

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Decalcomanía Interpretación de una técnica de pintura con Mecánica de Fluidos

TESIS Que para obtener el título de Ingeniero Mecánico

PRESENTA

Roberto Isaac Farias Vazquez

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Roberto Zenit Camacho



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

El cientifico no estudia la naturaleza porque le resulte útil hacerlo, la estudia porque le da placer y le da placer porque es bella. Si la naturaleza no fuera bella no valdría la pena conocerla y la vida no valdría la pena vivirse

Henri Poincaré

Agradecimientos

A mis padres Nelly y Roberto, por haber sido una fuente infinita de apoyo, cariño e inspiración durante toda mi vida y por todo el esfuerzo y sacrificios que han hecho por mi.

A mi hermana Montse, por su cariño y paciencia.

A mi abuelito Pedro, que ha sido un símbolo de fuerza y sabiduría para mi.

A todos mis familiares y amigos que me han brindado su apoyo y me han hecho la persona que soy hoy en día.

A la UNAM y a la Facultad de Ingeniería por todas las posibilidades que me brindó y por todas las increíbles personas que conocí en sus aulas.

A mi asesor el Dr. Roberto Zenit por darme un lugar en su grupo de trabajo y en su laboratorio, así como por el apoyo que me brindó durante el desarrollo de este trabajo.

Resumen

En este trabajo se estudia la inestabilidad hidrodinámica de Saffman-Taylor, responsable de los patrones que se forman con la técnica de pintura *decalcomanía* usada por algunos artistas surrealistas, entre ellos Remedios Varo. Para empezar, se hace un estudio de la inestabilidad y se relaciona con la técnica de pintura. Se diseñó y ensambló un dispositivo que recrea la técnica de pintura y donde se pueden variar diferentes parámetros de una manera controlada. Se realizaron cuatro series experimentales para tres fluidos con diferentes comportamientos (elásticos y adelgazantes) y propiedades. Por medio de los resultados obtenidos de las series experimentales se obtuvieron relaciones entre los patrones obtenidos y los parámetros que controlan cada experimento además de las propiedades de cada fluido.

Índice general

1.	Decalcomanía y Remedios Varo	1	
	1.1. Los primeros años	1	
	1.2. El exilio mexicano	4	
	1.3. La decalcomanía	4	
	1.4. La técnica de Remedios Varo	6	
2.	Mecánica de fluidos	11	
	2.1. La mecánica	11	
	2.2. La mecánica de fluidos	11	
	2.3. Reología	16	
	2.4. Inestabilidad de Saffman Taylor	21	
3.	Desarrollo experimental	29	
	3.1. Fluidos utilizados y su caracterización reológica	29	
	3.2. Arreglo experimental	35	
	3.3. Experimentación	39	
4.	Resultados	43	
	4.1. Imágenes	43	
	4.2. Dedos viscosos	47	
	4.3. Influencia del gradiente de separación y la razón de aspecto	47	
	4.4. Decalcomanía en las pinturas de Remedios Varo	47	
5.	Conclusiones	53	
Referencias			

Capítulo 1

Decalcomanía y Remedios Varo

Remedios Varo creía en la magia. Profundamente supersticiosa y muy en armonía con la naturaleza, profesaba una creencia mística en las fuerzas que están más allá de nosotros y que influyen en los acontecimientos y los dirigen" [1]. Son las palabras que usa Kaplan para describir a Remedios, cuyas obras se encuentran llenas de elementos de fantasía, de alquimia y cualquier otra cosa que parece fuera del entendimiento de la física.

El objetivo de este capítulo es situar a Remedios Varo dentro del contexto de este trabajo. Se habla sobre su vida, obra y la *decalcomanía*: técnica de pintura de la que hacía mucho uso y esta presente en algunas de sus obras más reconocidas. Toda la información de este capítulo se puede encontrar en [1] a menos de que se indique lo contrario.

1.1. Los primeros años

María de los Remedios Varo y Uranga (figura 1.1), nació el 16 de diciembre de 1908 en Anglés, un pequeño pueblo de Gerona, España, la segunda de tres hijos, hija de Rodrigo Varo y Cejalvo e Ignacia Uranga Bergareche. Desde pequeña el padre de Remedios le fomentó la formación artística y el uso de las herramientas de dibujo como la regla y la escuadra. Dado que su familia notó inmediatamente un talento innato en Remedios, la inscribieron a los doce años a la Escuela de Artes y Oficios y eventualmente a la Escuela de Bellas Artes de Madrid, la escuela mas prestigiosa de arte donde Salvador Dalí fue uno de sus compañeros. En la Escuela de Bellas Artes conoció a Gerardo Lizarraga con quién se casaría y se iría a París tan pronto recibieron su título de la Escuela de Bellas Artes, aunque no permanecerían ahí por mucho tiempo.

1.1.1. Barcelona

En 1932, tan solo dos años después de haber emigrado a Francia, Varo y Lizarraga volvieron a España solo que esta vez a Barcelona, la que se consideraba *el París de España*. Fue durante este periodo que Varo desarrolló sus primeras pinturas con claras influencias surrealistas que era una característica de su grupo de amigos, en los que se incluía Oscar Dominguez, por el cual Remedios conocería mas tarde a André Breton, el capitán del surrealismo y a Benjamin Péret, un poeta surrealista y próximo marido de Remedios Varo.



Figura 1.1: Remedios Varo y Benjamin Peret en México, 1941

Oscar Dominguez era parte del círculo surrealista de París ya que viajaba constantemente entre Barcelona y París. En 1936 organizó una exposición en Tenerife a la cual asistió Péret y decidió quedarse en Barcelona al haber caído enamorado de Varo. Dados los conflictos políticos durante esos años en España y por las afiliaciones políticas de Péret, en 1937 regresó a París a donde lo acompañaría Varo.

1.1.2. El surrealismo y Marsella

Una vez que Varo se mudó a París, su acercamiento a la puesta surrealista fue muy clara ya que Péret era amigo cercano de Breton y los demás surrealistas, durante esta época fue que Remedios Varo recibió mas influencia de sus compañeros. En las obras que realizó en esta época se ven influencias de sus compañeros aunque aún no tiene un estilo definido y su obra no había madurado completamente, experimenta con diferentes técnicas. En la obra marionetas vege*tales* (fig. 1.2) la técnica principal fue el goteo o *dripping* mientras que en la obra *las almas de los montes* (fig. 1.3) utiliza la técnica surrealista *fumage*. Sin embargo, al estallar la segunda guerra mundial, y por las afiliaciones políticas de Péret y su relación con Varo arrestaron a ambos. No hay información documentada de cuánto tiempo ni donde estuvo presa Remedios; sin embargo, una vez fuera viajo hacia Marsella donde se reunió con sus amigos y viejos conocidos como Lizarraga y Oscar Dominguez y a donde llegó Péret tiempo despúes, luego de haber sobornado a unos oficiales alemanes. Este grupo permaneció algun tiempo junto hasta que Remedios Varo y Péret lograron viajar hacia México.



Figura 1.2: Marionetas vegetales (1938, Museo de Arte Moderno, Óleo y parafina sobre Triplay)



Figura 1.3: Las almas de los montes (1938, Museo de Arte Moderno, Óleo sobre Triplay)

1.2. El exilio mexicano

A finales de 1941 Remedios Varo llegó a México escapando de la constante lucha primero con la revolución en España, y con la segunda guerra mundial, esperando encontrar un poco de tranquilidad. Llegó a un México donde el muralismo era la vertiente artística mas importante desde los años veintes con reconocidos artistas revolucionarios como Diego Rivera y José Clemente Orozco. Dadas las diferencias artísticas y culturales establecidas en México, la mayoría de artistas que habían inmigrado a causa de los conflictos europeos se mantuvieron alejados de los artistas locales y se mantenían en grupo, de nuevo, Varo mantenía una constante relación con viejos amigos y conocidos como Leonora Carrington quien se volvería una íntima amiga de Varo y gran fuente de inspiración para sus obras, ya que parecían ser la únicas personas que se con quienes se entendían completamente. *La presencia de Remedios en México cambió mi vida*, comentó en alguna ocasión Leonora Carrington.

Aunque la época mas productiva y de mayor reconocimiento de Remedios fue en México, no fue hasta 1955, catorce años después de su llegada al país, que exhibió sus primeras obras. La razón de puede ser debido a que no tenía tiempo para dedicarse a sus pinturas ya que aceptaba practicamente cualquier trabajo para dejar la vida precaria que llevaba junto con Péret, el cuál regresó a París en 1947 sin Remedios ya que se negaba a volver a su vida parisina, *..llegué a México buscando la paz... En este país encontré la tranquilidad que siempre había buscado.* Remedios trabajaba creando la publicidad para la casa Bayer donde se vislumbraba un estilo más definido, maduro y que sería mas consistente en sus obras posteriores.

1.3. La decalcomanía

Originalmente, se denominó decalcomanía a la acción de transferir diseños por medio de un papel especial a cerámica o vidrio. Entre los años de 1934 y 1936 Oscar Dominguez estrenó su nueva técnica entre el grupo surrealista de Breton, la cuál probablemente descubrió por accidente y que Breton bautizó como *decalcomanía sin objeto concebido* o bien *decalcomanía del deseo* la cual consistía en extender pintura viscosa en un pedazo de papel para luego presionarlo contra el lienzo y separarlo antes de que se secara la pintura dejando una representación fruto del azar, y más natural como pensaba Dominguez, *libera seres que brillan con el ardor de un colibrí y poseen una textura tan bien entramada como sus nidos.* Oscar Dominguez utilizaba la decalcomanía principalmente con *goauche* que es un tipo de pintura parecida a la acuarela (fig. 1.4).



Figura 1.4: Oscar Dominguez, *Sin título* (1936, MoMA, gouache sobre Papel)

En la figura 1.5 se muestra un patrón al utilizar la decalcomanía, se puede apreciar que se forman distintos tipos de dedos, algunos son largos y angostos, mientras que otros son más pequeños y se ramifican en dedos aún más pequeños. La forma de cada dedo depende de los parámetros físicos de la técnica del artista.



