27
3.2.1. Doble Porosidad . . . . .	28
3.2.2. Triple Porosidad . . . . .	30
3.2.2.1. Variación del Coeficiente de Flujo Interporoso entre la Matriz y la Fractura, $\lambda_{mf}$ . . . . .	30
3.2.2.2. Variación del Coeficiente de Flujo Interporoso entre la Matriz y los Vúgulos, $\lambda_{mv}$ . . . . .	32
3.2.2.3. Variación del Coeficiente de Flujo Interporoso entre los Vúgulos y la Fractura, $\lambda_{vf}$ . . . . .	34
3.2.2.4. Variación de la Relación de Almacenamiento de Fluidos entre la Fractura y todo el Sistema, $\omega_f$ . . . . .	36
3.2.2.5. Variación de la Relación de Almacenamiento de Fluidos entre los Vúgulos y todo el Sistema, $\omega_v$ . . . . .	37
3.3. Contraste entre modelo tradicional y modelos desarrollados en este trabajo . . . . .	38
3.3.1. 1-P vs 2-P . . . . .	39
3.3.2. 2-P vs 3-P . . . . .	40
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>44</b>
<b>NOMENCLATURA</b>	<b>45</b>

---

---

<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>46</b>
<b>A. Expresiones Útiles</b>	<b>47</b>
A.1. Expresiones Citadas de la Referencia 1 . . . . .	47

---

---

# Lista de Figuras

	Página
1.1. Idealización del medio poroso heterogéneo, Warren & Root, 1963 . . . . .	3
1.2. Modelo geométrico representativo del yacimiento, Camacho-V y Fernando R., 1996 . . . . .	4
3.1. Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación del pozo, Caso 1 . . . . .	15
3.2. Comparación de resultados entre simulador numérico y solución analítica para 2-P, Caso 1 . . . . .	16
3.3. Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación de los pozos, Caso 2 . . . . .	17
3.4. Comparación de resultados entre simulador numérico y solución analítica para 2-P, Caso 2 . . . . .	18
3.5. Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación de los pozos, Caso 3 . . . . .	19
3.6. Comparación de resultados entre simulador numérico y solución analítica para 2-P, Caso 3 . . . . .	20
3.7. Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación del pozo, Caso 1 . . . . .	22
3.8. Ajuste de caso 2-P en modelo 3-P, Caso 1 . . . . .	22
3.9. Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación de los pozos, Caso 2 . . . . .	23
3.10. Ajuste de caso 2-P en modelo 3-P, Caso 2 . . . . .	24
3.11. Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación de los pozos, Caso 3 . . . . .	25
3.12. Ajuste de caso 2-P en modelo 3-P, Caso 3 . . . . .	26
3.13. Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación del pozo para análisis de variaciones de $\lambda$ y $\omega$ . . . . .	27
3.14. Efecto de la variación del valor de $\lambda$ , 2-P . . . . .	28
3.15. Efecto de la variación del valor de $\omega$ , 2-P . . . . .	29
3.16. Efecto de la variación del valor de $\lambda_{mf}$ , 3-P . . . . .	31
3.17. Efecto de la variación del valor de $\lambda_{mv}$ , 3-P . . . . .	33
3.18. Efecto de la variación del valor de $\lambda_{vf}$ , 3-P . . . . .	35
3.19. Efecto de la variación del valor de $\omega_f$ , 3-P . . . . .	36
3.20. Efecto de la variación del valor de $\omega_v$ , 3-P . . . . .	37
3.21. Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación del pozo para análisis de contraste entre modelo de 1-P y modelo de 2-P . . . . .	38
3.22. Diferencia entre modelo tradicional 1-P y modelo 2-P . . . . .	39
3.23. Diferencia entre modelo 2-P y modelo 3-P, Caso 1 . . . . .	40
3.24. Diferencia entre modelo 2-P y modelo 3-P, Caso 2 . . . . .	41
3.25. Diferencia entre modelo 2-P y modelo 3-P, Caso 3 . . . . .	42
3.26. Diferencia entre modelo 2-P y modelo 3-P, Caso 4 . . . . .	43

---

---

# Índice de Tablas

	Página
3.1. Parámetros generales utilizados en los casos de estudio . . . . .	14
3.2. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos, Caso 1 . . . . .	15
3.3. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos, Caso 2 . . . . .	17
3.4. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos, Caso 3 . . . . .	19
3.5. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos para la reducción del sistema 3-P a 2-P, Caso 1 . . . . .	21
3.6. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos para la reducción del sistema 3-P a 2-P, Caso 2 . . . . .	23
3.7. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos para la reducción del sistema 3-P a 2-P, Caso 3 . . . . .	25
3.8. Parámetros generales utilizados en análisis de sensibilidad en $\lambda$ y $\omega$ . . . . .	27
3.9. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de coeficiente de flujo interporoso ( $\lambda$ ) para un sistema 2-P . . . . .	28
3.10. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de la relación de almacenamiento de la fractura ( $\omega$ ) para un sistema 2-P . . . . .	29
3.11. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de coeficiente de flujo interporoso entre la matriz y las fracturas ( $\lambda_{mf}$ ) para un sistema 3-P . . . . .	30
3.12. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de coeficiente de flujo interporoso entre la matriz y los vórgulos ( $\lambda_{mv}$ ) para un sistema 3-P . . . . .	32
3.13. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de coeficiente de flujo interporoso entre los vórgulos y las fracturas ( $\lambda_{vf}$ ) para un sistema 3-P . . . . .	34
3.14. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de la relación de almacenamiento de fluidos en la fractura ( $\omega_f$ ) para un sistema 3-P . . . . .	36
3.15. Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de la relación de almacenamiento de fluidos en los vórgulos ( $\omega_v$ ) para un sistema 3-P . . . . .	37
3.16. Parámetros generales utilizados en análisis de contraste entre modelo de 1-P y modelo de 2-P . . . . .	38

## RESUMEN

Alrededor de los años 90's, Rodríguez de la Garza & Cinco Ley propusieron por primera vez una solución analítica para múltiples pozos en la que estos producen a presión de fondo constante diferentes entre sí. Posterior a ello, Camacho et al. publicaron en 1996, una solución analítica para determinar la posición óptima de los pozos con las características del modelo anterior cuando los pozos inician su producción a diferentes tiempos.

En este trabajo se presentan dos soluciones analíticas para predecir el perfil de producción de múltiples pozos que inician su producción a diferentes tiempos en yacimientos rectangulares con fronteras cerradas al flujo y espesor constante; una para Doble-Porosidad (2-P) y la segunda para yacimientos de Triple-Porosidad (3-P), ambos con 1 permeabilidad, es decir, las fracturas son las que conducen el flujo de fluidos hacia el/los pozos. Se presentan además de ello, sus inversiones analíticas aproximadas del espacio de Laplace al espacio real en las que se despreciaron exponentes de la variable de Laplace  $s$  cuando estos fueron mayor o igual a 3.

Posteriormente se validaron estas soluciones analíticas comparando los resultados de la derivación para 2-P con simuladores comerciales, y la derivación para 3-P con la solución para 2-P, despreciando para el modelo de 3-P parámetros como el coeficiente de flujo interporoso entre los vórgulos y las fracturas, así como la relación de almacenamiento presente en los vórgulos. De la misma manera se presentan los resultados de variar el valor de los coeficientes de flujo interporoso y las relaciones de almacenamiento de fluidos en 2-P y 3-P, en las que se observan comportamientos específicos para cada tipo de yacimiento.

Por último se presenta un contraste en el que se comparan los resultados de un yacimiento tradicional de 1P, con la variedad de resultados sobre ese modelo que se pueden obtener si se considera que el yacimiento es de 2-P o 3-P, con lo que se demuestra por ende, la gran probabilidad de obtener resultados erróneos si se simplifica la caracterización de un yacimiento de estas características.

---

---

# INTRODUCCIÓN

La predicción de la producción de los pozos en un yacimiento es un paso muy importante en la caracterización y administración integral del mismo. Cuando a un yacimiento con determinadas características se le analiza con modelos que no corresponden a sus propiedades, los resultados que se obtienen y las decisiones que se puedan tomar en función de dicha información puede resultar erróneas. En México los principales yacimientos productores son carbonatos naturalmente fracturados y en todos ellos se tienen múltiples pozos. Por ello es necesario generar modelos que sean capaces de considerar características propias de 2-P y/o 3-P, y que incluyan consideraciones que se acerquen cada vez más a la realidad.

El objetivo de este trabajo es por lo tanto, ofrecer un modelo analítico de 2-P y 3-P sencillo y de fácil funcionamiento del que se puedan servir entidades académicas, comerciales y de control gubernamental para incrementar la cadena de valor de los hidrocarburos en las partes que aplique y sobre todo, para futuras investigaciones que permitan aumentar el nivel de profundización en la caracterización de carbonatos naturalmente fracturados, tales como los existentes en México.

---

---

# Capítulo 1

## ANTECEDENTES

### 1.1. Estado del Arte de Yacimientos Naturalmente Fracturados

Warren y Root desarrollaron, en 1963 un modelo idealizado con el propósito de estudiar las características del comportamiento de un yacimiento naturalmente fracturado. Como resultado de este estudio concluyeron, entre otras, cosas que dos parámetros son suficientes para caracterizar la desviación del comportamiento de un medio con 2-P respecto a un medio homogéneo en porosidad. Estos dos parámetros son el coeficiente de flujo interporoso entre la matriz y la red de fracturas, y la relación de almacenamiento de los fluidos, los cuales están definidos por las siguientes expresiones:

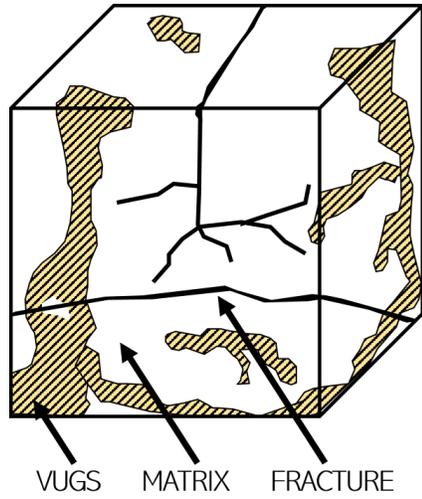
$$\lambda = \frac{\alpha k_1 r_w^2}{\bar{k}_2} \quad (1.1.1)$$

$$\omega = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m} \quad (1.1.2)$$

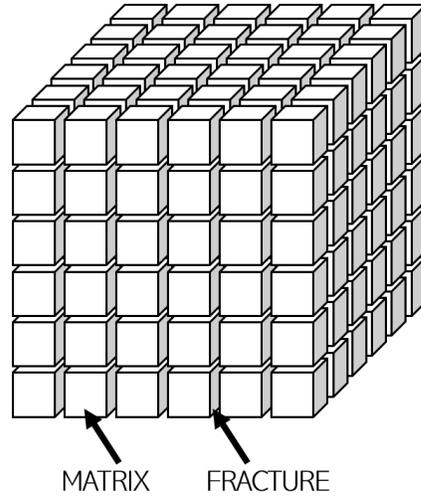
donde los subíndices 1 y 2 indican que la propiedad en cuestión pertenece al medio primario o secundario respectivamente, y además:

- $\alpha$  = Parámetro relacionado con el tamaño de los bloques de matriz
- $r_w$  = Radio del pozo
- $k$  = Permeabilidad del medio primario o secundario
- $\bar{k}$  = Permeabilidad efectiva
- $\phi$  = Porosidad del medio primario o secundario
- $c_t$  = Compresibilidad total del sistema

Finalmente, representaron este tipo de yacimientos con un modelo como el que se muestra en la **Figura 1.1b**, el cual representa a las fracturas uniformemente distribuidas, todas interconectadas y a una sola escala.



(a) Modelo Real del Yacimiento



(b) Modelo Ideal del Yacimiento, cubos de azúcar

Figura 1.1: Idealización del medio poroso heterogéneo, Warren & Root, 1963

A pesar de su simplicidad y antigüedad, este modelo es, hoy en día, uno de los más utilizados para el desarrollo de la ingeniería de yacimientos tanto en México como en gran parte del mundo.

## 1.2. Modelos de declinación de la producción para múltiples pozos produciendo a presión de fondo constante

En 1993, Rodríguez de la Garza & Cinco Ley presentaron por primera vez una solución analítica para múltiples pozos produciendo a presión de fondo constante diferentes entre cada pozo. En aquella solución se consideraba que todos los pozos comenzaban a producir desde el tiempo cero.

En 1996, Camacho Velázquez et al. publicaron una solución analítica para determinar la posición óptima de diversos pozos que producen a presión de fondo constante, cuando estos inician su producción a diferentes tiempos en un yacimiento rectangular con fronteras cerradas, como se ilustra en la **Figura 1.2**. Esta solución analítica para un sistema de una sola porosidad es la utilizada en esta tesis como punto de partida para describir y predecir el comportamiento de un yacimiento fracturado vugular, mediante su ampliación a 2-P y 3-P.

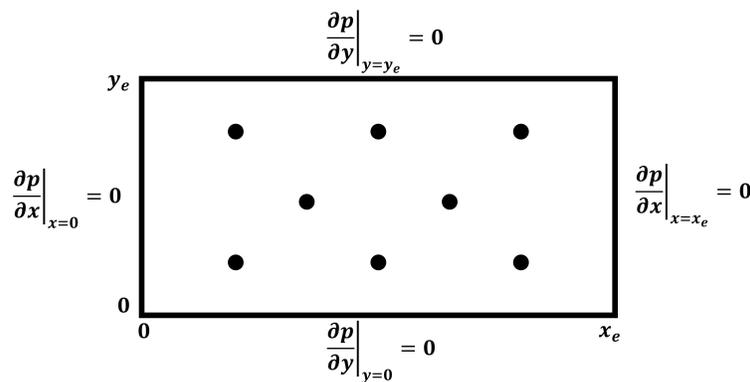


Figura 1.2: Modelo geométrico representativo del yacimiento, Camacho-V y Fernando R., 1996

---

---

# Capítulo 2

## PROBLEMA MATEMÁTICO

### 2.1. Modelo Analítico para Doble-Porosidad

Para este trabajo se consideró al igual que en las referencias mencionadas anteriormente, un yacimiento rectangular con espesor constante y fronteras cerradas al flujo. Dicho yacimiento es explotado mediante la producción de  $n$  pozos a presión de fondo constante, pero diferentes entre sí.

Usando la transformada de Laplace y siguiendo el mismo procedimiento utilizado en las **Referencias 1 y 2**, se obtiene la solución para múltiples pozos produciendo a presión de fondo constante pero diferentes entre sí, los cuales inician su producción a diferentes tiempos, la cual está dada por:

$$\bar{p}_D(x_D, y_D) = -2\pi \sum_{j=1}^{nw} G(x_D, y_D, x_{Dj}, y_{Dj}; s) \exp[-st_{Dj}] \bar{q}_{wDj} \quad (2.1.1)$$

La solución para los gastos de cada pozo en el espacio de Laplace, la cual es análoga a la *Expresión 13* de la **Referencia 1** (citado por la **Expresión A.2**), solución que se obtiene mediante el mismo procedimiento utilizado en la **Referencias 1** queda como:

$$\bar{q}_{wDj} \exp[-st_{Dj}] = \frac{1}{2\pi s} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{wj}} [(-1)^{i+j} (p_{Di} + \exp[-st_{Di}] \{p_{wDi} - p_{Di}\}) \left( \frac{\sum_{k=1}^{n_{wj}-1} (m_{ij})_k + \frac{sf(s) m_{ij}}{\sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k}}{\left\{ 1 + \frac{sf(s) |\gamma|}{\sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k} \right\}} \right) \right\} \quad (2.1.2)$$

de donde  $n_{wj}$  es igual al número de pozos produciendo al tiempo  $t_{Dj}$ ,  $\gamma_{ij} = \tilde{\beta} - \alpha_{ij}$ ,  $\tilde{\beta}$  y  $\alpha_{ij}$  están dadas por la **Expresiones A.3 y A.4**,  $|\gamma|_k$  es el determinante de la matriz formada por los elementos  $\gamma_{ij}$  en la que la fila  $k$  está compuesta por unos,  $m_{ij}$  es el menor del elemento  $\gamma_{ij}$  perteneciente a la matriz  $\gamma$ ,  $(m_{ij})_k$  es obtenida reemplazando los elementos de la fila  $k$  de la matriz  $m_{ij}$  por unos,  $p_{Di} = p_D(x_{Di}, y_{Di}, t_{Di})$  y además:

- $\bar{q}_{wDj}$  = Gasto adimensional del pozo  $j$  en el espacio de Laplace
- $s$  = Variable de Laplace
- $t_{Dj}$  =  $t_D$  basado en el área de drene en el que el pozo  $j$  comienza su producción

La **Expresión 2.1.2** también puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\bar{q}_{wDj} \exp[-st_{Dj}] = \frac{1}{2\pi s} \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}}{B + sf(s)|\gamma|} + \frac{p_{Di} sf(s) m_{ij}}{B + sf(s)|\gamma|} \right. \\ \left. + \frac{\exp[-st_{Di}] (p_{wDi} - p_{Di})}{B + sf(s)|\gamma|} + \frac{\exp[-st_{Di}] (p_{wDi} - p_{Di}) sf(s) m_{ij}}{B + sf(s)|\gamma|} \right\} \quad (2.1.3)$$

De donde:

$$\tilde{A} = \sum_{k=1}^{n_{wj}-1} (m_{ij})_k \quad (2.1.4)$$

$$B = \sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k \quad (2.1.5)$$

El primer término de la **Expresión 2.1.3** queda como:

$$\frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + sf(s)|\gamma|)} = \frac{p_{Di} \tilde{A} [s(1-\omega) + \lambda_A]}{s \{B [s(1-\omega) + \lambda_A] + s [s\omega(1-\omega) + \lambda_A] |\gamma|\}} \\ = \frac{p_{Di} \tilde{A} s(1-\omega) + p_{Di} \tilde{A} \lambda_A}{s [s^2 \omega(1-\omega) |\gamma| + s(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|) + B \lambda_A]}$$

$$\frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + sf(s)|\gamma|)} = \frac{p_{Di} \tilde{A} (1-\omega)}{\omega(1-\omega) |\gamma| \left[ s^2 + s \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} \\ + \frac{(p_{Di} \tilde{A} \lambda_A) / [\omega(1-\omega) |\gamma|]}{\left[ s^3 + s^2 \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + s \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]}$$

