



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA MECÁNICA - TERMOFLUIDOS

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE FLUJO ALREDEDOR DE UN  
BANCO DE TUBOS DE ALETA HELICOIDAL SEGMENTADA

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
RICARDO ALBERTO MAGOS ALVA

TUTOR PRINCIPAL  
DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ  
INSTITUTO DE INGENIERÍA  
MÉXICO, D.F. AGOSTO 2019

CIUDAD DE MÉXICO, AGOSTO, 2019



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **JURADO ASIGNADO**

Presidente:	Dr. Solorio Ordaz Francisco Javier
Secretario:	Dr. Ascanio Gasca Gabriel
1 <sup>er</sup> Vocal:	Dr. Salinas Vázquez Martín
2 <sup>do</sup> Vocal:	Dr. Vicente y Rodríguez William
3 <sup>er</sup> Vocal:	Dr. Chávez Martínez Rafael

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Instituto de Ingeniería

## **TUTOR DE TESIS**

Dr. Martín Salinas Vázquez

---

**FIRMA**

# Agradecimientos

*“Antes de morirme, espero que alguien me explique la física cuántica.  
Después de morirme, espero que Dios me explique la turbulencia.”*

ALBERT EINSTEIN

A mis padres Dora y Ricardo, por siempre apoyarme en cualquier proyecto que quiero emprender. Por que han formado una familia muy unida de la que me siento orgulloso de pertenecer.

A mis hermanos, Daniel y Antonio; por motivarme para alcanzar cada meta que me propongo y por que sé que cuento con ustedes incondicionalmente, así como ustedes cuentan conmigo.

A mi pareja, Abigail; por compartir tu vida conmigo, porque cuando estoy contigo soy una mejor persona.

Al Dr. Martín Salinas, por su asesoría para el desarrollo de este trabajo, por los consejos dados y aprendizaje transmitido.

A cada uno de los sinodales por regalarme un poco de su tiempo para leer esta tesis y hacer comentarios que sin duda mejoraron este trabajo.

A los compañeros de la torre de ingeniería por siempre estar dispuestos a ayudar y por hacer agradable mi estancia en el Instituto de Ingeniería. Así como a los nuevos amigos que hice a lo largo de la maestría, principalmente a César González y Eduardo Montaña.

Al Instituto de Ingeniería (IINGEN) y a la Universidad Nacional Autónoma de México.

Por último, gracias al CONACyT por el apoyo económico.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Intercambiadores de calor . . . . .	1
1.2. Estudio de los intercambiadores de calor . . . . .	2
1.3. Diseño de intercambiadores de calor . . . . .	4
1.4. Principio de funcionamiento . . . . .	4
1.4.1. Calor y temperatura . . . . .	4
1.4.2. Transferencia de calor . . . . .	5
1.4.3. Conducción . . . . .	5
1.4.4. Convección . . . . .	7
1.5. Parámetros Adimensionales . . . . .	8
1.5.1. Número de Nusselt . . . . .	9
1.5.2. Número de Prandtl . . . . .	9
1.5.3. Número de Reynolds . . . . .	10
1.5.4. Importancia de la turbulencia en la transferencia de calor . . . . .	11
1.5.5. Flujo alrededor de un tubo . . . . .	11

1.5.6.	Flujo alrededor de un banco de tubos . . . . .	12
1.6.	Tubos aletados . . . . .	14
1.7.	Tipos de aletas . . . . .	15
1.7.1.	Aletas rectangulares . . . . .	16
1.7.2.	Aletas longitudinales . . . . .	16
1.7.3.	Aletas radiales bajas . . . . .	17
1.7.4.	Aletas radiales altas . . . . .	17
1.7.4.1.	Aletas Wrap-on . . . . .	17
1.7.4.2.	Aletas empotradas . . . . .	19
1.7.4.3.	Aletas extruidas . . . . .	19
1.7.4.4.	Aletas segmentadas . . . . .	20
1.8.	Alternativas numéricas . . . . .	22
1.9.	Motivación . . . . .	23
<b>2.</b>	<b>Ecuaciones de Gobierno</b>	<b>24</b>
2.1.	Introducción . . . . .	24
2.2.	Ecuaciones de Navier-Stokes . . . . .	24
2.3.	Modelado de la turbulencia y esquema numérico . . . . .	26
2.3.1.	Simulación de grandes escalas (LES, Large-Eddy Simulation) . . . . .	26
2.3.1.1.	Modelo de sub-malla (Sub-Grid Scale) . . . . .	30
2.3.2.	Ecuaciones en coordenadas generalizadas . . . . .	32
2.3.3.	Esquema numérico . . . . .	33

2.3.4. Criterio Q . . . . .	34
<b>3. Detalles numéricos</b>	<b>36</b>
3.1. Fronteras inmersas . . . . .	36
3.2. Método Level Set . . . . .	37
<b>4. Configuración de la simulación</b>	<b>40</b>
4.1. Dominio computacional . . . . .	40
4.2. Condiciones iniciales . . . . .	42
4.3. Condiciones de frontera . . . . .	42
4.4. Estado Estacionario . . . . .	44
4.5. Definición de cantidades estadísticas . . . . .	45
<b>5. Resultados</b>	<b>47</b>
5.1. Análisis de sensibilidad . . . . .	47
5.2. Validación . . . . .	51
5.3. Análisis de resultados instantáneos . . . . .	54
5.3.1. Velocidad instantánea . . . . .	55
5.3.2. Estructuras turbulentas . . . . .	62
5.4. Análisis de resultados estadísticos . . . . .	69
5.4.1. Velocidades promedio . . . . .	69
5.4.2. Velocidades fluctuantes promedio . . . . .	77
<b>6. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>83</b>

# Índice de figuras

1.1. Intercambiadores de calor. a) Intercambiador de calor de coraza y tubos. En: <a href="http://www.nauticexpo.es">www.nauticexpo.es</a> ; b) Evaporador. En: <a href="http://www.tallergc.com">www.tallergc.com</a> ; c) Radiador. En: <a href="http://es.wikipedia.org">es.wikipedia.org</a> ; d) Caldera. En: <a href="http://www.sunji.co">http://www.sunji.co</a> ; e) Intercambiador de calor de placas. En: <a href="http://euro-cobil.com">euro-cobil.com</a> . . . . .	2
1.2. Conducción de calor . . . . .	6
1.3. Convección de calor . . . . .	7
1.4. Flujo alrededor de un tubo. En: <a href="http://mae.ntu.edu.sg">http://mae.ntu.edu.sg</a> . . . . .	12
1.5. Flujo en un banco de tubos. Umeda & Yang, (1999) . . . . .	13
1.6. Configuración de los bancos de tubos. a) En línea; b) Escalonado . . . . .	14
1.7. a) Tubos con aletas rectangulares. b) Tubo elíptico con aleta rectangular. . . . .	16
1.8. Tubos con diferentes tipos de aletas . . . . .	17
1.9. Aletas Wrap-on . . . . .	18
1.10. Aletas empotradas y extruidas . . . . .	19
1.11. Fabricación de tubo con aletas segmentadas. En: <a href="https://vulcanfinnedtubes.com">https://vulcanfinnedtubes.com</a> . . . . .	20
3.1. Interpolación de la pared del cuerpo sólido . . . . .	37
3.2. La pared del sólido es definida por el nivel cero de la función Level-Set, los valores positivos de la función corresponden al fluido y los negativos al sólido. . . . .	38

3.3. Tratamiento de la presión en la frontera sólido-fluido . . . . .	39
4.1. Dominio computacional . . . . .	40
4.2. Dimensiones del dominio computacional . . . . .	41
4.3. Condiciones de frontera periódicas . . . . .	43
4.4. Comportamiento de la vorticidad global respecto al tiempo adimensional . . . . .	45
5.1. Gráfica de la velocidad media de la corriente principal fuera de las aletas . . . . .	48
5.2. Gráfica de la velocidad media de la corriente principal entre las aletas . . . . .	49
5.3. Gráfica de la velocidad media de la corriente principal en la periferia de las aletas . . . . .	49
5.4. Reconstrucción del sólido para las diferentes densidades de malla. a) Malla 1. b) Malla 2. c) Malla 3 . . . . .	50
5.5. Dominio computacional con una malla irregular, las zonas sombreadas indican las regiones que requieren un mallado más fino . . . . .	51
5.6. Gráficas de validación para un banco de tubos sin aletas en tres planos diferentes. La línea en el esquema de la parte superior indica el plano correspondiente a cada gráfica. Para los perfiles de $U/U_0$ y $u'_{rms}/U_0$ , se agrego una constante igual a 1. Salinas et al, (2011) . . . . .	52
5.7. Gráficas de la velocidad media de la corriente principal $U$ en tres planos diferentes. a) $y/D_0 = 0,0$ . b) $y/D_0 = 0,394$ . c) $y/D_0 = 0,562$ . d) Posición de los planos. e) Distancia en $z$ desde la pared de la aleta $z/\Delta z = 0,5$ (1), $z/\Delta z = 0,75$ (2), $z/\Delta z = 1,0$ (3); donde $\Delta z$ es el espacio entre las aletas. . . . .	53
5.8. Plano $x - y$ en $z/D_0 = 0,0$ . El flujo principal se mueve a lo largo del eje $x$ . . . . .	54
5.9. Contorno de velocidad en plano $z/D_0 = 0,025$ . . . . .	55
5.10. Líneas de trayectoria alrededor del banco de tubos en el plano $z/D_0 = 0,0$ . . . . .	56
5.11. Efecto de la configuración helicoidal de las aletas en el flujo. a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = 0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = -0,0114$ . . . . .	57

5.12. Líneas de trayectoria. a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = 0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = -0,0114$ . . . . .	57
5.13. Isosuperficie de valores positivos de la velocidad $U$ . . . . .	58
5.14. Isosuperficie de valores negativos de la velocidad $U$ . . . . .	58
5.15. Campo de velocidad en el plano $y - z$ , $x/D_0 = 0,0$ . . . . .	59
5.16. Contorno de velocidad y líneas de trayectoria en plano $x - z$ , $y/D_0 = 0,45$ . . . . .	60
5.17. Contorno de velocidad en plano $z/D_0 = 0,025$ a diferentes tiempos . . . . .	61
5.18. Líneas de trayectoria en plano $z/D_0 = 0,0$ a diferentes tiempos . . . . .	62
5.19. Esquema de la formación de un vórtice de herradura . . . . .	63
5.20. Isosuperficie de valores positivos del criterio $Q = 800D_0/U_b$ . . . . .	64
5.21. Formación de los vórtices de herradura. a)Esquema del desarrollo de los vórtices. b)Vectores en los vórtices de herradura. . . . .	64
5.22. Isosuperficie de valores positivos del criterio $Q = 800D_0/U_b$ coloreada con la velocidad $U$ . a)Par de vórtices entre cada espacio entre las aletas. b)Vórtice y destrucción de un vórtice de herradura . . . . .	65
5.23. Isosuperficie de valores positivos del criterio $Q = 800D_0/U_b$ coloreada con la velocidad $U$ . a) Estructuras turbulentas en todo el dominio computacional. b)Estructuras turbulentas en la estela . . . . .	66
5.24. Isosuperficie de valores positivos del criterio $Q = 800D_0/U_b$ . . . . .	67
5.25. Plano diagonal al dominio computacional y líneas de trayectoria . . . . .	67
5.26. Isosuperficies de valores negativos de $U$ . . . . .	68
5.27. Isosuperficies de valores negativos de $U$ . . . . .	68
5.28. Contorno de velocidad promedio $U(\bar{x})$ en el plano $z/D_0 = 0,025$ . . . . .	70
5.29. Contornos de velocidad promedio $U(\bar{x})$ . a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,0114$ . . . . .	71

5.30. Líneas de trayectoria. a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,01$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,01$ . . . . .	72
5.31. Contorno de velocidad promedio $U(\bar{x})$ en el plano $y/D_0 = 0,0$ . . . . .	73
5.32. Contorno de velocidad promedio $U(\bar{x})$ en el plano $y/D_0 = 0,45$ . . . . .	74
5.33. Contornos de velocidad promedio $V(\bar{x})$ . a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,0114$ . . . . .	76
5.34. Contornos de velocidad promedio $W(\bar{x})$ . a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,0114$ . . . . .	76
5.35. Contornos de velocidad promedio $u'_{rms}$ . a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,0114$ . . . . .	78
5.36. Contornos de velocidad promedio $v'_{rms}$ . a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,0114$ . . . . .	79
5.37. Contornos de velocidad promedio $w'_{rms}$ . a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,0114$ . . . . .	79
5.38. Contornos de esfuerzo de Reynolds $u'v'$ . a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,0114$ . . . . .	80
5.39. Contornos de energía cinética turbulenta $k = \frac{1}{2}(u'u' + v'v' + w'w')/U_0^2$ . a) $z/D_0 = 0,025$ . b) $z/D_0 = -0,0114$ . c) $z/D_0 = 0,0$ . d) $z/D_0 = 0,0114$ . . . . .	82

# Resumen

Los bancos de tuberías son ampliamente utilizados en la industria para transferir calor, por lo que es muy importante conocer y comprender los mecanismos clave en la transferencia de energía en este tipo de equipos para hacerlos más eficientes. Hasta ahora se sabe que la transferencia de calor en los intercambiadores se da principalmente por convección, por lo que las variables más importantes en estos sistemas son el área de contacto sólido-fluido y la turbulencia del flujo.

Debido a la importancia de la turbulencia en los intercambiadores de calor, es fundamental estudiar la interacción que tiene el flujo con la estructura de los mismos. Sin embargo, estudiar el comportamiento del flujo de forma experimental es muy complicado y costoso; por lo que, surge la necesidad de generar alternativas confiables que contribuyan a la investigación y desarrollo.

Es por lo anterior que, en el presente trabajo se hace uso de un código numérico para la simulación de flujo alrededor de un banco de tubos de aleta helicoidal segmentada. El sistema simulado representa una fracción de un banco de tubos inmersa en una malla regular cartesiana; que se ubica en una región lejana a las fronteras del intercambiador de calor, donde el flujo se considera homogéneo y por lo tanto es válido imponer condiciones de frontera periódicas. El modelo numérico se basa en la técnica de la simulación de grandes escalas (LES, Large Eddy Simulation), se emplean esquemas de alto orden y se usa la técnica de las fronteras inmersas, además de la extrapolación de la presión en el sólido; para representar la compleja geometría de los tubos de aleta helicoidal segmentada.

Los resultados generados por la simulación son validados mediante la comparación con datos experimentales y numéricos, con la finalidad de comprobar la capacidad del código numérico para simular este tipo de flujos. Después de lo cual, se analiza el comportamiento del flujo alrededor del banco de tuberías, se describen sus características tanto instantáneas como promedio y se identifican las regiones de mayor actividad turbulenta. Así mismo, se estudia el papel que tiene la configuración helicoidal de la aleta, los segmentos de la misma y el arreglo de los tubos en el comportamiento del flujo y la topología de la turbulencia.

La estructura de la presente tesis es la siguiente:



En el capítulo uno se da una breve introducción a los intercambiadores de calor, su principio de funcionamiento, los fenómenos físicos dominantes y los parámetros más importantes. Además, se presentan los principales tipos de tubos aletados del mercado, así como las características, ventajas y desventajas de los mismos.

En los capítulos dos y tres, se presentan las características numéricas del código empleado, es decir, las ecuaciones de gobierno a resolver y las técnicas numéricas utilizadas. También se establecen conceptos útiles para el análisis como son la definición del estado estacionario y las cantidades estadísticas de la simulación.

El cuarto capítulo corresponde a las características del sistema simulado, como son las dimensiones del dominio computacional, densidad de malla, condiciones iniciales y de frontera.

Los resultados obtenidos de las simulaciones, así como el análisis de los mismos son presentados en el quinto y penúltimo capítulo.

Finalmente, las conclusiones del presente trabajo se muestran en el sexto capítulo; donde además de comentar las ventajas y limitaciones del código numérico se hacen algunas recomendaciones para trabajos futuros.

# Objetivos

En el presente trabajo se hace uso de un código numérico que combina diferentes técnicas numéricas para la adecuada simulación en mecánica de fluidos. En particular, se simula el flujo alrededor de un banco de tubos con aletas helicoidales segmentadas donde se buscan los siguientes objetivos:

- Validar el código numérico utilizado, mediante la comparación de datos obtenidos con el mismo; contra datos obtenidos experimentalmente así como datos resultado de códigos numéricos similares.
- Verificar que el código numérico empleado genera mejores resultados que los obtenidos con otras técnicas numéricas.
- Conocer el comportamiento del flujo que pasa a través de un tubo con aletas helicoidales segmentadas, así como los efectos que se dan debido a la interacción del fluido con el sólido.
- Identificar las regiones relevantes para el desarrollo del flujo, como son los puntos de estancamiento y recirculación, áreas de mayor actividad turbulenta y comportamiento en la estela.
- Analizar el comportamiento del flujo alrededor de un banco de tubos aletados con el fin de conocer y comprender la influencia de la hidrodinámica en la transferencia de calor.
- Determinar, a partir de los resultados obtenidos; si las aletas helicoidales segmentadas promueven el flujo turbulento en un banco de tubos para establecer hasta qué punto es conveniente el uso de este tipo de tuberías.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Intercambiadores de calor

En problemas de ingeniería es muy común analizar el flujo alrededor de cuerpos sólidos, ya sea para el diseño de equipos o estructuras. Una de las geometrías que se presenta con más frecuencia es el cilindro, ya que es la forma que tienen muchos dispositivos como tanques, postes, cables o tuberías. Por lo tanto, el estudio de las interacciones que se dan entre un fluido en movimiento y un cilindro es muy importante.

De entre todos los casos que involucran flujo alrededor de cilindros, uno de los más notables es el flujo perpendicular a través de bancos de tubos para transferir calor. Existen muchos procesos que requieren transferir calor de un punto a otro, ya sea porque se necesita energía en forma de calor o porque es necesario retirarla del sistema.

El dispositivo que permite realizar esta tarea se llama genéricamente intercambiador de calor, pero puede tener diferentes nombres dependiendo del proceso en que es utilizado, por ejemplo: radiador en un automóvil, evaporador y condensador en sistemas de aire acondicionado y refrigeración, condensador y caldera en un ciclo de potencia, etcétera (Figura 1.1).

Transferir calor en un sistema termodinámico no es una tarea trivial, es por eso que en la industria se cuenta con muchos tipos de intercambiadores de calor que se clasifican principalmente de dos maneras, una es por su construcción y la segunda es por su método de operación. Dichas clasificaciones se pueden ver en la siguiente tabla (1.1):

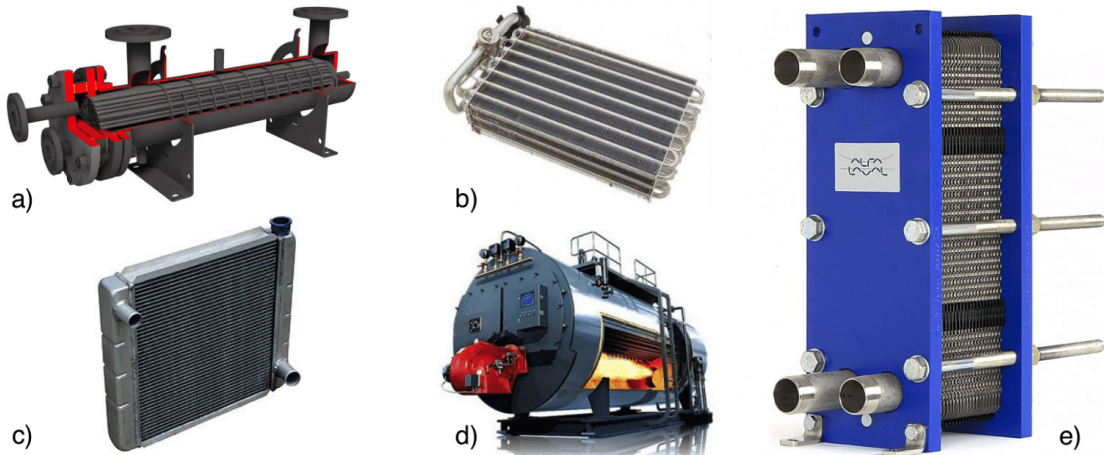


Figura 1.1: Intercambiadores de calor. a) Intercambiador de calor de coraza y tubos. En: [www.nauticexpo.es](http://www.nauticexpo.es); b) Evaporador. En: [www.tallergc.com](http://www.tallergc.com); c) Radiador. En: [es.wikipedia.org](http://es.wikipedia.org); d) Caldera. En: <http://www.sunji.co>; e) Intercambiador de calor de placas. En: [euro-cobil.com](http://euro-cobil.com)

Tabla 1.1: Clasificación de los intercambiadores de calor

Por su construcción	Por principio de operación
Coraza y tubos	Flujo paralelo
De placas	Contraflujo
De serpentín	Flujo cruzado
De espiral	Enfriados por agua
De un solo paso	Enfriados por aire
De múltiples pasos	Regenerativos y no regenerativos

## 1.2. Estudio de los intercambiadores de calor

La necesidad de transferir calor de un punto a otro es tan antigua como las primeras máquinas desarrolladas. Anteriormente era una necesidad operativa a la que no se prestaba mucha atención debido a que no se tenía una conciencia sobre el buen uso de la energía, ni del impacto ambiental como la que tenemos en nuestros días.

De esta manera, los intercambiadores de calor fueron desarrollados únicamente para transferir calor con la mayor rapidez posible, sin pensar que representaban una gran fuga de recursos energéticos y por lo tanto de dinero, mucho menos se tomaban en cuenta las consecuencias ambientales del desperdicio irracional de los recursos energéticos.

Con el afán de hacer equipos más eficientes se realizaron los primeros estudios en intercambiadores, estas investigaciones eran netamente experimentales y centradas en la transferencia de calor y la caída de presión del flujo al pasar por el banco de tubos [1], [2], [3].

El siguiente paso fue analizar las interacciones entre el flujo y la estructura sólida; se hicieron visualizaciones en el flujo que evidenciaron la formación de vórtices, que eran los causantes del ruido dentro del banco de tubos al generar vibraciones en los mismos [4], [5], [6]. Se encontró que las vibraciones inducidas por el flujo en las tuberías eran las responsables de fallas prematuras al someter el material a esfuerzos por fatiga que se veían maximizados por esfuerzos térmicos, la combinación de estos fenómenos deriva en el deterioro prematuro de los materiales y representa una pérdida económica importante en reparaciones de equipos. Por lo que muchos trabajos se enfocaron en caracterizar los modos y frecuencias de vibración en las tuberías, así como en encontrar los factores que las generan y proponer alternativas para evitarlas o minimizar sus efectos [7], [8], [9], [10], [11].

Aunque la información obtenida experimentalmente fue hasta cierto punto limitada, resultó ser muy valiosa para entender mejor el comportamiento del flujo en un banco de tubos. Se encontró que el arreglo del banco, el espaciado entre los tubos, así como el ángulo de incidencia del flujo influyen en los patrones de flujo que pueden generarse en el intercambiador. Se demostró que la turbulencia es determinante en la transferencia de calor y que las condiciones del flujo que pasa a través de un banco de tubos están dominadas por fenómenos como la separación de la capa límite y la formación de estelas [12], [13], [14], [15], [16], [17].

Sin embargo, la naturaleza del flujo altamente turbulento en un banco de tubos hacia que estos experimentos fueran muy costosos y difíciles de realizar, ya que solo se podían hacer mediciones en ciertas regiones del banco y con muy pocos equipos como el anemómetro de láser Doppler (LDA) y la velocimetría de imagen de partículas (PVI).

Cuando las computadoras se volvieron más capaces y accesibles se desarrollaron técnicas numéricas para apoyar la investigación en mecánica de fluidos. Las simulaciones numéricas han demostrado ser un complemento importante para la investigación y diseño de equipos termodinámicos. Algunos investigadores han enfocado sus esfuerzos en encontrar las configuraciones geométricas óptimas para el funcionamiento de los intercambiadores de calor, variando parámetros como configuración de tuberías o geometría en general [18], [19], [20].

Otros estudios se han realizado sobre la influencia de la hidrodinámica del flujo, así como las propiedades de los fluidos de trabajo. Con la finalidad de comprender las relaciones que existen entre fenómenos tales como la turbulencia, la velocidad de flujo y la caída de presión en la transferencia de calor [21], [22], [24].

Se han realizado también estudios sobre las condiciones de operación para encontrar los parámetros que permitan maximizar la eficiencia de los intercambiadores pensando en los recursos que se pueden ahorrar a largo plazo con técnicas como la reducción de caídas de presión o minimizar la generación de entropía [25].

Dichas investigaciones se han llevado a cabo como se hacen típicamente en mecánica de fluidos, usando técnicas experimentales y numéricas que se apoyan de bases teóricas y relaciones encontradas empíricamente.

### 1.3. Diseño de intercambiadores de calor

Aunque los intercambiadores de calor son equipos utilizados desde hace mucho tiempo, su diseño se sigue haciendo de forma prácticamente artesanal hasta nuestros días, esto se debe a que a pesar de ser máquinas que basan su funcionamiento en conceptos simples, se presentan limitantes que tienen que ser ponderadas cuidadosamente por el diseñador.

En esencia diseñar un intercambiador de calor consiste en balancear adecuadamente la transferencia de calor, la caída de presión y el área disponible. Las complicaciones vienen cuando se hace evidente que un aumento en la velocidad y turbulencia del flujo favorecen la transferencia de calor, pero también aumentan la caída de presión que se traduce en la necesidad de un equipo de bombeo más grande y por lo tanto un mayor costo operativo. Otra forma de aumentar la transferencia de calor, puede ser aumentar el área de contacto entre las sustancias que intercambian calor, pero esta opción no siempre está disponible por cuestiones de espacio en los lugares donde va a trabajar el intercambiador de calor o porque construir un intercambiador muy grande, conlleva una inversión inicial mayor.

Es por lo anterior que históricamente el diseño de intercambiadores de calor se ha realizado mediante prueba y error, donde el diseñador aplica criterios que resultan en un intercambiador de calor que además de ser compacto y de fácil mantenimiento, transfiera la mayor cantidad de calor al precio más bajo posible, para su construcción y operación.

### 1.4. Principio de funcionamiento

#### 1.4.1. Calor y temperatura

De todas las formas de energía la más familiar para el ser humano es el calor, esta forma de energía tiene la particularidad de ser energía en tránsito, es decir, que solo se manifiesta mientras pasa de un sistema a otro, además tiene una dirección preferente;

siempre fluye del sistema caliente al frío.

Desde pequeños aprendemos que los objetos están “fríos” o “calientes”, esta idea nos llevó al concepto de temperatura, de manera que un sistema con una magnitud de temperatura mayor se encuentra “caliente”, mientras que cuando la magnitud de temperatura es baja el sistema está “frío”.

Sin embargo, debido a que el concepto de “frío” o “caliente” es muy subjetivo se desarrollaron técnicas para medir la temperatura, en base a las propiedades fisicoquímicas de algunas sustancias que varían en función de la temperatura. Formalmente, la temperatura se define por la ley cero de la termodinámica y es una magnitud escalar que está asociada a la energía interna de un sistema, particularmente a la energía cinética que presentan las partículas del sistema debido a su movimiento.

#### 1.4.2. Transferencia de calor

Como se mencionó anteriormente, el calor se define como energía en tránsito donde la transferencia de energía ocurre si y solo si existe una diferencia de temperaturas, por lo que no puede haber transferencia de calor entre dos sistemas a la misma temperatura.

Cuando dos sistemas a diferentes temperaturas interactúan, se tiene una transferencia de calor, cuya dirección va del sistema de mayor al de menor temperatura y una vez que las temperaturas se igualan, es decir se alcanza el equilibrio térmico, la transferencia de calor de detiene.

La velocidad a la que el calor pasa de un sistema a otro depende de la magnitud de la diferencia de temperatura, por lo que, mientras más grande es la diferencia de temperatura, más rápido se transfiere el calor.

El fenómeno de transferencia de calor se lleva a cabo mediante tres diferentes mecanismos o modos de transferencia: conducción, convección y radiación térmica. En el caso de los intercambiadores de calor, la transferencia de calor se realiza casi en su totalidad por conducción y convección, por lo que la transferencia de calor por radiación térmica no será considerada en este trabajo.

#### 1.4.3. Conducción

La conducción térmica es un modo de transferencia de calor que se da cuando existe un gradiente de temperatura en un medio estacionario que puede ser sólido, líquido o gaseoso (Figura 1.2). Se debe a interacciones de las partículas del material donde la transferencia

de energía se da desde las partículas con más energía hacia las de menor energía.

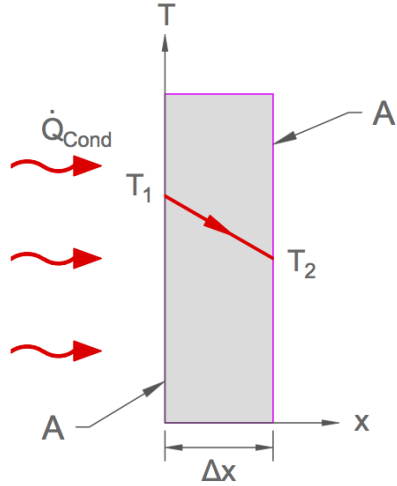


Figura 1.2: Conducción de calor

Mediante experimentación se observó que la razón de conducción de calor en los materiales se comportaba de manera directamente proporcional al área perpendicular al flujo de calor  $A$  y a la diferencia de temperatura  $\Delta T$ , además de ser inversamente proporcional al espesor del material  $\Delta x$ .

La constante de proporcionalidad está dada por una propiedad del material que mide su capacidad para conducir calor y que se denomina conductividad térmica ( $k$ ). Con base en lo anterior se formuló la ley de Fourier para la conducción de calor, cuya expresión matemática en su forma diferencial se escribe como sigue.

$$\dot{Q}_{Cond} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (1.1)$$

donde:

$\dot{Q}_{Cond}$  := Razón de transferencia de calor por conducción,  $[W]$

$k$  := Conductividad térmica,  $[W/m \cdot K]$

$A$  := Área normal a la transferencia de calor,  $[m^2]$

$dT$  := Diferencia de temperaturas,  $[K]$



$dx :=$  Espesor del material, [m]

El signo menos de la ecuación se debe a que el calor siempre se transfiere de mayor a menor temperatura.

#### 1.4.4. Convección

La convección es un modo de transferencia de calor que se da cuando se tiene un cuerpo sólido y un fluido en movimiento (Figura 1.3); por lo que se trata del resultado de los efectos combinados de conducción y movimiento de fluidos. Cuando el fluido está en reposo, la transferencia de calor se da por conducción pura.

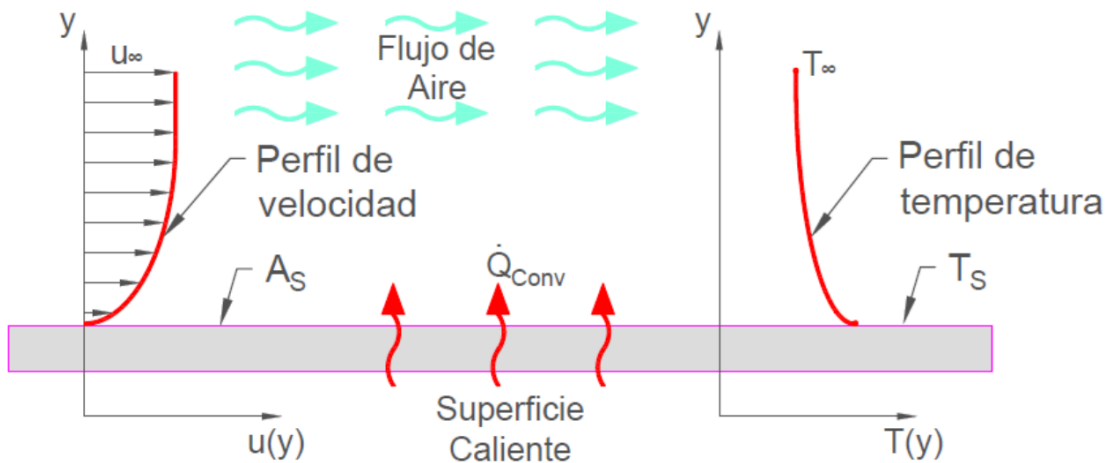


Figura 1.3: Convección de calor

La velocidad de transferencia de calor por convección es más alta que por conducción y es directamente proporcional a la velocidad del flujo, entre más rápido es el movimiento del fluido, la transferencia de calor por convección es mayor.

La transferencia de calor por convección puede depender de muchas variables, pero experimentalmente se ha demostrado que es proporcional a la diferencia de temperatura, tal como lo expresa la ley de enfriamiento de Newton.

$$\dot{Q}_{Conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (1.2)$$

donde:

$\dot{Q}_{Conv} :=$  Razón de transferencia de calor por convección, [W]

$h$  := Coeficiente de transferencia de calor por convección,  $[W/m^2 \cdot ^\circ C]$

$A_s$  := Área superficial de transferencia de calor,  $[m^2]$

$T_s$  := Temperatura de la superficie,  $[^\circ C]$

$T_\infty$  := Temperatura del fluido suficientemente lejos de la superficie,  $[^\circ C]$

El coeficiente de transferencia de calor por convección  $h$  se determina de manera experimental y es un parámetro que depende de diversos factores como la geometría de la superficie y las características del flujo; por lo que no es una propiedad del fluido.

La convección puede ser forzada o libre, dependiendo del mecanismo que genere el movimiento del fluido. Cuando se obliga al fluido a moverse por medios externos como una bomba, un ventilador o incluso por acción del viento, se llama convección forzada. Si por el contrario el movimiento no se genera por un medio externo, sino por la diferencia de densidades producto de la variación de temperatura en el fluido; se trata de convección natural.

