



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

CÁLCULO DE EMISIÓN A LONGITUDES DE  
ONDA MILIMÉTRICA, SUB-MILIMÉTRICA E  
INFRARROJA UTILIZANDO MODELOS  
MAGNETOHIDRODINÁMICOS 3D DE LA  
CROMOSFERA SOLAR

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRESENTA

FRANCISCO TAPIA VÁZQUEZ

Director de Tesis

Dr. Victor Hugo De la Luz Rodriguez

Escuela Nacional de Estudios Superiores Unidad Morelia

Comité Tutor

Dr. Mario Rodríguez Matínez

Escuela Nacional de Estudios Superiores Unidad Morelia

Dr. Emanuele Bertone

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

Morelia Michoacán, Junio 2019



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*“Somos polvo de estrellas que piensa acerca de las estrellas.”*

Carl Sagan

## *Dedicatoria y Agradecimientos*

Gracias a mis padres Santiago y Margarita por todo su apoyo.

Gracias a todas las personas que me ayudaron y alentaron durante la realización de este trabajo.

Gracias a Delphine que me ha apoyado en todos los momentos buenos y malos durante la realización de este trabajo.

Gracias al Dr. Victor Hugo De la Luz Rodriguez por haber dirigido esta tesis y por las valiosas enseñanzas.

Gracias al Centro de Supercómputo de Clima Espacial (CESCOM) del Laboratorio Nacional de Clima Espacial (LANCE) por las facilidades otorgadas para ejecutar los códigos. Agradezco al proyecto de Ciencia Básica 254497 "Influencia del Campo Magnético en la Emisión Solar a Longitudes de Onda Milimétrica, Sub-milimétrica e Infrarroja".

# Índice general

Dedicatoria y Agradecimientos	II
Resumen	1
Abstract	2
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. La Cromosfera	3
1.2. Dinámica Cromosférica	5
1.2.1. Modelos Hidrostáticos	5
1.2.1.1. Modelo de Temperatura Uniforme	5
1.2.1.2. 2 Capas	6
1.2.1.3. Modelos de la Cromosfera Alta y la Corona	6
1.2.1.4. VAL	7
1.2.1.5. FAL	8
1.2.1.6. C7	10
1.2.2. Magnetohidrodinámicos (MHD)	11
1.2.2.1. Carlsson	11
1.2.2.2. CO <sup>5</sup> BOLD	12
1.2.2.3. Bifrost	13
1.2.2.4. CAFE	14
1.3. Termodinámica de la Cromosfera	14
1.3.1. Equilibrio Termodinámico (LTE)	15
1.3.2. Equilibrio Estadístico (NLTE)	16
1.4. Ecuación de Transferencia Radiativa	17
1.4.1. Intensidad Específica	17
1.4.2. Ecuación de Transferencia Radiativa (ETR)	21
1.4.3. Coeficiente de Absorción	22
1.4.4. Coeficiente de Emisión	23
1.4.5. Ecuación de SAHA	24
1.4.6. Funciones de Opacidad	28
1.4.6.1. Bremsstrahlung	28
1.4.6.2. H <sup>-</sup>	29
1.4.6.3. Función de Opacidad Total	30

1.4.7. Profundidad Óptica . . . . .	30
1.4.8. Función Fuente . . . . .	31
1.4.9. Ley de Planck . . . . .	32
1.4.10. Solución General . . . . .	33
1.4.11. Solución Numérica . . . . .	34
1.5. Estado del Arte . . . . .	35
1.6. Planteamiento del Problema . . . . .	36
1.7. Hipótesis . . . . .	36
<b>2. Modelos Numéricos</b>	<b>37</b>
2.1. CAFE Newtoniano . . . . .	37
2.2. PAKALMPI . . . . .	40
2.3. JAGUAR . . . . .	42
2.4. KINICH-PAKAL . . . . .	43
2.5. TONALLI . . . . .	44
<b>3. Joskua</b>	<b>47</b>
3.1. Modelo Geométrico . . . . .	47
3.2. Pruebas . . . . .	54
<b>4. Casos de Estudio</b>	<b>58</b>
4.1. El Sol . . . . .	58
4.1.1. Sol Quietos . . . . .	60
4.1.2. Sol Intermedio . . . . .	63
4.1.3. Sol Activo . . . . .	66
4.2. $\alpha$ Cen A . . . . .	69
4.3. $\gamma$ Lep . . . . .	72
4.4. TONALLI . . . . .	75
4.5. JOSKUA . . . . .	84
<b>5. Conclusiones</b>	<b>90</b>
<b>Apéndices</b>	<b>93</b>
<b>A. Código de Prueba para Joskua</b>	<b>93</b>
<b>B. Propiedades Físicas de las Estrellas</b>	<b>95</b>
<b>C. Observaciones de Estrellas de Tipo Solar</b>	<b>96</b>
<b>Referencias</b>	<b>97</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>97</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>99</b>

*Dedicado a mi familia.*

## *Resumen*

En este trabajo se presenta la implementación de un nuevo código para resolver la ecuación de transferencia radiativa bajo condiciones físicas obtenidas de un modelo magnetohidrodinámico. Este código se denomina Joskua y permite generar espectros sintéticos en longitudes de onda milimétricas, sub-milimétricas e infrarrojas con el objetivo de estudiar la estructura y las condiciones físicas de la cromosfera. Para ello se desarrolla un modelo geométrico que se basa en la generación de vectores radiales con origen en el centro de la esfera solar y que describen un conjunto de trayectorias a las que llamamos líneas de visión y representan caminos ópticos desde un observador, en este caso situado en la Tierra. Dichas trayectorias intersectan cubos de condiciones físicas situados en la superficie solar y al ser integradas generan un punto de una imagen bidimensional. Para generar estos cubos de condiciones físicas, se acopla el código PAKAL-MPI con CAFE Newtoniano, dando como resultado un modelo que resuelve las ecuaciones de la magnetohidrodinámica ideal resistiva en un campo gravitacional que bajo la aproximación del no equilibrio termodinámico local (NLTE) toma en cuenta los estados de ionización y es multiespecie. Este modelo se conoce como TONALLI (también conocido como CAFE-PAKAL). El modelo tiene como entrada un modelo semiempírico de la atmósfera y nos da como salida cubos de temperatura, densidad de Hidrógeno, densidad electrónica y un conjunto de iones en sus diferentes estados de ionización que también incluyen H-. Con el objetivo de estudiar diferentes estructuras de la atmósfera, se crean una serie de modelos semiempíricos con el código KINICH-PAKAL para las diferentes fases del ciclo Solar (mínimo, intermedio y máximo) y para estrellas de tipo Solar. Este código ajusta el espectro sintético generado con PAKAL-MPI al espectro observado utilizando el algoritmo de Levenberg-Marquardt que modifica el perfil de temperatura de un modelo semi-empírico existente. En este trabajo utilizamos el modelo semiempírico C7 como modelo inicial para TONALLI. Con el conjunto de cubos, realizamos las pruebas de estabilidad para JOSKUA. Una vez estabilizado, hacemos un análisis multifrecuencia del campo de radiación y estudiamos sus diferencias con un modelo hidrostático. Finalmente, obtenemos una imagen bidimensional en longitudes de onda que puedan servir de base para observaciones con radiotelescopios de alta frecuencia.

**Palabras clave:** Cromosfera, Sol, Radioastronomía, Estrellas de tipo solar, Magnetohidrodinámica (MHD).



# *Abstract*

In this work we present the implementation of a new code to solve the radiative transfer equation under physical conditions obtained from a magnetohydrodynamic model. This code is called Joskua and allows to generate synthetic spectra in millimeter, submillimeter and infrared wavelengths in order to study the structure and physical conditions of the chromosphere. For this, a geometric model is developed that is based on the generation of radial vectors originating in the center of the solar sphere and that describe a set of trajectories that we call lines of vision and represent optical paths from an observer, in this case located on Earth. These trajectories intersect cubes of physical conditions located on the solar surface and, when integrated, generate a point of a two-dimensional image. To generate these cubes of physical conditions, the PAKAL-MPI code is coupled with Newtonian CAFE, resulting in a model that solves the equations of the ideal resistive magnetohydrodynamics in a gravitational field that under the approximation of the local thermodynamic non-equilibrium (NLTE) takes into account ionization states and is multispecies. This model is known CAFE-PAKAL. The model has as input a semiempirical model of the atmosphere and gives us as output cubes of temperature, hydrogen density, electronic density and density of hydrogen and ionized helium. In order to test different structures of the atmosphere, a series of semi-empirical models are created with the KINICH-PAKAL code for the different phases of the Solar cycle (minimum, intermediate and maximum) and for Solar-type stars. This code adjusts the synthetic spectrum generated with PAKAL-MPI to the spectrum observed using the Levenberg-Marquardt algorithm that modifies the temperature profile of an existing semi-empirical model. Due to the fact that in the models generated by KINICH-PAKAL there are abrupt temperature changes that can not be physically explained, we use the semi-empirical model C7 as initial model for CAFE-PAKAL. With the cubes obtained, we performed the stability tests for Joskua. Once it is stable, we do a multi-frequency analysis of the radiation field and how it changes when a hydrostatic model is used. Finally, we obtain a two-dimensional image at wavelengths that can be observed with radio telescopes.

**Key Words:** Chromosphere, Sun, Solar-Like Stars, Radioastronomy, MHD Models.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. La Cromosfera

Una estrella es una nube de gas autoconfinada gravitacionalmente que genera su propia energía a partir de reacciones de fusión nuclear (LeBlanc, 2010)[18](LeBlanc, 2010). Gracias a la radiación electromagnética que nos llega de las estrellas podemos estudiar las condiciones físicas del medio que la genera. En el Sol y en las estrellas frías podemos distinguir tres capas en su atmósfera superior: La fotosfera, la cromosfera y la corona.

La cromosfera, es la región en la cual las líneas de emisión de los átomos neutros y de átomos con un estado de ionización se mantienen observables. No existe un consenso sobre a que altura está situada la altura de la cromosfera, por lo que es arbitraria y depende del autor. Para este trabajo situaremos la cromosfera entre los 300 y 2500 Km. Esta región se puede observar durante los eclipses de sol como un anillo de color rojo intenso, que se debe a una alta emisión de  $H\alpha$  y en la línea K del CaII. La definición de cromosfera aún no está bien establecida, ya que no da detalle de los procesos físicos involucrados. Linsky et al. (2017)[20] define que la cromosfera es una capa atmosférica donde hay una cantidad medible de calentamiento local, además de calor radiante y transporte convectivo desde abajo. La cromosfera se divide en dos regiones: la cromosfera baja y la cromosfera alta.

La cromosfera baja comienza donde las líneas de emisión ópticas deben aparecer en el limbo solar, es decir, a  $\tau_{500nm} < 0,001$  y termina en el mínimo de temperatura, donde una combinación del calentamiento no radiativo y la disminución del enfriamiento radiativo que se produce al disminuir la densidad obliga a que la temperatura aumente con la altura, marcando así el inicio de la cromosfera alta que llega hasta donde se tiene enorme gradiente de temperatura siendo este el inicio de la corona.

Esta región de la atmósfera está lejos de ser una estructura homogénea, ya que exhibe una multitud de elementos estructurales. El descubrimiento de la cromosfera se vio limitado por la

tecnología. En 1706, el astrónomo Royal John Flamsteed reportó a la Royal Society” que un capitán de barco inglés llamado Stanyan, de vacaciones en Suiza, informó sobre una franja rojiza a lo largo del borde del Sol a medida que el eclipse se volvía total. En ese momento, Stanyan infirió que la luna tenía atmósfera. En el siglo XVII, se tuvieron reportes similares durante los eclipses, incluido el de Edmond Halley durante el eclipse solar de 1715. Un siglo más tarde, George Biddell Airy un astrónomo inglés, visualizó también la franja rojiza durante un eclipse solar, pero en esta ocasión, describió unas pequeñas llamaradas que emergían del fondo del disco de un color rojo intenso y más brillantes que cualquier otra parte de la franja, dando un aspecto irregular. A esta región la llamó ”la sierra”, pensando que estaba viendo montañas en el Sol, pero en realidad observó pequeñas prominencias. Debido a su color rojizo, J. Norman Lockyer llama a esta capa de la atmósfera del Sol la cromosfera en 1868. En 1870, Charles A. Young, observando un eclipse en España, descubre que la cromosfera es la capa en la atmósfera solar que produce las líneas oscuras en el espectro del Sol. Young observó la emisión brillante en las líneas h y k del núcleo de CaII. Observó también una diferencia significativa entre las líneas h y k, respecto a otras líneas de Fraunhofer. La información fue corroborada por Hale y Deslandre. Mediante un análisis espectral detallado, se encontró que la irradiancia solar, las manchas solares, el He, el flujo magnético y la línea K del CaII estaban relacionadas. Más tarde, Skumanich et al. (1975)[31] encontró una relación directa entre el flujo magnético y el núcleo de CaII en una región brillante, demostrando la relación supuestamente causal entre los campos magnéticos y el calentamiento cromosférico. El CaII se convirtió entonces en un buen indicador de la actividad y periodicidad del Sol. La aparición de estos núcleos de emisión en espectros estelares, sugirió que estrellas frías deben tener una cromosfera, análoga a la cromosfera solar. Olin Wilson se preguntó si las estrellas frías tenían la misma variación que el Sol. Para responder esta pregunta, implementó un programa de observación mensual a un conjunto de estrellas aledañas al Sol, utilizando el núcleo de CaII para estudiar sus características y similitudes con el Sol. Para este programa utilizó un telescopio ubicado en el observatorio de Monte Wilson junto con un espectrómetro. Wilson et al. (1978)[44] mostró los resultados obtenidos durante el programa y los expresó en términos del ”índice S”. Este índice se basa en las características del instrumento y se define como la relación de los conteos de H y K en los pasabandas ajustables de 0.1 nm centrados en las líneas de resonancia de Ca II H & K a los conteos totales en los pasabanda continuos cercanos. Por lo tanto, es una medida de la fuerza de Ca II en los núcleos de las líneas H y K normalizadas por el continuo local. En la figura 1.1 se muestran las estrellas que se observaron en este programa, en ella, se puede apreciar que el ciclo estelar es variable y en algunos caso no muestra actividad alguna. En el programa sólo al 60 % de las estrellas se le pudo identificar un ciclo con periodos claros. Estos periodos van desde los 2.5 hasta los 25 años. Este trabajo está dividido en los siguientes capítulos. En el capítulo 1 se presenta una introducción a los modelos cromosféricos, se hace una revisión a la teoría de radiación, se analiza el estado del arte y por último, se hace el planteamiento del problema y la hipótesis del trabajo. En el

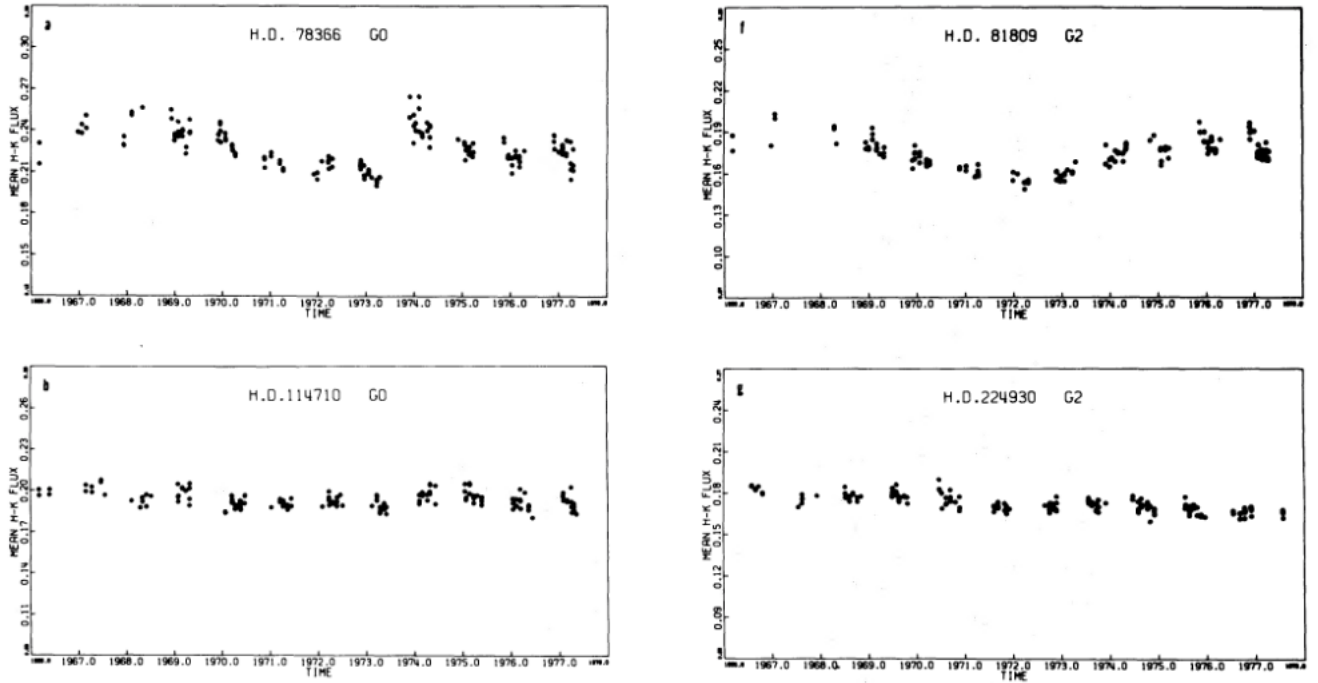


FIGURA 1.1: Variación cromosférica en estrellas de secuencia principal (Wilson et al. 1978[44]).

capítulo dos, se hace una revisión de los códigos con los cuales trabajaremos. En el capítulo 3, se explica detalladamente el código Joskua. En el capítulo 4 probamos el código para condiciones solares y para estrellas de tipo Solar. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y comentarios finales.

## 1.2. Dinámica Cromosférica

### 1.2.1. Modelos Hidrostáticos

#### 1.2.1.1. Modelo de Temperatura Uniforme

Durante los años 40 y 50, comenzaron los primeros esfuerzos para modelar la cromosfera. En ese momento, había dos escuelas que buscaban modelarla (Shklovskii et al. 1958[30]). En una consideraban que la temperatura de la cromosfera era relativamente baja y que se encontraba muy cerca de la fotosfera. La otra en cambio, consideraba que la temperatura se situaban alrededor de los 50000 K. Giovanelli et al. (1948) [12], propuso un modelo empírico isotérmico de la cromosfera, que según su modelo se situaba a 500 km de altura desde la fotosfera. En esta región, los átomos de hidrógeno se encontraban totalmente ionizados y suponiendo equilibrio hidrostático tendría una temperatura de 27000 K. Este modelo se basó en las observaciones del espectro de hidrógeno.

### 1.2.1.2. 2 Capas

Después de Giovanelli, Woolley et al. (1950) [45] separó la cromosfera en dos regiones: la cromosfera alta y la cromosfera baja. En la cromosfera baja, la temperatura era constante y de aproximadamente 6000 K, lo que en principio la mantenía parcialmente ionizada pero dentro del equilibrio termodinámico e hidrodinámico. Después, por encima de los 6000 km la temperatura comenzaba a subir hasta  $10^6$  K. A esta región la llamaron la cromosfera alta, en donde el gas, principalmente hidrógeno, se encontraba totalmente ionizado.

Durante el eclipse de Khartoum en 1952, se realizaron observaciones en la región óptica y de radio del espectro electromagnético. Athay et al. (1956)[2] con estos datos, propuso un nuevo modelo cromosférico. Este modelo dividió a la cromosfera en dos regiones: la cromosfera baja y la cromosfera alta.

La cromosfera baja la situó hasta los 3500 km sobre la fotosfera. Esta capa tenía una temperatura de 6300 K y se le llamó la componente fría. Esta componente fría estaba asociada con las espículas. Estas podían variar de altura muy rápidamente y en su parte alta alcanzaban los 19000 K. La componente caliente o cromosfera alta, cubría el espacio entre las espículas y se encontraba a una altura mayor a 3500 km con una temperatura de 100000 K. Las espículas eran la componente fría en la cromosfera alta como se muestra en la figura 1.10. Físicamente, la división de la cromosfera en dos regiones isotérmicas era consecuencia de la ionización sucesiva del H y el He.

### 1.2.1.3. Modelos de la Cromosfera Alta y la Corona

Allen (1963)[1] y Van de Hulst (1950)[33] crearon modelos teóricos de la cromosfera alta y la corona. Con estos modelos, buscaban integrar todas las capas atmosféricas en un solo modelo para identificar sus propiedades y como afectan a la emisión. El mecanismo físico de emisión que tomaron en cuenta fue la emisión Bremsstrahlung suponiendo una atmósfera totalmente ionizada y en equilibrio termodinámico. Zheleznyakov (1965)[46] propuso un modelo atmosférico que abarcaba desde la cromosfera hasta la corona (figura 1.3). Esta distribución de temperatura fue considerando observaciones en radio a longitudes de onda de milímetro y centímetros. Se asumió equilibrio hidrostático y termodinámico, siendo el principal mecanismo de emisión Bremsstrahlung.

Shimabukuro et al. (1968)[29] comparó los modelos teóricos con las observaciones (figura 1.4) y sugirió que tenía que revisar la densidad y temperatura en la cromosfera. Para refinar la estructura cromosférica, propuso que se tenían que realizar observaciones con mayor grado de precisión, ya que los errores provocan una gran incertidumbre en los modelos.

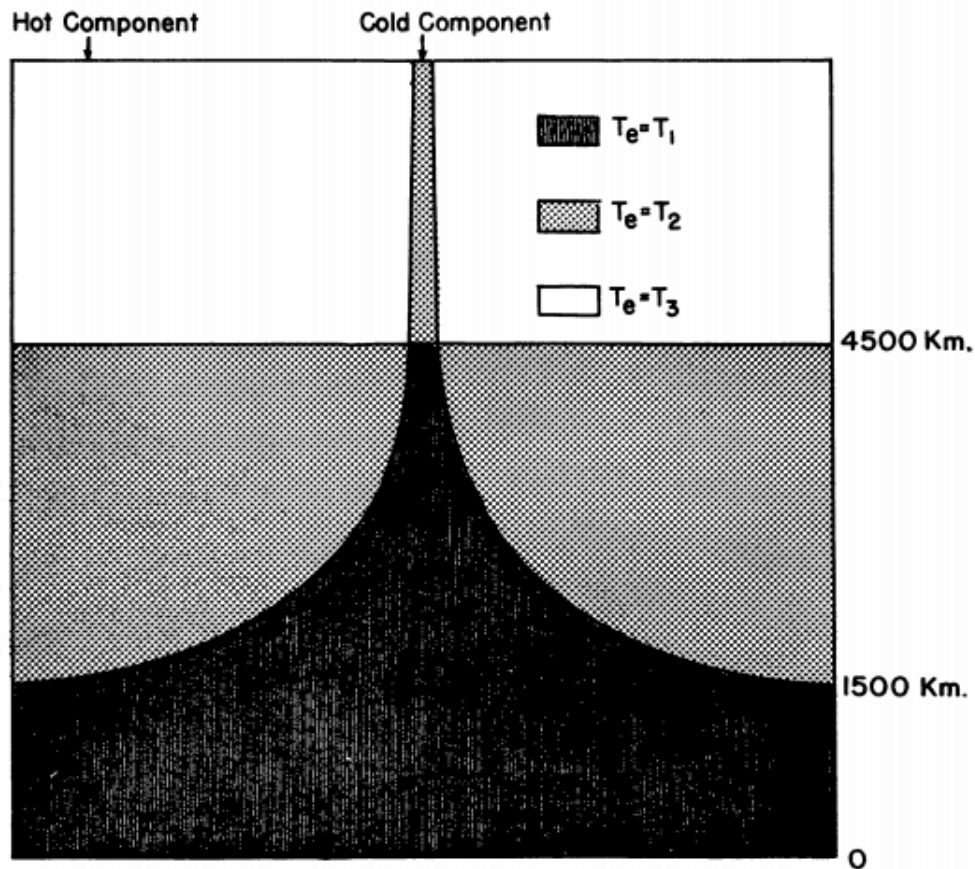


FIGURA 1.2: Modelo cromosférico de dos capas (Athay et al. 1956[2]).

#### 1.2.1.4. VAL

Los modelos VAL fueron publicados por Vernazza, Avrett & Loeser en 1973, 1976 y 1981 ([39], [35], [36]) explicando de manera detallada la teoría involucrada en la definición de los modelos. Se publicaron 5 modelos diferentes cada uno relacionado a diferentes regiones de la cromosfera. El modelo C es el promedio de las 4 regiones de la cromosfera observadas en  $H\alpha$  que se caracterizaron: obscuro (A), muy obscuro (B), brillante (D) y muy brillante (E).

Estos modelos son importantes porque son la base de los actuales modelos semi-empíricos. Se demostraba por primera vez que podía existir un mínimo de temperatura seguido de una subida importante en la cromosfera alta. La altura sobre la fotosfera a la cual se encuentra el mínimo de temperatura es actualmente un motivo de discusión (Leenaarts et al., 2011 [19], De la Luz et al., 2012[24]). En Vernazza et al. 1973 [39], se propone un modelo de la cromosfera basado en observaciones principalmente en el UV, para el caso de H,  $H^-$ , CI y SiI. En este modelo la atmósfera se trata en equilibrio hidrostático. Se dice que es un modelo empírico pues se usa la técnica de modificación-iteración de parámetros, con la finalidad de igualar las líneas de emisión teóricas con las observadas a diferentes alturas. Un aspecto que se tiene que tomar en cuenta, es

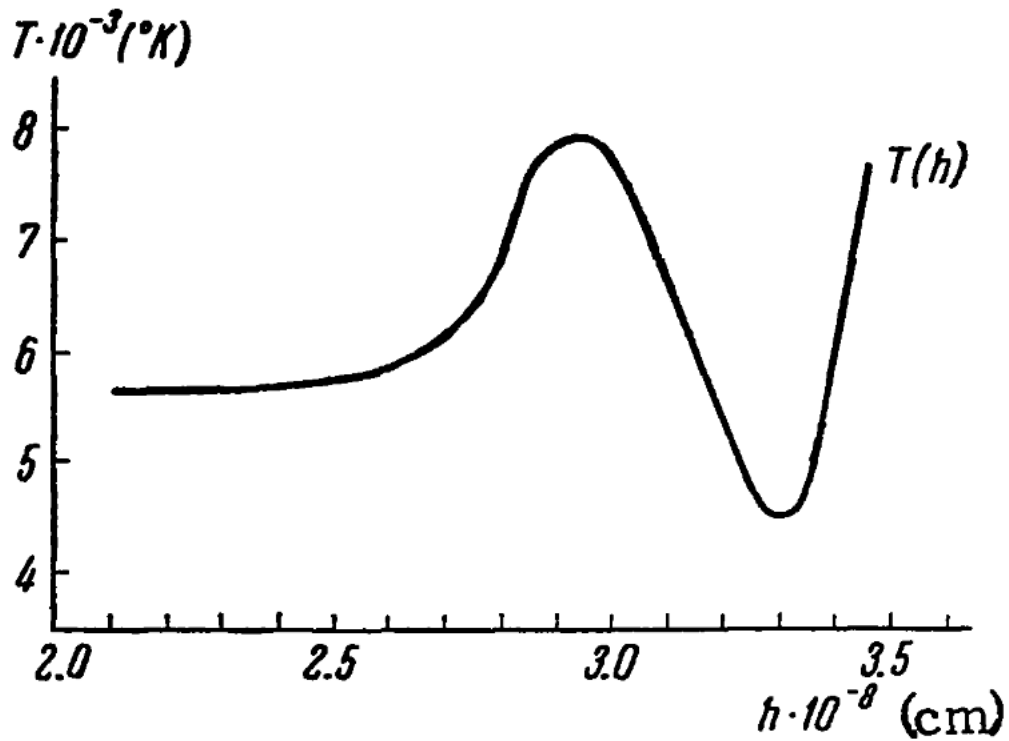


FIGURA 1.3: Perfil de temperatura cromosférico. (Zheleznyakov, 1965 [46]).

que se usan las líneas de emisión que se forman en el centro del disco solar. Después en Vernazza et al. 1982 [35], se encuentra el espectro sintético desde el UV hasta el radio, resolviendo la ecuación de transferencia radiativa y las ecuaciones para el H, C y otros 6 componentes que se encuentran en la cromosfera para el Sol Quietó. Mediante una distribución de temperatura se resuelven las ecuaciones de equilibrio estadístico para líneas de emisión y continuo. A partir de la ecuación de Saha se encuentran los estados de ionización y excitación con la función de poblaciones de Boltzman. Mediante ajustes arbitrarios en el perfil de temperatura, se obtiene un espectro lo más parecido al observado. Para ajustar este modelo se usaron las observaciones del Skylab EUV. El modelo se basa principalmente en la emisión UV y sólo llega a la cromosfera alta. Hasta el momento es el más completo y aceptado por la comunidad, ya que además de publicar sus perfiles de temperatura, densidad y presión, también se incluyen los coeficientes de despegue para los principales átomos. Los coeficientes de despegue son muy importantes ya que nos indican que tan fuera del equilibrio se encuentra el sistema.

#### 1.2.1.5. FAL

Fontela et al. (1993)[7] analizó los efectos que tiene la difusión de He con abundancia constante, en el equilibrio estadístico y en la ecuación de transferencia radiativa suponiendo que se encuentra fuera del equilibrio termodinámico. Demostró además, que el plato de temperatura en la





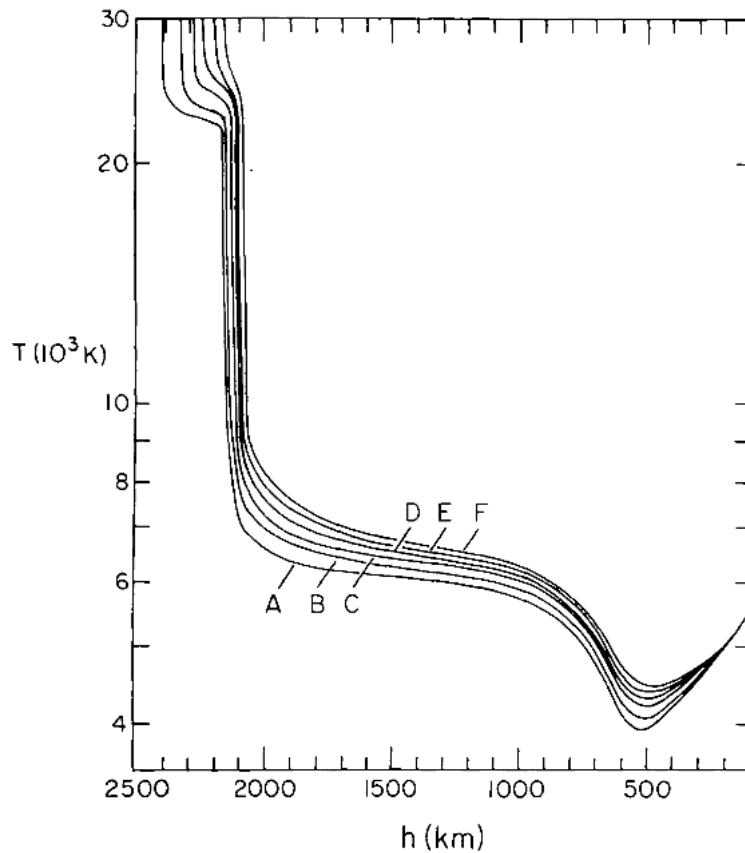


FIGURA 1.5: Modelos cromosféricos para diferentes regiones del disco solar. (Vernazza et al. 1981[38]).

cromosfera alta que muestra el modelo VAL, puede ser remplazado por la difusión ambipolar sin afectar la ecuación de energía. Mostraron además, que el tiempo característico para alcanzar un estado estacionario es más pequeño que el tiempo característico de las variaciones y que la aproximación unidimensional es válida localmente debido a la escala de altura de la zona de transición comparada con las variaciones del disco entero. Crearon 4 modelos: A(Sol intermedio), C(Sol promedio), F(Sol quieto) y P(plage) (figura 1.6).

#### 1.2.1.6. C7

Fontella continuó con los cálculos de Vernazza y publicó varios artículos con mejoras a los modelos VAL ([9], [8], [10]). Uno de los puntos importantes que trata de resolver es la subida en la temperatura de cromosfera alta ubicada aproximadamente a 2000 km de altura sobre la fotosfera. Para poder resolver este problema, introduce un nuevo mecanismo de difusión energética llamado difusión ambipolar. En artículos recientes, muestra que no es necesario aumentar de forma significativa la temperatura de la cromosfera alta, pues la difusión permite tener gradientes de temperatura suaves por regiones igual de extendidas que los modelos VAL. En Fontela et al.,

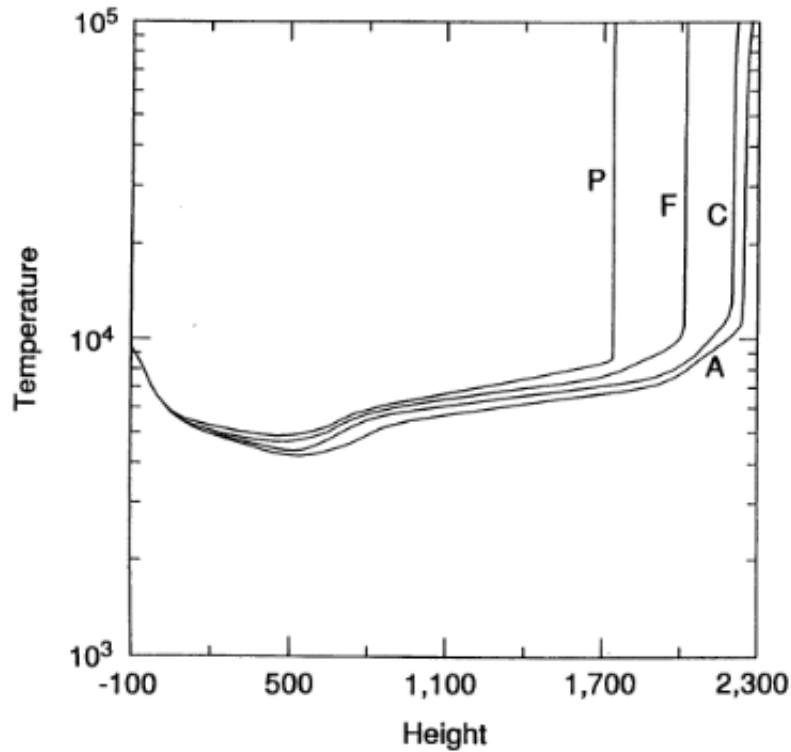


FIGURA 1.6: Modelos cromosféricos tomando en cuenta la difusión ambipolar. (Fontela et al. 1993[7]).

2006 [9], se da a conocer un nuevo modelo llamado C7, el cual es una actualización del modelo C de VAL. En este trabajo usamos como base el modelo C7.