Por lo tanto:

$$\frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + sf(s)|\gamma|)} = \frac{p_{Di} \tilde{A}}{\omega |\gamma| \left[ s^2 + s \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} \\ + \frac{(p_{Di} \tilde{A} \lambda_A) / [\omega(1-\omega) |\gamma|]}{\left[ s^3 + s^2 \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + s \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} \quad (2.1.6)$$

El primer término de la **Expresión 2.1.6** puede expresarse de la siguiente manera:

$$\frac{p_{Di} \tilde{A}}{\omega |\gamma| \left[ s^2 + s \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} = \frac{p_{Di} \tilde{A}}{\omega |\gamma| [(s+a)(s+b)]} \quad (2.1.7)$$

de donde:

$$a + b = \frac{B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|}{\omega(1-\omega) |\gamma|} = C \quad (2.1.8)$$

$$a \cdot b = \frac{B\lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} = D \quad (2.1.9)$$

Resolviendo las **Expresiones 2.1.8** y **2.1.9**:

$$b = \frac{C \pm \sqrt{C^2 - 4D}}{2} \quad (2.1.10)$$

$$a = \frac{D}{b} \quad (2.1.11)$$

Además:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s+a)(s+b)} \right\} = \frac{\exp[-at_D] - \exp[-bt_D]}{b-a} \quad (2.1.12)$$

y:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s+a)(s+b)(s)} \right\} = \frac{b \exp[-at_D] - a \exp[-bt_D] + (a-b)}{(a-b)ba} \quad (2.1.13)$$

Ahora bien, el segundo término de la **Expresión 2.1.3** queda como:

$$\frac{p_{D_i} m_{ij} [s\omega(1-\omega) + \lambda_A]}{B[s(1-\omega) + \lambda_A] + s|\gamma|[s\omega(1-\omega) + \lambda_A]} = \frac{[p_{D_i} m_{ij} s] / |\gamma|}{\left\{ s^2 + s \left[ \frac{B(1-\omega) + |\gamma|\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right] + \frac{B\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right\}} + \frac{[p_{D_i} m_{ij} \lambda_A] / [|\gamma|\omega(1-\omega)]}{\left\{ s^2 + s \left[ \frac{B(1-\omega) + |\gamma|\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right] + \frac{B\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right\}} \quad (2.1.14)$$

El primer término de la **Expresión 2.1.14** se puede expresar como:

$$\frac{[p_{D_i} m_{ij} s] / |\gamma|}{\left\{ s^2 + s \left[ \frac{B(1-\omega) + |\gamma|\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right] + \frac{B\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right\}} = \frac{(p_{D_i} m_{ij} / |\gamma|) s}{[(s+a)(s+b)]} \quad (2.1.15)$$

de donde  $a$  y  $b$  están dadas por las **Expresiones 2.1.10** y **2.1.11**. Por lo tanto:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{(s+a)(s+b)} \right\} = \frac{a \exp[-at_D] - b \exp[-bt_D]}{a-b} \quad (2.1.16)$$

El tercer término de la **Expresión 2.1.3** es similar al primer término pero afectado por la exponencial, usando:

$$\mathcal{L}^{-1} \{ \exp[-t_{D_i} s f(s)] \} = F(t_D - t_{D_i}) H(t_D - t_{D_i}) \quad (2.1.17)$$

de donde  $F(t_D - t_{D_i})$  hace referencia a la función afectada por la exponencial invertida al espacio real, y  $H(t_D - t_{D_i})$  es la función escalón unitaria la cual toma del valor de uno cuando su argumento es positivo, y el valor de cero cuando su argumento es negativo.

El cuarto término de la **Expresión 2.1.3** es similar al segundo término pero afectado por  $\exp[-st_{D_i}]$  por lo que también aplica la **Expresión 2.1.17**. Así la inversa de la **Expresión 2.1.3** del espacio de Laplace al espacio real para 2-P queda como:

$$\begin{aligned}
 q_{wD_j}(t_D - t_{D_j}) H(t_D - t_{D_j}) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{n_{w_j}} (-1)^{i+j} \left\{ \frac{p_{D_i} \tilde{A}}{\omega |\gamma|} \left( \frac{\exp[-at_D] - \exp[-bt_D]}{b-a} \right) \right. \\
 &+ \frac{p_{D_i} \tilde{A} \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \left( \frac{b \exp[-at_D] - a \exp[-bt_D] + (a-b)}{(a-b)ba} \right) \\
 &+ \frac{p_{D_i} m_{ij}}{|\gamma|} \left( \frac{a \exp[-at_D] - b \exp[-bt_D]}{a-b} \right) \\
 &+ \frac{(p_{wD_i} - p_{D_i}) \tilde{A}}{\omega |\gamma|} \left( \frac{\exp[-a(t_D - t_{D_i})] - \exp[-b(t_D - t_{D_i})]}{b-a} \right) H(t_D - t_{D_i}) \\
 &+ \frac{p_{D_i} m_{ij} \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \left( \frac{\exp[-at_D] - \exp[-bt_D]}{b-a} \right) \\
 &+ \frac{(p_{wD_i} - p_{D_i}) \tilde{A} \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \left( \frac{b \exp[-a(t_D - t_{D_i})] - a \exp[-b(t_D - t_{D_i}) + (a-b)]}{(a-b)ba} \right) \\
 &\times H(t_D - t_{D_i}) \\
 &+ \frac{(p_{wD_i} - p_{D_i}) m_{ij}}{|\gamma|} H(t_D - t_{D_i}) \left( \frac{a \exp[-a(t_D - t_{D_i})] - b \exp[-b(t_D - t_{D_i})]}{a-b} \right) \\
 &+ \left. \frac{(p_{wD_i} - p_{D_i}) m_{ij} \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} H(t_D - t_{D_i}) \left( \frac{\exp[-a(t_D - t_{D_i})] - \exp[-b(t_D - t_{D_i})]}{b-a} \right) \right\} \tag{2.1.18}
 \end{aligned}$$

## 2.2. Modelo Analítico para Triple-Porosidad

Los coeficientes de flujo interporoso para un modelo de 3-P están definidos por:

$$\lambda_{mf} = \frac{\sigma_{mf} k_m A}{k_f} \quad (2.2.1)$$

$$\lambda_{mv} = \frac{\sigma_{mv} k_l A}{k_f} \quad (2.2.2)$$

$$\lambda_{vf} = \frac{\sigma_{vf} k_v A}{k_f} \quad (2.2.3)$$

donde:

$$k_l = k_m \quad \text{si} \quad p_m > p_v \quad ; \quad k_l = k_v \quad \text{si} \quad p_v > p_m$$

Y las relaciones de almacenamiento de fluidos dados por:

$$\omega_f = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_m + (\phi c_t)_f + (\phi c_t)_v} \quad (2.2.4)$$

$$\omega_v = \frac{(\phi c_t)_v}{(\phi c_t)_m + (\phi c_t)_f + (\phi c_t)_v} \quad (2.2.5)$$

En este caso, la ecuación equivalente a la **Expresión 2.1.3** es:

$$\bar{q}_{wDj} \exp[-st_{Dj}] = \frac{1}{2\pi s} \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}}{B + f(s) |\gamma|} + \frac{p_{Di} f(s) m_{ij}}{B + f(s) |\gamma|} \right. \\ \left. + \frac{\exp[-st_{Di}] (p_{wDi} - p_{Di})}{B + f(s) |\gamma|} + \frac{\exp[-st_{Di}] (p_{wDi} - p_{Di}) f(s) m_{ij}}{B + f(s) |\gamma|} \right\} \quad (2.2.6)$$

Únicamente considerando para este caso:

$$f(s) = \omega_f s + \lambda_{mf} + \lambda_{vf} - \lambda_{mf} f_2(s) - \lambda_{vf} f_1(s) \quad (2.2.7)$$

de donde:

$$f_1(s) = \frac{[b_1 + b_2 s]}{[b_1 + b_4 s + b_5 s^2]} \quad (2.2.8)$$

$$f_2(s) = \frac{[b_1 + \lambda_{mf} \omega_v s]}{[b_1 + s b_4 + b_5 s^2]} \quad (2.2.9)$$

con:

$$b_1 = \lambda_{mf} (\lambda_{mv} + \lambda_{mf}) + \lambda_{mf} \lambda_{mv} \quad (2.2.10)$$

$$b_2 = \lambda_{vf} (1 - \omega_f - \omega_v) \quad (2.2.11)$$

$$b_3 = \lambda_{mv} (\lambda_{vf} + \lambda_{mf}) + \lambda_{mf} \lambda_{vf} \quad (2.2.12)$$

$$b_4 = \omega_v (\lambda_{mv} + \lambda_{mf}) + (1 - \omega_f - \omega_v) (\lambda_{mv} + \lambda_{vf}) \quad (2.2.13)$$

$$b_5 = (1 - \omega_f - \omega_v) \omega_v \quad (2.2.14)$$

Siguiendo un procedimiento similar al utilizado en la sección anterior para invertir dicha ecuación analíticamente, despreciando exponentes de  $s$  (en la multiplicación de polinomios) mayores o iguales a 3, el primer término de la **Expresión 2.2.6** queda como:

$$\begin{aligned} \frac{p_{Di}\tilde{A}}{s(B+f(s)|\gamma|)} &= \frac{p_{Di}\tilde{A}(b_1+sb_4+s^2b_5)}{s\{[B+(\omega_f s+\lambda_{mf}+\lambda_{vf})|\gamma|](b_1+sb_4+s^2b_5) \\ &\quad -\lambda_{mf}(b_1+\lambda_{mf}\omega_v s)|\gamma|-\lambda_{vf}(b_1+b_2s)|\gamma|\}} \\ \frac{p_{Di}\tilde{A}}{s(B+f(s)|\gamma|)} &= \frac{p_{Di}\tilde{A}(b_1+sb_4+s^2b_5)}{s\{Bb_1+\{Bb_4+|\gamma|[(\lambda_{mf}+\lambda_{vf})b_4 \\ &\quad -\lambda_{mf}^2\omega_v-\lambda_{vf}b_2]\}s+\{Bb_5+|\gamma|[(\lambda_{mf}+\lambda_{vf})b_5]\}s^2\}} \\ \frac{p_{Di}\tilde{A}}{s(B+f(s)|\gamma|)} &= \frac{p_{Di}\tilde{A}(b_1+sb_4+s^2b_5)}{s\left(\frac{Bb_1}{\theta_2}+\frac{\theta_1}{\theta_2}+s^2\right)} \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

de donde los parámetros  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son términos algebraicos utilizados para simplificar el álgebra y están dados por :

$$\theta_1 = Bb_4 + |\gamma| [(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2] \quad (2.2.16)$$

$$\theta_2 = Bb_5 + |\gamma| [(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5] \quad (2.2.17)$$

Con el fin de factorizar el denominador de la **Expresión 2.2.15**:

$$(s+a)(s+b) = s^2 + a_1s + a_0 \quad (2.2.18)$$

$$a+b = a_1 \quad (2.2.19)$$

$$ab = a_0 \quad (2.2.20)$$

donde:

$$a_1 = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (2.2.21)$$

$$a_0 = \frac{Bb_1^2}{\theta_2} \quad (2.2.22)$$

Por lo tanto:

$$a = \frac{a_0}{b} \quad (2.2.23)$$

$$b = \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2} \quad (2.2.24)$$

Utilizando las expresiones anteriores en la **Expresión 2.2.15**:

$$\frac{p_{Di}\tilde{A}}{s(B+f(s)|\gamma|)} = \frac{p_{Di}\tilde{A}b_5\left(s^2 + s\frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}\right)}{\theta_2 s(s+a)(s+b)} \quad (2.2.25)$$

Así, la transformada inversa del primer término de la **Expresión 2.2.6** está dada por:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + f(s) |\gamma|)} \right\} \approx \frac{p_{Di} \tilde{A} b_5}{\theta_2} \left\{ \frac{b_1}{ab} + \left[ \frac{a^2 - a \frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{a(a-b)} \right] \exp[-at_D] \right\} \quad (2.2.26)$$

$$- \left[ \frac{b^2 - b \frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{b(a-b)} \right] \exp[-bt_D] \quad (2.2.27)$$

El segundo término de la **Expresión 2.2.6** se puede simplificar como:

$$\begin{aligned} \frac{p_{Di} f(s) m_{ij}}{s[B + f(s) |\gamma|]} &= \frac{p_{Di} m_{ij} [(\omega_f s + \lambda_{mf} + \lambda_{vf}) (b_1 + sb_4 + s^2 b_5) - \lambda_{mf} (b_1 + \lambda_{mf} \omega_v s) - \lambda_{vf} (b_1 + b_2 s)]}{s \{ [B + (\omega_f s + \lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] (b_1 + sb_4 + s^2 b_5) - \lambda_{mf} (b_1 + \lambda_{mf} \omega_v s) |\gamma| - \lambda_{vf} (b_1 + b_2 s) |\gamma| \}} \\ &= \frac{p_{Di} m_{ij} \{ s [\omega_f b_1 + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2] + s^2 [(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5 + \omega_f b_4] + s^3 \omega_f b_5 \}}{s \{ B b_1 + s \{ [B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_4 + \omega_f b_1 |\gamma| - (\lambda_{mf}^2 \omega_v + \lambda_{vf} b_2) |\gamma| \} + s^2 \{ [B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_5 + \omega_f b_4 |\gamma| \} + s^3 \omega_f |\gamma| b_5 \}} \\ &= \frac{p_{Di} m_{ij} \omega_f b_5 (d_0 + d_1 s + s^2)}{|\gamma| \omega_f b_5 \left( \frac{B b_1}{\omega_f b_5 |\gamma|} + s c_1 + s^2 c_2 + s^3 \right)} \end{aligned}$$

Finalmente:

$$\frac{p_{Di} f(s) m_{ij}}{s[B + f(s) |\gamma|]} = \frac{p_{Di} m_{ij} (d_0 + d_1 s + s^2)}{|\gamma| (c_0 + s c_1 + s^2 c_2 + s^3)} \quad (2.2.28)$$

de donde:

$$d_0 = \frac{\omega_f b_1 + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2}{\omega_f b_5} \quad (2.2.29)$$

$$d_1 = \frac{(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5 + \omega_f b_4}{\omega_f b_5} \quad (2.2.30)$$

$$c_0 = \frac{B b_1}{\omega_f b_5 |\gamma|} \quad (2.2.31)$$

$$c_1 = \frac{[B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_4 + \omega_f b_1 |\gamma| - (\lambda_{mf}^2 \omega_v + \lambda_{vf} b_2) |\gamma|}{\omega_f b_5 |\gamma|} \quad (2.2.32)$$

$$c_2 = \frac{[B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_5 + \omega_f b_4 |\gamma|}{\omega_f b_5 |\gamma|} \quad (2.2.33)$$

$$c_2 = \frac{[B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_5 + \omega_f b_4 |\gamma|}{\omega_f b_5 |\gamma|} \quad (2.2.34)$$

Despreciando los exponentes de  $s$  cuando estos son mayores o iguales a tres, la **Expresión 2.2.28** se puede aproximar como:

$$\frac{p_{Di} f(s) m_{ij}}{s[B + f(s) |\gamma|]} \approx \frac{p_{Di} m_{ij} d_2 (\tilde{d}_o + s)}{\tilde{c}_2 (\tilde{c}_0 + s \tilde{c}_1 + s^2)} \quad (2.2.35)$$

Donde:

$$d_2 = (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5 + \omega_f b_4 \quad (2.2.36)$$

$$\tilde{d}_0 = \frac{\omega_f b_1 + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2}{d_2} \quad (2.2.37)$$

$$\tilde{c}_0 = \frac{B b_1}{\tilde{c}_2} \quad (2.2.38)$$

$$\tilde{c}_1 = \frac{[B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_4 + \omega_f b_1 |\gamma| - (\lambda_{mf}^2 \omega_v + \lambda_{vf} b_2) |\gamma|}{\tilde{c}_2} \quad (2.2.39)$$

$$\tilde{c}_2 = [B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_5 + \omega_f b_4 |\gamma| \quad (2.2.40)$$

Así, la transformada inversa del segundo término de la **Expresión 2.2.6** queda aproximada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{p_{Di} m_{ij}}{s(B + f(s) |\gamma|)} \right\} \approx & \frac{p_{Di} m_{ij} d_2}{\tilde{c}_2} \left\{ \left[ \frac{\mathcal{Y}_1^2 - \tilde{d}_0 \mathcal{Y}_1}{\mathcal{Y}_1(u_1 - u_2)} \right] \exp[-u_1 t_D] \right. \\ & \left. - \left[ \frac{u_2 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_2 t_D] \right\} \end{aligned}$$

Finalmente simplificando términos semejantes:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{p_{Di} m_{ij}}{s(B + f(s) |\gamma|)} \right\} \approx \frac{p_{Di} m_{ij} d_2}{\tilde{c}_2} \left\{ \left[ \frac{u_1 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_1 t_D] \right. \quad (2.2.41)$$

$$\left. - \left[ \frac{u_2 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_2 t_D] \right\} \quad (2.2.42)$$

De donde:

$$(s + u_1)(s + u_2) = s^2 + \tilde{c}_1 s + \tilde{c}_0 \quad (2.2.43)$$

$$u_1 = \frac{\tilde{c}_0}{u_2} \quad (2.2.44)$$

$$u_2 = \frac{\tilde{c}_1 \pm \sqrt{\tilde{c}_1^2 - 4\tilde{c}_0}}{2} \quad (2.2.45)$$

**NOTA:** Es importante aclarar que en las **Expresiones 2.2.45** y **2.2.24**, las cuales involucran dos raíces cuadradas, el signo que le anteceda es irrelevante en cada una de ellas pues los resultados obtenidos mediante el uso de cualquiera de los dos signos es el mismo.