## 1.5. Parámetros Adimensionales

Los análisis en mecánica de fluidos son muy complicados porque se basan en relaciones matemáticas que se han obtenido tanto analítica como experimentalmente, en consecuencia dependen de muchas variables que se relacionan entre sí. Para poder simplificar las ecuaciones, usualmente se vuelven adimensionales mediante un poco de álgebra; lo que permite agrupar las variables que rigen el fenómeno en parámetros adimensionales.

Dejar las ecuaciones sin dimensiones las simplifica al reducir el número de variables, pero lo más importante es que nos permite expresar el problema en términos de relaciones funcionales de dichas variables, es decir, nos ayuda a entender como se relacionan las variables en una ecuación y que relevancia tiene cada una, permitiéndonos entender mejor la física del problema.

Además, el uso de números adimensionales es fundamental en la generación de experimentos, prototipos y modelos que pueden ser recreados por cualquiera sin importar las dimensiones, pues lo que se tiene que satisfacer son relaciones.

Después de las investigaciones que se han hecho a lo largo de los años acerca de los intercambiadores de calor, se han determinado los números adimensionales más importantes a tomar en cuenta, dichos parámetros serán revisados a continuación.

### 1.5.1. Número de Nusselt

Es un número adimensional que indica el aumento de la transferencia de calor por convección en relación con la transferencia por conducción, entre más grande sea el número de Nusselt, más eficiente es la convección y si  $Nu = 1$  se tiene conducción pura. La expresión matemática del número de Nusselt es:

$$Nu = \frac{hL_C}{k} = \frac{\text{Transferencia de calor por convección}}{\text{Transferencia de calor por conducción}} \quad (1.3)$$

donde:

$Nu$  := Número de Nusselt

$h$  := Coeficiente de transferencia de calor por convección,  $[W/m^2 \cdot ^\circ C]$

$L_C$  := Longitud característica,  $[m]$

$k$  := Conductividad térmica,  $[W/m \cdot ^\circ C]$

Para geometrías de uso común, como placas planas o tuberías; se han desarrollado correlaciones empíricas en términos del número de Nusselt de la forma  $Nu = f(\text{Número de Reynolds, Número de Rayleigh, Número de Prandtl, etcétera})$ .

### 1.5.2. Número de Prandtl

Es una relación adimensional entre la disipación de cantidad de movimiento y la disipación de calor. En los metales líquidos el calor se difunde con mucha rapidez en relación con la cantidad de movimiento por lo que el número de Prandtl es muy pequeño, por el contrario; en los aceites el número de Prandtl es muy elevado debido a que la difusión la cantidad de movimiento domina sobre la difusión de calor, los casos en los que el número de Prandtl se aproxima a la unidad generalmente corresponden a los gases.

$$Pr = \frac{\mu C_P}{k} = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad molecular del calor}} \quad (1.4)$$

donde:

$Pr$  := Número de Prandtl

$\mu$  := Viscosidad dinámica,  $[Pa \cdot s]$

$C_P$  := Capacidad calorífica a presión constante,  $[J/kg \cdot K]$

$k$  := Conductividad térmica,  $[W/m \cdot K]$

### 1.5.3. Número de Reynolds

Cuando se tiene un fluido en movimiento se pueden presentar diferentes regímenes de flujo en función de las características y condiciones en las que el fluido se mueve. Factores como la velocidad, temperatura y tipo de fluido; así como la configuración geométrica, aspereza y temperatura de la superficie en contacto con el flujo pueden generar que el fluido se mueva en régimen laminar (movimiento ordenado con líneas de corriente suaves y bien definidas); en régimen turbulento (movimiento altamente desordenado con fluctuaciones en la velocidad); o en un punto intermedio donde el fluido pasa de laminar a turbulento, conocido como transición. Conocer el régimen en el que se encuentra el flujo es muy importante para escoger la estrategia más adecuada para analizar el flujo de un fluido.

Como se mencionó anteriormente, el régimen de flujo depende de muchos factores. Pero, mediante experimentos; se llegó a la conclusión de que el régimen de flujo depende principalmente de la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas del fluido, y esto es lo que se conoce como el número de Reynolds que se define como:

$$Re = \frac{VL_C}{\nu} = \frac{\rho VL_C}{\mu} = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}} \quad (1.5)$$

donde:

$\mu$  := Viscosidad dinámica,  $[Pa \cdot s]$

$\nu$  := Viscosidad cinemática,  $[m^2/s]$

$\rho$  := Densidad,  $[kg/m^3]$

$L_c$  := Longitud característica,  $[m]$

$V$  := Velocidad de la corriente,  $[m/s]$

Cuando las fuerzas de inercia, proporcionales a la velocidad y a la densidad; son dominantes, se tienen números de Reynolds grandes y por lo tanto nos encontramos en el régimen turbulento. Por el contrario, cuando el número de Reynolds es bajo; significa que

nos encontramos en régimen laminar, donde las fuerzas viscosas son significativamente grandes respecto a las de inercia y pueden suprimir las fluctuaciones del fluido.

#### 1.5.4. Importancia de la turbulencia en la transferencia de calor

A pesar de que la mayoría de flujos de interés práctico son turbulentos, la turbulencia es un fenómeno físico que no tiene una teoría bien desarrollada hasta nuestros días. Lo poco que sabemos de la turbulencia es fruto de experimentos y relaciones empíricas que se han desarrollado para situaciones muy específicas, por lo que las investigaciones en turbulencia son un campo muy activo en la actualidad.

El régimen turbulento es un estado en el que el movimiento de las partículas de fluido es caótico y se tienen fluctuaciones aleatorias y rápidas de la velocidad, estos fenómenos generan la presencia de remolinos de diferentes tamaños que dificultan el análisis de flujo, pero que también son responsables de transportar masa, cantidad de movimiento y energía, con una rapidez mayor a la que se alcanza en el régimen laminar, por lo que se tienen coeficientes de fricción, transferencia de calor y masa; más elevados.

Al transferir la energía más rápido y tener una velocidad de flujo mayor, la transferencia de calor por convección aumenta notablemente cuando se tiene un flujo en régimen turbulento, por lo que aumentar la velocidad del flujo puede ayudarnos a optimizar el diseño de un intercambiador de calor.

Pero, también tiene sus desventajas; principalmente tenemos que considerar que cuando un flujo turbulento interactúa con un sólido, se presentan fenómenos que no deseamos, como pérdidas de presión importantes y vibraciones en la estructura que pueden representar mayores gastos de energía y fatiga estructural que puede generar fallas en el equipo.

#### 1.5.5. Flujo alrededor de un tubo

Cuando una corriente de fluido se aproxima a una tubería algunas partículas chocan con la parte central de la misma y se detienen por completo en una zona que se conoce como punto de estancamiento y que se caracteriza por tener una presión muy elevada. El fluido sigue su camino rodeando el tubo, formando una capa límite que lo envuelve; si la velocidad es muy baja el fluido rodea totalmente al tubo y se vuelve a unir a 180 grados del punto de estancamiento.

Si la velocidad es mayor, el fluido que rodea al tubo no puede permanecer adherido a él, separándose en algún punto del mismo y formando una zona detrás del tubo que está libre de fluido llamada región de separación. La región de separación es un volumen

cerrado delimitado por el fluido y la superficie del tubo, donde la presión es baja y se tienen recirculación y contraflujo. Como un efecto de la separación de la capa límite, la velocidad y presión del flujo disminuyen corriente abajo, formando una región denominada estela y bajo ciertas condiciones vórtices alternados conocidos como vórtices de Von Karman (Figura 1.4).



Figura 1.4: Flujo alrededor de un tubo. En: <http://mae.ntu.edu.sg>

Para el análisis de flujo alrededor de un tubo la longitud característica es el diámetro externo  $D$  y en base a este se define el número de Reynolds. El Reynolds crítico se da alrededor de  $Re_{cr} \cong 2 \times 10^5$ ; por lo que para valores menores la capa límite se mantiene laminar, mientras que para valores más altos se vuelve turbulenta.

### 1.5.6. Flujo alrededor de un banco de tubos

El banco de tubos es uno de los componentes más utilizados para intercambiar calor entre dos fluidos; uno al interior de los tubos y el otro al exterior. Se utiliza ampliamente en la industria en equipos como calderas, condensadores, evaporadores, entre muchos otros; por lo que comprender mejor el comportamiento de este tipo de sistemas es muy importante para la ingeniería.

Cuando se mueve un fluido a través de un banco de tubos, la dinámica del flujo se ve afectada por la acción de cada tubo con el fluido, donde efectos como la separación de la capa límite y la interacción de las estelas, generan patrones de flujo y turbulencia que influyen considerablemente en la transferencia de calor, así como en el incremento de la

caída de presión (Figura 1.5). El análisis se vuelve complejo porque cada tubo influye en el flujo corriente abajo, por lo que no se puede hacer un análisis considerando a los tubos de forma individual.

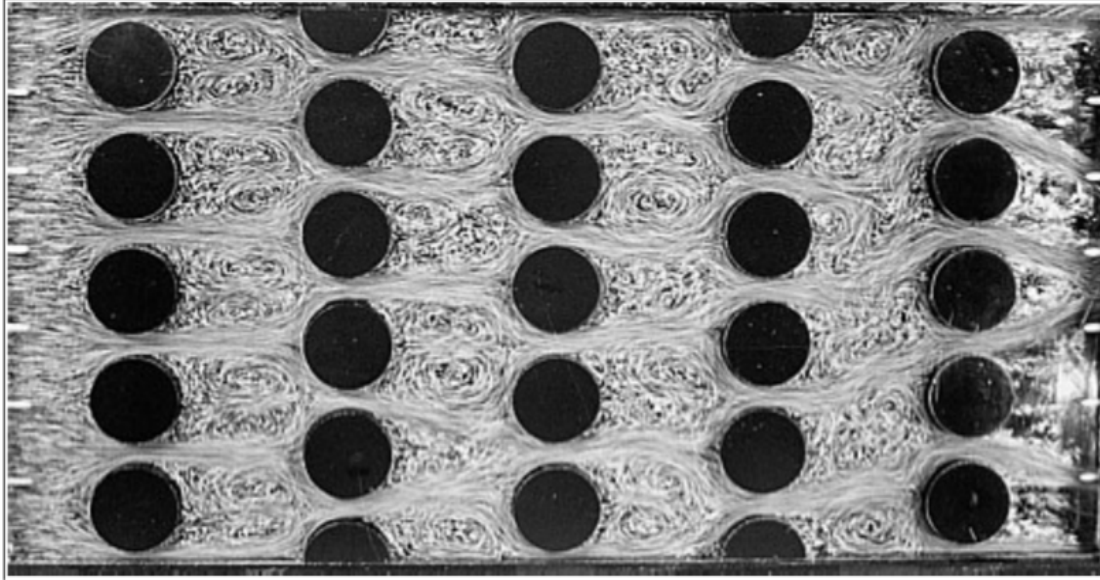


Figura 1.5: Flujo en un banco de tubos. Umeda & Yang, (1999)

Los bancos de tubos se caracterizan por su configuración, que puede ser lineal o escalonada (Figura 1.6). Además, de considerar el diámetro exterior  $D$  del tubo como la longitud característica y los pasos: transversal  $S_T$ , longitudinal  $S_L$  y diagonal  $S_D$ , medidos desde el centro de los tubos.

El flujo alrededor de un tubo de la primera fila tiene un comportamiento aproximadamente igual al de un tubo aislado en flujo externo cruzado y el coeficiente de convección asociado es menor en relación al de tubos corriente abajo. Los tubos de las filas siguientes están sometidos a los efectos de las estelas y la turbulencia generados por los tubos corriente arriba, lo que conlleva un aumento en el coeficiente de convección. Por lo tanto, el valor del coeficiente convectivo asociado a cada tubo depende de su posición en el banco. Sin embargo, después de la cuarta o quinta fila, las condiciones de flujo se estabilizan y los cambios en el coeficiente de convección dejan de ser significativos [14], [26], [27].

Cuando un flujo entra en contacto con un banco de tubos, la velocidad de aproximación  $V$ , se incrementa por la condición de continuidad al pasar por una reducción del área  $A_T$  al área  $A_1$  donde se tiene la velocidad máxima para el caso del arreglo en línea. Pero, cuando se tiene un arreglo escalonado, existe una variación adicional en el área cuando el flujo pasa por el área  $2AD$  que puede ser mayor o menor a  $A_T$  según el tamaño de los pasos  $S_T$  y  $S_L$  (Figura 1.6).

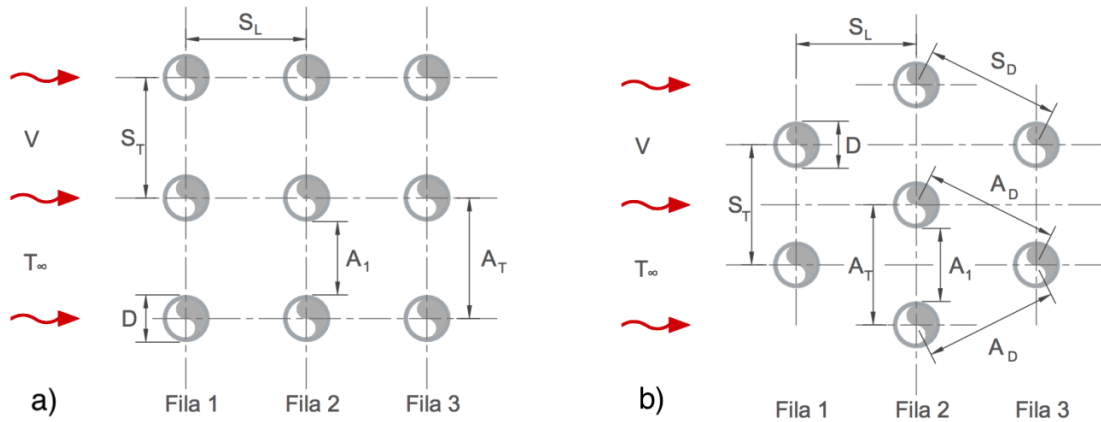


Figura 1.6: Configuración de los bancos de tubos. a) En línea; b) Escalonado

Estas variaciones en la velocidad son las responsables del aumento del coeficiente convectivo para los tubos corriente abajo, ya que al aumentar la velocidad se incrementa también la turbulencia, que como ya vimos favorece la transferencia de calor. Pero existe un límite, cuando la relación  $S_T/S_L$  se vuelve muy pequeña el flujo se mueve en bandas entre los tubos y el área de contacto entre el tubo y el flujo se reduce, por lo que el coeficiente de convección también decrece.

Experimentalmente se ha encontrado que mantener la relación  $S_T/S_L$  mayor a 0,7 es lo más conveniente [14]. Además de que la trayectoria del fluido sobre un arreglo escalonado es más complicada y se tiene más contacto con los tubos por lo que la transferencia de calor es mejor en una configuración escalonada que en una en línea.

## 1.6. Tubos aletados

Como se mencionó anteriormente la transferencia de calor entre un sólido y un fluido en movimiento se da por convección y es proporcional a una diferencia de temperatura  $\Delta T$ , al coeficiente convectivo  $h$  y a la superficie de contacto  $A_S$ . Generalmente la diferencia de temperatura es un valor que se mantiene fijo debido a las condiciones de operación de los equipos, mientras que la variación del coeficiente convectivo es muy compleja debido a todos los parámetros que involucra; por lo que aumentar el área de la superficie de transferencia de calor  $A_S$  es a menudo la mejor opción para conseguir un aumento en la transferencia de calor.

Es por lo anterior que el tubo aletado es un componente ampliamente usado en la industria. Se trata de un tubo al que se le han agregado placas metálicas de forma radial



o longitudinal que reciben el nombre de aletas. La función de las aletas es aumentar la superficie disponible para la transferencia de calor, con lo que según el fabricante [23]; se tiene un aumento en la transferencia de calor de 9 a 10 veces respecto a una tubería sin aletas.

En un tubo aletado la transferencia de calor se da por conducción del tubo a la base de la aleta, el calor se distribuye por toda la aleta también por conducción, para finalmente transferir el calor por convección desde la aleta al fluido en movimiento. Por lo tanto, es necesario que la aleta este constituida por un material con una conductividad térmica muy elevada (típicamente se usa aluminio o cobre); con el fin de que la temperatura en toda la aleta sea lo más cercana posible a la del tubo y tener la mayor diferencia de temperatura posible.

Idealmente la conductividad  $k$  es constante y el coeficiente convectivo  $h$  es uniforme en toda la aleta; pero en la realidad no sucede así. El tipo de unión de la aleta con el tubo y la resistencia térmica del material del que está hecha, genera que la temperatura sea mayor en el tubo y en la base de la aleta, que la temperatura que se tiene en la punta de la misma, por lo que la diferencia de temperatura entre la superficie sólida y el fluido es mayor en la base que en la punta de la aleta. Por otro lado, el flujo en la base es menor que en la punta debido a que en la base las superficies solidas obstaculizan el movimiento del flujo, haciendo que el coeficiente convectivo sea menor en la base que es justo donde se tiene la mayor diferencia de temperatura.

Otro factor a considerar es la turbulencia del flujo, anteriormente se mencionó que la turbulencia aumenta la transferencia de calor; pero dependiendo del arreglo y tipo de aleta, la turbulencia de un flujo a través de un banco de tubos aletados puede disminuir, lo que reduciría la transferencia de calor. Por lo tanto, se debe analizar cuidadosamente cuando se requiere hacer uso de tubería de este tipo, porque en ciertas circunstancias puede no ser conveniente en relación a su costo o incluso puede disminuir la cantidad de calor transferido.

## 1.7. Tipos de aletas

El uso de aletas para la transferencia de calor no se limita a bancos de tubos, existen dispositivos aletados para la transferencia de calor en aparatos electrónicos e incluso hay animales que usan aletas como sistema de control de temperatura corporal, por lo que existe una gran variedad de aletas. En el caso de la tubería aletada se puede clasificar en dos grandes grupos por su configuración geométrica o por el tipo de unión.

### 1.7.1. Aletas rectangulares

En esta configuración los tubos pasan a través de grandes placas de forma rectangular, por lo que una sola aleta puede tener contacto con varios tubos del banco, en algunos casos el tubo puede ser elíptico de mayor diámetro [19] (Figura 1.7). Este tipo de aletas tienen un amplio rango de aplicaciones por tener una relación costo-beneficio alta; se encuentran en intercambiadores de calor compactos, radiadores, evaporadores etcétera. El flujo en este tipo de tubería aletada se conoce como “no mezclado” ya que las aletas restringen el flujo externo a moverse en la dirección perpendicular a los tubos, sin que tenga interacción en la dirección paralela a los tubos; el flujo en aletas de esta forma se ha estudiado tanto numérica como experimentalmente [24] [28].

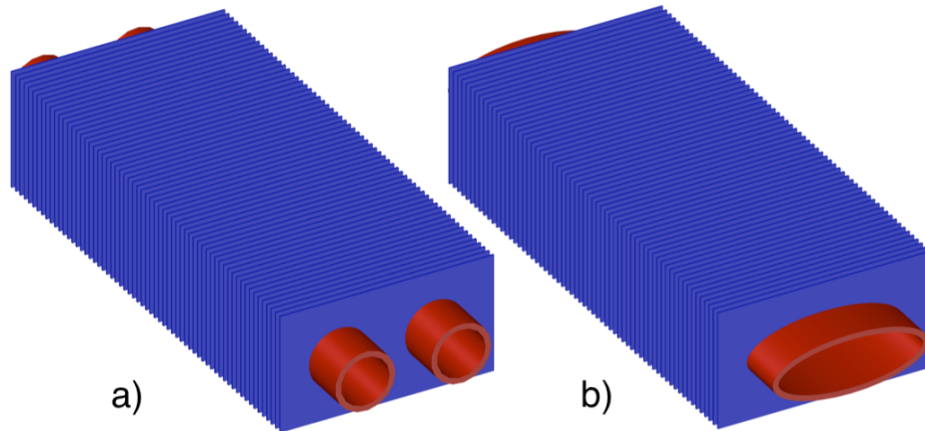


Figura 1.7: a) Tubos con aletas rectangulares. b) Tubo elíptico con aleta rectangular.

### 1.7.2. Aletas longitudinales

Son largas tiras de metal de forma rectangular o trapezoidal (algunos fabricantes usan canal en U por facilidad de construcción), que se colocan de forma paralela al tubo, ya sea por soldadura o por inserción (Figura 1.8a). Esta configuración se usa cuando los flujos que intercambian calor se mueven en forma paralela o en contraflujo. Regularmente están presentes en intercambiadores de calor de doble tubo o en calentadores de fluidos viscosos donde el flujo generalmente es laminar. Según el fabricante, la superficie de intercambio de calor se incrementa de 5 a 12 veces [29], el flujo en este tipo de tuberías se ha estudiado en [30].

### 1.7.3. Aletas radiales bajas

Se obtienen por un proceso similar al de las aletas extruidas que se verán más adelante, pero se extruye sobre el tubo base; por lo que las aletas resultantes son cortas de alrededor de  $2[mm]$  de alto y un espesor de  $0,5[mm]$ , para no comprometer la resistencia a la presión interna en la tubería (Figura 1.8b). La superficie extra que se consigue va de 2.5 a 3.5 respecto a la del tubo liso, este proceso se realiza para una amplia gama de materiales, siendo una excepción notable la tubería de acero al carbón, ya que el costo del proceso no justifica el beneficio de las aletas bajas.

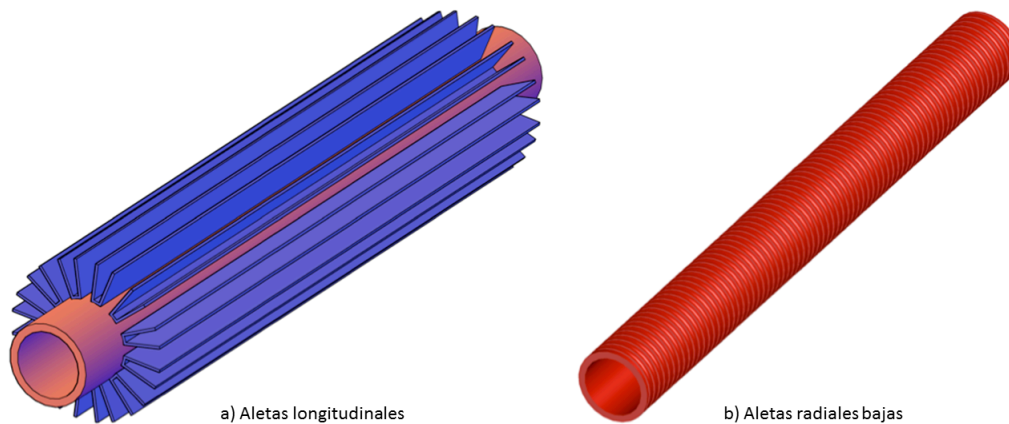


Figura 1.8: Tubos con diferentes tipos de aletas

### 1.7.4. Aletas radiales altas

#### 1.7.4.1. Aletas Wrap-on

Son el tipo de aleta con el costo de fabricación más bajo del mercado, la aleta se forma por una cinta que se enrolla a la superficie del tubo helicoidalmente por tensión (por lo que también se conoce como aleta tensionada), al enrollar la cinta se le hace un pequeño borde llamado pie, que sirve como base de contacto entre el tubo y la aleta, lo que permite la transferencia de calor y ayuda a mantener rígida la aleta para resistir la vibración del flujo.

La forma del pie de aleta puede ser en L (Figura 1.9a) que es la configuración más sencilla, LL (Figura 1.9b) donde el pie de aleta se superpone y cubre completamente el tubo base aportando resistencia a la corrosión, KL (Figura 1.9c) donde al tubo base se le hace un moleteado antes de aplicar la aleta; después de lo cual el pie de aleta se presiona

sobre el moleteado mejorando la unión aleta-tubo y por consecuencia la transferencia de calor.

Para cualquiera de las 3 configuraciones, una vez que se enrolla la cinta alrededor del tubo, se detiene con grapas o con collares en ambos extremos del tubo, este tipo de tubería puede operar en un rango de entre 150 a 300 °C.

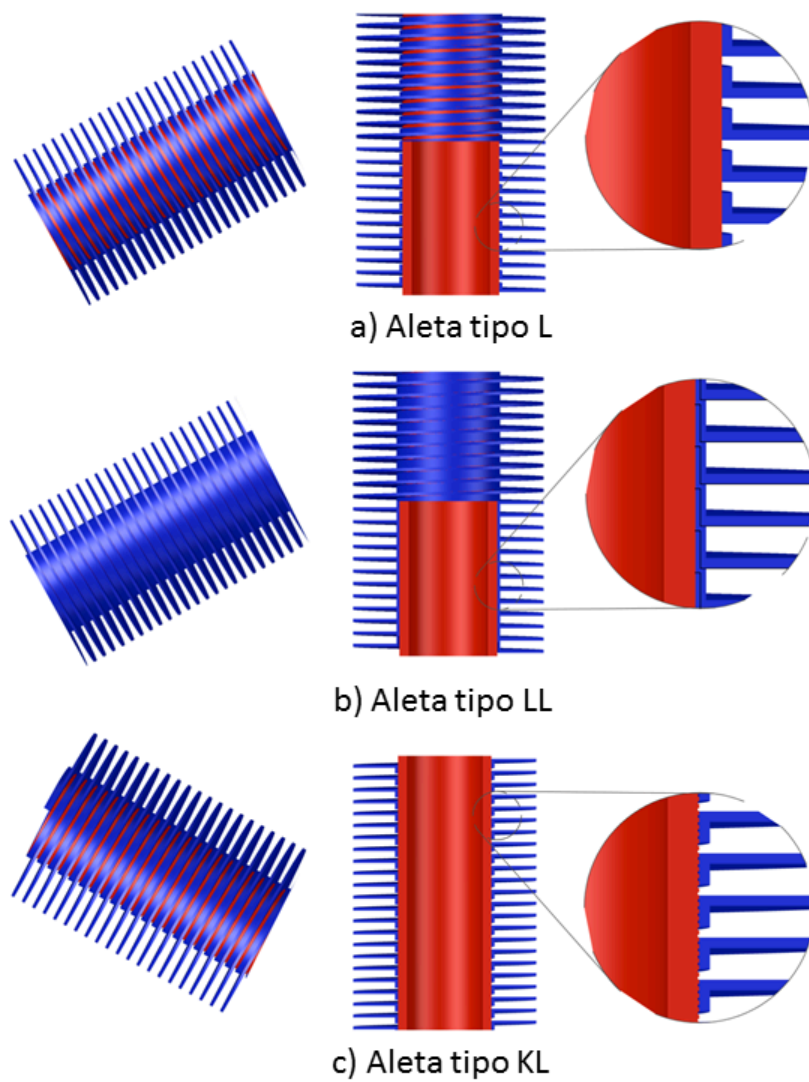


Figura 1.9: Aletas Wrap-on

#### 1.7.4.2. Aletas empotradas

También conocida como aleta tipo G (Figura 1.10a), consiste en introducir la cinta que formara la aleta en una ranura previamente hecha al tubo base, después de lo cual una maquina rola el material del tubo base contra la aleta insertada, lo que la sujeta firmemente y aumenta la transferencia de calor entre el tubo y la aleta; pero también la vuelve vulnerable ante la corrosión. Puede trabajar en temperaturas de hasta 400 °C.

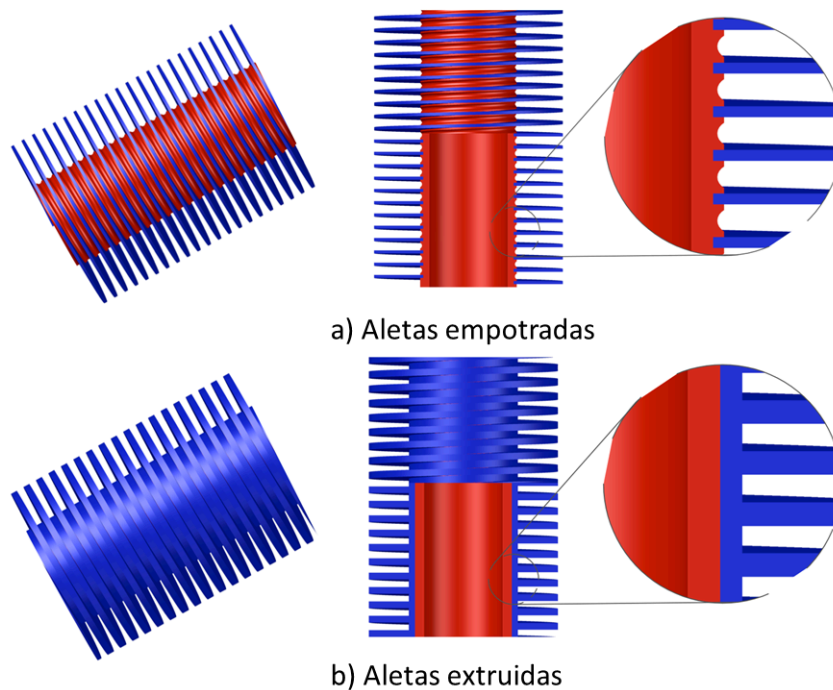


Figura 1.10: Aletas empotradas y extruidas

#### 1.7.4.3. Aletas extruidas

Es el tipo de tubería más caro que hay en el mercado, se fabrica a partir de dos tubos concéntricos de diferente material (Figura 1.10b); uno para las aletas y el otro para conducir el fluido de trabajo. Una maquina se encarga de dar forma a las aletas a partir del tubo exterior mediante el proceso de extrusión en frío, las aletas quedan en una sola pieza de forma helicoidal, con la altura y espesor deseados; además de que tener una base de espesor considerable que protege a todo el tubo conductor, lo que le da una excelente resistencia mecánica y a la corrosión, haciéndolos más duraderos y asegurando un máximo intercambio de calor. Trabajan en una temperatura promedio de 350 °C y por sus características solo pueden ser hechas de aluminio.

#### 1.7.4.4. Aletas segmentadas

Son fabricadas de la misma forma que una aleta lisa común (Wrap-on) (Figura 1.11), con la diferencia de que se cortan segmentos de la cinta antes de enrollarla alrededor del tubo. A medida que la cinta dentada se coloca alrededor del tubo los segmentos se van abriendo dando como resultado aletas que asemejan espinas radiales al tubo.



Figura 1.11: Fabricación de tubo con aletas segmentadas. En: <https://vulcanfinnedtubes.com>

Cuando un flujo pasa a través de tubos aletados, puede darse el caso de que la turbulencia disminuya como resultado de forzar al fluido a moverse en una dirección específica en espacios confinados por elementos sólidos, lo que aumenta los efectos viscosos en el flujo. Sin embargo, el uso de aletas segmentadas evita este efecto al favorecer la formación de turbulencia en el flujo como consecuencia de interrumpir la capa límite, además de permitir el flujo a lo largo del eje del tubo, lo que promueve el aumento de la transferencia de calor.

Otra de las ventajas de las aletas segmentadas es que reduce el peso total del intercambiador sin sacrificar la transferencia de calor del banco de tubos, si bien es cierto que se tiene una menor área de superficial de transferencia de calor en relación a las aletas lisas; el hecho de aumentar la turbulencia compensa la diferencia de áreas.

Debido a la compleja geometría de los bancos de tubería de aleta segmentada helicoidal, estudiarlos por la vía analítica es muy difícil, por lo que las opciones más convenientes son los análisis experimentales y los análisis paramétricos como el realizado por Kawaguchi

et al. [31], [32], [33], [34] donde al estudiar el flujo en bancos de tubería helicoidal lisa y segmentada, encontró que en los bancos de tuberías de aleta segmentada el coeficiente de transferencia de calor es más grande ya que aumenta la turbulencia, mientras que la caída de presión es ligeramente mayor respecto a las aletas lisas. Por lo que se recomienda analizar en detalle el comportamiento de flujo en las aletas helicoidales segmentadas.

Son pocos los estudios de flujo sobre un banco de tubos con aletas segmentadas que se han hecho hasta hora. Sin embargo, algunas investigaciones demuestran claras ventajas al utilizar aletas segmentadas como en el trabajo experimental de Næss [35], donde estudio la transferencia de calor y la caída de presión a través de un haz de 10 tubos con aletas segmentadas. Encontró que el coeficiente de transferencia de calor es máximo cuando las áreas de flujo transversal y diagonal son iguales, que aumentar el paso de la aleta reduce la caída de presión y que variar la altura de la misma no tiene un efecto significativo.

En otro estudio Lemouedda [36], comparo el flujo en tubos con aletas segmentadas contra el flujo en tuberías con aletas sólidas o lisas. Las principales conclusiones fueron que para aletas de la misma altura se tiene un desempeño muy similar en la transferencia de calor, pero las aletas segmentadas presentan la ventaja de tener una menor área de superficial (12.3% ), por lo tanto un menor peso. Cuando las aletas tenían la misma área superficial (por lo que las aletas segmentadas eran ligeramente más altas), las aletas segmentadas se mostraron un mejor desempeño en la transferencia de calor (9%), para la misma potencia de entrada de aire.

Annop [37], estudio tanto numérica como experimentalmente el efecto que tiene el ángulo de ataque del flujo respecto al caso ideal de flujo cruzado, ya que generalmente se supone que el flujo es perfectamente perpendicular a los tubos; pero esto difícilmente ocurre en la realidad. El estudio determinó que cuando el flujo tiene un ángulo de hasta  $20^\circ$  respecto al flujo cruzado no hay un efecto significativo en el coeficiente de transferencia de calor, pero más allá de ese ángulo se tiene una caída importante en el número de Nusselt. Esto se debe a que el ángulo provoca que la interacción del flujo con los tubos aguas abajo no sea completa.

