



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

IMPLEMENTACIÓN EXPERIMENTAL DE UN RATCHET
ÓPTICO UTILIZANDO PINZAS ÓPTICAS HOLOGRÁFICAS
CON RUIDO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

PRESENTA:

MAGDA GIOVANNA SÁNCHEZ SÁNCHEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. PEDRO ANTONIO QUINTO SU



CIUDAD UNIVERSITARIA, Cd. Mx.

JUNIO, 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos

1. Datos del alumno:

Sánchez
Sánchez
Magda Giovanna
55 30 72 64 66
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
309280293

7. Datos del trabajo escrito
Implementación experimental de un ratchet
óptico utilizando pinzas ópticas holográficas
con ruido
75p
2019

2. Datos del Tutor

Dr.
Pedro Antonio
Quinto
Su

3. Datos del sinodal 1

Dra.
Martha
Rosete
Aguilar

4. Datos del sinodal 2

Dra.
Karen Patricia
Volke
Sepúlveda

5. Datos del sinodal 3

Dr.
Roberto de Jesús
León
Montiel

6. Datos del sinodal 4

Dr.
Alejandro
Vásquez
Arzola

*A mis padres,
que a pesar del dolor y cansancio,
han respondido con esfuerzo y compromiso a su papel
y sobre todo, llenando de su inmenso amor,
a quienes les tocó proteger.*

Agradecimientos

Terminar una carrera no sólo requiere de un esfuerzo individual pues son muchas las personas que, directa o indirectamente, forman parte de este proceso.

En el ámbito escolar, se encuentran los profesores que día a día se esfuerzan por compartir sus conocimientos, y a veces, también un poco de su experiencia de vida para ayudarnos a ser mejores personas. En lo personal, agradezco a mi tutor, el Dr. Pedro Quinto, por abrirme las puertas de su laboratorio y su paciencia para permitirme concluir este proyecto. Agradezco también a mis sinodales, las doctoras Martha Rosete y Karen Volke y los doctores Roberto León y Alejandro Vásquez por leer este trabajo y ayudarme a entender muchas cosas que ni yo misma sabía que no entendía, enriqueciéndolo al proveerme de distintas perspectivas y posibilidades que con su experiencia y pasión por lo que hacen contagian su gusto por aprender más. Al Dr. Mathieu Hautefeuille y su equipo (Jehú, Aaron y Diego) con quienes aprendí mucho, académica y personalmente, a la vez que me divertí mientras realicé mi servicio social. Al Dr. Pablo Schabes que me ha permitido desarrollar mis habilidades dentro del aula desde el lado del profesor y que no deja de darme ánimos para seguir creciendo.

Gracias a los programas de apoyo, que en muchos casos aligeran el camino para aquellos que lo necesitamos. En mi caso agradezco a fundación UNAM, fundación Telmex-Telcel, el proyecto PAPIME PE107816, el proyecto PAPIIT IN107719, los proyectos Conacyt CB-253706, LN293471 y agrego al Sr. José Rangel Gutiérrez por la manufactura de piezas de optomecánica.

A la UNAM y a quienes la constituyen, pues desde el bachillerato me brindó la posibilidad de aprender más allá de las aulas abriéndome un inmenso mundo de posibilidades.

En el ámbito personal, doy gracias a mi familia por estar siempre para mí. A mis padres, Pablo y Vicky, que se han esforzado mucho para sostenernos, educarnos y darnos lo mejor que pueden siempre con todo su amor. A mi hermano Iván que de alguna forma siempre me recuerda que está, y a mi hermana Liz que no deja de preocuparse por mí y escucharme a pesar de su corta edad. A Chucho, que después de tanto tiempo, y a pesar de sus largas ausencias, es a estas alturas parte importante de mi familia y que sé no me va a dejar caer. A mi prima Martha, por darme ánimos y comida cuando más lo necesité en este proceso de tesis, por hacerme reír y apurarme también. A los demás primos(as) y tíos(as) que, si bien no están todo el tiempo, rellenan la familia con risas, apoyo, bullying y mucha diversión.

A los amigos que hicieron de la carrera un camino muy divertido y no dejan de brindarme su apoyo como mejor pueden, Edgar siempre escuchando, Ángel quejándose y regañándome, Lalo tan relajado, Jean siempre haciéndome reír, Juanito chin...presionando todo el tiempo para hacer cosas nuevas, Robert analizando como buen matemático. A los que se volvieron más cercanos al final y me apoyaron siempre para completar el último paso, Ofelia, Alice, Jorge,

Gerardo e Isaac. A las niñas que me permitieron compartir mis sentimientos y también me compartieron los suyos, enseñándome una forma de amistad muy diferente y no por eso menos importante, Juanibeth, Izamar, Dalia, Maguito. A Mariana Lagunas, que no estoy segura si ponerla en niñas jajaja, pero que me presionó para por fin terminar la tesis haciéndome chillar y reír como solo ella puede y con resultados efectivos.

A las personas que dejaron momentos muy lindos grabados en mí con su paso: al grupo de danza árabe en psicología por introducirme a ese mundo del baile que descubrí me gusta mucho y permitirme conocer chicas geniales para compartirlo . Al CIO y a los compañeros que conocí ahí, con quienes viví uno de los veranos más geniales y enriquecedores de mi vida. A Garo, por acercarse y regalarme maravillosos momentos moviendo tantos sentimientos que me dejaron una gran oportunidad para crecer. Al CNyN por la puerta a seguir explorando y conociendo, dejando más amigos y buenos recuerdos. A Mitacs por la gran experiencia académica que me brindó llevándome a compartir muy bellos momentos con Martín y Héctor, sin quienes la estancia no hubiera sido igual.

A Ricardo Cayetano, por haber estado a mi lado desde los inicios de la carrera, por la amistad y cariño que me dio. Porque en muchos momentos de duda y desesperación fue el pilar para sostenerme y me ayudó sobre todo a quererme y ocuparme de mí misma, algo que siempre le voy a agradecer.

A Noé, por introducirme al mundo de la filosofía y escuchar con paciencia mis dramas para ayudarme a entenderme un poco más. A los chicos del IF que me han compartido momentos divertidos y debates interesantes, y por supuesto, varias noches de alcohol y baile ... digo, de diversión sana, en la que son expertos Gabriel, Yaya, los Gustavos, Iza de nuevo, Jorge y su voz, Mitzi, Alaín que aunque no lo parezca siempre está ahí, y otros tantos cuya presencia oscila pero que siempre aportan experiencias divertidas.

A la parte de mí que no deja de rendirse a pesar de los bajones y sigue empeñada en levantarme; para que continúe ahí y se haga cada vez más fuerte para poder enfrentar las nuevas cosas que se avecinan.

A todo aquel que en algún momento compartió un poquito o mucho de su tiempo conmigo recordándome lo maravillosas que pueden ser las personas y lo valioso que es estar vivo para poder compartir y disfrutar momentos con ellas, para así seguir construyendo poco a poco esta composición tan compleja y bella que es la vida.

Implementación experimental de un ratchet óptico utilizando pinzas ópticas holográficas con ruido.

por

Magda Giovanna Sánchez Sánchez

Resumen

Al trabajar en escalas donde el movimiento Browniano se hace presente, surge la posibilidad de utilizar las fluctuaciones del ambiente para generar trabajo. Esto se logra a través de un modelo particular conocido como sistema *ratchet*, cuyas principales características son: estar fuera de equilibrio termodinámico; y el rompimiento de simetría, ya sea en el potencial o en el dominio temporal del sistema. También puede describirse como un sistema donde las partículas son transportadas con cierta velocidad en estructuras periódicas cuando el promedio de la fuerza aplicada es nulo. En consecuencia, resulta de interés su aplicación para la comprensión del funcionamiento de motores moleculares, así como su potencial uso en aplicaciones tecnológicas a micro y nano-escala.

En este trabajo, se desarrolla la implementación experimental de un ratchet óptico mostrando el transporte de una partícula en una dirección preferencial a lo largo de un potencial formado por un arreglo de trampas ópticas. Esto se logró introduciendo una señal de ruido en la potencia de las trampas así como una fuerza externa periódica y simétrica. Se obtuvo además que el movimiento de la partícula puede ser controlado por la diferencia de fase, de la señal de ruido introducida en el potencial y la fuerza periódica externa, con relación a la dirección de la corriente generada.

El potencial óptico constó de un arreglo unidimensional de 20 trampas ópticas igualmente espaciadas generadas con un modulador espacial de luz, utilizando un arreglo de pinzas ópticas holográficas para complementar el sistema de atrapamiento.

Índice general

Introducción	1
1. Marco Teórico	5
1.1. Manipulación óptica	5
1.1.1. Un poco de historia	5
1.1.2. Pinzas Ópticas	6
1.1.2.1. Principios Físicos	7
1.1.2.2. Sistema	9
1.1.2.3. Pinzas Ópticas Holográficas	11
1.2. Dinámica de un sistema microscópico	16
1.2.1. Movimiento Browniano	16
1.2.2. Ecuación de Langevin	18
1.2.3. Ecuación de Fokker-Planck	21
1.3. El sistema Ratchet	24
1.3.1. Ratchet de Smoluchowski-Feynman	24
1.3.2. Modelo General de un ratchet	26
1.3.3. Manipulación óptica en la realización experimental de un ratchet	30
2. Implementación experimental de un ratchet óptico	32
2.1. Modelo	32
2.2. Descripción del arreglo experimental	33
2.2.1. Fuerza externa	35
2.2.2. Muestra de partículas	35
2.2.3. Trampas holográficas	36
2.3. Desarrollo del experimento	36
2.4. Adquisición de datos	40

2.4.1. Calibración	40
3. Resultados y Análisis	42
3.1. Velocidades y trampas	42
3.2. Desplazamiento promedio	43
3.3. Diferencia de Fase	45
3.4. Relación Fase vs Desplazamiento Total	48
3.5. Discusión	48
4. Conclusiones	55
4.1. Síntesis de resultados	55
4.2. Trabajo futuro	56
A. Óptica de Fourier para una lente	57
B. Holografía	61
Bibliografía	64

Introducción

*Mirar de cerca una célula viva,
es ciertamente como mirar un mundo de magia.*

— PETER M. HOFFMANN, *How molecular motors extract order from chaos* (2016)

Un organismo vivo se sirve de complejos sistemas para funcionar de manera adecuada diariamente. Y al decir complejo, no sólo los grandes y conocidos sistemas como el digestivo o el circulatorio están incluidos; si, por ejemplo, se imagina ampliar una y otra vez un sólo órgano del cuerpo humano hasta llegar a una célula, se encontrará ahí todo un conjunto de organelos y membranas que constituyen el organizado metabolismo que lleva a cabo importantes procesos como la replicación de ADN o la división celular. Asimismo, en dicho metabolismo el mecanismo de transporte está constituido por una clase de moléculas conocidas como motores moleculares, y entender la complejidad de su funcionamiento, ha sido por mucho tiempo uno de los mayores retos de la comunidad científica.

Desde un punto de vista físico, un motor molecular puede considerarse como un motor nanométrico que consume energía mediante un proceso químico y produce trabajo mecánico [1]. Parece sencillo, pero hay un factor a considerar que hace la gran diferencia con el funcionamiento de las máquinas que se conocen en la vida cotidiana: la escala. A nivel microscópico, las leyes físicas que gobiernan la dinámica de un sistema cambian completamente.

En primer lugar, a escala macroscópica las ecuaciones de movimiento son gobernadas por los términos inerciales, es decir, aquellos que dependen de la masa del cuerpo. Sin embargo, al disminuir la dimensión de los objetos, las fuerzas viscosas empiezan a adquirir mayor importancia. El parámetro que permite cuantificar cuál de ambas domina es el número de Reynolds, que es la razón entre las fuerzas inerciales y viscosas, y para una partícula de diámetro d moviéndose con velocidad v en un medio de viscosidad η y densidad ρ , está dado por $R = \frac{dv\rho}{\eta}$. Al alcanzar el régimen de número de Reynolds bajo, $R \ll 1$, el movimiento está enteramente determinado por las fuerzas que actúan en un instante. Por ejemplo, considérese una bacteria, cuyas dimensiones típicas son de alrededor de 10^{-5}m con una velocidad de $10^{-5}\frac{\text{m}}{\text{s}}$; moviéndose en agua ($\eta = 1 \times 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$ y $\rho = 997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$), el número de Reynolds correspondiente es del orden de

10^{-4} . Esto implica que para una bacteria desplazarse en agua, es como para un humano nadar en una alberca de melaza [2].

En segundo lugar, a una escala aún menor, la magnitud de las fluctuaciones térmicas y el movimiento Browniano empieza a ser comparable con el tamaño de los elementos del sistema. Para ilustrar esto, se tiene que para una molécula inmersa en agua, desplazarse en línea recta resultaría igual de difícil que para un ser humano caminar a través de un huracán [3]. De ahí que resulte intrigante cómo funcionan los mecanismos naturales a esta escala, que son capaces de desplazarse a pesar de las adversas circunstancias que los rodean.

Partiendo de estas condiciones, el enfoque que empezó a considerarse para poder explicar la dinámica de estos sistemas fue buscar una forma de aprovechar las fluctuaciones térmicas del mismo para generar movimiento en vez de considerarlas como un obstáculo a superar, aplicando así el tradicional refrán, “si no puedes con tu enemigo, únete a él”.

Si bien varios antecedentes de un modelo bajo este enfoque se habían buscado para encontrar una descripción adecuada de un sistema que aprovecharse las fluctuaciones térmicas de su ambiente, no fue sino hasta 1993 que Marcelo Magnasco muestra teóricamente que esto puede lograrse [4], proponiendo un modelo basado en un experimento pensado conocido como ratchet de Smoluchowski-Feynman [5].

Con el análisis de su modelo, concluye que en un sistema, para generar fuerza y movimiento sobre una partícula en el dominio Browniano, es posible extraer energía de elementos correlacionados en el tiempo al romper la simetría del sistema.

El enfoque propuesto por Magnasco sirvió de inspiración para una nueva serie de estudios y modelos sobre el movimiento dirigido en el régimen Browniano. Diversos autores contemporáneos a él propusieron sistemas con el mismo esquema, acuñando así el término *ratchet* para describir a los sistemas de rectificación de fluctuaciones térmicas.

Desde entonces, los sistemas ratchet han generado mucho interés no sólo por su potencial para explicar el comportamiento de motores moleculares sino también por las posibilidades que abre en el diseño e implementación de nuevas tecnologías a nano y micro escalas, como pudieran ser máquinas artificiales muy pequeñas. Además, al indagar más sobre este modelo tanto numérica como experimentalmente, se ha profundizado también en los principios fundamentales de la física estadística que lo describen, enriqueciendo aún más esta importante rama de la física.

Los componentes básicos con los que puede implementarse un sistema ratchet son: un elemento aleatorio, asimetría en la energía o el potencial del sistema, y energía externa para mantenerlo fuera de equilibrio [6].

Una técnica experimental que permite recrear las condiciones descritas a la escala buscada

es la pinza óptica. Ésta es una herramienta muy popular en la actualidad, y desde su invención ha sido utilizada para el estudio de sistemas micro y nanoscópicos, ya que permite trabajar con fuerzas muy pequeñas gracias a la interacción de la luz con la materia.

En consecuencia, la manipulación óptica así como el avance tecnológico en sus mecanismos con el paso del tiempo, ha permitido el desarrollo de ratchets donde el potencial del sistema es generado mediante el uso de láseres, ya sea por medio de trampas ópticas, interferencia, etc.

Encontrar nuevas formas de utilizar estas herramientas para generar sistemas ratchet de forma simple y versátil que permitan producir el fenómeno de una forma distinta a las comúnmente aplicadas, así como brindar alternativas a los modelos ya existentes, es la principal motivación para la realización de este trabajo.

Como se mencionó, generar un potencial asimétrico es comúnmente utilizado para producir un ratchet, sin embargo, acorde con el modelo general que describe este sistema, no es la única forma de lograrlo. Con base en un experimento realizado en el laboratorio de óptica aplicada del ICN [7], donde se implementó un potencial óptico afectado por ruido (introduciendo variaciones aleatorias en la intensidad), y se introdujo una fuerza en una dirección, generando así movimiento unidireccional de una partícula, se propone que la realización de un sistema con un potencial similar, donde ahora la fuerza externa sea simétrica, también produzca transporte.

El presente trabajo describe la implementación experimental del modelo propuesto, donde el objetivo principal fue encontrar los parámetros adecuados de las frecuencias en el sistema para lograr el transporte de una partícula en una dimensión, y optimizarlos hasta que éste fuera más notorio. En segundo lugar, se buscó la caracterización del movimiento respecto a un parámetro en particular del sistema: la diferencia de fase entre ambas señales introducidas.

El reporte del proyecto se divide en cuatro capítulos. El primero consiste en la revisión de los principios físicos que enmarcan este mecanismo de transporte en particular. Al ser la manipulación óptica la herramienta principal se expone una introducción de ésta con el propósito de entender su interacción con las partículas que se utilizan en el experimento. Luego se presenta el formalismo matemático y físico que describe el movimiento a escalas microscópicas hasta llegar finalmente a los modelos que describen un sistema ratchet y las variaciones posibles relevantes para el trabajo.

En el segundo capítulo se presenta la metodología seguida para la implementación del sistema. Se describe el arreglo experimental utilizado, el tratamiento de las muestras y el procedimiento seguido para tomar las mediciones. Después se detalla la técnica de obtención de datos y se menciona también la forma de calibración utilizada.

Los resultados del análisis del movimiento de la partícula en el sistema ratchet propuesto se exponen en el tercer capítulo, donde se hace énfasis en la relación de la diferencia de fase de

las señales del sistema con el comportamiento de la corriente del mismo.

El cuarto y último capítulo contiene una síntesis de los resultados y observaciones importantes concluidas a partir de la realización de este proyecto. Finalmente se menciona el posible trabajo futuro respecto a esta misma línea de investigación.

Capítulo 1

Marco Teórico

Diseñar un sistema de transporte a nivel microscópico requiere de conocer cómo interaccionan con el ambiente cada uno de sus elementos así como las herramientas de que se dispone para manipularlos. En este capítulo, se revisa en primer lugar, la técnica de manipulación óptica, pues será la herramienta base para implementar el modelo propuesto en este trabajo.

En segundo lugar, se presentan los conceptos y ecuaciones necesarias para describir la dinámica de aquellos sistemas que utilizan las fluctuaciones térmicas del ambiente a su favor. Posteriormente se mencionan algunos experimentos llevados a cabo en este rubro utilizando la manipulación óptica como herramienta principal.

1.1. Manipulación óptica

1.1.1. Un poco de historia

En 1619 Johannes Kepler, al observar que la cola de los cometas siempre apuntaba alejándose del sol, propuso que la luz de éste ejercía una presión que la empujaba, provocando así dicho alejamiento. Sin embargo, su conjetura no pudo ser comprobada y el tema no cobró mayor interés en mucho tiempo.

Más de dos siglos después, en 1873 James C. Maxwell retomó esta idea al deducir a partir de su teoría electromagnética que, en efecto, al propagarse las ondas en un medio, se ejerce una presión en dirección normal a las mismas. Ésta es la llamada presión de radiación [8] y fue medida en 1901 por Lebedev y, Nichols y Hull, quienes obtuvieron experimentalmente una fuerza de 7 nN para 1W de potencia en un espejo reflejante [9]. Un valor muy pequeño para pensar en aplicarlo a nivel macroscópico.

A principios del siglo veinte, los trabajos realizados por Planck, Einstein y Compton dieron

pie a la descripción cuantizada de la luz. Bajo este enfoque surge el concepto de fotón, que representa un cuanto de luz, al cual se le asocia un momento lineal. Debido a la conservación del momento, el átomo del que se desprende el fotón experimenta un retroceso de igual magnitud al momento de éste, y más aún, dicho momento puede transferirse a objetos de masa finita, dando lugar a una fuerza y generando movimiento mecánico [10]. Se trata de una nueva descripción de la presión de radiación que abrió camino a la búsqueda de manipulación de objetos microscópicos o más pequeños aún, utilizando la luz.

Con la invención del láser en 1960, la realización de experimentos sobre la interacción luz-materia se vio favorecida al disponer de una fuente de luz coherente y monocromática cuya potencia puede manipularse mediante elementos ópticos simples así como una lente.

Luego, en 1970 Arthur Ashkin, quien trabajaba en Laboratorios Bell, se planteó la posibilidad de observar movimiento significativo en partículas pequeñas usando las fuerzas derivadas de la presión de radiación de luz láser [11]. Para resolverlo, hizo un cálculo aproximado del tamaño requerido de una partícula para que resintiera dicho efecto, eligiendo finalmente esferas nanométricas de látex para interactuar con la luz emitida por un láser de Argón de pocos cientos de mW de potencia.

Ashkin encontró que al enfocar la luz, si las esferas estaban cerca de los bordes del rayo, entonces eran atraídas hacia el centro del mismo, y a su vez, también eran empujadas en la dirección de propagación de la luz. Posteriormente, utilizando dos láseres contrapuestos evitó dicho empuje, logrando así la primera trampa óptica estable.

Posteriormente, en 1986, Ashkin y Chu presentaron una trampa óptica tridimensional usando un sólo rayo láser fuertemente enfocado capaz de atrapar partículas de dimensiones entre 25nm y 10 μm [12]. Surge así la pinza óptica, y con ella, el principio de una revolución en la manipulación de objetos pequeños utilizando la luz. De ahí que, “por la invención de las pinzas ópticas y su aplicación en los sistemas biológicos” [13], le fue otorgado a Ashkin el Nobel de Física en 2018, compartido con Gérard Mourou y Donna Strickland, todos “por sus invenciones revolucionarias en el campo de la física láser” [13].

1.1.2. Pinzas Ópticas

Las pinzas ópticas se han convertido en una herramienta fundamental para manipular objetos microscópicos con luz al proveer una manera fácil de transportarlos, observarlos y medir fuerzas en ellos de forma poco invasiva. Tienen una resolución espacial típica de nanómetros, de piconewtons para fuerza y milisegundos en tiempo, manteniendo estables las partículas contra la gravedad, fluctuaciones térmicas y otras influencias externas.

