



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DE UN MEDIO VÓRTICE  
TOROIDAL EN AGUA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
LICENCIADA EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**P R E S E N T A:**

**ZYANYA ITANDEHUI RAMÍREZ DÍAZ**



**DIRECTORA DE TESIS:**

**DRA. CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH**

**CIUDAD DE MÉXICO**

**2019**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno  
Ramírez  
Díaz  
Zyanya Itandehui  
55 81 91 67  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Ciencias de la Tierra  
312242394
2. Datos del tutor  
Dra. en. C.  
Catalina Elizabeth  
Stern  
Forgach
3. Datos del sinodal 1  
Dr. en C.  
Sergio  
Cuevas  
García
4. Datos del sinodal 2  
Dr. en C.  
Jorge  
Zavala  
Hidalgo
5. Datos el sinodal 3  
Dr. en Ing.  
Miguel Ángel  
Alatorre  
Mendieta
6. Datos del sinodal 4  
Dr. en C.  
Francisco Javier  
Flores  
de Santiago
7. Datos del trabajo escrito  
Caracterización experimental de un medio vórtice toroidal en agua  
53 p  
2019

## A mis padres

*Lirio gentil cuto tallo  
mecieron sólo tal vez  
las embalsamadas brisas  
del más florecido mes.*

## Agradecimientos

A mi mamá, Lidia Maricela Díaz Jiménez y mi papá, Humberto Jacob Ramírez Espinosa, por ser el pilar de mi vida. Gracias por haber inculcado en mí desde siempre las ganas de querer conocerlo todo, por impulsarme y apoyarme en cada proyecto que he realizado, gracias por los desayunos y los sinceros desvelos de compañía. Sin ustedes yo no habría llegado a lado alguno. Son mi motivación, mi fuerza y mi vida. Les amo con todo lo que soy.

A la Dra. Catalina Stern, por haberme abierto las puertas del Laboratorio de Hidrodinámica y Turbulencia y haberme apoyado en este y otros proyectos, la admiro por llegar hasta donde está y mantenerse siempre empática hacia sus estudiantes. Gracias a los M. en C. David Porta, Carlos Echeverría y Angélica Zarazúa por sembrar mi amor por la Física experimental y por los Fluidos. Gracias por ser críticos con mi trabajo y enseñarme cómo serlo también. Gracias a los compañeros del laboratorio, que saben lo arduo y riguroso que es trabajar en Fluidos. En especial a Diana Morales, mi compañera de lavado de pisos, terremotos y planchado de placas de cobre, gracias por ser la fuente de amor propio y autoconocimiento que necesitábamos.

Javi, gracias por enseñarme a cuidar de mí misma y por dejarme ver la luz de la paz interior. Conocerle ha sido el placer más grande de mi vida.

A mis amigos, Andrea, Brenda, Majo, Kae, Jimena, Reyna, Carlos, Joshua, Andrea, Iván, Tenorio, Omar, Hugo, Yólotli y en especial a Daira Puga, por tejer lazos de confianza y empoderamiento que nos ha permitido resistir y seguir, siempre seguir. A Jani Itzú, gracias, falta lo más hermoso todavía.

A los maestros que han guiado mi camino, que confiaron en mí y me inspiraron el amor por la ciencia, la literatura y el teatro: Juana Jiménez, Alfonso Ledesma, Marilú Díaz, Meztli, Dr. Raúl Gío, Luis Espinosa, Xóchitl Cruz, Dr. Luis Ladino, Dr. Marcos Ley Koo y Dra. Karin Ardon-Dryer, gracias, muchas gracias.

En recuerdo de quienes me cuidan, Fidelia Baustista, Juanita Jiménez, Saúl Díaz, Rolando Flores, Fernando Espinoza y Paola Vázquez. La muerte no es más que un viaje, semejante al que realizan dos amigos al separarse para atravesar los mares. Como aún se necesitan, ellos siguen viviendo el uno en el otro y se aman en una realidad omnipresente. En dicho divino espejo se ven cara a cara, y su conversación fluye con pureza y libertad.

Y, como dijo alguna vez Luis Sepúlveda a Chico Mendes, gracias a ti, que luchas cada día por hacer de éste un mundo de justicia y libertad, gracias a los normalistas de la Normal Rural Isidro Burgos, a Samar Badawi, Nasrin Sotoudeh y al Ejército Zapatista de Liberación Nacional, en pie de lucha para que un día, juntos, podamos vivir en una América Latina segura, justa, libre y sin desigualdad ni elitismo en la Ciencia.

*Nacimos para aguantar lo que el cuerpo sostiene  
Aguantamos lo que vino y aguantamos lo que viene  
Aguantamos aunque tengamos los segundos contados  
Aguantamos todo el tiempo las ganas de ir al baño  
Pa' ver el Cometa Hailey hay que aguantar setenta  
años  
El pueblo de Burundi sigue aguantando la hambruna  
Aguantamos tres días para llegar a la Luna  
Aguantamos el frío del Ártico, el calor del Trópico  
Aguantamos cualquier tipo de dolor aunque nos duela*

*Aguantamos Pinochet, aguantamos a Videla  
Aguantamos más de veinte campos de concentración  
Cuando nadas bajo el agua, aguantas la respiración  
Pa' construir una pared, aguantamos los ladrillos  
El que no fuma se aguanta el olor a cigarrillo  
Cuando navegamos aguantamos el mareo  
Aguantamos el salario mínimo y el desempleo  
Diría que la verdadera esencia de la cultura mexicana,  
hasta ahora, es la resistencia*

1	Introducción	8
2	Antecedentes	9
3	Marco teórico	12
3.1	Sobre las ecuaciones que rigen al vórtice completo	13
3.2	Sobre la formación del vórtice	15
3.3	Conservación de circulación	15
3.4	Sobre la metodología experimental: Velocimetría por Imágenes de Partículas	16
4	Objetivos	19
5	Metodología experimental	20
5.1	Pintura	22
5.2	Hielo seco	23
5.3	Aceite	24
5.4	Velocimetría por Imágenes de Partículas	25
5.4.1	Montaje experimental	25
5.4.2	Metodología de análisis	27
6	Resultados	31
7	Análisis de resultados	45
7.1	Caracterización del medio vórtice	45
7.2	Conservación de circulación	47
7.3	Sobre el vórtice formado por el rompimiento de la ola	47
8	Conclusiones	48
9	Trabajo a futuro	50
	Referencias	51

## Índice de Figuras

Figura 1 Mapa de anomalía de temperatura donde se puede observar un modon en el oeste de Australia.

Figura 2 Sistema de coordenadas para describir un medio vórtice toroidal.

Figura 3 Montaje experimental y principio del funcionamiento de la técnica PIV.

Figura 4 Proceso de correlación.

Figura 5 Diseño experimental para formar un medio vórtice simulando una ola.

Figura 6 Mecanismo de formación del medio vórtice.

Figura 7 Circuito que controla el motor.

Figura 8 Fluido con pintura fluorescente frente al plato.

Figura 9 Montaje experimental de la prueba con hielo seco.

Figura 10 Cortes realizados con una hoja de láser.

Figura 11 Vista superior del montaje experimental para los cortes transversales.

Figura 12 Vista superior montaje experimental de los cortes sagitales.

Figura 13 a) Ejemplo del plano cartesiano desplegado por la herramienta de Validación de vectores.

Figura 14 Ejemplo del cálculo de la circulación para el vórtice.

Figura 15 Imagen de un corte sagital con un filtro para mostrar la sombra.

Figura 16 Promedio de 130 cuadros con fines de visualización.

Figura 17 Los puntos azules muestran la posición del centro del vórtice en el eje x.

Figura 18 Campo de velocidades del medio vórtice a  $t=0.9438$  segundo,  $t=1.0395$  segundos y  $t=0.1121$  segundos.

Figura 19 Campo de velocidades del medio vórtice. a  $t=1.4487$  segundos, a  $t=1.7886$  segundos y  $t=2.1120$  segundos.

Figura 20 Líneas de corriente para el Corte Cero.

Figura 21 Líneas de corriente para el Corte Medio.

Figura 22 Líneas de corriente para el Corte Extremo.

Figura 23 Líneas de flujo de un vórtice toroidal completo ideal.

Figura 24 Radio externo del vórtice [cm] en función del tiempo [s].

Figura 25 Radio del vórtice a lo largo del tiempo.

Figura 26 Distribución de la vorticidad en un corte en el centro del Corte Medio del vórtice.

Figura 27 Radio del núcleo medido desde el punto de vorticidad máxima.

Figura 28 Se compara la vorticidad máxima contra el radio ponderado.

Figura 29 Circulación en el Corte Cero a lo largo del tiempo.

Figura 30 Radio del núcleo medido a partir de la circulación máxima.

Figura 31 Integral de línea de la velocidad tangencial medida en 30 circunferencias concéntricas para el Corte Cero.

Figura 32 Integral de línea de la velocidad tangencial medida en 30 circunferencias concéntricas para el Corte Extremo.

Figura 33 Campo de velocidades cuando el vórtice atraviesa en plano F2.

Figura 34 Campo de velocidades cuando el vórtice atraviesa en plano F1.

Figura 35 Ampliación del campo de velocidades cuando a) El vórtice mantiene su estructura y b) Cuando el vórtice pierde estructura y se debilita su vorticidad.

Figura 36 Comparación de los campos de velocidades de a) Pizzo y Melville, 2013 y b) el presente experimento.

## Nomenclatura

$V'$  Velocidad traslacional medida del vórtice

$u_0$  Velocidad traslacional teórica del vórtice

$w$  Velocidad angular del plato (rad/s)

$U$  Velocidad lineal del plato

$c$  Radio del plato

$Re_0$  Número de Reynolds con parámetros del plato

$\nu$  Viscosidad dinámica del agua a 20° C y 0 psu

$R$  Radio del vórtice

$a$  Radio del núcleo del vórtice

$\Gamma$  Circulación

$\omega$  Vorticidad

$\omega_{max}$  Vorticidad máxima a lo largo de una línea que atraviesa el núcleo del vórtice.

# 1 Introducción

Un medio vórtice toroidal es un volumen de fluido en forma de medio anillo que concentra gran vorticidad y que viaja a velocidad constante a través de un medio circundante con una superficie libre de manera perpendicular al plano del anillo. Se forma cuando un disco delgado parcialmente sumergido en un fluido es movido y luego extraído repentinamente, dejando una línea de vorticidad que comienza y termina en la superficie del fluido, donde provoca dos meniscos que rotan en direcciones opuestas y se mueven con el vórtice.

Los vórtices toroidales completos son comunes en incendios, exhalaciones volcánicas y se forman tras las alas de un avión mientras éste despegue. Fueron ampliamente estudiados durante los siglos XIX y XX (Akhmentov, 2009 § Introducción), generados en su mayoría inyectando una cantidad de masa a un fluido a través de un tubo que termina en un borde afilado. Sin embargo, sobre los medios vórtices, que son formados de manera diferente, hay poca información teórica y experimental.

Peregrine (1999), Pizzo y Melville (2013) propusieron que el flujo generado al romperse una ola tipo *plugging* o *spilling* puede ser descrito como un medio vórtice, por lo que entenderlo y caracterizarlo es de gran importancia para mejorar la comprensión sobre la disipación de energía de una ola, los procesos de mezcla y turbulencia debidos al fenómeno y el intercambio de masa, energía y momento entre la atmósfera y el océano.

En el presente trabajo se caracteriza a un medio vórtice toroidal a partir de experimentos en agua. En el capítulo §2 se provee de antecedentes teóricos y experimentales sobre el vórtice completo y el medio vórtice, en el capítulo §4 se aborda la metodología experimental y de análisis de imágenes para interpretar y medir las variables que definen al medio vórtice, en los capítulos §5 y §6 se presentan y discuten los resultados que se obtuvieron.

## 2 Antecedentes

El primero en proponer la formación un medio vórtice moviendo un disco parcialmente sumergido fue Helmholtz, en 1858; en su famoso trabajo introduce los conceptos de línea de vórtice (“vortex line”) y filamento de vórtice (“vortex filament”), deriva la ecuación de vorticidad para un fluido ideal incompresible, entre otras cosas y es sólo hasta el último párrafo donde propone que vórtices circulares se podrían estudiar produciéndolos al mover rápidamente un disco circular sumergido hasta la mitad durante una distancia corta y luego retirándola (Helmholtz, 1858). Leo Anton (1939), tomó sus ideas para describir el proceso de formación de un vórtice a partir del movimiento del plato, escribiendo cómo deberían ser las líneas de corriente en las orillas y en la superficie del disco.

Horace Lamb, en su libro *Hydrodynamics*, plantea el movimiento de un disco de manera perpendicular a su plano y deduce teóricamente cuál será su energía cinética, velocidad radial en la superficie e impulso. Posteriormente obtiene fórmulas para la energía cinética, la velocidad y el impulso del vórtice en términos de su radio y circulación (Lamb, 1932 § 102 y 163). Posteriormente G. L. Taylor tomó estas fórmulas para proponer una relación entre la velocidad traslacional del disco y la del vórtice, mencionando que el movimiento del disco será perpendicular al plano del disco y que éste se “disolverá” para dejar al vórtice viajar independientemente (Taylor, 1953), sin embargo, a diferencia de Helmholtz, no aclara si el disco está completamente sumergido.

Después de esto, sólo ha habido dos trabajos experimentales referentes a esta manera de crear el vórtice. D. W. Sallet comparó sus resultados experimentales con la teoría de Taylor, sin embargo, sus resultados difieren hasta por tres órdenes de magnitud y lo atribuye a que su arreglo experimental no es el descrito por Taylor, sino el de un cilindro que se mueve dentro de una cámara y expulsa fluido en el límite de ésta (Sallet, 1975). Más tarde, Yang et. al. (2012) utilizaron un disco totalmente sumergido en agua para entender y cuantificar el proceso de formación del vórtice que se forma detrás de un disco que se desplaza perpendicular a su plano y no es extraído. Comparó sus resultados con los de Taylor (1953) y los de Gharib (1998), conocido por proponer un número adimensional para la formación del vórtice completo. Sin embargo, pese a que Yang et. al. (2012) es el único artículo experimental encontrado en la literatura que utiliza un disco que se mueve perpendicular a la superficie, el vórtice que crea no es comparable con el del presente trabajo, pues el disco nunca es extraído y el vórtice completo viaja en todo momento detrás de él.

Adicionalmente, Savelsberg (2000), en su tesis de maestría aborda cómo es la evolución de los meniscos del medio vórtice, sin entrar en detalles del comportamiento del fluido y describiendo sólo la evolución de la superficie en el tiempo.

### *Sobre el vórtice en el océano*

Hollew Peregrine estudió la formación de corrientes en la zona de surf, es decir, la región cercana a la costa en la que rompen las olas. Encontró que dicho rompimiento genera estructuras con mucha vorticidad y de duración más larga que el propio rompimiento. En

aguas someras estas estructuras se limitan a formar meniscos pero se encuentran rápidamente con el subsuelo, cambian de dirección y pierden fuerza. Sin embargo, él teoriza que en aguas profundas los dos meniscos se conectan bajo la superficie, formando un medio vórtice toroidal (Peregrine, 1997 y Peregrine, 1999).

Mediante observaciones experimentales cuyo objetivo era evaluar los efectos del rompimiento en olas profundas, Rapp y Melville (1990) vieron un campo de velocidades que podría ser dicho vórtice, sin embargo, al ser años antes de que Peregrine sugiriera que el flujo tridimensional tendría esa forma, no lo retomaron hasta que en 2013 su estudiante, Pizzo, propone que el campo de velocidades obtenido es efectivamente muy similar a este medio vórtice y realiza dos trabajos, en el primero (2013) conecta teóricamente las propiedades del vórtice con las de la ola e intenta buscar datos experimentales en la literatura que lo confirmen. En 2016 hace una simulación numérica de la que concluye que un flujo tan turbulento y complejo como el rompimiento podría explicarse mediante un modelo de este vórtice (Pizzo y Meville, 2013 y Pizzo, Deike y Melville, 2016).

A una escala más grande, se ha observado mediante satélites, un fenómeno en el océano llamado “modon”, que son un par de *eddies* que viajan juntos en direcciones contrarias (Figura 1) y llaman la atención porque a diferencia de la mayoría de los *eddies*, que sólo se propagan hacia el Oeste a la velocidad característica de las Ondas de Rossby, estos viajan diez veces más rápido y se pueden propagar hacia el Este y Oeste. Se ubican a latitudes medias, en los mares Australianos y cerca de la Corrientes de las Agujas; son tan estables que pueden propagarse durante seis meses. Debido a que un modon está formado por dos zonas que concentran vorticidad, que se mueven en direcciones contrarias y se impulsan mutuamente, Hughes y Miller (2017) dicen que su equivalente tridimensional es el vórtice toroidal, sin dar más explicaciones al respecto, pero como se puede ver en la superficie, un medio vórtice coincide más con la descripción. Mas, cabe aclarar, no hay prueba alguna de cómo se conforman los modons en la columna de agua.