Por otro lado, Pis'mennyi et al. [38], [39], [40] estudio el patrón de flujo en aletas helicoidales segmentadas mediante visualizaciones experimentales que derivaron en la identificación de ocho zonas que explican la hidrodinámica y la transferencia de calor. Además, identificaron estructuras coherentes en la parte frontal de las aletas y el tubo asociadas al incremento del transporte de energía y de cantidad de movimiento.

En el trabajo experimental realizado por Papa [41], se analizaron los parámetros de la turbulencia y el campo de velocidades para bancos de tubos de aleta lisa y segmentada, mediante el uso de la técnica de velocimetría de láser Doppler. Las mediciones se obtuvieron para medio tubo aletado en la quinta fila del banco de tuberías y los datos obtenidos en su trabajo serán utilizados como base para la validación del código numérico aquí presentado.

Por último E. Martínez [42], analizó el flujo alrededor de un banco de tuberías con aletas helicoidales segmentadas por la vía numérica, mediante el uso de un módulo aislado para la simulación de un banco de tuberías, encontró que las dimensiones de las aletas dependen del óptimo equilibrio entre el coeficiente de transferencia de calor, la caída de presión y razones técnicas de construcción.

## 1.8. Alternativas numéricas

Dada la complejidad que representa el diseño de un intercambiador de calor es muy importante contar con herramientas que nos ayuden a comprender mejor los fenómenos más importantes en el proceso de transferir calor, como lo son la turbulencia y la hidrodinámica de los fluidos involucrados, con la finalidad de reducir el proceso de prueba y error, aportando criterios sólidos que faciliten la toma de decisiones y conduzcan a mejores diseños.

Una de las alternativas más interesantes es la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés), al resolver numéricamente las ecuaciones de mecánica de fluidos podemos comprender mejor el comportamiento de los fluidos en el intercambiador de calor, así mismo podemos someter el sistema a condiciones de operación críticas y cambiar los parámetros de diseño sin los costos y riesgos que implicaría un modelo experimental.

Es importante mencionar, que aunque la CFD ha demostrado ser una herramienta muy poderosa y que ha tenido avances significativos en tiempos recientes; es una técnica de apoyo en el diseño que complementa la parte teórica, empírica y experimental. Por lo que bajo ninguna circunstancia se deben tomar los resultados que arroje algún programa de CFD como verdad absoluta. Todos los códigos numéricos se deben someter a comparaciones con modelos experimentales diseñados para validar dichos códigos y siempre se deben analizar cuidadosamente los resultados obtenidos.

El costo de una simulación computacional son los recursos electrónicos que utiliza, mientras más complejo sea el sistema a simular, se requieren más recursos computacionales y tardara más tiempo la obtención de resultados.

Es por eso que se deben escoger las técnicas adecuadas en función de lo que se quiere analizar en un problema. En el caso de la turbulencia, existen tres grandes técnicas para la simulación computacional, cada una con beneficios y limitantes.

La forma más general de proceder en CFD es resolver directamente las ecuaciones de Navier-Stokes sin usar ningún tipo de modelo, esto nos permitiría obtener los resultados más aproximados al comportamiento del sistema analizado, pero cuando se tienen flujos complejos resulta muy caro realizar una simulación de este tipo y en la mayoría de los



casos, las computadoras con las que contamos en la actualidad, hacen que sea imposible simular algún flujo de interés práctico. Este tipo de simulación se conoce como DNS (Direct Numerical Simulation).

Las limitaciones en computación llevaron a la CFD a buscar técnicas más económicas computacionalmente hablando, una de las más interesantes es la técnica del promediado temporal de las ecuaciones de Navier-Stokes RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations), esta técnica resuelve las ecuaciones de transporte haciendo uso de valores compuestos por una parte media y una fluctuante. El detalle a tener en cuenta es que se requiere de ecuaciones extra para cerrar el sistema, a causa de los términos adicionales que se generan. Es una técnica ampliamente estudiada y utilizada en CFD, donde los resultados son buenos en general, pero cuando la turbulencia es muy grande hacer uso de valores promedio, hace que se pierda mucha información que podría ser muy importante.

Por otro lado, tenemos la simulación de grandes escalas LES (Large Eddy Simulation), donde se hace uso de un filtrado espacial de las ecuaciones de Navier-Stokes y se resuelven directamente las grandes escalas de la turbulencia, ya que en teoría son los remolinos más grandes los que transportan la mayor cantidad de energía. Los remolinos pequeños que no pasaron el filtro están relacionados con efectos disipativos y este efecto es modelado sobre las escalas más grandes.

## 1.9. Motivación

Es por todo lo anteriormente mencionado que el presente trabajo pretende contribuir con el desarrollo de mejores intercambiadores de calor, analizando el flujo alrededor de un tubo de aleta helicoidal segmentada.

Se considera un módulo en representación de un banco de tubos, debido a que analizar el flujo en un dominio pequeño es más rápido y barato computacionalmente que analizar el intercambiador de calor en su totalidad.

Para garantizar que la simulación no pierde mucha de la física involucrada en el problema, se usa una combinación de técnicas numéricas que han demostrado ser muy efectivas como son fronteras inmersas y extrapolación de la presión, para indicar al programa la presencia de cuerpos sólidos; condiciones de frontera periódicas, para simular solo una parte del arreglo ahorrando recursos computacionales sin sacrificar la física del problema y la simulación de grandes escalas (LES, Large Eddy Simulation) para modelar la turbulencia.

## Capítulo 2

# Ecuaciones de Gobierno

### 2.1. Introducción

### 2.2. Ecuaciones de Navier-Stokes

La mecánica de los fluidos se rige principalmente por la ecuación de continuidad y la ecuación de Navier-Stokes, que en un marco de referencia cartesiano  $x, y, z$  para el caso de flujo compresible se escribe de la siguiente manera[43]:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = \mathbf{S} \quad (2.1)$$

La ecuación (2.1) representa la evolución de la densidad (ecuación de continuidad), de la cantidad de movimiento (ecuación de Navier-Stokes) y de la energía total. El primer término es la variación temporal del vector  $\mathbf{U}$ , cuyas cinco componentes son las variables del flujo que serán obtenidas numéricamente y se define como:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho e \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Donde  $u_i$  es la componente de la velocidad en cada una de las direcciones espaciales y

$\rho$  es la densidad. Cabe mencionar que en la sección de resultados el vector  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$  se escribe como  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ . Además, la componente  $\rho e$  se define para un gas ideal como:

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) \quad (2.3)$$

Donde  $C_v$  es la capacidad calorífica a volumen constante;  $T$  es la temperatura del fluido y multiplicadas estas propiedades por la densidad  $\rho$  se obtiene la energía interna.

El segundo término de la ecuación (2.1) corresponde a la divergencia de los flujos  $\mathbf{F}_i$  en notación indicial, donde  $\forall i \in \{1, 2, 3\}$ , y para un fluido Newtoniano esta dado por:

$$\mathbf{F}_i = \left( \begin{array}{l} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i1} - \frac{\mu}{Re} S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i2} - \frac{\mu}{Re} S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i3} - \frac{\mu}{Re} S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i + \frac{\gamma M^2}{Re} \mu S_{ij} u_i - \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{k}{Pr Re} \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{array} \right) \begin{array}{l} \rightarrow \text{Ecuación de continuidad} \\ \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Ecuaciones de Navier-Stokes} \\ \rightarrow \text{Ecuación de la energía} \end{array} \quad (2.4)$$

En la ecuación (2.4) tenemos los números adimensionales de Reynolds ( $Re$ ), Prandtl ( $Pr$ ) y Mach ( $M$ ) obtenidos en base a dimensiones características de la simulación que serán presentadas más adelante.  $k$  es la conductividad térmica definida como  $k = \rho C_p \kappa$ , con  $\kappa$  como la difusividad térmica;  $\delta_{ij}$  es la delta Kronecker y  $S_{ij}$  es el componente divergencia del tensor deformación. Despreciando la viscosidad,  $S_{ij}$  se escribe:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta_{ij} \right) \quad (2.5)$$

La viscosidad molecular se calcula a través de la ley de Sutherland:

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}} \right) \quad (2.6)$$

Donde  $S$ ,  $T_{ref}$  y  $\mu(T_{ref})$  son propiedades del aire.

Además, tenemos la ecuación de estado del gas ideal para relacionar la presión estática  $P$ , la temperatura  $T$  y la densidad  $\rho$ :

$$p = \rho RT \quad (2.7)$$

Con  $R = C_p - C_v$ . Recordando que la relación  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  es constante y para este caso igual a 1,4. Adicionalmente,  $C_p$  y  $C_v$  son las capacidades térmicas específicas a presión y temperaturas constantes respectivamente.

Finalmente, el término del lado derecho de la igualdad en la ecuación (2.1) representa la matriz de términos fuente que para este trabajo está definida de la forma:

$$S_F = (0, f(t), 0, 0, U_b f(t)) \quad (2.8)$$

Donde la fuerza de cuerpo  $f(t)$ , que es solo función del tiempo se introduce para imponer un flujo de masa constante en la dirección de la corriente principal del flujo  $x$ ; lo que es equivalente a imponer un gradiente de presión de un flujo medio y con ello obtener numéricamente homogeneidad de flujo. Si este término fuera omitido, después de un tiempo, la velocidad de todo el fluido sería nula como consecuencia de uso de condiciones de frontera periódicas. Dicho término de forzamiento aparece en la ecuación de la energía multiplicando por la velocidad del flujo medio.

## 2.3. Modelado de la turbulencia y esquema numérico

### 2.3.1. Simulación de grandes escalas (LES, Large-Eddy Simulation)

La idea principal de la técnica LES se basa en la separación de escalas a través de un filtrado espacial de las ecuaciones de Navier-Stokes. Las escalas de la turbulencia que son afectadas por las condiciones de contorno (las grandes escalas); se resuelven directamente y las escalas más pequeñas se parametrizan mediante el uso de un modelo estadístico denominado modelo de sub-malla (subgrid-scale model). Partiendo de esta idea y reteniendo solo las grandes escalas del flujo, será posible reducir el costo computacional y al mismo tiempo seguir capturando las características deseables del flujo.

El método LES comienza con la operación de filtrado que consiste en separar una parte deseable que se conserva y una parte no deseada que se rechaza. Lo que deriva en una fracción filtrada libre de pequeñas escalas y una porción de sub-malla [43]. El filtrado comienza con la selección de la función de filtrado espacial  $G_\Delta(x)$  de tamaño  $\Delta$ . Donde el ancho de corte  $\Delta$  es el indicativo de la medida del tamaño de los remolinos que serán retenidos en los cálculos y los que serán rechazados.

Matemáticamente, la operación de filtrado corresponde a la integral de convolución de alguna cantidad  $f(x, t)$  del flujo por la función filtro  $G_\Delta(x)$  en la forma:

$$\bar{f}(x, t) = \int f(y, t) G_\Delta(x - y) dy \quad (2.9)$$

La variable original está formada por la suma de la parte filtrada  $\bar{f}$  más la parte sub-malla.

$$f = \bar{f} + f' \quad (2.10)$$

La aplicación del filtro a las ecuaciones compresibles de Navier – Stokes produce:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\mathbf{F}}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.11)$$

Con

$$\bar{\rho e} = \overline{\rho C_v T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (2.12)$$

y

$$\bar{p} = \overline{\rho R T} \quad (2.13)$$

Es conveniente para los propósitos de LES introducir un promediado de Favre  $\tilde{f}$ , definido para una variable ( $f$ ) como

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{f}} \quad (2.14)$$

Por lo que se tiene:

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_1 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_2 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_3 \\ \bar{\rho}\tilde{e} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Con lo que la energía total resuelta se escribe:

$$\bar{\rho e} = \bar{\rho}\tilde{e} = \bar{\rho}C_v\tilde{T} + \frac{1}{2}\overline{\rho(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (2.16)$$

Los flujos resueltos  $\bar{\mathbf{F}}_i$  se escriben:

$$\bar{\mathbf{F}}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \overline{\rho u_i u_1} + \bar{p}\delta_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2} + \bar{p}\delta_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3} + \bar{p}\delta_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p)u_i} - \overline{2\mu S_{ij}u_j} - k\frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Asimismo la ecuación de estado filtrada:

$$\bar{p} = \bar{\rho}R\tilde{T} \quad (2.18)$$

Dado que la ecuación de la continuidad es lineal, el filtrado no cambia, pero es importante notar que en las ecuaciones de Navier-Stokes  $\overline{\rho u_i u_j} \neq \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j$  y la primer cantidad del lado izquierdo no se calcula fácilmente, una aproximación de modelado para la diferencia entre los lados de la desigualdad es la siguiente

$$\mathcal{T}_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j \quad (2.19)$$

La ecuación (2.19) denota el tensor de esfuerzo submalla, que al ser dividida en sus partes isotrópica y desviatórica se reescribe como:

$$\mathcal{T}_{ij} = \underbrace{\mathcal{T}_{ij} - \frac{1}{3}\mathcal{T}_l\delta_{ij}}_{\tau_{ij}} + \frac{1}{3}\mathcal{T}_l\delta_{ij} \quad (2.20)$$

Al introducirla la ecuación (2.20) en las ecuaciones (2.16) y (2.17). La expresión para los flujos resueltos se convierte en

$$\bar{\mathbf{F}}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1 + (\bar{p} - \frac{1}{3}\mathcal{T}_l)\delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2 + (\bar{p} - \frac{1}{3}\mathcal{T}_l)\delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3 + (\bar{p} - \frac{1}{3}\mathcal{T}_l)\delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ (\rho e + P)u_i - \overline{2\mu S_{ij}u_j} - k\frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Mientras que la ecuación para la energía se lee como:

$$\bar{\rho}\tilde{e} = \bar{\rho}C_v\tilde{T} + \frac{1}{2}\bar{\rho}(\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2) - \frac{1}{2}\mathcal{T}_l \quad (2.22)$$

En el entorno de LES  $\tau_{ij}$  es llamado el esfuerzo de submalla (subgrid-scale stress). El nombre “esfuerzo” deriva de la forma en que se trata más que por su naturaleza física.

En 1997 Comte & Lesieur propusieron una formulación elegante mediante la introducción de una macro-presión definida como:

$$\varpi = \bar{p} - \frac{1}{3}\mathcal{T}_l \quad (2.23)$$

Además, una macro-temperatura definida como:

$$\vartheta = \tilde{T} - \frac{1}{2C_v\bar{\rho}}\mathcal{T}_l \quad (2.24)$$

La ecuación filtrada de estado (2.18) puede escribirse como:

$$\varpi = \bar{\rho}R\vartheta + \frac{3\gamma - 5}{6}\mathcal{T}_l \quad (2.25)$$

La ventaja principal de esta ecuación es que podemos derivar un sistema cerrado de ecuaciones en donde la incógnita  $\mathcal{T}_l$  del tensor submalla no aparece explícitamente. Incluso, se puede demostrar que la energía total resuelta se escribe:

$$\bar{\rho}\tilde{e} = \bar{\rho}C_v\vartheta + \frac{1}{2}\bar{\rho}(\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2) \quad (2.26)$$

Además, para  $\gamma = 1,4$ , Comte & Lesieur (1997) demostraron que está totalmente justificado despreciar el segundo término del lado derecho de la ecuación (2.25), entonces podemos escribir:

$$\varpi \simeq \bar{\rho}R\vartheta \quad (2.27)$$

Esto permite que podamos calcular  $\varpi$  si conocemos  $\rho$  y  $\vartheta$ .

Ahora introducimos el vector de flujo de calor de submalla, denotado por  $\mathcal{Q}$ , con componentes:

$$\mathcal{Q}_i = -\overline{(\rho e + p) u_i} + (\bar{\rho}\tilde{e} + \varpi) \tilde{u}_i \quad (2.28)$$

Con lo que la expresión exacta para los flujos filtrados se convierte en:

$$\bar{\mathbf{F}}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \overline{\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1} + \varpi\delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2} + \varpi\delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3} + \varpi\delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ (\bar{\rho}\tilde{e} + \varpi) \tilde{u}_i - \mathcal{Q}_i - \overline{2\mu S_{ij}u_j} - k\frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

### 2.3.1.1. Modelo de sub-malla (Sub-Grid Scale)

El sistema anteriormente descrito se puede cerrar con el uso de los modelos submalla comunes basados en una viscosidad turbulenta, definidos como:

$$\tau_{ij} \simeq \bar{\rho}\nu_t\tilde{S}_{ij} \quad (2.30)$$

$$\mathcal{Q}_i \simeq \bar{\rho}C_p\frac{\nu_t}{Pr_t}\frac{\partial\vartheta}{\partial x_i} \quad (2.31)$$

Los términos restantes no calculables son el difusivo y el de viscosidad molecular, que se pueden considerar de menor importancia cuando el número de Reynolds es suficientemente grande. Por lo que simplemente reemplazamos (2.29) por:



$$\bar{\mathbf{F}}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1 + \varpi\delta_{i1} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i1} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2 + \varpi\delta_{i2} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i2} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3 + \varpi\delta_{i3} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i3} \\ (\bar{\rho}\tilde{e} + \varpi)\tilde{u}_i - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{ij}\tilde{u}_j - [\bar{k} + \bar{\rho}C_p\nu_t/Pr_t]\partial\vartheta/\partial x_i \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

En donde  $\mu$  y  $k$  están ligadas a  $\vartheta$  mediante la relación de Sutherland (2.6) y el número de Prandtl molecular  $Pr = C_p\bar{\mu}(\vartheta)/\bar{k}(\vartheta) = 0,7$ .

Nótese que uno de los aspectos importantes de esta formulación es que el sistema LES se puede deducirse fácilmente de las ecuaciones compresibles de Navier-Stokes originales aplicando los siguientes cambios.

$$u_i \rightarrow \tilde{u}_i, \quad \rho \rightarrow \bar{\rho}, \quad T \rightarrow \vartheta, \quad p \rightarrow \varpi, \quad e \rightarrow \tilde{e}, \quad \mu \rightarrow \bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t, \quad k \rightarrow \bar{k} + \bar{\rho}C_p\frac{\nu_t}{Pr_t}.$$

Esto permite que el código numérico sea fácil de usar tanto para DNS como para LES sin modificaciones severas.

Las expresiones para la viscosidad turbulenta  $\nu_t$  y el Prandtl turbulento  $Pr_t$  utilizadas en las siguientes simulaciones compresibles corresponden a los modelos incompresibles descritos en Métails y Lesieur (1996), la única diferencia es que aquí se utiliza un promedio de Favre, antes descrito. Nuestro modelo de submalla es el modelo de función estructurada selectiva, propuesto por David (1993) [46], la viscosidad local del remolino  $\nu_t(x, t)$ , esta dada por:

$$\nu_t(x, \Delta, t) = C_{ssf}\Delta\sqrt{\tilde{F}_2(x, \Delta, t)} \quad (2.33)$$

Donde  $C_{ssf}$  puede ser expresado como función de la constante de Kolmogorov  $C_K$ :  $C_{ssf} = f(C_K^{-\frac{3}{2}})$ .  $C_{ssf}$  toma el valor de 0,104 para  $C_K = 1,4$ .  $\Delta$  se toma igual a  $(\Delta x\Delta y\Delta z)^{\frac{1}{3}}$ , donde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$ , son los tamaños de la malla locales en las tres direcciones espaciales.

$\tilde{F}_2(x, \Delta, t)$  es la función de estructura de segundo orden de la velocidad construida con el campo  $\tilde{\mathbf{u}}$ .  $\tilde{F}_2$  es calculado en el punto  $x$  con un promedio estadístico local de las diferencias de la velocidad de cuatro de los seis puntos más cercanos que rodean al punto  $x$  en la malla computacional. La interpolación se basó sobre la ley de  $\frac{2}{3}$  de Kolmogorov que se usa para la función estructura de la velocidad.

Según lo propuesto por David (1993) [46], la viscosidad turbulenta se apaga cuando la turbulencia no es lo suficientemente tridimensional. El criterio para tres dimensiones es definido como sigue: considérese en un momento dado que el ángulo entre el vector de vorticidad en un punto dado de la malla y su medio aritmético de los seis puntos vecinos más cercanos. La viscosidad turbulenta se cancela en los puntos donde este ángulo es más pequeño que  $20^\circ$ . Finalmente, el número de Prandtl turbulento se toma igual a 0,6, con lo que cierra la ecuación de la energía.

### 2.3.2. Ecuaciones en coordenadas generalizadas

El código numérico usa coordenadas generalizadas. La adaptación a coordenadas generalizadas se hace con la introducción de una matriz Jacobiana, que transforma una geometría compleja de malla no uniforme en un sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$ , dentro de una geometría ortogonal simple con malla uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  de Fletcher (1998) donde las ecuaciones se pueden resolver más fácilmente. Para este trabajo, simplemente consiste en una transformación de una malla no uniforme en el espacio físico  $(x, y, z)$  dentro de una malla uniforme en el espacio computacional  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . Cada término en la matriz Jacobiana inversa  $(\mathbf{J}^{-1})$  se expresa como función analítica de las medidas  $\partial x_i / \partial \xi_j$ . Las medidas son introducidas y calculadas por el esquema interno de primer orden, en consecuencia; la matriz  $(\mathbf{J})$  se calcula directamente de  $(\mathbf{J}^{-1})$ .

La ecuación (2.1) o la ecuación LES (2.11) se pueden reescribir como:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial \xi_3} = \mathbf{S} \quad (2.34)$$

Con

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{U}} &= \mathbf{U}/\mathbf{J}, \\ \hat{\mathbf{F}} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{\mathbf{G}} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{\mathbf{H}} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{\mathbf{S}} &= \frac{1}{J} \mathbf{S}. \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

$J$  es el determinante de la matriz ( $\mathbf{J}$ ) y  $\mathbf{U}$  es función de las coordenadas cartesianas y del tiempo.

### 2.3.3. Esquema numérico

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del esquema explícito completo McCormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel (1976). Note que cuando se usa  $\mathbf{U}$  tiende a ser reemplazada por  $\bar{\mathbf{U}}$  definida por la ecuación (2.15) cuando es considerada la técnica LES. El esquema numérico es un predictor – corrector en una dimensión definido por:

Predictor

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6}\lambda \left( -f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t)S_j^{(n)}, \quad (2.36)$$

Corrector

$$U_j^{(n+1)} = \frac{1}{2} \left( U_j^{(n)} + (U_j)^{(1)} \right) + \frac{1}{12}\lambda \left( 7f_{j-2}^{(1)} - 8f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(1)} \right) + \frac{1}{2}(\delta t)S_j^{(1)}. \quad (2.37)$$

Los índices  $(n)$ ,  $(n + 1)$  y  $(1)$  representan respectivamente los valores de la función para el tiempo  $t$ , tiempo  $t + \delta t$  y al paso sub-tiempo. Obsérvese que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor adelantado (*upwind*), y un corrector atrasado (*downwind*). Como se especifica arriba el esquema resultante es de cuarto orden en el espacio. La formulación generalizada en tres dimensiones se escribe:

Predictor

$$\begin{aligned} U_{i,j,k}^1 = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P & \left[ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \right. \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \\ & \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (2.38)$$

Corrector

$$\begin{aligned}
U_{i,j,k}^{n+1} = & \frac{1}{2} [U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] - \frac{1}{2} J_{i,j,k}^C \left[ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1) \right] \right. \\
& + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1) \right] \\
& \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1) \right] \right] \quad (2.39)
\end{aligned}$$

### 2.3.4. Criterio Q

El movimiento de un fluido se describe matemáticamente mediante el tensor gradiente de velocidad  $\bar{D}$  que se define como  $D_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ , al tratarse de un tensor de segundo orden es posible descomponerlo en dos partes, una simétrica y una anti simétrica; físicamente significa descomponer el movimiento de un fluido en deformación y rotación.

La parte simétrica del tensor gradiente velocidad, es el tensor rapidez de deformación  $S$ , que se escribe de la siguiente manera:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad (2.40)$$

Por otro lado, la parte anti simétrica del tensor gradiente de velocidad correspondiente a la rotación, es el tensor de vorticidad  $\Omega$  que se escribe así:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad (2.41)$$

La ecuación característica de  $D_{ij}$  se define como:

$$\lambda^3 + P\lambda^2 + Q\lambda + R = 0 \quad (2.42)$$

Donde  $P$ ,  $Q$  y  $R$  son los tres invariantes del tensor gradiente de velocidad, que se expresan como:

$$P = -tr(D) = -S_{ij} \quad (2.43)$$

$$Q = \frac{1}{2} (P^2 - \text{tr}(D)) = \frac{1}{2} \|\Omega\|^2 - \|S\|^2 \quad (2.44)$$

$$R = -\det(D) \quad (2.45)$$

Debido a que el movimiento del fluido puede descomponerse en deformación y rotación es importante conocer cuál es el movimiento dominante en un flujo. Una manera de hacer esto es escoger el segundo invariante de la ecuación (2.42), que se conoce como el criterio  $Q$  y que representa el equilibrio local entre el esfuerzo cortante y la magnitud de la vorticidad. Si definimos a los vórtices como áreas donde la magnitud de la vorticidad es mayor que la magnitud de la velocidad de deformación, podemos asociar valores positivos de  $Q$  al relativo dominio del componente rotacional sobre el componente de deformación de un fluido.

## Capítulo 3

# Detalles numéricos

### 3.1. Fronteras inmersas

En las simulaciones numéricas, es común tener que tratar con geometrías complejas dentro de una malla computacional. Típicamente este problema es manejado mediante el uso de métodos de elemento o de volumen finito, que funcionan muy bien cuando se llevan a cabo simulaciones para sólidos, pues no se tienen grandes deformaciones y la malla se puede ajustar a los cuerpos y regenerarse sin dificultad. Sin embargo, en las simulaciones numéricas de fluidos el uso de estas técnicas numéricas implicaría utilizar esquemas altamente disipativos y/o de bajo orden para realizar la simulación de manera adecuada; lo que aumenta significativamente el tiempo de cálculo y el gasto de recursos computacionales.

Un enfoque distinto consiste en representar el sólido con un cuerpo inmerso en una malla cartesiana simple, en la que las ecuaciones se resuelven usando esquemas de alto orden basados en diferencias finitas. Lo anterior se conoce como el método de las fronteras inmersas y tiene muchas ventajas en simulaciones de flujos con fronteras en movimiento o con cambios topológicos como pueden ser las superficies libres; además de flujos que interactúan con cuerpos que tienen geometrías complejas como es el caso de este trabajo.

En el método de las fronteras inmersas, un cuerpo sólido que se encuentra dentro de una malla computacional se crea mediante la imposición de condiciones duras a las celdas que se encuentran dentro del sólido; esto significa que la velocidad se mantiene siempre nula y la temperatura igual a un valor de referencia (Figura 3.1). La velocidad y la temperatura en los puntos fantasma se interpolan a partir de los valores de sus vecinos más cercanos. Este procedimiento evita el comportamiento escalonado cerca de las paredes (Figura 3.1), (el procedimiento completo se puede ver en Salinas et al. [44]). En flujos compresibles, la

acústica debe tratarse correctamente para evitar el reflejo o la creación de ondas espurias.

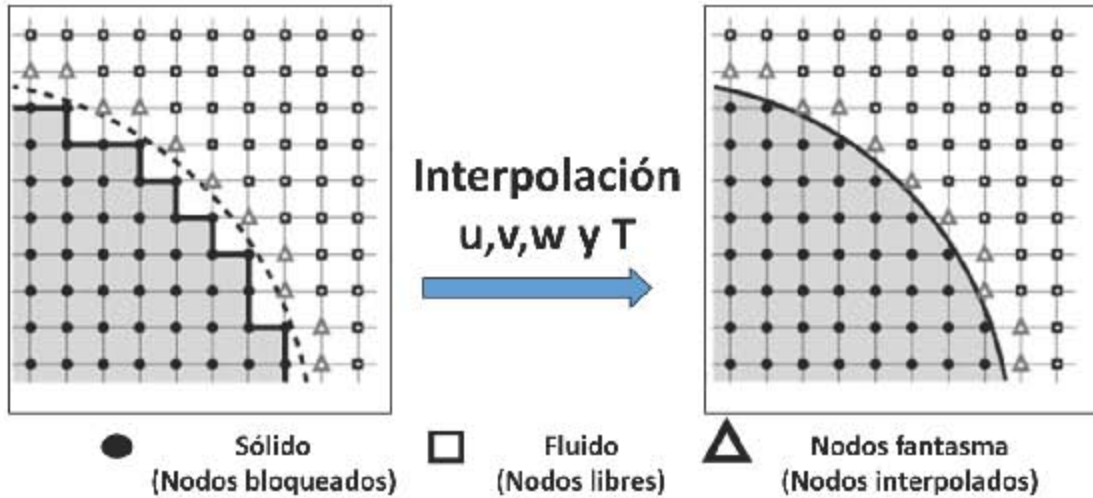


Figura 3.1: Interpolación de la pared del cuerpo sólido

## 3.2. Método Level Set

La geometría del banco de tubos alejados segmentados utilizada para las simulaciones numéricas de este trabajo fue generada con el uso de software CAD (archivo tipo .stl), debido a su complejidad y una vez que la geometría se agrega a la simulación es interpretada como un campo level set.

El método Level Set [47], es ampliamente utilizado para modelar el movimiento de superficies que evolucionan con el tiempo y es un procedimiento numérico capaz de tratar con problemas tanto estáticos como dinámicos. Es debido a estas características que es una técnica ampliamente utilizada en la simulación de flujos con superficie libre [48][49][50]. El método utiliza una función  $\phi$  que cumple con ciertas características que permiten capturar la evolución en el tiempo de curvas o superficies y que es conocida como la función Level Set.

$$\phi = (\bar{x}(t), t) \quad (3.1)$$

En el caso de un flujo bifásico la función Level Set es una función definida en ambos fluidos pero con signo opuesto en cada uno, siendo positivo en un fluido y negativo en el otro; de manera que la región de un fluido está definida por  $\phi(x) > 0$ , mientras que en el

otro fluido se cumple que  $\phi(x) < 0$ . Por lo tanto la interfase está implícitamente definida por el conjunto de puntos donde  $\phi(x) = 0$ .

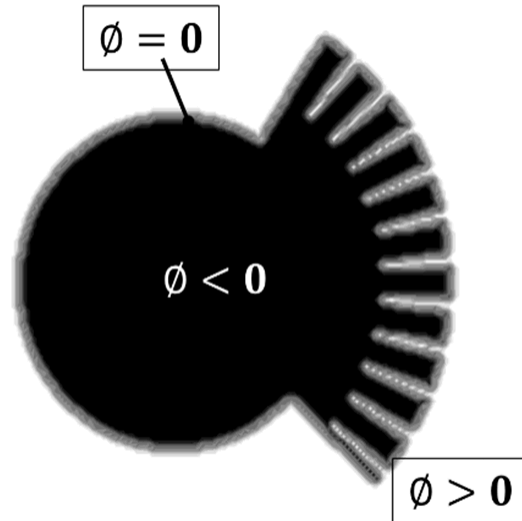


Figura 3.2: La pared del sólido es definida por el nivel cero de la función Level-Set, los valores positivos de la función corresponden al fluido y los negativos al sólido.

De manera similar, una superficie sólida puede obtenerse con buena precisión en el nivel cero de la función Level Set (3.1), considerando valores positivos para la parte del dominio computacional correspondiente a fluido, mientras que en el sólido la función toma valores negativos (Figura 3.2). En el caso de este trabajo, la función Level Set solo depende del espacio y no del tiempo; cumpliendo con las siguientes características:

$$\begin{aligned}
 \phi = (\bar{x}) < 0 & \text{ en Sólido} \\
 \phi = (\bar{x}) = 0 & \text{ en Frontera} \\
 \phi = (\bar{x}) > 0 & \text{ en Líquido}
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

Un aspecto muy importante es el manejo de las variables de flujo en la zona donde se da la interacción del sólido con el fluido. Con el proceso anterior no se tienen problemas en las celdas que están completamente definidas, es decir, celdas formadas por nodos que están completamente en el fluido o completamente en el sólido. Sin embargo, existen celdas que no están completamente definidas, debido a que se encuentran en la frontera entre el cuerpo rígido y el fluido (puntos fantasma), que necesitan un tratamiento especial para evitar problemas de estabilidad en el cálculo.



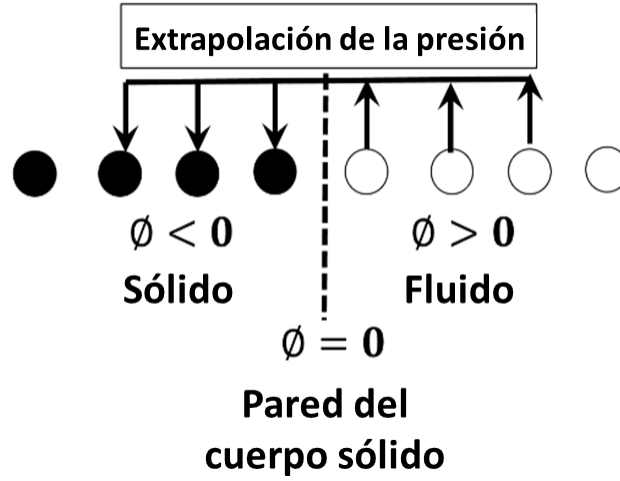


Figura 3.3: Tratamiento de la presión en la frontera sólido-fluido

En el caso de este trabajo, las variables que se impusieron como condición dura al sólido es decir la velocidad y la temperatura son interpoladas del sólido al líquido (Figura 3.1). Mientras que la presión es extrapolada desde el fluido al sólido (Figura 3.3), permitiendo un gradiente de presión nulo en cualquier pared, mediante la ecuación de advección:

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} + \vec{n} \cdot \vec{\nabla} p = 0 \quad (3.3)$$

Donde  $\vec{n}$  es el vector unitario normal a cada punto de la malla definido para función level set como:

$$\vec{n} = \frac{\vec{\nabla} \phi}{|\vec{\nabla} \phi|} \quad (3.4)$$

Además  $\tau$  en (3.3), no es el tiempo físico sino una variable que es función de la malla ( $\tau \propto \min(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ ).