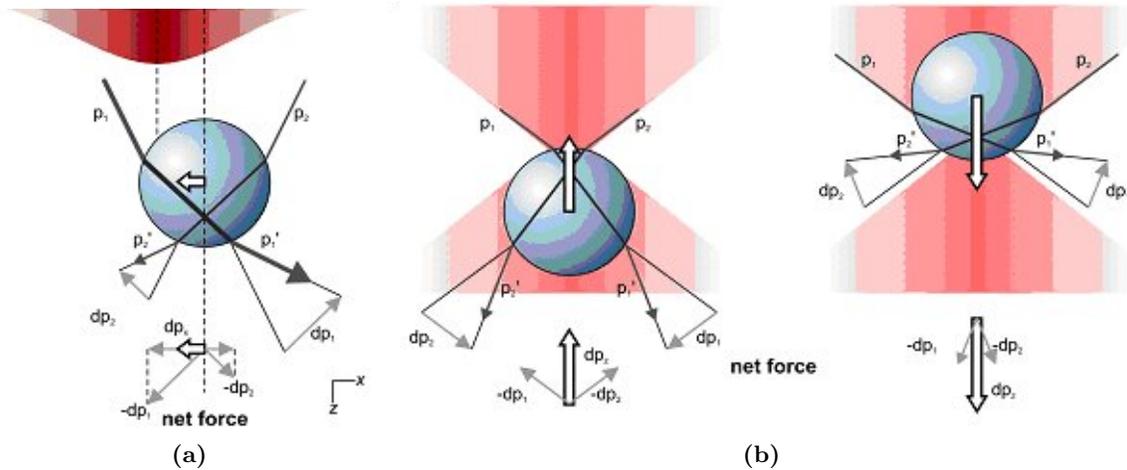


Figura 1-1: Descripción desde la perspectiva de rayos. a) Al ubicarse la partícula fuera del centro del haz, recibe una mayor cantidad de luz de un lado que por tanto tiene un momento p mayor. Esto provoca una fuerza de reacción mayor en dirección al centro del haz, por lo que la partícula es atraída hacia éste. b) Si se enfoca el haz, al estar por debajo o delante del punto focal, se observa como la partícula regresará al foco en ambos casos debido a la fuerza neta de reacción producida al cambio de momento. Imagen tomada de [17].

Desde su invención se ha trabajado en su desarrollo a tal grado de lograr mediciones de fuerza de hasta 2.5fN, así como observaciones directas de la corrección de errores en el ARN durante la transcripción de ADN [14].

Si bien han resultado una herramienta perfecta para estudiar procesos biológicos desde nivel celular a molecular, no se limitan a ello. Recientemente se han realizado también experimentos para entender el momento angular de la luz [15] así como para demostrar teoremas de fluctuaciones de la física estadística [16].

1.1.2.1. Principios Físicos

La descripción adecuada del atrapamiento óptico depende del tamaño de la partícula respecto a la longitud de onda utilizada. Si el diámetro d de la partícula es mucho mayor a la longitud de onda de la luz ($d \geq 10\lambda$), el régimen de óptica de rayos es el adecuado. La figura 1-1 muestra un modelo simple de esta descripción.

En este régimen, la fuerza de atrapamiento puede entenderse a través de la refracción de la luz al pasar de un medio a otro. Consideremos un láser fuertemente enfocado; esto implicaría que en el centro del haz habrá una mayor intensidad de luz que en los extremos. Por consiguiente, si se mueve lateralmente la partícula, como se observa en la figura 1-1a, hay una mayor refracción

de luz de un lado que del otro, dirigiendo una mayor cantidad de ésta hacia afuera del centro del haz, que la que se refracta hacia adentro. Como la luz refractada tiene un momento lineal asociado, se puede trazar éste como se muestra en la figura, y por la tercera ley de Newton, se produce una fuerza de igual magnitud y en sentido opuesto sobre la partícula, atrayéndola de vuelta hacia el punto de enfocamiento del láser.

Si ahora la partícula se mueve a lo largo de la dirección de propagación de la luz (figura 1-1b), al desplazarse hacia arriba del foco, una mayor cantidad de luz pasará a través de la partícula, con ángulos más cercanos a la tangente de la superficie, resultando la diferencia en el cambio de momento de los fotones hacia arriba y por tanto, empujando la partícula hacia abajo, es decir, hacia el foco de nuevo. Si por el contrario la partícula se desplaza debajo del foco, los fotones que atraviesan la superficie lo hacen a ángulos más cerrados respecto a la tangente, entonces los rayos salientes serán más abiertos y el cambio de momento neto se produce en dirección hacia abajo de la partícula, por lo que la fuerza neta la empujará ahora de regreso al centro. Por tanto el movimiento sobre la dirección de propagación también dirige la partícula de regreso al punto focal. De esta forma, se tendrá una trampa óptica estable tridimensional [9].

Al analizar dicha trampa, puede decirse que el mínimo de potencial sería el punto donde la partícula no experimenta una fuerza neta y se encuentra atrapada. Cerca de ese punto, la pinza óptica puede ser aproximada como un oscilador armónico siguiendo la ley de Hooke $F = -kx$ donde x es el desplazamiento y k representa el parámetro de rigidez de la trampa (figura 1-2).

Cuando el haz se enfoca con un objetivo de apertura numérica muy alta, la fuerza de restitución que atrapa la partícula incrementa, superando el efecto debido a la reflexión de la luz, razón por la que ésta es omitida a lo largo de este análisis.

Por otra parte, para el caso de una partícula mucho más pequeña que la longitud de onda ($d \leq \frac{\lambda}{10}$), la descripción de Rayleigh [9] es la indicada. En ésta, la partícula se puede ver como una esfera en un campo eléctrico y en consecuencia, éste induce un dipolo oscilante. La magnitud del dipolo se relaciona con la magnitud del campo eléctrico de la luz a través de la polarizabilidad α de la partícula, la cual es proporcional a su índice de refracción (relativo al medio donde está atrapada), y a su volumen. De igual forma, al oscilar el dipolo re-irradia una parte de la luz incidente, lo cual se toma en cuenta modificando la polarizabilidad incluyendo

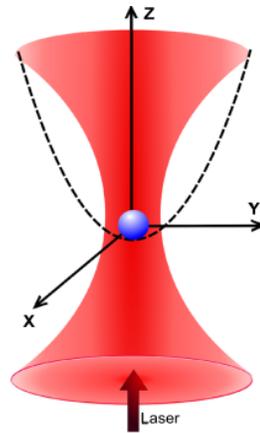


Figura 1-2: Aproximación de una pinza óptica a un oscilador armónico. Imagen tomada de [18].

una parte imaginaria proporcional a r^6 , con r el radio de la partícula. Así la fuerza es separada en dos términos, uno proporcional al gradiente de intensidad y uno proporcional al vector de Poynting [19].

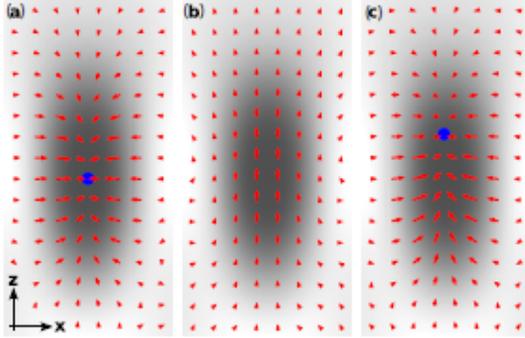


Figura 1-3: Fuerzas en un dipolo bajo el campo de un láser enfocado. a)Componentes de la fuerza de gradiente; b)Componentes de la fuerza de esparcimiento (al doble de la magnitud real para mayor claridad). c) Suma de ambas fuerzas. El punto azul muestra los puntos nulos. Imagen tomada de [19].

Por tanto, $F_{total} = F_{grad} + F_{esp}$, donde $F_{grad} \propto \nabla I$ con I la intensidad es conservativa y se denomina fuerza de gradiente, y $F_{esp} \propto \vec{S}$ se conoce como fuerza de esparcimiento y actúa empujando la partícula en dirección de propagación de la luz. Una trampa óptica estable, requiere que la fuerza de gradiente supere a la de esparcimiento.

Cuando se trabaja con partículas cuyo tamaño es del orden de la longitud de onda utilizada, ninguna de las dos descripciones anteriores resulta exacta. Para estos casos la teoría generalizada de Lorentz-Mie [20] provee de una solución analítica a las ecuaciones

de Maxwell, para el esparcimiento de la radiación electromagnética por una partícula dieléctrica, para así encontrar la fuerza aplicada. Considera la luz como coherente al igual que la forma de la partícula atrapada y es válida desde tamaños pequeños, hasta la región de rayos ópticos. Matemáticamente y al realizar simulaciones computacionales puede resultar muy compleja.

1.1.2.2. Sistema

Un sistema de pinzas ópticas contiene elementos indispensables que tienen un papel fundamental en su funcionamiento. La figura 1-4 muestra un esquema básico de sus componentes, los cuales a continuación se describen brevemente.

En primer lugar se tiene el láser. Se trata de la fuente de luz que se utilizará para atrapar la partícula. Comúnmente se utiliza un láser continuo de perfil gaussiano con una potencia que va de cientos de miliwatts a algunos watts. Se requiere que las fluctuaciones en la intensidad del mismo sean muy bajas para lograr una buena estabilidad de la trampa. Las longitudes de onda comúnmente utilizadas suelen oscilar en el cercano infrarrojo, entre 800nm y 1200nm, pues en este rango se tiene una baja absorción en materiales biológicos y agua; de igual forma, longitudes en el rango visible, desde 500nm, son usadas para otras aplicaciones.

Seguidamente se encuentra el objetivo de microscopio que es el elemento encargado del

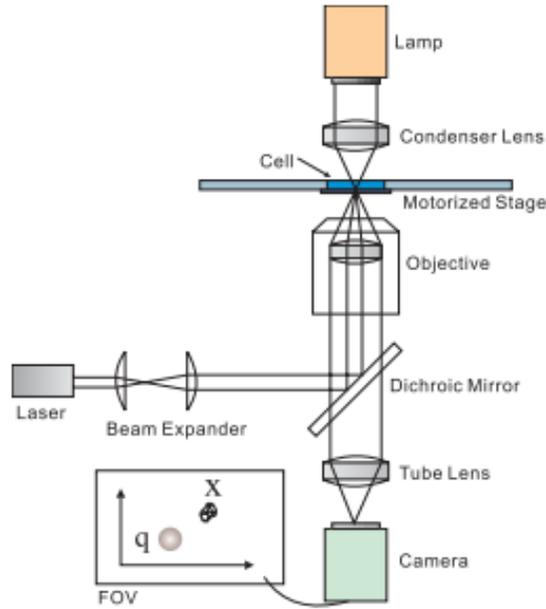


Figura 1-4: Arreglo típico de un sistema de pinzas ópticas. Imagen tomada de [21].

enfoque del haz. Al concentrarse éste fuertemente, una fracción significativa de la luz incidente llega a grandes ángulos, maximizando así la fuerza de gradiente respecto a la de esparcimiento, generando la trampa estable. El ángulo máximo de incidencia de la luz está determinado por la apertura numérica del objetivo usado (NA), siendo éste el ángulo sólido al que la lente recolecta la luz y que depende también del índice de refracción del medio de inmersión.

Posteriormente está el sistema de iluminación auxiliar para observar el plano donde se halla la muestra. Este consiste en una fuente de luz que es enfocada con un condensador, ajustado de acuerdo a la apertura numérica del objetivo usado, por encima de la muestra. Finalmente, un espejo dicróico (mismo que refleja el láser hacia el objetivo), permite el paso de la luz que ilumina la muestra y se recolecta con una cámara u otro sensor lumínico.

En la actualidad, las pinzas ópticas pueden considerarse como una herramienta muy desarrollada. Desde el aspecto teórico por el mayor entendimiento que se tiene de la interacción de la luz con los objetos, en el aspecto tecnológico se tienen, por ejemplo, instrumentos electromecánicos que permiten movimientos más finos y el complemento con otras técnicas como fluorescencia o interferometría, y de igual forma, las simulaciones de experimentos proporcionan una mayor información para lograr optimizar los sistemas.

1.1.2.3. Pinzas Ópticas Holográficas

La forma en que se manipula el perfil de intensidad transversal, la fase y la propagación de un campo óptico tiene grandes consecuencias en el atrapamiento [22]. El tener una mayor cantidad de trampas permite realizar arreglos de dos o hasta tres dimensiones. No obstante, la cantidad de trampas no es el único parámetro modificable. Moldear el haz, permite generar luz estructurada con propiedades específicas de momento angular, propagación, etc. ó, de igual manera, generar arreglos con movimiento permite estudiar sistemas dinámicos microscópicos, interacciones de partículas en coloides, entre otros.

En 1997 se introducen experimentalmente las trampas ópticas holográficas (HOT por sus siglas en inglés) [23]. En éstas, se utiliza un elemento óptico difractivo (DOE) que, a través de un holograma, modifica el haz de luz incidente en él y posteriormente éste se hace pasar por un sistema de lentes hacia el objetivo de microscopio para producir el patrón correspondiente de trampas. (En el apéndice B se describe el funcionamiento de un holograma). Esta técnica ha sido mejorada y en la actualidad es ampliamente utilizada por su versatilidad y precisión para manipular la luz en pinzas ópticas.

Funcionamiento

Al dirigir dos haces monocromáticos coherentes de luz hacia la entrada de un objetivo de microscopio, cada uno con su propio ángulo de incidencia y grado de colimación, se formará un patrón de interferencia que dará lugar a la configuración de trampas ópticas. El campo a la entrada del microscopio estará descrito por una ecuación de la forma $E(x, y) = A(x, y) \exp[-i\varphi(x, y)]$ en el punto (x, y) . Si por otro lado se modifica un solo haz, imponiendo que a la entrada del objetivo su amplitud coincida con $A(x, y)$ y su fase con $\varphi(x, y)$, se obtiene un campo óptico equivalente que producirá la misma configuración de trampas del caso anterior. Esta modificación se logra utilizando un holograma a la entrada del objetivo, y este es el principio de las pinzas ópticas holográficas.

Por otra parte, el campo en el plano de entrada del objetivo (y en general para una lente positiva), y el plano focal del mismo, están relacionados mediante la transformada de Fourier [24]. Sea $E_{in}(x, y)$ la onda en el plano de entrada y $E_f(u, v)$ la onda en el plano focal ambos frentes de onda pueden describirse por las expresiones

$$E_{in}(x, y) = A_{in}(x, y) \exp[-i\varphi_{in}(x, y)] \quad (1-1)$$

$$E_f(u, v) = A_f(u, v) \exp[-i\varphi_f(u, v)] \quad (1-2)$$

Con ambos campos relacionados de la siguiente manera:

$$E_f(u, v) = \mathcal{F}\{E_{in}(x, y)\} \quad (1-3)$$

$$E_{in}(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{E_f(u, v)\} \quad (1-4)$$

donde \mathcal{F} denota la transformada de Fourier de y \mathcal{F}^{-1} la transformada inversa. (En el apéndice **A** se encuentra un cálculo más detallado de este resultado.)

Al utilizar un láser, se tiene un frente de onda fijo

$$E_0(x, y) = A_0(x, y) \exp[-i\varphi_0(x, y)] \quad (1-5)$$

Para dar forma a E_0 y obtener E_{in} , se puede modificar la amplitud y la fase. Sin embargo, lo primero puede decrementar la potencia y ya que el atrapamiento depende sólo de gradientes de intensidad, y no de la fase, conviene fijar desde un inicio $A_{in}(x, y) = A_0(x, y)$. De esta forma la fase $\varphi_{in}(x, y)$ será la única variable para encontrar el frente de onda en el plano de entrada del objetivo de microscopio, y conociéndola, se genera el holograma correspondiente.

El elemento óptico difractivo que codifica el holograma puede ser estático, de transmisión, reflexión, etc. Comúnmente se utiliza un modulador espacial de luz (SLM) programable y para este experimento en particular se utilizó uno de tipo reflectivo que permite modificar sólo la fase de la luz incidente como el que se muestra en la figura 1-5.

En un SLM un electrodo y una capa de cristal líquido se acoplan a un sustrato de silicio pixelado. Cada pixel es modificado aplicándole una diferencia de potencial, de la que depende cómo se alinea el cristal líquido, cambiando así su índice de refracción. Esto permite que un frente de onda sea modificado al incidir sobre el modulador.

En el sistema de pinzas holográficas (figura 1-6) se coloca un telescopio después del láser para expandir el haz y abarcar así por completo el DOE que se utiliza, asegurando una buena eficiencia.

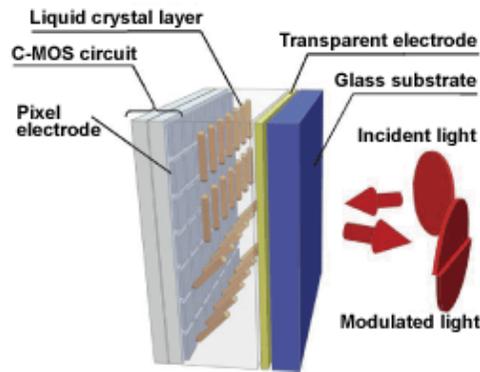


Figura 1-5: Ejemplo de estructura de un SLM reflejante. Se observan las distintas capas que lo componen: Una capa protectora de vidrio; después un electrodo transparente; luego el cristal líquido; posteriormente el arreglo de electrodos que forman los píxeles; y finalmente el circuito electrónico que permite modular el voltaje aplicado a cada píxel. Imagen tomada de [25].

Después del DOE (en este caso el SLM), se coloca un segundo telescopio. La separación del SLM a la primer lente del telescopio, llamada lente de Fourier, es la distancia focal de ésta; la separación entre las lentes es la suma de sus distancias focales y la separación de la segunda lente a la entrada del objetivo de microscopio es su distancia focal. Este telescopio cumple con varias funciones. En primer lugar, los lentes que lo forman generan un plano (B^*) localizado en donde se ubica el SLM, y es conjugado al plano de entrada del objetivo (B); esto significa que un punto B en el plano de entrada del microscopio tendrá un punto B^* correspondiente en B . De esta forma, si el campo proveniente del SLM es E_{in} , este arreglo garantiza que ese sea el frente de onda a la entrada del objetivo, que es lo buscado desde un inicio [26]. Este posicionamiento asegura también que el haz no se salga de la entrada del objetivo a pesar de las desviaciones causadas por el holograma.

En segundo lugar, de acuerdo con la óptica de Fourier, la primera lente del telescopio realiza una transformada de Fourier del objeto localizado en B^* y ésta se localiza en el plano F . Por tanto, en el plano F se proyectará la transformada de E_{in} , que como se mencionó anteriormente será el campo óptico correspondiente al patrón de atrapamiento buscado. A su vez, F y P , el plano de atrapamiento, también son planos conjugados, por lo que cualquier punto en F tendrá un correspondiente en P [14].

En tercer lugar, en la práctica el SLM no difracta por completo todo el haz incidente, por lo que la luz no difractada producirá un punto luminoso a la mitad del campo visual (orden cero de difracción), además de que también aparecen trampas fantasma correspondientes a órdenes de difracción mayores [23]. Para contrarrestar estos efectos se aprovecha el plano de Fourier (F), en el cual es posible realizar un filtraje espacial al ser conjugado de P , y para ello comúnmente

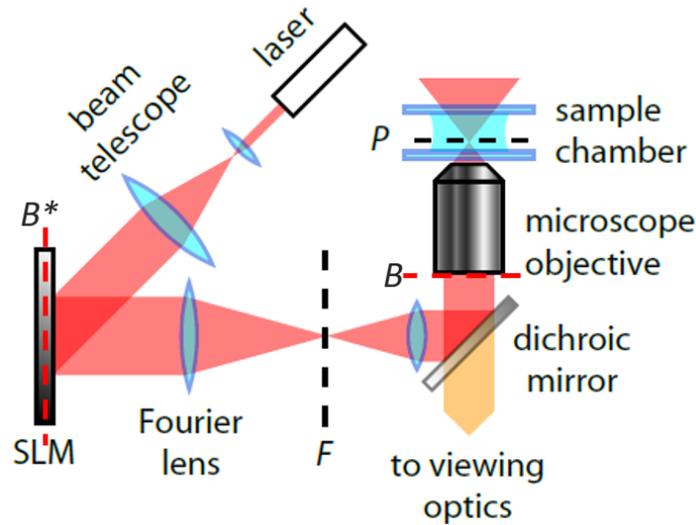


Figura 1-6: Ejemplo de arreglo para crear un sistema de pinzas ópticas holográficas (HOT). Imagen tomada de [14].

un diafragma es colocado en esa región para bloquear los órdenes no deseados provenientes del SLM. Es importante mencionar que no se debe exceder la potencia en el SLM para evitar que el cristal líquido se dañe, quedando inservible.

Algoritmos

Una vez explicado el arreglo, resta entender cómo se modifica la fase del campo utilizando el SLM. Al encontrarse el modulador en el plano correspondiente a la transformada de Fourier del patrón de atrapamiento, si es iluminado con un rayo colimado expandido (una onda plana) y la fase en el modulador no es modificada, sólo se producirá en el plano de atrapamiento un punto iluminado y enfocado en el centro.

Para comenzar a modificar el haz, se introduce en el modulador la fase que se desea mediante la interfaz computacional. Dado que se está trabajando en el espacio de Fourier, con coordenadas (u, v) , lo que se introduce en el modulador son las fases correspondientes a distintos elementos ópticos en este espacio. Véase figura 1-7.

Por ejemplo, para mover el punto central hacia lateralmente, sobre el eje x en el plano de atrapamiento, se puede aplicar el corrimiento de fase correspondiente a un prisma, cuyo algoritmo en el plano de Fourier es: $\phi_x = \frac{kx}{f}u$ módulo 2π , ya que el SLM solo cambia la fase en ese rango y además se trata de un parámetro cíclico; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de onda y f el foco de la lente que realiza la transformada de Fourier.