El tercer término de la **Expresión 2.2.6** es similar al primer término pero afectado por  $\exp[-st_{Di}]$ . El cuarto término es similar al segundo término pero afectado de igual manera por  $\exp[-st_{Di}]$ . Por lo tanto, la inversa de la **Expresión 2.2.6** para 3-P queda como:

$$\begin{aligned}
 q_{wDj}(t_D - t_{Dj})H(t_D - t_{Dj}) &\approx \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}b_5}{\theta_2} \left\{ \frac{b_1}{b_5} + \left[ \frac{a^2 - a\frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{a(a-b)} \right] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \exp[-at_D] - \left[ \frac{b^2 - b\frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{b(a-b)} \right] \exp[-bt_D] \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{p_{Di} m_{ij} d_2}{\tilde{c}_2} \left\{ \left[ \frac{u_1 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_1 t_D] - \left[ \frac{u_2 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_2 t_D] \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(p_{wDi} - p_{Di}) \tilde{A}b_5}{\theta_2} \left\{ \frac{b_1}{b_5} + \left[ \frac{a^2 - a\frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{a(a-b)} \right] \exp[-a(t_D - t_{Di})] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \left[ \frac{b^2 - b\frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{b(a-b)} \right] \exp[-b(t_D - t_{Di})] \right\} H(t_D - t_{Di}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(p_{wDi} - p_{Di}) m_{ij} d_2}{\tilde{c}_2} \left\{ \left[ \frac{u_1 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_1(t_D - t_{Di})] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \left[ \frac{u_2 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_2(t_D - t_{Di})] \right\} H(t_D - t_{Di}) \right\} \quad (2.2.46)
 \end{aligned}$$

---

---

# Capítulo 3

## RESULTADOS

### 3.1. Validación de las Soluciones Analíticas Obtenidas

Los resultados obtenidos mediante las soluciones analíticas tanto para 2-P y 3-P, así como los obtenidos mediante los simuladores numéricos comerciales son comparados a continuación. Para estos casos de estudio se utiliza por supuesto una geometría del yacimiento rectangular, con fronteras cerradas y los parámetros del yacimiento y pozo mostradas en la **Tabla 3.1**.

**NOTA:** Estos parámetros, así como los utilizados a lo largo de todas las simulaciones reportadas fueron seleccionados de acuerdo a un análisis en el que se variaron cada uno de ellos hasta determinar aquellos de los que se obtuvieron los resultados más ilustrativos para efectos de este trabajo.

Parámetro	Valor
Dimensiones del Yacimiento, ft:	$x_e = 14,000, y_e = 7,000$
Radio del pozo, ft:	0.25
Presión Inicial, psia:	3,000
Porosidad de matriz, fracción:	0.15
Permeabilidad de las fracturas, mD:	100
Espesor del Yacimiento, ft:	100
$(\phi c_t)_T$ , psia <sup>-1</sup> :	2.8E - 6
Factor de Volumen de Formación:	1.558
Viscosidad del Aceite, cp:	0.5364

Tabla 3.1: Parámetros generales utilizados en los casos de estudio

#### 3.1.1. Doble Porosidad

Como primer caso se compararon los resultados obtenidos mediante la solución analítica obtenida para 2-P, dada por la **Expresión 2.1.18**, y los resultados obtenidos mediante el simulador numérico, para 1 pozo en producción con la ubicación y las propiedades del sistema roca fluidos mostrados en la **Tabla 3.2**. En la **Figura 3.1** se aprecia la distribución geométrica del pozo en el modelo y en la **Figura 3.2**, en la que la curva continua representa los resultados del simulador numérico comercial y la curva formada por símbolos representa los resultados dados por la solución analítica desarrollada en esta tesis, se observa como los resultados del modelo de 2-P se ajustan a

los resultados numéricos.

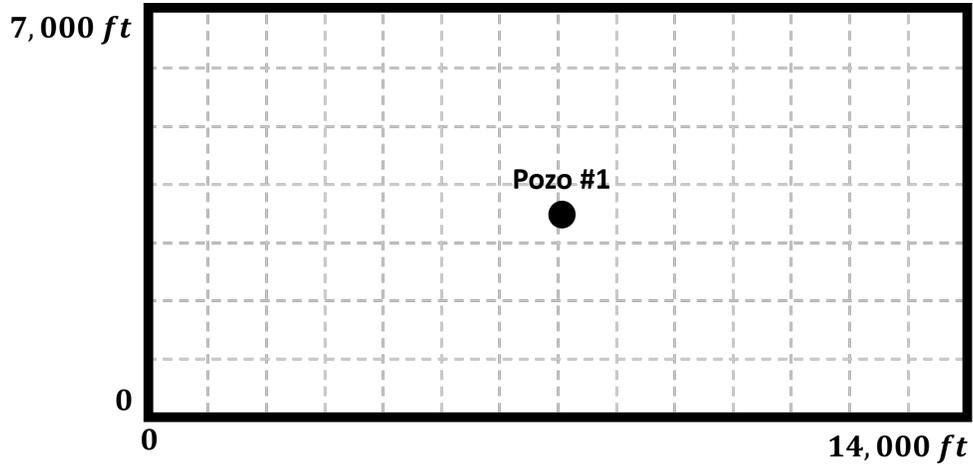


Figura 3.1: Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación del pozo, Caso 1

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	7000
Ubicación en $y$ , ft	3500
Tiempo de Inicio de Producción, días	0
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
Coefficiente de Flujo Interporoso, $\lambda$	1.0E – 3
Relación de Almacenamiento de Fluidos, $\omega$	0.1

Tabla 3.2: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos, Caso 1

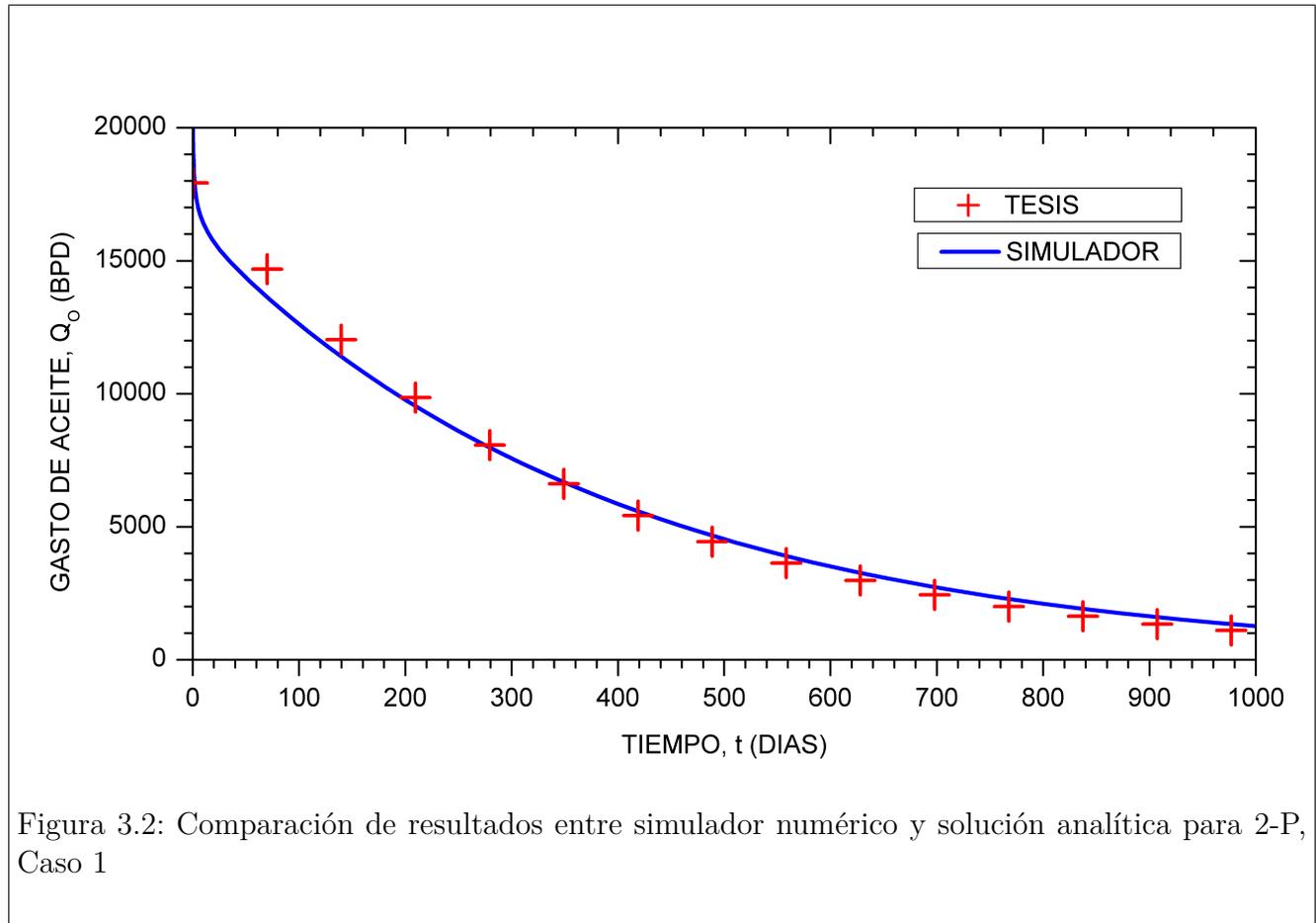


Figura 3.2: Comparación de resultados entre simulador numérico y solución analítica para 2-P, Caso 1

En la **Figura 3.4** se comparan, como segundo caso, los resultados obtenidos numéricamente y los obtenidos mediante la solución analítica, en un arreglo de 3 pozos. En esta se observan que los resultados se ajustan de manera muy aceptable, para el intervalo de tiempo mostrado, ubicación y las propiedades del sistema roca-fluidos mostrados en la **Tabla 3.3**. Además en la **Figura 3.3** se aprecia la distribución geométrica de tres pozos en el modelo del yacimiento.

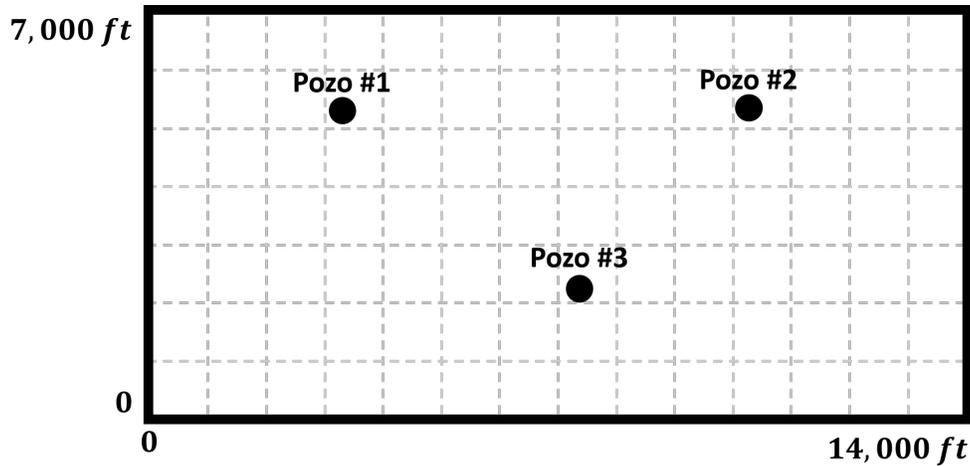
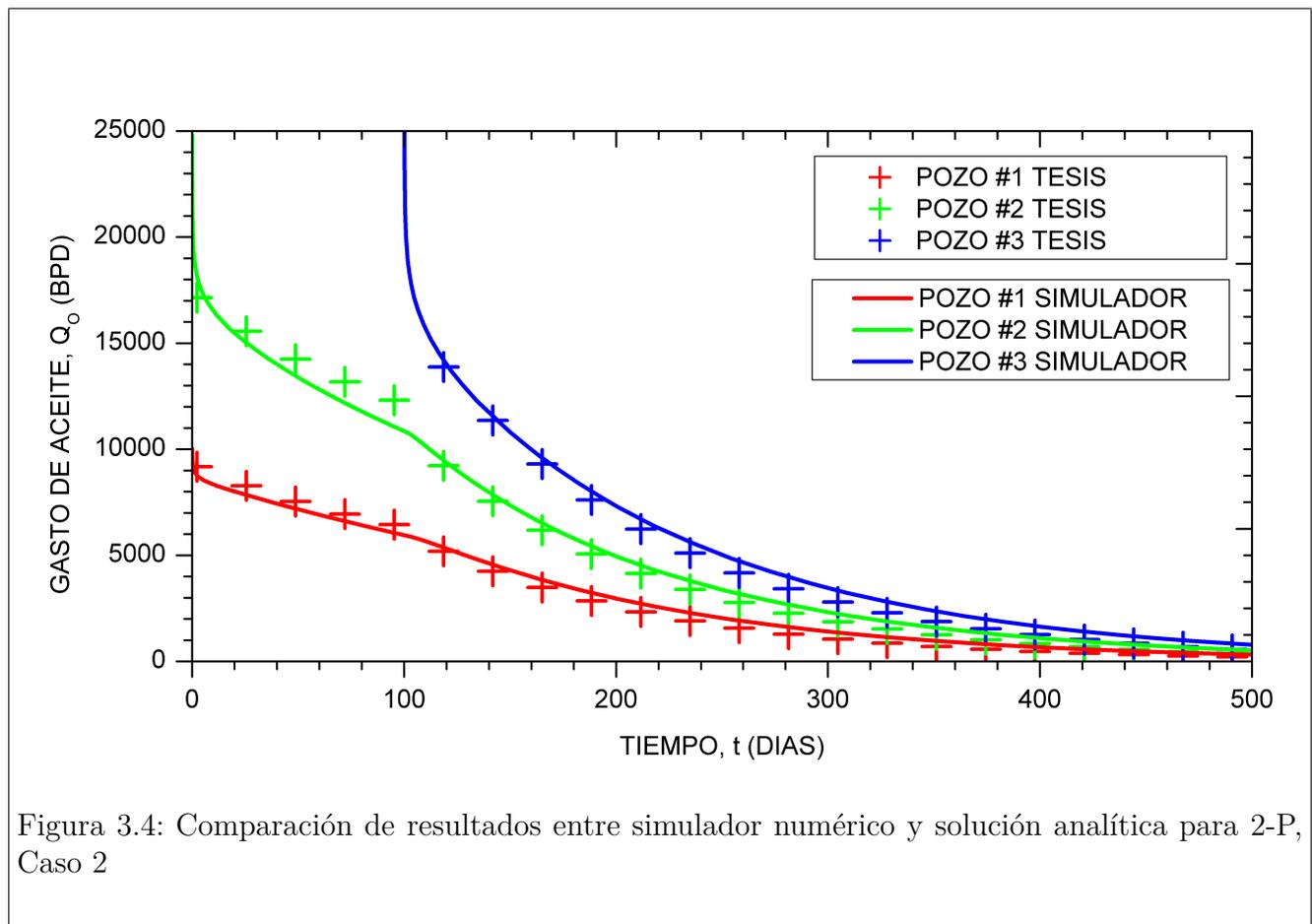


Figura 3.3: Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación de los pozos, Caso 2

	Pozo #1	Pozo #2	Pozo #3
Ubicación en $x$ , ft	3266.67	10266.67	7466.67
Ubicación en $y$ , ft	5133.33	5133.33	2233.33
Tiempo de Inicio de Producción, días	0	0	100
Radio del pozo, ft	0.25	0.25	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000	1000	1000
Daño en la formación, adim	10	0	-3
Coefficiente de Flujo Interporoso, $\lambda$		1.0E - 3	
Relación de Almacenamiento de Fluidos, $\omega$		0.1	

Tabla 3.3: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos, Caso 2



En la **Figura 3.6** se comparan como tercer caso, los resultados obtenidos numéricamente y los obtenidos mediante la solución analítica dada por la **Expresión 2.1.18**, pero ahora en un arreglo de 4 pozos, los cuales también entran a producir a diferentes tiempos, a presión de fondo constante y diferentes entre sí, y distribuidos de manera diferente tal como se observa en la **Tabla 3.4**. y en la **Figura 3.5**.

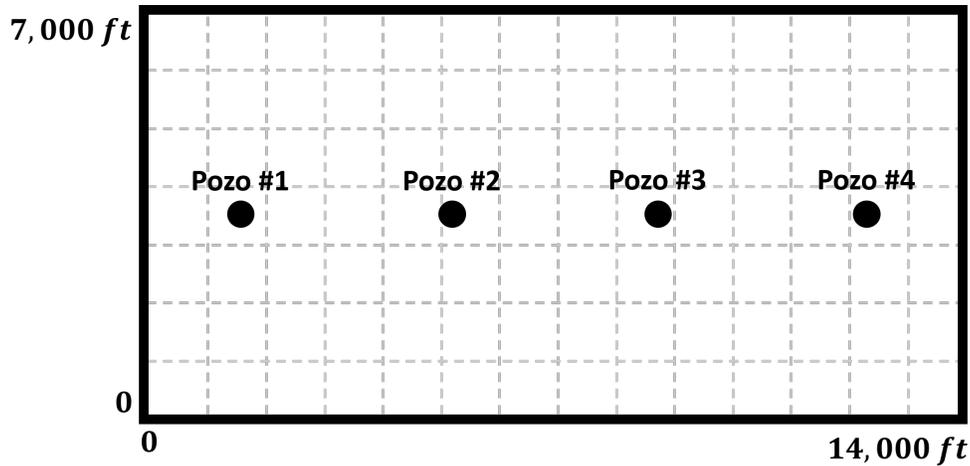


Figura 3.5: Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación de los pozos, Caso 3

	Pozo #1	Pozo #2	Pozo #3	Pozo #4
Ubicación en $x$ , ft	1633.33	5366.66	8633.33	12366.66
Ubicación en $y$ , ft	3500.00	3500.00	3500.00	3500.00
Tiempo de Inicio de Producción, days	0	0	200	200
Radio del pozo, ft	0.25	0.25	0.25	0.25
$p_{wf}$ , psia	1900	1500	1500	1100
Daño en la formación, adim	0	5	0	1
Coefficiente de Flujo Interporoso, $\lambda$			1.0E - 3	
Relación de Almacenamiento de Fluidos, $\omega$			0.1	

