UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS
FACULTAD DE CIENCIAS
DIRECCION GENERAL DE DIVULGACIÓN DE LA CIENCIA

POSGRADO EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

LA BALANZA COMO INSTRUMENTO DE RAZONAMIENTO CONCRETO Y ABSTRACTO EN *DE MOTU* DE GALILEO Y LA MECÁNICA DEL SIGLO XVI

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

MAESTRA EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

PRESENTA

DANIELA OROZCO RUIZ

TUTOR

DR. GODFREY GUILLAUMIN JUÁREZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX, JUNIO DEL 2019

AGRADECIMIENTOS

Debo primeramente agradecer a CONACYT por el apoyo económico que me brindó durante los años de maestría, sin este estimulo no habría sido posible la existencia de este trabajo.

A mi tutor el Dr. Godfrey Guillaumin quiero tambien agradecer por la paciencia, atención y tiempo brindado, así como por su valioso conocimiento compartido. A mis lectores de tesis cuya aprobación y comentarios son de igual modo sumamente valiosos: Dra. Benítez Grobet, Dr. Marquina Fábrega, Dra. Mateos González y Dra. Ramos Lara.

Agradezco a mi familia por el apoyo de toda la vida, por estar siempre atentos a mi bienestar y por los sacrificios hechos para verme llegar al lugar en el que ahora me encuentro.

Agradezco a mis compañeros Danica Salomón, Guadalupe Razo, Roberto Lorenzo y Aldo Rosado por su muy amena camaradería. Deseo en especial agradecer a Omar, mi compañero incondicional. Indiscutiblemente tu compañía apaciguó los momentos difíciles y los momentos gratos los hizo aún más felices.

RESUMEN

En esta investigación se resalta la importancia que el conocimiento concreto y abstracto tienen por igual dentro del estudio del mundo natural. Se toma como caso de estudio una de las obras juveniles de Galileo Galilei, *De Motu Antiquiora* y la historia que lo delimita.

En la física aristotélica, los fenómenos naturales como el movimiento están inmersos en un *kosmos* que determina la univocidad de las causas, finalidades y esencias. Debido al nivel de especificidad de lo que se busca, recurrieron a averiguar sobre ello en lo concreto y empírico de la experiencia directa. Puede decirse que este análisis es cualitativo al ser las cualidades el principal objeto de estudio de dicha experiencia. Con los medievales sucedió lo opuesto pues al analizar el movimiento *secundum imagionationem*, es decir 'de acuerdo a la imaginación', filósofos naturales como Oreseme o los del Colegio de Merton con sus intensificaciones de las formas e intensidades del movimiento, generaron un conocimiento abstracto lógico y matemático que se quedó en el nivel hipotético y nunca fue aterrizado al físico y concreto.

No sucedió lo mismo con Galileo, quien en *De Motu* analiza el comportamiento del movimiento del mismo modo que sus antecesores, cualitativa y cuantitativamente pero ahora simultáneamente. Por un lado se da a la tarea de investigar sobre la causa y esencia del movimiento con la ayuda de la balanza concreta o empírica. Por el otro, investiga los aspectos accidentales y contingentes como la rapidez o lo pesado de un cuerpo en movimiento, para lo que recurre a la balanza abstracta o matemática. De este análisis se entrevé una temprana intuición de Galileo de prestarle atención a ambos aspectos.

Lo que se concluye de esta investigación es que la balanza refleja el conocimiento heredado a Galileo, es decir la idea de que es relevante lo concreto y lo abstracto por sí solos, pero tambien refleja la manera en que Galileo hizo suya dicha idea colocando estos aspectos simultáneamente en un mismo nivel.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En la Antigüedad, el movimiento y el cambio eran objeto de estudio de la filosofía natural. El pensamiento de Aristóteles fue especialmente dominante en esta disciplina[1] durante su época y varios siglos después. De acuerdo a este filósofo, la física es la ciencia que se ocupa de las causas naturales que originan y delimitan el comportamiento del movimiento. También se ocupa de los principios que rigen la composición material de los cuerpos terrestres y celestes, composición que determina que los cuerpos tiendan al movimiento o al reposo.

En contraste con la filosofía natural cuyo objeto de estudio son las tendencias naturales del movimiento, está la mecánica de la Antigüedad tardía. En esta segunda disciplina se usa el conocimiento de la filosofía natural con la finalidad de aplicarlo a cuestiones prácticas como la creación de dispositivos con los cuales manipular el curso natural del movimiento para beneficio del hombre. En *La Mecánica*, se encuentra una definición de la mecánica como disciplina, al mismo tiempo que expresa la aparente contradicción entre ésta última y la filosofía natural:

> Nature, so far as our benefit is concerned, often works just the opposite to it. For nature always has the same bent, simple, while use gets complex. So whenever it is necessary to do something counter to nature, it presents perplexity on account of the difficulty, and art [techne] is required. We call that part of art solving such perplexity a *mechane*. As the poet Antiphon puts it: We win through art where we are beaten through nature. Such it is where the lesser overcomes the greater, and when things having little impetus move great weights. And we term this entire class of problems *mechanics*. Mechanics isn't just restricted to physical problems, but is common alike to the theorems of mathematics as well as physics: the how is clear through mathematics, the what is clear through physics (Pseudo-Aristóteles, 2007: 1).

Para el autor de esta obra, la 'asombrosa' capacidad resolutiva de la mecánica se debe a que sus principios se basan en propiedades del círculo, que es igualmente asombroso al estar compuesto de contrarios, esto es, por "estar engendrado por algo que se mueve y algo que se mantiene en su sitio" (Pseudo-Aristóteles, 2007: 1-2).

Estrictamente hablando, no existió en la Edad Media una disciplina mecánica. Había una escasa y fragmentada referencia a los trabajos de Aristóteles y prácticamente no había tratados existentes. Los tratados del Pseudo-Aristóteles y Papo fueron traducidos al latín hasta el siglo XVI, mientras que el trabajo de Herón fue desconocido hasta hace unos siglos. En el caso de Arquímedes, sus trabajos influyeron a los árabes medievales, pero en occidente fueron traducidos al latín hasta el siglo XIII aunque tuvo influencia en occidente hasta el siglo XVI. Fue por ello que en occidente la palabra 'mecánica' fue utilizada únicamente para referirse a las llamadas artes mecánicas como la agricultura, la construcción o la metalurgia, también conocidas como artes 'seculares' por considerárselas 'adulteradas' por la práctica. De acuerdo a W.R. Laird, lo más cercano a la mecánica en la Edad Media, fue la ciencia de los pesos en la que se estudiaba el equilibrio con base en el principio de la palanca, disciplina que no se la relacionaba con las artes seculares, ya que era considerada una disciplina teórica y matemática como la astronomía o la música (Laird, 2008: 5).

---

[1] Por disciplina me refiero al conjunto de conocimientos delimitados por un objeto de estudio concreto y un método para estudiarlo.

Durante la Edad Media, la filosofía natural permaneció casi separada de las artes seculares y de la ciencia de los pesos. Fue hasta el siglo XVI que estas tres disciplinas convergieron en una nueva mecánica (Laird, 2008: 5), cuya problemática emergió de las disputas sobre diversas cuestiones, como por ejemplo las causas que originan el movimiento del proyectil. La mecánica del siglo XVI es una disciplina híbrida y compleja que tomó elementos de varias tradiciones, este es el motivo por el que ha sido estimada por filósofos, matemáticos y hombres prácticos por igual.

Lejos de intentar ser una historia exhaustiva de la mecánica, en esta investigación analizo de manera general, cómo fueron discutidas problemáticas en torno a la comprensión del movimiento en el marco de la filosofía natural de los antiguos griegos, los medievales y el Galileo Galilei joven. Con la finalidad de mostrar que la balanza como instrumento para investigar cuestiones empíricas y matemáticas, sintetiza el complejo desenvolvimiento entre coincidencias y desencuentros en los análisis del movimiento entre los griegos antiguos, los medievales y el Galileo joven.

En esta investigación concretamente, se tiene al movimiento como objeto de estudio y su análisis se ha delimitado en torno a uno de los primeros trabajos de Galileo, *De Motu Antiquiora*. Antes de este último, escribió en 1586 un pequeño tratado titulado *La Bilancetta*, en el que como su nombre indica, trata cuestiones sobre la balanza. Sin embargo, en esta investigación no analizo dicho tratado debido a que en él Galileo trata cuestiones relacionadas más a la ciencia de los pesos que al estudio del movimiento y la caída de los cuerpos, temas centrales en esta investigación. Otro motivo por el que me limito a analizar *De Motu* y no otra obra galileana, es precisamente porque es en esta etapa temprana de su carrera cuando su pensamiento se encuentra temporalmente más cerca del pensamiento de los filósofos naturales medievales y los griegos antiguos, cercanía que permite ver más claramente los puntos de coincidencia entre ellos.

Pero así como hay que remontarse al contexto histórico, es decir las condiciones culturales que constriñen y delimitan el origen, carácter y alcance de una persona o idea para saber porqué es como es; así mismo debe remontarse al contexto que propició la creación de dicha obra para comprender su identidad y significado. Por este motivo, esta es una investigación filosófica apoyada en la historia de la ciencia, en tanto que se cuestiona cómo emergieron y desarrollaron ideas de concepción del movimiento desde la antigüedad hasta la realización de *De Motu* a finales del siglo XVI.

El eje central sobre el que se apoya esta investigación es la estrecha relación entre la filosofía natural y las matemáticas. Los aspectos físicos y matemáticos están presentes, aunque casi de modo independiente, en todos los filósofos aquí analizados. Aristóteles por ejemplo, se preguntó qué es eso llamado cambio y movimiento e intentó encontrar respuestas en la experiencia y observación directa de la naturaleza. Los medievales dejaron a un lado la cuestión del origen y se ocuparon más bien por entender cómo funciona haciendo uso de herramientas abstractas como la lógica y la matemática, esto es de utensilios intelectuales con cuyo uso se obtenía algo que sin ellos no era posible. Mientras que Galileo se apoyó tanto de la experiencia como de herramientas abstractas.

Los antecesores de Galileo o se ocuparon por las causas del movimiento o por cómo funciona, pero sólo quiénes se interesaron por este último aspecto hicieron un uso matemático de la balanza. Galileo logró sintetizar su interés e investigación tanto por las causas del movimiento como por su funcionamiento por medio de este instrumento. Por tanto, el objetivo en esta tesis es defender la idea de que *este uso doble de la balanza de Galileo refleja el estatus de ciencia mixta de la mecánica del siglo XVI y que dicho uso sintetiza el complejo desenvolvimiento entre coincidencias y desencuentros en los análisis del movimiento entre los griegos antiguos, los medievales y el Galileo joven.*

Para alcanzar mi objetivo, he estructurado mi investigación en cuatro capítulos. El primero de ellos está organizado de acuerdo a épocas y autores. Comienzo presentando filósofos de la Grecia Antigua, continúo con los de la Antigüedad tardía y finalizo con los de la Edad Media. En cuanto a los diversos debates en los que estos filósofos participaron, presento aquellos en las que parecen discutirse preocupaciones similares. Tal es el caso de la explicación del movimiento del proyectil que fue una cuestión planteada por Aristóteles pero que los medievales retomaron al estar insatisfechos con las afirmaciones de éste último. Otro asunto es la causa y el carácter del movimiento que fue analizado tanto por Aristóteles como por los medievales. Finalmente está la cuestión de la rapidez del movimiento y su geometrización, influenciada por la ciencia de los pesos que a su vez está basada en el principio de la palanca.

En el segundo capítulo me limito a una reconstrucción descriptiva de *De Motu*. Analizo concepciones fundamentales como el peso, el medio, lo pesado, lo ligero, la rapidez, la *virtus impressa*, la balanza y el plano inclinado, así como la relación que tienen unas con otras. En este capítulo expongo el tratamiento de Galileo a problemáticas que fueron discutidas por los antiguos y por los medievales como la causa del movimiento, la explicación del movimiento del proyectil o la rapidez del movimiento, y explico también cómo el pisano usó de la balanza y el plano inclinado para resolverlas.

En el tercer capítulo hago explícita la unidad en la que convergen los estudios del movimiento de los dos capítulos anteriores. Por un lado muestro en qué sentido Galileo se apoyó en la balanza para investigar sobre la causa y el comportamiento del movimiento, es decir por la fuerza y la rapidez de un cuerpo que desciende sobre el plano inclinado. Mientras que por el otro, muestro que este uso doble de la balanza hecho por Galileo es un reflejo del carácter de la mecánica del siglo XVI como ciencia mixta.

Finalmente en el cuarto capítulo, relaciono el debate continuista de la historia de la ciencia con la cuestión concreta de la continuidad a nivel disciplinario del estudio del movimiento entre los filósofos naturales de la Antigüedad, de la Edad Media y de *De Motu*. Muestro también la opinión de Wallace, Drake, Maier y Clagett, especialistas en el tema, sobre si el análisis del movimiento del joven Galileo continua o no con el de sus antecesores. Finalmente menciono lo que a mi parecer son las semejanzas y diferencias más relevantes entre las concepciones del movimiento de los filósofos naturales que aquí analizo con las de Galileo en *De Motu*.

CAPÍTULO 1

EL MOVIMIENTO EN LA ANTIGÜEDAD Y LA EDAD MEDIA

En este primer capítulo se expondrá resumidamente lo que los filósofos naturales de la Grecia Antigüa y la Edad Media afirmaban sobre el movimiento, específicamente me refiero a Aristóteles, Pseudo-Aristóteles, Arquímedes, Jordano Nemorario, Juan Buridán y los integrantes del Colegio de Merton. Se tiene el propósito de *exponer qué entendieron estos filósofos naturales por movimiento*, bajo qué términos los concebían y qué preguntas hacían al respecto,. Vale la pena notar dos tipos de perspectivas concretas con las que se estudió el movimiento: la del tipo físico-causal es decir, una perspectiva basada en lo concreto y empírico; y la del tipo matemático-conceptual, es decir, una perspectiva basada en lo abstracto en tanto que representa aquellos objetos concretos y empíricos pero mediados y reformulados en términos matemáticos. En la primera se intenta entender qué cosa provoca el movimiento de los objetos, mientras que en la segunda, el complejo que lo posibilita y cómo funciona. En el primer grupo entran Aristóteles y Juan Buridán, mientras que en el otro, el llamado Pseudo-Aristóteles, Arquímedes, Jordano Nemorario y El Colegio de Merton.

1.1 Aristóteles: la causa del movimiento

Para Aristóteles *τὰ φυσικά*, *physica* o naturaleza es la característica que hace que las cosas sean lo que son. Esta es la razón por la que la ciencia de la naturaleza ha de ocuparse del movimiento y el cambio: “Puesto que la naturaleza es un principio del movimiento y del cambio, y nuestro estudio versa sobre la naturaleza, no podemos dejar de investigar qué es el movimiento; porque si ignorásemos lo que es, necesariamente ignoraríamos también lo que es la naturaleza” (Aristóteles, *Física*, III, 1, 200b).

Aristóteles determina que hay tres elementos a estudiar con respecto al *cambio*: *a)* un moviente primero y algo que es movido, *b)* un tiempo en el cual algo se mueve y *c)* un desde, lo que y un hacia lo que algo se mueve (Aristóteles, *Física*, V, 1, 224a). Define también que hay cuatro categorías de las cuales tres sufren la transición del cambio[2]: *a)* con respecto a la cualidad, la de alteración; *b)* con respecto a la cantidad, la de crecimiento y disminución y *c)* con respecto al lugar, la del movimiento local (Aristóteles, *Física*, V, 1, 225b). Estos tipos de cambio son tipos de movimientos, “[P]uesto que todo movimiento es un cambio”, dice

[2] Con respecto a la sustancia, la generación y destrucción es una cuarta categoría que puede sufrir cambio (*kinésis*), más no movimiento (*metabolaí*). “Tampoco la [generación y] destrucción es un movimiento, pues lo contrario de un movimiento es otro movimiento o el reposo, mientras que la destrucción es lo contrario de la generación” *Aristóteles, Física, V, 1, 225a*.

Aristóteles (Aristóteles, *Física*, V, 1, 225a). Mientras que al movimiento lo define del siguiente modo: "[…] es, pues, la actualidad de la potencia, cuando al estar actualizándose opera no en cuanto a lo que es en sí mismo, sino en tanto es movible" (Aristóteles, *Física*, III, 1, 201a).

Para Aristóteles, el movimiento local es el objeto de estudio de la física como ciencia. El reconocimiento del movimiento local se encuentra inmerso en el reconocimiento más fundamental del cambio. La *τὰ φυσικά*, a su vez se ocupa de estudiar el cambio en general y del movimiento local en particular (Lindberg, 1992: 290-91).

La física aristotélica se divide en dos regiones: sublunar o terrestre y supralunar o celeste. La primera se extiende desde el centro de la Tierra hasta la esfera lunar, mientras que la segunda se extiende desde la esfera lunar a la esfera estelar, la última de las esferas. La materia que conforma a los cuerpos de la región sublunar se conforma a su vez de los elementos tierra, fuego, agua y aire; mientras que la materia que le da forma a los cuerpos de la región supralunar se conforma únicamente del elemento éter. Cada uno de estos elementos, posee ciertas características naturales que cuando conforman la materia provocan que se comporte de un modo análogo a ellas. El éter es el elemento divino e incorruptible que da materialidad a los cuerpos celestes y les confiere un movimiento que se comporta circular, perfecta e inalterablemente. En cuanto a los elementos de los cuerpos terrestres, son corruptibles y poseen un movimiento rectilíneo alterable. Los elementos sublunares conforman la materia sublunar mezclándose en variadas proporcionalidades entre sí y no como la materia celeste que se conforma únicamente de éter (Grant, 1983: 77-81).

En la doctrina peripatética se considera que la Tierra es absolutamente pesada, el fuego absolutamente ligero, mientras que el aire y el agua puntos intermedios entre la pesadez y la liviandad: "Así, pues, llamamos 'leve' sin más a lo que se desplaza hacia arriba y hacia la extremidad, 'grave' sin más, a lo que se desplaza hacia abajo y hacia el centro" (Aristóteles. *Acerca del Cielo*, IV, 1, 308a). Este comportamiento de pesadez o liviandad de los elementos que les hace ascender o descender, se ve reflejado a su vez en el comportamiento de los cuerpos que componen. Esta es la razón de que los cuerpos que caen al centro de la Tierra tengan un movimiento descendente, puesto que su elemento predominante es pesado, mientras que los que tienen un movimiento ascendente, es porque tienen uno predominante liviano (Grant, 1983: 80-81).

> […] hay un principio de los cuerpos a partir del cual está constituida la naturaleza de los cuerpos que se desplazan en círculo [éter y los astros] y que otros cuatro cuerpos se forman mediante los cuatro principios, de los que decimos que hay un doble movimiento, el movimiento a partir del centro y el movimiento hacia el centro [movimiento ascendente, resultado de la levedad y el descendente, resultado de la gravedad], que siendo éstos en número de cuatro, fuego, aire, agua y tierra, el que se superpone a todos es el fuego, y el que subyace a todos, la tierra; y que hay otros que guardan entre sí la misma relación que aquellos (en efecto, el aire es, entre todos, el más próximo al fuego, y el agua, a la tierra). Por consiguiente, la totalidad del mundo situado en torno a la tierra [es decir, la esfera terrestre] está constituido por estos cuatro cuerpos (Aristóteles, *Meteorológicos*. I. 2. 339a).

Con base en esto, el movimiento natural se explica en relación a lo que para él son el lugar y estado natural de los cuerpos. El movimiento natural de un cuerpo pesado es el movimiento descendiente rectilíneo que le conduce a su lugar natural, la tierra, el cual habiendo ocupado dicho lugar, se ha colocado en su estado natural de reposo. En este movimiento la rapidez de un cuerpo aumenta a medida que se aproxima a su lugar natural.

La gravedad de diferentes materias del mismo elemento es directamente proporcional a los diferentes volúmenes. Correlativamente, sus tiempos de caída son inversamente proporcionales al peso (Grant, 1983: 80).

Al movimiento con rapidez o *velocitas*, Aristóteles lo considera un tipo de movimiento natural puesto que se presenta cuando los cuerpos pesados se van aproximando descendentemente hacia sus lugares naturales. La rapidez del movimiento depende de la proximidad que éste tenga al centro de la Tierra, su lugar natural. Esto significa que conforme se va acrecentando la proximidad entre el cuerpo y el centro de la Tierra, la proximidad produce un peso adicional en el cuerpo lo que le da mayor rapidez. De tal modo que las velocidades de caída de los graves y de ascenso de los leves son directamente proporcionales a su peso o ligereza respectivos: "[…] en efecto, si la fuerza del peso supera a la (resistencia) del continuo a la escisión y la división (aquélla) forzará (al cuerpo) hacia abajo más rápidamente, mientras que si es más débil, (el cuerpo) flotará." (Aristóteles, *Acerca del Cielo*, IV, 6, 313b).

Esta explicación sobre la rapidez del movimiento resulta problemática. Por un lado porque a pesar de admitir que los movimientos naturales sufren de rapidez, Aristóteles los trataba como si fueran uniformes; además trataba la caída -y el ascenso- de los cuerpos pesados como si el peso -o la liviandad- fueran la causa inmediata de la rapidez (Grant, 1983: 85). Pero también dio otra explicación de la rapidez, que depende de la distancia de caída (*Acerca del Cielo* I.8.277a-277b). Estas deficiencias significaron en general una seria debilidad que le valió críticas posteriores.

Finalmente, el movimiento violento de los graves es todo aquel que desvíe al cuerpo de su lugar natural o, puede entenderse también, como cualquier otro movimiento que se dirija a otra dirección que no sea la natural (Lindberg, 1992: 301). Aristóteles establece que el movimiento sea natural o violento, debe respetar el principio causal:

- [P1] "Todo lo que está en movimiento tiene que ser movido por algo. Porque, si no tiene en sí mismo el principio de su movimiento, es evidente que es movido por otra cosa" (Aristóteles, *Física,* VII, 1, 241b). Lo que este principio señala es que todo movimiento presupone una fuerza impulsora como su causa, lo que implica a su vez que el movimiento continúa tanto como ella perdure y que cuando cese, el movimiento, cesará también (Maier, 1982: 79).

El principio causal le permitió a Aristóteles distinguir en la mayoría de los casos cuál es el objeto impulsor y cuál el impulsado. Así podría fácilmente explicarse que en los objetos animados como los animales, el impulsor y la causa de su movimiento es el alma, mientras que el objeto impulsado es su cuerpo. Pero el movimiento a distancia –que es un modo del movimiento violento-, sería un caso del movimiento difícil de explicar bajo dicho principio puesto que no es obvio cuál cuerpo es el impulsor y cuál el impulsado. En el movimiento de una flecha o una roca en vuelo, por ejemplo, que se mueve espacialmente alejada de la mano que la ha impulsado en un cierto momento, ¿cuál es la causa impulsora de su movimiento cuando no tiene contacto con la mano? A pesar de ésta dificultad, Aristóteles encontró una explicación sin violar el principio causal.

Cuando una roca es arrojada, el impulsor del movimiento es la mano de la persona que la arroja. En un primer instante cuando la mano impulsora está en contacto con la roca, la mano transmite su fuerza impulsora al medio y al cuerpo, al aire y a la roca. De tal modo que en un segundo momento, cuando la roca ya no está en contacto con la mano, la fuerza impulsora se encuentra en el medio y en el cuerpo. Conforme la roca se va 'colocando' en cada 'capa' sucesiva de aire, la capa de aire provoca el movimiento de la roca en ese momento, puesto que, *i)* es lo que está en contacto directo con la roca y porque *ii)* la fuerza impulsora transmitida a esa capa de aire, se imprime en la roca en forma de movimiento. Posteriormente conforme la fuerza impulsora se va transmitiendo en las capas de aire contiguas, la fuerza impulsora va disminuyendo gradualmente y por lo tanto *iii)* la intensidad del movimiento de la roca también, hasta que en cierto punto –en el que alcanza su punto más alto- dicha intensidad es nula. En este punto ya no hay fuerza que se transforme en el movimiento de la roca, ya no hay movimiento violento, por lo que la roca comienza a descender pero con movimiento natural hasta que se detiene pues ha encontrado el reposo.