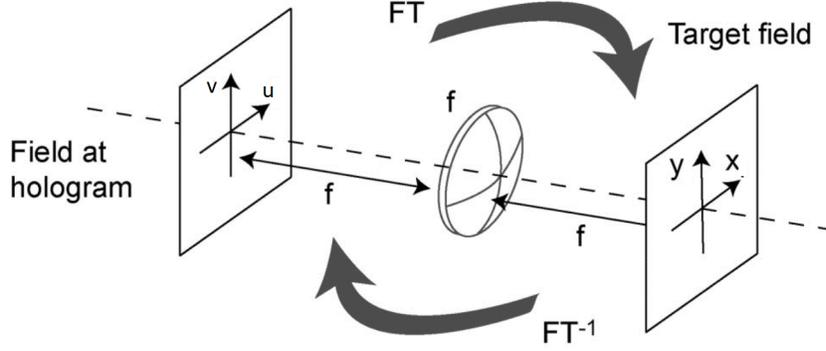


Figura 1-7: Relación entre el plano del holograma, donde se encuentra el SLM, y el plano de atrapamiento. Uno puede obtenerse conociendo el otro a través de la transformada de Fourier. Imagen tomada de [27]

También se puede también modificar la fase como si se tratara de una lente, es decir, haciendo converger o diverger el haz, modificando la posición del foco sobre el eje z . Este cambio está dado por $\phi_z = k(1 - \frac{(u^2+v^2)}{2f^2})z \text{ mod } 2\pi$, donde el 1 produce una fase constante que puede ser omitida sin pérdida de generalidad. En consecuencia, se pueden combinar ambas fases para manipular un haz de forma tridimensional y la fase del holograma en el plano de Fourier estaría determinada por la suma de ellas:

$$\phi_{xyz}(u, v) = \left(\frac{ku}{f}\right)x + \left(\frac{kv}{f}\right)y + \left(\frac{k(u^2 + v^2)}{2f^2}\right)z \text{ mod } 2\pi \quad (1-6)$$

Mediante la superposición de varios campos de luz, representados cada uno por $V_i = A_i \exp(i\phi_i)$ con la fase dada por la ecuación (1-6) pueden crearse arreglos de trampas múltiples. Después de sumar todos los campos se extrae la fase correspondiente del campo resultante y ésta es la que se proyecta en el SLM para producir el patrón deseado. Sin embargo, la amplitud de la suma de los campos no es uniforme, a diferencia del haz incidente. Este desajuste provoca otros puntos no deseados debido a la difracción, por lo que parte del trabajo de optimización de algoritmos para la generación de hologramas busca minimizar estos puntos.

Uno de los algoritmos más utilizados es el de Gerchberg-Saxton, desarrollado por los cristalógrafos Raph Gerchberg y Owen Saxton para inferir la distribución de fase de un rayo de electrones en un plano transversal, dada la distribución de intensidad en dos planos [28]. De igual forma, el algoritmo puede aplicarse para encontrar la distribución de fase de un patrón de luz buscado, siendo en este caso los dos planos el del SLM y el de atrapamiento.

El algoritmo realiza iterativamente transformadas de Fourier numéricas entre el plano del SLM y el plano de atrapamiento y viceversa. En cada paso reemplaza la amplitud del campo complejo con el patrón de intensidad (conocido) en ese plano. Mientras este proceso sigue, la

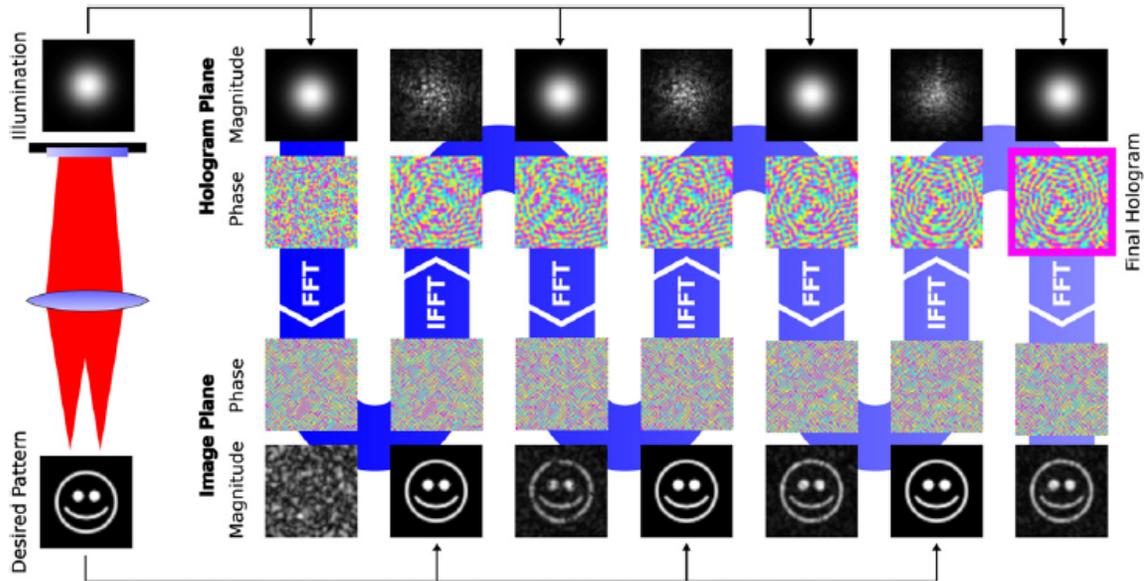


Figura 1-8: Ilustración del algoritmo de Gerchberg-Saxton, en el cual se realizan repetidas transformaciones entre el plano del holograma y el de atrapamiento, sustituyendo en cada ciclo la intensidad del patrón de trampas deseado pero conservando la fase. Imagen tomada de [19].

fase evoluciona libremente y converge a una solución que conduce a una amplitud similar en ambos planos. La figura 1-8 ilustra un esquema de este proceso.

Una gran cantidad de algoritmos han sido desarrollados para optimizar la eficiencia en tiempo de cálculo, uniformidad de intensidad, etc. Para este trabajo, el algoritmo de G-S fue utilizado obteniendo de forma eficiente el patrón de intensidades buscado.

El siguiente aspecto a considerar es el medio en el que se realizan los experimentos, el entorno que rodea a la muestra manipulada y la forma en que interacciona físicamente con la misma.

1.2. Dinámica de un sistema microscópico

1.2.1. Movimiento Browniano

En el año de 1827, el botánico escocés Robert Brown observó a través de su microscopio que partículas de polen suspendidas en agua presentaban un movimiento irregular y aleatorio de forma continua. Pensando que la causa de dicho movimiento pudiera ser biológica analizó pequeñas partículas de material inorgánico en agua, observando el mismo fenómeno y en consecuencia, descartó que la causa se relacionara con la vida. Brown no pudo explicar la causa del fenómeno, pero sus detalladas observaciones le valieron la atribución de su descubrimiento que, en su honor, se conoce como movimiento Browniano.

Por varios años se propusieron diversas teorías para explicar el movimiento Browniano, pero no fue sino hasta 1905 que Albert Einstein publicó un trabajo en el que muestra, acorde a la teoría cinética molecular del calor, que cuerpos de tamaño microscópico suspendidos en un líquido deben presentar movimiento, visible también en el microscopio, debido a movimientos moleculares térmicos presentes en el sistema partícula-líquido [29].

Si bien Einstein no relacionó su trabajo directamente con el conocido movimiento Browniano, sugirió que el movimiento derivado de su análisis podría tratarse del mismo. Simultáneamente, el físico polaco Marian Smoluchowski desarrolló una teoría publicada en 1906 que lo llevó a un resultado similar al de Einstein con la diferencia en el procedimiento matemático seguido. En 1908, el francés Jean Perrin comprobó experimentalmente los resultados de Einstein, estableciendo por fin la validez de la descripción del movimiento Browniano.

Considerando partículas esféricas inmersas en un fluido, entre los resultados importantes de la teoría propuesta por Einstein destaca lo siguiente:

- Aplicando la teoría termodinámica así como el fenómeno de difusión, obtiene una expresión para la constante de difusión que depende del radio de la partícula r y la viscosidad del fluido η .

$$D = \frac{RT}{N_A} \frac{1}{6\pi\eta r} \quad (1-7)$$

Con R la constante universal de los gases, N_A el número de Avogadro y T la temperatura absoluta.

- Se asume que el movimiento de cada partícula es independiente del movimiento de las otras partículas.
- Se introduce el tiempo τ , un intervalo de tiempo muy pequeño en comparación con los intervalos de tiempo observables pero lo suficientemente largo para que los movimientos de una misma partícula en dos intervalos consecutivos τ también sean considerados independientes.
- Considerando una cierta distribución de probabilidad para el desplazamiento de las partículas, al buscar su relación con el coeficiente de difusión se obtiene la ecuación:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (1-8)$$

donde $f(x, t)$ es el número de partículas por unidad de volumen. Dicha expresión ya era conocida y se trata de la ecuación de difusión.

- Modificando un poco el sistema de referencia, si el origen del mismo coincide con el centro de gravedad de la partícula al tiempo $t = 0$, y ahora $f(x, t)dx$ denota el número de partículas que aumentaron su desplazamiento en una cantidad entre x y $x + dx$ en el intervalo de $t = 0$ a $t = t$, se sigue cumpliendo la ecuación (1-8). Dadas las condiciones $x \geq 0$ y $t = 0$ entonces se cumple:

$$f(x, t) = 0 \quad y \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t)dx = n$$

con n el número total de partículas. Dicho problema coincide con el de difusión a partir de un punto hacia afuera, por lo que la solución ya era conocida:

$$f(x, t) = \frac{n}{\sqrt{4\pi D}} \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(\frac{-x^2}{4Dt}\right) \quad (1-9)$$

- A partir de la solución anterior, se obtiene el valor cuadrático medio para el desplazamiento de la partícula en una dirección:

$$\lambda_x = \sqrt{x^2} = \sqrt{2Dt} \quad (1-10)$$

Considerando el total de los desplazamientos λ se tiene $\lambda = 3\lambda_x$ Einstein calculó λ_x para una partícula de diámetro $d = 0.001$ mm en agua a 17° , obteniendo un valor de 0.8 micras.

Posterior a la aceptación de la descripción de Einstein y Smoluchowski sobre el movimiento Browniano, la literatura acerca de probabilidad y variables aleatorias creció, formalizando así la teoría que rodea a este fenómeno.

1.2.2. Ecuación de Langevin

En 1908 el físico francés Paul Langevin propone una alternativa y acertada descripción del movimiento Browniano que él mismo considera como más simple que la hecha por Einstein. Lo logra aplicando la segunda ley de Newton a una representación que establece de una partícula browniana, impulsando con su enfoque a muchos para profundizar en el estudio tanto físico como matemático de este fenómeno, introduciendo nuevos objetos que en la actualidad son parte de bien establecidas teorías, por ejemplo las ecuaciones diferenciales estocásticas [30].

Considérese una partícula libre, es decir sin fuerzas externas actuando sobre ella, pequeña y de masa m . Al ser inmersa en un fluido, Langevin asume que la influencia de los alrededores se puede dividir en dos partes: una fuerza continua disipativa $f_d(t)$ debida a la fricción dinámica; y una fuerza fluctuante $f_a(t)$ que es característica del movimiento Browniano [31].

Entonces, la ecuación de movimiento que describe el sistema es:

$$F(t) = f_d(t) + f_a(t) \rightarrow m\dot{v} = -\alpha v(t) + f_a(t) \quad (1-11)$$

que al ser dividida por la masa m de la partícula se reduce a:

$$\dot{v} = -\beta v(t) + F_a(t) \quad (1-12)$$

donde $\beta = \frac{\alpha}{m}$ y $F_a(t) = \frac{f_a(t)}{m}$. Esta expresión es conocida como **ecuación de Langevin**.

El término $-\beta v(t)$ asociado a la fricción se rige por la Ley de Stokes para una partícula esférica de radio r y masa m dada por $F = -\frac{6\pi r\eta}{m}v$ donde η es el coeficiente de viscosidad del medio; entonces $\beta = \frac{6\pi r\eta}{m}$.

El término $F_a(t)$ representa las colisiones térmicas de las partículas en el fluido. Si fuera determinista debería incluir las ecuaciones de movimiento de cada una de las moléculas, que son del orden de 10^{23} , junto con sus condiciones iniciales. Sin embargo, esto resulta imposible de imaginar por lo que se introduce como un término estocástico tratado desde el enfoque termodinámico de un ensamble de sistemas. Así, el valor de la fuerza $F_a(t)$, a veces llamada fuerza de Langevin, se considera como el promedio de las variaciones de sistema a sistema en un ensamble [32].

Como resultado de su naturaleza aleatoria, $F_a(t)$ debe cumplir con ciertas propiedades matemáticas, que en su momento Langevin estableció puramente desde la intuición.

En primer lugar, al ser las fluctuaciones igualmente probables en todas las direcciones, se tiene que el promedio $F_a(t)$ del ensamble debe ser cero para tiempos largos comparados con el tiempo promedio de una colisión τ_0 :

$$\langle F_a(t) \rangle = 0 \quad (1-13)$$

Así pues, tomando el promedio de la ecuación (1-12) se tiene:

$$\langle \dot{v} \rangle = -\beta \langle v(t) \rangle \quad (1-14)$$

cuya solución es:

$$\langle v(t) \rangle = v(0) \exp(-t/\tau_d) \quad (1-15)$$

con $\tau_d = 1/\beta$ el tiempo de relajación de la partícula. Esta sería una ecuación determinista de la velocidad media de la partícula y decae asintóticamente hacia cero a la tasa establecida por τ_d , coincidiendo con lo esperado físicamente al describir un fenómeno de carácter disipativo como

es la viscosidad.

Por otra parte, se tiene una cantidad importante a considerar conocida como función de correlación de la variable F_a , dada por $\langle F_a(t), F_a(t') \rangle$. Ésta es una medida de la correlación estadística entre el valor de F_a a un tiempo t y su valor al tiempo t' . Si se tiene un ensamble estacionario (en el que el sistema macroscópico no cambia su comportamiento en el tiempo), sólo depende del intervalo de $t' - t = \Delta t$. Mientras más grande sea Δt respecto a τ_0 la correlación tiende a cero, es decir, la memoria de los impactos moleculares recibidos se pierde [33].

Esta característica es equivalente a asumir que las colisiones de diferentes moléculas del fluido con la partícula son independientes en cierto intervalo de tiempo, coincidiendo con lo que hace Einstein al introducir el valor τ . Por lo tanto, se debe cumplir que:

$$\langle F_a(t), F_a(t') \rangle = 0 \quad \text{para } |t' - t| \geq \tau_0 \quad (1-16)$$

Asimismo, se puede verificar que una solución de la ecuación (1-12) está dada por [5]:

$$v(t) = v(t_0) \exp(-\beta(t - t_0)) + \int_{t_0}^t dt' \exp(-\beta(t - t')) F_a(t') \quad (1-17)$$

Eligiendo $t_0 = -\infty$ la primer exponencial es cero y se puede calcular $\langle v^2(t) \rangle$ como sigue

$$\langle v^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^t dt'' \exp(-\beta(2t - t' - t'')) \langle F_a(t'), F_a(t'') \rangle \quad (1-18)$$

Por (1-16), la segunda integral es distinta de cero sólo cuando $t' = t''$, entonces, el límite superior de la integral puede extenderse a $+\infty$ sin afectar su valor, resultando en

$$\langle v^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^t dt' \exp(-2\beta(t - t')) \int_{-\infty}^{\infty} dt'' \langle F_a(t'), F_a(t'') \rangle \quad (1-19)$$

Al tratarse F_a la representación de las fluctuaciones, se trata de una cantidad invariable en el tiempo, por lo que la integral tendrá el mismo valor para todo tiempo t' y se tiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt'' \langle F_a(t'), F_a(t'') \rangle = 2\beta \langle v^2(t) \rangle \quad (1-20)$$

para todo t . El valor de esta integral es llamado intensidad de ruido o fuerza de ruido.

Además, como el tiempo inicial se estableció en $t_0 = -\infty$, podemos considerar a la partícula en equilibrio con el ambiente al tiempo t . Entonces por la ley de equipartición de energía se cumple

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} kT \quad (1-21)$$

con k la constante de Boltzmann y T la temperatura del medio. Considerando que el tiempo de colisión de las moléculas τ_0 es muy pequeño (una partícula en un fluido sufre alrededor de 10^{21} colisiones por segundo [34]), se toma la aproximación $\tau_0 \rightarrow 0$ y de acuerdo con (1-16) se sigue al combinar con los resultados hasta aquí obtenidos que

$$\langle F_a(t), F_a(s) \rangle = \frac{2\beta kT}{m} \delta(t - s) \quad (1-22)$$

expresión conocida como relación de fluctuación-disipación, donde δ es la función delta de Dirac.

Las fuerzas fluctuantes $\xi(t)$ que cumplen con una correlación de tipo $\langle \xi(t)\xi(s) \rangle = q\delta(t - s)$ (llamada correlación δ con intensidad q), se conocen como ruido blanco porque su distribución espectral dada por la transformada de Fourier de $q\delta(t - t')$ es independiente de la frecuencia ω . Si las fuerzas estocásticas no son de correlación δ , se les llama ruido coloreado e implica una dependencia de la frecuencia.

Con relación a probabilidad, el teorema del límite central establece que si se tiene una cantidad lo suficientemente grande de observaciones aleatorias de una misma variable, siendo éstas independientes entre ellas, y se calcula el promedio de cada una, entonces la distribución del mismo puede aproximarse por una distribución de tipo Gaussiana [como la ecuación (1-9) obtenida por Einstein].

Puesto que todas las contribuciones de las moléculas en el fluido están dadas por una cantidad muy grande de colisiones que son independientes, su efecto en promedio estará descrito acorde a una distribución Gaussiana. Por ello, usualmente $F_a(t)$ se modela como una distribución Gaussiana, que al cumplir con las características matemáticas anteriormente mencionadas resulta en un ruido Gaussiano blanco con intensidad $2\beta kT/m$.

En resumen, con $F_a(t)$ modelada de esta forma, se pueden concluir todas las propiedades del movimiento Browniano obtenidas por Einstein, confirmando ser una descripción distinta para el mismo fenómeno.

1.2.3. Ecuación de Fokker-Planck

En el análisis anterior, se estudió el comportamiento de la velocidad de la partícula browniana a partir de la fuerza estocástica que representaba las fluctuaciones de la misma, encontrando una forma específica para dicha fuerza que permite describir el movimiento Browniano.

Sin embargo, considerando que tanto la velocidad como la posición de la partícula, son también cantidades estocásticas, ya que varían de sistema a sistema debido a las fluctuaciones, una solución más general del problema implicaría conocer la densidad de probabilidad $P(x, v, t)$.

Esta función describe la probabilidad de encontrar la partícula browniana en el intervalo $(x, x + \Delta x)$ con la velocidad $(v, v + \Delta v)$, al tiempo t . Si además se conoce la evolución de $P(x, v, t)$ en el tiempo, entonces puede describirse el sistema por completo.

Para ilustrar esto, considérese sólo el desplazamiento de la partícula en una dimensión. Sea $\rho(x, t)dx$ la probabilidad de que una partícula en el ensamble tenga un desplazamiento en el intervalo $(x, x + \Delta x)$, la función $\rho(x, t)dx$ debe satisfacer la condición de normalización

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t)dx = 1 \quad (1-23)$$

La evolución en el tiempo de $\rho(x, t)$ está dada por la llamada ecuación maestra

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = \int_{-\infty}^{\infty} [-\rho(x, t)W(x, x') + \rho(x', t)W(x', x)] dx' \quad (1-24)$$

donde $W(x, x')dx'\delta t$ representa la probabilidad de que en el intervalo de tiempo δt una partícula con desplazamiento x haga una transición a un desplazamiento entre x' y $x' + dx'$, recordando que en el movimiento Browniano los desplazamientos sólo dependen de x y x' , y no de posiciones anteriores.

La primera parte de la integral en (1-24) representa las transiciones que remueven partículas del desplazamiento x al tiempo t a un desplazamiento x' , por tanto es una pérdida para $\rho(x, t)$. De forma análoga, la segunda parte de la integral corresponde a las partículas con desplazamiento x' en el tiempo t que cambian a un desplazamiento x , representando una ganancia para $\rho(x, t)$.

Considerando que en el movimiento Browniano la partícula tiene más probabilidad de desplazarse hacia posiciones muy cercanas a su posición de origen x , puede asumirse que la función $W(x, x')$ será mayor para valores cercanos a $x' = x$ y decaerá rápidamente a cero al alejarse de esa vecindad. Sea $(x' - x) = \zeta$ un valor muy pequeño se puede reescribir

$$W(x, x') \rightarrow W(x; \zeta), \quad W(x', x) \rightarrow W(x'; -\zeta) \quad (1-25)$$

En consecuencia, $W(x; \zeta)$ y $W(x; -\zeta)$ se concentrarán alrededor de la posición x , es decir, alrededor de $\zeta = 0$, por lo que se puede desarrollar el integrando en serie de Taylor alrededor de dicho punto. Entonces, manteniendo los términos sólo a segundo orden se obtiene

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \mu_1(x) \rho(x, t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mu_2(x) \rho(x, t) \quad (1-26)$$

donde

$$\mu_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta W(x; \zeta) d\zeta = \frac{\langle \delta x \rangle_{\delta t}}{\delta t} = \langle v_x \rangle \quad (1-27)$$

y

$$\mu_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 W(x; \zeta) d\zeta = \frac{\langle (\delta x)^2 \rangle_{\delta t}}{\delta t} \quad (1-28)$$

La ecuación (1-26) se conoce como ecuación de Fokker-Planck y es la ecuación que gobierna la evolución temporal de la densidad de probabilidad de la partícula browniana. Resolviendo (1-26) para $\rho(x, t = 0)$ y estableciendo las condiciones de frontera apropiadas se obtiene la función de distribución $\rho(x, t)$ para todos los tiempos.

El término $\mu_2(x) > 0$ se conoce como coeficiente de difusión mientras que $\mu_1(x)$ es el coeficiente de arrastre, y ambos pueden o no depender del tiempo. Por ejemplo, en el caso de la velocidad analizada en la sección 1.2.2, para la densidad de probabilidad $\rho(v, t)$ de la velocidad, la ecuación de Fokker-Planck asociada es

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \beta \frac{\partial (v\rho)}{\partial v} + \beta \frac{kT}{m} \frac{\partial^2 \rho}{\partial v^2} \quad (1-29)$$

Por otra parte, se observa que la ecuación (1-26) puede escribirse como una ecuación de continuidad de la siguiente manera

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial J(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (1-30)$$

donde la corriente de probabilidad $J(x, t)$ sería

$$J(x, t) = \mu_1 \rho(x, t) - \frac{\partial}{\partial x} [\mu_2(x, t) \rho(x, t)] \quad (1-31)$$

La ecuación de Fokker-Planck es una de las ecuaciones más simples para describir variables macroscópicas continuas, tal como la velocidad o la posición. Encontrar la solución implica obtener la función de distribución para obtener el promedio de la variable macroscópica deseada y en su forma general puede aplicarse a varias variables, aunque eso implique la mayoría de las veces soluciones no analíticas de la misma. Además, puede aplicarse a sistemas fuera de equilibrio y no sólo describe propiedades estacionarias sino también acerca de la dinámica del sistema.