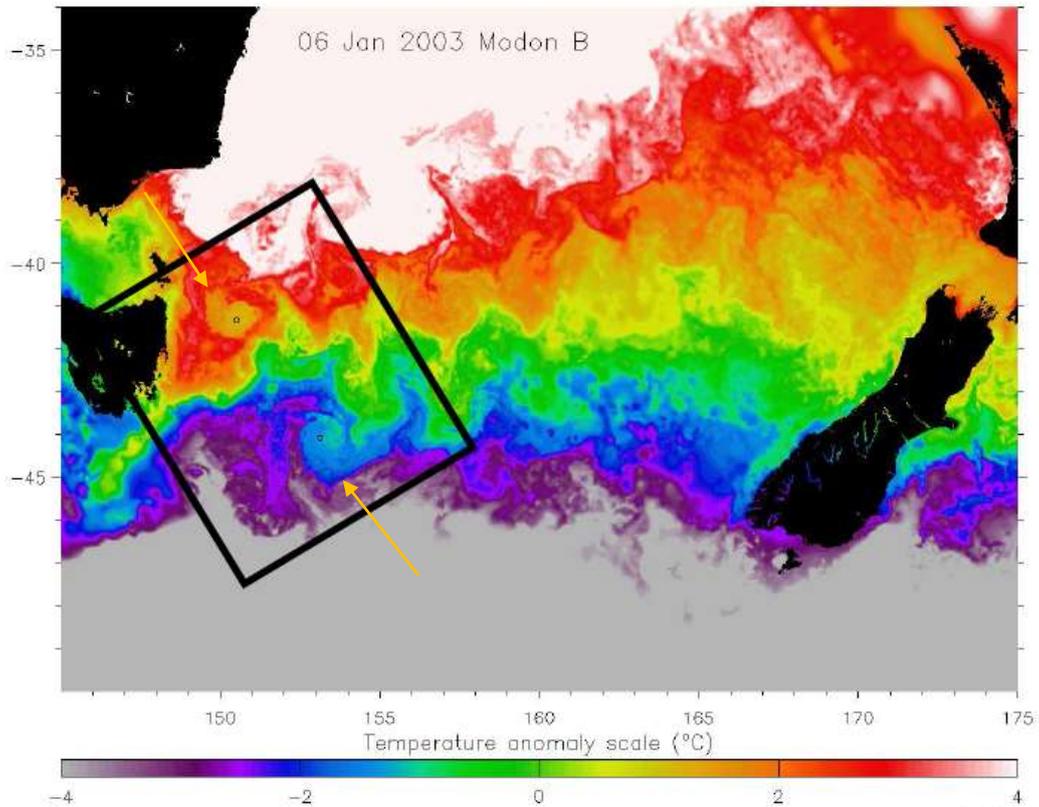


Figura 2 Mapa de anomalía de temperatura donde se puede observar un modon en el oeste de Australia. Su diámetro aproximado es de 300 Km. Imagen tomada de (Hughes y Miller, 2017)

Actualmente, no existen estudios experimentales que caractericen al medio vórtice tal como ha sido caracterizado el vórtice completo. La autora de este trabajo considera que para evaluar los trabajos de Peregrine (1999) y Pizzo (2013 y 2016) es necesaria la correcta caracterización del medio vórtice por sí mismo y como fenómeno aislado para poder comparar sus parámetros con los producidos por el rompimiento de la ola (y no sólo compararlo con lo predicho por la teoría del vórtice completo). La forma de crear un vórtice moviendo un plato también ha sido poco estudiada y los trabajos reportados se limitan a describir su formación, mas no hay investigación sobre su evolución en el tiempo.

### 3 Marco teórico

Un medio vórtice toroidal es un tubo de vórtice que está curvado formando la mitad de una circunferencia con sus dos extremos en la superficie del fluido por el que se mueve en el sentido de su eje de simetría con una velocidad  $u_0$ . Deforma la superficie creando dos meniscos que, con la iluminación adecuada, provocan una sombra circular bajo cada uno, visible en el fondo del contenedor donde se produzca el vórtice. El núcleo del vórtice es la zona que concentra la mayor vorticidad a lo largo del anillo y es el resultante de hacer un corte transversal al vórtice, bajo la suposición arbitraria de que es circular, posee un radio  $a$ . El radio del vórtice  $R$  es la distancia entre el punto con máxima vorticidad en el núcleo y el centro de la circunferencia que formaría el anillo completo, es decir, el eje de simetría (Ver Figura 2).

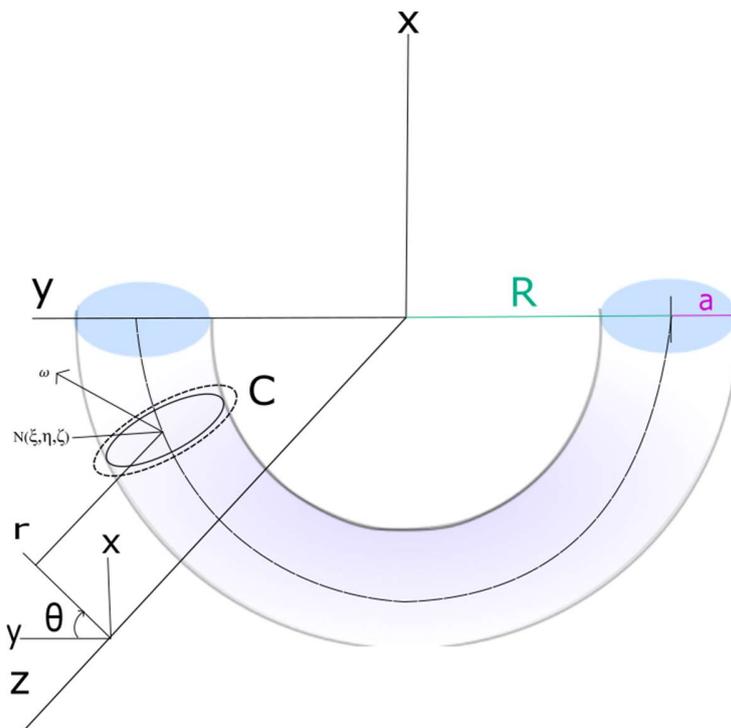


Figura 2 Sistema de coordenadas para describir un medio vórtice toroidal. Para describir un punto que pertenezca al vórtice se usan las coordenadas  $(x,y,z)$  y  $(r,\theta,z)$ ; para describir un punto dentro del núcleo del vórtice se usan  $(\xi,\eta,\zeta)$  en coordenadas cilíndricas. La línea verde indica la longitud del radio del vórtice  $R$  y la línea rosa la longitud del radio del núcleo del vórtice  $a$ . El vector perpendicular al plano dibujado es la vorticidad  $\omega$  y la línea que lo rodea es la curva cerrada  $C$ .

La vorticidad es la medida de la rotación local de un fluido y es la variable más importante al describir un vórtice, se define como el rotacional de la velocidad:

$$\omega \equiv \nabla \times \mathbf{u}$$

Es el doble de la velocidad angular media de las partículas que giran alrededor de un punto. Como el producto cruz lo indica, es perpendicular al campo de velocidades y sigue la regla de la mano derecha.

### 3.1 Sobre las ecuaciones que rigen al vórtice completo

Un fluido que puede ser descrito mediante las ecuaciones de Euler de conservación de masa y cambio de momento bajo la acción de fuerzas de cuerpo  $\mathbf{F}$ :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\rho + \rho\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{F}$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $\mathbf{u}$  es el vector velocidad,  $p$  la presión y  $t$  el tiempo. Usando la identidad  $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right) + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}$  la segunda expresión se puede escribir como:

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right) + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{F}$$

Suponiendo que las fuerzas de cuerpo  $\mathbf{F}$  son conservativas y que el fluido es incompresible, es decir  $\Delta\rho=0$ , y  $U$  es el potencial, las ecuaciones se convierten en:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} = -\nabla H \tag{1.2}$$

Con  $H=u^2/2+p/\rho=U$  es la integral de Bernoulli, que permanece constante a lo largo de cualquier línea de corriente. Ésta última se refiere a una línea cuya tangente es en todas partes paralela a la velocidad y está definida en coordenadas cartesianas por:

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z} \tag{1.3}$$

Donde  $u_x$ ,  $u_y$  y  $u_z$  son los componentes del vector velocidad  $\mathbf{u}$  (Akhmentov, 2009 §1).

Aplicando el rotacional a la ecuación (1.2) se obtiene la ecuación de la evolución de la vorticidad propuesta por Helmholtz (1858).

Un vórtice completo es axisimétrico, por lo que es conveniente describirlo en coordenadas cilíndricas  $(r,\theta,z)$  con  $r$  la coordenada radial,  $\theta$  la azimutal y  $z$  la axial; el campo de velocidad tiene dos componentes, la axial  $u$  y la radial  $v$  y la vorticidad tiene una componente azimutal  $\omega_\theta=\omega$ . Entonces se pueden reescribir las ecuaciones (1.1) y (1.3):

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{v \omega}{\partial r} \quad (1.4)$$

La ecuación de continuidad (1.4) implica la existencia de la función de corriente  $\psi$  relacionada con las componentes de la velocidad:

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}; \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

Los teoremas que rigen el movimiento de los vórtices fueron propuestos por Helmholtz en 1858 y se expresan de la siguiente manera:

“Para el movimiento de un fluido barotrópico (Es decir, que su densidad es función sólo de la presión) bajo la acción de fuerzas de cuerpo conservativas externas:

- Las partículas de fluido originalmente libres de vorticidad permanecen sin vorticidad.
- Los elementos de fluido que yacen en una línea de vórtice en cierto instante, permanecen en ella, es decir, las líneas de vórtice se mueven con el fluido
- La intensidad de un tubo de vórtice no varía con el tiempo durante el movimiento del fluido.” (Helmholtz, 1858, Velasco-Fuentes, 2007)

La intensidad del vórtice también es llamada Circulación  $\Gamma$  y es igual a la integral de línea de la velocidad a lo largo de un circuito cerrado. Se tratará con mayor detalle en la sección §3.3.

A continuación se describirá al vórtice completo mediante un modelo llamado de sección transversal finita o de Lamb. Las restricciones para usarlo son que  $a/R \ll 1$  y la vorticidad dentro de la sección transversal es constante. Este modelo estipula que para los puntos dentro de dicha sección:

$$\psi = \omega R \int_0^a (\ln 8R - 2) s' ds' - \left( \int_0^s \ln s' s' ds' + \int_s^a \ln s' s' ds' \right) = \frac{\omega R a^2}{2} \left( \ln \frac{8R}{a} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \frac{s^2}{a^2} \right) \quad (1.5)$$

A partir de esta expresión es posible encontrar la circulación  $\Gamma$ , la energía del vórtice  $T$  y el impulso del vórtice  $P$ , un concepto introducido por Lamb (1932) para referirse al impulso de las fuerzas externas que deben aplicarse desde el reposo a una porción limitada de fluido para generar el fenómeno.

$$\Gamma = \iint \omega d\zeta d\sigma = \int_0^a \int_0^{2\pi} \omega s' ds' d\theta' = \pi \omega a^2 \quad (1.6)$$

$$T = \pi \rho \iint \omega \psi d\zeta d\sigma = \pi \rho \iint \omega \psi s' ds' d\theta' = \frac{1}{2} \rho \Gamma^2 R \left( \ln \frac{8R}{a} - \frac{7}{4} \right) \quad (1.7)$$

$$P = \pi \rho \iint \omega \sigma^2 d\zeta d\sigma = \pi \rho R^2 \Gamma \quad (1.8)$$

donde  $(\xi, \eta, \zeta)$  son las coordenadas cilíndricas de un punto que se desliza con el vórtice (Figura 2).

El cálculo de la velocidad traslacional del vórtice no es un problema trivial (Akhmentov, 2009 §1). Kelvin (1867), Lamb (1932) y Taylor (1953) encontraron expresiones para la velocidad traslacional. El último combinó las relaciones de circulación, energía e impulso propuestas por H. Lamb para encontrar una expresión que deja la velocidad traslacional del vórtice en términos de la velocidad traslacional del disco que lo generó y otras relaciones entre los parámetros del disco y los del vórtice:

$$\frac{R}{a} = 5.37 \quad \frac{a}{c} = 0.152 \quad u_0 = \frac{Uc}{\pi^2 R} (3.76 - 0.25) = 0.436U \quad (1.10)$$

### 3.2 Sobre la formación del vórtice

La formación de medios vórtices se realiza en este trabajo moviendo un disco delgado cuya mitad inferior está sumergida en un fluido, agua en este caso, a lo largo de su eje de simetría para después extraerlo repentinamente, como fue propuesto por Helmholtz (1858). Hay dos hipótesis sobre cómo se forman los vórtices completos (Saffman, 1998), pese a que en este trabajo no se tomarán mediciones sino hasta que el vórtice esté completamente formado, se supondrá que los procesos deben ser los mismos para medios vórtices también.

Suponiendo un flujo potencial, esto es, con un campo de velocidades irrotacional, toda la vorticidad estaría contenida en el disco, y cuando éste es removido, la vorticidad se queda en una lámina muy delgada entre las partículas, también llamada hoja o lámina de vórtice ("Vortex sheet"). En principio, la formación de un vórtice toroidal parece violar el segundo teorema de Helmholtz, pero como la lámina es infinitamente delgada, no lo hace. Esta lámina que viaja a una velocidad constante y en cuyos extremos la velocidad es infinita, no es estable, por lo que comienza a enrollarse. El espacio entre estos rollos o espirales disminuye hasta irse a cero (Saffman, 1992).

La segunda explicación a la formación del vórtice es la de separación del flujo. Ahora una lámina de vórtice no es infinitamente plana, sino cilíndrica y viaja detrás del disco. El borde trasero del cilindro se comienza a enrollar. En este caso el flujo parece cumplir con las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos no viscosos.

A partir de este momento, para ambas explicaciones, el disco es extraído repentinamente. En la creación del vórtice completo sucede algo similar cuando el pistón se frena abruptamente, Gharib (1998) afirma que esto inhibe el flujo en la lámina de vórtice y la vorticidad se acumula en el núcleo del vórtice, para culminar su formación.

### 3.3 Conservación de circulación

La circulación  $\Gamma$ , una medida macroscópica del giro de un fenómeno, se define como la integral de línea de la velocidad a lo largo de una curva cerrada (Kundu, 2002 § 3.8)

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l}$$

Utilizando el Teorema de Stokes, la relación se iguala al “flujo” del rotacional de la velocidad (es decir, la vorticidad) a través de la superficie A limitada por el contorno C:

$$\oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s} = \oint_A \boldsymbol{\omega} \cdot d\mathbf{A}$$

En 1868, Lord Kelvin introdujo el concepto de circulación y probó el Teorema de Circulación de Kelvin, que establece que

“En un fluido inviscido y barotrópico con fuerzas de cuerpo conservativas, la circulación alrededor de una curva cerrada moviéndose con el fluido permanece constante en el tiempo” (Kelvin,)

O, en otras palabras:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$$

utilizando la derivada material para enfatizar que la circulación es calculada alrededor de un *contorno material*. En estudios experimentales del vórtice completo se ha encontrado que la circulación aumenta rápidamente durante la formación del vórtice completo y se estabiliza durante su desplazamiento (Rosenfeld y et al, 2009, Yang, 2012, Didden, 1979). Sin embargo, en la literatura no es común que los autores mencionen alrededor de cuál curva cerrada calculan la circulación.

### 3.4 Sobre la metodología experimental: Velocimetría por Imágenes de Partículas

La Velocimetría por Imágenes de Partículas es una técnica óptica de obtención y medición de campos de velocidades de un flujo a partir del análisis de imágenes. Consiste en un arreglo experimental en el que el flujo es (1) Sembrado con partículas trazadoras que tienen la misma densidad que el fluido y, por lo tanto, se asume que tienen las mismas propiedades dinámicas; (2) Iluminado en un plano y (3) Fotografiado al menos dos veces en un intervalo de tiempo muy corto (Raffel, 2007 y Smits y Lim, 2012). Ver Figura 3.

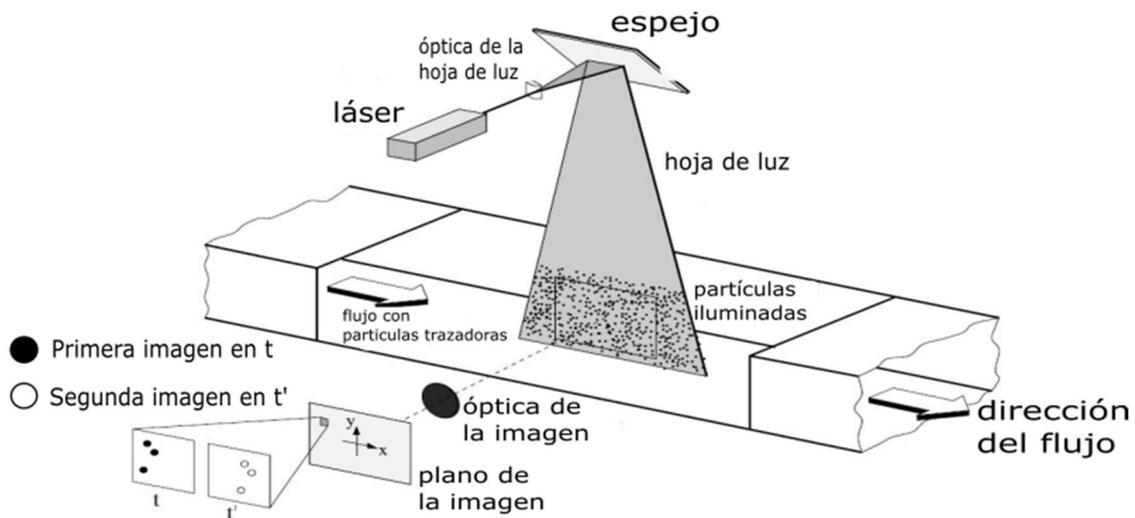


Figura 3 Montaje experimental y principio del funcionamiento de la técnica PIV. Se asume que el flujo se mueve del tiempo  $t$  al  $t'$ . Imagen modificada de Raffel y et al (2007).

Al obtener imágenes consecutivas en las que el fluido se ha movido (y con él las partículas) se puede cuantificar su desplazamiento y al conocer el intervalo de tiempo entre las imágenes se puede calcular la velocidad media de las partículas.

Cuando las partículas sembradas en el fluido son iluminadas por la hoja de luz creada con el láser, la luz es dispersada por las partículas (Dispersión de Mie) y sensor de la cámara captura esta información para digitalizarla y almacenarla como un conjunto de valores digitales con valores que representan distintas intensidades acomodados en una matriz de  $M \times N$  píxeles. El intervalo de tiempo entre cada imagen es establecido por el investigador, por lo que sólo es necesario encontrar el desplazamiento de las partículas, representadas y diferenciadas por la intensidad de los píxeles para encontrar la velocidad. Para ello es utilizada una técnica llamada Correlación cruzada, que determina el desplazamiento de pequeños grupos de partículas a partir de una evaluación estadística.