Tabla 3.4: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos, Caso 3

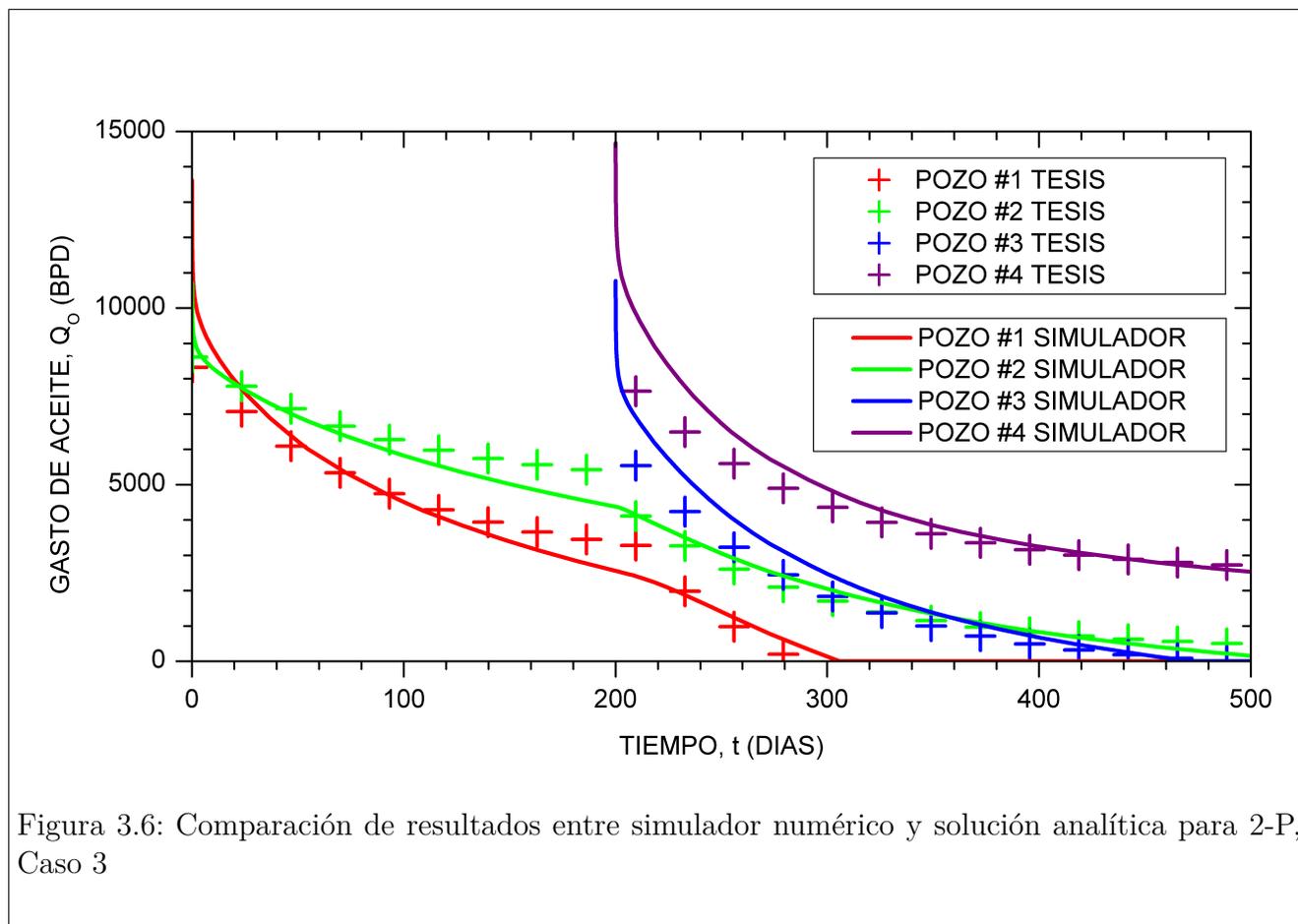


Figura 3.6: Comparación de resultados entre simulador numérico y solución analítica para 2-P, Caso 3

De esta manera se valida a través del uso de un simulador numérico, que el desarrollo matemático y la solución analítica obtenida para el caso de 2-P para predecir perfiles de producción de múltiples pozos con entradas a producción a diferentes tiempos con presión de fondo fluyendo constante pero diferentes entre sí, es correcto.

**NOTA:** Vale la pena recordar que el objetivo de este trabajo es ofrecer un modelo analítico para 2-P y un modelo analítico para 3-P que sean sencillos y de fácil funcionamiento; es por ello que estos modelos no están diseñados para ajustarse a tiempos cortos de producción. Esto más que una limitación es una simplificación que permite cumplir parte de los objetivos que se plantearon en un inicio.

### 3.1.2. Triple Porosidad

Dado que no se cuenta en la actualidad con un simulador numérico que use 3-P para validar el modelo desarrollado en este trabajo para yacimientos con 3-P y la solución analítica dada por la **Expresión 2.2.46**, se fijó  $\omega_v = 0$  y  $\lambda_{vf} = 0$  y se compararon los resultados con los obtenidos por la solución de 2-P validada anteriormente, considerando en ambos casos las mismas condiciones geométricas del yacimiento, de posicionamiento de pozos, de mecanismos de producción y de propiedades del sistema roca-fluidos etc. Esta consideración da por hecho de acuerdo a la definición de estos conceptos, que no existe hidrocarburo almacenado en los vógelos, y que tampoco existe transferencia de fluidos entre los vógelos y la fractura la cual es la que conduce los fluidos del yacimiento al pozo, lo cual convierte al sistema de 3-P en uno de 2-P.

Para un pozo en producción con la ubicación que se aprecia en la **Figura 3.7** y las propiedades del sistema roca fluidos mostrados en la **Tabla 3.5**, se observa en la **Figura 3.8** como al realizar las consideraciones antes mencionadas, las dos soluciones analíticas se ajustan totalmente.

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	7000
Ubicación en $y$ , ft	3500
Tiempo de Inicio de Producción, días	0
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
$\lambda_{mf}$	1.0E - 3
$\lambda_{mv}$	1.0E - 6
$\lambda_{vf}$	0
$\omega_f$	0.1
$\omega_v$	0

Tabla 3.5: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos para la reducción del sistema 3-P a 2-P, Caso 1

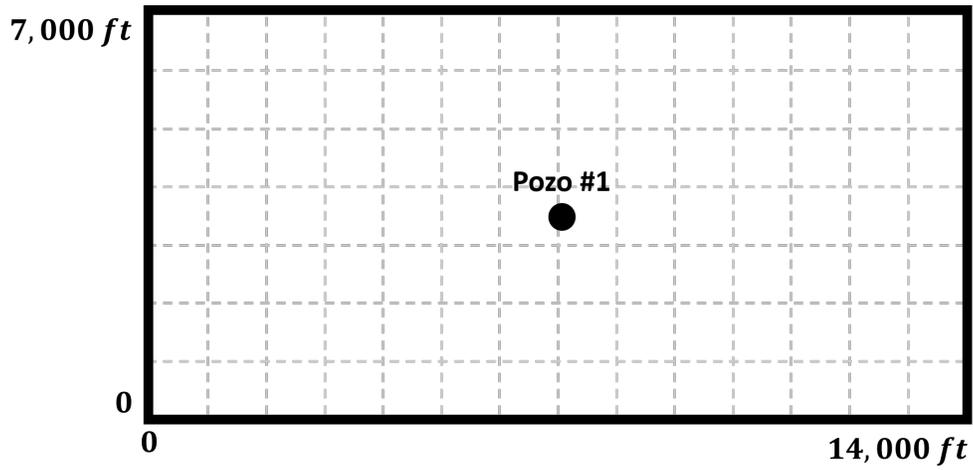


Figura 3.7: Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación del pozo, Caso 1

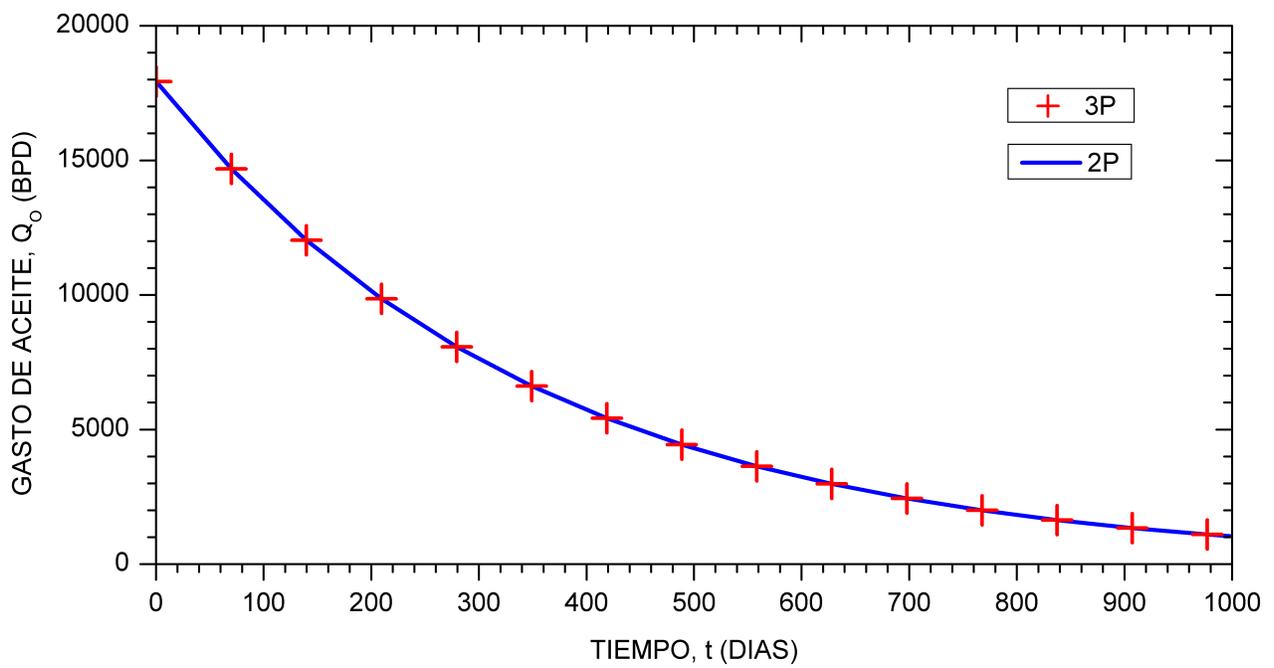


Figura 3.8: Ajuste de caso 2-P en modelo 3-P, Caso 1

En la **Figura 3.10** se comparan, como siguiente caso, los resultados obtenidos analíticamente con el modelo de 2-P y los obtenidos mediante la solución analítica dada por la **Expresión 2.2.46** correspondiente al modelo de 3-P, pero ahora en un arreglo de 3 pozos con las mismas simplificaciones del ejemplo anterior. En ella se observan que los resultados se ajustan totalmente, para el intervalo de tiempo mostrado, ubicación y las propiedades del sistema roca fluidos mostrados en la **Tabla 3.6** y **Figura 3.9**.

	Pozo #1	Pozo #2	Pozo #3
Ubicación en $x$ , ft	3000	7000	11000
Ubicación en $y$ , ft	3500	3500	3500
Tiempo de Inicio de Producción, días	0	100	100
Radio del pozo, ft	0.25	0.25	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000	1500	1500
Daño en la formación, adim	0	-1	5
$\lambda_{mf}$		$1.0E - 2$	
$\lambda_{mv}$		$1.0E - 4$	
$\lambda_{vf}$		0	
$\omega_f$		0.1	
$\omega_v$		0	

Tabla 3.6: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos para la reducción del sistema 3-P a 2-P, Caso 2

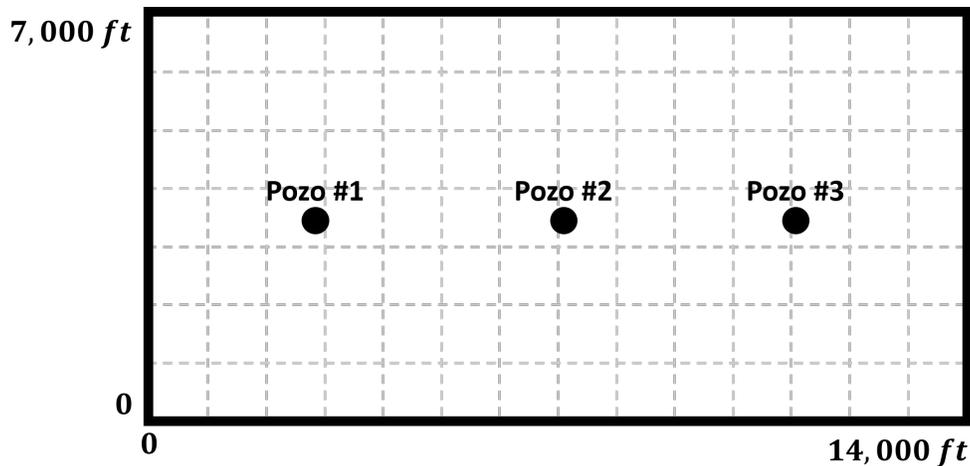
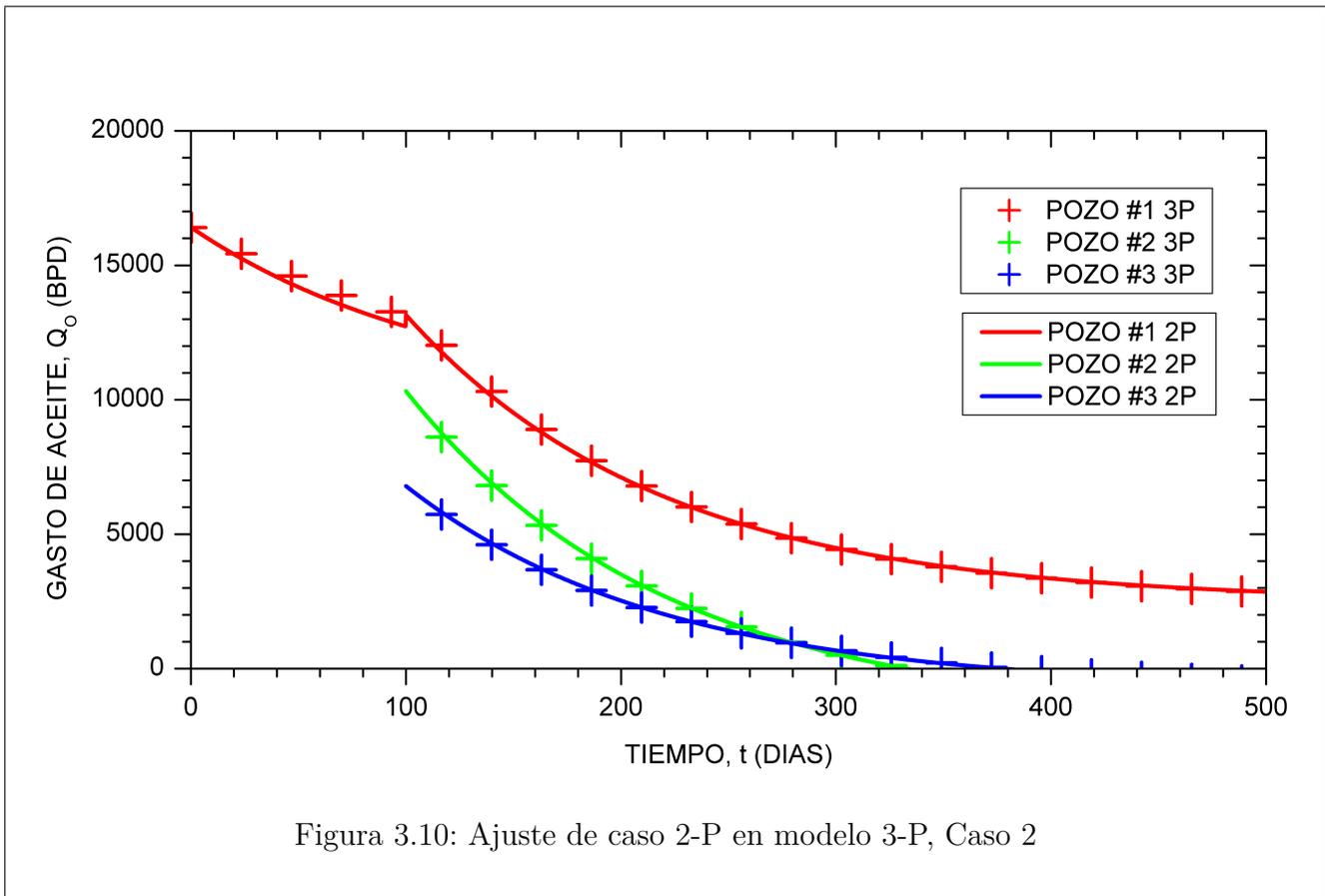


Figura 3.9: Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación de los pozos, Caso 2



Por su parte, en la **Figura 3.12** se comparan los resultados obtenidos analíticamente con el modelo de 2-P y los obtenidos mediante la solución analítica dada por la **Expresión 2.2.46**, correspondiente al modelo de 3-P, pero ahora en un arreglo de 4 pozos, los cuales también entran a producir a diferentes tiempos pero a presión de fondo fluyendo distintas entre sí, y distribuidos de otra manera tal como se observa en la **Tabla 3.7** y en la **Figura 3.11**. Este caso es análogo al caso 2. De igual manera se observa como los resultados son idénticos.