Esta explicación del movimiento además de respetar el principio causal P1, respeta los siguientes tres, de modo que *i)* respeta el principio P2, *ii)* el principio P3 y *iii)* los principios P1 y P4.

- [P2] El principio *motor conjunctus* que establece que no hay acción a distancia sino sólo cuando hay contacto. Es decir que el motor o causa del movimiento está siempre junto al móvil y que por lo tanto debe él mismo disponer de movilidad: "Porque actuar sobre lo movible en cuanto tal es precisamente moverlo; pero el moviente hace esto por contacto, de tal manera que al mismo tiempo experimenta también una modificación" (Aristóteles, *Física*, III, 2, 202a).
- [P3] El principio de transformación que dice que el cuerpo es movido de tal manera que la fuerza impartida al medio es *transformada* en movimiento del cuerpo (Maier, 1982: 80).
- Y por último [P4] el principio de la rapidez del movimiento violento. Aristóteles define el concepto de rapidez con base en los conceptos de movente, cosa movida, distancia, tiempo, fuerza y peso. A pesar de que formula las siguientes 'reglas' sobre la rapidez en términos de estos otros conceptos, lo que afirma en este principio es que la distancia recorrida es directamente proporcional a la fuerza motriz y el tiempo requerido, e inversamente proporcional a la resistencia del medio (Grant, 1983: 85), y que la rapidez es proporcional al peso de los cuerpos que caen:

> Supongamos que A es el moviente, B la cosa movida, C la distancia según la cual es movida y T el tiempo en el cual es movida. Entonces, 1) en el tiempo T una fuerza igual a A hará que algo que es la mitad de B se mueva sobre el doble de la distancia C, y 2) lo hará mover sobre la distancia C en la mitad del tiempo T, pues de esta manera se mantendrá la proporción. Y 3) si la fuerza de A hace mover a B sobre la distancia C en el tiempo T, también hará mover a B sobre la mitad de C en la mitad de tiempo T, y 4) una fuerza igual a la mitad de A moverá a la mitad de B sobre la distancia C en el tiempo T. Así, por ejemplo, sea E la mitad de la fuerza A, y F la mitad de la cosa movida B; entonces, la relación entre las fuerzas y los pesos será semejante y proporcional en uno y otro caso, de tal manera que cada fuerza hará que la misma distancia sea recorrida en el mismo tiempo (Aristóteles, *Física*, VII. 5. 249b-250a).

Para algunos filósofos naturales el análisis aristotélico del movimiento fue insatisfactorio en términos generales, pues no era capaz de dar cuenta del movimiento con rapidez, y por el otro porque en el movimiento a distancia le atribuía al aire funciones simultáneamente opuestas, la de impedir[3] pero también la de propiciar el movimiento[4].

1.2 Pseudo-Aristóteles: el principio de la palanca

De acuerdo a Diógenes Laercio, Arquitas de Tarento (430-360 a.C.) fue el primer filósofo natural en redactar el primer tratado sobre el movimiento basado en principios matemáticos (Clagett, 1979: 3). Desafortunadamente y debido a que no llegó hasta nosotros, suele dejarse de lado sin ser por lo menos mencionado.

Por otro lado, el tratado mecánico existente más antiguo es el titulado *Quaestiones mecanicae* cuya autoría fue por mucho tiempo atribuida a Aristóteles. Se sabe ahora sin embargo, que se trata de un trabajo redactado después de la muerte de este último y que el autor perteneció a la escuela peripatética. Clagett señala a Estratón como el verdadero autor, quien en el año 287 a.C. se encargó de la dirección del Liceo. *La Mecánica*, como también es conocido este tratado, consiste en treinta y cinco preguntas y respuestas de variada temática. Las preguntas presentan, sin orden aparente, problemas en relación a las máquinas simples, el movimiento y los materiales.

La cuestión principal en este tratado es la de sintetizar el imperativo de la física aristotélica de acuerdo al cual el efecto debe ser proporcional a su causa, y el conocimiento mecánico que establece que mediante una tecnología mecánica, una pequeña fuerza puede alcanzar un gran efecto (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 64). En otras palabras, lo que se busca analizar es cómo con ayuda de un artilugio mecánico una cierta fuerza puede alcanzar un efecto mucho mayor que ella sin violar la proporcionalidad entre fuerza y efecto. Para dar salida al aparente dilema, se parte del principio fundamental de que tanto las máquinas simples[5] como casi todos los tipos de movimientos se reducen al mecanismo de la palanca y sus partes[6], que ésta se reduce a la balanza y que esta última a su vez remite a las propiedades de la circunferencia: "The properties of the balance of those of circle and the properties of the lever to those of the balance. Ultimately most of the motions in mechanics are related to the properties of a lever". Debido a que se considera que la palanca es el elemento fundamental del engranaje del movimiento y las máquinas simples, la técnica para responder a todas las preguntas de *La Mecánica* consiste en aplicar siempre el principio de la palanca (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 64).

En la pregunta tres de *La Mecánica* se aborda ya el tema de la palanca: "Por qué sucede que pequeñas fuerzas puedan mover grandes pesos por medio de la palanca". Durante el planteamiento y desarrollo del problema, el autor va haciendo ver al mismo tiempo cómo la palanca coincide con la balanza de brazos desiguales: Se tiene una palanca cuya barra es AB y cuyo fulcro es E; esta se divide en las longitudes desiguales EA y EB donde EA>EB.

[3] Un cuerpo en movimiento encuentra dos tipos de impedimentos o resistencias, la interna y la externa. La primera se refiere al peso del cuerpo, mientras que la segunda al medio.
[4] Para Aristóteles el medio es el lugar en el que se da el movimiento y por lo tanto, dependiendo de qué tan rarificado sea, va entorpeciendo al mismo. Sin embargo al caso del movimiento a distancia, le atribuye al medio aire adicionalmente la función de ser el motor del objeto que se mueve. De lo que se concluye que el medio es motor y obstáculo del movimiento.
[5] Palanca, plano inclinado, torno, polea, cuña y tornillo.
[6] Fulcro, barra, fuerza motriz y peso movido.

Ahora, sobre los extremos A y B se colocan los pesos *f* y *P* respectivamente. El peso *f* es el ‘pequeño’ peso moviente o fuerza motriz, mientras que el peso *P* es el peso a moverse (Figura 1).

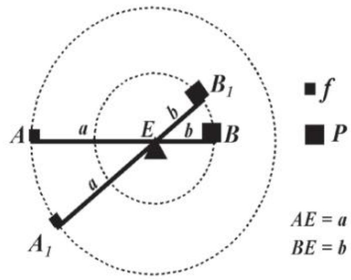


Figura 1. Planteamiento geométrico del problema tres de *La Mecánica* (Vaccaro, 2008: 517).

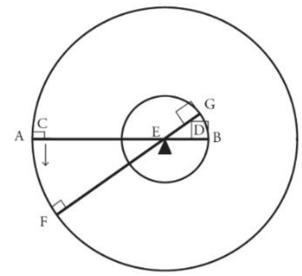


Figura 1.1 Planteamiento geométrico del problema tres (Pseudo-Aristótles, 11)

Con base en este diagrama puede observarse que cuando la fuerza *f* se desplaza de A hacia A_1 describe un arco de circunferencia AA_1 mayor que el que describe el peso B en el arco B_1B. Así puede apreciarse también que la proporción entre el peso movido *P* y el peso (o fuerza que mueve) *f*, corresponden con sus distancias contrarias a partir del fulcro, es decir a y b respectivamente (Vaccaro, 2008: 517). En esto consiste el principio de la palanca, en que *dos pesos suspendidos en los extremos del brazo de una palanca están en equilibrio cuando son inversamente proporcionales a sus distancias -que van del fulcro a su extremo correspondiente*. Así lo enuncia el autor:

> When the part farther from the center gets moved more quickly by the same weight, there are three things about the lever: the fulcrum— string and center, and two weights, the one moving and the one getting moved. The weight getting moved to the weight moving is the opposite of length to length. And always, the farther from the fulcrum, the easier it will move. Th e reason is the aforesaid, that the more distant from the center scribes the larger circle. So by the same force, the mover will manage more the farther from the fulcrum (Pseudo- Aristóteles, 10-11).

De este modo, si se busca equilibrar dos pesos, uno de diez (a) y otro de veinte unidades (2a), en una palanca de brazos desiguales, el peso menor tiene que colocarse a una distancia dos veces mayor que la distancia del peso más grande (Figura 2).

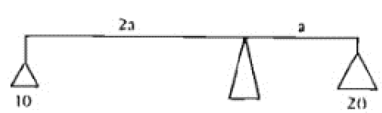


Figura 2. La palanca de brazos desiguales en equilibrio (Lindberg, 1992: 150).

Si el brazo equilibrado fuera puesto en movimiento, la rapidez con la que los pesos se moverían sería inversamente proporcional a las magnitudes de sus pesos. En el mismo tiempo en el que el peso mayor se mueve la distancia b, el peso menor se moverá una distancia 2b (Figura 3). La noción clave que se encuentra aquí inmersa es que la mayor velocidad de un cuerpo en movimiento compensa exactamente el peso mayor del otro cuerpo (Lindberg, 1992: 150)

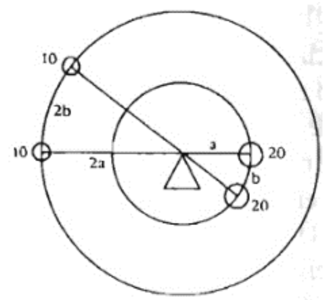


Figura 3. Problema de la balanza en equilibrio cuya solución supone al movimiento (Lindberg, 1992: 150).

Es importante recalcar que el problema que se intenta analizar es el de la conducta de la balanza en equilibrio, debido a que, y aunque parezca contra intuitivo, la solución supone al movimiento. Si bien no se enuncia explícitamente, el autor está suponiendo que se alcanza el equilibrio cuando el brazo de la palanca se mueve.

1.3 Arquímedes: la matematización de la naturaleza

Euclides demostró el principio de la palanca pero, manteniendo el estilo axiomático de éste, la prueba de Arquímedes en *Sobre El Equilibrio de los Planos* es matemáticamente más elegante y sofisticada. Lo que Arquímedes hace es reducir la cuestión física del problema de la palanca, es decir cómo determinar el equilibrio en ella, a una cuestión puramente matemática[7]. Dejó de lado el estudio del movimiento enfocándose únicamente a los casos de equilibrio estático deslindándose de características y tendencias naturales o teleológicas de los cuerpos –movimientos, lugares o estados naturales de los cuerpos aristotélicos- (Vaccaro 2008: 518). Realizó una correspondencia uno a uno entre los elementos de una balanza y los geométricos, la barra de la balanza con una línea, los pesos con puntos y las fuerzas con magnitudes geométricas: "[…] by the time Archimedes comes to prove the law [of the lever] he is actually no longer talking about physical weights but rather about homogeneous geometrical magnitudes possessing 'weight' proportionate to the quantity of magnitude" (Clagett, 1979: 11).

El propósito general de la prueba de Arquímedes es demostrar que cualquier caso de la palanca en el que las distancias de los brazos a partir del fulcro son inversamente proporcionales a los pesos suspendidos –el principio de la palanca, es idéntico al caso especial de la palanca de brazos y pesos iguales[8] (Clagett, 1979: 11). La prueba del principio de la palanca para magnitudes conmensurables se encuentra en la proposición seis del Libro I en el tratado mencionado[9]:

> [Two] conmensurable magnitudes are in equilibrium when they are inversely proportional to the distances at wich they are suspended. Let the conmensurable magnitudes be A, B, whose centers [of gravity] are A, B. Let there be a certain length ED, and let the magnitude A to be the magnitude B as the length DG to the length GE. It is necessary to demonstrate that the center of gravity of the magnitude composed of both A, B is [the point] G (Figura 4) (Arquímedes en Clagett, 1979: 35).

[7] Las cuestiones matemáticas se refieren aquí básicamente a cuestiones geométricas.
[8] Lo que supone la demostración del principio de la palanca.
[9] La prueba para magnitudes inconmensurables se encuentra en la proposición siete.

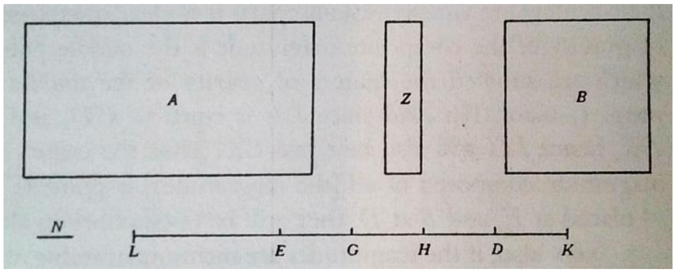


Figura 4. Planteamiento geométrico de la demostración geométrica del principio de la palanca en *Sobre el Equilibrio de los Planos* (Clagett, 1979: 35).

A continuación Arquímedes desarrolla la prueba con argumentos geométricos[10], sin embargo la idea central de la prueba puede ser resumida de manera más simple en tres momentos.

i. Transformar las distancias de la palanca de brazos iguales a desiguales, luego se hace lo mismo con los pesos, se convierten los pesos iguales a desiguales descomponiéndolos en partes racionales extendidos en la barra uniformemente. La barra *lk* suspendida en su punto medio o de equilibrio *c* se divide en seis partes iguales. Entre las partes medias de estos espacios equidistantes se distribuyen dos pesos, *rojo* y *azul*, el primero en cuatro y el segundo en dos partes (Figura 5) (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 66).

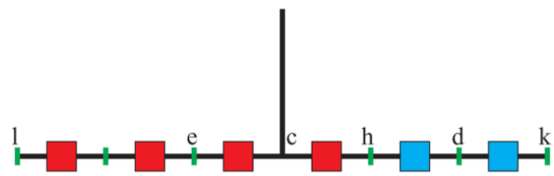


Figura 5. Paso uno de la demostración geométrica arquimediana del principio de la palanca (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 48).

ii. Se demuestra que así como en el caso de distancias y pesos iguales se obtiene el equilibrio cuando se suspenden de su punto medio, así mismo en el caso de distancias y pesos desiguales se obtiene el equilibrio al suspenderlos en sus respectivos puntos medios. El peso *rojo* se suspende en su punto medio *e* y lo mismo se hace con el peso *azul* suspendiéndolo en *d*. La idea aquí, es que a pesar de este cambio, la barra sigue estando en equilibrio (Figura 6) (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 67).

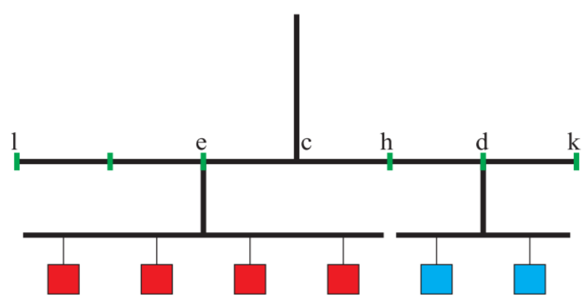


Figura 6. Paso dos de la demostración aquimediana del principio de la palanca (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 48).

iii. En este caso hay que asumir que todas las partes que constituyen los pesos *rojo* y *azul* se concentran respectivamente en *e* y *d*, sus puntos medios. En este caso, la intensión es demostrar que el equilibrio permanece intacto aun cuando las partes de *rojo* y *azul* se aglutinan unas sobre otras verticalmente en sus puntos medios. Esta conducta del

[10] Argumentos que no son imprescindibles y que rebasan la intensión general en este trabajo.

equilibrio de la palanca de brazos y pesos desiguales es el caso especial de la palanca enunciado en el principio de la palanca: si el peso *rojo* de cuatro partes se sitúa a una unidad de distancia del punto medio *c* de la barra *lk*, y el peso *azul* de cuatro partes se sitúa a dos unidades de distancia de *c*, el equilibrio se mantiene[11] (Figura 7) (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 67).

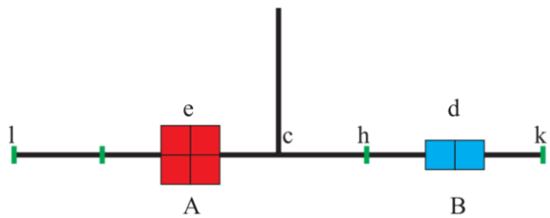


Figura 7. Paso tres de la demostración arquimediana del principio de la palanca (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 67).

Es de notar que a diferencia de Pseudo-Aristóteles, quién encontró una solución dinámica a un problema estático, Arquímedes solucionó el problema estático del equilibrio en la palanca con una respuesta igualmente estática.

1.4 Jordano Nemorario: la gravedad posicional

Con Aristóteles se vio que el motivo por el que un cuerpo cae es su propio peso. Un problema que posterior y naturalmente se presentó fue qué fuerza es necesaria para prevenir que un cuerpo caiga. Este problema requirió observar y analizar el movimiento de los objetos cuando caían. Ralentizar el movimiento pareció una buena técnica para facilitarse la tarea. De este modo, el uso del plano inclinado se introdujo no solo con la finalidad de responder la pregunta, sino que también y al mismo tiempo se introdujo al estudio general del movimiento.

Es difícil afirmar quién fue el primer matemático o filósofo en establecer el problema del plano inclinado, es decir el de determinar la fuerza requerida para prevenir que un cuerpo caiga. Pero en cambio fueron dadas muchas soluciones, de las cuales pocas son correctas. La solución a este problema es la llamada *ley del plano inclinado*, en la cual se afirma: la proporción entre un peso y la fuerza requerida para equilibrar o mantener dicho peso sobre un plano inclinado es igual a la proporción entre la longitud y la altura de ese plano (Roux y Festa, 2013: 1). Por otro lado, no aparecen indicios de solución al el enigma del plano inclinado, sino hasta el primer siglo de nuestra era con Herón de Alejandría quien fue

[11] A finales del siglo XIX el historiador y filósofo de la ciencia Ernst Mach cuestionó la legitimidad de este tercer momento de la prueba de Arquímedes. De acuerdo a Mach, la prueba supone lo que se debería demostrar, el principio de la palanca. En respuesta y defensa de Arquímedes, el historiador holandés Dijksterhuis afirmó que en este paso crítico el equilibrio de las unidades aglutinadas se justifica en el concepto de *centro de gravedad*. Otro punto que Mach critica es el conocimiento en el que se basa la prueba. Asombrado, se cuestiona: "From the mere assumption of the equilibrium of equal weights at equal distances is derived the inverse proportionality of weight and lever-arm! How is that possible? If we were unable philosophically and a priori to excogitate the simple fact of the dependence of equilibrium on weight and distance, but were obligated to go for that result to experience, in how much less a degree shall we be able, by speculative methods, to discover the form of this dependence, the proportionality!" (Mach, 1919: 14).

sucedido en el intento por Papo de Alejandría. Ambos formularon e intentaron resolver el problema pero sin obtener el éxito.

La prueba de Herón se caracteriza por apelar a la experiencia común. Con base en la figura 8, esto se explica de la siguiente manera. La parte LEN es más grande que la LON, por lo que es más fácil que un cuerpo baje sobre un plano entre más horizontal sea porque al ser la parte inferior más grande, es más pesada que la parte superior, lo que provoca que el cilindro ruede cuesta abajo. En este punto es en donde recurre a la intuición. Es más difícil mover a un cilindro cuesta arriba sobre un plano entre más vertical sea; porque entre más vertical sea la inclinación del plano, más crece la parte inferior que es más grande. Entre más vertical sea DB, más grande es ENL lo que provoca que el contrapeso dirigiéndose hacia el suelo sea mayor (Figura 8) (Roux y Festa, 2013: 4). Luego de una serie de pasos geométricos concluye que el cilindro estará en equilibrio sobre el plano inclinado si la fuerza que lo sostiene es igual a su peso menos el peso de las dos lunas NML y NLO (Figura 8).

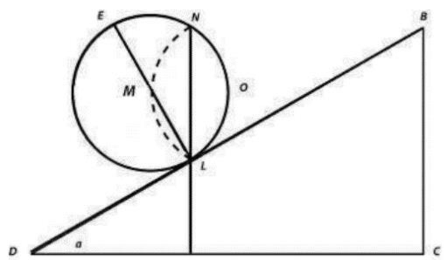


Figura 8. Planteamiento geométrico de la solución al problema del plano inclinado de Herón (Roux y Festa, 2013: 4).

Sin embargo, el punto débil de la prueba es que no proporciona un método explícito y preciso para obtener el valor de dicha fuerza, que es a su vez la respuesta al problema (Roux y Festa, 2013: 4-5).

Papo por su parte analiza el problema del plano inclinado en su *Colección Matemática*. Plantea el problema del siguiente modo: dado un peso y la fuerza que lo mueve sobre un plano horizontal, y dado también otro plano pero con cierto ángulo de inclinación, debe encontrarse la fuerza con la que el peso sube por el plano inclinado (Roux y Festa, 2013: 6). La cuestión concreta es qué peso B suministrará la fuerza D para mantener el cilindro E sobre el plano inclinado MK (Figura 9). Después de una serie de pasos geométricos, Papo concluye que B es el peso que colocado en G suministra la fuerza D capaz de mantener el cilindro sobre el plano inclinado (Roux y Festa, 2013: 7).

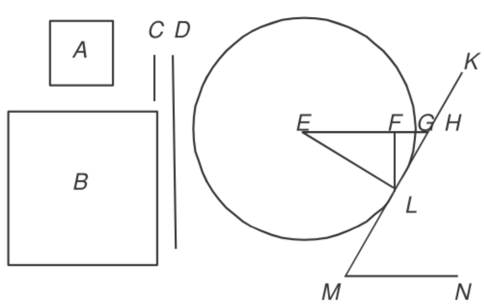


Figura 9. Planteamiento geométrico de la solución al problema del plano inclinado de Papo de Alejandría (Roux y Festa, 2013: 6).

El punto débil con esta prueba es que a pesar de que los cálculos formales son correctos, las correspondencias que hace entre los elementos geométricos con el equilibrio, no corresponden (Roux y Festa, 2013: 8).

La idea que se intenta expresar es que las demostraciones de estos dos matemáticos no superaron todos los obstáculos para salir victoriosas debido a una causa común. Roux y Festa creen que esta causa es la aplicación directa del principio de la palanca. Por un lado Herón trata a las dos lunas como si se estuvieran oscilando en una balanza cuyo fulcro es L, e ignora el hecho de que están sobre un plano inclinado. Por el otro lado, al igual que Herón, Papo no toma en cuenta que el cilindro E no está sobre una balanza, sino sobre un plano inclinado. Para estos autores lo que explica que Herón y Papo caigan en la misma explicación es la omnipresencia del principio de la palanca (Roux y Festa, 2013: 8).

El problema del plano inclinado es un caso difícil y significa un reto para la tradición (pseudo) aristotélica y arquimediana que tienen como base al principio de la palanca. Con Herón y Papo se vio como el resultado de las demostraciones no son satisfactorias a pesar de la aplicación directa de dicho principio. La aplicación, por lo menos directa, del principio de la palanca al problema del plano inclinado no es la vía correcta: "We can imagine that in both cases the error arose from the fact that the model of the balance was not adequately adapted to the particular problem of the inclined plane, but was so to speak directly applied to it" (Roux y Festa, 2013: 8).

