



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Análisis teórico y experimental de las propiedades
mecánicas de un material compuesto con un
núcleo de concreto reforzado con fibra de carbono

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Física

PRESENTA:

Diana Laura Javier García

TUTOR

Dr. José Alberto Escobar Sánchez
Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Javier
García
Diana Laura
55 63 34 25 02
Universidad Nacional Autónoma de
México
Facultad de Ciencias
Física
311224997

2. Datos del tutor

Dr
José Alberto
Escobar
Sánchez

3. Datos del sinodal 1

Fís
Margarita
Sánchez y
Sánchez

4. Datos del sinodal 2

Dra
Montserrat
Bizarro
Sordo

5. Datos del sinodal 3

Dr
Alejandro
Sánchez

6. Datos del sinodal 4

M en C
J. Guadalupe
Bañuelos
Muñeton

7. Datos del trabajo escrito

Análisis teórico y experimental
de las propiedades mecánicas
de un material compuesto con
un núcleo de concreto reforzado
con fibra de carbono
96 p
2019

*A Dios
por darme la fuerza en todo momento*

*A mis padres
a quienes les debo todo lo que soy*

*A mi hermana Fernanda
por quien trato de mejorar cada día*

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México. Donde pude experimentar el orgullo de pertenecer a la institución académica más importante de México.

A mi asesor, el Dr. José Alberto Escobar, a quien le debo mi más profunda admiración y respeto. Quien desde un principio confió en mi cuando buscaba realizar mi servicio social. Le agradezco todo el apoyo, la paciencia y la guía brindada durante la elaboración de este trabajo. Quiero aprovechar también para agradecerle por el tiempo invertido, y sobre todo por sus consejos que siempre buscaron orientarme.

A mi asesor no oficial, el M. Víctor Cecilio, pilar fundamental en la elaboración de este trabajo. Quien amplio mi panorama sobre el quehacer de la ingeniería, aunque eso requiriera explicarme los conceptos básicos de ésta. Le agradezco también la amistad brindada, por el tiempo dedicado en cada platica y por sus invaluable consejos.

A mis sinodales: la Fis. Margarita Sánchez, por apoyarme en mi proceso de titulación, por su tiempo y por todo el apoyo y la confianza brindada en los últimos años, a la Dra. Monserrat, quien además de ayudarme en la revisión de este trabajo, me dio un primer acercamiento a la Ciencia e Ingeniería de Materiales, al M. J. Guadalupe Bañuelos por todo el tiempo invertido en la revisión de este trabajo, y por los comentarios y sugerencias planteados (sobre todo en el proceso de redacción). Y por último, al Dr. Alejandro Cervantes, quien amablemente accedió a formar parte de mi jurado, quiero agradecerle también por todo el tiempo e interés mostrado en este trabajo.

No me gustaría terminar esta sección sin agradecerle a mis compañeros y amigos que estuvieron conmigo durante la licenciatura, Uriel, Omar, Luis Carlos, Osvaldo, Sandra, quienes además de brindarme su apoyo cuando me sentía perdida en las clases, también me escucharon cuando la indecisión y las preocupaciones la vida me invadían. Resulta igual de importante, agradecer a aquellos amigos que me acompañaron desde tiempo antes, entre ellos, Juan A. quien además de hacer el camino de las mañanas hacia la Facultad más llevadero, me acompañó en los buenos momentos y no dudo en brindarme su apoyo cuando más lo necesitaba. Y también a los que se han unido en esta última etapa, como mi amigo Joaquín, quien de la manera más noble me apoyó en la revisión de esta tesis.

Todos ellos sin duda han hecho más amena mi estancia por la Facultad de Ciencias.

Finalmente, agradezco al Instituto de Ingeniería, de la UNAM, por el espacio y apoyo económico brindado para la elaboración de este trabajo.

Resumen

El diseño de materiales compuestos tiene como objetivo principal obtener un material con propiedades superiores a las de los materiales que lo componen. En la actualidad, es tal su importancia que éstos han comenzado a sustituir a los materiales convencionales.

En este trabajo se estudio el comportamiento mecánico de un material compuesto con un núcleo de concreto cilíndrico reforzado superficialmente con un tejido de fibra de carbono.

Con el objetivo de determinar cómo afecta el refuerzo aplicado, se llevaron a cabo pruebas experimentales de compresión axial a grupos de especímenes con diferentes características, donde se establecieron como variables experimentales el número de capas de fibra de carbono aplicada, el estado de la matriz, así como las dimensiones de los especímenes.

A partir de los resultados obtenidos experimentalmente, se obtuvo la curva esfuerzo-deformación de cada espécimen, y partir de ésta, se determinaron algunas propiedades mecánicas como el módulo de elasticidad E , la resistencia máxima f'_c y la deformación ϵ_0 . Se observó un incremento de las propiedades mecánicas relacionado directamente con el número de capas de fibra de carbono aplicada.

Finalmente, aplicando un análisis de regresión simple entre la resistencia axial f'_c y la resistencia de confinamiento σ_r , se propone una ecuación capaz de predecir el esfuerzo máximo de compresión que puede soportar el sistema compuesto estudiado.

Abstract

The design of composite materials has as main objective to obtain a material with properties superior to those of the materials that compose it. At present, its importance is such that they have begun to replace conventional materials.

In this work the mechanical behavior of a composite material with a cylindrical concrete core reinforced superficially with a carbon fiber fabric was studied.

In order to determine how the reinforcement applied affects, experimental tests of axial compression were carried out on groups of specimens with different characteristics, where the number of carbon fiber layers applied, the state of the matrix, were established as experimental variables. as well as the dimensions of the specimens.

From the results obtained experimentally, the stress-strain curve of each specimen was obtained, and from this, some mechanical properties were determined such as the modulus of elasticity E , the maximum resistance f'_c and the deformation ϵ_0 . An increase in mechanical properties directly related to the number of carbon fiber layers applied was observed.

Finally, applying a simple regression analysis between axial resistance f'_c and the confinement resistance σ_r , an equation capable of predicting the maximum compression stress that the bearing can withstand is proposed. compound system studied.

Índice general

Capítulos	Página
Agradecimientos	III
Resumen	V
Abstract	VII
Lista de figuras	XI
Lista de tablas	XV
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del trabajo	1
1.2. Objetivos de la tesis	2
1.2.1. Objetivo general	2
1.2.2. Objetivos particulares	2
1.3. Descripción de capítulos	2
2. Antecedentes	5
2.1. Materiales compuestos	5
2.1.1. Definición y clasificación	5
2.1.2. Concreto	7
2.1.3. Fibra de carbono	9
2.2. Teoría de los medios continuos	12
2.2.1. Concepto de deformación	12
2.2.2. Concepto de esfuerzo	14
2.2.3. Elasticidad	17
2.3. Técnicas experimentales	20
2.3.1. Ensayo de tracción y compresión	21
2.3.2. Ensayos de carga cíclica	22
2.3.3. Diagramas esfuerzo-deformación	23
3. Análisis mecánico	29
3.1. Hipótesis	30
3.2. Análisis de esfuerzos	30
3.3. Propiedades mecánicas	33
3.3.1. Resistencia de confinamiento	35
4. Aplicación experimental	37
4.1. Procedimiento experimental	37
4.1.1. Pruebas de carga cíclica	39
4.1.2. Pruebas de compresión axial	39

4.2. Resultados experimentales	42
4.2.1. Módulo de elasticidad	42
4.3. Diagramas esfuerzo-deformación	45
4.3.1. Diagramas esfuerzo-deformación de los especímenes reforzados con fibra de carbono	46
4.3.2. Diagrama esfuerzo-deformación de los especímenes con daño interno	48
4.3.3. Diagrama esfuerzo-deformación de los especímenes a escala	50
4.4. Propiedades mecánicas	52
4.5. Modo de falla	56
5. Resultados y análisis	59
5.1. Propiedades mecánicas	59
5.2. Factor de rehabilitación	64
5.3. Comportamiento de la curva esfuerzo-deformación	66
5.4. Relación entre el esfuerzo axial y radial	68
6. Conclusiones y recomendaciones	73
Bibliografía	75

Índice de figuras

2.1. Esquema de las características geométricas y espaciales de los refuerzos en materiales compuestos: a) concentración, b) tamaño, c) forma, d) distribución y e) orientación [5].	6
2.2. Clasificación de los materiales compuestos en función del tipo y forma de los materiales que lo componen [5].	6
2.3. Curvas esfuerzo-deformación de polímeros reforzados con fibras [6].	7
2.4. El valor de la resistencia mecánica del concreto depende de varios factores, entre ellos destacan las dimensiones y la calidad de los agregados [10].	8
2.5. Deformaciones longitudinales, laterales y volumétricas en un cilindro de concreto sujeto a esfuerzo de compresión creciente [12].	10
2.6. Gráfica esfuerzo-deformación de concretos con diferentes resistencias a compresión [10].	10
2.7. El arreglo cristalino del grafito muestra un orden bidimensional de átomos de carbono colocados en redes hexagonales planas [14].	11
2.8. Patrones más comunes de tejido en dos dimensiones de fibras [16].	12
2.9. Deformación de dos puntos P y Q[21].	13
2.10. Postulado de Cauchy [23].	15
2.11. Definición del vector tensión[24].	16
2.12. (a) Durante un ensayo de tracción se produce un alargamiento y una deformación positiva. (b) Durante un ensayo de compresión una carga produce contracción y una deformación negativa [5].	21
2.13. Representación esquemática del equipo utilizado para realizar ensayos de tracción [5].	22
2.14. Izquierda: Deformación uniforme (a) Espécimen sin deformar (b) Espécimen deformado. Derecha: Durante una compresión no uniforme el espécimen adopta una forma de barril [28].	23
2.15. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes de concreto, obtenidas en pruebas de carga cíclica [12].	24
2.16. Diagrama esfuerzo-deformación para el acero dulce. En la curva se puede identificar la zona de transición entre la zona elástica y plástica [22].	25
2.17. Diagramas esfuerzo-deformación a tracción de distintos materiales [29].	25
2.18. Los diagramas esfuerzo-deformación ofrecen información del comportamiento mecánico de un material, en las figuras se muestran las curvas de materiales con distinto valor de ductilidad, resiliencia y tenacidad [5].	26
2.19. La definición de límite de fluencia por el método gráfico permite diferenciar la zona de transición entre la zona elástica y plástica.	27
2.20. Diagramas esfuerzo-deformación nominal y real [5].	28
3.1. Diagrama de cuerpo libre del material constituido por una matriz cilíndrica reforzada en su exterior con un tejido de espesor t	29

3.2. Diagrama de cuerpo libre. La aplicación de una carga axial se relaciona con un esfuerzo de compresión σ_{zz} , mientras que el confinamiento que brinda el tejido ocasiona esfuerzos de tensión radiales y tangenciales (σ_{xx}).	30
3.3. Se exponen los esfuerzos que actúan en la dirección tangencial σ_T y longitudinal σ_L	31
3.4. Diagrama de cuerpo libre en el eje Z. Se muestra la fuerza correspondiente a un esfuerzo σ_L y la fuerza relaciona con la presión p	32
3.5. Área sobre la cual actúa el esfuerzo longitudinal σ_L y la presión p	32
3.6. Diagrama de cuerpo libre en el eje Z.	33
3.7. Diagrama de cuerpo libre, se muestran los esfuerzo en el eje z	33
4.1. Tejido de fibra de carbono utilizado. Se señala además la dirección de las fibras.	38
4.2. Especímenes ensayados.	40
4.3. Prueba de compresión axial.	41
4.4. Diagrama de carga y descarga del espécimen CON-02.	42
4.5. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control CON, L=30 cm.	45
4.6. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros reforzados con una capa de fibra de carbono RFC-1.	46
4.7. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros reforzados con dos capas de fibra de carbono RFC-2.	46
4.8. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros reforzados con tres capas de fibra de carbono RFC-3.	47
4.9. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros reforzados con refuerzo parcial de fibra de carbono RFC-P.	47
4.10. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con una capa de fibra de carbono, D-RFC-01.	48
4.11. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con dos capas de fibra de carbono, D-RFC-02.	48
4.12. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con epóxico, D-RFE.	49
4.13. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con epóxico y una capa de fibra de carbono D-RFC+E-01.	49
4.14. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con epóxico y con refuerzo parcial de fibra de carbono, D-RFC+E-P.	49
4.15. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 20 cm * 10 cm) C20-CON.	50
4.16. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 20 cm * 10 cm) reforzados con una capa de fibra de carbono C20-RFC-1.	50
4.17. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 20 cm * 10 cm) reforzados con dos capas de fibra de carbono, C20-RFC-2.	51
4.18. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 8 cm * 4 cm), C8-CON.	51
4.19. Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 8 cm * 4 cm) reforzados con una capa de fibra de carbono, C8-RFC-1.	51
4.20. Diagrama esfuerzo-deformación cilindros de control (dimensiones 8 cm * 4 cm) reforzados con dos capas de fibra de carbono, C8-RFC-2.	52
4.21. La falla de los cilindros de control se visualiza como grietas que se forman a lo largo de la dirección longitudinal.	56
4.22. La falla de los cilindros reforzados se visualiza con deformaciones grandes.	56
4.23. La falla de los especímenes con daño interno sucedió en la grieta simulada.	57
4.24. Falla de los especímenes con refuerzo parcial de fibra de carbono.	57

4.25. La forma final adopta una forma cónica.	57
5.1. Curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de 30 cm de longitud de control y reforzados con una, dos y tres capas de fibra de carbono.	59
5.2. Superposición de las curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de control y reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (C20-CON, C20-RFC-1 Y C20-RFC-2).	60
5.3. Superposición de las curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de control y reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (C8-CON, C8-RFC-1 Y C8-RFC-2).	60
5.4. Relación experimental de la resistencia mecánica promedio de cada grupo de especímenes respecto a la resistencia de los especímenes de control	61
5.5. Relación experimental de la resistencia mecánica comparada con la resistencia de los especímenes de control de 8 cm de longitud.	62
5.6. Relación experimental del módulo elástico promedio de cada grupo de especímenes respecto a la resistencia de los especímenes de control.	62
5.7. Curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de 30 cm de longitud con daño interno reforzados con fibra de carbono y epoxico en distintas proporciones.	64
5.8. Relación experimental de las propiedades mecánicas de los grupos de especímenes con daño interno	65
5.9. Curva esfuerzo-deformación de los especímenes de 30 cm de longitud.	66
5.10. Método para obtener las propiedades mecánicas de materiales en diferentes direcciones.	68
5.11. Correlación entre la resistencia máxima y el esfuerzo de confinamiento máximo de los especímenes de 30 cm de longitud.	70
5.12. Correlación entre la resistencia máxima y el esfuerzo de confinamiento máximo de los especímenes de 20 cm de longitud.	70
5.13. Correlación entre la resistencia máxima y el esfuerzo de confinamiento máximo de los especímenes de 8 cm de longitud.	71
5.14. Parthenón. Atenas, Grecia (447-432 a. C.) En las columnas actúa un esfuerzo de compresión.	72

Índice de cuadros

2.1. Principales propiedades mecánicas de dos tipos de concreto usado en aplicaciones estructurales [11]	9
4.1. Datos técnicos de la fibra de carbono Sika. [36]	38
4.2. Configuraciones físicas de los cilindros empleados.	39
4.3. Módulo de elasticidad de los cilindros de control (CON).	43
4.4. Módulo de elasticidad de los cilindros con una, dos y tres capas de refuerzo de fibra de carbono (RFC-1,RFC-2, RFC-3 y RFC-P).	43
4.5. Módulo de elasticidad de los cilindros con daño interno reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (D-RFC-01 y D-RFC-02).	43
4.6. Módulo de elasticidad de los cilindros con daño interno reforzados con resina epóxica y fibra de carbono en distintas proporciones (D-RCE-01,D-RFC+E-01,D-RFC+E-P).	43
4.7. Módulo de elasticidad de los cilindros de 20 cm de longitud de control reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (C20-CON, C20-RFC-01, C20-RFC-02).	44
4.8. Módulo de elasticidad de los cilindros de 8 cm de longitud de control reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (C8-CON, C8-RFC-1 y C8-RFC-2).	44
4.9. Resistencia máxima y deformación de los cilindros de control (CON).	52
4.10. Resistencia y deformación de los cilindros reforzados con fibra de carbono (RFC-1, RFC-2, RFC-3 y RFC-P).	53
4.11. Resistencia y deformación de los cilindros con daño interno reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (D-RFC-01 y D-RFC-02).	54
4.12. Resistencia y deformación de los cilindros con daño interno reforzados con resina epóxica y fibra de carbono (D-RCE, D-RFC+E-01, D-RFC+E-P).	54
4.13. Resistencia y deformación de los cilindros de control de 20 cm de longitud (C20-CON).	54
4.14. Resistencia y deformación de los cilindros reforzados con una y dos capas de fibra de carbono de 20 cm de longitud (C20-RFC-1, C20-RFC-2).	55
4.15. Resistencia y deformación de los cilindros de control de 8cm de longitud (C8-CON).	55
4.16. Resistencia y deformación de los cilindros reforzados con fibra de carbono de 8 cm de longitud (C8-RFC-1, C8-RFC-2).	55
5.1. Esfuerzo radial máximo calculado con la expresión 3.24.	69
5.2. Módulo de elasticidad radial calculado con la expresión 3.22.	69

Capítulo 1

Introducción

1.1. Planteamiento del trabajo

El diseño de materiales compuestos tiene como objetivo principal, obtener un material con propiedades superiores a la de los materiales que lo componen. Una característica importante de éstos, es que las propiedades físicas dependen del tipo de interfase, así como de las características físicas y mecánicas de los componentes, lo que permite satisfacer una amplia demanda de distintos sectores.

En la naturaleza, es fácil encontrar este tipo de materiales, ejemplo de ello, son los huesos (formados por colágeno, una proteína resistente, y por apatito, mineral frágil) y la madera (fibras de celulosa embebidas en lignina, un material rígido). Recientemente se ha incrementado el uso de materiales compuestos en aplicaciones de ingeniería y tecnología, y es tal su importancia, que en muchos casos éstos han comenzado a sustituir a los materiales convencionales.

Dentro del campo de los materiales compuestos mayormente empleados, se encuentran los reforzados con partículas y con fibras. Un ejemplo inmediato de los materiales reforzados con partículas, es el concreto, que como es bien sabido, es uno de los materiales más importantes de la ingeniería civil. En cuanto se refiere a los materiales reforzados con fibra, estos resultan altamente atractivos, debido a sus importantes propiedades mecánicas y a su significativa ligereza. En la actualidad, la fibra de carbono es la más utilizada en aplicaciones de diseño.

Los polímeros reforzados con fibras (FRP por sus siglas en inglés), se han utilizado en diversas industrias. En un inicio se limitaron principalmente a la industria aeroespacial y naval, debido a las limitaciones de costo e investigación, y no fue hasta 1984, cuando se introdujo por primera vez en Suiza la unión de tejidos de fibra de carbono (CFRP) para aplicaciones de reparación y reforzamiento estructural [1] .

Uno de los resultados esperados de este trabajo es conocer el comportamiento de un material estructural como es el concreto reforzado con fibra de carbono, por lo que este trabajo tiene una aportación en el área de la ciencia e ingeniería de materiales compuestos, teniendo como aplicación directa el área de la ingeniería estructural.

La importancia de realizar este trabajo, se debe a que se tienen materiales con comportamiento mecánico distinto, ya que mientras el concreto es un material frágil y con poca resistencia a la tensión, la fibra de carbono presenta grandes valores de resistencia a tensión y su comportamiento ante esfuerzos la hace un material elástico. Si bien, existen normativas que describen y modelan materiales estructurales reforzados con fibra de carbono ¹ , en este trabajo se parte de un análisis mecánico que brinda resultados

¹El ACI desarrolla estándares, normas y recomendaciones técnicas referentes al concreto reforzado, la norma ACI 4402R-

que se ajusta a los experimentos realizados con las condiciones que se tienen en la Ciudad de México.

1.2. Objetivos de la tesis

1.2.1. Objetivo general

Estudiar las propiedades mecánicas de un material compuesto con una matriz de concreto cilíndrica, reforzada superficialmente con un tejido de fibra de carbono.

1.2.2. Objetivos particulares

- Analizar los resultados de ensayos experimentales de compresión axial llevados a cabo en el laboratorio de Mecánica de Materiales de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.
- Obtener la curva esfuerzo-deformación de cada uno de los especímenes ensayados y a partir de ésta, calcular las propiedades mecánicas.
- Calcular el efecto que tiene la fibra de carbono en las propiedades mecánicas en función de la fracción volumétrica incorporada, es decir, el número de capas de fibra de carbono.
- Calcular el factor de rehabilitación que brinda la fibra de carbono cuando se aplica a especímenes con daño estructural.
- Realizar un análisis mecánico para obtener los esfuerzos principales que se desarrollan cuando se aplica un esfuerzo de compresión axial.
- Obtener una ecuación capaz de predecir las propiedades mecánicas del material compuesto en función de las propiedades mecánicas de la fibra de carbono y la matriz de concreto.

1.3. Descripción de capítulos

El trabajo está dividido en seis capítulos. En el primero se presenta el planteamiento del problema y se menciona su importancia exponiendo, además, los objetivos generales y particulares.

En el segundo capítulo se presentan los antecedentes teóricos, donde se revisará la teoría de materiales compuestos, además en esta sección, con el objetivo de justificar y entender el comportamiento de los materiales estudiados en la escala macroscópica, se presentará la teoría básica de la Mecánica de los Medios Continuos. Además, se describen las técnicas experimentales más comunes para la caracterización de las propiedades mecánicas, como son los ensayos de tracción-compresión y la prueba de carga cíclica.

En el tercer capítulo, se presentará el análisis mecánico realizado para obtener los esfuerzos y deformaciones generados en el sistema cuando se aplica un esfuerzo de compresión axial.

En el cuarto capítulo, se presenta el desarrollo experimental, donde se encontraran los detalles de los ensayos de compresión y carga cíclica realizados en el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Posteriormente, se presenta la aplicación de las técnicas experimentales expuestas en los antecedentes para la caracterización de las propiedades mecánicas del material compuesto estudiado en este trabajo.

El siguiente capítulo se presenta el análisis de los resultados experimentales. Además, se propone una expresión analítica que relaciona los resultados experimentales con los obtenidos del modelo presentado

08 (ACI, comité 440)[2] describe las generalidades del concreto reforzado con polímeros reforzados con fibra, por sus siglas en inglés , FRP.

en el tercer capítulo.

Finalmente, en el último capítulo se presentan las conclusiones y perspectivas del trabajo.

Capítulo 2

Antecedentes

En este capítulo se presentan los antecedentes de este trabajo. En primer lugar se hace una revisión de la literatura relacionada con los materiales compuestos, a continuación, se presentan los conceptos de la teoría de medios deformables necesarios, para establecer la relación entre las deformaciones y las tensiones aplicadas. Por último, se exponen las principales técnicas experimentales utilizadas para estudiar las propiedades mecánicas de materiales.

2.1. Materiales compuestos

2.1.1. Definición y clasificación

El desarrollo de la ciencia de materiales ha permitido ampliar la gama de propiedades físicas que un material puede ofrecer, ejemplo de ello son los materiales compuestos. Éstos ofrecen propiedades específicas, como puede ser resistencia alta, peso ligero y, según los requerimientos, se pueden añadir o mejorar otro tipo de propiedades.

Aunque no se tiene una definición precisa de lo que es un material compuesto, muchos autores coinciden con la siguiente:

Un material compuesto, se forma a partir de la combinación de dos o más fases con el objetivo de obtener propiedades superiores a las de cada fase que lo componen. Dentro de un compuesto cada fase es distinta en composición y estructura atómica [3].

D. Hull [4] agrega tres características que se deben cumplir para definir un material compuesto:

- Consta de dos o más materiales físicamente distintos y separables mecánicamente.
- Puede fabricarse mezclando los distintos materiales, de tal forma que la dispersión de un material en el otro pueda hacerse de manera controlada para alcanzar propiedades óptimas.
- Las propiedades son superiores, posiblemente únicas en algún aspecto específico, a las propiedades de los componentes por separado.

Dentro de un material compuesto se pueden diferenciar dos fases: una fase continua (*matriz*) y una fase dispersa (*refuerzo*). En la primera, se transfieren los esfuerzos a otras fases, mientras que la fase dispersa es responsable de mejorar las propiedades de la matriz, por lo que funciona como refuerzo.

Como ya se expuso, las propiedades finales del material compuesto dependen de la cantidad o concentración de los constituyentes y de la geometría de la fase dispersa (como el tamaño de partícula, distribución y orientación). En la Figura 2.1 se muestran algunas de las distribuciones más comunes de las partículas de refuerzo en la matriz.

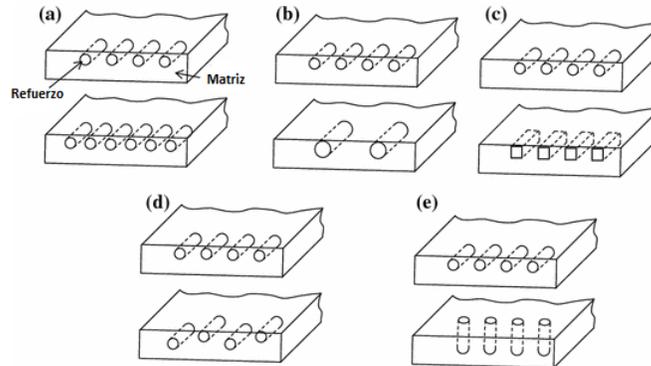


Figura 2.1: Esquema de las características geométricas y espaciales de los refuerzos en materiales compuestos: a) concentración, b) tamaño, c) forma, d) distribución y e) orientación [5].

Los materiales compuestos se pueden clasificar en tres grupos diferentes: reforzados con fibras, con partículas y laminares. En la Figura 2.2 se muestra la clasificación en función del tipo y forma de los materiales que conforman el material compuesto.

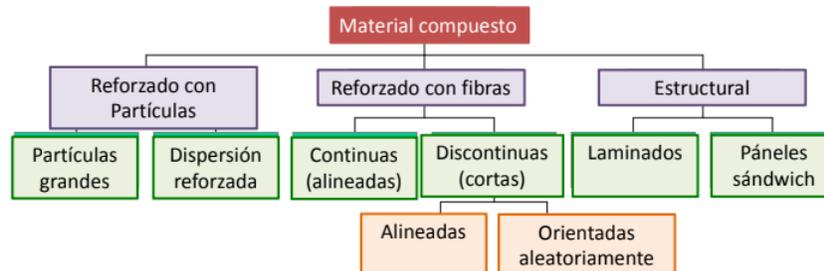


Figura 2.2: Clasificación de los materiales compuestos en función del tipo y forma de los materiales que lo componen [5].