## 1.2.2. Magnetohidrodinámicos (MHD)

### 1.2.2.1. Carlsson

Carlsson y Sten (2002) [4] nos proponen otra manera de construir atmósferas cromosféricas. Sus modelos se basan en el calentamiento acústico producido por ondas de choque las cuales modifican la densidad y la temperatura de forma temporal, cambiando la profundidad óptica dinámicamente y con ello la región de formación de algunas líneas de emisión. Mediante un código dependiente del tiempo resuelven las ecuaciones de la hidrodinámica y de transferencia radiativa en un dimensión. Como entrada utilizan un espectro de fluctuaciones de velocidades de baja frecuencia en la línea de Hierro. Como resultado se obtiene choques en la cromosfera y los comparan con puntos brillantes de la línea de emisión del CaII. Sus conclusiones muestran que ocasionalmente se producen fuertes pero solitarias ondas acústicas las cuales se repiten en un periodo de aproximadamente 3 minutos y se propagan en la atmósfera fría en equilibrio

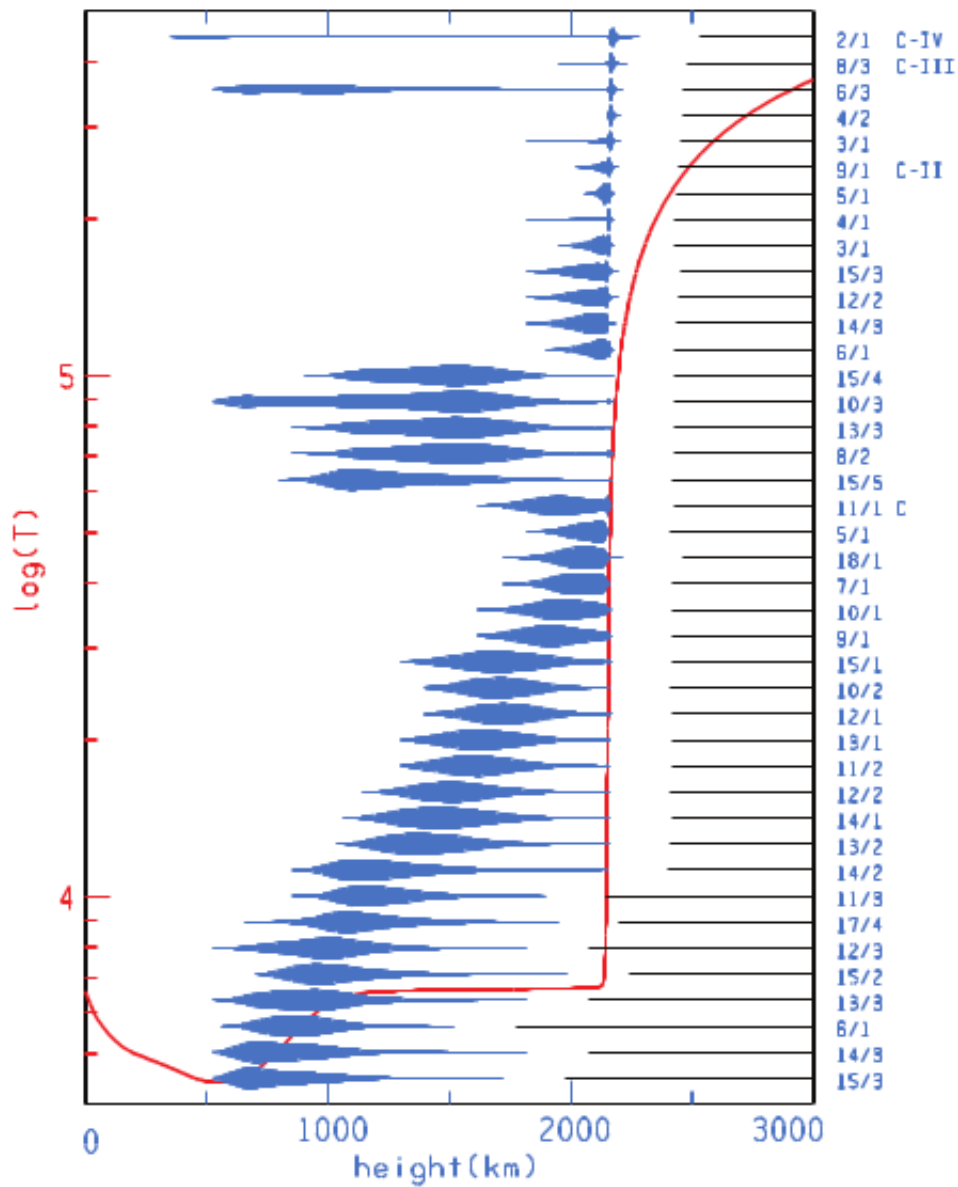


FIGURA 1.7: Modelo semi-empírico C7 (Avrett y Loeser 2008[3]).

termodinámico calentando así la cromosfera solar. En 2005 Fossum & Carlsson [11] argumentan basado en simulaciones, que el flujo de energía observada es demasiado bajo por al menos un factor de 10, lo que demostraría que las ondas acústicas no proveen de un mecanismo dominante para el calentamiento de la cromosfera.

#### 1.2.2.2. CO<sup>5</sup>BOLD

CO<sup>5</sup>BOLD fue desarrollado por Wedemeyer et al. (2003)[40]. Este modelo estudia la generación de ondas dependientes del flujo convectivo temporal, así como su propagación y disipación en capas más altas. La principal característica de este modelo, es que encontró un red de filamentos

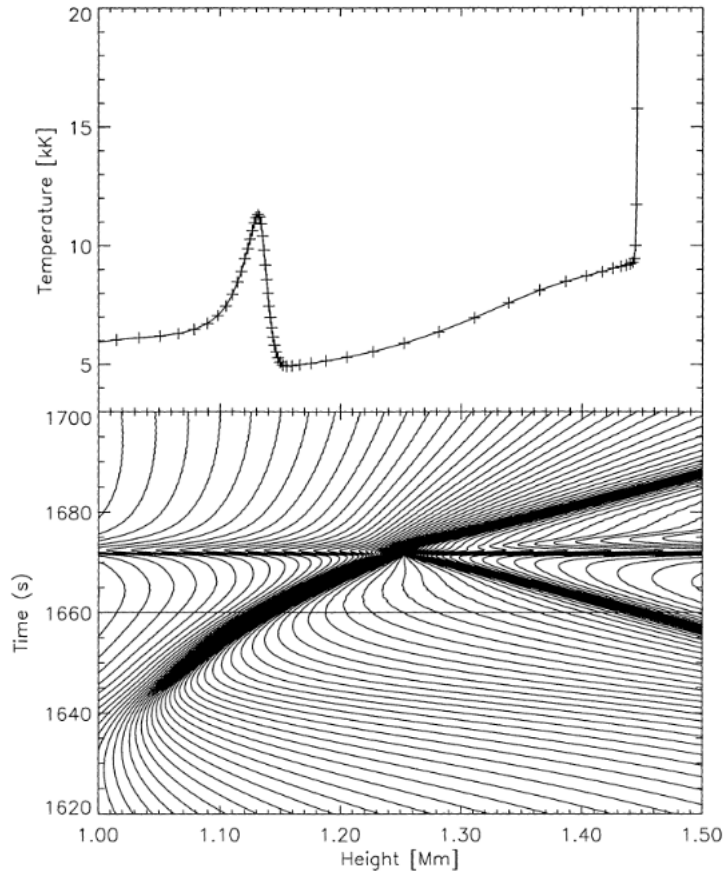


FIGURA 1.8: Modelo hidrodinámico de la cromosfera. (Carlsson y Sten, 2002 [4].)

calientes difundiéndose por la capas frías cromosféricas. Este modelo es altamente dinámico debido a la propagación de las ondas hidrodinámicas de gran amplitud. Este modelo propone que la estructura de temperatura es caracterizada por dos regiones: una fría y una caliente. Tienen como base las fluctuaciones temporales de temperatura lo que sugiere que la emisión radiativa se puede sustentar por la propagación de ondas calientes como los afirmó Carlsson.

### 1.2.2.3. Bifrost

Con el avance de las tecnologías computacionales, se ha podido desarrollar modelos más complejos que pueden reproducir de mejor manera la dinámica atmosférica estelar. Gudiksen et al. (2011)[5] desarrolló Bifrost, un modelo numérico para simular atmósferas estelares desde la zona de convección hasta la corona. Es código resuelve las ecuaciones magnetohidrodinámicas en un contexto estelar. La principal ventaja de este código es que gracias a sus paralelización, se puede reducir el tiempo de ejecución y escalarlo.

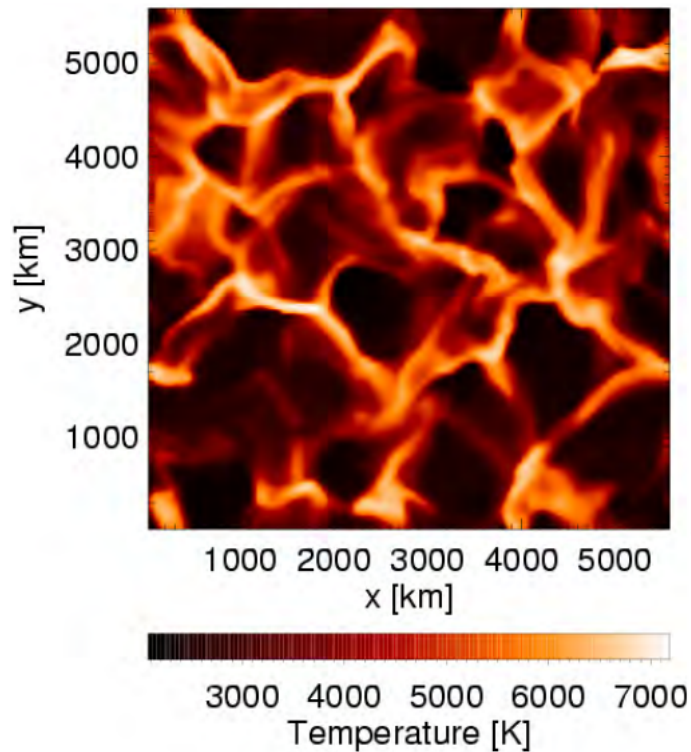


FIGURA 1.9: Estructura de temperatura bidimensional del modelo CO<sup>5</sup>BOLD. (Wedemeyer et al. (2003)[40]).

#### 1.2.2.4. CAFE

CAFE-NEWTONIANO es un código presentado por J. Aviles et al. (2016)[13] que resuelve las ecuaciones magnetohidrodinámicas en un contexto cromosférico solar y que permite reproducir fenómenos atmosféricos como los jets. Daremos más detalles de este código en la sección 2.1.

### 1.3. Termodinámica de la Cromosfera

La solución al problema de las atmósferas estelares puede ser considerado como la determinación de la dependencia espacial de cantidades básicas microscópicas (Mihalas, 1978)[28]. Se puede entender también como la búsqueda de distribuciones básicas microscópicas como lo son la distribución de momento o también conocida como la distribución de velocidades de todas las partículas, la distribución interna de grados de libertad de las partículas (estados de excitación para la población de átomos) y la distribución interna de grados de libertad del campo electromagnético (campo de radiación en todas direcciones y frecuencias).

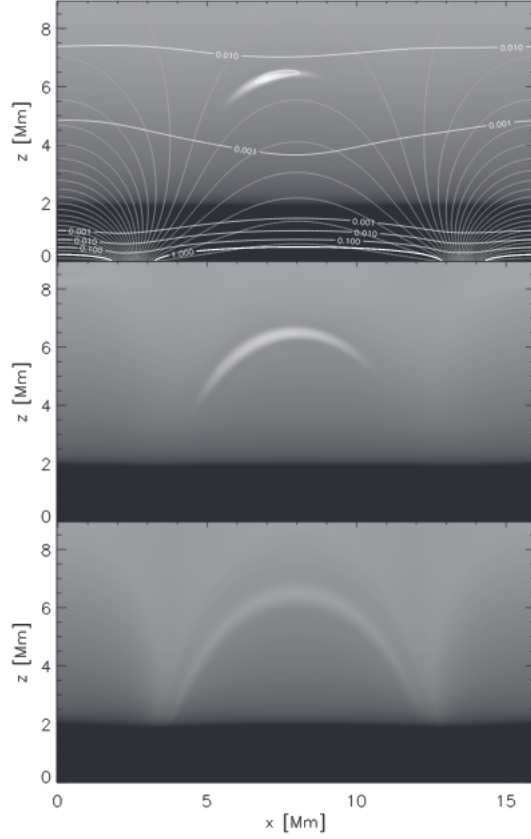


FIGURA 1.10: Evolución temporal del modelo Bifrost bidimensional. (Gudiksen et al. 2011[5]).

### 1.3.1. Equilibrio Termodinámico (LTE)

En equilibrio termodinámico, estas tres distribuciones tienen ciertos valores. Un sistema en equilibrio termodinámico, no cambia cuando se aísla. Por tiempo de relajación entendemos al tiempo que le toma al sistema regresar al equilibrio después de ser perturbado. Los cambios macroscópicos tienen que ser más lentos respecto al tiempo de relajación.

En equilibrio termodinámico, el campo de radiación tiene una distribución Planckiana y la distribución de velocidades una distribución Maxwelliana. Los niveles individuales de energía de los átomos están poblados de acuerdo a la distribución de Boltzmann

$$\frac{N_{i,j}}{N_{0,j}} = \frac{g_i}{g_0} e^{-\chi_i/\kappa T} \quad (1.1)$$

Donde  $N_{i,j}$  es el equilibrio poblacional,  $g_i$  es el peso estadístico del nivel  $i$  del ion  $j$ ,  $T$  es la temperatura,  $\chi$  es la energía de excitación relativa al nivel base, y  $\kappa$  es la constante de Boltzmann. Cuando la ecuación 1.1 se aplica a niveles base de dos iones sucesivos, describe el equilibrio de ionización o mejor conocido como la ecuación de Saha (capítulo 1.4.5).

Para describir una atmósfera estelar, que es la transición de la estrella densa y caliente al medio interestelar casi vacío y frío, tenemos que introducir la posibilidad de que la densidad y la temperatura dependan de la profundidad en la atmósfera. Esto permite que la radiación fluya al medio interestelar. Para mantener las ventajas del equilibrio termodinámico, introducimos el equilibrio termodinámico local (LTE), donde asumimos que la distribución de velocidad de las partículas es Maxwelliana y la distribución Saha-Boltzmann de los estados de excitación e ionización son válidas localmente utilizando los valores locales de temperatura  $T$  y densidad de electrones  $N_e$ . Así, las poblaciones de nivel de energía atómica se calculan después de la ecuación 1.1 y la ecuación de Saha 1.35. El campo de radiación no está en equilibrio (no tiene una distribución Planckiana), así que debe determinarse mediante la solución de la ecuación de transferencia radiativa; sin embargo, asumir el equilibrio termodinámico local, permite utilizar la función de fuente de equilibrio, que es igual a la función de Planck.

### 1.3.2. Equilibrio Estadístico (NLTE)

Suponer el equilibrio estadístico es más general que asumir el equilibrio termodinámico local (Mihalas, 2014), En equilibrio cinético o más comúnmente llamado equilibrio estadístico, determinamos el campo de radiación resolviendo la ecuación de transferencia radiativa y usamos la función de fuente exacta. Las poblaciones de niveles atómicos individuales se calculan utilizando ecuaciones de equilibrio cinético y se supone que las partículas siguen una distribución de velocidad Maxwelliana. Esta aproximación generalmente se llama non-LTE o NLTE, que es una negación del equilibrio. Evidentemente, esto no es cierto, ya que en este "no-equilibrio" todavía hay velocidades de partículas en equilibrio. Más concretamente, se entiende por NLTE a cualquier estado que se aparte de LTE. La proximidad de la distribución de los estados de excitación depende del equilibrio entre los procesos radiativos y colisionales. Si los procesos colisionales dominan, entonces la distribución está cerca del equilibrio. Por otro lado, si los procesos de radiación dominan, entonces la distribución puede diferir significativamente del equilibrio. En NLTE, no se hace ninguna suposición sobre la función de origen, se calcula de manera consistente a partir de opacidades y emisividades reales. Generalmente, los procesos de colisión tienden a establecer el equilibrio (ya que las partículas tienen distribuciones de velocidad de equilibrio), el proceso radiativo tiende a destruirlo si el campo de radiación no está en equilibrio. Las frecuentes colisiones elásticas entre partículas mantienen la distribución de velocidades en equilibrio. Sin embargo, las colisiones inelásticas tienden a destruirlo, si el número de colisiones elásticas entre dos colisiones inelásticas es muy grande, cualquier desviación del equilibrio causada por la colisión inelástica se compensa rápidamente y se preserva el equilibrio. En otras palabras, para la distribución de velocidades en equilibrio es necesario que el tiempo de relajación sea mucho más corto que el tiempo entre colisiones inelásticas. Dado que esta condición se cumple en la mayoría de los casos en atmósferas estelares, asumimos a continuación que la distribución de partículas

es Maxweliana. La diferencia básica entre LTE y NLTE es el comportamiento de las poblaciones calculadas a nivel atómico. La aproximación de LTE permite un cálculo relativamente muy simple y rápido utilizando la distribución de Saha-Boltzmann. La aproximación NLTE tiene en cuenta el hecho de que el nivel de las poblaciones está influenciado por el campo de radiación. En este caso, las poblaciones deben determinarse mediante las ecuaciones del equilibrio cinético. Es el equilibrio entre varios tipos de procesos microscópicos, lo que nos dice qué tan exacto o inexacto es el supuesto de LTE. Para distinguir las ecuaciones NLTE de las LTE, se usa por convención la notación  $b_i$  usada por Menzel et al. (1937)[26] para indicar que tan fuera del equilibrio termodinámico se encuentra nuestro sistema en el nivel energético  $i$  y que se escribe como

$$b_i = \frac{N_i}{N_i^*} \quad (1.2)$$

en donde  $N_i$  es la población actual en el estado  $i$  y  $N_i^*$  es la población en el mismo nivel pero suponiendo equilibrio termodinámico.

Resumiendo, el NLTE nos indica que tan fuera del equilibrio termodinámico local se encuentra y aplicándolo a nuestro problema, las atmósfera estelares eso significa lo siguiente:

- El campo de radiación no está en equilibrio termodinámico, así que su intensidad se tiene que determinar a partir de la ecuación de transferencia radiativa.
- Los estados de ionización y excitación no se encuentran en equilibrio termodinámico, por lo que la población tiene que ser determinada de las ecuaciones de equilibrio cinético.
- La ecuación de transferencia radiativa y el equilibrio cinético deben ser resueltos simultáneamente porque están acoplados.
- Asumimos que la distribución de velocidades para las partículas sigue una distribución Maxweliana.

## 1.4. Ecuación de Transferencia Radiativa

### 1.4.1. Intensidad Específica

La cantidad de energía,  $dE_\nu$ , en un intervalo específico de frecuencia ( $\nu, \nu + d\nu$ ), el cual es transportado a través de un elemento de área  $dA$  en dirección a un elemento de ángulo sólido  $d\omega$  durante un tiempo  $dt$  (figura 1.11). Esta energía  $dE_\nu$ , es expresada en términos de intensidad específica  $I_\nu$  como



$$dE_\nu = I_\nu dA d\omega d\nu dt \hat{r} \cdot \hat{n} \quad (1.3)$$

donde  $\hat{r} \cdot \hat{n} = \cos(\theta) = \mu$  y  $\theta$  es el ángulo entre la dirección considerada y la normal a  $dA$ . Tenemos entonces

$$dI_\nu = \frac{dE}{dA d\omega d\nu dt \cos(\theta)} \quad (1.4)$$

Se espera de la definición de intensidad que en un medio que absorbe, emite y dispersa la radiación  $I_\nu$  varíe de un punto a otro en función de su dirección y el tiempo. Si tenemos una superficie plana, suponemos una emisión isotrópica, en cuyo caso es conveniente utilizar una simetría esférica (figura 1.11). Para este caso la intensidad ( $I_\nu$ ) se puede escribir como

$$I_\nu = I_\nu(\theta, \phi, t) \quad (1.5)$$

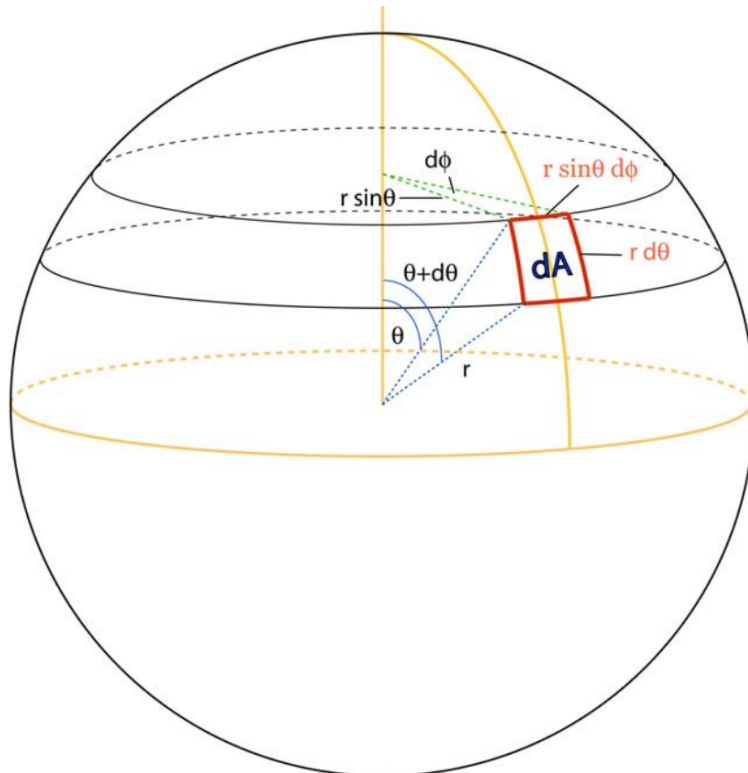


FIGURA 1.11: Sistema de coordenadas esféricas.

Si integramos la ecuación 1.3 ( $dE_\nu \sim I_\nu \cos\theta d\omega$ ), obtenemos el flujo total de energía sobre el ángulo sólido  $\Omega_f = 4\pi$  subtendido por la fuente

$$F_\nu = \int_{\Omega} I_\nu(\theta, \phi, t) \cos\theta d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\nu(\theta, \phi, t) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \quad (1.6)$$

La densidad de flujo es medida en unidades de  $erg\ cm^{-2}\ Hz^{-1}\ ster^{-1}$ . Usualmente la densidad de flujo de radio fuentes es muy pequeña. Especialmente en las radio fuentes astronómicas se utiliza el Jansky (Jy)

$$1\ Jy = 10^{-26} W m^{-2} Hz^{-1} = 10^{-23} erg s^{-1} cm^{-2} Hz^{-1}$$

Consideramos una esfera con un brillo uniforme  $I_\nu$  con un radio R. De acuerdo a la ecuación 1.6 la densidad de flujo total recibido por un observador a una distancia r se puede escribir como

$$\begin{aligned} F_\nu &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos\theta \sin\theta d\theta + \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos\theta \sin\theta d\theta \\ &= F_\nu^+ - F_\nu^- \end{aligned} \quad (1.7)$$

En donde

$$F_\nu^+ = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos\theta \sin\theta d\theta$$

y

$$F_\nu^- = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos\theta \sin\theta d\theta$$

En la ecuación 1.7  $F_\nu^+$  simboliza la radiación que ilumina el área dA mientras que  $F_\nu^-$  es la radiación que ilumina en la otra dirección. De este modo, el flujo total que tomamos en cuenta es el positivo. Integrándolo tenemos que

$$F_\nu^+ = \pi I_\nu$$

No obstante, el flujo total que llega al observador es diferente. Si consideramos una simetría esférica, sólo se puede observar la mitad de la esfera, por lo que sólo la mitad de los elementos

de superficie contribuyen. Para saber cual es el flujo recibido por un observador a una distancia  $D$  consideremos un elemento de área  $dA$  como se muestra en la figura 2.1 tenemos entonces

$$dA = 2\pi r dr \quad (1.8)$$

Para obtener  $r$  y  $dr$  consideramos una esfera de radio  $R$  y una

$$\sin\theta = \frac{r}{R} \Rightarrow r = R\sin\theta \Rightarrow dr = R\cos\theta d\theta \quad (1.9)$$

sustituyendo 1.9 en 1.8 tenemos

$$dA = 2\pi R^2 \sin\theta \cos\theta d\theta \quad (1.10)$$

Sabemos por la ley de la inversa al cuadrado que la radiación es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro donde se origina, de esta ley podemos deducir que

$$d\omega = \frac{dA}{D^2} \quad (1.11)$$

Donde  $D$  es la distancia desde la fuente hasta el observador. Sustituyendo 1.10 en 1.11 tenemos que

$$d\omega = 2\pi \left(\frac{R}{D}\right)^2 \sin\theta \cos\theta d\theta \quad (1.12)$$

Si integramos 1.12 obtenemos

$$\omega = \pi \left(\frac{R}{D}\right)^2 \quad (1.13)$$

Por otra parte, sabemos que

$$F_\nu^{obs} = I_\nu \omega \quad (1.14)$$

Sustituyendo 1.13 en 1.14 tenemos que el flujo observado es

$$F_\nu^{obs} = \pi \left(\frac{R}{D}\right)^2 I_\nu \quad (1.15)$$

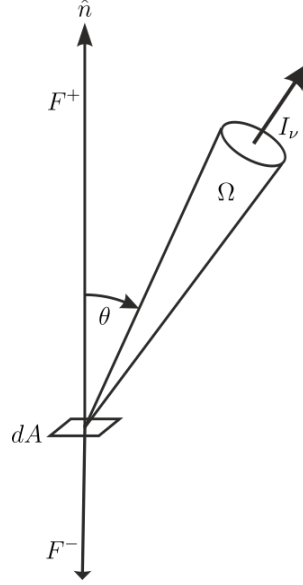


FIGURA 1.12: Flujo total.

#### 1.4.2. Ecuación de Transferencia Radiativa (ETR)

La ecuación de transferencia es la expresión matemática de la conservación de la energía radiativa. Asumimos que la intensidad de radiación  $I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t)$  en un intervalo de frecuencia  $d\nu$  pasa en un tiempo  $dt$  a través de un elemento de longitud  $ds$  y cruza la sección  $d\sigma$  normal a la dirección del rayo  $\boldsymbol{\Omega}$  dentro de un ángulo sólido  $d\omega$ . Si la intensidad de radiación emerge a  $\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}$  en un tiempo  $t + \Delta t$  se tiene que  $I_\nu(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t + \Delta t)$ . Esto representa físicamente la diferencia entre la energía absorbida y la emitida en un elemento de volumen. Se expresa matemáticamente como

$$\begin{aligned} & [I_\nu(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t + \Delta t) - I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t)] d\sigma d\omega d\nu dt \\ & = [j_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t) - \kappa_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t) I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t)] ds d\sigma d\omega d\nu dt \end{aligned} \quad (1.16)$$

donde  $j_\nu$  es el coeficiente de emisión y  $\kappa_\nu$  es el de absorción. Sea  $s$  la longitud de la trayectoria del rayo pasando a través de un elemento de volumen, tenemos que  $\Delta t = \frac{\Delta s}{c}$  entonces

$$I_\nu(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t + \Delta t) - I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t) = \left( \frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \frac{\partial I_\nu}{\partial s} \right) ds \quad (1.17)$$

si sustituimos 1.17 en 1.16 obtenemos la ecuación de transferencia radiativa

$$\left( \frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \frac{\partial I_\nu}{\partial s} \right) I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t) = j_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t) - \kappa_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t) I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, t) \quad (1.18)$$

En el sistema de coordenadas cartesianas la derivada  $\frac{\partial}{\partial s}$  se escribe como

$$\begin{aligned}\frac{\partial I_\nu}{\partial s} &= \left(\frac{\partial x}{\partial s}\right) \left(\frac{\partial I_\nu}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial y}{\partial s}\right) \left(\frac{\partial I_\nu}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial z}{\partial s}\right) \left(\frac{\partial I_\nu}{\partial z}\right) \\ &= l \left(\frac{\partial I_\nu}{\partial x}\right) + m \left(\frac{\partial I_\nu}{\partial y}\right) + n \left(\frac{\partial I_\nu}{\partial z}\right)\end{aligned}\tag{1.19}$$

$l$ ,  $m$  y  $n$  son los cosenos directores del rayo,  $\mathbf{\Omega}$ . La ecuación 1.17 se puede escribir entonces como

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{\Omega} I_\nu) = j_\nu - \kappa_\nu I_\nu\tag{1.20}$$

Para el caso de una atmósfera plano-paralela que se divide en capas y que no cambia con el tiempo, es conveniente usar el caso unidimensional y si el ángulo formado por el rayo con la normal a las capas (eje  $z$ ) es  $\theta$  ( $\mu = \cos\theta$ ) la ecuación 1.20 se escribe como

$$\mu \frac{dI_\nu}{dz} = j_\nu - \kappa_\nu I_\nu\tag{1.21}$$

Para poder resolver la ecuación 1.21 necesitamos saber como se está emitiendo y absorbiendo la radiación. En las siguientes secciones hablaremos de ello. Para empezar definiremos los mecanismos de absorción, también conocidos como opacidades. Para reproducir opacidades más cercanas a la realidad es necesario resolver la ecuación de SAHA, que nos dice la tasa de ionización de las especies involucradas y como contribuyen a la densidad total de electrones. En el caso de la emisión revisaremos las funciones fuentes.

### 1.4.3. Coeficiente de Absorción

Como hemos visto en la sección anterior, para poder resolver la ecuación 1.19, debemos conocer los mecanismos de absorción. A  $\kappa_\nu$  se le conoce como coeficiente de absorción y está comprendido por dos importantes procesos: la absorción verdadera y la dispersión. Estos dos fenómenos se expresan como

$$\kappa_\nu = \kappa_\nu^v + \kappa_\nu^d\tag{1.22}$$

donde  $\kappa_\nu^v$  es la absorción verdadera y  $\kappa_\nu^d$  la dispersión. A la absorción la podemos entender como la radiación que se remueve del haz de electrones que cruza por un medio y que involucra un cambio de los grados de libertad de un átomo o molécula. Los procesos de absorción son también llamados funciones de opacidad. Las más comunes son:

- Fotoionización (bound-free)
- Bremsstrahlung Inverso (free-free)
- Fotoexcitación (bound-bound)
- Hidrógeno Negativo ( $\text{H}^-$ )

La absorción verdadera depende del estado termodinámico en que se encuentra el medio, es decir, depende de la temperatura ( $T$ ), presión ( $P$ ) y de la abundancia química ( $\alpha_i$ ). Si el medio se encuentra en equilibrio termodinámico tenemos

$$\kappa_\nu^a(r, T) = \kappa_\nu^a[p(r, T), T(r), \alpha_i(r, T), \dots, \alpha_k(r, T)]$$

Cuando la radiación impacta a un electrón libre este comienza a oscilar, esta oscilación genera radiación, reemplazando a la anterior que se ha dispersado en otra dirección. Si la onda original tenía una frecuencia  $\nu$  tal que  $h\nu \ll m_e c^2$ , entonces la dispersión es coherente, es decir, la onda entrante tiene la misma frecuencia que la saliente o dicho de otra manera, la energía del fotón saliente es la misma que la del fotón entrante. Esto se conoce como la dispersión Thompson.

Si la radiación tiene una frecuencia tal que  $h\nu > m_e c^2$  contragolpean en una cantidad no despreciable. Para que se conserve la energía, la radiación dispersada debe tener una frecuencia menor a la entrante. A esto se le llama dispersión no coherente o dispersión Compton.

Las unidades del coeficiente de absorción son  $\text{cm}^{-1}$ . Debido a las bajas temperaturas con las que vamos a trabajar, la dispersión no tiene ningun efecto en la opacidad.

#### 1.4.4. Coeficiente de Emisión

El coeficiente de emisión se define en función de la energía emitida  $dE_\nu$  de un elemento de volumen  $dV$  dentro de un ángulo sólido  $d\omega$  en un intervalo de frecuencia  $d\nu$  y tiempo  $dt$ . Entonces

$$dE_\nu = j_\nu dV d\omega d\nu dt \tag{1.23}$$

en donde  $j_\nu$  es el coeficiente de emisión macroscópica o emisividad. La emisividad tiene unidades de  $\text{erg cm}^{-3} \text{sr}^{-1} \text{hz}^{-1} \text{s}^{-1}$ . La emisión es la combinación de los procesos físicos reversos que causan la absorción. Existen dos tipos de emisión: la térmica y la no térmica.

Si asumimos condiciones de equilibrio termodinámico (LTE), entonces el coeficiente de emisión se expresa como

$$j_\nu^t = \kappa_\nu B_\nu(T) \quad (1.24)$$

donde  $B_\nu(T)$  es la función de Planck de la cual se hablará más a detalle en la sección 1.4.9. La ecuación 1.24 es también conocida como la relación de Kirchhoff-Planck. Para el caso NLTE, se tiene que considerar la emisión simultánea debida a la presencia del campo de radiación, la emisión espontánea y los coeficientes de Einstein.

La emisión no térmica proviene principalmente de la dispersión de electrones y se escribe como

$$j_\nu^s = \sigma_\nu J_\nu \quad (1.25)$$

donde  $\sigma_\nu$  es sección efectiva de la dispersión y  $J_\nu$  es el flujo total. Combinando ambas emisiones, tenemos que el coeficiente de emisión es

$$j_\nu = j_\nu^t + j_\nu^s. \quad (1.26)$$

Los procesos de emisión más importantes son:

- Recombinación radiativa
- Recombinación colisional
- Bremsstrahlung
- foto-desexcitación.

### 1.4.5. Ecuación de SAHA

La ecuación de Saha nos indica la tasa de ionización de un elemento en el estado  $i+1$  comparado con el estado  $i$ . Para ello requerimos un gas que se encuentre en equilibrio termodinámico, es decir, que todos los procesos (Absorción, emisión, excitación, desexcitación) estén en equilibrio, al menos localmente y que las densidades sean suficientemente pequeñas tales que la distancia media entre átomos sea más grande que el tamaño de un orbital asociado con un nivel de energía alto.

Para derivar la ecuación de Saha, debemos de comenzar con la ecuación de Boltzmann, que establece que el número de átomos en el nivel  $i$  en relación con el nivel  $j$  es

$$\frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{\Delta E_{ij}}{kT}} \quad (1.27)$$

donde  $n_i$  es la densidad de partículas en el nivel  $i$ ,  $g_i$  es el peso estadístico del nivel  $i$  y  $\Delta E_{ij}$  es la diferencia de energía entre los dos niveles. Para encontrar la proporción del número de partículas en un estado dado respecto al total, uno suma todas razones  $\frac{n_i}{n_1}$ , entonces

$$n_{total} = \Sigma n_i = \frac{n_1}{g_1} (g_1 + g_2 e^{-\frac{\Delta E_{12}}{kT}} + g_3 e^{-\frac{\Delta E_{13}}{kT}} + \dots) \equiv \frac{n_1}{g_1} Q(T) \quad (1.28)$$

siendo  $u(T)$  la función de partición de todos los tipos de partículas.  $u(T)$  contiene la suma sobre todos los términos exponenciales, pero la suma es finita, ya que en la práctica los estados de excitación son finitos. Concluimos pues que la ecuación estadística de Boltzmann es

$$\frac{n_i}{n} = \frac{g_i}{u(T)} e^{-\frac{\Delta E_{1,i}}{kT}} \quad (1.29)$$

Se puede al caso de la ionización los cálculos estadísticos de la población de estados energéticos. Para ello se tiene que trabajar con tres partículas: la que se encuentra en el menor estado ( $i$ ), en el más alto ( $j$ ) y el electrón libre, el cual puede ocupar algún estado de energía dado por la suma de la energía de ionización ( $\chi_{ij}$ ) y la energía cinética del electrón ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) del tal manera que  $E_{el} = \chi_{ij} + \frac{1}{2}mv^2$

Consideremos el número de partículas que se encuentran en el estado más bajo, suponiendo dos estados de energía ( $i$  y  $j$ ). El número de partículas en el estado más bajo de ionización es  $n_{i,1}$  con el peso estadístico  $g_{i,1}$ . El peso estadístico del sistema ion-electrón es  $g_{ion} \cdot g_{el}$ . El peso estadístico de un electrón en el estado base es  $g_{j,1}$  y el número de partículas en ese estado es  $n_{j,1}$  para un intervalo de velocidad  $[v, v + dv]$ . Entonces por la ecuación 1.27 tenemos

$$\frac{n_{j,1}(v)}{n_{i,1}} = \frac{g_{j,1}}{g_{i,1}} g_{el} e^{-\frac{\chi_{ij} + \frac{1}{2}mv^2}{kT}} \quad (1.30)$$

Para el peso estadístico del electrón, consideremos el número total de estados cuánticos posibles en el espacio y sus momentos

$$g_{el} = \frac{2dq_1dq_2dq_3dp_1dp_2dp_3}{h^3}$$

se multiplica por 2 debido a los dos posibles estados del spin del electrón. Si el volumen contiene sólo un electrón  $dq_1dq_2dq_3 = \frac{1}{n_e}$  y  $dp_1dp_2dp_3 = 4\pi p^2 dp = 4\pi m^3 v^2 dv$ . Sustituyendo en la ecuación 1.30

$$\frac{n_{j,1}(v)}{n_{i,1}} = \frac{g_{j,1}}{g_{i,1}} \frac{2}{n_e} \frac{4\pi m^3}{h^3} e^{-\frac{\chi_{ij} + \frac{1}{2}mv^2}{kT}} \cdot v^2 dv \quad (1.31)$$



integrando respecto a la velocidad tenemos

$$\frac{n_{j,1}n_e}{n_{i,1}} = 2\frac{g_{j,1}}{g_{i,1}} \left( \frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\chi_{ij}}{kT}} \quad (1.32)$$

esta es la ecuación de Boltzmann para la ionización.

Regresando a nuestro caso de estudio, un gas en una atmósfera estelar, debemos tomar en cuenta que cada estado de ionización tiene su propia estadística de excitación. Para cada estado de ionización

$$\frac{n_{j,1}}{n_{j,N}} = \frac{g_{j,1}}{u(T)} e^{-\frac{\chi_{j,1}}{kT}}, \quad \frac{n_{i,1}}{n_{i,N}} = \frac{g_{i,1}}{u(T)} e^{-\frac{\chi_{i,1}}{kT}} \quad (1.33)$$

sustituyendo 1.33 en 1.32

$$\frac{n_{j,N}n_e}{n_{i,N}} = 2\frac{u_j(T)}{u_i(T)} \left( \frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\chi_{ij}}{kT}} \quad (1.34)$$

Multiplicamos por  $kT$  y tomamos el logaritmo natural. Ahora  $j = i + 1$ . Expresamos la energía de ionización  $\chi_{ij}$  en eV. Entonces tenemos la ecuación de Saha expresada como

$$\log \frac{n_{i+1}}{n_i} = -0,1761 - \log(P_e) + \log \frac{u_{i+1}}{u_i} + 2,5 \log(T) - \chi_{i,ion} \frac{5040}{T} \quad (1.35)$$

donde

$$P_e = n_e K T$$

$$u_i = \sum_n g_{i,n} \cdot e^{-\frac{\chi_{i,n}}{kT}}$$

lo que nos da como resultado

$$\log \frac{N_{i+1}}{N_i} = 15,6826 - \log(n_e) + \log \frac{u_{i+1}}{u_i} + 1,5 \log(T) - \chi_{i,ion} \frac{5040}{T}$$

si definimos

$$\log \frac{N_{i+1}}{N_i} = f_{T,i}(n_e) \Rightarrow N_{i+1} = 10^{f_{T,i}(n_e)} N_i$$

Para saber la contribución de los elementos debemos resolver el siguiente sistema

$$\begin{aligned}
H^0 &= (0,9 * N_{tot}) / (1,0 + 10^{f_{T,H^0}(N_e)}) \\
H^+ &= 0,9 * N_{tot} - H^0 \\
He^0 &= 0,1 * N_{tot} / (1,0 + 10^{f_{T,He^0}(N_e)} (1,0 + 10^{f_{T,He^+}(N_e)})) \\
He^+ &= 10^{f_{T,He^0}(N_e)} He^0 \\
He^{++} &= 10^{f_{T,He^+}(N_e)} He^+ \\
Ne &= H^+ + He^+ + 2 * He^{++}
\end{aligned}$$

Una vez que se resuelve este sistema podemos conocer la tasa de ionización. En la figura 1.13 se muestra la tasa de ionización como función de la temperatura para los elementos más importante en la atmósfera solar.