La primera solución exitosa registrada fue hecha por el matemático del siglo XIII Jordano Nemorario, de quien poco se sabe, en su tratado *De ratione ponderis*. Para la solución del problema Jordano parte de la observación directa de que el movimiento de un cuerpo depende no sólo de su peso, sino también de la posición sobre la que está colocado. Para estudiar esta idea, se sirvió de la noción clave de 'gravedad posicional' (*gravitas secundum situm*) (Vaccaro, 2008: 527).

En el postulado 4 define el concepto de gravedad de un cuerpo según su posición en base a la definición de oblicuidad. El concepto de oblicuidad o inclinación, se define con respecto a la vertical, es decir que entre menor sea la altura de un plano, mayor será su oblicuidad, lo que significa que el peso sobre dicho plano tiene mayor gravedad posicional. En pocas palabras: menor altura, es igual a mayor oblicuidad, lo que es igual a mayor gravedad posicional. Supóngase el siguiente ejemplo. Un plano de altura h_2, al ser menos alto que el de altura h_1, tiene mayor oblicuidad y por lo tanto menor gravedad posicional (Figura 10) (Vaccaro, 2008: 528).

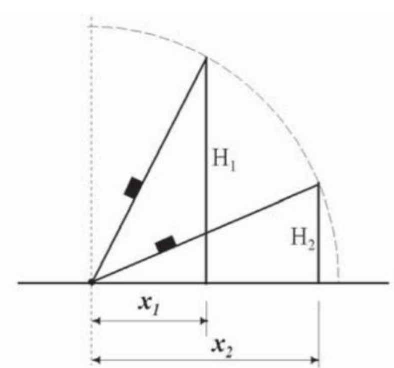


Figura 10. Planteamiento geométrico del concepto de *gravedad posicional* de Jordano (Vaccaro, 2008: 528).

En la proposición diez se afirma la solución del problema del plano inclinado: "If two weights descend by paths with different declinations and if the declinations and the weights are directly proportional between them, the weights will have the same force when they descend" (Vaccaro, 2008: 528). Lo que afirma Jordano en esta proposición es que si la proporción de los pesos es igual a la de las longitudes de los planos inclinados, la fuerza de descenso o gravedad posicional será la misma para ambos cuerpos (suponiendo que están atados por una cuerda en D), por lo que permanecerán en equilibrio (Figura 11).

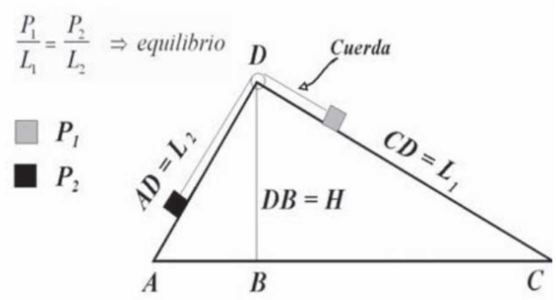


Figura 11. Planteamiento geométrico de la solución al problema del plano inclinado de Jordano (Vaccaro, 2008: 529).

La demostración puede esbozarse del siguiente modo.

i. Se requiere de un plano adicional DK de longitud igual a L_1 y un peso P_3 igual a P_1 ubicado en G. Supóngase luego que P_1 desciende sobre DC una distancia *d* (o una altura h_1), por lo que P_2 ascenderá –puesto que están atados por una cuerda en D- la misma distancia sobre DA (o una altura h_2) (Figura 12).

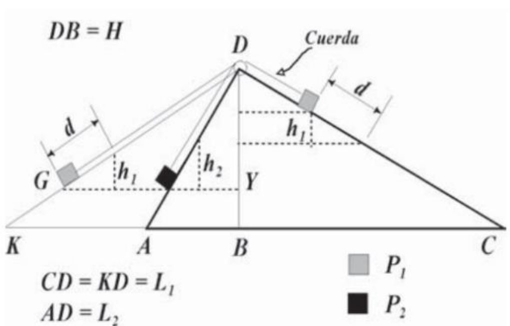


Figura 12. Planteamiento geométrico de la solución al problema del plano inclinado de Jordano (Vaccaro, 2008: 530).

ii. La proporción entre h_1 y *d* es igual a la proporción entre DB y DK, del mismo modo la proporción entre h_2 y *d* es la misma proporción entre DB y DA. De esto concluye Jordano que h_1 es a h_2 como L_1 es a L_2.

iii. Ahora supongamos que P_1 desciende la distancia h_1, por lo que P_2 deberá ascender una distancia h_2, altura que es mayor a h_1. De esto se deduce que la relación entre estos desplazamientos verticales es $h_1/h_2=L_1/L_2$.

iv. Ahora por hipótesis se tiene que la proporción entre los pesos es igual a la proporción entre las longitudes:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{P_3}{P_2} \quad o \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{P_1}{P_2}, \quad ya\ que \quad P_3 = P_1.$$

v. Pero como P_1 no puede elevar a P_3 una altura h_1, tampoco puede elevar P_2 una altura h_2. Aquí Jordano aplica el principio que dice que si una fuerza P_1 eleva un peso P_3 una altura h_1, la misma fuerza elevará un peso kP_3 una altura h_1/k. En este caso P_1 es igual a P_3 y no puede elevarlo, y $k=L_1/L_2$ por lo que kP_3 es igual a P_2 y este peso tampoco podrá ser elevado. Como consecuencia, tanto P_1 como P_2 no se desplazarán si la proporción entre ellos es igual a la proporción entre las longitudes (Vaccaro, 2008: 528-530).

De acuerdo a Rouxe y Festa, lo que provocó que esta demostración de la ley del plano inclinado concluyera exitosamente, fue que Jordano recurrió al uso un viejo sistema mecánico. Este viejo sistema es la polea fija en el punto D que une los dos pesos en cuestión con una cuerda. La polea y su uso era ya conocido desde la antigüedad, sin embargo ni Herón ni Papo la aplicaron al problema del plano inclinado, si no que ellos optaron por la palanca. Usar de este sistema le permitió a Jordano imaginar el subir y bajar de los pesos y en general analizar su comportamiento así como y manipularlos más sencilla e intuitivamente.

1.5 Juan Buridán: el ímpetu

En el siglo XIV surgieron varias interpretaciones de las nociones de cambio y movimiento aristotélicas. Con el propósito de exponer, reformular, aclarar y delinear la variedad de opiniones, el filósofo y teólogo Alberto Magno (1193-1280), planteó en su comentario sobre la *Física* de Aristóteles, las dos interpretaciones mejor delineadas hasta ese entonces. La cuestión principal de la que se ocupaban dichas interpretaciones era sobre qué es el movimiento, la cual Alberto Magno formuló del siguiente modo: ¿es el movimiento una *forma fluens* o una *fluxus formae*?[12] (Maier, 1982: 24).

La postura *forma fluens*, que puede traducirse como 'la forma fluyendo', dice que el movimiento debe entenderse como *un proceso* y que la sucesividad es por lo tanto su rasgo distintivo. Esta definición se apoya en aquellos tres elementos aristotélicos operantes en el movimiento. Entre los filósofos naturales que defendieron esta postura se encuentra Averroes, el mismo Alberto Magno y Guillermo de Ockham, quienes lo hicieron básicamente de la misma manera, con excepción de este último quien llegó a consecuencias basadas en el nominalismo.

Guillermo de Ockham (1285–1347) fue un fraile inglés de la orden franciscana; fundador de la escuela nominalista, la más predominante en el norte de Europa durante los siglos XIII y XIV y uno de los filósofos escolásticos más influyentes. Su trabajo escrito se ha clasificado en tres categorías, el filosófico, el teológico y el político (Coulston, 1981: 171-172). Dentro de su trabajo filosófico se encuentra su defensa de la *forma fluens* que es presentada bajo un carácter lógico. Para responder a la pregunta qué es el movimiento, considérese el siguiente par de oraciones: 'cada movimiento es producido por un impulsor que le pone en movimiento' y 'cada cosa movida es movida por un impulsor que la mueve'. Cada una de estas oraciones describe distintas maneras de entender qué es el movimiento, de las que a su vez se infieren implicaciones diferentes, ¿Cómo saber cuál de las dos oraciones describe la realidad del movimiento? (Lindberg, 1992: 293).

En la primera oración el movimiento es mencionado bajo un sustantivo, '[el] movimiento', con el cual se tiene el propósito de representar un objeto, existe *una cosa* tal como el movimiento. En la segunda oración, no está ya presente dicho sustantivo, pues ahora el sustantivo pasa a ser '[la] cosa movida', lo que quiere decir que no existe tal cosa como el

[12] Es inusual que en esa época se presentará la cuestión sobre qué es el movimiento de ésta manera. Esto es, en la terminología aristotélica, la Forma posee una esencia invariable, por lo que hablar de una Forma que fluye o del fluir de la Forma es una contradicción en los mismos términos (Maier, 1982: 24).

movimiento, sino que lo que existe es una cosa que *es movida*. Posteriormente y con base en su principio de economía que establece que en igualdad de condiciones, probablemente la más sencilla es la correcta, llega a la conclusión de que la oración que describe un mobiliario ontológico más económico -en el que existan menor cantidad de cosas- es la que describe correctamente la realidad. En la primera oración hay una cosa más a la que se le atribuye existencia y que por lo tanto se agrega a la ontología existente, el movimiento; mientras que en la segunda, el movimiento es una característica que se dice de las cosas que ya existen, por lo que no hay algo más que sumar a la ontología existente. Así, Ockham opta por creer que la segunda oración es en la que se expresa cómo hay que entender la realidad del movimiento:

> Motion is not such a thing wholly distinct in itself from the permanetn body, because it is futile to use more entities when it is posible to use fewer. But whitout any such thing we can save the motion and everything that is said about motion. Therefore it is futile to postulate such other things (Ockham citado en Clagett, 1979: 589).

De acuerdo a la *forma fluens*, puesto que el movimiento es un proceso integro en su totalidad, el movimiento implica ser simultáneamente el cuerpo en movimiento y los lugares sucesivos que ocupa (Lindberg, 1992: 292):

> For it is clear that local motion is to be conceived of as follows: positing that the body is in one place and later in another place, thus proceeding without any rest or any intermediate thing other than the body itself and the agent which moves, we have local motion truly. Therefore it is futile to postulate such other things (Ockham citado en Clagett, 1979: 589).

Con base en la distinción nominalista que diferencia entre la cosa misma y el modo en que se habla sobre esa cosa, Ockham llega a la conclusión de que el movimiento es un término ficticio, un sustantivo al que no le corresponde entidad real por sí misma, es únicamente un nombre que se usa para hablar del *proceso* del movimiento (Maier, 1982: 30). “For Ockham the concept ‘motion’ is merely a name, a subtantive that takes the place of declarative sentence ‘something is moved’” (Maier, 1982: 86). Desde el punto de vista de Ockham y sus seguidores nominalistas el movimiento no es una entidad que tenga existencia independientemente de la cosa movida, sino que decir ‘el movimiento’ es una manera útil de referirse a un cuerpo que ocupa primero tal posición y luego tal otra posición, y así sucesivamente (Clagett, 1979: 589).

La respuesta de Ockham a qué es el movimiento no provocó mucha aceptación, pero sí en cambio réplicas de sus oponentes quienes se preguntaron si realmente el movimiento es el cuerpo en movimiento y los sucesivos lugares que éste ocupa. Como parte de una interpretación alternativa del movimiento, Buridán se plantea dicha pregunta y continúa con una réplica más elaborada.

Juan Buridán (1295-1358) fue un filósofo y lógico francés y discípulo de Ockham, fue nombrado rector de la Universidad de Paris en 1328. Es considerado como el maestro de filosofía natural más influyente del siglo XIV de esa universidad, puesto que con su reformulación de la metodología de la filosofía natural, logró que ésta se independizara de la teología y la metafísica (Coulston, 1981: 603-604).

Buridán piensa que las consecuencias derivadas de la *forma fluens* conducen a afirmar que el cosmos no se mueve, lo cual es contradictorio. *a)* Primeramente Buridán considera la premisa explícitamente afirmada en la condena parisina de 1277[13], que dice que Dios es capaz de dotar de movimiento al cosmos entero. Posteriormente, *b)* toma en cuenta que el movimiento es idéntico al cuerpo en movimiento y los sucesivos lugares que ocupa, al modo de la *formae fluens*. Toma también *c)* la noción aristotélica de lugar, en la que se lo define en términos de lo que le rodea; y *d)* la noción igualmente aristotélica de que el cosmos no está rodeado por nada puesto que todo contenedor es parte de él mismo. Por último y en base a lo anterior Buridán llega a la conclusión de que *e)* el movimiento del cosmos no es posible. Esto es, puesto que al cosmos no le rodea nada, no ocupa lugar, si no ocupa un lugar, no puede ocupar lugares sucesivos, con lo cual se concluye que el cosmos no se mueve. Pero afirmar que el cosmos no se mueve es incompatible con la premisa de que Dios dotó de movimiento al cosmos, lo cual es absurdo aceptar (Lindberg, 1992: 293). Por el contrario, si se adopta la postura *fluxus formae* es posible escapar de la contradictoria conclusión a la que la *forma fluens* conduce.

La postura *fluxus formae*, o bien 'el fluir de la forma', establece que el movimiento es *una cosa*. De acuerdo a esta postura el movimiento es una cosa existente por sí misma independiente e inherente al cuerpo en movimiento. Buridán dice que ver al movimiento de este modo ofrece una salida a la contradicción de afirmar que el cosmos no se mueve. Si se acepta que el movimiento es una cosa inherente al cuerpo en movimiento, el cosmos puede poseer movimiento a pesar de no poseer un lugar, ya que el movimiento depende no de los lugares que rodeen al cosmos, sino de algo inmerso en él (Lindberg, 1992: 293). El movimiento para Buridán no es en absoluto un mero nombre sin existencia real, sino algo que existe por sí mismo.

Para muchos de los filósofos naturales del siglo XIV esta explicación aristotélica del movimiento de los graves era en general insatisfactoria, pues por un lado no era capaz de dar cuenta del movimiento con rapidez y por el otro porque en el movimiento a distancia le atribuía al aire funciones simultaneas opuestas, la de impedir pero también la de propiciar el movimiento[14]. Juan Filópono (490-566) fue uno de esos filósofos que crítico ésta explicación. En sus comentarios del año 517 sobre la *Física* de Aristóteles, propuso a cambio que los movimientos naturales, violentos o celestes, eran causados de una 'fuerza motriz incorpórea' inherente al objeto. Esta última idea fue retomada por el franciscano italiano Francisco de Marchia en sus lecturas sobre las *Sentencias* de Pedro Lombardo en el año académico de 1329-1320 y posteriormente más robustamente por Buridán en sus comentarios sobre la *Física* de Aristóteles (Lindberg, 1992: 302-303).

Buridán acuñó el término *ímpetu* para referirse a la fuerza incorpórea impresa de Filópono y abordó el estudio del ímpetu planteando la pregunta ¿qué tipo de cosa es el ímpetu? cuya respuesta desarrolla en tres proposiciones. a) La primera de ellas dice que el ímpetu no es el movimiento local, sino su causa; la segunda que el ímpetu no es un proceso, sino una cosa real inherente al cuerpo en movimiento; mientras que la tercera establece que el ímpetu es algo permanente y no autocorruptible, lo cual significa que estando en un cuerpo,

[13] La condena parisina de 1277 es la absolución por parte del obispo Tempier de Paris, de 219 tesis filosóficas de influencia aristotélica.

[14] Para Aristóteles el medio es el lugar en el que se da el movimiento y por lo tanto, dependiendo de qué tan rarificado sea, va entorpeciendo el movimiento. Pero resulta que al caso del movimiento a distancia, le atribuye al aire adicionalmente la función de ser el motor del objeto que se mueve. De lo que se concluye que para él el medio es a veces motor y obstáculo del movimiento.

por él mismo no se destruye o disminuye a menos que sea por alguna fuerza externa o interna[15] (Maier, 1982: 87):

> […] that impetus is a thing of permanent nature distinct from local motion in which the proyectile is moved […] the impetus is a quality naturally present and predisposed for moving a body in which it is impressed, […] it is remmited, corrupted, or impeded by resistance or a contrary inclination (Buridan citado en Clagett, 1979: 537)

El ímpetu no es el movimiento, sino lo que lo causa, *la cosa* inherente al cuerpo en movimiento, que al igual que este es susceptible de corromperse y eliminarse. Para tener una comprensión más clara de qué es el ímpetu, compara como análogos los comportamientos del ímpetu y del imán. El ímpetu, dice, es como "a quallity impressed in iron by a magnet moves the iron to the magnet (Lindberg, 1992: 303). Con base en estas ideas, la explicación para el movimiento natural es muy simple. Dado que el peso de un cuerpo se mantiene constante durante su caída, Buridán creía que la pesadez o gravedad era lo que causaba la caída uniforme natural.

En el proceso de movimiento con rapidez hay tres elementos involucrados, el ímpetu, la rapidez y la pesadez del cuerpo y se explica gracias a los incrementos de ímpetu. Es decir que se produce porque la pesadez de un cuerpo produce incrementos sucesivos y acumulativos de ímpetu, los cuales generan a su vez incrementos sucesivos y acumulativos de rapidez, produciendo de ése modo un movimiento que continuamente posee más y más intensidad. Así lo explica en el Libro II, Cuestión 12 en sus *Cuestiones sobre los cuatro libros de Sobre los Cielos y el Mundo* de Aristóteles:

> […] it follows that one must imagine that a heavy body not only acquires motion unto itself from its principal mover, i.e., its gravity, but that it also acquires unto self a ceratin impetus with that motion. This ímpetus has the power of moving the heavy body in conjunction with the permanent natural gravity. And because that impetus is acquired in common with motion, hence the swifter the motion is, the greater and stronger the impetus is. So, therefore, from the beggining the heavy body is moved by its natural gravity only; hence it is moved slowly. Afterwards it is moved by the same gravity and by the impetus acquired at the same time; consequently, it is moved more swiftly. And because the movement becomes swifter, thererfore the impetus also become grater and stronger, and thus the heavy body is moved by its natural gravity and by greater impetus simultaneously, and so it will again be moved faster; and thus it will always and continually be accelerated to the end. (Buridan citado en Clagett, 1979: 560-561)

La explicación del movimiento a distancia es muy similar a la aristotélica, es igual en todos sus aspectos con la excepción de que la fuerza motora se encuentra en el interior y no en el exterior del cuerpo. Cuando un proyectil es arrojado, el impulsor transfiere *en* él una 'fuerza incorpórea impresa', es decir el ímpetu, que causa su movimiento. Al igual que al movimiento, conforme el ímpetu va pasando de unos a otros 'momentos' va disminuyendo gradualmente su intensidad hasta el punto en que es nulo. Al igual que con el movimiento, el ímpetu continua tanto como con tanta velocidad le haya sido transmitido desde la fuerza motora. En otras palabras, intensidad del ímpetu depende de qué tanta sea la velocidad con la que la fuerza original lo haya transferido al cuerpo, pero también con la cantidad de materia del cuerpo en movimiento (Clagett, 1979: 522). La originalidad de Buridán se encuentra en asignarle una medida al ímpetu la cual se obtiene con la rapidez y la materia, así él mismo afirma que:

[15] Las resistencias interna y externa que se contraponen al movimiento y al ímpetu son las mismas.

> And by the amount the motor moves that moving body more swiftly, by the same amount it will impress in it a stronger ímpetus…Hence by the amount more there is of matter, by the amount can the body receive more of that impetus and more intensely. Now in a dense and heavy body, other things being equal, there is more of prime matter than in a rare and light one… And if light wood and heavy iron of the same volumen and of the same shape are moved equally fast by a proyector, the iron will be moved farther because there is impress in it a more intense ímpetus, which is not so quickly corrupted as the lesser ímpetus […] (Buridan citado en Clagget, 1979: 558-59)

1.6 El Colegio de Merton

Entre las décadas de 1325 y 1350 del siglo XIV, un grupo de lógicos y matemáticos asociados al Colegio de Merton en Oxford, en el que se encontraba Tomás Bradwardine, Guillermo Heytesbury, Juan de Dumbleton y Ricardo Swineshead se dedicó a la descripción del movimiento (Lindberg, 1992: 295). Entre otros trabajos, se les recuerda por dos. El primero de ellos es que crearon por vez primera un vocabulario técnico propio para la descripción del movimiento, esto es, hicieron una clara distinción entre lo que les diferencia entre unos y otros términos, así como de sus respectivos conceptos, lo que significa, que establecieron un marco conceptual que permite hacer distinciones de nociones antes ambiguas y oscuras. Por ejemplo tratan a la velocidad y la velocidad instantánea como conceptos a los que se les puede asignar una magnitud, distinguieron entre el movimiento uniforme y el no uniforme, así como sus respectivas definiciones, etc.[16] (Lindberg, 1992: 295).

Un caso que ejemplifica en qué consistía ese marco conceptual es la creación del concepto *velocidad*, de hecho es un caso sobresaliente pues su importancia recae en el uso que le dieron a dicho concepto como medida del movimiento. Las nociones que describían al movimiento, de acuerdo con Aristóteles, eran las de distancia y tiempo, mismas que se extraían directamente de la experiencia y la observación del movimiento de los graves. En contraste con esto, los estudiosos del Colegio de Merton establecieron a la velocidad como medida del movimiento basándose ya no en la observación y la experiencia directa del movimiento, sino de un proceso de abstracción intelectual. Esto es, el concepto de velocidad no fue para ellos uno que pueda señalarse en el movimiento como sí la distancia y el tiempo. La velocidad no es una noción observable en el proceso del movimiento, sino que la velocidad tuvo que ser inventada con la finalidad de explicar lo que sí era observable. Por lo que surgen las preguntas ¿qué fue lo que les permitió cambiar la manera de describir el movimiento? y ¿cómo llegaron a concebir la noción de velocidad? Por medio del uso de las cualidades y sus intensidades, conceptos que también desarrollaron (Lindberg, 1992: 295).

La idea era que las cualidades están presentes en las cosas de manera gradual, por ejemplo entre la densidad y la rarificación hay no uno, sino varios grados que los separan. Establecieron además que las cualidades sufren aumento y disminución gradual, que también poseen intensidad y extensión. Para ilustrar qué es la intensidad y qué la extensión de una cualidad, considérese el siguiente ejemplo. Tómense dos bolas de hierro, una de ellas es dos veces más grande que la otra. Supongamos ahora que se les impregnan la misma intensidad de una cualidad, en éste caso de calor. La intensidad de esta cualidad transmitida a ambas

[16] Clagett resume algunos de los términos y conceptos más importantes con sus respectivas aproximaciones modernas (Clagett, 1979: 210- 211).

bolas es igual, sin embargo la extensión de esa misma cualidad no es la misma en las bolas. Esto es, debido a que la misma intensidad de calor está distribuida en dos cuerpos de distinto tamaño, las bolas poseen distintos volúmenes de espacio, uno dos veces más grande que el otro, por lo que la misma intensidad de calor tendrá que distribuirse de maneras distintas en las bolas. Puesto que el calor debe abarcar las bolas en su totalidad, la distribución del calor en una es más extensa, dos veces más grande que la otra. Aquí puede ilustrarse también como lograron asignarle una cantidad a la cualidad, en éste caso la cantidad de calor en la bola más grande es el doble que la de la bola más pequeña (Lindberg, 1992: 296).

Los eruditos del Colegio de Merton consideraron que estas distinciones entre aumento y disminución de grados, intensidad, extensión y cantidad eran elementos distinguibles en cualquier cualidad. El movimiento no fue la excepción y fue tratado como una cualidad a la que se le atribuían todas estas características. De éste modo se explica cómo arribaron a la noción de velocidad: teniendo a tratar diversas cuestiones como cualidades, pronto el movimiento se convirtió para ellos en una cualidad más, a cuya intensidad llamaron velocidad.