Figura 1.5: Oscar Dominguez, *Sin título* (Detalle) (1936, MoMA, gouache sobre Papel)

Otros surrealistas también adoptaron la técnica, como es el caso de Max Ernst que usaba aceites en lugar del *goauche* (fig. 1.6).



Figura 1.6: Max Ernst, *Europe after the rain II* (Detalle), (1940-1942, Wadsworth Atheneum, aceite sobre lona)

1.4. La técnica de Remedios Varo

El surrealismo ortodoxo de Breton y su grupo de surrealistas tenía algunos dogmas básicos, su arte se basaba en al automatismo psíquico que según lo definió Breton en su *Manifiesto del surrealismo* (1924) es una manera de *expresar verbalmente, por escrito o de cualquier otro modo, el funcionamiento real del pensamiento. Es un dictado del pensamiento, sin la intervención reguladora de la razón, ajeno a toda preocupación estética o moral.*

De acuerdo a este dogma los surrealistas le daban un aspecto fortuito y azaroso a sus obras, Dominguez con la decalcomanía, extraía las imágenes de las manchas que la decalcomanía sugería.

Sin embargo, en los últimos años, Remedios se había separado un poco de la identificación surrealista. Cuando un reportero le preguntó si al comenzar un cuadro ya sabía que forma iba a tomar o si era un proceso espontáneo que se desarrollaba automáticamente, a lo que Varo contestó: *Sí, lo visualizo antes de comenzar a pintar y trato de ajustarlo a la imagen que me he formado*. Tales diferencias hacían que las obras de Remedios fueran mucho más detalladas que las de sus compañeros surrealistas. En algunas de sus obras Remedios se llevaba algunos meses, ya que sus obras estaban tan llenas de detalles y a diferencia de Oscar Dominguez, adaptaba la decalcomanía para darle aspectos más naturales a ciertos elementos de sus obras. En *Roulette* (fig. 1.7), Varo hace uso de la decal-

comanía para el suelo del bosque y dar una representación, fruto del azar, de un suelo cubierto de musgo.

En la obra *música solar* (fig. 1.8) de nuevo hace uso de la decalcomanía para darle textura a la corteza de los árboles, ejemplos como en estas obras pueden ser descubiertos en muchas de sus obras en el periodo de 1955 a 1963, año en que falleció la pintora a causa de un ataque cardiaco.

Dado lo detallista que era Varo es seguro suponer que era muy cuidadosa con las técnicas y herramientas que utilizaba, incluida la decalcomanía.

1.4.1. La técnica desde otra perspectiva

Si bien es probable que Remedios Varo jamás fue consciente de las implicaciones físicas y mecánicas que tenía cada movimiento y técnica de los que hacía uso durante el desarrollo de sus obras, definitivamente debía de contar con un conocimiento empírico sobre como utilizarlas y que los resultados obtenía. En esta tesis se argumenta que los patrones que surgen de la decalcomanía son resultado de una inestabilidad hidrodinámica y estos patrones no son tan azarosos despúes de todo, sino que dependen de los materiales que utilizaba al pintar, del sustrato mismo y por supuesto de la técnica, la presión que ejercía sobre el lienzo con el papel lleno de pintura y la velocidad a la que los despegaba, todas estas circunstancias originan aquellas *estrias* que daban vida a los árboles o al follaje de sus pinturas.

Tener conocimiento sobre todos estos fenómenos provee a los artistas actuales con nuevos recursos, mientras que permite a la mecánica de fluidos explorar mas profundamente estos mecanismos y extrapolarlos a estudios ingenieriles. En la ingeniería, el estudio de la formación de dedos viscosos ha sido de especial interés para la ingeniería petrolera desde hace algunos años [2]. Algunos métodos para la extracción de petróleo consisten en inyectar un fluido que desplace al petróleo lo que origina la formación de dedos viscosos en la interfaz haciendo el proceso menos eficiente. Para el estudio en la mecánica de la adhesión también se ha estudiado el crecimiento de dedos viscosos y el rol que tiene en los procesos de desprendimiento como la relación entre la formacion de dedos y la fuerza de desprendimiento [3, 4].



Figura 1.7: Roulette (1955, Museo de Arte Moderno, óleo sobre masonite)



Figura 1.8: Música solar (1955, Museo de Arte Moderno, óleo sobre masonite)

Capítulo 2

Mecánica de fluidos

Hay una región donde conviven el qué con el cómo, lo real con lo imaginario, el arte con la ciencia.....Y hablo de antagonismos porque se dice y se escucha que el arte y la ciencia son alternativas antagónicas en la búsqueda de la verdad...[5]. La creación de una obra artística requiere la manipulación de materiales por medio de métodos mecánicos. El objetivo de este capítulo es retomar los conceptos fundamentales de la mecánica para darle un sentido más físico a la técnica de decalcomanía.

2.1. La mecánica

La mecánica se puede definir como la parte de la física que describe y predice las condiciones de reposo y movimiento de un cuerpo bajo la acción de fuerzas [6]. La fuerza es uno de los cuatro conceptos básicos (junto con la masa, el espacio y el tiempo) para el estudio de la mecánica, que aunque no pueden ser definidos con exactitud, se aceptan y utilizan en base a la experiencia [6]. Siendo así, la fuerza es la interacción de un cuerpo sobre otro ya sea por contacto o a distancia. Hoy en día el estudio de la mecánica sigue estando fundamentado en las tres leyes fundamentales formuladas por Isaac Newton en el siglo XVII, las cuales relacionan las fuerzas y el comportamiento dinámico de un objeto.

2.2. La mecánica de fluidos

La mécanica newtoniana, la cual es suficiente para estudiar el comportamiento dinámico en partículas y cuerpos rígidos no es apropiada directamente para estudiar el comportamiento dinámico de los fluidos. Es por eso que tenemos la mecánica de fluidos, que estudia la física involucrada en el flujo de los fluidos.La astrofísica, meteorología, oceanografía, aerodinámica, hidrodinámica, lubricación, ingeniería marina, turbomaquinaria, ingenieria de yacimientos e ingeniería de la combustión, son algunos de los campos donde la mecánica de fluidos se emplea [7]. Entendemos como fluido a una sustancia que se deforma constantemente bajo la aplicación de un esfuerzo cortante tangencial por mas pequeño que este esfuerzo pueda ser [8].

2.2.1. Esfuerzo y deformación

Se mencionó previamente que un cuerpo que esta sometido a la acción de fuerzas externas puede estar en equilibrio si la suma de estas fuerzas es igual a cero, o puede cambiar su estado dinámico si es diferente de cero. Si bien la suma de fuerzas externas aplicadas a un cuerpo pueden ser cero, estas someten al cuerpo a una carga que lo puede deformar y provoca fuerzas de reacción dentro del material, por lo tanto si una fuerza externa es aplicada de manera uniforme sobre un cuerpo, fuerzas internas reaccionarán distribuidas uniformemente a lo que se le conoce como un esfuerzo normal o directo [9]:

$$\sigma = \frac{P}{A} \tag{2.1}$$

donde σ es el esfuerzo, *P* es la fuerza o carga y *A* es el área donde esta distribuida uniformemente la carga. El esfuerzo normal σ se presenta cuando la carga es perpendicular a la superficie sobre la que es aplicada, en caso de que sea tangencial, como se muestra en la figura 2.1 se presenta un esfuerzo cortante y se representa con τ .

$$\tau = \frac{Q}{A} \tag{2.2}$$

donde Q es la carga en cortante y A la superficie que resiste el cortante. Un cuerpo elástico sometido a una carga y por lo tanto a un esfuerzo normal puede deformarse, esta deformación se expresa como:

$$\epsilon = \frac{\delta L}{L} \tag{2.3}$$

donde δL es el cambio de longitud que ha experimentado el cuerpo y L es la longitud original del cuerpo y ϵ es la deformación unitaria. Para los sólidos se puede relacionar el esfuerzo normal con la deformación que este produce en el cuerpo, mediante la ley de Hooke [9].

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \tag{2.4}$$

donde *E* es el módulo de Young o módulo de elasticidad el cual es una propiedad de cada material. Para los esfuerzos cortantes se puede obtener una relación similar.

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \tag{2.5}$$

donde *G* es el módulo de rigidez a corte y γ es la deformación cortante.

2.2.2. La viscosidad

En un sólido los esfuerzos surgen cuando el material se deforma elásticamente, y el esfuerzo cortante surge a partir de un flujo viscoso, por lo tanto decimos que los sólidos son elásticos y los fluidos son viscosos [8].



Figura 2.1: Esfuerzo normal y esfuerzo cortante



Figura 2.2: Flujo cortante simple

Considerando un fluido entre dos placas infinitas como se ilustra en la figura 2.2 donde la placa de arriba se desplaza constantemente a una velocidad δu por la acción de una fuerza δF , si la deformación del fluido es muy pequeña, la tasa de deformación $\dot{\gamma}$ se puede expresar como:

$$\dot{\gamma} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{du}{dy}$$

Como mencionó previamente, un fluido se deforma constantemente (está sometido a una tasa de deformación) bajo la acción de un esfuerzo cortante tangencial τ , entonces ¿Cómo se relaciona la tasa de deformación con el esfuerzo? Si la tasa de deformación es directamente proporcional a el esfuerzo aplicado, se conoce como fluido newtoniano.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \tag{2.6}$$

A esta expresión se le conoce como la ley de viscosidad de Newton, dónde μ es la viscosidad, que es la facilidad con la que se mueve un fluido debido a sus fuerzas de rozamiento internas [7].



Figura 2.3: a)Esfuerzo comparado con la tasa de deformación de algunos fluidos, b)Viscosidad comparado con la tasa de deformación de algunos fluidos.