Para ello la región de estudio (ROI) es dividida en pequeñas zonas cuadradas llamadas ventanas de interrogación (dentro de las cuales se ha supuesto que las partículas se mueven uniformemente). Un algoritmo por computadora hace entonces una búsqueda de cada ventana de interrogación del cuadro inicial en toda la ROI del siguiente cuadro hasta encontrar cada ventana y trazar su desplazamiento. Para determinar que se ha encontrado la ventana idéntica en la segunda imagen, se utiliza el criterio del máximo valor del plano de correlación (Figura 4). La función de correlación en un punto  $(x, y)$  entre dos ventanas es:

$$C(x, y) = f(i, j) \odot g(i, j) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M f(i, j) g(i + x, j + y)$$

Donde  $f(i, j)$  es la ventana de interrogación de la primera imagen y  $g(i, j)$  es la de la segunda imagen e  $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N - 1$  y  $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M - 1$  para  $N \times M$  píxeles. Al discretizarla toma la forma:

$$C(m, n) = \sum_i \sum_j PIP_1(i, j) PIP_2(i - m, j - n)$$

Donde  $PIP_1$  y  $PIP_2$  sirven como abreviación de Patrón de Imagen de Partículas, que son las ventanas de interrogación al tiempo  $t$  y  $t'$  respectivamente. El proceso consiste en desplazar las ventanas de interrogación una sobre la otra y sumar los productos de los valores donde coincidan, por lo que en la ventana que corresponda completamente a ventana buscada, el plano de correlación tendrá un máximo, y se traza un vector de desplazamiento entre la ubicación de la ventana original en la imagen 1 y donde se encontró el máximo en la imagen 2.

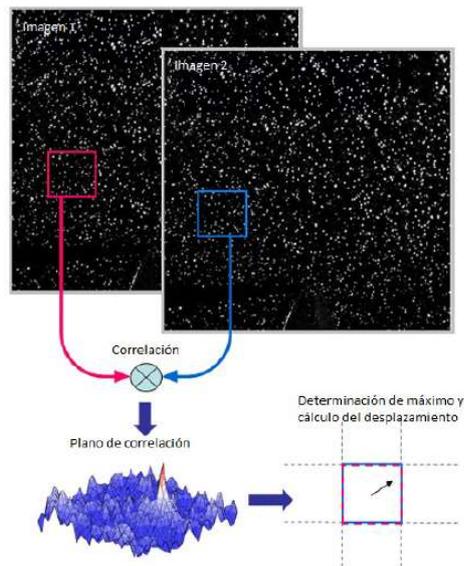


Figura 4 Proceso de correlación. Se encuentra el desplazamiento de un grupo de partículas entre la imagen 1 y la imagen 2 a partir del máximo del plano de correlación. Imagen editada de Barja y Fiaschetti, 2015.

## 4 Objetivos

El rompimiento de olas es un mecanismo muy importante para modular e intensificar el flujo de masa, calor y momento en la interfase océano-atmósfera (Melville, 1996). Se considera que el rompimiento es el principal mecanismo en el que el momento se transfiere desde el movimiento irrotacional de las corrientes inducidas por el viento a las corrientes oceánicas rotacionales subyacentes (Pizzo, 2013). Mejorar la comprensión de estos flujos es crucial para entender la interacción océano-atmósfera y para mejorar los modelos acoplados.

Como el medio vórtice es un fenómeno provocado por el rompimiento, se debe tomar en cuenta en dichos intercambios. Sin embargo, es importante primero caracterizar el fenómeno en sí para después estudiarlo en su medio natural, donde otros fenómenos y variables le afectarán.

Es por ello que el objetivo de este trabajo es caracterizar experimentalmente al medio vórtice toroidal en agua.

## 5 Metodología experimental

El medio vórtice toroidal en este trabajo fue primeramente producido por un volumen de agua entrante desde la superficie para simular el efecto de una ola que rompe y se incorpora al océano, sin embargo, además del vórtice se presentaban otros fenómenos simultáneamente, por lo que posteriormente se produjo de manera aislada mediante un disco unido a una varilla que se movía a través de agua. Se utilizaron tres técnicas para visualizar y cuantificar variables del vórtice: Velocimetría por imágenes de partículas (PIV por sus siglas en inglés) del que se obtuvo el campo de velocidad y se calcularon variables para la caracterización, como la vorticidad; se hicieron visualizaciones con colorante vegetal y pintura acrílica fosforescente de las que se midió la velocidad traslacional; se utilizó hielo seco como trazador para una visualización cualitativa del aire inmediatamente encima de la superficie del agua y una similar con una capa de agua y otra arriba de aceite. En todos los montajes experimentales se incluyó un shadowgraph en el que se iluminaba desde arriba al vórtice, para observar la sombra de sus meniscos y comprobar que se formaba correctamente.

El primer objetivo del experimento fue comprobar que el vórtice se formaba cuando una masa de agua se introducía de manera similar a una ola, para ello se hizo un montaje experimental que consistía en una pecera con un agujero en una de sus paredes verticales y un tubo de 0.4 milímetros que lo atravesaba, el nivel del agua estaba justo debajo del tubo, se introducía agua por un extremo y se contenía en el otro con una placa, después se movía la placa durante un instante para dejar pasar un pulso de agua (Figura 5).

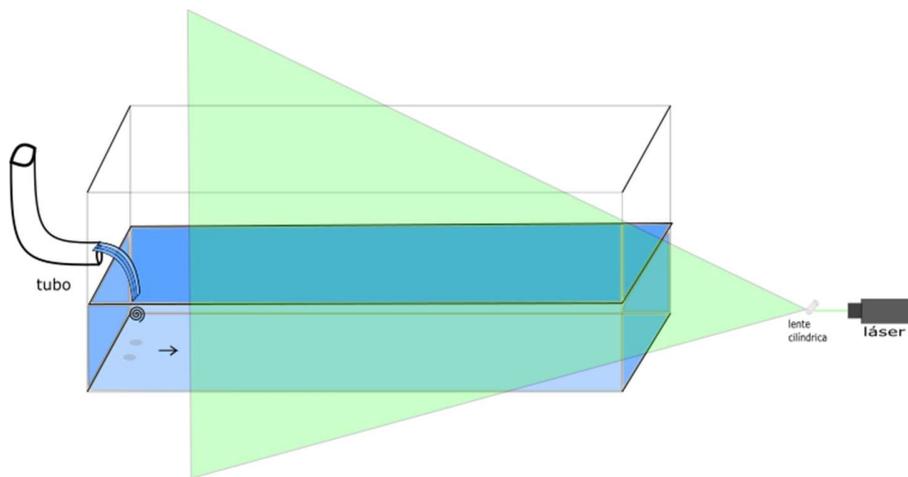


Figura 5 Diseño experimental para formar un medio vórtice simulando una ola

Se comprobó que sí se formaba un medio vórtice mediante un shadowgraph en el que se vieron a los meniscos desplazarse horizontalmente y con una hoja de luz láser que cortaba al vórtice a la mitad, presentando un patrón característico del fenómeno. Mas se encontró también que se formaban otros fenómenos (principalmente *eddies*) que no permitían el correcto estudio del medio vórtice, por lo que se decidió cambiar el arreglo experimental para producir únicamente el fenómeno de interés.

Para esto, se diseñó y construyó un dispositivo generador de vórtices que consiste en un motor a pasos unido a una varilla de acero por un cople. A ésta se le fijó otra varilla de plástico, ligera pero que no vibraba y un plato de plástico de  $5.68 \pm 0.02$  cm de diámetro, lijado para hacer rugosa su superficie.

El mecanismo de funcionamiento consiste en introducir parcialmente el plato en una pecera con agua, de manera que el plano del plato quede perpendicular al fondo de la pecera, cuando el motor es accionado, la varilla de acero girará sobre su eje, mientras que la varilla de plástico girará perpendicular a éste y sacará el plato del agua (Figura 6a). Este movimiento simula lo descrito por Helmholtz (1858), al mover hacia adelante un plato circular y luego removerlo repentinamente. Después de diversas pruebas, se hicieron varias consideraciones adicionales con el objetivo de facilitar la formación del vórtice:

- Entre la varilla de acero y la de plástico se agregó un corcho que mantenía la varilla del plástico adelante del eje de la de acero, para que el movimiento fuera excéntrico, o sea, que girara fuera del centro.
- Se determinó que la mejor forma de crear el vórtice era colocando el plato  $15^\circ$  detrás de la vertical y sumergiendo exactamente la mitad de su área (Figura 6b).
- Se eligió el tamaño del plato estableciendo una relación de 8:1 entre el lado de la pecera (40 cm) y el diámetro del plato (5.68 cm), con el fin de evitar que las olas superficiales que se crean al remover el plato del agua regresaran y afectaran la trayectoria del vórtice.
- La rugosidad del plato está relacionada tanto con la formación óptima del vórtice como con un método de visualización (§5.2) que requiere que la pintura permanezca en la superficie del plato.

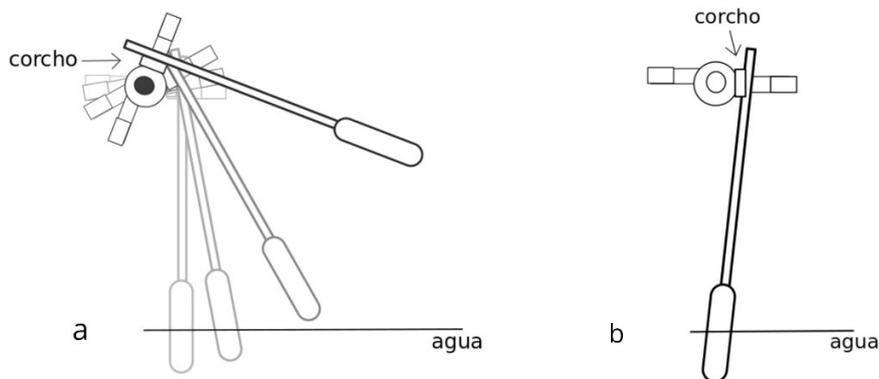


Figura 6 Mecanismo de formación del medio vórtice. a) Movimiento que realizan la varilla de plástico y el plato para salir del agua. b) El inicio del movimiento es  $15^\circ$  detrás de la vertical

Se diseñó y construyó un circuito con una placa de cobre para controlar el motor. Dicho circuito consistía en un MCP y un puente H modelo L293D, un regulador de corriente y un switch, además de sus respectivas conexiones al motor, a las fuentes y a tierra. En la Figura 7a se muestra el diagrama del circuito mientras que en la Figura 7b está el circuito que fue impreso y plasmado en una placa de cobre. Una vez limitadas las pistas con marcador indeleble y percloruro férrico, se realizaron conexiones adicionales que no estaban contempladas en la impresión.

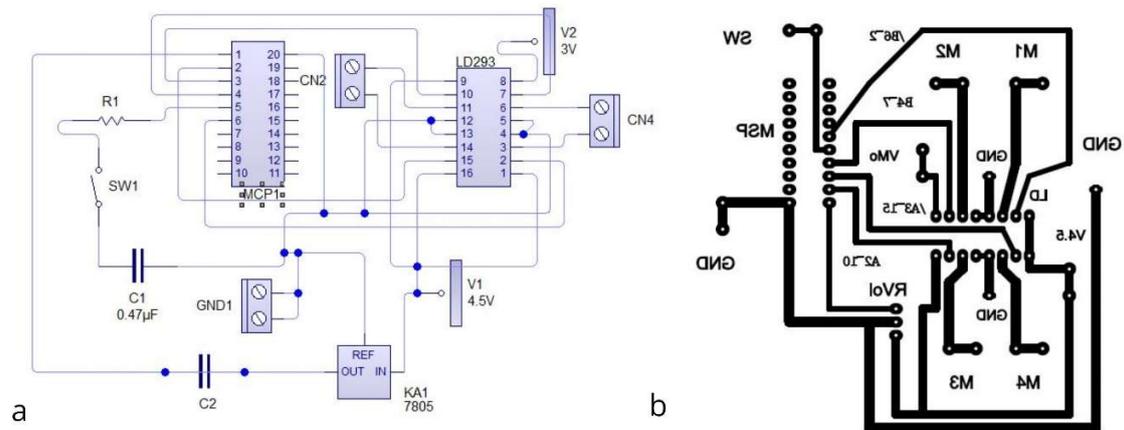


Figura 7 Circuito que controla el motor. a) Diagrama. b) Circuito impreso para plasmarse en la placa de cobre

El circuito utilizó dos fuentes de poder, una para el MCP con 5 Volts y una para el L293D con 4.5 Volts. Fue programado utilizando Energia, un software libre que permitió controlar la velocidad de giro del motor y los grados que giraba antes de detenerse hasta que el vórtice chocaba en la pared opuesta y regresar a su lugar inicial. Es de notar que el vórtice se forma mejor en velocidades muy bajas, las cuales el motor no era capaz de lograr sin presentar vibraciones que alteraban a formación de vórtice, por lo que se utilizó en todos los experimentos la menor velocidad sin vibraciones, que fue de 6800 milisegundos entre cada paso. Sin embargo, la velocidad del motor no corresponde a la velocidad real del plato moviéndose dentro del agua, debido a la fricción que ésta ocasiona, por lo que la velocidad lineal real, medida a partir de las grabaciones fue de  $0.9243 \pm 0.0005$  m/s.

## 5.1 Pintura

Haciendo una hoja de luz que cortaba al vórtice de manera transversal exactamente a la mitad (Corte Cero, §5.4.1) se realizó una visualización con un trazador de pintura acrílica fosforescente. Con el objetivo de igualar la densidad de la pintura con la del agua, se realizó una mezcla de pintura acrílica rojo fosforescente 802 marca “Politec”, disolvente para acrílico marca “Indart” (cuya composición no es especificada en la etiqueta) y alcohol etílico al 70% v/v con una proporción de 0.42:5.1:2.24 respectivamente. El disolvente y la pintura son más densos que el agua, entonces el alcohol se utilizó para disminuir su densidad y compensarlo.

Para que el vórtice se pinte es necesario colocar la tinta en el fluido que está frente al plato, para realizar esto sin proporcionarle una velocidad adicional se colocaba la pintura con una jeringa en dirección a la parte no sumergida del plato y se esperaba a que se deslizara hasta cubrir la parte sumergida del plato y el agua frente a ésta (Figura 8). Se colocó un poco de jabón sobre la superficie del agua para romper la tensión superficial y que la pintura no se quedara en la superficie, sino se hundiera. El mecanismo de formación se disparaba en el momento que la tinta cubría la superficie sumergida del plato. El láser verde resaltaba la este tipo de pintura y mejoraba el contraste.

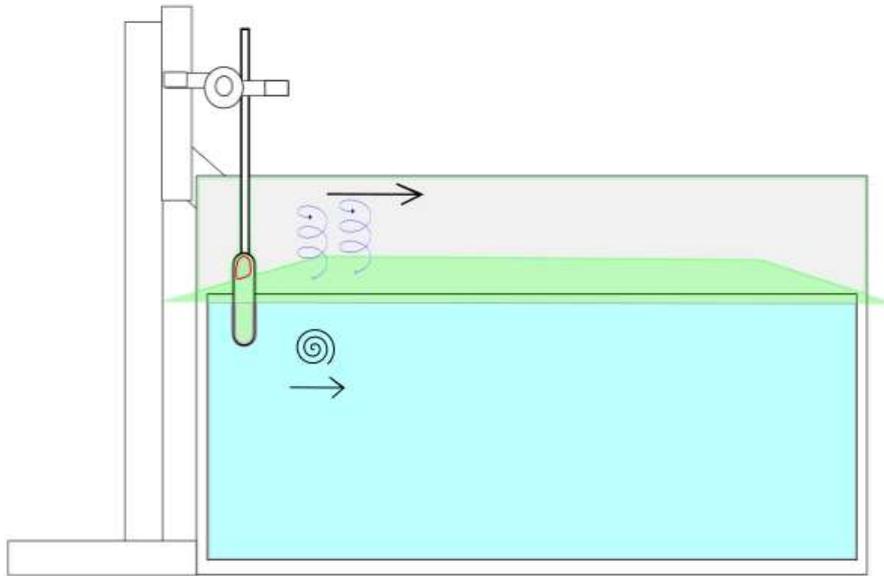


*Figura 8 Fluido con pintura fluorescente frente al plato*

Pese a que es en esencia sencillo, este método presentó muchas dificultades ya que, a diferencia de los vórtices completos, en los que se puede pintar la masa que será eyectada a través del tubo u orificio y con la que se formará el vórtice, en el medio vórtice se debe pintar la masa que se encuentra exactamente frente al plato momentos antes de accionar el motor. Aunque su densidad ayudaba a mantener la pintura a la altura adecuada, el proceso de dispersión era muy rápido y evitaba el correcto pintado del vórtice.

## 5.2 Hielo seco

También se utilizó hielo seco como un trazador del aire para visualizar el flujo generado sobre la superficie del agua. La pecera se llenó hasta la mitad de agua y en el resto se colocó hielo seco en estado gaseoso. Para lograr esto se colocaron cucharas con hielo seco en estado sólido y se tapó la pecera, una vez que el aire dentro de ella se saturaba del hielo seco que cambió de estado, se retiraba la tapa y se proseguía a producir el vórtice. Se realizaron cortes de láser paralelos a la superficie del agua, a 0.5 y 1 cm sobre ella. El plato se desplazaba dentro del agua y salía de ésta para recorrer una trayectoria idéntica pero en el aire (Figura 9).



*Figura 9 Montaje experimental de la prueba con hielo seco*

El principal problema de este método de visualización fue que el hielo seco, al cambiar de fase, fluía, y esa velocidad dificultaba discernir entre cuál velocidad era inducida por los meniscos en la superficie y cuál pertenecía a la difusión del gas.