Se debe prestar mucha importancia al signo elegido en las ecuaciones de manera que la presión se propague desde el fluido ( $\phi+$ ) al sólido ( $\phi-$ ). La ecuación (3.3) es resuelta con un esquema Runge-Kutta TVD (Total Variation Diminishing) de tercer orden para el tiempo y un esquema WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) de quinto orden para la discretización espacial [51]. El procedimiento de extrapolación se realiza en cada paso de tiempo físico,  $t$  (2.1).

## Capítulo 4

# Configuración de la simulación

### 4.1. Dominio computacional

Las simulaciones numéricas fueron realizadas en el dominio computacional que se muestra en la Figura 4.1, consta de un rectángulo con dimensiones  $2,228 D_0 \times 1,286 D_0 \times 0,22 D_0$  en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ; respectivamente. Dichas dimensiones fueron seleccionadas para adaptarse a las utilizadas en los análisis numéricos de Martínez [18],[21], así como en el caso experimental de Papa [41]; trabajos que se tomaran como punto de comparación para la validación del código numérico utilizado en esta tesis.

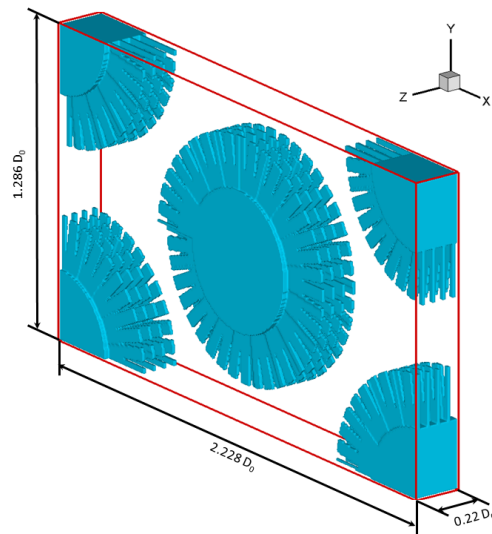


Figura 4.1: Dominio computacional

Al centro del rectángulo se encuentra el cuerpo sólido que representa un tubo con aletas helicoidales segmentadas; la unidad característica base es el diámetro de las aletas (Figura 4.2). En las esquinas del rectángulo se tienen tubos seccionados para completar el volumen a simular, cada sección es el equivalente a un cuarto del tubo central, de manera que todo el rectángulo representa una porción de un banco de tubos más allá de la quinta fila y alejada de los límites del mismo. Las dimensiones que describen en su totalidad la configuración del dominio computacional se encuentran en la tabla (4.1):.

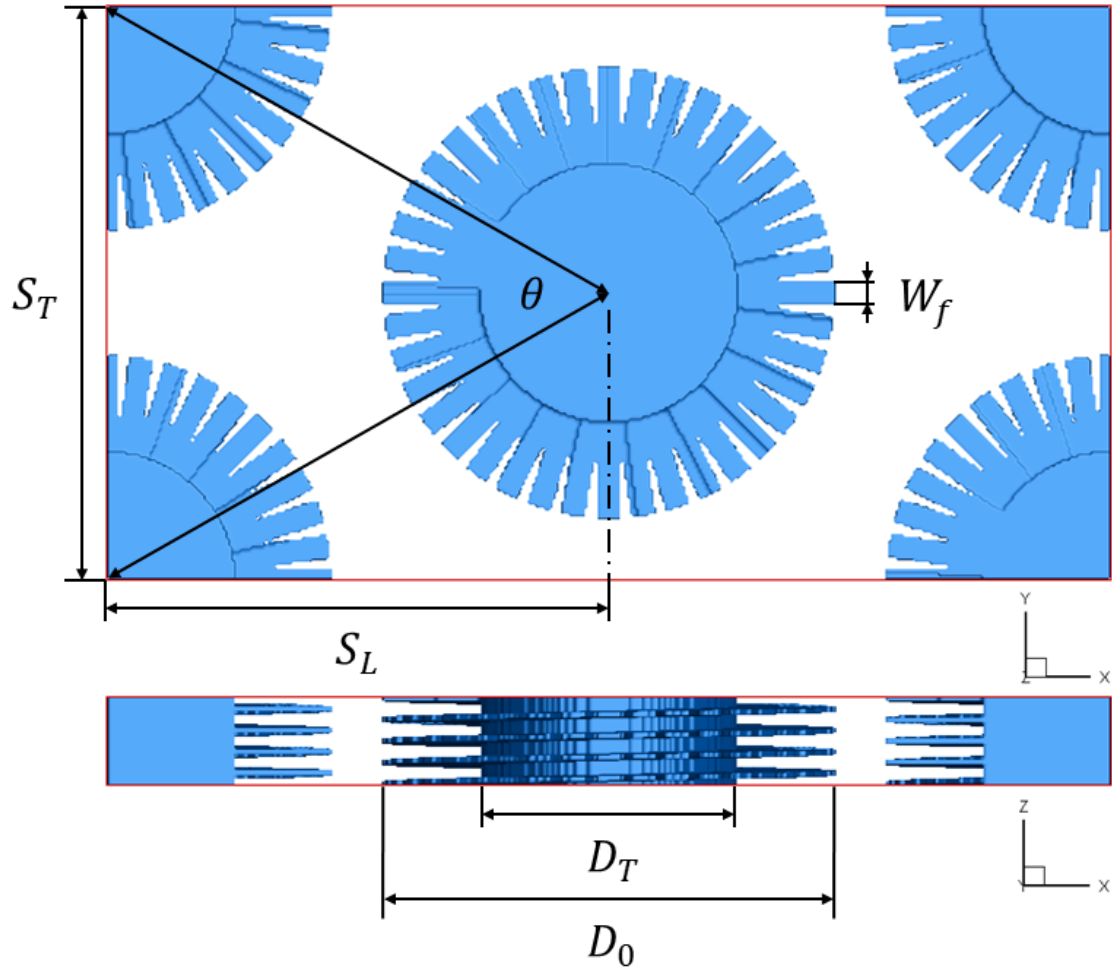


Figura 4.2: Dimensiones del dominio computacional

La resolución de las simulaciones es de 371 nodos en la dirección  $x$ , 213 nodos en la dirección  $y$ , 80 nodos en  $z$ ; para un total de 6 321 840 nodos. Dicha resolución fue obtenida después de un estudio de independencia de la malla, donde resultó ser el balance óptimo entre resolución y calidad de resultados. Cada simulación de 10 tiempos adimensionales con las características mencionadas anteriormente toma un promedio de 11.5 días en un servidor Integrity HP4046.

Tabla 4.1: Dimensiones del dominio computacional

Parámetros Geométricos		Parámetros Numéricos	
$S_T/D_0$	1.286	$L_x/D_0$	2.228
$S_L/D_0$	1.114	$L_y/D_0$	1.286
$D_T/D_0$	0.551	$L_z/D_0$	0.22
$S_f/D_0$	0.034	nx	371
$W_f/D_0$	0.054	ny	213
$\theta$	60°	nz	80

## 4.2. Condiciones iniciales

Para las variables termodinámicas de temperatura y presión (o densidad), se impuso como condición inicial para la simulación un valor constante e igual a valores de referencia  $T_0$  y  $P_0$  que corresponden a las condiciones atmosféricas. Las velocidades en las direcciones  $y$  y  $z$  son nulas ( $V_0 = 0, W_0 = 0$ ), mientras que en la dirección del flujo  $x$ , la velocidad inicial es igual al valor de referencia  $U_0 = U_b$ , que es la velocidad de flujo en el dominio.

El número de Reynolds ( $Re = U_b D_0 \rho_0 / \mu(T_0)$ ) con las características de la simulación es  $Re = 16890$ , que es muy similar al utilizado por Martínez [18],[21] que fue calculado en base al diámetro del tubo ( $D_T$ ) y no de las aletas ( $D_0$ ).

## 4.3. Condiciones de frontera

Como se mencionó previamente, el comportamiento del flujo a través de un intercambiador de calor se puede dividir en tres zonas diferentes. La primera fila, donde se tiene un comportamiento muy aproximado al correspondiente a un tubo aislado en flujo cruzado. Una zona de transición donde los tubos aguas abajo sienten los efectos de las estelas de los tubos aguas arriba, que modifican el flujo de manera importante en cada fila del banco de tubos. Y finalmente una zona donde las condiciones de flujo se estabilizan, de manera que los cambios en las características del flujo para las filas siguientes ya no son significativos. Esta última zona de estabilidad se ubica generalmente después de la cuarta o quinta fila banco de tubos [14], [26], [27] y es donde se llevan a cabo las mediciones experimentales, para hacer un análisis apropiado del flujo.

Las simulaciones realizadas en este trabajo son representaciones numéricas de la zona donde el flujo se estabiliza, por lo que las regiones correspondientes a la primera fila de

tubos, así como la zona de transición de flujo no serán consideradas.

Lo anterior nos permite hacer uso de condiciones de frontera periódicas en las tres direcciones espaciales. Este tipo de condiciones de frontera nos permiten simular un sistema completo mediante el modelo de una parte del mismo, donde se realizan cálculos cíclicos de los planos extremos del dominio, es decir, una partícula que sale por una cara del dominio computacional entra por la cara opuesta con la misma velocidad con la que salió; lo anterior significa que numéricamente se tienen longitudes infinitas en las tres direcciones y físicamente implica que los cálculos se realizan en una región suficientemente alejada de las fronteras del intercambiador de calor, donde los efectos de estas no tienen ninguna influencia en el desarrollo del flujo.

Por lo tanto, el dominio computacional seleccionado representa la porción mínima de un banco de tubos de aletas helicoidales segmentadas. Las simulaciones se realizan en el dominio computacional resaltado en rojo, que es la porción mínima de un banco de tubos en color gris (Figura 4.3); esto nos da la ventaja de que al simular solo una fracción del banco de tubos se reduce de manera importante el costo computacional, así como los tiempos de simulación. Además de que permite que el código numérico sea más sencillo de programar y tenga una convergencia rápida.

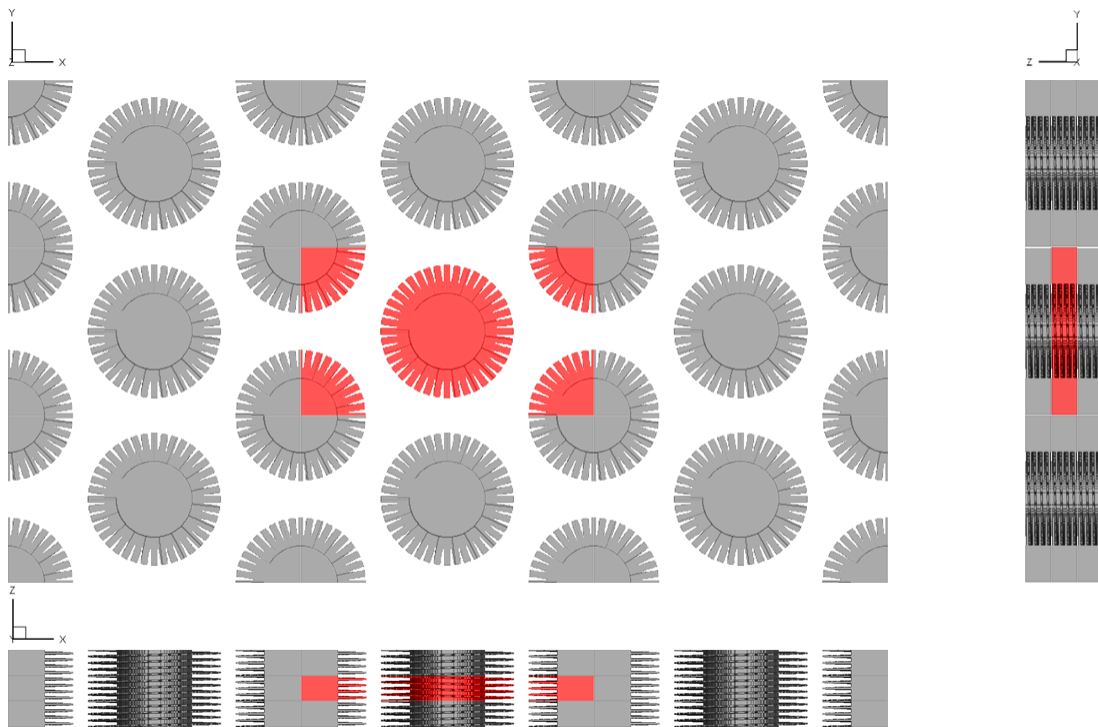


Figura 4.3: Condiciones de frontera periódicas

#### 4.4. Estado Estacionario

El análisis de resultados se realizó cuando las simulaciones alcanzaron el estado estacionario, es decir, cuando las variables que definen el comportamiento del flujo se mantienen oscilando en un pequeño intervalo de valores.

Para conocer el instante en el que las simulaciones se encuentran en estado estacionario se seleccionó una variable y se monitoreo su comportamiento. La variable seleccionada fue la norma de la vorticidad global  $|\omega|_b$  (bulk vorticity), que se define como:

$$|\omega|_b = \frac{\int \int \int \omega dx dy dz}{\int \int \int dx dy dz} \quad (4.1)$$

Donde  $\omega$  se define como:

$$\omega = \frac{1}{2} \nabla \times u = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (4.2)$$

La gráfica del comportamiento de la vorticidad global se muestra en la Figura 4.4. Se observa que a partir del tiempo adimensional 30 la vorticidad oscila en el intervalo entre 120 y 140.

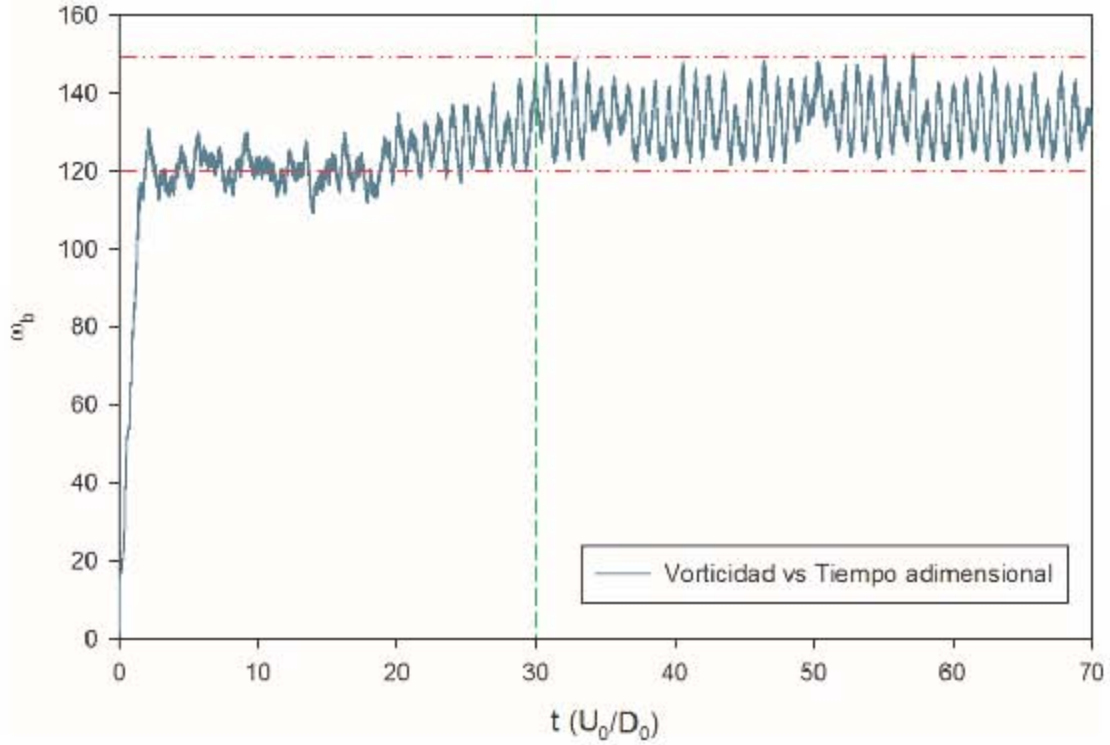


Figura 4.4: Comportamiento de la vorticidad global respecto al tiempo adimensional

## 4.5. Definición de cantidades estadísticas

Después de realizar la simulación a lo largo de un tiempo considerable se tomaron los resultados en estado estacionario y se promediaron respecto al tiempo ciertas variables de interés, definiendo así las variables medias.

De esta manera para cada cantidad  $f(\bar{x}, t)$ , se tiene una cantidad media  $F(\bar{x})$  y una fluctuante  $f'(\bar{x}, t)$ , cumpliendo con:

$$f(\bar{x}, t) = F(\bar{x}) + f'(\bar{x}, t) \quad (4.3)$$

Además, las cantidades globales (*Bulk*)  $F_b(\bar{x})$  se refieren a las cantidades medias promediadas en todo el volumen libre:

$$F_b = \frac{1}{V_{FreeTotal}} \int \int \int F(\bar{x}) \delta(\bar{x}) dx dy dz \quad (4.4)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \delta(\bar{x}) = 1 & \quad \text{Nodo libre} \\ \delta(\bar{x}) = 0 & \quad \text{Nodo bloqueado} \end{aligned}$$

Los nodos bloqueados se refieren a las zonas que corresponden al cuerpo solido y  $V_{FreeTotal}$  es el volumen libre total definido como:

$$V_{FreeTotal} = \int \int \int \delta_b(\bar{x}) dx dy dz \quad (4.5)$$

Por otro lado, el término “*rms*” (root mean square) indica que los valores fluctuantes están definidos como un valor medio cuadrático de la forma:

$$u'_{irms} = \langle u'_i u'_i \rangle^{1/2} \quad (4.6)$$

Donde  $\langle u'_i u'_i \rangle^{1/2}$  son los esfuerzos normales de Reynolds.

Para esta simulación no es posible promediar respecto al espacio en ninguna dirección debido a que no existen direcciones homogéneas como sería el caso de un tubo liso donde se puede promediar la dirección z.



# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Análisis de sensibilidad

Las simulaciones numéricas son una aproximación a la realidad y como tal siempre tendrán un porcentaje de error. En los modelos numéricos, reducir el error implica un costo en recursos computacionales y en tiempo de cálculo. Por lo que, cada que se realiza una simulación se busca el balance entre las variables mencionadas. En este trabajo, se realizó un análisis de sensibilidad para saber cómo responde el código numérico a diferentes densidades de malla con la finalidad de encontrar la malla que ofrezca el balance entre recursos computacionales, tiempo de cálculo y resultados de calidad.

Se seleccionaron tres mallas de diferentes tamaños, en la tabla 5.1 se muestran las características de cada malla y el tiempo que les tomo simular 10 tiempos adimensionales.

Tabla 5.1: Características de simulaciones con diferentes mallas. \*Tamaño de un tiempo adimensional. \*\*Tiempo de simulación de 10 tiempos adimensionales.

	Nx	Ny	Nz	Nodos Totales	Tamaño promedio *[MB]	Tiempo de cálculo **[días]
Malla 1	297	170	80	4,039,200	154.08	6.5
Malla 2	371	213	80	6,321,840	241.16	11.5
Malla 3	445	256	90	10,252,800	391.11	22

Como se puede ver en la tabla al agregar un poco más de 2 millones de nodos (de la malla 1 a la malla 2) el tiempo de cálculo casi se duplica; lo mismo sucede al aumentar cerca de 4 millones de nodos (de malla 2 a malla 3). En cuanto al costo computacional,

si bien no se aumenta al doble como el tiempo de cálculo, si se tiene un aumento muy considerable en memoria. Lo anterior demuestra la importancia de seleccionar el tamaño adecuado de la malla.

Para conocer la calidad de los resultados de cada simulación se seleccionaron tres planos diferentes del dominio computacional y se graficó la velocidad principal  $U$  correspondiente a cada malla. Los planos seleccionados se indican en el pequeño esquema de cada gráfica, en las gráficas de la Figura 5.2 y la Figura 5.3 se escogieron regiones donde se tiene la interfase sólido-fluido, por lo que son las zonas más críticas desde el punto de vista numérico, por otra parte, la gráfica de la Figura 5.1 corresponde a un área donde no se tiene la presencia del sólido, pero si se tiene una alta turbulencia.

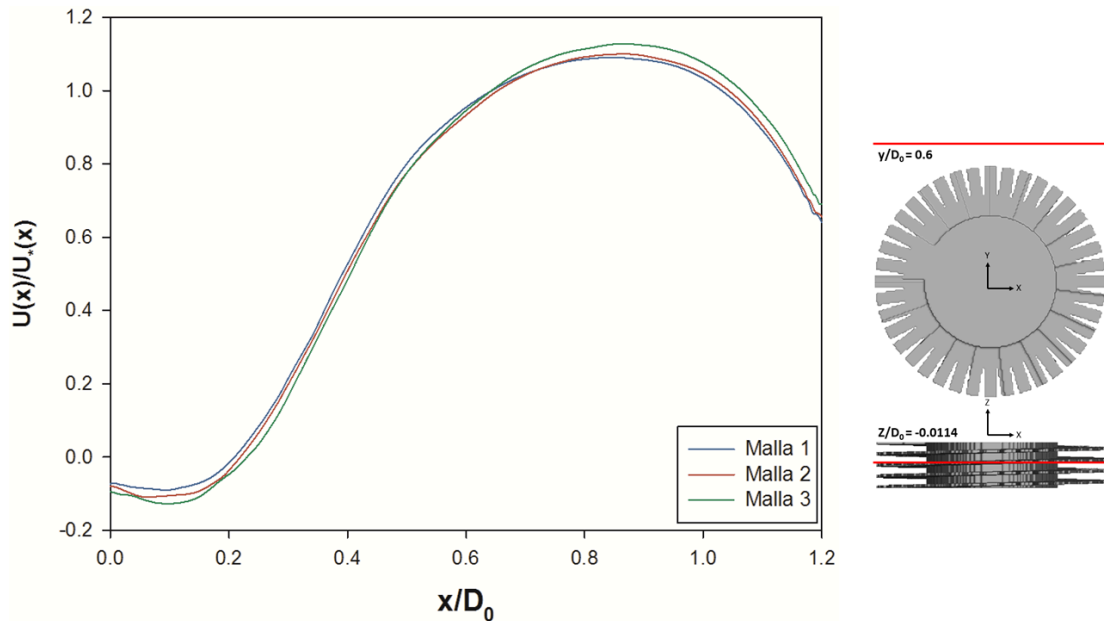


Figura 5.1: Gráfica de la velocidad media de la corriente principal fuera de las aletas

La gráfica de la Figura 5.1 correspondiente a la zona libre de cuerpo sólido, las tres mallas muestran un comportamiento muy similar, se tienen los valores absolutos más elevados en la malla 3, seguido de la malla 2 y finalmente la malla 1. No obstante, las diferencias no son tan marcadas por lo que guiados por este resultado se podría pensar que la opción más sensata por la relación resultado-costo sería usar la malla 1.

En la gráfica de la Figura 5.2 se observa que con las tres mallas la velocidad se comporta de manera muy similar al aproximarse al tubo, aunque en la zona de los segmentos de aleta donde se tienen las fluctuaciones de velocidad más marcadas; la malla 3 muestra los valores absolutos más altos seguido de la malla 2, mientras que en la malla 1, si bien se

aprecian las fluctuaciones, no son de la magnitud de las mallas anteriores.

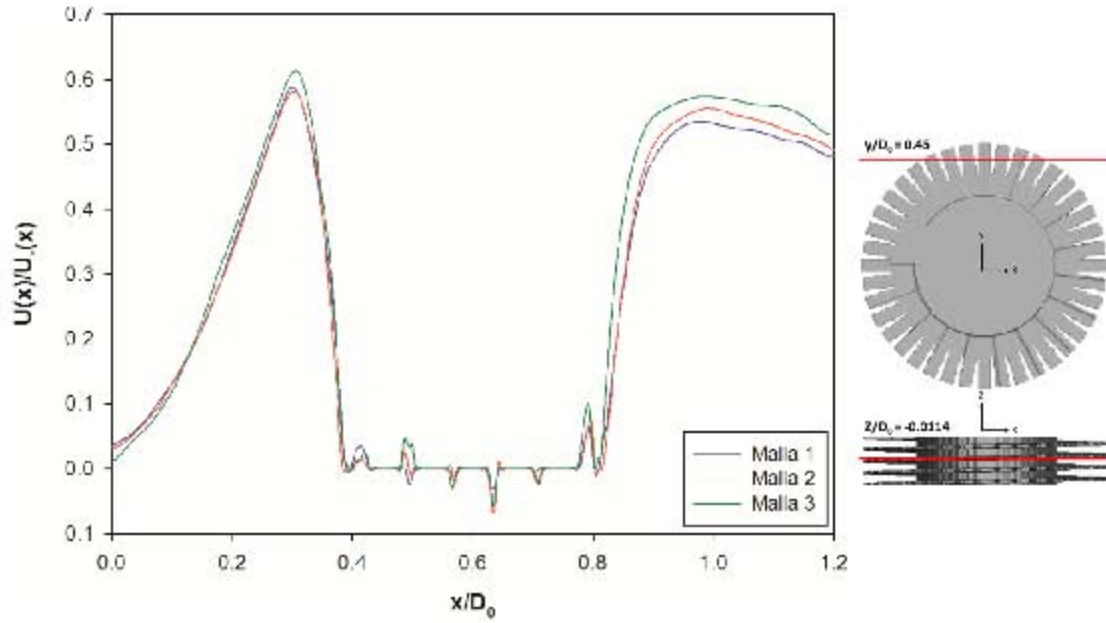


Figura 5.2: Gráfica de la velocidad media de la corriente principal entre las aletas

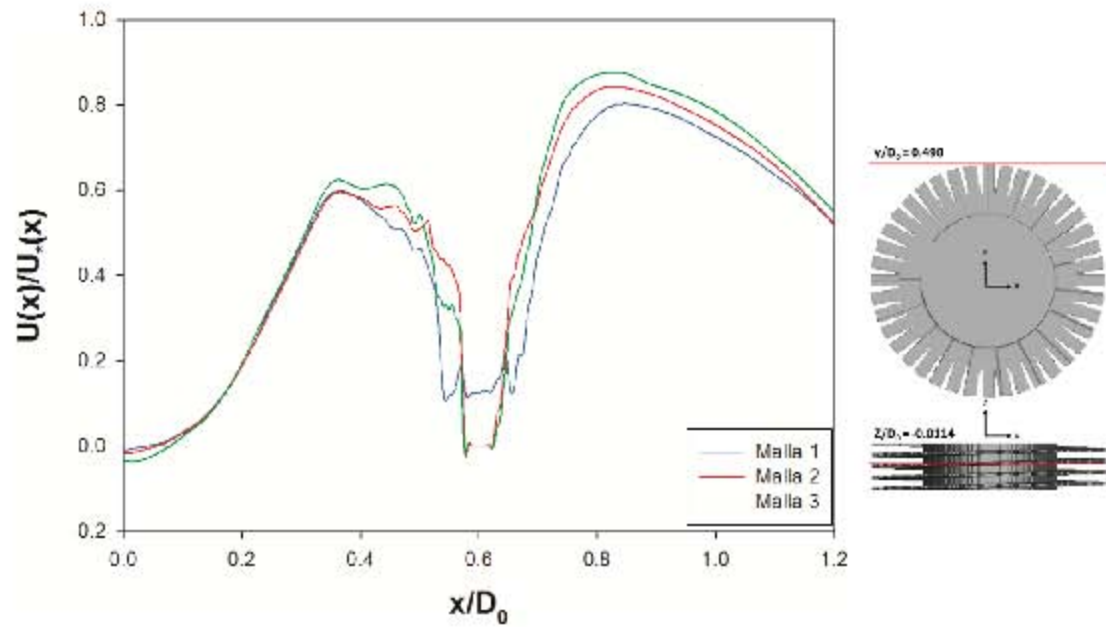


Figura 5.3: Gráfica de la velocidad media de la corriente principal en la periferia de las aletas

Finalmente, la gráfica de la Figura 5.3 muestra resultados muy interesantes. Se puede observar que la velocidad del flujo que se aproxima a la periferia de la aleta se comporta de manera muy similar para las 3 mallas, incluso se llegan a encimar las gráficas; pero la región más relevante es la zona donde el flujo roza la aleta, pues mientras que en las mallas 2 y 3 muestran resultados más congruentes con el fenómeno físico, es decir, valores nulos de velocidad por la condición de no deslizamiento por la presencia del sólido; en la malla 1 la resolución no es suficiente para capturar esta situación y se tienen resultados sobrevaluados. Lo anterior se debe a la forma en la que el código interpreta la presencia del sólido; para cada celda el código interpola y determina el efecto del sólido en el flujo, por lo que una malla más fina entrega resultados superiores al interpretar mejor lo que sucede en la interfase sólido-fluido, como puede verse en la Figura 5.4.

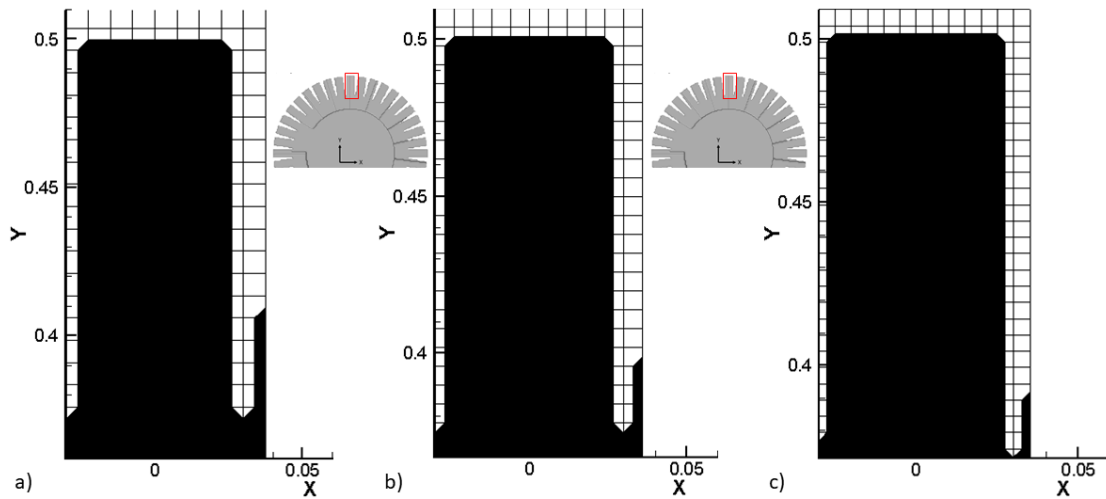


Figura 5.4: Reconstrucción del sólido para las diferentes densidades de malla. a) Malla 1. b) Malla 2. c) Malla 3

En la Figura 5.4 se muestra una porción de la aleta superior, como se indica en el pequeño esquema. Puede observarse que en la malla 1, el sólido no llega a cubrir el plano  $y/D_0 = 0,498$ , mientras que en las otras dos malla si lo hace. Por lo tanto, se tiene la diferencia en la gráfica de la Figura 5.3, ya que la malla 1 no fue suficientemente densa para modelar correctamente la frontera sólido-fluido.

Con lo anterior en mente se podría concluir que una buena opción sería una malla irregular donde se tenga una malla fina en la periferia de los tubos y una malla menos refina en la zona del flujo libre, sin embargo esto no es una opción viable por las características del dominio computacional, ya que como se puede ver en la Figura 5.5, la región con la malla burda sería muy pequeña y en general la simulación tendría una malla tan densa que sería más costosa computacionalmente que la malla 3. Por lo que no vale la pena

introducir en el código numérico presente una malla irregular.

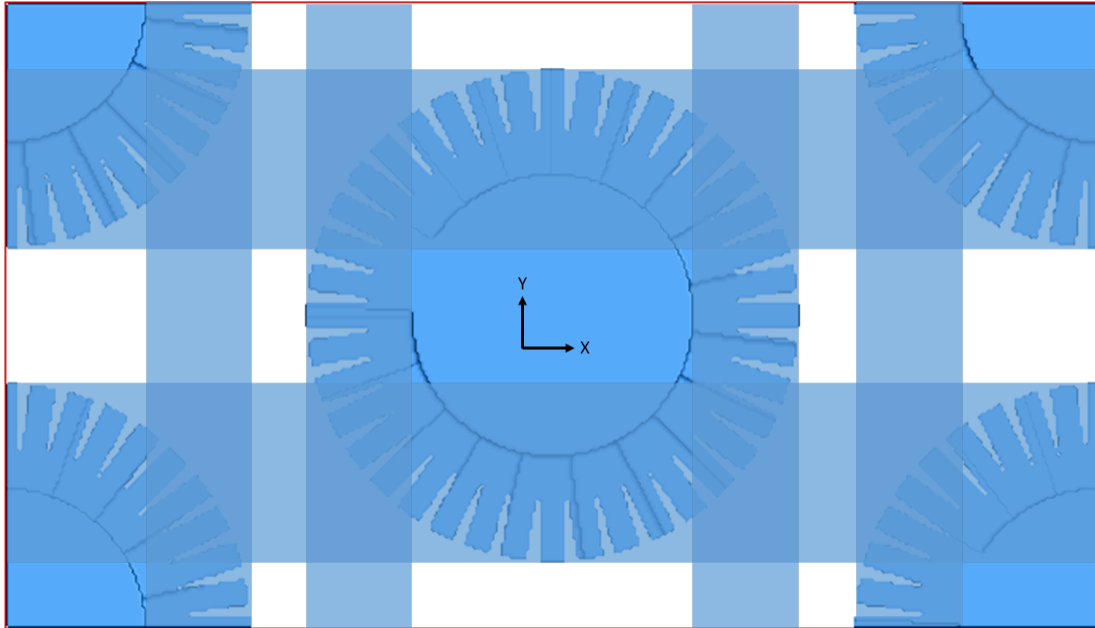


Figura 5.5: Dominio computacional con una malla irregular, las zonas sombreadas indican las regiones que requieren un mallado más fino

Es por todo lo anterior, que se escogió la malla 2 como aquella que ofrece el balance entre simulaciones de buena calidad, costo computacional y tiempo de cálculo. Por lo que, los resultados presentados a continuación corresponden a simulaciones realizadas con esta densidad de malla.