En conclusión, la ecuación de Fokker-Planck es una expresión que, al solucionarla, permite obtener la mayor cantidad de información sobre el sistema que describe, por lo que será común encontrarla en el camino cuando busquemos describir escenarios en el régimen Browniano.

1.3. El sistema Ratchet

En la naturaleza, existen microorganismos de tamaños alrededor de 10^{-5} m que han sido dotados de mecanismos de auto propulsión para poder moverse en un ambiente de bajo número de Reynolds, es decir, aquel donde la cantidad de movimiento se vuelve irrelevante y el ser impulsado en el sentido macroscópico no es posible. Un buen ejemplo es el movimiento de las bacterias, con auxilio de un flagelo, a través de un fluido [35].

Es más, si se observa ahora la dimensión a nivel molecular de 10^{-8} m, se suman a las fuerzas viscosas las fluctuaciones térmicas del ambiente que empiezan a competir contra el movimiento a esta escala. Aún así, existen proteínas de esa magnitud que se mueven en direcciones específicas dentro de una célula a todas horas. La pregunta es ¿Cómo lo hacen?

Utilizar las fluctuaciones del ambiente para generar trabajo parece tener más sentido que buscar dominarlas pero la segunda ley de la termodinámica prohíbe extraer trabajo de esas fluctuaciones a una temperatura fija. Sin embargo, en los 90's surgió una ola de trabajos cuestionando esta posibilidad encontrando que el ruido (las fluctuaciones) en estados fuera de equilibrio puede causar el movimiento de una partícula a las escalas mencionadas. Hoy en día, los mecanismos que funcionan de esta forma se conocen como *ratchets* [36]¹.

1.3.1. Ratchet de Smoluchowski-Feynman

Cuando la materia comenzó a estudiarse a nivel microscópico, la segunda ley de la termodinámica fue retomada para explicar su naturaleza estadística. En 1912, el físico polaco Marian Smoluchowski propuso un experimento pensado para determinar si era posible lograr la rectificación de fluctuaciones térmicas para generar trabajo, mostrando que no lo es [37] y años después, en 1962 Richard Feynman popularizó su idea exponiéndola y analizándola con mayor profundidad en sus famosas lecciones de física [38]. Este experimento se conoce como ratchet de Smoluchowski-Feynman.

Un *ratchet*, es lo que en español se conoce como trinquete o matraca, y consta de una barra o rueda dentada asimétrica en la que un gancho o gatillo se atora para permitir así el movimiento en una sola dirección.

Feynman propone un ratchet giratorio, donde el gatillo que se atora con la rueda dentada se mueve gracias a un resorte, y todo el mecanismo está acoplado mediante un tubo a una rueda con aspas. El trinquete y la rueda se hallan en compartimentos distintos y se suponen muy ligeros y pequeños, de tal forma que las colisiones de las moléculas del medio circundante con

¹A lo largo de este escrito se mantendrá el uso del término en inglés al ser éste el que domina en la literatura sobre el tema.

las aspas generen el movimiento de éstas (véase figura 1-9).

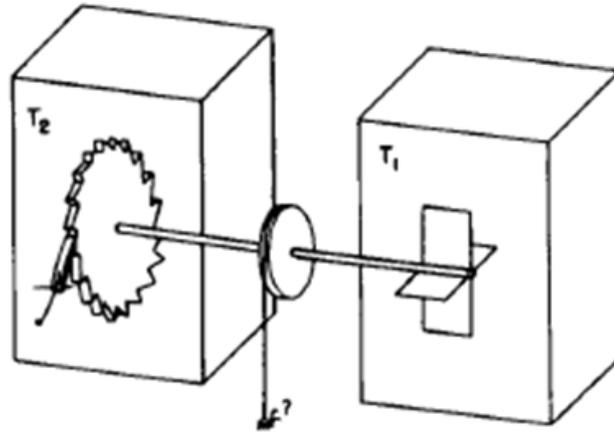


Figura 1-9: Ilustración del experimento descrito por Richard Feynman. Se tiene en un compartimento una rueda dentada asimétrica con un trinquete que se opone al movimiento en una dirección. El eje de la rueda está unido a un sistema de aspas que se encuentra dentro de otro compartimento. Si el dispositivo es lo suficientemente pequeño para sentir las fluctuaciones térmicas del ambiente, para $T_1 = T_2$, las aspas girarían, debido a las colisiones moleculares, en un sólo sentido al estar bloqueado el otro por el trinquete, violando la segunda ley de la termodinámica al producir trabajo a una temperatura fija. Imagen tomada de [38].

En teoría, a temperatura $T_1 = T_2$, las fluctuaciones térmicas del compartimento derecho empujarán el aspa a veces en un sentido y a veces en otro, pero el ratchet del otro compartimento permitirá el movimiento sólo en una dirección, resultando esto en la obtención de una rotación en una dirección determinada. Feynman incluso propone utilizar el movimiento producido para levantar una pulga pendiendo de un hilo sujeto al tubo.

En vista de que lo anterior es una evidente violación a la segunda ley de la termodinámica, pues se extrae trabajo espontáneamente de las fluctuaciones térmicas a una misma temperatura, se trata de un análisis equivocado. Omitiendo el posible rebote del gatillo o calentamiento del mismo debido a las colisiones, se tiene que al momento de reducir de tamaño todo el sistema, también el gatillo que permite o no el movimiento de la rueda dentada del trinquete será susceptible a las fluctuaciones del sistema. Por tanto, de vez en cuando el gatillo se levantará producto de las colisiones con las partículas del ambiente, dejando la rueda dentada libre de rotar en la dirección contraria a la que se esperaría. Así pues, el sistema al verse afectado en ambos lados por las fluctuaciones térmicas, en promedio tendrá la misma probabilidad de avanzar a un lado o a otro, produciendo un desplazamiento promedio nulo, respetando así la

segunda ley al igual que concluyó Smoluchowski.

Sin embargo, Feynman llevó el análisis un paso más adelante examinando qué sucede cuando las temperaturas son distintas. Si el compartimento de las aspas tiene una mayor temperatura, las fluctuaciones tendrán una mayor energía y por tanto habrá una mayor probabilidad de girar las aspas comparada con la probabilidad de hacer girar el trinquete, obteniendo trabajo en una dirección. Cuando se tiene el caso contrario y el compartimento del trinquete tiene mayor temperatura, el dispositivo girará en sentido contrario. Por consiguiente, un gradiente de temperatura en un sistema asimétrico, puede rectificar el ruido térmico en trabajo mecánico.

En la práctica, mantener un gradiente de temperatura a nivel molecular resultaría muy difícil, pues el tiempo en que se alcanza el equilibrio es muy pequeño al tomar en cuenta la escala de distancia, sin embargo, este experimento mostró dos elementos clave para que una máquina térmica a esta escala funcione: la asimetría y el estado fuera de equilibrio del sistema.

En 1993, Marcelo Magnasco inspirado en el ratchet de Smoluchowski-Feynman, mostró esto teóricamente al encontrar que un sistema para generar fuerza y movimiento sobre una partícula en el dominio Browniano puede ser implementado con un potencial asimétrico periódico y agregando un ruido externo que tenga correlaciones en tiempo mayores a los tiempos de relajación molecular (10-100 ps) [4]. Las ideas básicas de su trabajo impulsaron a un nuevo estudio de estos sistemas a partir de entonces y hoy en día hay un amplio conocimiento de los mismos.

1.3.2. Modelo General de un ratchet

Estrictamente hablando, se define un sistema ratchet como aquel que es capaz de transportar partículas en una estructura periódica con una velocidad macroscópica no nula a pesar de presentar, en promedio, la ausencia de una fuerza macroscópica [39]

El modelo físico de un ratchet unidimensional tipo Smoluchowski-Feynman es el siguiente. Considérese una partícula de masa m con coeficiente de fricción η y coordenada $x(t)$ bajo el efecto de las fluctuaciones térmicas del ambiente. Retomando las condiciones impuestas a una partícula browniana (sección 1.2.2), recordamos que la dinámica a esa escala (en el límite no inercial, $m\ddot{x} = 0$), estará descrita por la ecuación de Langevin (1-12),

$$\eta\dot{x} = -V'(x) + \xi(t) \quad (1-32)$$

donde se introduce un potencial periódico $V(x + L) = V(x)$ el cual exhibe una asimetría espacial (llamado por eso potencial ratchet). Un ejemplo típico es,

$$V(x) = V_0[\text{sen}(2\pi x/L) + 0.25\text{sen}(4\pi x/L)] \quad (1-33)$$

Las fluctuaciones térmicas están respresentadas por $\xi(t)$ que como ya se vio es modelado por ruido Gaussiano blanco de media cero $\langle \xi(t) \rangle = 0$ y que satisface la relación de fluctuación disipación $\langle \xi(t)\xi(s) \rangle = 2\eta kT\delta(t-s)$.

En este caso al no haber una fuerza externa, la segunda ley de la termodinámica se expresa matemáticamente como una ausencia de corriente estacionaria,

$$\langle \dot{x}(t) \rangle := \left\langle \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x(t) - x(0)}{t} \right\rangle = 0 \quad (1-34)$$

y puede ser comprobado que a pesar de la asimetría en el potencial (1-33), se cumple en este caso resolviendo la ecuación de Fokker-Planck asociada a (1-32).

Entonces, el llamado *efecto ratchet* es equivalente a obtener una corriente finita

$$\langle \dot{x} \rangle \neq 0 \quad \text{con } F = 0 \quad (1-35)$$

pues esto implica que el sistema, que en promedio está en equilibrio, genera el movimiento dirigido de una partícula [39].

Una importante característica en un sistema ratchet relativa a la corriente, es el sentido de la misma, el cual se determina por el signo de $\langle \dot{x} \rangle$. Un efecto asociado a esta propiedad es la *inversión de corriente*, en el que ésta puede cambiar de dirección dependiendo de la variación de un parámetro específico del sistema tal como el coeficiente de viscosidad η .

Por otra parte, para obtener una corriente $\langle \dot{x} \rangle \neq 0$ es necesario llevar al sistema fuera de equilibrio rompiendo con la condición de balance detallado.

El principio de *balance detallado* establece que en un ensamble de sistemas en equilibrio térmico, cada proceso interno que pudiera en teoría causar un cambio de estado de uno o más de los sistemas sucede a la misma tasa que su proceso inverso [40]. De esta forma no se genera un flujo neto, manteniendo el balance en procesos cíclicos como $A \rightleftharpoons B + B \rightleftharpoons C + C \rightleftharpoons A$ en vez de $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$.

Sin embargo, en un sistema fuera de equilibrio (como en el ratchet de Smoluchowski-Feynman cuando $T_1 \neq T_2$), el balance detallado es roto, y puede llevarse a cabo un trabajo neto por el flujo generado en el proceso de intercambio al volver el sistema hacia su estado de equilibrio. El rompimiento del balance detallado, permite realizar una tarea mientras el sistema retorna a su estado de equilibrio, y esa es la clave para realizar trabajo en un sistema que opera a escalas en que ocurre el movimiento Browniano [6].

Por esta razón, la clave para generar el efecto ratchet es la adición de energía externa al sistema, no para generar movimiento, sino para llevarlo a un estado fuera de equilibrio de

manera continua o cíclica, logrando así mantener un proceso que dirige al sistema hacia el equilibrio de nuevo [6].

Modificar de manera apropiada la ecuación (1-32) puede generar un sistema fuera de equilibrio tal que la corriente sea no nula. Para lograrlo, se tiene la siguiente guía de aspectos importantes a considerar cuando se busca diseñar un sistema ratchet más general [5, 39]:

- El ruido o fuerzas fluctuantes tienen un rol importante (y en varios casos dominante), en el sistema.
- Todas las fuerzas y gradientes deben de tener promedio cero sobre el espacio (considerando varios ciclos espaciales), sobre el tiempo (en el caso de periodicidad temporal) y sobre los ensambles estadísticos (cuando se trata de fluctuaciones aleatorias).
- La periodicidad espacial y/ó, invarianza o periodicidad para traslaciones en tiempo, afectan de manera crítica al sistema.
- Rompimiento de simetría espacio-temporal.
- Es indispensable conducir el sistema a un estado fuera de equilibrio rompiendo la condición de balance detallado.

Basados en estos puntos, un modelo básico que representa diversas posibilidades para generar un sistema ratchet sería

$$\eta\dot{x} = -V'(x(t), f(t)) + g(t) + F + \xi(t) \quad (1-36)$$

donde $\xi(t)$ sigue representando las fluctuaciones como en (1-32) (ruido blanco Gaussiano), y ahora

$$V(x + L, f(t)) = V(x, f(t)) \quad (1-37)$$

para todo x y t . F representa una fuerza externa constante que, al no ser de promedio cero, se considera como una perturbación al sistema para estudiar sus efectos y no como parte del mismo. Asimismo, $f(t)$ y $g(t)$ son funciones periódicas o estocásticas que dependen del tiempo t .

Dependiendo de los parámetros que se modifiquen en la ecuación (1-36) existe una gran diversidad de clasificaciones de sistemas ratchet. Entre las más importantes se encuentran las que resultan de establecer $f(t) = 0$ ó $g(t) = 0$. El primer caso da origen a los llamados *tilting ratchets* que podría traducirse como un ratchet inclinado o desnivelado, y el segundo a los *pulsating ratchets*, o ratchets pulsados.

A su vez existen una gran cantidad de subclasificaciones posibles. Por ejemplo, para los ratchets desnivelados si $g(t)$ es un término estocástico se tratará de un ratchet de fuerza fluctuante (*fluctuating force ratchet*) mientras que si es una función periódica será un ratchet de balanceo (*rocking ratchet*).

En cuanto a los ratchets pulsados se tiene el ratchet de potencial fluctuante (*fluctuating potential ratchet*) donde el potencial es de la forma

$$V(x, f(t)) = V(x)[1 + f(t)] \quad (1-38)$$

que puede interpretarse como la adición de una perturbación al potencial original. El caso $f(t) = 0, 1$ se denomina ratchet de encendido apagado (*on-off ratchet*) y es uno de los ejemplos más ilustrativos del sistema ratchet (ver figura 1-10).

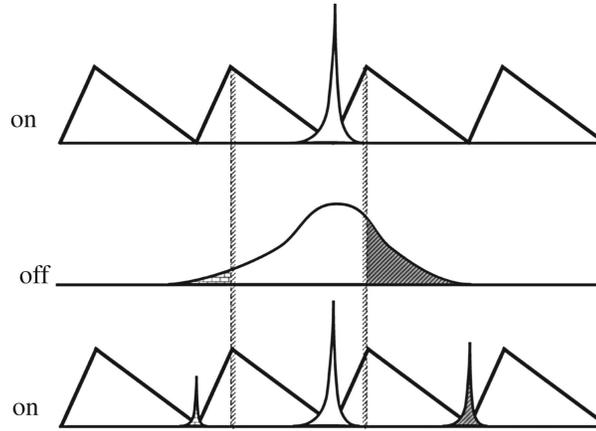


Figura 1-10: Ratchet de apagado-encendido. Cuando el potencial está encendido, la densidad de partículas se concentra en el mínimo del potencial. Cuando éste se apaga las partículas se difunden libremente y al encender de nuevo el potencial, por la asimetría del potencial hay una mayor probabilidad de movimiento en una dirección. Imagen tomada de [41].

Otra importante variante es el ratchet viajero (*traveling ratchet*), donde el potencial se modela como

$$V(x, f(t)) = V(x - f(t)) \quad (1-39)$$

Respecto a los casos donde $g(t) = 0$ y $f(t) = 0$, son otros los parámetros que rompen la simetría y el equilibrio, por ejemplo los que presentan temperatura dependiente del tiempo (ratchets térmicos, *thermal ratchet*) o del espacio (ratchets Seebeck, *Seebeck ratchet*).

En suma, las posibilidades teóricas son cuantiosas al combinar distintos términos en la ecuación (1-36) mientras las condiciones básicas se cumplan, la principal limitante será la com-

plejidad que conlleva resolver las ecuaciones diferenciales asociadas al sistema. Actualmente diversos análisis de los sistemas ratchet se pueden encontrar en donde se estudia más a fondo la física detrás de su funcionamiento así como diversos tipos y aplicaciones [5, 35, 42].

1.3.3. Manipulación óptica en la realización experimental de un ratchet

La realización experimental de los sistemas ratchet está limitada a las herramientas y la tecnología de que se dispone. Con relación a esto, la manipulación óptica ha jugado un importante papel al permitir manejar partículas a escala microscópica.

Históricamente el uso de un potencial óptico en la realización experimental de un ratchet se logró por primera vez por Faucheux et al. [43] en 1995. En el experimento se movió una pinza óptica, más rápido que la velocidad de difusión de las partículas usadas (esferas de poliestireno), para así generar una circunferencia con el haz. Entonces, las partículas sentían la fuerza promedio del haz y al variar la intensidad del mismo se generaba un potencial periódico asimétrico sobre la circunferencia como se aprecia en la figura 1-11.

Posteriormente, con los avances cada vez mayores en la manipulación óptica, el diseño de una gran variedad de arreglos ha permitido la generación de diversos potenciales para la realización de sistemas ratchet, por ejemplo, Lee y Grier describen diversos estudios para la implementación de ratchets unidimensionales usando como técnica principal las pinzas ópticas holográficas [44].

Otra posibilidad para generar un potencial óptico es mediante la interferencia de láseres con un control muy preciso y detallado, como se muestra en la referencia [45]. No obstante, el control que se puede tener utilizando la manipulación óptica ha permitido también explorar sistemas bidimensionales generando movimiento transversal e incluso oblicuo [46].

En relación con los ratchets implementados en sistemas de átomos fríos, también mediante la interferencia de láseres, se han creado redes ópticas que funcionan como potenciales periódicos para los átomos [47].

Así, la manipulación óptica ha servido de herramienta principalmente para la generación

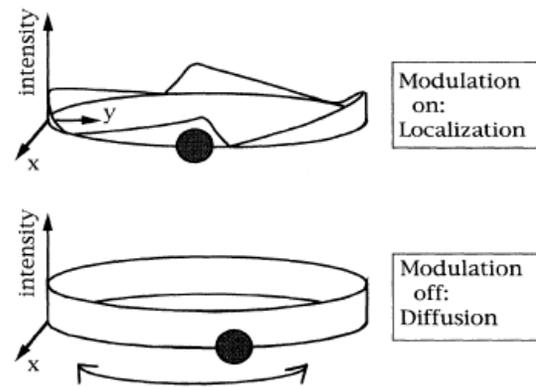


Figura 1-11: Primer potencial óptico en un sistema ratchet. Una pinza óptica se mueve a lo largo de una circunferencia para generar un potencial sobre la misma. Posteriormente la intensidad de la luz es modulada para producir una asimetría. Imagen tomada de [43].

de potenciales periódicos en sistemas ratchet permitiendo explorar la compleja dinámica que implica su funcionamiento.

En este trabajo, se utilizarán las pinzas ópticas holográficas expuestas en la sección 1.1 para producir un ratchet óptico.

Capítulo 2

Implementación experimental de un ratchet óptico

Si bien los avances en el campo de la óptica permiten una mejor manipulación de la luz, la implementación de potenciales ópticos asimétricos para generar un sistema ratchet puede resultar complicada. Por ello, y considerando trabajos experimentales previos [7, 23], en esta tesis se propone un modelo experimental de un ratchet óptico con un potencial y fuerza externa simétricos en un arreglo sencillo y de fácil manipulación.

Este capítulo describe el desarrollo experimental llevado a cabo para implementar el sistema ratchet propuesto. Primeramente se describe el modelo y sus características particulares de acuerdo con la ecuación (1-36). En segundo lugar se ilustra el arreglo experimental utilizado. Posteriormente se habla sobre el método seguido para la realización del experimento y finalmente se expone el procedimiento de obtención y análisis de datos para caracterizar el sistema.

2.1. Modelo

En este trabajo busca la realización experimental de un sistema ratchet unidimensional con un potencial simétrico, el cual es perturbado periódicamente por fluctuaciones en la potencia; a éste se agrega una fuerza periódica externa de promedio cero y al tratarse de un sistema micrométrico hay movimiento Browniano presente.

El alcance de esta tesis se limitó al desarrollo experimental del sistema, sin embargo, a continuación se presenta el modelo teórico que lo describe, y con el cual pueden compararse los resultados experimentales.

Modificando el modelo general de la ecuación (1-36) se tiene que el ratchet propuesto estaría

descrito por una expresión de la forma

$$\eta\dot{x} = V'(x, t) + g(t) + \xi(t) \quad (2-1)$$

donde $V(x, t)$ representa un arreglo periódico unidimensional de N trampas ópticas separadas una distancia L que de acuerdo a [7, 44], pueden modelarse como pozos de potencial Gaussianos de la forma

$$V(x, t) = - \sum_{n=0}^N V_n(t) \exp \left[\frac{(x - nL)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (2-2)$$

en donde σ representa el ancho de la trampa y las fluctuaciones se introducen en $V_n(t)$ como

$$V_n(t) = V_0[1 + \phi_n(t)] \quad (2-3)$$

con V_0 la profundidad promedio de cada trampa y $\phi_n(t)$ una función estocástica de promedio cero ($\langle \phi_n(t) \rangle = 0$) y correlación delta.

La variación de la fuerza externa en el tiempo se representará por una señal periódica de frecuencia ν , amplitud A_0 y fase φ de la forma

$$g(t) = A_0 F(2\pi\nu t + \varphi). \quad (2-4)$$

Asociando el modelo con las clasificaciones mencionadas en la subsección 1.3.2, puede identificarse como una mezcla de ratchet de potencial y fuerza fluctuantes.

2.2. Descripción del arreglo experimental

Para el ratchet propuesto, un arreglo unidimensional de trampas ópticas igualmente espaciadas funcionarán como el potencial periódico del modelo, y para generarlo en el laboratorio, se empleó un sistema de pinzas ópticas holográficas.