El segundo trabajo por el que se les recuerda es que establecieron dos teoremas que sirvieron para elucidar ciertas propiedades matemáticas del movimiento uniformemente acelerado. El primer teorema, conocido como 'Regla de Merton' o 'Teorema de la velocidad promedio', afirma que la distancia recorrida por un cuerpo con un movimiento uniformemente acelerado en una duración dada de tiempo, es la misma distancia recorrida por ese mismo cuerpo si viaja con un movimiento uniforme a su velocidad promedio en la misma duración de tiempo (Lindberg, 1992: 300).

Un ejemplo de ello es el siguiente. Una bola de madera arrojada viaja con un movimiento uniformemente acelerado, de diez a treinta unidades en un cierto lapso de tiempo. Luego, supongamos que esa misma bola viaja ahora con un movimiento uniforme de veinte unidades durante ese mismo lapso de tiempo. Lo que se afirma y concluye en base a este teorema es que ambos tipos de movimiento cubren la misma distancia recorrida en el mismo lapso de tiempo, puesto que veinte unidades es la velocidad promedio entre diez y treinta unidades.

El segundo teorema es similar al anterior: Tómese la primera mitad de distancia cubierta por un cuerpo que viaja con un movimiento uniformemente acelerado, luego, considérese la distancia cubierta en la segunda mitad de distancia de ese mismo cuerpo con ese mismo movimiento. La afirmación del teorema es que la distancia recorrida en la segunda mitad es tres veces mayor a la recorrida en la primera mitad (Lindberg, 1992: 300).

Estos teoremas del Colegio de Merton son representaciones abstractas matemáticas que fueron de especial interés a pesar de que no representaban al movimiento en la realidad. El vocabulario técnico, el marco conceptual, el análisis de las intensidades de las cualidades y estos teoremas fueron prontamente difundidos y aceptados por varios filósofos naturales en otros lugares.

Nicolás Oresme (1323-1382), discípulo de Buridán, fue un filósofo, matemático, astrónomo, traductor y teólogo francés. Se ocupó en discutir problemas típicos en los grupos de intelectuales de la época (Coulston, 1981:223). Sin embargo se le recuerda porque desarrolló un sistema de representación geométrica tanto de las intensidades de las cualidades como de los teoremas de Merton.

En un primer momento, Oresme se dio a la tarea de representar la intensidad de las cualidades. Para representar de manera general la distribución de una cualidad en un punto o grado de intensidad en un cuerpo, elaboró el siguiente diagrama (Figura 13) en el que la línea horizontal representa la extensión del cuerpo mientras que la línea vertical representa la intensidad de una cualidad en un punto dado. Lo que Oresme obtuvo con esta técnica de representación fue que la forma de la figura resultante informara sobre las variaciones de intensidad de una cualidad en cualquier punto.

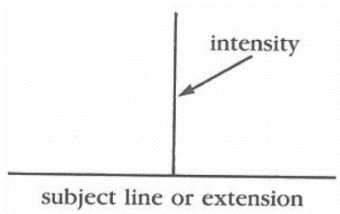


Figura 13. Representación de una cualidad de un cuerpo en cualquier grado o intensidad (Lindberg, 1992: 297-300).

Por ejemplo y tomando como base el diagrama anterior, para representar geométricamente una cualidad específica, digamos el calor, en cualquier grado de intensidad, Oresme prosiguió del siguiente modo (Figura 14). Tomó primero la línea AE para representar la extensión del cuerpo, por ejemplo, de una barra de hierro. Para representar la intensidad del calor en cada uno de los puntos A, B, C, D y E en la extensión del cuerpo, es decir en varios grados de intensidad en la extensión de la barra de hierro, levantó una línea perpendicular en los puntos mencionados. Luego, procedió a unir con una línea diagonal los extremos superiores de las líneas perpendiculares recién trazadas. De tal modo que en la figura resultante se obtiene la representación del incremento uniforme de la intensidad del calor en la barra de hierro:

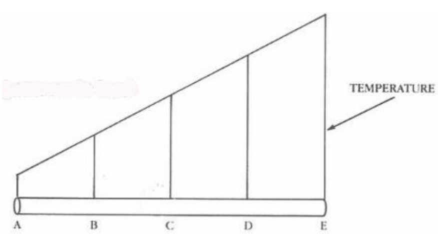


Figura 14. Representación de la intensidad uniforme del calor (Lindberg, 1992: 297-300).

Con respecto a la representación concreta de la cualidad del movimiento, realizó un diagrama (Figura 15) que es igual al de la figura 13, sólo que ahora la línea horizontal representa el tiempo y la línea vertical la velocidad. Con base en el último diagrama encontró la manera de representar varios tipos de movimiento dependiendo del tipo de velocidad con la que los graves se trasladaran (Figura 16):

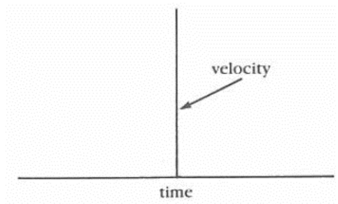


Figura 15. Representación del grado o intensidad de velocidad en función del tiempo.

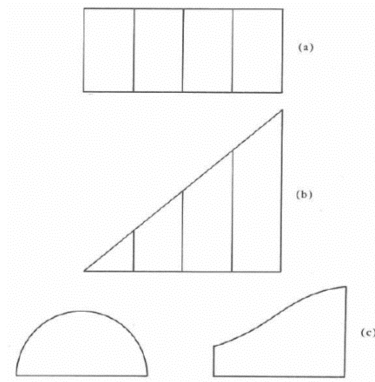


Figura 16. Representación de varios tipos de movimiento: a) Movimiento uniforme, b) Movimiento uniformemente acelerado y c) Movimiento no uniforme.

Con respecto a los teoremas de Merton antes mencionados, Oresme creó representaciones y pruebas geométricas. El teorema de la velocidad promedio la representó de la siguiente manera (Figura 17). Tomó el triángulo ACG para representar el movimiento uniformemente acelerado y la línea BE para representar su velocidad promedio. Por otro lado, representó el movimiento uniforme con el rectángulo ACDF y la altura de éste rectángulo con la línea BE, que es también la velocidad promedio del movimiento uniformemente acelerado. Puesto que Oresme estableció que la distancia recorrida de un cuerpo en movimiento equivale al área de la figura obtenida -figuras como las del diagrama 4; lo que el teorema de Merton afirma es que las distancias recorridas por ambos tipos de movimiento son la misma, lo cual se prueba geométricamente en el diagrama de Oresme puesto que el área del triángulo ACG es la misma que la del rectángulo ACDF.

Con respecto a la representación y prueba geométricas del segundo teorema de Merton, Oresme prosiguió del siguiente modo (Figura 17). Tomó el cuadrángulo BCGE para representar la distancia cubierta en la segunda mitad de tiempo BC, posteriormente tomó el triángulo ABE para representar la distancia recorrida en la primera mitad de tiempo AB. La prueba del segundo teorema de Merton se da mostrando que el área del cuadrángulo BCGE es tres veces el área del triángulo ABE.

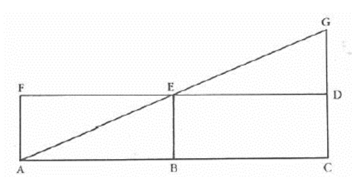


Figura 17. Representación y prueba geométricas de los teoremas de Merton.

CAPÍTULO 2

EL MOVIMIENTO EN *DE MOTU*

De Motu Antiquiora es el nombre con el que se conoce a la compilación de manuscritos que Galileo Galilei escribió en latín entre 1586 y 1592, año en que toma la vacante de profesor en Padua. En esta compilación se discute el *movimenti locali* como tema central y consiste en un diálogo, un ensayo de diez apartados y otro de veintitrés apartados junto con una versión alternativa con diferencias de contenido en los primeros dos apartados [E23] (Bertolini, 2006: 52). En este segundo capítulo el objeto de estudio concreto es el análisis sobre el movimiento en E23. El motivo de ello es primeramente, porque lo que se busca aquí es estudiar las ideas tempranas de Galileo sobre el movimiento, por eso se limita a *De Motu* y no se recurre al *Dialogo* y los *Discorsi*, sus tratados más famosos. En segundo lugar, porque en comparación con los manuscritos restantes, son en los que se muestra mayor orden y sistematicidad.

En la medida en que el objetivo aquí es *mostrar cómo entendía Galileo el movimiento* y que el suyo en E23 fue "[…] to explain that all natural motion, whether upward or dawnward is the result of the essential heaviness or lightness of the moving body" (*De Motu*, I, 251), daré por sentado que he alcanzado mi objetivo cuando haya mostrado cómo él alcanzó el suyo. Para ello se ha dividido este capítulo en cuatro partes. En la primera se analizará el 'peso' debido a que es la noción fundamental en la que Galileo apoya sus desarrollos posteriores. En la segunda, se ocupará de la relación entre el peso y el medio, pues en ella se explica el movimiento propiamente. En la tercera parte, se expondrán las respuestas de Galileo al problema del proyectil. Finalmente se resalta el papel que jugaron la balanza y el plano inclinado como instrumentos de investigación.

2.1 El peso

¿En qué sentido se dice que un cuerpo es pesado o ligero? Afirmar que un cuerpo tiene cierto peso implica determinar *el peso del cuerpo por unidad de volumen* [p/v] (Drabkin, Intro. *De Motu*). Esto es, para conocer la pesadez o ligereza del cuerpo deben considerarse dos factores que varían en cada caso particular: la sustancia [material] y el volumen [tamaño]. En cuanto al material, éste tiene un peso natural de modo que el del plomo es mayor al de la madera y el de la espuma es menor al de la piedra pómez. Para saber que el peso de una pieza de plomo es de dos unidades, se tiene que comparar el peso natural del plomo con el volumen de la pieza en consideración. Por eso no pesará lo mismo esa misma pieza de plomo si su volumen aumenta, el peso aumenta si este último también. Un cuerpo es pesado o ligero dependiendo de la variación simultánea entre su material y su tamaño (*De Motu*, I, 251).

Si se desea comparar y saber cuál de dos [o más] cuerpos es más, menos o igualmente pesado; debe simplemente determinarse su peso por unidad de volumen. Si se quiere comparar dos cuerpos por ejemplo, y el primero pesa cuatro unidades y el segundo ocho, el primero es más ligero que el segundo, pero si el primero pesa ocho al igual que el segundo, se dice que son igualmente pesados, etc. Para obtener el mismo resultado de estas comparaciones pero de manera más sencilla, Galileo menciona dos fórmulas que sirven como atajos[17]: *a)* si volúmenes iguales tienen pesos [del material] iguales, entonces los cuerpos son igualmente pesados, *b)* si volúmenes iguales tienen pesos [del material] diferentes, los pesos de los cuerpos son desiguales y c) si volúmenes desiguales tienen pesos [del material] diferentes, los pesos de los cuerpos serán desiguales (*De Motu*, I, 251-252). Así por ejemplo una pieza de madera que pesa lo mismo que una de plomo, excede por mucho a la de plomo en volumen (*De Motu*, I, 251).

Para Galileo lo pesado y lo ligero son relativos, no tiene sentido afirmar que la tierra es absolutamente pesada o que el fuego es absolutamente ligero. Una roca pequeña puede ser pesada cuando se le compara con un pequeño pedazo de madera -de volumen pequeño-, en cambio, esa misma roca puede ser ligera cuando se le compara con un gran pedazo de madera –en el que el volumen es más grande. Y esto mismo sucede con todos los objetos a los que se les atribuya peso, por esto, para Galileo es de suma relevancia tener presente que el peso de un cuerpo depende de la unidad del volumen. Lo mismo sucede cuando se compararan dos cuerpos, son igualmente pesados, o uno es más o menos pesado, pero siempre en referencia al otro cuerpo. Lo pesado y lo ligero se definen por medio de comparaciones y pesos concretos de referencia.

2.2 El peso y el medio

Analizar la cuestión sobre el movimiento implica asimilar no sólo al peso sino también al medio. El medio es el espacio en el que un cuerpo se mueve, puede ser aire, agua o fuego (*De Motu*, III, 254). El medio también tiene peso y al igual que el de un objeto, se determina por unidad de volumen, es decir, tomando en consideración al peso del material –del medio, o sea, si es aire, agua o fuego- y la porción de volumen. Aquí se aplican igualmente las reglas para comparar pesos que se mencionaron en el apartado anterior[18].

El peso del cuerpo es relativo también al peso del medio en el que se mueve. Esto es, que el peso de un objeto está sujeto al medio en el que está inmerso, así, una bomba de aire es pesada en el aire pero ligera en el agua. Igualmente, el medio depende del tamaño de la porción que se considere, el agua del mar completo no pesa lo mismo que el agua en un vaso. Galileo usa un nuevo concepto con el que compara los pesos del cuerpo y el medio por unidad de volumen, este concepto es el de *peso específico* o *densidad relativa*. Para llevar a cabo la comparación, es de suma importancia que los volúmenes del cuerpo y del medio sean iguales o de lo contrario no se hará una comparación justa. Una vez que se tiene la igualdad entre volúmenes, se prosigue a hacer la comparación.

[17] De ahora en adelante cuando me refiera al peso de un cuerpo, queda dicho que hay que entenderlo como el peso por unidad de volumen.
[18] Galileo no habla directamente del peso del medio, pero sí de la pesadez o ligereza del medio, lo cual significa que le atribuye peso.

El procedimiento para determinar el peso específico de un cuerpo, puede resumirse de la siguiente manera: Se tienen los cuerpos C_1 y C_2 que se encuentran inmersos en medios diferentes, M_1 y M_2.

i) Se determina el p/uv de C_1: lo que significa determinar el peso natural del material con el que está hecho –el plomo es pesado y el corcho ligero-, y el peso de su volumen -una roca es más pesada entre mayor sea su tamaño. Se comparan ambos pesos entre sí y se determina si el p/uv del C_1 -una roca grande es pesada.

ii) Del mismo modo que en el paso previo, se encuentra el p/uv de C_2.

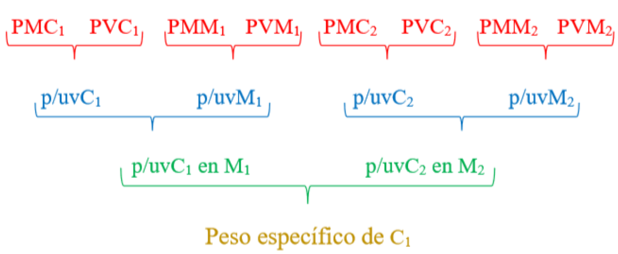
iii) Se establece el p/uv de M_1: lo que significa determinar el peso natural del material –el aire pesa menos que el agua- y determinar el peso del volumen –el peso del agua del mar entero es mayor al del agua contenida en un vaso. Se comparan ambos pesos entre sí y se determina el p/uv de M_1 –el aire en una bomba es ligero.

iv) Se hace lo mismo pero con el otro medio, se determina el p/uv de M_2.

v) Se determina el p/uv de C_1 en M_1: Se comparan los pesos hallados en i) y iii).

vi) Del mismo modo que en el paso previo, se establece el p/uv de C_2 en M_2.

vii) Finalmente se comparan p/uv de C_1 en M_1 con el p/uv de C_2 en M_2. Este resultado es el peso específico de C_1 –o C_2- (Figura 18).



PMC = peso del material del cuerpo
PVC = peso del volumen del cuerpo
PMM = peso del material del cuerpo
PVM = peso del volumen del medio
p/uvC = peso por unidad de volumen del cuerpo
p/uvM = peso por unidad de volumen del medio

Figura 18. Cómo calcular el peso específico de un cuerpo.

La finalidad aquí -en donde se compara el peso de un cuerpo con el del medio, al igual que cuando se comparan dos cuerpos entre sí- es determinar si el cuerpo o el medio son más o menos pesado que el otro o si ambos lo son igualmente[19]. Se aplican las mismas reglas de los pesos y volúmenes del apartado anterior. Por ejemplo, se dirá que el peso específico de una roca[20] que pesa diez unidades *es pesado* en comparación al medio en el que se mueve cuyo peso es de siete unidades, o que *es ligero* si este último pesara trece unidades[21].

[19] Al igual que cuando habla del peso por unidad de volumen, cuando habla del peso específico, Galileo no ofrece regla o fórmula para obtener un resultado numérico.
[20] De ahora en adelante, cuando se haga referencia al peso del cuerpo, se asumirá que trata ya no del peso por unidad de volumen, sino del *peso específico* de dicho cuerpo.
[21] Es importante reparar en la equivocidad con la que Galileo maneja el concepto *peso*. El peso de un cuerpo en un medio [P] depende de varios ‘subpesos’ involucrados, depende del peso que tiene el cuerpo [p_2] y el medio [p_3] por sí solos. El peso del cuerpo por sí solo depende tanto del material con el que está hecho como de su tamaño [volumen]; y este material posee a su vez de un peso que le es natural [p_4]. De modo que cuando Galileo habla sobre el movimiento de un cuerpo en un medio, de la proporción entre el movimiento de dos cuerpos, el movimiento de los proyectiles, etc., hay que tomar en cuenta los diversos ‘niveles’ del peso involucrados.

Una vez que se ha determinado el peso específico del cuerpo en cuestión se prosigue con la investigación sobre su movimiento, el cual es rápido o lento. Para ello hay que tomar en cuenta el peso del cuerpo:

> The stronger the cause, the stronger will be the effect. Thus, a greater, that is, a swifter, motion will result from a greater weight, and a slower motion from a smaller weight. We say that the ratio of the speeds of motion of bodies is the same as the ratio of the weights, provided they are weighted in the medium in which the motion is to take place. […] Thus there would be no ratio (of speeds) of motion of the iron and the wood. Bodies must therefore be weighted in the medium in which the motion is to take place (*De Motu*, VIII, 267).

El movimiento de un cuerpo tiene intensidad es decir un movimiento rápido o lento[22], y ésta depende del peso del objeto. Si el cuerpo es pesado -es decir si su peso específico es pesado-, el cuerpo se moverá con rapidez, pero si es ligero, se moverá con lentitud. Galileo proporciona una fórmula para determinar numéricamente la rapidez de un cuerpo[23]:

> […] if we wish to know at once the [relative] speeds of a given body in two different media, we take an amount of each medium equal to the volumen of the body, and substract from the weights [of such amounts] of each medium the weight of the body. The numbers found as remainders will be to each other as the speeds of the motions (*De Motu*, VIII, 271).

La rapidez es proporcional no al peso del cuerpo, sino a *la diferencia* entre el peso del cuerpo y el peso del medio[24]. Esto significa que se lleva a cabo la operación aritmética de restar el peso del medio al peso del cuerpo. La relación entre rapideces y resistencias no es una igualdad entre razones [peso igual a la rapidez] como le parecía a Aristóteles; sino una igualdad entre diferencias [resta aritmética] (Romo, 1985: 27). Para entender claramente a qué se refiere Galileo cuando dice que la rapidez es proporcional a las diferencias, supóngase lo siguiente. Un cuerpo con un peso de 20 unidades y un medio con un peso de 12, la rapidez de este cuerpo en este medio será de 8 unidades, pues de acuerdo la fórmula, a 20 se le restan 12 unidades. Supongamos ahora el mismo cuerpo en otro medio que pesa 6 unidades, en este caso la rapidez se obtiene restándole 6 a 20, de lo que resultan 14 unidades de velocidad. La proporción aritmética de la que habla Galileo -la rapidez es proporcional a la diferencia de pesos del cuerpo y el medio- se cumple: [14-8] = [12-6] (Romo, 1985: 27). En resumidas cuentas para Galileo la rapidez es proporcional a la diferencia entre los pesos por unidad de volumen tanto del cuerpo como el del medio: "what moves moves, as it were, by force and by the extruding action of the medium" (*De Motu*, VI, 259).

La naturaleza "choose the existing arragement with complete justice and with consummate wisdom" (*De Motu*, II, 252) dice Galileo, a las cosas, según sean más o menos pesadas les corresponde un lugar propio en el medio: un lugar bajo si el cuerpo es pesado o uno alto si es ligero, algo de lo que cualquiera puede ser testigo por medio de los sentidos. Los cuerpos pesados son pesados porque la materia con la que están hechos está comprimida en un espacio estrecho, por lo que, a lo pesado le corresponde un lugar más pequeño, denso y comprimido. Por otro lado, los cuerpos ligeros son ligeros porque la materia de la que están

[22] Galileo supone todo el tiempo que el movimiento es uniforme, es decir que el cuerpo se mueve con una rapidez constante.

[23] A diferencia de como sucedió con el peso por unidad de volumen y del peso específico del cuerpo.

[24] Lo cual no contradice lo dicho en el párrafo anterior. En la cita anterior Galileo dice claramente que la velocidad se determina con el peso específico, es decir con los pesos [por unidad de volumen] del cuerpo y del medio.

hechos está distribuida en un espacio amplio, por lo que la naturaleza le ha asignado un lugar dilatado y vasto. Pero en una esfera como la Tierra, el espacio es más estrecho entre más cerca esté su centro y más amplio entre más alejado esté. Apoyándose en este principio cosmológico Galileo afirma que a lo pesado le corresponden los lugares densos y bajos como lugar natural, mientras a que a lo ligero le corresponden los lugares bajos y con raridad (*De Motu*, II, 253).

Con base en lo anteriormente dicho puede entenderse ya la idea que Galileo tenia de *movimiento natural*, "Since things that move natutrally move to their proper places, and since the things that move are either heavy or light we must consider which are the places of the heavy, and which the places of the light and why" (*De Motu*, II, 252). En cuanto al movimiento natural hay dos opciones, el de las cosas pesadas y el de las o ligeras, el movimiento natural es tanto el descendente de las cosas pesadas como el ascendente de las ligeras.

Es de suma importancia recalcar que en la primera versión de E23, el movimiento ascendente y descendente es llamado natural. La dualidad pesado/ligero implica dos cosas diferentes y opuestas, dos causas del movimiento natural. Sin embargo, en la segunda versión, Galileo cambia la perspectiva con la que concebía lo ligero, entendiéndolo ahora como lo *menos pesado*. Por lo que ya no hay una dualidad entre términos opuestos, pesado/menos pesado es una dualidad entre un mismo elemento pero con diferentes intensidades, lo cual significa que la causa que lo provoca no es doble, sino una sola, el peso.

Pero la implicación de este ajuste alcanza también a la noción de movimiento natural, si la causa del movimiento natural cambia, este último también. En la primera versión, el movimiento natural es por un lado el descendente y por el otro ascendente, porque lo que los causa son cosas diferentes. Cuando la causa pasa a ser univoca, los movimientos que origina siguen siendo los mismos, el que va hacia arriba y el que va hacia abajo, "[…] the cause of all motions, up as well as down, can be referred to weight alone" (*De Motu*, VI, 259). Pero a diferencia de antes, Galileo no reconoce a ambos como naturales. Agrega otra restricción para considerar al movimiento como natural: no sólo debe ser provocado por el peso, sino por el peso intrínseco del cuerpo que se mueve. Cuando A se mueve descendentemente y B ascendentemente en un medio M, ambos se mueven a causa del peso, en un caso porque M es menos pesado y en el otro porque es más pesado. En este sentido, A se mueve debido a su propio peso, mientras que B al peso del medio. Lo que provoca el movimiento de A es una causa intrínseca y el de B una extrínseca. De este modo establece que la característica esencial del movimiento natural es *la causa interna* al cuerpo, por lo que –en la segunda versión de E23- únicamente se considerará natural al movimiento descendente.