## 5.2. Validación

Cuando se realiza una simulación numérica es muy importante asegurarse de que las técnicas numéricas utilizadas representan adecuadamente la realidad. Este procedimiento se llama validación y generalmente se basa en comparar los resultados generados por la simulación con resultados obtenidos experimentalmente.

Sin embargo, en muchas ocasiones el flujo que se quiere estudiar por la vía numérica, no cuenta con suficientes trabajos experimentales previos que permitan llevar a cabo una validación confiable, como es el caso de este trabajo.

Es por lo anterior que la validación del código numérico utilizado se divide en dos partes. La primera parte se basa en un trabajo previo [44], donde se analiza flujo cruzado a través de un banco de tubos lisos a un número de Reynolds de 18000. Dicho trabajo se realizó con el mismo código numérico utilizado en el presente y por lo tanto se hicieron las mismas consideraciones de flujo; la ventaja de la simulación previa es que se basa en un caso-prueba de ERCOFTAC (European Research Community On Flow, Turbulence And Combustion) Classic Database [45], lo que permite tener resultados experimentales lo suficientemente confiables como para validar el código.

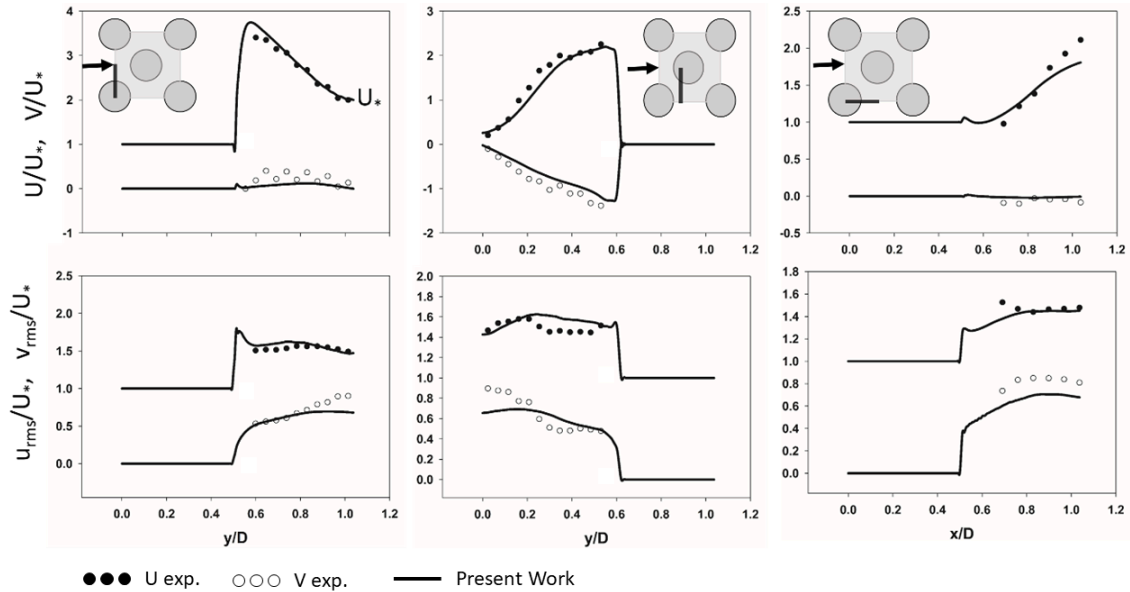


Figura 5.6: Gráficas de validación para un banco de tubos sin aletas en tres planos diferentes. La línea en el esquema de la parte superior indica el plano correspondiente a cada gráfica. Para los perfiles de  $U/U_0$  y  $u'_{rms}/U_0$ , se agregó una constante igual a 1. Salinas et al, (2011)

Como resultados experimentales se tienen valores promedio tanto de la velocidad de la corriente principal  $U(\bar{x})$ , como de la velocidad transversal  $V(\bar{x})$ ; así como de las intensidades turbulentas  $u'_{rms}$  y  $v'_{rms}$ . Dichos datos se cotejaron con las predicciones numéricas obtenidas con el código numérico aquí presentado, donde todos los valores fueron adimensionalizados por la velocidad de referencia  $U_0$ . En la Figura 5.6 se muestran las comparaciones que fueron realizadas en los tres diferentes planos que se muestran esquemáticamente en la figura. Puede verse claramente que, en todos los casos; las gráficas correspondientes a la simulación numérica se ajustan muy bien a las gráficas experimentales, lo que demuestra que las técnicas numéricas utilizadas funcionan adecuadamente para este tipo de flujos.

Una vez que se demostró que el código numérico entrega buenos resultados para flujos

a través de bancos de tubos, se procedió con la segunda parte de la validación; donde el dominio computacional fue modificado a las dimensiones mostradas en la Figura 4.1, además de incluirse las aletas en las tuberías. Para esta parte de la validación, los resultados de las predicciones numéricas del código aquí presentado se compararon contra resultados obtenidos experimentalmente por Papa [41] y numéricamente por Martínez et al [21].

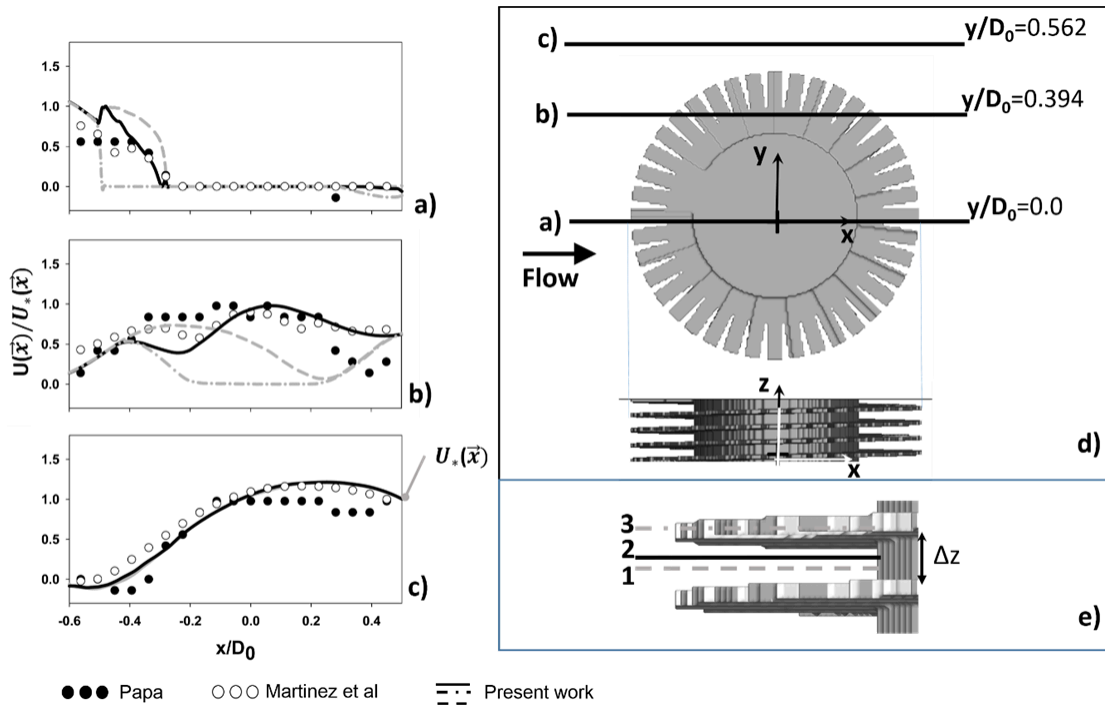


Figura 5.7: Gráficas de la velocidad media de la corriente principal  $U$  en tres planos diferentes. a)  $y/D_0 = 0,0$ . b)  $y/D_0 = 0,394$ . c)  $y/D_0 = 0,562$ . d) Posición de los planos. e) Distancia en  $z$  desde la pared de la aleta  $z/\Delta z = 0,5$  (1),  $z/\Delta z = 0,75$  (2),  $z/\Delta z = 1,0$  (3); donde  $\Delta z$  es el espacio entre las aletas.

En la Figura 5.7 se muestran las gráficas comparativas de la velocidad media de la corriente principal  $U(\vec{x})$ , en tres diferentes regiones; la primera en el centro del tubo, la segunda en la mitad de la altura de las aletas y la tercera en la corriente libre. Debido a que en el trabajo experimental de Papa [41] no se especificó en que plano se realizaron las mediciones; para este trabajo se compararon tres diferentes planos ubicados entre dos aletas (Figura 5.7e). El plano número uno, se encuentra en una zona muy cercana a la aleta, el plano número dos está en medio de las dos aletas y el tercer plano se ubica sobre la aleta. De los tres planos, el número dos es el que muestra los resultados más congruentes a los numéricos de Martínez [21] y los experimentales de Papa [41].

Al comparar los tres planos se puede observar que se tiene un comportamiento muy

diferente en cada uno de ellos, lo que nos habla de la importancia que tiene la aleta en el flujo. Además, es importante mencionar que en este trabajo no se consideró el gradiente de temperatura entre los tubos y el fluido.

### 5.3. Análisis de resultados instantáneos

Después de validar el código numérico y seleccionar una malla adecuada en base al análisis de sensibilidad, se procedió a caracterizar el flujo. Todos los flujos son de naturaleza tridimensional, sin embargo, en el caso del flujo a través de un banco de tuberías se tiene una dirección preferente de flujo. En este trabajo se usan coordenadas cartesianas y se decidió que la corriente principal de flujo se mueva a lo largo del eje  $x$  perpendicularmente al plano  $y - z$  (Figura 5.8), donde  $y$  corresponde al alto del banco, mientras que el eje  $z$  es paralelo a los tubos, es decir, corresponde al ancho de la celda computacional; de manera que los cambios más importantes en las propiedades del flujo se presentan en el plano  $x - y$ .

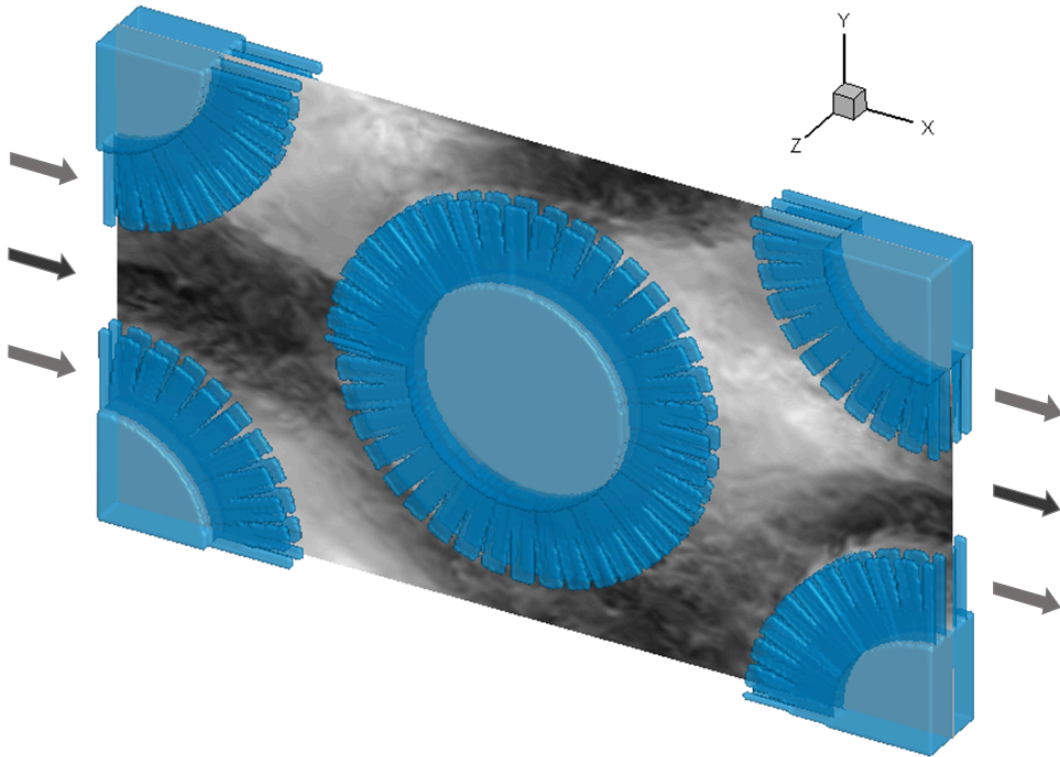


Figura 5.8: Plano  $x - y$  en  $z/D_0 = 0,0$ . El flujo principal se mueve a lo largo del eje  $x$



### 5.3.1. Velocidad instantánea

El plano  $x - y$  que se encuentra justo a la mitad de la longitud  $L_Z$  (Figura 5.8), se utilizó para mostrar el comportamiento de la velocidad principal en el banco de tubos (Figura 5.9), se puede observar que la velocidad es mayor cuando se aproxima al tubo central y que disminuye desde que hace contacto con las aletas, hasta llegar a la base del tubo donde se vuelve nula por la presencia del punto de estancamiento; después de lo cual el flujo acelera al desplazarse entre los tubos como consecuencia de una ligera reducción en el área.

En la parte posterior del tubo se presentan velocidades negativas debido a que se genera una zona de recirculación que es consecuencia de la baja de presión provocada por el desprendimiento de la capa límite. El desprendimiento ocurre aproximadamente a la mitad del tubo; donde se puede apreciar que la velocidad es considerablemente baja en las cercanías del tubo y va haciéndose mayor a medida que se aleja radialmente de la tubería, volviéndose mayor en el final de las aletas y fuera de ellas.

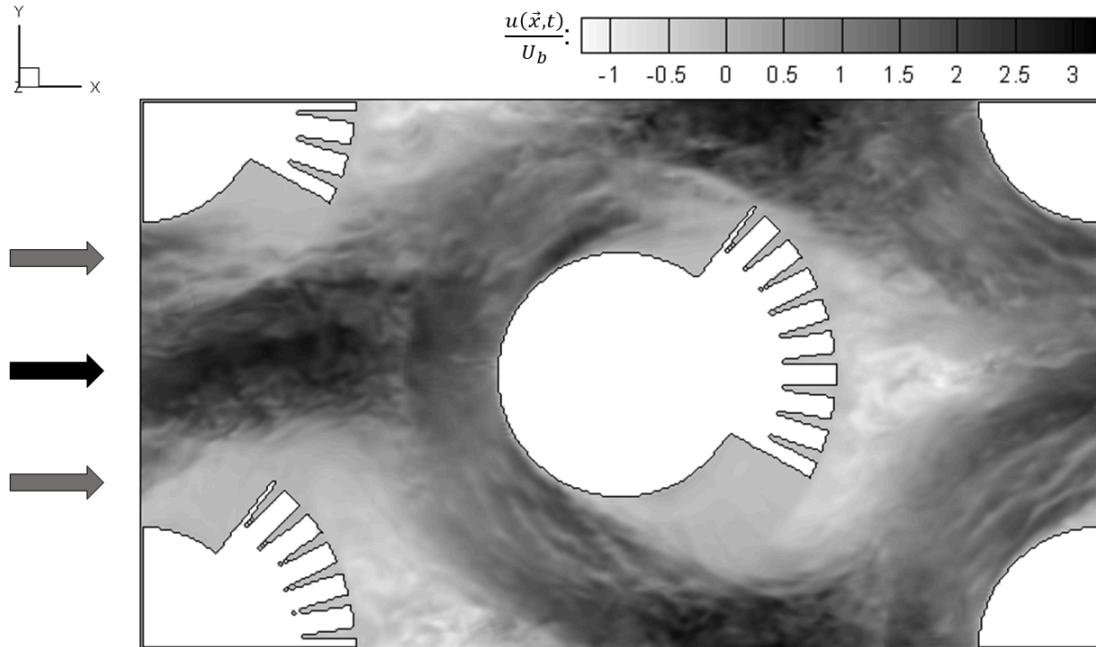


Figura 5.9: Contorno de velocidad en plano  $z/D_0 = 0,025$

Para rodear el tubo, el flujo se dividió en dos bandas que van a una velocidad alta. Sin embargo, debido a que el banco de tubos tiene una configuración escalonada, las bandas chocan con los tubos de la siguiente fila; forzando a que el flujo vuelva a juntarse y provocando que la zona de recirculación no sea tan grande. A pesar de que la estela detrás

del tubo central es pequeña, se alcanzan a generar tres vórtices alternados que se aprecian mejor al dibujar líneas de trayectoria en el flujo (Figura 5.10).

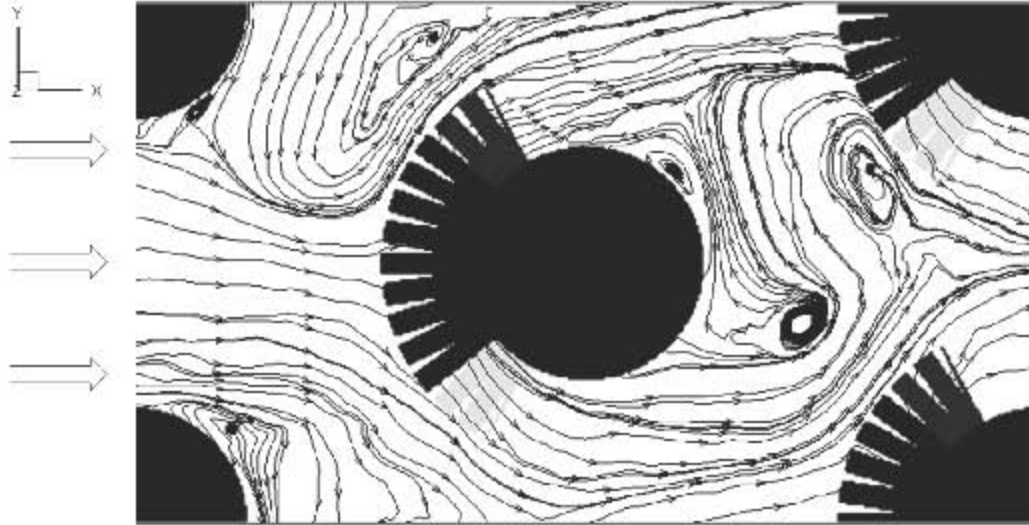


Figura 5.10: Líneas de trayectoria alrededor del banco de tubos en el plano  $z/D_0 = 0,0$

Al mover los contornos de velocidad a lo largo del eje  $z$ , se puede apreciar el efecto que tiene la configuración helicoidal de las aletas en el flujo. En la Figura 5.11 puede observarse que la velocidad de flujo no tiene un comportamiento simétrico respecto al tubo central, sino que se presenta una variación alternada de la velocidad arriba y abajo del tubo. La asimetría en el perfil de velocidad y la configuración helicoidal de la aleta, provoca que el área de recirculación detrás del tubo cambie de tamaño continuamente y que el comportamiento del flujo en general sea muy cambiante y con mucha interacción con el sólido, lo que es deseable para aumentar la transferencia de calor.

Un fenómeno interesante se da cuando se dibujan líneas de trayectoria en diferentes planos a lo largo de la longitud  $L_z$ , puede observarse la formación de vórtices en diferentes posiciones alrededor del tubo (Figura 5.12), estos pequeños remolinos empiezan a formarse a aproximadamente  $90^\circ$  medidos desde el punto de estancamiento en sentido horario; y se mueven hacia la parte posterior del tubo unos  $30^\circ$ . El movimiento de estos vórtices que se generan entre las aletas parece no alterar el flujo en la zona de la estela, pues se tienen dos vórtices principales en la zona de separación de flujo en todos los planos.

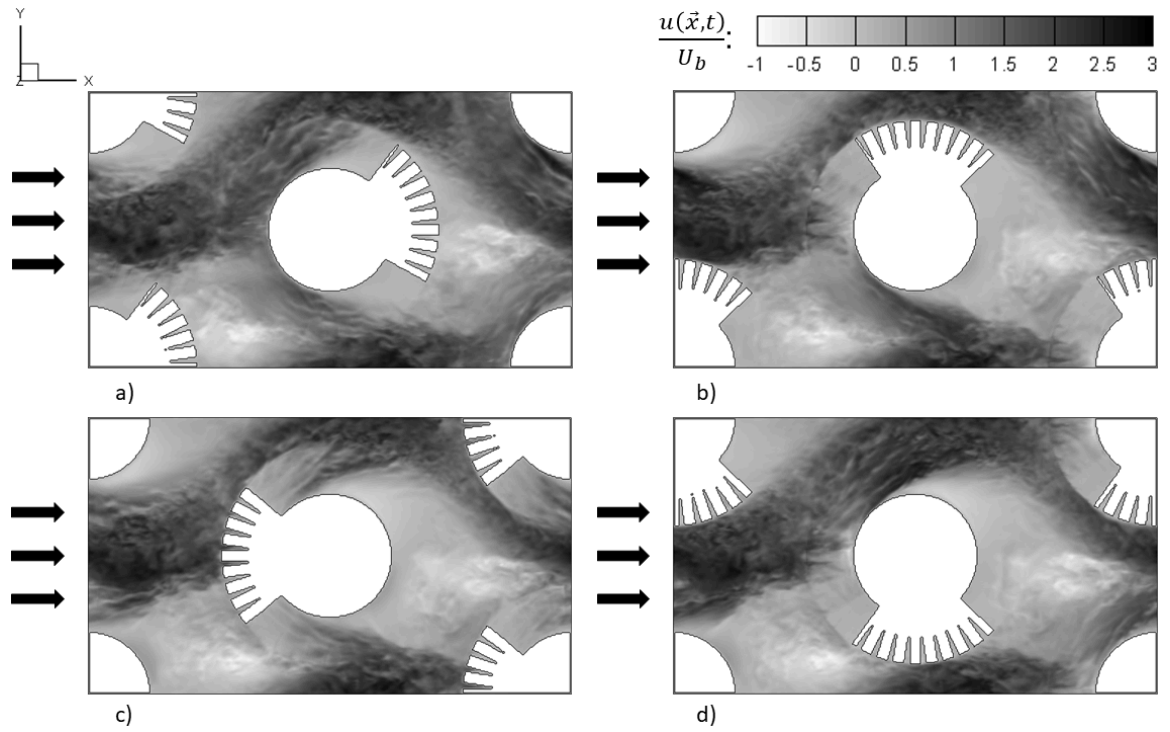


Figura 5.11: Efecto de la configuración helicoidal de las aletas en el flujo. a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = 0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = -0,0114$

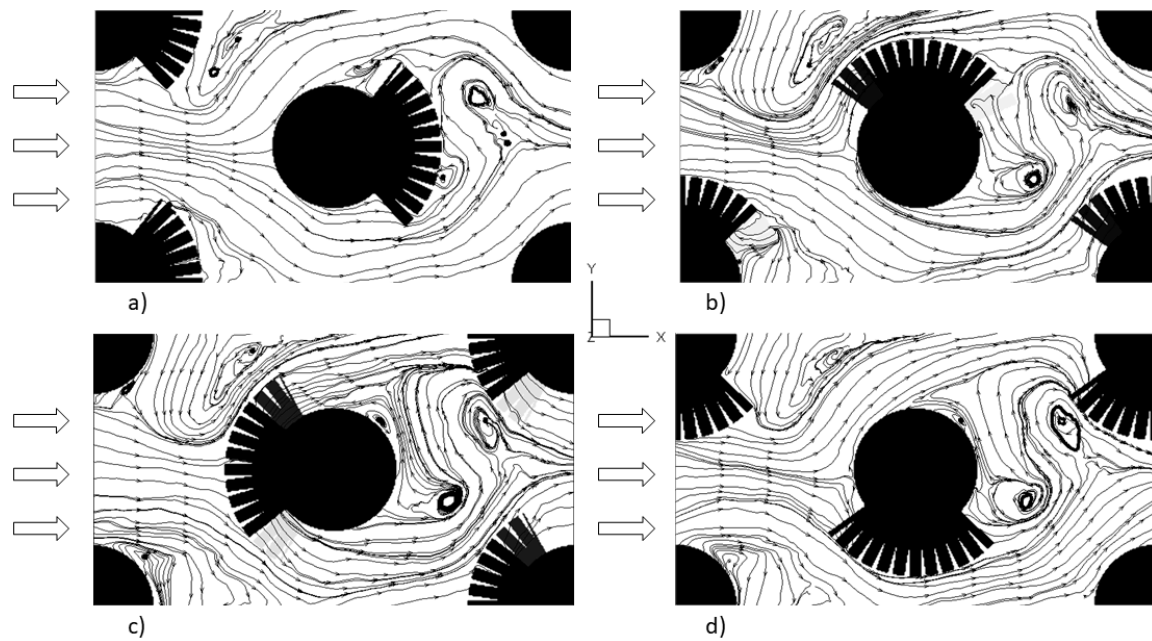


Figura 5.12: Líneas de trayectoria. a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = 0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = -0,0114$

Otra forma de visualizar el comportamiento alternado del flujo alrededor de los tubos es mediante isosuperficies, en el caso de la Figura 5.13, se muestran valores positivos de velocidad para dos instantes de tiempo diferentes. Puede observarse que la corriente que se aproxima al flujo central tiende a ir hacia abajo en la Figura 5.13a y como consecuencia de esto el flujo que pasa debajo del tubo es más rápido que el de arriba; la corriente más rápida choca con el siguiente tubo, pero en esta ocasión tiene a ir por arriba del tubo. La Figura 5.13b puede verse como una continuación del flujo anterior donde ahora, la corriente que se aproxima al tubo central tiene una tendencia a ir hacia arriba. Si recordamos que la transferencia de calor por convección es altamente dependiente de la velocidad del flujo, visualizaciones de valores positivos de la velocidad como la Figura 5.13, pueden ser muy útiles para identificar las áreas donde se tiene una mayor transferencia de energía entre el flujo y el sólido.

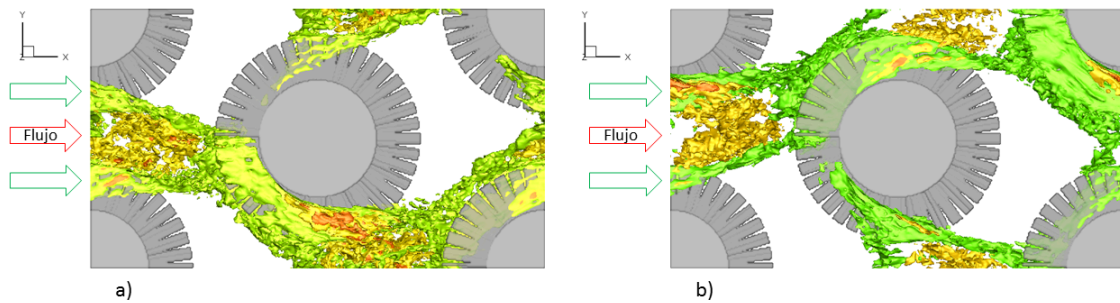


Figura 5.13: Isosuperficie de valores positivos de la velocidad  $U$

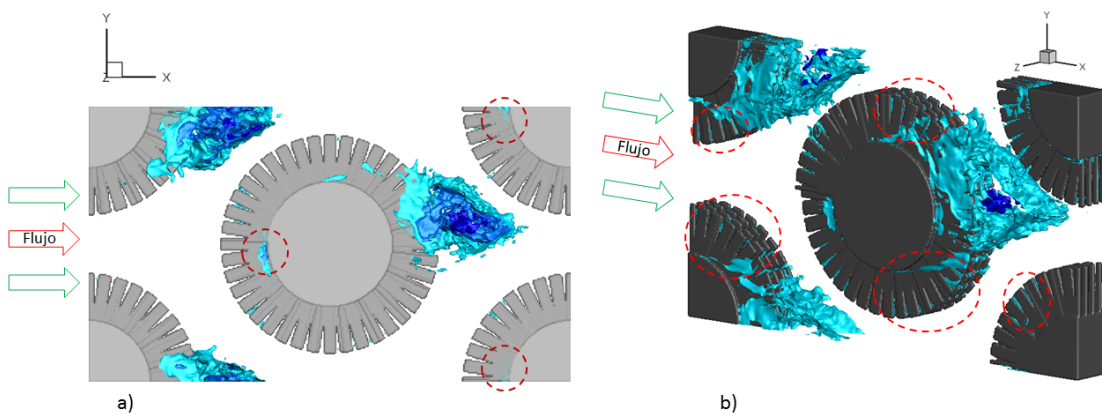


Figura 5.14: Isosuperficie de valores negativos de la velocidad  $U$

Analizar las recirculaciones es más sencillo con isosuperficies de valores negativos de la velocidad principal  $U$  que se muestran en la Figura 5.14, puede verse que la recircu-

lación más importante ocurre, como era de esperarse, en la zona de la estela en la parte posterior de los tubos donde la actividad principal se tiene en el núcleo de la estela que es precisamente donde se tiene la presencia de los vórtices; el flujo en recirculación tiene una interacción significativa con las aletas detrás del tubo, como puede observarse principalmente en la Figura 5.14b, donde la isosuperficie ocupa un área de gran tamaño y llega incluso hasta la base del tubo. Debemos recordar que la estela tiene un comportamiento alternado por lo que la interacción del flujo en recirculación es considerable como para despreciarse. Por otro lado, en la Figura 5.14a se tiene una pequeña recirculación en la parte frontal del tubo que se debe más a la interacción del flujo con las aletas y el tubo que al punto de estancamiento como se vera más adelante. Además, en la Figura 5.14b se aprecian las recirculaciones que existen en los segmentos de la aleta (círculos rojos) y que son las causantes de los vórtices que se ven en la Figura 5.10, es importante resaltar que estas recirculaciones se observan en prácticamente toda la circunferencia aletada, lo que demuestra que la aleta segmentada promueve de manera notable la turbulencia.

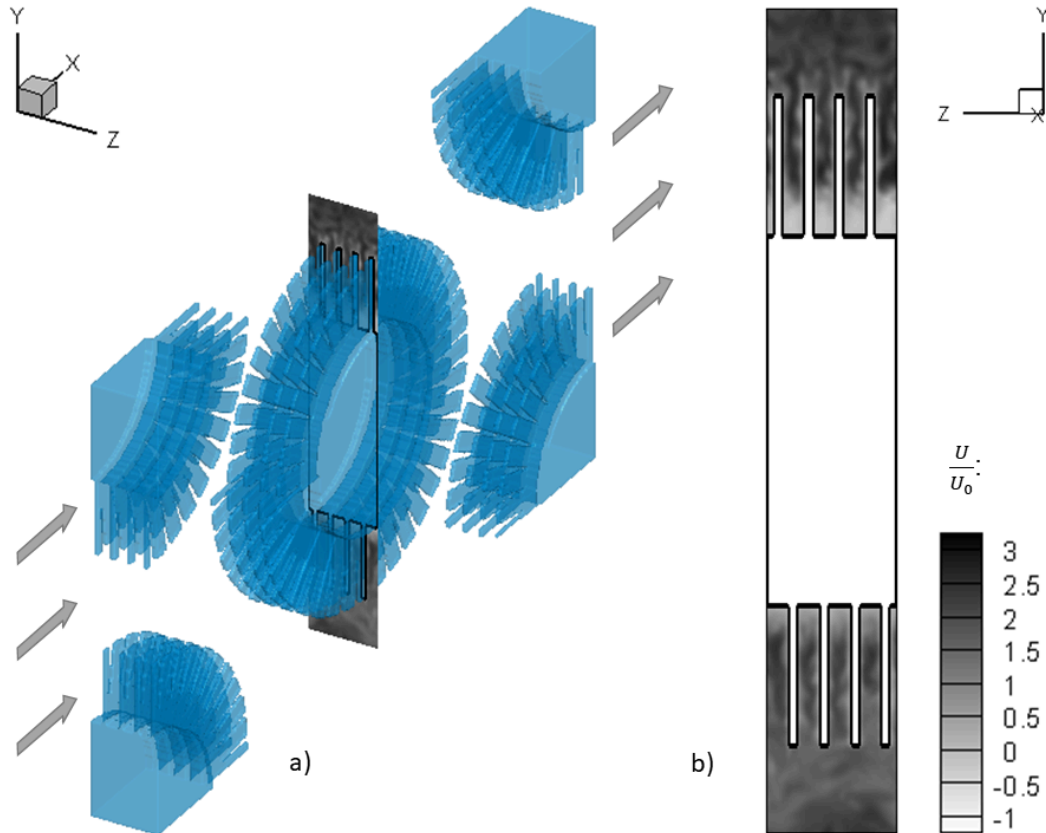


Figura 5.15: Campo de velocidad en el plano  $y-z$ ,  $x/D_0 = 0,0$

El contorno de velocidad en el plano  $y-z$  muestra como pasa el flujo entre las aletas

(Figura 5.15), la velocidad más elevada se alcanza justo en medio de cada aleta y abarca aproximadamente tres cuartos de su altura, mientras que desde el tubo y hasta el primer cuarto de la aleta; la velocidad es baja, esto se debe a que el efecto de la capa límite se magnifica pues el flujo queda rodeado por tres superficies, la base del tubo y las aletas; lo que no le permite fluir con facilidad pues las fuerzas viscosas se vuelven dominantes en esa región.

