



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN
INTERFERÓMETRO PARA EVALUAR
LENTES SIMPLES UTILIZANDO UN
MODULADOR ESPACIAL DE FASE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:

ISMAEL VELÁZQUEZ GÓMEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MAXIMINO AVENDAÑO ALEJO



Ciudad Universitaria, CDMX, 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Velázquez

Gómez

Ismael

5581587423

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

311125722

2. Datos del Tutor

Dr.

Maximino

Avendaño

Alejo

3. Datos del Sinodal 1

Dra.

Martha

Rosete

Aguilar

4. Datos del Sinodal 2

Dr.

José Ignacio

Jiménez

Mier y Terán

5. Datos del Sinodal 3

Dr.

Víctor Manuel

Velázquez

Aguilar

6. Datos del Sinodal 4

Dr.

Rafael

Izazaga

Pérez

7. Datos del trabajo escrito

Diseño y construcción de un interferómetro para evaluar lentes simples utilizando un modulador espacial de fase.

81 páginas

2019

*A mi madre Adriana y a mi padre Sóstenes, quienes son mi motor y mi mayor inspiración,
que a través de su amor, confianza, comprensión, paciencia, esfuerzo y dedicación
me dieron su apoyo en todas las decisiones que he tomado a lo largo de mi vida
unas buenas, otras malas.*

*Gracias por darme la libertad de desenvolverme como ser humano
y por todo lo que me brindaron a lo largo de mi carrera y de mi vida.*

*A mis hermanos, Sóstenes Gonzalo, Allen y Kimberly Crisel,
que pese a las circunstancias siempre estaremos juntos,
acompañándonos y brindándonos apoyo incondicional
a lo largo de nuestras vidas.*

*No puedo dejar de agradecer especialmente a mi querida Adriana Rosalía,
mi compañera fiel de universidad, de tesis y ahora de corazón y vida.*

*A la memoria de Mónica Nallely Elenes Valenzuela,
quién por siempre estará presente en mis recuerdos
durante toda mi vida.*

Agradecimientos

Agradezco a mi asesor Dr. Maximino Avendaño Alejo, principal colaborador durante todo este proceso, quien con su dirección, enseñanza, apoyo, paciencia y conocimientos compartidos permitió el desarrollo de mi tesis de licenciatura.

Agradezco a mi jurado conformado por la Dra. Martha Rosete Aguilar, el Dr. José Ignacio Jiménez Mier y Terán, el Dr. Víctor Manuel Velázquez Aguilar y el Dr. Rafael Izazaga Pérez, por sus valiosos comentarios, aportaciones y el apoyo durante la realización de este trabajo.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme la oportunidad de haber sido parte de la Facultad de Ciencias, que con esfuerzo y dedicación adquirí conocimientos durante mi licenciatura.

Agradezco al Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, ICAT-UNAM, perteneciente al grupo de metrología óptica, adscrito al departamento de óptica, microondas y acústica, por brindarme el apoyo durante mi estancia en el laboratorio de Pruebas Ópticas.

Agradezco a mis compañeros de laboratorio por haberme brindado sus enseñanzas, consejos y comentarios constructivos sobre este trabajo.

En particular agradezco a Adriana R. Sánchez Montes por sus comentarios y apoyo incondicional que me fueron gratificantes para mi tesis de licenciatura.

Este trabajo fue apoyado por el Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica-Universidad Nacional Autónoma de México (PAPIIT-UNAM) bajo el proyecto número *IN112618*, y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) *A1-S-44220*.

Resumen

En este trabajo se propone un método para estudiar la formación de superficies cóusticas y los frentes de onda en lentes simples biconvexas considerando un frente de onda plano propagándose a lo largo del eje óptico. Utilizando el principio de Huygens se obtiene el frente de onda exacto refractado a través de la lente biconvexa para distancias arbitrarias, y realizando una expansión en serie de Taylor a segundo orden se obtiene un frente de onda parabólico. Adicionalmente se obtiene una aproximación alterna del frente de onda exacto al considerar la involuta de la superficie cóustica a tercer orden empleando el teorema de Malus-Dupin. Por último se implementa una prueba interferométrica para evaluar cuantitativamente la aberración esférica a tercer orden de una lente biconvexa, utilizando el método de pantallas nulas de fase, las cuales se diseñarán con base en la ecuación del frente de onda propagado y serán impresas sobre un modulador espacial de fase, lo cual nos permitirá cambiar los diseños de las pantallas en tiempo real y aumentar el tamaño del patrón de interferencia compensado.

Índice General

Índice General	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tablas	xv
1 Introducción	1
2 Principio de Huygens: Frentes de onda producidos por lentes biconvexas	11
2.1 Frente de onda considerando el principio de Huygens	12
2.1.1 Propagación del frente de onda de fase cero	17
2.2 Aproximación del frente de onda exacto	24
2.2.1 Aproximación del frente de onda a cuarto orden	26
2.3 Aproximación del frente de onda exacto considerando la superficie cáustica	27
3 Prueba cuantitativa con pantallas nulas de fase	35
3.1 Diseño de pantallas nulas de fase para una lente biconvexa	36
3.1.1 Implementación del interferómetro Twyman-Green	37
3.1.2 Análisis de Interferogramas	41
3.1.3 Metodología para el diseño de las pantallas nulas de fase	43
4 Desarrollo experimental	49
4.1 Montaje experimental	49
4.2 Resultados de la prueba de pantallas nulas de fase	53
4.3 Reconstrucción del frente de onda de referencia	59
5 Conclusiones y trabajo a futuro	63

Bibliografía	65
A Modulador espacial de fase	71
A.1 Moduladores espaciales de luz	71
A.1.1 Cristales líquidos nemáticos	72
A.2 Caracterización del modulador de fase	73

Índice de Figuras

1.1	Ejemplos de cáusticas por refracción.	2
1.2	Ejemplos de cáusticas por reflexión.	3
1.3	Fotografías de interferogramas para una lente biconvexa.	4
1.4	Interferómetros de división de amplitud.	5
1.5	Interferómetro de Twyman-Green.	6
1.6	Interferogramas de las aberraciones primarias en un interferómetro de Twyman-Green.	6
1.7	Memorias holográficas e interferometría holográfica.	7
1.8	Tecnologías basadas en efectos electro-ópticos.	8
2.1	Geometría de un frente de onda plano refractándose en una lente biconvexa.	14
2.2	Proceso de refracción a través de una lente biconvexa.	16
2.3	Geometría de un frente de onda plano dentro de una lente biconvexa.	18
2.4	Trazo exacto de rayos para una lente biconvexa y su superficie cáustica.	20
2.5	Comparación entre las cáusticas producidas por una lente biconvexa considerando cinco constantes de conicidad diferentes.	21
2.6	Geometría de un frente de onda plano fuera de una lente biconvexa.	23
2.7	Propagación del frente de onda de fase cero a lo largo del eje óptico.	24
2.8	Propagación del frente de onda paralelo aproximado a segundo orden comparado con el frente de onda esférico de referencia.	25
2.9	Propagación del frente de onda paralelo aproximado a cuarto orden comparado con el frente de onda parabólico a segundo orden y el frente de onda esférico de referencia.	28
2.10	Aproximación de la superficie cáustica a tercer orden para una lente biconvexa.	29

2.11	Comparación entre las aproximaciones de las superficies cáusticas producidas por una lente biconvexa considerando cinco constantes de conicidad diferentes.	30
2.12	Involuta de la superficie cáustica obtenida por el teorema de Malus-Dupin. . .	31
2.13	Propagación del frente de onda paralelo aproximado generado por la superficie cáustica comparado con el frente de onda esférico de referencia.	32
2.14	Propagación de los frentes de onda exacto, aproximado y esférico a lo largo del eje óptico.	33
2.15	Propagación de los frentes de onda exacto, aproximado y esférico a lo largo del eje óptico dentro de la superficie cáustica.	34
3.1	Diagrama del interferómetro para evaluar una lente biconvexa utilizando pantallas nulas de fase	37
3.2	Interferogramas obtenidos por una lente biconvexa al variar la distancia z_d . . .	38
3.3	Interferogramas de referencia generados por una lente biconvexa al variar la distancia $z_d + \Delta z$	39
3.4	Imagen capturada para obtener la distancia de separación z_d entre el espejo parabólico y la lente biconvexa bajo prueba.	40
3.5	Interferogramas de referencia para el diseño de las pantallas nulas de fase. . .	41
3.6	Imagen capurada del sustrato del modulador.	42
3.7	Longitud de camino óptico entre el frente de onda exacto y el espejo parabólico cóncavo a una distancia z_d	45
3.8	Pantallas nulas de fase para una lente biconvexa.	47
4.1	Modulador espacial de luz por reflexión de la marca <i>Hamamatsu LCoS X10468 Series</i>	50
4.2	Fotografía del interferómetro de desplazamiento lateral.	51
4.3	Diagrama del arreglo experimental	52
4.4	Fotografía del arreglo experimental	52
4.5	Alineación y cambio de fase del modulador espacial de luz.	53
4.6	Interferogramas obtenidos mediante la prueba de pantallas nulas de fase para una lente biconvexa LB1092-A	55
4.7	Interferogramas binarizados para diferentes números de anillos asociados a las pantallas nulas de fase para la lente biconvexa LB1092-A	57
4.8	Mínimos de interferencia extraídos del interferograma de referencia.	60

4.9	Datos experimentales relacionados con los mínimos de interferencia del frente de onda de referencia.	61
4.10	Ajuste del frente de onda con aberraciones primarias en \mathbb{R}^3	61
4.11	Mapa de contornos para mostrar las aberraciones del frente de onda.	62
A.1	Arreglos moleculares para diferentes tipos de cristal líquido.	71
A.2	Moléculas de cristal líquido nemático.	72
A.3	Esquema de la sección transversal de un <i>LCoS – SLM</i>	73
A.4	Curvas de calibración características del modulador para la fase como función del nivel de gris.	74
A.5	Diagrama experimental para la caracterización del modulador a incidencia oblicua.	75
A.6	Fotografía generada por un holograma generado por computadora <i>CGH</i>	76
A.7	Diagrama del interferómetro empleado para la caracterización del modulador.	76
A.8	Interferograma obtenido mediante una máscara con niveles de gris.	77
A.9	Interferogramas obtenidos para cada nivel de gris impreso en el modulador.	78
A.10	Comportamiento de la fase modulada en función del nivel de gris.	79
A.11	Intensidad en función del nivel de gris para el modulador espacial de fase.	81

Índice de Tablas

2.1	Clasificación de las superficies cónicas respecto a la constante de conicidad. .	12
3.1	Parámetros del espejo parabólico cóncavo.	44
3.2	Parámetros de una lente biconvexa para el vidrio <i>N-BK7</i>	46
4.1	Resultados obtenidos para el diámetro del anillo central máximo y el coeficiente de aberración esférica b_1	54
4.2	Datos obtenidos para el anillo central máximo en función del número de anillos de las pantallas nulas de fase.	56
A.1	Especificaciones del <i>LCoS-SLM X10468 Series</i>	74
A.2	Nivel de gris ng asociado a la fase modulada ϕ	78

Capítulo 1

Introducción

Actualmente se observa a nivel internacional un interés en desarrollar elementos ópticos tales como lentes, espejos, prismas, etc, con propiedades de transmisión y/o reflexión diferentes a la de los sistemas ópticos convencionales. En general al contar con una diversidad más amplia de elementos ópticos permite no sólo aumentar el intervalo de trabajo de los sistemas y componentes ópticos, sino además diversificar sus aplicaciones para satisfacer las demandas que plantean el desarrollo científico y tecnológico. Por lo cual es necesario comprobar si las técnicas y la instrumentación empleadas tradicionalmente para evaluar sus propiedades son aplicables. Dentro de este proceso una opción interesante a considerar es la posibilidad de utilizar técnicas nuevas de evaluación tanto cualitativas como cuantitativas, con los recursos técnicos que se encuentran hoy en día en el mercado.