En los materiales reforzados con fibras, la matriz rodea a éstas permitiendo orientarlas y protegerlas. Los tres tipos más comunes de fibra de refuerzo, usadas para materiales compuestos de polímero reforzado (FRP) son de carbono (CFRP), vidrio (GFRP), y aramida (AFRP). De éstas, las fibras de carbono tienen el mayor módulo elástico y resistencia mecánica así como excelentes relaciones módulo/peso y resistencia/peso [5]. En la Figura 2.3 se muestran las curvas esfuerzo-deformación de polímeros reforzados con fibra de carbono y vidrio, y del acero, como se puede observar, el valor del módulo de elasticidad del CFRP es mayor que el de GFRP.

Por otra parte, en los materiales compuestos reforzados con partículas, como su nombre lo indica, las partículas se encuentran dispersas en la matriz, mientras que los compuestos laminares consisten en la aplicación de diferentes capas.

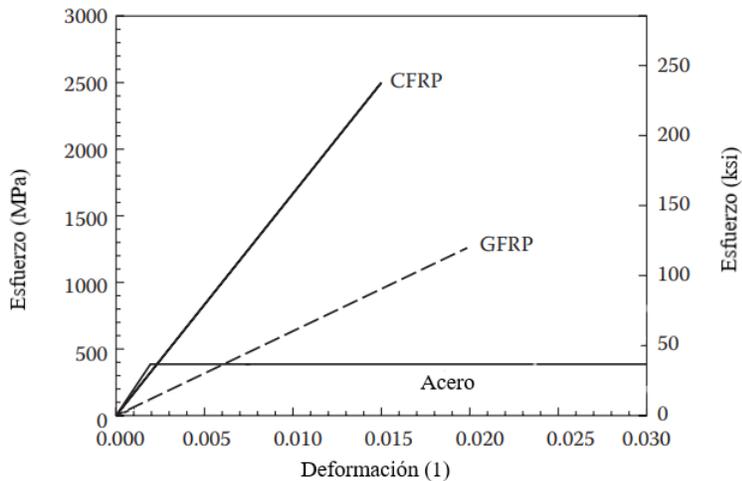


Figura 2.3: Curvas esfuerzo-deformación de polimeros reforzados con fibras [6].

En este trabajo se estudia la composición de un material reforzado con partículas y de un material reforzado con fibras de carbono. Por ello en lo siguiente se expondrá únicamente las propiedades de éstos.

2.1.2. Concreto

El concreto es probablemente el material más utilizado en el mundo. Se estima que las cantidades usadas de este material son mayores comparadas con el peso combinado de todos los metales utilizados en un año [7], y dentro del área de materiales estructurales es considerado como uno de los más importantes. Algunas de las características por las que destaca y domina como material estructural son: bajo costo, excelente resistencia a la intemperie, poca erosión, una vida útil de aproximadamente 100 años, además, de la versatilidad que le permite ser moldeado en cualquier forma. Si bien, las características mencionadas son importantes, quizá, la más importante es que es un material en el cual sus propiedades pueden ser modificadas con sólo variar la composición de sus componentes [8].

El primer uso del que se tiene conocimiento es el de los nabateos, un pueblo que habitaba partes de lo que en la actualidad es Jordania y Siria alrededor del año 6500 a. C., ellos fueron los primeros en combinar con éxito la cal, producida en hornos, con depósitos superficiales de arena fina de sílice y agua [7]. Más tarde, civilizaciones antiguas comenzaron a hacer uso de este material. De estas civilizaciones destacan las obras construidas por los griegos y romanos, tales como el Coliseo en Roma (82 d. C.) y el Panteón (125 d. C.), así como los primeros acueductos de concreto. Como es sabido, muchas de estas obras continúan en pie, lo que da muestra de la calidad de la técnica y de los materiales empleados. En la actualidad, algunas de las obras arquitectónicas más importantes, como la Casa de la Ópera de Sydney o la Torre Burj Khalifa de 830 m de altura en Dubai, también están construidas a partir de concreto.

Propiedades mecánicas del concreto

El concreto es un material compuesto, en el que partículas grandes y pequeñas refuerzan una matriz derivada de la reacción del cemento con agua. Las partículas grandes son grava gruesa o rocas pequeñas, mientras que las partículas pequeñas están constituidas por granos de arena. El hecho de que esté conformado por partículas de diferente tamaño, permite que las partículas finas llenen el espacio entre las

partículas grandes de la manera más eficiente [9]. Esta mezcla se mantiene unida por la matriz de cemento, es por ello que la unión entre los agregados y el cemento tiene un efecto importante en las propiedades finales del concreto.

El cemento está compuesto principalmente por silicatos y aluminatos de cal así como óxidos de hierro y tiene propiedades adhesivas y cohesivas, además de propiedad de fraguado ¹.

El concreto se forma mediante un proceso químico de hidratación. En este proceso, los productos de reacción cristalinos y amorfos se entrelazan y unen a los agregados debido a las cadenas de hidratos de silicato de calcio (CSH) que adoptan una geometría de fibras. La fuerza de las fibras se obtiene de la unión iónica entre las moléculas, lo que da como resultado cristales densos [8]. En esta escala se pueden observar cristales de hidróxido de calcio (CH) con una estructura porosa, que pueden producir micro grietas, las cuales pueden tener un ancho de hasta 0.1 mm y una longitud de hasta 5 mm. En caso de que el sistema esté expuesto a cargas grandes, estas pueden convertirse en macro-grietas, lo que conduciría a la ruptura del material [8].

En cuanto a las propiedades mecánicas se refiere, se considera que la resistencia es la más importante. La resistencia se entiende como el valor máximo de esfuerzo que puede soportar el material sin romperse, como se muestra en la Figura 2.4 esta propiedad depende de un gran número de factores.

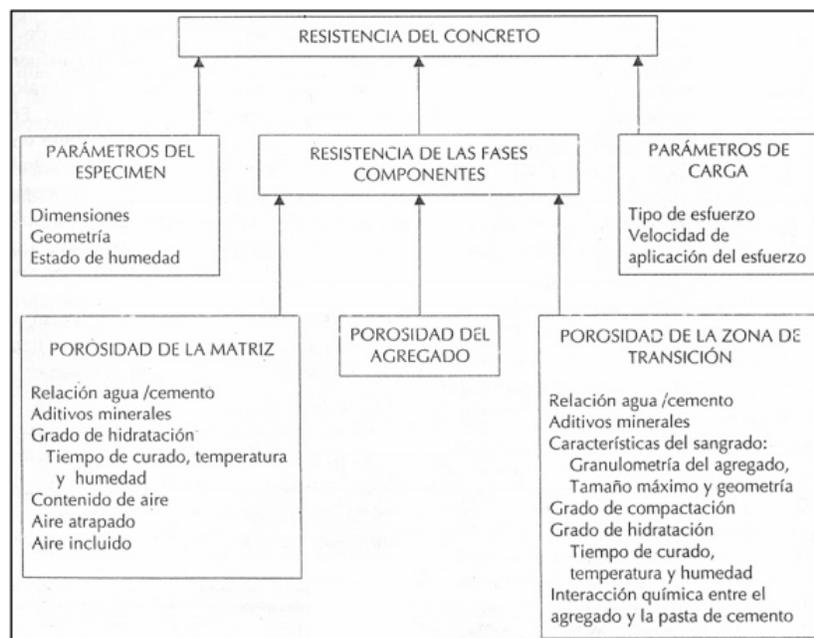


Figura 2.4: El valor de la resistencia mecánica del concreto depende de varios factores, entre ellos destacan las dimensiones y la calidad de los agregados [10].

Las principales propiedades mecánicas son:

- Resistencia a compresión
- Resistencia a tensión
- Esfuerzo de flexión

¹Fraguado es el término utilizado para describir la rigidez de la pasta de cemento y se relaciona con el cambio del estado fluido al estado rígido [12]

- Módulo de elasticidad
- Relación de Poisson

La **resistencia a compresión**, designada con el símbolo f'_c , es una medida de la resistencia a carga axial. En el caso del concreto se estima que alcanza una resistencia máxima 28 días después del tiempo de fraguado. En general, la resistencia se obtiene a través de análisis estadísticos llevados a numerosas pruebas bajo condiciones controladas en los cuales se toman en cuenta el tamaño y la forma del espécimen ².

En México se siguen reglamentos y normativas que regulan los experimentos. De acuerdo con la referencia [11], el concreto de resistencia *normal* empleado con fines estructurales puede ser clasificado por el tipo y composición volumétrica de sus agregados. En la Tabla 2.1 se muestran las propiedades mecánicas que cada clase presenta como el peso volumétrico γ , la resistencia a compresión f'_c , la resistencia a tensión f_t , la resistencia a flexión f_f y el módulo de elasticidad E . Como se puede observar, f_t, f_f y E tienen una clara dependencia del valor de la resistencia mecánicas f'_c .

Tabla 2.1: Principales propiedades mecánicas de dos tipos de concreto usado en aplicaciones estructurales [11]

Clase	γ [$\frac{kN}{m^3}$]	f'_c [MPa]	f_t [MPa]	f_f [MPa]	E [MPa]
Clase 1	22	25	$0.47 \sqrt{f'_c}$	$0.63 \sqrt{f'_c}$	$4400 \sqrt{f'_c}$
Clase 2	19-22	20	$0.38 \sqrt{f'_c}$	$0.44 \sqrt{f'_c}$	$2500 \sqrt{f'_c}$

La relación de Poisson depende de los factores descritos en la Figura 2.4, este, toma valores entre 0.15 para concretos de resistencia alta, mientras que para concretos de resistencia baja se tiene un valor de 0.22.

En la Figura 2.5, se muestra una gráfica de deformación longitudinal y de deformación lateral bajo una carga axial de compresión. Como puede observarse, después de un valor de esfuerzo la relación de Poisson aumenta rápidamente debido al agrietamiento vertical [12].

Con el fin de mejorar las propiedades mecánicas del concreto, se emplean diferentes tipos de refuerzo. El más común, consiste en la aplicación de varillas de acero. Una ventaja de combinar estos materiales es que tienen el mismo coeficiente de expansión térmica, lo que significa que ambos sufren cambios en el volumen en la misma proporción. Para ejemplificar esto, en la Figura 2.6 se muestran diferentes curvas esfuerzo-deformación de concreto con diferente resistencia mecánica, como se puede notar, la curva color rojo tiene el valor máximo de esfuerzo a compresión.

2.1.3. Fibra de carbono

La primera vez que se utilizaron filamentos de fibra de carbono fue en 1879, cuando Thomas Alva Edison, realizaba sus experimentos con bombillas incandescentes. Un año más tarde patentó el uso de fibras de carbono como materiales de filamento para su lámpara eléctrica [13].

Fue este descubrimiento el que dio paso a la investigación de materiales más eficientes y duraderos. En el caso de la fibra de carbono, una vez que se hizo evidente que contribuía significativamente a la resistencia y rigidez de productos estructurales, comenzó a aplicarse en problemas prácticos y de ingeniería.

²Existen distintas normas que establecen los requisitos para el desarrollo de pruebas, en México esto se encuentra regulado por Las Normas Técnicas Complementarias (2004) [11]

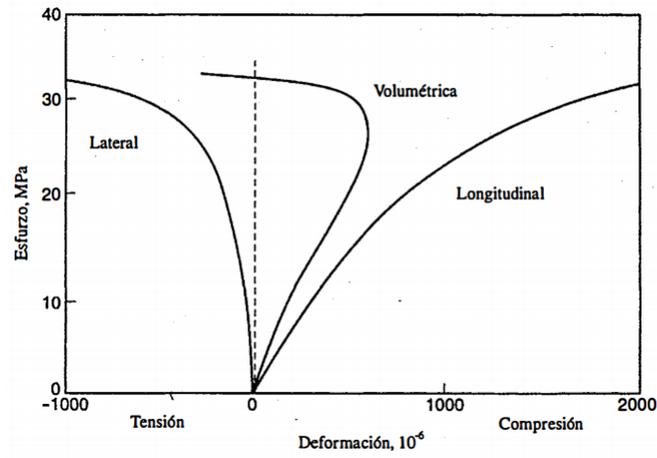


Figura 2.5: Deformaciones longitudinales, laterales y volumétricas en un cilindro de concreto sujeto a esfuerzo de compresión creciente [12].

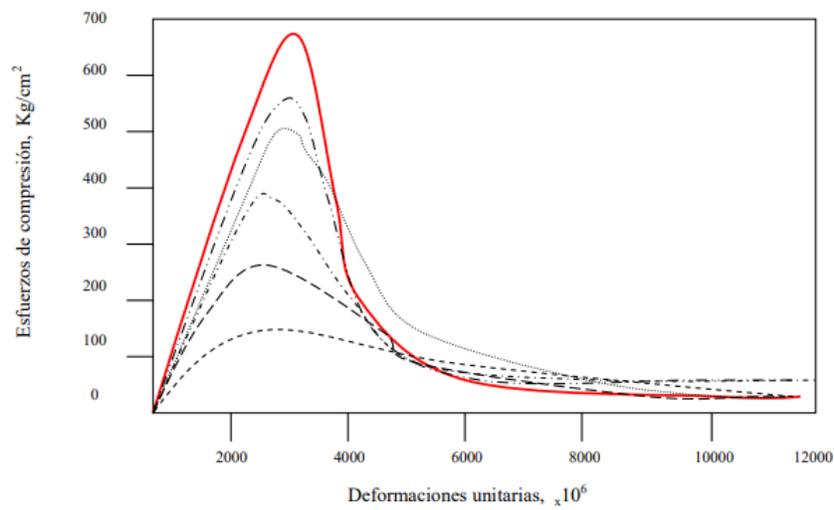


Figura 2.6: Gráfica esfuerzo-deformación de concretos con diferentes resistencias a compresión [10].

El carbono tiene varias formas moleculares o cristalinas distintas denominadas alótropos. Los dos alótropos más notables son el diamante y el grafito, los cuales contrastan en sus propiedades, ya que mientras el diamante es el material más duro, el grafito es extremadamente suave. Además, existen otras formas de carbono, como el grafito pirolítico, el carbón vítreo, las fibras de carbono de vapor VGCF, y algunas formas más recientes como los fullerenos, los nanotubos de carbono y el grafeno.

Las técnicas para la producción de fibras de carbono varían según los precursores orgánicos que se utilicen. Algunos de estos son: rayón, poliacrilonitrilo (PAN) y brea [5]. Posteriormente, las fibras son tratadas térmicamente en el intervalo de 1000 a 1500°C y tienen una proporción del grafito que oscila entre el 0 y 100%, el resultado es un arreglo bidimensional de largo alcance de átomos de carbono en redes hexagonales planas, ver Figura 2.7 [14].

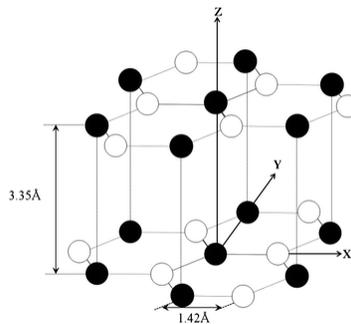


Figura 2.7: El arreglo cristalino del grafito muestra un orden bidimensional de átomos de carbono colocados en redes hexagonales planas [14].

Los materiales compuestos poliméricos reforzados con fibra de carbono (*polymer matrix composites*, PMC), se obtienen incorporando fibras de carbono continuas en una o más orientaciones, en una matriz de polímero. En este sistema las fibras soportan la carga y proporcionan resistencia rigidez, mientras que el polímero sirve como aglutinante.

Los compuestos de matriz polímero con fibra de carbono tienen las siguientes propiedades [15]:

- Baja densidad (menor que el aluminio)
- Alta resistencia (tan fuerte como los aceros de alta resistencia)
- Alta rigidez (más rígida que el titanio, pero con una densidad mucho menor)
- Buena resistencia a la fatiga
- Buena resistencia a la fluencia
- Bajo coeficiente de fricción y buena resistencia al desgaste
- Dureza y tolerancia al daño
- Resistencia química (resistencia química controlada por la matriz polimérica)
- Resistencia a la corrosión
- Estabilidad dimensional

- Capacidad de amortiguación de vibraciones
- Baja resistividad eléctrica
- Eficacia de blindaje de alta interferencia electromagnética
- Alta conductividad térmica.

En cuanto se refiere a la respuesta mecánica de la fibra de carbono ante esfuerzos, debe recordarse la Figura 2.3 donde se mostró un comportamiento elástico.

En aplicaciones industriales se utilizan preformas textiles, las cuales pasan por un proceso de trenzado, tejido y costura, en la Figura 2.8 se muestran algunos de los patrones más comunes [16]. De éstos, el tejido 2D es la preforma más utilizada en la industria y consiste de dos conjuntos de hilos conocidos como urdimbre (0°) y relleno (90°) que se entrelazan entre sí para formar la superficie de la tela tejida.

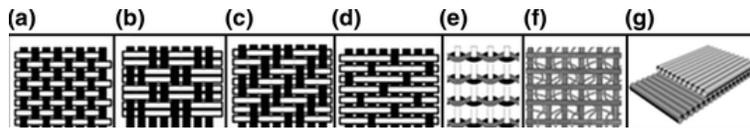


Figura 2.8: Patrones más comunes de tejido en dos dimensiones de fibras [16].

2.2. Teoría de los medios continuos

El objeto de la Física de los Medios Continuos es el estudio de los sistemas materiales cuya apariencia a escala macroscópica es la de un todo continuo. El análisis y desarrollo teórico de la física de los medios continuos fue objeto de estudio de la Física del siglo XIX [17].

La Mecánica de los Medios continuos permite estudiar el material, sin tomar en cuenta su estructura microscópica, sugiriendo así, la descripción de sus propiedades como funciones continuas de punto y del tiempo, lo que se conoce como campos. Cada campo puede ser descrito como una función $f(r,t)$, donde $r \in \mathbb{R}^3$ toma valores en cierta región del espacio físico tridimensional R y durante un intervalo de tiempo $t \in (t_1, t_2)$ arbitrario [17].

La hipótesis del medio continuo sugiere que el comportamiento general de los cuerpos materiales macroscópicos sujetos a la acción de agentes físicos externos así como sus propios esfuerzos internos y contenidos por las condiciones iniciales y las de frontera se pueden conocer por el proceso matemático de integración de ciertas relaciones diferenciales establecidas a partir de las propiedades dinámicas de los elementos infinitesimales de masa [18].

2.2.1. Concepto de deformación

Cuando un cuerpo real se somete a la acción de un sistema de fuerzas cualesquiera, puede sufrir un cambio de forma, un cambio de volumen o un cambio de lugar. De este modo, los cuerpos se pueden clasificar en función de su deformabilidad en dos tipos [19]:

Cuerpo rígido: es aquél que no sufre deformación alguna antes de ocurrir la falla³ del cuerpo.

³La definición de *falla* se refiere a una condición no deseada que hace que el objeto material no desempeñe una función para la cual existe. Una falla no necesariamente produce colapso o catástrofe [20]. La falla del material está asociada a la fractura. En la Teoría de Mecánica de Materiales, se habla de *estado límite*.

Cuerpo deformable: es aquél que acepta deformaciones grandes inclusive antes de ocurrir la falla del cuerpo.

Para definir el **vector desplazamiento** considérese dos puntos P y Q infinitamente próximos (Figura 2.9), el vector que une estos puntos es $d\vec{r}$, cuando se aplica una carga, los puntos P y Q experimentan un desplazamiento, y ocupan las posiciones P^* y Q^* y el vector que los une es $d\vec{r}^*$. Por lo tanto, los vectores desplazamiento de P y Q , están descritos por las siguiente expresiones[21] :

$$\begin{aligned}\vec{u}^P &= u \cdot \vec{i} + v \cdot \vec{j} + w \cdot \vec{k} \\ \vec{u}^Q &= u^* \cdot \vec{i} + v^* \cdot \vec{j} + w^* \cdot \vec{k}\end{aligned}\quad (2.1)$$

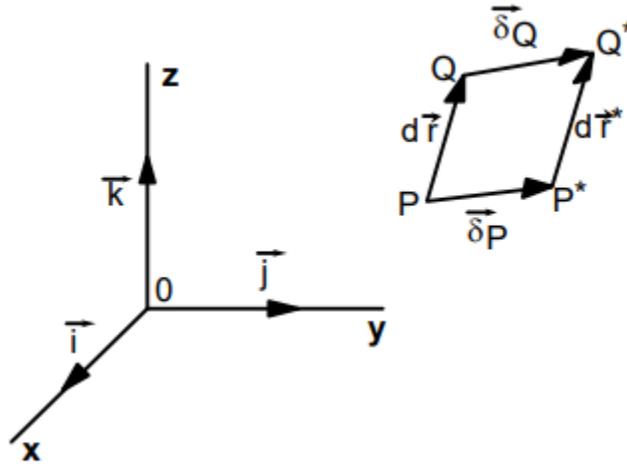


Figura 2.9: Deformación de dos puntos P y Q[21].

Expresando la Ecuación 2.1 en forma matricial se tiene⁴:

$$\vec{u}^Q = \vec{u}^P + [J] \cdot d\vec{r} \quad (2.2)$$

Donde:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La matriz $[J]$ se puede descomponer en una suma simétrica y otra antisimétrica:

⁴La relación que existe entre (u^*, v^*, w^*) y (u, v, w) esta descrita por medio de un desarrollo en serie de Taylor[22]

$$\begin{aligned}u^* &= u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ v^* &= v + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ w^* &= w + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz\end{aligned}$$

$$[J] = \frac{[J] - [J]^T}{2} + \frac{[J] + [J]^T}{2} = [W] + [D] \quad (2.4)$$

Donde:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$[W] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}) & 0 & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La matriz $[W]$ es el *tensor de giro* y la matriz $[D]$ es el *tensor de deformaciones*.

Aplicando la notación siguiente, el tensor de deformaciones se describirá por la ecuación 2.8

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Los términos de la diagonal de la matriz de deformación son las deformaciones longitudinales unitarias en las direcciones de los ejes coordenados, mientras que los términos restantes representan la variación angular experimentada.

2.2.2. Concepto de esfuerzo

En el modelo de sólido deformable actúan dos tipos de fuerzas llamadas *fuerzas volumétricas* y *fuerzas de superficie*[23]. Las **fuerzas volumétricas**⁵ son aquellas fuerzas que actúan sobre cada diferencial de volumen del cuerpo, o en su equivalente, sobre cada diferencial de masa. Algunos ejemplos de este tipo de fuerza son las fuerzas gravitatorias, las inerciales o las de atracción magnética. Mientras que las **fuerzas de superficie**⁶, también llamadas fuerzas de contacto, como su nombre lo indica actúan sobre cada

⁵Para calcular la resultante de las fuerzas volumétricas que actúan en un volumen V , definimos el vector de fuerzas volumétricas $b(x,t)$, multiplicando el vector $b(x,t)$ por la densidad ρ e integrando sobre todo el volumen se obtiene que la resultante de las fuerzas volumétricas estará dada por:

$$f_V = \int_V \rho b(x,t) dV \quad (2.9)$$

⁶Para calcular la fuerza resultante de las fuerzas que actúan en el contorno del volumen V δV basta con integrar el campo vectorial de fuerzas superficiales por unidad de superficie $t(x,t)$:

$$f_S = \int_{\delta V} t(x,t) dS \quad (2.10)$$

elemento de superficie o contorno.

La teoría de medios continuos está fundamentada en los **Postulados de Cauchy**. Para explicar esto, considérese una partícula P situada en el interior de un medio continuo y una superficie arbitraria, que pasa por el punto P y de normal unitaria \mathbf{n} que divide al medio continuo en dos partes. En la superficie de corte, la cual se considera como parte del contorno de cada uno de los volúmenes materiales, actuarán las fuerzas superficiales debidas al contacto entre ambas (Figura 2.10) [23].

Sea \mathbf{t} el vector tracción que actúa en el punto P considerado como parte del contorno del primer volumen material. Este vector tracción dependerá de:

- La partícula considerada
- La orientación de la superficie (definida por la normal \mathbf{n}).
- La superficie de corte

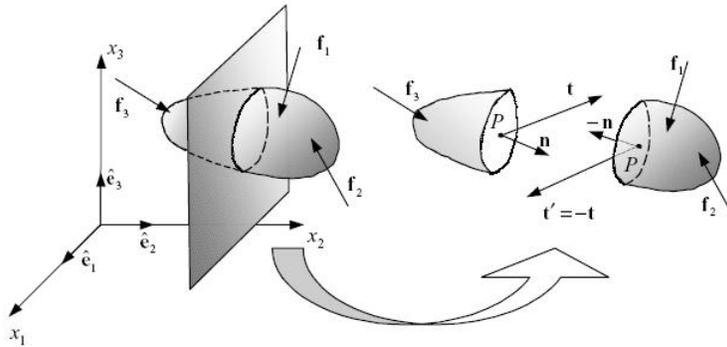


Figura 2.10: Postulado de Cauchy [23].

1^{er} Postulado de Cauchy: El vector tracción de un punto que actúa en un punto material \mathbf{P} de un medio continuo según un plano de normal unitaria \mathbf{n} , depende únicamente del punto \mathbf{P} y de la normal \mathbf{n} .

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}(P, \mathbf{n})$$

2^o Postulado de Cauchy - Principio de acción y reacción: El vector de tracciones en un punto \mathbf{P} de un medio continuo, según el plano de normal unitaria \mathbf{n} , es igual y de sentido contrario al vector de tracciones en el mismo punto P según el plano de normal unitaria $-\mathbf{n}$ en el mismo punto:

$$\mathbf{t}(P, \mathbf{n}) = -\mathbf{t}(P, -\mathbf{n})$$

Otro concepto importante en la teoría de cuerpos deformables es el de **fuerzas internas**. Cuando se aplican fuerzas externas se deduce que se deben originar fuerzas en el interior del mismo. Estas fuerzas mantienen la cohesión entre las partículas y transmiten las fuerzas aplicadas del exterior hacia el interior, sin embargo no se pueden medir.

Se denomina **tensión** o **esfuerzo** a la fuerza aplicada por unidad de área, y al ser un vector tiene dirección y sentido. Para explicar mejor esto consideremos la superficie del cuerpo mostrado en la Figura 2.11 (a), sea ΔF la fuerza que actúa en un elemento de área ΔA , entonces el límite \mathbf{t} está definido como el vector de tensión:

$$\mathbf{t} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (2.11)$$

La componente $\sigma = t \cdot n$ en la dirección del *vector unitario normal* n , es denominado *tensión normal* σ , mientras que el componente $\tau = \sqrt{t^2 - \sigma^2}$ actúa perpendicularmente a n y tangencialmente al elemento de área ΔA , se le denomina *tensión tangencial* τ (Figura 2.11 (b)).