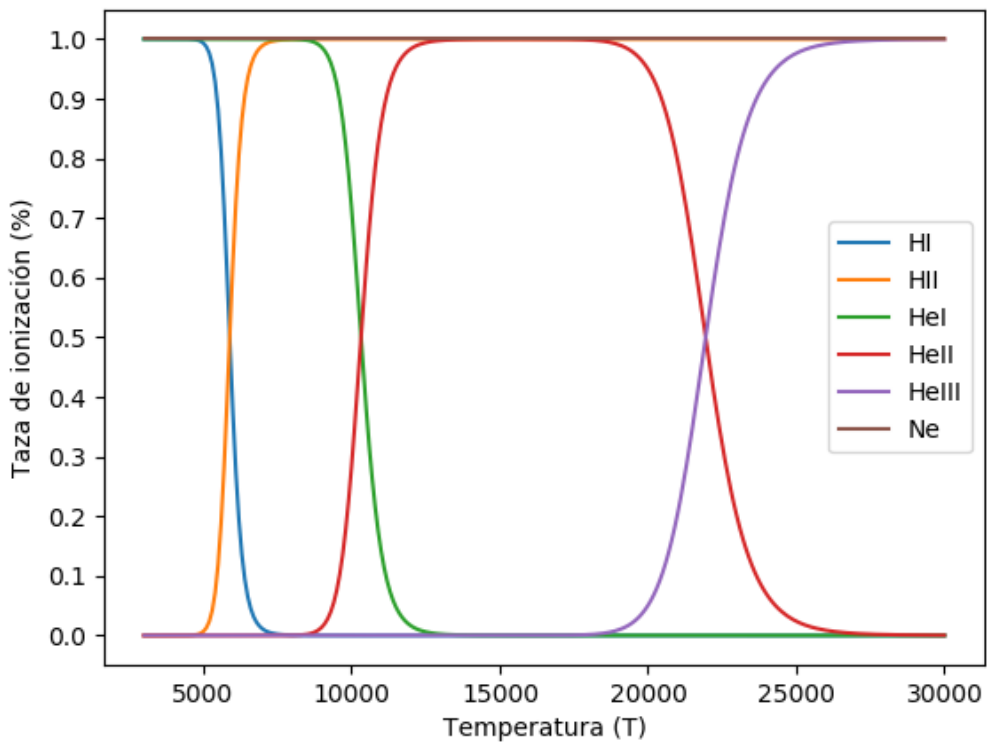


FIGURA 1.13: Taza de ionización en función de la temperatura y densidad para diferentes elementos.

## 1.4.6. Funciones de Opacidad

### 1.4.6.1. Bremsstrahlung

Cuando electrones individuales son deflectados en un campo de coulombiano de iones debido a su movimiento acelerado, producen emisión libre-libre o Bremsstrahlung ( $H^+ + e^- + \gamma \rightarrow H^+ + e^{-*}$ ). El proceso inverso, absorción Bremsstrahlung, ocurre cuando los electrones comienzan a oscilar en resonancia con el campo eléctrico de una onda y entonces los electrones-iones colisionan destruyendo la oscilación. Este hace que la energía de la onda decaiga y caliente al plasma.

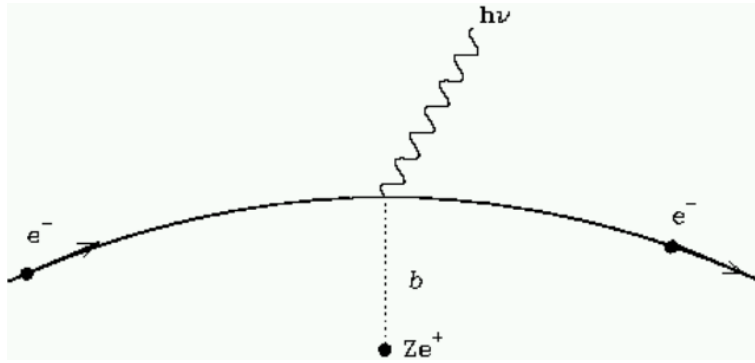


FIGURA 1.14: Un electrón pasando por un campo de Coulomb generado por un ión.

La emisividad se verá afectada de acuerdo con la velocidad a la que se encuentre el electrón a la hora de la interacción, para corregir los efectos relativistas se usa el factor de Gaunt. Este factor es una cierta función de la energía de un electrón y de su frecuencia de emisión. En la figura 1.15 se muestra los diversos regímenes que puede tomar el factor de Gaunt en función de la energía de los electrones.

Para las longitudes de onda de en las que se sitúa el radio, los encuentros distantes de electrones con iones son más importantes que los escasos encuentros cercanos. A altas frecuencias donde  $h\nu > \kappa T$  podemos escribir el coeficiente de absorción Bremsstrahlung como

$$\kappa_{ff}^n(T, \nu) = \sum_i \frac{2^{5/2} \sqrt{\pi}}{3\sqrt{3}} \frac{e^6}{c(m\kappa)^{3/2}} \frac{Z_i^2}{T^{3/2} \nu^2} n_e n_i \bar{g}_{ff}(Z_i, T, \nu) \quad (1.36)$$

donde  $e$  es la carga del electrón,  $c$  la velocidad de la luz,  $m$  la masa del electrón,  $\kappa$  la constante de Boltzmann,  $Z$  el estado de ionización,  $T$  la temperatura,  $\nu$  la frecuencia,  $n_e$  la densidad electrónica,  $n_i$  la densidad de iones y  $\bar{g}_{ff}(Z_i, T, \nu)$  el factor de gaunt.

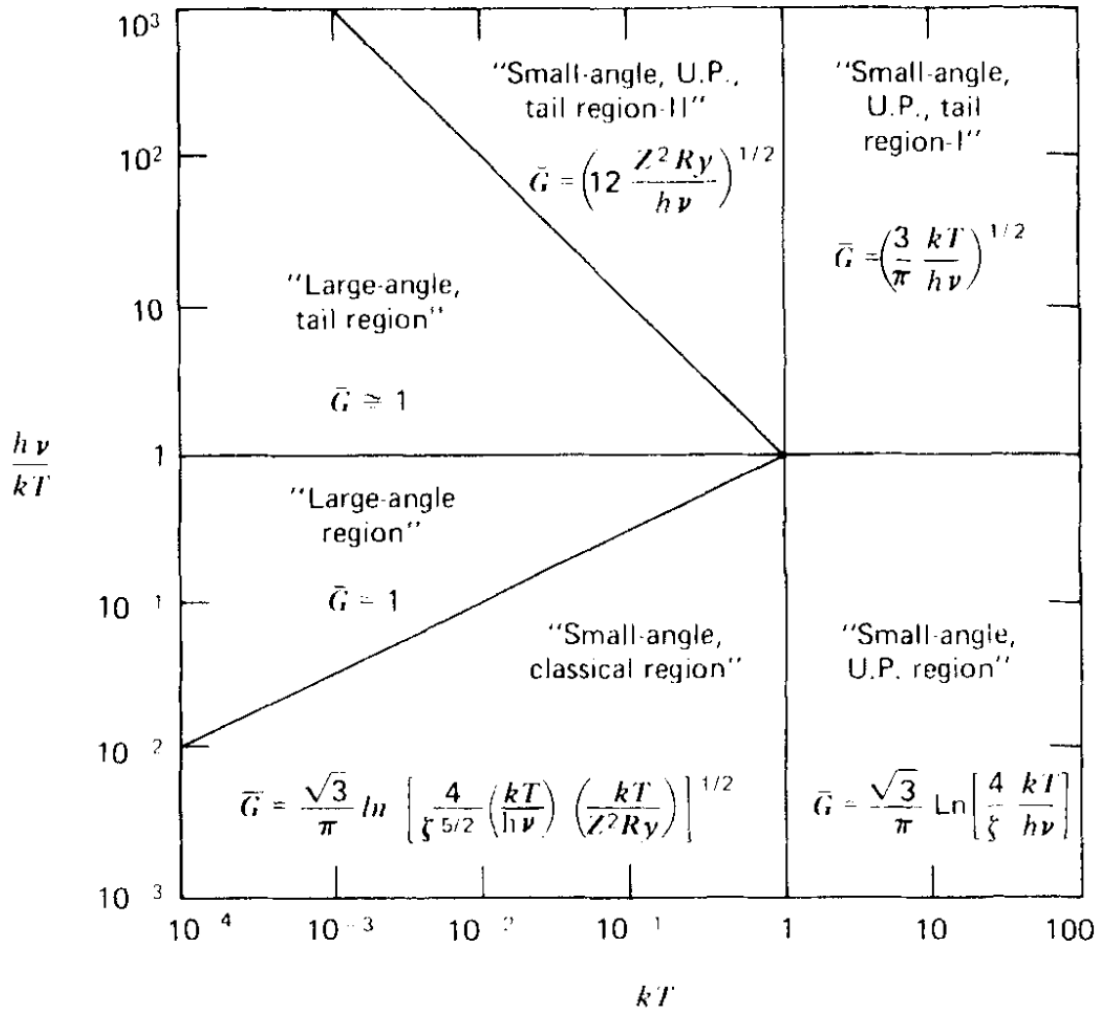


FIGURA 1.15: Aproximación analítica a el factor de gaunt.

#### 1.4.6.2. $H^-$

Debido a la gran polarización, el hidrógeno puede formar un ion negativo que consiste de un protón y dos electrones. El ion tiene un estado ligado único con una energía de ionización de 0.754 eV. Debido a la baja energía de ionización, el hidrógeno negativo no puede existir a altas temperaturas no obstante, se puede encontrar en las atmósferas de las estrellas de tipo solar y ultra frías. A pesar de que sólo existe una pequeña fracción de hidrógeno negativo, la opacidad  $H^-$  es dominante en las atmósferas de estrellas frías y ultra frías. El ion de hidrógeno negativo puede interactuar con el campo de radiación mediante fotoionización o interacción neutra como lo describe John (1988). Para la fotoionización tenemos que



para la interacción neutra

$$H + e^- + \gamma \rightarrow H + e^{-*}. \quad (1.38)$$

La absorción por fotoionización tiene su pico de absorción a  $8500\text{\AA}$  y decrece a longitudes de onda más cortas. Alexander et al (1994)[alexander] demuestra que para longitudes entre 0.4 y 40mm, la fotoionización no tiene una contribución importante. Sin embargo, la interacción neutra tiene una contribución más significativa a estas longitudes de onda. Podemos expresar la opacidad como

$$\kappa_{ff}^{H^-} = k_{\lambda}^{tot} P_e n_H \quad (1.39)$$

donde  $n_H$  es la densidad total de hidrógeno,  $P_e$  es la presión electrónica y  $k_{\lambda}^{tot}$  es el coeficiente de absorción descrito por Jonh (1988).

### 1.4.6.3. Función de Opacidad Total

A temperaturas y densidades cromosféricas, la función de opacidad con mayor contribución es Bremsstrahlung seguida por hidrógeno negativo ( $H^-$ ) (figura 1.16). La dispersión Thomson tiene una contribución despreciable en esta región (Wedemeyer et al. 2015[41]).

La función de opacidad total se puede escribir entonces como

$$\kappa_{\nu} = \kappa_{ff}^n + \kappa_{ff}^{H^-} \quad (1.40)$$

### 1.4.7. Profundidad Óptica

La profundidad óptica es un cantidad importante utilizada en la teoría de radiación, ya que nos indica el nivel específico de transparencia. Este nivel puede variar dependiendo del ambiente astrofísico en el que nos encontremos. Para el caso de las atmósferas estelares, ayuda a la comprensión de su estructura. En el caso particular de las atmósferas plano paralelas independientes del tiempo, definimos la profundidad óptica como

$$\tau(z, \nu) = - \int_{z_1}^{z_2} \kappa_{\nu}(z', \nu) dz' \quad (1.41)$$

En donde  $\kappa_{\nu}$  es el coeficiente de absorción y del cual hablaremos en la siguiente sección. El signo negativo en la ecuación 1.41 se debe a que adoptamos la convención que  $z$  y  $\tau_{\nu}$  van en direcciones opuestas, es decir, en mientras sea menor la altura mayor opacidad tendremos.  $\tau_{\nu}(z)$  nos da la

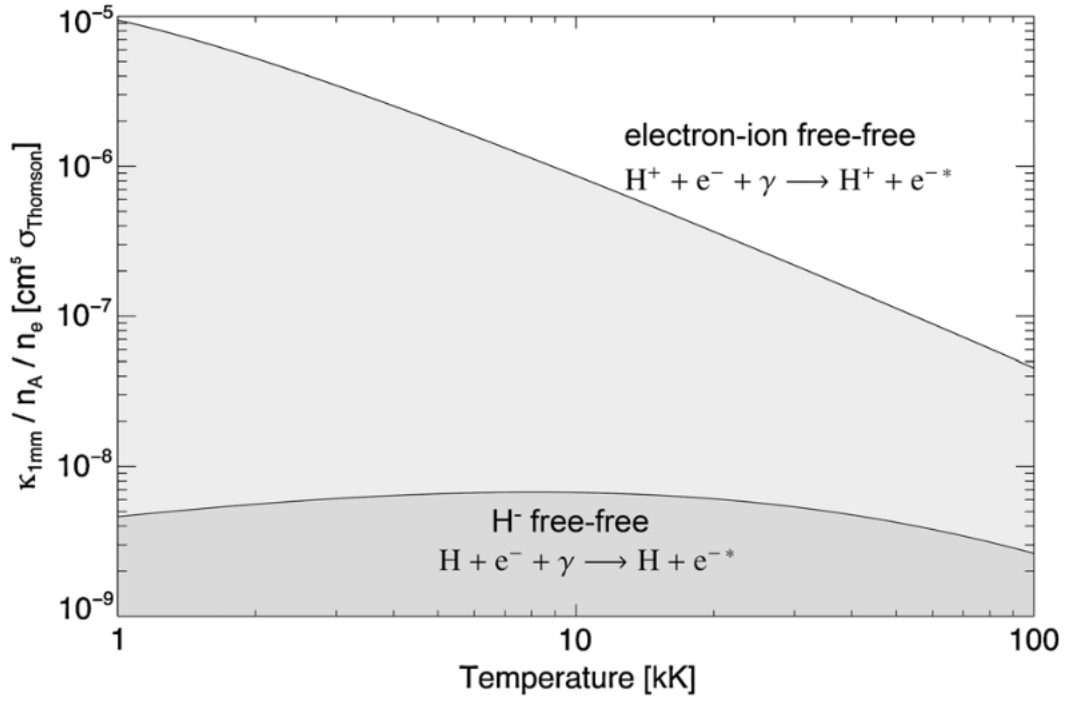


FIGURA 1.16: Opacidad a una longitud de onda de 1mm debida a la absorción Bremsstrahlung y  $H^-$ . En la figura se muestra a la opacidad como función de la temperatura en unidades de sección eficaz de Thomson ( $\sigma = 6.65 \times 10^{-29} \text{ m}^2$ ). Se observa que la función  $H^-$  es afectada por la baja ionización del hidrógeno a temperaturas y densidades cromosféricas (Wedemeyer et al. 2015[41])

absorción de radiación integrada en la dirección  $z$ , en el segmento  $z_2$ - $z_1$  (figura x). En el caso de nuestra atmósfera plano paralela  $\tau_\nu$  incrementa de afuera hacia adentro, entonces

$$\begin{aligned} \text{si } z = z_{max}, & \quad \tau_\nu = 0 \\ \text{si } z = z_{min}, & \quad \tau_\nu = \tau_{\nu,max} \end{aligned} \quad (1.42)$$

$\tau_\nu$  físicamente nos dice el número de trayectorias libres de los fotones, en otras palabras, que tan tanto uno puede ver a través del medio.

#### 1.4.8. Función Fuente

Una cantidad que juega un papel fundamental en la resolución de la ecuación de transferencia radiativa es la función fuente. Definimos la función fuente como la relación entre la emisión y la absorción, es decir

$$S_\nu = \frac{j_\nu}{\kappa_\nu} \quad (1.43)$$

tomando el caso de la atmósfera plano paralela escribimos la ecuación 1.21 como

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (1.44)$$

Sustituyendo 1.26 y 1.22 en 1.43 tenemos

$$S_\nu = \frac{K_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu}{\kappa_\nu^v + \kappa_\nu^d} \quad (1.45)$$

Si consideramos el equilibrio termodinámico local, entonces

$$S_\nu = B_\nu(T) \quad (1.46)$$

donde  $B_\nu(T)$  es la función de Planck, de la cuál hablaremos en el siguiente capítulo. La ecuación de transferencia radiativa se escribe como

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = I_\nu - B_\nu(T) \quad (1.47)$$

#### 1.4.9. Ley de Planck

Todos los objetos cuya temperatura es mayor a 0 K, radian energía en forma de ondas electromagnéticas. No solo pueden radiar, también pueden absorber o reflejar energía que incide sobre ellos, y más aún, Kirchhoff (1859)[17] demostró que un buen absorbedor es un buen emisor. El absorbedor más eficiente se conoce como cuerpo negro, y es también el emisor más eficiente. Un cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente y la reemite en todas las frecuencias. La cantidad de radiación proveniente de un cuerpo negro está dada por la ley de Planck. Esta ley establece una función entre la cantidad de radiación ( $B_\nu$ ) con la frecuencia ( $\nu$ ) y temperatura (T) dada por

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1.48)$$

donde  $h$  es la constante de Planck,  $k$  la constante de Boltzmann y  $c$  la velocidad de la luz.

En la figura 1.17 se muestra como van cambiando los espectros con la temperatura. Se puede observar que existe un máximo de emisión, a ese máximo se le conoce como el pico de emisión, y es la frecuencia donde la emisión es más intensa.

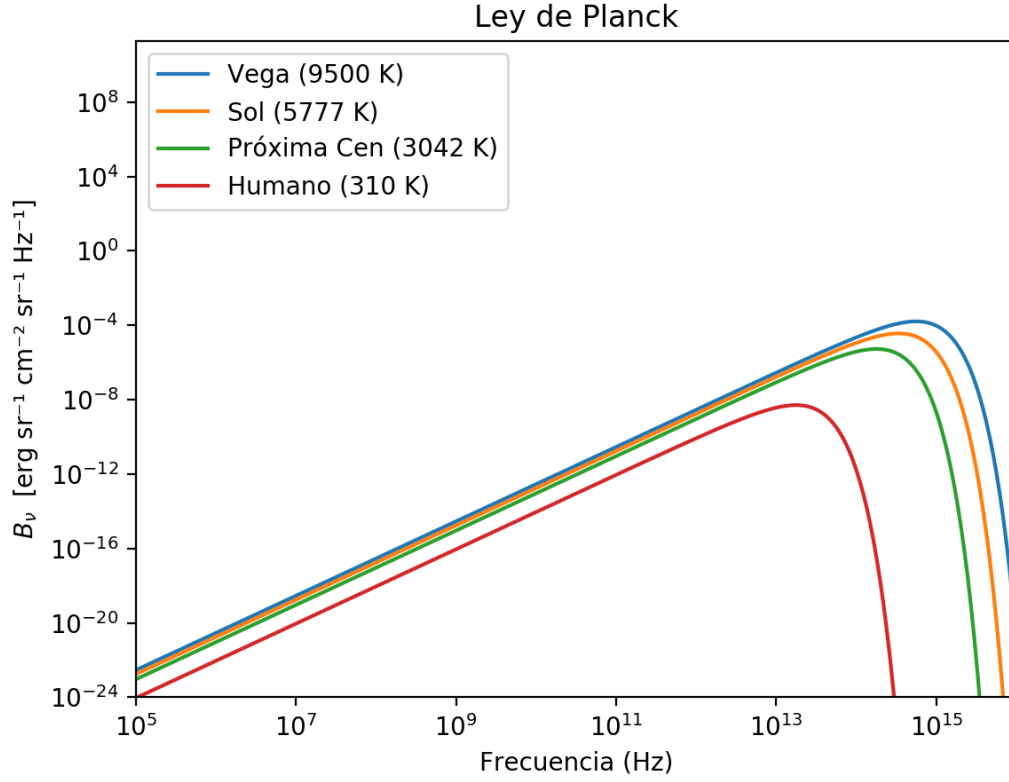


FIGURA 1.17: Comparación de las curvas de emisión a diferentes temperaturas.

#### 1.4.10. Solución General

Para encontrar la solución a la ecuación de transferencia radiativa primero sustituimos la ecuación 1.43 en la ecuación 1.21

$$\mu \frac{dI_\nu}{\kappa_\nu ds} = I_\nu - S_\nu \quad (1.49)$$

tomando una elemento infinitesimal de la ecuación 1.41

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu. \quad (1.50)$$

La ecuación 1.50 es una ecuación diferencial lineal de primer orden con un coeficiente constante. Para resolverla, necesitamos de un factor integrante que para este caso será  $\exp(-\tau_\nu/\mu)$ . Con este factor integrante y tomando en cuenta que la profundidad óptica va en dirección opuesta a la dirección Z (figura 1.18), tenemos



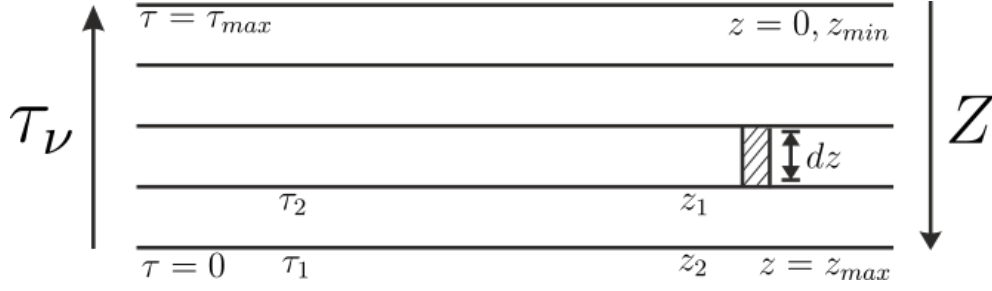


FIGURA 1.18: Geometría de una atmósfera plano paralela. La opacidad incrementa mientras la altura disminuye.

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) \exp\left(\frac{-\tau_{1\nu} + \tau_{2\nu}}{\mu}\right) - \frac{S_\nu}{\mu} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \exp\left(\frac{-\tau_\nu + \tau_{2\nu}}{\mu}\right) d\tau_\nu \quad (1.51)$$

Si suponemos que el observador se encuentra en dirección paralela a la fuente entonces  $\mu = \cos(0) = 1$  y se tiene que

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} \exp(-\tau_\nu + \tau_{2\nu}) d\tau_\nu = 1 - \exp(-\tau_{1\nu} + \tau_{2\nu}).$$

La solución general de la ecuación de transferencia radiativa es entonces

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) \exp(-\tau_{1\nu} + \tau_{2\nu}) - S_\nu (1 - \exp(-\tau_{1\nu} + \tau_{2\nu})) \quad (1.52)$$

#### 1.4.11. Solución Numérica

Para resolver la ecuación 1.52, debemos la profundidad óptica a diferentes alturas. Utilizamos la ecuación 1.41 tenemos

$$\begin{aligned} \tau_{1\nu} &= - \left( \int_{\infty}^{z_1} \kappa_\nu dz' + \int_{z_2}^{z_1} \kappa_\nu dz' \right) \\ \tau_{2\nu} &= - \int_{\infty}^{z_2} \kappa_\nu dz' \end{aligned} \quad (1.53)$$

pero como podemos ver en la figura 1.18, el camino del observador hasta la atmósfera podemos considerarlo transparente, es decir, que la radiación no interactúa con ninguna partícula en la trayectoria, entonces

$$\int_{\infty}^{z'} \kappa_\nu dz = 0 \quad (1.54)$$

entonces el exponente de la ecuación 1.52 podemos expresarlo como

$$\tau_1 - \tau_2 = - \int_{z_2}^{z_1} \kappa_\nu dz' \quad (1.55)$$

utilizando como método de integración numérica la regla del trapecio, la ecuación 1.55 en su forma general se aproxima a

$$\tau_i - \tau_{i+1} \approx \frac{\Delta z}{2} (\kappa(z_i) + \kappa(z_{i+1})) = \tau_L^i \quad (1.56)$$

sustituyendo 1.56 en 1.52 obtenemos la solución discreta de la ecuación de transferencia radiativa para un atmósfera plano paralela que podemos resolver numéricamente y se expresa como

$$I_{\nu(i+1)} = I_{\nu(i)} \exp(-\tau_L^i) + S_\nu^i (1 - \exp(-\tau_L^i)) \quad (1.57)$$

## 1.5. Estado del Arte

Las recientes observaciones en alta definición de la cromosfera, han revelado que es una estructura acoplada altamente dinámica en periodos cortos de tiempo (del orden de segundos) y exhibe un multitud de procesos involucrados. A través de las observaciones en múltiples longitudes de onda, se ha visto que las diferentes partes espectrales se forman a diferentes alturas (Da Silva et al. 2018 [6]). Asimismo, se ha observado que la cromosfera es parcialmente transparente y tiene un dependencia con la longitud de onda, lo que significa que diferentes partes de la atmósfera están acopladas por la radiación, creando un fenómeno no local que se extiende hasta grandes altitudes formando elementos que hacen difícil modelar esta región. Crear un modelo de esta región requiere:

- Dependencia temporal
- Geometría tridimensional
- Dominio amplio.

El gran costo computacional que esto requiere, es la principal limitación técnica para los modelos atmosféricos. Una solución práctica a este problema, es hacer simplificaciones, aproximaciones y mejorar los métodos de resolución.

Actualmente, existen dos modelos capaces de cumplir con estos requerimientos: BIFROST (sección 1.2.2.3) y TONALLI (también conocido como CAFE-PAKAL, sección 2.5). BIFROST

cuenta con un módulo capaz de resolver la ecuación de transferencia radiativa y generar imágenes bidimensionales a longitudes de onda visible. Al iniciar este trabajo TONALLI no contaba con un modelo para generar imágenes sintéticas de la radiación producida por los cubos 3D.

## 1.6. Planteamiento del Problema

La cromosfera solar emite radiación en el continuo en todo el espectro electromagnético. Sin embargo, la región del espectro donde la cromosfera tiene una mayor contribución es en el UV y en las bandas milimétricas, sub-milimétricas e infrarrojas. Las herramientas que se han desarrollado (PAKALMPI, KINICH-PAKAL y TONALLI) nos permiten realizar estudios de la estructura atmosférica en la cromosfera que van desde los modelos 1D hidrostáticos hasta MHD 3D. Sin embargo, en el caso de las herramientas MHD 3D (TONALLI) no se cuenta con un módulo que permita resolver la ecuación de transferencia radiativa en cubos 3D. A diferencia de PakalMPI que puede resolver la radiación en geometrías 3D pero solamente para perfiles radiales 1D, TONALLI es incapaz de comparar los resultados multiespecie con observaciones. Debido a sus características intrínsecas, estudiar la radiación proveniente de la cromosfera a longitudes de onda milimétricas, sub-milimétricas e infrarrojas nos permitirá conocer las condiciones físicas de ese medio. Para ello, es necesario crear un modelo para calcular la emisión a estas longitudes de onda en el modelo TONALLI. Desarrollarlo nos permitirá contar con una herramienta para el estudio de las condiciones físicas de la cromosfera.

## 1.7. Hipótesis

Contar con una herramienta MHD 3D con una aproximación multiespecies y con un resolvidor de transferencia radiativa para cubos 3D nos permitirá validar los modelos MHD a través de la comparación de su espectro sintético con observaciones a longitudes de onda milimétrica, sub-milimétrica e infrarroja. Estos modelos nos permitirán describir las condiciones física de las cromosferas estelares y en particular la cromosfera solar.

## Capítulo 2

# Modelos Numéricos

En este capítulo introducimos los modelos CAFE Newtoniano, PAKALMPI, JAGUAR, KINICH-PAKAL y TONALLI.

### 2.1. CAFE Newtoniano

CAFE Newtoniano es un código diseñado para resolver las ecuaciones de la magnetohidrodinámica (MHD) clásica en tres dimensiones, sujeta a un campo gravitacional constante. Este código se centra en el análisis de fenómenos solares dentro de la región fotosfera-corona (González-Avilés et al. 2015[13]). Para este código se considera un conjunto de ecuaciones MHD sujetas a un campo gravitacional constante. Las ecuaciones a resolver son

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} - \mathbf{B} \otimes \mathbf{B} + \mathbf{I}p_t) = \rho \mathbf{g} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot ((E + p_t)\mathbf{v} - \mathbf{B}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})) = \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \otimes \mathbf{B} - \mathbf{B} \otimes \mathbf{v}) = \mathbf{0} \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{B}) = 0 \quad (2.5)$$

en donde  $\rho$  es la densidad del plasma,  $p_t = p + \frac{\mathbf{B}^2}{2}$  es la presión total (térmica + magnética),  $\mathbf{v}$  el campo de velocidades del plasma,  $\mathbf{B}$  el campo magnético,  $\mathbf{I}$  la matriz unitaria y  $E$  la densidad total de energía (interna + cinética + magnética)  $E = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{\rho \mathbf{v}^2}{2} + \frac{\mathbf{B}^2}{2}$ .

Las ecuaciones 2.1 (conservación de masa), 2.2 (ecuación de movimiento), 2.3 (ecuación de la energía), 2.4 (ecuación de inducción) y 2.5 (no monopolos magnéticos) se escriben de forma conservativa para poder resueltas de forma óptima con métodos numéricos. La solución numérica de las ecuaciones de la MHD, se realiza usando la discretización en volúmenes finitos en conjunto con los métodos de captura de choques de alta resolución (HRSC, por sus siglas en inglés), incluyendo aproximadores de Riemann para calcular los flujos y reconstructores de variables. Para evolucionar en el tiempo las ecuaciones, se usa el método de líneas junto con un integrador Runge-Kutta de tercer orden. Este código ha sido utilizado para estudiar la influencia de las ondas de Alfvén en el proceso de calentamiento coronal (González-Avilés & Guzmán 2015[13]), estudio de las espículas de tipo II (figura 2.1) (González-Avilés et al. 2017[14]) y jets coronales resultado de la reconexión magnética (figura 2.2) (González-Avilés et al. 2018[15], en revisión).

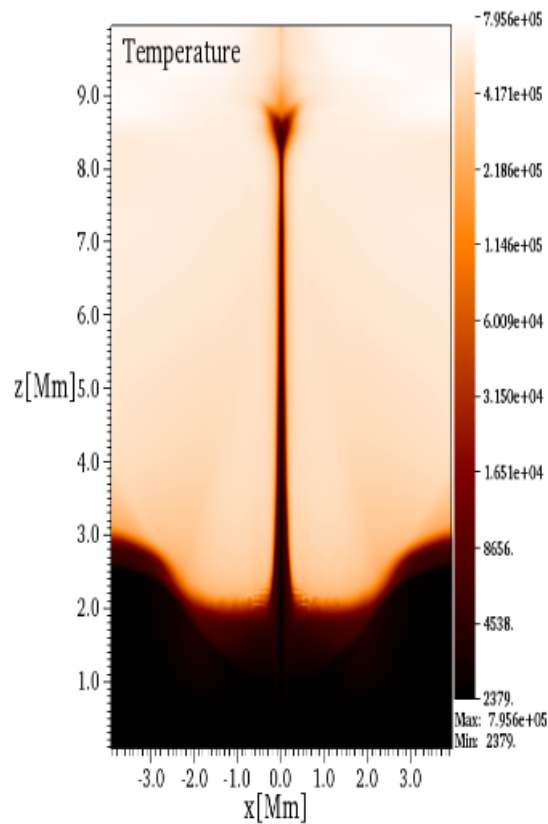


FIGURA 2.1: Jet formado debido a la reconexión magnética. (González-Avilés et al. 2017[14])

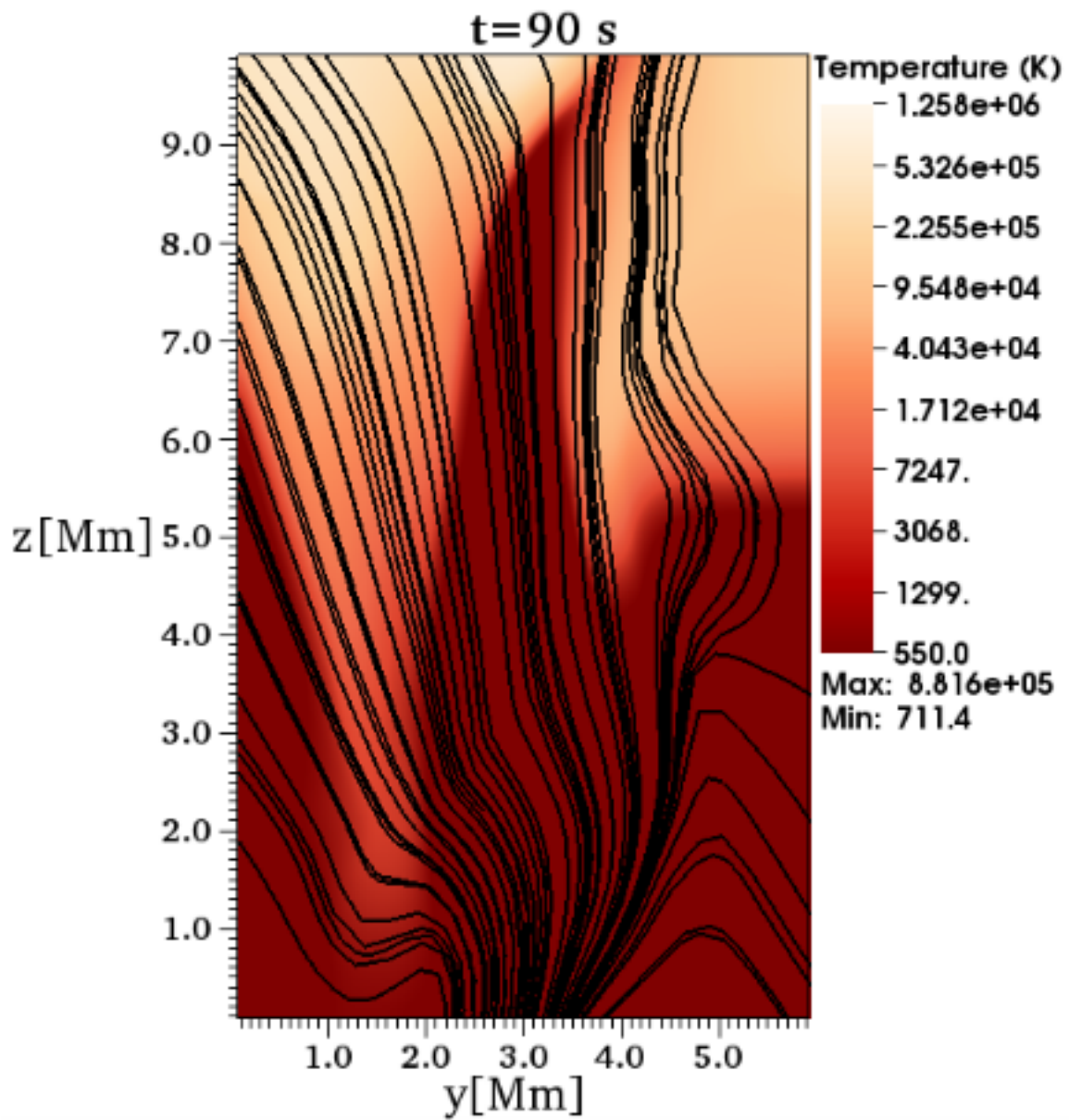


FIGURA 2.2: Jet formado debido a la reconexión magnética. (González-Avilés et al. 2018<sup>[15]</sup>)

## 2.2. PAKALMPI

PAKALMPI es un código diseñado para resolver la ecuación de transferencia radiativa en una geometría tridimensional, utilizando la aproximación a una atmósfera localmente plano paralela. Este código utiliza perfiles precalculados de temperatura, densidad y presión, que provienen de modelos hidrostáticos, hidrodinámicos y magnetohidrodinámicos. Utiliza estos perfiles para calcular la emisión con alta resolución espacial. Luego, PAKALMPI resuelve la ecuación de transferencia radiativa en un conjunto de trayectorias (3D), que van desde la fuente hasta el observador. PAKALMPI usa un nuevo algoritmo para calcular la ecuación de transferencia radiativa utilizando un sistema inteligente que consta de tres estructuras: un autómata celular, un sistema experto y un coordinador del programa. Los resultados del código pueden ser mapas bidimensionales o perfiles unidimensionales, que reproducen las observaciones con gran precisión, brindando información física detallada sobre el entorno donde se generó y / o transmitió la radiación (De la luz et al. 2010[25]). La diferencia de este código con los que se pueden encontrar en la literatura, es que puede producir espectros sintéticos de alta calidad en menor tiempo computacional. En la figura 2.3 se muestra una comparación entre el espectro sintético que produce PAKALMPI y los que producen otros códigos.