2.2.3. Fluidos no newtonianos

Como ya se mencionó, todos los fluidos que cumplen con la ley de viscosidad de Newton (ver ecuación (2.6)) son conocidos como fluidos newtonianos, como el agua, la miel, entre otros. Entonces, los fluidos cuya relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación no es lineal, serán fluidos no newtonianos (ver fig. 2.3). La relevancia de los fluidos no newtionanos en este trabajo viene de que las pinturas pueden ser fluidos no newtonianos, así como muchos otros fluidos relevantes en la ingeniería. Un fluido adelgazante, por ejemplo, es aquel cuya viscosidad disminuye cuando la tasa de deformación aumenta, como la pasta de dientes, que aparentemente se mantiene inmóvil dentro del tubo y fluye fácilmente cuando se aprieta [10].

En el caso de la pasta de dientes, aunque tiene un comportamiento adelgazante, la disminución de la viscosidad es prácticamente instanteána por lo que se le conoce como un plástico de Bingham, mientras que en la mayoría de los fluidos adelgazantes el cambio de viscosidad es en más lento.

2.2.4. Las ecuaciones de Navier-Stokes

Existen dos formas de describir el movimiento de una partícula, la primera de ellas, llamada lagrangiana, consiste en fijar la atención en una partícula [7]. Esta forma es la que utiliza la mecánica newtoniana para describir el movimiento de curpos sólidos, sin embargo para la mecánica de fluidos es más conveniente fijar la atención en un punto en el espacio y medir las propiedades de las partículas que pasen por ese punto, a esta forma se le llama euleriana [7].

Tomando esto en cuenta, Navier y Stokes, a partir de la ley de conservación de momentum, la ley de conservación de la masa y una relación entre los esfuerzos y los cambios de velocidad, desarrollaron una teoría para describir el comportamiento de los fluidos newtonianos, a la que se le conoce como las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\rho(\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \nabla \vec{v})) = -\nabla P + (\lambda + \mu)\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{v}) + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{g}$$
(2.7)

donde ρ es la densidad del fluido, \vec{v} es la velocidad en tres dimensiones, P es la presión, λ es el coeficiente de viscosidad volumétrico, μ es el coeficiente de viscosidad cortante, \vec{g} es el campo de graved y ∇ es el operador derivada en tres dimensiones.

Estas ecuaciones, junto con la ecuación de conservación de la energía y la ecuación de conservación de la masa no se pueden resolver con método analíticos tradicionales debido a que son no lineales, en general. Si se considera que el flujo es incompresible la escuaciones de Navier-Stokes se reducen a la siguiente expresión:

$$\rho(\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \nabla \vec{v})) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{g}$$
(2.8)

Estas siguen careciendo de una solución analítica general.

2.2.5. Análisis dimensional y similitud

Como se mencionó previamente, la fuerza junto con la masa, el tiempo y el espacio son los conceptos básicos para el estudio de la mecánica, y se miden con ciertas cantidades o unidades básicas que les dan un sentido físico, además, si se incluye la temperatura, la combinación de estas unidades básicas sirve para expresar todas las demás unidades de variables físicas [7].

La dimensión es el tipo de variable que puede medirse [7]. En el caso de los conceptos básicos mencionados previamente las dimensiones son masa, fuerza, tiempo, longitud y temperatura. Los dos sistemas de dimensiones fundamentales son M, L, t, T que representa a la masa, longitud, tiempo y temperatura respectivamente y el F, L, t, T que representa a la fuerza, longitud, tiempo y temperatura respectivamente, la combinación de estas dimensiones en cualquiera de los dos sistemas expresa las dimensiones de cualquier otra variable física. El análisis adimensional sirve para relacionar números o parámetros adimensionales, resultados experimentales y comportamientos físicos, el análisis adimensional se basa en el teorema Pi (Π) que establece que si n es el número de variables físicas en un problema y r el número de dimensiones fundamentales es posible encontrar n - r grupos adimensionales independientes en el problema [7].

Por ejemplo, en la mecánica de fluidos las siguientes variables son importantes: la presión *P* cuyas dimensiones son $[P] = ML^{-1}t^{-2}$, longitud *l* cuyas dimensiones son [l] = L, viscosidad μ con dimensiones $[\mu] = ML^{-1}t^{-1}$, tensión superficial σ con dimensiones $[\sigma] = Mt^{-2}$, velocidad del sonido *a* con dimensiones $[a] = Lt^{-1}$, aceleración de la gravedad *g* con dimensiones $[g] = Lt^{-2}$, densidad ρ con dimensiones $[\rho] = ML^{-3}$ y la velocidad del fluido *U* con dimensiones $[U] = Lt^{-1}$.

En este caso el número de dimensiones fundamentales es r = 3 (M, L, y t) con 8 variables involucradas, entonces se deberían poder obtener n - r = 5 grupos adimensionales los cuales son:

Número de Euler =
$$\frac{P}{\rho U^2}$$

Número de Reynolds =
$$\frac{l\rho U}{\mu}$$

Número de Weber = $\frac{l\rho U^2}{\sigma}$
Número de Mach = $\frac{U}{a}$
Número de Froude = $\frac{U^2}{l\sigma}$

Cada uno de estos grupos tiene su propio significado físico y son relevantes de acuerdo al flujo que se este estudiando. Por ejemplo, el número de Reynolds es una relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas en un flujo [8], entonces para problemas donde la inercia del flujo es más relevante que los efectos viscosos, tener control sobre el número de Reynolds es más importante. Los números adimensionales también permiten recrear experimentos en diferentes escalas, es decir, es más fácil construir el modelo de un avión dentro de un laboratorio que experimentar con el prototipo, en general los prototipos se diseñan con base en un modelo, mientras estén relacionados por los números adimensionales [7].

2.3. Reología

El término *reología*, inventado por el Profesor Bingham del Lafayette College se refiere al estudio de la deformación y el flujo de la materia [10]. Como su definición sugiere, la reología no se limita al estudio de los fluidos, sino que también incluye el estudio de otros materiales como metales, granos de arena e incluso montañas, bajo la premisa de que cualquier material fluye si se espera lo suficiente. La reología surge de la necesidad de describir materiales que presentaban carácteristicas tanto de sólidos como los describió Robert Hooke en 1678 [10] y carácteristicas de liquidos como fueron descritos por Isaac Newton en su obra *"Principia"* de 1687.

La reología permite estudiar detalladamente los fluidos no newtonianos, que como se habia mencionado previamente, estan presentes en una amplia variedad de fenomenos y áreas. Anteriormente se marcó la diferencia entre los fluidos newtonianos y los no newtonianos, los fluidos no newtonianos, en general se pueden agrupar en tres clases [11]:

- 1. Fluidos cuya tasa de deformación en cualquier punto es determinada únicamente por el esfuerzo cortante en ese punto e instante; estos fluidos se les denomina como independientes del tiempo o fluidos newtonianos generalizados.
- 2. Fluidos más complejos donde la relación entre la tasa de deformación y el esfuerzo cortante depende adicionalmente de la duración de corte y su historia cinempatica; estos fluidos son dependientes del tiempo, y;
- 3. Fluidos que presentan características de fluidos ideales y sólidos elásticos y presentan recuperación elástica despúes de ser deformados; estos fluidos se conocen como viscoelásticos.



Figura 2.4: Comportamiento adelgazante en fluidos [10]; a)Solución de poliacrilamida b)Sangre c)Latex acuoso d) Solución de goma de Xantana

Por lo general, los fluidos presentan características de dos o incluso los tres grupos con alguna característica dominante. Este trabajo se concentra en dos tipos de fluidos, los adelgazantes ya que la mayoría de pinturas presentan este comportamiento, y los fluidos viscoelásticos.

2.3.1. Fluidos adelgazantes o pseudoplásticos

La pseudoplasticidad o adelgazamiento es uno de los comportamientos más comúnes en los fluidos [11]. Como se mencionó en la sección 2.2.3, los fluidos adelgazantes son aquellos cuya viscosidad aparente disminuye cuando la tasa de corte aumenta, como se ilustra en la figura 2.4. Como se puede observar, la viscosidad a tasas de corte muy bajas y muy altas es constante, es decir, que los fluidos adelgazantes tienen un comportaiento newtoniano a muy bajas y muy altas tasas de corte.

Dado que la ley de viscosidad de Newton no es suficiente para describir un comportamiento adelgazante, varios modelos han sido desarrollados en su lugar:

I. Ley de potencias o modelo de Ostwald de Waele

La relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación se puede aproximar con una línea de la siguiente forma:

$$\tau = m(\dot{\gamma})^n \tag{2.9}$$

Por lo que la viscosidad aparente resulta de la siguiente manera:

$$\mu = \tau / \dot{\gamma} = m (\dot{\gamma})^{n-1}$$
(2.10)

- Si *n* < 1, el fluido presenta características adelgazantes
- Si n = 1, el fluido es newtoniano

Si *n* > 1, el fluido presenta caracteristicas dilatantes

Los parámetros *m* y *n* son empíricos y se definen como el coeficiente de consistencia y el índice de potencia respectivamente. Mientras mas pequeño sea el índice de potencia el fluido será más adelgazante. Aunque este es el modelo más utilizado por su simplicidad tiene algunas deficiencias, como que no describe el comportamiento a bajas y altas tasas de corte.

II. Ecuación de viscosidad de Carreau

Este modelo considera la viscosidad a bajas y altas tasas de corte, μ_0 y μ_{∞} respectivamente:

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = (1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{(n-1)/2}$$
(2.11)

donde λ es un parámetro empírico que contiene la dimensión de tiempo [12].

III. Ecuación de viscosidad de Cross

Al igual que el modelo de Carreau, este modelo considera la viscosidad a bajas y altas tasas de deformación:

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \frac{1}{1 + k(\dot{\gamma})^n}$$
(2.12)

Donde *k* y *n* son parámetros empíricos. Para este modelo cuando *k* tiende a cero se reduce al comportamiento de un fluido newtoniano y de igual manera, si $\mu \ll \mu_0$ y $\mu \gg \mu_\infty$ se reduce al modelo de ley de potencias. Aunque este y el modelo de Carreau predicen mejor el comportamiento del fluido cuentan con la desventaja de ser modelos mas complejos que el de ley de potencias.