No obstante ya sean más o menos pesados que los medios en los que se mueven, el peso de los cuerpos en un medio no marca su peso verdadero, sino uno relativo. El *peso real*, es lo que determina el peso autentico y por sí mismo del cuerpo. Para Galileo, pesar los cuerpos en circunstancias normales -esto es, en términos aristotélicos, en el espacio sublunar- arroja medidas alteradas. Cuando un objeto se pesa en un medio, el resultado es referente tanto al medio como a aspectos de los que no se tiene control –como la viscosidad del medio, la forma del cuerpo, alguna fuerza exterior que interrumpa, etc. La única manera de averiguar el peso real es calculándolo en un medio que no oponga resistencia, lo que es equivalente a un medio con peso nulo. Este medio es el vacío, en el que si un cuerpo que se dejará caer, se movería hacia abajo a causa de su peso intrínseco:

> Downward motion is far more natural than upward. For upward motion depends enterely on the heaviness of the medium which confers on the moving body an accidental lightness; but downward motion is caused by intrinsic heaviness of the moving body. In the absence of a medium everything will move downward. Upward motion is caused by the action of the heavy medium. Just as in the case of the balance, the lighter weight is forcibly moved upward by heavier, so the moving body is forcibly pushed upward by the heavier medium (*De Motu,* VI, 259).

Se muestra por un lado que el movimiento en el vacío es natural, puesto que su causa es el peso intrínseco y no uno extrínseco al cuerpo que se mueve; y por el otro que aun en el vacío se sigue respetando la proporción entre rapidez y diferencias de peso. Si tenemos un cuerpo que pesa 20 y un medio que pesa 0 unidades [vacío], resulta que se moverá con una rapidez de 20 unidades [20-0 = 20]. Ahora bien si se considera ese mismo cuerpo en otro medio que no sea el vacío cuyo peso es de 12 unidades, este cuerpo se moverá con una rapidez de 8 [20-12 = 8]. Y para comprobar la proporcionalidad entre rapideces y diferencias de peso, se iguala la diferencia entre rapideces y la diferencia entre los pesos de los medios: [20-8] = [12-0] (Romo, 1985: 27).

> Therefore, the body will move in a void in the same way as in plenum. For in a plenum the speed of motion of a body depends on the difference between its weight and the weight of the medium through which it moves. And likewise in a void [the speed of] its motion will depend on the difference between its own weight and that of the medium. But since the latter is zero, the difference between the weight of the body and the weight of the void will be the whole weight of the body. And therefore the speeed of its motion [in the void] will depend on its own total weight (*De Motu*, X, 281).

2.3 El problema del proyectil y la *virtus impressa*

Sin problema aparente, Galileo explicó qué causa que un cuerpo se mueva. En esta explicación se encuentra implícita la concepción de que el movimiento, ya fuera rápido o lento, es siempre uniforme, misma que se ve reflejada en la fórmula para obtener la rapidez donde la diferencia entre el peso del cuerpo y el del medio es constante. No obstante, esta idea se ve cuestionada cuando se enfrenta al problema del proyectil. Explicarlo en sí mismo es difícil. Por un lado debe explicar qué causa que el proyectil se mueva cuando no tiene contacto con nada que lo impulse, y por otro por qué conforme desciende, pareciera que va aumentando la rapidez. Para responder a ambas preguntas, introduce la *virtus impressa*[25].

- ¿Qué causa que el proyectil se mueva cuando no tiene contacto con nada que lo impulse?

Para analizar la *virtus impressa*, Galileo se enfoca en el caso del movimiento a distancia o del proyectil cuyo movimiento se considera artificial. Se le considera artificial porque la causa que lo impulsa es exterior. Esta causa es la *virtus impressa* y tiene la capacidad de hacer pesado o ligero al cuerpo, que ascienda o descienda: "[…] is that it is a

[25] En la traducción al inglés, Drabkin usa el termino *motive force*.

taking away of heaviness when the body is hurled upward and taking away of lightness, when the body is hurled downward"[26] (*De Motu*, XVII: 310-311).

¿Pero de qué modo interviene la *virtus impressa* en el movimiento a distancia? Supóngase un cuerpo en estado de reposo sobre mano de la persona que lo proyectará. En este momento el peso del cuerpo transmite y acumula una fuerza en la mano que es proporcional a dicho peso[27]; el peso transformado en fuerza es la *virtus impressa*. Entre más pesado el cuerpo, mayor será la intensidad de la *virtus impressa* con la que será lanzado y por lo tanto, el cuerpo alcanzará mayor altura. Para que el cuerpo suba, la intensidad de la *virtus impressa* debe sobrepasar en magnitud el peso del cuerpo. Debido a que "[…] the heavier cannot be raised by less heavy" (*De Motu*, VI, 258), la *virtus impressa* 'hace a un lado la pesadez' del cuerpo para elevarlo, pues de lo contrario bajaría (*De Motu*, XIX; 319). Conforme el cuerpo se va elevando, la intensidad de la *virtus impressa* gradualmente disminuye hasta que tiene un valor igual al peso del proyectil. En este momento, el peso del cuerpo y la *virtus impressa* se equilibran:

> […] to put it in a word, the force that impels the body upward, which is lightness, will no longer be dominant in the body, but it will have been reduced to parity with the weight of the body. And at that time, in the final moment of the forced motion, the body will be neither heavy nor light." (*De Motu*, XIX: 319).

Que los pesos del cuerpo y el de la *virtus impressa* sean iguales, no significa que el proyectil esté en reposo por un instante. Los valores son continuos, no se detienen sino hasta que el cuerpo cae a la tierra (*De Motu*, XX: 327). Y puesto que la *virtus impressa* sigue debilitándose, cuando los valores se invierten y ésta es menor al peso del cuerpo, éste desciende en dirección a su lugar natural. Conforme va cayendo, llega un punto en el que la fuerza *virtus impressa* de la es nula pero en cambio el peso natural del cuerpo se mantiene constante. Cuando esto sucede, el cuerpo cae a causa únicamente de su peso, hasta que finalmente encuentra reposo en su lugar natural.

Lo que explica que el cuerpo siga en movimiento aun cuando no tiene contacto con el brazo que lo proyectó es nuevamente la *virtus impressa*. Todo el tiempo que el cuerpo desciende y asciende tiene contacto con ella, que es lo que impulsa, "Motive force, that is to say lightness, is preserved in the stone, when the mover is no longer in contact with the projector" (*De Motu*, XVII, 310). Para ejemplificar cómo es que la *virtus impressa* actúa en el cuerpo aun cuando éste ya no tiene contacto con el impulsor inicial, Galileo hace una comparación con el sonido del reloj de campana. Así como el proyectil es impulsado por una fuerza 'impulsora', la campana es golpeada por un objeto 'golpeador', el martillo. A la campana se le priva del silencio como cuando a la roca se le priva del movimiento y permanece en reposo. Así como a la roca se le imparte una fuerza impresa contraria a su estado de reposo, a la campana se le imparte una cualidad sonora contraria a su silencio natural. El sonido se preserva en la campana cuando el martillo no está en contacto con ella, del mismo modo que una roca sigue en movimiento cuando no tiene contacto con la mano.

[26] En *De Motu* Galileo pensaba que el movimiento de un proyectil es rectilíneo, tanto cuando sube como cuando baja el cuerpo, aun cuando es evidente que es curvo.
[27] "[…] since the stone presses downward with its own weight, it must be impelled upward by the hand with a force exactly equal, neither larger nor smaller" (*De Motu*, XIX, 320).

Finalmente, la cualidad sonora de la campana disminuye poco a poco al igual que la fuerza impresa disminuye gradualmente en la roca (*De Motu*, XVII, 311).

- ¿Por qué conforme desciende, pareciera que el proyectil va aumentando la rapidez?, Galileo se cuestiona:

> But what we ask is why a body in natural motion, as it moves naturally by reason of its own weight, quite apart from any consideration of medium, moves more quickly at the end than in the middle of the motion, and more quickly in the middle than in the beginning; and how a consideration of motion shows that, at the beginning, the motion must be slower (*De Motu,* XVIII: 317).

Observa que al descender, el movimiento del proyectil va aumentando su rapidez en tanto se acerca más a la tierra. La experiencia sensorial, 'testigo de la sabiduría de la naturaleza', contradice claramente la regla de la rapidez: el resultado arrojado en la fórmula para determinar la rapidez es invariable y constante, sin embargo, es sensorialmente obvio que la velocidad de un cuerpo descendiendo varía, pues aumenta conforme cae.

Si la rapidez es menor al inicio del movimiento descendente, debe ocurrir que a esa altura el peso -especifico- del cuerpo haya disminuido, pero si el volumen del cuerpo es constante, la disminución debe ocurrir en el peso, por lo que hay que averiguar por qué sucede esto. La disminución del peso no puede ser causada por el aumento del peso del medio ya que éste sigue siendo el mismo y en consecuencia es constante, por lo que se concluye que tiene que haber una causa extrínseca que hace al cuerpo ligero por accidente, a saber, la *virtus impressa*: "The conclusion remains that the weight of the body is disminished by some external force coming to it from without" (*De Motu,* XIX: 318).

Cuando el proyectil se va elevando, es como si la *virtus impressa* lo 'jalara' hacia arriba. Esta fuerza motora va disminuyendo al tiempo que va cayendo, hasta que desaparece totalmente y cuando esto sucede, el cuerpo se sigue moviendo pero a causa de su propio peso.

> But beyond that, as the impressed force characteristically continues to decrease, the weight of the body begins to be predominant, and consequently the body begins to fall. Yet there still remains, at the beginning of this descent, a considerable force that impels the body upwards, which constitutes lightness, though this force is no longer greater than the heaviness of the body. For this reason the essential weight of the body is diminished by this lightness and consequently the motion is slower at the beginning. Furthermore, since that external force continues to be weakened, the weight of the body, being offset by diminishing resistance, is increased, and the body moves faster and faster. This is what I consider to be the true cause of the acceleration of motion (*De Motu*, XIX, 319).

Esto explica por qué la rapidez aumenta, pero no la contradicción entre la uniformidad del movimiento natural expresada en la fórmula de la rapidez y este indiscutible decrecimiento de rapidez en el movimiento descendente del proyectil. Para Galileo se trata únicamente de una contradicción aparente. Ésta desaparece cuando se toma en cuenta que para Galileo, mientras sea natural, el movimiento es uniforme y que el movimiento descendente del proyectil es artificial. El aumento de rapidez aparece porque la *virtus impressa* que lo 'jala' hacia arriba va disminuyendo, pero cuando ésta se consume y lo único que mueve al objeto hacia abajo es su causa intrínseca, la rapidez con la que desciende es uniforme. La contradicción surge porque cuando el cuerpo cae por su propio peso, se mueve tan rápido que el ojo humano es incapaz de observar que el movimiento es uniforme, por lo que en algunos casos el aumento de rapidez debe considerarse una ilusión óptica (*De Motu*, XXI, 329).

2.4 La balanza y el plano inclinado

Pronto, en los primeros apartados de *De Motu*, Galileo introduce la balanza en su estudio sobre el movimiento. Su finalidad es usarla como *analogía* que ayude a esclarecer aspectos claves de la discusión. En este apartado la intensión es concentrarse en dicha analogía y explicar por qué sugiere identificar los cuerpos en movimiento natural con los pesos de una balanza: "And since the comparison of bodies in natural motion and weights on a balance is a very appropiate one, we shall demonstrate this parallelism throughout the whole ensuring discussion of natural motion" (*De Motu*, VI, 259). Pero antes deben quedar claros los aspectos clave.

La principal preocupación de Galileo en estos manuscritos es la de desentrañar qué provoca que los objetos se muevan y porqué. En los apartados anteriores se explicó que lo que provoca el movimiento no son lo pesado y lo ligero, como creía Aristóteles; sino una sola causa, el peso. Hay una única causa que provoca dos tipos de movimiento, el descendente y el ascendente. Pero sólo el primero, es al que Galileo reconoce como natural, debido a que la causa que lo impulsa es intrínseca y no extrínseca. Que el movimiento sea originado por algo interno, significa ser movido por su propio peso, es decir que el peso del cuerpo es mayor al peso del medio y que por lo tanto se mueve descendentemente. Que el movimiento de un cuerpo sea originado por algo extrínseco a él, significa ser movido por el peso del medio -o la *virtus impressa*-, pues el peso del cuerpo es menor al del medio y que por lo tanto se mueve ascendentemente.

Es importante recordar también que, la segunda versión de E23, consiste en la modificación de únicamente los dos primeros apartados del ensayo. El cambio principal en la reedición, es el de la dualidad pesado/ligero por la de pesado/menos pesado. Esto significa que cuando habla por primera vez de la balanza en el apartado sexto, Galileo está equiparando al movimiento natural con la primera dualidad, por lo que se refiere tanto al movimiento descendente como al ascendente. Lo que es importante resaltar de esto es que a pesar de lo anterior, y en relación a la balanza, lo relevante no es si usa una u otra dualidad, sino la correspondencia que hace entre los pesos que se encuentran en la naturaleza y los de la balanza.

Por otro lado, considérense la siguiente situación. La línea horizontal *ab* que representa las extremidades horizontales de una balanza, al punto *c* como el fulcro o eje rotatorio que se coloca justo a la mitad de *ab*. Suspéndanse ahora el peso *e* en el extremo *a* y el peso *o* en el extremo *b* (Figura 18).

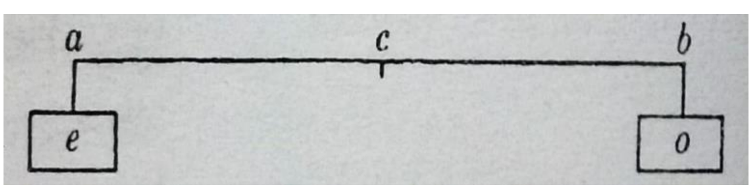


Figura 18. La balanza (*De Motu*, VI, 257).

Galileo observa que en relación al peso *e*, surgen tres situaciones: a) Cuando *e* es menor que *o*, *e* se mueve hacia arriba, *b)* cuando *e* es mayor a *o*, *e* se mueve hacia abajo y *c)* cuando *e* es igual a *o*, tanto *e* como *o* no se mueven hacia arriba ni hacia abajo y permanecen en reposo. A partir de esta investigación con la balanza, se llega a dos conclusiones. La primera es la confirmación de que en los tres casos, la causa del movimiento de *e*, es su peso mismo. Y la segunda y más importante es la proposición general que infiere: "that the heavier cannot be raised by less heavy" (*De Motu*, VI, 258).

Estos posibles escenarios en la balanza son análogos al movimiento ascendente y descendente: el cuerpo que se mueve es representado por un peso en la balanza, mientras que el medio por el otro. Cuando un lado de la balanza baja es porque el peso que se le ha colocado es mayor al que se colocó en el otro extremo, como cuando un cuerpo es más pesado que el aire en el que se mueve. Si sube es porque el peso en el lado opuesto posee mayor peso, al igual que cuando una piedra se lanza ascendentemente. Pero si ambos pesos en la balanza no suben ni bajan es porque tienen el mismo peso, como cuando un pedazo de corcho en el agua no sube ni baja.

La balanza se usa en lo concerniente al peso y el movimiento en general, pero en relación a la rapidez, Galileo hace uso de otro instrumento, el plano inclinado. La finalidad de usarlo es responder dos preguntas concretas. Se plantea una pregunta cualitativa, *por qué* un cuerpo cae con mayor rapidez entre más vertical sea la inclinación sobre la que se mueve. También una cuantitativa, *qué tanto más* rápido cae ese cuerpo sobre una inclinación más vertical que otra (*De Motu*, XIV, 296-97). Cabe señalar que la solución a estas preguntas supone la del problema del plano inclinado tal y como se presentó en el capítulo anterior.

Tómense dos segmentos rectilíneos perpendiculares entre sí, la línea vertical *ab* y la línea horizontal *bc*. Luego, se procede a trazar cualquier cantidad de líneas oblicuas que tengan como extremo común al punto *b* y su otro extremo en cualquier otro punto no común entre los puntos *a* y *c*, de tal modo que formen un ángulo agudo con respecto a la línea *bc*; en este caso Galileo agrega las líneas *bd* y *be* (Figura 19).

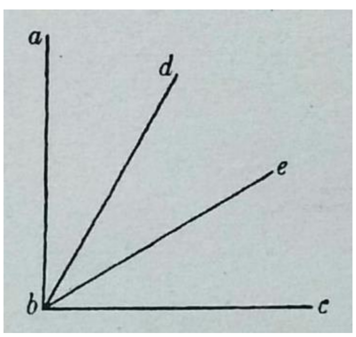


Figura 19. Planos inclinados con diferentes inclinaciones (*De Motu*, XIV, 296).

- ¿Por qué un cuerpo cae con mayor rapidez entre más vertical sea la inclinación sobre la que se mueve? Para responder se parte de dos principios.

i) La fuerza con la que un cuerpo cae es la misma que se requiere para levantarlo (*De Motu*, XIV, 297).

ii) La proporción entre las fuerzas requeridas para levantar un cuerpo verticalmente y en un plano inclinado es igual a la proporción entre sus pesos respectivos sobre esos planos (*De Motu*, XIV, 297).

El primer paso es conocer los pesos, pues para Galileo, si se conocen los pesos, se conocen las fuerzas y si se conocen estas últimas se conocen las rapideces. Por lo que ¿Cuál es la proporción entre los pesos sobre diferentes planos inclinados? Para responder Galileo hace uso de la palanca: el peso de un cuerpo sobre un plano inclinado es reducido al peso de un cuerpo suspendido en el brazo de una palanca doblada.

Se tiene una balanza *cad* y se divide en dos brazos iguales, *ca* y *ad*. Se suspenden sobre los extremos *c* y *d* los objetos A y B respectivamente cuyo peso es idéntico (Figura 20). Entonces a B que está en *d* se le hace descender hasta *b* pivotando en *a*: colocar a B en *d* es como colocarlo en uno de los extremos de una palanca. Cuando B cae de *d* hacia *b*, es lo mismo a que si cayera sobre *ef* a causa de su peso en el punto *d*. Análogamente, cuando B baja de *s* hacia *b*, es similar a que si cayera sobre *gh* a causa de su peso en el punto *s*. Y lo mismo sucede con *r*. En otras palabras, que B esté en los puntos *d*, *s* y *r*; es geométricamente equivalente a que esté en esos mismos puntos pero sobre una tangente: que B recorra los puntos sucesivos –*d*, *s* y *r*- de la palanca doblada, corresponde a que descienda sobre una serie de planos inclinados –tangentes (*De Motu*, XIV, 297).

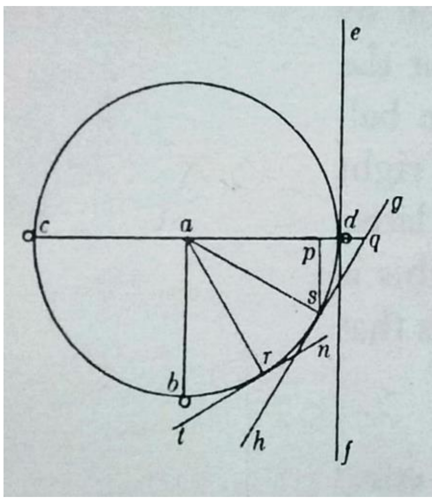


Figura 20. Planteamiento geométrico de los problemas de porqué y qué tanto más un cuerpo cae más rápido sobre una vertical que sobre un plano oblicuo. Se plantea tambien el problema del plano inclinado en términos de la palanca doblada (*De Motu*, XIV, 297).

Puesto que los pesos son proporcionales a las fuerzas y éstas a las velocidades, debe demostrarse ahora que si el peso B en *r* es menor que en *s* y en éste menor que en *d*; se demuestra entonces que la velocidad de B en *r* es menor que en *s* y que en *s* es menor que la de que tiene en *d*. Para lograr esto Galileo se ayuda del principio de la palanca:

> For the weight at point *d* just balances the weight at point *c*, since the distances *ca* and *ad* are equal. But the weight at point *s* does not balance that at *c*. For if a line is drawn from point *s* perpendicular to *cd*, the weight at *s*, as compared with the weight at *c*, is as if it were suspended from *p*. But a weight at *p* exerts less force than the [equal] weight at *c*, since the distance *pa* is less than distance *ac*. Similarly, a weight at *r* exerts less force than an [equal] weight *s* […] It is obvious, then, that the body will descend on line *ef* with greater force than on line *gh*, and *gh* with greater force than on *nt* (*De Motu*, XIV, 298).

De este modo se encuentra la respuesta a la primera pregunta: si un objeto sobre un plano inclinado desciende con una fuerza -rapidez- pequeña cuando el ángulo de inclinación es pequeño, es porque entre menor sea el ángulo, menor es su peso.

- ¿Qué tanto más rápido cae un cuerpo sobre una inclinación más vertical que otra? Para responder deben tomarse en cuenta las siguientes afirmaciones.

i) La proporción entre las rapideces en *ef* y *gh* –entre las rapideces sobre las tangentes en los puntos *d* y *s*-, es igual a la proporción entre los pesos en *d* y en *s*; lo que simultáneamente es igual a la proporción entre *da* y *pa* (Roux y Festa, 2013:19).

ii) Los triángulos *asp* y *pqs* son similares y *as* es igual a *ad*, por lo que la proporción entre *da* y *ap* es igual a la proporción entre *qs* y *sp*, es decir la proporción entre el segmento oblicuo –longitud- y el segmento vertical –altura- (Roux y Festa, 2013:19-20).

Nómbrese *l* a la longitud y *h* a la altura, V_l a la velocidad del cuerpo cuando cae en por la longitud y V_h cuando cae por la altura, y P_l el peso sobre la longitud y P_h al peso sobre la altura. Con lo que se tiene $P_l/P_h=h/l$, que es equivalente a $V_l/V_h= h/l$ (Roux y Festa, 2013: 20).

De este modo, Galileo resuelve el problema del plano inclinado al mismo tiempo que responde a la segunda pregunta: “Consequently, the same heavy body will descend vertically with greater force than on an inclined plane in proportion as the length of the descent on the incline is greater than the vertical fall” (*De Motu*, XIV, 298).

CAPÍTULO 3

LA BALANZA COMO INSTRUMENTO DE RAZONAMIENTO CONCRETO Y ABSTRACTO

En este capítulo se tiene el objetivo de subrayar el papel de la balanza en *De Motu* y de defender la idea de que el uso de la balanza como instrumento de razonamiento concreto y abstracto, cambió el método para abordar los problemas del movimiento que provocó la emergencia de una ciencia mecánica como disciplina mixta.

Para alcanzar dicho cometido, he dividido este capítulo en tres secciones. En la primera se analiza el carácter de la mecánica del siglo XVI y bajo qué condiciones era pensada. En la segunda y tercera sección, muestro en qué sentido la balanza es un instrumento de uso abstracto y concreto y porqué este uso representa el *cómo* del razonamiento causal que condujo las investigaciones experimental y matemática del movimiento en *De Motu*.

3.1 Una disciplina intermedia

En la Edad Media el movimiento y el cambio eran objeto de estudio de tres tradiciones diferentes. Estaban las *artes mecánicas o seculares* en la que se producía un conocimeinto práctico y aplicaban diseños a instrumentos y herramientas, pero no una teoría propiamente; los hacedores de esta tradición eran artistas e ingenieros. Otra era la *filosofía natural* en la que se estudiaban sus principios. Estaba también la tradición *matemática* en la que se estudiaba el peso y las máquinas simples cuya base eran principalmente los trabajos de Jordano Nemorario ya que los de Arquímedes no eran muy conocidos (Laird, 1986: 43-45)[28]. Esta última tradición, es uno de los dos pilares en los que se divide la ciencia teórica de acuerdo a la clasificación aristotélica. Las disciplinas teóricas se dividen en *a)* las disciplinas puramente matemáticas como la aritmética y la geometría, que se caracterizaban por ser demostrativas y abstractas; y *b)* las disciplinas intermedias como la óptica, la astronomía y la harmónica, se definían por ocupar un lugar entre las disciplinas puramente matemáticas y la filosofía natural, esto es, por utilizar el carácter demostrativo y abstracto de aquellas pero a la vez el objeto de estudio de ésta (Laird, 1986: 46).