Para generar un espectro sintético PAKALMPI necesita

- Modelo atmosférico
- Calcular la densidad electrónica y las abundancias
- Funciones de opacidad
- Modelo Geométrico
- Resolver la ecuación de transferencia radiativa

El primer paso que realiza PAKALMPI es leer el modelo atmosférico. Este modelo se compone de 5 cantidades físicas: altura sobre la fotosfera, temperatura, densidad de hidrógeno, átomos presentes y el parámetro  $b_1$ . Estos valores le permiten crear una estructura lógica de la atmósfera estratificada. Cada capa de la atmósfera, le corresponde un valor único de estas cantidades físicas y se le asigna un identificador que sirve como un valor de referencia. Este identificador está relacionado con la metalicidad que se encuentra en esa capa y la cantidad de átomos presentes. El código cuenta con un modelo atómico con los valores fundamentales como los son sus potenciales de ionización. También toma en cuenta la cantidad de hidrógeno en cada capa, ya que no es necesariamente constante en cada capa.

Una vez que ha construido una estructura lógica, PAKALMPI utiliza un módulo llamado Jaguar. Este módulo sirve para calcular la densidad electrónica y las abundancias. Se describirá con más

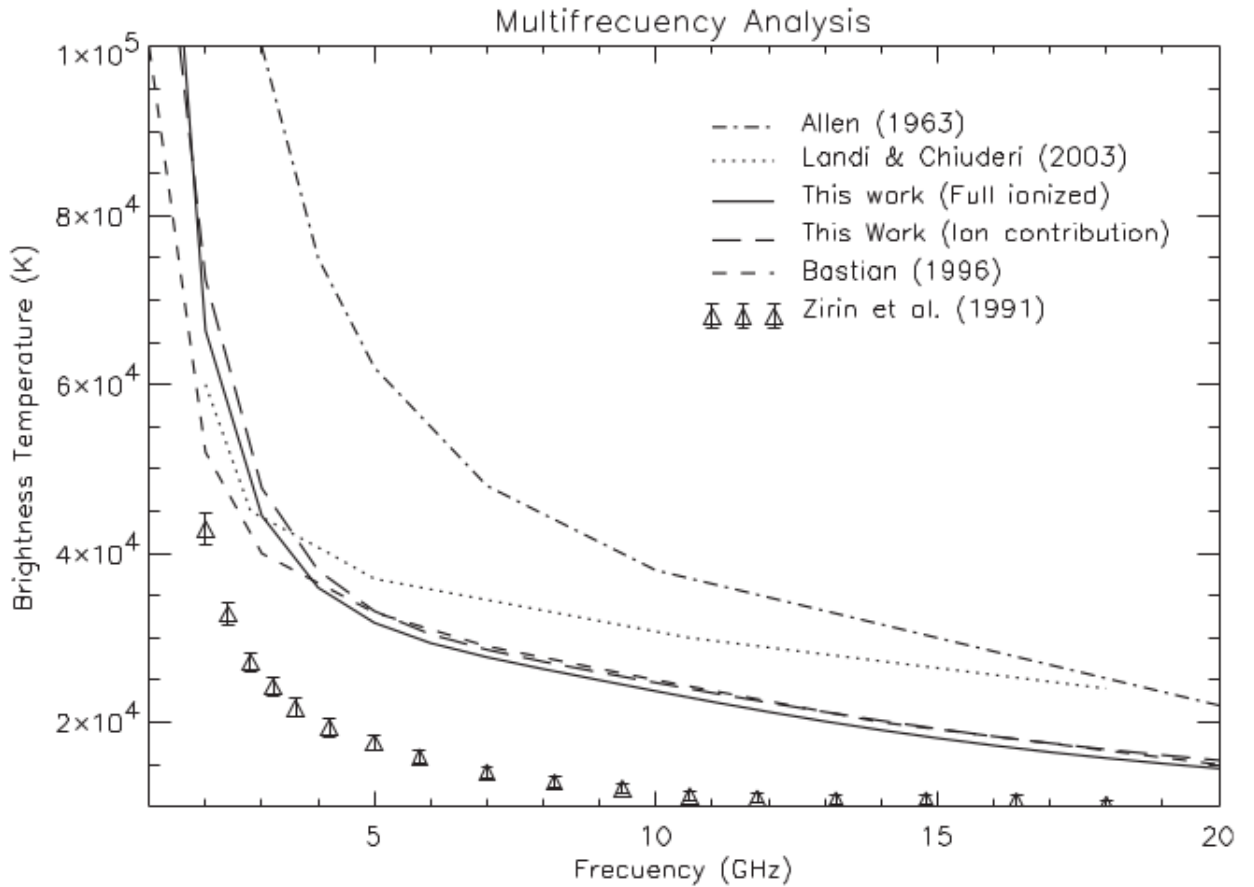


FIGURA 2.3: Espectros sintéticos obtenidos con PAKALMPI y con otros códigos (De la luz et al. 2010[25]).

detalle este módulo en la sección 2.3.

Una vez que tenemos la densidad electrónica y los iones, PAKALMPI resuelve la ecuación de transferencia radiativa a través de un camino óptico tridimensional. El camino óptico se calcula en tiempo real y se resuelve la ecuación 1.57. En este caso la función fuente está dada por la ecuación 1.48 y la función de opacidad por 1.40. Mediante el algoritmo de inteligencia artificial llamado Tulum (De la Luz et al. 2010[25]), se busca en el camino óptico lugares donde la emisión sea suficiente para ser integrada. El proceso de integración, consta de 3 pasos: un sistema experto que recomienda un paso de integración, un autómata celular que guarda el estado en el que se encuentra la integración y por último, un coordinador, que decide que hacer a partir del estado de la integración y de la recomendación del sistema experto. Con este sistema, reduce su tiempo de integración un orden de magnitud, si se le compara con un sistema de integración lineal. PAKALMPI cuenta además, con un coordinador de procesos en paralelos, el cual permite su ejecución en una máquina con múltiples procesadores, reduciendo aún más el tiempo de computo.



### 2.3. JAGUAR

Jaguar, es un módulo diseñado para resolver el cálculo de densidades y abundancias. En general, para encontrar los estados de ionización, se utiliza la ecuación de Saha. No obstante, no es suficiente para encontrar estados de ionización para un átomo. Para esto se debe incluir los efectos de choques entre partículas. Este tratamiento fue planteado por Vernazza et al. (1973)[34] y modificado por De la Luz et al. (2010)[25]. Para obtener la densidad electrónica, Jaguar lee la estructura lógica creada por PAKALMPI, en donde se tiene un conjunto de átomos y un perfil de valores relativos para cada capa, con esta estructura se puede poblar la ecuación

$$\frac{n_\xi}{n_H} = A_\xi \quad (2.6)$$

donde  $\xi$  es un conjunto de átomos,  $n_H$  es la densidad de hidrógeno y  $A_\xi$  es la abundancia relativa al hidrógeno para el átomo  $\xi$ .

El siguiente paso, es calcular mediante la ecuación

$$n_{\xi, N_{\xi+1}} = 10^{f_{\xi, N_{\xi}}(T, n_e)} n_{\xi, N_{\xi}} \quad (2.7)$$

donde  $N_\xi$  es el estado de ionización para el átomo  $\xi$ , las abundancias a partir de la densidad total de hidrógeno, la metalicidad y la temperatura. Esto es posible mediante la resolución dinámica de la ecuación de Saha con una matriz de nxn donde n es la cantidad de especies involucradas en el cálculos. Si se quiere el valor de la densidad electrónica, se tiene que sumar la contribución de cada especie, incluyendo el hidrógeno. Para el caso NLTE, el valor que entrega este primer cálculo es la contribución de electrones diferentes al hidrógeno. El siguiente paso, es calcular el parámetro d

$$d = b_1 \psi(T) \left( 1 + \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} \right) \quad (2.8)$$

para este parámetro, es necesario primero calcular el coeficiente de despegue b1 (Menzel et al. 1937 [27])

$$b_1 = \frac{n_l/n_l^*}{n_k/n_k^*} \quad (2.9)$$

en donde  $n_l$  es la densidad numérica del átomo  $\xi$  en el estado energético l,  $n_k$  es la densidad numérica del átomo  $\xi$  en estado ionizado y  $n_k^*$   $n_l^*$  tienen la misma definición pero considerando

el equilibrio termodinámico. El parámetro  $b_1$  es muy difícil de calcular, por lo que se tiene que tomar de perfiles ya conocidos. Se hace una aproximación en el espacio de las densidades, temperaturas y valores conocidos de  $b_1$ . Esta es una aproximación tridimensional que nos da el valor más cercano a  $b_1$ . Con la contribución de electrones diferentes al hidrógeno y el parámetro  $d$ , Jaguar calcula la densidad electrónica en NLTE utilizando la siguiente ecuación

$$n_e = \frac{-(1 - Zd) + \sqrt{(1 - Zd)^2 + 4d(n_H Z)}}{2d} \quad (2.10)$$

en donde  $n_H$  es la densidad total de hidrógeno,  $Z$  es la contribución de ionización expresada como  $Z = \sum_{\xi=He}^{\Xi} \sum_{N\xi=1}^F N_{\xi} n_{\xi, N_{\xi}}$ .

Finalmente se resta el número de electrones utilizado en formar  $H^-$ . Este proceso se repite hasta que la densidad electrónica se estabiliza.

## 2.4. KINICH-PAKAL

KINICH-PAKAL es un código desarrollado por F. Tapia (2017) [32] que nos permite ajustar un modelo cromosférico a un espectro observado. Este código tiene como base el algoritmo de Levenberg-Marquard (L-M), que permite realizar un ajuste no-lineal. KINICH-PAKAL minimiza el error entre el espectro observado y el espectro sintético. Trabaja a longitudes de onda de radio, milimétrico, sub-milimétrico y lejano infrarrojo. El espectro sintético es generado por PAKALMPI utilizando un modelo cromosférico semi-empírico cromosférico. Como condición inicial, es posible utilizar un modelo precalculado como C7 o VALC. KINICH-PAKAL inicialmente, calcula y el espectro sintético del modelo inicial. Si el error no está dentro del límite, empieza el ajuste no lineal mediante el método de L-M, que va modificando el perfil de temperatura hasta que el espectro sintético generado encuentra dentro del límite establecido. Para lograr la convergencia, se necesita establecer un límite superior e inferior. Estos límites, indican el máximo y el mínimo valor de temperatura que el modelo cromosférico puede tomar.

Para desarrollar este código, fue necesario tomar como referencia las observaciones realizadas a  $\alpha$  Cen A. Se tomó como referencia esta estrella, debido a que por la distancia a la que se encuentra ( 1 Parsec) no se puede distinguir estructuras como las que se encuentran en el Sol.  $\alpha$  Cen A es del mismo tipo espectral que nuestro Sol (G2V) con una temperatura efectiva ligeramente más alta y varias características muy similares. Además, es un estrella poco activa por lo que se puede considerar como una bola de gas estratificada.

Para acondicionar el código, se adaptó el modelo C7 modificando los parámetros de gravedad y radio estelar. El resultado se muestra en la figura 2.4. Actualmente, KINICH-PAKAL tiene la capacidad de crear modelos semi-empíricos para estrellas que cuentan con una cromosfera (tipos espectrales F-M).

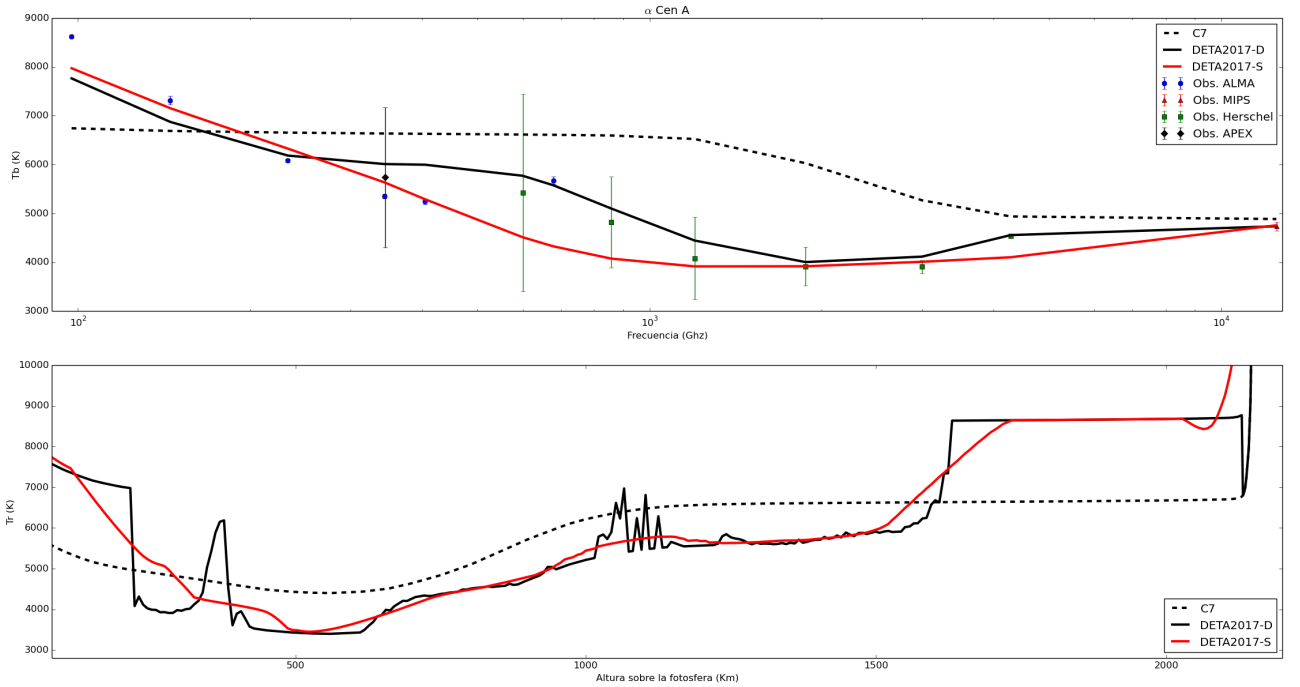


FIGURA 2.4: Modelo semi-empírico generado con KINICH-PAKAL (F. Tapia (2017) [32]).

## 2.5. TONALLI

El código TONALLI (también conocido como CAFE-PAKAL), es un nuevo modelo numérico con la capacidad de resolver las ecuaciones magnetohidrodinámicas (MHD) y obtener los estados de ionización de las multiespecies a través del equilibrio estadístico, utilizando la aproximación del no equilibrio termodinámico local (NLTE) en tres dimensiones (González-Avilés De la Luz 2019 [16]). Para lograrlo, se acoplaron los códigos CAFE Newtoniano y PAKALMPI, los cuales se trataron con más detalle en las secciones 2.1 y 2.2. En este nuevo código, CAFE newtoniano resuelve las ecuaciones de la magnetohidrodinámica clásica en tres dimensiones, bajo un campo gravitacional constante para obtener los perfiles de densidad y temperatura. Con estos perfiles, PAKALMPI calcula los estados de ionización de las especies usando las aproximaciones LTE y NLTE. Para cada cierto tiempo, CAFE calcula cubos de información que contienen la densidad y temperatura y estos son tomados como entradas para PAKALMPI (figura 2.5).

TONALLI a diferencia de otros códigos como CO<sup>5</sup>BOLD (Wedemeyer et al.[40]), toma como primera aproximación la densidad calculada con CAFE como la densidad de hidrógeno y la temperatura se encuentra en función de la masa mediante la ecuación de estado para un gas ideal. Con estos perfiles (figura 2.6), PAKALMPI calcula las abundancias y densidades electrónicas de modelos cromosféricos semi-empíricos. La ecuación de Saha en este caso, es resuelta para el

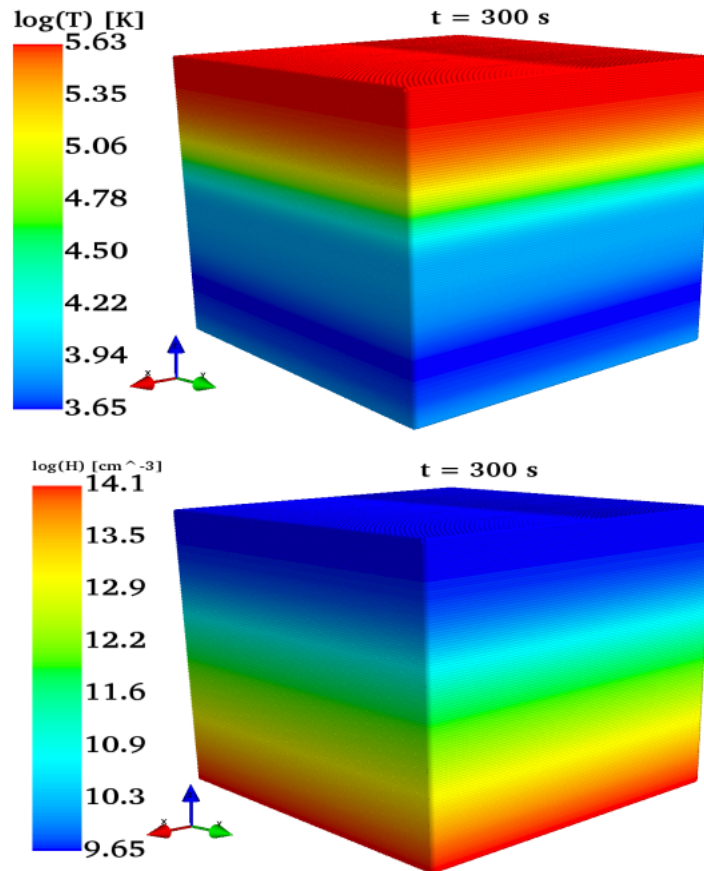


FIGURA 2.5: (Arriba) Cubo de temperatura. (Abajo) Cubo de densidad de masa. Ambos cubos fueron obtenidos con TONALLI para un tiempo de 300s. (González-Avilés & De la Luz 2019[16])

estado base y para altos niveles energéticos de cada ion con el módulo Jaguar (sección 2.3). El modelo detallado se puede encontrar en González-Avilés De la Luz (2019)[16].

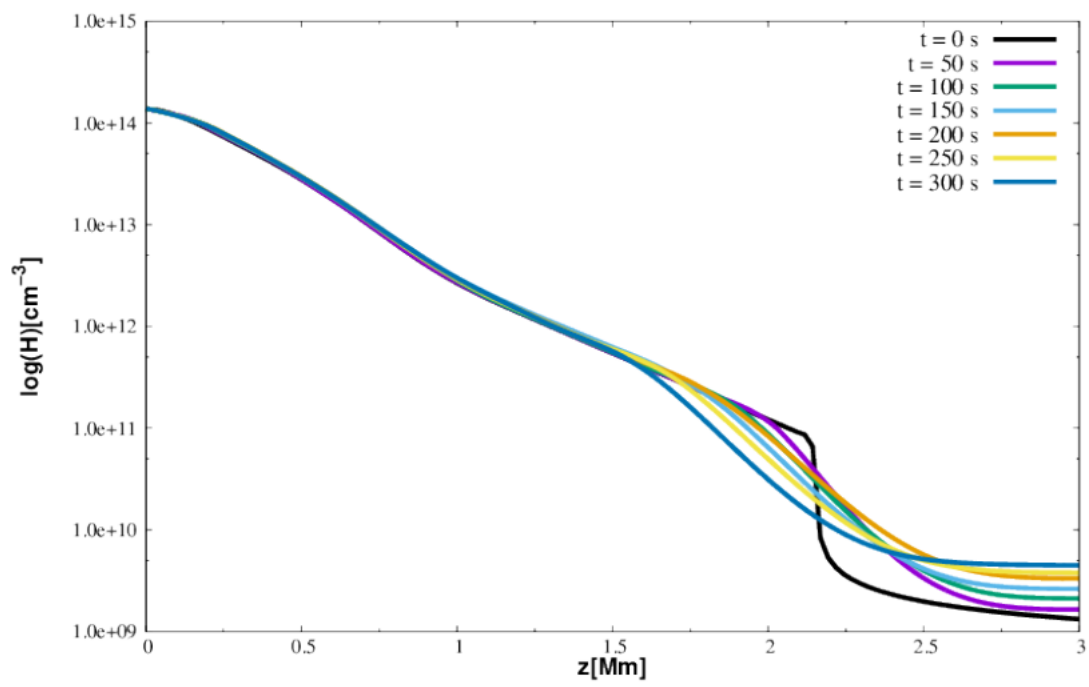


FIGURA 2.6: Perfiles de densidad calculados para diferentes tiempos con TONALLI (González-Avilés & De la Luz 2019[16])

## Capítulo 3

# Joskua

Joskua (estrella en purépecha), es un código para resolver la ecuación de transferencia radiativa (ETR) en tres dimensiones para un camino óptico. Joskua recibe como entrada, un conjunto de cubos que contienen parámetros físicos como la densidad, la temperatura y la densidad resultante de los estados de ionización. Resuelve la ETR usando los parámetros tomando en cuenta los cubos para tener los estado físicos en un trayectoria o un conjunto de trayectorias.

### 3.1. Modelo Geométrico

Debido a la emisión isotrópica, los caminos ópticos son radiales por lo que un modelo geométrico para reconstruir una estructura tridimensional a partir de una bidimensional es necesario. Para ello, usaremos el modelo geométrico descrito en De la Luz et al. (2010)[25]. Este modelo se basa en la generación de vectores radiales con origen en el centro de la esfera solar y describen un conjunto de trayectorias. Estas trayectorias representan las líneas de visión o caminos ópticos desde un observador, en este caso situado en la Tierra, y que integradas generan un punto de una imagen bidimensional. Cada trayectoria que genera PAKALMPI, es un conjunto de valores en geometría esférica

$$\vec{p} = (r, \theta, \phi)$$

donde  $\theta$  es el ángulo azimutal,  $\phi$  la colatitud a un radio  $r$ .

Joskua es un código que permite resolver la ecuación de transferencia radiativa para una trayectoria generada por PAKALMPI. Para resolver este problema, necesita un conjunto de cubos con condiciones físicas del medio. Para situar cada cubo en la superficie solar, se extiende un vector desde el origen del Sol hasta el centro de la cara inferior del cubo

$$\vec{P} = (\Theta, \Phi)$$

donde los ángulos  $\Theta$  y  $\Phi$  son correspondientes a los planos definidos por  $\theta$  y  $\phi$ .

Para encontrar el valor más cercano a la intersección de la trayectoria y el cubo, necesitamos establecer un sistema de referencia que nos permita hacer una búsqueda dentro del cubo.

Debido al volumen de datos, es necesario una estructura que asigne memoria contigua para un rápido acceso con la menor cantidad de memoria posible. Nuestro cubo está compuesto de  $120^3$  puntos. si creamos un arreglo tridimensional de variables tipo double en C, significa que debemos reservar 55 MB por cubo. Debido a que necesitamos un cubo para cada especie atómica en cada estado de ionización, nos da un total de 1.1 GB por proceso de ejecución. Para asignar esta cantidad de memoria, creamos un arreglo unidimensional de  $120^3$  elementos contiguos.

Cuando un punto  $\vec{p}$  de la trayectoria en la línea de visión interseca el cubo, es necesario resolver un modelo geométrico que nos permite interpolar los índices (i,j,k) que describen el punto de intersección dentro del cubo, donde i corresponde al eje x, j el eje y y k el eje z en la geometría del cubo.

La malla 3D esta definida con los siguientes parámetros:

$$dx = N/X$$

$$dy = N/Y$$

$$dz = N/Z$$

donde N es la longitud de las caras en el cubo y como habíamos definido  $X, Y, Z$  es el número puntos dentro del cubo para los ejes x, y y z respectivamente.

Definimos ahora

$$l = X/2$$

donde  $l$  es el centro de nuestro cubo en el eje x.

Definimos ahora

$$\Psi = \Phi + \phi$$

como la diferencia en colatitud entre la posición del cubo en nuestra superficie y la posición  $\vec{p}$  de nuestra trayectoria.

De la figura 3.3 podemos ver que

$$\cos\Psi = \frac{k dz}{h}, \quad (3.1)$$

donde h es la hipotenusa formada por k y m, y m es la distancia formada por el ángulo  $\Psi$  y el índice  $k$ . Despejando k tenemos

$$k = \frac{h \cos\Psi}{dz}. \quad (3.2)$$

Por otro lado tenemos que

$$\text{sen}\Psi = \frac{m}{h}, \quad (3.3)$$

donde  $m = l - idx$ . Sustituyendo en 3.3 tenemos

$$l - idx = h\text{sen}\Psi \quad (3.4)$$

despejando  $i$

$$i = \frac{l - h\text{sen}\Psi}{dx} \quad (3.5)$$

Ahora bien

$$\Omega = \Theta - \theta$$

Es la diferencia entre la posición del cubo definido por  $\Theta$  y la intersección con el punto  $\vec{p}$  para el ángulo azimutal  $\theta$ .

Del triángulo que se forma con el ángulo  $\Omega$  (figura 3.3) se tiene que

$$\cos \Omega = \frac{h}{S}, \quad (3.6)$$

en donde

$$S = |\vec{p}| - r_{\odot},$$

entonces, despejando  $h$

$$h = S \cos \Omega. \quad (3.7)$$

Vemos además que

$$\text{sen}\Omega = \frac{n}{S} \quad (3.8)$$

y  $n = l - jdy$  que sustituyendo en 3.8 nos queda como

$$\text{sen}\Omega = \frac{l - jdy}{S} \quad (3.9)$$

Despejando  $j$  de la ecuación 3.9 tenemos

$$j = \frac{l - S\text{sen}\Omega}{dy} \quad (3.10)$$



por último, sustituyendo 3.7 en 3.2 y 3.5

tenemos que

$$i = \frac{l - S \cos \Omega \sin \Psi}{dx} \quad (3.11)$$

y

$$k = \frac{S \cos \Omega \cos \Psi}{dz} \quad (3.12)$$

Por lo tanto el valor dentro del cubo que se encuentra más cercano a la intersección del punto  $\vec{p}$  con el cubo puede ser encontrado con los siguientes índices:

$$\begin{aligned} i &= \frac{l - S \cos \Omega \sin \Psi}{dx} \\ j &= \frac{l - S \sin \Omega}{dy} \\ k &= \frac{S \cos \Omega \cos \Psi}{dz} \end{aligned} \quad (3.13)$$

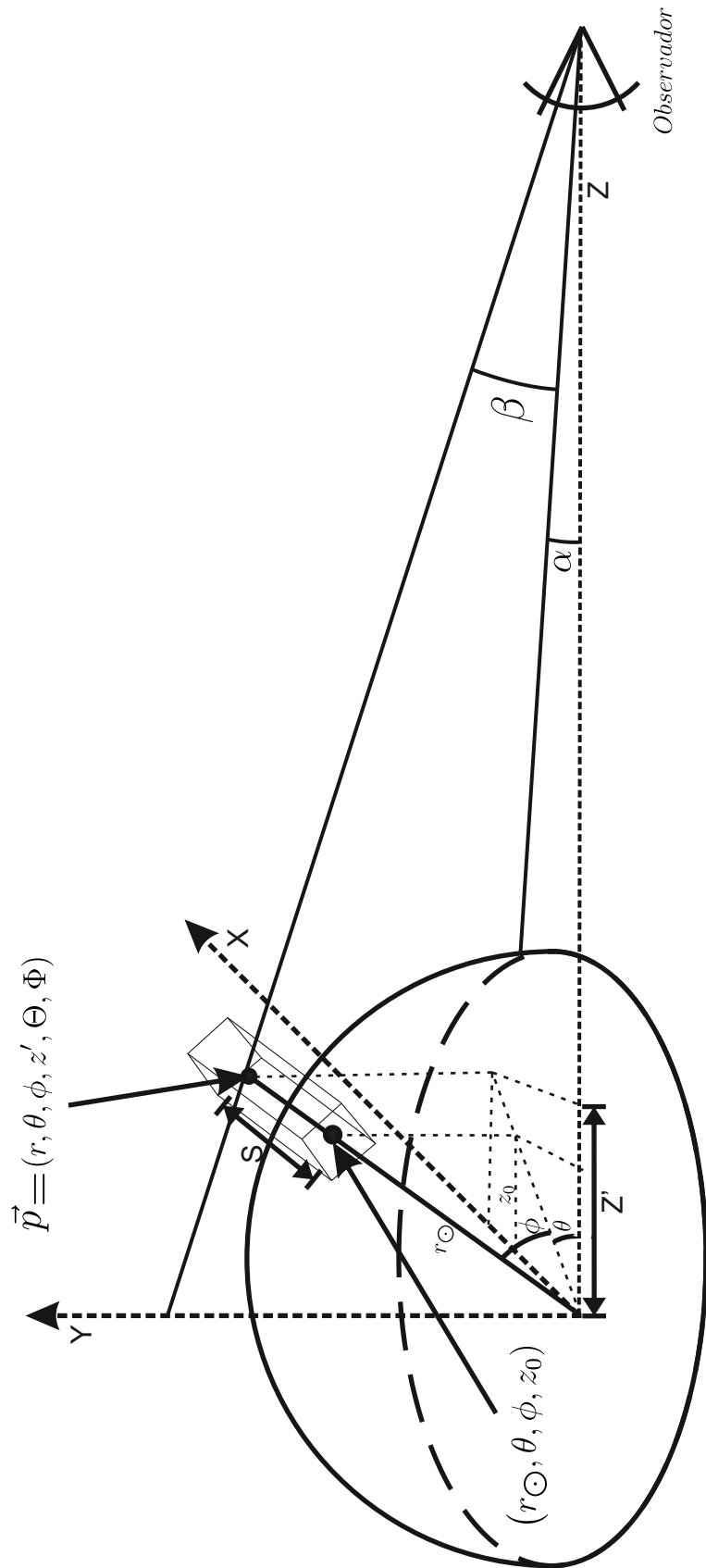


FIGURA 3.1: Geometría de PAKALMPI (De la Luz et al. (2010)[25]). El cubo se sitúa en la superficie del Sol.

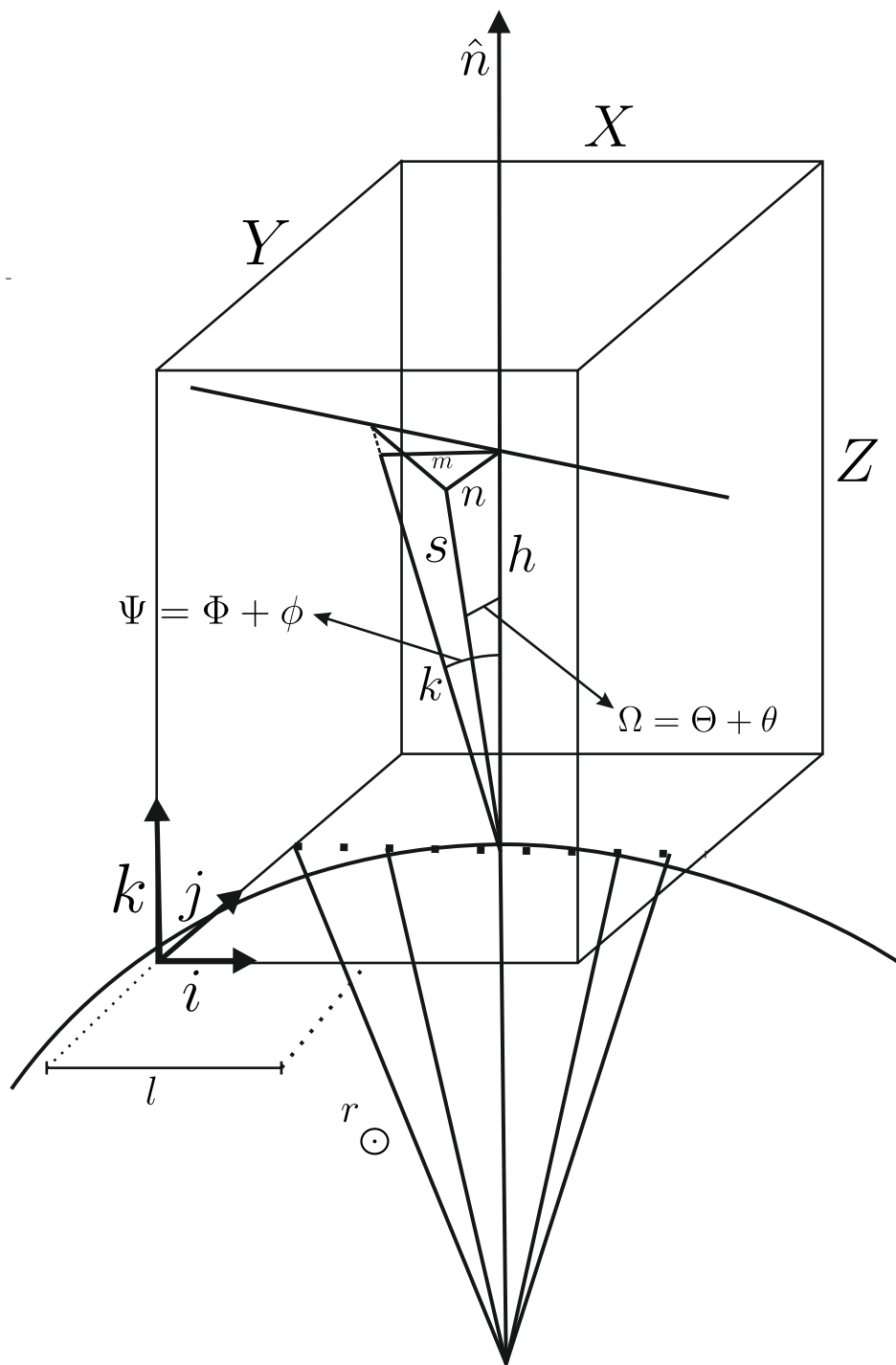


FIGURA 3.2: Vista ampliada del cubo sobre la superficie del Sol.

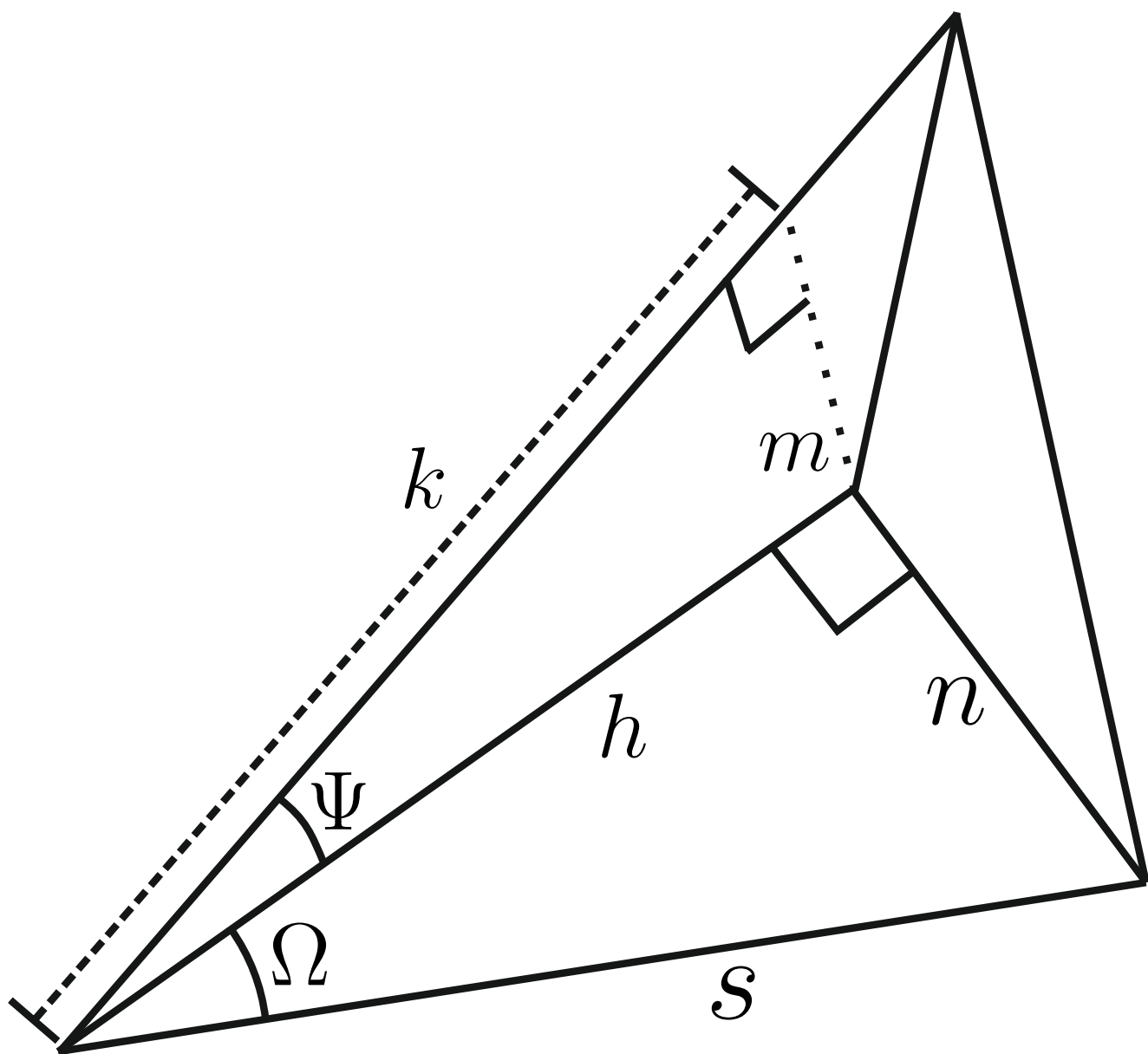


FIGURA 3.3: Triángulo formado por el ángulo  $\Psi$  y  $\Omega$

### 3.2. Pruebas

Para verificar el correcto funcionamiento del modelo geométrico, se programó un modelo de prueba en el lenguaje de programación Python. Las pruebas realizadas fueron las siguiente. En primer lugar se situó un cubo de prueba de longitud  $l=1500$  Km en el centro del disco Solar con  $\Theta=0$  y  $\Phi=0$  y un radio de  $r = R_{\text{sun}} + r_s$ , donde  $R_{\odot}=6.96 \times 10^5$ . Se varió  $r_s$ ,  $\theta$  y  $\phi = 0$ . En la figura 3.5 se muestra un esquema representativo.