La configuración del arreglo experimental utilizado se muestra en la figura 2-1. Un láser con longitud de onda de 1064nm (Laser Quantum Ventus 1064) se hace pasar por un sistema de 2 lentes que forman un telescopio, con la finalidad de ensanchar y colimar el haz, para así hacerlo incidir en un modulador espacial de luz (SLM)(Holoeye Pluto NIR-002) de modo que se cubra la mayor área del mismo.

En la pantalla del SLM se produce el holograma programado que, al modificar la fase de la luz reflejada, dará origen al arreglo de trampas esperado. Después, la luz modificada se hace pasar por la llamada lente de Fourier (sección 1.1.2.3) y se adiciona un diafragma en el plano

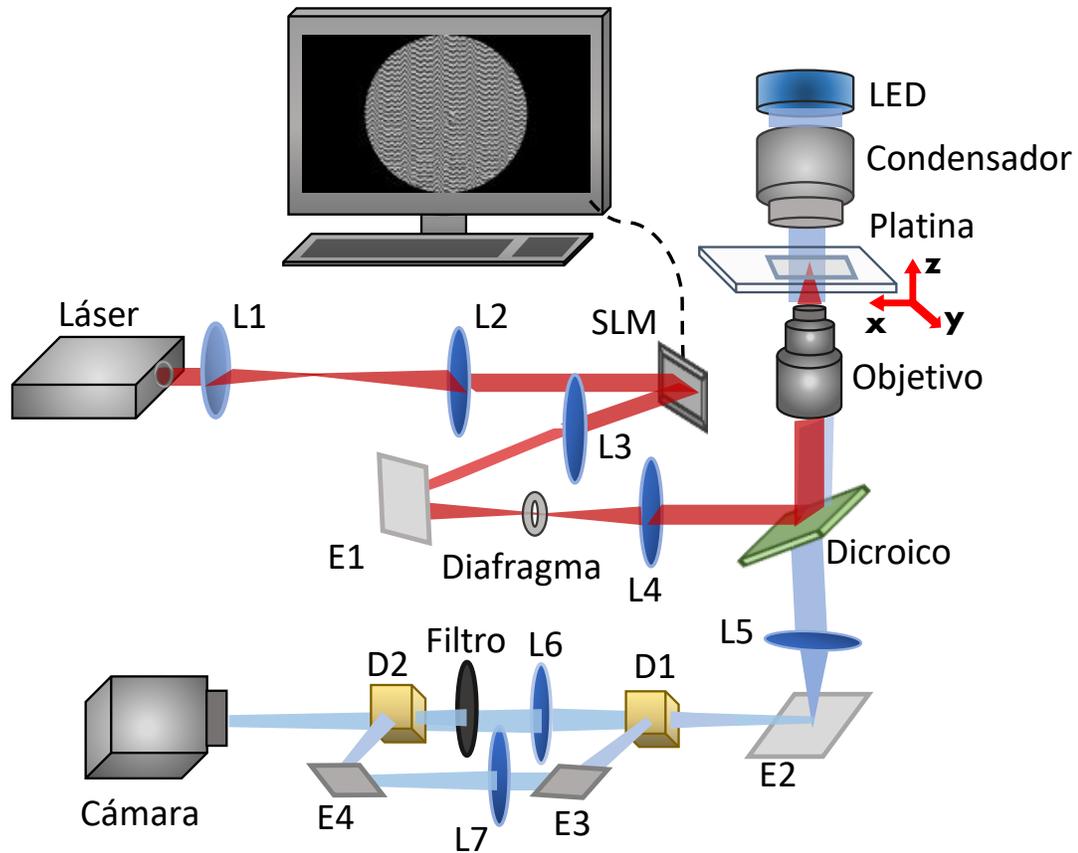


Figura 2-1: Esquema del arreglo experimental utilizado. La luz proveniente del láser incide en el lente L1 y L2 que forman un telescopio para ampliar y colimar el haz, y hacerlo incidir sobre el SLM. En éste se programa el holograma mediante una interfaz computacional y el haz con la fase modificada pasa por la lente L3 que funciona en este caso como una lente de Fourier. Se desvía con el espejo E1 por cuestiones de espacio en la mesa óptica y en el plano focal de L3 se coloca un diafragma para filtrar los órdenes de difracción no deseados. La lente L4 sólo colima el haz para dirigirlo hacia objetivo en donde éste vuelve a transformar el campo y proyecta en el plano focal el patrón de trampas ópticas. La muestra es iluminada mediante una fuente de luz LED que es enfocada con un condensador y se dirige al lente L5 pasando por el espejo dicroico. Continúa hacia el divisor de haz D1 que forma dos caminos. El primero se hace pasar por una segunda lente L6 que toma la imagen de L5 como objeto para producir la imagen final en el plano donde se coloca la cámara, pasando antes por un filtro y un segundo divisor D2. El uso de dos lentes se hace sólo para ampliar la distancia imagen final y colocar los divisores en el espacio disponible en el laboratorio. El otro haz que se desvía con D1 se hace pasar por un espejo E3 y luego por otra lente L7 hasta llegar al espejo E4 que lo dirige al divisor D2, el cual junta ambos haces de nuevo. Al tener el último haz una mayor longitud de camino óptico, en el plano de la cámara aparece fuera de foco y trasladado, y la imagen nítida es la de las partículas atrapadas.

focal de ésta para evitar el paso de otros órdenes de difracción no deseados. Posteriormente, se colima de nuevo el haz con otra lente y se dirige hacia un sistema de pinzas ópticas. Se dirige y refleja sobre un espejo diecrico (Chroma) hacia un objetivo de microscopio (Nikon 100x/1.25NA), cuyo plano focal está posicionado sobre una platina motorizada y es iluminado a través de un condensador y una fuente externa de luz led.

Para poder analizar de forma adecuada el movimiento de la partícula así como las variaciones en la intensidad de las trampas se separó la luz proveniente de la muestra en dos caminos con ayuda de un divisor de haz. La lente ocular en este caso sería L5, la cual produce una imagen de la muestra en la platina. Por cuestiones de espacio en el laboratorio, se agregaron 2 lentes más después del primer divisor de haz, para extender la distancia hacia el plano imagen final. El rayo que continúa en línea recta se hace pasar por la lente convergente que proyecta la imagen final y luego por un filtro pasa bajas de 950 nm que omite el paso de la luz proveniente del arreglo de trampas. El otro rayo producido es desviado con ayuda de espejos e incide sobre otra lente convergente.

Finalmente, ambos rayos se dirigen hacia un segundo divisor para ser detectados conjuntamente por una cámara CMOS (Thorlabs DCC1545M) colocada en el plano imagen correspondiente al haz filtrado. Como resultado se obtiene una imagen nítida de la muestra puesta sobre la platina, sin que se observe el arreglo de trampas y no obstante, se percibe un poco de luz del láser proveniente de las trampas pero con menor intensidad y en una posición trasladada para su análisis. Esto porque el rayo desviado tiene una mayor longitud de camino óptico y atraviesa otra lente, lo que permite moverlo respecto al primero y ver sólo un poco de la luz sin limitar la visibilidad de las partículas.

2.2.1. Fuerza externa

Para introducir la fuerza periódica externa, la platina del arreglo cuenta con un sistema piezoeléctrico (Thorlabs, Max301), el cual permite desplazamientos del orden de micras en las direcciones x , y y z .

Utilizando un generador de funciones (Tektronix AFG3021B) se envía una señal triangular al controlador de la platina que actúa en el eje x . En consecuencia, se produce en ésta un movimiento periódico cuyo desplazamiento se relaciona con el voltaje de la señal acorde a la calibración del aparato. Se eligió una amplitud de 1.2V, equivalente a $6.1 \pm 0.3 \mu\text{m}$.

2.2.2. Muestra de partículas

Se utilizaron partículas esféricas de sílice (Bangs Laboratories) de $2.47\mu\text{m}$ de diámetro disueltas en agua destilada que debido a su tamaño, presentan movimiento Browniano.

Por lo que respecta a la preparación de la muestra, se colocaron dos tiras de cinta doble cara sobre un portaobjetos para microscopio (Fisherbrand Plain Microscope Slides, grueso $\approx 1\text{mm}$) con el fin de limitar un espacio rectangular en el centro del mismo, con un ancho aproximado de 5mm .

Inmediatamente, otro cubreobjetos (Madesa $22 \times 22\text{ mm}$, grosor $0.13 - 0.16\text{ mm}$) se sitúa sobre la cinta, de modo que se forma un espacio entre ambas piezas. Dicho espacio se llena de la disolución de partículas empleando una micropipeta y, a continuación es sellada con grasa de vacío alrededor del cubreobjetos (alternativamente puede utilizarse esmalte de uñas), como se muestra en la figura 2-2. La distancia entre portaobjetos y cubreobjetos es alrededor de $100\mu\text{m}$.

2.2.3. Trampas holográficas

Mediante un programa escrito en Matlab que utiliza el algoritmo Gerchberg-Saxton sin modificar, se generan una serie de hologramas para proyectar en el SLM (Véase la figura 2-3a).

Cada holograma modifica la fase de la luz produciendo un arreglo unidimensional de veinte trampas ópticas igualmente espaciadas y además, la intensidad de las mismas se varía de forma aleatoria para cada holograma al programarlo. La proyección resultante sobre la platina del microscopio se muestra en la figura 2-3b y la distancia entre ellas es de $2.4 \pm 0.1\mu\text{m}$.

Posteriormente, los hologramas generados se unen en una secuencia que proyecta cada uno por medio segundo, obteniendo como resultado en un video, un holograma dinámico que produce fluctuaciones aleatorias de la intensidad del potencial a una frecuencia de cambio de 2Hz . La desviación estándar de la variación de intensidad respecto del promedio fue de 17.5% . La duración del video fue de 25 minutos para poder cubrir varias diferencias de fase sin necesidad de interrumpirlo y con ello perturbar el sistema mientras se realizaba el experimento.

2.3. Desarrollo del experimento

Para establecer los parámetros se consideró lo siguiente. Si se tiene una partícula atrapada en uno de los potenciales del arreglo, para poder ser atraída por el siguiente potencial ubicado

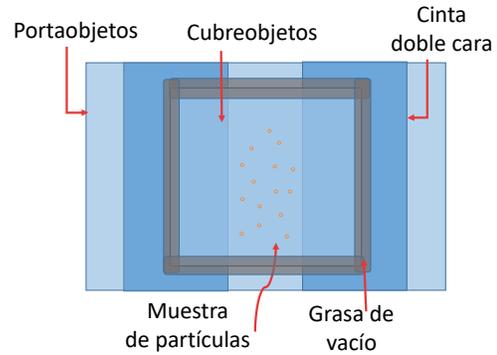
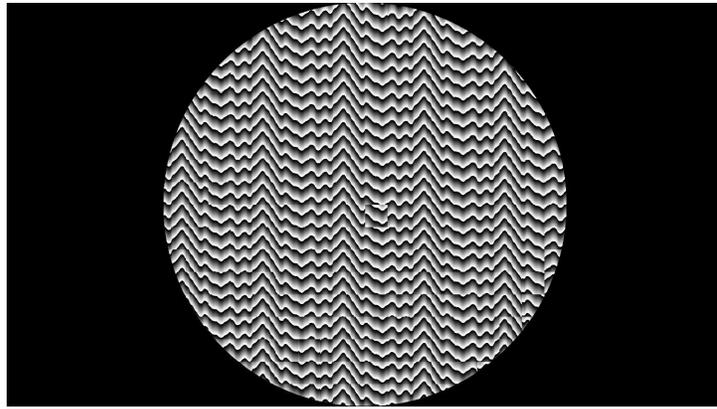


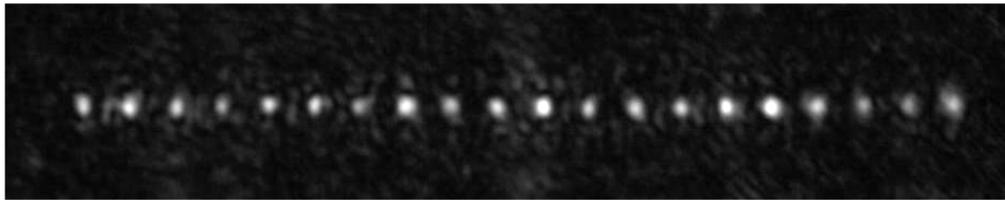
Figura 2-2: Ilustración de la muestra de partículas utilizada en el experimento.

a una distancia L será necesario recorrer una distancia mínima h para cambiar de trampa. Considerando potenciales con la misma intensidad, la partícula tendría que moverse más de la mitad de la separación entre las trampas para sentir con más intensidad el efecto del próximo potencial, es decir, $h > L/2$; también deber ser menor que L , pues si $h = L$, es evidente que quedará atrapada en el siguiente potencial.

Por otra parte, como se mencionó en la introducción, este trabajo surgió como consecuencia de un experimento previamente realizado en el que se implementó un ratchet con una fuerza externa constante [7]. En éste, el transporte se produce en un arreglo donde $h \approx r$, con r el radio de la partícula, cuando el tiempo de cambio para el ruido en las trampas $1/f$, es del orden del tiempo requerido para la difusión de la partícula a una distancia igual a su radio r , llamado tiempo de relajación, y que está dado por $\tau_r \approx \eta r^3 / 2kT$, con k la constante de Boltzman y η la viscosidad del líquido ($1 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ para agua) y T (293 K para temperatura ambiente). Considerando la distancia $h > r$, este valor se modifica como $\eta r h^2 / 2kT$ y tomando la desigualdad $L/2 < h < L$ se obtiene que los tiempos extremos estarían en 0.22s y 0.95s. En



(a)



(b)

Figura 2-3: Generación de trampas. a) Holograma calculado en Matlab para proyectar en el SLM. b) Arreglo de trampas observado en la cámara como resultado del cambio de fase.

consecuencia el intervalo correspondiente a la frecuencia sería de 1 y 4.5 Hz.

Con base en estos resultados, se realizaron varias pruebas rápidas con frecuencias, tanto del ruido en las trampas como de la señal, entre 1 y 5 Hz, variando la amplitud entre 700mV y 2V. Los parámetros que resultaron ser óptimos para generar el sistema y apreciar el transporte fueron: una señal de 2Hz con una amplitud de 1.2V en el generador de funciones ($6.1 \pm 0.3 \mu\text{m}$) y, una frecuencia de cambio en el ruido también de 2Hz.

Una vez establecidos los valores a utilizar se procede a iniciar el experimento. En primer lugar se enciende el láser a una corriente de 50.2 % y se deja encendido al menos media hora para que se estabilice. Mientras tanto, se establecen los parámetros del controlador piezoeléctrico de la platina. En el generador de funciones, se selecciona la señal triangular y se sintoniza la frecuencia en 2Hz y amplitud en 1.2V.

A continuación, se proyecta en el modulador un holograma estático generador de trampas, se enfoca con el microscopio y luego se mide la potencia de la luz justo después de pasar por el diafragma con un sensor (Thorlabs PM100D-S121C); se busca mantener aproximadamente la misma potencia en cada experimento, en este caso, alrededor de 67mW. Posteriormente se procede a preparar una muestra de partículas como se describió en la sección 2.2.2, se coloca una gota de aceite de inmersión sobre el cubreobjetos y se posiciona sobre la platina de tal forma que el aceite haga contacto con el objetivo de microscopio.

Se enfocan las partículas y se atrapa una en alguna de las trampas centrales del arreglo. Se desplaza la partícula atrapada (a 0.45V, equivalente a $12 \mu\text{m}$ con el controlador) sobre el eje z manteniéndola enfocada para contrastar con las que se encuentran al fondo. Se busca además una partícula libre en el campo de visión para tener una referencia del movimiento en ausencia de la fuerza atractiva debida al potencial.

En la cámara se selecciona el área de interés que contenga al arreglo de trampas, la partícula atrapada y la de referencia, al igual que la luz del láser en el fondo, como se observa en la figura 2-4. Se fijan los parámetros de la cámara en 40 cuadros por segundo con un pixel clock de 28MHz, ajustando la exposición para que todos los elementos sean distinguibles.

Cuando se tienen todos los elementos configurados, se reproduce el video de las trampas para verificar que por sí solo no produce transporte de la partícula; de igual manera, se pausa el video de nuevo y se envía la señal del generador para asegurar que tampoco la fuerza externa sola induce transporte.

Seguidamente se reproduce el holograma a la vez que se comienza a grabar un video del movimiento. Con el objetivo de ver cómo influye la diferencia de fase entre, el ruido en la intensidad y la fuerza externa sobre la partícula, se aumenta la fase de la señal del generador en pasos de 40° . Por otro lado, para evitar que el movimiento de la partícula sea continuo en

una sola dirección y pueda llegar a alguno de los extremos del arreglo de trampas, se alternan las diferencias de fase cambiándolas $\pm 180^\circ$ cada 20 segundos. Por ejemplo, la fase de la señal inicialmente es 0° , se mantiene así por 20 segundos y luego se cambia a 180° donde se deja 20 segundos de nuevo. Estos dos valores se repiten 2 veces, osea, se vuelve a 0° y después a 180° . Para aumentar la fase ahora se suma el valor inicial $0^\circ + 40^\circ$, se mantiene 20 segundos y se suman 180° , dejando la fase en 220° . Se vuelven a repetir estos dos valores y se aumentan 40° para la siguiente variación de fase, repitiendo el mismo procedimiento hasta terminar en 340° . Al finalizar cada intervalo de tiempo, se bloquea la cámara como referencia en el video del cambio de fase.

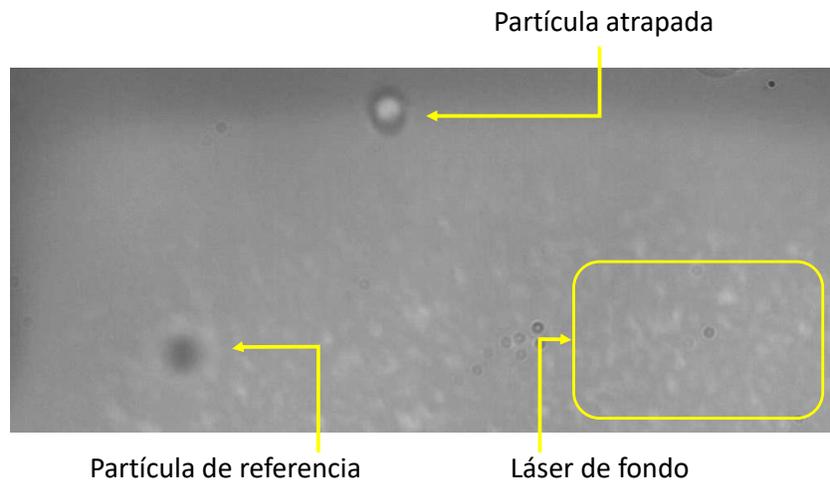


Figura 2-4: Área de interés seleccionada para realizar las grabaciones; se aprecia la partícula atrapada y la de referencia. El largo del área es tal que contiene el arreglo de trampas mostrado en 2-3b y en la esquina inferior derecha se distingue la luz proveniente del láser sin impedir la visibilidad de ninguna de las otras partículas.

Finalmente, para la calibración de la velocidad de escape, necesaria para que la partícula pueda superar la fuerza de atracción debida al potencial, se grabaron 2 vídeos más. Uno dejando la partícula atrapada y aumentando la amplitud de la señal del generador hasta observar un movimiento continuo sin el efecto del potencial; y otro aumentando ahora la frecuencia de la señal hasta observar el mismo movimiento. Para el análisis del arreglo de trampas se grabó también un video del arreglo sin luz de fondo mientras las intensidades variaban.

2.4. Adquisición de datos

La obtención de datos se lleva a cabo a través de los videos grabados. Se escribió un programa en Matlab para procesar cada video como una serie de imágenes y a partir de ellas extraer las coordenadas (x, y) de la partícula atrapada y la de referencia por cada cuadro, generando así la trayectoria de ambas partículas.

Para ello, fue necesario primero modificar las características de la imagen con el fin de aislar cada partícula del fondo y conseguir una detección del movimiento confiable. Por otra parte, se analizó también la variación de la luz de fondo, osea del láser, integrando la intensidad de la misma para cada cuadro del video.

De esta forma, para cada intervalo de 20 segundos se tiene las trayectorias de la partícula atrapada y la partícula de referencia; y la variación de la intensidad del láser.

2.4.1. Calibración

Las posiciones tomadas de los videos se encuentran en pixeles, por lo que es necesario realizar la calibración correspondiente a unidades de distancia. Para ello se utiliza la placa de análisis de resolución que se muestra en la figura 2-5a [951 USAF Ø1" (Ø25.4mm)]. En ésta se observan 10 grupos compuestos de 6 elementos con pares de líneas verticales y horizontales, los cuales son usados para determinar la resolución del sistema al verificar cuál es el menor elemento que el sistema puede diferenciar claramente. Si bien hay placas especiales para calibración, se utilizó esta de resolución por ser la que se tenía disponible en el laboratorio.

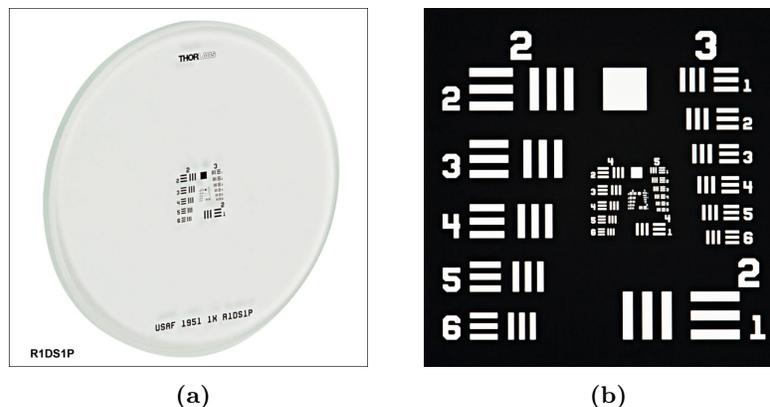


Figura 2-5: Test de Resolución 1951 USAF; a) placa utilizada en el laboratorio; b) Patrón de líneas amplificado. Imágenes tomadas de [48].