En cuanto a la mecánica, los medievales tenían problemas para identificarla en alguna de estas tradiciones por lo que su estatus como disciplina era incierto. No se la consideraba una disciplina especulativa propiamente, como sí a la óptica o la astronomía; frecuentemente se la consideraba parte de las artes seculares y otras veces se la identificaba con la ingeniería.

[28] Este apartado en el que se expone el estatus disciplinario de la mecánica, es un resumen basado en el planteamiento de Laird (1986). Para abundar en el tema puede consultarse (Roux y Laird, 2008), (Clagett, 1948) y (Van Dick, 2006: 41-44).

Pero sobretodo no lograban hacerla corresponder con alguna obra aristotélica conocida que fungiera como obra modelo de esta disciplina (Laird, 1986: 46-47).

La Mecánica del Pseudo-Aristóteles fue aparentemente desconocida durante la Edad Media, sin embargo durante los siglos XV y XVI fue redescubierta y reintroducida a las universidades Italianas. Sorprendentemente, atrajo la curiosidad y entusiasmo de numerosos y diversos comentadores, desde humanistas hasta matemáticos e ingenieros (Laird, 1986: 45).

Los filósofos-humanistas fueron los primeros en tratar dicha obra y su interés fue más filológico que filosófico. En este grupo de comentadores se encuentran Niccoló Leonico Tomeo y Alessandro Piccolomini, quienes se opusieron a la identificación medieval de la mecánica -y por ende a *La Mecánica* - con las artes manuales dándole así un estatus teórico, pero principalmente matemático. Por su parte, los 'practicantes matemáticos' aceptaban este estatus teórico y matemático de la mecánica y creían que *La Mecánica* se relacionaba con los centros de gravedad de Arquímedes y las máquinas simples de Papo de Alejandría (Laird, 1986: 51). En este grupo se encontraban personajes como Niccoló Tartaglia, Francesco Maurolico, Guidobaldo dal Monte y Bernardino Baldi, quienes reconocieron que la mecánica no limita su estudio de los pesos a meras cuestiones de equilibrio. Por último, los profesores de matemáticas como Pietro Cantena, Guiuseppe Moletti y Galileo, realizaron lecturas de esta obra desde la cátedra de matemáticas y no de la filosofía natural (Laird, 1986: 59).

Estos tratamientos de *La Mecánica* propiciaron importantes cambios. Laird piensa que la reintroducción de esta obra junto con los comentarios que suscitó desde diferentes perspectivas y disciplinas, provocó cambios en la concepción del estatus de la mecánica. El carácter de esta disciplina fue rápidamente articulado y equiparado al de *La Mecánica*, que en ese entonces se consideraba una obra aristotélica, lo que solucionó el conflicto de qué estatus darle y en qué tradición clasificarla: se colocó a la mecánica en las disciplinas matemáticas intermedias (Laird, 1986: 47).

Tanto la mecánica como *La Mecánica* envolvían aspectos de la filosofía natural como de las matemáticas: "[…] they share in both mathematical and natural speculations; that is, "the how" of mechanical problems is revealed through mathematical speculations while "the about-what" is revealed through natural speculations" (Laird, 1986: 46). Las características que definieron la mecánica del siglo XVI se derivaron de su comparación con *La Mecánica*. La mecánica resultó ser una disciplina teórica más que un arte manual; era matemática, aunque su objeto de estudio era la naturaleza; y se ocupaba de movimientos y efectos de la naturaleza que iban con y en contra de ella misma (Laird, 1986: 45-46).

Pero a pesar de ser una disciplina teórica y matemática, la mecánica no perdió conexión con las artes seculares. Al igual que con éstas, al practicarla el hombre tenía como finalidad el obtener beneficios para sí mismo por medio del conocimiento de la naturaleza que le permitiera crear artefactos con los cuales 'obligarla' a actuar de cierto modo. En gran medida esta característica surge de la comparación con *La Mecánica* en donde su autor comienza expresando la maravilla que le produce la habilidad humana al ser capaz de manipular la naturaleza (Laird, 1986: 46).

En resumidas cuentas, puede decirse que son dos los aspectos que caracterizan la mecánica del siglo XVI. El primero es haber sido direccionada a cumplir ciertos fines humanos y el segundo era su doble carácter, empírico y matemático. La mecánica se distinguía de las disciplinas matemáticas y naturales, no era una u otra, aunque sí tomaba algo de ellas. Era una disciplina intermedia que estudiaba matemáticamente comportamientos naturales. Este aspecto la dotó de un carácter flexible que la imbuía en áreas diferentes, tomando elementos de una, llevándolos a la otra y viceversa. Esta equivocidad y ambigüedad fue el germen que la hizo crecer en profundidad y expansion: "The scope of mechanics was defined not only by its own demands for consistency and completeness, but also by the relation that was worked out between it and these other scientific activities" (Laird, 1986: 68).

3.2 La balanza como instrumento de razonamiento concreto y abstracto

¿Razonó Galileo en términos causales? Basta reparar en su ánimo antiaristotélico para responder negativamente: no buscó o usó argumentos causales para defender sus ideas, como máximo pudo haber tenido interés por buscar las causas del movimiento en sus primeros trabajos, pero fue gradualmente desapareciendo hasta que en los últimos no quedó rastro alguno.

Se encuentra en cambio una respuesta positiva consensuada entre los estudiosos de Galileo en la que en efecto, Galileo no se redimió de la influencia aristotélica de un momento a otro. Al igual que Aristóteles, Galileo creía que para conocer las cosas deben conocerse sus causas, ya que es debido a ellas que las cosas son lo que son y que la ciencia es en sí misma su conocimiento y demostración (Wallace, 1983: 614). De hecho Wallace afirma que "In the fifty years that spanned practically his entire scientific output, from 1588 to 1638, Galileo employed a wide range of causal terminology that shows a consistent internal development"[29] (Wallace, 1983: 609). Para este autor, el problema de las causas en Galileo, no consiste en preguntarse si razonó o no en términos causales, sino cómo –dando por hecho que las usó- buscó y usó explicaciones causales en el contexto matemático y experimental (Wallace, 1983: 608). Constreñida a este caso la pregunta es ¿*Cómo* buscó y usó Galileo explicaciones causales en el contexto matemático y experimental en *De Motu*? *La balanza* es el *cómo* de dicha pregunta, en el sentido de que Galileo buscó y usó un razonamiento causal matemático y experimental por medio de ella.

Galileo le dio un lugar central a este instrumento en sus investigaciones en gran medida debido a la admiración e inspiración que sentía por el trabajo arquimediano, imitó el trabajo de Arquímedes al punto de entrenar incluso su talante e intuiciones, como afirma Machamer, "Galileo is an Archimedian mechanic by training and temperament". Por lo que 'cubriéndose con las alas protectoras del súper humano Arquímedes' (*De Motu*, XIV, 300) y siguiendo sus matemáticas y máquinas simples, junto con las experiencias que conllevan

[29] Wallace localizó una gran variedad de términos referentes a la dualidad causa-efecto presentes en los primeros escritos galileanos o escritos en latín, *Cuestiones Lógicas, Cuestiones físicas* y *Sobre el movimiento*. Algunos de ellos son: causas verdaderas y virtuales, causas universales y particulares, causas univocas y equivocas, causas *per se* y *per accidens*, causas materiales y formales, etc. (Wallace, 1983: 611). Lo común en esta variedad de tipos de causas es la idea de que a ciertos tipos de efectos les corresponden cierto tipo de causas –por ejemplo, cuanto más dure la roca en la mano que la proyectará, más fuerza se acumulará en la mano y por lo tanto más altura alcanzará al ser proyectada.

(Machamer, 1998: 57), Galileo tuvo la intuición de usar dicho instrumento para desarrollar sus investigaciones sobre la causa del movimiento y la rapidez de un cuerpo sobre planos con diferente inclinaciones[30][31].

- **Contexto experimental**

Es probable que las preguntas ¿Por qué un cuerpo asciende o desciende? y ¿Qué mantiene al proyectil en movimiento cuando no tiene contacto con la mano que lo proyectó? le surgieran a Galileo de la experiencia común de observar el ascender y descender de los cuerpos. Debido al carácter empírico de las cuestiones mismas y el origen del que emanan, Galileo pensó que tanto las respuestas como el camino que conduce a ellas tendrían que poseer un mismo carácter empírico.

Debido a la influencia arquimediana pero también a la versatilidad de la balanza, Galileo tuvo la intuición de que este instrumento le llevaría a sus respuestas. Por lo que redujo el escenario natural del problema del movimiento a uno 'artificial' constreñido por la balanza: los objetos que suben y bajan en la naturaleza son análogos a los objetos que suben y bajan en los platillos de la balanza. Las causas y los efectos, los elementos que determinan si el cuerpo sube o baja y el carácter empírico en ambos escenarios son análogos.

Pero no todo en esta reducción es igual pues de ser así, no tendría sentido usarla. La intención de reducir el escenario natural a uno artificial es aprovechar una disimilitud entre ellos que significa a la vez una ventaja: lo desconocido en el escenario natural es conocido en el artificial. Lo conocido en aquel es el efecto, es decir, que los cuerpos ascienden y descienden, y que los elementos que determinan dicho efecto son el cuerpo y el medio; mientras que lo desconocido es la causa que lo provoca, que es lo que Galileo deseaba averiguar. En la contraparte artificial, el efecto es el subir y bajar de los platillos de la balanza y los elementos que determinan dicho efecto son los cuerpos que se balancean en sus extremos. Por lo que el paso crucial que Galileo debía hacer, era encontrar con la causa que origina el balanceo en los extremos de la balanza, para extenderla después al escenario natural.

Debido a la naturaleza empírica del problema, éste pasó fácilmente a términos experimentales. Por lo que manipulando los elementos que determinan si un cuerpo sube o baja, agregando y quitando cuerpos de pesos variados y alterando el equilibrio de la balanza, Galileo comprobó que su comportamiento ascendente y descendente era causado por el peso

[30] Para Stillman Drake, "[…] disscusing motions down incline planes was the most important of all for Galileo's pre-Paduan Physics" (Drake, 1990: 54), sin embargo y a mi parecer debe sumarse otro aspecto a ser resaltado, la discusión acerca de la causa del movimiento. Esta última investigación es de carácter más experimental y empírico, mientras que el de aquella es más bien matemático y teórico.

[31] Galileo estaba en lo correcto cuando creyó ser el primero en estudiar las velocidades sobre planos de diversas inclinaciones, (*De Motu*, XIV, 296), "[…] and there is no trace of any previous discussion on the topic con his writings of motion", afirma Drake. Éste piensa que los historiadores y estudiosos del tema han confundido la investigación galileana de *la rapidez* de cuerpos cayendo sobre planos inclinados con la de *las fuerzas* requeridas para mover un cuerpos cuesta arriba sobre planos incliandos de Herón y Papo, y con la investigación de Jordano de Nemorario quien en cambio se preguntó por la regla correcta para mantener a los pesos suspendidos en planos incliandos en *equilibrio* (Drake, 1978: 23).

de los cuerpos en los platillos. Ahora, si los pesos de los cuerpos en los extremos de la balanza que determinan su comportamiento representan, en el escenario natural, el medio y el cuerpo mismo en movimiento, entonces la causa del movimiento en el entorno natural debía ser igualmente su peso.

De acuerdo a Machamer y Woody, la balanza fue para Galileo no sólo un modelo físico, sino también metafórico de inteligibilidad. El comportamiento de la balanza es innegable y difícilmente se discutiría cuándo la balanza estaba en equilibrio o uno de los extremos sube y baja. Difícilmente alguien dudaría de los resultados directamente observados en ella, pues cualquiera podría juzgar lo que ve sin temer la existencia de artimañas ocultas: "There was no question of whether you had a proof or not; it was easily seen. Those who would not acept this model of inteligibility would not open their eyes" (Machamer, 1998: 64).

- **Contexto matemático**

En el capítulo XIV de *De Motu*, Galileo se pregunta por qué un cuerpo cae con mayor rapidez entre más vertical sea la inclinación sobre la que se mueve y qué tanto más rápido cae ese mismo cuerpo sobre una inclinación más vertical que otra. El peso, es la respuesta de la primera pregunta cuya investigación es cualitativa, en tanto que la respuesta a la segunda requiere una investigación cuantitativa. Al igual que cómo sucedió en la investigación sobre la causa, dicha investigación y la respuesta que arroja, deben poseer el mismo carácter matemático.

Imitando la proeza arquimediana de tratar un problema empírico en términos matemáticos, Galileo planteó su investigación sobre la rapidez de un cuerpo que desciende sobre planos con diversas inclinaciones en términos geométricos. Representó geométricamente los elementos del problema, el cuerpo, la superficie inclinada, el tiempo, la distancia y la rapidez; y ciertas relaciones involucradas como el equilibrio entre los pesos y la diferencia de rapidez con la que un cuerpo se mueve en diferentes inclinaciones. Herón, Papo y Jordano Nemorario intentaron resolver problemas similares al de Galileo, el de la fuerza y punto de equilibrio necesarios para subir y mantener un cuerpo sobre planos inclinados[32]. También ellos usaron representaciones geométricas en su resolución, cuyas respuestas no fueron correctas debido al uso directo de la balanza. Por su parte Galileo tuvo la intuición de usar la balanza doblada, lo cual de acuerdo Roux y Festa, le garantizó la solución correcta al problema de la rapidez (Figura 21).

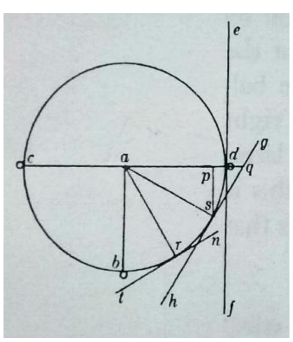


Figura 21. La balanza doblada como instrumento matemático de inteligibilidad en el problema *qué tanto más* rápido cae un cuerpo sobre una inclinación más vertical que otra (*De Motu*, XIV, 297-298).

[32] El problema de la rapidez de Galileo supone a los de la fuerza y equilibrio de aquellos matemáticos, este es el motivo de que se suela analizarlos en conjunto.

La representación geométrica resultante en este contexto matemático es también un escenario artificial al que se recurre por significar cierta ventaja. La ventaja aquí radica, al igual que en el contexto experimental, en que se tiene un mayor conocimiento de las partes que conforman el problema. Pero en este caso, lo conocido es la causa -el peso-, mientras que lo desconocido es uno de los efectos -la rapidez-, que es lo que Galileo desea averiguar.

Para llevar a cabo su investigación sobre la rapidez, Galileo partió del conocimiento previo de la causa del movimiento y del principio de la palanca, esto es, consideró el peso que un cuerpo tiene sobre dos planos con inclinaciones diferentes y luego redujo el equilibrio de dicho cuerpo sobre los planos al principio de la palanca. Para llevar a cabo esta reducción, primeramente colocó el brazo doblado de la balanza sobre dos planos con diferentes inclinaciones en la misma dirección descendente. Consideró los brazos de la balanza como el diámetro horizontal de un círculo circunscrito a la balanza y dibujó dos tangentes que serían aquellos planos. Hizo coincidir los radios del círculo a los puntos de tangencia en donde consideró que los pesos se contrabalanceaban con el peso del otro extremo de la balanza. De este modo, cuando el cuerpo descendía a lo largo de una de las tres tangentes equivalía para Galileo, a que ese cuerpo bajara sobre la diagonal de su respectivo plano. El peso en ese punto de tangencia sería como el peso mantenido en un extremo de la balanza.

Es importante hacer notar un supuesto oculto. Reducir el problema empírico y experimental a términos matemáticos y abstractos, significa llevarlo a términos ideales y abstractos, esto es, colocar y quitar propiedades al objeto en cuestión. Para que el tratamiento matemático descrito líneas anteriores pudiera efectuarse, fue necesario que Galileo le atribuyera al plano propiedades que no necesariamente son verdaderas, como el ser ‘perfectamente’ liso; y que en cambio quitara o ignorara otras como la rugosidad de la superficie.

> […] this proof must to be understood on the assumption that there is no accidental resistance (occasionated by roughness of the moving body or of the plane incline plane, or by the shape of the body). We must asume that the plane is, so speak, incorporeal or, at least, that it is very carefully smoothed and perfectly hard, so that, as the body exerts its pressure on the plane, it may not cause a bending of the plane and somehow come to rest on it, as in a trap. And the moving body must be [asume to be] perfectly smooth, of a shape that does not resist motion, e.g., a perfectly spherical shape, and of the hardest material or else a fluid like water. (*De Motu*, XIV, 298-299).

- **La balanza**

La característica definitoria de la mecánica de ser una ciencia intermedia y la versatilidad que esto conlleva, se ve reflejada en la balanza. La mecánica del siglo XVI se comporta en momentos como una disciplina matemática y axiomática y en otros como una que se ocupa de asuntos comunes en la experiencia sensible. Con la balanza sucede algo similar, pues dependiendo del área en que se la usa, desempeña el rol de instrumento de corroboración y convencimiento o de abstracción y cálculo:

> In the study of simple machines, for example, such as the balance or the pulley, theory was established from antiquity and experiments served largely the rhetorical purpose of confirming known theorems or convincing the skeptics. In other areas, however, they served not only to test theoretical predictions and calculations but also heuristically to find out how nature behaved and to inspire more abstract speculations (Bertolini, 2006: 11).

En el contexto experimental, la balanza fungió principalmente como instrumento de confirmación de un conocimiento experienciado previamente. De hecho su inmersión en la vida diaria de las personas desde épocas remotas, es el motivo de que desde entonces existieran intentos de sistematizar el conocimiento que de ella se tenía. En este contexto, la balanza fue el punto culminante de la argumentación, ella misma fue el punto al que Galileo deseaba llegar. La estrategia fue partir de un conocimiento previo común y terminar presentando la evidencia incuestionable de observar por sí mismos el comportamiento de la balanza. En el contexto matemático en cambio, el rol que desempeñó fue el simplificar y calcular. En este caso, la estrategia de argumentación fue iniciar con ella y terminar obteniendo un conocimiento antes desconocido. Antes de avanzar en la investigación, el problema se simplificó a un esquema geométrico que tenía a la balanza como base, ya que su conocimiento ayudaría a alcanzar el objetivo. Pero también fungió como instrumento de cálculo al realizarse operaciones con los datos conocidos de los pesos, las alturas, las inclinaciones, etc., que posteriormente conducirían al resultado deseado.

La balanza como instrumento experimental y matemático representa las contrapartes artificiales de un mismo escenario natural. Aunque implica usos distintos, lo común en ambas es su capacidad para montar un escenario artificial cuyo objeto de estudio es el movimiento. Galileo supo beneficiarse de la versatilidad de la balanza, aprovechando las ventajas propias que cada utilización ofrecía. Usar la balanza experimental proporcionó una evidencia e inteligibilidad innegables de lo que se desea mostrar, mientras que la balanza matemática propició la abstracción y el poder llevar las investigaciones tan lejos como la imaginación lo permita.

De acuerdo a Machamer, detrás del uso versátil de la balanza, se encontró latente todo el tiempo el razonamiento de equilibrio en preguntas clave como ¿Qué causa de que algo se desbalancee?, ¿Qué fuerza provoca que ese algo regrese a su lugar? y ¿Cuál es el punto de balance? (Machamer, 1998: 61). Este razonamiento y las cuestiones que lo suponen, fueron fácilmente representables en líneas, ángulos, tangentes, círculos y diagramas geométricos (Machamer y Woody, 1994: 217) así como en experimentos empíricos. La balanza fue el instrumento más adecuado para contener el razonamiento de equilibrio y los problemas del movimiento:

> But we would suggest that historically without the intelligibility and form of understanding provided by the balance, and its mathematical tractability and experimental possibilities, the abstract concepts of the mechanical world picture would not have been either possible or plausible (Machamer y Woody, 1994: 220).

3.3 El razonamiento causal en el uso de la balanza

De acuerdo a Wallace, el método que Galileo solía usar en sus escritos en latín para demostrar las causas en la naturaleza, fue el método '*regressus* demostrativo' que consiste en un *progressus* doble (Wallace, 1983: 614). El primer *progressus* va del efecto a la causa, se trata de una demostración que parte de un efecto bien conocido y familiarizado a una causa anteriormente insospechada y totalmente desconocida. Este tipo de demostración es común en el estudio de la naturaleza en donde los efectos naturales son mayormente conocidos que sus orígenes o causas. En este primer momento del método la única manera de alcanzar las causas es por medios materiales (Wallace, 1983: 615). Por ello el investigador debe idear una situación en la que tenga control y sea capaz de asegurar la conexión entre la causa y el efecto particulares, y posteriormente, con base en esta identificación, pueda equiparar un efecto similar en la naturaleza e identificar una causa natural similar capaz de producirlo (Wallace, 1983: 628). No es necesario señalar más que, este primer momento corresponde al uso cualitativo de la balanza en el contexto experimental en donde se buscaba la anteriormente desconocida causa del peso.

El segundo *progressus*, es una demostración que va en dirección opuesta, de la causa al afecto. En este punto se elucida la explicación del efecto, esto es, el investigador observa que la causa a la que ha llegado en el primer *progressus* es apropiada, pues da cuenta del efecto con el que inicialmente se partió, por ejemplo que el peso es lo que provoca los movimientos ascendentes y descendentes (Wallace, 1983: 615). Este procedimiento es común en el conocimiento matemático y metafísico en donde las causas son mejor conocidas que los efectos: "Again, in nature effects are usually more known to us than their causes, whereas in mathematics causes are more known both to us and in themselves" (Wallace, 1983: 613). Como fácilmente se observa, este segundo momento del método corresponde con el uso cuantitativo de la balanza en el contexto matemático en donde se busca el anteriormente desconocido efecto de la rapidez.

Una vez dicho esto, se está en condiciones de responder la pregunta ¿*Cómo* buscó y usó Galileo explicaciones causales en el contexto matemático y experimental en *De Motu*? Galileo buscó y usó explicaciones y razonamientos causales en el contexto matemático y experimental con aquel 'instrumento mundano y no tan glamuroso' en comparación con los llamados 'instrumentos filosóficos' como el telescopio, el microscopio o la bomba de aire, por usar las palabras de Bertolini. La balanza y el razonamiento de equilibrio que supone, fue el modo de proceder, el cómo latente de fondo que orientó el análisis físico y matemático del movimiento en *De Motu*.

CAPÍTULO 4

EL DEBATE DE LA CONTINUIDAD

La discusión de si existe una continuidad o no entre la filosofía antigua, medieval y moderna es conocida como 'el debate de la continuidad'. Suele relacionárselo con la cuestión concreta de si es posible o no afirmar que la revolución científica de los siglos XVI y XVII es el culmen de un conocimiento que se ha venido forjando y reforzando desde tiempos antaños.

Entre los filósofos que tendieron hacia la postura 'discontinua' está Bacon quien pensaba que la Edad Media fue un período impróspero de estancamiento filosófico e intelectual. Voltaire fue otro de ellos, pensaba que esta época se caracterizó por la decadencia y la degeneración. También puede incluirse a Koyré, pues pensaba que más que ser un crecimiento o una expansión de la filosofía natural medieval, la revolución científica fue un cambio de metafísica, una 'mutación' o cambio intelectual de una visión del mundo por otra (Lindberg, 1992: 355-359).

Entre los filósofos que se inclinaron por la postura 'continua' están Duhem y Crombie[33]. Para el primero, el origen de la ciencia moderna, como la física y la mecánica clásicas, surge a partir de una serie de mejoras casi imperceptibles dentro del marco de la filosofía natural y la teología cristiana de las universidades medievales. Mientras que para el segundo, la característica definitoria de la ciencia moderna fue su metodología experimental, originada también en la Edad Media. Concretamente para Crombie, fue el lógico y filósofo natural inglés Robert Grosseteste quien primeramente comprendió y sentó los principios de la ciencia moderna experimental (Lindberg, 1992: 357-360).