	Pozo #1	Pozo #2	Pozo #3	Pozo #4
Ubicación en $x$ , ft	1633.33	5366.66	8633.33	12366.66
Ubicación en $y$ , ft	3500.00	3500.00	3500.00	3500.00
Tiempo de Inicio de Producción, días	0	0	200	200
Radio del pozo, ft	0.25	0.25	0.25	0.25
$p_{wf}$ , psia	1900	1500	1500	1100
Daño en la formación, adim	0	5	0	1
$\lambda_{mf}$		1.0E - 2		
$\lambda_{mv}$		1.0E - 4		
$\lambda_{vf}$		0		
$\omega_f$		0.1		
$\omega_v$		0		

Tabla 3.7: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación de los pozos para la reducción del sistema 3-P a 2-P, Caso 3

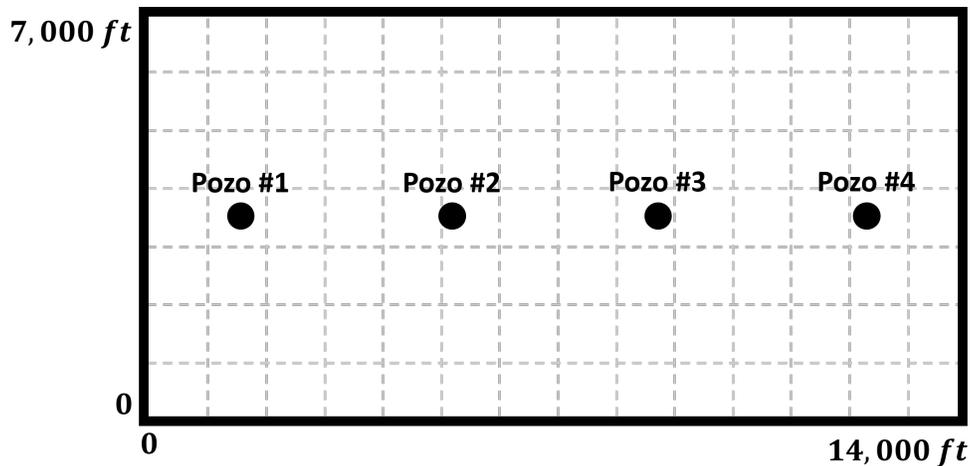
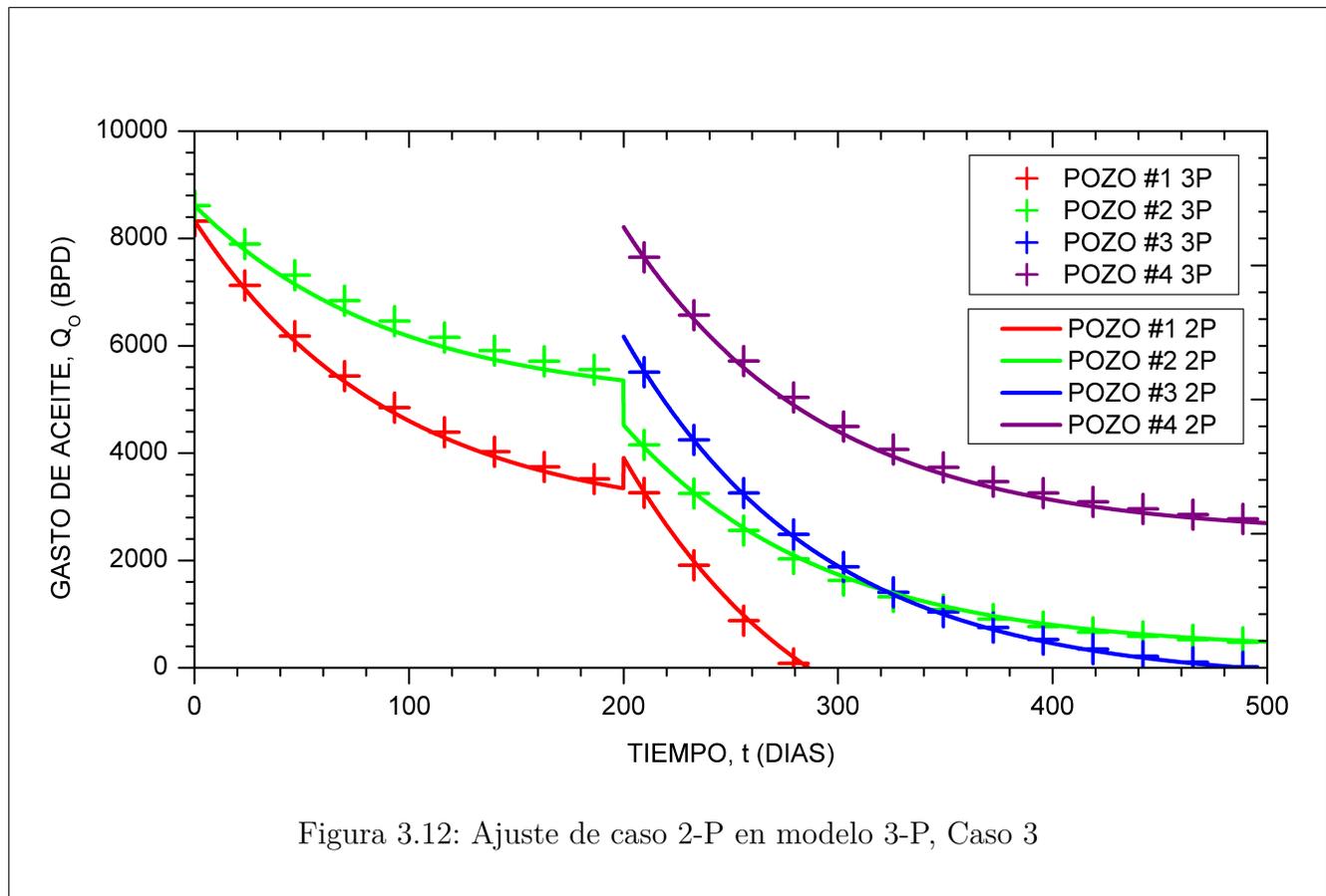


Figura 3.11: Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación de los pozos, Caso 3



De esta manera se valida, que el desarrollo matemático y la solución analítica obtenida para el caso de 3-P para predecir perfiles de producción de múltiples pozos produciendo a diferentes tiempos y presión de fondo constante pero diferentes entre sí, es correcto.

### 3.2. Variación de Coeficientes de Flujo Interporoso y Relación de Almacenamiento de Fluidos

Los siguientes casos de estudios utilizaron los parámetros del yacimiento y pozo mostrados en la **Tabla 3.8**. Además, se consideró solo un pozo en existencia, ubicado en el centro del yacimiento.

Parámetro	Valor
Dimensiones del Yacimiento, ft:	$x_e = 400, y_e = 400$
Radio del pozo, ft:	0.25
Presión Inicial, psia:	3,000
Porosidad de matriz, fracción:	0.15
Permeabilidad efectiva, mD:	100
Espesor del Yacimiento, ft:	100
$(\phi c_t)_T$ , psia <sup>-1</sup> :	2.8E - 6
Factor de Volumen de Formación:	1.558
Viscosidad del Aceite, cp:	0.5364

Tabla 3.8: Parámetros generales utilizados en análisis de sensibilidad en  $\lambda$  y  $\omega$

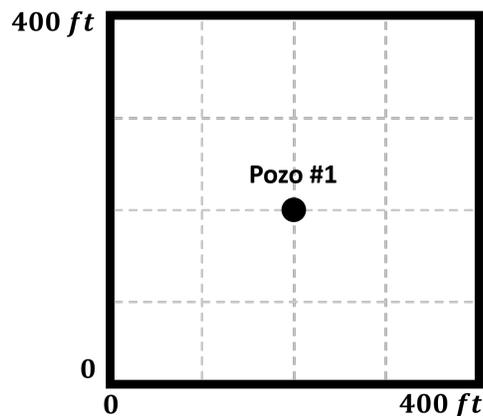


Figura 3.13: Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación del pozo para análisis de variaciones de  $\lambda$  y  $\omega$

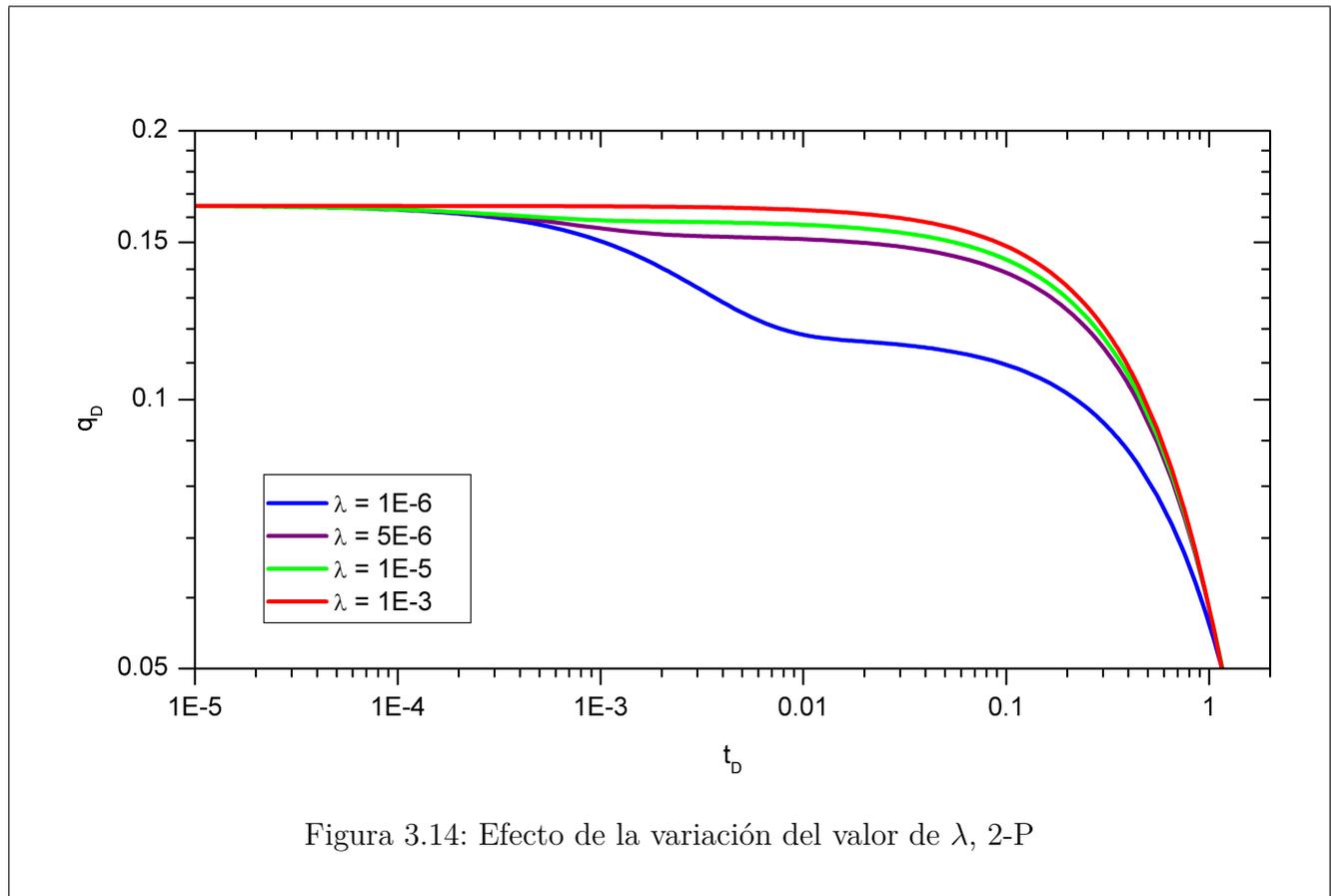
### 3.2.1. Doble Porosidad

La **Figura 3.14** muestra, en variables adimensionales, los resultados de modificar el valor del coeficiente de flujo interporoso al fijar el valor de la relación de almacenamiento de fluidos y los demás parámetros involucrados mostrados en la **Tabla 3.9**.

Se aprecia como la respuesta concuerda con el comportamiento físico esperado, es decir, ya que al aumentar el valor del coeficiente de flujo interporoso la matriz aporta fluidos a la fractura con mayor facilidad o a una mayor tasa, la declinación de la producción debida al agotamiento del fluido en las fracturas se hace de manera más suave y menos drástica.

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	200
Ubicación en $y$ , ft	200
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
Relación de Almacenamiento de Fluidos, $\omega$	0.1

Tabla 3.9: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de coeficiente de flujo interporoso ( $\lambda$ ) para un sistema 2-P



En la **Figura 3.15** se muestran los resultados al fijar el valor de  $\lambda = 1.0E - 5$  y variar los valores de  $\omega$ , al mismo caso de análisis. En este caso se observa como al aumentar el valor de la relación de almacenamiento de fluidos de la fractura, la declinación de la producción debida al agotamiento del fluido en la fractura tarda más en llegar, respuesta típica de yacimientos naturalmente fracturados.

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	200
Ubicación en $y$ , ft	200
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
Relación de Almacenamiento de Fluidos, $\lambda$	$1.0E - 05$

Tabla 3.10: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de la relación de almacenamiento de la fractura ( $\omega$ ) para un sistema 2-P

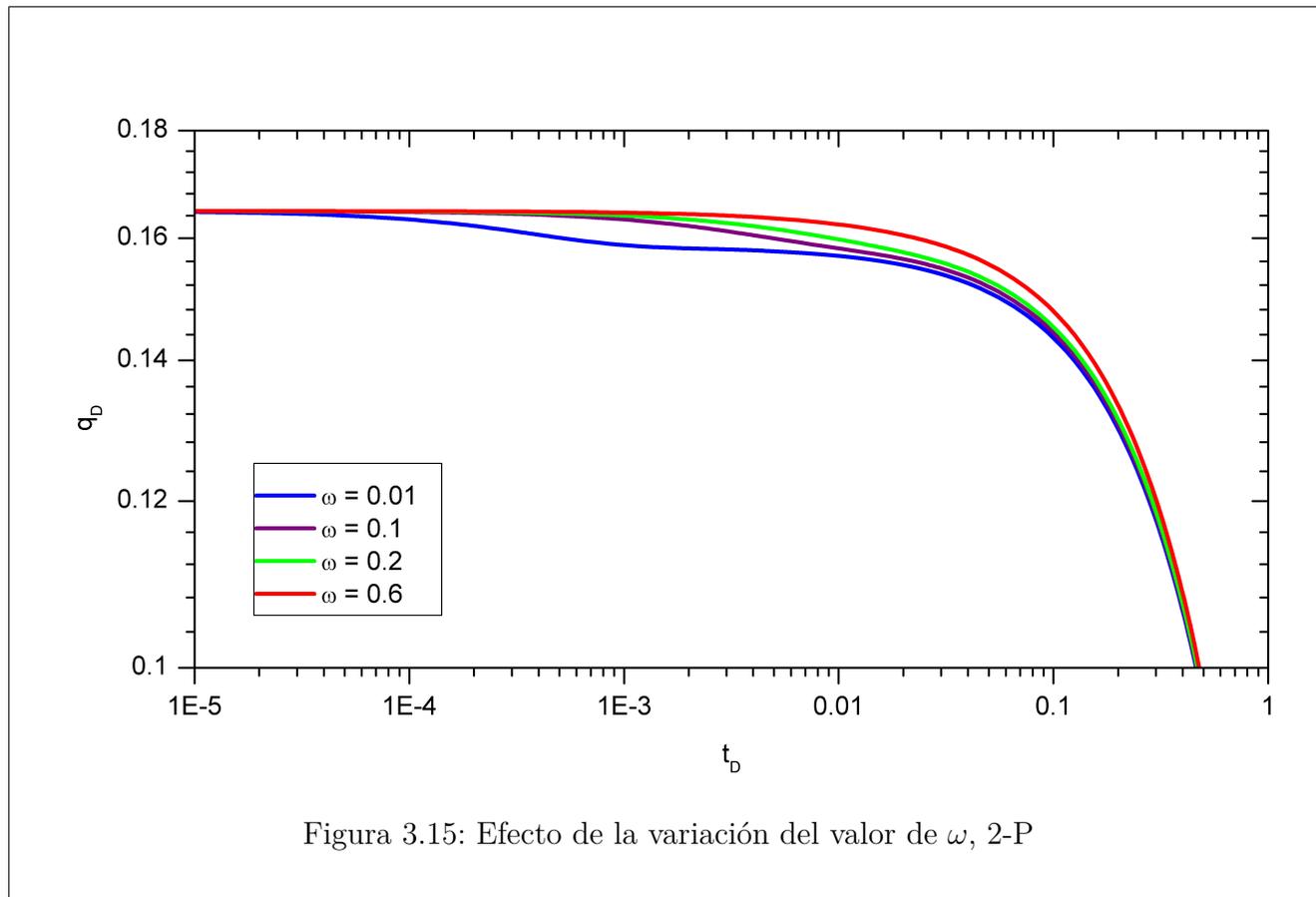


Figura 3.15: Efecto de la variación del valor de  $\omega$ , 2-P

### 3.2.2. Triple Porosidad

#### 3.2.2.1. Variación del Coeficiente de Flujo Interporoso entre la Matriz y la Fractura, $\lambda_{mf}$

Para este caso, se fijaron 4 de los 5 parámetros involucrados con 3-P ( $\lambda_{mv}, \lambda_{vf}, \omega_f, \omega_v$ ) con los valores indicados en la **Tabla 3.11**, y se varió entre un determinado rango el valor del coeficiente de flujo interporoso entre la matriz y fractura. Los resultados se observan en la **Figura 3.16**, en la cual se aprecia, al igual que en el caso de 2-P, como conforme aumenta el valor del  $\lambda_{mf}$  la declinación de la producción debida al agotamiento del fluido en las fracturas se hace de manera más suave y menos drástica.

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	200
Ubicación en $y$ , ft	200
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
$\lambda_{mv}$	1.0E - 08
$\lambda_{vf}$	1.0E - 05
$\omega_f$	1.0E - 03
$\omega_v$	1.0E - 03

Tabla 3.11: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de coeficiente de flujo interporoso entre la matriz y las fracturas ( $\lambda_{mf}$ ) para un sistema 3-P

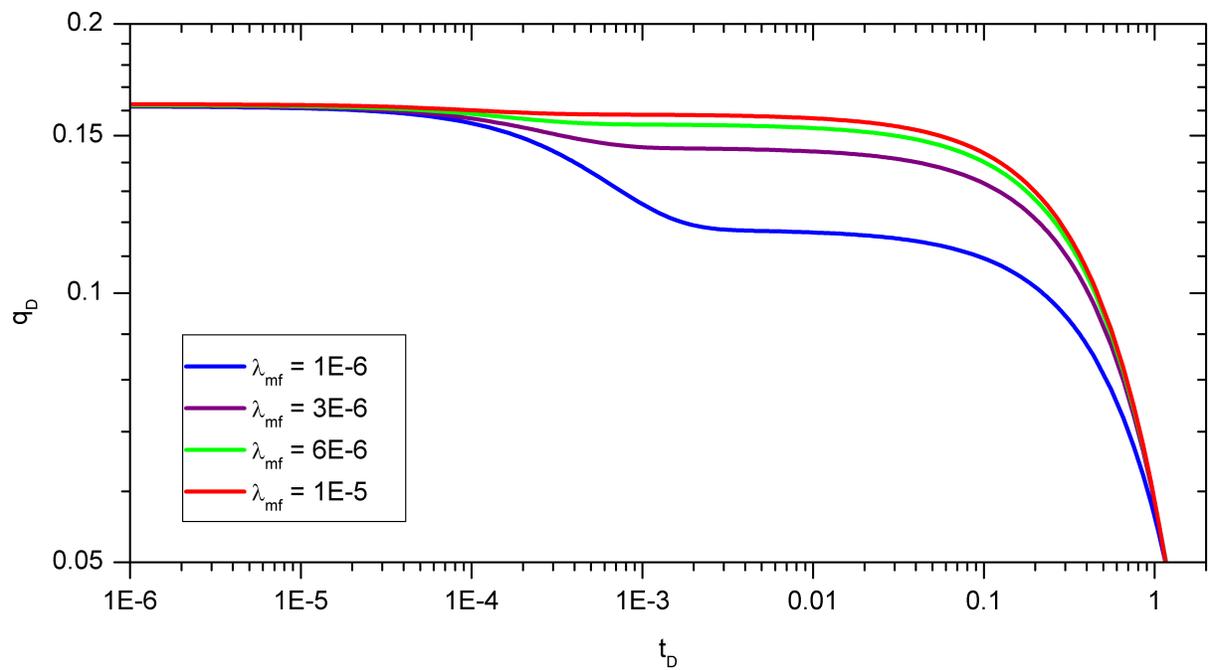


Figura 3.16: Efecto de la variación del valor de  $\lambda_{mf}$ , 3-P

**3.2.2.2. Variación del Coeficiente de Flujo Interporoso entre la Matriz y los Vúgulos,  $\lambda_{mv}$**

De manera similar que en el ejemplo anterior, se fijaron los 4 parámetros restantes como se muestra en la **Tabla 3.12** y se varió entre un rango determinado el valor del coeficiente de flujo interporoso entre la matriz y los vúgulos,  $\lambda_{mv}$ , de tal manera que se obtuvieran diferentes resultados para su comparación. Dicha comparación se presenta en la **Figura 3.17**, en la que es posible observar lo siguiente:

1. En un principio, existe en todos los casos una primera declinación exponencial debida al agotamiento del fluido en las fracturas.
2. Conforme aumenta el valor de  $\lambda_{mv}$  la gráfica interrumpe más pronto dicha declinación para estabilizarse.
  - a) Esto se debe a que a los vúgulos se les transfieren fluidos por parte de la matriz con mayor facilidad, hecho que obliga a los vúgulos a aportar fluidos a la fractura a tiempos más cortos.
3. Finalmente, la producción declina totalmente para todos los casos.