En las pruebas ópticas tradicionales existen las pruebas *goniométricas* ó *deflectométricas*, y adicionalmente las pruebas *interferométricas* [1, 2], en particular las pruebas deflectométricas tienen menor precisión que las interferométricas. No obstante, las técnicas deflectométricas permiten métodos de medida directa en comparación con la interferometría que sólo permite métodos de medida indirecta [3]. La propuesta de este trabajo se considera como una técnica interferométrica para evaluar lentes simples biconvexas rápidas basadas en el método de pantallas nulas [4]. En este trabajo se obtendrá una correspondencia directa entre la cáustica a tercer orden y el coeficiente de aberración esférica a tercer orden para una lente biconvexa [5]. Como casos particulares de dichas ecuaciones, se obtiene que en principio es posible caracterizar una lente simple plano-convexa esférica. También se puede generalizar esta correspondencia tanto para lentes cónicas como plano-convexas asféricas, considerando un frente de onda plano incidente propagándose a lo largo del eje óptico [6, 7]. Se sabe teóricamente

que la aberración esférica a tercer orden depende del índice de refracción de la lente, los radios de curvatura, el espesor de la lente, la distancia objeto y la altura de los rayos incidentes [8]. Entonces, a partir del coeficiente de aberración esférica a tercer orden se puede calcular cualquier parámetro involucrado en el proceso de refracción como función de los parámetros restantes [7].

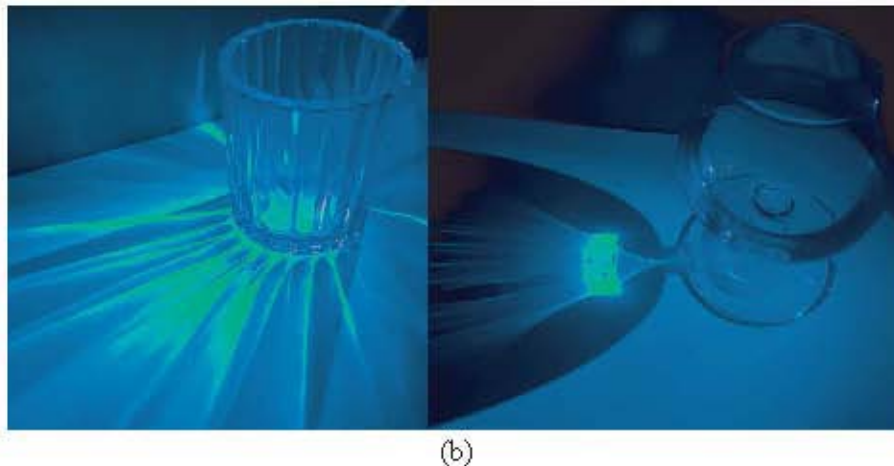
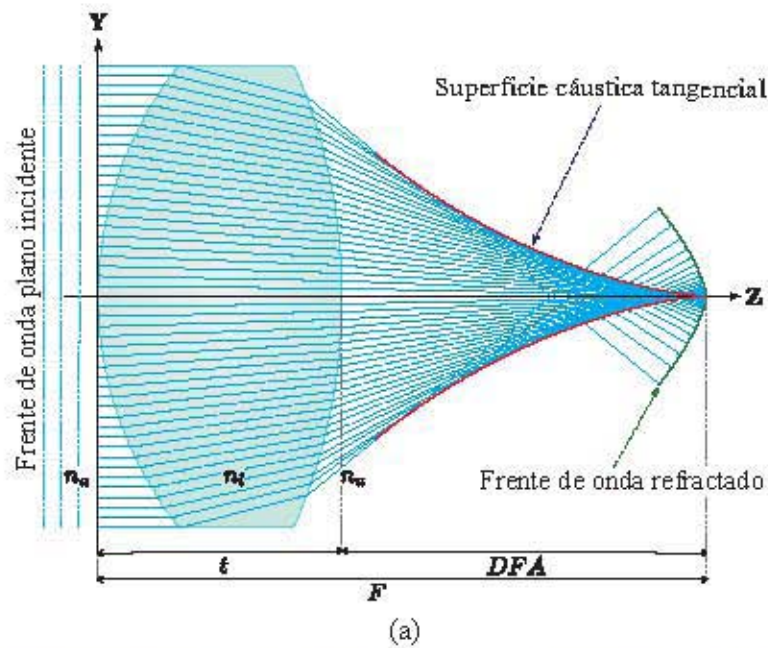


Fig. 1.1 (a) Diacústica para una lente biconvexa, así como los radios de curvatura, las constantes de conicidad y el diámetro de la lente involucrados durante el proceso de refracción. (b) Fotografías de caústicas por refracción observables en tiempo real para diferentes superficies (Autoría propia).

Parte importante de este trabajo será una extensión de estos resultados al considerar lentes

simples biconvexas basados en estos resultados teóricos, relacionando tanto una prueba geométrica con una interferométrica, y obtener los parámetros de diseño de lentes al considerar una aberración esférica a tercer orden, y en algunos casos especiales a un orden mayor.

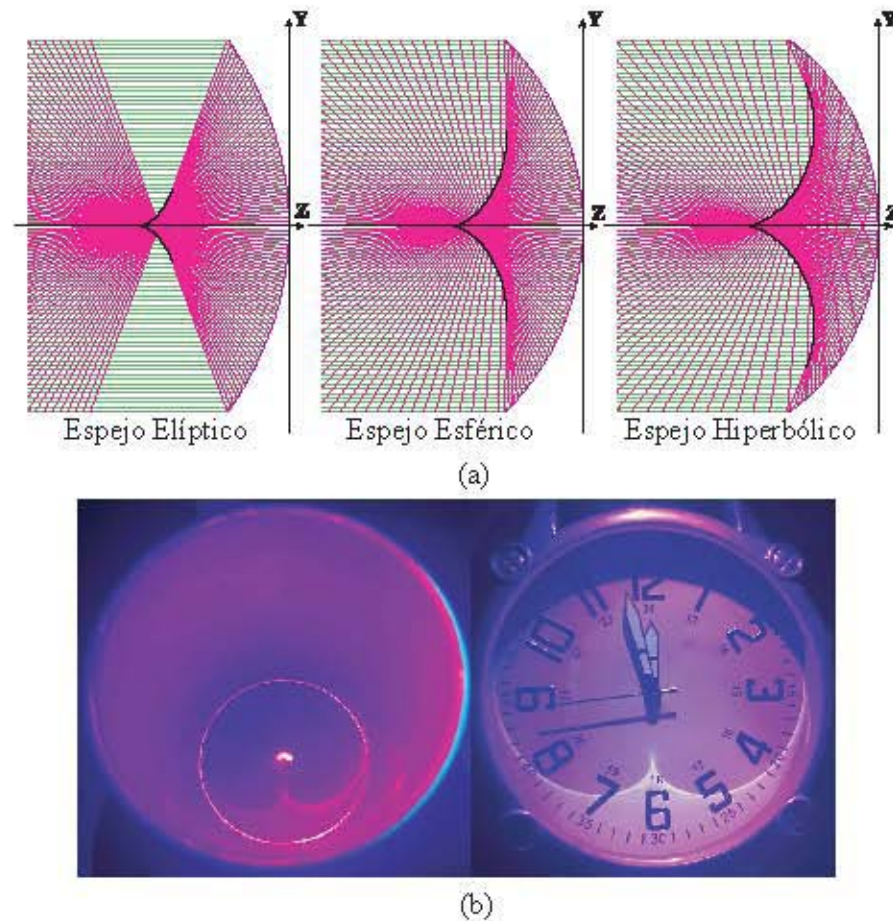


Fig. 1.2 (a) Catacústica por reflexión en espejos cónicos considerando un frente de onda plano (Imágenes tomadas de [9]). (b) Fotografías de cáusticas por reflexión (Autoría propia).

La cáustica por refracción (*diacústica*), como la cáustica por reflexión (*catacústica*) son las curvas envolventes a todos los rayos refractados ó reflejados como se observa en las Figs. 1.1(a) y 1.2(a), estos rayos son representados matemáticamente para explicar la propagación de la luz, donde la cáustica es una superficie observable en tiempo real en la mayoría de los casos [10], un ejemplo experimental se muestra en las Figs. 1.1(b) y 1.2(b), inclusive se ha pretendido utilizar como una función de mérito [11]. Mientras que, los frentes de onda sólo pueden verse de manera indirecta en experimentos interferométricos como los presentados en la Fig. (1.3) [12].

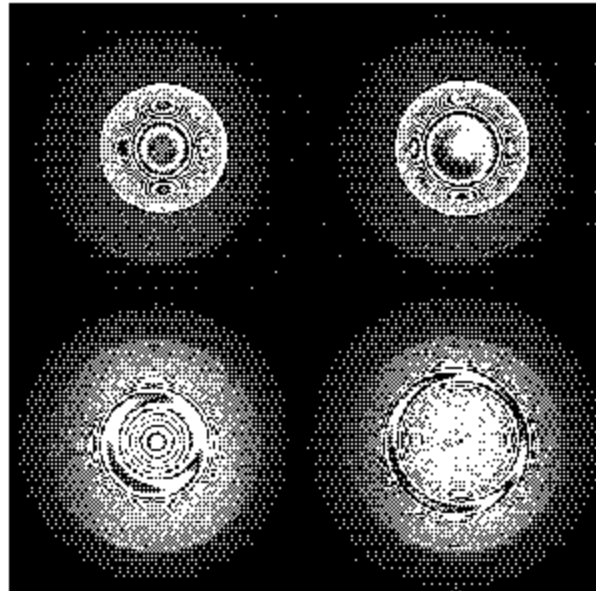


Fig. 1.3 Fotografías de interferogramas para una lente biconvexa simple (Autoría propia).

Los *interferómetros de división de amplitud* producen la interferencia de dos ó más ondas de luz, si la fase entre las ondas de luz es distinta para diferentes puntos en la pantalla, aparecerá interferencia *constructiva* ó *destruktiva* en diferentes puntos, formando anillos de interferencia. Sus usos y aplicaciones son extremadamente numerosos, en particular, el interferómetro de Michelson con una fuente de luz extendida es empleado para una superficie bajo prueba, tal que los anillos en el interferograma son observados si se compensa con una placa compensadora como se aprecia en la Fig. 1.4(a), mientras que el interferómetro de Fizeau con una fuente de luz puntual monocromática produce un frente de onda esférico, el cual es utilizado para probar la calidad de superficies plano paralelas como en la Fig. 1.4(b) ó una esfera de referencia para evaluar una superficie convexa [13]. Por otra parte, el interferómetro de *Twyman-Green* (1918) es una modificación del interferómetro de Michelson para probar una placa de vidrio como el presentado en la Fig. 1.5(a), sustituyendo la fuente de luz extendida por una fuente de luz puntual y una lente colimadora (parecido al interferómetro de Fizeau), de esta manera, el frente de onda es iluminado con un frente de onda plano incidente, observando anillos de igual espesor. También se pueden probar lentes convergentes con distancia focal corta empleando un espejo esférico convexo con su centro de curvatura situado en el foco de la lente como en la Fig. 1.5(b), ó un espejo esférico cóncavo.

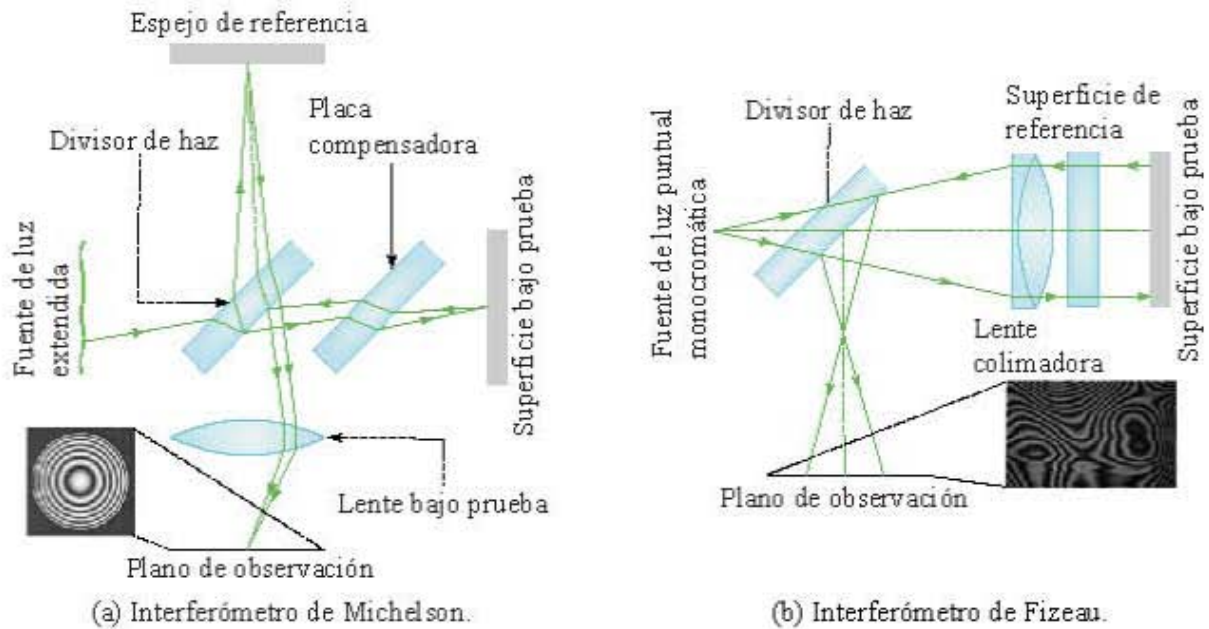


Fig. 1.4 Interferómetros de división de amplitud. (a) Interferómetro de Michelson y (b) Interferómetro de Fizeau.