Un par de líneas está formado por una línea oscura y una clara, ya que ambas son del

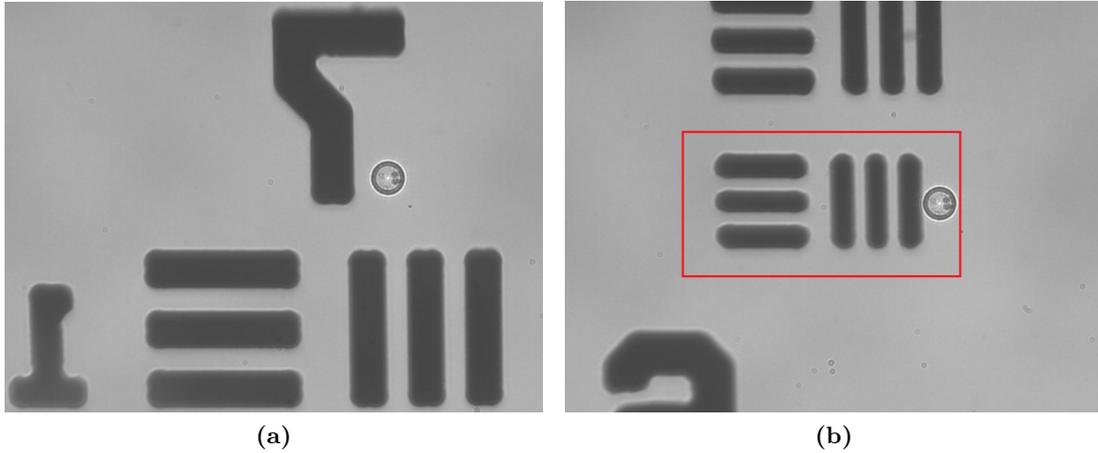


Figura 2-6: Fotografías usadas para encontrar el ancho entre líneas en pixeles y obtener su equivalente en mm. (a) Referencia del grupo visible. (b) Imagen utilizada donde el recuadro rojo indica el elemento que fue elegido para el análisis, y que corresponde al elemento 6 del grupo 7 de la placa.

mismo grosor. El número superior indica el grupo y los números laterales el número de elemento correspondiente en ese grupo.

Una vez identificado el elemento mínimo visible por el sistema, la siguiente expresión, proporcionada por el proveedor de la placa [48], permite encontrar la resolución buscada,

$$Resolucion \left(\frac{\text{par de líneas}}{\text{mm}} \right) = 2^{Grupo + \left(\frac{elemento-1}{6} \right)} \quad (2-5)$$

Donde el valor obtenido es la resolución en par de líneas por milímetro, y el grupo y elemento, son los ya mencionados. Para el experimento se muestra la imagen utilizada en la figura 2-6, correspondiente al grupo 7, elemento 6. Mediante un programa en Matlab se analizó la imagen y se determinaron las distancias en pixeles para un par de líneas utilizando el perfil de intensidad producido por la imagen y obteniendo el promedio para los diferentes pares de líneas observados.

La separación obtenida en pixeles fue de 75.7 para un par de líneas. Por otro lado, la ecuación (2-5) proporcionó un valor de $228 \frac{\text{par de líneas}}{\text{mm}}$, lo que resulta en $4.39 \times 10^{-3} \text{mm}$ para un sólo par de líneas, que es equivalente a un factor de conversión de 0.057 para obtener distancia a partir de los valores en pixeles.

Para el caso del tiempo, se realiza una conversión del número de cuadros por segundo en que se grabaron los videos (40 en este caso), para obtener el intervalo de tiempo correspondiente entre cada dato obtenido. De esta forma los valores correspondientes a número de cuadros se pueden convertir a segundos; el factor de conversión para el tiempo fue $\frac{1}{40}$.

Capítulo 3

Resultados y Análisis

En este capítulo se presentan y discuten los resultados obtenidos sobre el sistema ratchet montado de acuerdo al capítulo anterior.

Primero se exponen los parámetros calculados a partir de los datos extraídos en los videos de calibración. Después se presenta el procesamiento estadístico de los datos referentes al comportamiento del sistema tomando en cuenta las repeticiones de cada ciclo por intervalo y por último se lleva a cabo un análisis del conjunto de resultados a lo largo de todo el experimento, permitiendo una caracterización completa del sistema.

3.1. Velocidades y trampas

Como se mencionó con anterioridad, cada trampa óptica puede ser vista como un pozo de potencial al que se está exponiendo la partícula. Por lo tanto, al agregar una fuerza externa, es importante conocer el límite para el cual la partícula se mueve lo suficientemente rápido tal que supera la fuerza de atracción de las trampas y no es confinada. Este valor será la velocidad de escape de la partícula. La velocidad de la partícula de referencia debida sólo a la fuerza y la viscosidad del líquido será la velocidad de arrastre.

Con el propósito de obtenerla se utilizan los videos de calibración mencionados en la sección 2.3. En éstos se varía primero la frecuencia de la fuerza externa, manteniendo una amplitud fija pero modificando la pendiente de la señal al reducir el intervalo temporal en que cambia; en el otro video se aumenta poco a poco la amplitud manteniendo la frecuencia de la señal fija, de esta forma la pendiente de la señal aumenta.

Para identificar la velocidad de escape asociada a la partícula atrapada, se escribe un programa que traza las trayectorias de ésta última y de la partícula de referencia, y se ubica el intervalo temporal en que la partícula atrapada se libera de las trampas. Después, para ese intervalo se

calcula la pendiente en la trayectoria de la partícula de referencia, esto es, su velocidad. Esta medición se realizó para diferentes videos tomados en cada repetición del experimento, para así tomar en cuenta la variación de intensidades del arreglo.

La velocidad de escape promedio obtenida de esta forma fue de $47.0 \pm 2.4 \frac{\mu m}{s}$. De manera análoga, con la posición de la partícula de referencia a lo largo del experimento se calculó una velocidad de arrastre de $25.5 \pm 2.0 \frac{\mu m}{s}$.

Para el análisis de las trampas también se procesó el respectivo video de calibración. Primero se obtuvo el factor de conversión espacial utilizando el patrón 1951 USAF mencionado anteriormente. Después, se midieron las separaciones de cada trampa para distintos cuadros del video y se calculó el promedio del mismo, obteniendo que la distancia entre ellas fue de $2.4 \pm 0.1 \mu m$. Por otro lado, la potencia del láser medida antes de pasar por el objetivo de microscopio, fue de $67 \pm 0.5 mW$, misma que se distribuye en las 20 trampas. La desviación estándar para la variación en los cambios de intensidad de éstas fue de 17.5% .

En la gráfica 3-1 se muestra el perfil de intensidad a lo largo del arreglo de trampas para distintos hologramas, observando de esta forma los cambios aleatorios.

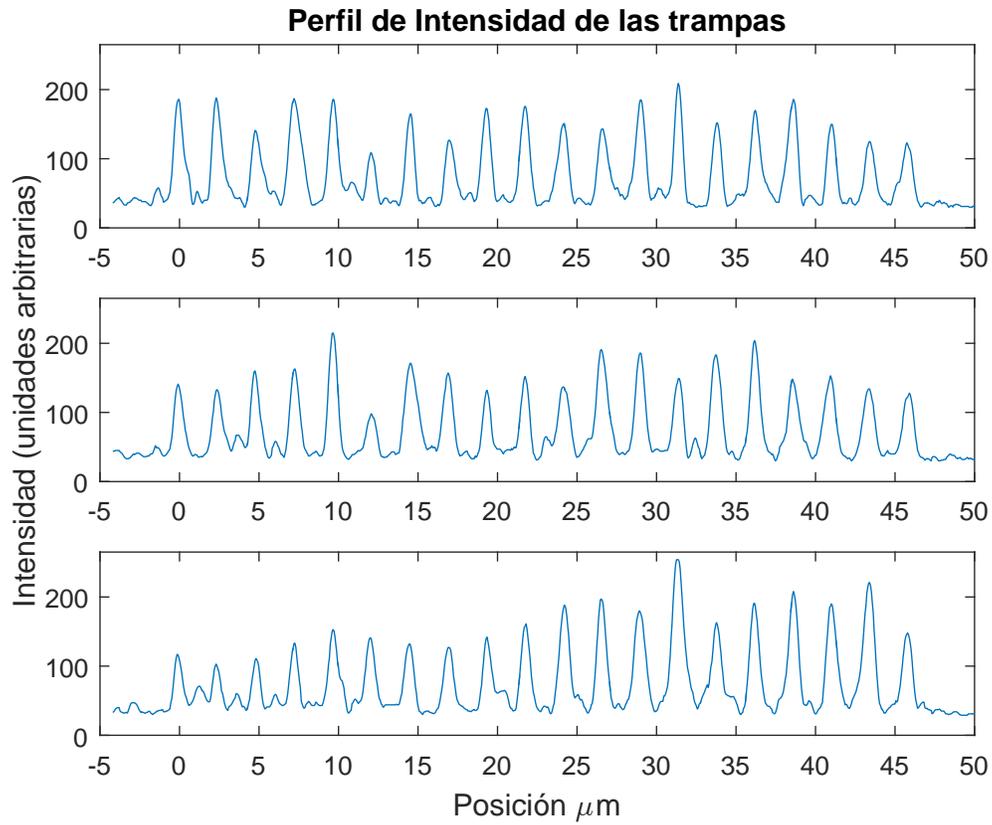
Las cantidades aquí descritas son necesarias para caracterizar al sistema en caso de intentar reproducirlo o realizar una simulación bajo las mismas condiciones en que se llevó a cabo.

3.2. Desplazamiento promedio

Respecto a los datos restantes del experimento, la naturaleza aleatoria del sistema ratchet requiere de un análisis estadístico de los mismos. Como se explicó en el marco teórico, las cantidades que describen la dinámica en este caso, están dadas por el promedio del parámetro buscado, el cual varía de sistema a sistema para un ensamble. En consecuencia, es necesario reconocer cómo se conforma esta estructura para el experimento realizado.

En primer lugar, se identifica en el experimento como ensamble a cada una de las repeticiones llevadas a cabo en los intervalos de tiempo con una diferencia de fase constante. Así, cada ciclo que completa la fuerza externa en volver a su punto inicial compone un sistema a analizar. Por lo tanto, el conjunto de ciclos integrará el ensamble, y cualquier cantidad que desee conocerse, será descrita por el promedio de la cantidad medida en cada uno. La razón por la que no se eligió que cada sistema tuviera una mayor cantidad de ciclos en vez de sólo uno fue la forma en que se llevó a cabo el experimento, ya que la fase se mide después de haber realizado el experimento, por lo que resulta difícil medir un conjunto de ciclos con la misma fase cada vez que se repite el experimento.

Generar transporte es el principal objetivo de este trabajo, por ende, el parámetro que se



Gráfica 3-1: Cada gráfica representa el perfil de intensidad a lo largo del arreglo de trampas a diferentes tiempos (es decir, con distintos hologramas), para apreciar la forma en que el ruido las modifica de manera aleatoria.

decidió medir en cada ciclo fue el desplazamiento promedio de la partícula bajo el efecto del potencial. Para ello se graficaron todas las posiciones en el eje x contra el tiempo en cada ciclo, estableciendo un mismo origen para todas. Se prosiguió a calcular el promedio de las trayectorias y, la posición final de éste menos la posición inicial (establecida como el cero), se tomó como el desplazamiento total promedio.

La gráfica 3-2 muestra un ejemplo del análisis para un ciclo. Se observan con líneas azules las diversas trayectorias para ese intervalo de tiempo y el promedio aparece graficado en rojo. La línea punteada verde señala la posición final promedio y la línea punteada negra establece la referencia inicial, señalando una diferencia (desplazamiento total promedio) de $0.5\mu m$.

En este caso se observa un desplazamiento por encima de la posición de referencia, osea donde está la partícula al iniciar el ciclo; que interpretándolo respecto al eje elegido, representa una preferencia de movimiento hacia la derecha (o izquierda, según la elección inicial del experimentador). Entonces, en promedio, la partícula con esos parámetros tiene una mayor probabilidad de avanzar hacia esa dirección.

Recordando que cada intervalo es de 20 segundos, y se estableció la señal de la fuerza externa con una frecuencia de 2Hz, cada análisis como el ejemplificado arriba, tendrá un aproximado de 40 ciclos analizados, con una duración de medio segundo cada uno. Se llevó a cabo para todos los intervalos de los videos grabados.

3.3. Diferencia de Fase

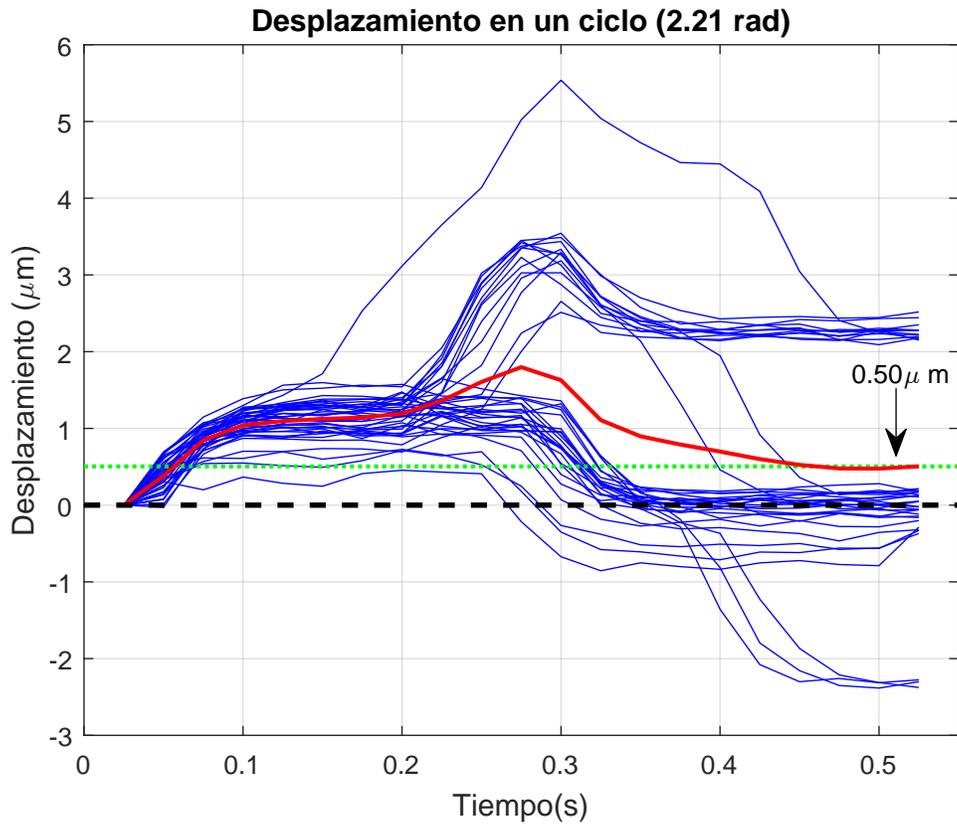
El parámetro que se varió durante la realización del experimento fue la diferencia de fase temporal existente, entre el cambio periódico del ruido proveniente del láser y la señal periódica de la fuerza externa, y se calculó utilizando los datos obtenidos de los videos.

En vista de que la diferencia de fase entre las señales se debe a que el ciclo de cada una inicia a distintos tiempos, lo que se analiza ahora es esta cantidad.

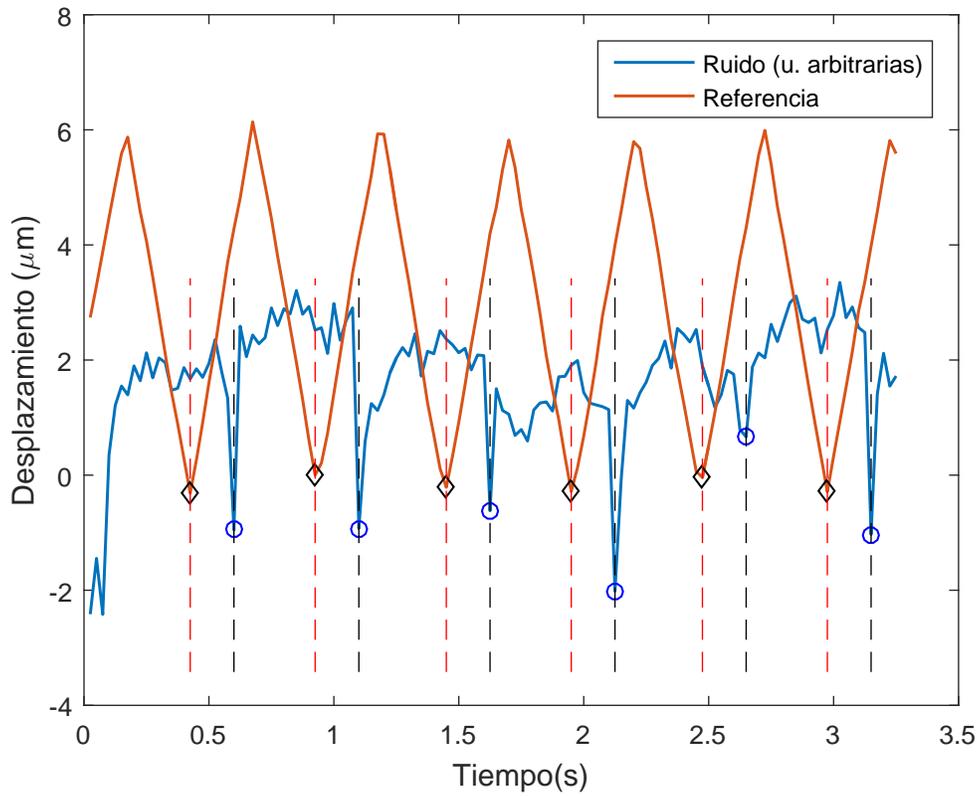
La trayectoria de la partícula de referencia en el eje x contra el tiempo a lo largo de todo el intervalo analizado, sobrepuesta temporalmente con la variación del ruido de fondo permiten observar la diferencia entre el inicio de cada una de las señales, pues el ruido presenta una variación notable cuando el holograma cambia el patrón proyectado y de esta forma se puede detectar al graficarlo.

En la gráfica 3-3 se muestra un segmento del análisis descrito para la diferencia de fase correspondiente a los ciclos mostrados en la gráfica 3-2.

En rojo se observa la trayectoria de la partícula de referencia y en azul el ruido de fondo. Para este último se aprecian picos que indican el cambio en el holograma. El programa escrito



Gráfica 3-2: Esta figura muestra la trayectoria de la partícula para los distintos ciclos en un intervalo grabado. En rojo se indica el promedio de todas las trayectorias y la línea punteada verde indica la posición final de la partícula en promedio. La posición de este valor respecto a la posición inicial indicada con la línea punteada negra indica el desplazamiento promedio total para todo el intervalo analizado.



Gráfica 3-3: Se muestran algunos ciclos de la partícula de referencia en rojo al igual que la gráfica correspondiente del cambio en el ruido (cuyas unidades son arbitrarias pues lo que se busca es el cambio sólo en el eje temporal). Los picos de la línea en azul permiten identificar el momento en que el patrón de ruido cambia y se compara con los mínimos en la referencia para identificar el cambio de fase entre ambas señales

identifica los mínimos locales en la señal de referencia así como los mínimos en la señal del ruido; posteriormente calcula la diferencia entre ellos, restando siempre el tiempo correspondiente al mínimo del ruido al tiempo en que se ubica el mínimo para la partícula de referencia. Para hacer evidente el desfase temporal, se trazaron líneas verticales en la gráfica 3-3, donde la distancia entre ellas representa el desfase medido. Tomando el promedio de estas diferencias durante los 20 segundos se obtiene el valor final.

3.4. Relación Fase vs Desplazamiento Total

Una vez que se tienen los valores promedio del desplazamiento con su respectiva diferencia de fase es posible conocer la dependencia del primero al ir variando la última. Considerando la periodicidad (2π) de las señales, se realizó una conversión de la diferencia en tiempo entre ambas señales a radianes .

La gráfica 3-4 muestra los resultados finales que caracterizan el sistema ratchet respecto a la variación de la fase entre las señales del ruido y la fuerza externa. Cada marcador rojo representa el promedio de aproximadamente 40 ciclos para una diferencia de fase.

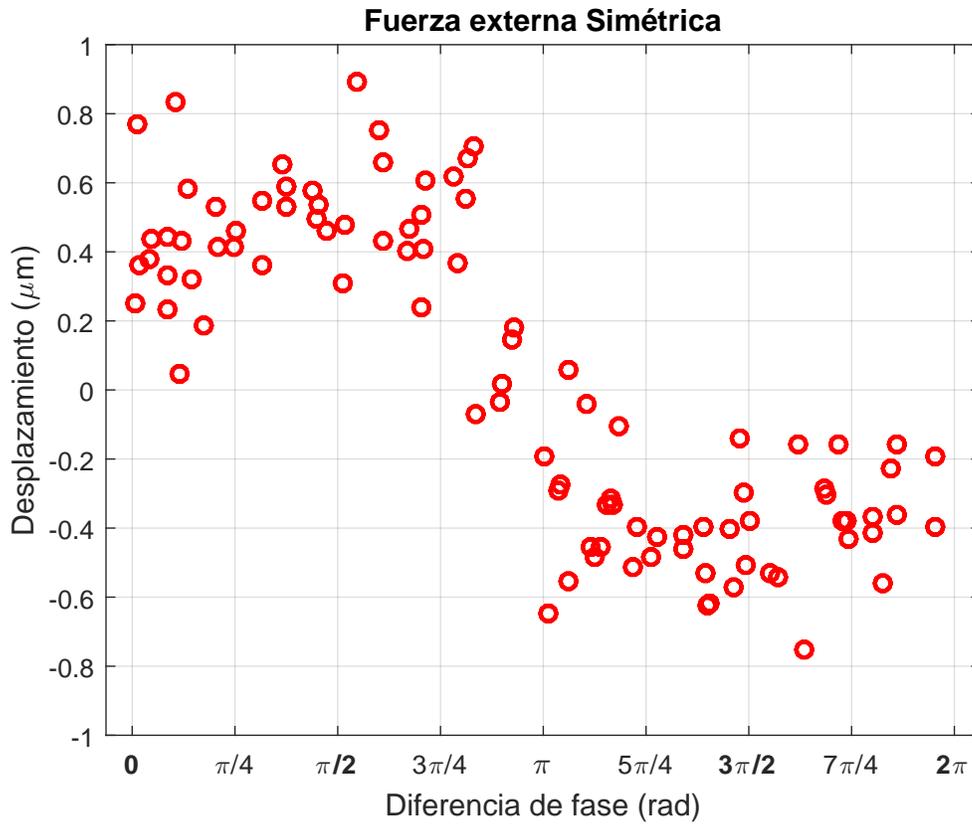
La gráfica 3-5 muestra el desplazamiento observado de forma continua durante el tiempo total de tres intervalos con fases distintas. Se muestra que para la observación continua del movimiento durante los 40 ciclos hay momentos para los que la partícula se mantiene alrededor de su posición inicial y otros en que avanza de manera efectiva respecto a ésta (positiva o negativamente), alrededor de $30\mu m$.