### 5.3 Aceite

Visualizar la dinámica en los meniscos mediante el método del hielo seco presentó dificultades ya mencionadas. Por tal motivo, se hizo un experimento para visualizar la entrada del fluido superior al inferior (agua) usando aceite. Se colocaron 4L de agua en una pecera de 20x25x35 cm y se agregaron 4L de aceite de canola. Se dejó reposar 2 horas y después se eliminaron las burbujas con una aguja. El vórtice se formó entonces con la mitad inferior del plato sumergido en agua y la superior de aceite. No se utilizaron hojas de luz y debido a la velocidad del fenómeno tampoco se utilizó la cámara rápida.

## 5.4 Velocimetría por Imágenes de Partículas

### 5.4.1 Montaje experimental

Para llevar a cabo la Velocimetría por Imágenes de Partículas se utilizó un láser verde de 532nm con potencia de 1 Watt, con el que se produjo una hoja de luz utilizando una varilla cilíndrica de vidrio. Se realizaron grabaciones en tres planos transversales en distintas partes del vórtice (Figura 10a) y dos planos de frente, es decir, en cortes sagitales, en dos lugares de la trayectoria del vórtice (Figura 10b). Se utilizaron como trazadores partículas de vidrio cubiertas de plata de  $10\mu\text{m}$ , cuya densidad se asumió igual a la del agua. Se grabó con una cámara de video de alta velocidad Phantom Miro M310, a 300 cuadros por segundo, con un tiempo de exposición de 3.3 milisegundos y una exposición de 1000.02 microsegundos. La estimación de la resolución temporal necesaria se realizó tomando imágenes con distintos tiempos de exposición y midiendo la relación entre el ancho y largo aparente de las partículas en cada imagen (si el tiempo de exposición no es suficiente, la partícula se ve “corrida”, en otras palabras, el largo es mayor que el ancho), y calculando el tiempo de exposición necesario para que dicha relación sea de 1.

No se hicieron cortes horizontales porque los meniscos, al deformar la superficie también desvían la luz que pasa a través de ellos, por lo que la información no sería confiable.

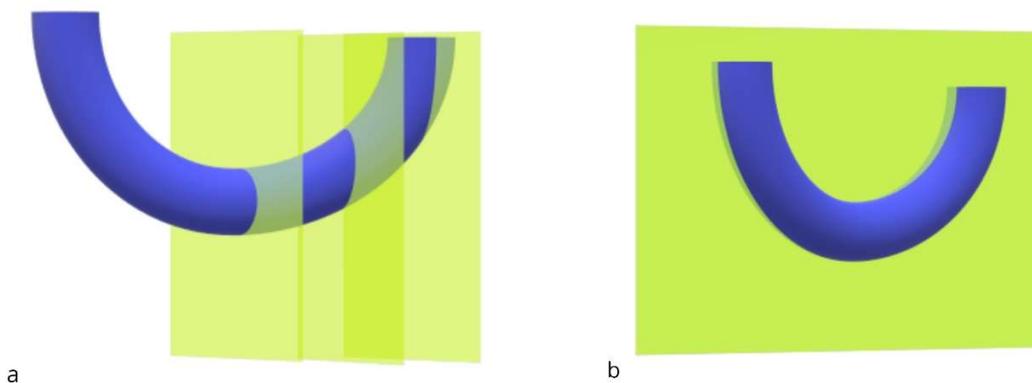


Figura 10 Cortes realizados con una hoja de láser. a) Cortes transversales para medir la circulación. b) Cortes de frente, se realizaron dos en momentos diferentes de la trayectoria del vórtice

A continuación se muestran los dos montajes experimentales. La Figura 11 corresponde a los cortes transversales. Se realizaron tres cortes: Si el que corresponde a la mitad del vórtice es CC (Corte Cero) y se encuentra a 0.00 cm del centro del plato, entonces el siguiente corte a la derecha será nombrado CM (Corte Medio) y está a 1.20 cm a la derecha del centro y el siguiente será nombrado CE (Corte Extremo) y está a 1.30 cm de CM y a 2.50 cm de CC.

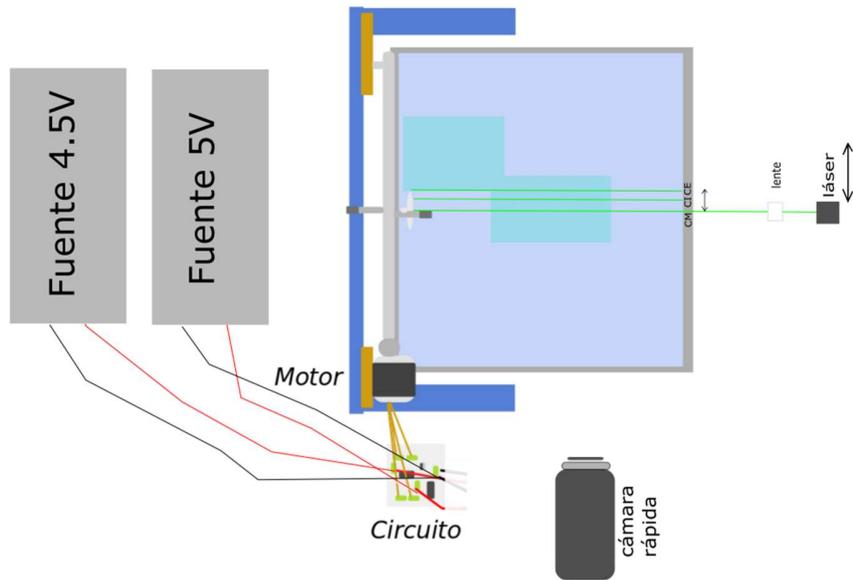


Figura 11 Vista superior del montaje experimental para los cortes transversales.

La Figura 12 muestra los cortes sagitales. Se realizaron dos cortes: El corte más inmediato a la formación del vórtice será llamado F1 (Frente 1) y se encuentra a 24.5 de la pared de choque, mientras que el siguiente será llamado F2 (Frente 2) y se encuentra a 7.4 cm de la pared de choque y a 17.1 cm de F1.

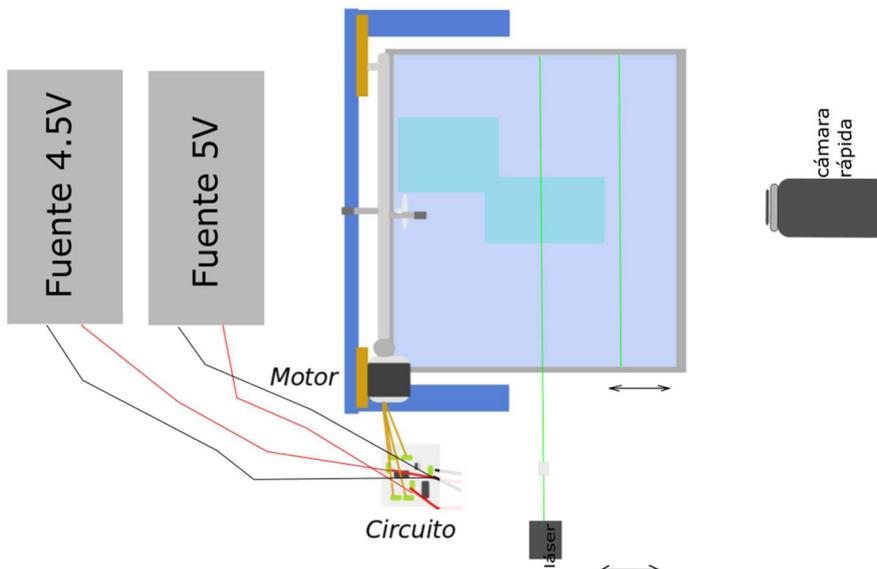


Figura 12 Vista superior montaje experimental de los cortes sagitales

### 5.4.2 Metodología del análisis

Para obtener y procesar las imágenes de la cámara de alta velocidad se utilizó el programa Phantom Camera Control 3.3, que controla la cámara para ajustar velocidad de grabación y exposición, y más adelante separó los videos en cuadros y los convirtió del formato .cine a .tif para su posterior procesamiento.

Para la realización de la correlación cruzada se utilizó un software de MATLAB llamado PIVlab (Thielicke, 2014) que realiza el procedimiento completo de la Velocimetría por Imágenes de Partículas y además tiene muchas opciones de pre- y post-procesamiento tales como la aplicación de filtros, la validación de los datos y la obtención y visualización de campos de vorticidad, divergencia, tensión cortante, entre otros.

Primeramente se instauró una calibración para cada video. Todos coinciden en haber sido grabados a 300 fps, pero al grabar en planos a distintas distancias de la cámara cada video tiene una relación píxel-por-metro distinta.

<i>Corte</i>	$1/px [m]$	$px/cuadro [m/s]$
<i>Corte Cero</i>	0.00013	0.03995
<i>Corte Medio</i>	0.00024	0.07171
<i>Corte Extremo</i>	0.00013	0.04005
<i>mediFrente 1</i>	0.00021	0.06302
<i>Frente 2</i>	0.00024	0.07231

Se eligió el método de Correlación cruzada directa que, aunque requiere más costo computacional y mayor tiempo, hay trabajos que demuestran que arroja mejores resultados que usando la Transformada Rápida de Fourier (Okamoto y et al, 2000, citado por Thielicke, 2014). Se realizó una breve prueba para elegir el tamaño de la ventana de interrogación: En un software libre de procesamiento de imágenes llamado ImageJ se midió la distancia real de movimiento de una partícula entre dos imágenes consecutivas. Luego se comparó este resultado con un solo grupo de imágenes analizadas con PIVlab. Se repitió este experimento con ventanas de interrogación de 16x16, 32x32 y 64x64 píxeles, encontrando que la ventana más precisa era de 32x32 píxeles. Se utilizó ésta para todos los videos. El estimador sub-píxel fue el Gauss 2x3-point.

Posteriormente se debía elegir Región de interés, definida como la zona de búsqueda de las ventanas de interrogación. En todos los videos ésta abarcó toda el área que contenía agua, pues el vórtice se desplazaba en el tiempo a través de ella.

Los dos meniscos que posee el medio vórtice provocan una especie de remolino dentro de cada uno. Aunque el método de PIV sólo captura información del plano que está siendo iluminado, las alteraciones que provocaron en la superficie dichos remolinos se reflejaron en una gran cantidad de vectores espurios en la parte superior de la región de interés en los CC y CM. Los vectores espurios son aquellos que el programa arroja como resultado de su análisis pero no corresponden a un desplazamiento real de las partículas, sino a un error en la interpretación del programa. Por ello, el primer paso de análisis fue caracterizar y eliminar la información del remolino para estos cortes. Se eligió una sub-región de interés del tamaño del remolino y se midió la velocidad promedio adentro. Se encontró que ésta era un orden de magnitud más pequeña que la velocidad de giro promedio del vórtice y que su dirección

predominante era en  $y$  (Figura 13b), cuando el vórtice en esa zona, sin la alteración del remolino debería tener una dirección predominante en  $x$ . Así pues, se usó para eliminarlos la herramienta de Validación de vectores, en la que se presenta un plano cartesiano con todas las velocidades encontradas en la región de interés (Figura 13a) y es posible seleccionar un área que contenga sólo las velocidades de interés para el medio vórtice.

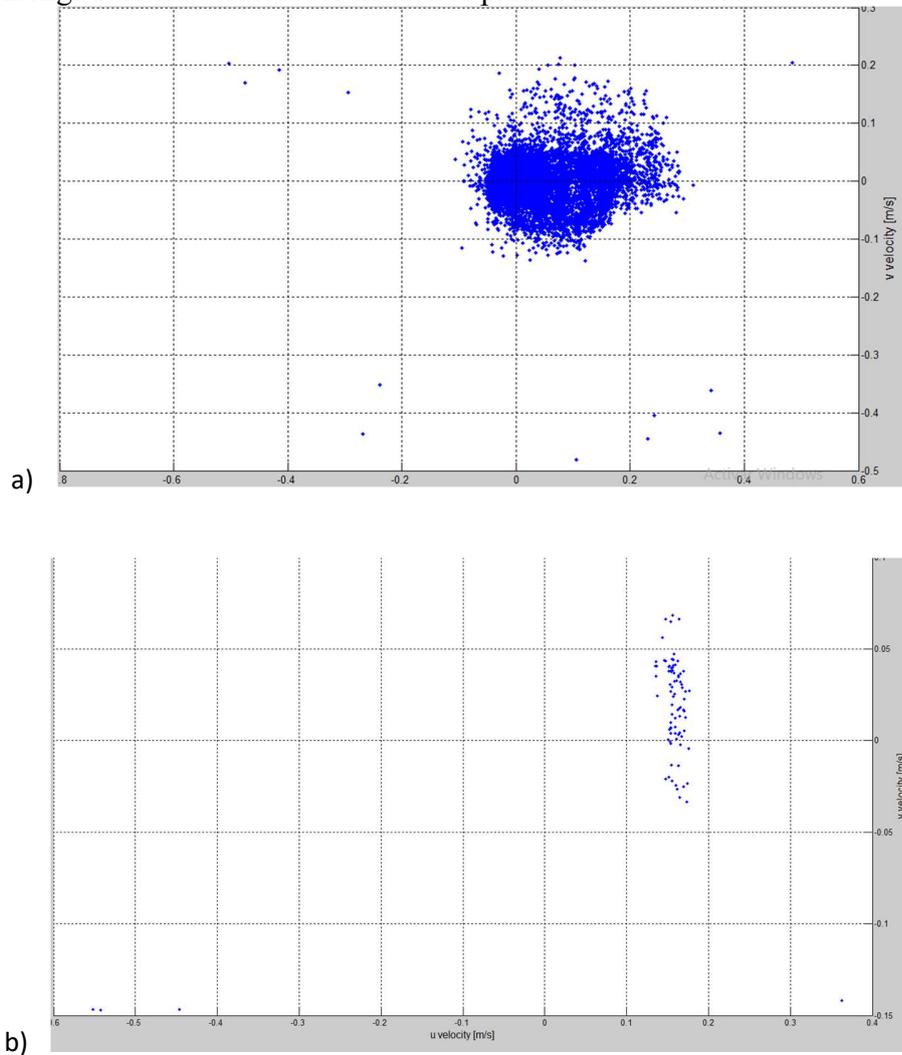


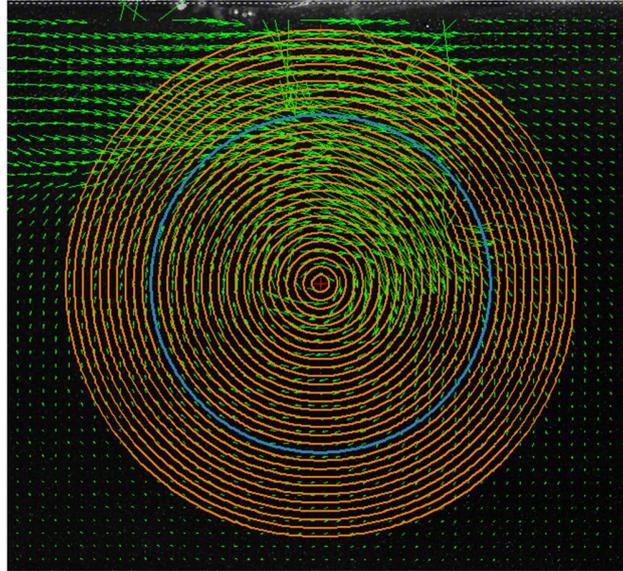
Figura 13 a) Ejemplo del plano cartesiano desplegado por la herramienta de Validación de vectores. Se pueden ver caracterizadas las velocidades en  $u$  y  $v$ . En este ejemplo es claro que las velocidades más comunes se están concentradas entre  $-0.1 < u < 0.3$  [m/s] y  $-0.15 < v < 0.2$  [m/s], que pertenecen al vórtice. b) Dominio de velocidades pertenecientes al remolino.

Una vez eliminada la información del remolino se procedió a calcular campos de velocidad y con ello las líneas de corriente (ecuación 1.6).

También se calcularon los campos de vorticidad y en este caso se utilizó herramienta de interpolación y suavizado de datos (García, 2011) como está sugerido por Thielicke (2014) en su tesis de doctorado.

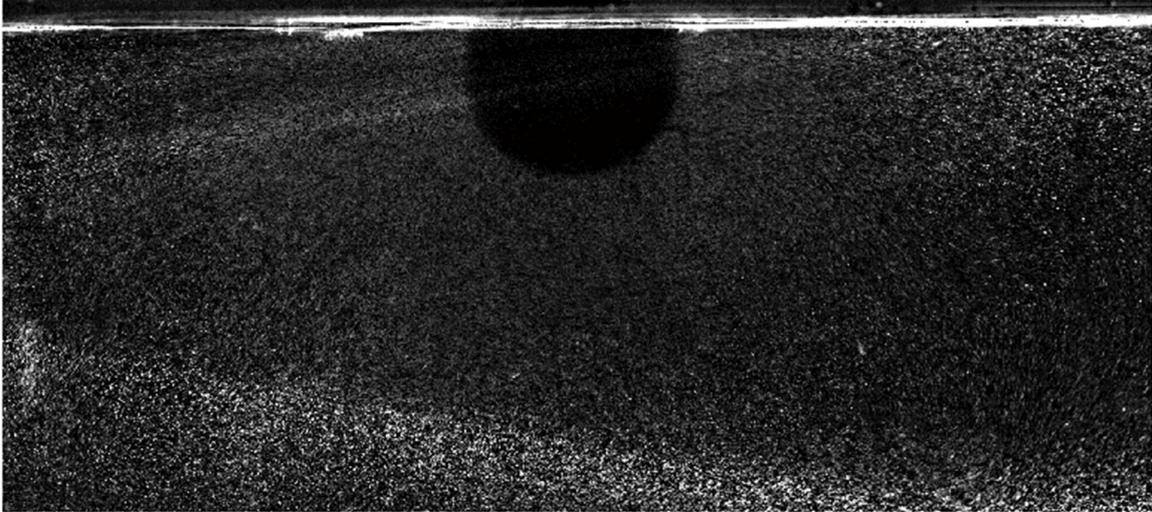
Para obtener la velocidad traslacional se eligió el centro del vórtice (punto de mayor vorticidad), se confirmó visualmente, y se registró su posición en el tiempo. Una vez graficado se obtuvo la pendiente para encontrar la velocidad.