Se diseñará una prueba denominada de pantallas nulas de fase implementando un interferómetro de Twyman-Green, donde el modulador espacial de fase sustituirá uno de los espejos en el brazo de referencia. La idea principal consiste en diseñar pantallas suponiendo que se conocen los parámetros de diseño de la superficie bajo prueba proporcionados por el fabricante, los cuales serán utilizados para realizar el trazo exacto de rayos y propagar el frente de onda refractado a lo largo del eje óptico para diferentes distancias arbitrarias. Luego, se realiza una expansión en serie de Taylor a segundo orden, empleando como superficie de referencia un espejo parabólico con sus parámetros predeterminados por el fabricante puesto que la aproximación del frente de onda exacto será parabólico y de esta manera se compensará la fase al conservar la misma longitud de camino óptico entre los rayos refractados por la superficie bajo prueba con los rayos reflejados de la superficie de referencia. Se definirá un nivel de gris para el retraso de fase que estará asociado a la pantalla nula de fase, la cual se imprimirá sobre la pantalla de cristal líquido del modulador a una distancia predeterminada entre la superficie bajo prueba y la de referencia, de una manera similar a trabajos anteriores [4, 15]. Si la superficie bajo prueba es de muy alta calidad óptica, la interferencia causada por los frentes de onda será nula para el caso ideal, cualquier otra alteración en el interferograma será asociada a deformaciones de la superficie bajo prueba, como los que se muestran en la Fig. (1.6).

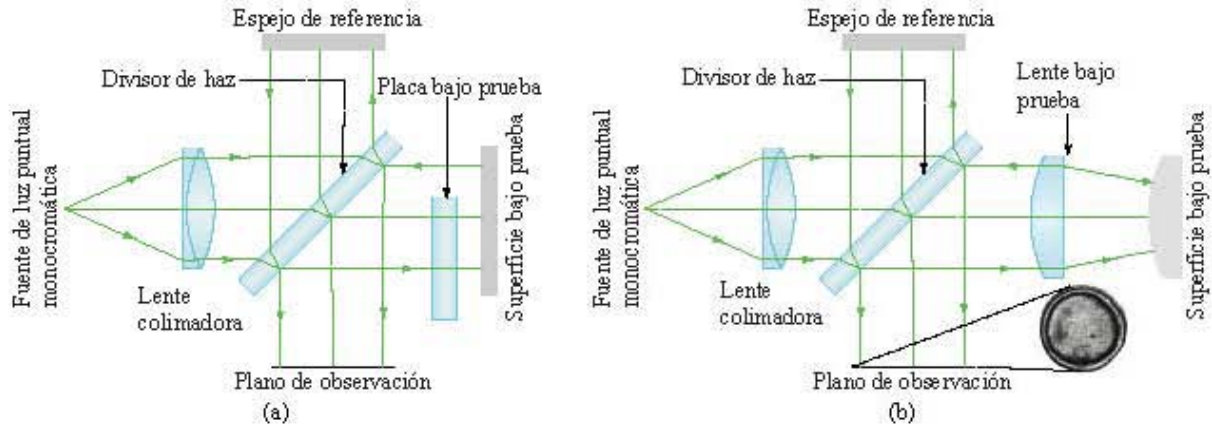


Fig. 1.5 Interferómetro de Twyman-Green para probar (a) una placa de vidrio y (b) una lente convergente.

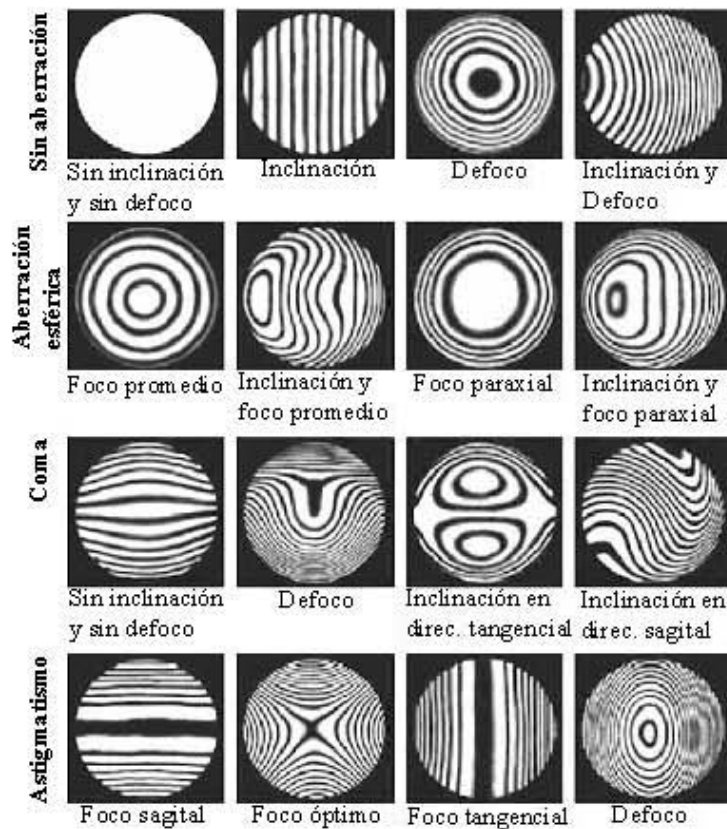
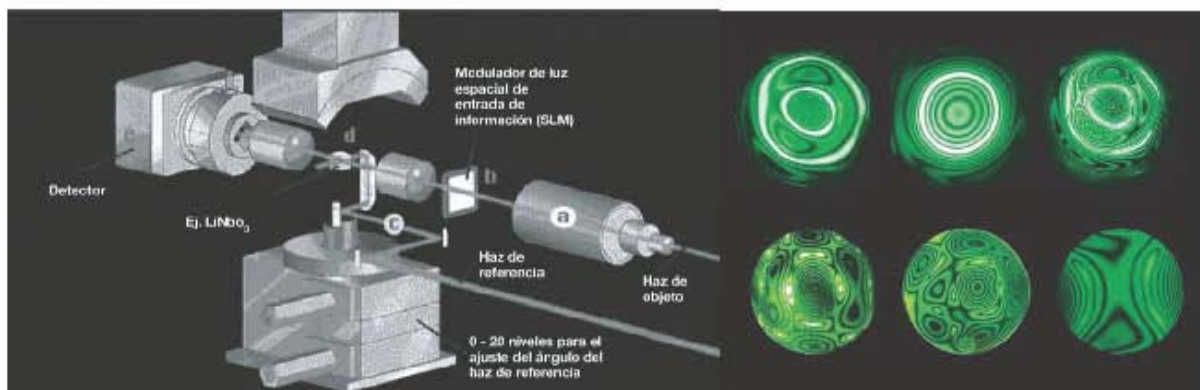


Fig. 1.6 Interferogramas de las aberraciones primarias en un interferómetro de Twyman-Green (Imágenes tomadas de [14]).

Un Modulador Espacial de Luz *SLM* por sus siglas en inglés, es un dispositivo capaz de alterar la amplitud, fase ó polarización de un frente de onda [16], estos se pueden clasificar de acuerdo al tipo de direccionamiento, ya sea electrónico u óptico, ó de acuerdo a las propiedades físicas tales como, electro-óptico, magneto-óptico, mecánico, acusto-óptico, etc.

Entre los tipos de moduladores que existen, son de interés aquellos que toman ventaja del alineamiento de moléculas para controlar la luz, es decir, los cristales líquidos, los cuales carecen de orden posicional a diferencia de los sólidos cristalinos que tienen un orden orientacional. Dicho comportamiento como un líquido admite una reorientación de las moléculas al suministrarles un campo eléctrico externo y en el comportamiento sólido tiene como consecuencia la anisotropía de las propiedades ópticas, eléctricas, magnéticas y mecánicas del material [17].



(a) Grabación de Datos Holográficos

(b) Interferogramas Holográficos

Fig. 1.7 (a) Proceso holográfico de almacenamiento de datos. (b) Ejemplos de interferogramas holográficos hechos por un interferograma holográfico con medio de grabación de fotopolímero (Imágenes tomadas de [18, 19]).

El funcionamiento de un *SLM* para modular la fase, consiste en variar la diferencia de fase entre dos puntos del modulador, sin modificar la amplitud y, por consiguiente, no modifica la intensidad del campo inicialmente aplicado. Cabe mencionar que este tipo de modulación sólo puede ser empleada cuando se trabaja con una fuente coherente de luz. De no ser así la fase de los distintos puntos no guarda relación y es inútil introducir diferencias de fase. Una de las principales ventajas de esta forma de modulación es que, idealmente, no hay pérdida de energía. En la práctica, todo sistema óptico tiene una atenuación mínima, ya sea por reflexión o por absorción [20]. Algunas de las aplicaciones de los Moduladores Espaciales de Luz son: Ensayo preliminar de diseño de elementos ópticos difractivos (*DOE*), holografía como los de la Fig. (1.7), sistema de seguridad holográficos, proyección holográfica, etc [18, 19].

Conformación ó deflexión de haz láser, corrección y modulación de frente de onda coherente, modulación de pulsos láseres y procesamiento óptico de información.

Hoy en día, existen diferentes tecnologías basadas en efectos electro-ópticos que pueden ser utilizados para generar una imagen, algunas de estas son: Electroluminancia, cristales líquidos, espejos deformables, micro-espejos digitales, (*DMD*), OLED, tinta electrónica, etc; estos dos últimos mostrados en la Fig. 1.8(a) y 1.8(b), respectivamente.



Fig. 1.8 Tecnologías basadas en efectos electro-ópticos. (a) Pantallas OLED (Imagen tomada de [21]), (b) Dispositivos basados en tinta electrónica y (c) gafas de realidad virtual (Autoría propia).

Los más utilizados para el desarrollo de microdisplays son los Cristales Líquidos, DMD y OLED. Estos últimos se construyen a partir de un depósito de materiales orgánicos sobre un sustrato de silicio, como resultado, cada píxel está constituido por un LED (*Light Emitting Diode*) orgánico que emite luz. Al ser una fuente de luz incoherente, no pueden funcionar como un *SLM* de fase. Sin embargo, son útiles como generadores de imágenes, y ya han comenzado a desplazar a los displays de otras tecnologías en aplicaciones comerciales, como proyectores de video, televisores y aplicaciones como son las gafas de realidad virtual de la Figura 1.8(c), mientras que, en el campo científico, donde los microdisplays además de ser utilizados como moduladores de amplitud, encuentran también su aplicación como moduladores de fase.

Capítulo 2

Principio de Huygens: Frentes de onda producidos por lentes biconvexas

En la óptica geométrica comúnmente se puede proporcionar una expresión analítica para el trazo de rayos que esté directamente relacionada con la densidad de flujo de energía y la propagación de los frentes de onda a través de un sistema óptico [22, 23]. Es necesario conocer el trazo exacto de rayos para un estudio cuantitativo de la formación de imágenes, y normalmente se puede obtener mediante el uso de un software de diseño óptico y los diagramas de manchas para la predicción del desempeño de la lente diseñada. Con ello, la forma de la superficie cáustica puede representar aberraciones monocromáticas, las cuales se llamarán errores de imagen [24].

La cáustica de una curva \mathcal{C} , se puede definir como el lugar geométrico de los centros de curvatura de un frente de onda, y también como la envolvente de todos los rayos refractados o reflejados que cruzan un sistema óptico [25]. Es importante mencionar que hay diversos métodos para obtener ecuaciones analíticas para describir la evolución de las cáusticas y los frentes de onda por reflexión o refracción [26–29].

Para fines prácticos es suficiente resolver este problema en \mathbb{R}^2 para simplificar las ecuaciones que describen la propagación de los frentes de onda que tienen simetría rotacional. Por otra parte, al considerar el principio de Huygens, el cual dice "*Un frente de onda es la envolvente de un conjunto de frentes de onda esféricos secundarios, los cuales están centrados en un frente de onda previo de un mismo tren de frente de onda*", es posible proporcionar una expresión simple para frentes de onda refractados a través de lentes biconvexas [13].