IV. Modelo de Sisko

Partiendo del modelo de Cross, si $\mu \ll \mu_0$, entonces la ecuación 2.12 se puede rescribir como:

$$\mu = \mu_{\infty} + k_2 \dot{\gamma}^{n-1} \tag{2.13}$$

Donde k_2 y n son parámetros empíricos. Este modelo sirve para cuando las desviaciones en viscosidades bajas son muy grandes. Si de la ecuación n = 0, es decir, un fluido muy adelgazante la ecuación 2.13 se puede rescribir como:

$$\mu = \mu_{\infty} + \frac{k_2}{\dot{\gamma}} \tag{2.14}$$

Y redefiniendo algunos parámetros, se tiene que:

$$\sigma = \sigma_y + \eta_p \dot{\gamma} \tag{2.15}$$

Esta última ecuación se conoce como el *modelo de Bingham*, donde σ_y es el esfuerzo de cedencia y η_p es la viscosidad plástica y describe a aquellos fluidos con comportamiento viscoplástico, los cuáles se comportan como sólidos hasta que se supera el esfuerzo de cedencia y su viscosidad disminuye de manera casi instantánea.



Figura 2.5: Comparación entre el modelo Cross y el modelo de Sisko [10]

2.3.2. Fluidos viscoelásticos

Como se mencionó previamente que un fluido viscoelástico presenta comportamientos tanto de sólidos elásticos como de fluidos viscosos, por esta razón es complicado describir el comportamiento viscoelástico de los materiales. Una forma común de describir su comportamiento es mediante la combinación lineal de propiedades viscosas y elásticas haciendo uso de análogos mecánicos. El modelo de Maxwell (fig. 2.6) es la representación de un modelo viscoelástico formado por un resorte (parte elástica) y un pistón (parte viscosa) en serie.



Figura 2.6: Representación del modelo de Maxwell. G es el módulo de elasticidad y μ es la viscosidad [11].

Según el modelo de Maxwell, si el arreglo se somete a una tasa de deformación $\dot{\gamma}$, la tasa de deformación seria igual a la suma de la tasa de deformación de cada uno de sus elementos.

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2$$

Combinando la ley de elasticidad de Hook ($\tau = G\gamma$) y la ley de viscosidad de Newton (ec. 2.6) se obtiene lo siguiente:

$$\tau + \lambda \dot{\tau} = \mu \dot{\gamma} \tag{2.16}$$

Donde $\lambda = \mu/G$ es el *tiempo de relajación*. El tiempo de relajación es una característica de los materiales que indica que tan elásticos o viscosos son. Para ilustrar de mejor manera podemos suponer que al modelo de la figura 2.6 se le aplica una deformación instantánea que se mantiene constante ($\dot{\gamma} = 0$) de modo que:

$$\tau + \lambda \dot{\tau} = 0 \tag{2.17}$$

Entonces el resorte responderá de inmediato a la deformación y el esfuerzo dentro del resorte será igual al esfuerzo de todo el sistema e irá disminuye a medida que la parte viscosa (el pistón) se deforme y permita que el esfuerzo en el resorte se *relaje* como se muestra en la figura 2.7.



Figura 2.7: Relajación del esfuerzo despues de una deformación unitaria [12].

Para obtener el tiempo de relajación de un fluido, este se somete a una prueba de deformación oscilatoria de baja amplitud (SAOS por sus siglas en inglés [13]). Para el modelo se considera una deformación con la siguiente forma:

$$\gamma = \gamma_0 sin\omega t$$

Donde ω es la frecuencia de la deformación y γ_0 es la amplitud de la deformación. La respuesta lineal de este sistema es como se muestra a continuación:

$$\tau = G'(\omega)sin\omega t + G''(\omega)cos\omega t$$

Donde G' y G'' son módulos que incluyen información del comportamiento del fluido; G' es el módulo de almacenamiento y representa la parte elástica mientras que G'' es el módulo de pérdida y representa la parte viscosa.

$$G' = \frac{\mu\omega^2\lambda}{1+\omega^2\lambda}, G'' = \frac{\mu\omega\lambda}{1+\omega^2\lambda}$$
(2.18)

El cruce entre G' y G'' ocurre en la frecuencia $\omega = 1/\lambda$, donde λ es el tiempo de relajación del fluido.

El tiempo de relajación de un fluido viscoelástico puede describirse en términos del esfuerzo cortante τ y la primera diferencia de esfuerzos normales N_1 , ambos son función de la tasa de deformación y se pueden obtener de una prueba de flujo. Una de las formas de definir el tiempo de relajación mediante el esfuerzo cortante y la primera diferencia de esfuerzos normales es mediante el tiempo de relajación de Maxwell [11]:

$$\lambda = \frac{N_1}{\tau \dot{\gamma}} \tag{2.19}$$

sin embargo, dado que en muchas aplicaciones la tasa de corte no se conoce con anticipación se definió una alternativa aproximando el esfuerzo cortante y la primera diferencia de esfuerzos normales a una ley de potencia:

$$N_1 = m_1(\dot{\gamma})^{p_1}$$

$$\tau = m_2 (\dot{\gamma})^{p_2}$$

de modo que la ecuación 2.19 puede ser escrita como:

$$\lambda = \left(\frac{m_1}{2m_2}\right)^{1/p_1 - p_2} \tag{2.20}$$

2.4. Inestabilidad de Saffman Taylor

El estudio de las inestabilidades hidrodinámicas ocupa un lugar muy especial en la mecánica de fluidos. Reynolds identifico que la transición de flujo laminar a turbulento se debía a perturbaciones en el estado laminar [14]. Su estudio, asimismo, es muy amplio y comprende un gran número de fenómenos. Uno de ellos, estudiado por primera vez por P. G. Saffman y Sir Geoffrey Taylor en 1958 [15], ocurre cuando un fluido que llena el espacio en un medio poroso es conducido por la presión de otro fluido, como ocurre en la extracción de petróleo. En este caso la interfaz entre los fluidos puede ser inestable si el fluido que empuja es el menos viscoso entre los dos [15].

Dado que este fenómeno ocurre en espacios confinados Saffman y Taylor recrearon este fenómeno en una celda de Hele-Shaw. El método consta de dos placas separadas por una distancia mucho menor a la dimensión principal de las placas. En su experimento en 1958, Saffman y Taylor inyectaron aire en una celda de Hele-Shaw llena de dos aceites distintos, y analizaron forma los *dedos* que se formaban como se muestra en la figura (2.8).



Figura 2.8: Experimentos realizados por Saffman y Taylor [15]

2.4.1. Dedos viscosos en una celda de Hele-Shaw

Como ya se mencionó Saffman y Taylor recrearon su experimento en una celda de Hele-Shaw siendo análogo al comportamiento en un medio poroso [15]. En un medio poroso la velocidad media del fluido se modela mediante la ley de Darcy:

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu}\nabla(p + \rho g x) = \nabla\phi \tag{2.21}$$

donde **u** es la velocidad media del fluido *k* es la permeabilidad del medio, *x* es la distancia vertical respecto a un plano horizontal y ϕ es un potencial de velocidad, mientras que en una celda de Hele-Shaw la velocidad se modela de la siguiente forma:

$$u = -\frac{b^2}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g\right) \tag{2.22}$$

Por lo tanto $\frac{b^2}{12}$ es la permeabilidad en una celda de Hele-Shaw, donde *b* es la separación entre placas.

Se puede suponer que la interfaz entre ambos fluidos se deforma como una onda con longitud de onda $\lambda = \frac{2\pi}{n}$ de la siguiente forma:

$$x = a \mathrm{e}^{iny + \omega t} \tag{2.23}$$

donde *a* es la amplitud de la onda, *n* es el número de onda y ω es la frecuencia. Además, si ambos fluidos son incompresibles, inmiscibles, los efectos de la tensión superficial despreciables y si se supone que la velocidad normal a la interfaz entre ambos fluidos *V* es continua, el potencial de velocidad de ambos fluidos es el mismo en la interfaz (x = 0):

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = V + a\omega e^{iny + \omega t}$$
(2.24)

Por lo tanto las soluciones que satisfacen la ecuación de Laplace ($\nabla^2 \phi = 0$) y la ecuación (2.24) son:

$$\phi_1 = Vx - (\frac{a\omega}{n})e^{iny - nx + \omega t}$$

$$\phi_2 = Vx + (\frac{a\omega}{n})e^{iny+nx+\omega t}$$

Ahora, si se despeja la presión para ambos fluidos de la ley de Darcy se obtiene:

$$p_{1} = -\frac{\mu_{1}}{k_{1}}\phi_{1} - \rho_{1}gx$$
$$p_{2} = -\frac{\mu_{2}}{k_{2}}\phi_{2} - \rho_{2}gx$$

Si se igualan las presiones en la interfaz y se deriva la relación de dispersión se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{\omega}{n}\left(\frac{\mu_1}{k_1} + \frac{\mu_2}{k_2}\right) = (\rho_1 - \rho_2)g + \left(\frac{\mu_1}{k_1} - \frac{\mu_2}{k_2}\right)V$$
(2.25)

Por lo tanto si el lado de la derecha es positivo, entonces ω es positivo y la perturbación se amortigua exponencialmente, si el lado de la derecha es negativo ω es negativo y la perturbación incrementa exponencialmente. Entonces se puede concluir que la interfaz entre dos fluidos que se mueven en dirección normal a esta en un medio poroso o un espacio confinado será inestable a pequeñas perturbaciones si el fluido de menor viscosidad es el que empuja al fluido de mayor viscosidad. Además Saffman y Taylor tomaron en cuenta los efectos de la tensión superficial la caída de presión a través de la interfaz como:

$$\Delta p = \sigma(\frac{2}{b} + \frac{d^2x}{dy^2})$$

Que es una modificación de la condición de frontera para la presión de Laplace-Young, donde σ es la tensión superficial y *x* esta dada por la ecuación (2.23) por lo que (2.25) se modificaría a:

$$\frac{12}{b^2}\omega(\mu_1 + \mu_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(\frac{12V}{b^2}(\mu_1 - \mu_2) + g(\rho_1 - \rho_2)) - \frac{8\pi^3\sigma}{\lambda^3}$$
(2.26)

De esta forma se puede definir un valor crítico de longitud de onda para limitar el rango de perturbaciones que harán que la interfaz sea inestable:

$$\lambda_{crit} = 2\pi\sigma^{\frac{1}{2}}b(12V(\mu_1 - \mu_2) + b^2g(\rho_1 - \rho_2))^{-\frac{1}{2}}$$
(2.27)

2.4.2. Dedos viscosos en una celda de Hele-Shaw radial

De forma análoga al trabajo de Saffman y Taylor, Paterson (1981) [16] describe la longitud de onda crítica en una celda de Hele-Shaw radial. Mientras que en el experimento de Saffman y Taylor los fluidos la interfaz entre los fluidos era plana, en el experimento de Paterson existía una interfaz radial, esto lo lograba llenando la celda de Hele-Shaw con glicerina y despúes inyectaba aire en un orificio de modo que la interfaz se desarrollaba radialmente como se muestra en la figura 2.9.