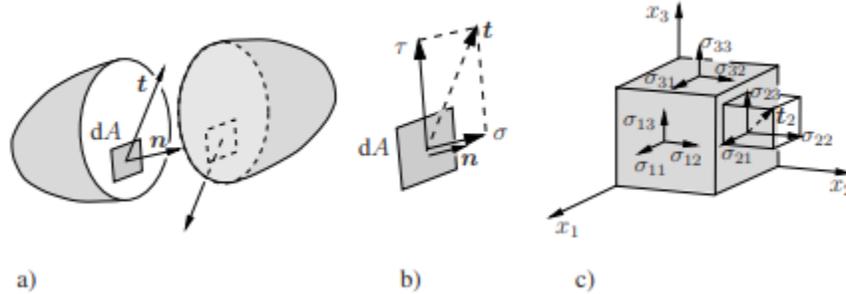


Figura 2.11: Definición del vector tensión[24] .

El *vector tensión* t de un punto depende de la normal n , es decir: $t = t(n)$. Considere tres vectores tensión t_1, t_2, t_3 asignados a un sistema cartesiano con ejes x_1, x_2, x_3 (Figura 2.11 (c)). Las componentes cartesianas están definidas por σ_{ij} donde los índices i, j toman los valores 1, 2 y 3. El primer índice indica la orientación del vector normal (cara) n y el segundo indica la dirección tangencial.

El signo del esfuerzo está dado por la convención de signos: será positivo si el vector normal coincide con la dirección de la fuerza (tracción) y será *negativo* si la dirección del vector normal es contraria a la fuerza (compresión).

Siguiendo la notación de los ejes coordenados x, y, z los componentes de la tensión normal en cada una de las caras del cubo de la Figura (x) serán $(\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz})$, análogamente para las caras perpendiculares a los ejes y y z tenemos respectivamente $(\sigma_{yx}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz})$ y $(\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz})$, acomodando estas expresiones en forma matricial obtenemos el **tensor de tensiones**.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

El tensor de tensiones (2.12), es una matriz real simétrica. Por lo tanto es posible asociarle tres valores propios reales y sus vectores propios correspondientes son ortogonales. Considérese el sistema cartesiano (x', y', z') en el que σ diagonaliza su matriz de componentes:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Se definen las **direcciones principales** como las direcciones de los vectores propios asociados al sistema (x', y', z') y se definen las **tensiones principales** como los correspondiente valores propios del tensor de tensiones $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. En esas direcciones, el estado de tensión del material en un punto es solamente de tracción o de compresión, ya que la fuerza por unidad de área tiene la misma dirección que el vector propio n_i . Una consecuencia de lo anterior es que el estado de tensión en un punto de un medio continuo se puede calcular midiendo solamente tres fuerzas en tres direcciones perpendiculares.

Para obtener las direcciones y tensiones principales se plantea el sistema de autovalores asociado al tensor σ :

$$\sigma \cdot v = \lambda v \Rightarrow [\sigma - \lambda \mathbf{I}] \cdot v = 0 \quad (2.14)$$

Donde λ y v es un autovalor y su correspondiente autovector.

Para que el sistema tenga solución, se debe cumplir que:

$$[\sigma - \lambda \mathbf{I}] = 0 \quad (2.15)$$

La ecuación anterior es polinomio de tercer grado en λ y al ser el tensor σ simétrico sus tres soluciones son reales. A partir de los valores de autovalores, se procede a calcular el vector propio asociado para cada tensión:

$$[\sigma - \sigma_i \mathbf{I}] \cdot v^i = 0 \quad i \in 1, 2, 3 \quad (2.16)$$

Es importante notar que, de acuerdo con la notación de la Figura 2.11 (c), sobre las caras de cubo elemental asociado a las direcciones principales de tensión no actúan más que unas tensiones normales que son, precisamente las tensiones principales.

Por otra parte, se define un **estado de tensión plana** si una de las tensiones principales es nula, por ejemplo $\sigma_{(33)} = 0$ en la dirección del tercer eje. Así, el tensor de tensiones esta dado por:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Hasta ahora, se han definido los tensores de esfuerzo y deformación, en la siguiente sección se estudiara el modelo mas simple que relaciona estas dos definiciones.

2.2.3. Elasticidad

En los cuerpos las tensiones y las deformaciones en cada punto no son independientes, si no que una depende de la otra. Las *leyes constitutivas* dependen del tipo de material que se quiera modelar. El modelo más sencillo es el de **elasticidad lineal**, y es válido para deformaciones pequeñas.

Un *modelo constitutivo* es una expresión que permite calcular el valor de la tensión σ en un punto a partir del valor de la deformación ϵ en ese instante y en todos los anteriores.

Se dice que un material es simple cuando el estado de tensión σ en un punto depende de la historia de la deformación en ese punto e instante, es decir:

$$\sigma(x, t) = f(\epsilon(x, t)) \quad (2.18)$$

Cuando f es una función lineal que describe el modelo constitutivo se dice que es un *modelo elástico lineal* es decir:

$$\sigma(x, t) = \mathbb{C}\epsilon(x, t) \quad (2.19)$$

Donde \mathbb{C} es un tensor de cuarto orden. Debido a la hipótesis de linealidad, el principio de superposición se puede aplicar, por lo que:

La tensión debida a la superposición de dos deformaciones es la suma de las tensiones correspondientes

Esto se expresa matemáticamente como sigue:

$$f(\alpha\epsilon_1 + \beta\epsilon_2) = \alpha f(\epsilon_1) + \beta f(\epsilon_2) \quad (2.20)$$

La formulación de las ecuaciones constitutivas se logra mediante ensayos experimentales en los que se somete un cuerpo a un estado de tensión/deformación homogéneo y se deducen a partir de ahí las consecuencias puntuales.

La hipótesis de elasticidad es válida únicamente cuando las deformaciones son pequeñas, para ello se representa por ϵ_{ij} el tensor de deformaciones. Así, la Ley de Hooke generalizada establece que existe una relación entre el tensor de tensiones y el tensor de deformaciones:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (2.21)$$

Donde:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.22)$$

Al tensor C_{ijkl} se le denomina **tensor elástico**. El cual tiene 81 componentes, pero debido a que σ y ϵ son simétricos tienen seis componente independientes cada uno, se reduce a un conjunto de 36 componentes independientes.

Ensayo uniaxial de tracción o compresión

El ensayo uniaxial de tracción o compresión permite caracterizar materiales isótropos. Generalmente se utiliza una barra cilíndrica de longitud L_0 , a la que se aplica una fuerza de tracción normal a las caras rectas del cilindro y se mide la longitud final de la barra deformada[25].

La deformación longitudinal ϵ_{xx} se puede calcular mediante la expresión $\epsilon_{xx} = \frac{L - L_0}{L_0}$ y el **módulo de Young** o de elasticidad en la dirección principal x, está dado por la relación:

$$E = \frac{\sigma_{xx}}{\epsilon_{xx}} \quad (2.23)$$

Se observa además que al aplicar un esfuerzo de tracción la barra sufrirá un acortamiento transversal, por lo que si el radio original del cilindro era r_0 después de deformarse tomara el valor r ($r < r_0$). La deformación en las direcciones transversales ϵ_{yy} y ϵ_{zz} esta descrita por:

$$\epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \frac{r - r_0}{r_0} \quad (2.24)$$

Dadas las relaciones anteriores se define el **coeficiente de Poisson**⁷ como:

$$\nu = -\frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_{xx}} = -\frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}} \quad (2.26)$$

Para estudiar un estado triaxial de tracción o compresión debe tomarse en cuenta tres tensiones normales: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ las cuales coinciden con las tensiones principales.

⁷La definición mas sencilla del *Coficiente de Poisson* queda descrita en función de la deformación axial (ϵ_x) y longitudinal (ϵ_y) que experimenta un cuerpo cuando es cometido a esfuerzo de tensión o compresión:

$$\nu = -\frac{\epsilon_{lateral}}{\epsilon_{longitudinal}} \quad (2.25)$$

Debido a la hipótesis de linealidad, se puede aplicar el principio de superposición. Comenzando por la tracción/compresión sobre un plano perpendicular a la dirección principal σ_1 , el estado de tensión y deformación correspondiente es:

$$\sigma^1 = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\epsilon^1 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1}{E} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \frac{\sigma_1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \frac{\sigma_1}{E} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Mientras que el estado de tracción/compresión en la segunda dirección principal esta dado por:

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\epsilon^2 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_2}{E} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \frac{\sigma_2}{E} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \frac{\sigma_2}{E} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Por último el estado de tensión de la tercera dirección principal es:

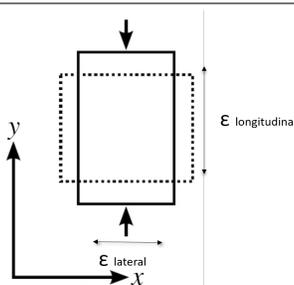
$$\sigma^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\epsilon^3 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_3}{E} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \frac{\sigma_3}{E} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \frac{\sigma_3}{E} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Aplicando el principio de superposición, se puede calcular la deformación debido a un estado tensional $\sigma = \sigma^1 + \sigma^2 + \sigma^3$ es la suma $\epsilon = \epsilon^1 + \epsilon^2 + \epsilon^3$:

$$\epsilon^3 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_3}{E} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_3}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_3}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Ordenando términos y reescribiendo la expresión anterior tenemos:



$$\epsilon = \frac{1+\nu}{E} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1+\nu}{E} [\sigma] - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\sigma) [\mathbf{I}] \quad (2.34)$$

Definiendo así la **Ley de Hooke generalizada** 2.35:

$$\epsilon = \frac{1+\nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\sigma) \mathbf{I} \quad (2.35)$$

De la expresión anterior se define el *módulo de cortante* G o *cizalla* :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.36)$$

Para conocer la tensión en función de la deformación se necesita realizar algunas operaciones a la expresión 2.35. Aplicando el operador traza en ambos lados de la igualdad y definiendo $\theta = \text{tr}\epsilon$ se tiene:

$$\epsilon = \frac{1+\nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \frac{E}{1-2\nu} \theta \mathbf{I} \quad (2.37)$$

Despejando el tensor de tensión de la expresión anterior tenemos:

$$\sigma = \frac{E}{1+\nu} \epsilon + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \theta \mathbf{I} \quad (2.38)$$

De la expresión se define el primer y segundo coeficiente de Lamé:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.39)$$

$$\mu = \frac{E}{1+\nu}$$

Las constantes elásticas λ y μ al igual que ν y E , representan parámetros que caracterizan el comportamiento de un material, por lo tanto depende únicamente de la naturaleza de este.

En esta sección se presentaron los conceptos básicos de la Teoría de Medios Continuos, la cual proporciona el fundamento matemático para describir el comportamiento mecánico de materiales. A partir de las expresiones del vector tensión y deformación, se expuso el caso mas sencillo en que se pueden relacionar. La definición de la Ley de Hooke Generalizada quedo descrita en función de constantes elásticas, las cuales dependen únicamente de la naturaleza del material. Lo cual nos sugiere que la descripción del comportamiento mecánico puede ser estudiado a través de análisis experimentales.

2.3. Técnicas experimentales

La medición de las propiedades mecánicas, es un factor esencial para determinar la adaptabilidad de un material para una función específica [26]. Con el fin de evitar inconsistencias en los resultados obtenidos en diferentes laboratorios, se utilizan normas que establecen el desarrollo de pruebas experimentales. A continuación se mencionan algunas de las más utilizadas:

AFNOR Asociación Francesa de Normalización.

ISO Organización Internacional de Normalización.

ASTM Sociedad Americana para Pruebas y Material.

ACI American Concrete Institute.

Las principales propiedades mecánicas que pueden ser medidas directa e indirectamente de los resultados experimentales son:

- Módulo elástico, rendimiento, endurecimiento, ductilidad
- Viscosidad, velocidad de fluencia, amortiguamiento
- Resistencia a la fractura, resistencia a la fatiga, desgaste

2.3.1. Ensayo de tracción y compresión

Los ensayos de tracción y compresión son las pruebas experimentales más empleadas para la caracterización de materiales. Durante éstas, se aplican fuerzas (cargas) que deforman el material hasta la ruptura (Figura 2.12).

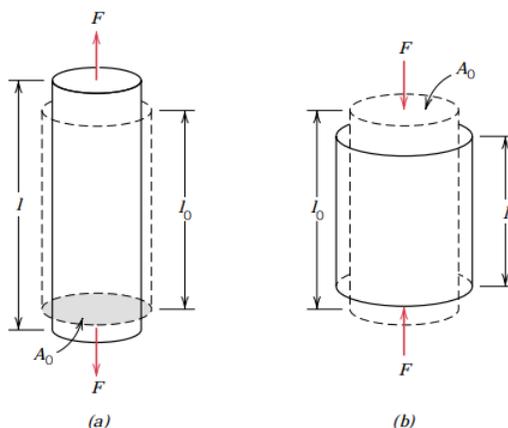


Figura 2.12: (a) Durante un ensayo de tracción se produce un alargamiento y una deformación positiva. (b) Durante un ensayo de compresión una carga produce contracción y una deformación negativa [5].

El equipo de prueba experimental para llevar a cabo ensayos, es una *máquina universal de pruebas mecánicas*, (Figura 2.13). En el caso de máquinas hidráulicas, la carga es aplicada por una prensa y es medida por la presión desarrollada en un cilindro hidráulico. Otros dispositivos electrónicos son los extensómetros (*strain gages*), los cuales relacionan resistencia eléctrica en función de las deformaciones en el material. Dicho de otro modo, la resistencia eléctrica produce un cambio en el voltaje que es proporcional a la deformación. Los datos obtenidos durante estas pruebas se registran automáticamente por un sistema de adquisición de datos, lo que permite obtener la carga o fuerza en función del desplazamiento o deformación [27].

En el ensayo de tracción, un espécimen se sujeta por los extremos con mordazas del equipo de ensayo, posteriormente, la máquina alarga la probeta a un velocidad constante y mide simultáneamente la carga aplicada. El ensayo de compresión es muy similar al de tensión, excepto en que la fuerza que actúa es de compresión y el espécimen se contrae en dirección de la fuerza, por lo que la tensión aplicada tiene un

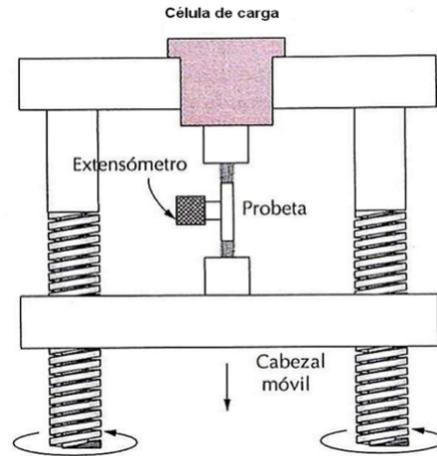


Figura 2.13: Representación esquemática del equipo utilizado para realizar ensayos de tracción [5].

signo negativo, durante esta prueba no se necesita de mordazas.

Los resultados obtenidos de estas pruebas permiten conocer el comportamiento de un material bajo deformaciones extensas y permanentes.

Los materiales frágiles, bajo esfuerzos de compresión muestran mayor resistencia que durante las pruebas de tensión (el concreto puede mostrar una resistencia a la compresión de más de 50 MPa). Por otra parte, durante la compresión de materiales dúctiles se ha observado que cuando se aplica carga uniaxial en los bordes del espécimen, surgen fuerzas de fricción que se oponen a la extensión lateral de la pieza de prueba. Esta fuerza, es mínima en el centro y máxima en los bordes, lo que se traduce en un ensanchamiento en la parte central del espécimen, debido a deformaciones no uniformes, para reducir los efectos de fricción, se coloca un material o sustancia sobre la sección en la que se aplica la carga [28]. En la Figura 2.14 se muestra de manera esquemática este fenómeno, para ello se muestra de lado derecho un espécimen de altura h_0 antes de la deformación y una altura h_1 después de aplicar un esfuerzo de compresión.

2.3.2. Ensayos de carga cíclica

El ensayo de carga cíclica, consiste en la aplicación de esfuerzos alternados de compresión y de tensión. La curva esfuerzo-deformación correspondiente, varía con el número de repeticiones de carga y muestra un comportamiento cóncavo hacia el eje de deformaciones (con un ciclo histerético en la descarga) hasta una línea recta, la cual cambia a una rapidez decreciente correspondiente a una deformación permanente y finalmente se vuelve cóncava hacia el eje de esfuerzos.

En la Figura 2.15 (a) se pueden identificar tres fases. En la fase de iniciación la deformación aumenta rápidamente, mientras que en la fase 2, también conocida como fase estable la deformación aumenta de forma lineal con el número de ciclos. Por último en la fase 3 o fase inestable, la deformación aumenta a una tasa progresivamente alta hasta que ocurre la falla. En la figura, se distinguen ramas de histéresis en cada ciclo, como se puede observar el área de esta curva disminuye con cada ciclo sucesivo y ésta representa la energía irreversible de deformación, que se manifiesta con un incremento en la temperatura del espécimen [12].

En la Figura 2.15 (b) se muestra un diagrama esfuerzo-deformación típico para un espécimen de

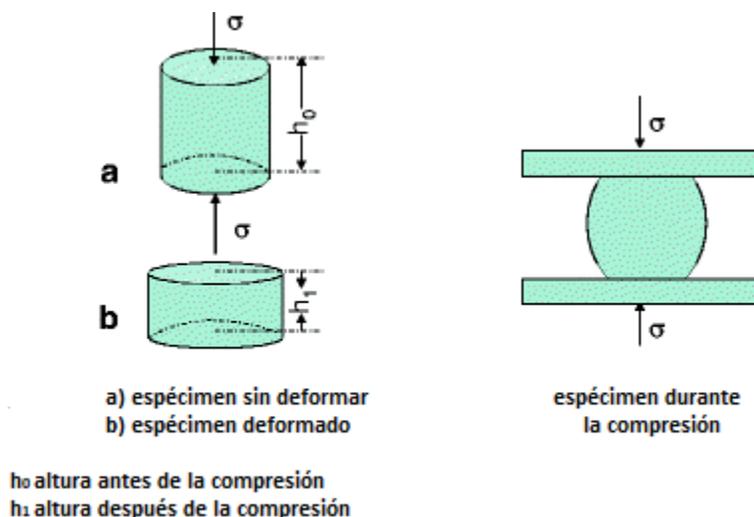


Figura 2.14: **Izquierda:** Deformación uniforme (a) Espécimen sin deformar (b) Espécimen deformado. **Derecha:** Durante una compresión no uniforme el espécimen adopta una forma de barril [28].

concreto cargado y descargado a compresión y tensión, a partir de esta curva se obtiene el módulo de elasticidad o de Young, el cual se aplica estrictamente, sólo a la parte lineal o bien, cuando no hay una porción recta, a la tangente de la curva en el origen.

En pruebas de compresión, en ocasiones se encuentra una pequeña parte cóncava hacia arriba de la curva esfuerzo-deformación al inicio de la carga; esto se debe al cierre de grietas finas de contracción preexistentes.

Cuando el concreto es sometido a carga sostenida, la deformación aumenta con el tiempo, este fenómeno se le denomina fluencia, y es un tipo de deformación que debe tomarse en cuenta. Para propósitos prácticos, se hace una distinción arbitraria: la deformación que ocurre durante la carga se considera elástica y el incremento subsecuente de deformación se considera fluencia.

La magnitud de las deformaciones observadas y la curvatura de la relación esfuerzo-deformación, dependen también de la velocidad de aplicación de los esfuerzos.

2.3.3. Diagramas esfuerzo-deformación

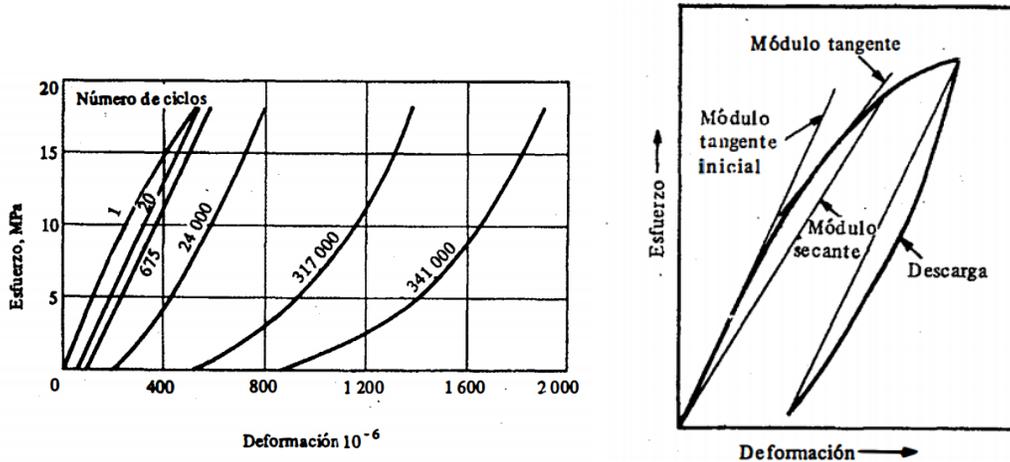
Las mediciones obtenidas en las pruebas experimentales se grafican, como la carga aplicada instantánea en función de la deformación. Se define la tensión o esfuerzo σ por la ecuación (2.40):

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (2.40)$$

Donde F , es la fuerza o carga aplicada perpendicular a la sección transversal y A_0 es el área de la sección transversal antes de aplicar la carga.

Se define además la deformación ϵ , por la relación (2.41):

$$\epsilon = \frac{l_i - l_0}{l_0} \quad (2.41)$$



(a) Relación esfuerzo-deformación del concreto sujeto a carga cíclica a compresión. (b) La curva esfuerzo-deformación de carga cíclica permite identificar gráficamente el módulo tangente

Figura 2.15: Curvas esfuerzo-deformación de especímenes de concreto, obtenidas en pruebas de carga cíclica [12].

Donde l_0 es la longitud original y l_i es la longitud a cualquier instante de tiempo.

Al graficar las mediciones de esfuerzo σ en función de la deformación ϵ , se obtiene el diagrama esfuerzo-deformación (σ vs ϵ)⁸. Para estudiar la evolución del esfuerzo en términos de la deformación se tomara como ejemplo, el diagrama esfuerzo deformación típico del acero dulce mostrado en la Figura 2.16.

En el diagrama mostrado se pueden diferenciar dos zonas importantes. La primera región es la *región elástica*, que va desde un valor nulo de tensión hasta el punto σ_p llamado *límite de proporcionalidad*. En esta región la deformación es proporcional al esfuerzo donde se satisface la Ley de Hooke, por lo que la pendiente corresponde al módulo de elasticidad o de Young E del material [22].

Si el material continua deformándose se llegará a un punto e denominado *límite de elasticidad*, que separa la región elástica de la región elástico-plástica. Durante esta etapa el material no podrá recuperar su forma original.

Manteniendo las deformaciones hasta un punto f_s denominado *límite de fluencia* se desarrollarán deformaciones pequeñas, pero una vez pasando este punto, el material continuara deformándose aun sin incrementar el esfuerzo aplicado. En algunos materiales la fuerza disminuye hasta un valor f_i denominado *límite inferior de influencia*. Después de este punto, la curva sera creciente hasta un valor T denominado *resistencia a la tracción*, físicamente en el material se produce la ruptura.

En la Figura 2.17, se muestran las curvas esfuerzo-deformación de algunos materiales. Como se puede observar, los materiales metálicos y termoplásticos tienen un comportamiento elástico seguido por una región plástica no lineal. A diferencia de éstos, en los elastómeros una gran parte de la deformación es elástica. Por último, se puede observar que para los cerámicos y vidrios, materiales frágiles, una pequeña parte de la curva es elástica, y casi no muestran una deformación plástica [29].

⁸Las unidades del esfuerzo son fuerza por unidad de área, en el SI: $[\frac{Fuerza}{Área}] = [MPa]$. Mientras que las unidades de la deformación son: $[\frac{Longitud}{Longitud}] = [1]$, es decir, adimensionales.

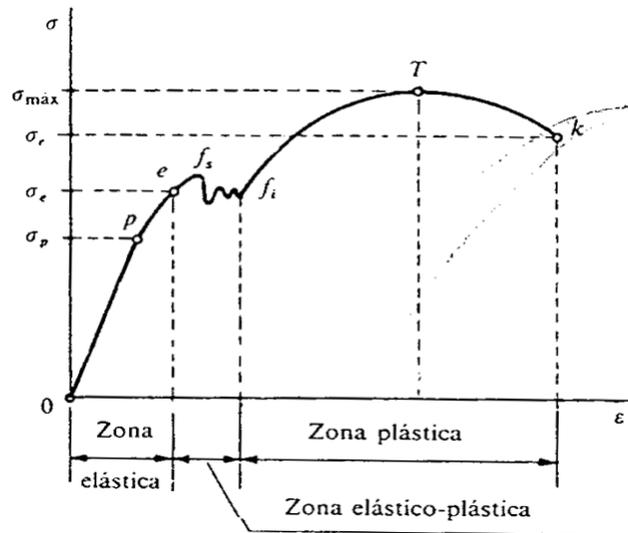


Figura 2.16: Diagrama esfuerzo-deformación para el acero dulce. En la curva se puede identificar la zona de transición entre la zona elástica y plástica [22].

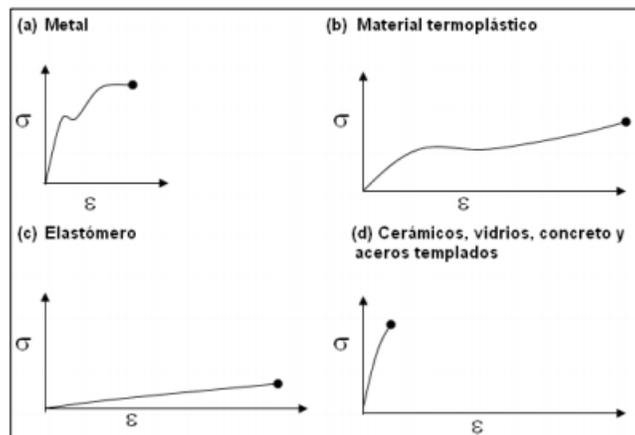


Figura 2.17: Diagramas esfuerzo-deformación a tracción de distintos materiales [29].

El diagrama esfuerzo-deformación puede ofrecer información a simple vista de las propiedades mecánicas, una de ellas es la *ductilidad*, la cual indica el grado de deformación de un material sin romperse. En la Figura 2.18 (a) se muestran dos materiales con distinto valor de ductilidad. Matemáticamente la ductilidad de un material se puede obtener calculando el porcentaje de elongación EL o el porcentaje de reducción de área RA , como se muestra en la ecuación 2.42.

$$EL = \left(\frac{l_f - l_0}{l_0} \right) * 100$$

$$RA = \left(\frac{A_0 - A_f}{A_0} \right) * 100 \quad (2.42)$$

Donde l_f es la longitud final, l_0 es la longitud inicial, A_f es el área de sección transversal después de

la prueba mecánicas y A_0 es el área inicial.