Un aspecto en común al que ambas posturas prestaron más atención, fue la metodología empleada por los medievales y los modernos. En términos generales, los discontinuistas pensaban que lo que diferencia a la filosofía natural medieval de la ciencia moderna fue precisamente el descubrimiento por los modernos de un nuevo método experimental para comprender e interactuar con la naturaleza. Los continuistas por otro lado coinciden en que lo distintivo de la ciencia moderna es el uso de dicho método, pero que se originó en la Edad Media por lo que no es exclusivo de la ciencia moderna (Lindberg, 1992: 361).

Lindberg opina que el debate continuista y la historia en general es un terreno peligroso en el que se debe andar con cuidado. La tarea del historiador no es evaluar el pasado, y tampoco se trata de juzgar competentes o incompetentes a los filósofos antiguos y medievales por el grado en el que se ocuparon de cuestiones propias de los modernos. La tarea del historiador es entender el pasado desde perspectivas diversas y pertinentes, teniendo

[33] Duhem, *Le mouvement absolu et le mouvement relatif* (1905) y Crombie, *Robert Grosseteste and the Origins of the Experimental Science* (1955).

presente que los juicios están influenciados por la perspectiva desde la que se emiten (Lindberg, 1992: 355).

Para este autor, el debate de la continuidad se ha centrado en una perspectiva global de lo sucedido y en consecuencia las opiniones que suscita están dirigidas a aspectos generales. Pero se está ignorando la perspectiva disciplinaria, es decir la perspectiva desde la que se miran los hechos de cerca, lo que a su parecer es un gran desacierto, "[…] it seems to me a serious mistake to restrict attention to global change and ignore change at the disciplinary level" (Lindberg, 1992: 366).

La decisión de concentrarse en aspectos globales es, según opina Lindberg, decidir concentrarse en aspectos discontinuos. Mirar el panorama de la mecánica en la Antigüedad, la Edad Media y la época Moderna desde una perspectiva global conduce significativamente a abogar por una discontinuidad, puesto que se pone atención precisamente en aquellos aspectos del cambio científico en los que las diferencias y divergencias son más prominentes (Lindberg, 1992: 367). Desde esta perspectiva, lo que mayormente diferencia a los medievales de los modernos es la creación de un nuevo método para una nueva concepción de la naturaleza.

Pero también sucede algo similar cuando se concentra en aspectos particulares. Concentrarse en disciplinas concretas es inclinarse a favor de la continuidad, ya que según Lindberg, fue en estas disciplinas en las que los medievales hicieron trabajos notorios. Si se pone atención a disciplinas como la astronomía o la mecánica será evidente una continuidad lingüística, conceptual y teórica entre estas estas épocas (Lindberg, 1992: 367).

Resumiendo y siguiendo a Lindberg, hay evidencia para abogar a favor de una u otra postura del debate, la continuista o la descontinuista: "[…] there must have been elements of both continuity and discontinuity in the transition from medieval to early modern science; but to find them we must be willing to look for them in their costumary habitats" (Lindberg, 1992: 367). Por este motivo su posición dentro del debate es una moderación o punto intermedio entre aquellas dos posturas extremas:

> No doubt the individual discipline was influentiated by general conceptions of nature and by broad methodological principles, but it should hardly be necessary to argue that the strength and character of the connection varied from one discipline to another and that metaphysical and methodological influences interacted differentially with specific features of the various disciplines. Surely no discipline was entirely self-sufficient, but neither were all disciplines locked into identical patterns of development (Lindberg, 1992: 366).

En esta investigación se tiene como propósito analizar concretamente el cambio y evolución de la mecánica durante la Antigüedad, el Medioevo y *De Motu*. En este sentido, es inevitable poner atención en los aspectos internos de esta disciplina sin salir de ella. ¿Cuáles fueron las similitudes y diferencias que Galileo hizo en *De Motu* en relación con los estudios del movimiento que se encuentran entre los griegos antiguos y en los medievales? Al respecto pienso que la mecánica como disciplina puede verse también desde una perspectiva metodológica y una conceptual, que la perspectiva desde la que se analice influirá en las conclusiones, pero que mirar la mecánica dese una u otra perspectiva no conduce necesariamente a concluir una continuidad o una discontinuidad y que sin importar desde donde se miré habrá elementos para abogar por diferencias o similitudes por igual.

- **Los antiguos, los medievales y el Galileo joven**

En relación al estudio del movimiento de los antiguos, los medievales y Galileo, Ernst Mach abogó por una discontinuidad. Influenciado por el positivismo, pensaba que Galileo fundó la ciencia moderna por sí mismo comenzando de nada, que fue un científico fundador sin influencias precedentes, que negó y rechazó todo lo que aprendió (Mach, 1960: 186-191).

Clagett por su parte pensaba que la mecánica medieval ocupa un lugar intermedio importante entre Aristóteles y Newton. La explicación medieval del ímpetu posteriormente retomada por el joven Galileo en *De Motu* representa ese vínculo (Clagett, 1979: 670-71). Para este autor la continuiad puede verse igualmente en conceptos clave del estudio del movimiento propios del siglo XIV que pasaron al siglo XVI. Unos de los que pasaron directamente fue el del movimiento uniformemente acelerado y la fórmula de la velocidad promedio del Colegio de Merton. Ambos fueron usados posteriormente por Galileo. Un concepto que pasó pero modificado fue el ímpetu acuñado por Buridán, que luego Galileo tomó como base para su *virtus impressa*. Por último, uno de los conceptos que cambiaron totalmente en la transición de esos siglos, fue la fórmula de la rapidez de los cuerpos (Clagett, 1948: 42-44).

Del mismo modo que Clagett, Drake se inclina por una postura intermedia. En efecto, Galileo fue un filósofo pionero, pero esto no significa que no tuviera influencia exterior, sino que adoptó tradiciones forjadas desde la Antigüedad. Así, en el aspecto matemático, Arquímedes fue su modelo a seguir, mientras que en el aspecto natural fue Hiparco (Drake, 1990: 58-69).

Maier opinaba que más que una transformación, entre la filosofía escolástica y la no escolástica, hubo una transición, es decir que el cambio fue gradual. De acuerdo a esta historiadora, antes de que alguien formulara el concepto de la preservación del movimiento uniforme en lenguaje físico matemático, tuvo que haber alguien en un cierto contexto histórico que se lo permitiera, que tuviera la idea revolucionaria de que el movimiento terrestre iniciado por un humano continúa independientemente de él, siempre y cuando no sea afectado por una fuerza exterior. Es decir que antes de establecer ‘correctamente’ el principio de inercia en lenguaje de la física matemática es necesaria una ruptura metafísica-otológica, un cambio de grado en la visión del mundo y los conceptos que la constriñen. Maier afirma que este cambio conceptual lo dio Galileo al adoptar la explicación medieval del ímpetu en *De Motu* aunque difiere del tratamiento escolástico estándar (Maier, 1982: 103-106).

Por último está Wallace quien también defiende un cambio aunque no total. Para Wallace, es cierto que Galileo fue un científico innovador por méritos propios, pero que esto se debió a que su formación intelectual se forjó dentro del marco aristotélico, euclidiano y arquimediano. ‘Galileo fue un hombre de sus tiempos’ quien por ejemplo, estaba relacionado con la idea de que para conocer las cosas se debe conocer sus causas, por lo que en su trabajo readaptó dicha idea pero a un contexto experimental y matemático (Wallace, 1986: 26-29).

- **Coincidencias y desencuentros de las concepciones del movimiento entre los filósofos aquí analizados**

En cuanto a los estudios del movimiento de los filósofos aquí mencionados y *De Motu* existen puntos de continuidad y de discontinuidad, que desde mi punto de vista son algunos de los más relevantes. Comenzando por las similitudes, una de las características más prominentes, es *el marco aristotélico compartido*. El pensamiento y obra aristotélica fue dominante en la filosofía natural durante muchos siglos. Tal es el ejemplo de casi todos los filósofos naturales aquí mencionados. *La Mecánica* fue atribuida por mucho tiempo a Aristóteles debido a la base peripatética desde la que parten sus problemas. Basta recordar que la intención en ese tratado era conciliar el imperativo aristotélico de la proporcionalidad entre causa y efecto, y el de la mecánica que dice que mediante un dispositivo mecánico, una pequeña fuerza puede alcanzar un gran efecto.

En el caso de los medievales, quienes tradujeron y comentaron las obras del estagirita, criticaban e incluso intentaron conciliar el aristotelismo con la teología cristiana. El concepto del ímpetu surgió dentro de este mismo marco. Las inconsistencias internas de la explicación aristotélica del movimiento a distancia fue el motivo de que este problema de segunda relevancia para Aristóteles pasara a ser uno de primera para Juan Filópono, Marchia o Buridán. Y lo mismo pasó con Galileo cuando en *De Motu* se adhiere a ideas peripatéticas como las tendencias naturales -que a lo ligero le corresponde los lugares altos y ralos, y a lo pesado los bajos y densos- pero al mismo tiempo es un tratado antiaristotélico. Ya fuera como apoyo, comentario, crítica o complemento, el pensamiento aristotélico era el centro en torno al que giraba gran parte de la actividad intelectual desde la época de Aristóteles hasta la de Galileo.

La tradición de las máquinas simples y el principio de la palanca es otra característica de similitud, Pseudo-Aristóteles, Arquímedes, Herón, Papo, Jordano Nemorario y Galileo formaron parte de ella. Euclides y Arquímedes probaron geométricamente el principio de la palanca, principio al que se intentaron reducir todos los problemas de *La Mecánica*. El problema del plano inclinado fue objeto de estudio de Herón, Papo, Jordano Nemorario y Galileo. Todos ellos compartieron la intuición de usar la balanza y el principio de la palanca para su solución. Galileo expresó abiertamente su admiración por Arquímedes y su éxito en problemas estáticos e hidrostáticos. Recordemos que la comparación que Galileo hizo del movimiento natural con el comportamiento de la balanza, así como la admiración por el fértil razonamiento abstracto de las matemáticas aplicado al estudio de la naturaleza, son de inspiración arquimediana.

El tratamiento mixto de la naturaleza se encuentra ya desde *La Mecánica*, en la que el autor se ocupa por cuestiones prácticas cotidianas y abstracciones matemáticas. A partir de esta obra surge por un lado una tradición mecánica inclinada hacia lo teórico y matemático como en el caso de Arquímedes, mientras que por el otro surge una más bien práctica y técnica encabezada por Herón (Laird, 2008: 3-4).

La doctrina del ímpetu era tan conocida y difundida en los siglos XIV al XVI que era casi un referente obligatorio por todos los filósofos naturales. La *virtus impressa* de Galileo es sin lugar a dudas similar aunque no equivalente al concepto del ímpetu. Unas de las características similares más relevantes entre ambas es que surgen a partir de las inconsistencias que tanto Buridán como Galileo detectan en el tratamiento aristotélico del proyectil, además de identificarlas como una causa interna y no externa al cuerpo en que se mueve.

En cuanto al *estilo de abordar los problemas por escrito, De Motu* es un ejemplo del modo estándar de introducir y desarrollar los problemas en los tratados de filosofía natural. Galileo siguió en dicha obra el estilo escolástico de comenzar exponiendo la postura a atacar, así como preguntarse por el carácter del objeto a discutir al estilo ¿qué tipo de cosa es el movimiento o la fuerza motora?

Por último es relevante mencionar, dentro de las similitudes o puntos de continuidad, que los medievales adecuaron y acondicionaron *un ambiente apto en el que la doctrina aristotélica fue cuidadosamente examinada y criticada*. Llenar los huecos existentes en el pensamiento aristotélico y ocuparse de sus implicaciones en diversos ámbitos condujo a críticas severas. Aunque la crítica emergió en la Edad Media, no significaba en ese entonces un ataque o desprecio total, sino una crítica parcial enfocada más bien a ciertas partes de la filosofía peripatética. La crítica total vino en el siglo XVI y XVII, en el que el poder referencial del corpus aristotélico dependía más de su alcance explicativo que de su estatus como autoridad. Esto preparó el espacio para una crítica más expansiva en *De Motu* (Lindberg, 1992: 365-366).

Entre los trabajos de los filósofos aquí mencionados y *De Motu* existen también diferencias relevantes. Comenzando por la diferencia casi imperceptible del uso de la balanza entre Galileo y Arquímedes. En *La Bilancetta*, Galileo trata la famosa anécdota en la que Arquímedes corre desnudo gritando "¡Eureka!" por las calles sicilianas al tener la repentina idea de cómo determinar si la corona del rey Herón estaba hecha de oro puro o de una mezcla de oro con otros metales.

Esta anécdota llegó hasta Galileo y nosotros gracias al relato que de ella hace el arquitecto romano Vitruvio. De acuerdo a este último, Arquímedes solucionó el problema de la corona del siguiente modo. Llenó una vasija con agua hasta el punto A; sumergió en ella un cuerpo de plata que pesa lo mismo que la corona en disputa, por lo que el nivel del agua de la vasija descendió y cierta cantidad de ésta se desbordó. Posteriormente, retiró dicho cuerpo de la vasija y observó que el nivel del agua estaba ahora en el punto B.

Luego, llenó nuevamente la vasija y sumergió esta vez un cuerpo de oro con el mismo peso que la corona en cuestión, lo que ocasionó que cierta cantidad de agua desbordara, de tal modo que al retirar el objeto sumergido, el nivel del agua llegaba al punto C (Figura 22). Esto indica que al ser sumergido, el peso del oro vuelca menos agua de la vasija que cuando se sumerge el peso de la plata, es decir que el oro es más denso que la plata, esto es que Arquímedes determinó las densidades de la plata y del oro. Por último, se sumergió la corona del rey, de tal modo que al hacerlo se volcó una cantidad de agua tal que al retirarla de la vasija el nivel del agua quedaba en el punto D, lo que reveló que la corona en cuestión no era de oro puro si no de una mezcla de oro con otro metal (Recio, 2017: 6-8).

Figura 22. Diagrama del método de Arquímedes según Vitruvio (Recio, 2017: 7).

Para Galileo este método de determinar si la corona era o no de oro puro, es un método grotesco y falto de exquisitez propia de un matemático de la talla de Arquímedes. Por lo que en *La Bilancetta*, Galileo relata lo que a su parecer fue el verdadero procedimiento que Arquímedes siguió para solucionar el problema.

Según Galileo, Arquímedes usó una balanza y dos principios. El primero de ellos es el llamado Principio de Arquímedes en el que se afirma que todo cuerpo sumergido en agua disminuye su peso en proporción a su volumen. Mientras que el segundo es la ley de la palanca en la que se afirma que dos pesos suspendidos en los extremos del brazo de una palanca están en equilibrio cuando son inversamente proporcionales a sus distancias que van del fulcro a su extremo correspondiente.

En una balanza AB y centro C, se coloca en A un cuerpo cualquiera con el mismo peso que el de la corona y en B un cuerpo de oro también del mismo peso que la corona en cuestión, de modo que como los dos cuerpos pesan los mismo, la balanza se mantiene en equilibrio. Se prosigue sumergiendo en agua el cuerpo de oro en B, de tal modo que el peso de dicho cuerpo disminuirá –por el principio de Arquímedes- y por ende la balanza se desequilibrará, para regresarla al equilibrio se mueve el contrapeso de A hasta E –ley de la palanca- (Figura 23).

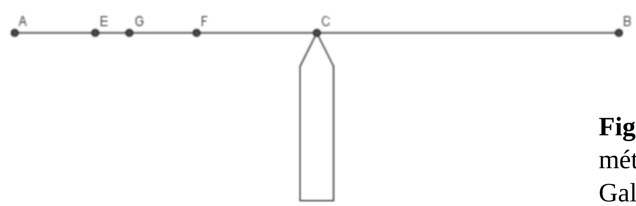


Figura 23. Diagrama del método de Arquímedes según Galileo (Recio, 2017: 14).

Después se hace lo mismo pero con un cuerpo de plata en el extremo B del mismo peso que la corona del rey. Como la plata es más densa, este último objeto colocado en B volcará más agua de la vasija que cuando se sumergió el objeto de oro. De modo que para equilibrar la balanza hay que mover el contrapeso en A hasta el punto F. Aquí Galileo convierte la proporción entre las densidades de la plata y el oro en proporción de longitudes, la de AE y AF. Dicha proporción es inversa, es decir que a mayor longitud entre A y el punto de equilibrio del metal, menos densidad del mismo.

Ahora Galileo coloca la corona del rey en el extremo B de modo que si al sumergirla se requiere mover el contrapeso en A hasta E para conseguir el equilibrio de la balanza, significa que la corona está hecha totalmente de oro; pero si en cambio para mantener el equilibrio se requiere mover el contrapeso de A hasta F, significa que la corona está hecha toda de plata; y por último si la corona está hecha de una mezcla entre plata y oro, entonces el contrapeso deberá moverse al punto G para mantener el equilibrio (Recio, 2017: 13-15).

No hay manera de saber si Arquímedes usó este último método o no para solucionar el problema de la corona. Pero ya sea que lo haya hecho o que más bien sea un método propio de Galileo, lo importante a señalar aquí es que en el uso de la balanza que aquí describe Galileo se incorporan nociones necesariamente asociadas a Arquímedes, a saber, la demostración de la ley de la palanca y el llamado principio de Arquímedes.

De acuerdo a, Damerow, McLaughlin y Renn, la idea central en la que se basa la ley de la palanca es la de centro de gravedad. Este concepto se originó a partir del conocimiento práctico y la observación de las balanzas y su equilibrio, pero que aunque se base en un conocimiento práctico, es un conocimiento teórico debido a que es aplicable no únicamente a algunos, sino a todos los cuerpos pesados. El concepto de centro de gravedad surgió de la reflexión de la experiencia directa con las balanzas pero es un concepto abstracto útil para explicar el equilibrio en la palanca imposible de identificar físicamente.

Tanto Galileo como Arquímedes usaron el principio de la palanca para tratar sus propias preocupaciones. La diferencia de uso entre ambos radica en los objetivos que querían alcanzar por medio de ella. En *De Motu*, Galileo usó de la ley de la palanca para resolver la cuestión sobre la rapidez de un cuerpo que desciende sobre un plano. Galileo usó dicha ley para resolver cuestiones tanto empíricas como abstractas, sus objetivos e intereses intelectuales apuntaban a las matemáticas aplicadas, a la ciencia mixta de la mecánica. En cambio cuando Arquímedes usa de dicha ley lo hace con intereses meramente matemáticos, su interés es teórico y abstracto (Damerow, McLaughlin y Renn, 2003: 51-52).

Siguiendo con las diferencias entre los autores analizados en esta investigación, los medievales difirieron con Aristóteles en *qué entendían por movimiento*. Para Aristóteles, el movimiento es la variación de lugar de una cosa, una cosa pasa de la potencia al acto, es una cosa que pasa de un estado A a uno B. Para Aristóteles era imposible entender la naturaleza sin este principio. En cambio, para los filósofos naturales del siglo XIV, un movimiento no solo es una transformación de A a B, sino que esa transformación tiene niveles de intensidad. Así lo entendieron los eruditos de Merton y Óreseme cuando entendieron al movimiento como una cualidad con variación o intensidad. Tuvieron que crear un marco conceptual para tratar esta concepción del movimiento.

En relación a *la existencia del movimiento*, para Aristóteles el principio del cambio y movimiento de la naturaleza se encuentra en la experiencia del mundo cotidiano. Para ser testigos del cambio, bastaba con mirar cómo un ser humano nace, crece y muere; o bien cómo un pedazo de madera se convierte en cenizas al someterlo al fuego. En cambio, los medievales no estaban preocupados en si sus trabajos intelectuales se relacionaban con *la realidad natural* o si su entendimiento de la naturaleza se encontraba realmente en el mundo, sino que su objetivo era mantener la congruencia teórica por lo que se conformaban con ocuparse de problemas hipotéticos ‘de acuerdo con la imaginación’.

> […] no pasaron de ser ejercicios intelectuales que reflejaban la sutil imaginación y la agudeza lógica […]. Salvo escasas excepciones, estos se contentaban con tratar las velocidades como cualidades

variables e intensas, enteramente desvinculadas del movimiento de los cuerpos reales. Óreseme, por ejemplo, caracterizaba las representaciones geométricas de las variaciones de cualidad como ficciones de la imaginación sin ningún vínculo con la naturaleza (Grant, 1983: 120).

Siguiendo con los puntos de discontinuidad, está *la rapidez del movimiento natural*. Para Aristóteles las causas del movimiento natural son la pesadez y la ligereza, mientras que para Galileo es únicamente el peso. En cuanto a la fórmula para determinar la intensidad de la rapidez, ésta es proporcional al peso total del cuerpo para Aristóteles, mientras que para Galileo es proporcional a la diferencia entre el peso del cuerpo y del medio. Finalmente y de acuerdo a Aristóteles, para que el movimiento se efectué es necesario un medio en el que se mueva el cuerpo, por lo que le resulta imposible el movimiento en el vacío. En cambio para Galileo además de ser posible, sólo en el vacío se conoce el valor real del movimiento de los cuerpos.

Aristóteles aborda *la naturaleza de un modo cualitativo*. Para él, los cuatro elementos terrestres que conforman las cosas, son los mismos de los que se derivan lo seco, húmedo, frio y caliente, cualidades que gobiernan la naturaleza, por lo que sugerir o intentar cuantificarlas es malentender la naturaleza misma. Además, el hecho de sea cualitativa permite analizarla desde la lógica deductiva, esto es partir de premisas físicas y a través del silogismo, alcanzar conclusiones físicas (Vaccaro, 2008: 512).

Los medievales nunca tuvieron interés en confrontar sus expectativas teóricas con datos cuantificados por medio de procedimientos técnicos. No existió en ellos un diálogo entre teoría y datos empíricos por lo que su filosofía natural era cuantitativa pero sólo en el nivel abstracto de las matemáticas. El ímpetu de Buridán también es cuantitativo pues era el producto entre la materia y la rapidez (Crombie, 1961: 154-159).

En relación al ímpetu de Buridán y la *virtus impressa* de *De Motu*, por lo menos hay tres diferencias a mencionar. *a)* El ímpetu transmitido del motor al objeto proyectado disminuye gradualmente a causa de la resistencia en el medio, la *virtus impressa* se debilita gradualmente por sí misma, *b)* El ímpetu interviene en el movimiento natural y violento, la *virtus impressa* interviene sólo en el movimiento violento y *c)* la intensidad del ímpetu depende de la cantidad de materia y la rapidez del móvil, mientras que la *virtus impressa* no es susceptible de cuantificación (Romo, 1985: 30-31).

4.1 Lo concreto y lo abstracto en la mecánica de *De Motu*

Galileo pensaba que las conclusiones aristotélicas erróneas, sólo demuestran lo lejos que están de percatarse de la obviedad de la verdad. Cuando afirman que el movimiento en el vacío es instantáneo o que lo absolutamente pesado y ligero son la tierra y el fuego respectivamente, es debido a que desde que comienzan su búsqueda de la verdad, comienzan con un procedimiento ametódico, lo que provoca que fácilmente tomen las causas accidentales por causas esenciales (*De Motu*, XIX, 317).

Galileo comienza el noveno capítulo diciendo que cuando se trata de ‘la verdad’, basta con seguir ‘el brillo de sus huellas’ manifestándose de diversas maneras, por lo que es aprehendida con facilidad:

> When a person has discovered the truth about something and established it with great effort, then, on viewing his discoveries more carefully, he often realizes that what he has taken such pains to find might have been perceived with the greatest ease. For truth has the property that it is not so deeply concealed as many have thought; indeed, its traces shine brightly in various places and there are many paths by which it is approached. Yet it often happens that we do not see what is quite near at hand and clear. And we have a clear example of this right before us. For everything that was demonstrated and explained above so laboriously is shown us by nature so openly and clearly that nothing could be plainer or more obvious (*De Motu*, IX, 274).