2.1 Frente de onda considerando el principio de Huygens

En esta sección se define que el eje Z es paralelo al eje óptico, suponiendo que el plano $Y-Z$ es el plano de incidencia, que es una sección transversal de una lente biconvexa con parámetros arbitrarios, y el origen del sistema O se coloca en el vértice de la primera superficie cónica definida como Z_1 . Supongamos que un frente de onda plano se propaga a lo largo del eje óptico e incide en la primera superficie refractándose a través de la lente, ese frente de onda refractado se propaga hasta la segunda superficie definida como Z_2 , y finalmente se refracta fuera de la lente. El principio de Huygens supone que el frente de onda es la envolvente de los frentes de onda esféricos secundarios u onduletas centrados en un frente de onda previo considerando diferentes tipos de superficies cónicas [30–32]. Dicho esto, se sigue un procedimiento semejante a [33–35], por lo cual, se encuentra la familia paramétrica que describe a estas onduletas centradas a lo largo de la primera superficie refractora como se observa en la Fig. 2.1(a), cuyas coordenadas en función de las alturas h de los rayos incidentes están dadas por

$$\{Z_1, y_1\} = \left\{ \frac{c_1 h^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_1)c_1^2 h^2}}, h \right\}, \quad (2.1)$$

donde c_1 es la curvatura paraxial definida como el inverso del radio paraxial, $c_1 = 1/R_1$, k_1 es la constante de conicidad, parámetro que describe la excentricidad e de la primera superficie refractora, siendo $k_1 = -e_1^2$, cuyo valor define el tipo de superficie cónica como se muestra en la Tabla. 2.1.

Tipo de superficie cónica	Valor de la constante k
Hiperboloide	$k < -1$
Paraboloide	$k = -1$
Elipse rotada sobre su eje mayor	$-1 < k < 0$
Esfera	$k = 0$
Elipse rotada sobre su eje menor	$k > 0$

Tabla 2.1 Clasificación de las superficies cónicas respecto a la constante de conicidad.

Considerando la *Longitud de Camino Óptico*, $LCO = n_a Z_1 + n_l Z = 0$ suponiendo que $n_l > n_a$, donde n_a es el índice de refracción donde está inmersa la lente, n_l es el índice de refracción de la lente, y Z_1 fue definida en la Ec. (2.1) y Z es la distancia que recorre el frente de onda dentro de la lente a lo largo del eje óptico. Entonces la familia paramétrica de onduletas para

la primera refracción está descrita como

$$(Z - z_1)^2 + (Y - y_1)^2 = \left\{ \left(\frac{n_a}{n_l} \right) [z_{1H} - z_1] \right\}^2, \quad h \in [-H, H], \quad (2.2)$$

donde z_{1H} representa la distancia a lo largo del eje óptico desde el origen O hasta z_1 evaluada hasta la apertura de entrada en $H = D/2$ donde D es el diámetro siendo una constante que depende de los parámetros de la lente. De la Ec. (2.2) si $h = 0$ se tiene que $z_{10} = y_{10} = 0$ por lo que se simplifica a $n_l Z = n_a z_1$ que corresponde a la onduleta con radio máximo como se observa en la Fig. 2.1(a), mientras que, si $h = H$ el radio es nulo y tiene coordenadas $\{z_{1H}, H\}$. Para obtener la envolvente de las onduletas representadas por la Ec. (2.2), se deriva con respecto al parámetro h y reduciendo términos se tiene

$$(Y - h) = \left\{ \left(\frac{n_a}{n_l} \right) [z_{1H} - z_1] - [Z - z_1] \right\} z_1', \quad (2.3)$$

donde z_1' es la derivada con respecto a h dada como

$$z_1' = \frac{c_1 h}{\sqrt{1 - (1 + k_1) c_1^2 h^2}}. \quad (2.4)$$

Entonces de las Ecs. (2.2) y (2.3) se resuelve para Z e Y , obteniendo

$$Z_{1\mp} = z_{1H} - \frac{(z_{1H} - z_1) \sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) z_1'^2} \left[\sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) z_1'^2} \mp n_a \right]}{n_l^2 (1 + z_1'^2)}, \quad (2.5)$$

$$Y_{1\mp} = h + \frac{n_a z_1' (z_{1H} - z_1) \left[\sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) z_1'^2} \mp n_a \right]}{n_l^2 (1 + z_1'^2)},$$

donde se ha realizado el cambio de variables $\{Z, Y\} \rightarrow \{Z_{1\mp}, Y_{1\mp}\}$ y el subíndice \mp representa dos soluciones para las envolventes en la primera superficie refractora, tal y como se esperaba, para el signo (+) proporciona la ecuación de un frente de onda propagándose hacia atrás, el cual se omitió ya que físicamente no tiene sentido analizar el frente de onda propagándose en esta única dirección y de acuerdo a la óptica física, éste depende del ángulo de oblicuidad lo cual anulará su propagación, en otras palabras, no existe su propagación. Y para el signo (−) representa un frente de onda propagándose hacia adelante como se observa en la Fig. 2.1(b).

Ambos frentes de onda son tangentes a cada una de las onduletas centradas a lo largo de la primera superficie de refracción.

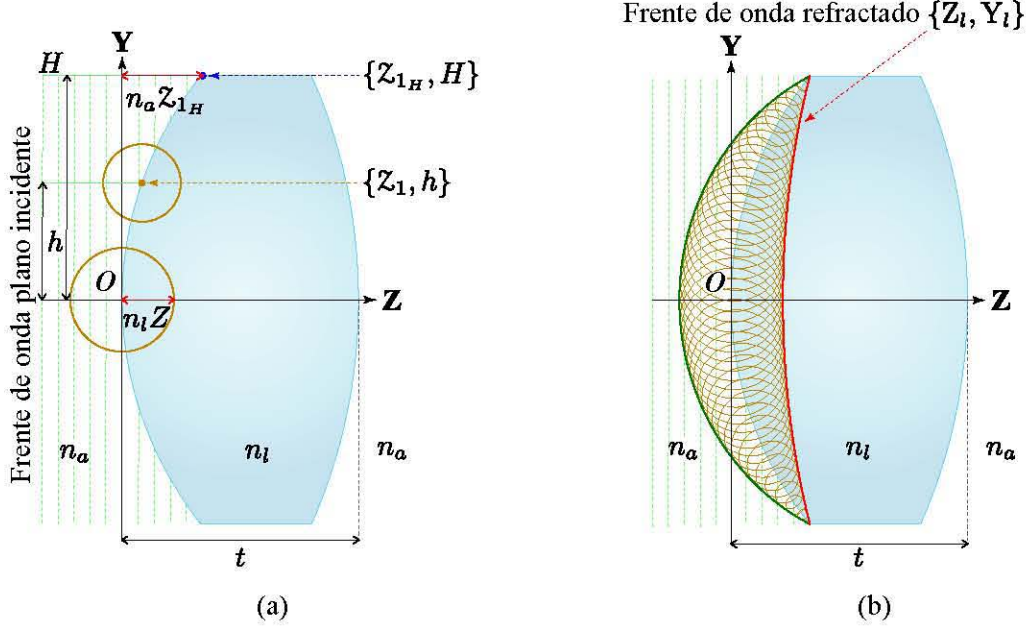


Fig. 2.1 (a) Refracción de un frente de onda plano incidiendo en una lente biconvexa. (b) Frentes de onda secundarios y sus frentes de onda asociados después de la primera refracción.

Considerando únicamente el frente de onda propagándose hacia adelante, se simplifican términos de la Ec. (2.5), obteniendo

$$Z_l = Z_{1H} + \frac{(n_a^2 - n_l^2) [Z_{1H} - Z_1] \sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) Z_1^2}}{n_l^2 \left[n_a + \sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) Z_1^2} \right]}, \quad (2.6)$$

$$Y_l = h + \frac{n_a Z_1 (n_a^2 - n_l^2) [Z_{1H} - Z_1]}{n_l^2 \left[n_a + \sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) Z_1^2} \right]},$$

donde el subíndice l significa *Frente de Onda Dentro de la Lente* y representa paramétricamente el frente de onda refractado como función de h . Por tanto se tiene una nueva familia de onduletas centradas a lo largo del frente de onda en $\{Z_l, Y_l\}$, los cuales se propagan dentro de la lente alcanzando el borde de ésta y propagándose a lo largo del rayo refractado evaluado en H . Con esto, se puede encontrar analíticamente la longitud desde el punto $\{Z_{1H}, H\}$ al punto \mathcal{P}_2 cuyas coordenadas se determinarán con el procedimiento descrito en [36–38], se supone

que un rayo es refractado a una altura h dentro de la lente a lo largo de la línea recta $d(\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2)$ y llega a la segunda interfaz de la lente al punto \mathcal{P}_2 tal y como se observa en la Fig. (2.2), la cual se describe paramétricamente como $y = h - \tan[\theta_{a_1} - \theta_{l_1}](z - Z_1)$, donde θ_{l_1} está relacionado a través de la Ley de Snell por medio de $\theta_{l_1} = \arcsen[(n_a/n_l) \text{sen } \theta_{a_1}]$, y los ángulos θ_{a_1} y θ_{l_1} están descritos por

$$\theta_{a_1} = \arctan \left[\frac{c_1 h}{\sqrt{1 - (1 + k_1) c_1^2 h^2}} \right], \quad \theta_{l_1} = \arcsen \left[\frac{n_a c_1 h}{n_l \sqrt{1 - k_1 c_1^2 h^2}} \right]. \quad (2.7)$$

Simplificando términos mediante el uso de identidades trigonométricas, se obtiene la ecuación para los rayos refractados en la primera superficie refractora de la lente como función del parámetro h , descrita por

$$y = h[1 - \mu_1(z - Z_1)], \quad (2.8)$$

donde se ha definido a μ_1 de acuerdo a la siguiente expresión

$$\mu_1 = \frac{c_1(n_l^2 - n_a^2)}{n_a \sqrt{n_l^2 - (n_a^2 + k_1 n_l^2) c_1^2 h^2} + n_l^2 \sqrt{1 - (1 + k_1) c_1^2 h^2}}. \quad (2.9)$$

Para la segunda superficie refractora Z_2 , la cual está en función de la altura "y" y del espesor de la lente t , en su forma usual se representa como

$$\{Z_2, y_2\} = \left\{ t + \frac{c_2 y^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_2) c_2^2 y^2}}, y \right\}, \quad (2.10)$$

donde $c_2 = 1/R_2$ es la curvatura paraxial y k_2 es la constante de conicidad de la lente para la segunda superficie refractora. Entonces $\mathcal{P}_2 = \{z_2, y_2\}$ son las coordenadas de un punto donde el rayo $d(\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2)$ incide con la segunda superficie cónica, para conocer dichas posiciones se resuelve para z e y de las Ecs. (2.8) y (2.10) como función de h , resultando así

$$z_{2\pm} = \frac{1 + c_2 \{ (1 + k_2)t + h^2 \mu_1 [1 + \mu_1 Z_1] \} \pm \sqrt{Y_1}}{c_2 [1 + k_2 + h^2 \mu_1^2]}, \quad (2.11)$$

$$y_{2\pm} = \frac{h \{ c_2 (1 + k_2) [1 - \mu_1 (t - Z_1)] - \mu_1 [1 \pm \sqrt{Y_1}] \}}{c_2 [1 + k_2 + h^2 \mu_1^2]},$$

considerando $\Upsilon_1 = 1 - c_2 h^2 [1 - \mu_1(t - z_1)] \{c_2(1 + k_2)[1 - \mu_1(t - z_1)] - 2\mu_1\}$, donde se ha realizado el cambio de variables $\{z_2, y_2\} \rightarrow \{z_{2\pm}, y_{2\pm}\}$, con lo cual se obtienen dos posibles valores para el punto \mathcal{P}_2 , es decir, $\pm\sqrt{\Upsilon_1}$. Para nuestros propósitos se consideró el signo $(-)$ el cual funciona adecuadamente para $c_2 > 0$ y $c_2 < 0$. Por tanto, la Ec. (2.11) proporciona la solución para los rayos refractados dentro de la lente incidiendo en la segunda superficie tal y como se observa en la Fig. (2.2).