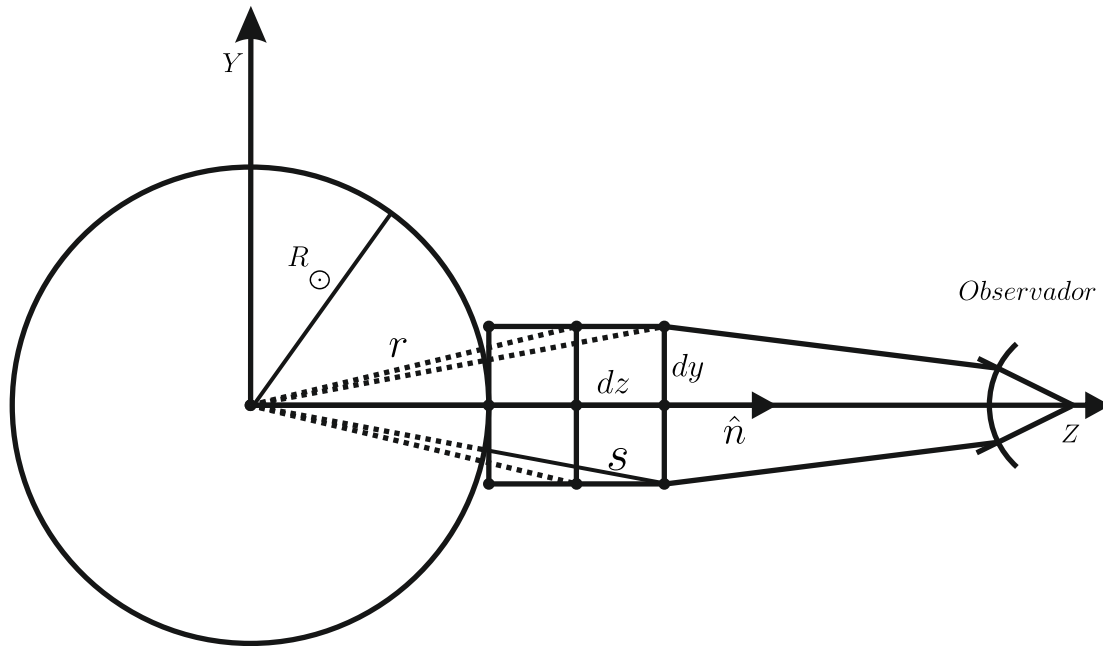


FIGURA 3.4: Prueba 1: cubo situado en  $\Phi = 0$  y  $\Theta = 0$

La segunda prueba se movió el cubo para situarlo en  $\Theta=\pi/4$  y  $\Phi=0$ . La figura 3.5 muestra la intersección entre una línea de visión con el cubo.

En la tercera prueba se evaluó su desempeño cuando el cubo se encuentra en  $\Theta=\pi/2$  y  $\Phi=0$ . Esta prueba es importante debido a que el limbo solar se presentan un abrillantamiento. La figura 3.6 muestra que cuando el cubo es perpendicular a la línea de visión, se integra un mayor camino lo que propicia un aumento en la temperatura de brillo.

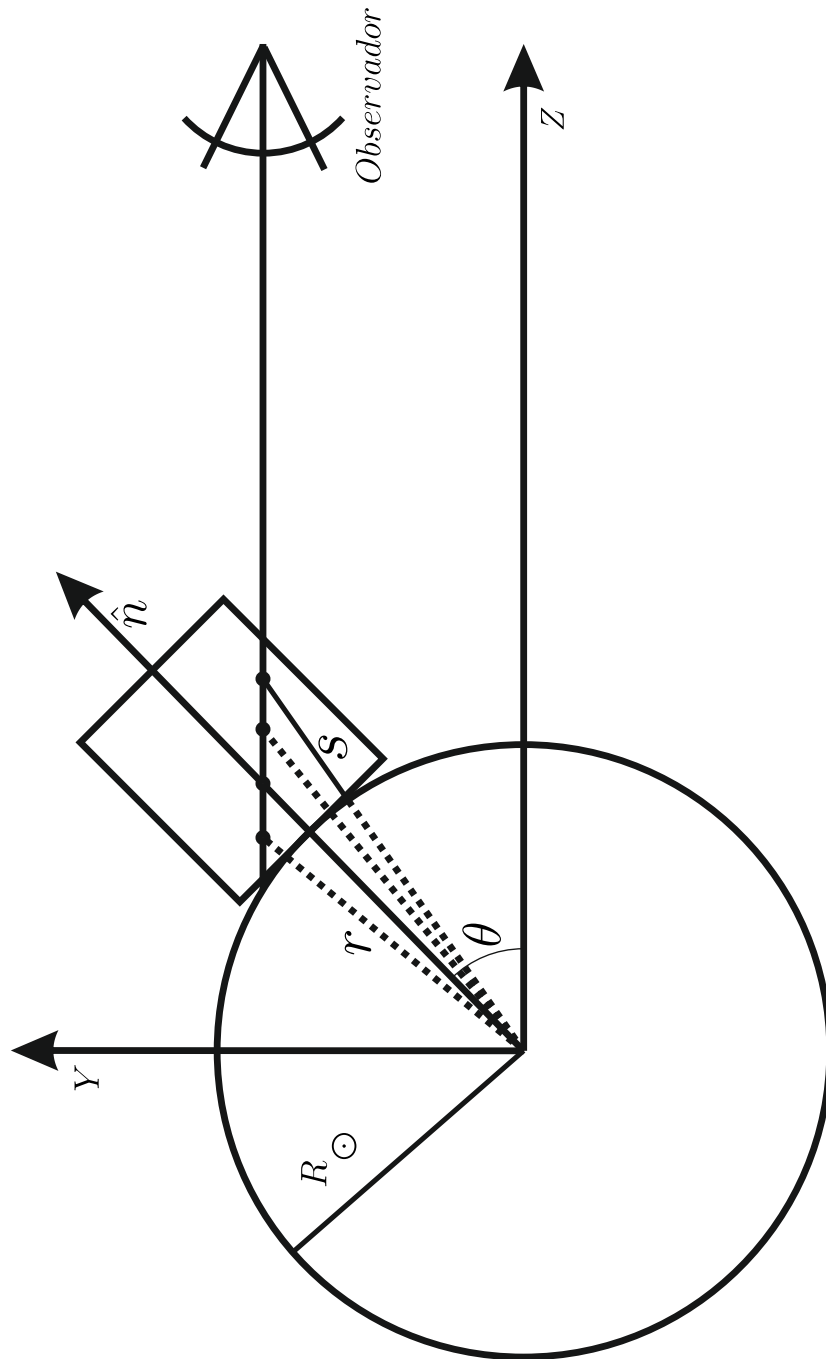


FIGURA 3.5: Prueba 2: cubo situado en  $\Theta=\pi/4$  y  $\Phi=0$

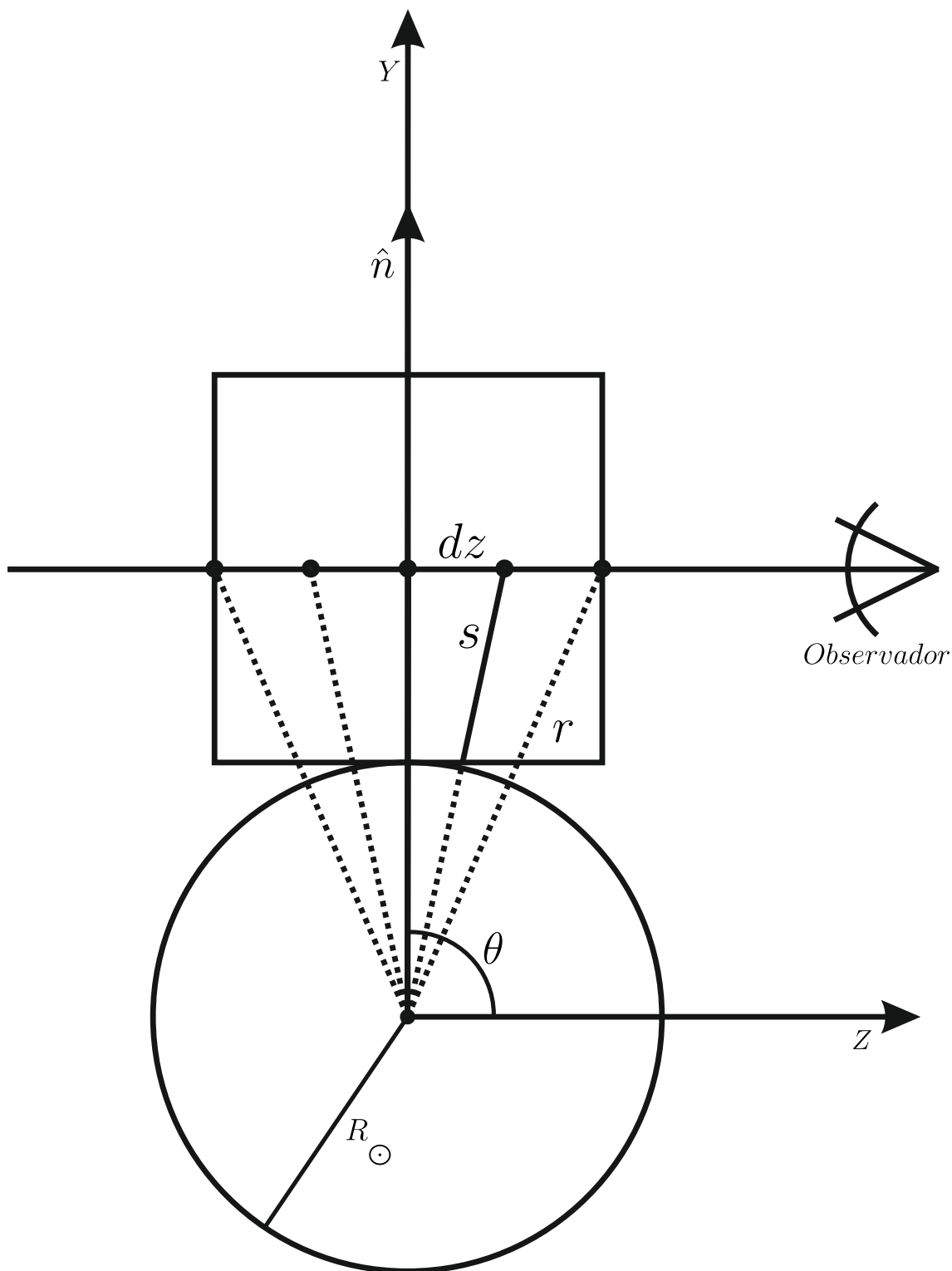


FIGURA 3.6: Prueba 3: cubo situado en  $\Theta=\pi/2$  y  $\Phi=0$

En la cuarta prueba se varió  $\phi$  y se verificó que cerca de las esquina se tomara el valor correcto. La figura 3.7 muestra como se evaluó individualmente  $\phi$  y se verificó las esquina sumando  $\phi$  y  $\theta$ .

En el apéndice A se muestra el código usado para las pruebas con los diferentes casos y los índices resultantes.

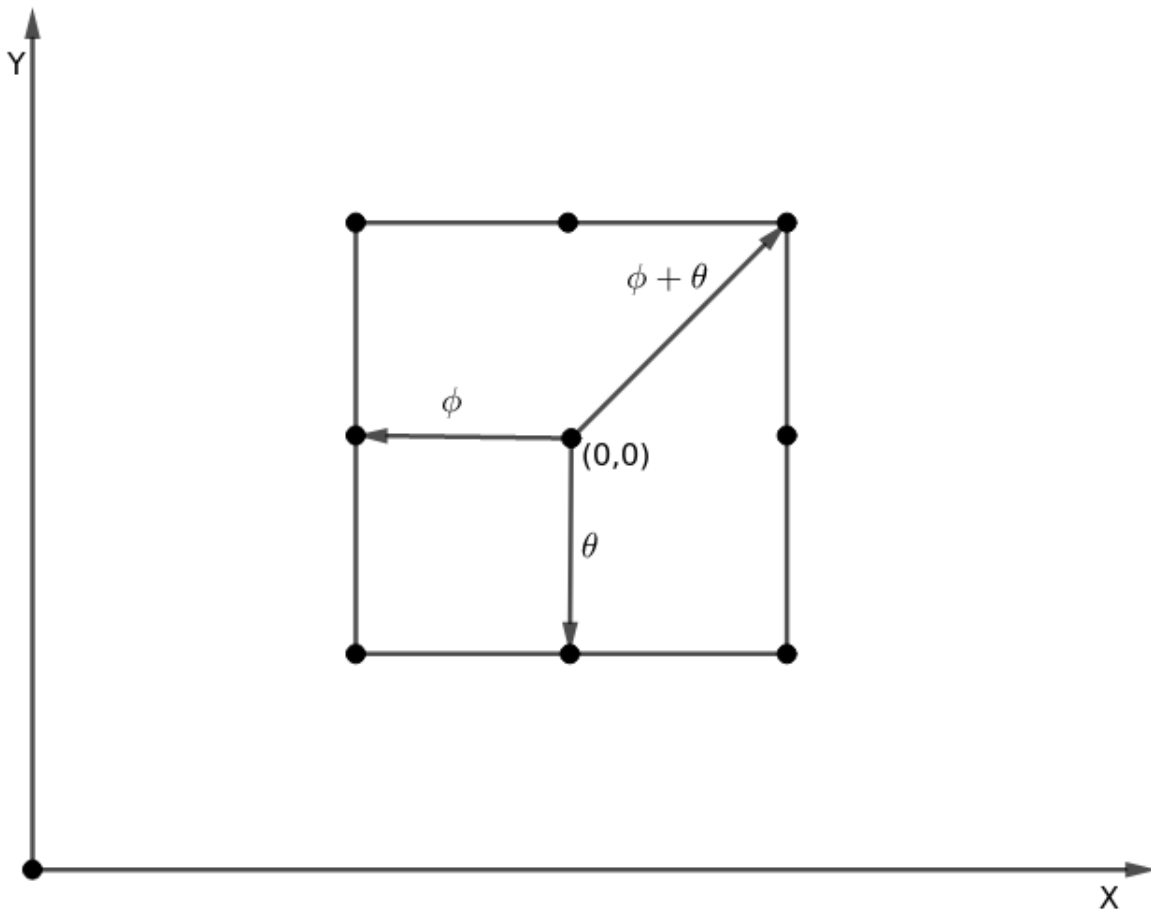


FIGURA 3.7: Prueba 4: variando  $\Theta$  y  $\Phi$



# Capítulo 4

## Casos de Estudio

### 4.1. El Sol

Loukitcheva et al. (2004) [23] realizó una recopilación de las observaciones milimétricas y sub-milimétricas que se habían realizado desde los años 40 hasta los 90. Clasificó las observaciones respecto a las 3 fases del ciclo Solar:

- Sol quieto: mínimo solar.
- Sol intermedio: fase de transición entre el mínimo y el máximo.
- Sol activo: máximo solar.

Las temperaturas de brillo observadas ( $T_b$ ) a longitudes de onda milimétricas y sub-milimétricas en el centro del disco Solar, se pueden ver en la figura 4.1. Los diamantes rojos simbolizan las observaciones realizadas en el mínimo solar, los cuadrados verdes en el estado intermedio y los círculos azules en el máximo de actividad. Los datos no son contemporáneos, es decir, fueron obtenidos durante el ciclo solar 19, 20 y 21.

En la figura 4.1 se aprecia además, que la temperatura de brillo se aplanas a longitudes menores a 0.5 mm. Esto se debe a que a estas longitudes de onda se observa la región del mínimo de temperatura. En el intervalo de 1 mm a 20 mm, aumenta la temperatura de brillo ( $T_b$ ) de 5000 K hasta los 12000 K. En esta región se encuentra la cromósfera alta.

Para este trabajo se utilizan las observaciones de Loukitcheva et al. (2004) para obtener el modelo semi-empírico correspondiente a cada fase del ciclo solar. En las siguientes secciones, describiremos los modelos producidos por KINICH-PAKAL para cada fase del ciclo solar. Los espectros sintéticos fueron producidos con PAKAL-MPI.

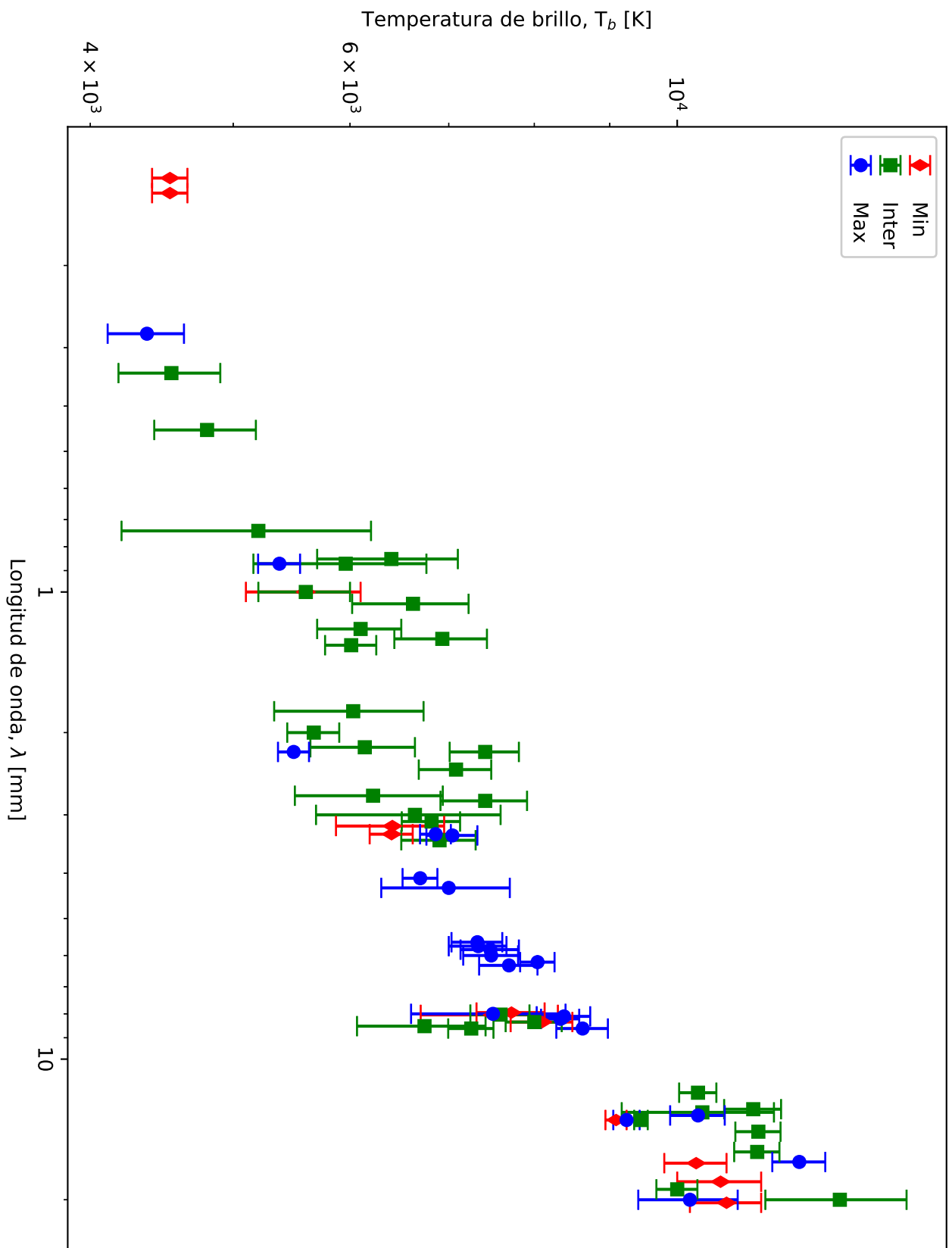


FIGURA 4.1: Recopilación de observaciones milimétricas (Loukitcheva et al. 2004 [23]).

### 4.1.1. Sol Quieto

Para el Sol quieto, se tomó como entrada las observaciones antes mencionadas en la fase del mínimo solar y el modelo semi-empírico C7. En la figura 4.2, la línea negra sólida es el modelo C7 y la línea punteada corresponde al modelo S1 obtenido con KINICH-PAKAL. En el modelo S1, el mínimo de temperatura se encuentra  $\approx 200$  km más abajo que el reportado en el modelo C7. Se observa también que la región de mínimo de temperatura es más extendido y se encuentra a menor temperatura. En la cromosfera baja, la temperatura decae con rapidez, mientras que en la cromosfera alta la temperatura varía lentamente hasta que alcanza la región de transición. Se tienen regiones en la cromosfera alta, donde la temperatura se mantiene constante seguida de aumentos suaves en la temperatura. Esto se debe a que en la fase de mínima actividad las regiones activas son escasas, lo que propicia que la atmósfera se encuentre estable y poco perturbada. En la región fotosférica se observa un aumento en la temperatura y la corona permanece sin cambios. En la figura 4.3 se muestran las observaciones en diamantes rojos. La línea negra sólida, es el espectro sintético obtenido con el modelo C7 y la línea negra punteada es el espectro sintético del modelo S1. En esta figura se puede apreciar que el modelo C7 ajusta de buena manera en bajas frecuencias pero, a partir de 100 GHz el espectro se aplanan y después decae lentamente. Por el contrario, el modelo S1 tiene un buen ajuste para bajas y mediana frecuencias y en general, sigue la tendencia general de las observaciones. No obstante, a altas frecuencias produce temperaturas de brillo más bajas que las observadas.

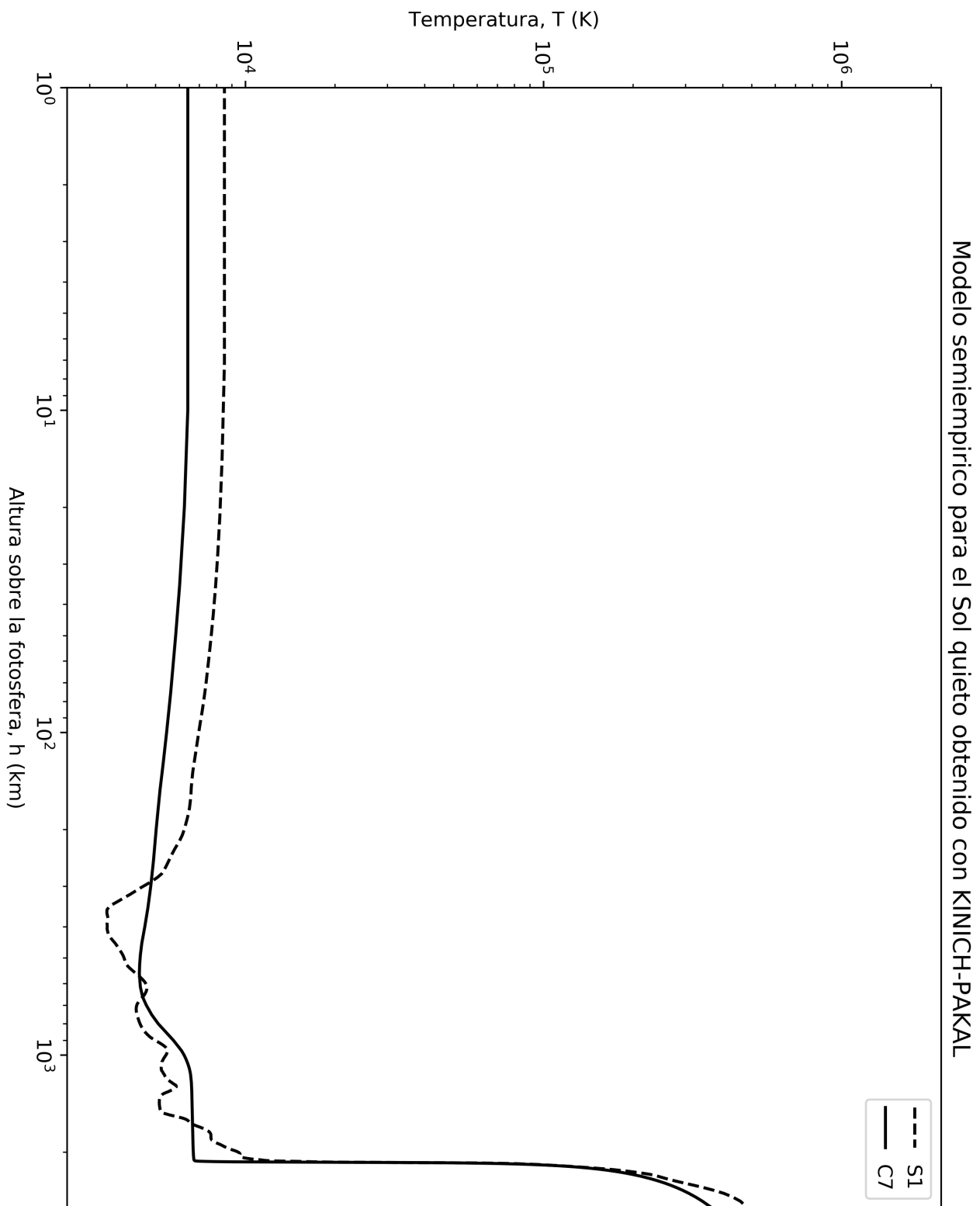


FIGURA 4.2: Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de mínima actividad.

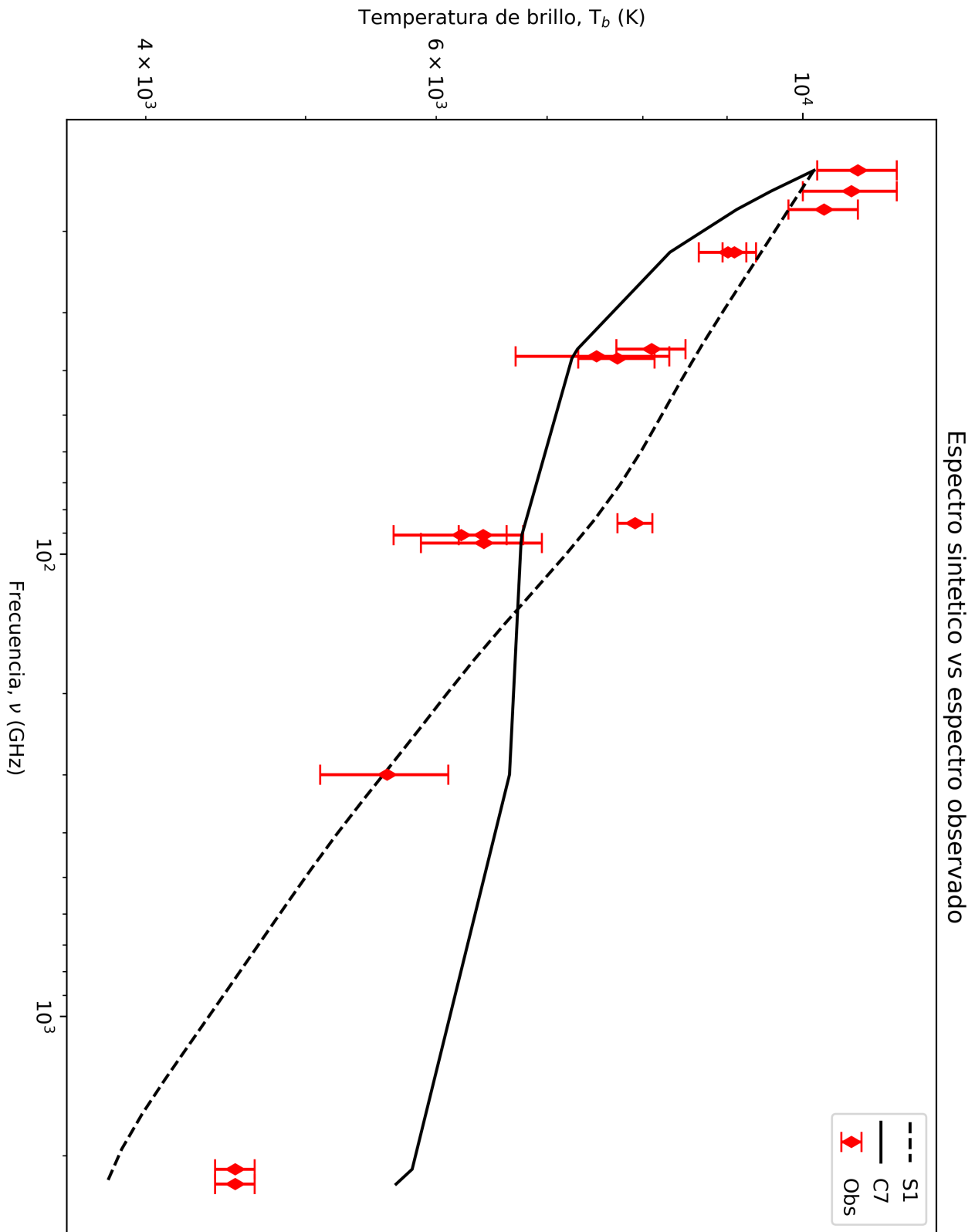


FIGURA 4.3: Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de mínima actividad.

### 4.1.2. Sol Intermedio

En el Sol intermedio, empiezan a aumentar la actividad en la atmósfera. Para obtener el modelo correspondiente a esta fase, se tomó como entrada las observaciones existentes y se utilizó el modelo C7 como modelo inicial. En la figura 4.4 la línea negra punteada muestra el modelo S2 producido por KINICH-PAKAL. Se puede ver que en este modelo, el mínimo de temperatura se sitúa casi a la misma altura que en el modelo C7 (línea negra sólida), su temperatura es mayor y la región es menos extendida. En la cromosfera baja se observa que la temperatura va disminuyendo gradualmente y tiene un mayor espesor. En la cromosfera alta se observa un gradiente de temperatura más pronunciado, una región con temperatura casi constante y un aumento súbito de temperatura que llega hasta la zona de transición. Nuevamente la región fotosférica aumentó ligeramente su temperatura y la corona permaneció sin cambios.

La figura 4.5 muestra las observaciones en cuadrados verdes. La línea negra punteada es el espectro sintético obtenido con el modelo S2 mientras que la línea negra sólida es el espectro sintético generado con el modelo C7. Se puede apreciar que el espectro generado con el modelo C7, no sigue la tendencia general, ya que se ajusta de buena manera alrededor de los 100 GHz pero a altas frecuencias se mantiene plano y su error es significativo. Para las bajas frecuencias produce temperaturas de brillo por abajo de las observadas y su error es considerable. El espectro sintético obtenido con el modelo S2 se ajusta mejor a las observaciones, ya que sigue la tendencia desde las bajas hasta las altas frecuencias. Alrededor de los 30-40 GHz el modelo S2 produce temperaturas de brillo más altas, no obstante, el error no es significativo.

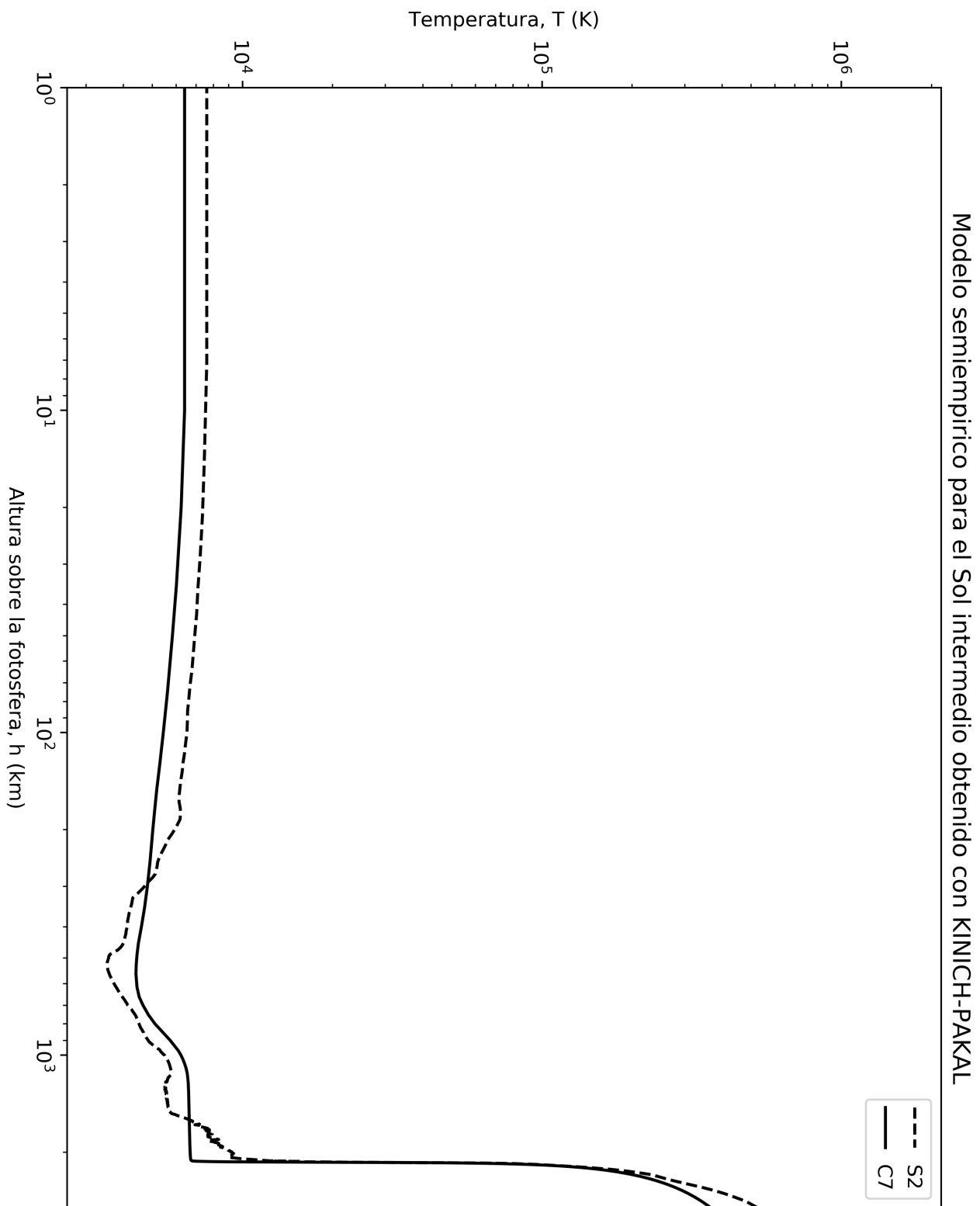


FIGURA 4.4: Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de actividad intermedia.