3.5. Discusión

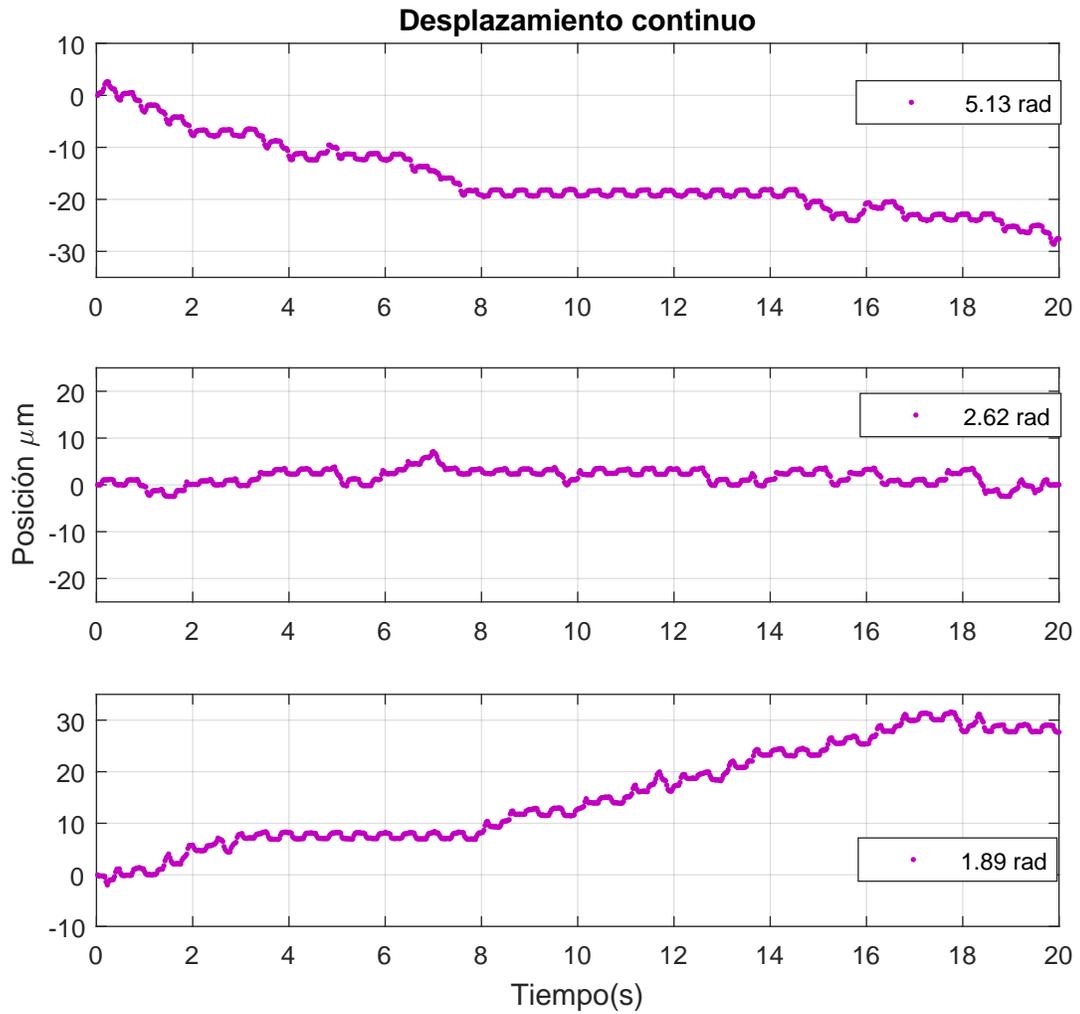
Del análisis para las trampas, la gráfica 3-1 muestra que efectivamente su intensidad varía para cada una e incluso en ocasiones puede cargarse más hacia un lado. No obstante, se limita a un rango determinado manteniendo la potencia alrededor del promedio.

Respecto al valor obtenido para las velocidades de escape y de referencia en el experimento, se observa que la velocidad utilizada no era suficiente para provocar que la partícula superara la fuerza de atracción de las trampas, motivo por el que la fuerza externa no puede inducir el transporte por sí sola.

Con relación al desplazamiento promedio, la gráfica 3-2 expone de forma clara el efecto ratchet al generar transporte en una dirección preferencial cuando se considera el promedio de todos los ciclos. Tomando en cuenta la escala a la que se está trabajando, el transporte inducido es suficiente para que la partícula pueda recorrer una distancia considerable y de



Gráfica 3-4: Relación de la diferencia de fase entre la señal de ruido y el desplazamiento promedio total de la partícula. Se observa una clara dependencia que genera además una inversión de la dirección de movimiento para valores mayores a π .



Gráfica 3-5: Desplazamiento continuo de la partícula atrapada durante un intervalo completo del análisis anterior para distintos valores de la fase. Se observa un desplazamiento efectivo mayor para el primer y último recuadros pero con direcciones opuestas.

manera continua, esto se observa en la gráfica 3-5 donde el desplazamiento total en un intervalo de 20 segundos fue de alrededor de $30\mu\text{m}$, un distancia significativa considerando el diámetro de la partícula de $2.47\mu\text{m}$.

En el caso particular del conjunto de ciclos elegido, se observa un desplazamiento total promedio de alrededor de $0.5\mu\text{m}$ indicado por la línea punteada verde en la gráfica 3-2, provocando que la partícula con diámetro de $2.47\mu\text{m}$ se transporte hasta la trampa siguiente que se encuentra a una distancia de $2.4\mu\text{m}$.

Con esto se evidencia la importancia de los distintos parámetros para cada elemento en el experimento. La distancia entre cada trampa iguala casi el tamaño de la partícula, lo cual facilita que con un desplazamiento total promedio, menor a la mitad del radio de la misma, se logre que la partícula se sienta más atraída por la siguiente trampa y se genere el transporte. Esto se combina con la variación en la intensidad de las trampas, que al cambiar de profundidad, aumentan la probabilidad de atrapar la partícula para los casos en que la trampa siguiente tiene una mayor intensidad. De la gráfica 3-5 se observa un desplazamiento de mas de $25\mu\text{m}$ en una sola dirección y si la longitud del arreglo pudiera extenderse bajo los parámetros utilizados la partícula seguiría avanzando hacia un lado.

De la gráfica 3-3 se aprecia que la forma en que se llevó a cabo el experimento en efecto permite ubicar de forma clara los cambios en el patrón de ruido de las trampas para obtener la diferencia de fases de las señales utilizadas. Se observa que el tiempo que toma el cambio de holograma es considerablemente menor a la duración de cada ciclo, por lo que la partícula no se difunde hacia las demás trampas aunque en ese tiempo pudiera estar libre del efecto del potencial. Esto se corroboró también antes de la realización del experimento al dejar la partícula solamente bajo el efecto del ruido sin que éste provocara el transporte.

El tiempo de cambio del holograma es de 0.005s , considerando la velocidad de la partícula en ausencia del potencial $25.50\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$, resulta en un desplazamiento de $0.12\mu\text{m}$. Comparando este resultado con la distribución de desplazamientos mostrada en la gráfica 3-4, se observa que los valores del desplazamiento total con los que es comparable, son aquellos donde la diferencia de fase es 0 ó π , es decir donde la partícula se mantiene alrededor de su posición inicial. Es por ello que se afirma que este cambio no causa el movimiento de la partícula a través del arreglo de trampas.

Finalmente el comportamiento del ratchet implementado bajo la variación en diferencia de fase entre las señales usadas se observa en la gráfica 3-4. La dispersión mostrada en la gráfica muestra una clara dependencia entre ambos parámetros y otra importante característica, la inversión de dirección del movimiento. El efecto del aumento en el desplazamiento promedio para tiempos largos como consecuencia de la diferencia de fase entre las señales se comprueba

en la gráfica 3-5.

Ésta se observa en la acumulación de la distribución ubicada en la parte superior izquierda de la gráfica y la inferior derecha; de 0 a π el desplazamiento es en su mayoría positivo en la primera mientras que en la segunda, de π a 2π , el desplazamiento es en su mayoría negativo; es decir, la partícula se mueve hacia la izquierda o a la derecha con mayor probabilidad dependiendo de la diferencia de fase entre las señales del ruido y la fuerza externa. Retomando la convención elegida, esto implica que entre 0 y π la partícula avanza con mayor probabilidad hacia la derecha y entre π y 2π hacia la izquierda.

En consecuencia, alrededor de las diferencias de fase cercanas a 0 ó π , el desplazamiento promedio disminuye y es probable que no sea suficiente para generar transporte en una sola dirección quedando la partícula sólo alrededor de su posición inicial.

Por otra parte, observando los valores de desplazamiento máximos, para ambos casos, tanto positivo como negativo, se observa una mayor acumulación entre los valores de $0.4 - 0.6 \mu\text{m}$, sugiriendo un comportamiento simétrico respecto a la posición de referencia al cambiar la fase.

Para explicar cómo sucede este fenómeno de transporte consideremos los casos donde la diferencia de fase es 0 ó π , $\frac{\pi}{2}$, y $\frac{3\pi}{2}$.

Considérese la partícula atrapada en uno de los pozos del arreglo en un holograma estático, entonces aplicando la fuerza externa sólo se encontrará oscilando alrededor de la trampa sin escapar de ella. Cuando se proyecta la secuencia de hologramas, las profundidades de las trampas empieza a cambiar y en algún momento alguna de las trampas adyacentes a la posición de la partícula tendrá una mayor intensidad, y por tanto, será atraída con más fuerza.

Se comprobó que en ausencia de la fuerza el cambio en la profundidad no generara transporte, sin embargo cuando la fuerza está presente la partícula se acerca hacia las trampas adyacentes. Esto sumado a la posibilidad de que esas trampas sean más fuertes, produce que la partícula pueda moverse.

Durante un ciclo de la fuerza periódica, la partícula pasa dos veces por su posición de origen y habrá alcanzado dos posiciones extremas a la derecha e izquierda. Por convención, la primera parte del ciclo se tomará cuando la partícula se mueve a la derecha y la segunda parte cuando se mueve a la izquierda.

Si el cambio de holograma se produce cuando la partícula se encuentra alrededor de su posición de origen, la diferencia de fase temporal entre ambas señales será de 0 si está en la posición inicial, y de π si cambia cuando la partícula pasa por el origen al dirigirse hacia la izquierda. En este caso, el cambio en la intensidad de trampas tendrá un menor impacto para generar transporte porque se produce al mismo tiempo que la partícula está en el centro de la trampa inicial, que es su posición para el caso cuando no hay fuerza externa. Entonces, para

este escenario es más alta la probabilidad de que el desplazamiento neto de la partícula oscile alrededor de su origen sin producir un transporte efectivo. Ver inciso (a) de la figura 3-6.

Para el caso en que la partícula se dirige de su posición de origen hacia la extrema derecha, o sea el primer cuarto del ciclo, se estará desplazando cada vez más hacia la trampa siguiente de ese lado. Considerando el caso extremo donde el holograma cambia cuando la partícula está en la posición máxima a la derecha, dependiendo de la nueva profundidad de la trampa adyacente la partícula se vería atrapada por ésta, o regresaría a su posición inicial. Sin embargo, es poco probable que la partícula se mueva hacia la trampa adyacente al lado contrario, ya que tendría que pasar por la posición inicial y superar esa atracción para llegar hasta ella. La diferencia de fase entre el inicio de las señales correspondiente a este caso sería de $\frac{\pi}{2}$ y en todo el primer cuarto de ciclo, se esperaría que la probabilidad de saltar hacia la trampa derecha aumente hasta alcanzar un máximo en este valor, que representa la posición más cercana a la trampa siguiente; para el segundo cuarto, de $\frac{\pi}{2}$ a π , se espera que la probabilidad de avanzar a la derecha pase de un máximo a un mínimo, ya que la partícula se va alejando cada vez más de ese extremo hasta llegar a la posición de origen (inciso (b) de la figura 3-6).

Análogamente, cuando la partícula se halla en el extremo izquierdo y el holograma cambia, la probabilidad de que avance hacia la trampa ubicada a la izquierda será mayor comparada con la probabilidad de avanzar hacia la trampa derecha. Para este caso la diferencia de fase en tiempo para las señales será de $\frac{3\pi}{2}$, creciendo cuando la partícula se dirige al extremo, es decir, entre π a $\frac{3\pi}{2}$, y decreciendo cuando vuelve al origen, entre $\frac{3\pi}{2}$ a 2π (inciso (c) de la figura 3-6).

De esta forma, la variación en la profundidad de las trampas a diferentes tiempos del ciclo en que actúa la fuerza periódica, induce la probabilidad de que la partícula se mueva hacia la trampa más cercana, y la dirección del movimiento estará definida por la diferencia de fase entre ambas señales.

En resumen, el análisis del sistema corrobora que se consiguió implementar un ratchet óptico, ya que se identificó el efecto esperado en el régimen Browniano, y además, fue posible mostrar la dependencia de la dirección del movimiento con la diferencia de fase entre las señales utilizadas.

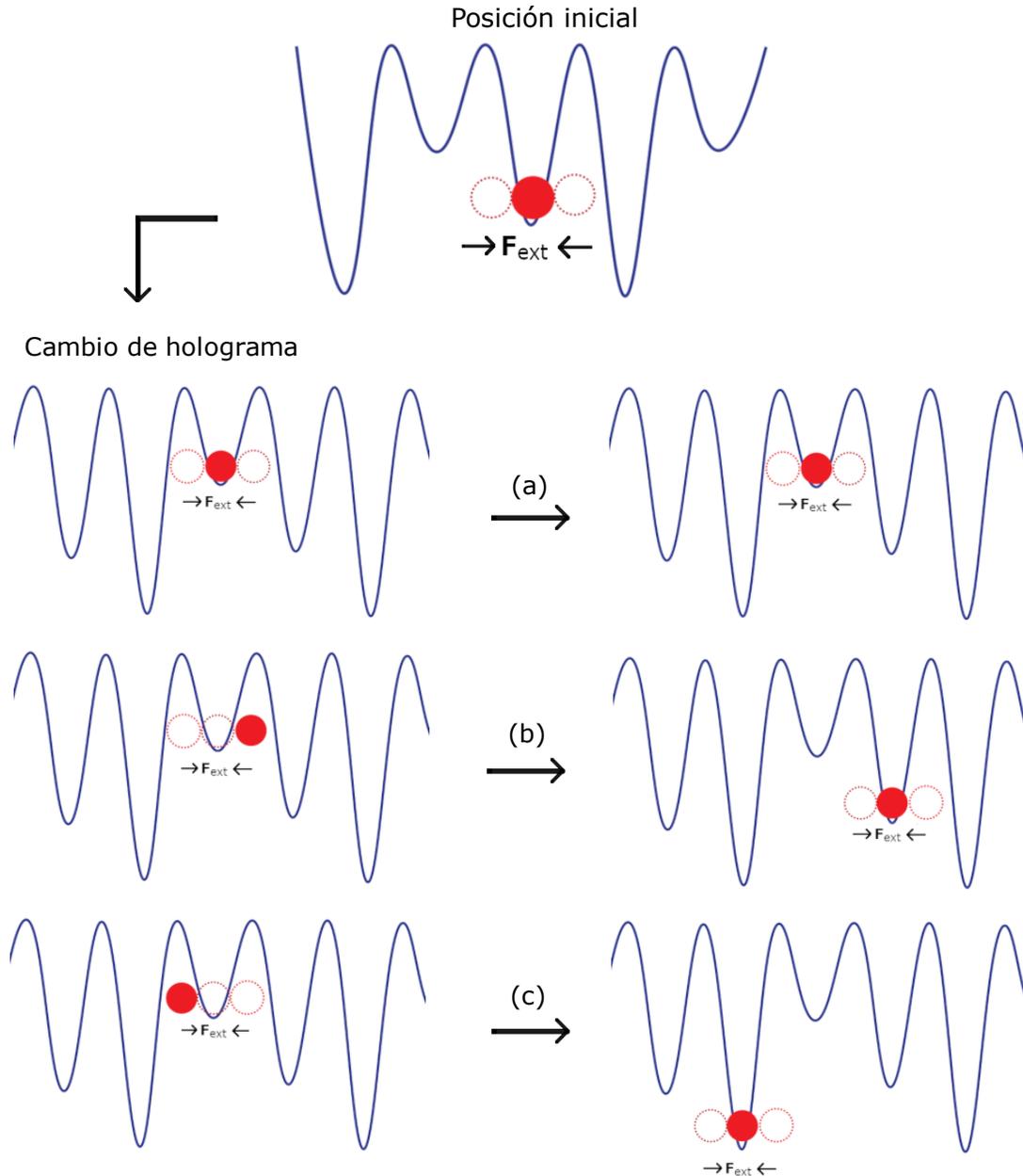


Figura 3-6

Figura 3-7: Representación del mecanismo de transporte para diferentes diferencias de fase entre las señales de la fuerza y ruido en el holograma. La figura superior representa la posición inicial de la partícula atrapada. (a) Diferencia de fase 0 ó π : el holograma cambia cuando la partícula se encuentra alrededor de la posición inicial por lo que, aunque las trampas adyacentes sean más profundas, hay una mayor probabilidad de que la partícula se mantenga en su misma posición. (b) Diferencia de fase $\frac{\pi}{2}$: el holograma cambia cuando la partícula se encuentra en la posición máxima hacia la derecha y al ser la siguiente trampa más profunda, se ve atraída por ella y avanza en esa dirección. (c) Diferencia de fase $\frac{3\pi}{2}$: el holograma cambia cuando la partícula se encuentra hacia el extremo izquierdo y por tanto la partícula avanza hacia la trampa más profunda desplazándose hacia la izquierda. 54

Capítulo 4

Conclusiones

En el presente capítulo se expone una síntesis de los resultados obtenidos durante la realización de este trabajo así como las conclusiones finales respecto a los mismos. De igual forma se agrega una sección sobre las distintas posibilidades que ofrece este proyecto y su impacto a futuro en esta línea de investigación.

4.1. Síntesis de resultados

El efecto ratchet es un fenómeno ampliamente estudiado y que acorde con el modelo general que lo describe puede producirse de una gran variedad de formas. Por medio de este trabajo, se logró obtenerlo mediante el acoplamiento de una señal de ruido, modificado periódicamente, con una fuerza periódica externa.

El ruido fue introducido como variación en la profundidad de un arreglo de trampas ópticas a diferentes tiempos del ciclo en que actuaba la fuerza periódica externa, y como resultado se obtuvo una corriente de probabilidad capaz de inducir el transporte de una partícula cuyo diámetro era muy similar a la separación entre las trampas del arreglo utilizado.

Además, no sólo fue posible generar el efecto deseado para producir el transporte. Se encontró también la existencia de una relación entre el desplazamiento total generado y la diferencia de fase de las señales acopladas, es decir, de la señal de ruido y la fuerza periódica.

Esta relación muestra también otra importante característica del sistema, que es el control de la dirección del movimiento mediante uno de los parámetros pues se observa que para las diferencias de fase entre 0 y π se genera movimiento en dirección hacia un lado del arreglo, mientras que al aumentar entre π y 2π el signo del desplazamiento promedio se invierte generando transporte en el sentido contrario.

Este fenómeno resulta de gran utilidad cuando se busca la manipulación del sistema. Con

un mecanismo que permita cambiar la diferencia de fase a valores determinados, la dirección del movimiento puede maniobrase a voluntad.

Dicho de otro modo, este tipo de sistemas representan una importante aportación al diseño e implementación de mecanismos de transporte artificiales a escala microscópica, pues la generación de movimiento por sí misma no es suficiente, sino también se requiere de una forma de controlarlo para enfocarlo hacia alguna aplicación en específico.

De igual forma el arreglo utilizado es simple y de fácil manipulación, donde el potencial depende del holograma y el SLM, y los demás elementos son característicos de un sistema de pinzas ópticas básico, por lo que resulta una ventaja agregada desde la perspectiva experimental.

4.2. Trabajo futuro

Por lo que respecta al trabajo futuro que este experimento puede proporcionar, se encuentra en primer lugar una caracterización más amplia del sistema modificando distintos parámetros. La potencia utilizada, la distancia entre trampas, el tamaño de las partículas, son por mencionar alguna de las posibilidades.

Otra alternativa sería utilizar el sistema como un medio de transporte ya que podría ser factible al tener una forma de hacer que la partícula vaya a un lado y regrese a su punto de origen. En este caso deberá considerarse cómo el cambio de forma puede afectar al sistema, pues se implementó con partículas esféricas y una carga extra modificará de alguna forma la dinámica del mismo. Esto influirá probablemente en la potencia utilizada, el desplazamiento total, etc. Por ello, un modelo con este fin debe de planearse con mucho detalle y consideración de todos los elementos en un sistema ratchet para lograr su exitosa aplicación.

De igual forma, explorar la posibilidad de extender el sistema implementado a uno bidimensional, es otra opción para ampliar el alcance del proyecto.

Para terminar, independientemente del trabajo que se pueda realizar con el mismo experimento en particular, su funcionamiento abre la puerta al estudio de sistemas donde el potencial y fuerza externa son simétricos, y el ruido pueda introducirse como variaciones aleatorias en el potencial. El que la fuerza o el potencial sean asimétricos es uno de los ingredientes más utilizados de un sistema ratchet, pues si bien teóricamente hay muchas formas de romper con el balance detallado y la simetría del sistema, la presencia de alguna de éstas dos aseguran la aparición del efecto buscado. Por lo tanto, este modelo podría servir de base para encontrar nuevos mecanismos no necesariamente asimétricos en los parámetros más comunes como el espacial, que ofrezcan una nueva alternativa a la generación de transporte a niveles micro y nanoscópico ofreciendo una nueva posibilidad para el desarrollo tecnológico en esas áreas.