Un contorno en el plano  $x - z$  permite ver el comportamiento de flujo debido a los segmentos en la aleta, se aprecia una disminución de la velocidad en los segmentos e incluso se aprecian pequeñas zonas de recirculación en algunos segmentos que son más evidentes al dibujar líneas de trayectoria en el flujo (Figura 5.16c). Esto se debe a que los segmentos interrumpen la capa límite que crece en las aletas y como consecuencia se generan bajas de presión que derivan en pequeños remolinos detrás de las aletas.

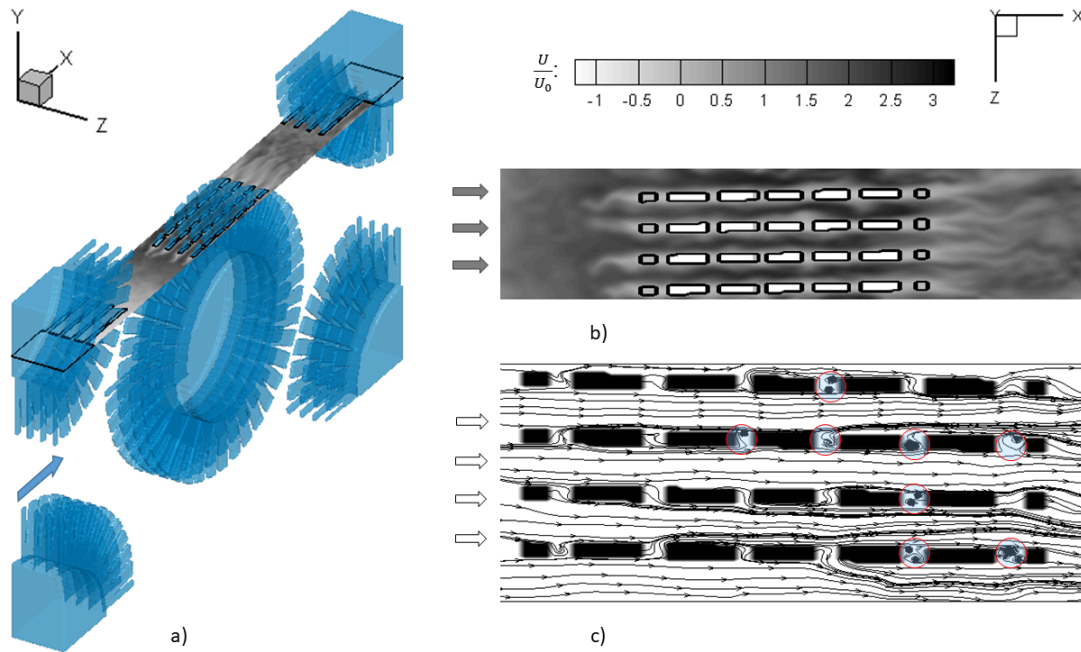


Figura 5.16: Contorno de velocidad y líneas de trayectoria en plano  $x - z$ ,  $y/D_0 = 0,45$

Por otro lado, en la (Figura 5.17) se presentan contornos del perfil de velocidad  $U$  en el mismo plano del dominio computacional, pero en diferentes instantes de tiempo. Se puede apreciar claramente como el flujo principal tiene un comportamiento oscilatorio, en la (Figura 5.17a, d) tiende a ir por debajo del tubo mientras que en (Figura 5.17b, c) va por arriba. Esta oscilación también se puede apreciar aunque en menor medida, en la zona de desprendimiento de la capa límite en el flujo, si bien se puede ver que se da alrededor de los  $90^\circ$  medidos a partir del punto de estancamiento, puede apreciarse que se tiene una

velocidad mayor en la parte de arriba de los tubos en los casos (Figura 5.17b, c) cuando el flujo tiene a ir por arriba, mientras en las (Figura 5.17a, d) el aumento de velocidad se tiene debajo de los tubos.

En el caso de la estela se puede ver que en todos los tiempos permanece de un tamaño similar y que es una estela de tamaño menor a la que se tendría en un flujo alrededor de un solo tubo, en el caso de un banco de tubos; la estela es menor por la influencia que tiene en el flujo la presencia de la fila de tubos siguiente, lo que obliga al flujo cerrarse antes de lo que lo haría de manera natural.

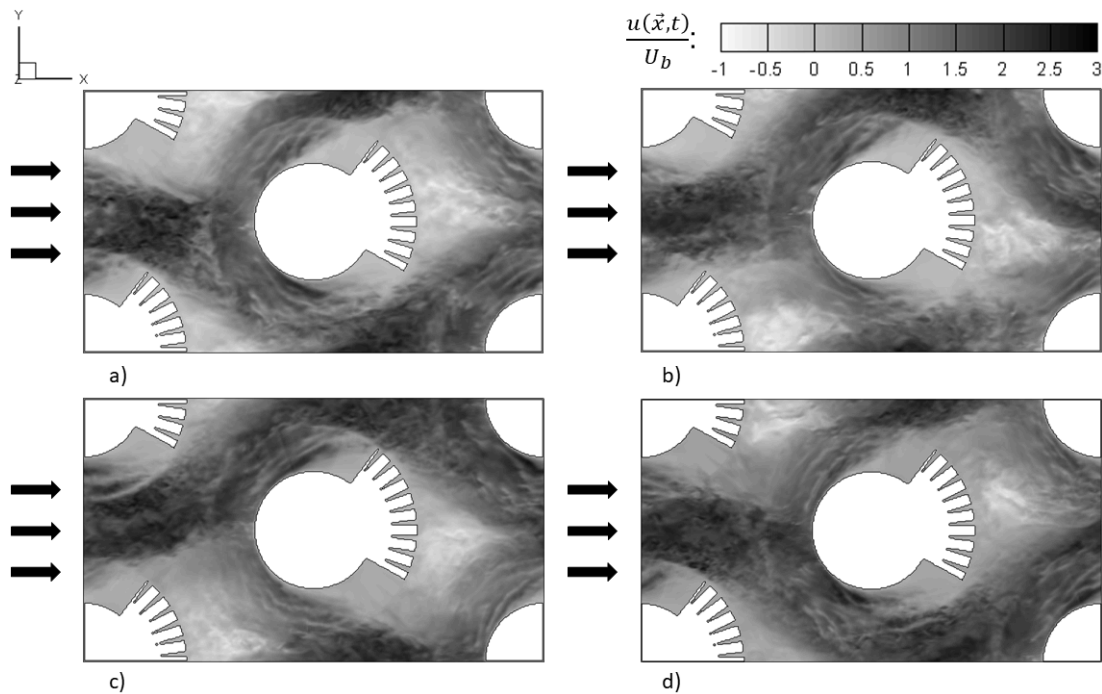


Figura 5.17: Contorno de velocidad en plano  $z/D_0 = 0,025$  a diferentes tiempos

Para entender mejor lo que sucede en la estela, en la Figura 5.18 se tienen los mismos contornos de velocidad que en Figura 5.17, pero en este caso se dibujan líneas de trayectoria. El aspecto más notable es que se tiene la presencia de dos vórtices principales que se desarrollan de manera alternada. En la parte frontal del tubo también se aprecia la tendencia del flujo a moverse en una dirección en específico; cuando el flujo tiende a ir por arriba, (Figura 5.18b, d), el vórtice más grande se tiene abajo, en el caso contrario (Figura 5.18a, c), cuando el flujo tiende a ir por abajo el vórtice más grande es el de arriba.

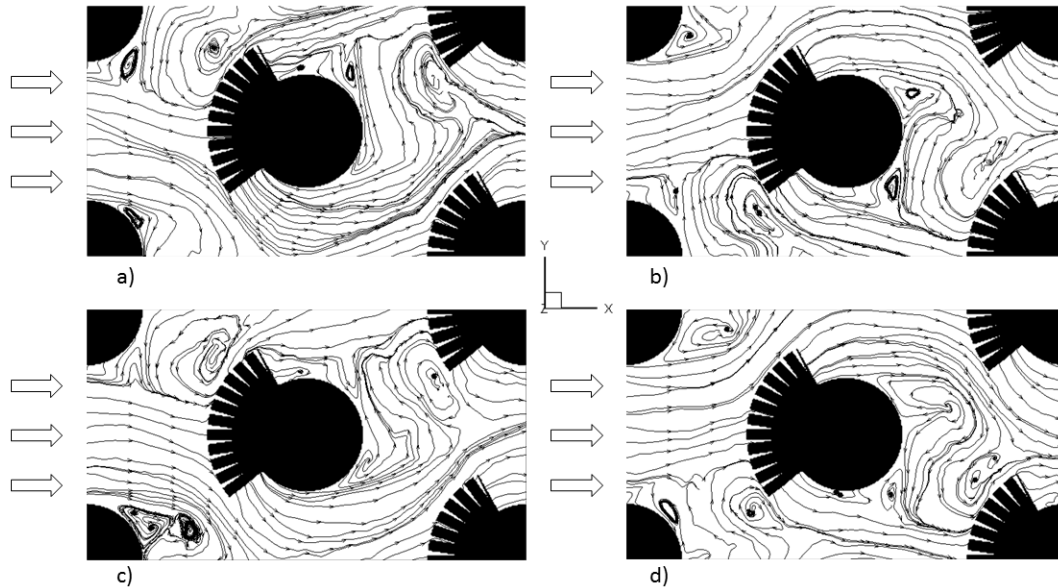


Figura 5.18: Líneas de trayectoria en plano  $z/D_0 = 0,0$  a diferentes tiempos

### 5.3.2. Estructuras turbulentas

Los valores instantáneos de flujo son también útiles para analizar la turbulencia mediante el enfoque de las estructuras coherentes de la turbulencia, esta metodología consiste en tratar de descomponer el complejo y desorganizado flujo turbulento en estructuras que tienen cierto grado de organización y que se conocen como estructuras coherentes. Las estructuras coherentes se han estudiado a lo largo de los años tanto numérica como experimentalmente y sus características nos permiten entender el comportamiento de un flujo turbulento.

En bancos de tuberías de aleta helicoidal segmentada, se han observado mediante visualizaciones experimentales algunas estructuras turbulentas. Siendo las más importantes aquellas que se forman en la parte frontal de los tubos que se conocen como vórtices de herradura.

Cuando se tiene un flujo sobre una superficie plana se desarrolla un perfil de velocidad y una capa límite que se desprende en algún punto si la distancia es suficiente. Además, si el flujo choca con un cuerpo romo, una parte del flujo tiende a recircular. Como consecuencia de estos dos fenómenos se forma un vórtice o un sistema de vórtices delante del cuerpo, que lo rodean y que se conocen como vórtices de herradura (Figura 5.19).



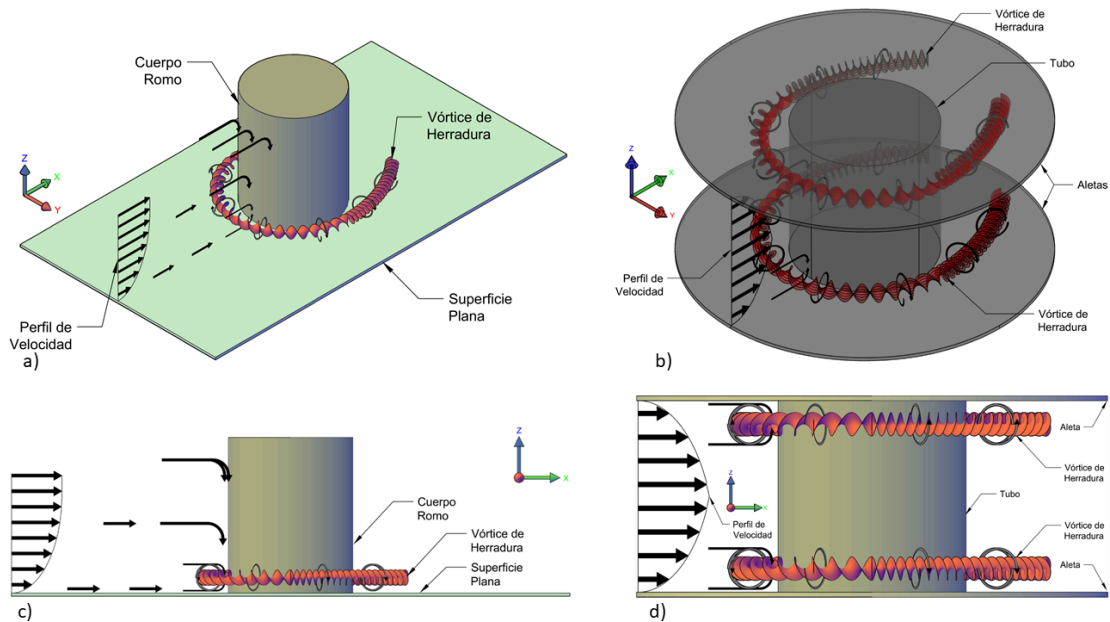


Figura 5.19: Esquema de la formación de un vórtice de herradura

Este tipo de vórtices son muy comunes en pilotes de puentes asentados en el fondo de un río, en la base de edificios muy altos o en la intersección de un tubo y una aleta en un intercambiador de calor. Es importante tener en cuenta la presencia de los vórtices de herradura ya que son responsables de la erosión de la arena sobre la que están cimentados los pilotes, de las fuertes corrientes de viento en los edificios y en nuestro caso, están asociados al incremento de la turbulencia en los bancos de tubos aletados y como consecuencia al incremento del coeficiente convectivo en los intercambiadores de calor.

El código numérico utilizado nos permite visualizar estructuras coherentes de la turbulencia mediante valores positivos del segundo invariante del tensor gradiente de velocidad, mejor conocido como criterio  $Q$ . En palabras simples, al dar valores positivos a  $Q$  se aíslan las regiones donde la magnitud de la vorticidad supera la magnitud del tensor rapidez de deformación, es decir, podemos ver las regiones donde el fluido está girando.

En la Figura 5.20, tenemos una isosuperficie del criterio  $Q = 800$ , donde se muestran los vórtices de herradura que se forman en el tubo central del dominio computacional. En la Figura 5.20b, tenemos una aplicación de la región frontal del tubo central, que es la zona donde choca la corriente principal y donde se pueden ver las estructuras de herradura que se forman en el tubo y las aletas, la visualización de estas estructuras se había reportado de manera experimental [39], pero no se había podido apreciar numéricamente hasta ahora.

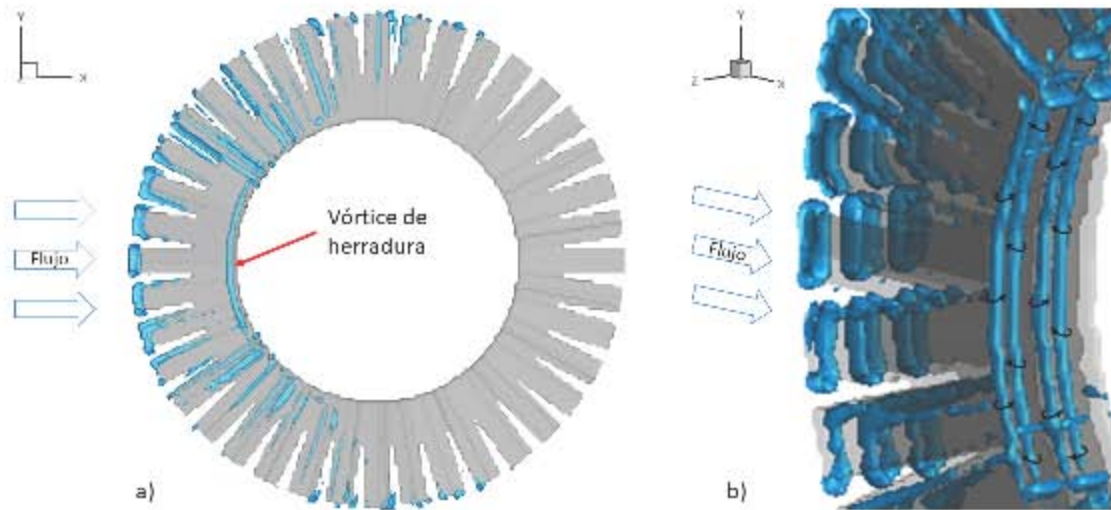


Figura 5.20: Isosuperficie de valores positivos del criterio  $Q = 800D_0/U_b$

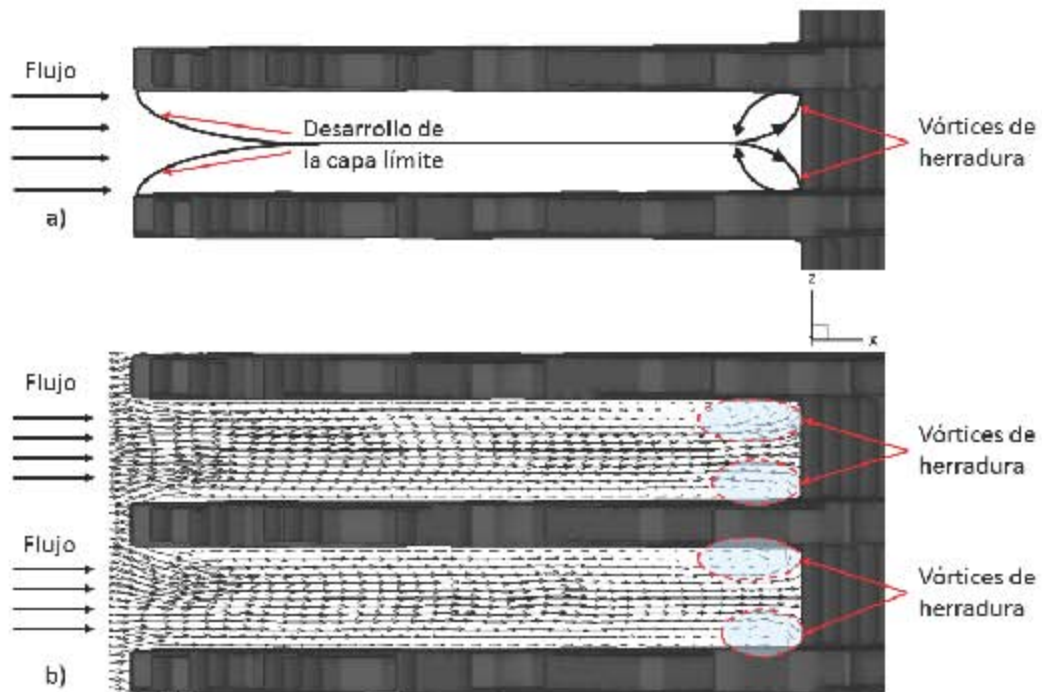


Figura 5.21: Formación de los vórtices de herradura. a) Esquema del desarrollo de los vórtices. b) Vectores en los vórtices de herradura.

El flujo que se aproxima al tubo tiene contacto primero con las aletas y se forma una capa límite que empieza a separarse casi al terminar las mismas (Figura 5.21a); el flujo libre que pasa por el espacio entre las aletas choca con el tubo y tiende a recircular, esta recirculación interactúa con la capa límite que se desprende y genera un vórtice o un sistema de vórtices que es arrastrado aguas abajo alrededor del tubo formando la estructura de herradura (Figura 5.21b).

Como se mencionó anteriormente, los vórtices de herradura son característicos de flujos donde se tiene la presencia de una superficie plana y un cuerpo romo, como es el caso de un tubo aletado; pero ya que en el tubo con aletas se tienen dos superficies planas, el resultado es la generación de dos vórtices de herradura en el espacio entre cada aleta (Figura 5.22a, b). Sin embargo, debido a la configuración helicoidal de las aletas además de que el espacio entre aletas es reducido, el vórtice se rompe antes de lo que lo haría en un cuerpo romo convencional con una sola superficie; descomponiéndose en estructuras turbulentas más pequeñas que se alejan de la superficie del tubo (Figura 5.22c).

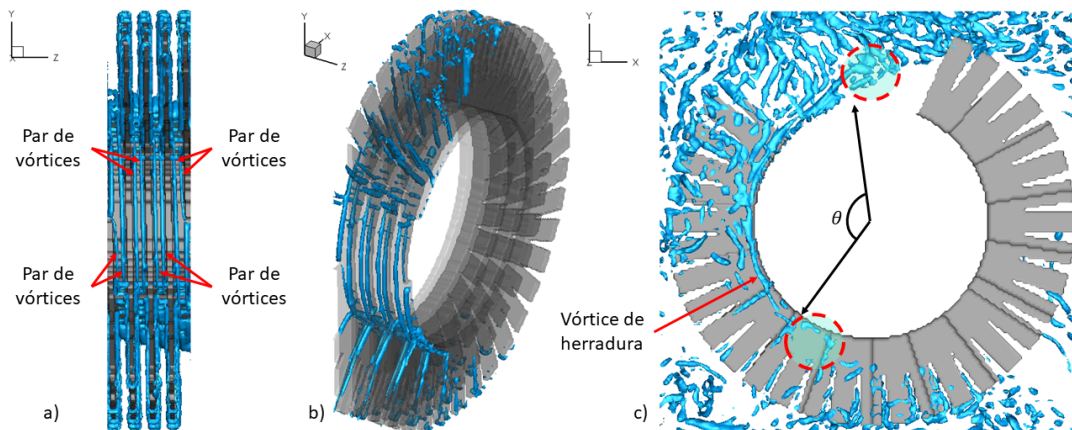


Figura 5.22: Isosuperficie de valores positivos del criterio  $Q = 800D_0/U_b$ . a) Par de vórtices entre cada espacio entre las aletas. b) Vista en perspectiva del par de vórtices entre cada par de aletas. c) Vórtice y destrucción de un vórtice de herradura

Las estructuras turbulentas que se producen en el tubo base, interactúan con las estructuras que se desarrollan en la aleta, lo que ocasiona que el flujo que se mueve a través y en la periferia del tubo aletado sea altamente turbulento. Es por todo lo anterior, que el flujo a través del tubo de aleta segmentada es mucho más turbulento que el flujo alrededor de un tubo sin aletas o a través de un tubo de aletas lisas.

Por otro lado, la Figura 5.23 corresponde a la ampliación de la zona de la estela detrás del tubo central y la parte frontal de los tubos de la siguiente fila. Puede verse que las estructuras turbulentas en la parte de la estela son un poco más gruesas y se orientan en

la dirección del eje  $y$ , lo que es característico de los flujos cortantes libres (Figura 5.23).

La Figura 5.24, muestra el tubo central aislado para apreciar mejor las estructuras turbulentas que se forman en las aletas. La región donde el flujo choca con las aletas al frente del tubo se muestra encerrada, se pueden ver unas estructuras de forma toroidal que rodean las aletas centrales del tubo; estas estructuras se forman debido a que la aleta corta súbitamente el flujo que choca con alta velocidad, como consecuencia de esto el fluido se separa para moverse alrededor de la aleta, pero por la condición de no deslizamiento, la velocidad del flujo baja bruscamente en la cercanía de la aleta, mientras que el flujo que pasa en el espacio entre aletas lleva la velocidad máxima de flujo, por lo que tenemos un gradiente de velocidad muy importante en esa región que forma las estructuras turbulentas que rodean las puntas de las aletas que fueron reportadas experimentalmente por [39].

En la Figura 5.25, se tiene un plano con donde se dibujaron líneas de trayectoria que nos permiten identificar mejor el sistema de vórtices que se genera en la parte frontal del tubo (Figura 5.25b), donde incluso pueden verse la presencia de dos vórtices importantes entre cada aleta, así como vórtices de menor tamaño que se forman como consecuencia de la interacción del flujo con el cuerpo sólido. Además, en la Figura 5.25a podemos ver que el flujo que recircula en la parte trasera de los tubos es considerable, entra entre las aletas y forma también pequeños vórtices.

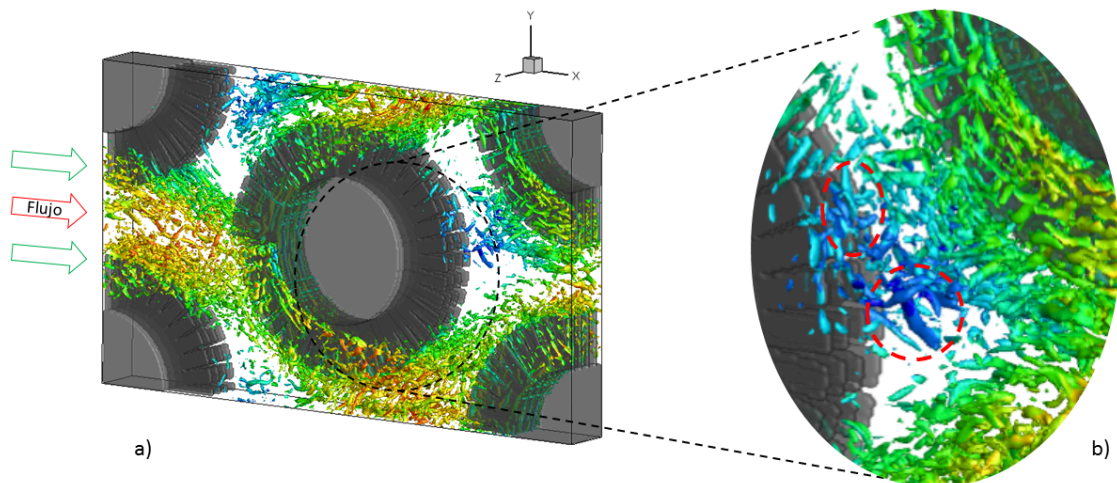


Figura 5.23: Isosuperficie de valores positivos del criterio  $Q = 800D_0/U_b$  coloreada con la velocidad  $U$ . a) Estructuras turbulentas en todo el dominio computacional. b) Estructuras turbulentas en la estela



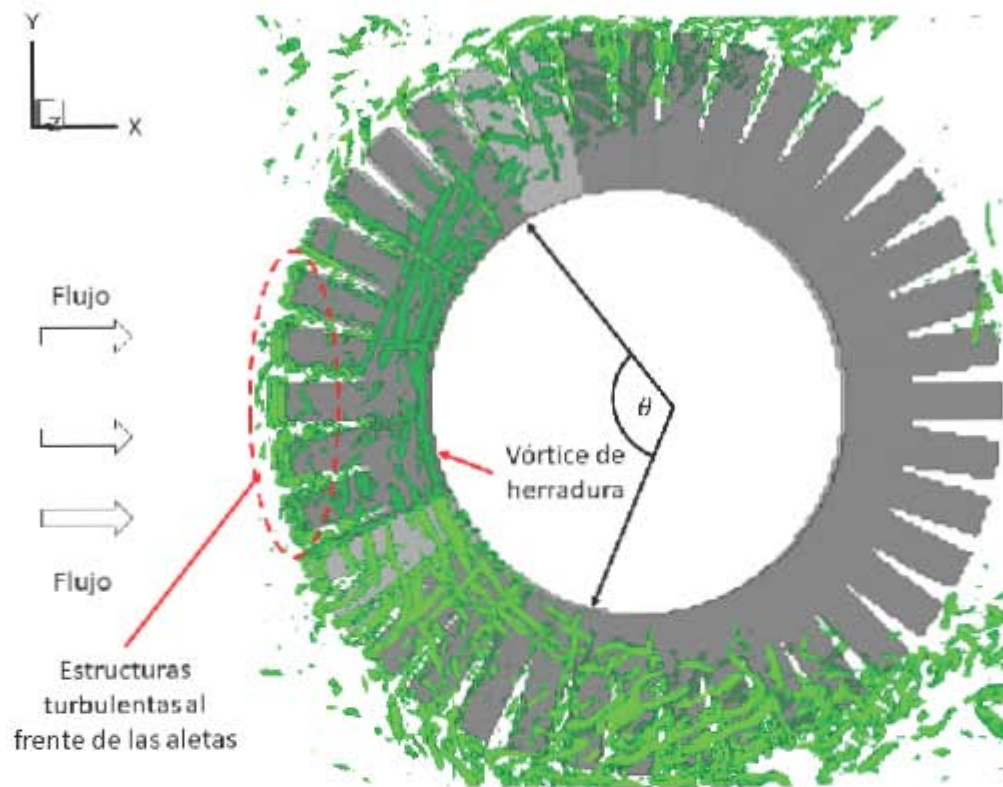


Figura 5.24: Isosuperficie de valores positivos del criterio  $Q = 800D_0/U_b$ .

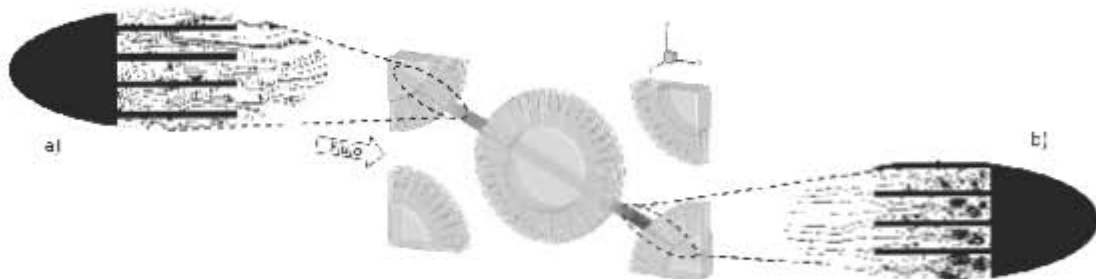


Figura 5.25: Plano diagonal al dominio computacional y líneas de trayectoria

En la Figura 5.26, tenemos isosuperficies con valores negativos de  $U$  para un tubo aislado, que nos permiten ver la recirculación causante de las estructuras de herradura y del sistema de vórtices que se produce en el espacio entre cada aleta.

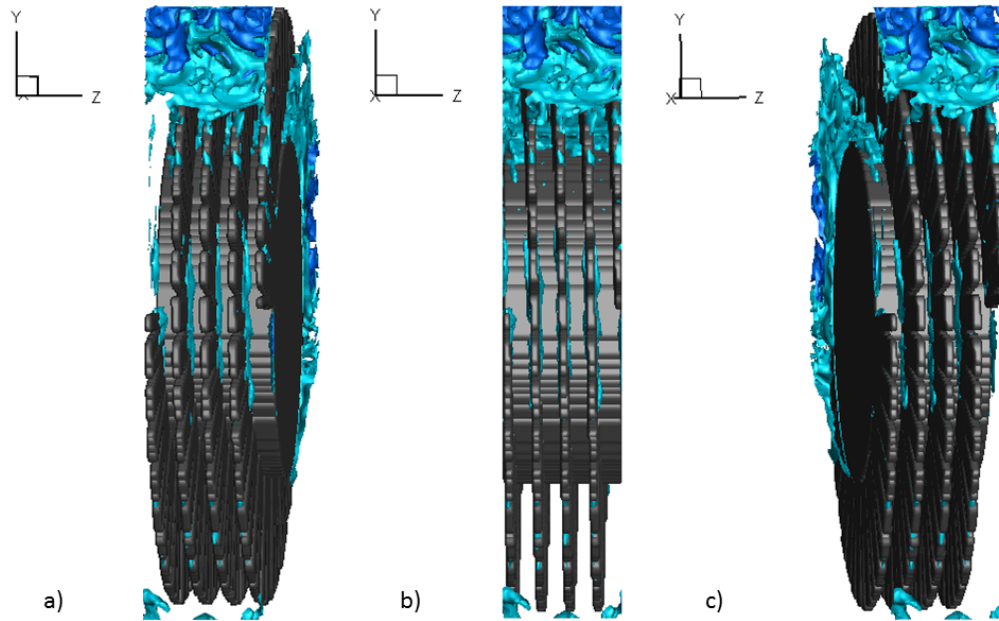


Figura 5.26: Isosuperficies de valores negativos de  $U$

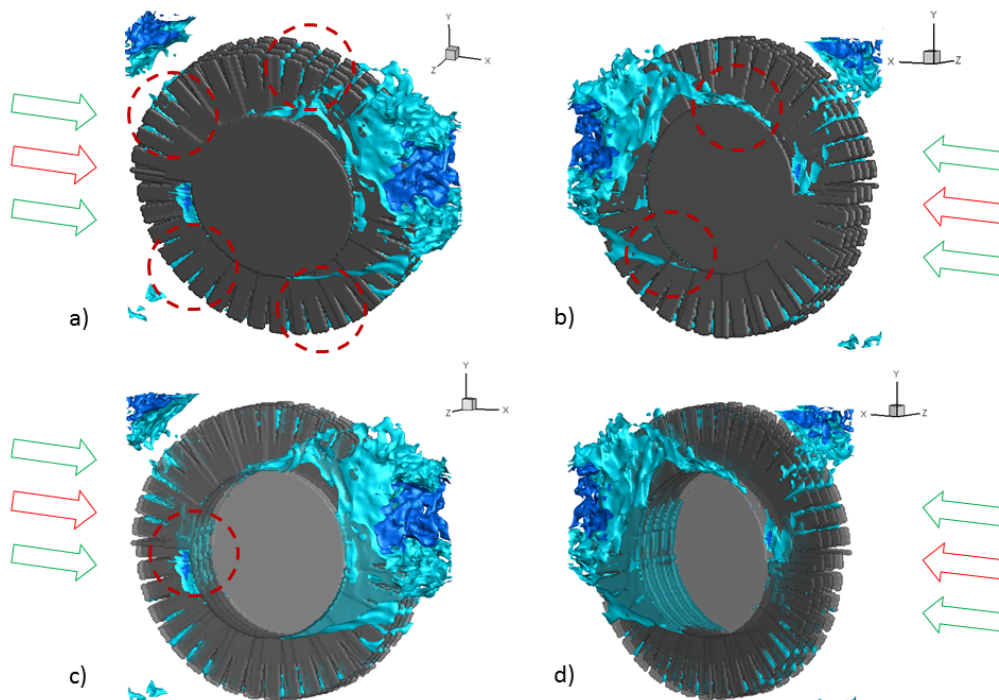


Figura 5.27: Isosuperficies de valores negativos de  $U$

Por otro lado, en la Figura 5.27 podemos ver la interacción del flujo en recirculación con un solo tubo, en la Figura 5.27a tenemos la recirculación que se da en los segmentos de las aletas y que produce los vórtices de aspecto despeinado que vimos en la Figura 5.23, en la Figura 5.27b tenemos la recirculación que se tiene cuando el flujo se desprende del tubo y que es la causante de los vórtices alternados que se dan forma a la estela, en esta figura puede verse como el punto de separación también va alternando con el resto del flujo. En la Figura 5.27c, se puede ver que las recirculaciones en la parte frontal del tubo, se deben más a la interacción de las aletas y el tubo, que al punto de estancamiento, dichas recirculaciones son las causantes de los vórtices de herradura que rodean al tubo. Para terminar, en la Figura 5.27d se hace translucido al tubo para apreciar que la recirculación de la estela pasa entre las aletas y llega hasta el tubo y que además penetra ocupando un área bastante grande, por lo que la zona de la estela es muy importante en la interacción sólido-fluido y no se puede despreciar.