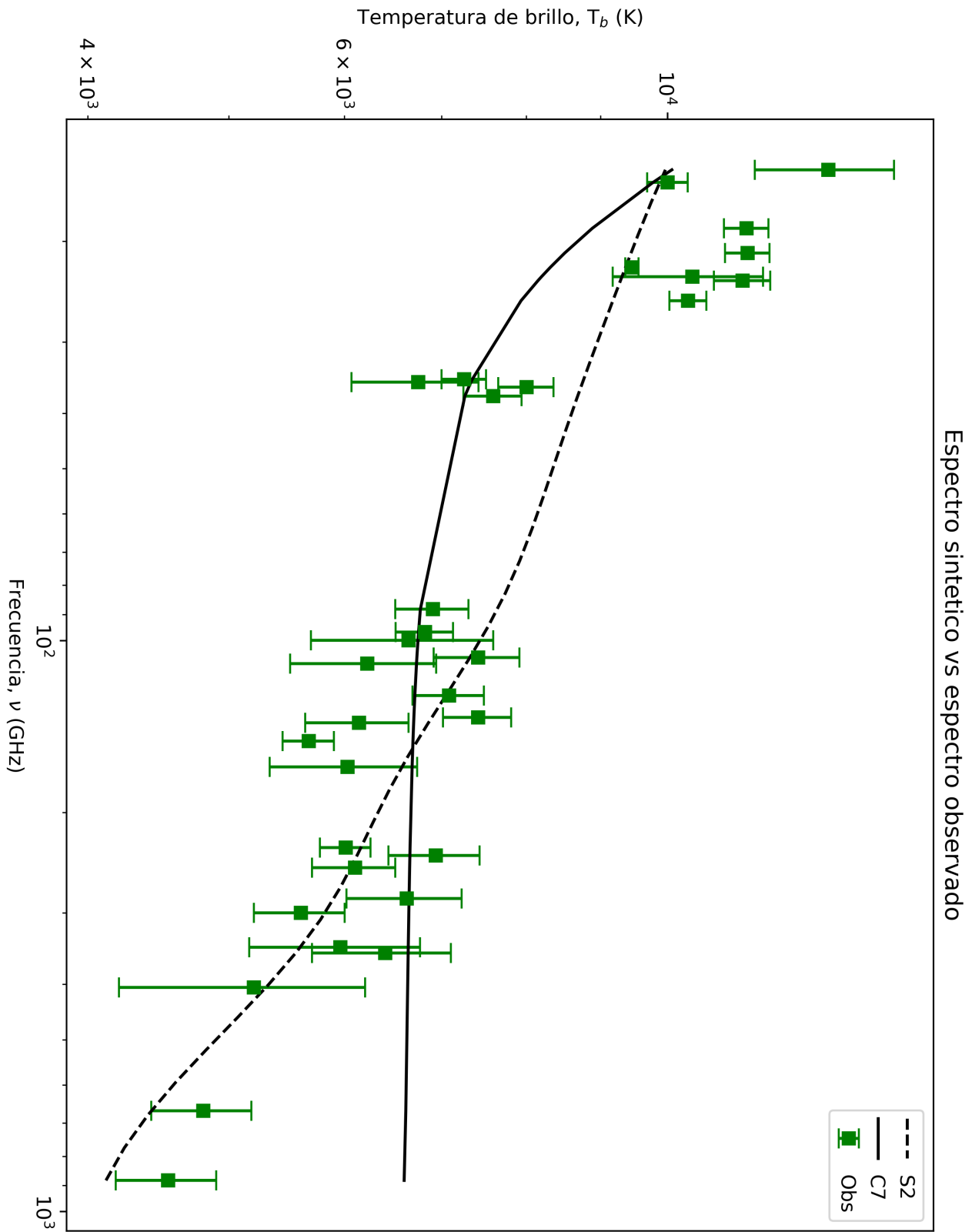


FIGURA 4.5: Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de actividad intermedia.



### 4.1.3. Sol Activo

En el caso del Sol cuando se encuentra con mayor actividad, se obtuvo el modelo S3, el cual mostramos con una línea negra punteada en la figura 4.6. Este modelo tiene características similares al modelo S2. Podemos observar que la región del mínimo de temperatura aumentó su temperatura y que se encuentra a la misma altura que el modelo C7 que se observa en la línea negra sólida. La cromosfera baja aumentó ligeramente su espesor y los cambios de temperatura son más suaves que en las fases anteriores. La cromosfera alta tiene un gradiente más prolongado en donde aumenta la temperatura hasta la región donde la temperatura permanece constante. Después de este plato, aumenta la temperatura y se observan perturbaciones en el perfil. Estas perturbaciones pueden ser provocadas por el gran número de manchas que interactúan con la atmósfera Solar, provocando una actividad intensa. La parte fotosférica bajó su temperatura y la corona no se vio afectada.

El espectro que se obtuvo del modelo S3, se muestra en la figura 4.7 con una línea punteada negra. Los círculos azules son las observaciones que se obtuvieron en el máximo Solar. El espectro sintético generado con el modelo S3, sigue la tendencia general y los errores no son significativos. La línea negra sólida muestra el espectro generado por el modelo C7. Este modelo ajusta de manera adecuada en la región de 30-90 GHz, pero se mantiene plano para frecuencias altas divergiendo con las observaciones. A bajas frecuencias, no logra un ajuste adecuado y en general, no sigue la tendencia de las observaciones.

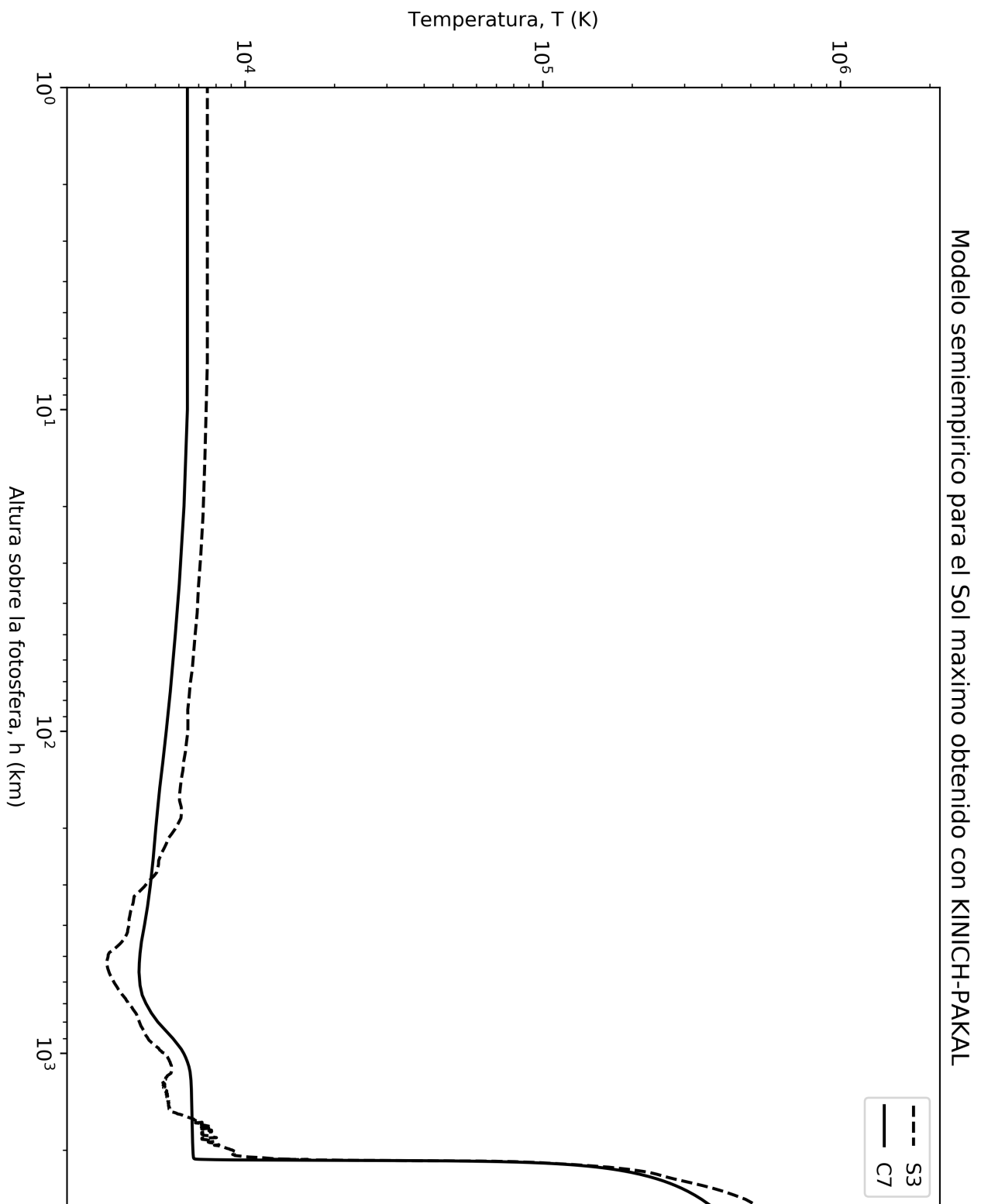


FIGURA 4.6: Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de máxima actividad.

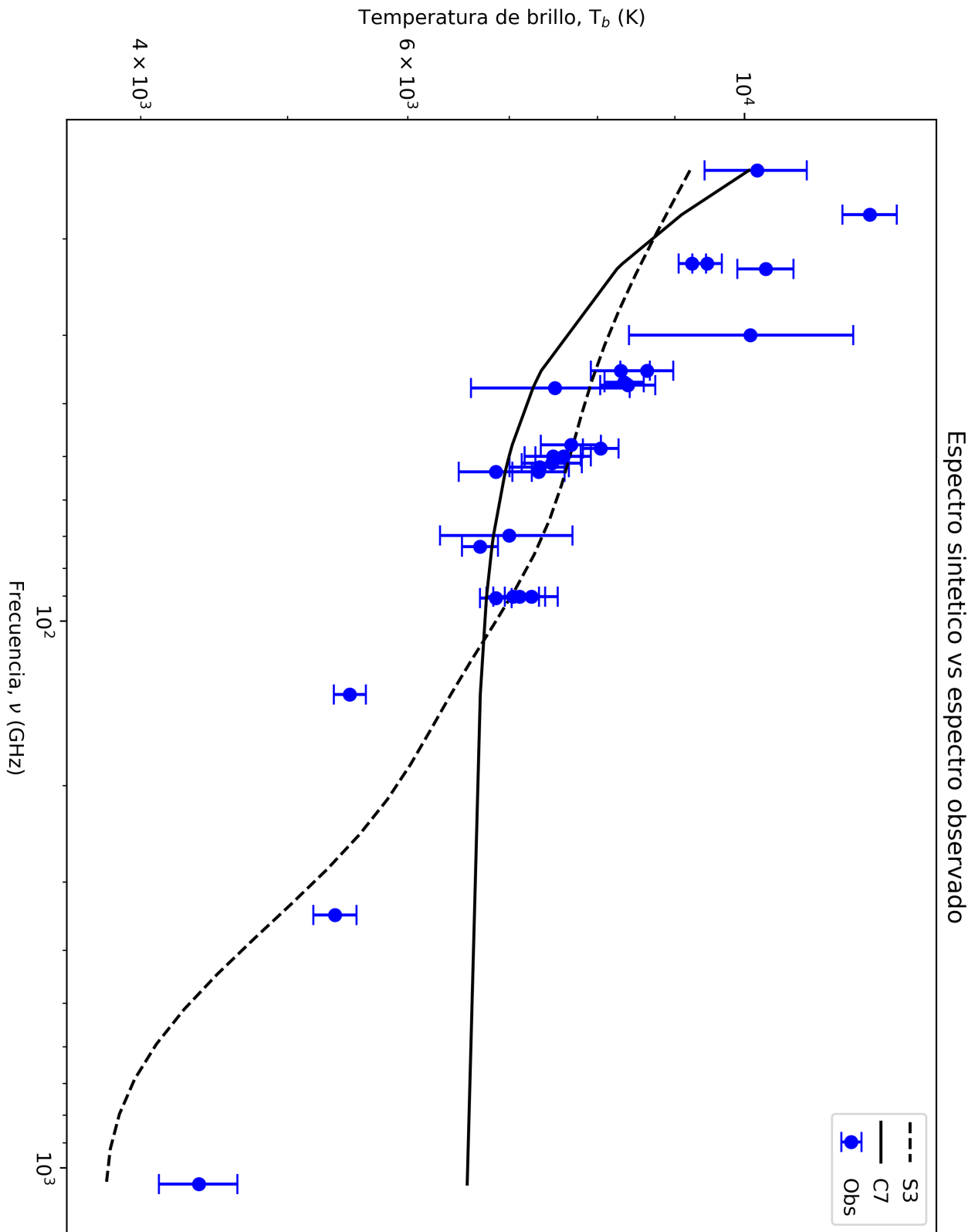


FIGURA 4.7: Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de máxima actividad.

## 4.2. $\alpha$ Cen A

Para verificar que el código KINICH-PAKAL realiza ajustes con buena precisión, es necesario probarlo con otra estrella. Para que pueda ser candidata, la estrella debe de tener características similares al Sol y poder ser observada en múltiples longitudes de onda para realizar un diagnóstico espectral más completo. Una de las estrellas que cumple con estas características es  $\alpha$  Centauri A, que debido a su cercanía (4.2 años luz), sus características físicas (apéndice B) y la existencia de observaciones en estas longitudes de onda (Liseau et al. 2016[22], Liseau et al. 2019[21]), la convierten en la candidata ideal para verificar ajustar el modelo. A menudo es clasificada como una gemela del Sol.

A pesar de que es la tercera estrella más cercana a la tierra, los radiotelescopios actuales no cuentan con la resolución angular ni con la sensibilidad suficiente para poder distinguir estructuras complejas, es por ello que adaptar un modelo semi-empírico nos brinda un primer diagnóstico de como está estructurada su atmósfera exterior. Para esto adaptaremos un modelo solar cromosférico restringido a  $\pm 1500$  K.

En la figura 4.8 podemos observar el modelo resultante (AC-A) en la línea punteada negra y el modelo solar en la línea negra sólida. En primera instancia podemos notar que la región fotosférica (0-100 Km) es más caliente que en el modelo solar. Esto se debe a que no existe una contribución importante a estas longitudes de onda. En la cromosfera baja, observamos que la temperatura disminuye de manera gradual hasta alcanzar el mínimo de temperatura, el cual coincide con el del modelo solar. El espesor se mantiene igual que en el modelo solar. Para la cromosfera alta tenemos un gradiente suave de temperatura hasta  $\approx 1000$  Km, a partir de esta altura la temperatura se estabiliza y forma un plato de temperatura constante, después tenemos un aumento súbito hasta formar otro plato que se extiende hasta la región de transición. Debido a la falta de observaciones a más baja frecuencia (10-90 GHz) no es posible determinar si la región de transición empieza a los 1000 Km o si se encuentra a la misma altura que en el Sol. Las observaciones sintéticas que se obtuvieron con ambos modelos se pueden ver en la figura 4.9, en donde la línea punteada negra representa el modelo AC-A y la sólida el modelo solar C7. Para realizar este ajuste se tomaron las observaciones del ciclo 4 de ALMA y que se detallan en el cuadro C.1. Se utilizaron estas observaciones debido a que las realizadas en el ciclo 2 (Liseau et al. 2016 [22]) presentaron inconsistencias y mala calibración, lo que resultaba en variaciones de temperatura. Estas variaciones afectaron el desarrollo del modelo, creando fluctuaciones muy grandes de temperatura que no se podían explicar físicamente. Observamos que en este nuevo ciclo, las observaciones son más consistentes y siguen una tendencia definida. El espectro obtenido con el modelo AC-A muestra un ajuste que se adapta a la tendencia y tiene errores pequeños. En contraste, el espectro obtenido con el modelo Solar C7 se mantiene plano y no muestra concordancia con la tendencia de las observaciones.

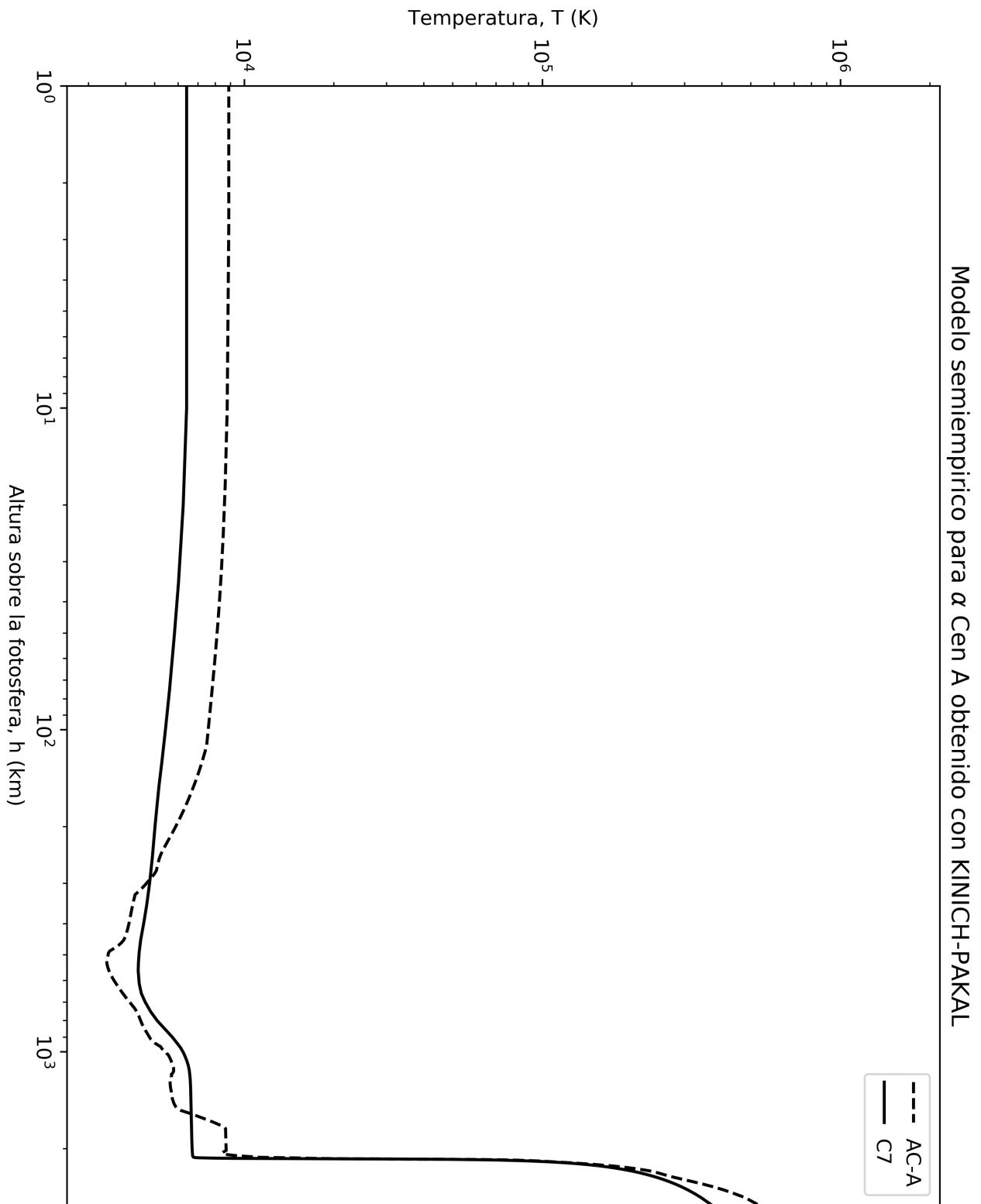


FIGURA 4.8: Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para  $\alpha$  Cen A.

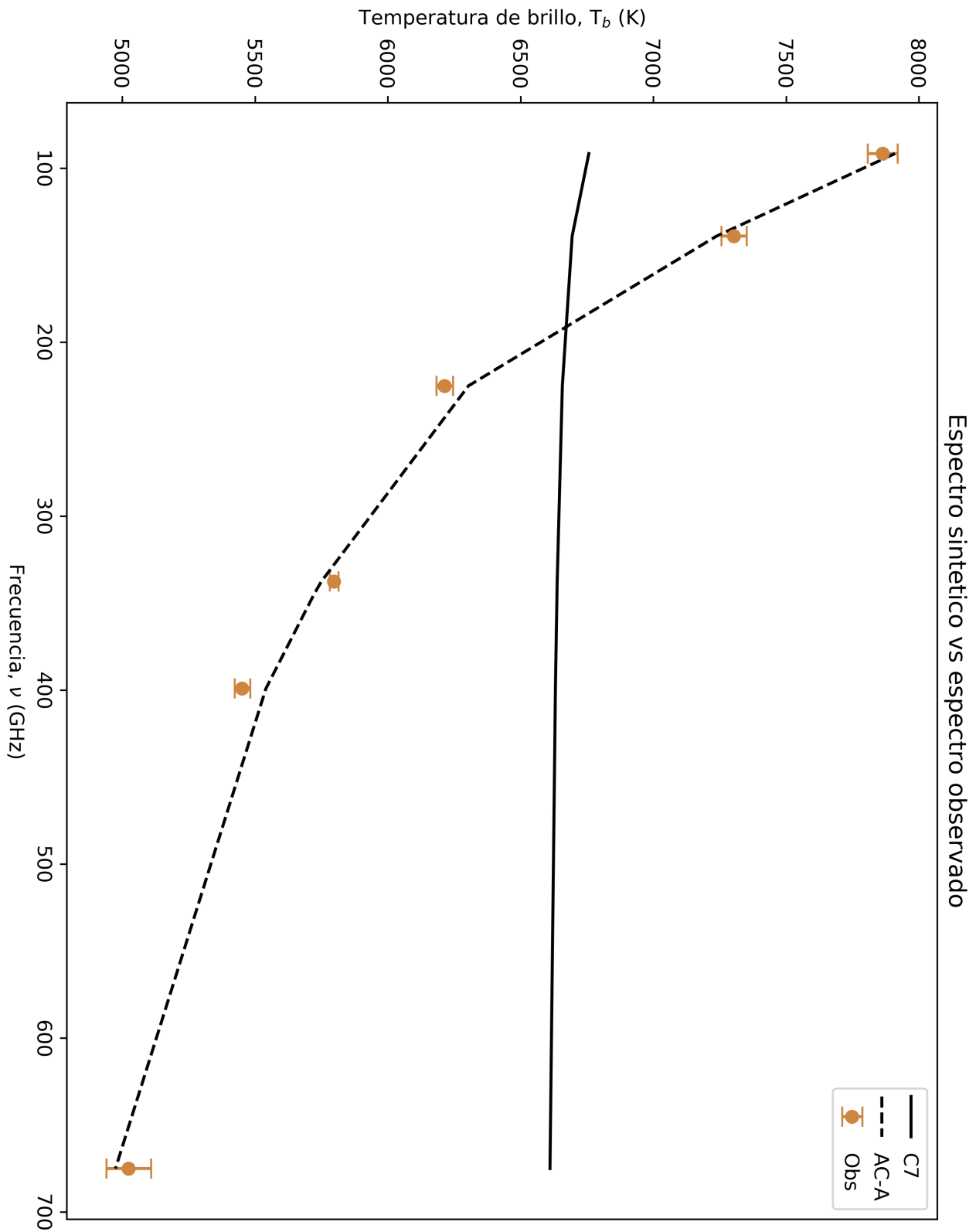


FIGURA 4.9: Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICHPAKAL para  $\alpha$  Cen A.

### 4.3. $\gamma$ Lep

Durante la primer etapa de la campaña MESAS (White et al. 2018[43]), se realizaron observaciones de la estrella  $\gamma$  Leporis (HD 38393) con el radio interferómetro ALMA. Las propiedades de esta estrella se encuentran en el apéndice B. Por sus características, es considerada una estrella de tipo solar por lo que adaptar un modelo solar es conveniente. Además de la observaciones con ALMA, se realizaron otras observaciones en el lejano infrarrojo con los satélite Herschel y WISE (C). Estas observaciones nos brindan información de la parte baja de la cromosfera. Para verificar la estabilidad del código KINICH-PAKAL en estrellas más calientes, se adaptó el modelo C7. En la figura 4.10, el modelo resultante (GL-1) está representado por la línea negra punteada y el modelo C7 por la línea negra sólida. Se puede apreciar que en la región fotosférica (0-200 Km) la temperatura es más elevada que en el Sol, en la cromosfera baja (200-500 Km) los gradientes son similares y el mínimo de temperatura se encuentra en  $\approx 500$  Km con una temperatura de 4358 K. Se observa además que la extensión de la cromosfera baja es más reducida que la solar. En la cromosfera superior, existe un gradiente suave hasta aproximadamente los 1500 Km que es seguido por un plato de temperatura homogénea. A partir de los 1700Km la temperatura comienza a aumentar hasta llegar a la región de transición. Debido que no se cuenta con más datos, no es posible determinar si la región de transición comienza a los 1700 Km o tiene un comportamiento similar al Sol, por lo tanto el espesor de la cromosfera alta no podemos determinarlo con precisión.

En la figura 4.11 observamos el espectro sintético obtenido con el modelo GL-1 representado con la línea punteada negra y con el modelo C7 en la línea negra sólida. El espectro sintético generado por el modelo GL-1 tiene un gran ajuste con el espectro observado, y el error es mínimo. En el caso del espectro generado con C7, las temperaturas se encuentran por arriba aunque siguen la tendencia de las observaciones.

Aún con las pocas observaciones, se puede construir un modelo que ajusta de una buena manera las observaciones y que nos da información sobre la estructura atmosférica de una estrella más caliente. Hacen falta observaciones a longitudes de onda menores e intermedias para poder determinar con mayor exactitud su estructura.

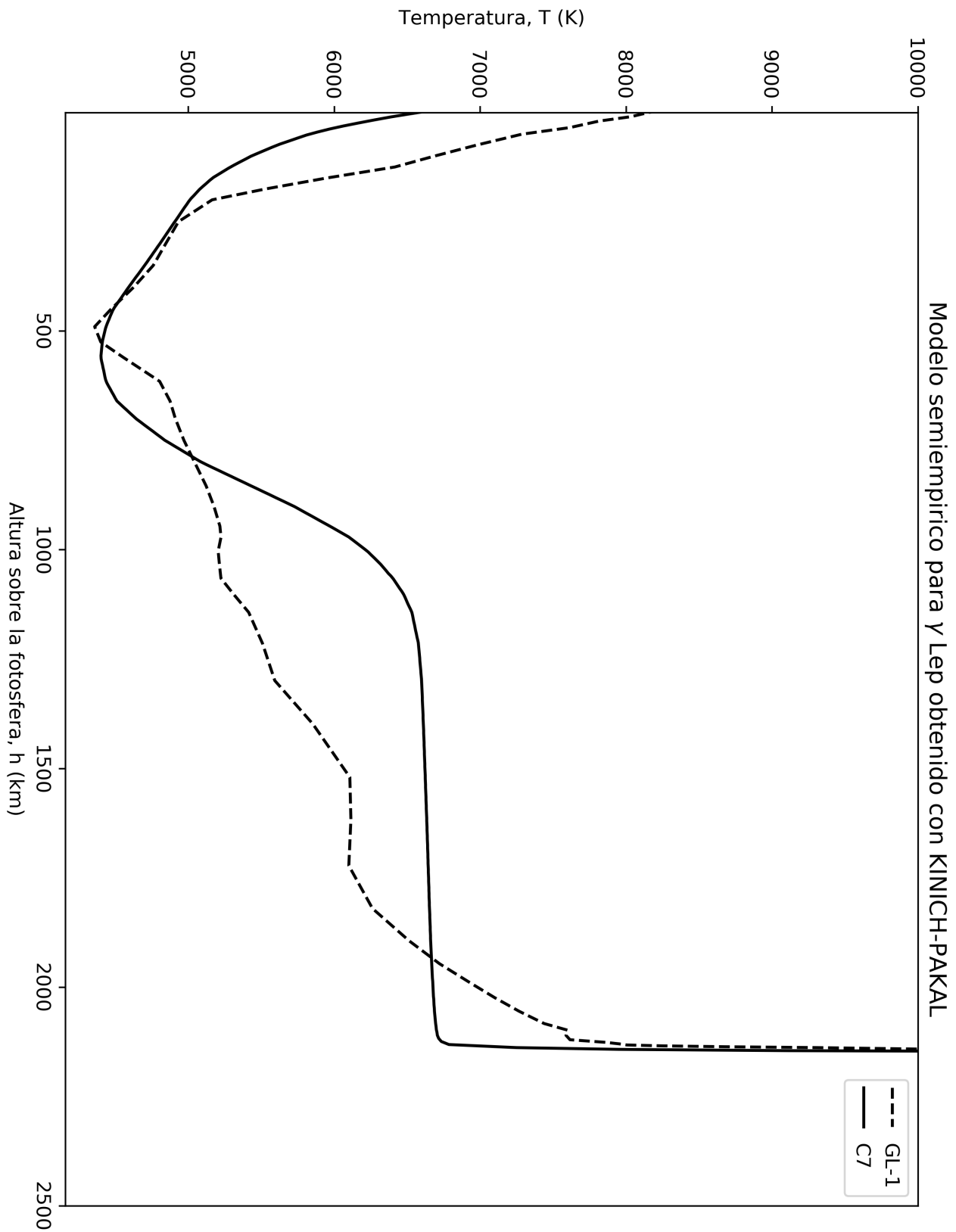


FIGURA 4.10: Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para  $\gamma$  Lep.



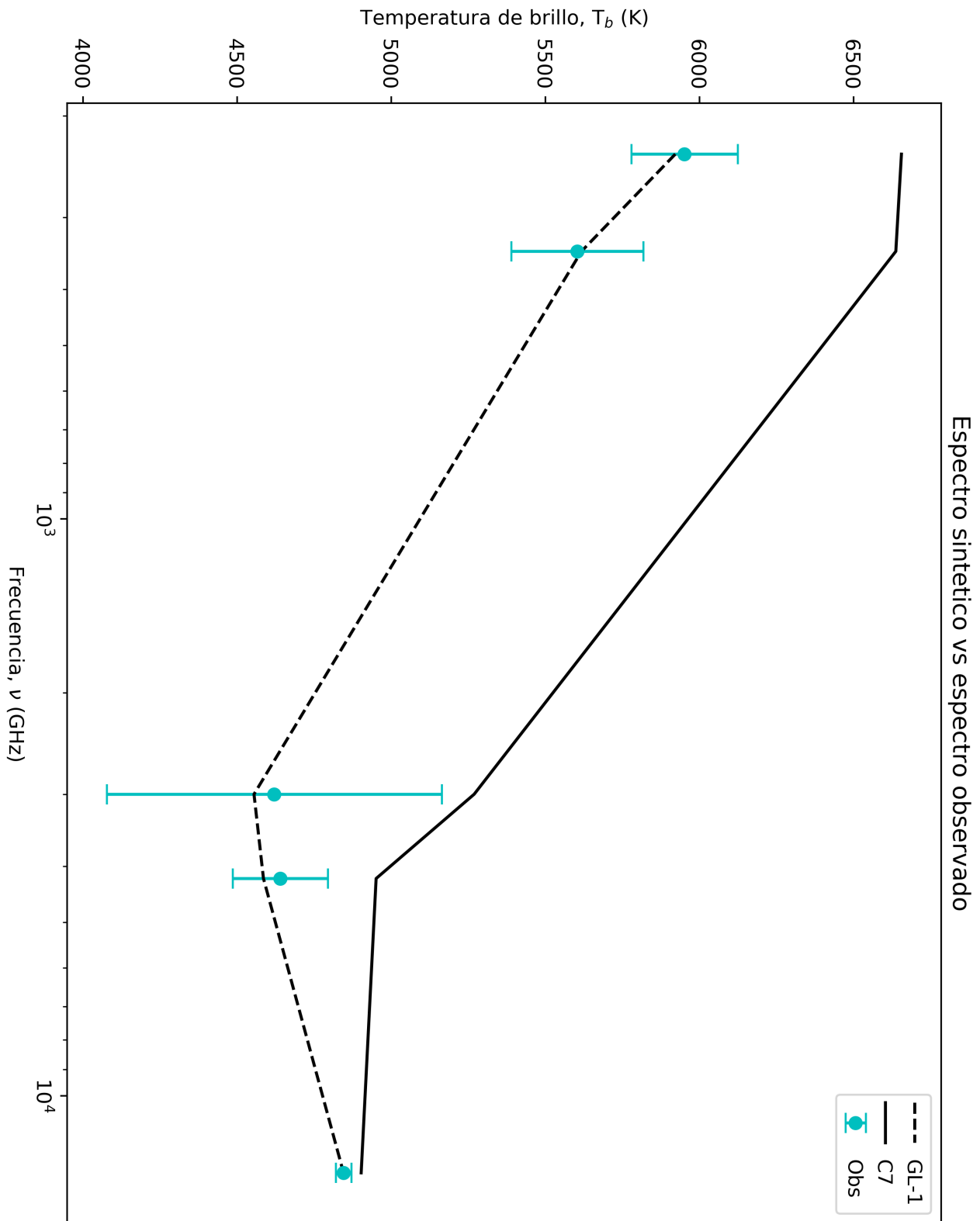


FIGURA 4.11: Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para para  $\gamma$  Lep.

## 4.4. TONALLI

Como vimos anteriormente, los modelos obtenidos con KINICH-PAKAL muestran un buen ajuste con las observaciones, no obstante, los perfiles de temperatura obtenidos tienen diferencias de temperatura, por lo que se deben suavizar con un filtro Savitzky–Golay. Para realizar una prueba al código TONALLI, se optó por el modelo C7, ya que está ampliamente estudiado y no tiene diferencias bruscas de temperatura.

En primer lugar el modelo cromosférico C7 sirvió como condiciones iniciales de temperatura y densidad para el código CAFE Newtoniano. Este código fue configurado para que evolucionara por un tiempo de 1200s con un campo magnético uniforme y de intensidad baja. El cubo tiene una longitud de 3000 Km en y cuenta con 120 puntos en X, Y y Z. El resultado de resolver las ecuaciones de la magnetohidrodinámica ideal bajo los efectos de la resistividad magnética y transferencia de calor considerando un plasma totalmente ionizado se muestran en la figura 4.12. En el cubo de temperatura se puede ver que la atmósfera después de 1200s tendió a termalizarse, es decir, llegar a una temperatura homogénea. La presión quedó distribuida uniformemente. La densidad electrónica y la densidad de hidrógeno un vez ionizado oscilan dentro de los mismos valores. En esta primera aproximación podemos decir que las densidades son equivalentes.

Para tener una idea de como evolucionó temporalmente, podemos hacer un corte vertical en el centro del cubo. Esta evolución se muestra en las figuras 4.13,4.14,4.15 y 4.16. En estas podemos ver que para el tiempo  $T = 403s$ , el plato de temperatura uniforme se movió y su espesor se hizo más pequeño. Observamos además que la parte baja de la corona se extendió junto con la región de transición y la cromosfera alta aumentó su temperatura. Para  $T = 806s$  la cromosfera alta elevó su temperatura creando un gradiente muy pronunciado de temperatura y su espesor es tan pequeño que prácticamente ha desaparecido. En el caso de la corona baja, se empieza a formar un plato de temperatura uniforme, lo que físicamente significa que está tendiendo al equilibrio térmico, es decir, se está termalizando. En  $T = 1196s$  la cromosfera alta ha desaparecido y la región de transición se ha recorrido hasta la cromosfera baja cerca del mínimo de temperatura. Para este momento, la corona baja a formado un plato definido de temperatura uniforme que confirma que la atmósfera está alcanzando el equilibrio térmico.

Para saber como estos cambios en la estructura atmosférica han afectado al campo de radiación, obtenemos con PAKALMPI espectros sintéticos en términos de la temperatura de brillo. El rango de frecuencia que vamos a analizar va desde los 100 GHz hasta los 10000GHz. Se ha escogido este rango de frecuencia, ya que es en donde la cromosfera tiene mayor contribución debido a la emisión Bremsstrahlung. En la figuras 4.17, 4.18, 4.19 y 4.20 se pueden apreciar los espectros obtenidos para cada tiempo. Para  $T = 0s$  observamos un espectro sintético suave (figura 4.17) típico de una atmósfera estática. En  $T = 403s$  la temperatura de brillo aumentó  $4 \times 10^5$  K para la frecuencia más baja, esto se debe a que en esta región se encuentra el pico de emisión Bremsstrahlung, además, a estas frecuencias la región de transición tiene una gran contribución. Si la región de transición aumenta su temperatura, esta se verá reflejada

en un aumento en la temperatura de brillo. en contraparte, a altas frecuencias el cambio no fue significativo y se registró un aumento de  $\approx 1000-2000$  K. Para frecuencias  $> 1000$  GHz la mayor contribución se encuentra en la cromosfera baja cerca del mínimo de temperatura (figura 4.18) y como se observa en la figura 4.14 esta región no se vio modificada. A  $T = 806s$  la temperatura de brillo en frecuencias  $< 100$  GHz aumentó casi un orden de magnitud. A muy altas frecuencias la temperatura tuvo un aumentó insignificante (figura 4.19). En  $T = 1196s$  el aumento de temperatura se extendió hasta frecuencias  $\approx 1000$  GHz y a mayores frecuencias comenzaron a aumentar ligeramente su temperatura (figura 4.20).