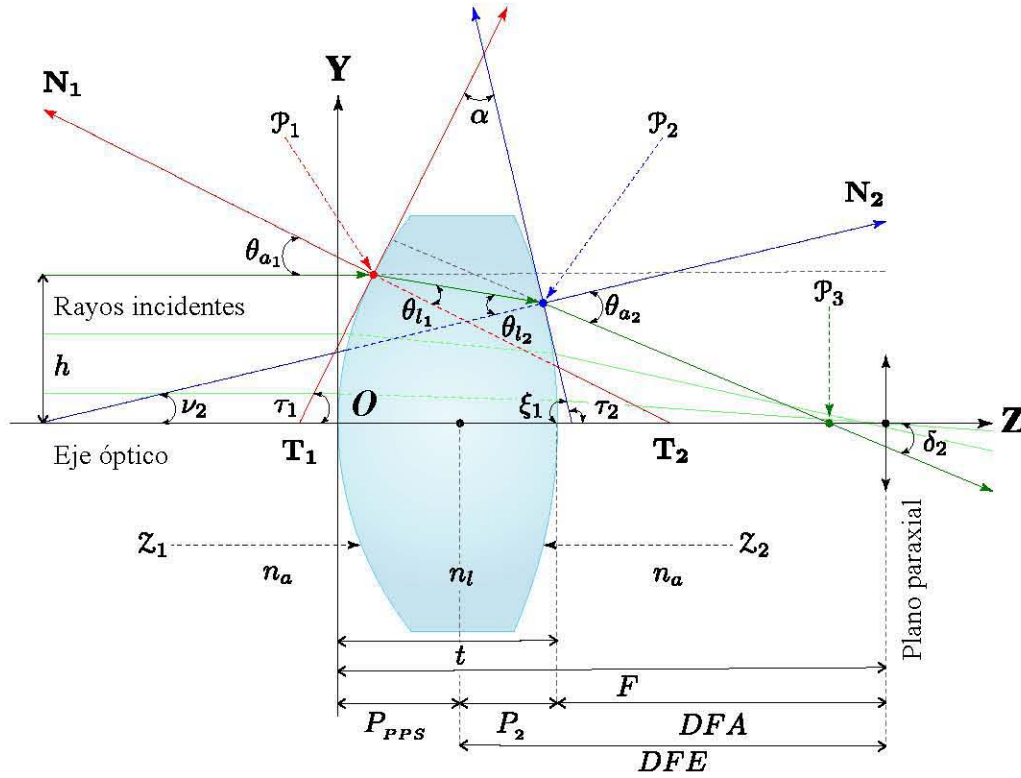


Fig. 2.2 Proceso de refracción a través de una lente biconvexa y los parámetros asociados considerando que la fuente está localizada en infinito.

Para calcular la distancia entre $\mathcal{P}_1 = \{z_{1H}, H\}$ al punto $\mathcal{P}_2 = \{z_2, y_2\}$ evaluado en el rayo marginal $h = H$ a lo largo del rayo refractado marginal, se tiene

$$L_H^2 = (z_{2H} - z_{1H})^2 + (y_{2H} - H)^2, \quad (2.12)$$

donde L_H es un valor constante, es decir, de la Fig. 2.3(a) los radios que conforman la familia paramétrica de las onduletas son constantes debido a que no hay un cambio del índice de refracción y está en función de todos los parámetros involucrados en el proceso de refracción.

2.1.1 Propagación del frente de onda de fase cero

Los rayos que se originan a partir de una fuente puntual en un medio isotrópico homogéneo, formará una congruencia normal, esto es, si se miden longitudes de camino óptico iguales a lo largo de cada rayo desde la fuente puntual, la superficie construida por los puntos finales será normal para todos los rayos, de acuerdo con el principio de Huygens los cuales, se observan en las Figs. (2.1) y (2.3). Para propagar un frente de onda a distancias arbitrarias se utiliza el concepto matemático de *curvas paralelas*, el cual se puede definir de la siguiente forma [25]. Sea \mathcal{W}_0 un punto en un frente de onda de fase cero cuyo perfil está dado paramétricamente por $\mathcal{W}_0 = \{\mathcal{F}(\tau), \mathcal{G}(\tau)\}$, entonces \mathcal{W} estará en un frente de onda de fase cero paralelo a una distancia arbitraria d de acuerdo con la siguiente expresión

$$\mathcal{W} = \left\{ \mathcal{F} \pm \frac{\left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \tau}\right) d}{\sqrt{\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \tau}\right)^2}}, \mathcal{G} \mp \frac{\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau}\right) d}{\sqrt{\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \tau}\right)^2}} \right\}. \quad (2.13)$$

De esta forma, de la Ec. (2.13) para $\mathcal{W}_{(-,+)}$ proporciona un frente de onda propagándose hacia atrás y para $\mathcal{W}_{(+,-)}$ un frente de onda propagándose hacia adelante. Sustituyendo de la Ec. (2.6) $\{\mathcal{F}, \mathcal{G}\} \rightarrow \{Z_l, Y_l\}$, $d \rightarrow L_H$ en la Ec. (2.13) y simplificando términos, se obtiene

$$Z_{l_{\parallel}} = Z_l + \left[\frac{n_l^2 + n_a \sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) Z_1'^2}}{n_a + \sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) Z_1'^2}} \right] \left(\frac{L_H}{n_l} \right), \quad (2.14)$$

$$Y_{l_{\parallel}} = Y_l - \left[\frac{(n_l^2 - n_a^2) Z_1'}{n_a + \sqrt{n_l^2 + (n_l^2 - n_a^2) Z_1'^2}} \right] \left(\frac{L_H}{n_l} \right),$$

donde el subíndice l_{\parallel} significa *Frente de Onda propagándose en Forma Paralela Dentro de la Lente* tal y como se aprecia en la Fig. 2.3(b), donde $\{Z_l, Y_l\}$ y L_H se han definido en las Ecs. (2.6) y (2.12), respectivamente. Tomando el límite de la Ec. (2.14) cuando $h \rightarrow 0$ se obtiene la distancia entre el vértice \mathbf{O} de la lente y el frente de onda trasladado a lo largo del eje óptico, esto es, en $Y_{l_{\parallel}}(0) = 0$ y

$$Z_{l_{\parallel}}(0) = \left(\frac{n_a}{n_l} \right) Z_{1H} + L_H. \quad (2.15)$$

Para obtener la distancia restante al refractarse el frente de onda trasladado fuera de la lente como se muestra en la Fig. 2.3(b), se debe restar la longitud $Z_{l_{||}}(0)$ del espesor de la lente t , resultando así

$$L_{0H} = t - \left[\left(\frac{n_a}{n_l} \right) z_{1H} + L_H \right]. \tag{2.16}$$

De la Ec. (2.16) se puede generalizar para diferentes alturas h entre el frente de onda $\{Z_{l_{||}}, Y_{l_{||}}\}$ y la segunda superficie refractora, con lo cual se obtiene

$$L_l = t - \left[\left(\frac{n_a}{n_l} \right) z_1 + \sqrt{(z_2 - z_1)^2 + (y_2 - h)^2} \right], \tag{2.17}$$

donde z_1 y $\{z_2, y_2\}$ se han definido en las Ecs. (2.1) y (2.11), respectivamente.

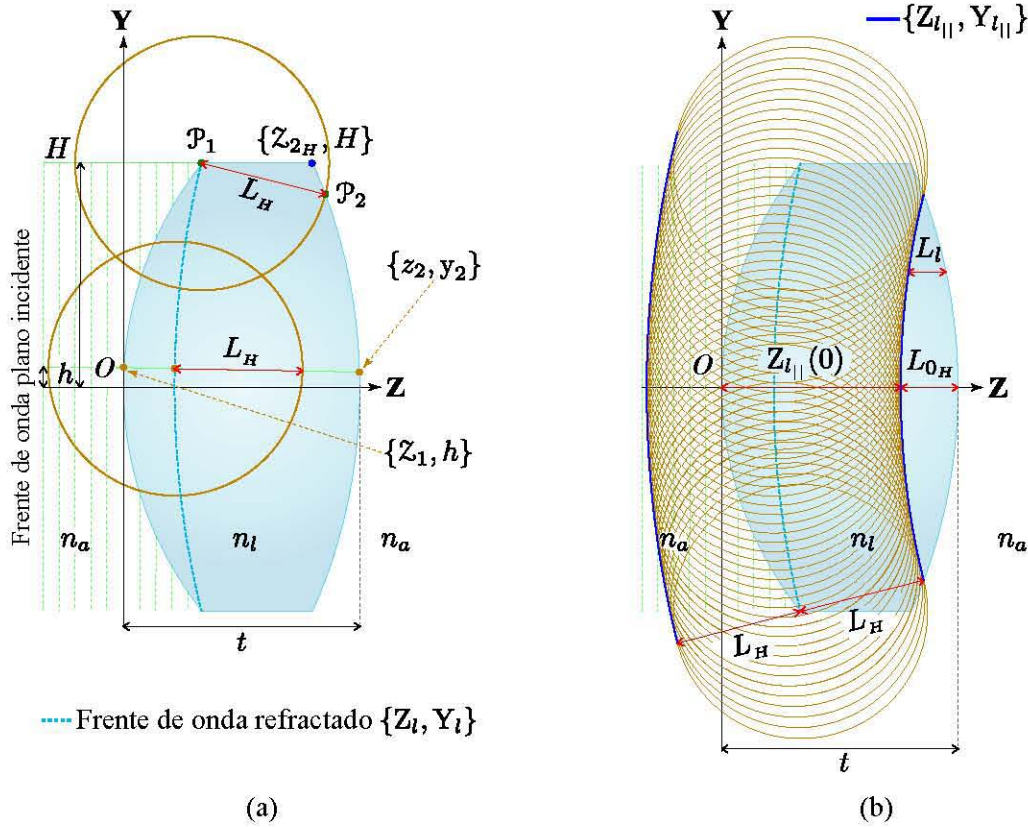


Fig. 2.3 (a) Refracción de un frente de onda plano dentro de una lente biconvexa. (b) Frentes de onda secundarios y sus frentes de onda asociados después de haber sido trasladados.

Considerando que la Longitud de Camino Óptico, $LCO = n_a L_a + n_l L_l$ debe ser nula, esto es, $L_a = -(n_l/n_a)L_l$, se debe encontrar la distancia desde el rayo refractado en la segunda

superficie $\{z_2, y_2\}$ hasta una distancia arbitraria z_a propagándose a lo largo de los rayos refractados dados por las coordenadas $\mathcal{P}_3 = \{z_a, y_a\}$ para obtener el frente de onda refractado fuera de la lente simple. Por lo anterior, el rayo $d(\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2)$ es refractado fuera de la lente a lo largo de la línea recta $d(\mathcal{P}_2\mathcal{P}_3)$ cruzando el eje óptico como se aprecia en la Fig. (2.2), donde el ángulo δ_2 se obtiene de forma similar como un ángulo de desviación total para prismas isotrópicos [38, 39]. Utilizando propiedades trigonométricas se obtienen las siguientes relaciones $\delta_2 = \theta_{a_2} + \theta_{a_1} - \alpha$ y $\alpha = \theta_{l_1} + \theta_{l_2} = \tau_2 - \tau_1$, donde α es un ángulo de ápice variable formado entre las tangentes \mathbf{T}_1 y \mathbf{T}_2 evaluadas en los puntos \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 , respectivamente. Tomando la Ley de Snell para cuando el rayo $d(\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2)$ dentro de la lente se refracta al medio n_a , el índice de refracción donde el rayo emergerá fuera de la lente a lo largo de la línea recta $d(\mathcal{P}_2\mathcal{P}_3)$, se obtiene el ángulo δ_2 como función de h

$$\delta_2 = \arcsen \left\{ \left(\frac{n_l}{n_a} \right) \sen [v_2 + \theta_{a_1} - \theta_{l_1}] \right\} - v_2, \quad (2.18)$$

donde θ_{a_1} y θ_{l_1} están definidos en la Ec. (2.7) y v_2 está relacionado con el vector normal \mathbf{N}_2 para la segunda superficie evaluado en el punto $\mathcal{P}_2 = \{z_2, y_2\}$. Utilizando la propiedad de que la recta tangente y la normal son perpendiculares [40], en otras palabras, $\tan[\xi_1] \tan[v_2] = -1$, donde $\tan[\xi_1]$ es el ángulo formado entre la tangente de la segunda superficie \mathbf{T}_2 con respecto al eje óptico, es decir, la derivada de $\{z_2, y_2\}$, dada por la Ec. (2.10) con respecto de y , se tiene que

$$\tan[\xi_1] = \frac{\sqrt{1 - (1 + k_2)c_2^2 y_2^2}}{c_2 y_2}. \quad (2.19)$$

En consecuencia, se obtiene explícitamente a v_2 como función de h

$$v_2 = \arctan \left[-\frac{c_2 y_2}{\sqrt{1 - (1 + k_2)c_2^2 y_2^2}} \right]. \quad (2.20)$$