Se calculó la circulación trazando 30 circunferencias concéntricas entre el centro del vórtice y la superficie del agua y PIVlab integró la velocidad tangencial a lo largo de cada circunferencia. En la Figura 14 se muestra un ejemplo, en el que se marca en azul la circunferencia con la circulación máxima.



*Figura 14 Ejemplo del cálculo de la circulación para el vórtice. Las circunferencias anaranjadas son las curvas cerradas sobre las cuales se integró la velocidad tangencial. La circunferencia azul muestra el máximo valor de la circulación.*

En los videos de los cortes sagitales presentaron una sombra con la forma y tamaño del plato cuya justificación se desconoce (Figura 15). Permaneció en la misma posición durante todos los cuadros y el programa la interpretó como una zona sin partículas, lo cual es físicamente improbable, ya que el fluido fue sembrado uniformemente. En la Figura se usó un filtro para evidenciar la sombra de la que no se pudo obtener medidas pero el programa de igual manera intentó encontrar partículas desplazadas desde él. Por tal razón se debió realizar una remoción manual de todos los vectores espurios en esa zona.



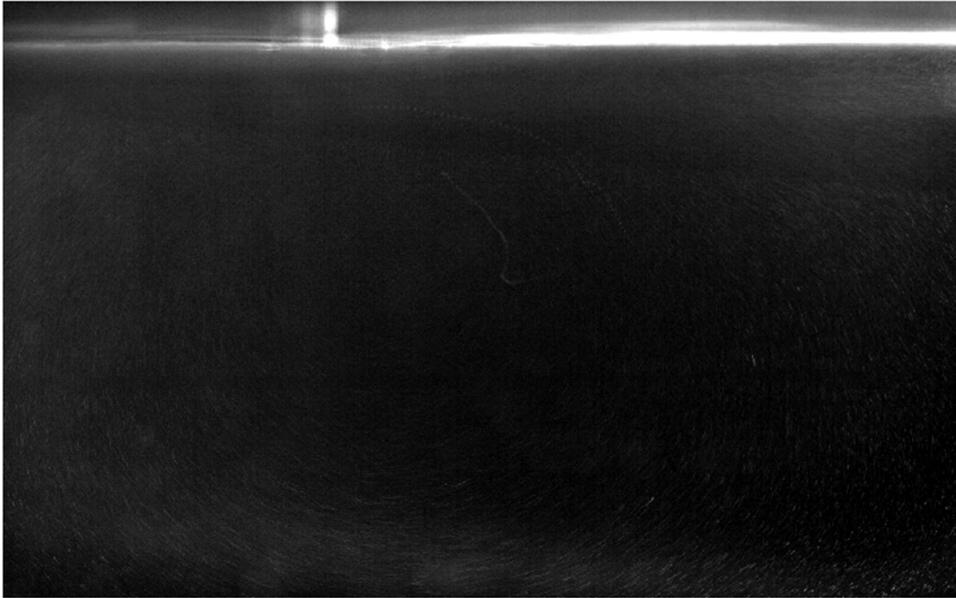
*Figura 25 Imagen de un corte sagital con un filtro para mostrar la sombra dentro de la cual no se pudo hacer análisis*

Se utilizaron los programas de MATLAB y Excel para procesar y graficar los datos obtenidos del PIVlab.

## 6 Resultados

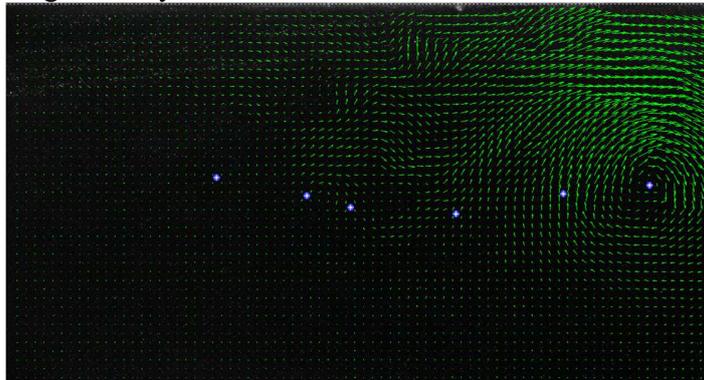
En todos los casos el vórtice recorrió  $30 \pm 0.1$  cm en un tiempo de  $4.6761 \pm 0.0001$  segundos a partir de su formación. No todo el recorrido fue registrado, para los cortes transversales el área de estudio fue de  $16.53 \pm 0.001$  cm, mientras que para los cortes sagitales sólo se analizarán aquellos cuadros que pertenecen al intervalo de tiempo en el que el vórtice pasó a través del láser, aunque se grabó toda su trayectoria.

Ver una sola imagen del flujo sembrado durante el experimento de PIV no dice mucho visualmente, por lo que en la Figura 16 se muestra un promedio de 130 cuadros en el que se puede observar la trayectoria promedio de las partículas en ese tiempo.



*Figura 16 Promedio de 130 cuadros con fines de visualización. Para obtenerlo se hizo uso de la nueva herramienta Substraction background GUI de PIVlab*

En las páginas siguientes se muestran los campos de velocidades en diferentes tiempos y cortes. La Figura 17 muestra las posiciones del centro del vórtice en los campos de velocidades de las Figuras 18 y 19.



*Figura 17 Los puntos azules muestran la posición del centro del vórtice en el eje x. Es ilustrativa sobre los campos de velocidades de las Figuras 18 y 19*

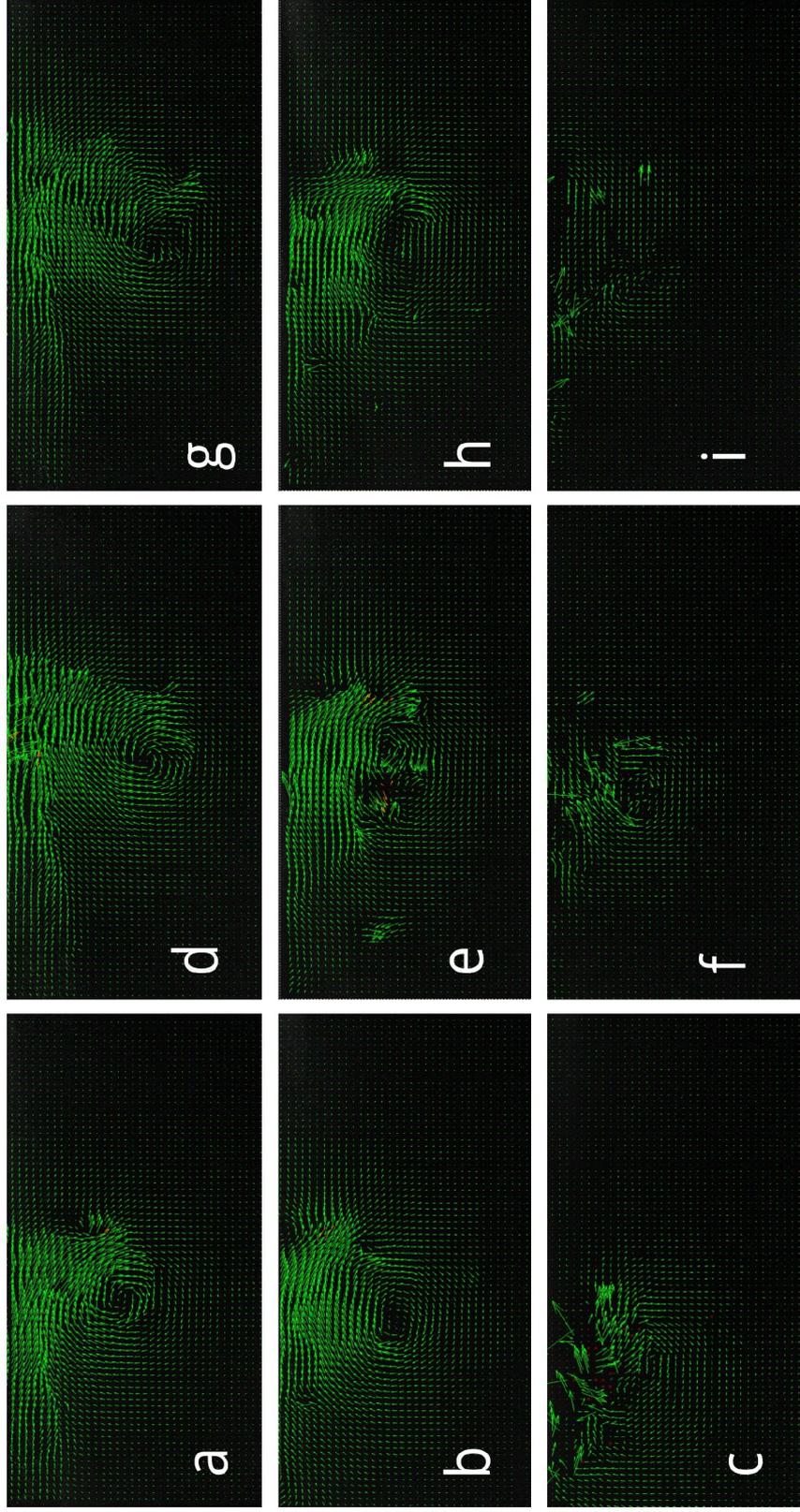


Figura 18 Campo de velocidades del medio vórtice. La primera fila corresponde al Corte Cero, la segunda al Corte Medio y la última al Corte Extremo. Por columnas, están ordenados por su tiempo de formación. La primera fila (Figuras a, b y c), corresponde a  $t=0.9438$  segundos, la segunda columna (Figura d, e y f) corresponde a  $t=1.0395$  segundos y la tercera columna (Figura g, h e i) corresponde a  $t=0.1121$  segundos.

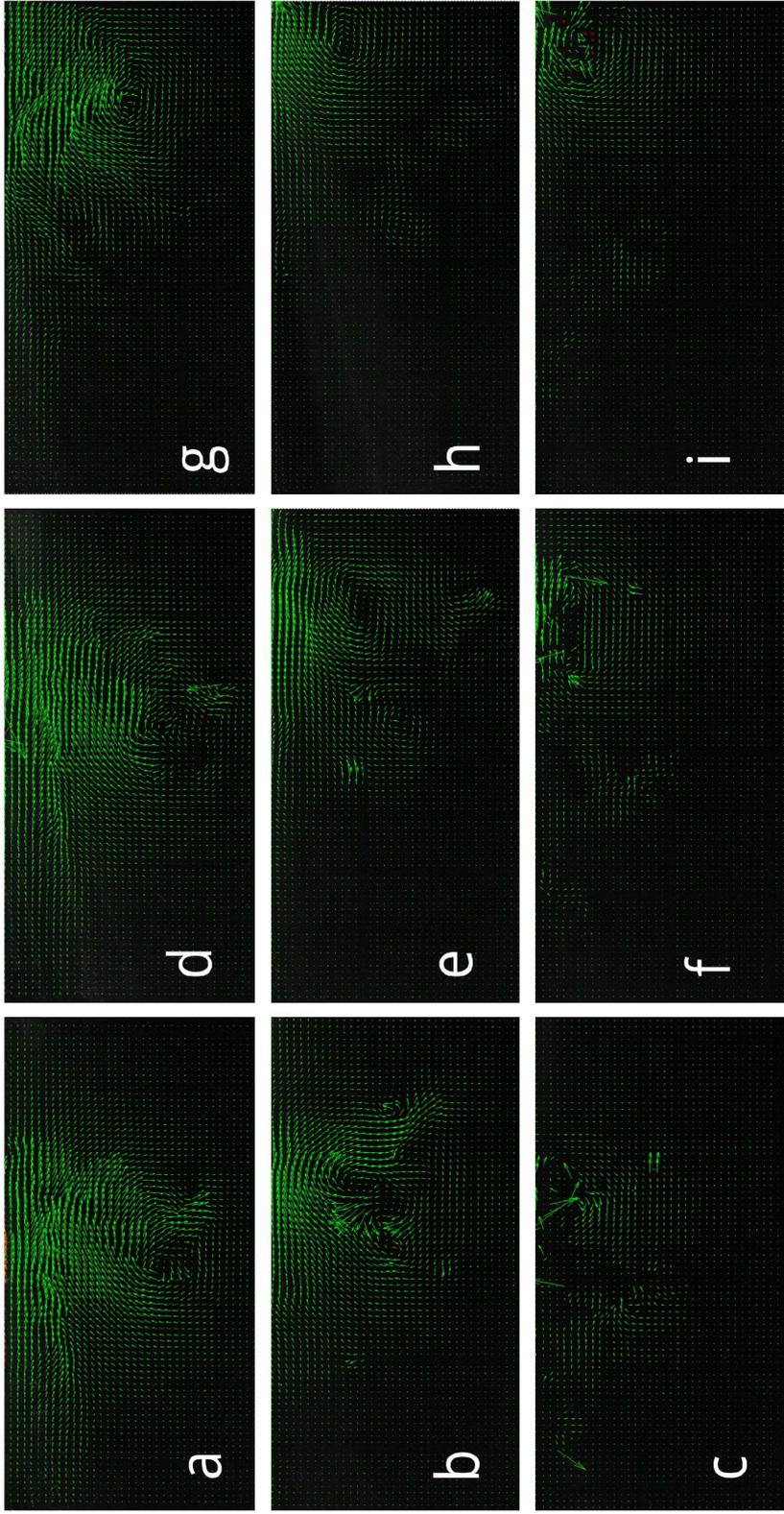


Figura 19 Campo de velocidades del medio vórtice. La primera fila corresponde al Corte Cero, la segunda al Corte Medio y la última al Corte Extremo. Por columnas, están ordenados por su tiempo de formación. La primera fila (Figuras a, b y c) , corresponde a  $t=1.4487$  segundos, la segunda columna (Figura d, e y f) corresponde a  $t=1.7886$  segundos y la tercera columna (Figura g,h e i) corresponde a  $t=2.1120$  segundos

Las Figuras 20, 21 y 22 muestran las líneas de corriente en tres tiempos para cada corte.

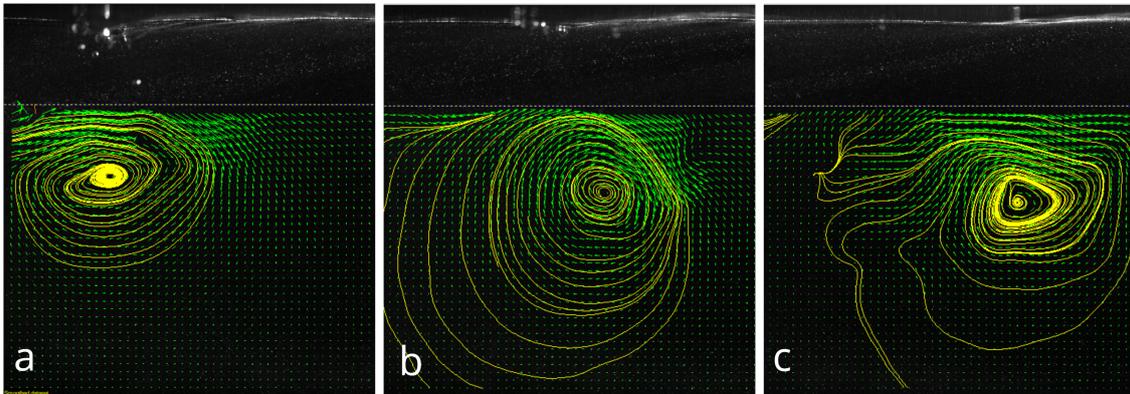


Figura 20 Líneas de corriente para el Corte Cero en los tiempos de formación a) 0.7656 segundos, b) 1.188 segundos y c) 1.9536 segundos

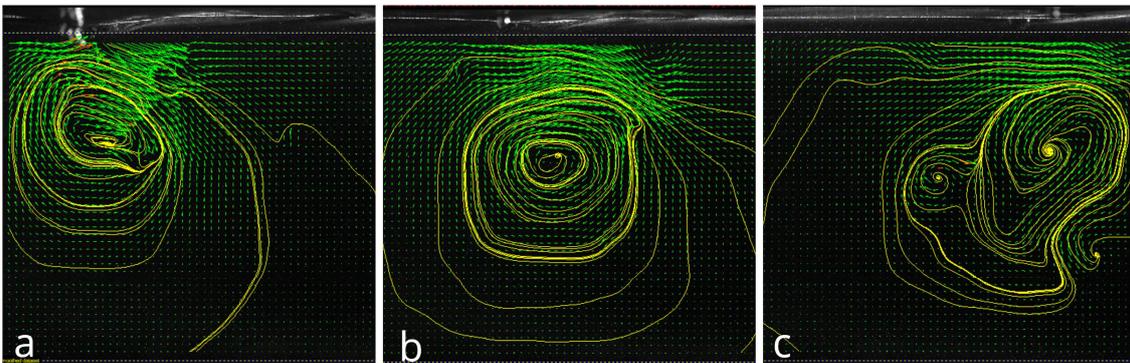


Figura 21 Líneas de corriente para el Corte Medio en los tiempos de formación a) 0.7656 segundos, b) 1.188 segundos y c) 1.9536 segundos

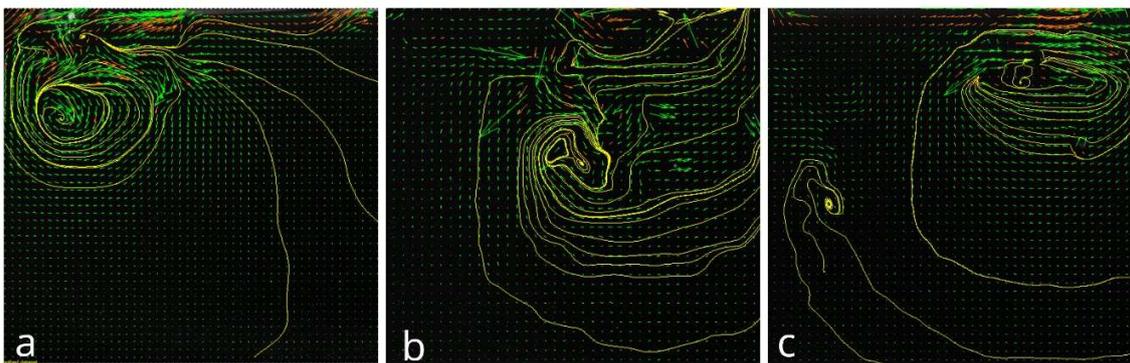
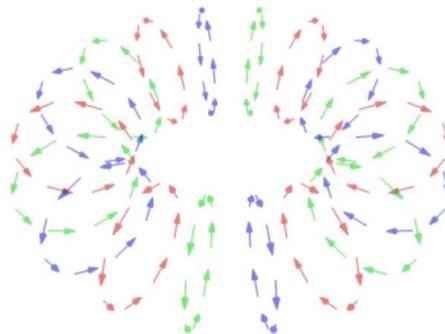


Figura 22 Líneas de corriente para el Corte Extremo en los tiempos de formación a) 0.7656 segundos, b) 1.188 segundos y c) 1.9536 segundos

Si se piensa el flujo de un vórtice completo de manera ideal, tal como el descrito por la ecuación 1.6 y la Figura 23 podemos esperar ver un núcleo circular en los cortes CC a través del tiempo. Tal es encontrado en las Figura 18a y confirmado por las líneas de corriente de la Figura 20a, que según Robinson y et al (1989) debe ser circulares para un corte transversal de un vórtice toroidal completo. Sin embargo, el resto de los cortes no son paralelos a las líneas de flujo ideales y por lo tanto su análogo teórico se desconoce. Los campos de velocidades y las líneas de corriente ayudan a entender cómo es el flujo:

- Para el Corte Medio se distingue un patrón de circulación elíptico, y podría pensarse como una proyección del Corte Cero.
- Para el Corte Extremo se esperaba encontrar sólo líneas horizontales paralelas a la superficie, sin embargo, se volvió a ver un patrón elíptico pero más excéntrico. Esto indica que el modelo de flujo idealizado no representa el flujo vertical. Es evidente que los vectores que se mueven en la dirección y cerca de la superficie corresponden a los provocados por el remolino de los meniscos pero el resto pertenecen al flujo dentro del anillo.
- Los vectores espurios aumentan en los Cortes Medio y Extremo pues interpretan información de las partículas que están más cercanas a la superficie, donde otros efectos como ondas las afectan.