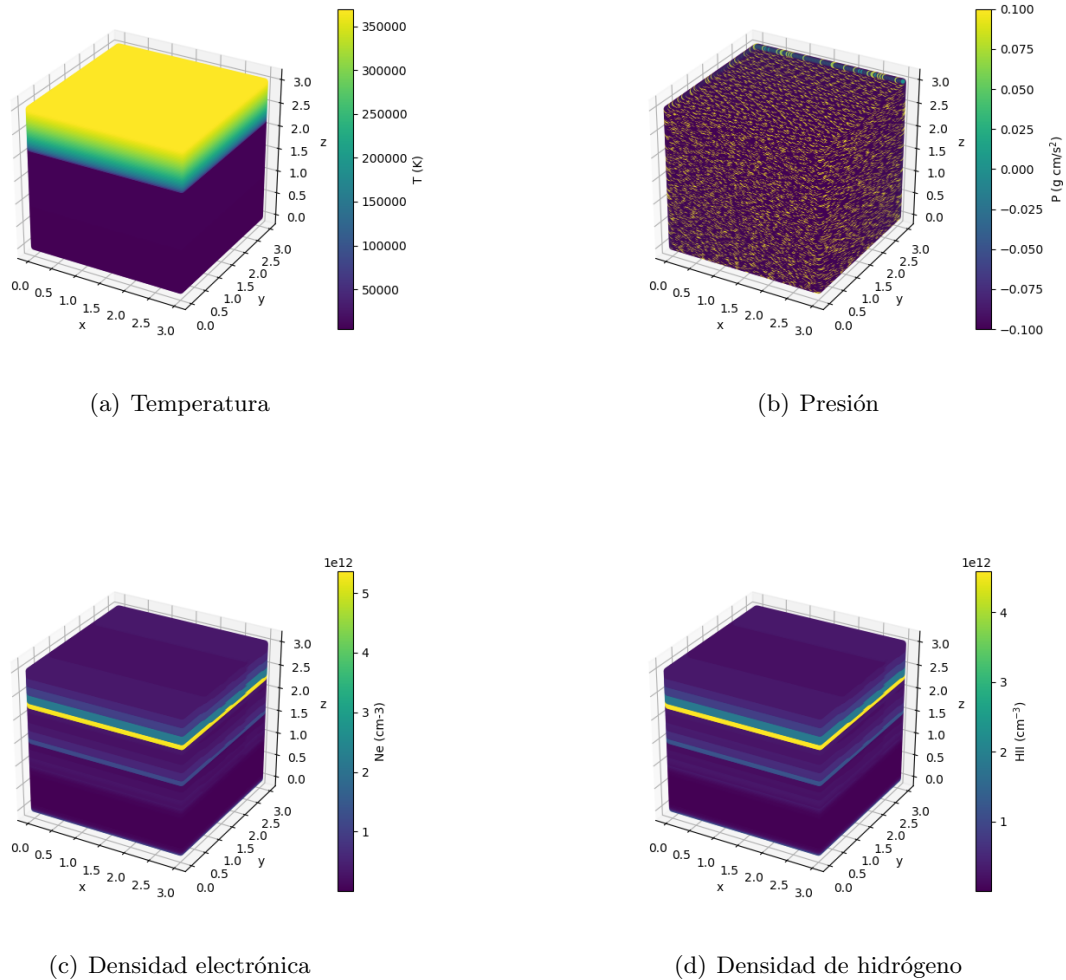


FIGURA 4.12: Cubos resultantes de la evolución de 1200s con el código CAFE Newtoniano.

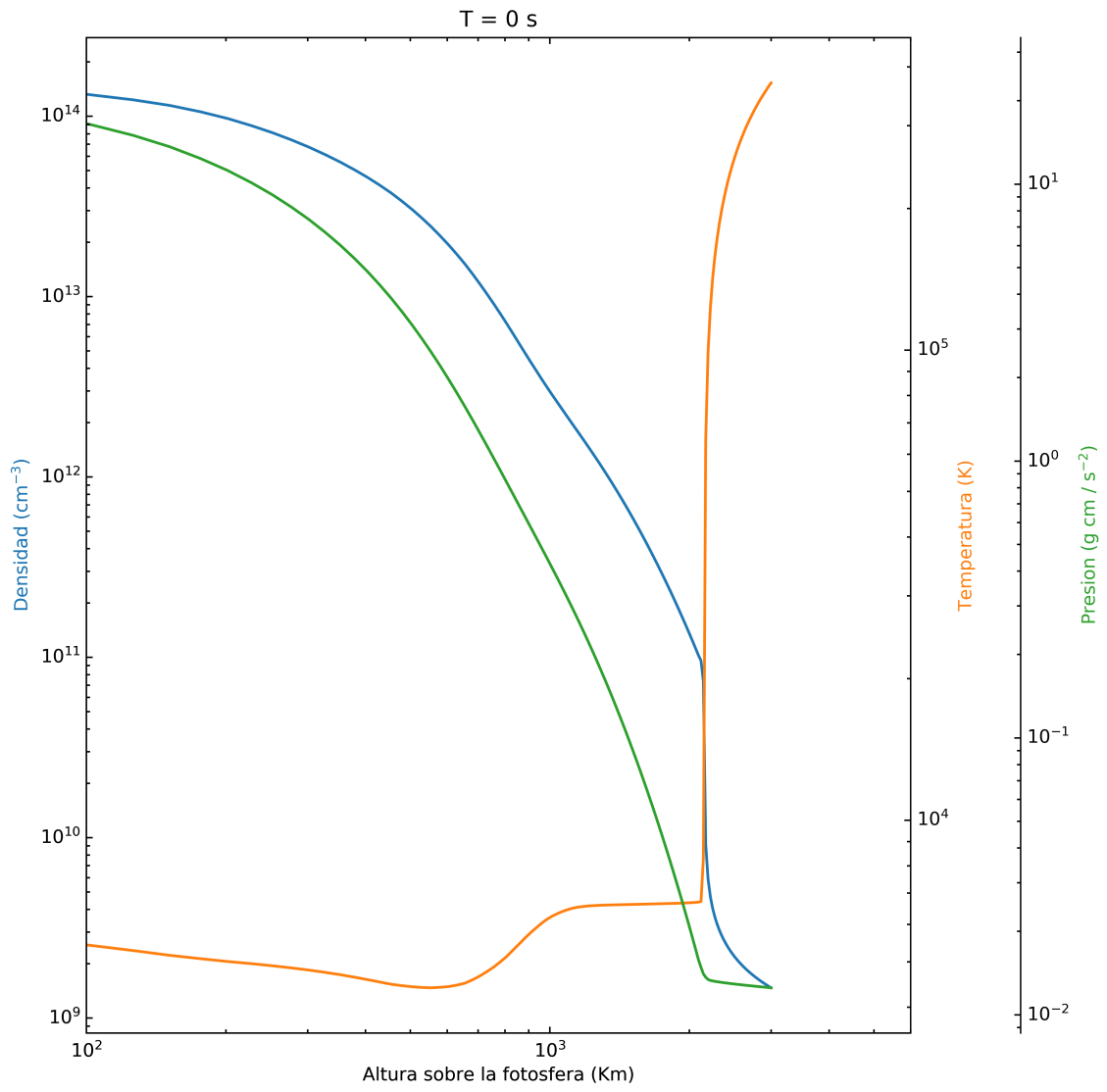


FIGURA 4.13: Evolución temporal de un corte vertical. T=0s

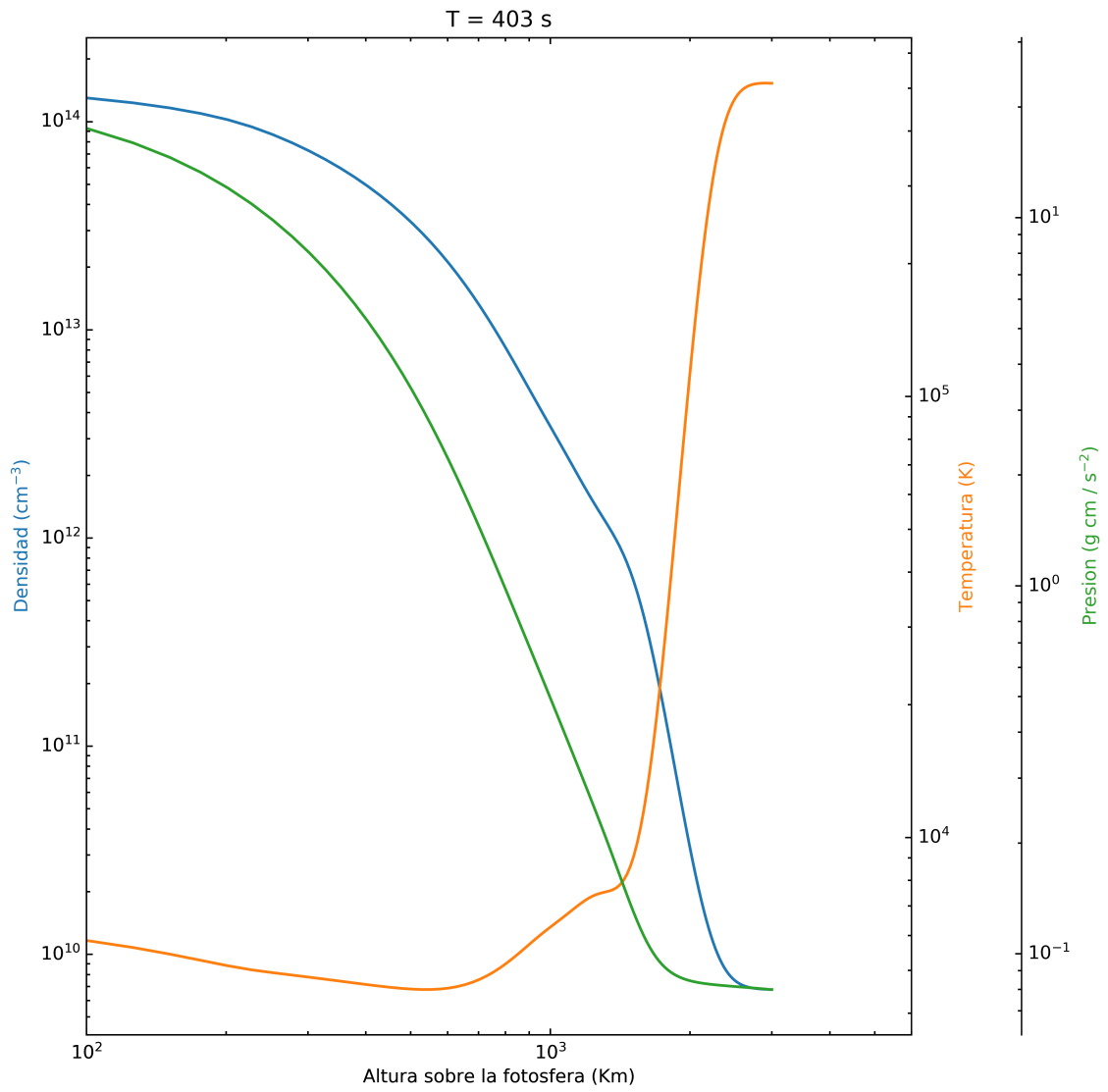


FIGURA 4.14: Evolución temporal de un corte vertical. T=403s

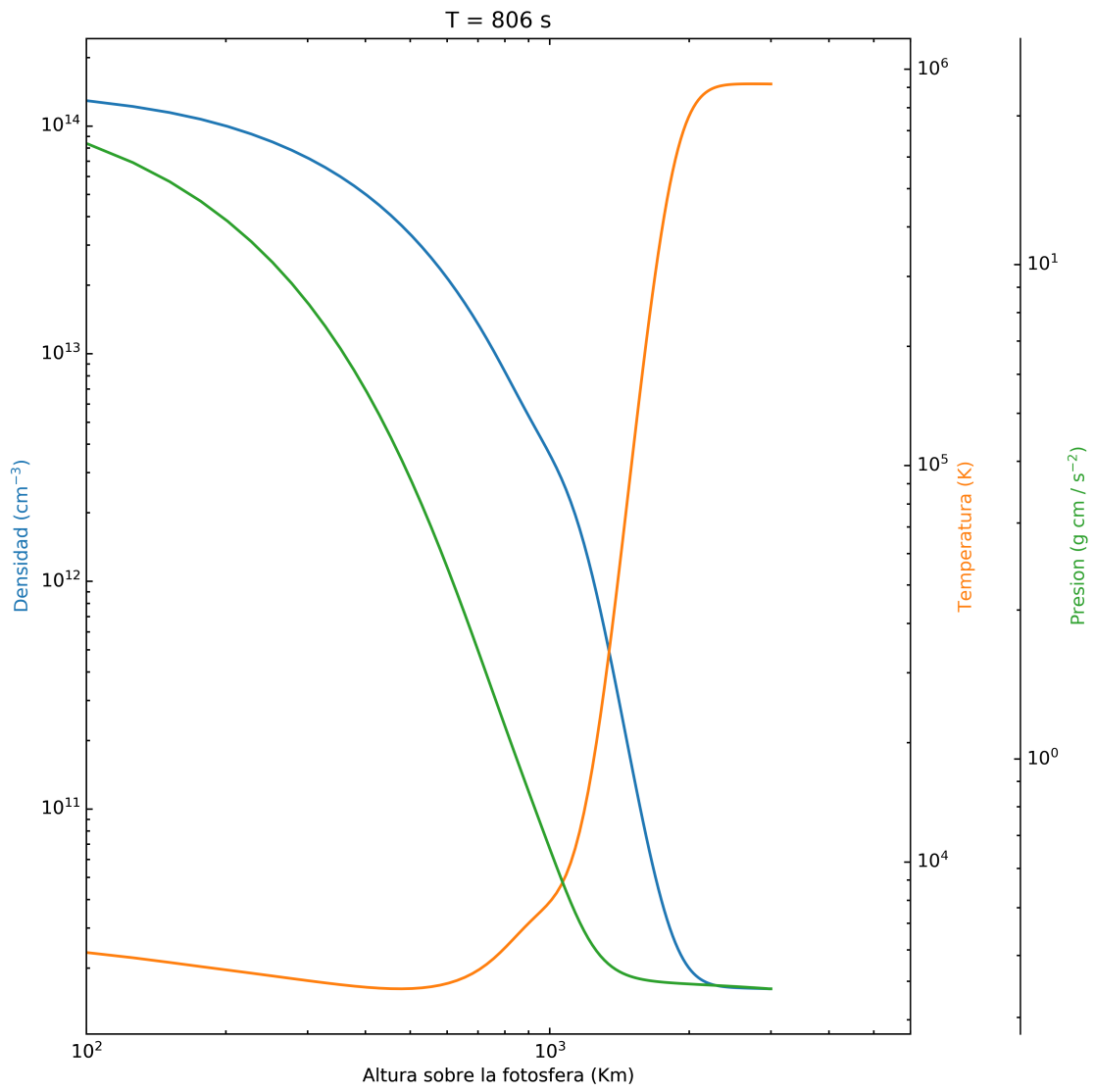


FIGURA 4.15: Evolución temporal de un corte vertical. T=806s

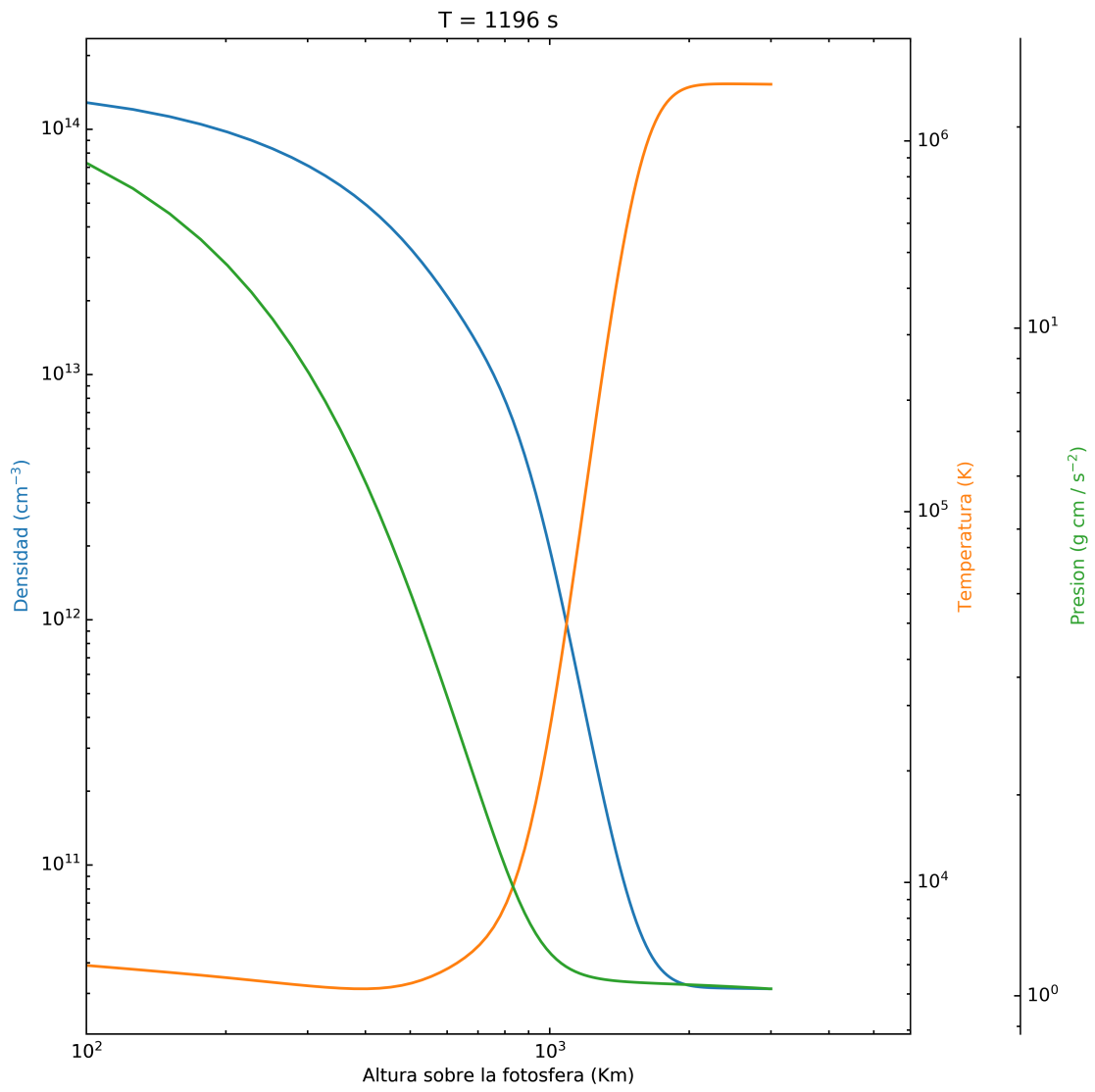


FIGURA 4.16: Evolución temporal de un corte vertical. T=1196s

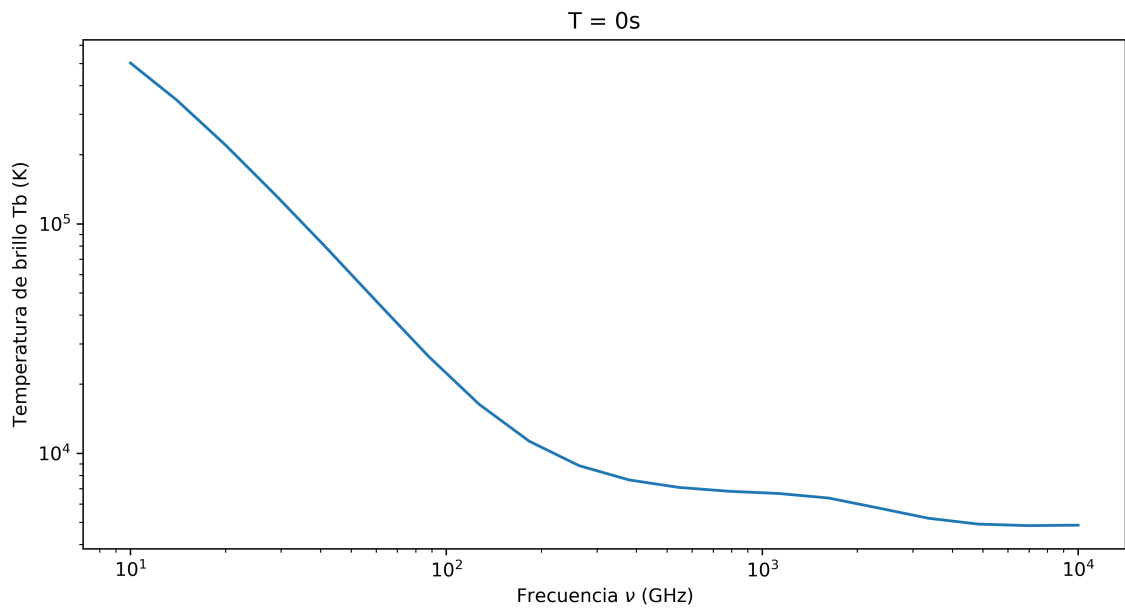


FIGURA 4.17: Espectro sintéticos obtenido de la evolución temporal. T=0s

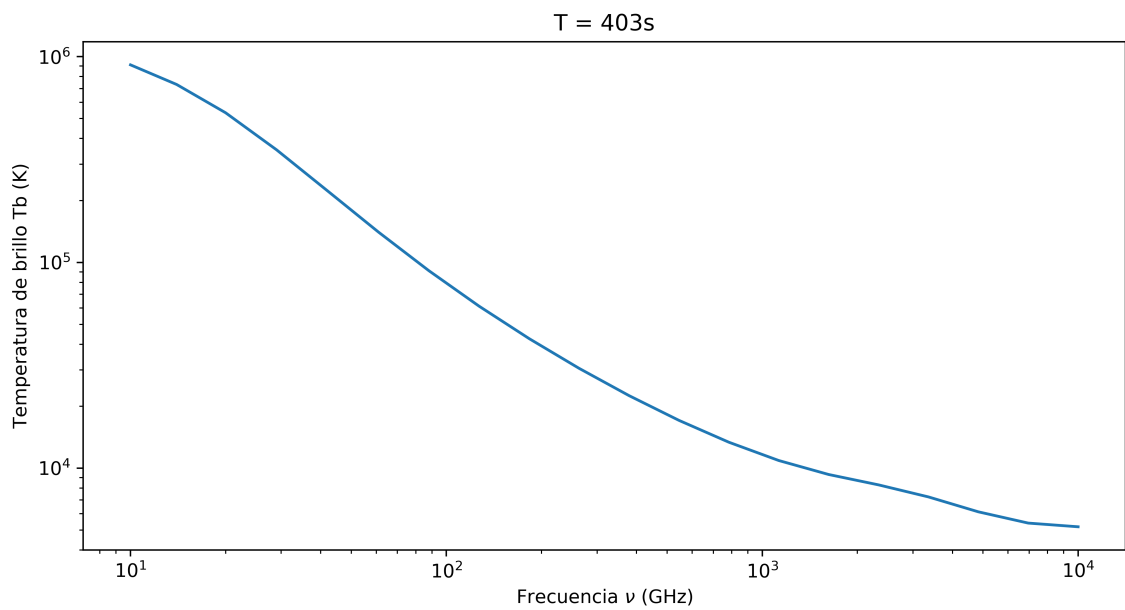


FIGURA 4.18: Espectro sintéticos obtenido de la evolución temporal. T=403s



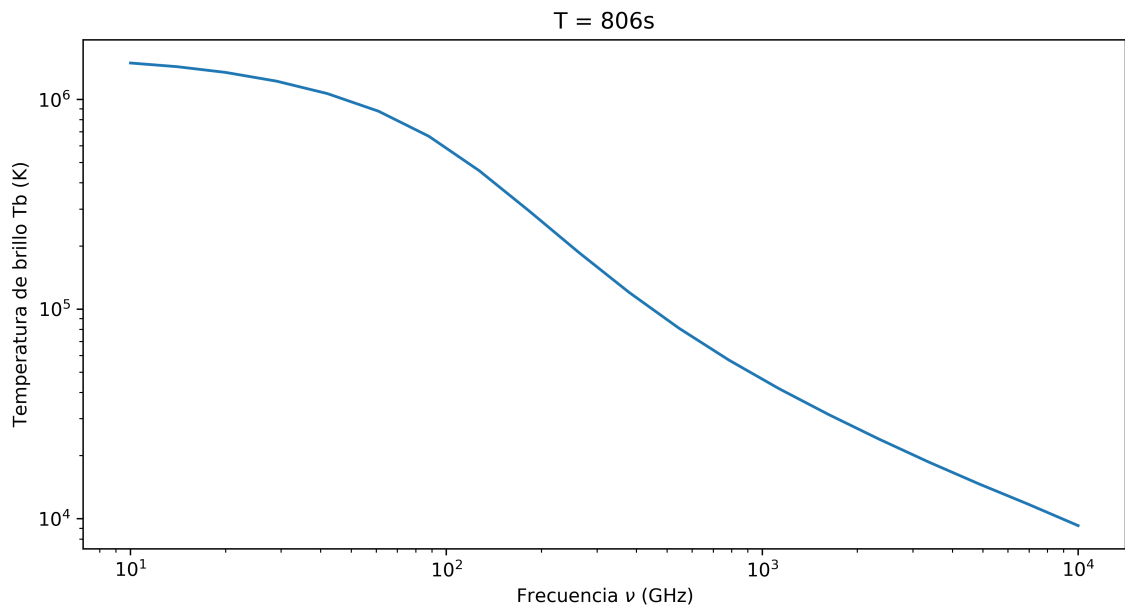


FIGURA 4.19: Espectro sintéticos obtenido de la evolución temporal. T=806s

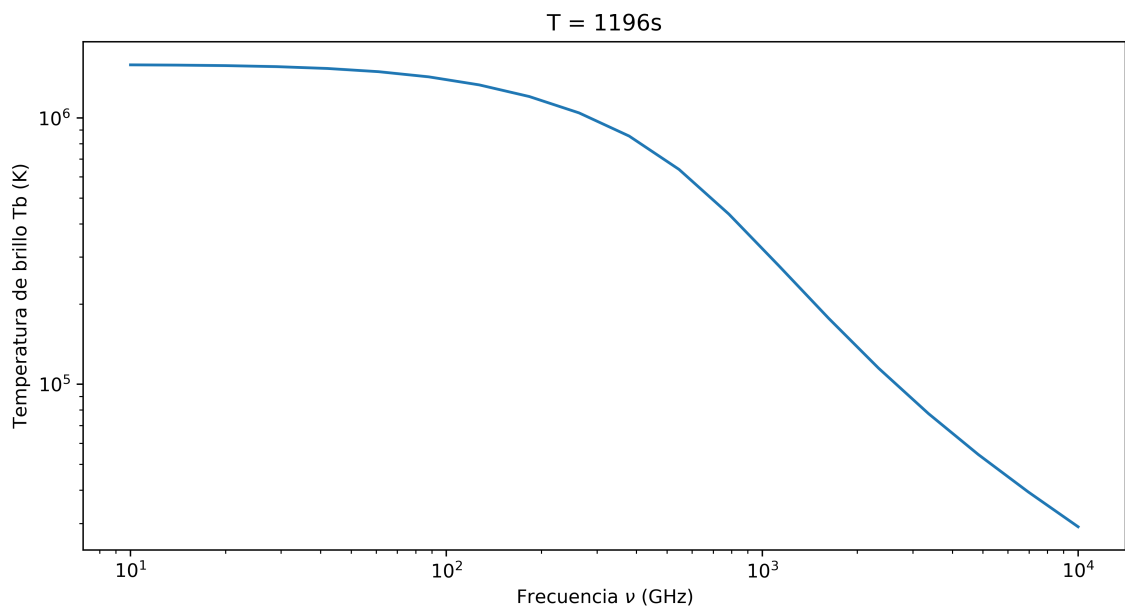


FIGURA 4.20: Espectro sintéticos obtenido de la evolución temporal. T=1196s

Después de que hemos resuelto las ecuaciones MHD con CAFE Newtoniano, tomamos el cubo de temperatura y densidad de hidrógeno como entrada para Jaguar. Con este código calculamos las densidades de los elementos que constituyen la atmósfera estelar con la ecuación de Saha. Jaguar permite conocer la densidad de 20 elementos. En la figura 4.15 mostramos el resultado para 4 elementos que tienen una gran contribución en la emisión cromosférica en el rango visible del espectro electromagnético, y que son indicadores de la actividad estelar.

Para el caso del hidrógeno negativo, se observa que en la cromosfera baja hay un menor que en la corona baja. Es por esto, que la contribución del hidrógeno negativo es pequeña a longitudes de onda milimétricas y sub-milimétricas. En el caso del elemento CaII, coincide la alta densidad con la altura que Vernazza et al. (1981)[37] propone. De igual manera para los elementos MgII y HeII.

En total se calculó la contribución de 20 elementos, es decir, se tienen 20 cubos. Estos cubos servirán para resolver la ecuación de transferencia radiativa con Joskua. Los resultados se muestran en la siguiente sección.

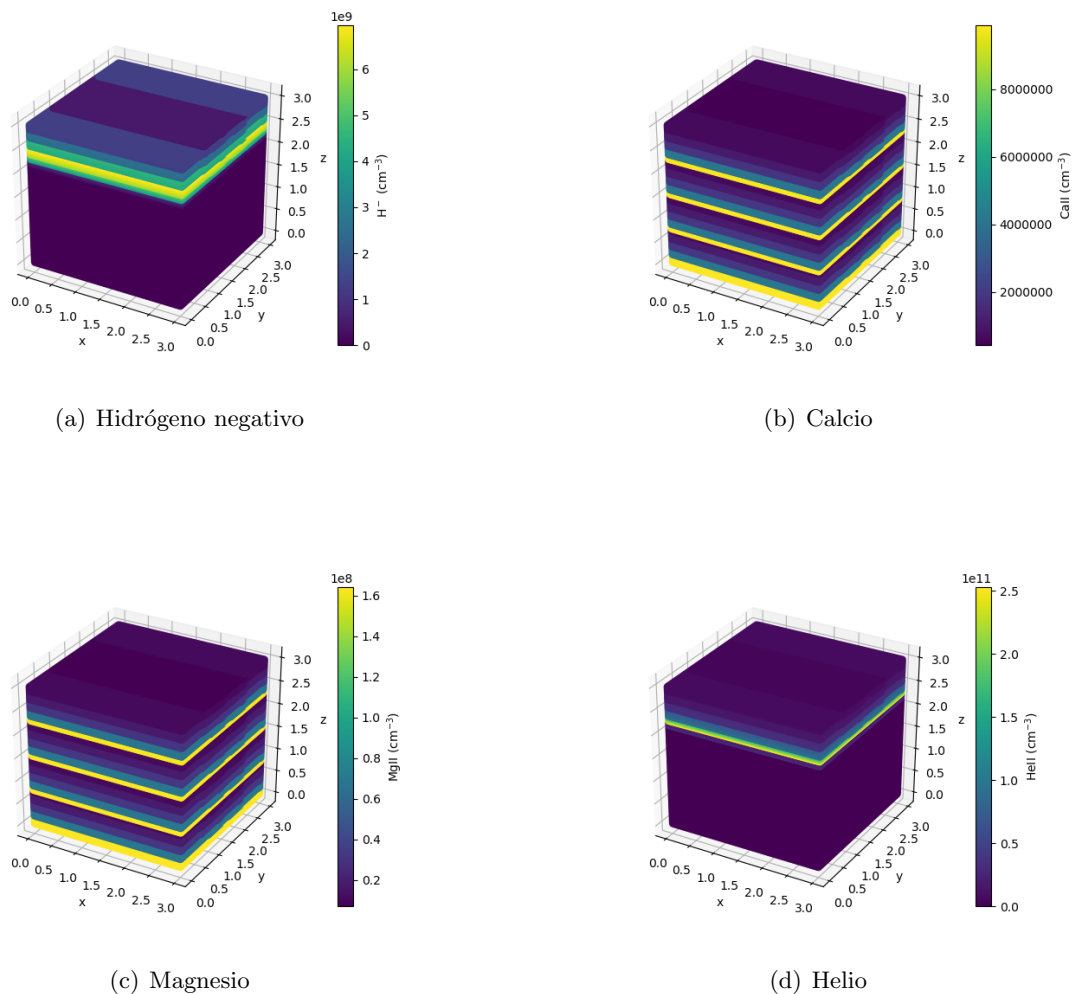


FIGURA 4.21: Cubos resultantes del cálculo multiespecies con etapas de ionización realizado con el código TONALLI.

## 4.5. JOSKUA

Una vez que conocemos los estados de ionización y su contribución a la densidad electrónica total, podemos resolver la ecuación de transferencia radiativa de forma discreta (ecuación ??). Para esta primera prueba situamos el cubo en  $\theta = 0$  y  $\phi = 0$ , es decir, en el centro del disco solar. Ajustamos el radio de integración a 3000 km para que solo tenga contribución el cubo. Debido a la limitación de la infraestructura de cómputo, de 20 elementos calculados, sólo se consideró el H y He con sus niveles de ionización. Esta limitación se debe principalmente a la memoria de acceso aleatorio (RAM), ya que cada hilo de ejecución necesita de aproximadamente 2 GB, además, se necesita que la memoria total sea contigua para reducir el tiempo de acceso. Debido a ello, la ejecución sólo se realiza en uno de cada 5 intentos. Esto se debe a que el gestor de memoria del sistema operativo no puede mover procesos en ejecución para liberar el segmento y así poder ocuparlo.

Teniendo en cuenta estas limitaciones, se ejecutó JOSKUA con sólo dos hilos de ejecución y una resolución de 5x5 píxeles. El tiempo total para cada imagen fue de aproximadamente 90s-120s. Las imágenes sintéticas que se presentan en las figuras 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 y 4.26, corresponden a frecuencias de radiotelescopios solares que realizan observaciones con periodicidad. En ellas podemos observar variaciones en la temperatura de brillo. Para bajas frecuencias, los cambios en las temperaturas son de alrededor de  $10^3$  K y con mayor cercanía entre ellos. Conforme aumentan las frecuencias, la diferencia de temperaturas disminuye hasta llegar a los 9 K entre la máxima y mínima temperatura.

Se puede apreciar que las temperaturas de brillo son menores a las obtenidas con el perfil unidimensional (figura 4.20).

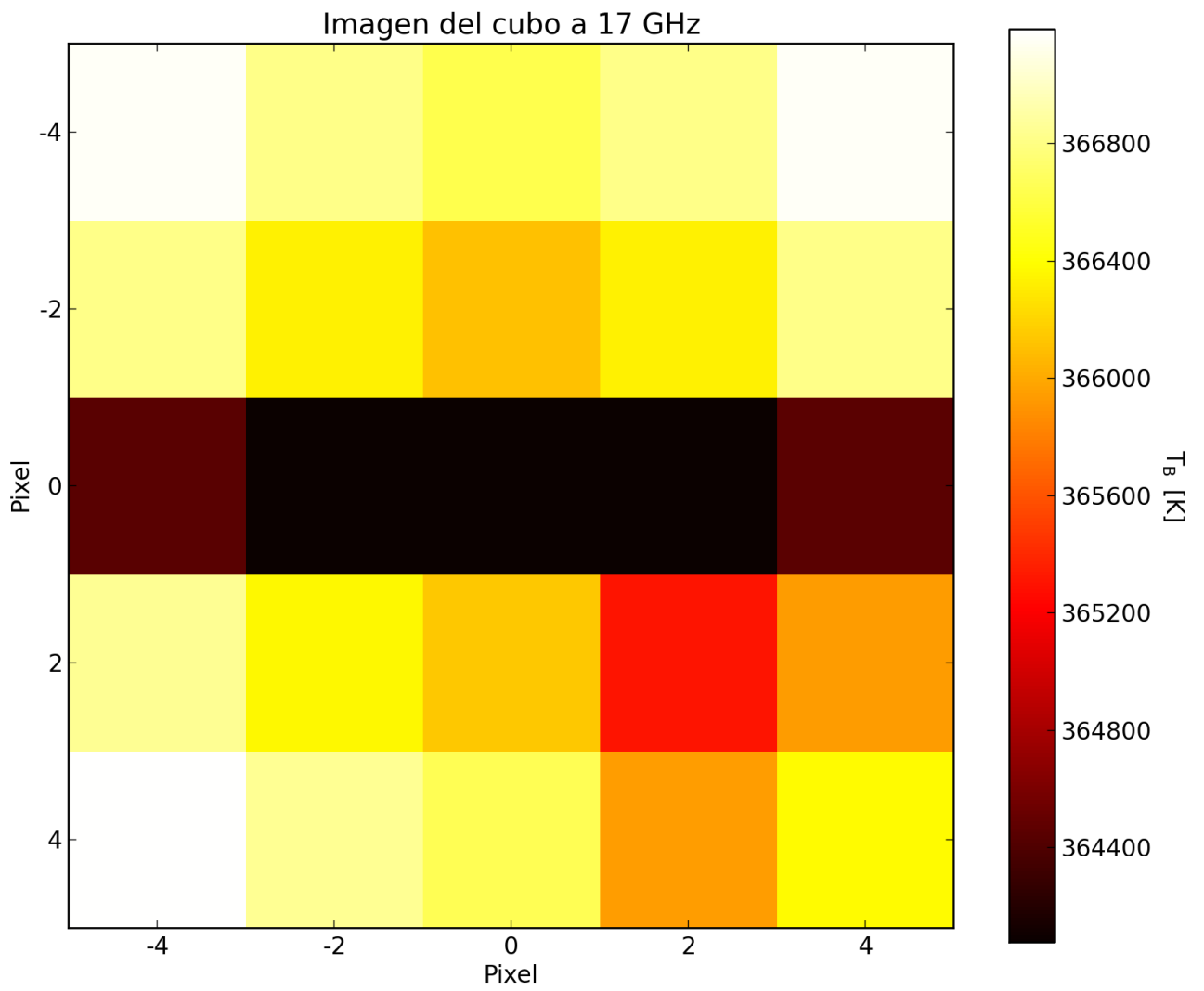


FIGURA 4.22: Imagen sintética obtenida en la frecuencia del radioheliógrafo Nobeyama.