Otra característica que se puede estimar a simple vista de la curva esfuerzo-deformación es la *resiliencia* U_r , que se refiere a la capacidad de un material para almacenar energía de deformación bajo la región elástica (Figura 2.18 (b)). La expresión 2.43 permite calcular el grado de resiliencia de un material.

$$U_r = \int_0^{\epsilon_y} \sigma d\epsilon \quad (2.43)$$

Por último, la *tenacidad* indica la capacidad de almacenar energía de deformación de los materiales. Ésta se puede obtener calculando el área bajo del diagrama σ vs ϵ , como se muestra en la Figura 2.18 (c).

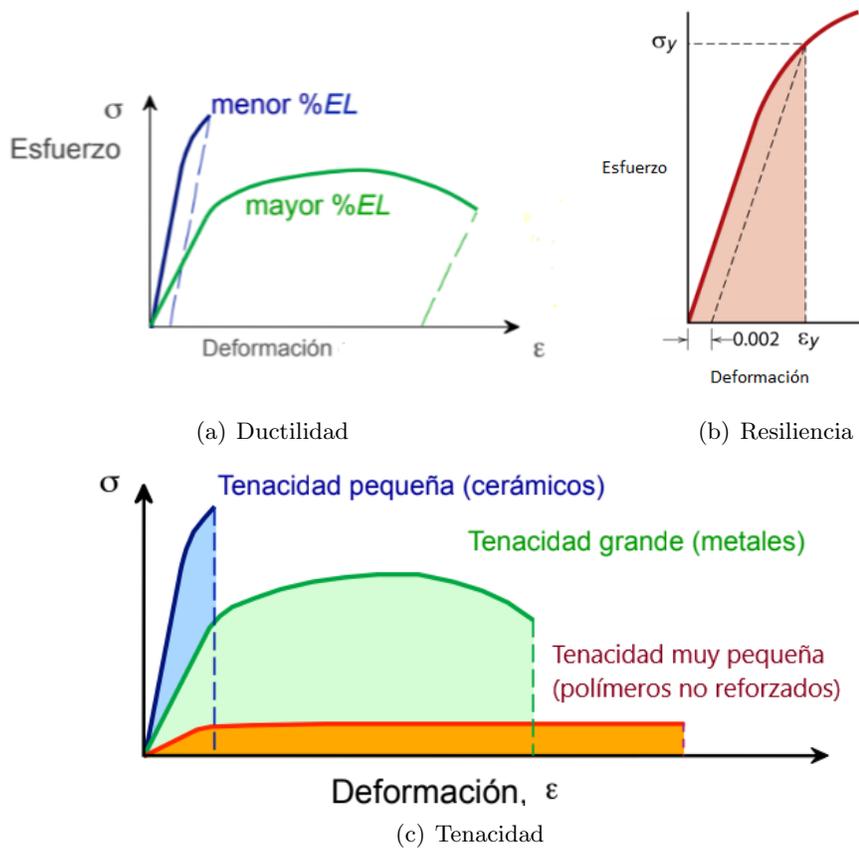


Figura 2.18: Los diagrama esfuerzo-deformación ofrecen información del comportamiento mecánico de un material, en las figuras se muestran las curvas de materiales con distinto valor de ductilidad, resiliencia y tenacidad [5]

En la Figura 2.19, se muestra el método gráfico para determinar calcular el punto límite entre la región elástica y plástica. El método consiste en dibujar una recta con pendiente igual al módulo de elasticidad sobre una deformación del 0.2%, de este modo el punto de intersección de esta recta con la curva esfuerzo-deformación definirá el límite de proporcionalidad.

Retomando la ecuación 2.40, se observa que el diagrama σ vs ϵ se realiza en todos los puntos considerando el área inicial A_0 . Sin embargo, en las pruebas de tracción el valor de ésta disminuye, mientras que en un ensayo de compresión el área de sección transversal aumenta según la relación de Poisson. Para

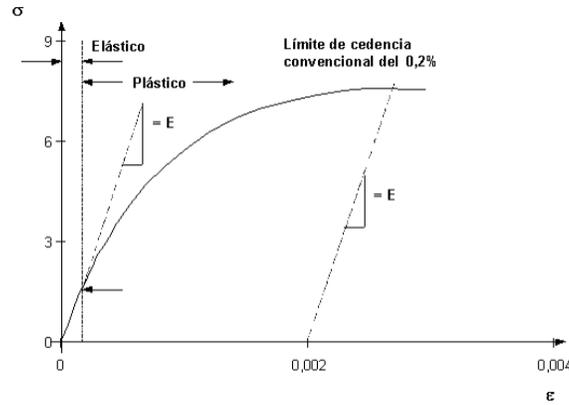


Figura 2.19: La definición de límite de fluencia por el método gráfico permite diferenciar la zona de transición entre la zona elástica y plástica.

tomar en cuenta esto, se ha desarrollado el análisis del diagrama *esfuerzo-deformación verdadero*, para ello es necesario definir el *esfuerzo verdadero* σ_T y la *deformación verdadera* ϵ_T como:

$$\sigma_T = \frac{F}{A_i} \quad (2.44)$$

$$\epsilon_T = \ln \frac{l_i}{l_0} \quad (2.45)$$

Donde F es la fuerza o carga aplicada, A_i es el área de sección transversal instantánea, l_i es la longitud instantánea, mientras que A_0 y l_0 son los valores iniciales de área y longitud. Para el análisis se considera que el volumen de la probeta se mantiene constante, por lo que:

$$A_i l_i = A_0 l_0 \quad (2.46)$$

Realizando los cálculos correspondientes se obtiene que el esfuerzo real y la deformación real están dados por las relaciones:

$$\sigma_T = \sigma(1 + \epsilon) \quad (2.47)$$

$$\epsilon_T = \ln(1 + \epsilon) \quad (2.48)$$

En la Figura 2.20 se muestran los diagramas esfuerzo-deformación nominal y el esfuerzo verdadero-deformación verdadera. Se representa con el punto M, la estricción en el diagrama nominal, en el diagrama real, este punto se representa con el punto M'.

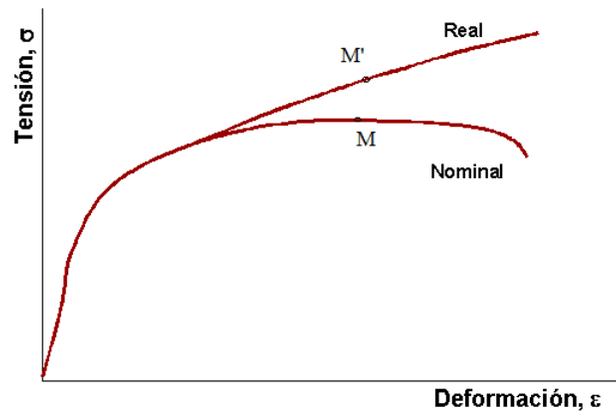


Figura 2.20: Diagramas esfuerzo-deformación nominal y real [5].

Capítulo 3

Análisis mecánico

Como ya se mencionó en la introducción, el objetivo de este trabajo consiste en determinar los esfuerzos principales y deformaciones de un material compuesto por un núcleo cilíndrico reforzado superficialmente con un tejido de fibra de carbono, sometido a esfuerzos de compresión axial.

Para ello, considérese en la Figura 3.1 el cilindro de longitud L y diámetro D reforzado superficialmente con un tejido de espesor t . Es importante mencionar que como en todo material reforzado con fibras, la dirección de las fibras es un factor importante a considerar, en este caso la dirección de las fibras coincide con la dirección circunferencial.

Para resolver este problema se considerará un sistema de referencia ortogonal cartesiano, donde el eje z coincide con el eje del cilindro y los dos ejes restantes x y y coinciden con la sección transversal normal.

En el sistema descrito se aplica una carga o fuerza sobre la superficie superior que se distribuye de manera uniforme por la sección transversal de área A que ocasiona esfuerzos de compresión axial, que se distribuyen de manera uniforme en todo el material.

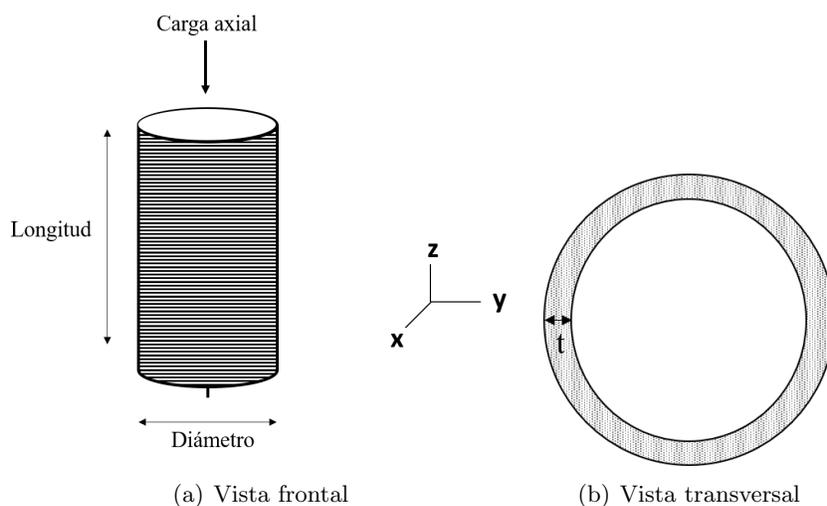


Figura 3.1: Diagrama de cuerpo libre del material constituido por una matriz cilíndrica reforzada en su exterior con un tejido de espesor t .

3.1. Hipótesis

Una vez planteado el problema, se establecerán las hipótesis necesarias para realizar el análisis mecánico.

- La carga axial se aplica de manera uniforme sobre la sección transversal de área A .
- La carga externa aplicada ocasiona únicamente esfuerzos de compresión.
- No existen esfuerzos de corte o cizalladura.
- El tejido de fibra de carbono tiene un comportamiento elástico.
- El refuerzo de la fibra de carbono actúa confinando la matriz.
- El incremento de la carga aplicada ocasiona un incremento de la presión interna p que actúa con dirección normal a la pared interna del material de refuerzo.
- La presión p a lo largo de la pared de fibra de carbono se considera como constante, esto debido a que el espesor t de la fibra de carbono respecto al radio r de los especímenes es mucho menor que r ($t \ll r$).
- El material compuesto falla cuando la fibra alcanza su punto de ruptura.

3.2. Análisis de esfuerzos

En esta sección se abordará el estudio de las tensiones principales generadas sobre el sistema compuesto. En la Figura 3.2, se muestra el diagrama de cuerpo libre.

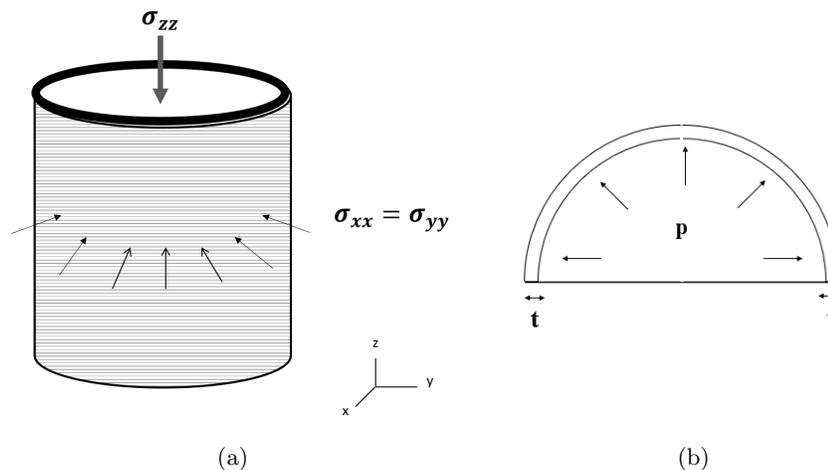


Figura 3.2: Diagrama de cuerpo libre. La aplicación de una carga axial se relaciona con un esfuerzo de compresión σ_{zz} , mientras que el confinamiento que brinda el tejido ocasiona esfuerzos de tensión radiales y tangenciales (σ_{xx}).

La primera fuerza que actúa, es la debida a la aplicación de una carga axial sobre la superficie superior de área A , ésta genera un esfuerzo principal de compresión en el eje z , σ_{zz} , de acuerdo al marco de referencia planteado en la Figura 3.2.

Los dos esfuerzos restantes se desarrollan en planos paralelos al plano XY , y se denotarán con los símbolos σ_{xx} y σ_{yy} . Como ya se mencionó en las hipótesis, no se considerarán esfuerzos de corte, por lo tanto:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= 0 \\ (i &\neq j)\end{aligned}\quad (3.1)$$

El esfuerzo de compresión en el eje z se puede calcular a partir de las expresiones presentadas en los antecedentes .

$$\sigma_{zz} = \frac{F}{A} \quad (3.2)$$

Debido a que el espesor del tejido de fibra es mucho menor que el diámetro del cilindro se puede considerar como insignificante la contribución al área del sistema en conjunto, por lo que para los siguientes cálculos se considerará únicamente el área de sección transversal de la matriz cilíndrica.

Debido a la geometría del material se puede observar que los esfuerzos σ_{xx} y σ_{yy} son iguales.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} \quad (3.3)$$

Para estudiar los esfuerzos principales generados en el plano xy , se considerará un estado de tensión plana. En la Figura 3.3 se define la dirección longitudinal σ_L , y la dirección tangencial σ_T .

Debido a la presión p en el interior del cilindro, un diferencial de volumen del cilindro estará sometido a las tensiones longitudinales y tangenciales, es importante notar que la presión actúa en dirección radial y debido a que el espesor del refuerzo es pequeño se puede considerar que las fuerzas de tensión son iguales a lo largo del espesor del refuerzo. El análisis presentado está basado en el problema de un cilindro de pared delgada sometido a presión interna ¹.

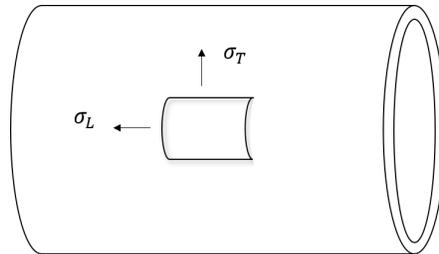


Figura 3.3: Se exponen los esfuerzos que actúan en la dirección tangencial σ_T y longitudinal σ_L .

El esfuerzo longitudinal, σ_L , se puede calcular considerando un equilibrio de fuerzas en el eje z , por lo tanto se debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$\sum F_z = 0 \quad (3.4)$$

Para observar de manera más clara las fuerzas que actúan en la dirección longitudinal se seccionara el cilindro con un plano $x'y''$ paralelo al plano xy , tal como se muestra en la Figura 3.4.

¹El problema de un cilindro de pared delgada sometido a presión interna es un problema ampliamente estudiado, como referencia se recomienda consultar [30]

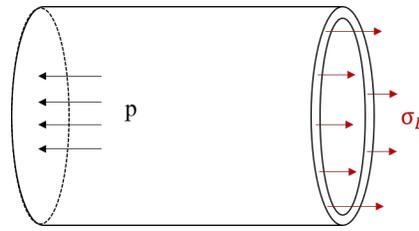


Figura 3.4: Diagrama de cuerpo libre en el eje Z. Se muestra la fuerza correspondiente a un esfuerzo σ_L y la fuerza relacionada con la presión p .

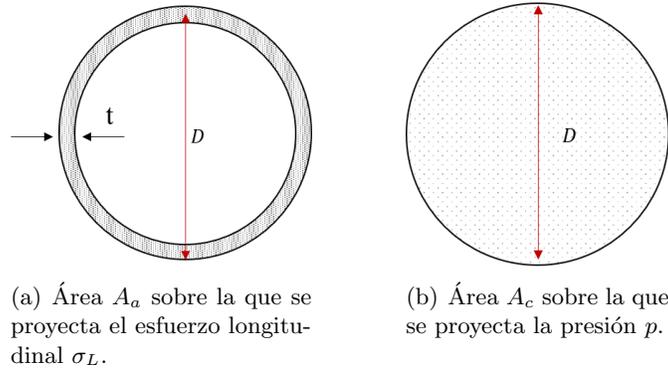


Figura 3.5: Área sobre la cual actúa el esfuerzo longitudinal σ_L y la presión p .

Vemos que de lado derecho del cilindro se ejercen fuerzas de tensión σ_L , las cuales están en equilibrio con la fuerza que ejerce la presión interna del material. La presión p que actúa sobre el área circular A_c del extremo produce una fuerza dada por:

$$F_{1z} = pA_c = p\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \quad (3.5)$$

Mientras que fuerza debida a la sección inferior del cilindro se obtiene multiplicando la tensión longitudinal σ_L por el área de sección correspondiente al anillo A_a :

$$F_{2z} = \sigma_L A_a = \sigma_L (\pi D t) \quad (3.6)$$

Aplicando la condición de equilibrio 3.4 a las ecuaciones 3.5 y 3.6 se obtiene σ_L

$$\sigma_L = \frac{pD}{4t} \quad (3.7)$$

Para obtener la tensión en la dirección tangencial aplicamos el mismo método y seccionamos el cilindro con un plano paralelo al eje z que pase por uno de los diámetros del cilindros. Aplicando la condición de equilibrio en el eje Y:

$$\sum F_y = 0 \quad (3.8)$$

Estudiando el equilibrio de cada sección, vemos que se ejerce una fuerza debida al esfuerzo tangencial σ_T sobre la pared delgada de área A_p .

$$F_{1y} = \sigma_T A_p = \sigma_T (2tL) \quad (3.9)$$

Ésta fuerza se mantiene en equilibrio con la fuerza generada por la presión interna sobre la sección transversal del cilindro.

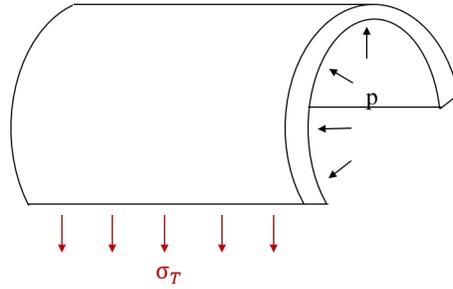


Figura 3.6: Diagrama de cuerpo libre en el eje Z.

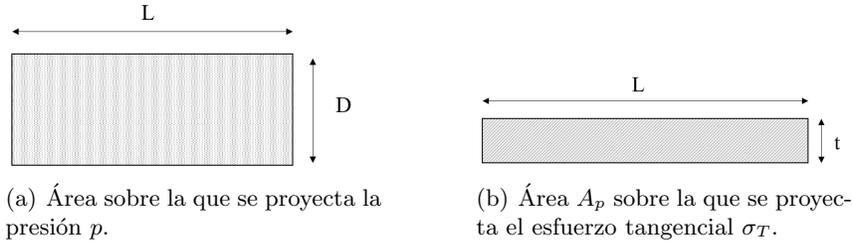


Figura 3.7: Diagrama de cuerpo libre, se muestran los esfuerzo en el eje z

$$F_{2y} = pA = p(DL) \quad (3.10)$$

Aplicando la condición de equilibrio 3.8 a las ecuaciones 3.9 y 3.10 se obtiene el esfuerzo tangencial σ_T :

$$\sigma_T = \frac{pD}{2t} \quad (3.11)$$

De las ecuaciones 3.7 y 3.11 se observa que:

$$\sigma_T = 2\sigma_L \quad (3.12)$$

3.3. Propiedades mecánicas

El análisis de esfuerzos presentado en la sección anterior proporcionó expresiones matemáticas de las propiedades mecánicas.

Por una parte, se encontró que el esfuerzo axial σ_{zz} está descrita por la relación:

$$\sigma_{zz} = \frac{F}{A} \quad (3.13)$$

A partir de esta ecuación se puede encontrar el valor máximo de esfuerzo que puede soportar el sistema. Para ello, se evaluará en la ecuación σ_{zz} la fuerza máxima F_{max} .

$$\sigma_{zzmax} = \frac{F_{max}}{A} \quad (3.14)$$

Recordemos que la curva esfuerzo-deformación obtenida de ensayos experimentales da información de la resistencia mecánica. En esta curva, la resistencia mecánica corresponde al valor máximo de esfuerzo. De aquí en adelante se utilizará la notación f'_c para designar la resistencia mecánica:

$$\sigma_{zzmax} = f'_c \quad (3.15)$$

Para este punto crítico de la curva $\sigma - \epsilon$ le corresponde un valor de deformación ϵ_0 , es decir:

$$\sigma_{zz}(\epsilon = \epsilon_0) = f'_c \quad (3.16)$$

El módulo de elasticidad en esta dirección está dado por la pendiente de la curva $\sigma - \epsilon$.

Como se puede observar en las ecuaciones anteriores, las propiedades mecánicas de la dirección axial dependen de la naturaleza del material estudiado, y solo pueden ser determinadas a partir de ensayos experimentales.

Para determinar las propiedades en diferentes direcciones principales, se partirá de la siguiente hipótesis:

- El incremento del esfuerzo axial ocasiona un incremento de las fuerzas internas en el material las cuales pueden ser traducidas como presión interna.

Al inicio de este capítulo se desarrollaron las ecuaciones que describen el comportamiento mecánico de un cilindro de pared delgada sometido a presión interna. Los esfuerzos σ_L y σ_T que se generan en este material dependen de las propiedades de la pared delgada, específicamente del espesor t .

Con respecto al esfuerzo σ_T , mostrado en la Figura 3.7, se observa que este esfuerzo es de tipo tensión, ya que actúa separando dos puntos en la pared delgada (refuerzo). Si consideramos que la fibra de carbono es un material elástico (Figura 2.3), será posible describir la evolución del esfuerzo σ_{FC} en términos de la deformación ϵ_{FC} por una relación lineal:

$$\sigma_{FC} = E_{FC}\epsilon_{FC} \quad (3.17)$$

Donde E_{FC} es el módulo de elasticidad de la fibra de carbono.

Es importante notar que σ_T varía de la misma manera que σ_{FC} , es decir:

$$\sigma_T = \sigma_{FC} \quad (3.18)$$

En esta sección se definirá el módulo de elasticidad en la dirección radial donde actúa la presión interna p , el cual se denominará módulo de elasticidad de confinamiento E_c . Suponiendo una relación lineal entre el esfuerzo radial y las deformaciones se podrá aplicar la Ley de Hooke [31]-[35].

$$E_c = \frac{\Delta\sigma_r}{\Delta\epsilon_r} \quad (3.19)$$

Debido a que la presión p actúa en dirección radial ($p = \sigma_r$), entonces se reescribirá de la ecuación 3.11:

$$\sigma_r = \frac{2t}{D}\sigma_T \quad (3.20)$$

Esta ecuación indica que el esfuerzo radial, debido al esfuerzo de compresión es lineal y depende de las propiedades del material de refuerzo.

Sustituyendo la ecuación 3.20 en la ecuación 3.19, el módulo de elasticidad de confinamiento estará descrito como sigue:

$$E_c = \frac{2t}{D} \frac{\sigma_T}{\epsilon_r} \quad (3.21)$$

Reescribiendo la ecuación anterior en términos de la ecuación 3.17 y suponiendo que las deformaciones $\epsilon_r = \epsilon_T$ varían en la misma proporción se tiene:

$$E_c = \frac{2t}{D} \frac{\sigma_T}{\epsilon_T} = \frac{2t}{D} E_{FC} \quad (3.22)$$

La ecuación anterior indica que el E_C depende de las propiedades del material empleado como refuerzo superficial o de la membrana, estrictamente del espesor de esta y del valor del módulo de elasticidad a tensión y varía inversamente proporcional con el diámetro de la probeta.

3.3.1. Resistencia de confinamiento

Para obtener el valor máximo de esfuerzo que puede resistir el material de refuerzo consideremos la ecuación:

$$\sigma_{rmax} = E_c \epsilon_{rmax} \quad (3.23)$$

Reescribiendo la ecuación en términos del módulo de confinamiento tenemos:

$$\sigma_{rmax} = \frac{2t}{D} E_{FC} \epsilon_{rmax} \quad (3.24)$$

Donde ϵ_{tmax} es el valor a tensión de la deformación última, para la fibra de carbono es del 1.8% [36].

Capítulo 4

Aplicación experimental

En el segundo capítulo se describieron las técnicas experimentales más empleadas para la caracterización de materiales. En este capítulo se presentará la aplicación de estos métodos al material compuesto estudiado en este trabajo. Para ello, se expondrá en primer lugar los detalles del experimento realizado y posteriormente se presentarán los resultados obtenidos.

4.1. Procedimiento experimental

A continuación se presenta una descripción del experimento realizado. Las pruebas fueron llevadas a cabo en las instalaciones del laboratorio de Mecánica de Materiales de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, donde el equipo requerido para el experimento fue una máquina universal de pruebas mecánicas Satec modelo MII 400 WHVL.

El diseño experimental consistió en aplicar una o varias capas del tejido de polímero reforzado con fibra de carbono a cilindros de concreto¹. El tejido utilizado para este experimento fue de la marca comercial SikaWrap-301 C [36] (Figura 4.1), el cual fue adherido a la superficie de cada uno de los cilindros con una resina epóxica de impregnación de la misma marca. En la Tabla 4.1 se muestran los datos técnicos del tejido de fibra de carbono.

Con respecto a las propiedades mecánicas de los cilindros de concreto, éstos se diseñaron para soportar una resistencia máxima f'_c de 250 $[\frac{Kg}{cm^2}]$.

Los especímenes utilizados se realizaron tomando en cuenta las siguientes variables experimentales:

- Número de capas de fibra de carbono aplicada
- Estado de la matriz de concreto
- Dimensiones de los especímenes

Con el fin de establecer un comparativo del refuerzo que presenta el tejido de fibra de carbono, se ensayaron cilindros sin reforzamiento, a éstos se les dio la clave de CON (Figura 4.2 (a)).

Posteriormente, se elaboraron grupos de especímenes con diferente número de capas de tejido fibra de carbono, en la Figura 4.2 (b) se muestra un espécimen reforzado con una capa, mientras que en la Figura 4.2 (c) se muestra un espécimen reforzado parcialmente con la fibra, como se puede observar en

¹La elaboración de los cilindros de concreto fue realizada siguiendo el procedimiento estándar descrito en las normas [11].

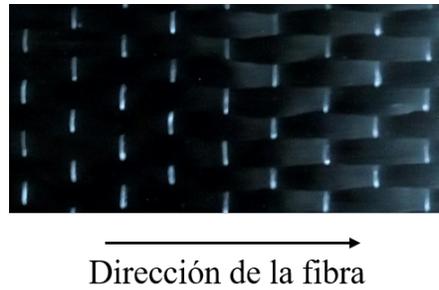


Figura 4.1: Tejido de fibra de carbono utilizado. Se señala además la dirección de las fibras.