Figura 2.9: El experimento realizado por Paterson donde inyectó aire a una celda de Hele-Shaw llena con glicerina

Para una celda radial la ley de Darcy se expresa como:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0$$
(2.28)

donde ϕ es el potencial de velocidad $\phi = \frac{b^2}{12\mu}p$. De manera análoga al problema no radial cuando la interfaz se mueve, es sometida a perturbaciones pequeñas con forma de onda:

$$a = Af(t)e^{in\theta}, n = 1, 2, 3...$$
 (2.29)

dónde A es la amplitud de la perturbación y f(t) representa la dependencia de la amplitud en el tiempo



Figura 2.10: Interfaz circular de radio *R* con una perturbación con forma de onda *a* [16]. De modo similar a Saffman y Taylor, Paterson hace un análisis de estabilidad lineal con la perturbación (2.29) y, considerando una caída de presión a cause de la tensión superficial con la siguiente forma:

$$\Delta p = \sigma(\frac{2}{b} + \frac{1}{R} - \frac{a + d^2 a / d\theta^2}{R^2})$$
(2.30)

donde *R* es el radio del centro a la interfaz entre ambos fluidos. Tomando en cuenta la caída de presión (2.30) y las consideraciones de Saffman y Taylor, Peterson define una longitud de onda crítica para que una parturbación se mantenga en el caso de una celda de Hele-Shaw radial

$$\lambda_{crit} = 2\pi R / \left(\left(\frac{QR}{2\pi M_2 \sigma} + \frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right)$$
(2.31)

donde M_2 es la movilidad del fluido de mayor viscosidad $M_2 = b^2/12\mu_2$ y Q es el gasto volumétrico del fluido que está siendo inyectado. Entonces cuando la circunferencia de la burbuja inyectada es menor a la longitud de onda crítica la interfaz permanecerá estable con centro en el punto de inyección hasta que la circunferencia sea mayor a la longitud de onda crítica los dedos empezarán a crecer.

2.4.3. Celda de Hele-Shaw con espacio entre placas dependiente del tiempo

Continuando el trabajo de Paterson, en 1997 Shelley *et al.* [17] y Amar *et al.*(2005) [18] hacen el estudio de la inestabilidad cuando las placas entre las que se encuentra confinado el fluido se separan en el tiempo como se muestra en la figura 2.11. Donde Ω denota el área del fluido.



Figura 2.11: Una celda de Hele-Shaw con separación dependiente del tiempo [17].

Dado que la ley de Darcy describe únicamente flujos en dos dimensiones se supone que el levantamiento de las placas no produce efectos inerciales. Además se modifica la ley de continuidad por la introducción de una velocidad normal a las placas.

$$u = -\frac{b(t)^2}{12\mu}\nabla p \tag{2.32}$$

$$\nabla u = -\frac{\dot{b}(t)}{b(t)} \tag{2.33}$$

dónde la ecuación (2.33) es la nueva ecuación de continuidad, *b* representa la separación entre placas mientras que \dot{b} es la velocidad de separación entre placas. Además al incluir la condición de frontera para la presión de Laplace-Young $\Delta p = \sigma H$ donde *H* es la curvatura del contorno de Ω , y hacer el modelo adimensional, se obtiene una tensión superficial adimensional σ_0 :

$$\sigma_0(t) = \frac{1}{12} \frac{\sigma}{\mu \dot{b_0}} (\frac{b_0}{R_0})^3 \tag{2.34}$$

Continuando con el análisis de estabilidad lineal, Shelley *et al* llegan a una longitud de onda crítica λ_{crit} para que las perturbaciones se mantengan y una longitud de máximo crecimiento λ_{max} para los dedos que crecen más rápidamente.

$$n_{crit} = \sqrt{1 + \frac{\dot{b}R^3}{2\sigma_0 b^3}} \tag{2.35}$$

$$n_{max} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\dot{b}R^3}{2\sigma_0 b^3}}}{\sqrt{3}}$$
(2.36)

donde $\lambda_{crit} = 2\pi R / n_{crit}$ y $\lambda_{max} = 2\pi R / n_{mx}$.

En 2005 Lindner *et al.* [3] continuan con el trabajo de Shelley y Amar e introducen la dependencia en el tiempo de la distancia entre placas b(t) y el radio de la burbuja R(t) en el parámetro de control σ_0 :

$$\sigma_0(t) = \frac{1}{12} \frac{\sigma}{\mu \dot{b_0}} (\frac{b(t)}{R(t)})^3 = \sigma_0 (1 + t')^{9/2}$$

donde $t' = \dot{b_0}/b_0 t$ es el tiempo adimensional. Con la introducción de una dependencia en el tiempo la eq.(2.36) se puede reescribir para calcular el número de dedos que son linealmente inestables en función del tiempo.

$$n(t') = \sqrt{\frac{1}{3}(1 + \frac{1}{2\sigma_0(1+t')^{9/2}})}$$
(2.37)

Dado que el análisis de estabilidad lineal solo es válido for perturbaciones infinitisimalmente pequeñas, la eq. (2.37) es una aproximación.

En 2011 Nase *et al.* [19] retoman la expresión desarrollada por Linder *et al.* y realizaron experimentos para comparar los resultados con la predicción de la eq. (2.37). Además reescibren la tensión superficial adimensional (ecuación 2.34) de la siguiente manera:

$$\sigma_0 = \frac{1}{Ca} \cdot \frac{1}{C_0^3} \tag{2.38}$$

donde $Ca = \mu \dot{b}/\sigma$ es el número de capilar que compara las fuerzas capilares con las fuerzas viscosas y $C_0 = R_0/b_0$ es la razón de aspecto que relaciona el radio inicial de la burbuja con la separación entre las placas o el confinamiento de la burbuja. También demostraron que el número de dedos inestables en el tiempo es dominado por el parámetro de control $\sigma_0(t)$, sin embargo el número total de dedos, incluyendo los dedos *estancados*, es decir, que no crecen en el tiempo esta dominado no solo por el parámetro de control σ_0 sino también por el confinamiento de la celda. Lindner *et al* [3] también concluyeron que la forma de los dedos esta gobernada por las condiciones iniciales del sistema, aunque no pudieron determinar con exactitud los parámetros que gobernaban dicho fenómeno.

Algunos resultados obtenidos por Nase se muestran en la figura 2.12.



Figura 2.12: Resultado del trabajo de Nase y cols [19]. N_{all} y N_{grow} corresponden al número total de dedos en cada momento y al número de dedos en crecimeinto correspondientemente. Cada color corresponde a una diferente razón de aspecto. Las líneas sólidas son ajustes del modelo de la ecuación 2.37.

2.4.4. Fluidos no-newtonianos y la inestabilidad de Saffman Taylor.

Se han realizado algunos trabajos que estudian los efectos no-newtonianos en la inestabilidad de Saffman-Teylor en celdas de Helle-Shaw fijas ([20] y [21]) y con espesor dependiente del tiempo [22]. En general los efectos elásticos marcan una clara diferencia en los patrones de los dedos, dado que los efectos elásticos causan ramificación y/o división de los dedos a diferencia de las formas suaves que se generan con fluidos newtonianos.

Además dependiendo del índice de potencia n el ancho de los dedos será mayor o menor. Para un fluido poco adelgazante, es decir, 1 > n > 0.65 el comportamiento es muy similar a aquél de un fluido newtoniano, para fluidos más adelgazantes n < 0.65 hay una desviación de la teoría de fluidos newtonianos, por lo que es necesario realizar una modificación a la ley de Darcy.

2.4.5. Dedos viscosos en la decalcomanía

Aunque aún no hay trabajos que relacionen directamente la inestabilidad de Saffman-Taylor con la decalcomanía hay similitudes entre la técnica de pintura y diversos trabajos que se han realizado. La característica principal de la decalcomanía es el desprendimiento de dos superficies con un fluido entre ellas, similar a los trabajos mencionados previamente (referencias [17, 18, 19]) y aunque en la decalcomanía el desprendimiento no sucede en paralelo como en estos trabajos se han realizado otros trabajos donde consideran un gradiente de inclinación entre las placas (referencias [23, 24]) e incluso se ha estudiado el rol del sustrato en la formación de dedos, tomando en cuenta su mojabilidad o la rigidez ([25, 26]).

Capítulo 3

Desarrollo experimental

En este capítulo se describe el experimento para recrear la técnica de pintura decalcomanía, la cual se describió en el capitulo 1. Se describe el dispositivo y los materiales que se utilizaron para el desarrollo.