Para encontrar la ecuación del rayo refractado $d(\mathcal{P}_2\mathcal{P}_3)$ fuera de la lente, se emplea la Ley de Snell desde la segunda superficie en el punto \mathcal{P}_2 como se observa en la Fig. (2.2) [37], cuya pendiente está dada por el ángulo v_2 que forma la línea recta $d(\mathcal{P}_2\mathcal{P}_3)$ con respecto al eje óptico definido en la Ec. (2.18), de esta manera se obtiene la ecuación paramétrica descrita como

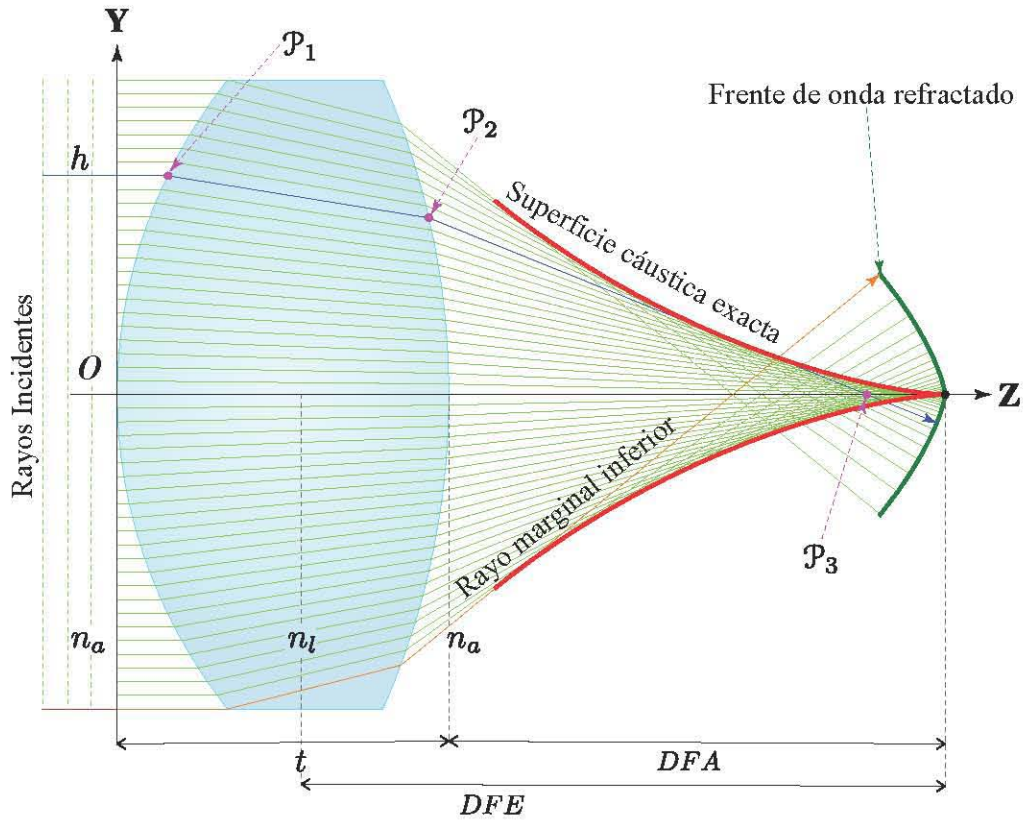


Fig. 2.4 Trazo exacto de rayos para una lente biconvexa y su superficie cáustica.

$$y_a = y_2 - \tan[\delta_2](z_a - z_2). \quad (2.21)$$

La Ec. (2.21) representa la familia monoparamétrica de todos los rayos refractados como función de h y para obtener la envolvente de la familia de los rayos refractados, es decir, la cáustica, se procede de la misma manera descrita en [41, 42], derivar con respecto al parámetro h de la Ec. (2.21) y se resuelve para $\{z_a, y_a\}$ y simplificando términos, se obtiene

$$\{z_c, y_c\} = \{z_2 + \Sigma_1 \cos[\delta_2], y_2 - \Sigma_1 \sin[\delta_2]\}, \quad (2.22)$$

$$\Sigma_1 = \left\{ \frac{\partial y_2}{\partial h} \cos[\delta_2] + \frac{\partial z_2}{\partial h} \sin[\delta_2] \right\} \left[\frac{\partial \delta_2}{\partial h} \right]^{-1},$$

donde se ha realizado el cambio de variables $\{z_a, y_a\} \rightarrow \{z_c, y_c\}$, el subíndice c significa *Cáustica Exacta*. Cabe mencionar que la Ec. (2.22), proporciona la localización de los puntos que paraméricamente representan la cáustica en un plano meridional como función de h con-

siderando una fuente puntual que está localizada en infinito, es decir, un frente de onda plano como se observa en la Fig. (2.4).

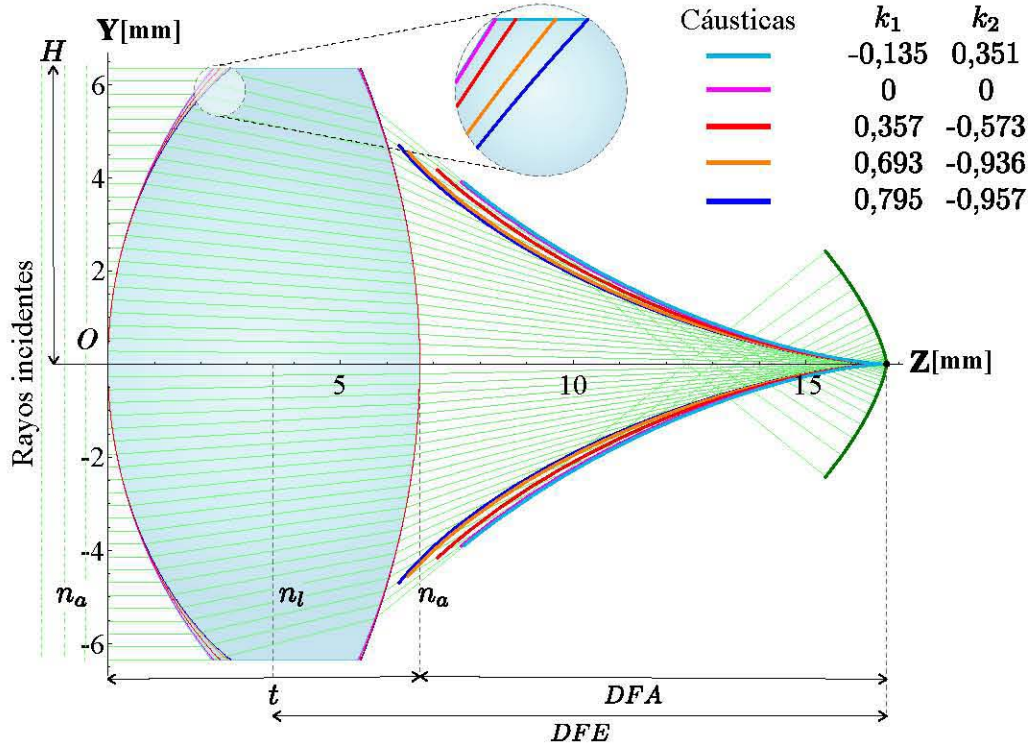


Fig. 2.5 Comparación entre las cáusticas producidas por una lente biconvexa considerando cinco constantes de conicidad diferentes cuya apertura de entrada para todos los casos es $-D/2 \leq H \leq D/2$.

Para el trazo exacto de rayos por refracción se ha considerado cinco lentes biconvexas como se observa en la Fig. (2.5), tomando en cuenta los siguientes parámetros: $F/\# = 0,789$ $n_a = 1$, $n_l = 1,5189$ para $\lambda = 543nm$, $\{R_1 = 10mm, c_1 = 0,1mm^{-1}\}$, $\{R_2 = -16mm, c_2 = 0,06mm^{-1}\}$, diámetro $D = 12,7mm$ y espesor $t = 6,7mm$, considerando una apertura de entrada de $-D/2 \leq H \leq D/2$, para $\{k_1 = -0,135, k_2 = 0,351\}$, $k_{1,2} = 0$, $\{k_1 = -0,357, k_2 = 0,573\}$, $\{k_1 = -0,693, k_2 = 0,936\}$ y $\{k_1 = -0,795, k_2 = 0,957\}$, donde se puede notar que las cáusticas son tangentes a todos los rayos refractados. Por lo dicho antes, de la Fig. 2.6(a) la distancia L_a de las onduletas para el frente de onda refractado fuera de la lente se representan como

$$(Z - z_2)^2 + (Y - y_2)^2 = \left[\left(\frac{n_l}{n_a} \right) L_l \right]^2, \quad (2.23)$$

donde las coordenadas $\{z_2, y_2\}$ están definidas en la Ec. (2.11) y L_l está dada por la Ec. (2.17).

Para obtener el frente de onda de fase cero considerando el frente de onda refractado fuera de la lente, se siguieron los mismos pasos explicados anteriormente, esto es, se deriva la Ec. (2.23) con respecto a h , de esta forma se obtiene

$$(Y - y_2) = - \left\{ (Z - z_2) \left(\frac{\partial z_2}{\partial h} \right) + \left[\left(\frac{n_l}{n_a} \right)^2 L_l \right] \left(\frac{\partial L_l}{\partial h} \right) \right\} \left(\frac{\partial y_2}{\partial h} \right)^{-1}. \quad (2.24)$$

Sustituyendo en la Ec. (2.23) y resolviendo para Z e Y se obtienen dos soluciones de las envolventes para la familia paramétrica de onduletas, esto es

$$Z_{2\pm} = z_2 + \frac{n_l L_l \left[-n_l \left(\frac{\partial L_l}{\partial h} \right) \left(\frac{\partial z_2}{\partial h} \right) \pm \Omega \left(\frac{\partial y_2}{\partial h} \right) \right]}{n_a^2 \left[\left(\frac{\partial z_2}{\partial h} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial h} \right)^2 \right]}, \quad (2.25)$$

$$Y_{2\pm} = y_2 + \frac{n_l L_l \left[-n_l \left(\frac{\partial L_l}{\partial h} \right) \left(\frac{\partial y_2}{\partial h} \right) \mp \Omega \left(\frac{\partial z_2}{\partial h} \right) \right]}{n_a^2 \left[\left(\frac{\partial z_2}{\partial h} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial h} \right)^2 \right]},$$

donde se ha definido a Ω de la siguiente forma

$$\Omega = \sqrt{n_a^2 \left[\left(\frac{\partial z_2}{\partial h} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial h} \right)^2 \right] - n_l^2 \left(\frac{\partial L_l}{\partial h} \right)^2}. \quad (2.26)$$

El subíndice \pm representa las dos soluciones para las envolventes en la segunda superficie, para el signo (+) proporciona la ecuación de un frente de onda propagándose hacia adelante, y para el signo (−) representa un frente de onda propagándose hacia atrás como se observa en la Fig. 2.6(b). Por tanto, la Ec. (2.25) proporciona las coordenadas de los puntos que paraméricamente representan el frente de onda de fase cero producido por una lente biconvexa en un plano meridional como función de h para un frente de onda plano incidente sobre la lente. Finalmente, sustituyendo la Ec. (2.25) en la Ec. (2.13) se obtiene el frente de onda exacto el cual es propagado a una distancia arbitraria d a lo largo del eje óptico, medido desde el vértice de la segunda superficie refractora, esto es, al considerar $\{\mathcal{F}, \mathcal{G}\} \rightarrow \{Z_{2+}, Y_{2+}\}$, el frente de onda de fase cero fuera de la lente. Dada la extensión de la ecuación explícitamente, solamente