Tabla 4.1: Datos técnicos de la fibra de carbono Sika. [36]

Datos Técnicos Sika Wrap-301 C		
Peso	$300 \text{ g/m}^2 \pm 15\text{g/m}^2$	
Densidad	1.75 g/cm^3	
Propiedades de la fibra (valores promedio)		
Espesor del tejido	0.166 mm	
Resistencia última a tensión	4900 MPa	
Módulo de elasticidad a tensión	230,000 MPa	
Elongación a la ruptura	2.1 % (nominal)	
Propiedades de diseño		
Espesor del tejido	1 mm	
Esfuerzo último a tensión	Promedio	700 MPa
	De diseño	620 MPa
Módulo de elasticidad a tensión	Promedio	38,000 MPa
	Diseño	34,500 MPa
Deformación última	1.8 %	

esta Figura, el refuerzo parcial consistió en aplicar tres anillos del tejido de fibra a lo largo de la dirección longitudinal.

Por otra parte, con el objetivo de medir el factor que relacione, la reparación a elementos dañados que puede ofrecer el reforzamiento con tejido de fibra de carbono, se ensayaron algunos especímenes con fractura interna. Para simular este daño interno, se colocó una barrera que divide el cilindro por uno de sus diámetros, esto durante la preparación de especímenes al vertir la mezcla de cemento fresco en la probeta, de este modo al endurecer, se lograría un espécimen dividido en dos partes (Figura 4.2 (d)).

En la Tabla 4.2 se resumen las características de cada grupo de especímenes y se presenta una breve descripción.

Tabla 4.2: Configuraciones físicas de los cilindros empleados.

Clave	Número de especímenes	Capas de FRP	Longitud x Diámetro [mm]	Estado
CON-(01-07)	7	0	300*150	Sin daño
RFC-1-(01-07)	7	1	300*150	Sin daño
RFC-2-(01-07)	7	2	300*150	Sin daño
RFC-3-(01-07)	7	3	300*150	Sin daño
RFC-P-(01-07)	7	Parcial	300*150	Sin daño
D-RFC-01-(01-07)	7	1	300*150	Con daño
D-RFC-02-(01-07)	7	2	300*150	Con daño
D-RFC+E-01-(01-07)	7	1	300*150	Con daño + epóxico
D-RCE-(01-07)	7	0	300*150	Con daño + epóxico
D-RFC+E-P-(01-03)	3	Parcial	300*150	Con daño + epóxico
C20-CON-(01-03)	3	0	200*100	Sin daño
C20-RFC-1-(01-03)	3	1	200*100	Sin daño
C20-RFC-2-(01-03)	3	2	200*100	Sin daño
C8-CON-(01-05)	5	0	80*40	Sin daño
C8-RFC-1-(01-04)	4	1	80*40	Sin daño
C8-RFC-2-(01-04)	4	1	80*40	Sin daño

4.1.1. Pruebas de carga cíclica

La primera prueba experimental, consistió en aplicar cargas cíclicas para un espécimen de concreto cargado y descargado en compresión desde un esfuerzo σ_{min} , hasta un esfuerzo σ_{max} , menor a la resistencia máxima de diseño del espécimen (aproximadamente el 30% de f'_c). Esto se repitió durante cinco ciclos, a una velocidad de 0.5 mm/min.

Debido a la configuración de la adquisición de los datos de la máquina de pruebas mecánicas empleada, se registraron los datos de la carga aplicada en función del desplazamiento. Estos datos fueron medidos con un par de extensómetros que detectaron los cambios de longitud y diámetro de cada una de las muestras y, a partir de estas mediciones se calcularon los esfuerzos y deformaciones. Los resultados obtenidos de esta prueba permitieron calcular el módulo de elasticidad.

4.1.2. Pruebas de compresión axial

Para realizar las pruebas de compresión axial y medir la deformación lateral y axial ocasionada por la aplicación de cargas, fue necesario instrumentar cada espécimen con un par de extensómetros, como se muestra en la Figura 4.3 (a). Posteriormente cada espécimen, se colocó sobre la mesa de la máquina universal y se aplicó carga hasta llegar a la ruptura del material. Con el fin de evitar fricción entre los platos de la máquina y la superficie del cilindro, se colocó entre éstos una placa delgada de cartón, ver Figura 4.3 (b).



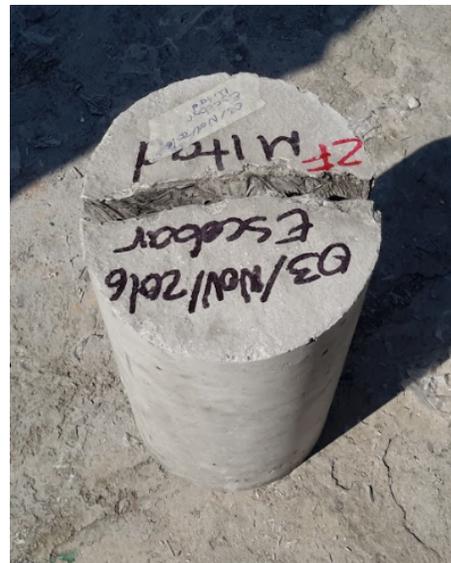
(a) Espécimen de control ensayado (CON, C20-CON, C8-CON).



(b) Espécimen reforzado con fibra de carbono (RFC-1, RFC-2, RFC-3, C20-RFC-1, C20-RFC-2, C8-RFC-1, C8-RFC-2).



(c) Espécimen reforzado parcialmente con fibra de carbono (RFC-P).



(d) Espécimen con daño interno o grieta simulada (D-RFC-1, D-RFC-2, D-RFC+E-01, D-RCE, D-RFC+E-P).

Figura 4.2: Especímenes ensayados.

Al igual que en las pruebas de carga cíclica, la adquisición de datos se realizó de forma automática. Los extensómetros utilizados, registraron el valor del desplazamiento y la carga aplicada ². Posteriormente se utilizaron estas mediciones para calcular los esfuerzos y deformaciones, para finalmente, obtener la curva esfuerzo-deformación correspondiente.



(a) Colocación de los extensómetros en el espécimen



(b) Prueba de compresión axial en el espécimen reforzado con fibra de carbono: el espécimen se coloca en la máquina universal de pruebas mecánicas.

Figura 4.3: Prueba de compresión axial.

²La adquisición de datos de carga aplicada y desplazamiento, se realizó de manera automática por el sistema de la máquina de pruebas mecánicas empleada en el experimento. Es importante mencionar que, las curvas de carga-desplazamiento obtenidas de cada prueba, registraron ruido asociado a los materiales empleados y a la maquinaria propia, por lo que fue necesario corregir las gráficas. La corrección de estos datos se expone en [37], por lo que los datos empleados para este trabajo son los datos corregidos del texto citado.

4.2. Resultados experimentales

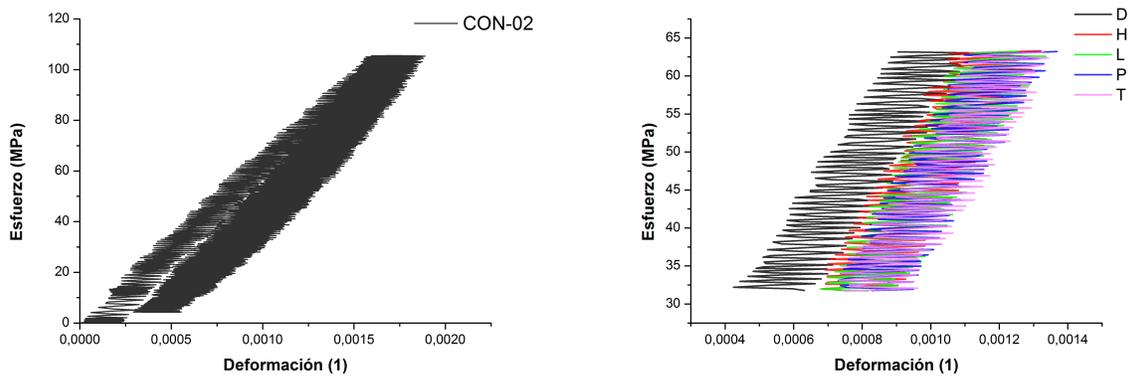
4.2.1. Módulo de elasticidad

Como se explicó en la sección de técnicas experimentales del capítulo dos, el ensayo de carga cíclica permite calcular el módulo de elasticidad E de un material.

Las mediciones obtenidas de esfuerzo se graficaron en función de la deformación, de este modo se obtuvo la curva esfuerzo-deformación de cada espécimen. En todos los casos se obtuvieron curvas con comportamiento mecánico similar, como ejemplo se presenta en la Figura 4.4 (a) la curva de carga y descarga del espécimen CON-02. Durante esta prueba se aplicaron cinco ciclos, los cuales se diferencian con color en la Figura 4.4 (b).

El módulo de elasticidad E se obtuvo calculando el promedio de la pendiente de los ciclos, por cuestiones prácticas, solo se presentan los resultados del módulo de elasticidad de cada espécimen.

Los resultados se organizaron en grupos con las mismas características y al final de cada tabla se presenta el promedio asociado. Es importante mencionar que, en algunos casos no se llevó a cabo la adquisición de datos correctamente, por lo que no se tienen resultados experimentales, estos casos se registraron con la clave **SD**.



(a) La curva de carga-descarga del espécimen CON-02 consistió en aplicar cinco ciclos de carga cíclica. (b) Los ciclos de carga-descarga se pueden identificar con distintos colores.

Figura 4.4: Diagrama de carga y descarga del espécimen CON-02.

En la Tabla 4.3, se presentan los resultados obtenidos en las pruebas de carga cíclica aplicada a cada uno de los cilindros de control de 30 cm de longitud.

Por otro lado, en la Tabla 4.4 se presentan los resultados experimentales obtenidos de los especímenes con refuerzo de fibra de carbono.

Además, en la Tabla 4.5, se muestran los resultados obtenidos experimentalmente de las pruebas de los especímenes con daño interno.

En la Tabla 4.6, se muestran los resultados obtenidos de los especímenes con fractura interna, reforzados con resina epóxica y reforzados con fibra de carbono en distintas proporciones.

Tabla 4.3: Módulo de elasticidad de los cilindros de control (CON).

Clave	E [MPa]
CON-01	SD
CON-02	7122.858
CON-03	8155.905
CON-04	7411.59
CON-05	7305.212
CON-06	7803.23
CON-07	8844.61
\bar{E}_{CON}	$7773,90 \pm 643,11$

Tabla 4.4: Módulo de elasticidad de los cilindros con una, dos y tres capas de refuerzo de fibra de carbono (RFC-1,RFC-2, RFC-3 y RFC-P).

Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]
RFC-1-01	11955.29	RFC-2-01	9008.67	RFC-3-01	12082.45	RFC-P-01	7067.90
RFC-1-02	8325.25	RFC-2-02	10282.72	RFC-3-02	7842.48	RFC-P-02	8284.50
RFC-1-03	9333.00	RFC-2-03	10108.69	RFC-3-03	11122.54	RFC-P-03	8565.10
RFC-1-04	9682.36	RFC-2-04	SD	RFC-3-04	9018.83	RFC-P-04	9244.52
RFC-1-05	9820.66	RFC-2-05	9135.28	RFC-3-05	10868.10	RFC-P-05	9038.89
RFC-1-06	SD	RFC-2-06	10393.23	RFC-3-06	10209.73	RFC-P-06	9414.32
RFC-1-07	7919.02	RFC-2-07	8958.13	RFC-3-07	11227.07	RFC-P-07	7788.31
\bar{E}_{RFC-1}	$9506,02 \pm 1419,16$	\bar{E}_{RFC-2}	$9647,79 \pm 680,88$	\bar{E}_{RFC-3}	$10338,74 \pm 1455,70$	\bar{E}_{RFC-P}	$8486,22 \pm 845,53$

Tabla 4.5: Módulo de elasticidad de los cilindros con daño interno reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (D-RFC-01 y D-RFC-02).

Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]
D-RFC-01-01	4881.83	D-RFC-02-01	4502.16
D-RFC-01-02	6662.45	D-RFC-02-02	SD
D-RFC-01-03	5966.31	D-RFC-02-03	8335.20
D-RFC-01-04	6232.67	D-RFC-02-04	11387.52
D-RFC-01-05	7619.48	D-RFC-02-05	8371.06
D-RFC-01-06	7668.49	D-RFC-02-06	11065.44
D-RFC-01-07	6595.52	D-RFC-02-07	SD
$\bar{E}_{D-RFC-01}$	$6518,11 \pm 968,38$	$\bar{E}_{D-RFC-02}$	$8732,28 \pm 2769,30$

Tabla 4.6: Módulo de elasticidad de los cilindros con daño interno reforzados con resina epóxica y fibra de carbono en distintas proporciones (D-RCE-01,D-RFC+E-01,D-RFC+E-P).

Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]
D-RCE-01	7905.18	D-RFC+E-01	SD	D-RFC+E-P-01	7047.60
D-RCE-02	6582.28	D-RFC+E-02	9165.37	D-RFC+E-P-02	8293.13
D-RCE-03	7622.76	D-RFC+E-03	7683.80	D-RFC+E-P-03	9447.20
D-RCE-04	5989.52	D-RFC+E-04	6561.60		
D-RCE-05	6317.63	D-RFC+E-05	9685.03		
D-RCE-06	7427.88	D-RFC+E-06	8879.79		
D-RCE-07	7419.37	D-RFC+E-07	9733.27		
\bar{E}_{D-RCE}	$7037,80 \pm 732,27$	$\bar{E}_{D-RFC+E}$	$8618,14 \pm 1865,51$	$\bar{E}_{D-RFC+E-P}$	$8262,64 \pm 1200,09$

Finalmente, en las Tablas 4.7 y 4.2.1 se presenta el módulo de elasticidad E de los especímenes de 20 y 8 cm de longitud.

Tabla 4.7: Módulo de elasticidad de los cilindros de 20 cm de longitud de control reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (C20-CON, C20-RFC-01, C20-RFC-02).

Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]
C20-CON-01	5105.49	C20-RFC-1-01	4402.26	C20-RFC-2-01	6216.30
C20-CON-02	SD	C20-RFC-1-02	5778.46	C20-RFC-2-02	4273.11
C20-CON-03	4305.33	C20-RFC-1-03	5051.82	C20-RFC-2-03	SD
$\bar{E}_{C20-CON}$	$4705,41 \pm 565,80$	$\bar{E}_{C20-RFC-1}$	$5077,51 \pm 688,46$	$\bar{E}_{C20-RFC-2}$	$5244,77 \pm 1374,13$

Tabla 4.8: Módulo de elasticidad de los cilindros de 8 cm de longitud de control reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (C8-CON, C8-RFC-1 y C8-RFC-2).

Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]	Clave	E [MPa]
C8-CON-01	2567.26	C8-RFC-1-01	2051.47	C8-RFC-2-01	1201.64
C8-CON-02	8898.99	C8-RFC-1-02	2345.03	C8-RFC-2-02	1809.29
C8-CON-03	5622.86	C8-RFC-1-03	1724.18	C8-RFC-2-03	1494.33
C8-CON-04	5904.75	C8-RFC-1-04	1360.99	C8-RFC-2-04	2045.43
C8-CON-05	4705.04				
\bar{E}_{C8-CON}	$6282,91 \pm 1817,71$	$\bar{E}_{C8-RFC-1}$	$1870 \pm 423,84$	$\bar{E}_{C8-RFC-2}$	$1637 \pm 368,05$

4.3. Diagramas esfuerzo-deformación

A continuación, se presentan las curvas esfuerzo-deformación³ de cada grupo de especímenes. Las gráficas colocadas de lado izquierdo presentan la superposición de todas las curvas, mientras que en el lado derecho se presenta la curva promedio característica, ésta se calculó promediando el valor del esfuerzo en cada punto de deformación⁴. La banda de error indicada con color representa la desviación estándar de los esfuerzos en cada punto.

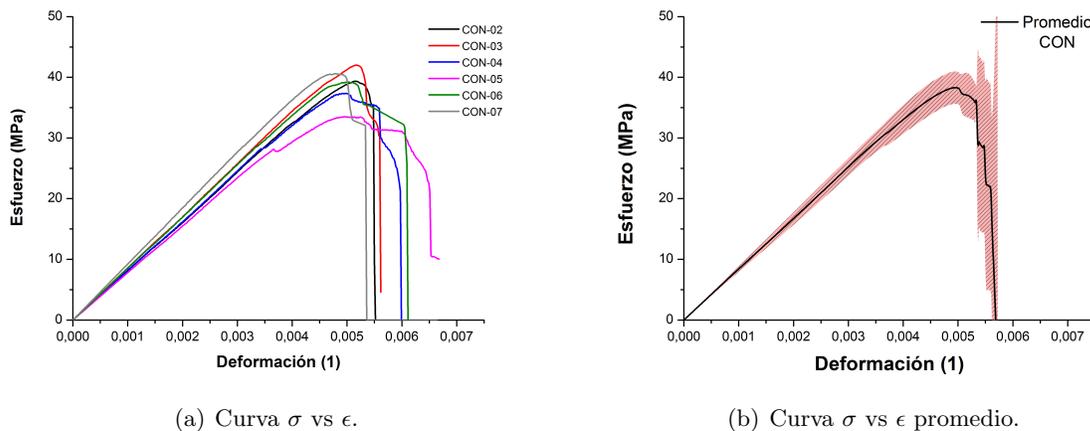


Figura 4.5: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control CON, L=30 cm.

³Debe recordarse que la deformación tiene unidades adimensionales, por lo tanto en los diagramas esfuerzo-deformación presentados, se ha asignado la unidad [1].

⁴El cálculo de la curva promedio con su respectiva dispersión se realizó con el programa *OriginPro 8.6* utilizando la función *Average Multiple Curves*[38].

4.3.1. Diagramas esfuerzo-deformación de los especímenes reforzados con fibra de carbono

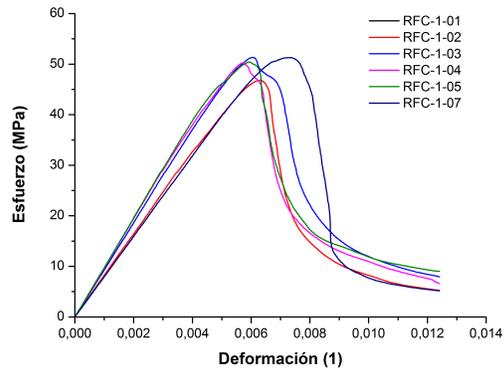
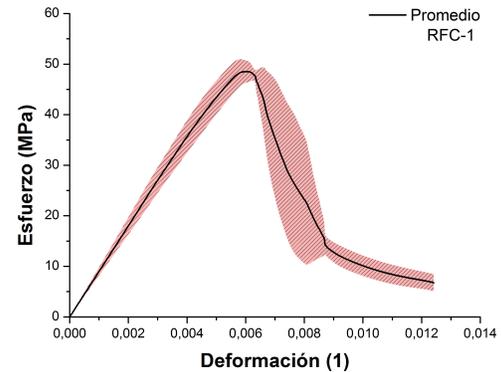
(a) Curva σ vs ϵ .(b) Curva σ vs ϵ promedio.

Figura 4.6: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros reforzados con una capa de fibra de carbono RFC-1.

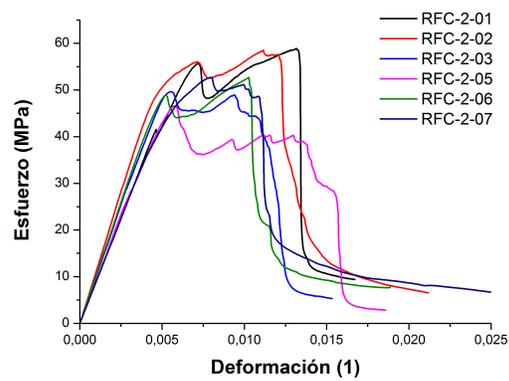
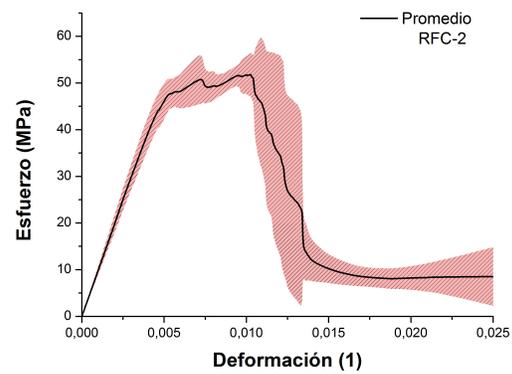
(a) Curva σ vs ϵ .(b) Curva σ vs ϵ promedio.

Figura 4.7: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros reforzados con dos capas de fibra de carbono RFC-2.

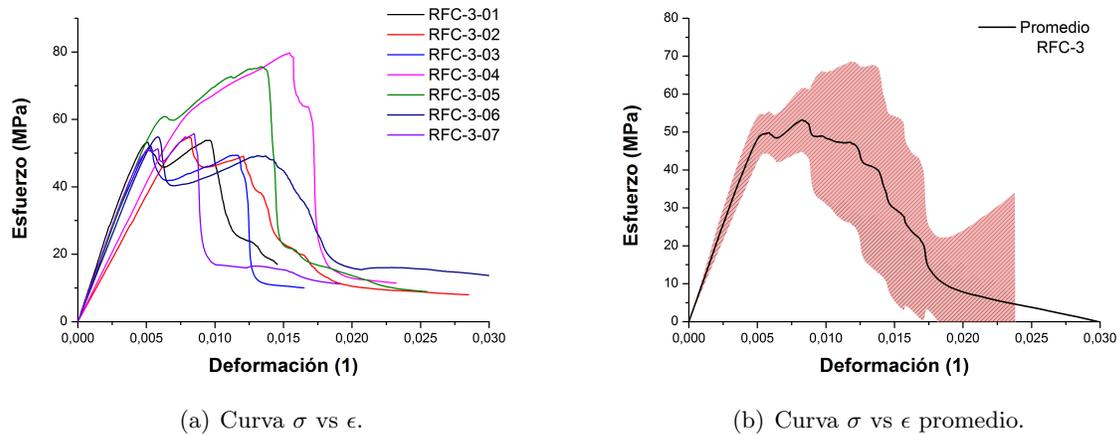


Figura 4.8: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros reforzados con tres capas de fibra de carbono RFC-3.

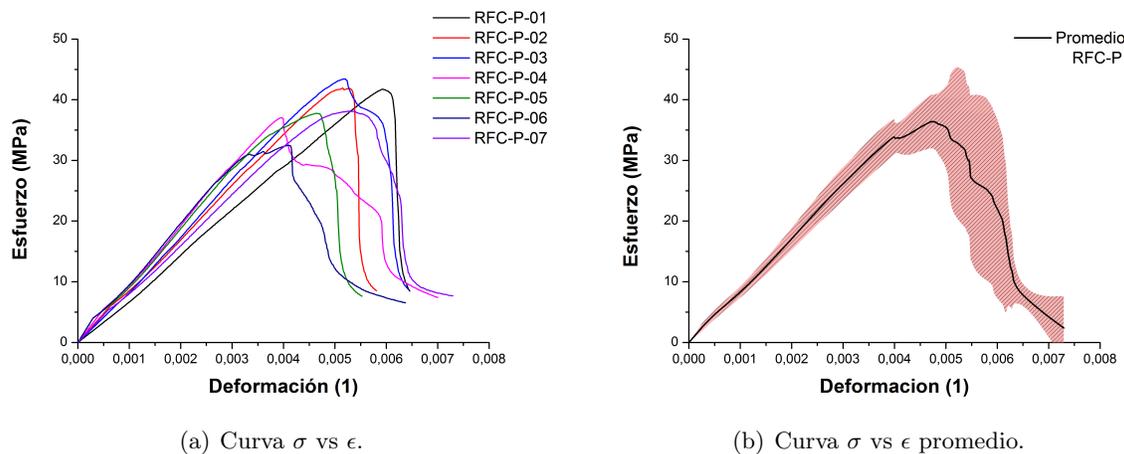


Figura 4.9: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros reforzados con refuerzo parcial de fibra de carbono RFC-P.

4.3.2. Diagrama esfuerzo-deformación de los especímenes con daño interno

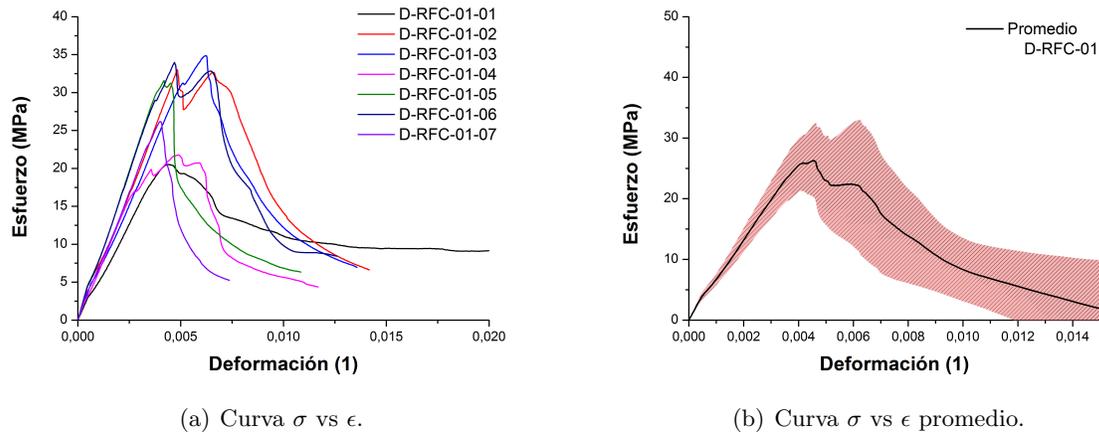


Figura 4.10: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con una capa de fibra de carbono, D-RFC-01.