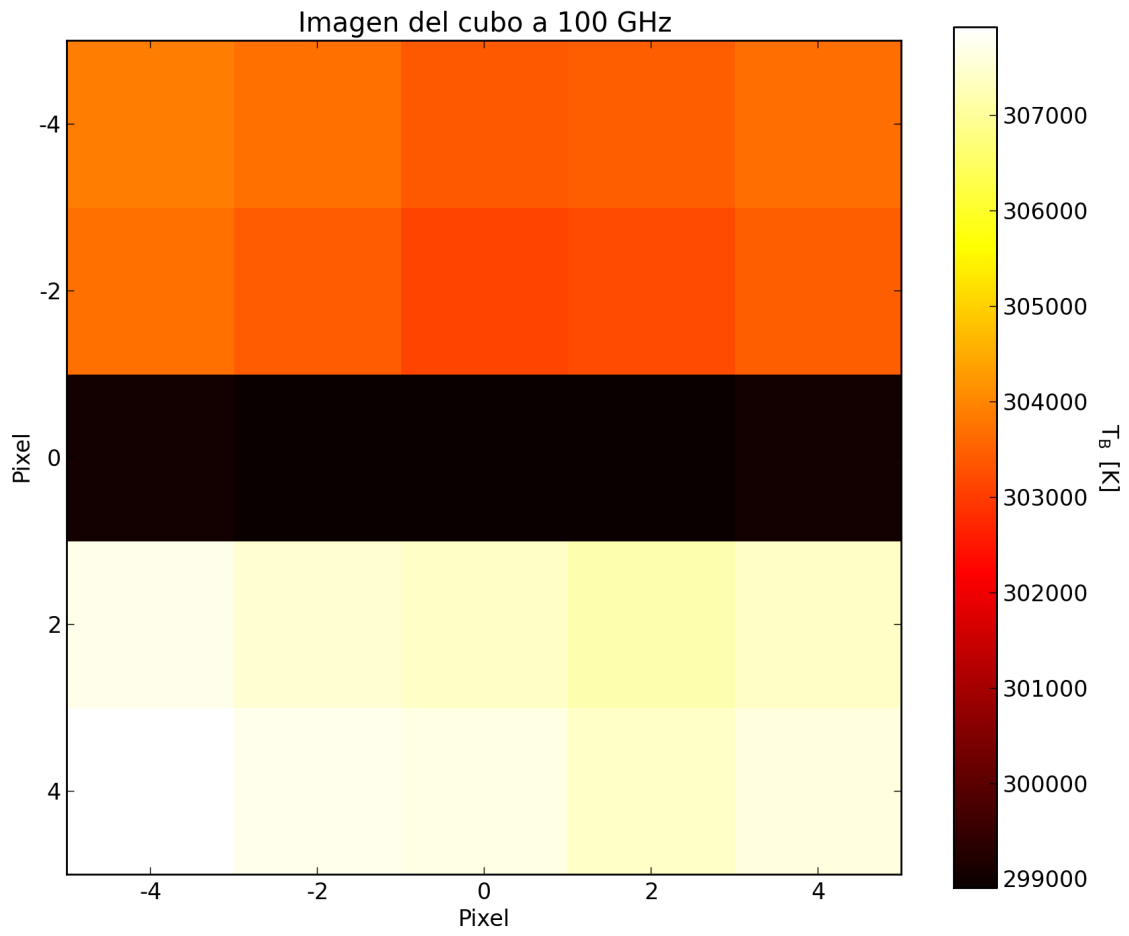


FIGURA 4.23: Imagen sintética obtenida en la frecuencia central de la Banda 3 de ALMA.

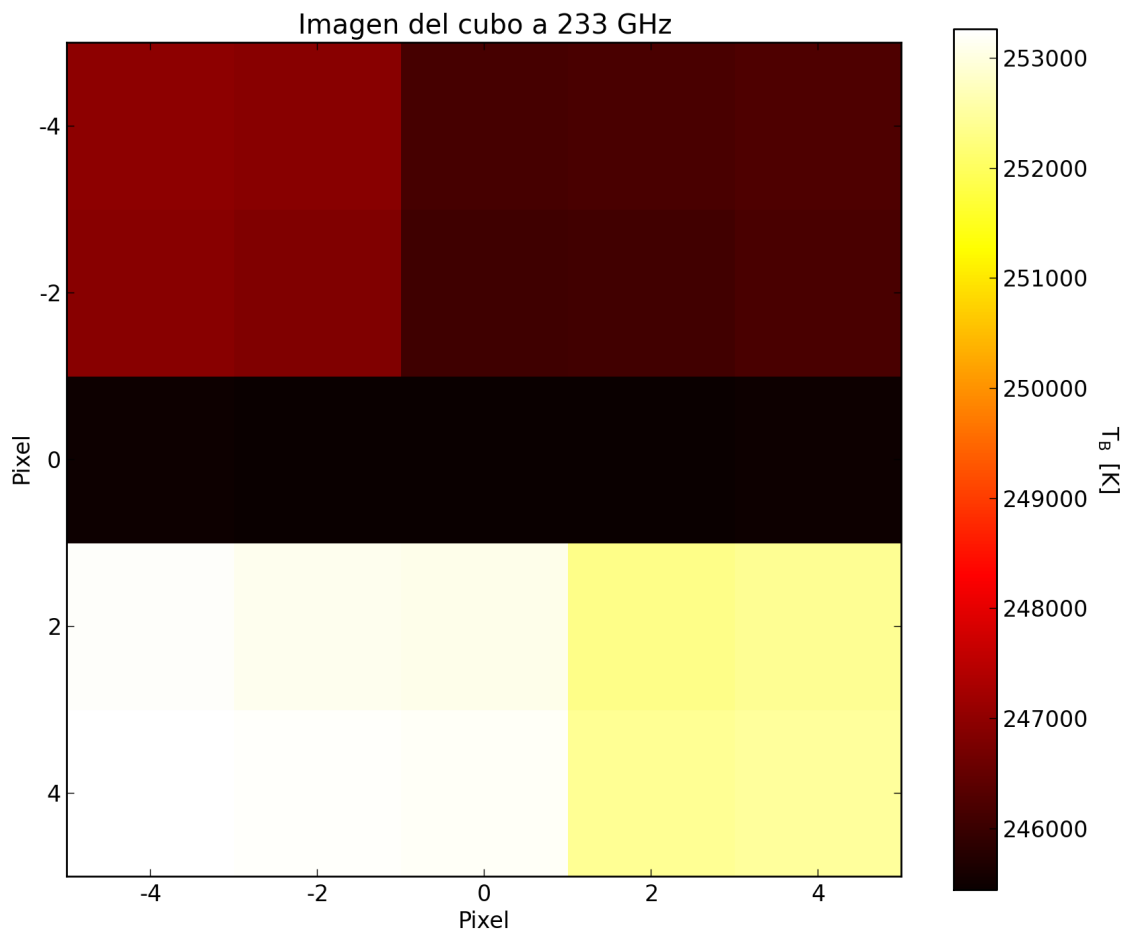


FIGURA 4.24: Imagen sintética obtenida en la frecuencia central de la Banda 6 de ALMA.

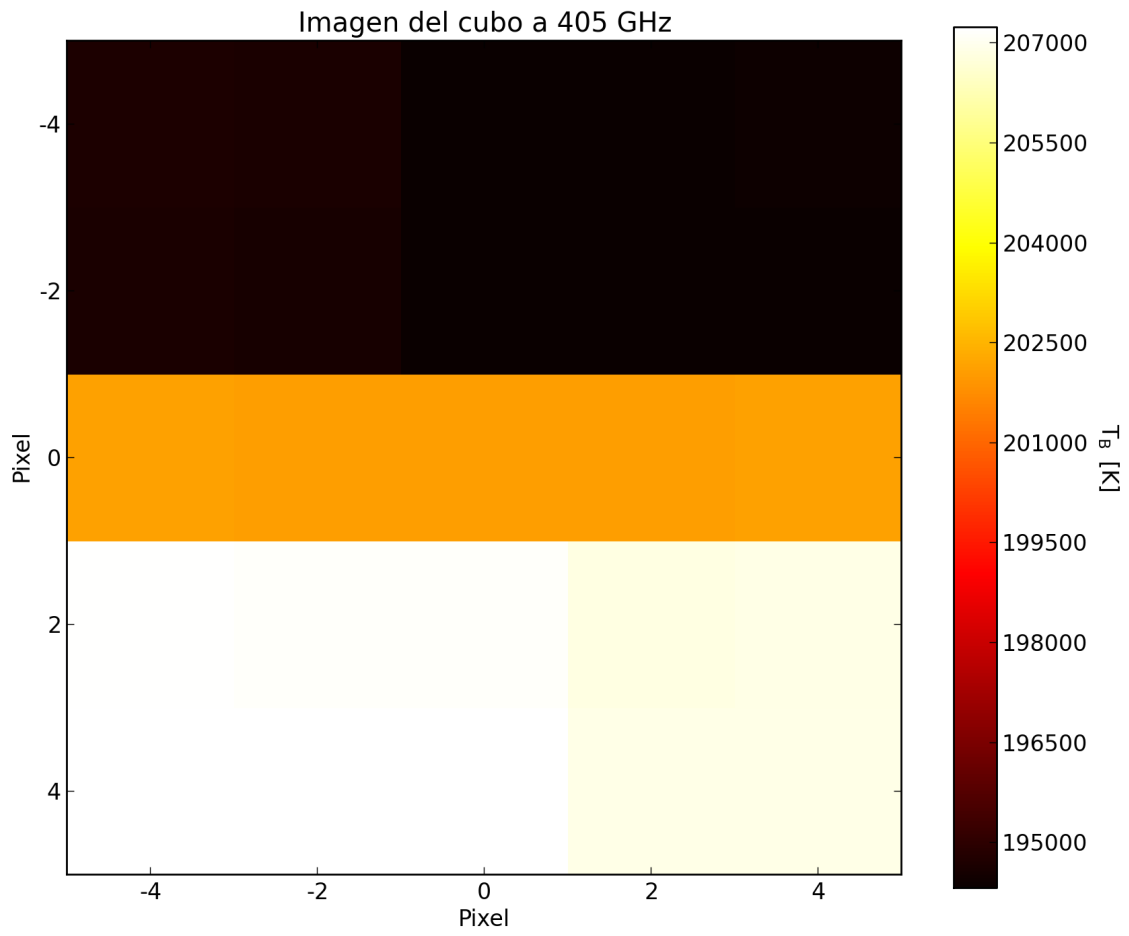


FIGURA 4.25: Imagen sintética obtenida en la frecuencia central del Solar Submillimeter Telescope(SST).

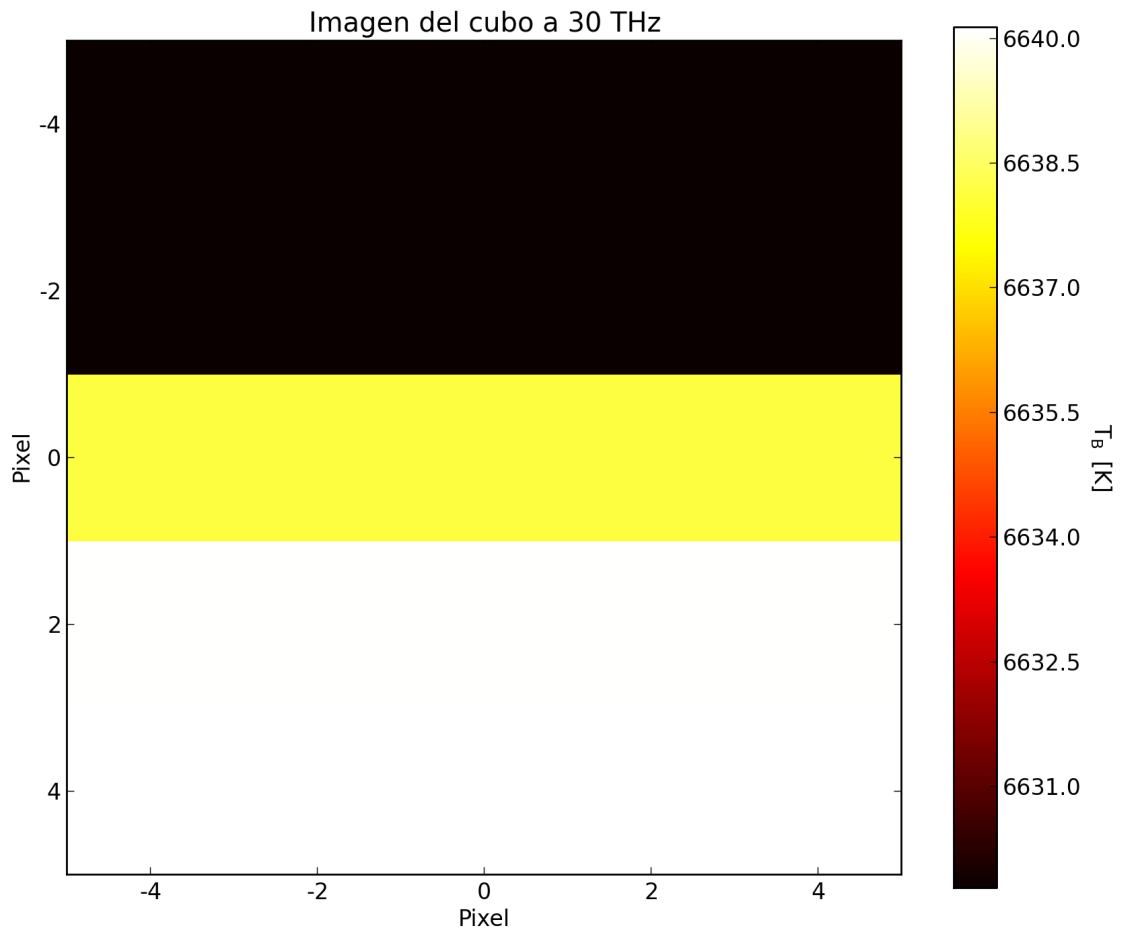


FIGURA 4.26: Imagen sintética obtenida en la frecuencia telescopio solar en São Paulo, Brasil.



## Capítulo 5

# Conclusiones

En este trabajo de tesis se desarrolló JOSKUA, un nuevo código para calcular la emisión a longitudes de ondas milimétricas y sub-milimétrica a partir de las soluciones de un modelo MHD 3D acoplado a un modelo NLTE para el cálculo multiespecies enfocado en las condiciones físicas de la cromosfera. Fue necesario crear un modelo geométrico para recuperar las condiciones físicas del sistema definidas en un conjunto de cubos 3D tomando en cuenta una línea de visión en un sistema geométrico para calcular la radiación en 3D. Se utilizó la geometría desarrollada por De la Luz et al. (2010)[25] para fijar un marco de referencia y situar el cubo en la superficie solar. Este cubo contiene las condiciones físicas del medio, las cuales fueron obtenidas por el código TONALLI. Este código es el resultado de acoplar CAFE-newtoniano con PAKAL-MPI. CAFE Newtoniano permite evolucionar las ecuaciones MHD bajo la influencia de un campo gravitacional. Una vez que han sido evolucionadas, PAKAL-MPI toma las condiciones resultantes y resuelve los estados de ionización fuera del equilibrio termodinámico local. Como resultado de ese proceso, se obtuvieron cubos de temperatura, densidad multi-especies y la presión necesarios para resolver la ecuación de transferencia radiativa. Puesto que TONALLI necesita un modelo inicial de temperatura y densidad, se desarrolló con la ayuda del código KINICH-PAKAL una serie de modelos semi-empíricos para las distintas fases del Sol y estrellas de tipo Solar. Se encontró que estos modelos generan mejores espectros sintéticos. Sin embargo, tienen fluctuaciones de temperatura que pueden ser asociadas a los datos obtenidos con los radio telescopios. Estas fluctuaciones en los datos se producen por las distintas metodologías usadas durante las observaciones, el tamaño de las antenas y el tratamiento posterior. Al no tener una tendencia definida y con errores muy grandes, KINICH-PAKAL empieza a generar cambios bruscos en la temperatura que no pueden ser explicados físicamente. Sin embargo, como parte de los resultados de esta tesis se calcularon los modelos para las estrellas  $\alpha$  Centauri A y Gamma Leporis los cuales pueden ser utilizados para trabajos futuros en el estudio de la estabilidad MHD 3D de estos modelos semi-empíricos y su emisión utilizando TONALLI y JOSKUA.

JOSKUA fue probado con TONALLI utilizando condiciones iniciales del modelo semi-empírico C7 para un conjunto de trayectorias bases para probar su validez. Debido al volumen de datos, se tuvieron una serie de limitaciones que no permitieron obtener una imagen de alta resolución. La limitación más importante es la falta de memoria de acceso aleatorio (RAM), ya que al realizarse el cálculo en paralelo cada procesador tiene una copia de los cubos lo que eleva sustancialmente el uso de memoria. A pesar de esta limitación, se logró obtener una imagen de baja resolución.

Como trabajo futuro se puede extender el estudio a otras estrellas de tipo solar y gigantes rojas. Se recomienda añadir la emisión molecular que se encuentran en las cromosferas de estrellas frías, con el fin de mejorar la calidad de los espectros sintéticos. Sería importante contar con una base de datos de modelos semi-empíricos para estrellas de secuencia principal. El objetivo sería caracterizar la emisión de estas estrellas y estudiar los discos de escombros a su alrededor. En la caso de las gigantes rojas, se podría conocer su estructura y composición a través de estos modelos. Con la ayuda de JOSKUA y TONALLI se podría realizar un estudio que incluya la micro estructura cromosférica para entender los mecanismos que provocan el calentamiento cromosférico y las condiciones físicas que pueden físicamente existir. Para resolver los problemas técnicos, se propone crear un manejador de memoria que nos permitan compartila con múltiples procesos y optimizar la lectura de los cubos.

# Apéndices

# Apéndice A

## Código de Prueba para Joskua

---

```
#Prueba del código JOSKUA para interpolación
import numpy as np

#Constantes
Rsun = 6.96e5
dx=dy=dz=25.0

#Lados del cubo
X = 120
Y = 120
Z = 120

#Posición del cubo respecto a la superficie solar
Theta = 0.0 #3.1416/2.0
Phi = 0.0

#Point in the ray path
#corner using theta
#r = 699001.6094
#theta = 0.002145919 #3.1416/2.0
#phi = 0#0.002145919
# i = 50
# j = 0
# k = 100

#Centro
r = 6.96e5 +3000
theta = 0.0
phi = 0.0
# i = 50
# j = 50
# k = 100

#Esquina superior derecha theta phi
#r = 699001.6094
#theta = 0.002145919
```

```

#phi = 0.002145919
# i = 0
# j = 0
# k = 100

#Esquina inferior derecha -theta -phi
r = 699001.6094
theta = 0.002145919 #3.1416/2.0
phi = 0.002145919
# i = 100
# j = 100
# k = 100

#Definiciones
S = r - R_sun
N = X*dx
l = N / 2.0
omega = Theta + theta
psi = Phi + phi

#Cálculo de los índices siguiendo el modelo geométrico
i = (l - S * np.cos(omega)*np.sin(psi))/dx
j = (l - S * np.sin(omega))/dy
k = (S * np.cos(omega)*np.cos(psi))/dz

#Se imprimen los valores
print("Los índices son:\ni = %d\nj = %d\nk = %d\n"%(i, j, k))

```

---

## Apéndice B

# Propiedades Físicas de las Estrellas

CUADRO B.1: Parámetros estelares.

Parámetro,P (unidad)	Sol	$\alpha$ Cen A	$\gamma$ Lep
Masa, $M_{\odot}$	1.0	1.105	1.230
Radio, $R_{\odot}$	1.0	1.224	1.330
Luminosidad, $L_{\odot}$	1.0	1.549	2.291
Temperatura efectiva, $T_{eff}$ (K)	5770	5824	6300
Clasificación espectral	G2V	G2V	F6V
Metalicidad, [Fe, H]	0	+0.24	-0.12
Edad, $\tau$ (Gyr)	4.57	4.85	1.30
Gravedad superficial, $\log g$ (cgs)	4.440	4.306	4.100

## Apéndice C

# Observaciones de Estrellas de Tipo Solar

CUADRO C.1:  $\alpha$  Cen A  
(Liseau, 2019[21]).

$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\nu$ (GHz)	Flujo del haz principal $S_\nu \pm \Delta S_\nu$ (mJy)	Temperatura de brillo $T_B \pm \Delta T_B$ (K)	Telescopio
444	675	$92.23 \pm 1.542$	$5024 \pm 84$	ALMA-B9
751	399	$34.97 \pm 0.188$	$5452 \pm 29$	ALMA-B8
890	337	$26.60 \pm 0.750$	$5798 \pm 16$	ALMA-B7
1332	225	$12.68 \pm 0.630$	$6214 \pm 31$	ALMA-B6
2157	139	$5.685 \pm 0.037$	$7303 \pm 48$	ALMA-B4
3294	91	$2.652 \pm 0.019$	$7863 \pm 56$	ALMA-B3

CUADRO C.2:  $\gamma$  Lep  
(White y Tapia, 2019[42]).

$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\nu$ (GHz)	Flujo del haz principal $S_\nu \pm \Delta S_\nu$ (mJy)	Temperatura de brillo $T_B \pm \Delta T_B$ (K)	Telescopio
22	13600	$957.0 \pm 5.00$	$4845 \pm 25$	WISE
71	4200	$87.40 \pm 2.90$	$4640 \pm 154$	WISE
100	3000	$44.40 \pm 5.22$	$4620 \pm 543$	Herschel
873	343.5	$0.706 \pm 0.027$	$5952 \pm 173$	ALMA-B7
1287	233	$0.345 \pm 0.010$	$5604 \pm 214$	ALMA-B6

# Índice de figuras

1.1. Variación cromosférica en estrellas de secuencia principal (Wilson et al. 1978[44]).	5
1.2. Modelo cromosférico de dos capas (Athay et al. 1956[2]).	7
1.3. Perfil de temperatura cromosférico. (Zheleznyakov, 1965 [46]).	8
1.4. Comparación del modelo teórico con las observaciones. (Shimabukuro et al. 1968[29]).	9
1.5. Modelos cromosféricos para diferentes regiones del disco solar. (Vernazza et al. 1981[38]).	10
1.6. Modelos cromosféricos tomando en cuenta la difusión ambipolar. (Fontela et al. 1993[7]).	11
1.7. Modelo semi-empírico C7 (Avrett y Loeser 2008[3]).	12
1.8. Modelo hidrodinámico de la cromosfera. (Carlsson y Sten, 2002 [4].)	13
1.9. Estructura de temperatura bidimensional del modelo CO <sup>5</sup> BOLD. (Wedemeyer et al. (2003)[40]).	14
1.10. Evolución temporal del modelo Bifrost bidimensional. (Gudiksen et al. 2011[5]).	15
1.11. Sistema de coordenadas esféricas.	18
1.12. Flujo total.	21
1.13. Tasa de ionización en función de la temperatura y densidad para diferentes elementos.	27
1.14. Un electrón pasando por un campo de Coulomb generado por un ión.	28
1.15. Aproximación analítica a el factor de gaunt.	29
1.16. Opacidad a una longitud de onda de 1mm debida a la absorción Bremsstrahlung y H <sup>-</sup> . En la figura se muestra a la opacidad como función de la temperatura en unidades de sección eficaz de Thomson ( $\sigma = 6.65 \times 10^{-29} \text{ m}^2$ ). Se observa que la función H <sup>-</sup> es afectada por la baja ionización del hidrógeno a temperaturas y densidades cromosféricas (Wedemeyer et al. 2015[41]).	31
1.17. Comparación de las curvas de emisión a diferentes temperaturas.	33
1.18. Geometría de una atmósfera plano paralela. La opacidad incrementa mientras la altura disminuye.	34
2.1. Jet formado debido a la reconexión magnética. (González-Avilés et al. 2017[14]).	38
2.2. Jet formado debido a la reconexión magnética. (González-Avilés et al. 2018[15]).	39
2.3. Espectros sintéticos obtenidos con PAKALMPI y con otros códigos (De la luz et al. 2010[25]).	41
2.4. Modelo semi-empírico generado con KINICH-PAKAL (F. Tapia (2017) [32]).	44
2.5. (Arriba) Cubo de temperatura. (Abajo) Cubo de densidad de masa. Ambos cubos fueron obtenidos con TONALLI para un tiempo de 300s. (González-Avilés & De la Luz 2019[16]).	45
2.6. Perfiles de densidad calculados para diferentes tiempos con TONALLI (González-Avilés & De la Luz 2019[16]).	46



3.1. Geometría de PAKALMPI (De la Luz et al. (2010)[25]). El cubo se sitúa en la superficie del Sol. . . . .	51
3.2. Vista ampliada del cubo sobre la superficie del Sol. . . . .	52
3.3. Triángulo formado por el ángulo $\Psi$ y $\Omega$ . . . . .	53
3.4. Prueba 1: cubo situado en $\Phi = 0$ y $\Theta = 0$ . . . . .	54
3.5. Prueba 2: cubo situado en $\Theta=\pi/4$ y $\Phi=0$ . . . . .	55
3.6. Prueba 3: cubo situado en $\Theta=\pi/2$ y $\Phi=0$ . . . . .	56
3.7. Prueba 4: variando $\Theta$ y $\Phi$ . . . . .	57
4.1. Recopilación de observaciones milimétricas (Loukitcheva et al. 2004 [23]). . . . .	59
4.2. Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de mínima actividad. . . . .	61
4.3. Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de mínima actividad. . . . .	62
4.4. Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de actividad intermedia. . . . .	64
4.5. Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de actividad intermedia. . . . .	65
4.6. Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de máxima actividad. . . . .	67
4.7. Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para el Sol en fase de máxima actividad. . . . .	68
4.8. Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para $\alpha$ Cen A. . . . .	70
4.9. Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para $\alpha$ Cen A. . . . .	71
4.10. Modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para $\gamma$ Lep. . . . .	73
4.11. Espectro sintético obtenido con el modelo semi-empírico obtenido con KINICH-PAKAL para para $\gamma$ Lep. . . . .	74
4.12. Cubos resultantes de la evolución de 1200s con el código CAFE Newtoniano. . . . .	76
4.13. Evolución temporal de un corte vertical. T=0s . . . . .	77
4.14. Evolución temporal de un corte vertical. T=403s . . . . .	78
4.15. Evolución temporal de un corte vertical. T=806s . . . . .	79
4.16. Evolución temporal de un corte vertical. T=1196s . . . . .	80
4.17. Espectro sintéticos obtenido de la evolución temporal. T=0s . . . . .	81
4.18. Espectro sintéticos obtenido de la evolución temporal. T=403s . . . . .	81
4.19. Espectro sintéticos obtenido de la evolución temporal. T=806s . . . . .	82
4.20. Espectro sintéticos obtenido de la evolución temporal. T=1196s . . . . .	82
4.21. Cubos resultantes del cálculo multiespecies con etapas de ionización realizado con el código TONALLI. . . . .	83
4.22. Imagen sintética obtenida en la frecuencia del radioheliógrafo Nobeyama. . . . .	85
4.23. Imagen sintética obtenida en la frecuencia central de la Banda 3 de ALMA. . . . .	86
4.24. Imagen sintética obtenida en la frecuencia central de la Banda 6 de ALMA. . . . .	87
4.25. Imagen sintética obtenida en la frecuencia central del Solar Submillimeter Telescope(SST). . . . .	88
4.26. Imagen sintética obtenida en la frecuencia telescopio solar en São Paulo, Brasil. . . . .	89

# Índice de cuadros

B.1. Parámetros estelares. . . . .	95
C.1. $\alpha$ Cen A (Liseau, 2019[21]). . . . .	96
C.2. $\gamma$ Lep (White y Tapia, 2019[42]). . . . .	96

# Referencias

- [1] C. W. Allen. “Local Physics of the Corona”. En: *The Solar Corona*. Vol. 16. IAU Symposium. 1963, pág. 1.
- [2] R. G. Athay y D. H. Menzel. “A Model of the Chromosphere from the Helium and Continuum Emissions.” En: *apj* 123 (1956), pág. 285.
- [3] Eugene H. Avrett y Rudolf Loeser. En: *ApJ Suppl* 175.1 (2008), pág. 229.
- [4] M. Carlsson y R. F. Stein. “Dynamic Hydrogen Ionization”. En: 572 (jun. de 2002), págs. 626-635. DOI: 10.1086/340293. eprint: astro-ph/0202313.
- [5] Mats Carlsson y col. “A publicly available simulation of an enhanced network region of the Sun”. En: *A&A* 585 (2016).
- [6] da Silva Santos, J. M., de la Cruz Rodríguez, J. y Leenaarts, J. En: *A&A* 620 (2018), A124.
- [7] J. M. Fontenla, E. H. Avrett y R. Loeser. “Energy balance in the solar transition region. III - Helium emission in hydrostatic, constant-abundance models with diffusion”. En: *ApJ* 406 (1993), págs. 319-345.
- [8] J. M. Fontenla, K. S. Balasubramaniam y J. Harder. “Semiempirical Models of the Solar Atmosphere. II. The Quiet-Sun Low Chromosphere at Moderate Resolution”. En: *The Astrophysical Journal* 667.2 (2007), 1243–1257. DOI: 10.1086/520319.
- [9] J. M. Fontenla y col. “Semiempirical Models of the Solar Atmosphere. I. The Quiet- and Active Sun Photosphere at Moderate Resolution”. En: *The Astrophysical Journal* 639.1 (2006), 441–458. DOI: 10.1086/499345.
- [10] J. M. Fontenla y col. “Semiempirical Models Of The Solar Atmosphere. III. Set Of Non-Lte Models For Far-Ultraviolet/extreme-Ultraviolet Irradiance Computation”. En: *The Astrophysical Journal* 707.1 (2009), 482–502. DOI: 10.1088/0004-637x/707/1/482.
- [11] A. Fossum y M. Carlsson. “High-frequency acoustic waves are not sufficient to heat the solar chromosphere”. En: 435 (jun. de 2005), págs. 919-921. DOI: 10.1038/nature03695.
- [12] R. G. Giovanelli. “Hydrogen Atmospheres in the Absence of Thermodynamic Equilibrium. IV. The Solar Chromosphere”. En: *Australian Journal of Scientific Research A Physical Sciences* 1 (1948), pág. 360.

- [13] J. J. González-Avilés y F. S. Guzmán. En: *MNRAS* 451 (2015), págs. 300-311.
- [14] J. J. González-Avilés, F. S. Guzmán y V. Fedun. En: *ApJ* 836, 24 (2017), pág. 24.
- [15] J. J. González-Avilés y col. “I. Jet Formation and Evolution Due to 3D Magnetic Reconnection”. En: *ApJ* ().
- [16] J. J. González-Avilés y V. De la Luz. *CAFE-PakalMPI: a new model to study the solar chromosphere in the NLTE approximation*. 2018. arXiv: 1808.07817.
- [17] G.R. Kirchhoff. “Über den Zusammenhang zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme”. En: *Monatsber* (1859), págs. 783-787.
- [18] Francis LeBlanc. *An introduction to stellar astrophysics*. Wiley, 2010.
- [19] Leenaarts, J. y col. “On the minimum temperature of the quiet solar chromosphere”. En: *AA* 530 (2011), A124. DOI: 10.1051/0004-6361/201016392. URL: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201016392>.
- [20] Jeffrey L. Linsky. “Stellar Model Chromospheres and Spectroscopic Diagnostics”. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 55.1 (2017), págs. 159-211.
- [21] Rene Liseau. “ $\alpha$  Centauri revisited: 2nd epoch ALMA observations”. En: (2019). eprint: arXiv:1904.03043.
- [22] Liseau, R. y col. “ALMA’s view of the nearest neighbors to the Sun - The submm/mm SEDs of the  $\alpha$  Centauri binary and a new source”. En: *A&A* 594 (2016), A109. DOI: 10.1051/0004-6361/201629135.
- [23] Loukitcheva, M. y col. “Millimeter observations and chromospheric dynamics\*”. En: *A&A* 419.2 (2004), págs. 747-756.
- [24] Victor De La Luz, Jean-Pierre Raulin y Alejandro Lara. “The Chromospheric Solar Millimeter-Wave Cavity Originates In The Temperature Minimum Region”. En: *The Astrophysical Journal* 762.2 (2012), pág. 84. DOI: 10.1088/0004-637x/762/2/84.
- [25] Victor De La Luz y col. “Pakal: A Three-Dimensional Model To Solve The Radiative Transfer Equation”. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 188.2 (2010), 437-446. DOI: 10.1088/0067-0049/188/2/437.
- [26] Donald H. Menzel. “Physical Processes in Gaseous Nebulae. I.” En: 85 (1937), pág. 330. DOI: 10.1086/143827.
- [27] Donald H. Menzel. “Physical Processes in Gaseous Nebulae. I.” En: *The Astrophysical Journal* 85 (1937), pág. 330. DOI: 10.1086/143827.
- [28] D. Mihalas. *Stellar atmospheres /2nd edition/*. 1978.
- [29] F. I. Shimabukuro y J. M. Stacey. “Brightness Temperature of the Quiet Sun at Centimeter and Millimeter Wavelengths”. En: 152 (1968), pág. 777.

- [30] I. S. Shklovskii y E. V. Kononovich. “Models of the Solar Chromosphere.” En: 2 (1958), pág. 32.
- [31] A. Skumanich, C. Smythe y E. N. Frazier. “On the statistical description of inhomogeneities in the quiet solar atmosphere. I. Linear regression analysis and absolute calibration of multichannel observations of the Ca<sup>+</sup> emission network.” En: *ApJ* 200 (1975), págs. 747-764.
- [32] Francisco Tapia-Vazquez y V. De la Luz. “KINICH PAKAL: UN MÉTODO DE CONVERGENCIA PARA MODELOS SOLARES CROMOSFÉRICOS SEMI-EMPÍRICOS USANDO EL MÉTODO DE LEVENBERG-MARQUARDT”. En: *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo* (Morelia, Michoacán, México).
- [33] H. C. van de Hulst. “The electron density of the solar corona”. En: *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands* 11 (1950), pág. 135.
- [34] J. E. Vernazza, E. H. Avrett y R. Loeser. “Structure of the Solar Chromosphere. Basic Computations and Summary of the Results”. En: 184 (1973), págs. 605-632.
- [35] J. E. Vernazza, E. H. Avrett y R. Loeser. “Structure of the solar chromosphere. II - The underlying photosphere and temperature-minimum region”. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 30 (1976). DOI: 10.1086/190356.
- [36] J. E. Vernazza, E. H. Avrett y R. Loeser. “Structure of the solar chromosphere. III - Models of the EUV brightness components of the quiet-sun”. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 45 (1981), pág. 635. DOI: 10.1086/190731.
- [37] J. E. Vernazza, E. H. Avrett y R. Loeser. “Structure of the solar chromosphere. III - Models of the EUV brightness components of the quiet-sun”. En: *APJS* 45 (1981), págs. 635-725.
- [38] J. E. Vernazza, E. H. Avrett y R. Loeser. “Structure of the solar chromosphere. III. Models of the EUV brightness components of the quiet sun.” En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 45 (1981), págs. 635-725.
- [39] Jorge E. Vernazza, Eugene H. Avrett y Rudolf Loeser. “Structure of the Solar Chromosphere. Basic Computations and Summary of the Results”. En: *The Astrophysical Journal* 184 (1973), pág. 605. DOI: 10.1086/152353.
- [40] S. Wedemeyer y col. “Numerical simulation of the three-dimensional structure and dynamics of the non-magnetic solar chromosphere”. En: *A&A* 414 (2004), págs. 1121-1137.
- [41] Sven Wedemeyer y col. “Solar Science with the Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array—A New View of Our Sun”. En: *Space Science Reviews* 200 (abr. de 2015).
- [42] Jacob Aaron White y Francisco Tapia. “The MESAS Project: ALMA observations of the F-type stars  $\gamma$  Lep,  $\gamma$  Vir A, and  $\gamma$  Vir B”. En: *Manuscrito no publicado* (2019).
- [43] Jacob Aaron White y col. “MESAS: Measuring the Emission of Stellar Atmospheres at Submillimeter/millimeter Wavelengths”. En: *ApJ* 859.2, 102 (2018), pág. 102.

- [44] O. C. Wilson. "Chromospheric variations in main-sequence stars." En: *ApJ* 226 (1978), págs. 379-396.
- [45] R. V. D. R. Woolley y C. W. Allen. "Ultra-violet emission from the chromosphere". En: 110 (1950), pág. 358.
- [46] V. V. Zheleznyakov. "Model of the Lower Chromosphere Based on Radio Data". En: *sovast* 8 (1965), pág. 819.