*Figura 23 Líneas de flujo de un vórtice toroidal completo ideal (Barbosa, 2012)*

Como se puede ver en las Figuras 18a, 18d, 18g y 19a, 19d 19g, el núcleo del vórtice en el corte CC parece descender durante su trayectoria y luego ascender. Las dimensiones del presente experimento no permitieron ver más de una oscilación, sin embargo, basados en videos de este vórtice producido en una alberca (Covern, 2014) parece una oscilación periódica y que además coincide con la separación de los meniscos en superficie. Así pues, el radio del vórtice  $R$  cambia con el tiempo.

Se puede ver en la Figura que una vez que el vórtice asciende deja un patrón de circulación ajeno al vórtice.

Ubicando el punto de máxima vorticidad y siguiéndolo en el tiempo se obtuvo la velocidad traslacional del medio vórtice (Figura 24). Dicha velocidad es de  $0.7351 \pm 0.005$  m/s. Este resultado se comprobó con la técnica de pintura y un shadowgraph midiendo la velocidad traslacional de las sombras de los meniscos.

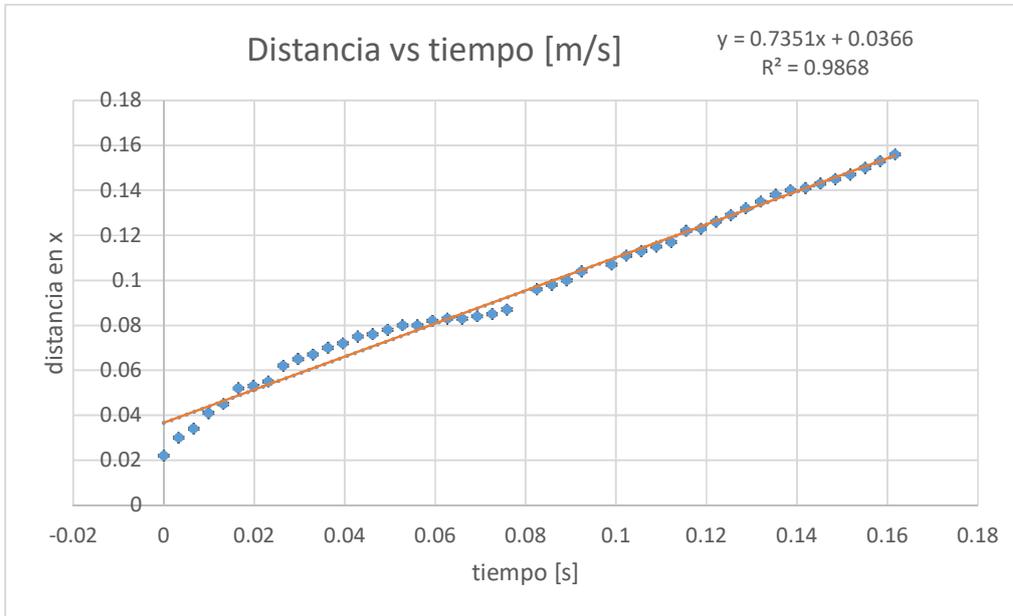


Figura 24 Radio externo del vórtice medido desde la superficie hasta el centro del núcleo [cm] en función del tiempo [s]

Para medir los radios interno y externo se hicieron varias consideraciones. El estudio de la dinámica de fluidos se enfrenta a un gran problema. A diferencia de los modelos teóricos, en los que es sencillo asignar variables y sus valores conceptualizando los fenómenos como objetos sólidos y con límites, en los experimentos el investigador o investigadora mide un medio continuo, al que no es sencillo asignar fronteras para delimitar radios, volúmenes o determinar qué pertenece al fenómeno y qué pertenece al fluido que está siendo arrastrado o modificado por el fenómeno. En este caso, la autora debe diferenciar entre el vórtice y la atmósfera del vórtice, definida como el fluido que rodea al toroide, viaja con él y en la teoría tiene forma de un elipsoide aplanado (Akhmentov, 2009, para mayores referencias, ver el “Vórtice esférico de Hill”).

Para determinar el radio externo, o radio del vórtice  $R$ , se encontró el punto de máxima vorticidad y midiendo la distancia entre éste y la superficie del agua. Se hizo este procedimiento cada 10 cuadros. Como mencionó, se observa una oscilación del vórtice, que es comprobada en el radio del vórtice, que aumenta para llegar a un máximo de 5.838 cm en  $t = 0.891$  segundos de la zona de estudio (Figura 25). Hay puntos donde no fue posible determinar el centro del vórtice, ni mediante el máximo de la vorticidad ni visualmente, pues el vórtice perdió su estructura momentáneamente. Dichos momentos coincidieron con las zonas de mayor cambio vertical de la oscilación, es decir, en el subir y bajar abrupto del vórtice.

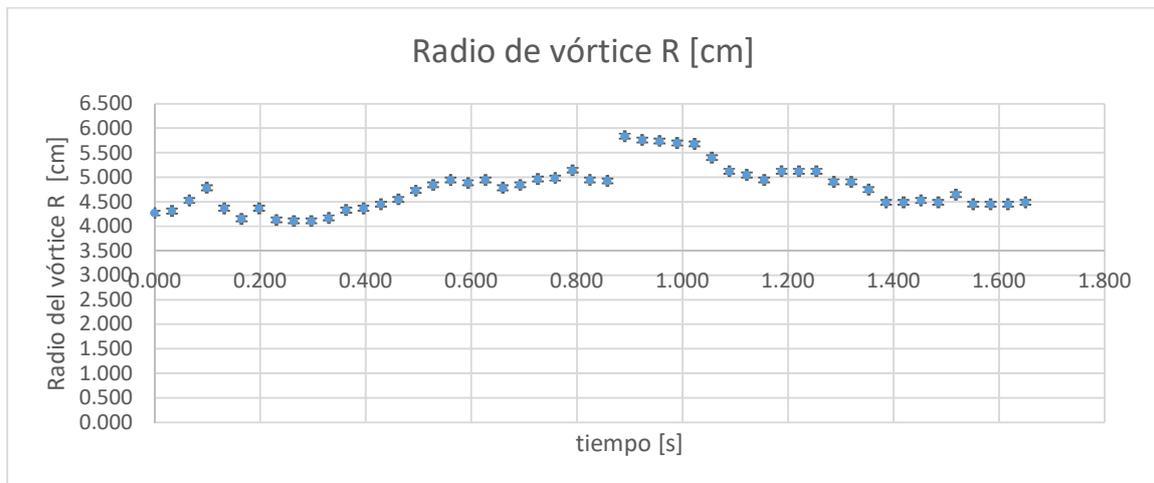


Figura 25 Radio del vórtice a lo largo del tiempo

Para determinar el radio del núcleo, Akhmentov (2009) propuso calcular la vorticidad en función de la posición a lo largo de un corte transversal al vórtice, encontrar el máximo del valor de la vorticidad  $\omega_{max}$  (que, teóricamente, es donde se encuentra el centro del núcleo), dividirlo entre dos y asignar a todo valor igual o mayor a  $\omega_{max}$  como núcleo del vórtice y al resto no. Cuando los valores de vorticidad son despreciables, se interpretará como fluido irrotacional que no pertenece ni al vórtice ni a su atmósfera. Todo esto se hace bajo la suposición de que el pico de máxima vorticidad es muy abrupto y que, una vez asignado que pertenece al vórtice, el núcleo tendrá forma circular. En el mismo trabajo admite que en un vórtice real la distribución de vorticidad es más suave y no tiene bordes afilados. Es por ello que en este trabajo se decide ampliar el área perteneciente al vórtice como todo lo que sea mayor o igual a  $\omega_{max}/e$ , pues se realizó un ajuste a una gaussiana y se encontró que la curva que forma la vorticidad se ajusta correctamente a ésta (Figura 26a), siendo  $e$  el número que rige a este tipo de distribución. En la Figura 26b se muestra una gráfica que probabilidad, en la que se muestra la coincidencia entre la curva gaussiana y la de vorticidad en el núcleo. Los resultados se muestran en la Figura 27.

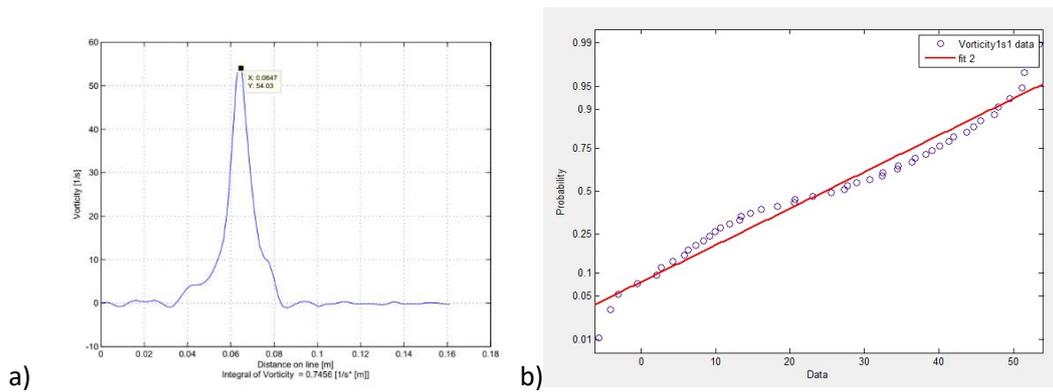


Figura 26 a) Distribución de la vorticidad en un corte en el centro del Corte Medio del vórtice. b) Gráfica de probabilidad del ajuste gaussiano a la gráfica a).

Así pues, se calculó el radio del vórtice. El radio medido así no resultó constante y se encontró una relación proporcional entre el máximo de la vorticidad y el radio (Figura 28). Además se encontró que en los momentos de pérdida de estructura del vórtice, la vorticidad era más débil y el radio (si se interpreta como tal) disminuía considerablemente.

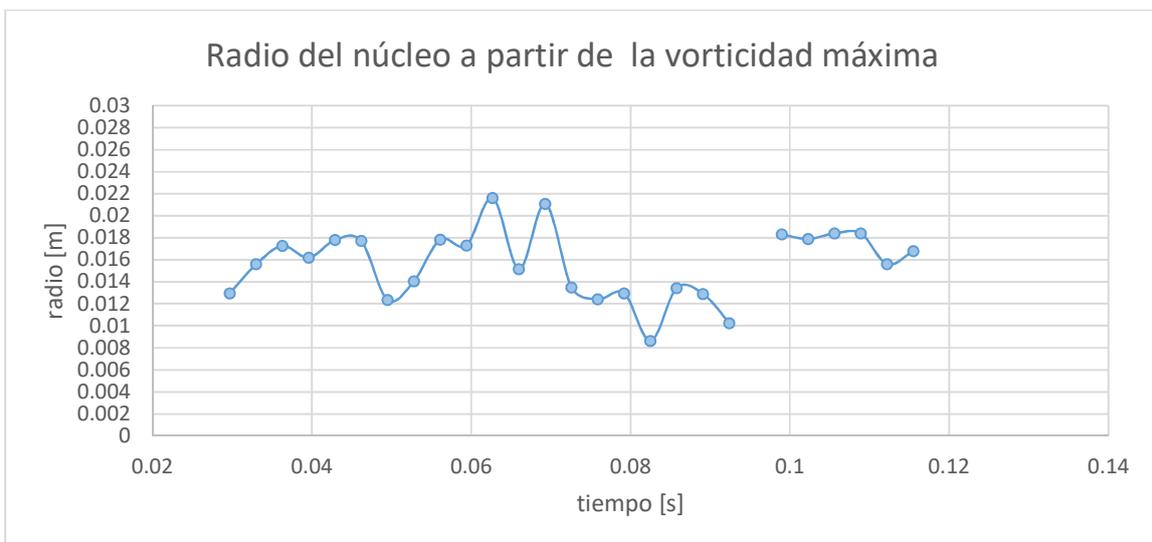


Figura 27 Radio del núcleo medido desde el punto d vorticidad máxima.

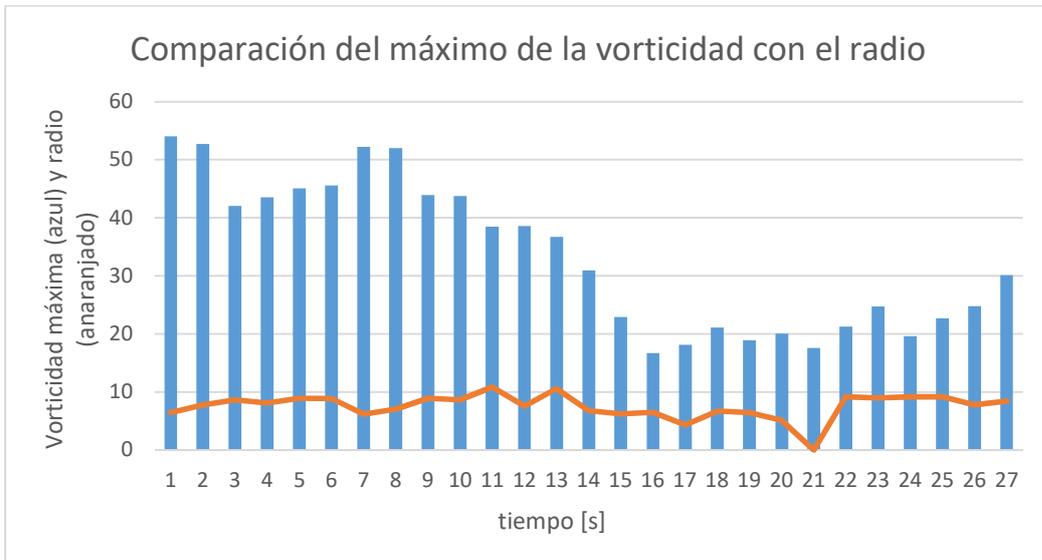


Figura 28 Se compara la vorticidad máxima contra el radio ponderado para visualizar el un comportamiento similar.

También se hicieron mediciones del núcleo usando el criterio de la circulación. En las Figuras 29 y 30 se presentan los valores de la circulación en el Corte Cero y el radio estimado del vórtice basándose en la circunferencia con circulación máxima  $\Gamma_{max}$  absoluta. La Tabla 8 es un ejemplo de cómo luce la circulación dentro y fuera del vórtice. Si se toma el valor absoluto de la integral de la velocidad tangencial, el núcleo del vórtice aumenta de forma radial su circulación, hasta llegar a un máximo a partir del cual se observa un *hiatus* (un cambio en el comportamiento antes observado) que ya no pertenece al núcleo del vórtice. De nuevo, los valores que faltan pertenecen a los cuadros en los que el vórtice pierde estructura y no se encuentra el patrón característico de la circulación máxima.

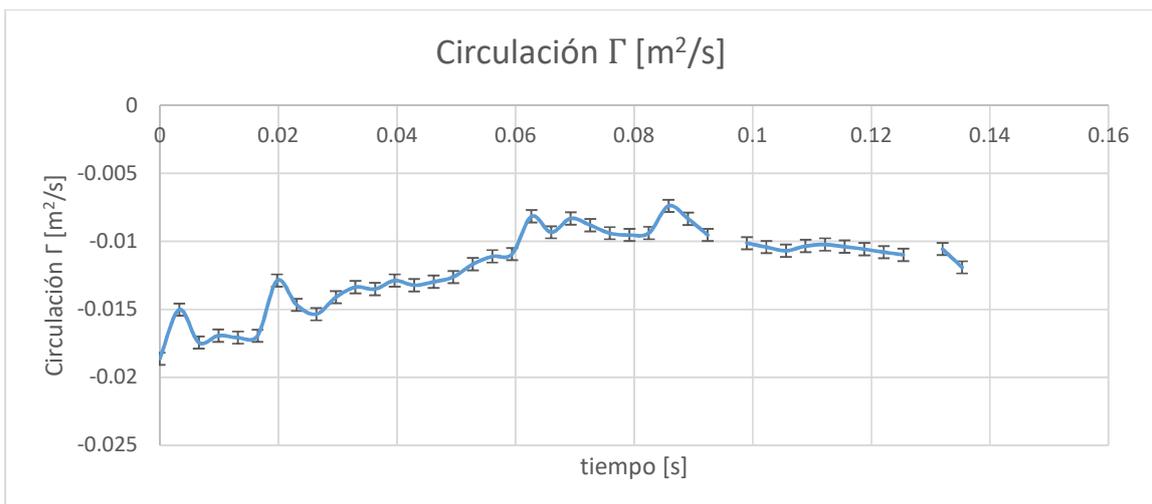


Figura 29 Circulación en el Corte Cero a lo largo del tiempo.