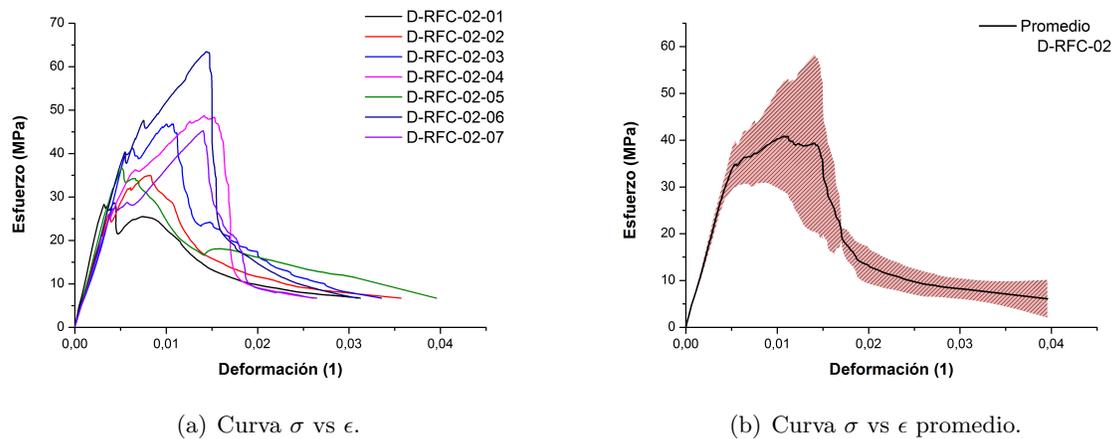


Figura 4.11: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con dos capas de fibra de carbono, D-RFC-02.

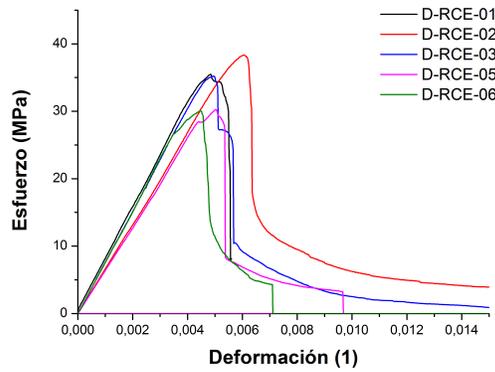
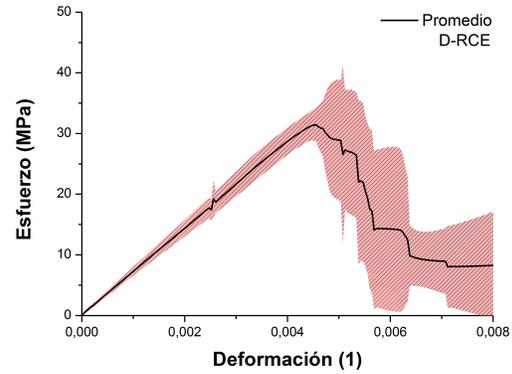
(a) Curva σ vs ϵ .(b) Curva σ vs ϵ promedio.

Figura 4.12: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con epóxico, D-RFE.

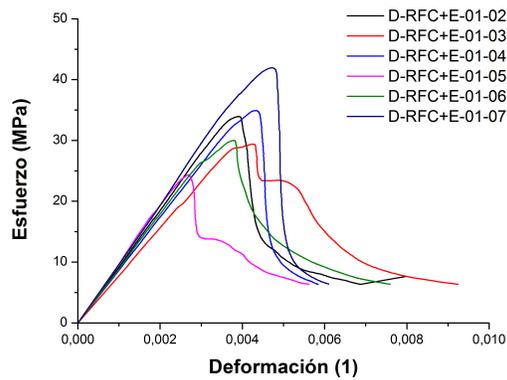
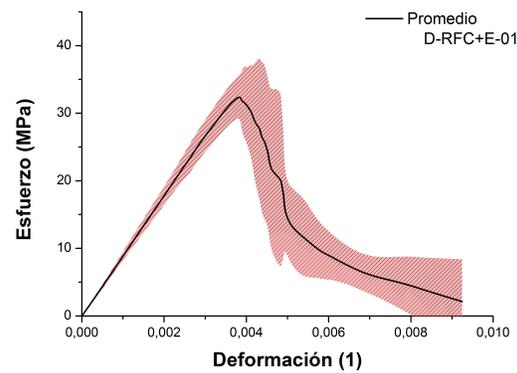
(a) Curva σ vs ϵ .(b) Curva σ vs ϵ promedio.

Figura 4.13: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con epóxico y una capa de fibra de carbono D-RFC+E-01.

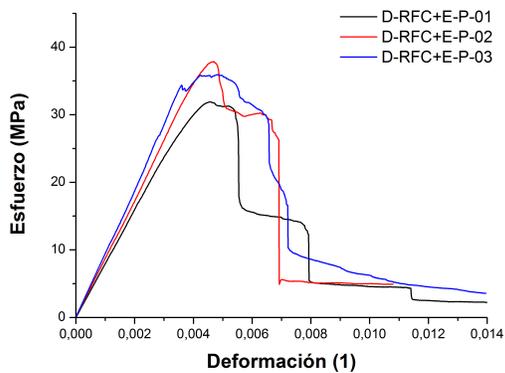
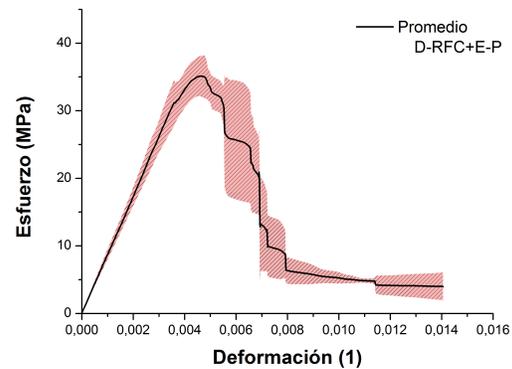
(a) Curva σ vs ϵ .(b) Curva σ vs ϵ promedio.

Figura 4.14: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros con daño interno reforzados con epóxico y con refuerzo parcial de fibra de carbono, D-RFC+E-P.

4.3.3. Diagrama esfuerzo-deformación de los especímenes a escala

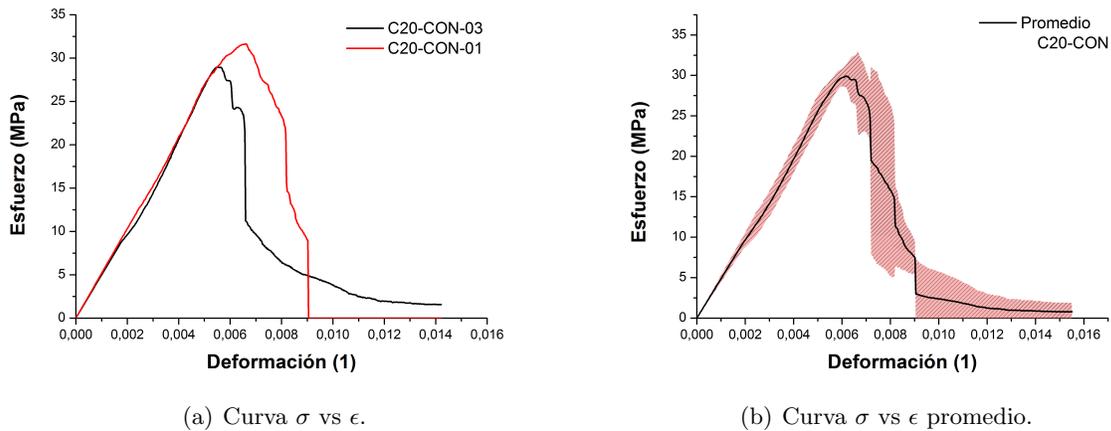


Figura 4.15: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 20 cm * 10 cm) C20-CON.

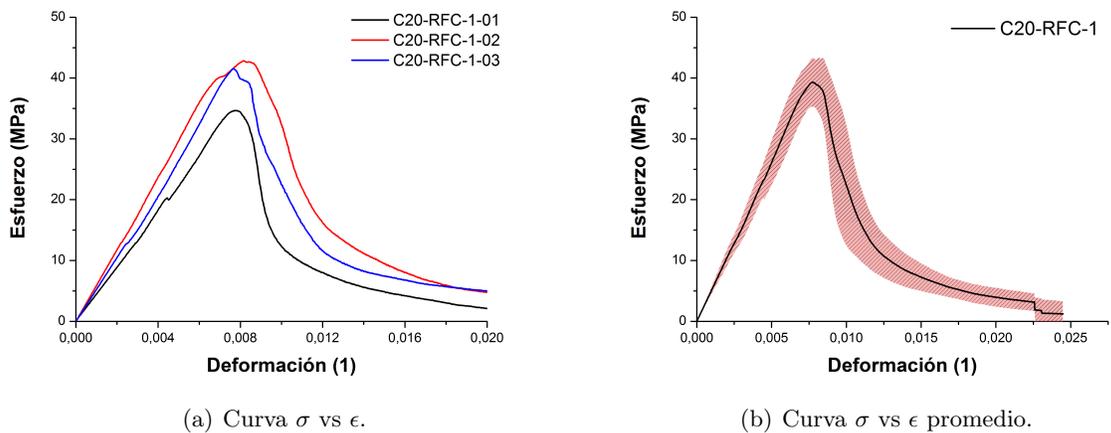


Figura 4.16: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 20 cm * 10 cm) reforzados con una capa de fibra de carbono C20-RFC-1.

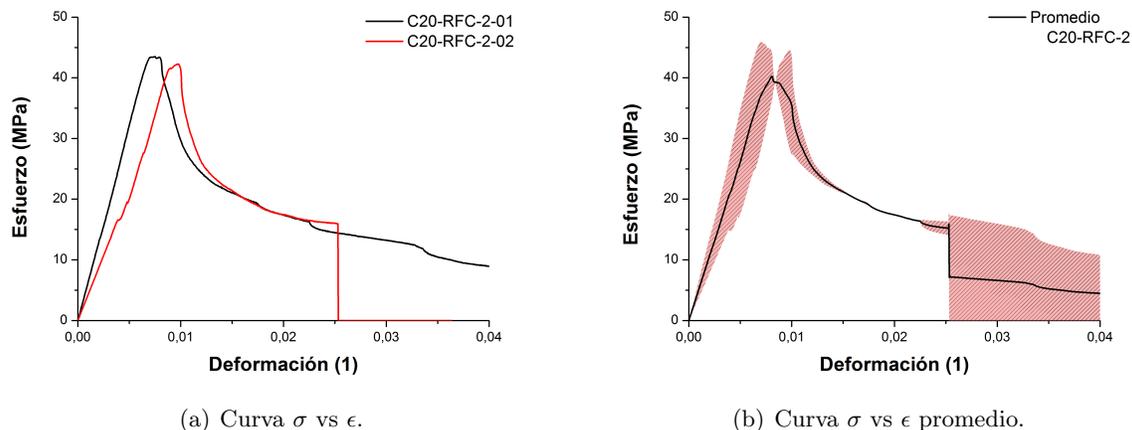


Figura 4.17: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 20 cm * 10 cm) reforzados con dos capas de fibra de carbono, C20-RFC-2.

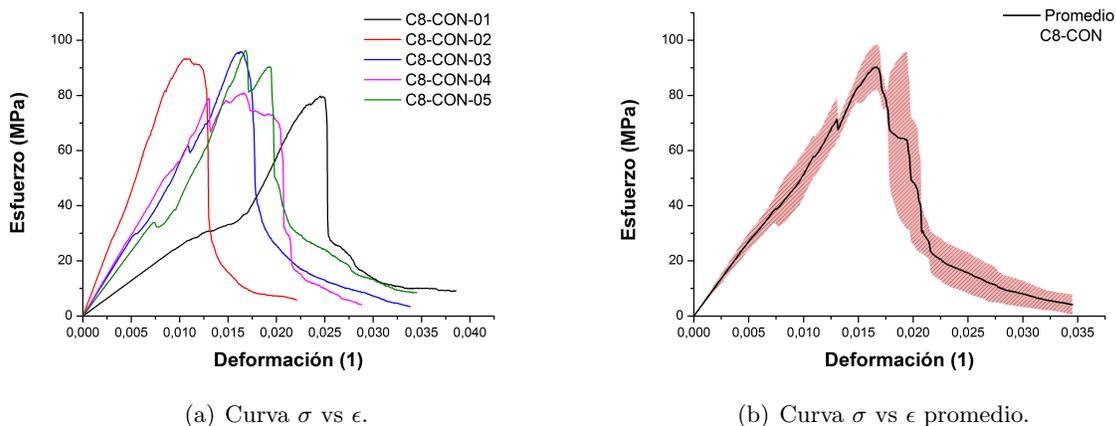


Figura 4.18: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 8 cm * 4 cm), C8-CON.

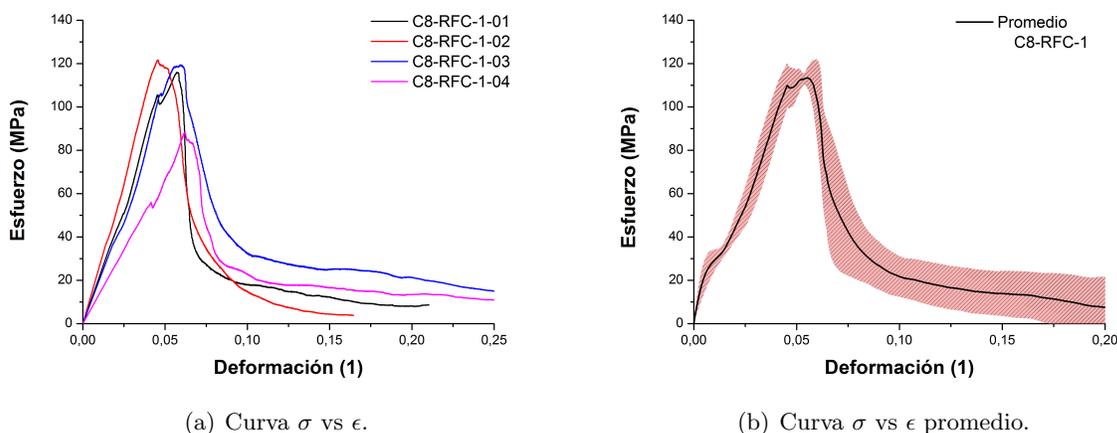


Figura 4.19: Diagrama esfuerzo-deformación de los cilindros de control (dimensiones 8 cm * 4 cm) reforzados con una capa de fibra de carbono, C8-RFC-1.

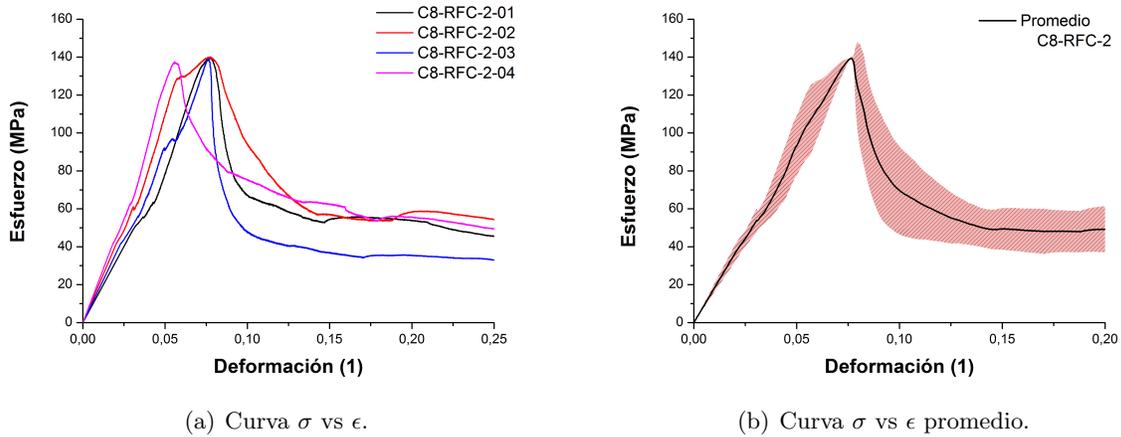


Figura 4.20: Diagrama esfuerzo-deformación cilindros de control (dimensiones 8 cm * 4 cm) reforzados con dos capas de fibra de carbono, C8-RFC-2.

4.4. Propiedades mecánicas

A partir de las gráficas esfuerzo-deformación presentadas en la sección anterior, se identificaron las propiedades mecánicas principales, como la resistencia máxima f'_c y la deformación asociada ϵ_0 .

Resulta útil recordar, en este punto que, la resistencia f'_c se determinó como el valor máximo de esfuerzo en la curva $\sigma - \epsilon$. Y la deformación correspondiente a este valor se define con el símbolo ϵ_0 , matemáticamente:

$$\begin{aligned}\sigma(\epsilon = \epsilon_0) &= \sigma_{max} \\ \sigma_{max} &= f'_c\end{aligned}\tag{4.1}$$

En las Tablas 4.9-4.15 se presenta la resistencia máxima f'_c y la deformación ϵ_0 , y además se presentan en la última fila los valores promedio.

Tabla 4.9: Resistencia máxima y deformación de los cilindros de control (CON).

Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)
CON-01	SD	SD
CON-02	39.35	0.0049
CON-03	42.00	0.0051
CON-04	37.37	0.0050
CON-05	33.50	0.0050
CON-06	39.21	0.0050
CON-07	40.60	0.0046
<i>CON</i>	$38,67 \pm 2,96$	$0,0049 \pm 0,0002$

Tabla 4.10: Resistencia y deformación de los cilindros reforzados con fibra de carbono (RFC-1, RFC-2, RFC-3 y RFC-P).

Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)	Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)	Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)	Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)
RFC-1-01	44.61	0.0046	RFC-2-01	58.91	0.0145	RFC-3-01	53.83	0.0096	RFC-P-01	41.75	0.0059
RFC-1-02	46.80	0.0060	RFC-2-02	58.51	0.0123	RFC-3-02	54.62	0.0082	RFC-P-02	41.92	0.0051
RFC-1-03	51.33	0.0060	RFC-2-03	49.62	0.0061	RFC-3-03	52.12	0.0052	RFC-P-03	43.44	0.0051
RFC-1-04	50.29	0.0055	RFC-2-04	SD	SD	RFC-3-04	79.78	0.0154	RFC-P-04	37.06	0.0039
RFC-1-05	50.41	0.0058	RFC-2-05	46.59	0.0063	RFC-3-05	75.67	0.0133	RFC-P-05	37.76	0.0046
RFC-1-06	SD	SD	RFC-2-06	52.66	0.0113	RFC-3-06	54.78	0.0058	RFC-P-06	32.50	0.0041
RFC-1-07	51.30	0.0070	RFC-2-07	52.66	0.0079	RFC-3-07	55.76	0.0084	RFC-P-07	38.10	0.0052
<i>RFC-1</i>	49.12 ± 2.76	0.0058 ± 0.0008	<i>RFC-2</i>	53.16 ± 4.85	0.0097 ± 0.0034	<i>RFC-3</i>	60.94 ± 11.58	0.0094 ± 0.0037	<i>RFC-P</i>	38.93 ± 3.74	0.0048 ± 0.0007

Tabla 4.11: Resistencia y deformación de los cilindros con daño interno reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (D-RFC-01 y D-RFC-02).

Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)	Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)
D-RFC-01-01	20.54	0.0044	D-RFC-02-01	28.62	0.0041
D-RFC-01-02	33.01	0.0048	D-RFC-02-02	34.96	0.0079
D-RFC-01-03	34.86	0.0062	D-RFC-02-03	46.82	0.0106
D-RFC-01-04	21.79	0.0049	D-RFC-02-04	48.78	0.0141
D-RFC-01-05	31.59	0.0041	D-RFC-02-05	36.74	0.0051
D-RFC-01-06	33.98	0.0046	D-RFC-02-06	63.45	0.0145
D-RFC-01-07	26.19	0.0040	D-RFC-02-07	45.24	0.0139
D-RFC-01	$28,85 \pm 5,96$	$0,0047 \pm 0,0007$	D-RFC-02	$43,51 \pm 11,40$	$0,0100 \pm 0,0044$

Tabla 4.12: Resistencia y deformación de los cilindros con daño interno reforzados con resina epóxica y fibra de carbono (D-RCE, D-RFC+E-01, D-RFC+E-P).

Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)	Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)	Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)
D-RCE-01	35.47	0.0048	D-RFC+E-01-01	SD	SD	D-RFC+E-P-01	31.90	0.0045
D-RCE-02	38.34	0.0060	D-RFC+E-01-02	34.00	0.0039	D-RFC+E-P-02	37.85	0.0046
D-RCE-03	35.21	0.0049	D-RFC+E-01-03	29.37	0.0042	D-RFC+E-P-03	35.93	0.0048
D-RCE-04	SD	SD	D-RFC+E-01-04	34.91	0.0043			
D-RCE-05	30.26	0.0050	D-RFC+E-01-05	24.33	0.0027			
D-RCE-06	30.06	0.0044	D-RFC+E-01-06	30.00	0.0038			
D-RCE-07	SD		D-RFC+E-01-07	41.74	0.0046			
D-RCE	$33,87 \pm 3,60$	$0,0050 \pm 0,0005$	D-RFC+E-01	$34,04 \pm 5,02$	$0,0039 \pm 0,0006$	D-RFC+E-P	$35,23 \pm 3,03$	$0,0046 \pm 0,0002$

Tabla 4.13: Resistencia y deformación de los cilindros de control de 20 cm de longitud (C20-CON).

Clave	f'_c [MPa]	ϵ_0 (1)
C20-CON-01	31.62	0.0065
C20-CON-02	SD	SD
C20-CON-03	28.98	0.0060
C20-CON	$30,30 \pm 1,86$	$0,0063 \pm 0,0004$

Tabla 4.14: Resistencia y deformación de los cilindros reforzados con una y dos capas de fibra de carbono de 20 cm de longitud (C20-RFC-1, C20-RFC-2).

Clave	$f'c$ [MPa]	ϵ_0 (1)	Clave	$f'c$ [MPa]	ϵ_0 (1)
C20-RFC-1-01	34.65	0.0077	C20-RFC-2-01	43.50	0.0075
C20-RFC-1-02	42.84	0.0081	C20-RFC-2-02	42.27	0.0097
C20-RFC-1-03	41.56	0.0076	C20-RFC-2-03	SD	SD
C20-RFC-1	$39,68 \pm 4,40$	$0,0078 \pm 0,0002$	C20-RFC-2	$42,88 \pm 0,86$	$0,0086 \pm 0,0015$

Tabla 4.15: Resistencia y deformación de los cilindros de control de 8cm de longitud (C8-CON).

Clave	$f'c$ [MPa]	ϵ_0 (1)
C8-CON-01	79.78	0.0245
C8-CON-02	93.37	0.0110
C8-CON-03	95.90	0.0163
C8-CON-04	80.88	0.0166
C8-CON-05	96.36	0.0170
C8-CON	$89,26 \pm 8,23$	$0,0170 \pm 0,0048$

Tabla 4.16: Resistencia y deformación de los cilindros reforzados con fibra de carbono de 8 cm de longitud (C8-RFC-1, C8-RFC-2).

Clave	$f'c$ [MPa]	ϵ_0 (1)	Clave	$f'c$ [MPa]	ϵ_0 (1)
C8-RFC-1-01	115.94	0.0576	C8-RFC-2-01	140.13	0.773
C8-RFC-1-02	121.71	0.0455	C8-RFC-2-02	140.03	0.0776
C8-RFC-1-03	119.44	0.0592	C8-RFC-2-03	138.99	0.0763
C8-RFC-1-04	88.24	0.0620	C8-RFC-2-04	137.58	0.0556
C8-RFC-1	$111,33 \pm 15,33$	$0,0561 \pm 0,0076$	C20-RFC-2	$139,18 \pm 1,18$	$0,07771 \pm 0,0107$

4.5. Modo de falla

En las Figuras 4.21-4.25 se muestra el tipo de falla de los especímenes. Las observaciones realizadas durante las pruebas experimentales muestran que la falla del sistema coincide con la ruptura del material de refuerzo.

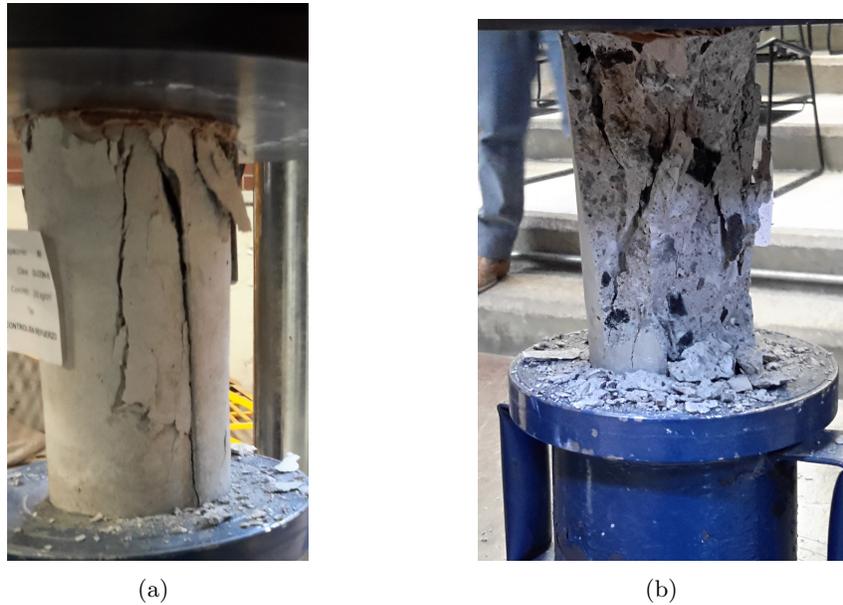


Figura 4.21: La falla de los cilindros de control se visualiza como grietas que se forman a lo largo de la dirección longitudinal.

Por otra parte, la falla de los cilindros reforzados con fibra de carbono se debió a varios factores, el principal fue debido a la ruptura de las fibras, sin embargo también se notó el desprendimiento del tejido.

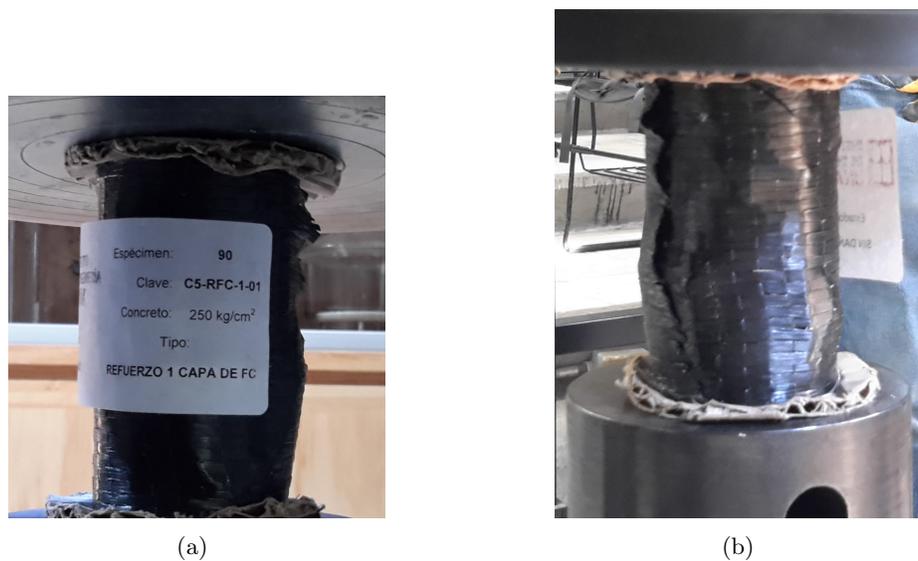


Figura 4.22: La falla de los cilindros reforzados se visualiza con deformaciones grandes.