3.1. Fluidos utilizados y su caracterización reológica

Aunque Remedios Varo fue una pintora surrealista y el trabajo de algunos de sus compañeros era un poco fuera de lo convencional con los materiales que utilizaban. Varo era un poco mas convencional, con gran influencia del dibujo técnico que aprendió de su padre en sus primeros años y del movimiento surrealista. La mayoría de sus pinturas las realizaba con óleo, la cual se prepara mezclando los pigmentos con un aglutinante a base de aceites, aunque también utilizaba otras mezclas como el *gouache*, la cual ya se mencionó previamente o el témpera donde el aglutinante que se usa es a base de grasas animales o como ella lo utilizaba a base de huevo [27]. Varo pintaba sobre una variedad de superficies, en su mayoría masonite, que es una tabla de fibras de madera altamente comprimida, similar al triplay u otras superficies como la tela e incluso el marfil u hojas de oro.

Dado que Remedios Varo utilizaba diferentes materiales, para el desarrollo de este trabajo se optó por utilizar tres fluidos con diferentes características físicas para poder tener una descripción mas general del fenómeno. Se usó un fluido newtoniano, y dos fluidos no newtonianos, un fluido adelgazante y un viscoelástico. Para conocer las propiedades de cada fluido se someten a una prueba de flujo con el fin de obtener la viscosidad μ en función de la tasa de corte $\dot{\gamma}$.

3.1.1. Pruebas reológicas

Las características de la prueba de flujo se encuentran en el cuadro 3.1. Las propiedades de los fluidos utilizados se encuentran en el cuadro 3.2. Para obtener la tensión superficial de los fluidos se utilizó el tensiómetro de burbuja SITA DynoTester.

Condiciones para la prueba de flujo			
Reómetro	ARES-G2 de TA Instruments		
Geometría Temperatura	Cono-Plato (50 mm) 22°C		

Cuadro 3.1: Especificaciones para la prueba de flujo

3.1.2. Fluido newtoniano

El fluido newtoniano que se utilizó fue la miel comercial KaroTM por su viscosidad relativamente alta y su translucidez, para obtener una mejor calidad en las imágenes.



Figura 3.1: Los diamantes azules son los datos que devolvió la reología. La línea roja es un promedio de los datos.

Como se muestra en la figura 3.1 la reología muestra que la viscosidad es prácticamente constante. Para este trabajo se hizo un promedio de los datos de la prueba de flujo para tener una viscosidad constante con un error máximo del ± 7.34 %, la viscosidad media es de $\mu = 3.7276[Pa.s]$

3.1.3. Fluido adelgazante

Preparación del fluido adelgazante

La gran mayoría de fluidos no newtonianos presentan comportamiento adelgazante, algunas pinturas son muy adelgazantes. Sin embargo también tienen comportamientos elásticos, para este trabajo se decidió seguir una receta [28] para obtener un fluido inelástico.

El fluido se realizó con una mezcla de Etilenglicol, Trietilamina y se le agregó partículas de Carbopol. Las proporciones fueron de 99.27, 0.70 y 0.03 en porcentaje de peso respectivamente. Como ya se había mencionado, la viscosidad de un fluido adelgazante depende de la velocidad de corte $\dot{\gamma}$, en la figura 3.2 se muestra el resultado de la prueba de flujo.



Figura 3.2: Los diamantes representan los datos de la prueba de flujo. La línea sólida es el ajuste al modelo de Sisko.

Como se muestra en la figura 3.2 el fluido es adelgazante ya que su viscosidad disminuye claramente al aumentar la velocidad de corte. Los datos se ajustaron al modelo de Sisko con la forma

$$\mu = 0.139 + 0.326 \dot{\gamma}^{-0.453}$$

Donde el índice de potencia es n = 0.546 y la consistencia es m = 0.326.

3.1.4. Fluido de Boger

Un fluido de Boger es un líquido viscoelástico con viscosidad constante. Son soluciones con polímeros diluidos generalmente en solventes lo suficientemente viscosos para presentar esfuerzos debido a la elasticidad [29]. El resultado de la prueba de flujo se muestra en la figura 3.3.

Preparación del fluido de Boger

Se mencionó anteriormente que por lo general los fluidos de Boger se preparan disolviendo un polímero en un solvente viscoso. En este caso el fluido se preparó con miel comercial KaroTM diluida con un poco de agua a la cual se le añadió poliacrilamida, el cuál es un polímero. Las proporciones de miel, agua y poliacrilamida fueron de 84.96, 15.0 y 0.04 en porcentaje de peso respectivamente.



Figura 3.3: Los diamantes son los datos de la prueba de flujo. La línea roja es un promedio de los datos.

Como se muestra en la figura 3.3 la viscosidad cambia poco con la razón de corte.

Tiempo de relajación λ

Para obtener el tiempo de relajación del fluido se aproximó el esfuerzo cortante τ y la primera de diferencia de esfuerzo normales N_1 como modelos de ley de

potencia según los datos obtenidos en la prueba de flujo como se muestra en la figura 3.4



Figura 3.4: Aproximación como modelo de ley de potencia para N_1 (a) y τ (b). La línea sólida es la aproximación como ley de potencia y los diamantes son los datos obtenidos de la prueba de flujo.

Con los coeficientes e índices obtenidos de las aproximaciones al modelo de ley

de potencia se obtiene un tiempo de relajación $\lambda = 0.297$ [s].

$$\lambda = \left(\frac{m_1}{2m_2}\right)^{1/p_1 - p_2} = \left(\frac{0.621}{20.935}\right)^{1/1.892 - 0.981}$$

Fluido	Composición	$\mu[Pa.s]$	$\sigma[mN/m]$
Newtoniano	Miel	3.7276	52.0
Viscoelástico	Miel/PA	0.935	30.1
Adelgazante	EG/C/TEA	$\mu = 0.139 + 0.326 \dot{\gamma}^{0.546-1}$	47.1

Cuadro 3.2: Propiedades de los fluidos.

3.2. Arreglo experimental

Para estudiar la técnica se diseñó un dispositivo que de manera controlada simulara la decalcomanía. Como en el trabajo de Shelley [17] o Nase [19] se diseñó un dispositivo con dos placas paralelas que se separaran en el tiempo. Sin embargo, a diferencia de los trabajos mencionados las placas no se separan paralelamente, sino que la placa superior esta fija de un extremo para que se forme un ángulo al separarse.

3.2.1. Dispositivo



Figura 3.5: Dispositivo experimental. A)Motor, B)Cable de acero, c)Placas en la posición inicial.



Figura 3.6: Dispositivo experimental en posición abierta. D)Fluido de prueba.

Como se muestra en la figura 3.5 y 3.6 las placas son controladas por un motor con un tornillo sin fin al cual esta acoplado un émbolo que también regresa las placas a su posición original.

Se decidió utilizar cables de acero ya que son muy poco elásticos y permiten mejor control en la velocidad de separación de las placas. El material de las placas que se utilizó fue acrílico de manera que se pudieran obtener imágenes del experimento.

Como se muestra en la figura 3.7, las placas se encuentran sujetas a marcos de aluminio, el marco de abajo se encuentra fijo durante el experimento y se puede remover para agregar láminas de aluminio de diferente calibre y de esta manera tener control en la separación entre las placas.



Figura 3.7: Marcos de aluminio para sujetar las placas de acrílico.

3.2.2. Control en las condiciones del experimento

Los parámetros de control del experimento son: la velocidad de separación de las placas, el volumen de fluido utilizado y la separación inicial entre placas. El control sobre la separación inicial entre placas se realiza a través de separadores colocados en la base de una de las placas, adicionalmente la separación exacta se calculaba conociendo el volumen de la gota y el radio de la gota cuando se encontraba confinado entre las placas. Para tener control sobre el volumen se utilizaron micropipetas de émbolo de volumen variable.

Para controlar la velocidad de separación de las placas el motor cuenta con un escalamiento en su velocidad (0% - 100%); sin embargo, esta velocidad no representa la velocidad angular de la placa movible, para esto se grabó una serie de videos de los marcos al separarse. Se colocó un punto en el marco movible de modo que sirviera como punto de referencia y haciendo uso del software de procesamiento de imágenes TrackerTM se obtiene la velocidad angular de las placas según la velocidad del motor. Además, se verificó que la gota se colocara en el mismo punto durante cada experimento de forma que la velocidad lineal en el centro de la gota fuera siempre la misma. La velocidad angular y por lo tanto la velocidad lineal en el centro de la gota se verificó ser directamente proporcional al escalamiento de la velocidad del motor. Algunos datos se encuentran en el cuadro 3.3.

Escalamiento en el motor	v[cm/s]
100 %	13.82
50 %	6.93
10 %	1.41

Cuadro 3.3: Velocidad de separación en el centro de la gota

3.2.3. Adquisición de imágenes

Para la adquisición de imágenes se coloca una cámara de alta velocidad por debajo del dispositivo la cuál graba simultáneamente durante cada experimento como se muestra en la figura 3.8



Figura 3.8: Posicionamiento de la cámara con el dispositivo

Fue necesario usar la cámara de alta velocidad debido a la rapidez de los experimentos, en el cuadro 3.4 se muestra las condiciones para la adquisición de videos. CámaraMotionPro x3Cuadros por segundo400 cpsResolución512 x 512 pixeles

Cuadro 3.4: Condiciones para la captura de videos.

3.3. Experimentación

Se realizaron cuatro series experimentales, dos para la miel y una para cada uno de los fluidos restantes. Para cada serie se utilizó un volumen fijo para la gota y la misma separación entre las placas, de forma que la razón de aspecto C_0 permanecía fija para cada serie y la única variable restante era la velocidad de separación entre placas y por lo tanto el parámetro de control σ_0 . Cada serie constaba de 19 experimentos, es decir, 19 velocidades diferentes; de 5 % a 100 % según el escalamiento de velocidad del motor aumentando en 5 % la velocidad para cada experimento subsecuente. En la figura 3.9 se muestra un resultado típico de un experimento.

Para cada experimento se capturó un video con las condiciones del cuadro 3.4 y se procedía a analizar cada video. El análisis consistía en contar el número de dedos en el tiempo. Dado que la interfaz no era muy nítida resultó complicado utilizar algún software para detectar los dedos automáticamente por lo que el conteo de número de dedos se realizó de forma manual. El conteo de dedos se realizaba para tiempo adimensional t'. La forma para contar los dedos en un tiempo t' determinado fue determinar los cuadros a los que equivaldría tal valor de t' según la tasa de cuadros por segundo a la que fue grabada el video. En los cuadros 3.5 y 3.6 se describen las condiciones para cada serie experimental.