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	200
Ubicación en $y$ , ft	200
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
$\lambda_{mf}$	1.0E – 06
$\lambda_{vf}$	1.0E – 05
$\omega_f$	1.0E – 03
$\omega_v$	1.0E – 03

Tabla 3.12: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de coeficiente de flujo interporoso entre la matriz y los vúgulos ( $\lambda_{mv}$ ) para un sistema 3-P

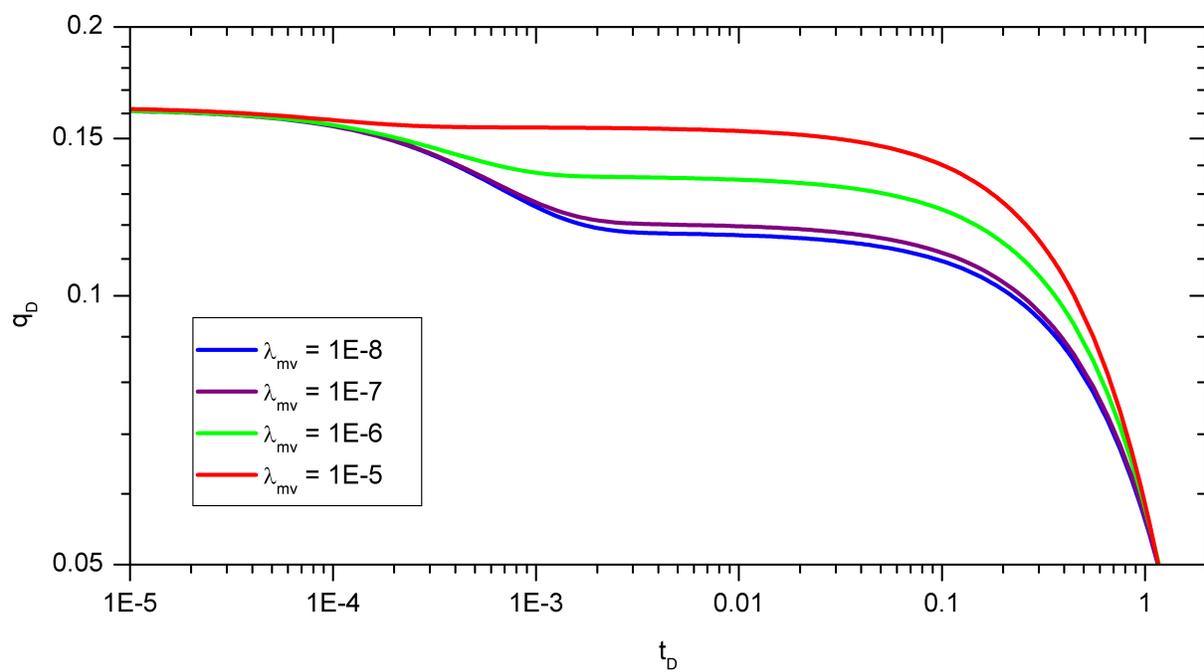


Figura 3.17: Efecto de la variación del valor de  $\lambda_{mv}$ , 3-P

**3.2.2.3. Variación del Coeficiente de Flujo Interporoso entre los Vúgulos y la Fractura,  $\lambda_{vf}$**

Nuevamente como en los ejemplos anteriores, se fijaron 4 de los 5 parámetros involucrados en el modelo de 3-P y se varió dentro de un rango determinado el valor de  $\lambda_{vf}$  para analizar el comportamiento. Dicho comportamiento se observa en la **Figura 3.18**, donde se puede apreciar, de manera distinta que los ejemplos anteriores, que el gasto inicial aumenta conforme se incrementa el valor de este parámetro que describe qué tanto fluido aportan los vúgulos a las fracturas. Esto sin lugar a dudas tiene sentido debido a que, si los vúgulos aportan fluidos con mayor facilidad a la fractura, mayor será la cantidad de fluidos a disposición de ser producidos a través de las fracturas en un intervalo de tiempo determinado.

Por otra parte se observa también en la **Figura 3.18** como sin importar el valor de  $\lambda_{vf}$  en un determinado rango de tiempo, para este caso entre 1E-3 y 1E-2, las curvas se cruzan y se empalman. Esto se debe a que para ese valor del tiempo, se han agotado los fluidos presentes inicialmente en la fractura y los vúgulos y por ello, la producción que existe se debe únicamente al aporte de la matriz a la fractura.

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	200
Ubicación en $y$ , ft	200
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
$\lambda_{mf}$	1.0E - 06
$\lambda_{mv}$	1.0E - 08
$\omega_f$	1.0E - 03
$\omega_v$	1.0E - 03

Tabla 3.13: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de coeficiente de flujo interporoso entre los vúgulos y las fracturas ( $\lambda_{vf}$ ) para un sistema 3-P

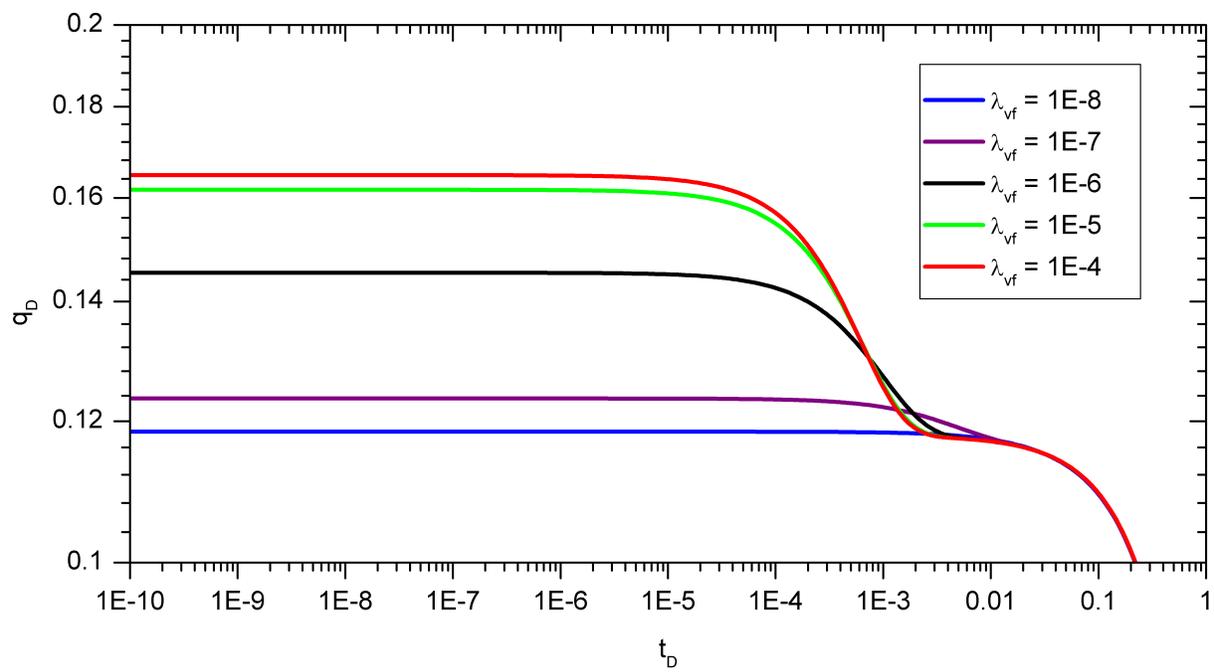


Figura 3.18: Efecto de la variación del valor de  $\lambda_{vf}$ , 3-P

**3.2.2.4. Variación de la Relación de Almacenamiento de Fluidos entre la Fractura y todo el Sistema,  $\omega_f$**

En este ejemplo, de manera similar que en el modelo de 2-P, se observa como al aumentar el valor de la relación de almacenamiento de fluidos de la fractura, la declinación de la producción debida al agotamiento del fluido en la fractura tarda más en llegar, pues al almacenar la fractura más fluido, se tarda más tiempo en producirlos y vaciar las fracturas. Esto se aprecia en la **Figura 3.19**.

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	200
Ubicación en $y$ , ft	200
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
$\lambda_{mf}$	1.0E - 06
$\lambda_{mv}$	1.0E - 08
$\lambda_{vf}$	1.0E - 05
$\omega_v$	1.0E - 03

Tabla 3.14: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de la relación de almacenamiento de fluidos en la fractura ( $\omega_f$ ) para un sistema 3-P

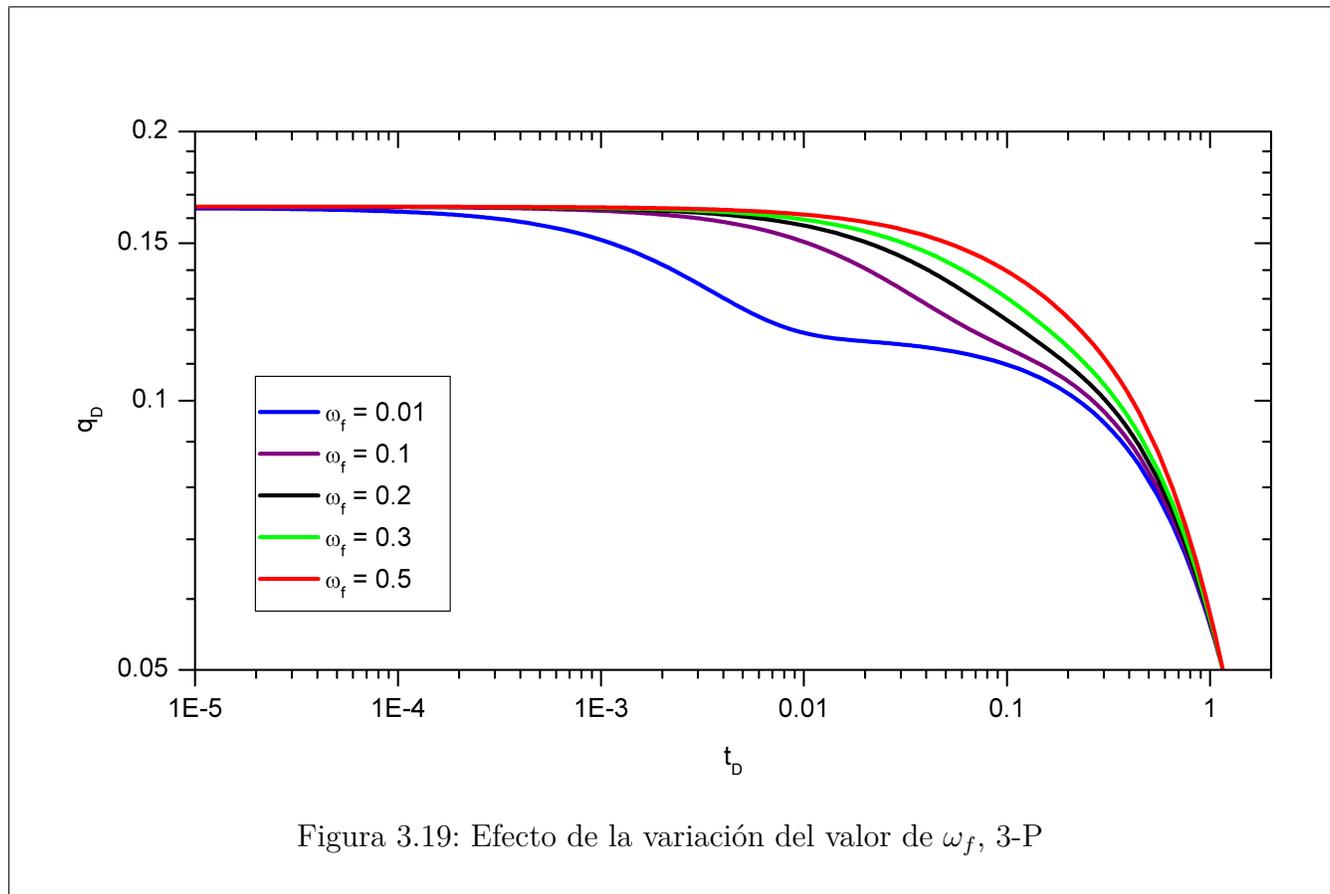


Figura 3.19: Efecto de la variación del valor de  $\omega_f$ , 3-P

### 3.2.2.5. Variación de la Relación de Almacenamiento de Fluidos entre los Vúgulos y todo el Sistema, $\omega_v$

Por último, en la **Figura 3.20** se aprecia como el efecto de la variación de  $\omega_v$  es similar al efecto que causa la variación de  $\omega_f$  analizado en el punto anterior.

	Pozo #1
Ubicación en $x$ , ft	200
Ubicación en $y$ , ft	200
Radio del pozo, ft	0.25
$p_{wf}$ , psia	1000
Daño en la formación, adim	0
$\lambda_{mf}$	1.0E - 06
$\lambda_{mv}$	1.0E - 08
$\lambda_{vf}$	1.0E - 05
$\omega_v$	1.0E - 03

Tabla 3.15: Propiedades del sistema Roca-Fluidos y ubicación del pozo, efecto de la relación de almacenamiento de fluidos en los vúgulos ( $\omega_v$ ) para un sistema 3-P

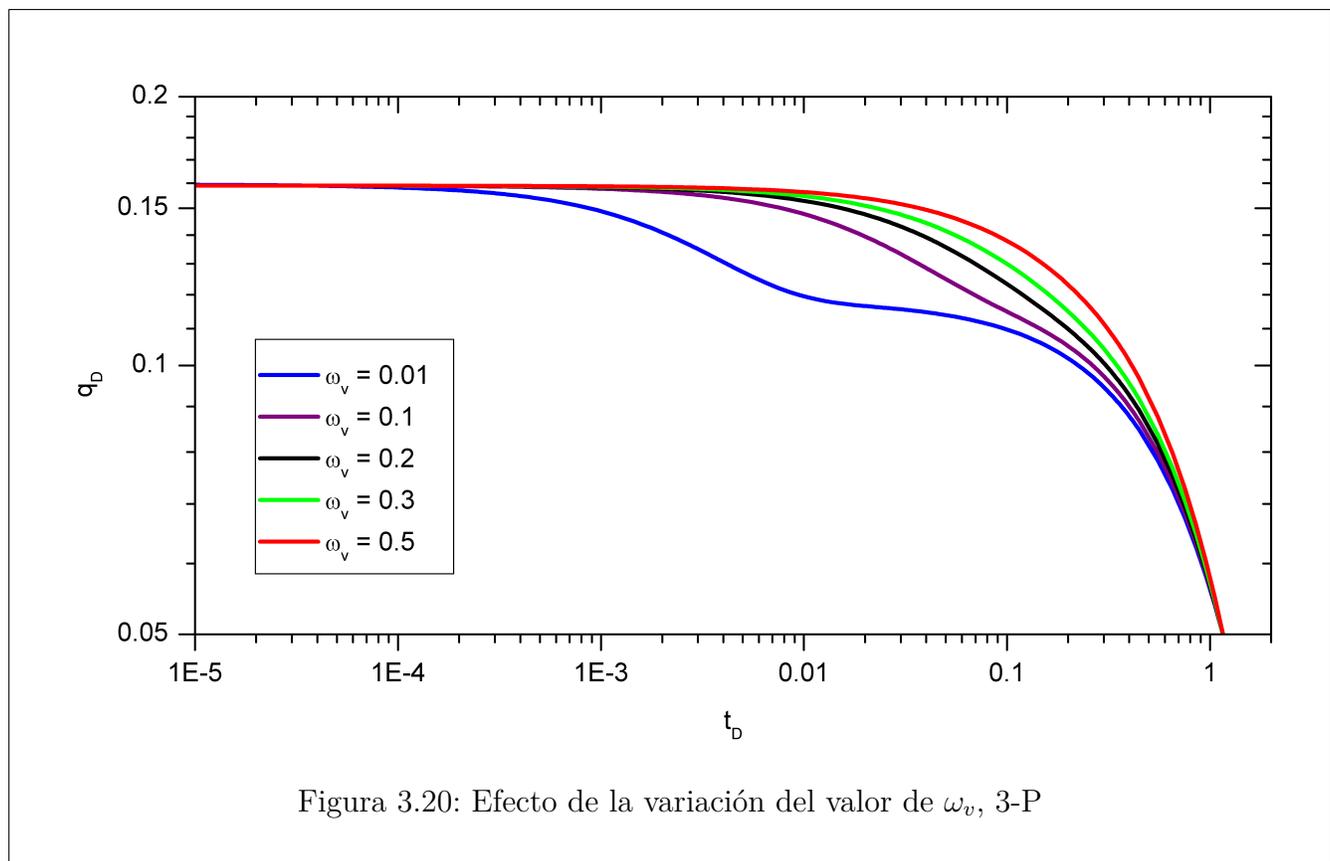


Figura 3.20: Efecto de la variación del valor de  $\omega_v$ , 3-P

**NOTA:** Es importante tener en cuenta, como se mencionó anteriormente en este trabajo, que los parámetros elegidos para generar los resultados son los que ofrecieron resultados más ilustrativos. En este caso en el que se variaron los valores de  $\omega_f$  y  $\omega_v$ , se eligieron valores pequeños para las relaciones de almacenamiento pues de otra manera, el efecto de valores grandes de las lambdas le ganaba al efecto de las omegas y no se percibía diferencia.