En el caso de los especímenes con daño interno, la falla inició en la grieta simulada. Finalmente se observó que en el caso de los especímenes reforzados con tiras de fibra de carbono. La forma final adopta una forma cónica.



Figura 4.23: La falla de los especímenes con daño interno sucedió en la grieta simulada.



Figura 4.24: Falla de los especímenes con refuerzo parcial de fibra de carbono.



(a)



(b)

Figura 4.25: La forma final adopta una forma cónica.

Capítulo 5

Resultados y análisis

5.1. Propiedades mecánicas

En el capítulo anterior se presentaron las curvas esfuerzo-deformación de los especímenes ensayados. La presentación de una curva promedio de los esfuerzos para cada punto de deformación permitió observar la tendencia del comportamiento de un grupo de especímenes con características similares.

A continuación, en la Figura 5.1 se presentan las curvas esfuerzo-deformación promedio de los especímenes de 30 cm de longitud de control y reforzados con una, dos y tres capas de fibra de carbono. Del mismo modo, en las Figuras 5.2 y 5.3, se presenta la superposición de las curvas esfuerzo-deformación de los grupos de especímenes de 20 cm y 8 cm de longitud respectivamente.

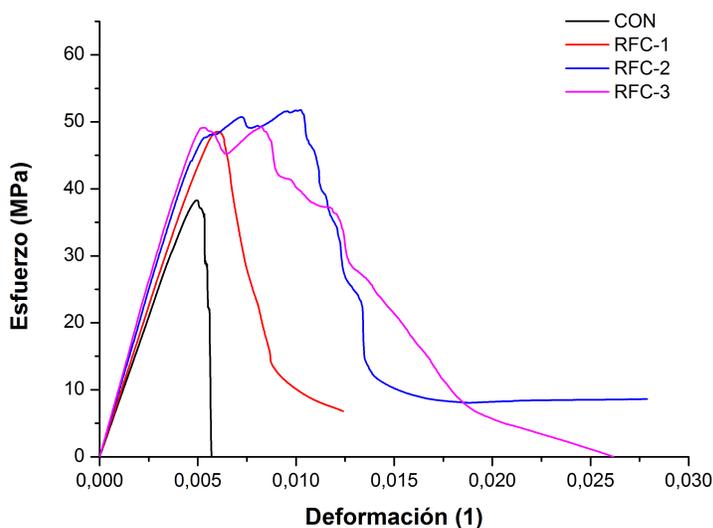


Figura 5.1: Curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de 30 cm de longitud de control y reforzados con una, dos y tres capas de fibra de carbono.

Las gráficas presentadas de los especímenes de distinto tamaño presentan un comportamiento en común. De acuerdo con la teoría presentada en el capítulo segundo, la curva esfuerzo-deformación permite distinguir y calcular las propiedades mecánicas, como la resistencia axial f'_c , la deformación ϵ_0 correspondiente al esfuerzo máximo, es decir, $\sigma_z(\epsilon = \epsilon_0) = f'_c$, así como el módulo de elasticidad E . También se

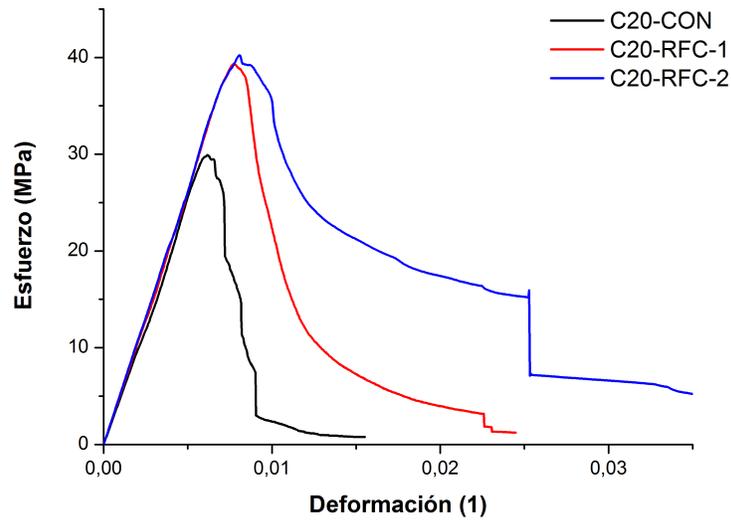


Figura 5.2: Superposición de las curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de control y reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (C20-CON, C20-RFC-1 Y C20-RFC-2).

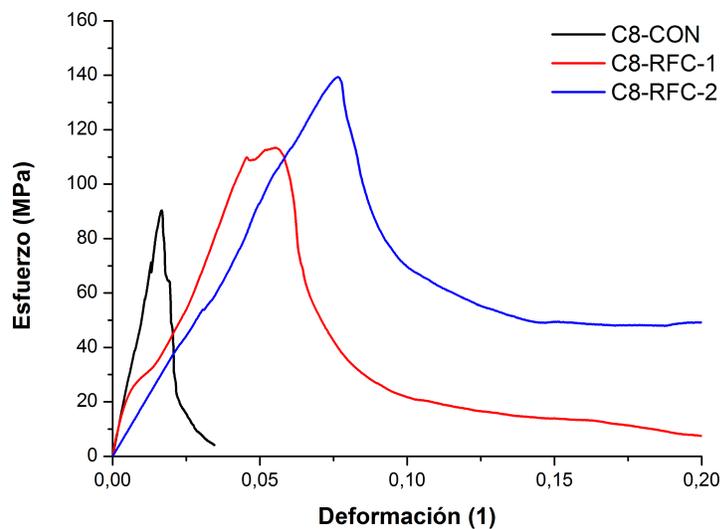


Figura 5.3: Superposición de las curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de control y reforzados con una y dos capas de fibra de carbono (C8-CON, C8-RFC-1 Y C8-RFC-2).

presentó en los antecedentes, que a partir de realizar cálculos, se pueden obtener los valores numéricos de otras propiedades como son la ductilidad y la energía de deformación.

La primera propiedad mecánica en ser analizada en esta sección, es la **resistencia axial a compresión** f'_c . Como se puede observar en las gráficas presentadas, la resistencia axial de los especímenes reforzados con una capa de fibra de carbono, es mucho mayor a comparación de la resistencia de los especímenes de control, tal como se esperaba.

En el caso de los especímenes de 30 cm de longitud reforzados con una capa de fibra de carbono, se observó que la resistencia se incrementa en aproximadamente un 27 %, comparado con los especímenes de control. Mientras que el refuerzo con dos y tres capas ocasiona un incremento del 37 % y 57 % respectivamente.

Para resaltar mejor esto, considérese la Figura 5.4 (a), donde se representa la relación entre el esfuerzo de compresión axial de los especímenes de 30 cm de longitud con respecto a la resistencia de compresión axial del grupo de control $\frac{f'_c}{f'_{c_{CON}}}$, los valores con los que se han construido las gráficas son los presentados en las tablas 4.9 y 4.4.

Como se puede notar, el incremento de la resistencia podría estar descrito por una relación lineal: veamos por una parte que la aplicación de refuerzo de forma parcial o en tiras no incrementa la resistencia a compresión, reportando el mismo valor de f'_c de los especímenes de control (CON). Sin embargo, la aplicación de capas de fibra de carbono sobre toda el área superficial del cilindro incrementa significativamente el valor de f'_c . Lo cual sugiere mayor efectividad del refuerzo cuando se aplica de forma total en la superficie.

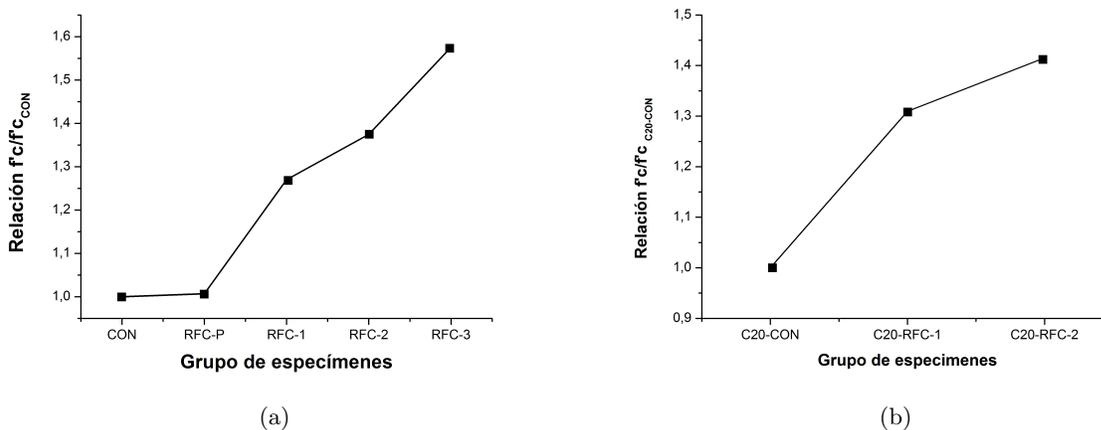


Figura 5.4: Relación experimental de la resistencia mecánica promedio de cada grupo de especímenes respecto a la resistencia de los especímenes de control

En el caso de los cilindros de 20 cm de longitud, la superposición de las curvas esfuerzo-deformación, presenta un comportamiento similar al de los cilindros de 30 cm de longitud. Con respecto a la resistencia axial de compresión, se observa un valor de f'_c de los especímenes reforzados con una capa de fibra de carbono mayor, que el obtenido de los cilindros de control.

Para explicar mejor esto, en la Figura 5.4 (b) se presenta la relación entre el valor de f'_c de cada grupo de especímenes de 20 cm de longitud comparado con el valor de f'_c del grupo de control, (Tablas 4.13 y 4.14), para este caso se puede asociar una relación creciente lineal. Como se puede observar, reforzar con

una y dos capas de fibra de carbono incrementa en un 31 % y 35 % la resistencia mecánica.

Para estudiar la resistencia axial de los especímenes de 8 de longitud, considérese la Figura 5.5. Como se puede observar, el incremento de la resistencia axial en función del número de capas de fibra de carbono aplicadas se comporta de forma lineal. A diferencia de los especímenes de longitud mayor se observó un incremento de aproximadamente 35 % de la resistencia f'_c cuando se refuerza con una capa, sin embargo la aplicación de una segunda capa se ocasiona un incremento del 55 % del valor de f'_c .

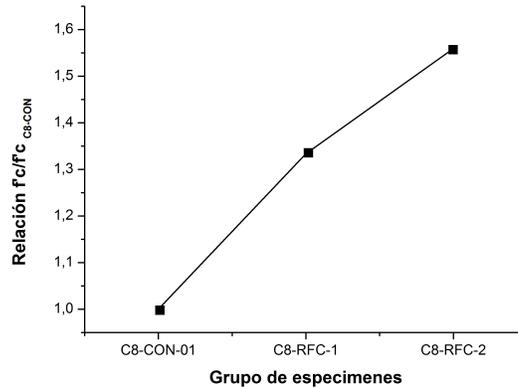


Figura 5.5: Relación experimental de la resistencia mecánica comparada con la resistencia de los especímenes de control de 8 cm de longitud.

La segunda propiedad mecánica que se estudió fue el **módulo de elasticidad** E . Los resultados obtenidos experimentalmente fueron presentados en la sección dos del capítulo cuatro. Para determinar cómo afecta el refuerzo de fibra de carbono en los especímenes de 30 cm de longitud se usara como referencia la Figura 5.1. Tomando en cuenta que: E representa la pendiente de la primera parte de la curva esfuerzo-deformación, se puede observar que el comportamiento en la región elástica posee similitud, por lo que la pendiente de las cuatro curvas resulta casi idéntica.

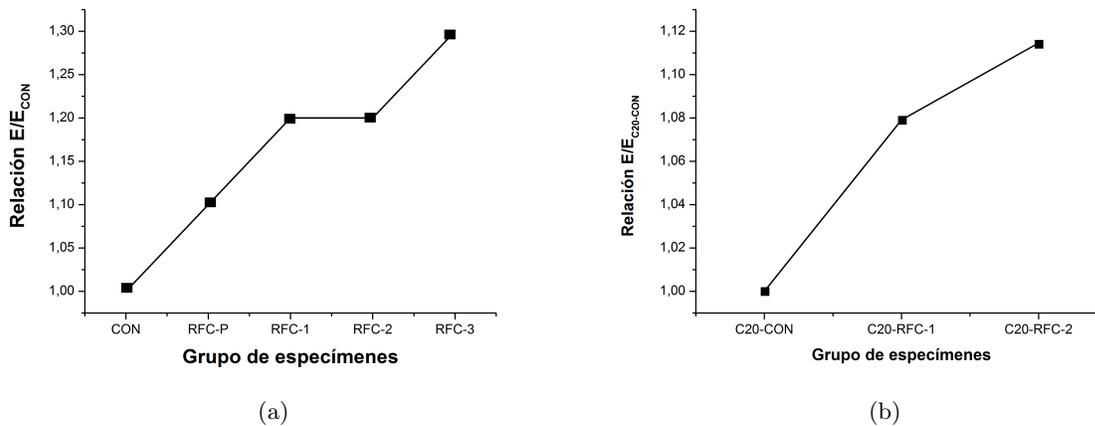


Figura 5.6: Relación experimental del módulo elástico promedio de cada grupo de especímenes respecto a la resistencia de los especímenes de control.

Para obtener la relación entre módulo elástico promedio \bar{E} de cada grupo de especímenes respecto al

módulo elástico promedio de los cilindros de control \bar{E}_{CON} considérese la Figura 5.6 (a). Como se puede observar el módulo de elasticidad E se incrementa con la aplicación de refuerzo parcial aplicado en tiras en un 11 %. Sin embargo, cuando se aplica una capa de refuerzo sobre toda la superficie el valor de E se incrementa en aproximadamente el 22 %. Es importante notar que el valor E cuando se aplica una segunda capa de refuerzo toma el mismo valor que el obtenido para una capa, sin embargo, la aplicación de una tercera capa proporciona un incremento del 32 % aproximadamente.

Con respecto a los especímenes de 20 cm de longitud, (Figura 5.2) del mismo modo que en los especímenes de 30 cm, es posible notar a simple vista una pendiente casi idéntica de las curvas esfuerzo-deformación. Para tener una relación más clara entre el módulo de elasticidad de cada grupo de especímenes de 20 cm considérese la Figura 5.6 (b). En ésta se gráfico el módulo elástico promedio \bar{E} de cada grupo respecto al modulo elástico promedio de los cilindros de control $\bar{E}_{C20-CON}$. Como se puede observar en esta Figura, el incremento del valor del módulo de elasticidad es mas notorio, veamos, que al aplicar una capa de refuerzo, ésta aumento el valor en un 9 %, y la aplicación de una segunda capa incrementa el valor de E en un 11 %.

Hasta este punto se ha estudiado el comportamiento mecánico del material compuesto a partir de resultados obtenidos experimentalmente. Desde esta perspectiva, se ha evaluado la capacidad como método de reforzamiento. Las gráficas presentadas 5.4-5.6, indican que el incremento de la resistencia mecánica y el módulo de elasticidad E esta relacionado directamente con la proporción de fibra de carbono aplicada. Un resultado que es importante remarcar es que, la aplicación de la fibra de carbono muestra mayor efectividad cuando es aplicado de forma total, ya que la aplicación parcial no proporciona un incremento al 10 % del módulo de elasticidad.

5.2. Factor de rehabilitación

Uno de los objetivos planteados fue determinar:

¿Cómo la fibra de carbono modifica las propiedades mecánicas de materiales dañados internamente?

Resulta trivial pensar que si un material presenta un daño en su estructura, entonces sus propiedades mecánicas pierden valor, llegando a catalogarse como material con capacidad nula de servicio.

Para estudiar cómo el refuerzo de fibra de carbono afecta las propiedades mecánicas de materiales con daño interno, se diseñaron especímenes a los cuales se les simuló una grieta. El primer grupo se refuerzo con una y dos capas de fibra de carbono (D-RFC-01 y D-RFC-02), mientras que, a los especímenes de un segundo grupo se les añadió resina epóxica en la grieta interna y además se reforzaron con fibra de carbono (Tabla 4.2).

En la Figura 5.7 se muestran las curvas esfuerzo-deformación de los especímenes con daño interno, y se comparan con la curva esfuerzo-deformación de los especímenes de control (CON).

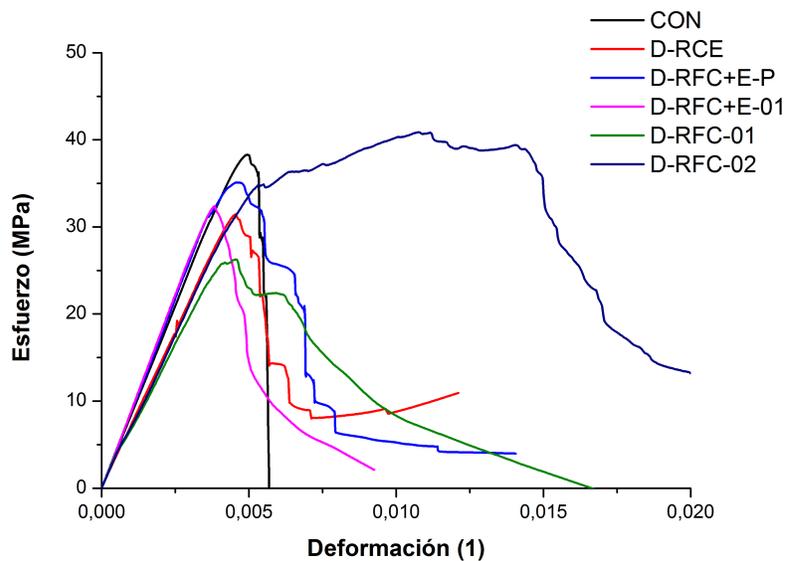


Figura 5.7: Curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de 30 cm de longitud con daño interno reforzados con fibra de carbono y epoxico en distintas proporciones.

De manera general, se puede observar en esta figura que las curvas esfuerzo-deformación, a excepción del grupo D-RFC-02, muestran un comportamiento similar al de un cilindro de concreto sin refuerzo. El cual está caracterizado por poca capacidad de deformación ante esfuerzos de compresión. Lo que sugiere que los distintos tipos de reforzamiento aplicados permiten recuperar a los especímenes con daño sus propiedades mecánicas. Sin embargo, se observa que en ningún caso la resistencia mecánica toma valores mayores al valor de un espécimen de control (CON).

En la Figura 5.8 (a), se muestra la relación de la resistencia máxima promedio de los grupos de especímenes con daño interno con el valor promedio de un cilindro sin reforzar (CON). Como se puede observar en esta Figura, los especímenes reforzados con una capa de fibra de carbono, son los que menor resistencia mecánica presentan. Sin embargo, se observa que cuando se combinan dos métodos de

reforzamiento, (en este caso resina epóxica y fibra de carbono) se incrementa la resistencia. En las tres combinaciones de refuerzo presentadas en este trabajo (D-RCE, D-FRC+E-P y D-RFC+E-01) se encontró que entre ellas no existe diferencia notable en la resistencia mecánica f'_c . El único grupo de especímenes con daño interno que presento valores superiores de resistencia que los un cilindro de concreto, fue el reforzado con dos capas de fibra de carbono. Siendo, este último método el que mayor efectividad presenta.

Por otra parte, en la Figura 5.8 (b), se muestra la relación del módulo de elasticidad E de los cilindros reparados con epóxico y con fibra de carbono en distintas proporciones. Al igual que en la Figura 5.8 (a), se encontró que el grupo reforzado con una capa de fibra es el que menor módulo de elasticidad presenta. Sin embargo, cuando se añade resina epóxica en la grieta, el valor de E , se incrementa notablemente e incluso supera el valor de un espécimen de concreto sano en un 10 %. Lo mismo ocurre, en el grupo de especímenes reforzados con dos capas de fibra de carbono, lo que puede indicar una equivalencia entre dos métodos de reforzamiento.

Con respecto al grupo reforzado únicamente con resina epóxica, se observa que este método no es suficiente para recuperar el valor de E , sin embargo, al añadir un refuerzo parcial de fibra de carbono en la superficie, se supera en un 5 % comparado con un cilindro de control.

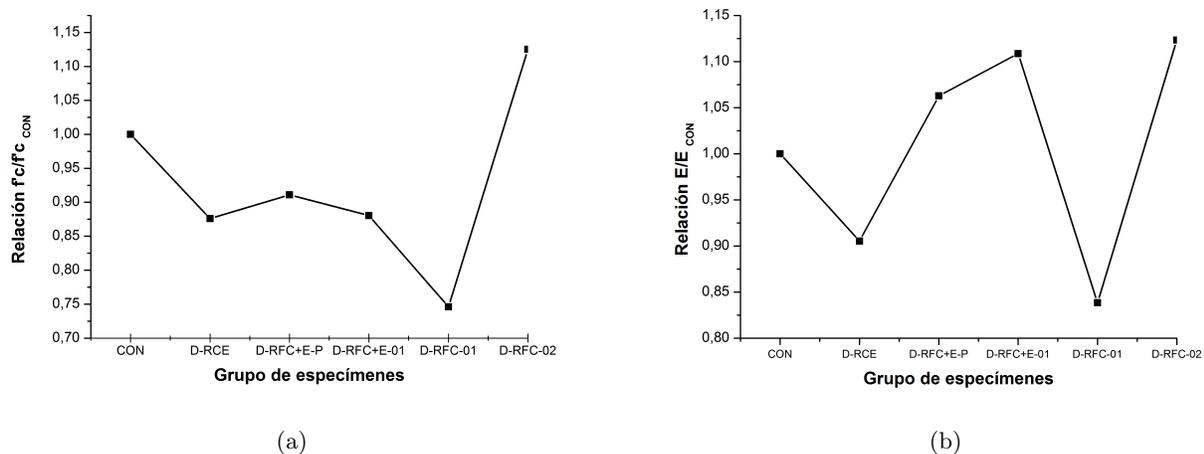


Figura 5.8: Relación experimental de las propiedades mecánicas de los grupos de especímenes con daño interno

En esta sección se evaluó la aplicación de fibra de carbono como método de rehabilitación. Los resultados experimentales, mostraron que la aplicación de fibra de carbono en combinación con otros métodos de reforzamiento como la aplicación de resina epóxica permiten recuperar las propiedades mecánicas de especímenes dañados. Y en algunos casos, con respecto a la resistencia mecánica y módulo de elasticidad, es posible superar los valores de las propiedades mecánicas comparadas con los de un cilindro de concreto simple.

Para continuar, con el análisis del comportamiento mecánico, en la siguiente sección se estudiará de manera mas clara, el comportamiento de las curvas esfuerzo-deformación.

5.3. Comportamiento de la curva esfuerzo-deformación

Al combinar materiales con características distintas, se obtuvo que las propiedades mecánicas del material compuesto tienen una composición de las propiedades de las distintas fases. En este punto, es necesario recordar la naturaleza de los materiales estudiados en este trabajo, por un lado, se tiene una matriz de concreto, la cual presenta un comportamiento frágil a esfuerzos de compresión y poca capacidad para reaccionar ante esfuerzos de tensión. Por otra parte, el material de refuerzo utilizado, de acuerdo con la bibliografía consultada, presenta un comportamiento elástico con un módulo de elasticidad alto para esfuerzos de tensión.

Con el fin de estudiar el comportamiento del material compuesto, se retomará la curva esfuerzo-deformación promedio de los especímenes de 30 cm de longitud (Figura 5.9), en ésta, se pueden identificar dos fases: una fase elástica donde es válida la Ley de Young y una fase plástica, en la cual las deformaciones se relacionan de manera compleja con los esfuerzos aplicados.

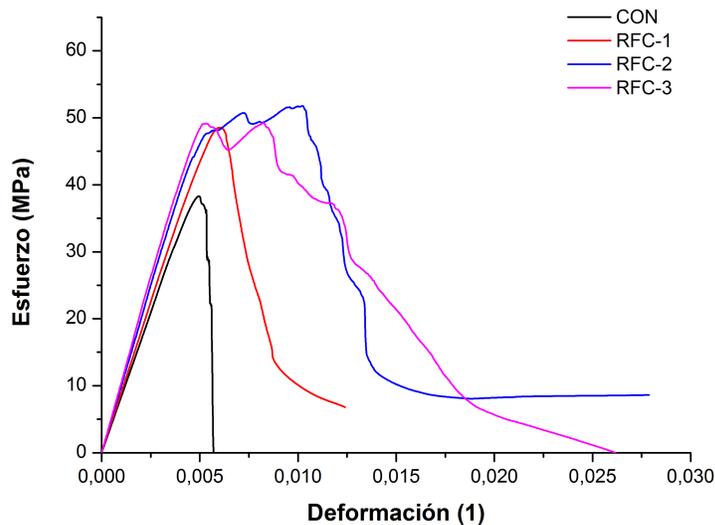


Figura 5.9: Curva esfuerzo-deformación de los especímenes de 30 cm de longitud.

De manera general, la curva $\sigma - \epsilon$ de los especímenes de control (CON) está caracterizada por una falla repentina y en consecuencia, con poca capacidad de deformación. Esto coincide con la naturaleza del material estudiado pues el concreto es una cerámica. A diferencia de ésta, la curva esfuerzo-deformación de los especímenes reforzados con una o más capas de fibra de carbono, presentan un comportamiento plástico, con un incremento de la ductilidad y deformación.

Los experimentos se pueden clasificar por el grado de confinamiento proporcionado por la fibra de carbono, así se exponen cuatro casos:

Sin refuerzo: Corresponde a la clásica curva $\sigma - \epsilon$ de concreto sometido a esfuerzos de compresión (Figura 2.6). Donde el estado de falla o ruptura del material coincide con la resistencia f'_c . La falla ocurre de manera repentina. Es característico de esta curva, la baja capacidad de deformación y por ende de ductilidad.

Refuerzo con una capa: Al comparar la curva $\sigma - \epsilon$ de refuerzo con una capa respecto a la curva de los especímenes sin refuerzo, resulta evidente el incremento de la resistencia f'_c , así como de la capacidad de deformación. En este caso el valor de f'_c corresponde a la combinación de la ruptura del material de confinamiento. Es importante notar que la falla del material, a diferencia del concreto sin confinar ocurre de modo menos abrupta.