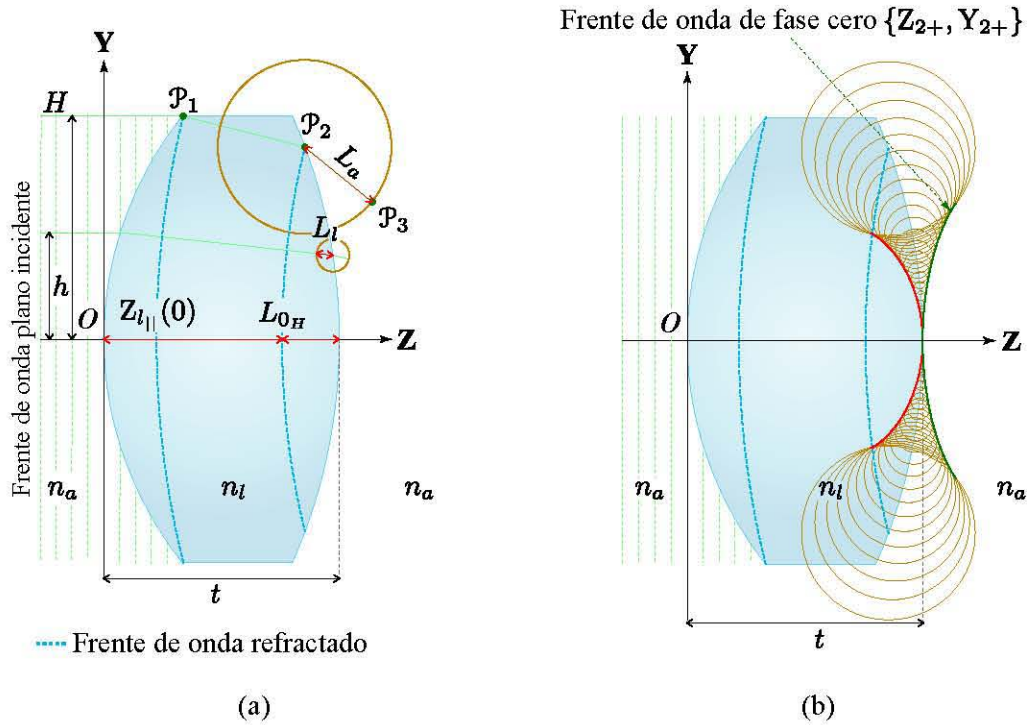


Fig. 2.6 (a) Refracción de un frente de onda plano fuera de una lente biconvexa. (b) Frentes de onda secundarios y sus frentes de onda asociados después de la segunda refracción.

se presenta en términos del frente de onda de fase cero

$$\{Z_{fo||}, Y_{fo||}\} = \left\{ Z_2 + \frac{\left(\frac{\partial Y_2}{\partial h}\right) d}{\sqrt{\left(\frac{\partial Z_2}{\partial h}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y_2}{\partial h}\right)^2}}, Y_2 - \frac{\left(\frac{\partial Z_2}{\partial h}\right) d}{\sqrt{\left(\frac{\partial Z_2}{\partial h}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y_2}{\partial h}\right)^2}} \right\}. \quad (2.27)$$

donde $\{Z_2, Y_2\}$ están definidos en la Ec. (2.25) y el subíndice $fo||$ de la Ec. (2.27) indica el *Frente de Onda Exacto en Forma Paralela* propagándose hacia adelante manteniéndose ortogonal a los rayos, el cual contiene todos los parámetros de diseño de la lente. Además el frente de onda pasa de ser cóncavo antes del foco de la lente y convexo después de dicho punto, tal y como se muestra en la Fig. (2.7) para una lente biconvexa con los siguientes parámetros: $n_a = 1$, $n_l = 1,5189$ para $\lambda = 543nm$, $\{R_1 = 10mm, c_1 = 0,1mm^{-1}\}$, $\{R_2 = -16mm, c_2 = 0,06mm^{-1}\}$, diámetro $D = 12,7mm$ y espesor $t = 6,7mm$ para $\{k_1 = -0,135, k_2 = 0,351\}$. Si se considera $d = 0$ de la Ec. (2.27), se recupera el frente de onda de fase cero de la Ec. (2.25).

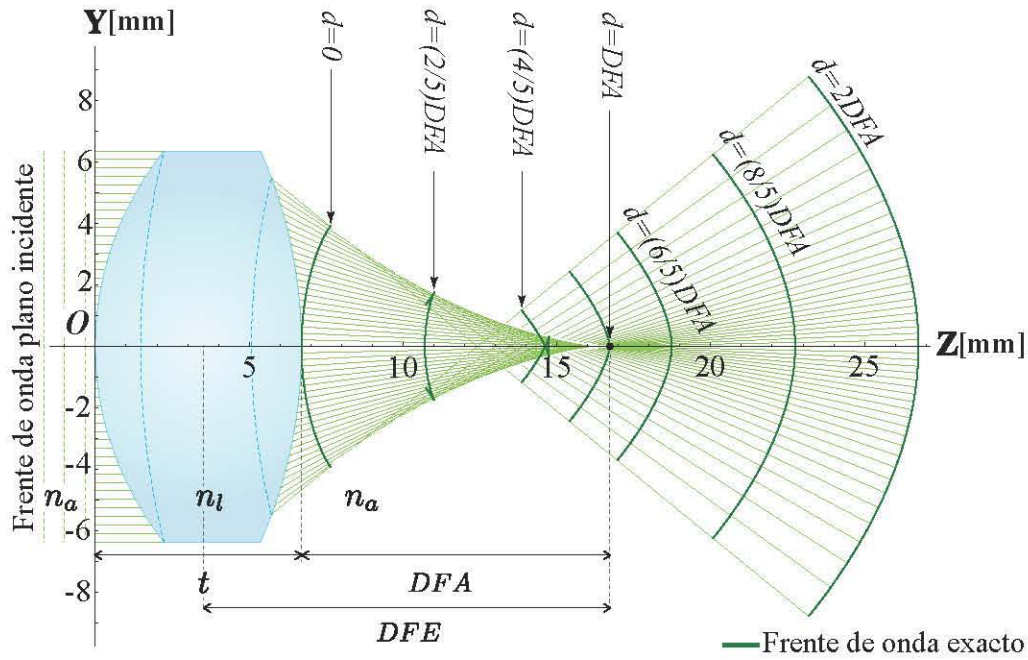


Fig. 2.7 Propagación del frente de onda de fase cero a lo largo del eje óptico para diferentes distancias d para una lente biconvexa.

2.2 Aproximación del frente de onda exacto

En óptica es muy común limitarse a trabajar en la región paraxial, lo que implica considerar ángulos pequeños ó, en este caso, alturas pequeñas, es decir, muy cercanas al eje óptico de la lente bajo prueba, además las ecuaciones son más factibles de manipular cuando se encuentra en la región paraxial. Por lo que se restringen las ecuaciones del frente de onda propagado de la Ec. (2.27) a la zona cercana de la región paraxial realizando una expansión en serie de Taylor a segundo orden [43], suponiendo las condiciones $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$ se obtiene una aproximación alterna al frente de onda, reduciendo términos y simplificando se obtiene

$$\left\{ \tilde{Z}_{f_{o\parallel}}, \tilde{Y}_{f_{o\parallel}} \right\} \approx \left\{ d + t + \frac{h^2}{2DFE} \left[1 - \frac{d}{DFA} \right] \left[\frac{DFA}{DFE} \right], h \left[1 - \frac{d}{DFA} \right] \left[\frac{DFA}{DFE} \right] \right\}, \quad (2.28)$$

donde la tilde de $\left\{ \tilde{Z}_{f_{o\parallel}}, \tilde{Y}_{f_{o\parallel}} \right\}$ significa *Frente de Onda Paralelo Aproximado* a segundo orden, el cual es independiente de las constantes de conicidad k_1, k_2 , pero a ordenes superiores si dependen de éstas como veremos más adelante. La *Distancia Focal Anterior* $DFA = F - t$ es la distancia desde la segunda superficie refractora a la cúspide de la superficie cáustica, y

la *Distancia Focal Efectiva* $DFE = DFA - P_2$ es la distancia desde el punto focal F al *Punto Principal Secundario* P_{PPS} , que está relacionado con el *Plano Principal Secundario* P_2 , el cual es medido considerando su origen en el vértice de la segunda superficie refractora, tal y como se observa en la Fig. (2.2). Cabe mencionar que las definiciones de P_{PPS} y P_2 se encuentran explícitamente en [37, 38], donde se realizó el cambio del índice de refracción $n_i \rightarrow n_a$. Por lo anterior, las distancias DFA y DFE están relacionadas de la siguiente manera

$$DFA = \left[1 - \frac{c_1(n_l - n_a)t}{n_l} \right] DFE, \quad DFE = \frac{n_a}{(n_l - n_a) \left[c_1 - c_2 + \frac{c_1 c_2 (n_l - n_a)t}{n_l} \right]}, \quad (2.29)$$

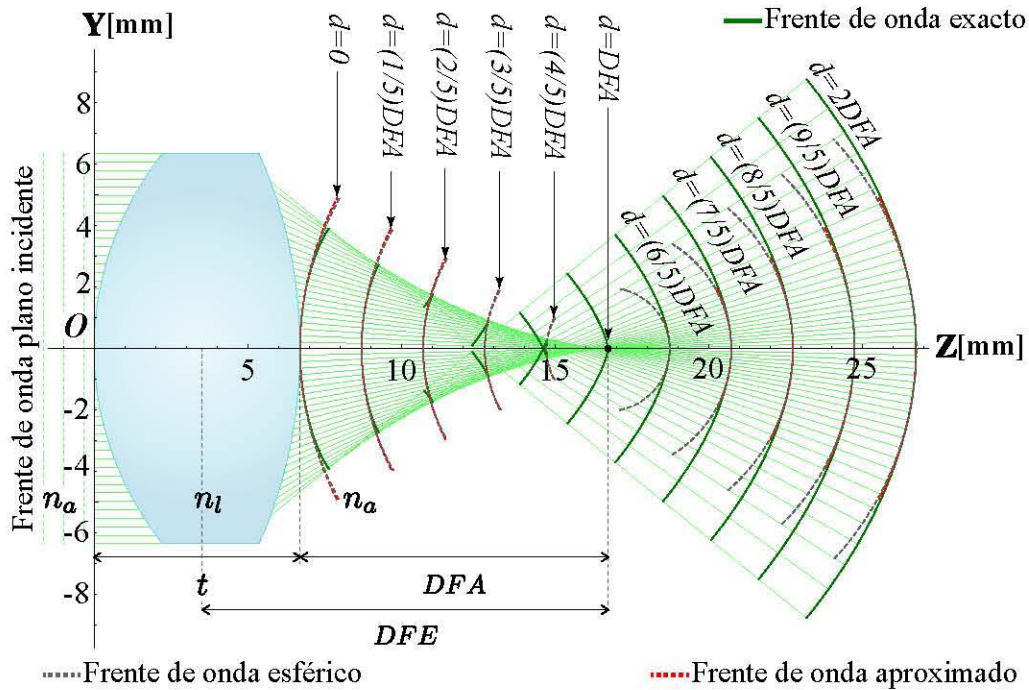


Fig. 2.8 Propagación del frente de onda paralelo aproximado a segundo orden comparado con el frente de onda esférico de referencia a lo largo del eje óptico.

La Ec. (2.28) representa un frente de onda parabólico a segundo orden cuyas coordenadas del vértice y foco se encuentran localizadas en $\{d + t, 0\}$ y $\{t + (DFA + d)/2, 0\}$, respectivamente. Esto permite notar que cerca de la región paraxial el frente de onda propagado tiene una forma parabólica que conserva esta forma al desplazarse sobre el eje óptico, para cuando $d < DFA$ los frentes de onda parabólicos son convexos, para $d > DFA$ los frentes de onda son cóncavos y en $d = DFA$ se obtiene un punto, es decir, las coordenadas del vértice $\{t + DFA, 0\}$ como se

observa en la Fig. (2.8). Adicionalmente, se puede obtener una expresión del frente de onda aproximado independiente del parámetro h , siguiendo los pasos sugeridos en [44], de la Ec. (2.28), se encuentra al parámetro h explícitamente de $\tilde{Y}_{fo\parallel}$ y sustituyendo en $\tilde{Z}_{fo\parallel}$, se obtiene

$$W(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{2(DFA - l)} - (z - d), \quad (2.30)$$

donde se ha situado en un nuevo sistema de referencia localizado en el vértice de la segunda superficie a una distancia arbitraria d , dicho esto, se tiene que $z = \tilde{Z}_{fo\parallel} - t$ y dado que se cuenta con simetría de revolución alrededor del eje óptico, $\tilde{Y}_{fo\parallel}^2 = x^2 + y^2$, donde DFA está definida en la Ec. (2.29). Por otra parte, si se considera un frente de onda plano incidente a lo largo del eje óptico incidiendo en la segunda superficie Z_2 , esto es, los rayos propagándose de derecha a izquierda ó hacia atrás, se obtiene una ecuación similar del frente de onda propagado a segundo orden con $t = 0$, $DFA \rightarrow DFF$, donde DFF es la *Distancia Focal Frontal* definida en [37, 38].