## 5.4. Análisis de resultados estadísticos

El código numérico utilizado en este trabajo nos permite también analizar los resultados de una manera similar a la que se tendría en una simulación tipo RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations), esto se realiza mediante el promediado de las variables de flujo respecto al tiempo tomando en cuenta los resultados a partir del instante donde se ha alcanzado el estado estacionario (Figura 4.4). En las siguientes páginas, se presentan y analizan los resultados estadísticos de la simulación, que sirven para complementar el estudio numérico y aportar información que no pudimos ver en los campos instantáneos y que son de mucha utilidad en el estudio del flujo alrededor de un banco de tubos de aleta helicoidal segmentada.

### 5.4.1. Velocidades promedio

En la Figura 5.28, se tiene el plano  $x - y$  del centro del dominio computacional, las flechas indican la dirección del flujo y el contorno corresponde al campo promedio de la velocidad principal  $U(\bar{x})$  adimensionalizado por la velocidad de referencia  $U_0$ . Puede observarse que al igual que en la mayoría de flujos contantes libres, el flujo medio es muy diferente al instantáneo (Figura 5.9), tanto en forma como en magnitud. En el caso de la velocidad promedio, se tiene un comportamiento prácticamente simétrico respecto al tubo central a diferencia del campo instantáneo donde el flujo tiene una dirección preferencial, es decir, pasa por arriba o por abajo del tubo alternadamente. Es importante resaltar que la velocidad máxima no es continua como se ha visto en tubos lisos [44], donde el flujo tiende a moverse en bandas bien definidas que rodean al tubo. En el caso del tubo aletado, podemos ver como la velocidad varia mientras va rodeando al tubo incluso en la zona del flujo libre que pasa entre los tubos, la velocidad no tiene una magnitud continua, se tienen

regiones bien definidas de muy alta velocidad cuando el flujo se aproxima al tubo y de muy baja en la región de la estela.

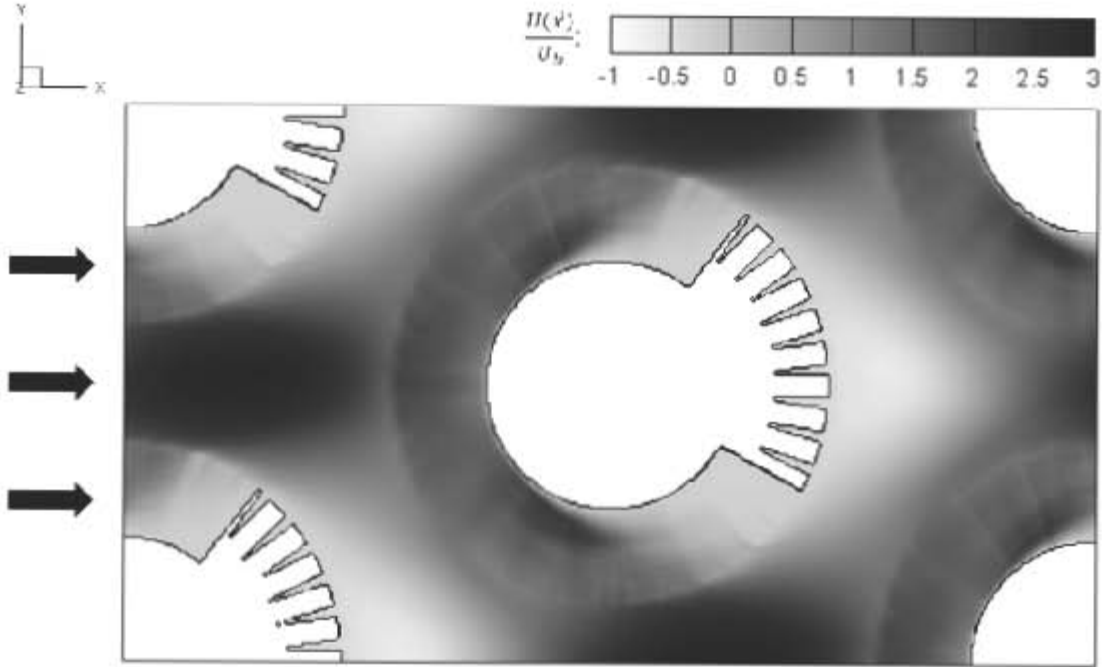


Figura 5.28: Contorno de velocidad promedio  $U(\vec{x})$  en el plano  $z/D_0 = 0,025$

Las manchas oscuras correspondientes a las zonas de máxima velocidad se ubican en la zona donde la corriente se aproxima al tubo antes de llegar a las aletas, una vez que el flujo hace contacto con las aletas; la velocidad tiene una pequeña reducción como consecuencia de que el flujo interactúa con los cuerpos sólidos (las aletas), que tienden a frenarlo.

Enseguida se puede ver otra zona de alta velocidad que se debe a que el flujo rodea al tubo con una presión de favorable, esto sucede entre  $45^\circ$  y  $85^\circ$  aproximadamente medidos a partir del punto de estancamiento donde podemos ver dos manchas de velocidad elevada tanto arriba como abajo del tubo. Después de los  $90^\circ$  la presión ya no es favorable y esto provoca una disminución en la velocidad.

La zona detrás de los tubos correspondiente a la estela está bien definida y tiene un tamaño pequeño en comparación a la que se tendría en un solo tubo, esto sucede por que la presencia de los tubos aguas abajo obliga a las corrientes de flujo que rodean al tubo a unirse antes de lo que lo harían naturalmente. Al centro de la región de reparación podemos ver una zona con velocidades negativas (mancha blanca), que nos indica que se tiene una recirculación importante en la parte de atrás de los tubos.

En la Figura 5.29, tenemos diferentes planos a lo largo del eje  $z$  para conocer el



efecto que tiene la configuración helicoidal de las aletas en el comportamiento del flujo. En general las regiones de máxima velocidad no tienen un cambio apreciable, aun cuando el flujo pasa en medio de dos aletas disminuye un poco su velocidad como se puede ver en la Figura 5.29a. La región de separación tiene cambios muy ligeros, casi imperceptibles en forma y tamaño. Si bien en todos los casos se tienen las mayores recirculaciones al centro de la región de separación, se puede ver que la recirculación es más intensa cuando el flujo pasa entre dos aletas, como en el caso de la Figura 5.29c.

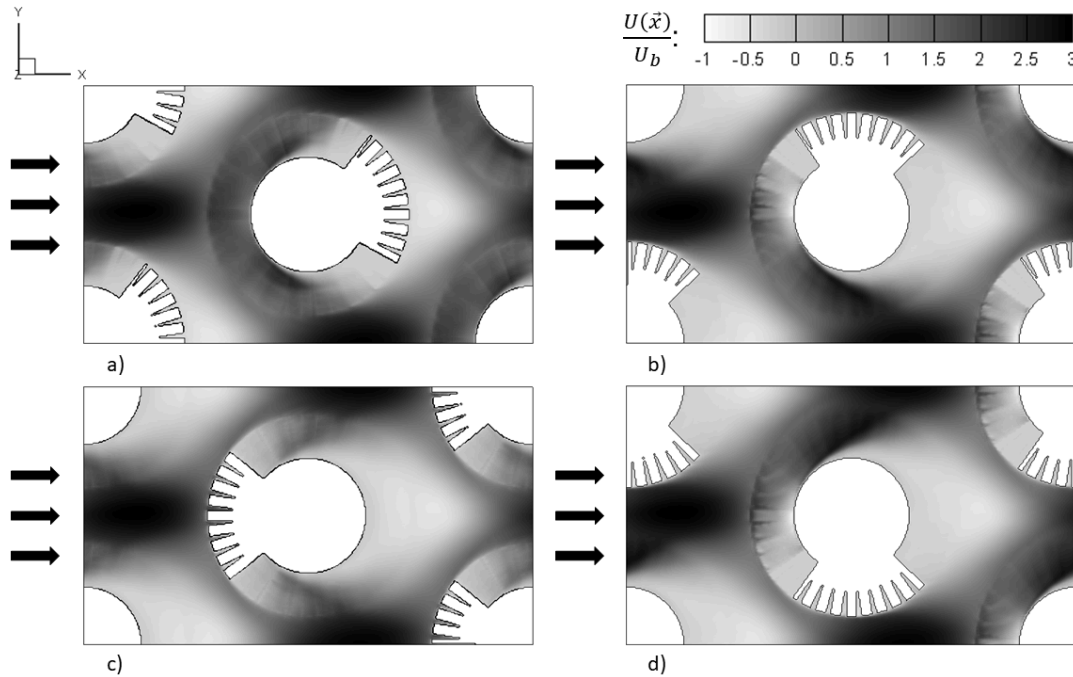


Figura 5.29: Contornos de velocidad promedio  $U(\bar{x})$ . a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,0114$

En la Figura 5.29b y Figura 5.29d, tenemos otra zona de flujo con alta velocidad que se aleja del tubo con un ángulo de aproximadamente  $45^\circ$ , estos planos se ubican en el centro entre dos aletas, por lo que es donde el flujo alcanza la mayor velocidad al rodear el tubo. En el caso de la Figura 5.29c, no vemos esas zonas de alta velocidad porque ese contorno corresponde a una región cercana a una aleta, por lo tanto, la velocidad es baja respecto a la de la corriente libre.

Si bien los contornos de velocidad no presentan una magnitud continua cuando rodean al tubo, al dibujar líneas de trayectoria podemos ver que hay regiones del flujo que rodean al tubo sin interactuar con él como en la Figura 5.30, donde tenemos los mismos planos que en la Figura 5.29, pero esta vez se muestran líneas de corriente.

Las líneas de trayectoria nos dan un panorama más claro de cómo se comporta el flujo

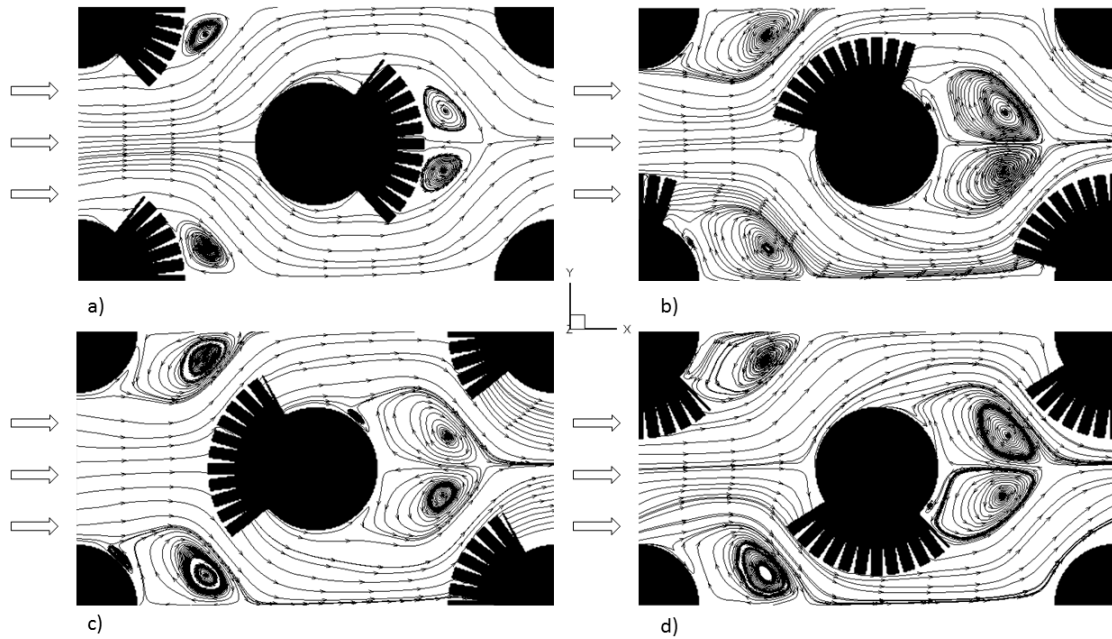


Figura 5.30: Líneas de trayectoria. a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,01$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,01$

alrededor de los tubos aletados, el punto de estancamiento está al centro del tubo como se aprecia en el tubo central en la Figura 5.30a. Se tiene la presencia de dos vórtices importantes en la región de separación como corresponde al flujo alrededor de un cilindro, pero a pesar de que el comportamiento del flujo alrededor del tubo es casi simétrico, se tiene una importante variación en la intensidad de los vórtices traseros. Lo anterior es consecuencia de la configuración helicoidal de la aleta, pues su presencia hace que en el flujo se mueva a diferentes velocidades a lo largo del eje  $z$ . Esta variación de velocidad no existiría sin la presencia de las aletas, por lo que, en un tubo liso, los vórtices tendrían que ser de la misma intensidad y tamaño, lo que significaría un flujo más simétrico y con movimiento en bandas a través de los tubos [44].

El par de vórtices que se forman detrás de los tubos son los dominantes en la zona de la estela, pero no son los únicos. En las Figuras 5.30b,c,d, tenemos un pequeño vórtice detrás de los tubos. Este vórtice pequeño es importante porque nos indica la zona donde se da el desprendimiento de la capa límite. En la Figura 5.30a las líneas de trayectoria alrededor del tubo central muestran como el flujo sigue adherido al tubo aproximadamente a  $120^\circ$  medidos a partir del punto de estancamiento, tanto arriba como abajo del tubo. En la Figura 5.30c, se tiene el primer vórtice pequeño y las líneas de trayectoria se separan del tubo, es en este lugar donde se tiene el punto de desprendimiento de la capa límite y donde se genera toda la zona de separación detrás del tubo. Por otro lado, en la Figura 5.30d, podemos ver que hay líneas de corriente que empiezan a separarse del tubo desde

aproximadamente a  $100^\circ$ , lo que indica que el punto de desprendimiento de la capa límite está influenciado por la configuración helicoidal de la aleta, esto se puede deber a que los vórtices de herradura que vimos en la Figura 5.23, retrasan el desprendimiento de la capa límite que en un banco de tubos lisos se da aproximadamente a los  $90^\circ$  [44], en el caso de la Figura 5.30d, la capa límite se desprende antes porque ese plano pasa a la mitad de dos aletas y los vórtices de herradura no alcanzan a perturbar el flujo que se desprende como lo haría en un tubo liso.

En otro orden de ideas, en la Figura 5.31 tenemos un contorno de velocidad promedio  $U(\bar{x})$  en el plano  $x-z$  a la mitad del tubo central como indica la Figura 5.31c. En el perfil de velocidad (Figura 5.31a), podemos ver como la magnitud disminuye a medida que se acerca al tubo aletado, cuando el flujo hace contacto con el tubo se tienen recirculaciones en las aletas correspondientes a puntos de estancamiento, el flujo pasa entre las aletas y se tiene un perfil de velocidad con forma parabólica como el que se tiene en el flujo entre dos placas paralelas, este perfil se forma como consecuencia del desarrollo de la capa límite en cada aleta donde se tiene velocidad nula en el flujo que tiene contacto con el sólido por la condición de no deslizamiento y la velocidad más alta se alcanza entre las dos aletas. La magnitud de la velocidad disminuye a medida que el flujo penetra entre las aletas como consecuencia de que las fuerzas viscosas empiezan a tener un valor significativo en el flujo, ya que el fluido pasa por un espacio pequeño entre dos sólidos. En las esquinas formadas por las aletas y el tubo tenemos velocidades negativas donde se tienen las recirculaciones relacionadas con los vórtices de herradura vistos en la Figura 5.23.

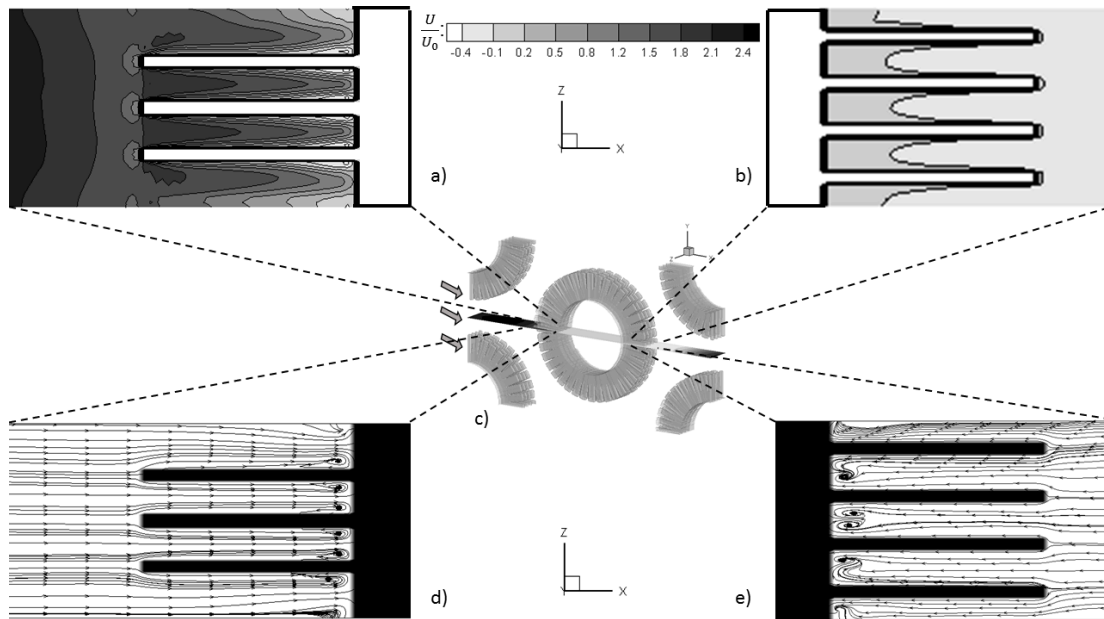


Figura 5.31: Contorno de velocidad promedio  $U(\bar{x})$  en el plano  $y/D_0 = 0,0$

Cuando dibujamos líneas de trayectoria al mismo contorno (Figura 5.31d), se observa que el flujo que pasa entre las aletas presenta baja turbulencia al tener líneas de trayectoria ordenadas y prácticamente paralelas entre si, lo que nos indica que entre las aletas las fuerzas viscosas son importantes, sin embargo, cuando el flujo se aproxima al tubo se pueden ver los vórtices de herradura, un par por cada aleta como se vio también en el caso instantáneo (Figura 5.25).

En la parte trasera del tubo, el contorno de velocidad (Figura 5.31b), presenta puntos de estancamiento mucho más chicos en los bordes de las aletas, la variación de la magnitud de la velocidad es mucho menor y se sigue formando el perfil parabólico similar al del flujo de Poiseuille pero con una parábola menos alargada que la que se tiene al frente del tubo. Con las líneas de corriente en el mismo contorno (Figura 5.31e), podemos ver que el flujo que recircula en la estela, penetra entre las aletas con baja turbulencia y que a pesar de ser un flujo mucho menos intenso que al frente del tubo, se tiene la presencia de dos vórtices pequeños en la zona donde el tubo y las aletas se juntan.

Al mover el plano sobre el eje  $y$  el comportamiento del flujo es muy diferente por el efecto de la interacción de los segmentos de las aletas con el flujo (Figura 5.32). En la Figura 5.32d, tenemos el contorno de velocidad en la parte trasera inferior del primer tubo, donde el flujo está recirculando, a diferencia de la Figura 5.31, vemos que no se desarrolla un perfil de velocidad, sino que se tiene una magnitud de velocidad prácticamente uniforme. Al trazar líneas de trayectoria a ese contorno (Figura 5.32a), se puede ver una discrepancia con la Figura 5.31e, en este caso el flujo es claramente turbulento.

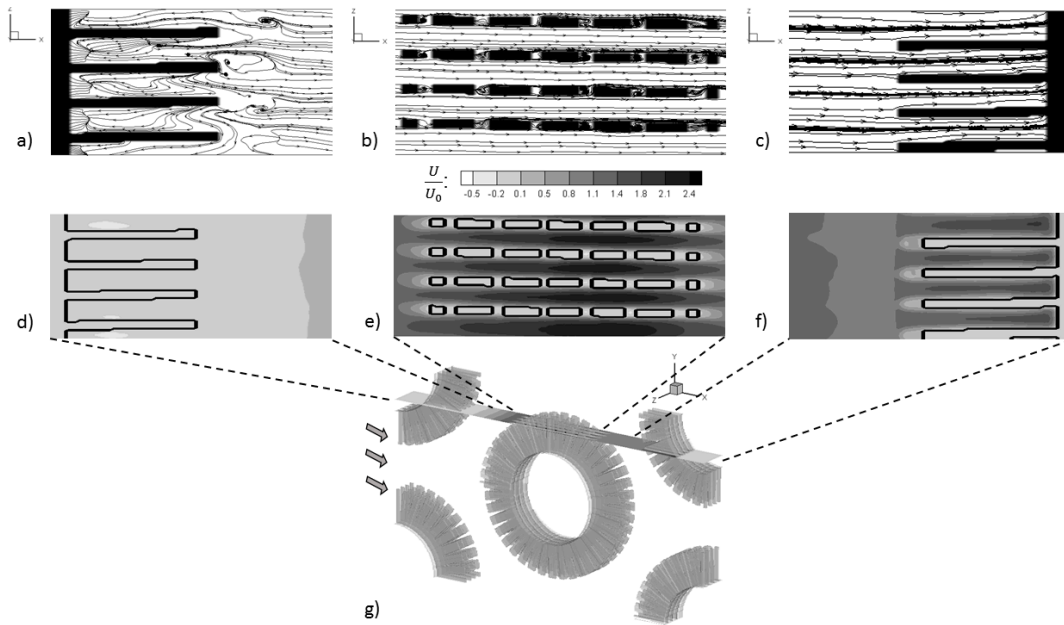


Figura 5.32: Contorno de velocidad promedio  $U(\bar{x})$  en el plano  $y/D_0 = 0,45$

El flujo sigue avanzando hasta encontrar el tubo central donde se tienen las velocidades más altas en el espacio entre las aletas como era de esperarse (Figura 5.32e), sin embargo, aquí tampoco se forma un perfil de velocidad tipo Poiseuille, se tienen zonas con velocidad nula alrededor de las aletas por la condición de no deslizamiento y manchas blancas en los segmentos entre las aletas que corresponden a pequeñas recirculaciones. La razón por la que no se tiene un perfil de velocidad parabólico como en la Figura 5.31a, es porque en este caso el desarrollo de la capa límite se interrumpe en cada segmento entre las aletas, formándose y cortándose continuamente. Lo anterior tiene como consecuencia la aparición de pequeños vórtices en los segmentos de aleta generados por las recirculaciones resultantes de las variaciones de presión que se dan cada que la capa límite se interrumpe; dichos vórtices se pueden ver con las líneas de trayectoria puestas en el mismo contorno (Figura 5.32b), con la ayuda de las líneas de trayectoria podemos ver que el flujo entre las aletas no es tan turbulento como en la Figura 5.32a, sin embargo en las regiones cercanas al sólido el flujo está más perturbado que en la Figura 5.31d.

Aguas abajo el flujo se encuentra el siguiente tubo, en el contorno de velocidad de la Figura 5.32f, se pueden ver pequeñas recirculaciones en los puntos de estancamiento de las aletas, así como una capa de baja velocidad en la periferia de las aletas; la velocidad máxima se da en el espacio central entre aletas, aunque no es tan intensa como en la Figura 5.31a. En la Figura 5.32c, se tienen las líneas de trayectoria correspondientes al contorno de la Figura 5.32f, en este caso el flujo no es tan ordenado como en la Figura 5.31d, sino que pueden observarse las perturbaciones en el flujo que generan los segmentos de aleta.

En cuanto a la velocidad  $V(\bar{x})$  promedio, la Figura 5.33, muestra los contornos de su comportamiento en diferentes planos. Los valores netos más altos se dan al frente de los tubos cuando el flujo se divide para rodear el tubo, en cambio, en la región de la estela los valores son muy bajos. Lo anterior puede dar la idea de que el área de importancia en el flujo alrededor de un banco de tubos aletados es la parte de enfrente, sin embargo, esto no es así. Recordemos que cuando el flujo rodea un cilindro la estela es más grande y el flujo tiende a unirse por si solo, pero en el caso del banco de tubos, el flujo choca con los tubos de la siguiente fila, lo que lo obliga a juntarse. Por lo tanto, las velocidades promedio en  $V(\bar{x})$  las vemos en la parte frontal de los tubos porque es donde el flujo se ve forzado a moverse en esa dirección.

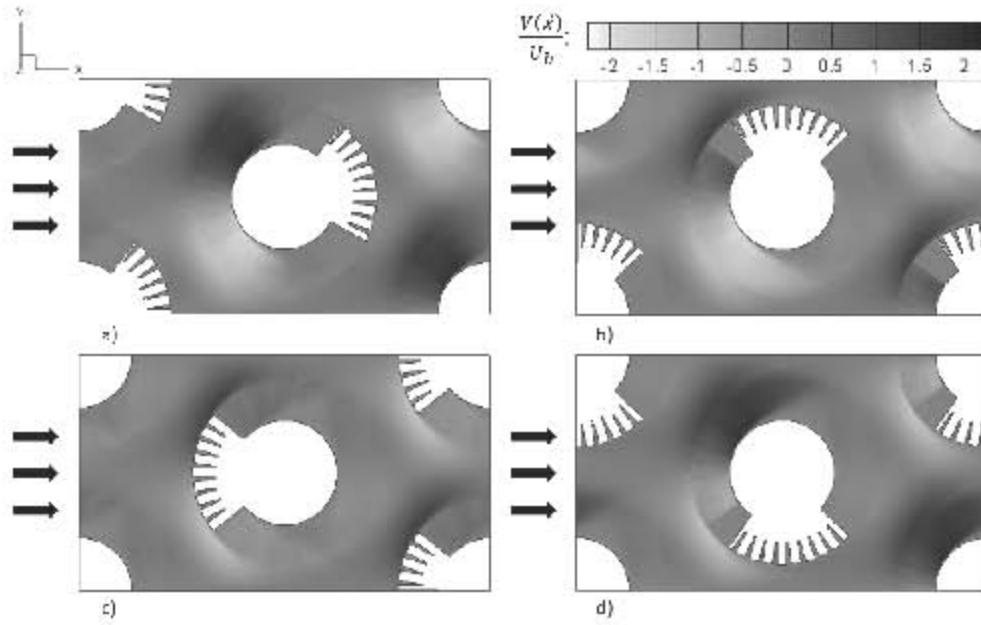


Figura 5.33: Contornos de velocidad promedio  $V(\bar{x})$ . a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,0114$

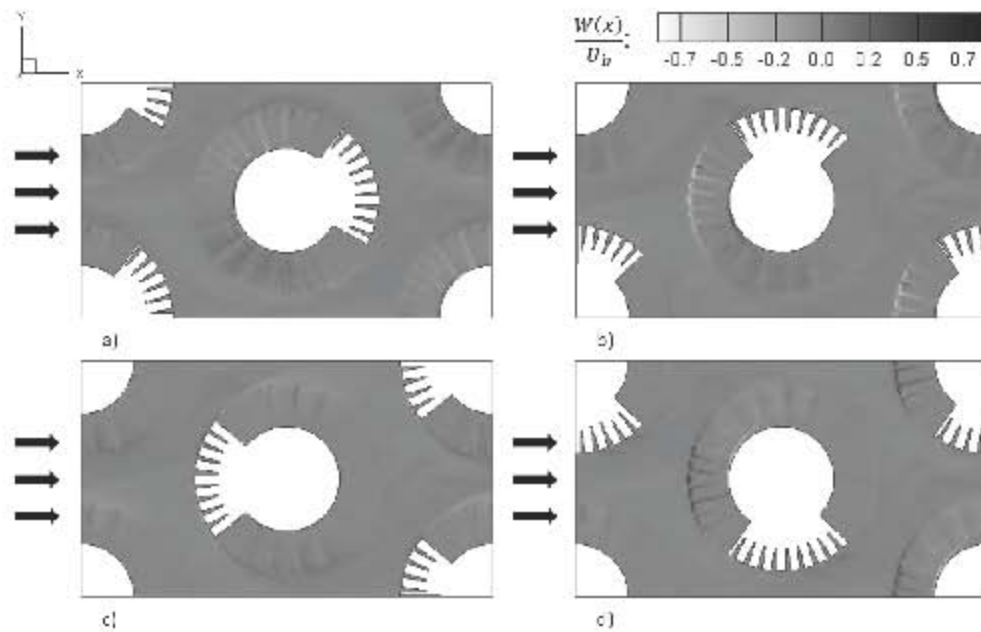


Figura 5.34: Contornos de velocidad promedio  $W(\bar{x})$ . a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,0114$

Los contornos correspondientes a la velocidad  $W(\bar{x})$ , se presentan en la Figura 5.34; en general esta velocidad es la que tiene la menor influencia en el desarrollo del flujo, podemos ver en los cuatro planos que el flujo alrededor de los tubos se mantiene prácticamente inalterado con nulas variaciones en su magnitud (todo el dominio se ve en gris). La región donde el flujo tiene mayor movilidad es, como era de esperarse, la zona de los segmentos entre las aletas como se observa en las 4 imágenes, pero en particular en las Figuras 5.34b,d, en ambas figuras vemos unas manchas en el punto de estancamiento de las aletas de la parte frontal del tubo, que es el punto que tiene el primer contacto con el flujo, que al chocar con el sólido desplaza fluido en las tres direcciones, se puede notar que el flujo se mueve en todos los segmentos frontales de la aleta que se iluminan de diferentes tonalidades en ambas figuras. En la Figura 5.34a, se presentan otras ligeras perturbaciones de flujo en los segmentos de aleta que están arriba y abajo del tubo central, esto ya lo habíamos observado en la Figura 5.32b, donde podíamos ver que un poco del flujo se mueve y recircula entre las aletas; además en la base del tubo se tiene un pequeño aumento en magnitud en la velocidad  $W(\bar{x})$  en la zona donde se forman los vórtices de herraduras vistos en la Figura 5.23. En la Figura 5.34b, se aprecia otra zona donde el flujo en  $W(\bar{x})$  tiene un aumento en magnitud, se pueden ver un par de zonas, una arriba y otra abajo del tubo central, se ubican fuera del dominio de las aletas y se deben a que el flujo que se mueve entre los segmentos de aleta perturba al flujo cercano en las afueras de la aleta. Otra área que presenta algunos cambios en magnitud de  $W(\bar{x})$ , es donde los dos flujos chocan como puede verse en la Figura 5.34c, se tienen unas variaciones muy pequeñas causadas por el impacto de los chorros que envían un poco de flujo a los lados.

#### 5.4.2. Velocidades fluctuantes promedio

Los valores rms ( $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$ ,  $w'_{rms}$  root mean square), representan las fluctuaciones promedio y son un indicativo de que tan dispersas son las velocidades de su valor medio, es decir, cuanto mayor es el valor rms de  $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$ ,  $w'_{rms}$ ; más fluctúa está esa variable alrededor su valor promedio. Como estamos trabajando con un flujo turbulento que por definición presenta fluctuaciones aleatorias de velocidad, es de esperar que no existan valores nulos de estas variables.

En la Figura 5.35 tenemos diferentes perfiles a lo largo del eje  $z$ , con contornos de  $u'_{rms}$ . Se observa que las zonas donde el flujo se aleja más de su comportamiento medio se ubican en la periferia de las aletas, lo anterior nos indica que si bien las aletas proporcionan una mayor área de contacto para el intercambio de calor, también confinan el flujo con la consecuente caída de presión y una menor intensidad de turbulencia; es por esto que la zonas de alta variación de  $u'_{rms}$  dentro de la región de las aletas se ubica justo donde el flujo pasa en medio de dos aletas y por lo tanto el flujo tiene un comportamiento más libre como vemos en las Figuras 5.35b,d. En estas mismas figuras podemos ver unas pequeñas manchas en la parte frontal de los tubos donde se tienen valores altos de  $u'_{rms}$  en los segmentos de aleta, debido a la misma razón, el flujo en los segmentos de aleta no está

restringido.