Figura 3.9: Resultado típico de un experimento.

Para cada serie experimental se obtuvo una comparación entre el numero de dedos y la tensión superficial adimensional σ_0 .

Serie	Separación $b_0[mm]$	Vol. de la gota v [<i>ml</i>]	Razón de aspecto $\sigma_0[-]$	No. de capilar $Ca[-]$
1	0.65	0.4	21.353	0.1 - 0.99
2	0.2	0.05	42.3	-
3	0.17	0.15	95.82	.00404
4	0.25	0.15	53.26	.04 - 0.48

Cuadro 3.5: Condiciones para cada serie experimental. La serie 1 y 2 son para el fluido Newtoniano, la serie 3 es para el fluido adelgazante y la serie 4 es para el fluido viscoelástico.

Sorio	Valor mínimo	Valor máximo
Jene	$\sigma_0[-]$	$\sigma_0[-]$
1	8.6×10^{-6}	84.1×10^{-6}
	((
2	1.1×10^{-6}	10.7×10^{-6}
3	2.3×10^{-6}	22.8×10^{-6}
U	2.0/(10	
4	1.1×10^{-6}	11.2×10^{-6}

Cuadro 3.6: Valores de la tensión superficial adimensional σ_0 para cada serie.

3.3. EXPERIMENTACIÓN

Capítulo 4

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos del desarrollo experimental. Se hace una comparación entre los resultados obtenidos para los diferentes tipos de fluidos y se comenta la influencia del ángulo en la separación entre placas.

4.1. Imágenes

4.1.1. Fluido newtoniano

Para un fluido newtoniano, como se puede esperar a medida que la interfaz comienza a retraerse hacia el centro de la gota aparecen pequeñas inestabilidades que dan lugar a los dedos. En la figura 4.1 se muestra una secuencia de un experimento para el fluido newtoniano. Se puede apreciar que los dedos de mayor crecimiento cada vez son menos hasta que dejan de crecer y la base de los dedos comienza también a retraerse hasta que se forma de nuevo un círculo estable en el centro.

4.1.2. Fluido adelgazante

Debido a la baja viscosidad de la mezcla utilizada se usó una razón de aspecto más grande para la serie experimental del fluido adelgazante. En la figura 4.2 se muestra un experimento a través del tiempo para la mezcla utilizada. Se puede observar que las perturbaciones no aparecen de forma uniforme en el perímetro de la gota, sino que comienzan a aparecer primero en un extremo hasta llegar al otro debido al gradiente de separación entre las placas. Aunque esto no parece tener un efecto importante en el número de dedos, los dedos que aparecen primero alcanzan una mayor longitud que los últimos en aparecer. Además, se puede notar un cambio en la forma de los dedos. Mientras que en el fluido newtoniano el ancho de los dedos parece permanecer constante, en el fluido adelgazante algunos dedos parecen ser mas anchos, sin embargo los dedos no se ensanchan, sino que los dedos que crecen más rápido se ramifican dando lugar a más dedos, fenómeno parecido a la formación de los copos de nieve y otras estructuras dendríticas, similares a los patrones encontrados en las pinturas de Remedios Varo. Los dedos originados por la ramificación no crecen



Figura 4.1: La inestabilidad de Saffman-Taylor en diferentes tiempo para un fluido newtoniano con un $\sigma_0 = 2.5 \times 10^{-6}$, $C_0 = 42.3$ y Ca = 0.45. El tiempo adimensional esta definido como $t' = (\dot{b_0}/b_0)t$.

mucho y coalescen rápidamente con el dedo del que se formaron lo que parece como un dedo mas ancho.

Como sugiere Fontana en su trabajo [22] esta ramificación se debe a la anisotropía de los fluidos no-newtonianos la cual no se presenta en los fluidos newtonianos a menos de que se fuerce anisotropía modificando la superficie del experimento, por ejemplo.

4.1.3. Fluido viscoelástico

De manera similar al fluido adelgazante las perturbaciones no aparecen uniformemente por todo el perímetro, aunque de nuevo no parece haber un efecto notorio en el número de dedos aunque si en el largo de los dedos. En la figura 4.3 se puede notar mas claramente la ramificación que se mencionó en la sección anterior. Debido a esta ramificación el Boger presenta dedos mas angostos, asi como una mayor cantidad de ellos al inicio del proceso.



Figura 4.2: La inestabilidad de Saffman-Taylor en diferentes tiempo para un fluido adelgazante con un $\sigma_0 = 2.5x10^{-6}$, $C_0 = 95.8$ y Ca = 0.038. El tiempo adimensional esta definido como $t' = (\dot{b_0}/b_0)t$.



Figura 4.3: La inestabilidad de Saffman-Taylor en diferentes tiempo para un fluido viscoelástico con un $\sigma_0 = 2.5x10^{-6}$, $C_0 = 53.26.3$ y Ca = 0.22. El tiempo adimensional esta definido como $t' = (\dot{b_0}/b_0)t$.

4.2. Dedos viscosos

En la sección anterior se discutió la forma de los dedos para cada fluido, además, el número de dedos en el tiempo también esta relacionado con el fluido. En la figura 4.4 se muestra el conteo de dedos para diferentes tiempo de los tres fluidos para el mismo parámetro de control σ_0 . Por lo general en el fluido newtoniano el número de dedos disminuye más rápidamente además de que es menor que en los demás fluidos. Los tres fluidos muestran la misma tendencia de inicios en cuanto a el decremento de los dedos, sin embargo en tiempo más grandes el número de dedos en los fluidos no newtonianos decrece menos que en el fluido newtoniano. La gráfica de la figura 4.4 muestra que el fluido adelgazante tuvo siempre el mayor número de dedos excepto al inicio dónde el fluido viscoelástico muestra un mayor número de dedos pero estos coalescen de manera más rápida. En tiempos mayores a t' = 8 el fluido adelgazante mostraba mas dedos que el fluido viscoelástico.

Si bien el resultado del número de dedos para todos los fluidos está por encima de la predicción teórica de Nase [19], es un resultado esperado porque la predicción teórica sólo contempla los dedos en crecimiento y el resultado mostrado es para los dedos en crecimiento y los dedos estancados. No se muestra un resultado únicamente con los dedos en crecimiento ya que no se contaba con algún software que ayudara en el conteo.

4.3. Influencia del gradiente de separación y la razón de aspecto

Previamente se menciono el efecto que tiene el gradiente de separación entre las placas. Al separarse las placas las perturbaciones aparecen de una manera no uniforme en la gota. Además del gradiente de separación la razón de aspecto hace este efecto más notorio, como se muestra en la figura 4.6. Se puede observar como este efecto es más notorio en el experimento con el fluido adelgazante dónde se utilizó la razón de aspecto más grande, mientras que en el experimento con el fluido newtoniano no hay una diferencia clara.

Es posible que este efecto también se vea influenciado por el comportamiento del fluido ya que aunque la diferencia entre la razón de aspecto en los experimentos del fluido viscoelástico y el fuido newtoniano no es muy grande, en la serie del fluido viscoelástico ya se presenta claramente el efecto.

Aunque como se discutió previamente esto no parece tener un efecto importante en el número total de dedos tiene cierta influencia en la forma de los dedos que podría ayudar a predecir la dirección hacia la cual se despegaron las superficies durante la creación de una obra de decalcomanía.

4.4. Decalcomanía en las pinturas de Remedios Varo

Identificar patrones en las pinturas de Remedios Varo similares a los obtenidos en este trabajo no es una tarea fácil ya que a diferencia de artistas como Oscar Domínguez, Varo hacía uso de diferentes técnicas y materiales para una sola



Figura 4.4: Se muestran los dedos en el tiempo para los tres fluidos con un $\sigma_0 \approx 2.5 x 10^{-6}$. Los diamantes representan al fluido adelgazante, los cuadrados representan al fluido de Boger, los triángulos representan al fluido newtoniano y la línea roja es la predicción teórica de Nase para $\sigma_0 = 2.5 x 10^{-6}$ (ecuación 2.37).



Figura 4.5: Número de dedos en el tiempo adimensional t' = 6 para los tres fluidos con valores diferentes de σ_0 .Los diamantes representan al fluido adelgazante, los cuadrados representan al fluido de Boger, los triángulos representan al fluido newtoniano.



Figura 4.6: Efecto del gradiente de separación. La serie A es para el fluido de Boger con $C_0 = 53.26$. La serie B es para el fluido adelgazante con $C_0 = 95.82$. La serie C es para el fluido newtoniano con $C_0 = 42.33$.

obra. La mayoría de las pinturas que Varo utilizaba como óleos o gouaches tienen una preparación similar; se mezcla un pigmento que puede ser de diferentes orígenes en un aglutinante y después esta mezcla puede ser diluida en agua como son las acuarelas [30]. Por el origen de los pigmentos o los aglutinantes la gran mayoría de las pinturas que contienen resinas o partículas sólidas como minerales presentan comportamientos viscoelásticos [31]. En la figura 4.7 se puede observar un patrón hecho con decalcomanía usando gouache sepia cuya viscosidad por lo general es menor a los óleos y acrílicos, aunque mayor a las acuarelas ($\mu < 0.1$ [Pa.S])[32]. Como se puede notar hay bastantes ramificaciones que dan lugar a un gran número de dedos lo que sugiere algunas cosas; la pintura podría ser no newtoniana y que tanto la razón de aspecto como la velocidad de despegado más altas.