### 3.3. Contraste entre modelo tradicional y modelos desarrollados en este trabajo

Caracterizar y entender a los yacimientos es vital desde su descubrimiento hasta más allá de su abandono. Predecir su comportamiento a través del tiempo permite administrar todos los recursos de una mejor manera y maximizar las ganancias que se puedan obtener, es por ello que conforme mejor se pronostique su producción y declinación a futuro tanto a tiempos cortos como largos, es posible planear de una manera más integral la manera en que se explotará en cada etapa de su vida productiva.

Al involucrar más parámetros en la descripción de un yacimiento, se tiene acceso a una mejor descripción de este y por ende una predicción más acertada de lo que será su comportamiento en función del tiempo. A continuación se muestran con sencillos ejemplos las diferencias de administrar los yacimientos naturalmente fracturados bajo el concepto de una porosidad (1-P) comparado con los modelos desarrollados en este trabajo.

En la **Tabla 3.16** se muestran los valores de los parámetros usados en los siguientes casos de estudio y en la **Figura 3.21**, la ubicación del único pozo en existencia.

Parámetro	Valor
Dimensiones del Yacimiento, ft:	$x_e = 400, y_e = 400$
Radio del pozo, ft:	0.25
Presión Inicial, psia:	3,000
Porosidad de matriz, fracción:	0.15
Permeabilidad de la fractura, mD:	100
Espesor del Yacimiento, ft:	100
$(\phi c_t)_T$ , psia <sup>-1</sup> :	2.8E - 6
Factor de Volumen de Formación:	1.558
Viscosidad del Aceite, cp:	0.5364

Tabla 3.16: Parámetros generales utilizados en análisis de contraste entre modelo de 1-P y modelo de 2-P

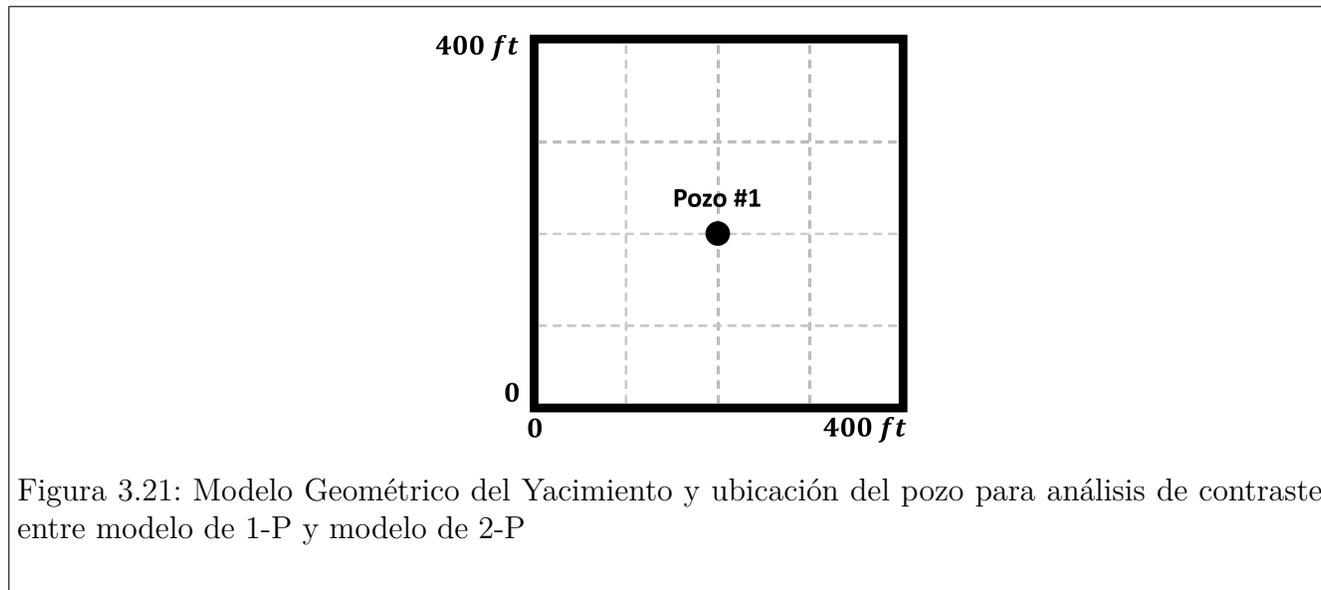
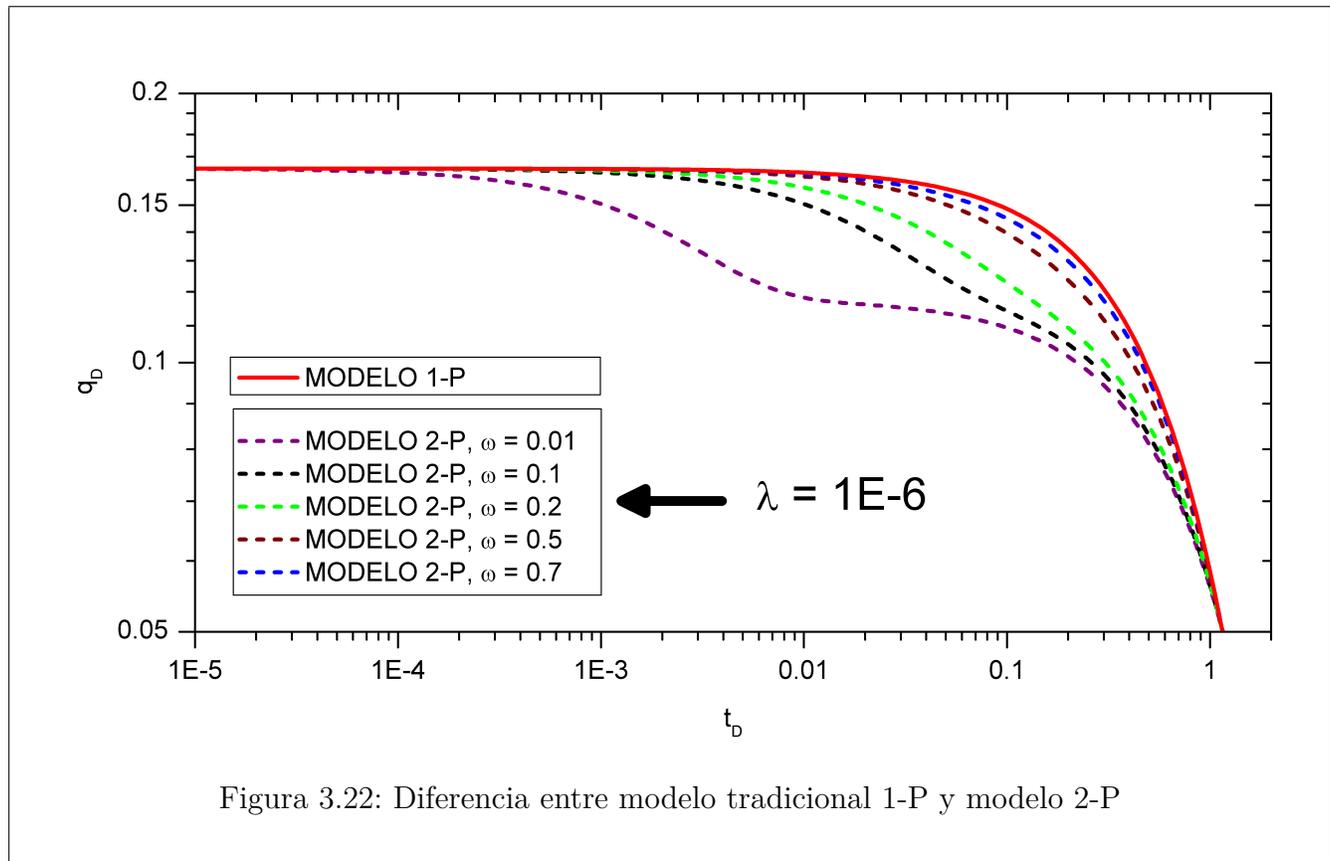


Figura 3.21: Modelo Geométrico del Yacimiento y ubicación del pozo para análisis de contraste entre modelo de 1-P y modelo de 2-P

### 3.3.1. 1-P vs 2-P

En el siguientes caso de estudio se utilizaron los parámetros del yacimiento y pozo mostrados en la **Tabla 3.16**. Además, se consideró también solo un pozo en existencia, ubicado en el centro del yacimiento como se ilustra en la **Figura 3.21**. En este caso se compararon los resultados obtenidos mediante el análisis de un caso particular de 1-P, con los que el modelo de 2-P tiene la capacidad de generar a partir de las mismas condiciones.

En la **Figura 3.22** se muestra, mediante la curva continua el perfil de producción de un yacimiento tradicional que involucra solamente una porosidad. Por otro lado se muestra, para esas mismas condiciones de presión inicial, porosidad, permeabilidad efectiva, compresibilidad del fluido, compresibilidad de la formación, viscosidad del aceite, factor de volumen de la formación, dimensiones del yacimiento, ubicación y radio del pozo, etc., mediante las curvas discontinuas, los perfiles de producción que se pueden derivar al considerar un sistema de 2-P. Como se observa, conforme el valor de la relación de almacenamiento de fluido se hace más grande, es decir tiende a 1, el modelo de 2-P se aproxima más al resultado único de 1-P, debido a que se considera que todo el fluido está almacenado en el medio en el que se conduce, en este caso, las fracturas.



Esto quiere decir que considerar un yacimiento de 2-P como uno de porosidad sencilla genera una alta probabilidad de obtener proyecciones erróneas.

### 3.3.2. 2-P vs 3-P

En los siguientes casos de estudios se utilizaron los parámetros del yacimiento y pozo mostrados en la **Tabla 3.16**. Además, se consideró también solo un pozo en existencia, ubicado en el centro del yacimiento como se ilustra en la **Figura 3.21**. En dichos casos se compararon los resultados obtenidos mediante el análisis de un caso particular de 2-P, con los que el modelo de 3-P tiene la capacidad de generar a partir de las mismas condiciones. Para el modelo 2-P se utilizó un valor de coeficiente de flujo interporoso  $\lambda = 1.0E - 6$  y un valor para la relación de almacenamiento de fluidos de  $\omega = 0.01$ .

#### Caso de estudio 1

La primera comparación se llevó a cabo entre las condiciones de 2-P definidas y los resultados de variar en el modelo analítico 3-P, el valor del coeficiente de flujo interporoso entre los vógelos y las fracturas ( $\lambda_{vf}$ ) en un rango determinado, fijando  $\lambda_{mf} = 1.0E - 6$ ,  $\lambda_{mv} = 1.0E - 6$ ,  $\omega_f = 0.01$  y  $\omega_v = 0.5$ . Como resultado se observa en la **Figura 3.23** que en ningún caso, los resultados de ambos modelos son iguales, ni siquiera cuando se hace cero el valor del coeficiente de flujo interporoso entre los vógelos y la fractura.

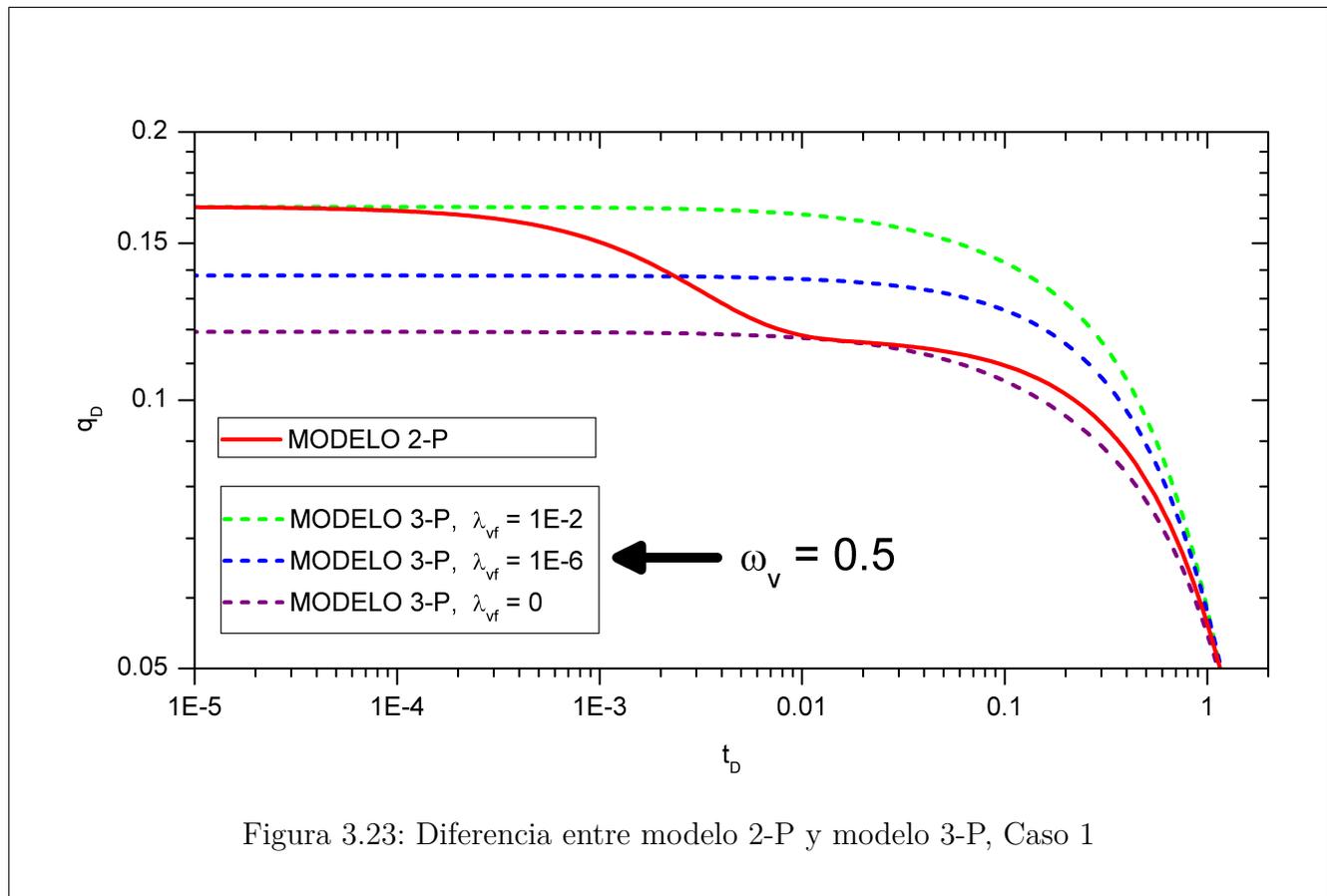


Figura 3.23: Diferencia entre modelo 2-P y modelo 3-P, Caso 1

### Caso de estudio 2

Esta segunda comparación se obtuvo a partir de variar el valor de la relación de almacenamiento en los vórgulos ( $\omega_v$ ) en el modelo de 3-P, fijando  $\lambda_{mf} = 1.0E - 6$ ,  $\lambda_{mv} = 1.0E - 6$ ,  $\lambda_{vf} = 1.0E - 2$  y  $\omega_f = 0.1$ . Como resultado se observa en la **Figura 3.24**, al igual que el caso anterior, que en ninguna circunstancia, los resultados de ambos modelos son iguales, ni siquiera cuando se hace cero el valor de la relación de almacenamiento en los vórgulos.

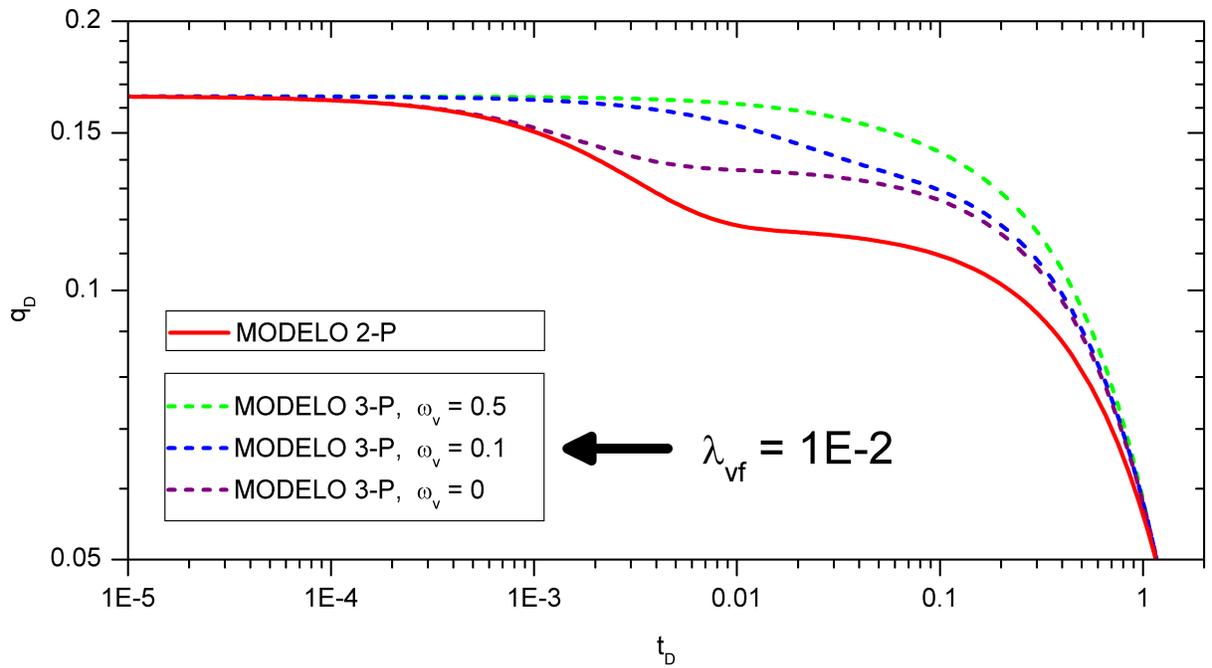


Figura 3.24: Diferencia entre modelo 2-P y modelo 3-P, Caso 2

### Caso de estudio 3

En este caso, de manera similar al Caso de estudio 1 la comparación se llevó a cabo entre las condiciones de 2-P definidas y los resultados de variar en el modelo analítico 3-P, el valor del coeficiente de flujo interporoso entre los vúgulos y las fracturas ( $\lambda_{vf}$ ) en un rango determinado, fijando  $\lambda_{mf} = 1.0E - 6$ ,  $\lambda_{mv} = 1.0E - 6$ ,  $\omega_f = 0.01$ , con la diferencia en que ahora el valor de la relación de almacenamiento de fluidos en los vúgulos ( $\omega_v$ ) se hizo cero. Resultado de esto, como se muestra en la **Figura 3.25**, se observa como conforme el valor de  $\lambda_{vf}$  se hace más pequeño, es decir, tiende a cero, los resultados del modelo 3-P se van ajustando más a los del modelo de 2-P.