Apéndice A

Óptica de Fourier para una lente

La transformada de Fourier (espectro de Fourier o espectro de frecuencias) de una función $f(x, y)$ se define y denota por:

$$\mathcal{F}\{f\} = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (\text{A-1})$$

donde la transformada es una función que depende de las variables (f_x, f_y) . La transformada de Fourier inversa de una función $F(f_x, f_y)$ está dada por:

$$\mathcal{F}^{-1}\{F\} = \iint_{-\infty}^{\infty} F(f_x, f_y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (\text{A-2})$$

Siguiendo esta convención, a continuación se presenta el análisis correspondiente a la propagación de una onda monocromática que incide normalmente sobre una lente delgada.

Propagación mediante una lente

La propagación de una onda puede ser calculada utilizando la óptica de Fourier [24]. Para el caso de una lente, la descripción del sistema se aproxima mediante la difracción de Fresnel o de campo cercano, y la propagación asociada en dirección del eje z puede obtenerse mediante la ecuación integral de Fresnel dada por:

$$U(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[i\frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ U(u, v) \exp\left[i\frac{k}{2z}(u^2 + v^2)\right] \right\} \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda z}(xu + yv)\right] dudv \quad (\text{A-3})$$

Se observa que la expresión contiene la transformada de Fourier del término entre corchetes.

Ahora bien, cuando una onda $U(x, y)$ pasa a través de una lente delgada, el material de ésta induce un cambio de fase. La onda resultante inmediatamente después de haber pasado por la lente se relaciona con la onda original como $U'(x, y) = t(x, y)U(x, y)$ donde la función $t(x, y)$ representa la transformación de la fase. Para una lente delgada de foco f , considerando la aproximación paraxial, t está dada por

$$t(x, y) = \exp(ikn\Delta) \exp \left[-i \frac{k}{2f} (x^2 + y^2) \right] \quad (\text{A-4})$$

El primer término sólo induce una fase constante debida al grosor de la lente y por tanto será despreciado en adelante, obteniendo $t_l(x, y) = \exp \left[-i \frac{k}{2f} (x^2 + y^2) \right]$, con k el número de onda $\frac{2\pi}{\lambda}$.

Por otra parte, para analizar como una lente transforma una onda monocromática y coherente de amplitud A cuando incide sobre ella de manera normal, se considerará el caso en que una transparencia (u objeto), de transmitancia $t_0(x, y)$ se coloca pegada a la lente y el caso donde se encuentra a una distancia d de la lente (ver figura A-1).

Para el primero se tiene que el campo incidente en la lente estará dado por

$$U(x, y) = At_0(x, y) \quad (\text{A-5})$$

y aplicando $t_l(x, y)$, el campo inmediatamente después de la lente será:

$$U'(x, y) = U(x, y) \exp \left[-i \frac{k}{2f} (x^2 + y^2) \right] \quad (\text{A-6})$$

Ya que el campo se propaga en el eje z , se utiliza la propagación de Fresnel (A-3) para encontrar la distribución $U_f(u, v)$ en el plano focal $z = f$:

$$U_f(u, v) = \frac{\exp(ikf)}{i\lambda f} \exp \left[i \frac{k}{2f} (u^2 + v^2) \right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} U'(x, y) \exp \left[i \frac{k}{2f} (x^2 + y^2) \right] \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (xu + yv) \right] dx dy \quad (\text{A-7})$$

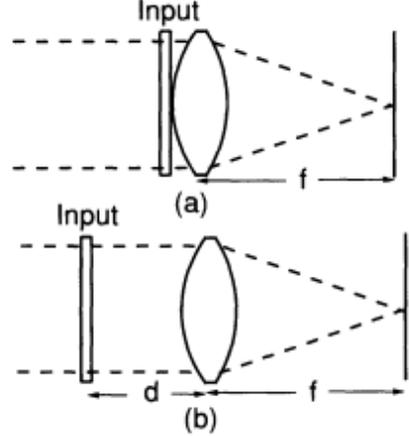


Figura A-1: Casos analizados para una onda incidente sobre una lente. Imagen tomada de [24].

sustituyendo $U'(x, y)$:

$$U_f(u, v) = \frac{\exp(ikf)}{i\lambda f} \exp\left[i\frac{k}{2f}(u^2 + v^2)\right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp\left[-i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda f}(xu + yv)\right] dx dy \quad (\text{A-8})$$

se eliminan las fases cuadráticas dejando como resultado final

$$U_f(u, v) = \frac{\exp(ikf)}{i\lambda f} \exp\left[i\frac{k}{2f}(u^2 + v^2)\right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f}(xu + yv)\right] dx dy \quad (\text{A-9})$$

Esta expresión implica que $U_f(u, v)$ es proporcional a la transformada de Fourier de la función $U(x, y)$ donde la posición y las frecuencias espaciales se relacionan como $f_x = \frac{u}{\lambda f}$ y $f_y = \frac{v}{\lambda f}$.

Por lo que respecta al caso donde se coloca la transparencia a una distancia d de la lente. Sea $F_0(f_x, f_y)$ la transformada de Fourier de la luz transmitida por la transparencia y $F_l(f_x, f_y)$ la transformada de Fourier de la luz incidente en la lente:

$$F_0(f_x, f_y) = \mathcal{F}At_0 \quad \text{y} \quad F_l(f_x, f_y) = \mathcal{F}$$

de nuevo asumiendo difracción de Fresnel para la propagación en la distancia d , puede usarse de nuevo (A-3), lo que lleva a la relación:

$$F_l(f_x, f_y) = F_0(f_x, f_y) \exp[-i\pi\lambda d(f_x^2 + f_y^2)] \quad (\text{A-10})$$

Por tanto, (A-9) puede reescribirse como:

$$U_f(u, v) = \frac{\exp\left[i\frac{k}{2f}(u^2 + v^2)\right]}{i\lambda f} F_l\left(\frac{u}{\lambda f}, \frac{v}{\lambda f}\right) \quad (\text{A-11})$$

Sustituyendo (A-10) en (A-11) se tiene

$$U_f(u, v) = \frac{\exp\left[\frac{ik}{2f}\left(1 - \frac{d}{f}\right)(u^2 + v^2)\right]}{i\lambda f} F_0\left(\frac{u}{\lambda f}, \frac{v}{\lambda f}\right)$$

que desarrollando F_0 es equivalente a

$$U_f(u, v) = \frac{\exp\left[\frac{ik}{2f}\left(1 - \frac{d}{f}\right)(u^2 + v^2)\right]}{i\lambda f} \times \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f}(xu + yv)\right] dx dy \quad (\text{A-12})$$

De esta forma, la amplitud y fase de la luz en las coordenadas (u, v) están relacionadas con la amplitud y fase a las frecuencias $(\frac{u}{\lambda f}, \frac{v}{\lambda f})$. Cuando $d = f$ el factor cuadrático que precede a F_0 desaparece, dejando una transformada de Fourier exacta.

En consecuencia, cuando una transparencia es colocada a la distancia focal de la lente, haciendo los valores constantes iguales a la unidad, se obtiene en el plano focal posterior de la lente la transformada de Fourier del campo incidente. Podemos entonces utilizar el resultado:

$$U_f(u, v) = \mathcal{F}\{U(x, y)\} \quad (\text{A-13})$$

donde de igual forma se cumple que:

$$U(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{U_f(u, v)\} \quad (\text{A-14})$$

Apéndice B

Holografía

En 1948, el físico húngaro Dennis Gabor presenta un método llamado reconstrucción de frente de onda, que le valdría el premio Nobel de física en 1971. Esta técnica consiste en grabar el patrón de interferencia producido por una fuente coherente de luz al incidir sobre un objeto mientras se encuentra presente otra onda utilizada como referencia, obteniendo de esta forma información de la amplitud y fase del frente producido. Este patrón, denominado holograma, permite reconstruir una imagen del objeto original.

A partir de estas ideas y con el desarrollo del láser, surge la holografía, una técnica de grabado y reconstrucción de ondas lumínicas.

El problema básico

Grabar o almacenar información relativa a la luz, es posible mediante la respuesta de sensores a la intensidad de la misma. Sin embargo, para poder reconstruir un frente de onda, es necesario conocer información tanto de la intensidad como de la fase. En consecuencia, se requiere que la información de la fase se presente como variaciones de la intensidad, y esto es posible mediante interferometría [24].

Considérese una onda de referencia con amplitud y fase conocida $A(x, y) = |A(x, y)| \exp[-i\psi(x, y)]$ y sea $a(x, y) = |a(x, y)| \exp[-i\phi(x, y)]$ la onda que se busca reconstruir, es decir, la producida por la iluminación de un objeto. Entonces, la intensidad de la suma de ambas está dada por:

$$I(x, y) = |A(x, y)|^2 + |a(x, y)|^2 + A(x, y)a^*(x, y) + A^*(x, y)a(x, y) \quad (\text{B-1})$$

$$= |A(x, y)|^2 + |a(x, y)|^2 + 2|A(x, y)||a(x, y)|\cos[\psi(x, y) - \phi(x, y)] \quad (\text{B-2})$$

$$= I_A + I_a + Aa^* + A^*a \quad (\text{B-3})$$

$$= I_A + I_a + 2\sqrt{I_A I_a}\cos[\psi(x, y) - \phi(x, y)] \quad (\text{B-4})$$

Donde se observa que mientras el primer y segundo términos sólo dependen de las intensidades individuales de las ondas, el tercero contiene información relativa a la fase entre ellas. Si se graba la intensidad $I(x, y)$ se obtiene una transparencia de transmitancia $t \propto I$ llamada holograma.

Para reconstruir en frente de onda $a(x, y)$ se utiliza la onda de referencia $A(x, y)$ de nuevo para iluminar el holograma, y la amplitud resultante, usando (B-3) tendrá la forma siguiente:

$$U(x, y) = ta(x, y) \quad (\text{B-5})$$

$$\propto AI_A + AI_a + AAa^* + AA^*a \quad (\text{B-6})$$

$$= AI_A + AI_a + A^2a^* + I_Aa \quad (\text{B-7})$$

→ Dividiendo por I_A

$$U(x, y) \propto I_A + I_a + \sqrt{I_A}a^* + \sqrt{I_A}a \quad (\text{B-8})$$

El último término de B-8 representa la onda buscada $a(x, y)$ multiplicada por la intensidad de la onda de referencia, por lo que si I_A es independiente de x y y , se logra la reconstrucción buscada. Lo que resta, es separarla de los otros tres términos.

Si la onda de referencia y la onda procedente del objeto provienen de diferentes direcciones, es posible separar los términos en la expresión B-8. Supóngase que la onda del objeto está dada por $a(x, y) = f(x, y) \exp[-ikx \sin(\theta)]$, ésta representa una onda de envolvente $f(x, y)$ modulada por una fase equivalente a la introducida por un prisma con un ángulo de deflección θ .

Como resultado, la ecuación tiene la forma

$$\begin{aligned} U(x, y) \propto I_A + |f(x, y)|^2 &+ \sqrt{I_A}f^*(x, y) \exp(+ikx \sin\theta) \\ &+ \sqrt{I_A}f(x, y) \exp(-ikx \sin\theta) \end{aligned} \quad (\text{B-9})$$

donde el último término es la réplica de la onda que buscamos y viaja desde una dirección

a ángulo θ . El signo $+$ del tercer término indica una deflexión $-\theta$, mientras que el primer término es una onda plana que se propaga en el eje z . El segundo término conocido como, de ambigüedad, corresponde a una onda plana no uniforme que se propaga en dirección z alrededor de un cono $2\theta_s$ donde θ_s y depende de la frecuencia espacial máxima de $f(x, y)$, y debe cumplirse la relación $\theta > 3\theta_s$ para que la separación angular de las imágenes se lleve a cabo. La figura B-1 muestra el procedimiento aquí descrito [10].

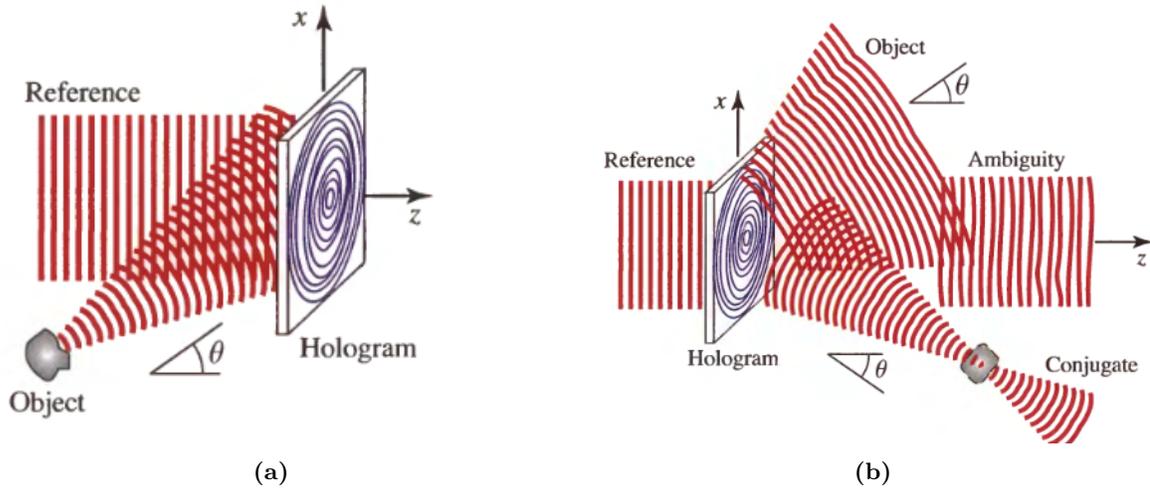


Figura B-1: Reconstrucción de un frente de onda. (a) Interferencia de la onda de referencia y la onda proveniente del objeto con una inclinación θ para generar el holograma. b) Reconstrucción de la imagen del objeto original haciendo incidir la onda de referencia sobre el holograma. Se observa la separación de los diversos términos descritos en la ecuación B-8. Imagen tomada de [10].

Una vez obtenido el campo complejo correspondiente al plano del holograma, las formas de codificarlo son muy diversas, ya sea por medios ópticos análogos o digitales. En el caso del experimento realizado, el holograma se generó computacionalmente y se proyectó sobre el modulador espacial de luz (SLM).

Bibliografía

- [1] Kolomeisky, Anatoly B. «Molecular motors: a theorist's perspective.» *Annu. Rev. Phys. Chem.* 58 (2007), págs. 675-95.
- [2] Bier, Martin. «Brownian ratchets in physics and biology.» *Contemp. Phys* 38.6 (1997), págs. 371-379.
- [3] Astumian, R. Dean y Hänggi, Peter. «Brownian Motors.» *Phys. Today* 55.11 (2002), págs. 33-39.
- [4] Magnasco, Marcelo O. «Forced thermal ratchet.» *Phys. Rev. Lett.* 71.10 (1993).
- [5] Reimann, Peter. «Brownian motors: noisy transport far from equilibrium.» *Physics Reports* 361.2 (2002), págs. 57-265.
- [6] Kay, Euan R., Leigh, David A. y Zerbetto, Francesco. «Synthetic Molecular Motors and Mechanical Machines.» *Angew. Chem. Int. Ed.* 46.1-2 (2007), págs. 72-191.
- [7] León-Montiel, R. de. J. y Quinto-Su, P. A. «Noise-enabled optical ratchets.» *Sci. Rep.* 7.44287 (2017).
- [8] Hecht, Eugene. *Optics*. 4.^a ed. Addison-Wesley, 2002.
- [9] Li, Tongcang. «Fundamental tests of physics with optically trapped microspheres.» Tesis doct. Austin Texas, USA: University of Texas, 2013.
- [10] Saleh, Bahaa E.A. y Teich, Marvin C. *Fundamentals of photonics*. 2.^a ed. Wiley, 2007.
- [11] Ashkin, Arthur. *Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers: a Reprint Volume with Commentaries*. Singapore: World Scientific, 2006.
- [12] Mameren, Joost van y col. «Introduction to Optical Tweezers: Background, System Designs, and Commercial Solutions.» *Single Molecule Analysis : Methods and Protocols*. Vol. 783. Springer protocols, Methods in Molecular Biology. 2011.
- [13] NobelPrize.org. *The Nobel prize in physics 2018. Tools made of light*. URL: <https://www.nobelprize.org/nobel-prizes-2018/> (visitado 15-01-2019).

- [14] Spalding, Gabriel C., Courtial, Johannes y Di Leonardo, Roberto. *Holographic optical tweezers*. 2007. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.98.5109&rep=rep1&type=pdf> (visitado 26-02-2018).
- [15] O’Neil, A. T. y col. «Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam». *Phys. Rev. Lett.* 88.5 (2002).
- [16] Carberry, D.M. y col. «Fluctuations and irreversibility: an experimental demonstration of a second-law-like theorem using a colloidal particle held in an optical trap». *Phys. Rev. Lett.* 92.14 (2004).
- [17] Mameren, Joost van. *Optical tweezers: where physics meets biology*. 2008. URL: <https://physicsworld.com/a/optical-tweezers-where-physics-meets-biology/> (visitado 10-01-2019).
- [18] Magazzú, A., Spadaro D.and Donato, M.G. y Sayed, R. «Optical tweezers: a non-destructive tool for soft and biomaterial investigations». *Rend. Fis. Acc. Lincei* 26 (2015), pág. 203.
- [19] Bowman, Richard W. y Padgett, Miles J. «Optical trapping and binding». *Rep. Prog. Phys.* 76.2 (2013).
- [20] Bohren, Craig F. y Huffman, Donald R. *Absorption and scattering of light by small particles*. Wiley-Interscience Publication, 1983. Cap. 4. Absorption and scattering by a sphere.
- [21] Li, X. y Cheah, C. C. «Tracking Control for Optical Manipulation With Adaptation of Trapping Stiffness». *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 24.4 (2016).
- [22] Dholakia, K. y Čižmár, T. «Shaping the future of manipulation». *Nature Photonics* 5.6 (2011), págs. 335-342.
- [23] Grier David G.and Roichman, Yael. «Holographic optical trapping». *Appl. Opt.* 45.5 (2006), págs. 880-887.
- [24] Goodman, Joseph W. *Introduction to Fourier Optics*. 2.^a ed. McGraw-Hill, 1996.
- [25] Hamamatsu-Photonics. *LCOS - Spatial Light Modulators: Applications*. URL: <https://lcos.hamamatsu.com/jp/en/applications/index.html> (visitado 05-03-2019).
- [26] Dufresne, Eric R. y col. «Computer-generated holographic optical tweezer arrays». *Review of Scientific Instruments* 72.3 (2001), págs. 1810-1816.
- [27] Leach, Jonathan y col. «Interactive approach to optical tweezers control». *Appl. Opt.* 45.5 (2006), págs. 897-903.
- [28] Gerchberg, R.W. y Saxton W. O., A. «A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures». *Optik* 35 (nov. de 1971), págs. 237-250.

- [29] Einstein, Albert. «On the motion of small particles suspended in liquids at rest required by the molecular-kinetic theory of heat». *Ann. Phys.* 17 (1905), págs. 549-560.
- [30] Lemons, Don S. y Gythiel, Anthony. «Paul Langevin’s 1908 paper “On the Theory of Brownian Motion” [“Sur la théorie du mouvement brownien,” C. R. Acad. Sci. (Paris) 146, 530–533 (1908)]». *Am. J. Phys* 65.11 (1997), págs. 1079-1081.
- [31] Chandrasekhar, S. «Stochastic Problems in Physics and Astronomy». *Rev. Mod. Phys.* 15.1 (1943).
- [32] Risken, Hannes. *The Fokker-Plank equation*. 2.^a ed. Springer-Verlag, 1989.
- [33] Pathria R.K., Beale. *Statistical Mechanics*. 3.^a ed. Elsevier, 2011.
- [34] Chandrasekhar, S. «Brownian motion, dynamical friction, and stellar dynamics». *Rev. Mod. Phys.* 21.3 (1949).
- [35] Hänggi, P. y Marchesoni, F. «Artificial Brownian motors: Controlling transport on the nanoscale». *Rev. Mod. Phys.* 81.1 (2009), págs. 387-442.
- [36] Gabryś, Barbara J, Pesz, Karol y Bartkiewicz, Stanislaw J. «Brownian motion, molecular motors and ratchets». *Physica A* 336.1 (2004), págs. 112-122.
- [37] Smoluchowski, M. von. «Experimentell nachweisbare, der Ublichen Thermodynamik widersprechende Molekularphenomene.» *Phys. Zeitschur.* 13 (1912), págs. 1069.
- [38] Feynman, Richard. *The Feynman Lectures on Physics Vol.1*. 2.^a ed. Addison-Wesley, 1965.
- [39] Hänggi, P., Marchesoni, F. y Nori, F. «Brownian motors». *Ann. Phys.* 14.1-3 (2005), págs. 51-70.
- [40] Steane, Andrew M. *Thermodynamics: A complete undergraduate course*. 1.^a ed. Oxford University Press, 2017.
- [41] Parrondo, JMR y Dinís, Luis. «Brownian motion and gambling: from ratchets to paradoxical games». *Contemp. Phys* 45.2 (2004), págs. 147-157.
- [42] Reimann, P. y Hänggi, P. «Introduction to the physics of Brownian motors». *Appl. Phys. A* 75.2 (2002), págs. 169-178.
- [43] Faucheux, L. P. y col. «Optical Thermal Ratchet». *Phys. Rev. Lett.* 74.9 (1995), págs. 1504-1507.
- [44] Lee, Sang-Hyuk y Grier, David G. «One-dimensional optical thermal ratchets». *J. Phys. Condens. Matter* 17.47 (2005), S3685-S3695.

- [45] Arzola, Alejandro V., Volke-Sepúlveda, Karen y Mateos, José L. «Experimental Control of Transport and Current Reversals in a Deterministic Optical Rocking Ratchet». *Phys. Rev. Lett.* 106.16 (2011).
- [46] Arzola, Alejandro V. y col. «Omnidirectional Transport in Fully Reconfigurable Two Dimensional Optical Ratchets». *Phys. Rev. Lett.* 118 (13 2017), pág. 138002.
- [47] Renzoni, Ferruccio. «Driven Ratchets for Cold Atoms». *Advances in Atomic Molecular and Optical Physics*. Vol. 57. Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics. Academic Press, 2009, págs. 1-32.
- [48] Thorlabs-Inc. *Resolution Test Targets*. URL: https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=4338 (visitado 25-01-2019).