Si se supone que la pintura que usó Remedios Varo en *Gato-Hombre* tenía una viscosidad $\mu = 0.04$ [Pa.S], la separación inicial entre las dos superficies era de $b_0 = 50[\mu m]$ dando lugar a una razón de aspecto $C_0 = 170$ y separó las superficies a una velocidad constante v = 40 [mm/s]. Con estos datos se obtiene la tensión superficial adimensional $\sigma_0 = 5.5x10^{-7}$. Considerando este dato y que en la figura 4.7 se pueden contar hasta 96 dedos podemos utilizar la ecuación (2.37) para obtener el tiempo adimensional t' = 1.2 o bien utilizando la expresión $t' = (\dot{b_0}/b_0)t$ se obtiene t = 1.5 [ms], que representa el momento en el que se obtiene la imagen final en la obra.



Figura 4.7: Gato-Hombre (Detalle), (1943, Museo de Arte Moderno, sepia sobre papel)

En la figura 4.8 también se puede apreciar un patrón de decalcomanía aunque es complicado identificar el número de dedos totales o una ramificación. Esto se puede deber a que Varo retocaba esas zonas con más capas de pintura. Conside-



Figura 4.8: El flautista (Detalle), (1955, Museo de Arte Moderno, óleo y nacar incrustado sobre masonite)

rando que la viscosidad del óleo utilizado era de $\mu = 0.7$ [Pa.S] se puede hacer el mismo análisis que en la figura anterior con los mismos datos de velocidad, separación inicial y razón de aspecto. Con estos datos se obtiene $\sigma_0 = 3.15x10^{-8}$. De igual manera se utiliza la ecuación (2.37) y dado que se pueden contar hasta 146 dedos en la figura 4.8 se obtiene un tiempo adimensional t' = 2.4 o bien t = 3 [ms]. Por lo que es posible que para estas pintura, la imagen final de *El flautista* se haya obtenido un poco después que en *Gato-Hombre*.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo se reprodujo experimentalmente la técnica de pintura decalcomanía que utilizaba la artista Remedios Varo en algunas de sus pinturas y cuyo principal mecanismo es la inestabilidad de Saffman-Taylor. Dicho proceso también aparece en la extracción de petróleo y es relevante en la mecánica de adhesivos. Se utilizaron tres fluidos con diferentes comportamientos reológicos, dos de ellos no newtonianos, un fluido adelgazante y un fluido viscoelástico, y otro fluido newtoniano y se compararon los patrones resultantes de cada serie experimental.

El enfoque del trabajo fue realizar comparaciones entre diferentes comportamientos reológicos en la inestabilidad de Saffman-Taylor y relacionarlos a los patrones encontrados por la decalcomanía. De forma general, se encontró que el comportamiento no newtoniano de los fluidos favorece la ramificación de los dedos o aparición de patrones dendríticos, aunque también es posible obtenerlos con fluidos newtonianos. También se pudo identificar una tendencia de los fluidos no newtonianos a desarrollar un mayor número de dedos que los newtonianos.

En una obra de arte, el artista trabaja con cuatro elementos: la pintura (como el óleo, las acuarelas, el acrílico o el gouache), el soporte (que puede ser el lienzo, masonite o papel), la base (que es la primera capa sobre el soporte y puede ser tiza, barro entre otros materiales) y la herramienta (que puede ser desde un pincel hasta el dedo del artista) [31]. Dado al enfoque de este trabajo no se tomó en cuenta las características de las superficies de trabajo, fue mas importante obtener buenas imágenes del desarrollo de la inestabilidad para poder hacer comparaciones entre los fluidos. En la creación de una obra las superficies y fluidos que la conforman tienen características muy diferentes.

Debido a lo descrito en el párrafo anterior, se debe reconocer que los resultados de este trabajo sólo brindan una primera aproximación a la descripción de la decalcomanía y las pinturas donde se usa.

Como trabajo futuro sería interesante enfocar el estudio a las superficies. La diferencia entre usar lienzo o usar papel, o la preparación de las pinturas utilizadas, que pinturas favorecen más la ramificación de los dedos y cuál los inhibe más. También sería interesante contar con la participación de artistas ya que la creación de una obra no es un proceso mecánico sino artístico. Además dado que el conocimiento de los artistas sobre los materiales es principalmente empírico, serviría como un acercamiento entre la creación artística y el estado científico.

Referencias

- [1] J. A. Kaplan. *Viajes inesperados: El arte y la vida de Remedios Varo*. Trad. por Amalia Martín-Gamero. Ediciones Era, 1988 (vid. pág. 1).
- [2] O. C. Johnston T. K. Perkins y R. N. Hoffman. "Mechanics of Viscous Fingering in Miscible Systems". En: *Engineers Journal* 5 (1965) (vid. pág. 7).
- [3] A. Lindner, D. Derks y M. J. Shelley. "Stretch flows of thin layers of Newtonian liquids: Fingering patterns and lifting forces." En: *Physics of Fluids* 17 (2005) (vid. págs. 7, 26, 27).
- [4] L. Dias P. H. A. Anjos E. O. Dias y J. A. Miranda. "Adhesion force in fluids: Effects of fingering, wetting, and viscous normal stresses". En: *Physical Review E* 91 (2015) (vid. pág. 7).
- [5] A. Rojo. *Borges y la física cuántica*. 2da edición. Siglo Veintiuno Editores, 2013 (vid. pág. 11).
- [6] F. Beer y col. *Vector dynamics for engineers: Statics and dynamics*. 9na edición. Mc. Graw Hill, 2010 (vid. pág. 11).
- [7] D. Sámano y M. Sen. *Mecánica de fluidos*. Universidad de Notre Dam, 2009 (vid. págs. 11, 13-16).
- [8] R. W. Fox, A. T. McDonald y P. J. Pritchard. *Introduction to fluid mechanics*. 6ta edición. John Wiley & Sons, 2004 (vid. págs. 11, 12, 16).
- [9] E. J. Hearn. *Mechanics of materials 1: An introduction to the mechanics of elastic and plastic deformation of solids and structural material.* 3ra edición. Butterworth-Heinemann, 1997 (vid. pág. 12).
- [10] H.A. Barnes, J.F. Hutton y K.Walters F.R.S. An introduction to rheology. Elsevier, 1989 (vid. págs. 14, 16, 17, 19).
- [11] R.P. Chhabra y J.F. Richardson. *Non-newtonian flow and applied rheology: engineering applications*. 2da edición. Butterworth-Heinemann, 2008 (vid. págs. 16, 17, 19, 21).
- [12] N. P. Thien. *Understanding viscoelasticity: An introduction to rheology*. 2da edición. Srpinger, 2013 (vid. págs. 18, 20).
- [13] A. P. Deshpande. "Techniques in oscillatory shear rheology". En: *Conference proceedings*. 2009 (vid. pág. 20).
- [14] F. Charru. *Hydrodinamics inestabilities*. Cambridge university press, 2011 (vid. pág. 21).

- [15] P.G. Saffman y G. Taylor. "The Penetration of a Fluid into a Porous Medium or Hele-Shaw Cell Containing a More Viscous Liquid". En: Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences 245 (1958) (vid. págs. 21, 22).
- [16] L. Paterson. "Radial fingering in a Hele Shaw cell". En: Journal of Fluid Mechanics 113 (1981) (vid. págs. 23, 24).
- [17] M.J. Shelley, F. Tian y K. Wlodarski. "Hele Shaw flow and pattern formation in a time-dependent gap." En: *Nonlinearity* 10 (1997) (vid. págs. 25, 28, 35).
- [18] M.B. Amar y D. Bonn. "Fingering instabilities in adhesive failure". En: *Phisica D: Nonlinear Phenomena* 209 (2005) (vid. págs. 25, 28).
- [19] J. Nase, D. Derks y A. Lindner. "Dynamic evolution of fingering patterns in a lifted Hele–Shaw cell." En: *Physics of Fluids* 23 (2011) (vid. págs. 26-28, 35, 47).
- [20] A. Lindner, D. Bonn y J. Meunier. "Viscous fingering in a shear-thinning fluid". En: *Physics of Fluids* 12 (2000) (vid. pág. 27).
- [21] M. J. Shelley L. Kondic y P. Palffy-Muhoray. "Non-Newtonian Hele-Shaw Flow and the Saffman-Taylor Instability". En: *Physical Review Letters* 80 (1998) (vid. pág. 27).
- [22] J. V. Fontana y J. A. Miranda. "Elastic fingering patterns in confined lifting flow." En: *Physical Review E* 94 (2016) (vid. págs. 27, 44).
- [23] H. Zhao y col. "Perturbing Hele-Shaw Row with a small gap gradient". En: *Physical Review A* 45 (1992) (vid. pág. 28).
- [24] E. O. Dias y J. A. Miranda. "Taper-induced control of viscous fingering in variable-gap Hele-Shaw flows". En: *Physical Review E* 87 (2013) (vid. pág. 28).
- [25] S. Sinha, T. Dutta y S. Tarafdar. "Adhesion and fingering in the lifting Hele-Shaw cell: Role of the substrate". En: *The European Physical Journal E* 25 (2008) (vid. pág. 28).
- [26] G. G. Peng y J. R. Lister. "Viscous-fingering mechanisms under a peeling elastic sheet". En: *Journal Fluid Mechanics* 864 (2019) (vid. pág. 28).
- [27] M. J. González Madrid. "Leonora Carrington y Remedios Varo: Alquimia, pintura y amistad creativa". En: *Studia Hermetica Journal* 1 (2017), págs. 116-144 (vid. pág. 29).
- [28] E. Lauga S. Gomez F. A. Godinez y R. Zenit. "Helical propulsion in shearthinning fluids". En: *Jorunal of Fluid Mechanics* 812 (2017) (vid. pág. 31).
- [29] D.F. James. "Boger fluids". En: Annual Review of Fluid Mechanics 41 (2009) (vid. pág. 32).
- [30] M. Doerner. *Los materiales de pintura y su empleo en el arte*. Ed. por Thomas Hoppe. Reverte, 2001 (vid. pág. 51).
- [31] G. W. Scott Blair. "Rheology and painting". En: *Leonardo* 2 (1969) (vid. págs. 51, 53).

[32] A. Roche y L. Dessennes. "The Consolidation of Flaking Gouache on Japanese Paper". En: *Restaurator* 23 (2002) (vid. pág. 51).