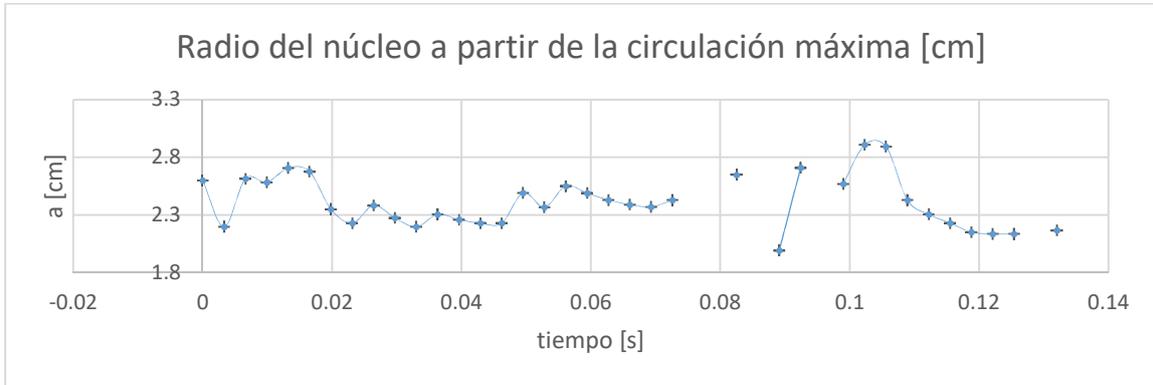


Figura 30 Radio del núcleo medido a partir de la circulación máxima.

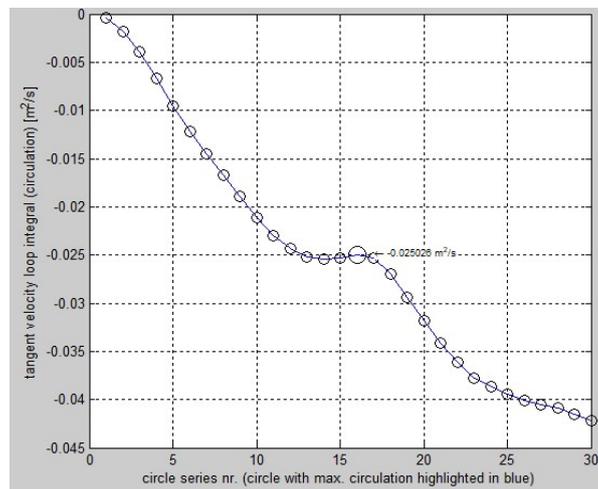


Figura 31 Integral de línea de la velocidad tangencial medida en 30 circunferencias concéntricas que aumentan su radio conforme de alejan del centro del vórtice en el Corte Cero.

Para los planos CM y CE también se calculó la circulación, pero debido a que el software de análisis sólo puede evaluar a lo largo de circunferencias concéntricas, los patrones elípticos de circulación no pudieron seguirse. A pesar de esto, se encontró una curva parecida en la circulación vs circunferencia en CM pero con el máximo de  $\sim 0.041 \text{ m}^2/\text{s}$ , es decir, al menos el doble del máximo de CC. En el corte CM el patrón es muy distinto (Figura 32) y los valores son un orden de magnitud más pequeños que los de CC y CM.

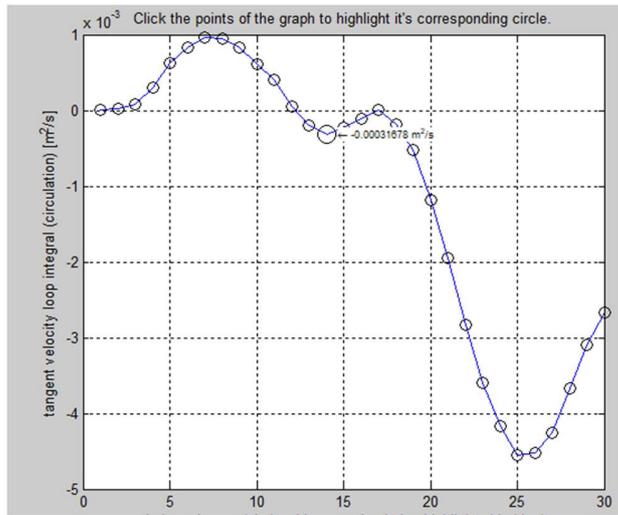
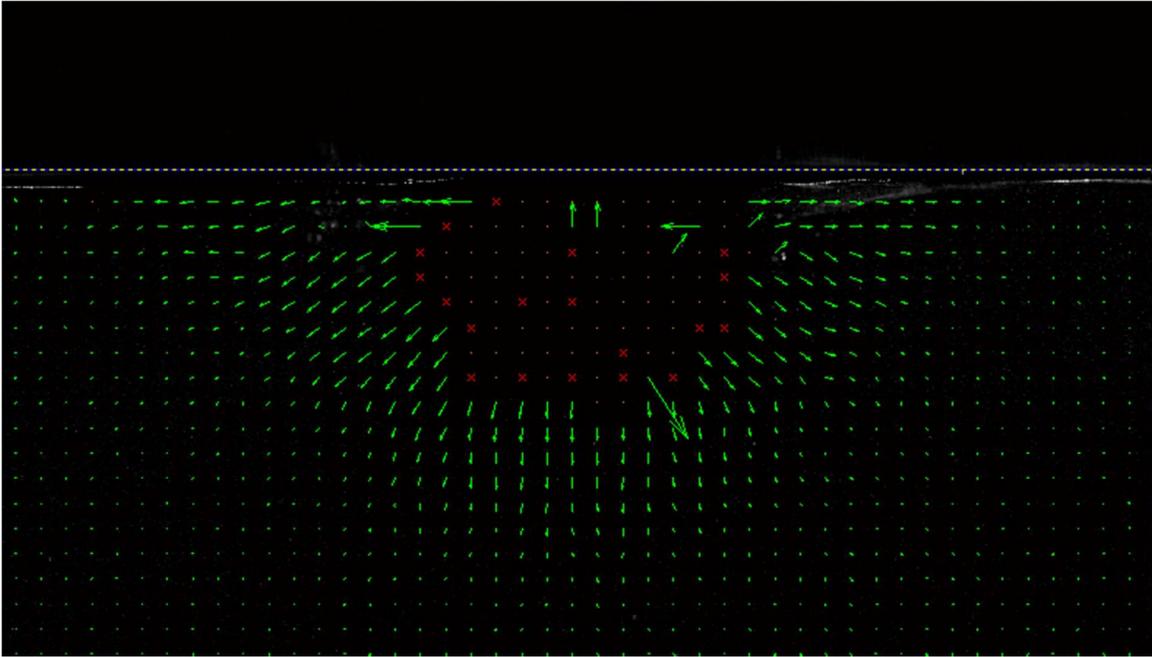


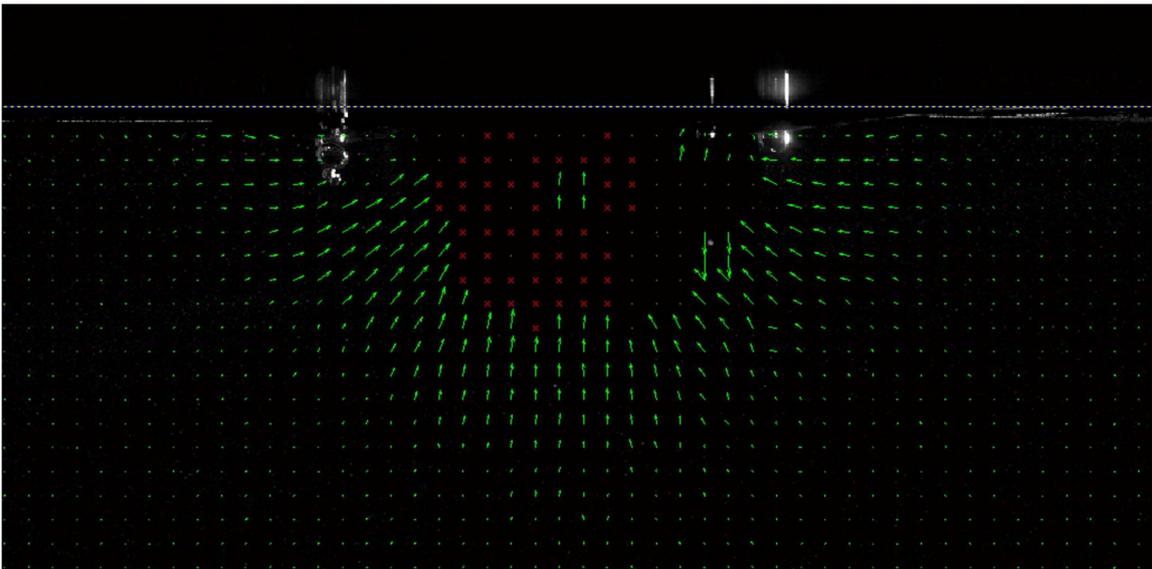
Figura 32 Integral de línea de la velocidad tangencial a lo largo de 30 circunferencias concéntricas en el patrón de giro del Corte Extremo.

A continuación se muestran los campos de velocidades para los cortes F1 y F2. El método de Velocimetría por Imágenes de Partículas sólo permite seguir y medir a las partículas dentro del plano iluminado por la hoja de láser, por lo tanto, sólo es posible medir en los cuadros en los que el vórtice atraviesa la hoja. Saber *a priori* el número de cuadros y cuáles son es imposible. Se muestran aquellos que presentan un cambio significativo de velocidad comparado con el resto de los cuadros. El criterio utilizado fue asignar como imágenes con vórtice a los cuadros con vectores de velocidad tres órdenes de magnitud más grandes promedio de cuadros sin vórtice, que era de 0.0004 m/s.

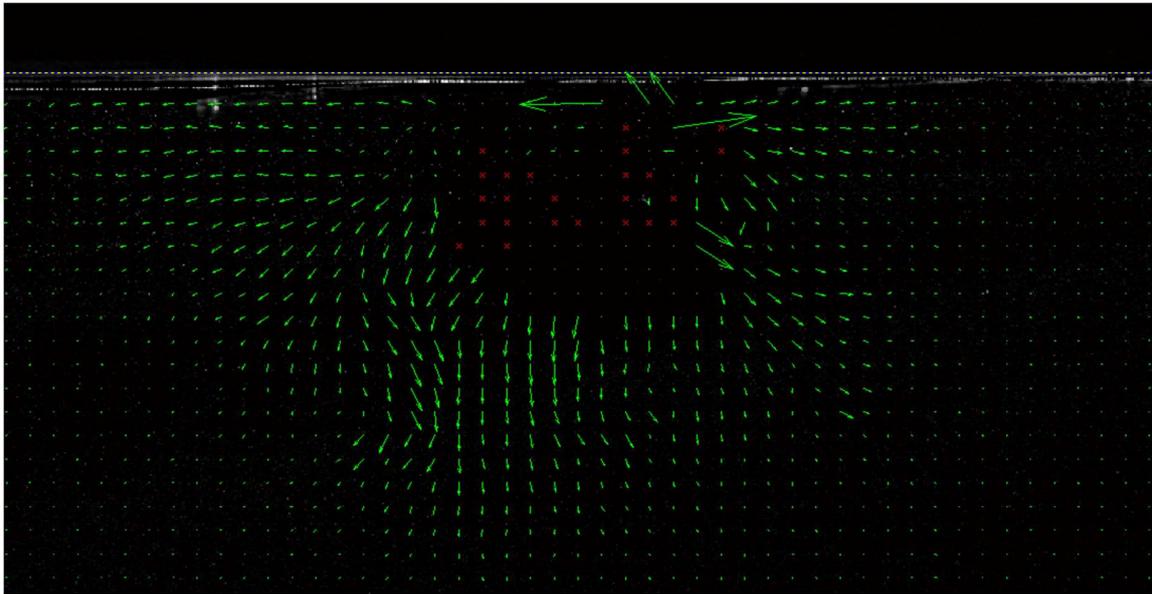
Cronológicamente, el vórtice atraviesa primero el corte F2 y luego el F1.



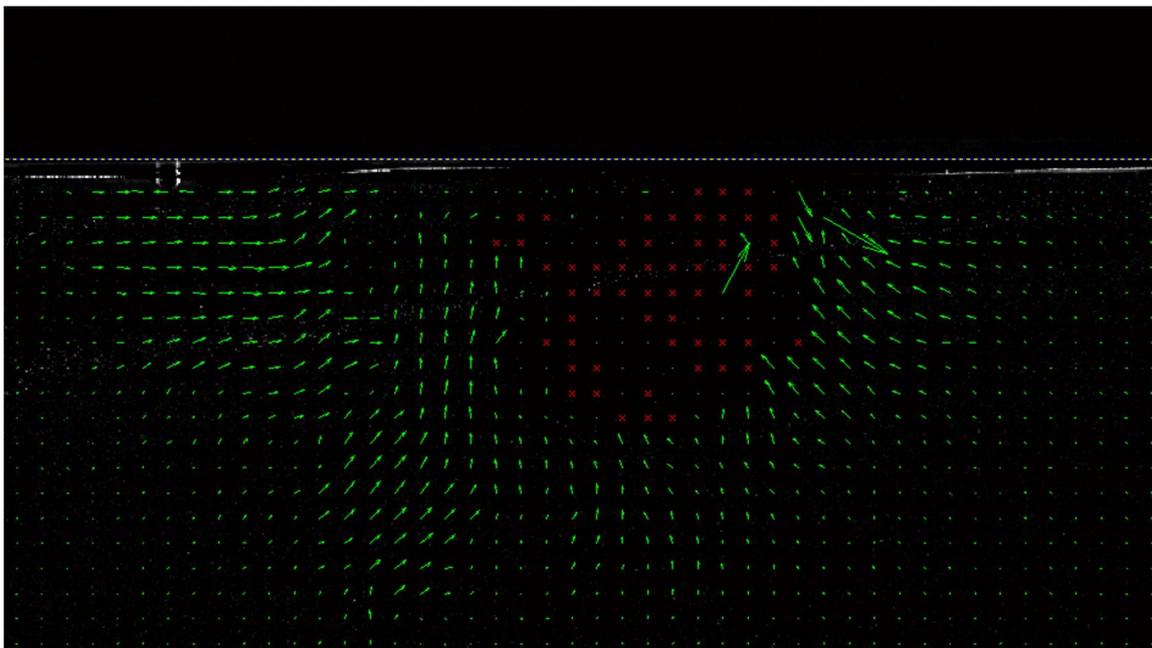
*Figura 33a Campo de velocidades cuando el vórtice atraviesa en plano F2.*



*Figura 33b Campo de velocidades 0.33 segundos después de que el vórtice atravesó el plano F2.*



*Figura 34a Campo de velocidades cuando el vórtice atraviesa en plano F1.*



*Figura 34b Campo de velocidades 0.33 segundos después de que el vórtice atravesó el plano F1.*

La sombra oscura de los cortes sagitales conllevó una gran pérdida de información sobre lo que ocurre en el área que rodea el anillo. Su forma se adapta a la zona que no corresponde al vórtice, pero no es posible saber si los vectores alrededor del área corresponden al vórtice o a su atmósfera. Cuando el vórtice atraviesa en la hoja de luz se ven vectores paralelos a la superficie a ambos lados de la sombra (Figuras 33a y 34a), hacia direcciones contrarias en cada lado. Esto es lo que se esperaría ver en el corte de un vórtice completo ideal. Y no se ve el flujo vertical que sí estaba presente en el Corte Extremo.

Las imágenes de 3.3 segundos (100 cuadros) después de que pasó el vórtice (Figuras 33b y 34b) se han incluido porque los vectores invierten su dirección y se dirigen a la zona de sombra. No se encuentra explicación para lo observado.

Hay resultados cualitativos sobre las pruebas con hielo seco y aceite. En el hielo seco se formaron dos remolinos, uno arriba de cada menisco, mientras duró el movimiento de plano, pero perdían su estructura y se desvanecían cuando el plato se frenaba. No siguieron la trayectoria del vórtice que estaba en el agua y parecen no estar conectados con él. Con esta prueba se descartó la posibilidad de que el medio vórtice tuviera un complemento en el aire. Pese a que el movimiento del agua altera el fluido que está arriba, la densidad del aire no permite que se complete el vórtice.

Con el aceite se pudo visualizar el intercambio de masa entre el fluido superior e inferior. Sin embargo, como ambos están en estado líquido, son necesarias más pruebas para saber si el intercambio es parecido cuando el fluido superior es agua.

## 7 Análisis de resultados

### 7.1 Caracterización del medio vórtice

Se calculó el Número de Reynolds definido por los parámetros de formación del vórtice, es decir, los del plato (Savelsberg, 2000).

$$U = 0.9243 \text{ m/s} \pm 0.0005 \text{ m/s}$$

$$c = 0.02842 \text{ m}$$

$$v = 10.04 \times 10^7 \text{ m}^2/\text{s} \text{ (Nayar y et al, 2016 y Sharqawy y et al, 2010)}$$

$$\mu = 1.002 \times 10^3 \text{ Kg/ms}$$

$$Re_0 \text{ (Calculado)} \approx 1 \times 10^{-2}$$

Lo que indica que el fenómeno estuvo en el régimen laminar durante todo el experimento.