Refuerzo con dos capas: Como se puede observar en la Figura, la curva $\sigma - \epsilon$ toma un comportamiento muy distinto a la curva de materiales sin confinamiento. Aunque en una primera etapa, antes de alcanzar la resistencia máxima f'_c , el módulo de elasticidad, no toma valores diferentes de los dos casos anteriores, la ductilidad aumenta considerablemente. Sin embargo, también es importante identificar de la curva, dos valores máximos de esfuerzo, continuando con la notación establecida, siendo f'_c el valor máximo de esfuerzo y f''_c el segundo valor más grande, vemos que una vez que el material alcanza el esfuerzo f''_c el material retoma su capacidad de carga, y posteriormente cuando alcanza el valor máximo f'_c ocurre la falla, la cual coincide con la ruptura de la fibra de refuerzo.

Refuerzo con tres capas: Al igual que en el caso anterior, la curva $\sigma - \epsilon$ se caracteriza por dos puntos máximos de esfuerzo, los cuales toman valores muy similares. Una vez que el material alcanza el valor f'_c ocurre la falla del material, y se caracteriza por una curva decreciente con pendiente moderada y una capacidad de deformación considerable.

Las observaciones realizadas durante las pruebas experimentales, mostraron cambios en la estructura de la matriz de concreto. Este material presenta una falla repentina, caracterizada por la aparición de grietas en la dirección longitudinal que se propagan de manera rápida cuando se alcanzan valores de esfuerzo cercanos al esfuerzo máximo. Cuando las grietas se propagan por toda la estructura, el material falla y pierde sus propiedades mecánicas. En cambio, al aplicar el refuerzo superficial, éste cumple la función de confinar el material por lo que el comportamiento del sistema resulta de la combinación de un material elástico. Por lo tanto, cuando la matriz de concreto contenida falla y cambia su estructura de un estado sólido a un estado constituido por partículas de varios tamaños, el refuerzo superficial actúa como membrana conteniendo esta nueva estructura. En la curva esfuerzo-deformación esto corresponde con un incremento de la deformación en la región plástica.

Como fue posible notar de las curvas $\sigma - \epsilon$, con respecto al valor del módulo elástico E , se observa un comportamiento similar. Por lo que, la pendiente de las cuatro curvas resulta casi idéntica. Esto coincide con la hipótesis planteada en el tercer capítulo, donde se expuso que el comportamiento se debe principalmente a las propiedades del refuerzo aplicado, en este caso, fibra de carbono.

En las Figuras 5.1 y 5.2, se observa un incremento del valor f'_c cuando se aplica refuerzo superficial. Es importante notar que, la aplicación de una, dos o tres capas no representa un cambio significativo entre sí. Pero si se observa la Figura 5.1, es posible notar que los especímenes reforzados con dos y tres capas presentan una región plástica compleja, y una vez que se alcanza el valor de esfuerzo máximo f'_c la curva se vuelve dúctil, y en un punto, vuelve a tomar un segundo valor máximo de resistencia denominado como f''_c .

El análisis de la curva esfuerzo-deformación obtenida de ensayos experimentales permite calcular las propiedades mecánicas. Es fácil notar, como la resistencia mecánica representa un punto crítico de la curva $\sigma - \epsilon$.

Si bien, la caracterización de materiales parte de resultados experimentales, resulta inevitable buscar expresiones analíticas que describan la evolución de los esfuerzos mecánicos en función de las deformaciones.

5.4. Relación entre el esfuerzo axial y radial

El problema planteado en este trabajo, se ha abordado por dos caminos: vía experimental y analítico. Los resultados de ambos análisis permitieron calcular las propiedades mecánicas de las direcciones principales (Figura 5.10).

Vía experimental: Las curvas σ vs ϵ permiten identificar fácilmente las propiedades mecánicas en la dirección Z , según el marco de referencia planteado. En este trabajo se definieron como $\sigma_{zz} = f'_c$ el esfuerzo axial y E el módulo de elasticidad axial.

Vía analítica: El análisis de esfuerzos planos dio como resultado la expresión del esfuerzo en la dirección radial $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ (Figura 3.1) y el módulo de elasticidad radial (E_C).

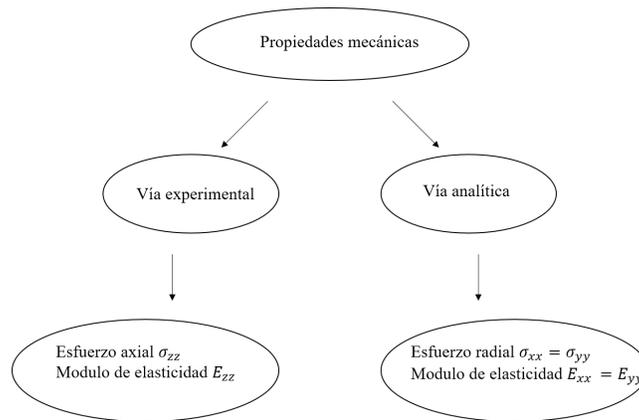


Figura 5.10: Método para obtener las propiedades mecánicas de materiales en diferentes direcciones.

Una vez que se determinaron las expresiones para calcular las propiedades mecánicas de las direcciones principales, se planteó la siguiente pregunta:

¿Cuál es la relación entre el esfuerzo axial ($\sigma_{zz} = f'_c$) y el esfuerzo radial (σ_{xx})?

Para resolver esta pregunta, se propuso una ecuación que modela el valor de la resistencia máxima (esfuerzo máximo axial) en función de la resistencia de confinamiento (esfuerzo radial), es decir:

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zz}(\sigma_{xx}) \quad (5.1)$$

Esta ecuación parte de dos hipótesis:

- El esfuerzo máximo alcanzado en la dirección axial (resistencia mecánica f'_c) coincide con el esfuerzo máximo en la dirección radial.
- Según la ecuaciones planteadas en el capítulo segundo el esfuerzo máximo en la dirección radial (σ_r) depende de la cantidad de fibra aplicada y de la deformación última de ésta.

En primer lugar se calcularon los valores de esfuerzo radial máximo a partir de la ecuación ???. Conviene recordar que esta expresión depende de las propiedades del tejido de fibra de carbono. Los valores con los que se realizaron los cálculos fueron tomados de la ficha técnica [36].

Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Esfuerzo radial máximo calculado con la expresión 3.24.

Esfuerzo máximo de confinamiento [MPa]			
Capas/Diámetro [cm]	15	10	4
1	9.12	13.68	34.20
2	18.24	27.36	68.40
3	27.36	41.04	102.60

De la misma manera, en la Tabla 5.2 se presentan los resultados de módulo de elasticidad en la dirección radial (o de confinamiento). Los resultados presentados se calcularon con la expresión 3.22.

Tabla 5.2: Módulo de elasticidad radial calculado con la expresión 3.22.

Módulo de confinamiento E_c [MPa]			
Capas/Diámetro [cm]	15	10	4
1	506.67	760	1900
2	1013.33	1520	3800
3	1520	2280	5700

Una vez determinados los valores de esfuerzo radial σ_r se estudió en primer lugar, la relación entre la resistencia máxima f'_c en función el esfuerzo máximo de confinamiento σ_{rmax} de los especímenes de 30 cm de longitud.

En la Figura 5.11 se muestra la relación de la resistencia máxima obtenida experimentalmente en función del esfuerzo máximo de confinamiento σ_{rmax} . Aplicando un análisis de regresión simple se obtuvo la ecuación 5.2:

$$f'_c(D = 30cm) = 0,7768\sigma_{rmax} + 39,84$$

$$r = 0,98647$$
(5.2)

En la Figura 5.12 se presenta la relación entre f'_c en función de σ_{rmax} de los especímenes de 20 cm de longitud. Aplicando un análisis de regresión simple se obtuvo la ecuación:

$$f'_c(D = 20cm) = 0,4598\sigma_{rmax} + 31,334$$

$$r = 0,96205$$
(5.3)

Finalmente, en la Figura 5.13 se presenta la relación entre f'_c en función de σ_{rmax} de los especímenes de 8 cm de longitud. Aplicando un análisis de regresión lineal se obtuvo la ecuación:

$$f'_c(D = 4cm) = 0,7299\sigma_{rmax} + 90,85$$

$$r = 0,99386$$
(5.4)

Observando las ecuaciones 5.2, 5.3 y 5.4 se puede identificar que la ordenada al origen corresponde al valor de la resistencia de los cilindros sin confinar (o de control) f'_{cCON} , por lo que las ecuaciones pueden ser descritas en términos únicamente de la resistencia radial σ_r , como se muestra en la ecuación 5.5.

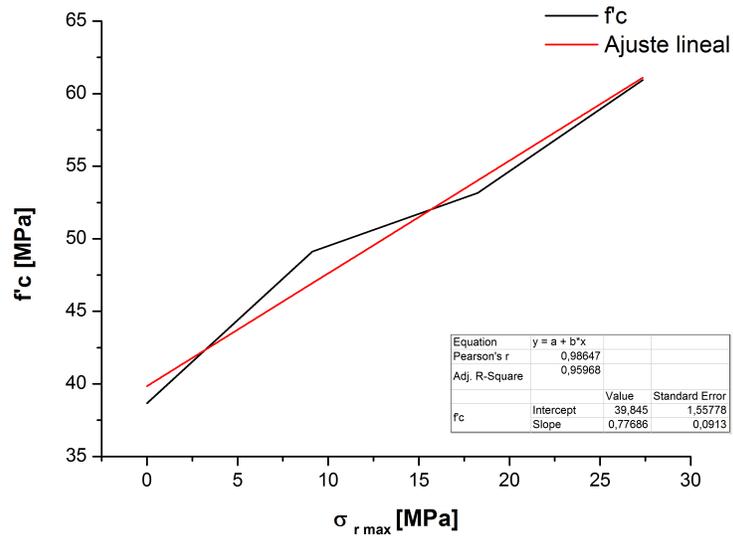


Figura 5.11: Correlación entre la resistencia máxima y el esfuerzo de confinamiento máximo de los especímenes de 30 cm de longitud.

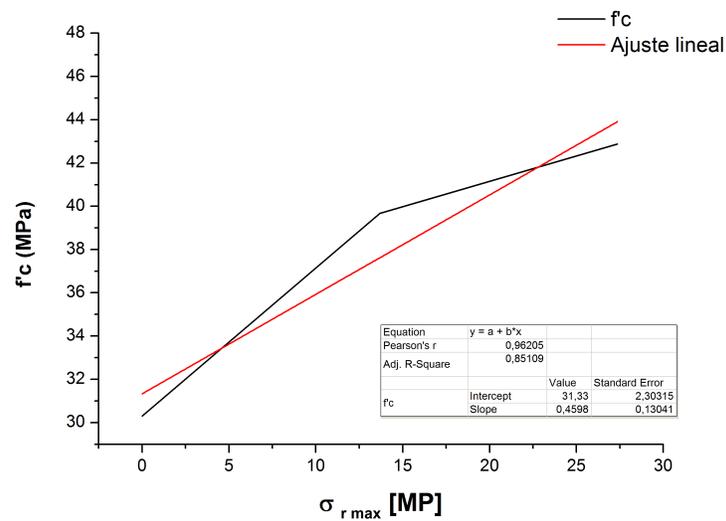


Figura 5.12: Correlación entre la resistencia máxima y el esfuerzo de confinamiento máximo de los especímenes de 20 cm de longitud.

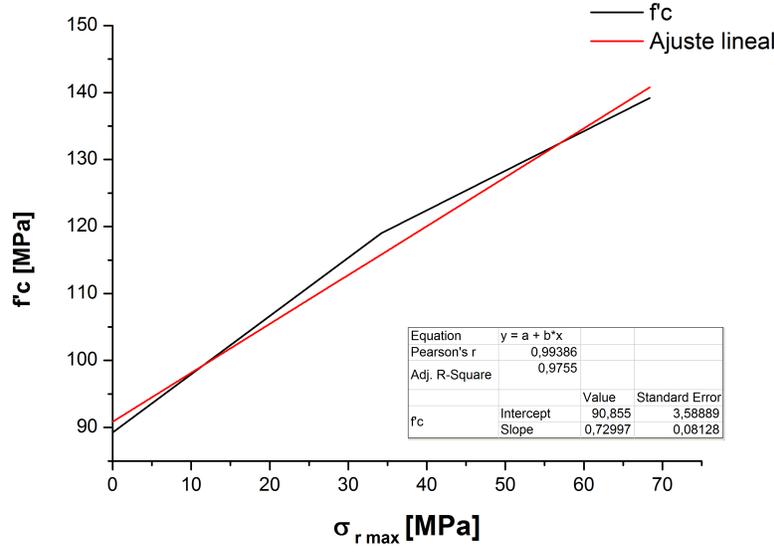


Figura 5.13: Correlación entre la resistencia máxima y el esfuerzo de confinamiento máximo de los especímenes de 8 cm de longitud.

$$\frac{f'_c}{f'_{CON}} = \begin{cases} 0,7299\left(\frac{\sigma_{rmax}}{f'_{CON}}\right) + 1 & \text{si } D = 4cm \\ 0,4598\left(\frac{\sigma_{rmax}}{f'_{C20-CON}}\right) + 1 & \text{si } D = 10cm \\ 0,7768\left(\frac{\sigma_{rmax}}{f'_{CON}}\right) + 1 & \text{si } D = 30cm \end{cases} \quad (5.5)$$

En las expresiones presentadas, el valor del coeficiente de correlación r es mayor en todos los casos a 0.95. Lo cual nos indica una dependencia lineal entre la resistencia axial y radial.

De manera general, se puede observar en las gráficas 5.11, 5.12 y 5.13 que existe una clara dependencia lineal entre f'_c y ϵ_r . Tomando en cuenta que σ_r depende del espesor del tejido de refuerzo, se puede concluir que la resistencia mecánica a compresión f'_c depende directamente de la cantidad de capas de fibra de carbono aplicada. Esta tendencia se genera, debido al confinamiento que brinda la fibra de carbono, es claro que si se agrega una cantidad mayor de fibras, estas evitaran la falla abrupta que caracteriza a la matriz de concreto.

Hasta este punto se ha logrado estudiar el comportamiento mecánico de un material compuesto sujeto a esfuerzos de compresión. En los capítulos previos se presentaron las propiedades mecánicas obtenidas de ensayos experimentales y finalmente se ha propuesto una serie de ecuaciones matemáticas que relacionan las propiedades mecánicas de las direcciones principales.

Debido a que el material compuesto estudiado en este trabajo consiste de una matriz de concreto, resulta evidente que una de las aplicaciones directas de este trabajo es en el área de las estructuras de concreto reforzado¹. En donde una de las propiedades mecánicas más importantes es justamente la resistencia a carga axial.

¹Se define como *estructura* al conjunto estable de elementos resistentes de una construcción con la finalidad de soportar cargas y transmitirlas, para llevar finalmente estos pesos o cargas al suelo [39]. Los materiales más utilizados en las estructuras son concreto, acero y madera.

Un ejemplo real de elementos estructurales bajo carga axial son los pilares y columnas, las cuales tiene como función soportar las cargas de la estructura (Figura 5.14).

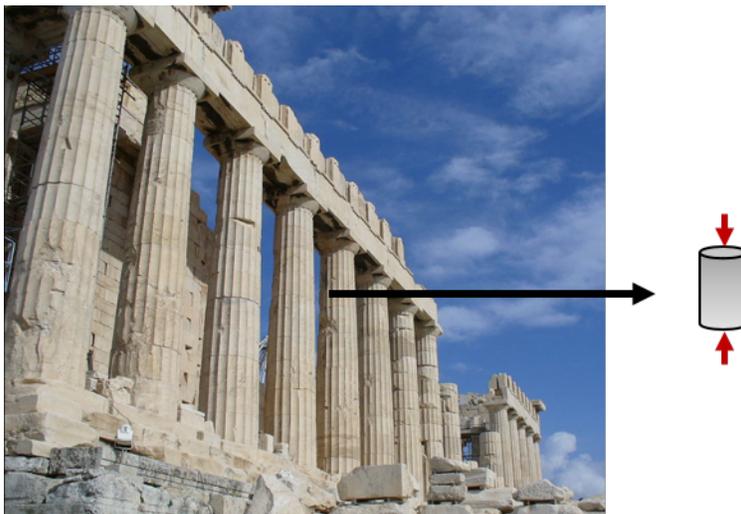


Figura 5.14: Parthenón. Atenas, Grecia (447-432 a. C.) En las columnas actúa un esfuerzo de compresión.

Los elementos de una estructura deben soportar fuerzas, como las debidas a su propio peso, además de las fuerzas y cargas exteriores que actúen sobre ellos, como los efectos del viento y sismo. La combinación de estas fuerzas con factores ambientales y el inevitable paso del tiempo conducen al deterioro de las estructuras.

Los métodos tradicionales para fortalecer y rehabilitar estructuras consisten en el reemplazo de miembros estructurales dañados, la reparación de piezas corroídas. En el caso de elementos de mayor magnitud, como los puentes, se emplean métodos que consisten en el sellado de las grietas mediante una inyección de epoxi y el uso de protecciones para restaurar o aumentar su capacidad de carga[1]. Si bien, estas técnicas brindan los resultados esperados, desafortunadamente estas reparaciones suelen ser costosas y perjudiciales para la realización de las actividades cotidiana. Una de las alternativas frente a los métodos tradicionales de refuerzo que más popularidad ha ganado en los últimos años es el uso de materiales compuestos de polímero reforzado con fibra (FRP).

El uso de los FRP es una alternativa comúnmente utilizada en países desarrollados como EUA, Japón, Canadá y Europa, donde se han utilizado no solo como refuerzo externo sino también como sustitución del acero estructural [40]. En las últimas dos décadas, se han desarrollado normas y guías que describen los sistemas de fortalecimiento y proporcionan pautas para el uso correcto de los materiales, la guía más conocida en los Estados Unidos es ACI 440.2 R[36].

En el caso de México, el uso de FRP, como métodos de reforzamiento y rehabilitación aún no es ampliamente aplicado, esto debido a que no se tienen las normativas mexicanas que garanticen las condiciones de seguridad necesarias.

Por lo tanto, este trabajo da muestra del comportamiento mecánico que presenta el sistema estudiado con las condiciones de la Ciudad de México y supone la base para el desarrollo de trabajos adicionales.

Capítulo 6

Conclusiones y recomendaciones

En este trabajo se determinaron las propiedades mecánicas de un material compuesto con un núcleo de concreto reforzado con un tejido de fibra de carbono. Para ello se estudiaron dos casos: por un lado, se determinó la influencia que tiene la fibra como método de reforzamiento, y por otro lado, se estudio el factor de rehabilitación que ejerce sobre materiales con daño estructural.

Se logró, a través de ensayos experimentales obtener la curva esfuerzo-deformación y a partir de ésta, se calcularon las propiedades mecánicas (E_Z y f'_c) en la dirección principal Z . Por otro lado, a partir de un análisis mecánico se obtuvieron las propiedades mecánicas ($E_{x,y}$ y $\sigma_{x,y}$) en las direcciones principales restantes (X y Y).

Como *método de reforzamiento* se concluye lo siguiente:

- La aplicación de fibra de carbono incrementa las propiedades mecánicas, constituyendo así un método práctico de reforzamiento.
- Con respecto a la resistencia f'_c , se observó que la aplicación de una capa de FC da como resultado incremento del 27%, mientras que para dos y tres capas se encontró un incremento del 37% y 57% respectivamente. Por otro lado, el valor de módulo de elasticidad E , de los especímenes reforzados con una, dos y tres capas de FC mostró un incremento del 27%, 24% y 33% respectivamente.
- Las curvas esfuerzo-deformación ($\sigma - \epsilon$) mostraron como la FC influye en la capacidad de deformación, dando como resultado materiales más dúctiles.

Como *método de rehabilitación* se concluye lo siguiente:

- La aplicación de FC en combinación con resina epóxica a especímenes con daño interno, es decir, sin capacidad de servicio, muestran un comportamiento mecánico similar al de un espécimen de control (CON).
- En todos los casos estudiados se observó que el método de rehabilitación propuesto no es suficiente para incrementar las propiedades mecánicas (f'_c y E) si se compara con los valores de un espécimen de control (CON), establecido como referencia.
- Las curvas ($\sigma - \epsilon$) permitieron notar que, únicamente la aplicación de dos capas de FC incrementa la ductilidad, siendo ésta la única propiedad mecánica destacable de estos materiales.

Se observó además que, la relación que existe entre las propiedades mecánicas de dos direcciones principales esta descrita por un modelo de regresión lineal.

En este trabajo inicialmente se buscaba obtener un incremento de las propiedades mecánicas, sin embargo el extenso programa experimental realizado, proporciona la base para la realización de trabajos complementarios. Para ello se sugiere:

- Obtener una ecuación matemática capaz de describir el comportamiento de la curva esfuerzo-deformación en cada uno de los puntos.
- Establecer una relación matemática entre las propiedades mecánicas de especímenes con una dimensión mayor. Lo cual, extendería el uso a aplicaciones estructurales de mayor capacidad.

Bibliografía

- [1] Wu, H.C., (2017). *Strengthening of Concrete Structures using Fiber Reinforced Polymers (FRP)*. Duxford, United Kingdom: Woodhead Publishing.
- [2] ACI 440, (2008), *ACI 440.2R-08, Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures*, American Concrete Institute, Estados Unidos.
- [3] German y Randall, M., (2016). *Particulate composites: fundamentals and applications*. New York: Springer.
- [4] Hull, D., (1987). *Materiales Compuestos*. Barcelona: Reverte.
- [5] Callister W., (2001). *Fundamentals of Materials Science and Engineering*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- [6] Rasheed, H. (2015). *Strengthening Design of Reinforced Concrete with FRP*. Boca Raton: CRC Press
- [7] Gromicko, N., y Shepard, K. (2016). *The History of Concrete*. Diciembre 10, 2018. Sitio web: <http://ezekiel31army.blogspot.com/2016/01/the-history-of-concrete.html>
- [8] Weerheijm, J.,(2013). *Understanding the Tensile Properties of Concrete*. Cambridge: Woodhead Publishing.
- [9] Shackelford y James, F.,(2009). *Introduction to materials science for engineers*. New Jersey: Pearson/Prentice Hall.
- [10] CFE, Instituto de Ingeniería y UNAM, (1997). *Manual de Tecnología del concreto. Sección III*. México: Limusa.
- [11] Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto. Disponible en: <http://www.smie.org.mx/layout/normas-tecnicas-complementarias/normas-tecnicas-complementarias-diseno-construccin-estructuras-concreto-2017.pdf>
- [12] Neville, A., (2013). *Tecnología del concreto*. México: Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C.
- [13] Baker, I., (2018). *Fifty Materials That Make the World*. New York: Springer.
- [14] Park, S.J., (2018). *Carbon Fibers*. Singapore: Springer.
- [15] Chung, Deborah, D. L., (2010). *Composite materials : science and applications*. London: Springer.
- [16] Bilisik, K., Karaduman, N.S. y Bilisik, N.E.,(2016). Fiber Architectures for Composite Applications. In: Rana S., Figueiro R. (eds) *Fibrous and Textile Materials for Composite Applications*. Textile Science and Clothing Technology. Singapore: Springer.

- [17] Rivas, M. (2006). *Elementos de Física de los Medios Continuos*. Leioa: UPV/EHU.
- [18] Viniegra, F.(2011). *Mecánica de los cuerpos deformables*. México: Facultad de Ciencias. UNAM.
- [19] Deménegui, A., Magaña, R., Sanginés, H.(2000). *Apuntes de mecánica del medio continuo*. México: Facultad de Ingeniería.
- [20] Godoy, L. A. (2004). *Mecánica avanzada de materiales*. Obtenido de UPR: <http://academic.uprm.edu/lgodoy/courses/INCI6017/1>
- [21] Navarro, C. (2008). *Elasticidad y Resistencia de Materiales*. Obtenido de OpenCourseWare UC3M: <http://ocw.uc3m.es/cursos-archivados/elasticidad-y-resistencia-i>
- [22] Ortiz, L., (1985). *Elasticidad*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- [23] Oliver, X., y Agelet de Saracibar Bosch, C. (2010). *Mecánica de medios continuos para ingenieros*. Barcelona: UPC
- [24] Gross, D., y Seeling, T. (2011). *Fracture mechanics: with an Introduction to micromechanics*. Minnesota: Springer.
- [25] Romero, I. (2016). *Mecánica de sólidos*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- [26] Newell, J., (2011). *Ciencia de materiales: aplicaciones en ingeniería*. México: Alfaomega.
- [27] Dowling, N., (1993). *Mechanical Behaviour of Materials*. New Jersey: Prentice Hall.
- [28] Pelleg, J., (2013). *Mechanical properties of materials*. Dordrecht: Springer.
- [29] Ensayo de tensión. Curso de Materiales. Escuela Colombiana de Ingeniería. Disponible en: <http://copernico.escuelaing.edu.co/lpinilla/www/protocolos/MATE/tension.pdf>
- [30] Bickford, W. (1995). *Mecanica de Sólidos: conceptos y aplicaciones*. McGraw-Hill:Madrid
- [31] Seffo, M. y Hamcho, M., (2012). Strength of Concrete Cylinder Confined by Composite Materials (CFRP). *Energy Procedia*, 19, 276-285.
- [32] Wu, G., Lu, Z.T. y Wu, Z.S., (2006). Strength and ductility of concrete cylinders confined with FRP composites. *Construction and Building Materials*, 20, 134-148.
- [33] Huang, L., Sun, X., Yan, L. y Zhu, D., (2015). Compressive Behavior of Concrete Confined with GFRP Tubes and Steel Spirals. *Polymers* 7, 851-875.
- [34] Xiao, Y., y Wu, H., (2000). Compressive behavior of concrete confined by carbon fibers composite jackets. *Journal of Materials in Civil Engineering* 12 (2), 139-146.
- [35] Benzaid, R. y Mesbah, H., (2013). Circular and Square Concrete Columns Externally Confined by CFRP Composite: Experimental Investigation and Effective Strength Models. *Fiber Reinforced Polymers - The Technology Applied for Concrete Repair*.
- [36] Sika, (2015). *SikaWrap-301C: Tejido de fibra de carbono de alto rendimiento*. México:Sika.
- [37] Hernández, M., (2019). *Refuerzo y rehabilitación de especímenes de concreto con polímeros reforzados con fibra* (tesis de licenciatura). UNAM, Ciudad de México.
- [38] Origin Lab Corporation. (2018). *Average Multiple Curves*. Obtenido de Origin Lab: <https://www.originlab.com/doc/Origin-Help/Math-AveCurve>

- [39] Giordani , C., y Leone , D. (2018). *Estructura*. Obtenido de Universidad Nacional Tecnológica.
- [40] Castillo, R. (2010). Uso de polímeros reforzados con fibras (FRP) como refuerzo externo de elementos de concreto de puentes en Costa Rica. Programa de Ingeniería en infraestructura del transporte, 1(6), 1-6