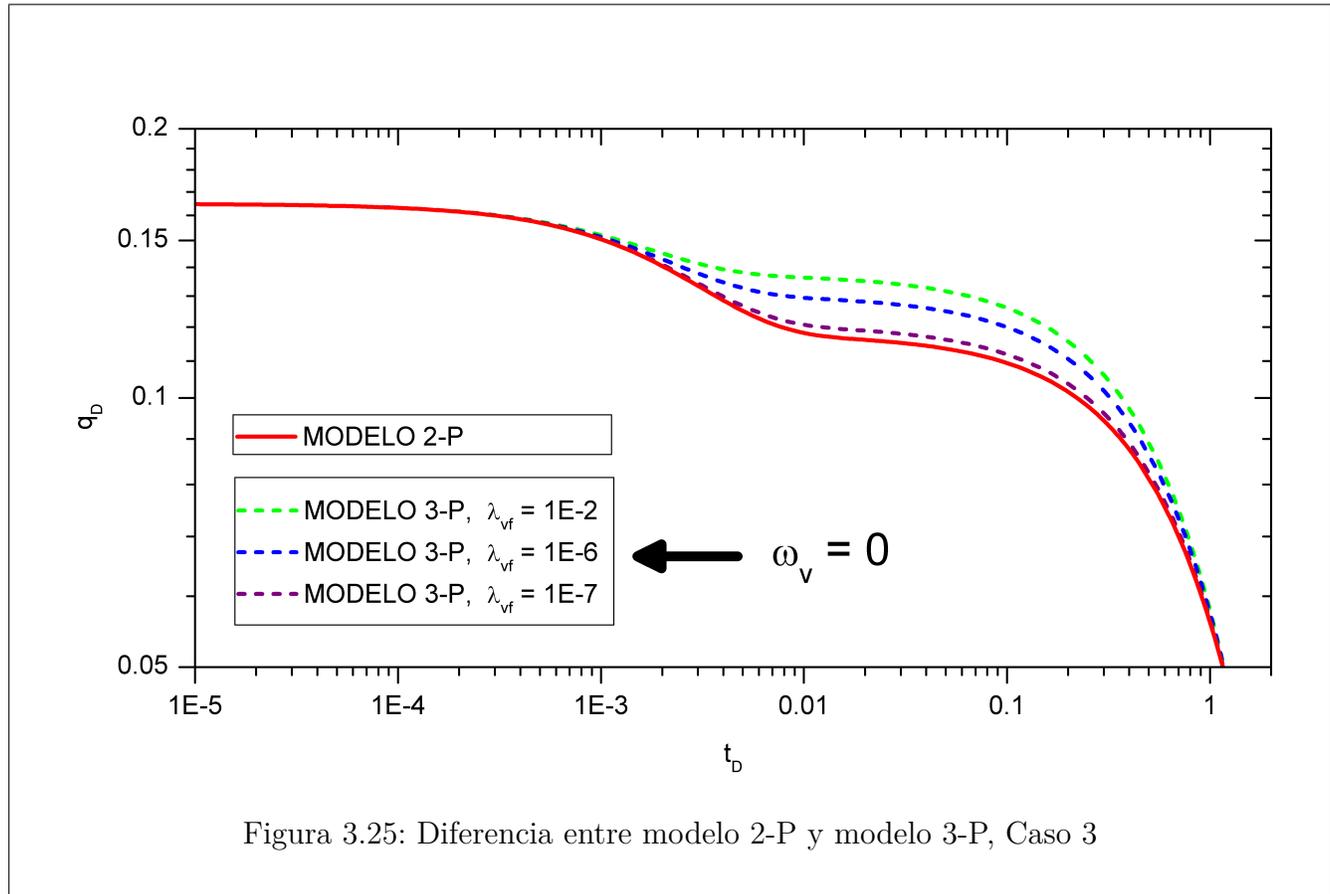
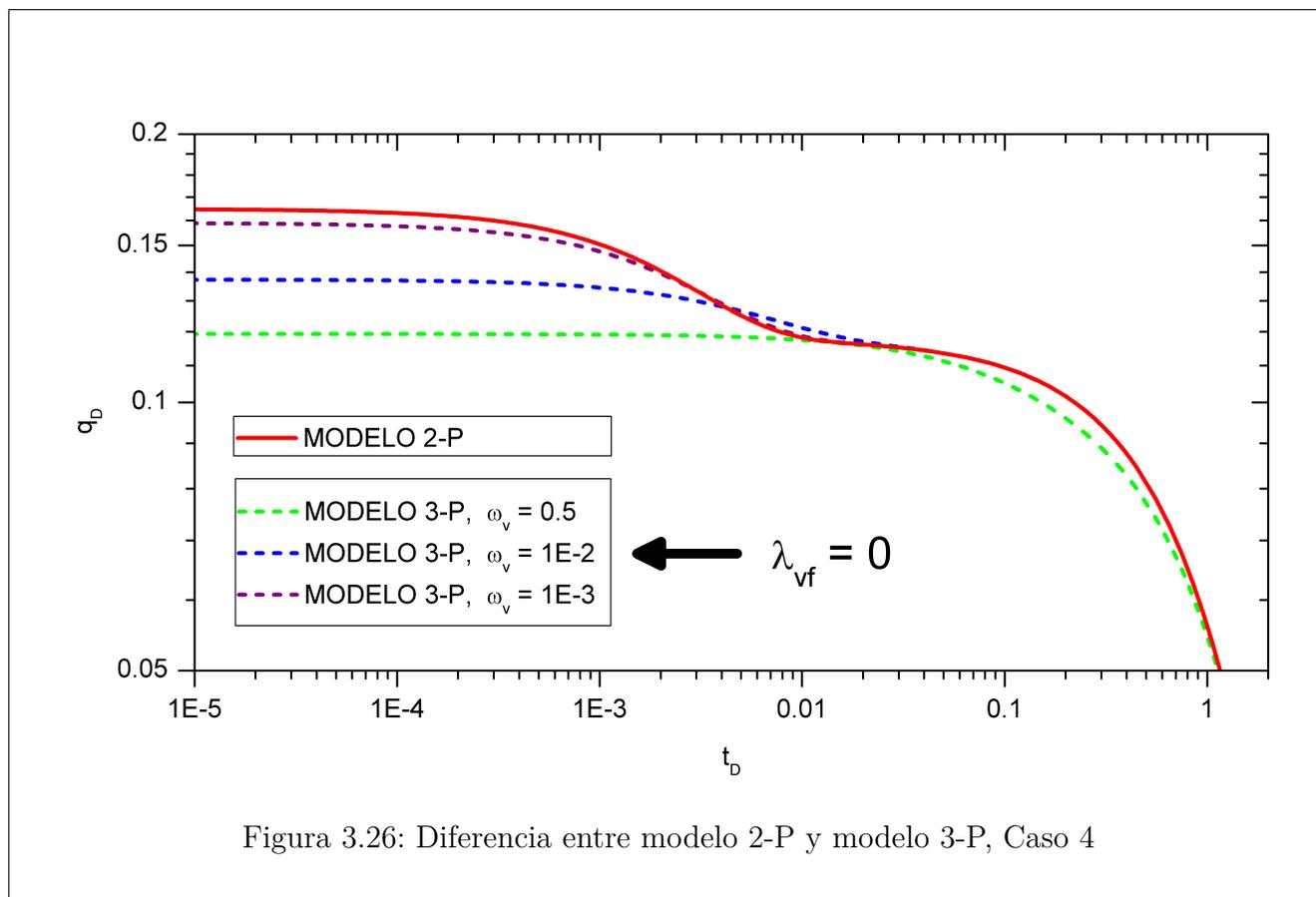


Figura 3.25: Diferencia entre modelo 2-P y modelo 3-P, Caso 3

Esto sucede debido a que, como anteriormente en este trabajo se había citado, al hacer cero el valor del coeficiente de flujo interporoso entre los vúgulos y la fractura ( $\lambda_{vf}$ ) y el valor de la relación de almacenamiento de fluidos en los vúgulos ( $\omega_v$ ), independientemente del valor de  $\lambda_{mv}$  el modelo de 3-P se simplifica a uno de 2-P pues no considera transferencia de fluidos entre la matriz y los vúgulos, ni fluido almacenado en los vúgulos.

### Caso de estudio 4

Al igual que en el caso anterior, en este caso, de manera similar al Caso de estudio 2 la comparación se llevó a cabo entre las condiciones de 2-P definidas y los resultados de variar en el modelo analítico 3-P, el valor de la la relación de almacenamiento en los vógelos ( $\omega_v$ ) en un rango determinado, fijando  $\lambda_{mf} = 1.0E - 6$ ,  $\lambda_{mv} = 1.0E - 6$ ,  $\omega_f = 0.01$ , con la diferencia en que ahora el valor del coeficiente de flujo interporoso entre los vógelos y las fracturas ( $\lambda_{vf}$ ) se hizo cero. Resultado de esto, como se muestra en la **Figura 3.26**, se observa como conforme el valor de  $\omega_v$  se hace más pequeño, es decir, tiende a cero, los resultados del modelo 3-P se van ajustando más a los del modelo de 2-P.



Al llevar a cabo el análisis anterior mediante los 4 casos, en los que elegimos un caso particular de condiciones para 2-P y lo analizamos como un yacimiento de 3-P, se encuentra que muchos otros perfiles de producción diferentes se pueden generar por el hecho de considerar transferencia de fluidos entre la matriz, los vógelos y las fracturas, así como hidrocarburo almacenados en los vógelos. Esto quiere decir que considerar un yacimiento con 2-P si su comportamiento corresponde a un modelo de 3-P, genera una alta probabilidad de obtener proyecciones erróneas; por lo tanto, considerar y analizar un yacimiento de 3-P como si fuese de una, eleva exponencialmente las probabilidades de generar resultados incorrectos, lo cual provoca un gran impacto en el desarrollo integral de un campo petrolero.

---

---

# CONCLUSIONES

Con base en los resultados presentados en esta tesis se enuncian las siguientes conclusiones:

1. Las soluciones obtenidas en el espacio de Laplace, así como sus inversiones analíticas aproximadas dadas por las **Expresiones 2.1.18** y **2.2.46**, describen adecuadamente el comportamiento de yacimientos de 2-P o 3-P, con las características especificadas en este trabajo, es decir, geometría rectangular, fronteras cerradas al flujo, pozos produciendo a presión de fondo constante, entradas a producción a diferentes tiempos, etc.
2. Para 2-P,  $\lambda$  provoca una caída más abrupta en la producción a partir del momento en el que el fluido almacenado inicialmente en las fracturas se termina. El efecto de  $\omega$  es retardar la llegada de la caída de producción debida también al agotamiento del fluido existente inicialmente en las fracturas, es decir, conforme  $\omega$  aumenta su valor la caída de presión tarda más en llegar.
3. Para 3-P, el efecto de  $\lambda$  y  $\omega$  es similar, solo que estos efectos pueden ser combinados e intensificar o bien neutralizar cambios en el perfil de producción. Esta intensificación o neutralización se da por ejemplo, cuando el valor de algún coeficiente de flujo interporoso es tan alto que variar el valor de las relaciones de almacenamiento de fluidos pierde su impacto ya que se merma por la rapidez con las que estos fluidos son transferidos entre matriz, vórgulos y fracturas.
4. Analizar un yacimiento de múltiples porosidades con modelos de 1-P, conlleva a una mala caracterización dinámica del yacimiento. Analizar un yacimiento de 3-P con modelos 2-P también conlleva a una mala caracterización y a una errónea administración del yacimiento.
5. El objetivo marcado al inicio de este trabajo se logró completar, ofreciendo un modelo analítico de 2-P y uno de 3-P sencillo y de fácil funcionamiento, así como su sustento matemático y su validación.
6. Es importante que los modelos propuestos en este trabajo continúen siendo mejorados con el tiempo en todo aspecto que puedan ser complementado para que así ofrezcan mayor utilidad. Ejemplos de esas mejoras podrían ser incluir heterogeneidad en el yacimiento, flujo de más de una fase o bien la incorporación de un optimizador que permita analizar el impacto económico de incluir  $n$  pozos en un tiempo determinado, etc.

---

---

# NOMENCLATURA

$\lambda$	=	Coefficiente de flujo interporoso, adim
$\lambda_{mf}$	=	Coefficiente de flujo interporoso entra matriz y fractura, adim
$\lambda_{mv}$	=	Coefficiente de flujo interporoso entra matriz y los vúgulos, adim
$\lambda_{vf}$	=	Coefficiente de flujo interporoso entra los vúgulos y las fractura, adim
$\alpha$	=	Parámetro geométrico para región heterogénea, 1/ft <sup>2</sup>
$k_1$	=	Permeabilidad del medio primario, mD
$\bar{k}_2$	=	Permeabilidad efectiva del medio secundario, mD
$\omega$	=	Relación de almacenamiento de fluidos, adim
$\omega_f$	=	Relación de almacenamiento de fluidos en la fractura, adim
$\omega_v$	=	Relación de almacenamiento de fluidos en los vúgulos, adim
$\phi$	=	Porosidad, adimensional
$c$	=	Compresibilidad del sistema, psi <sup>-1</sup>
$p$	=	Presión, psi
$p_D$	=	Presión adimensional
$\bar{p}_D$	=	Presión adimensional en el espacio de Laplace
$p_i$	=	Presión inicial, psi
$p_{wDj}$	=	Presión adimensional en el pozo $j$
$t$	=	Tiempo, horas, días
$t_D$	=	Tiempo adimensional
$t_{DA}$	=	Tiempo adimensional basado en el área del yacimiento
$q_{wD}$	=	Gasto adimensional
$q_{wDj}$	=	Gasto adimensional del pozo $j$
$\bar{q}_{wDj}$	=	Gasto adimensional en el espacio de Laplace del pozo $j$
$r_w$	=	Radio del pozo, ft
$s$	=	Parámetro del espacio de Laplace
$S_j$	=	Factor de daño del pozo $j$

---

---

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] Camacho R, Rodríguez F, Galindo A and Prats M.: Optimum Position for Wells Producing at Constant Wellbore Pressure, Paper SPE 28715, presented at the SPE International Petroleum Conference & Exhibition of Mexico held in Veracruz, Mexico, 10-13 October, 1994.
- [2] Rodríguez, F. and Cinco-Ley, H.: “A New Model for Production Decline,” Paper SPE 25480, presented at the Production Operations Symposium, Oklahoma, OK, March 21-23, 1993.
- [3] Camacho R, M. Vásquez-Cruz, R. Castrejón-Aivar, V. Arana-Ortiz, Pressure-Transient and Decline -Curve Behaviour in Naturally Fractured Vuggy Carbonate Reservoir, Paper SPE 77689, presented at the 2002 SPE Annual Technical Conference, San Antonio Texas, 29 September-2 October.
- [4] J. E. Warren, P. J. Root: The Behaviour of Naturally Fractured Reservoirs, Paper SPE 426, presented at the Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers in Los Angeles on Oct. 7-10, 1962.

---



---

# APÉNDICE A

## Expresiones Útiles

### A.1. Expresiones Citadas de la Referencia 1

La definición de la función de Green utilizada está dada por:

$$\begin{aligned}
 G(x_{Di}, y_{Di}, x_{Dj}, y_{Dj}; s) &= \frac{1}{\sqrt{s}x_{eD}} \frac{\cosh[\sqrt{s}(y_{Di})] \cosh[\sqrt{s}(y_{Dj} - y_{eD})]}{\sinh[\sqrt{s}y_{eD}]} \\
 &\quad - \frac{2}{x_{eD}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cosh[a_n(y_{Dj} - y_{eD})] \cosh[a_n y_{Di}]}{a_n \sinh[a_n y_{eD}]} \\
 &\quad \times \cos\left[\frac{n\pi x_{Di}}{x_{eD}}\right] \cos\left[\frac{n\pi x_{Dj}}{x_{eD}}\right]
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

La solución para gastos en el espacio de Laplace para pozos múltiples con 1P está dada por:

$$\begin{aligned}
 \bar{q}_{wDj} \exp[-st_{Dj}] &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} [p_{Di} + \exp[-st_{Di}](p_{wDi} - p_{Di})] \frac{\sum_{k=1}^{n_{wj}-1} (m_{ij})_k}{\sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k} \right. \\
 &\quad \left. + s \frac{\sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} m_{ij} [p_{Di} + \exp[-st_{Di}](p_{wDi} - p_{Di})]}{\sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k} \right\} \Bigg/ \left\{ 1 + s \Bigg/ \left( \sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Las definiciones de  $\tilde{\beta}$  y  $\alpha_{ij}$  están dadas por:

$$\tilde{\beta}(x_{Di}, y_{Di}, x_{Dj}, y_{Dj}) = \beta(x_{Di}, y_{Di}, x_{Dj}, y_{Dj}) + \frac{y_{eD}}{x_{eD}} \left[ \frac{1}{3} - \frac{\tilde{y}}{y_{eD}} + \frac{y_{Di}^2 + y_{Dj}^2}{2y_{eD}^2} \right] \tag{A.3}$$

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} -\frac{S_i}{2\pi} & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \tag{A.4}$$

de donde la función  $\beta$  se define como:

$$\begin{aligned}
 \beta(x_{Di}, y_{Di}, x_{Dj}, y_{Dj}) &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cosh[n\pi(y_{Di} - y_{eD})/x_{eD}] \cosh[n\pi y_{Di}/x_{eD}]}{n\pi \sinh[n\pi y_{eD}/x_{eD}]} \\
 &\quad \times \cos[n\pi x_{Di}/x_{eD}] \cos[n\pi x_{Dj}/x_{eD}]
 \end{aligned} \tag{A.5}$$


---



---