La velocidad traslacional del medio vórtice resulta ser constante, pues su coeficiente de determinación en el ajuste lineal es de 0.9869. Esto significa que el vórtice se comporta como un flujo inviscido, en el cual la viscosidad del fluido no lo afecta en absoluto. Otra evidencia se encuentra en el video de Cowern (2014) en el que el vórtice es capaz de cruzar más de 20 metros e incluso cuando choca contra la pared de la alberca, no se deshace, sino que aumenta exponencialmente su diámetro, lo que se puede ver también en el presente experimento cuando el vórtice alcanza la pared de la pecera. Este es un dato muy importante porque no hay datos en la literatura que registren alguna vez un vórtice completo que se comporte de esta forma, es decir, con un largo tiempo de vida y viajando a una velocidad constante.

Se comparó la velocidad teórica que tendría un vórtice con las dimensiones de este experimento según la ecuación 1.10, de la velocidad traslacional según Taylor (1953). La velocidad traslacional medida en este experimento (0.7351 m/s) es casi el doble de la predicha por Taylor (0.3675 m/s). Una posible explicación es que Taylor no establece si su relación funciona para un vórtice formado por un disco sumergido total o parcialmente, y si es total, entonces el medio vórtice está viajando el doble de la velocidad que el vórtice completo porque tiene que empujar justamente la mitad menos de fluido.

No se pudieron encontrar valores fijos de radio externo ni interno debido a la oscilación del vórtice. El centro del núcleo logra desplazarse hacia abajo hasta 1.72 cm. En las zonas en las que desciende y asciende el vórtice parece perder estructura, como se puede ver en una ampliación del vórtice a su campo de velocidades en la Figura 26. Además, en dichos momentos la vorticidad máxima disminuye, lo mismo que el radio del núcleo medido con  $\omega_{max}/e$ .

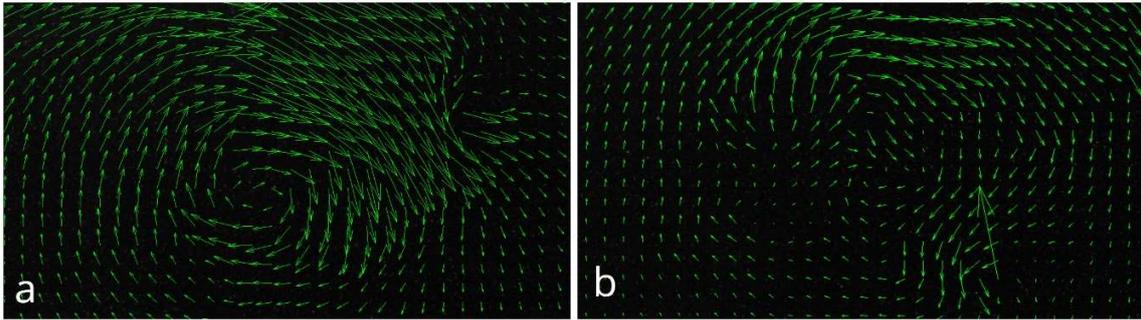


Figura 35 Ampliación del campo de velocidades cuando a) El vórtice mantiene su estructura y b) Cuando el vórtice pierde estructura y se debilita su vorticidad.

Éste es un fenómeno que se presenta en los vórtices completos que se forman al eyectar fluido de toberas con geometrías que no sean circunferencias, especialmente en las elípticas muy excéntricas (Adhikari, 2009). Se puede encontrar más información de este fenómeno bajo el nombre de “Ruptura y reordenamiento de vórtices toroidales”.

Los resultados obtenidos para encontrar el radio del vórtice mediante la circulación máxima y  $\omega_{max}/e$  fueron muy diferentes, siendo los primeros hasta el doble de grandes que los segundos. Debido a que se encontró una relación directamente proporcional entre el valor de la vorticidad máxima y el radio deducido a partir de ésta, la autora considera más confiable dicha medida como el radio del núcleo.

Akhmentov (2009) propuso el concepto de “Circulación total del vórtice” que es calculada a lo largo de una línea de corriente que rodea la atmósfera del vórtice. Es probable que el resultado obtenido en este trabajo sobre la circulación máxima a lo largo de una circunferencia concéntrica a la vorticidad máxima corresponda al radio de la atmósfera del vórtice, pues fue calculada de la manera en que la describe el mencionado autor.

El vórtice tiene tres grados de libertad para oscilar. Se registró su oscilación en el eje  $x$  con el aumento y disminución de su radio. El intervalo de tiempo en el que el vórtice atraviesa la hoja de luz en los cortes F1 y F2 no es suficientemente largo para medir una oscilación en el eje  $y$ , mas es posible observarla en el video de Cowern (2014) y el hecho de que se registraron movimientos verticales en el Corte Extremo sugiere que el núcleo se desplazó fuera del plano (que fue fijado usando como referencia el borde del plato) de tal manera que el patrón elíptico propio del Corte Medio fuera visible desde el Corte Extremo. Esto es muy claro en al comparar las Figuras 18g, 18h, 18i y 19g, 19h, 19i, pues en algunas hay patrón elíptico y otras sólo vectores paralelos a la superficie.

No hay evidencia de que el vórtice oscile con respecto a su plano de traslación pero un perfeccionamiento en la técnica de pintura fluorescente podría mostrar evidencia de ello.

Esta oscilación se presenta también en los vórtices completos elípticos (Dhanak y De Bernardinis, 1980, Adhikari, 2009)

## 7.2 Conservación de circulación

Según el Teorema de conservación de circulación de Kelvin (ecuación 1.6) la circulación se habrá de conservar en el tiempo en un circuito cerrado. En el vórtice completo podemos encontrar dos líneas cerradas: La circunferencia que rodea el núcleo del vórtice y la que describe la forma de anillo circular del toroide, sin embargo, en el medio vórtice sólo podemos encontrar una. Una interrogante de este trabajo es evaluar si la circulación se conserva a lo largo de la media circunferencia.

Se puede ver en la Figura 29 que no hay conservación de circulación en el Corte Cero a lo largo del tiempo. Pero se aprecia claramente que la tendencia del radio del vórtice y la circulación es muy parecida, por lo que se puede atribuir a la oscilación que presenta el fenómeno.

Sin embargo, la gran interrogante es si la circulación se conserva a lo largo del medio anillo y si es un proceso relevante para que el vórtice se comporte como un flujo inviscido. Sin embargo, con el arreglo experimental actual no fue posible medir la circulación a lo largo de curvas que no fueran circunferencias, por lo que los datos de circulación en otros planos, aunque diferentes para cada plano, no indican que no se esté conservando la circulación a lo largo del medio anillo.

## 7.3 Sobre el vórtice formado por el rompimiento de la ola

En la siguiente Figura 27 se pueden comparar los campos de velocidades para a) la ola (Pizzo, 2013) y b) el medio vórtice aislado producido por un plato en dos instantes diferentes. Se observa concordancia entre ambos campos de velocidades.

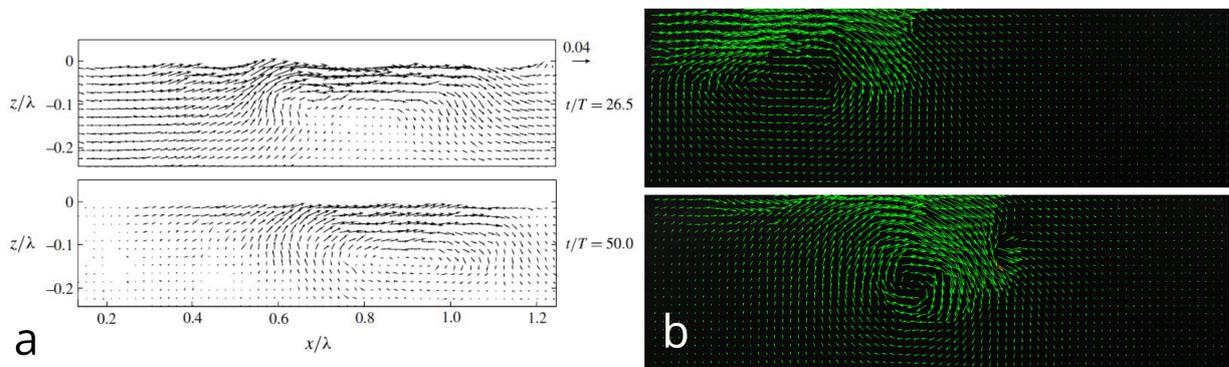


Figura 36 Comparación de los campos de velocidades de a) Pizzo y Melville, 2013 y b) el presente experimento.

El hecho de que los medios vórtices se formen en la ruptura de una ola con la implicación de que tienen un tiempo de vida más largo que la ola que los produce y que pueden viajar largas distancias a una velocidad constante es un indicador de que podrían tener un papel muy importante en el transporte de momento y la producción de turbulencia en el océano, por lo que deberá tomarse en cuenta dentro de la cadena de los procesos inducidos por el viento.

## 8 Conclusiones

Se pudo comprobar la formación de un medio vórtice con una caída de agua que simula el rompimiento de una ola. Sin embargo, con este dispositivo se producían otros fenómenos simultáneamente, que hicieron difícil el aislamiento del fenómeno para su estudio. Se diseñó entonces dispositivo con un motor a pasos que mueve un plato parcialmente sumergido en agua en un movimiento semicircular. Se encontró que el medio vórtice, a diferencia de un vórtice toroidal completo, viaja a velocidad constante y puede recorrer grandes distancias como si fuera un fenómeno inviscido.

Se encontró también que el medio vórtice, a pesar de ser semi-circular en su formación, oscila hacia una semi-elipse durante su trayectoria. Por lo tanto, se obtuvieron datos de radio del vórtice y resultó no ser constante. Se calculó la circulación en el tiempo a lo largo del Corte Cero encontrándose un comportamiento oscilatorio similar al del radio del vórtice.

El radio del núcleo se midió de dos maneras, la primera y que la autora de este trabajo considera que corresponde al radio del vórtice fue asignar como parte del núcleo todos los valores de vorticidad iguales o mayores a la vorticidad máxima dividida entre la constante  $e$ . El segundo método, midiendo el radio del núcleo desde el máximo de la vorticidad hasta la circunferencia concéntrica de mayor circulación, es considerado una medida aproximada del radio del vórtice y su atmósfera circundante.

Debido a que la metodología del cálculo de la circulación sólo permitió trazar circunferencias, no fue posible medir la circulación trazando una curva cerrada que rodeara lo que pertenece al vórtice en los cortes CM y CE. Las medidas de circulación para estos cortes no corresponden a curvas cerradas alrededor del vórtice, sino de circunferencias alrededor de los patrones de elipse. Se encontraron valores diferentes pero esto no indica que la circulación no se esté conservando a lo largo del medio anillo.

Los cortes F1 y F2 no resultaron útiles para medir la oscilación del vórtice ni su circulación a lo largo del medio anillo debido a una sombra de origen desconocido en los resultados de las grabaciones de PIV.

Se realizaron experimentos con hielo seco y aceite para visualizar el comportamiento del fluido en la interfaz aire-agua. Los resultados fueron cualitativos pero dan información parcial sobre el intercambio de masa entre los fluidos sub y supra yacentes. Se requiere un arreglo experimental distinto para cuantificar dicho intercambio.

Este trabajo es una prueba de que el medio vórtice y el flujo provocado por el rompimiento de una ola tienen campos de velocidades parecidos. Sin embargo, es necesario caracterizar el flujo del rompimiento mediante trazadores para visualizar claramente la figura semi-toroidal. De momento se comprobó que la entrada de agua mediante una caída controlada genera un patrón muy similar al Corte Cero y también dos sombras de los meniscos característicos del medio vórtice.

Se logró caracterizar experimentalmente al medio vórtice toroidal en términos de su radio, circulación, campos de velocidades y radio del vórtice y su atmósfera, siendo éste el primer registro bibliográfico al respecto.

## 9 Trabajo a futuro

- Modificar el arreglo experimental de manera que los Cortes Medio y Extremo no sean paralelos al Corte Cero, sino que se adapten al patrón circular que tendría un flujo alrededor de un medio vórtice ideal. Esto requiere un tanque de agua de dimensiones mayores y de ser posible, con un montaje que permita rotar los sistemas de iluminación y grabación.
- Caracterizar la frecuencia de la oscilación del medio vórtice y determinar si se conserva la circulación y si esta oscilación es la que permite que el vórtice sea estable en distancias largas.
- Hacer estudios sobre la estabilidad del medio vórtice para perfeccionar el arreglo experimental y poder comprobar la repetibilidad del dispositivo creador de vórtices.
- Visualizar en otros planos al flujo creado por Pizzo y Melville (2013) para demostrar experimentalmente que el medio vórtice y la ruptura de una ola son equivalentes.

## Referencias

- Adhikari, D. (2009), *Some experimental studies on vortex ring formation and interaction* (Tesis de Maestría), Universidad Nacional de Singapur.
- Akhmetov, D. G. (2009), *Vortex Rings*, primera edición, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Anton, L. (1939), *Formation of a vortex at the edge of a plate*, Göttingen Dissertation, Ingenieur-Archiv, 10. Traducido del original *Ausbildung eines Wirbels an der Knte einer Platte* por el National Advisory Committee for Aeronautics.
- Barbosa, L. (2012), *Fluid around an idealized vortex ring*, imagen de dominio público obtenida de [https://en.wikipedia.org/wiki/Vortex\\_ring](https://en.wikipedia.org/wiki/Vortex_ring)
- Barja, J. y Fiaschetti, L (2015), *Una herramienta integral para el procesamiento de Velocimetría por Imágenes de Partículas aplicado a problemas de Fuidodinámica*, Trabajo final de la carrera de grado, Universidad del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina.
- Cowern, D. [Physics Girl] (2014, 22 de Noviembre), *Crazy pool vortex*, obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=pnbJEg9r1o8>
- Dhanak, M. R. y De Bernardinis, B. (1980), *The evolution of an elliptic vortex ring*, J. Fluid Mech., 109, 189-216.
- Didden, N. (1979), *On Formation of Vortex Ring: Rolling-up and Production of Circulation*, Journal of Applied Mathematics and Physics, 30, 101-116.
- Garcia, D. (2011), *A fast all-in-one method for automated post-processing of PIV data*. *Experiments in Fluids*, Springer-Verlag, 50, 1247-1259
- Gharib, M., Rambod, E. y Shariff, K. (1998), *An universal time scale for vortex ring formation*, J. Fluid Mech. 360, 121–140.
- Helmholtz, H. (1858), *On the integrals of the Hydrodynamic Equations that Correspond to Vortex Motions*, J. Reine Angew. Math. 55, 25–55. Traducción del original *Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen*.
- Hughes, C. W. y Miller, P. I. (2017), *Rapid Water Transport by Long-Lasting Modon Eddy Pairs in the Southern Midlatitude Oceans*, Geophysical Research Letters, 44.
- Kelvin, Lord (1868), *On vortex motion*, Trans. Royal Soc. Edinburgh, 25, 217-260.
- Lamb, H. (1932) *Hydrodynamics*, 6ta. Edición, Cambridge University Press.
- Melville, W. K. (1996), *The role of wave breaking in air–sea interaction*. Annu. Rev. Fluid Mech., 28, 279–321.

- Nayar, K. G., Sharqawy, M. H. y Lienhard, J. V. (2016), *Thermophysical properties of seawater: A review and new correlations that include pressure dependence*," Desalination, 390, 1-24.
- Peregrine, D. H. (1997), *Surf Zone Currents*, Theoret. Comput. Fluid Dynamics, 10, 295-309.
- Peregrine, D. H. (1999) *Large-scale vorticity generation by breakers in shallow and deep water*. Eur. J. Mech. (B/Fluids) 18 (3), 403–408.
- Pizzo, N. E. y Melville, W. K. (2013) *Vortex generation by deep-water breaking waves*. J. Fluid Mech. 734, 198–218.
- Pizzo, N. E., Deike, L. y Melville, W. K. (2013), *Current generation by deep-water breaking waves*, j. Fluid Mech., 803, 275-291.
- Raffel, M., Willert, C., Wereley, S. y Kompenhans, J. (2007), *Particle Image Velocimetry*, segunda edición, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Rapp, R. J. y Melville, W. K. (1990), *Laboratory measurements of deep-water breaking waves*, Phil. Trans. R. Soc. Lon., 303, 735-800.
- Rosenfeld, M., Katija, K. y Dabari, J. (2009), *Circulation Generation and Vortex Ring Formation by Conic Nozzles*, Journal of Fluids Engineering, 131, 1-7.
- Sallet, D. W. (1975), *Impulsive motion of a circular disk which causes a vortex ring*. Phys. Fluids, 18, 109-111.
- Savelsberg, R. (2000), *Free surface evolution of half vortex rings* (Tesis de Maestría), Universidad Técnica de Eindhoven.
- Sharqawy, M. H, Lienhard, J. V y Zubair, S. M. (2010), *Thermophysical properties of seawater: A review of existing correlations and data*, Desalination and Water Treatment, 16, 354-380.
- Smits, A. y Jim, T. (2012), *Flow visualization, Techniques and Examples*, segunda edición, Imperial College Press, Londres.
- Taylor, G. I. (1953) *Formation of a vortex ring by giving an impulse to a circular disk and then dissolving it away*. J. Appl. Phys. 24 (1), 104.
- Thielicke, W. y Stamhuis, E.J. (2014). *PIVlab – Towards User-friendly, Affordable and Accurate Digital Particle Image Velocimetry in MATLAB*. Journal of Open Research Software 2(1):e30.
- Thielicke, W. & Stamhuis, E.J. (2014): *PIVlab - Time-Resolved Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB (version: 2.00)*.
- Thielicke, W. (2014): *The Flapping Flight of Birds - Analysis and Application*. (Tesis de Doctorado) Universidad de Groninga.

Velasco-Fuentes, O. U. (2007), *On the topology of vortex lines and tubes*, J. . Fluid Mech., 584, 147–156.