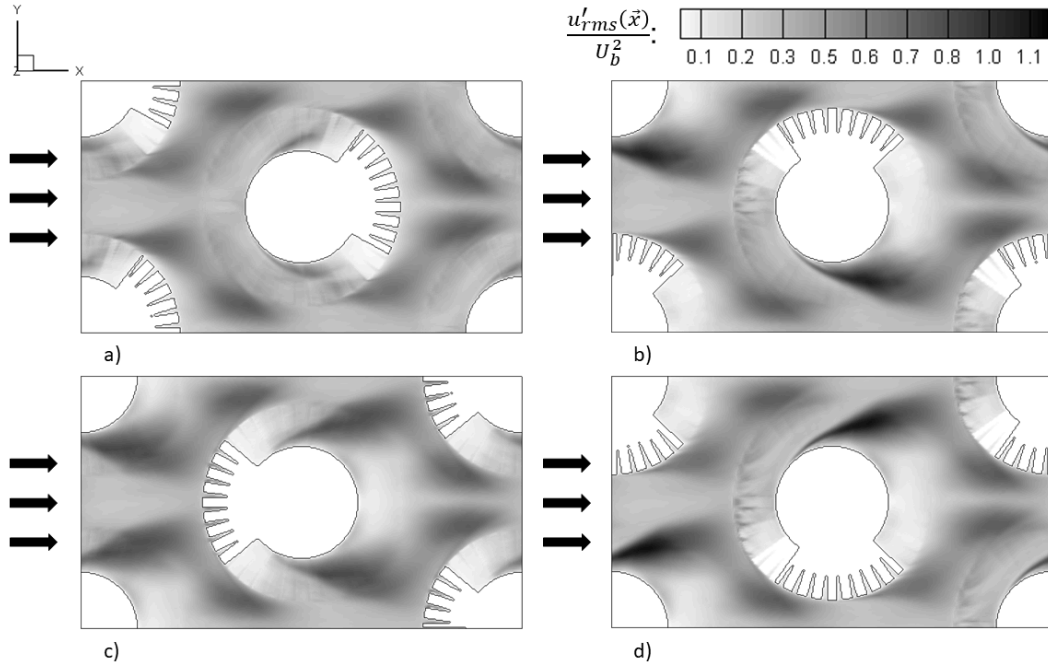


Figura 5.35: Contornos de velocidad promedio  $u'_{rms}$ . a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,0114$

El comportamiento general del flujo dentro de las aletas presenta bajos valores  $U'_{rms}$ , así como una menor turbulencia generalizada como se vio en la Figura 5.31d. Sin embargo, es importante mencionar que en ningún caso se tienen valores  $U'_{rms}$  nulos, por lo que aun cuando el flujo esta hasta cierto punto limitado; sigue teniendo fluctuaciones por lo que es en esencia turbulento.

Continuando con el análisis, en la Figura 5.36 tenemos los mismos planos a lo largo del eje  $z$ , pero en esta vez con contornos de la velocidad  $v'_{rms}$ , en esta ocasión la zona que más se aleja de sus valores medios es la región que se ubica en las cercanías de la zona de separación fuera de la estela. Al ser la zona donde se juntan los dos flujos que rodearon el tubo es también la región con las fluctuaciones más altas en todas las direcciones. Nuevamente la región dentro de las aletas es donde se tiene la menor actividad fluctuante, no obstante; en las Figuras 5.36b,c,d, tenemos una región con fluctuaciones altas en la zona posterior del tubo, siendo la más energética en la Figura 5.36c, correspondiente al plano entre dos aletas. En esta zona se tienen valores elevados de  $v'_{rms}$ , porque es el punto donde chocan las recirculaciones de los dos grandes vórtices que tienen acción en la estela, ya que una recirculación sube y otra baja al chocar con el tubo, los valores  $v'_{rms}$  ahí se alejan mucho de su comportamiento medio.



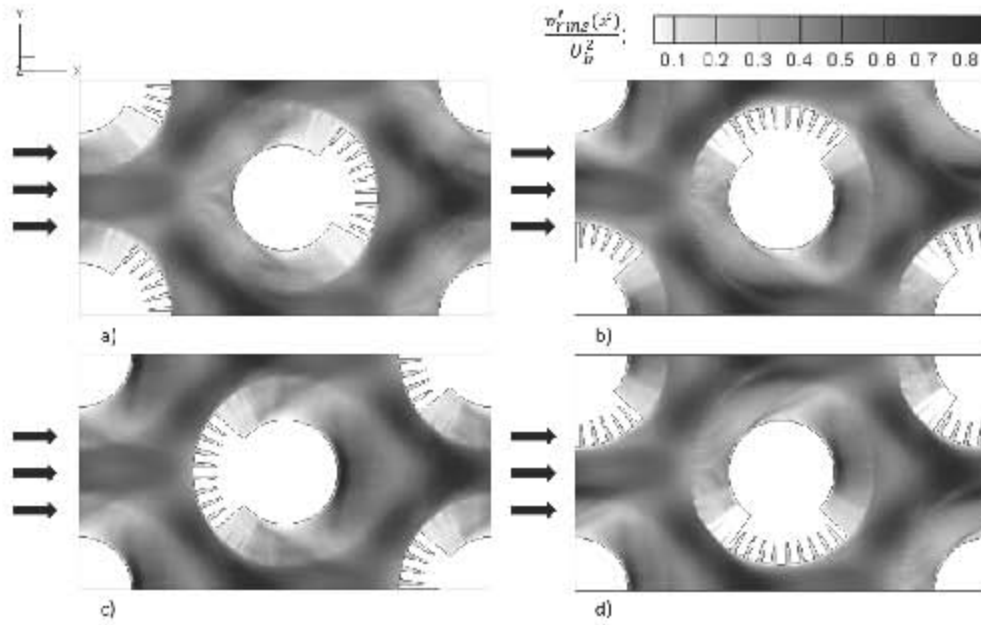


Figura 5.36: Contornos de velocidad promedio  $v'_{rms}$ . a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,0114$

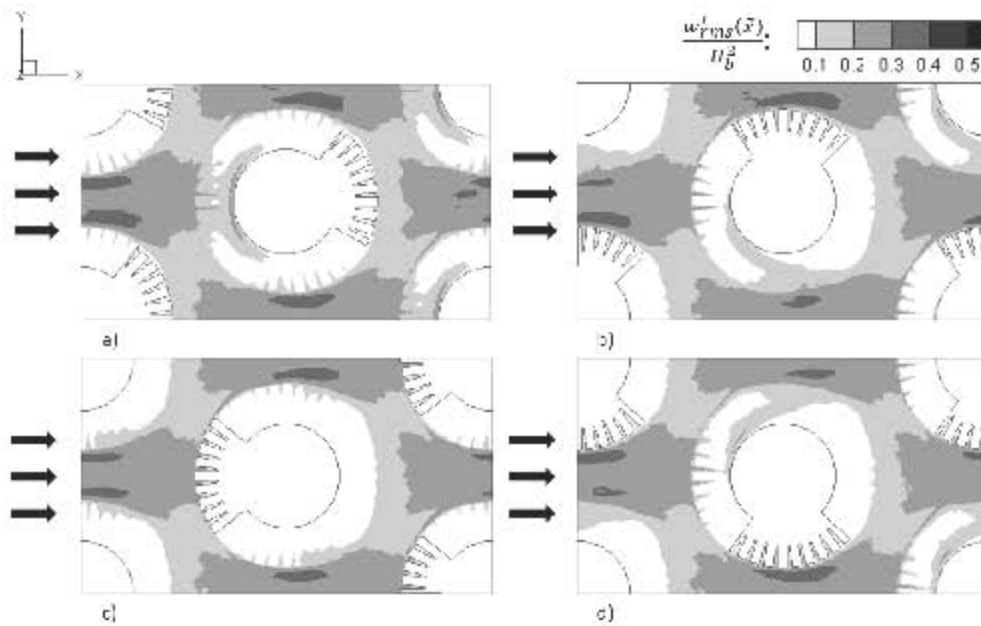


Figura 5.37: Contornos de velocidad promedio  $w'_{rms}$ . a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,0114$

En cuanto a los valores  $w'_{rms}$ , confirman lo que vimos en las figuras correspondientes al valor promedio de  $W(\bar{x})$ . En la Figura 5.37, se ven claramente los segmentos de aleta principal, es este caso la región correspondiente al vórtice de herradura es más evidente y se puede ver claramente su desarrollo en la periferia del tubo, en todas las imágenes se puede observar que las zonas que más se alejan del promedio son los alrededores de los tubos arriba y abajo, además de la región donde chocan los flujos. En el resto del dominio el flujo se mantiene estable, por lo que podemos decir que el flujo en la dirección  $z$ , no influye de manera significativa en los patrones de flujo para este trabajo.

Otro parámetro interesante es el esfuerzo cortante de Reynolds  $u'v'$ . Recordemos que los flujos turbulentos son el resultado de los movimientos e interacciones de muchas escalas y como consecuencia las capas de fluido experimentan esfuerzos cortantes turbulentos conocidos como los esfuerzos de Reynolds.

Al visualizar los esfuerzos de Reynolds podemos conocer la relación que existe entre dos estructuras turbulentas, por ejemplo, como una estructura con velocidad preferente  $U(\bar{x})$  se ve afectada por una con velocidad preferente en  $V(\bar{x})$ . De análisis anteriores podemos ver que las direcciones de mayor importancia para el flujo analizado en este trabajo son  $x$  y  $y$ , por lo que el esfuerzo cortante de Reynolds más importante es el  $u'v'$  que se muestra en los contornos en diferentes planos del eje  $z$  en la Figura 5.38.

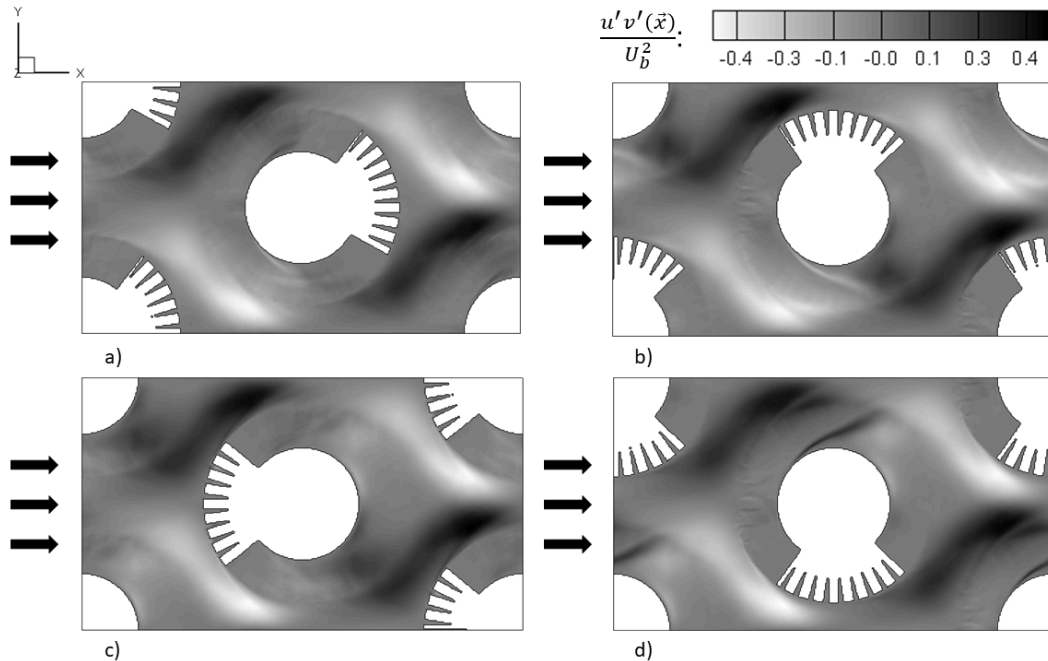


Figura 5.38: Contornos de esfuerzo de Reynolds  $u'v'$ . a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,0114$

Una vez más podemos notar que la región de las aletas es donde se presentan los valores más bajos al ser la zona donde el flujo está más restringido. La mayor actividad se tiene en el límite de la región de separación, es decir, la región más externa de la estela; y el área donde los dos flujos que rodean al tubo chocan. Lo anterior indica que esta es la zona donde se tiene mayor intercambio de cantidad de movimiento en el flujo y por lo tanto la zona de mayor turbulencia como vimos con las isosuperficies del criterio  $Q$  (Figuras 5.20-5.27). Inmediatamente después del choque de flujos (donde se juntan las lenguas en blanco y negro), vemos como bajan los valores del esfuerzo de Reynolds, esto es porque el flujo toma nuevamente su dirección de preferencia y la velocidad en  $U(\bar{x})$  es mucho más importante que la velocidad en  $V(\bar{x})$ , de hecho, es el lugar donde se tiene la velocidad en  $U(\bar{x})$  más elevada como vimos en la Figura 5.29. El esfuerzo cortante tiene otra región con valores altos, que se da cuando los flujos se separan para rodear el tubo, aquí el valor aumenta porque nuevamente toman importancia las velocidades en  $V(\bar{x})$  como vimos en la Figura 5.33.

Finalmente, en la Figura 5.39 se muestran los contornos correspondientes a la energía cinética turbulenta  $k$ , que representa la suma del comportamiento de las tres intensidades turbulentas y que se define como:

$$k = \frac{1}{2} (u'u' + v'v' + w'w') \quad (5.1)$$

Donde:

$$\left. \begin{aligned} u'_{rms} &= \sqrt{u'u'} \\ v'_{rms} &= \sqrt{v'v'} \\ w'_{rms} &= \sqrt{w'w'} \end{aligned} \right\} \text{Esfuerzos normales de Reynolds} \quad (5.2)$$

Con este parámetro podemos observar que el flujo alrededor del banco de tubos aletados segmentados es en general turbulento. Las regiones con mayor turbulencia son los puntos de unión de los dos flujos que rodean el flujo, como se puede apreciar en los 4 contornos mostrados. En la Figura 5.39c, tenemos un área con alta actividad detrás del tubo central en el punto donde se juntan las recirculaciones de los vórtices en la zona de estela. En el dominio de las aletas la turbulencia no es tan importante ya que el flujo se encuentra restringido por las aletas, es por eso que los valores más bajos de  $k$ , se ubican en esta zona, exceptuando una pequeña región donde el flujo tiene una alta turbulencia que se puede ver en las Figuras 5.39b,d, donde tenemos unas manchas que se alejan del tubo, aquí la turbulencia se eleva ya que el flujo que pasa entre las aletas y que esta desprendiéndose del tubo, se aleja con alta velocidad del mismo e interactúa con el flujo libre que pasa por fuera de la aleta, es por eso que la Figura 5.34, veíamos una intensa actividad en la velocidad  $W(\bar{x})$  arriba y abajo del tubo.

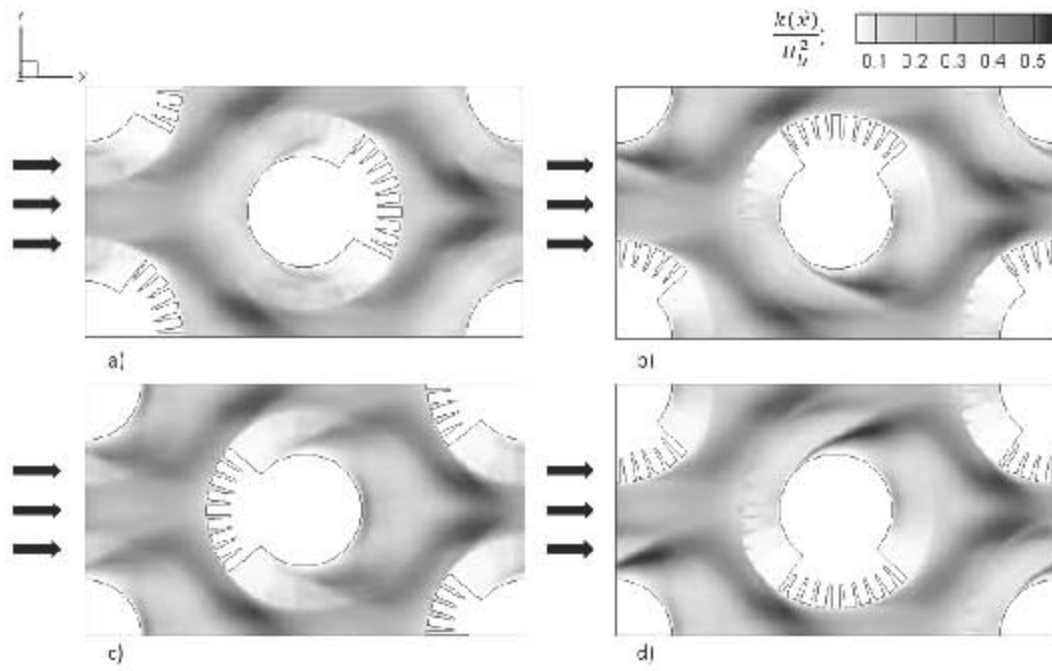


Figura 5.39: Contornos de energía cinética turbulenta  $k = \frac{1}{2} (u'u' + v'v' + w'w') / U_0^2$ . a)  $z/D_0 = 0,025$ . b)  $z/D_0 = -0,0114$ . c)  $z/D_0 = 0,0$ . d)  $z/D_0 = 0,0114$

## Capítulo 6

# Conclusiones y trabajos futuros

En el presente trabajo se simuló numéricamente el flujo de aire alrededor de un banco de tuberías de aleta helicoidal segmentada, haciendo uso de la técnica de simulación de grandes escalas (LES, Large Eddy Simulation), fronteras inmersas, condiciones de frontera periódicas y esquemas de alto orden.

Los resultados de la simulación fueron validados mediante la comparación con datos experimentales y numéricos. Las técnicas numéricas seleccionadas para este trabajo demostraron ser útiles para la simulación de flujos con geometrías complejas de interés para la industria, ya que se pudo comprobar que el código numérico empleado genera resultados que comparan muy bien con los obtenidos por otros investigadores tanto numérica como experimentalmente.

Los flujos altamente turbulentos que interactúan con geometrías complejas como el analizado en este trabajo, presentan comportamientos muy diferentes en el flujo instantáneo y el flujo promedio. Por lo que, dependiendo de la aplicación, analizarlos solo desde el punto de vista promedio puede no ser suficiente para el correcto entendimiento de los mismos. El código numérico utilizado en este trabajo tiene la ventaja de poder simular flujos no estacionarios, con lo que se permite conocer fenómenos transitorios y características de la turbulencia que los modelos tipo RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes Equations) no pueden mostrar.

Por otro lado, con las simulaciones realizadas se pudo observar que el flujo alrededor de un banco de tuberías es gobernado por la interacción de las capas límite que se forman en los sólidos (aletas y tubos), así como por el comportamiento de la estela que se forma detrás de los tubos. En el caso de los tubos de aletas segmentadas, se comprobó que promueven la turbulencia al interrumpir constantemente el desarrollo de la capa límite que se forma en las aletas, con lo que el espesor de la misma no es muy grande; además los segmentos

en la aleta facilitan que el fluido se mueva en todas direcciones, lo que permite que el flujo entre las aletas no esté confinado entre sólidos. Esto es muy importante porque de esta manera las fuerzas viscosas no toman tanta importancia como lo harían en un tubo de aleta lisa, si bien se apreciaron zonas con baja turbulencia en algunas regiones del flujo entre las aletas, en general, el flujo altamente es turbulento.

Al interrumpir constantemente el desarrollo de la capa límite en la aleta, se forman zonas de baja presión en los segmentos de aleta que provocan la formación de pequeños vórtices y estructuras turbulentas que al combinarse con las estructuras que se desarrollaron aguas abajo y alrededor del tubo, incrementan la turbulencia de manera importante, por lo que el flujo que se mueve en la periferia de la aleta y que se aleja del tubo es altamente turbulento. Cuanto las dos corrientes de flujo turbulento que rodean al tubo chocan en la parte posterior, el resultado es la zona de mayor intensidad turbulenta como se pudo notar en los perfiles de energía cinética turbulenta.

Se visualizaron estructuras turbulentas que habían sido reportadas previamente de manera experimental, pero que no se habían podido ver numéricamente; como es el caso de las estructuras que se forman en la parte frontal de la aleta, así como las estructuras coherentes tipo herradura que se ven en la base del tubo y que parecen hacer la función de un generador de vórtices, ya que estas estructuras se desarrollan alrededor del tubo y modifican su comportamiento aguas abajo haciendo que el punto de desprendimiento de la capa límite se retrase un poco en comparación al que se había visto en tubos lisos, esto se debe a que el flujo es un poco más turbulento en la pared del tubo, lo que le permite vencer el gradiente adverso de presión causante de la separación de la capa límite en un tubo sin aletas.

Así mismo, se pudo observar que debido a que la capa límite se desprende después y la presencia del tubo de la fila siguiente (por la configuración escalonada del banco de tubos), la región de separación detrás de los tubos es más pequeña de lo que sería tanto en un tubo solitario como en un banco de tubos lisos; por lo que el fluido tiene más interacción con el sólido, lo que es altamente deseable en un intercambiador de calor.

La configuración helicoidal de la aleta promueve la tridimensionalidad de la turbulencia en la zona de la estela, donde se tiene la presencia de vórtices alternados provocados por corrientes de recirculación. Estas corrientes son débiles en magnitud, pero importantes en el comportamiento general del flujo, contribuyendo a que el fluido interactúe con toda la superficie de la aleta; por lo que se descarta la idea de que solo la región frontal de las aletas es importante en este tipo de bancos de tuberías.

Finalmente, resta hacer énfasis en el hecho de que para este trabajo el sistema estudiado es isotérmico, debido a las limitaciones que nos imponen las técnicas numéricas utilizadas. Sin embargo, los resultados obtenidos son muy útiles para comprender mejor el comportamiento del flujo alrededor de tubos de aleta helicoidal segmentada pues se

sabe que la mayor parte de la transferencia de calor que se produce en los intercambiadores de calor de tubos se debe a la turbulencia, por lo que es muy bueno analizar el comportamiento hidrodinámico en este tipo de equipos de manera aislada.

Es por lo anterior que, para trabajos futuros se podría mejorar el código para poder simular procesos con diferencias de temperatura que permitan simular un intercambiador de calor de manera global asemejándose un poco más al funcionamiento real de estos dispositivos y conocer la influencia que tienen los gradientes de temperatura en el comportamiento del flujo aquí mostrado.

De igual manera, ya que el código numérico aquí presentado ha demostrado su capacidad para la simulación de bancos de tuberías con geometrías complejas. Se recomienda como trabajo futuro, realizar simulaciones variando la geometría de las aletas en parámetros como pueden ser la altura y forma de las aletas, la separación de las mismas; así como el ángulo con el que el flujo incide en el banco de tuberías.

# Referencias

- [1] Pierson, O., “Investigation of influence of tube arrangement on convection heat transfer and flow resistance in cross-flow of gases in tube banks”. ASME Trans. (1937). 59, 563–572.
- [2] Hoge, E., “Experimental investigation on the effect of equipment size of heat transfer and flow resistance in cross-flow of gas over tube bank”. ASME Trans. (1937). 59, 573–582.
- [3] Grimson, E., “Correlation and utilization of new data on flow resistance and heat transfer for cross-flow over tube banks”. ASME Trans. (1937). 59, 583.
- [4] Wallis, R.P., “A photographic study of fluid flow between bank of tubes”. Proc. IMechE, (1939). 142, 379–387.
- [5] Owen, P., “Buffeting excitation of boiler tube vibration”. Journal of Mechanical Engineering Science 7: 431–439, (1965).
- [6] Konstantinidis, E., Castiglia, D., Balabani, S., Yianneskis, M., (2000). “On the flow and vortex shedding characteristics of an inline tube bundle in steady and pulsating crossflow”. Transactions of IChemE, Part A, Chemical Engineering Research and Design 78(8): 1129–1138.
- [7] Chen, S.S., “A general theory for the dynamic instability of tube arrays in cross-flow”. Journal of Fluids and Structures, (1987). 1, pp.35-53.
- [8] Simonin, O., Barcouda, M., “Measurement of fully developed turbulent flow across tube bundle”. Proceedings of the Third International Symposium on Applications of Laser Anemometry to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, (1986).
- [9] Weaver, D.S. & FitzPatrick, J.A., “A review of cross-flow induced vibrations in heat exchanger tube arrays”. Journal of Fluids and Structures, (1988). 2, pp. 73-93.
- [10] Moretti, P.M., “Flow-induced vibrations in arrays of cylinders”. Annual Review of Fluid Mechanics, (1993). 25, pp. 99-114.



- [11] Nakai T., Ayukawa K., Inoue T., “Flow through dense tube bundles, Part 1: pressure distribution on tube surface and velocity variation inside tube bundles”. *Trans Japan Soc Mech Eng Series*, (1996). B.62: 65-71.
- [12] Ziada, S., Oengören, A., “Vortex shedding in an inline tube bundle with large tube spacings”. *J. of Fluids and Structures*, (1993). 7 661–687.
- [13] Stanescu, G. Fowler, A.J. Bejan, A., “The optimal spacing of cilindres in free-stream cross-flow forced convection”. *Int. J. Heat Fluid Flow* 39 (2) pp. 311–317, (1996).
- [14] S. Umeda, W.J. Yang, “Interaction of Von Karman vortices and intersecting main streams in staggered tube bundles”. *Exp. Fluids* 26 (1999) 389–399.
- [15] Umeda S., Yang Wen-Jei, “Flow visualization in intersecting ducts with different converging-diverging angles”. *Journal of Visualization Society*, (1996), Japan 16: 19-27.
- [16] Ziada, S., Oengören, A., “Flow Periodicity and acoustic resonance in parallel triangle tube bundles”. *Journal of Fluids and structures* 14 (2) pp. 197-219, (2000).
- [17] Oengören, A., Ziada, S., “An in-depth study of vortex shedding, acoustic resonance and turbulent forces in normal triangle tube arrays”. *Journal of Fluids and Structures* 12, (1998): 717–758.
- [18] E. Martinez-Espinosa, W. Vicente, M. Salinas-Vazquez “Numerical Analysis for Saving Fin Material in Helical Segmented-Tubes”. *Applied Thermal Engineering* 110 (2017) 306–317.
- [19] R. Borrajo-Pérez, J. J. González-Bayón, J. Itizo-Yanagihara “An Experimental Study of Heat Transfer Enhancement Using Vortex Generators in a Finned Elliptical Tube”. *Ingeniería Energética*, 2016:XXXVII(3):165- 176, Septiembre/Diciembre, ISSN 1815-5901.
- [20] I. Carvajal-Mariscal, F. Sánchez, E. Núñez, J. Abugaber “Comparación de la Eficiencia Térmica de Tubos Aletados Inclinados y Tubos con Aletas Inclinadas”. *Laboratorio de Ingeniería Térmica e Hidráulica Aplicada, Sección de Estudios de Postgrado e Investigación, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional*.
- [21] E. Martinez, W. Vicente, M. Salinas-Vazquez, I. Carvajal, M. Alvarez “Numerical simulation of turbulent air flow on a single isolated finned tube module with periodic boundary conditions”. *International Journal of Thermal Sciences* 92 (2015) 58–71.
- [22] E. Martinez, W. Vicente, G. Soto, M. Salinas “Comparative analisis of heat transfer and pressure drop in helically segmented finned tube hear exchangers”. *Applied Thermal Engineering* 30 (2010) 1470–1476.

- [23] Ingeniería y Termodinámica Industrial S.A. de C.V. “Fabricación de Tubos Aletados”. [Homepage]. World Wide Web. [Consultado el día 7 de diciembre de 2017]. <http://itisamexico.com.mx/fabricacion-de-tubos-aletados.html>.
- [24] W. Wang, Y. Bao, Y. Wang, “Numerical Investigation of a Finned-Tube Heat Exchanger With Novel Longitudinal Vortex Generators”. *Applied Thermal Engineering* 86 (2015) 27-34.
- [25] I. Hernández-Arrieta, J. E. V. Guzmán, W. Vicente, E. Martínez-Espinosa, M. Salinas-Vazquez “Numerical assessment of the reduction of the entropy production rate caused by fin segmentation in heat exchangers”. *International Journal of Thermal Sciences* 117 (2017) 212–226.
- [26] C. Moulinec, J.C.R. Hunt, F.T.M. Nieuwstadt, “Disappearing wakes and dispersion in numerically simulated flows through tube bundles”. *Flow Turbul. Combust.* 73 (2004) 95–116.
- [27] P. Rollet-Miet, D. Laurence, J. Ferziger, “LES and RANS turbulent flow in tube bundles”. *Int. J. Heat Fluid Flow* 20 (1999) 241–254.
- [28] X. Liu, J. Yu, G. Yan “A Numerical Study on the Air-Side Heat Transfer of Perforated Finned-Tube Heat Exchangers With Large Fin Pitches”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 100 (2016) 199–207.
- [29] Radiadores Continental, S.A. de C.V. “Tubería Aletada”. [Homepage]. World Wide Web. [Consultado el día 7 de diciembre de 2017]. <http://www.radconsa.com/tuberia.html>.
- [30] P. K. Konchada, V. Pv and V. Bhemuni “Statistical Analysis of Entropy Generation in Longitudinally Finned Tube Heat Exchanger With Shell Side Nanofluid by a Single Phase Approach”. *Archives of Thermodynamics*, Vol. 37 (2016), No. 2, 3-22 DOI: 10.1515/aoter-2016-0010.
- [31] Kiyoshi Kawaguchi, Kenichi Okui and Takaharu Kashi. “The Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics of Finned Tube Banks in Forced Convection, (Comparison of Heat Transfer and Pressure Drop of Serrated and Spiral Fins)”, *Heat Transfer Asian Research* 34 (7) (2004).
- [32] Kiyoshi Kawaguchi, Kenichi Okui and Takaharu Kashi. “Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics of Finned Tube Banks in Forced Convection, (Comparison of Heat Transfer and Pressure Drop of Serrated and Spiral Fins)”, *Journal of Enhanced Heat Transfer* 12 (1) (2005) 1-20.
- [33] Kiyoshi Kawaguchi, Kenichi Okui, Takaharu Kashi. “The Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics of Finned Tube Banks in Forced Convection, (Effects of Fin Height on Heat Transfer Characteristics)”, *Heat Transfer Asian Research*, 35 (3), (2006).

- [34] Kiyoshi Kawaguchi, Kenichi Okui, Takaharu Kashi. “The Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics of Finned Tube Banks in Forced Convection, (Effects of Fin Height on Pressure Drop Characteristics)”, *Heat Transfer Asian Research*, 35 (3), (2006).
- [35] Erling Næss, “Experimental Investigation of Heat Transfer and Pressure Drop in Serrated-Fin Tube Bundles With Staggered Tube Layouts”. *Applied Thermal Engineering* 30 (2010) 1531-1537.
- [36] A. Lemouedda, A. Schmid, E. Franz, M. Breuer, A. Delgado “Numerical Investigations for the Optimization of Serrated Finned-Tube Heat Exchangers”. *Applied Thermal Engineering* 31 (2011) 1393-1401.
- [37] B. Annop, C. Balaji, K. Velusamy “A Characteristic Correlation for Heat Transfer Over Serrated Finned Tubes”. *Annals of Nuclear Energy* 85 (2015) 1052–1065.
- [38] E.N. Pis'mennyi, “Special features of flow and heat transfer in staggered bundles of transversely finned tubes”, *Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal* 60 (1991) 895–902 (in Russian).
- [39] Ye Pysmennyy, A. Terekh, O. Shapoval, G. Polupan, F. Sánchez Silva, I. Carvajal Mariscal, “Flow dynamics on the surface of a segmented fin”. 3rd Russian Conference on Heat Transfer, Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russian Federation, 2002, pp. 165-167 (in Russian).
- [40] E.N. Pis'mennyi, “An asymptotic approach to generalizing the experimental data on convective heat transfer of tube bundles in crossflow”, *Int. J. Heat Mass Transf.* 54 (2011) 4235–4246.
- [41] Federico Papa, “Local Velocities and Heat Transfer Coefficients Over Fintubes”. Master Thesis, University of Alabama in Huntsville, 1997.
- [42] E. Martínez, W. Vicente, G. Soto, A. Campo, M. Salinas “Methodology for Determining the Optimal Fin Dimensions in Helically Segmented Finned Tubes”. *Applied Thermal Engineering* 31 (2011) 1744-1750.
- [43] M. Salinas-Vazquez and O. Metais, “Large-eddy simulation of the turbulent flow through a heated square duct”. *J. Fluid Mech.*, 453, pp. 202-208, 2002.
- [44] M. Salinas-Vázquez, M.A. de la Lama, W. Vicente, E. Martínez, “Large Eddy Simulation of a flow through circular tube bundle”. *Applied Mathematical Modelling* 35 (2011) 4393–4406.
- [45] O. Simonin & M. Barcouda “Flow through staggered tube bundle Case 78”. ERCOFTAC classic database, <http://cfd.me.umist.ac.uk/ercoftac>, mayo 2007.
- [46] David, E., “Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques: une approche instationnaire”. PhD Grenoble Institute of Technology, 1993.

- [47] S. Osher and J. A. Sthian, “Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations”. *J. Comput. Phys.*, Vol. 79, 12-49 (1988).
- [48] J. M. Cubos-Ramírez, “Estudio multifásico de la turbulencia en flujos con superficie libre”. Tesis Doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México, 2017.
- [49] R. A. Magos-Alva, “Validación de código numérico para la simulación de flujos con superficie libre”. Tesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2013.
- [50] L. A. Herrera-Bonilla, “Simulación numérica de un chorro de agua a alta velocidad en un proceso de corte”. Tesis Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 2018.
- [51] Jiang, G. S. and Peng, D., “Weighted ENO Schemes for Hamilton Jacobi Equations”, *J. Sci. Comput.*, 21, (2000), 212–2143.