Galileo percibe su propio modo de investigación como distinto al de los aristotélicos. Su investigación posee un carácter metodológico proveniente de las matemáticas y es precisamente este carácter lo que permite que el investigador perciba 'el brillo de la verdad´ (Van Dick, 2006: 120). La investigación metodológicamente guiada es simple, consiste en comenzar con principios cuya verdad es por todos conocida y después proceder a los siguientes pasos a partir de ellos y de no meras suposiciones que no han sido probadas –es decir, que su verdad no ha sido afirmada o evidenciada.

Galileo procede de acuerdo a este modo en *De Motu*. Parte del principio que afirma que "lo pesado no puede ser levantado por lo menos pesado" (*De Motu*, VI, 258) cuya evidencia es percibida cuando se observa que el peso mayor en la balanza desciende: por medio de la balanza, Galileo encuentra un principio con asentimiento universal que le permite continuar con confianza en su exposición matemática.

Lo que caracteriza el estudio del movimiento de Galileo en *De Motu* es su interés tanto por lo concreto como por lo abstracto. Para él es necesario partir de lo concreto, es decir de algo que es familiar y aprehensible por sí mismo, como la balanza; para luego continuar con conclusiones abstractas, o sea con aquello que para entenderlo es necesario relacionarlo con algo más familiar, puesto que su comprehensión alejada del uso directo requiere de cierto aprendizaje y entrenamiento (Dewey, 1989: 171, 188).

La física aristotélica del movimiento se ocupaba únicamente de lo concreto, puesto que no va más allá del sentido común y se fundamenta en la sistematización de lo que se observaba a simple vista en la naturaleza. Arquímedes representó el problema empírico de la palanca en términos matemáticos, mientras que Herón probó geométricamente el punto en el que los pesos sobre un plano están en equilibrio, en base a la representación matemática de la palanca pero también en la experiencia sensible y concreta de la balanza. La filosofía natural escolástica se ocupó en lo puramente abstracto, esto es, de afirmaciones basadas en la agudeza lógica y matemática totalmente desvinculadas del mundo –o por lo menos eso era lo que creían.

En el transcurso de la historia de la mecánica, el movimiento ha sido estudiado tanto desde una perspectiva empírica y concreta como desde una matemática y abstracta. Como se mostró a lo largo de esta investigación, en algunos filósofos estuvo más acentuado el grado de inclinación hacia una u otra perspectiva, en cambio en otros, la inclinación fue tajante como en el caso de Aristóteles y los medievales.

El caso de Galileo es diferente porque no se inclinó más o menos por una u otra perspectiva, sino que se interesó decididamente por ambas. Para Galileo, la investigación metodológica que comienza con lo concreto y que a su vez autoriza proceder con lo abstracto, garantiza un conocimiento superior puesto que permite "[…] a richer comprehensión of the matters under discussion, and a more precise undertsanding on the part of my readers" (*De Motu*, V, 257).

En relación al debate de la continuidad y la balanza como instrumento de doble razonamiento en de *De Motu*, mi opinión es muy similar a la Lindberg. Si miramos desde un enfoque global y metodológico, hay una ruptura clara entre cómo estudiaron los filósofos naturales aquí mencionados y el Galileo de *De Motu*. La diferencia radica en que el estudio de Galileo es totalmente empírico y matemático al mismo tiempo. Pero si miramos más de cerca, vemos que las ideas y conceptos que Galileo usa son muy similares a los de sus predecesores. En todo caso y siguiendo a Maier, me parece que es más adecuado hablar de una 'transición' más que de una 'transformación' entre Galileo y sus predecesores.

4.2 Conclusión general

En esta investigación analicé algunas maneras de explicar el movimiento concebidas entre el periodo de la Grecia antigua y la publicación de *De Motu* de Galileo. De entre los aspectos que las caracterizan, destacan el cualitativo y el cuantitativo, aunque presentes ambos en grado distinto.

La física de Aristóteles es significativamente cualitativa. Para el estagirita, el conocimiento del comportamiento del movimiento debe producirse y demostrarse con base en la observación y experiencia directa de los atributos físicos de los fenómenos, por lo que señaló directamente a las cualidades como su objeto de estudio. Su objetivo era descubrir las causas que delimitan la naturaleza de cualidades del movimiento como el ser rápido, lento, descendente o ascendente, por medio de la observación y el lenguaje cotidiano.

La comprensión aristotélica del movimiento no estuvo exenta de críticas, por lo que fueron necesarias nuevas explicaciones, aunque delimitadas siempre dentro del marco peripatético. En gran medida, los filósofos naturales del medioevo recurrieron a la abstracción debido a las incongruencias en las explicaciones de Aristóteles. La idea de ímpetu surgió precisamente así. Lo mismo sucedió con Nicolás Óreseme y los integrantes del Colegio de Merton para quienes el movimiento no es estático interiormente, sino dinámico, de tal modo que cuando un objeto cae, su movimiento comienza con cierta rapidez pero termina con otra. Dosificaron el movimiento en partes y a éstas las cuantificaron cada vez con más detalle. Dicha cuantificación fue lo que condujo al tratamiento abstracto del movimiento, lo que claramente se opone a las concepciones aristotélicas.

Todos estos aspectos dentro de su contexto, fueron en sí mismas legítimas maneras de entender el movimiento. Con el paso de los siglos fueron gradualmente cambiando, hasta que en cierto punto convergieron y dieron origen a una nueva comprensión del movimiento, una claramente plasmada en *De Motu* de Galileo.

En contraposición a la comprensión cualitativa de Aristóteles, está la cuantitativa de Galileo. De acuerdo al pisano, las conclusiones aristotélicas son erróneas porque se concluyen de la apariencia y el posible engaño de la experiencia directa. Al realizar su investigación, Galileo quiso esquivar el engaño de las causas accidentales y asegurarse de analizar las verdaderas. Para realizar esta tarea, creó un método organizado en dos momentos, el primero es partir de un conocimiento autoevidente como la experiencia común. El segundo es obtener un conocimiento nuevo a partir de aquél por medio de inferencias matemáticas.

Para este segundo momento se ayudó de la abstracción y la idealización. Es decir, aisló características del movimiento que parecían ser permanentes y relevantes en cualquier caso, tales como el peso, la distancia, el tiempo y la rapidez de las que parecían contingentes y no necesarias como la fricción o la forma del objeto. Luego, a estas características les agregó atributos ideales, de tal modo que las superficies del plano y de la bola rodante son perfectamente lisas, lo que le permitió representarlas en términos matemáticos.

Esta manera invasiva y dominante de comprender el movimiento contrasta con la pasiva de Aristóteles porque no se limita a contemplarlo. Con el método galileano se observa un movimiento intervenido y desmenuzado en grados, además de crear un marco matemático para producir conocimiento y demostrar el obtenido.

Más que un cambio, hubo una transición entre la comprensión del movimiento de Aristóteles, Pseudo-Aristóteles, Arquímedes, Jordano Nemorario, Ockham, Buridán y la del joven Galileo. Lo que provocó la transición fue una dinámica gradual en donde estos filósofos tomaban y dejaban nociones como qué se entiende por movimiento, el marco conceptual bajo el que se analizaba, a qué tipo de evidencia se le daba prioridad para demostrarlo, si lo concreto es mejormente aceptado que lo abstracto, etc. El joven Galileo superó esta dinámica, al afirmar lo conveniente de usar lo concreto y lo abstracto.

La balanza en *De Motu* es un modelo e instrumento que refleja está compleja historia de la comprensión del movimiento. Galileo se interesó y trabajó tanto por lo cualitativo como por lo cuantitativo. La balanza como instrumento cualitativo proporciona la base de evidencia común de la que parte toda investigación. En tanto instrumento matemático, ayuda en la comprensión cuantitativa e intervencionista del movimiento. La balanza de *De Motu* representa la transición de la comprensión del movimiento al mismo tiempo que representa una nueva comprensión.

En la Grecia antigua, el estudio y comprensión del movimiento estaba delimitado por la idea del *kosmos* según la cual el universo es finito y cerrado, de lo que a su vez se entiende que la naturaleza se comporta de acuerdo a un orden que determina su causa, finalidad y esencia. Para Aristóteles bastaba con observar el comportamiento de los fenómenos para ser testigos de dicho orden o tendencia de comportamiento. La experiencia directa era la manera más adecuada para encontrar *la* causa, *la* finalidad y *la* esencia de cualidades del movimiento como la rapidez o lo pesado.

El estudio del movimiento en la física aristotélica establece que la univocidad del origen, fin y orden de los fenómenos y objetos naturales se conocen directa y concretamente. El movimiento era un fenómeno delimitado y por lo tanto posible de conocer directamente.

La física peripatética sufrió agregados y ajustes a través de los siglos, como sucedió con Buridán quien ajustó la previa explicación aristotélica del problema del lanzamiento del proyectil. En otros casos los filósofos se aventuraron a enunciar alternativas muy alejadas de dicha física, que no pasaban de ser meras hipótesis en las que se creaban conceptos e ideas que se quedaban en el nivel abstracto de la lógica o de las matemáticas. Los medievales tuvieron la capacidad de imaginar y encontrar nuevas alternativas a la física aristotélica, pero nunca tuvieron la intensión de llevarlas a la realidad física y concreta para así reemplazar las explicaciones peripatéticas. A pesar de que las alternativas a la física dominante eran posibles lógicamente, no significaron un rival serio a la aristotélica debido a que no se aterrizaban en el plano físico.

Estos filósofos medievales dejaron de creer en el conocimiento equivoco de las causas y leyes de la naturaleza, y en lugar de ello depositaron sus esfuerzos e interés en las posibilidades alternas. Tal es el caso de Óreseme y los filósofos del Colegio de Merton quienes se enfocaron en afirmaciones hipotéticas como la intensificación de las formas y las intensidades del movimiento que nunca consideraron llevar a un plano empírico. Para los medievales el análisis del movimiento, al basarse en posibilidades, requiere de herramientas abstractas como las matemáticas.

Fue hasta que los filósofos dejaron de analizar la naturaleza *secundum imagionationem*, es decir ‘de acuerdo a la imaginación’, que se tomó en serio el reemplazamiento de la física aristotélica. Copérnico representa este momento de desprendimiento, pues defendió la idea de que la Tierra posee un movimiento físico real y que realmente describe una órbita anual en torno al Sol. Es probable que el trabajo de Copérnico haya influenciado en la convicción de Galileo de desprenderse del *secundum imagionationem* medieval y combinar el razonamiento abstracto y concreto en un solo momento.

El estudio particular del movimiento en *De Motu* en el que el conocimiento concreto y abstracto son igualmente relevantes, fue posible no sólo por el hecho de ser heredero de una rica tradición cualitativa y cuantitativa de la filosofía natural aristotélica y medieval respectivamente. Como matemático, era de esperarse que Galileo estudiara el movimiento con herramientas abstractas, pero lo empírico y lo material surgieron como una necesidad innegable. Al ser un fenómeno del mundo, el estudio del movimiento exigía por sí mismo ser abordado desde ambas perspectivas, exigencia que Galileo entendió bástate bien, puesto que no se quedó en el nivel concreto de las causas, el abstracto de las matemáticas o el lógico de las posibilidades. En su análisis, Galileo superó a los anteriores en el sentido de que se percató de la importancia de ocuparse de ambas perspectivas.

La balanza como instrumento reafirma las intuiciones y convicciones del joven Galileo de reconocer lo abstracto y lo concreto por igual. Su análisis matemático de la balanza requiere de lo concreto y viceversa para acrecentar el conocimiento del movimiento en expansión y profundidad.

Debe mencionarse que con esta peculiaridad de su análisis, Galileo no sólo traspasó los límites científicos sino también los socioprofesionales de su tiempo[34]. Galileo comenzó siendo matemático, una profesión común y cognitivamente desvalorizada al considerarse que se ocupaba de aspectos accidentales y contingentes de la naturaleza, y subordinada a la filosofía que se ocupaba de los aspectos necesarios de las cosas como las causas y las esencias. Pero con el paso del tiempo, Galileo creó una nueva profesión en la que recoloca a las matemáticas y la filosofía en un mismo nivel jerárquico de las disciplinas de aquel siglo XVII, lo que implicaba poner a la par la credibilidad cognitiva de matemáticos y filósofos.

[34] Biaguili, Galileo Cortesano (2008).

De ser un matemático cuyas afirmaciones se consideraban de segunda importancia, pasó a ser 'astrónomo filosófico' de la corte de los Medici, es decir una especie de filósofo-matemático que se preocupaba por las cuestiones cualitativas de los filósofos y las cuantitativas de los matemáticos.

Este es el caso de la vida socioprofesional dentro del mecenazgo de Galileo a partir del año 1600, sin embargo debe notarse que desde casi una década atrás, en sus años pisanos anteriores a1592 cuando escribe *De Motu*, Galileo ya tenía esta intuición. Quizá la razón de ello es el haber vivido sus años juveniles de Florencia inmerso en la cultura profesional de las matemáticas aplicadas en donde tuvo como primer maestro a Ostilio Ricci, un experto en matemáticas aplicadas e ingeniería militar.

Me parece relevante mencionar por último, que lo mencionado se manifestó incluso durante la realización de esta investigación. Debido a mi formación como filósofa, la manera inmediata en la que abordé este tema fue investigando en libros y artículos. Sin embargo no fue sino hasta casi concluirla cuando me percaté que hacía falta tomar en cuenta algo más para poder emitir mis conclusiones con mayor facilidad. Eso faltante fue la experiencia empírica y directa con la balanza. Con certeza pienso que de haberla tenido habría emitido mis conclusiones con mayor naturalidad y contundencia.

REFERENCIAS

Aristóteles. (1996). Acerca del Cielo. En Aristóteles, *Libros I y IV.* España: Editorial Gredos.

Aristóteles. (1996). Metereológicos. En Aristóteles, *Libro I.* España: Editoria Gredos.

Aristóteles. (2015). Física. En Aristóteles, *Libros III, V y VII.* España: Editoria Gredos.

Azcárate, C., García Donel, M., & Romo, J. (1988). La Antigua Ciencia del Movimeinto. En C. Azcárate, M. García Donel, & J. Romo, *Galileo Galilei. La nueva ciencia del movimiento* (págs. 115-121). Bellaterra, Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.

Barnes, J. (1999). El Cambio. En J. Barnes, *Aristóteles* (págs. 81-88). España: Ediciones Catedra.

Bertolini, D. (2006). Floating Bodies and a Mathematical Science of Motion. En D. Bertolini, *Thinking with Objects. The Transformation of Mechanics in the Seventeenth Century* (págs. 40-61). Estados Unidos de América: The Johns Hopkins University Press.

Bertolini, D. (2006). The Formulation of New Mathematical Sciences. En D. Bertilini, *Thinking with Objects. The Transformation of Mechanics in the Seventeenth Century* (págs. 66-96). Estados Unidos de América: The Hopkins University Press.

Biaguioli, M. (2008). *Galileo Cortesano. La Práctica de la Ciencia en la Cultura del Absolutismo.* Madrid: Katz Editores.

Clagett, M. (1948). Some general aspects of Physics in the Middle Ages. *Isis*, 29-44.

Clagett, M. (1979). The Greek and Arabic Forerunners of Medieval Statics. En M. Clagett, *Science of Mechanics in the Middle Ages* (págs. 3-35). Estados Unidos de América: Wisconsin Press.

Clagett, M. (1979). The Reception and Spread of The English and French Physics. En M. Clagett, *Science Of Mechanics in the Middle Ages* (págs. 629-671). Estados Unidos de América: Wisconsin Press.

Corcho Orrit, R. (2012). *Galileo: El Método Científico. La Naturaleza se Escribe con Fórmulas.* España: RBA Contenidos Editoriales y Audiovisuales.

Coulston, C. (1981). *Dictionary of Scientific Biography.* Estados Unidos de América: American Council of Learned Societies.

Crombie, A. (1961). Cuantification in Medieval Physics. *Isis*, 143-160.

Damerow, P., McLaughlin, P., & Renn, J. (2003). Aristotle, Archimedes, Euclid, and the Origin of Mechanics: The Perspective of Historical Epistemology. *Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia*, 43-59.

Dewey, J. (1989). De lo Concreto a lo Abstracto. En J. Dewey, *Cómo Pensamos. Nueva Exposición de la relación entre pensamiento y proceso educativo* (págs. 187-195). España: Ediciones Paidós.

Dewey, J. (1989). Pensamiento Empírico y Científico & . En J. Dewey, *Cómo Pensamos. Nueva Exposición de la relación entre pensamiento y proceso educativo* (págs. 163-175). España: Ediciones Paidós.

Drake, S. (1970). Aceleration, Space and Time. *The British Journal for the History of Science*, 20-43.

Drake, S. (1978). Family and Education; First Essays; Dialogue on Motion; Centers of Gravity; Music and Science. En S. Drake, *Galileo at Work* (págs. 1-17). Estados Unidos de América: The University of Chicago Press.

Drake, S. (1978). Professor at Pisa; The Leaning Tower; De Motu. En S. Drake, *Galileo at Work* (págs. 18-32). Estados Unidos de América: The University of Chicago Press.

Drake, S. (1990). Galileo's Pre-Paduan Doctrine of Motion. En S. Drake, *Galileo: Pioneer Scientist* (págs. 44-57). Toronto: University of Toronto Press.

Galiei, G. (1960). *On motion and on mechanics. Comprising De Motu and Le Meccaniche.* Richmond, Virginia: The University of Wisconsin Press.

Grant, E. (1983). Conclusión. En E. Grant, *La Ciencia Física en la Edad Media* (págs. 130-141). México: Fondo de Cultura Económica.

Grant, E. (1983). La física del Movimiento. En E. Grant, *La Ciencia Física en la Edad Media* (págs. 77-121). México: Fondo de Cultura Económica.

Guillaumin, G. (2011). Galileo Galilei. Evidencia experimental matemáticamente analizada en la Filosofía Natural de principios del siglo XVII. En P. Melogno, P. Rodríguez, & S. Fernández, *Elementos de Historia de la Ciencia* (págs. 229-248). Montevideo: Universidad de la República.

Guillaumin, G. (2012). De las Cualidades a las Magnitudes: Medición Científica como Integración Cognitiva en el Surgimiento de la Astronomía Moderna. *Signos Filosóficos*, 57-89.

Guillaumin, G. (2016). Introducción General. En G. Guillaumin, *Génesis de la Medición Celeste. Una Historia Cognitiva del Crecimiento de la Medición Científica* (págs. 33-58). Ciudad de México: Tirant Humanidades.

Guillaumin, G. (2016). Medición por Integración Dinámica Escalonada: un esquema de la medición científica como integración cognitiva. En G. Guillaumin, *Génesis de la Medición Celeste. Una Historia Cognitiva del Crecimiento de la Medición Científica* (págs. 64-86). Ciudad de México: Tirant Humanidades.

Koyré, A. (1943). Galileo and Plato. *Journal of the History of Ideas*, 400-428.

Koyré, A. (2015). El Firmamento y los Cielos. En A. Koyré, *Del Mundo Cerrado al Universo Infinito* (págs. 1-30). México D. F.: Siglo XXI.

Laird, W. R. (1986). The Scope of Renaissance Mechanics. *Osiris*, 43-68.

Laird, W. R. (1991). Archimedes among the Humanists. *Isis*, 628-638.

Laird, W. R. (2008). Introducción. En W. R. Laird, & S. E. Roux, *Mechanics and the Natural Philosophy Before the Scientific Revolution* (págs. 1-11). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

Laird, W. R., & Roux, S. (. (2008). *Mechanichs and Naural Philosophy Before the Scientific Revolution.* The Netherlands: Springer.

Lindberg, D. (1992). The Legacy of Ancient and Medieval Science. En D. Lindberg, *The Beginnings of Western Science. The European Scientific Tradition in Philosophical, Religious, and Institutional Context, 600 b.c. to a.d 1450* (págs. 355-368). Estados Unidos de América: The University Chicago .

Lindberg, D. (1992). The Physics of the Sublunar Region. En D. Lindberg, *The Beginnings of Western Science. The European Scientific Tradition in Philosophical, Religious, and Institutional Context, 600 b.c. to a.d 1450* (págs. 281-316). Estados Unidos de América: The University Chicago Press.

Mach, E. (1960). Galileo's Achievements. En E. Mach, *The Science of Mechanics: A Critical and Historical Account of its Developments* (págs. 128-155). Chicago: Open Court.

Mach, E. (1960). The Development of The Principles of Statics. En M. Ernst, *The Science of Mechanics: A Critical and Historical Account of its Developments* (págs. 8-33). Chicago: Open Court.

Machamer, P. (1998). Galileo's Machines, his mathematics, and his experiments. En P. Machamer, *The Cambridge Companion To Galileo* (págs. 53-79). Oxford: Cambridge University Press.

Machamer, P., & Woody, A. (1994). A Model of Intelligibility in Science: Using Galileo's Balance as a Model for Understanding the Motion of Bodies. *Science and Education*, 215-244.

Maier, A. (1982). Galileo and the Scholastic Theory of Impetus. En A. Maier, *On the Threshold of Exact Science* (págs. 103-123). Estados Unidos de América: University of Pennsylvania Press.

Maier, A. (1982). The Nature of Motion. En A. Maier, *On the Threshold of Exact Science* (págs. 21-40). Estados Unidos de América: University of Pennsylvania Press.

Maier, A. (1982). The Significance of the Theory of Impetus for Scholastic Natural Philosophy. En A. Maier, *On the Threshold of Exact Science* (págs. 76-103). Estados Unidos de América: University of Pennsylvania Press.

Pseudo-Aristotle. (2007). The Mechanical Problems in the Corpus of Aristotle. *Classics and Religious Studies*, 1-37.

Recio, G. L. (20017). Arquímedes bajo la Lupa: La Pequeña Balanza de Galileo. *Epistemología e Historia de la Ciencia*, 5-23.

Romo, J. (1985). Primeros Trabajos sobre la Caída de los Cuerpos: De Motu. En J. Romo, *La física de Galileo. La problematica en torno a la ley de caída de los cuerpos* (págs. 23-29). Bellaterra, Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.

Roux, S., & Festa, E. (2008). The Enigma of the Inclined Plane from Hero to Galileo. *Mechanics and Natural Philosophy before the Scientific Revolution*, 195-221.

Vaccaro, D. (2008). La tensión entre estática y dinámica desde la Antigüedad hasta el Renacimiento. *Scientiae Studia*, 509-549.

Van Dick, M. (2006). Structuring Phenomena of Motion. En M. Van Dick, *An Archaeology of Galileo's Science of Motion* (págs. 116-125). Bélgica: Universiteit Gent.

Van Helden, A., & Hankins, T. L. (1994). Instruments in The History of Science. *Osiris*, 1-6.

Wallace, W. A. (1983). The Problem of Causality in Galileo's Science. *The Review of Metaphysics*, 607-632.

Wallace, W. A. (1984). Galileo and the Continuity Thesis. *Philosophy of Science*, 504-510.

Wallace, W. A. (1986). Reintrerpreting Galileo on the Basis of his Latin Manuscripts. En W. A. Wallace, *Reinterpreting Galileo* (págs. 3-29). Washington, D. C.: The Catholic University of America Press.

Wisan, W. L. (1974). The New Science of Motion: A Study of The Galileo's De Motu Locali. *Archive for History of Exact Sciences*, 132-162.

Wisan, W. L. (1981). Galileo and the Emergence of a New Scientific Style. En J. Hintikka, D. Gruender, & A. Evadro, *Theory Change, Ancient Axiomatics and Galileo´s Methodology Vol. I* (págs. 311-339). Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.

Wootton, D. (2010). Accuracy and Galileo: A Case Study in Quantification and the Scientific Revolution. *The Journal of the Historical Society*, 43-55.