2.2.1 Aproximación del frente de onda a cuarto orden

Dado que la aproximación a segundo orden del frente de onda obtenido en la Ec. (2.28) es independiente de las constantes de conicidad k_1 y k_2 . Se puede extender a un orden superior la serie de Taylor del frente de onda para conocer en su totalidad su dependencia como función de todos los parámetros de diseño para una lente biconvexa. Se realizó una expansión en serie de Taylor a cuarto orden de la Ec. (2.27) al considerar $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$, por lo cual se obtuvo

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{fo\parallel}^{4o} = & d + t + \frac{h^2}{2DFE} \left[1 - \frac{d}{DFA} \right] \left[\frac{DFA}{DFE} \right] - \frac{h^4}{8n_a^4 n_l^4} \{ -n_a(n_a - n_l) \{ c_2^3 n_l^4 [(1 + k_2)n_a^2 + 2n_a n_l \\ & - 2n_l^2] + 2c_1^2 c_2 (n_a - n_l) n_l^2 \{ 3tc_2 [2 + tc_2(1 + k_2)] n_a^3 - 3\{1 + tc_2[1 + tc_2(k_2 - 1)]\} n_a^2 n_l \\ & - 2[1 + 6tc_2(1 + tc_2)] n_a n_l^2 + 3(1 + tc_2)(1 + 2tc_2) n_l^3 \} + 2c_1 c_2^2 (n_a - n_l) n_l^3 \{ 2[1 + tc_2(1 \\ & + k_2)] n_a^2 - (3 + 4tc_2) n_l^2 + n_a(n_l + 4tc_2 n_l) \} + c_1^3 n_l \{ 6t^2 c_2^2 (n_a - n_l)^4 (2n_a + 3n_l) + 4t^3 c_2^3 \\ & \times (n_a - n_l)^3 [(1 + k_2)n_a^2 + 2n_a n_l - 2n_l^2] + n_l^2 [2n_a^3 - (1 + k_1)n_a^2 n_l - 4n_a n_l^2 + 2n_l^3] + 4tc_2 \\ & \times (n_a - n_l) [n_a^4 - 3n_a^3 n_l + (1 + k_1)n_a^2 n_l^2 + 5n_a n_l^3 - 3n_l^4] \} + tc_1^4 (n_a - n_l) \{ 2t^2 c_2^2 (n_a - n_l)^4 \\ & \times (2n_a + 3n_l) + t^3 c_2^3 (n_a - n_l)^3 [(1 + k_2)n_a^2 + 2n_a n_l - 2n_l^2] + 2tc_2 (n_a - n_l) [2n_a^4 - 3n_a^3 n_l \\ & + (1 + 2k_1)n_a^2 n_l^2 + 5n_a n_l^3 - 3n_l^4] + n_l [-3n_a^4 + 2n_a^3 n_l - (1 + 4k_1)n_a^2 n_l^2 - 4n_a n_l^3 + 2n_l^4] \} \\ & + d(n_a - n_l)^2 \{ c_2 n_l - c_1 [n_l + tc_2(n_l - n_a)] \} \{ c_2^3 n_l^3 [(1 + 4k_2)n_a^2 + 2n_a n_l + n_l^2] + c_1 c_2^2 \\ & \times (n_a - n_l) n_l^2 \{ [4 + 3tc_2(1 + 4k_2)] n_a^2 + (5 + 6tc_2) n_a n_l + 3(1 + tc_2) n_l^2 \} + c_1^2 c_2 n_l (n_l \\ & - n_a) \{ n_l^2 (n_a + 3n_l) + 3t^2 c_2^2 (n_l - n_a) [(1 + 4k_2)n_a^2 + 2n_a n_l + n_l^2] + 2tc_2 (n_l - n_a) \} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (4n_a^2 + 5n_a n_l + 3n_l^2) \} + c_1^3 \{ t^3 c_2^3 (n_a - n_l)^3 [(1 + 4k_2)n_a^2 + 2n_a n_l + n_l^2] + t^2 c_2^2 (n_a - n_l)^3 \\ & \times (4n_a^2 + 5n_a n_l + 3n_l^2) + t c_2 (n_a - n_l) [4n_a^4 + (-1 + 4k_1)n_a^2 n_l^2 - 2n_a n_l^3 + 3n_l^4] - n_l^2 (4n_a^3 \\ & - 2n_a n_l^2 + n_l^3 + n_a^2 (n_l + 4k_1 n_l)) \} \} \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{fo\parallel}^{4^\circ} &= h \left[1 - \frac{d}{DFA} \right] \left[\frac{DFA}{DFE} \right] - \frac{h^3}{2n_a^2 n_l^3} \{ -(n_a - n_l) \{ c_2^2 n_l^4 + c_1 c_2 (n_a - n_l) n_l^2 [n_a + (2 + 3t c_2) \\ & \times n_l] + t c_1^3 [n_a^4 - n_a^3 n_l + t^2 c_2^2 (n_a - n_l)^3 n_l + k_1 n_a^2 n_l^2 + 2n_a n_l^3 - n_l^4 + t c_2 (n_a - n_l)^3 (n_a \\ & + 2n_l)] + c_1^2 n_l [3t^2 c_2^2 (n_a - n_l)^2 n_l + 2t c_2 (n_a - n_l)^2 (n_a + 2n_l) + n_l (n_l^2 - n_a^2 - n_a n_l)] \} \\ & + d (n_a - n_l) \{ c_2^3 n_l^3 (k_2 n_a + n_l) + c_1 c_2^2 (n_a - n_l) n_l^2 [n_a + 2n_l + 3t c_2 (k_2 n_a + n_l)] + c_1^2 c_2 (n_a \\ & - n_l) n_l [-n_l^2 + 3t^2 c_2^2 (n_a - n_l) (k_2 n_a + n_l) + 2t c_2 (n_a - n_l) (n_a + 2n_l)] + c_1^3 \{ t^3 c_2^3 (n_a - n_l)^3 \\ & \times (k_2 n_a + n_l) + t^2 c_2^2 (n_a - n_l)^3 (n_a + 2n_l) - n_a n_l^2 (n_a + k_1 n_l) + t c_2 (n_a - n_l) (n_a^3 + (k_1 \\ & - 1) n_a n_l^2 + n_l^3) \} \} \}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

donde la tilde de $\{ \tilde{Z}_{fo\parallel}^{4^\circ}, \tilde{Y}_{fo\parallel}^{4^\circ} \}$ significa *Frente de Onda Paralelo Aproximado* a cuarto orden, el cual depende de todos los parámetros de diseño de una lente biconvexa. Por lo anterior, de la Ec. (2.31) si $h^4 \rightarrow 0$ y $h^3 \rightarrow 0$ se obtiene el frente de onda aproximado a segundo orden dado por la Ec. (2.28). Adicionalmente se observa que la aproximación del frente de onda a cuarto orden es sobreestimada con respecto a la aproximación de segundo orden, es decir, para distancias $d < DFA$ la aproximación $\{ \tilde{Z}_{fo\parallel}^{4^\circ}, \tilde{Y}_{fo\parallel}^{4^\circ} \}$ es mejor para el comportamiento convexo del frente de onda. Por lo contrario, este comportamiento no es el mismo para cuando $d > DFA$, debido a que la distancia d aumenta, los extremos del frente de onda aproximado a cuarto orden se van separando con respecto al frente de onda exacto y su aproximación a segundo orden como se observa en la Fig. (2.9). Por lo tanto la aproximación $\{ \tilde{Z}_{fo\parallel}, \tilde{Y}_{fo\parallel} \}$ es mejor para cuando el frente de onda es cóncavo, ya que se asemeja en la zona paraxial al frente de onda exacto.

2.3 Aproximación del frente de onda exacto considerando la superficie cáustica

En algunos casos es conveniente proporcionar una representación polinómica de la superficie cáustica, por lo cual se desarrolla una expansión en serie de Taylor a tercer orden de la Ec.

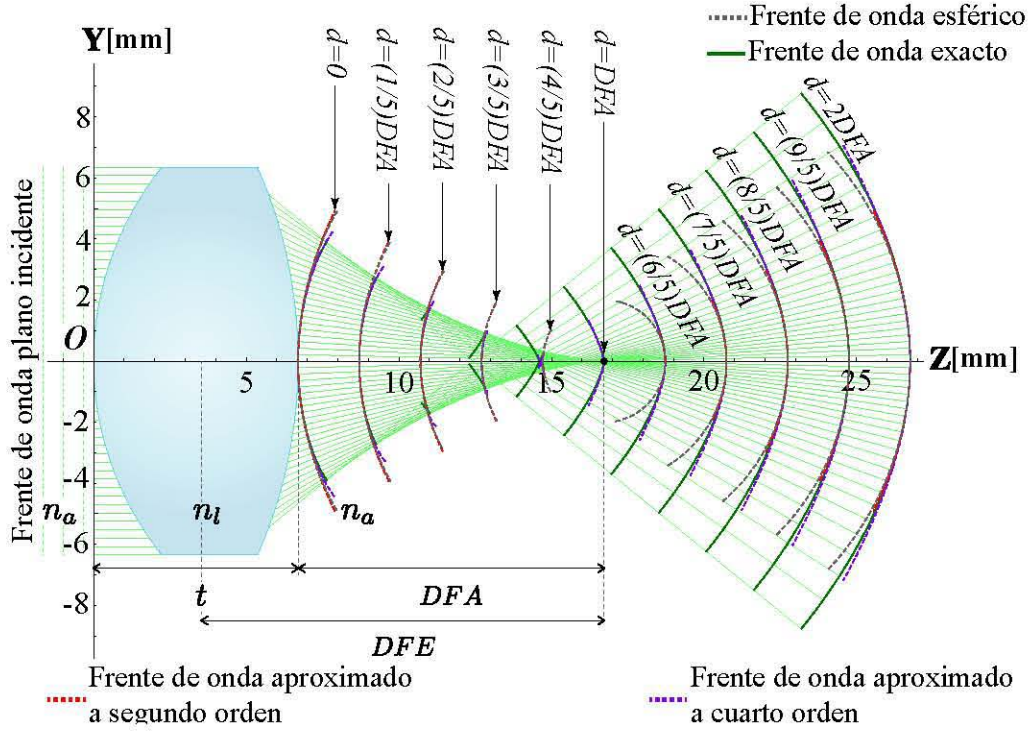


Fig. 2.9 Propagación del frente de onda paralelo aproximado a cuarto orden comparado con el frente de onda parabólico a segundo orden y el frente de onda esférico de referencia a lo largo del eje óptico.

(2.22) en términos de DFE [43], suponiendo que $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$, se obtiene

$$\{\tilde{z}_c, \tilde{y}_c\} \approx \left\{ t + DFA - \left[\frac{3\Xi DFE^2}{2n_a^2 n_l^4} \right] h^2 + \dots, - \left[\frac{\Xi DFE}{n_a^3 n_l^4} \right] h^3 + \dots \right\}. \quad (2.32)$$

donde la tilde de $\{\tilde{z}_c, \tilde{y}_c\}$ significa *Cáustica Aproximada* para rayos propagándose hacia adelante, como se observa en la Fig. (2.10) y en la Fig. (2.11) para diferentes lentes biconvexas.

Se observa de la Ec. (2.32) que la coordenada \tilde{z}_c incluye términos de orden par y \tilde{y}_c los términos de orden impar para el parámetro h , la DFE está definida en la Ec. (2.29) y Ξ está en función de todos los parámetros de diseño de la lente como

$$\begin{aligned} \Xi = & c_2^3 (n_a - n_l) (k_2 n_a^2 + n_l^2) [c_1 t (n_a - n_l) + n_l]^4 + c_1^3 n_l (n_l - n_a) [n_l^2 (k_1 n_a^2 n_l - 2n_a n_l^2 \\ & + 2n_a^3 + n_l^3) - c_1 t (n_a - n_l)^4 (n_a + n_l)] + c_1 c_2^2 n_l (n_a - n_l)^2 (n_a + 3n_l) [c_1 t (n_a - n_l) + n_l]^3 \\ & + c_1^2 c_2 n_l (n_a - n_l)^3 (2n_a + 3n_l) [c_1 t (n_a - n_l) + n_l]^2. \end{aligned} \quad (2.33)$$

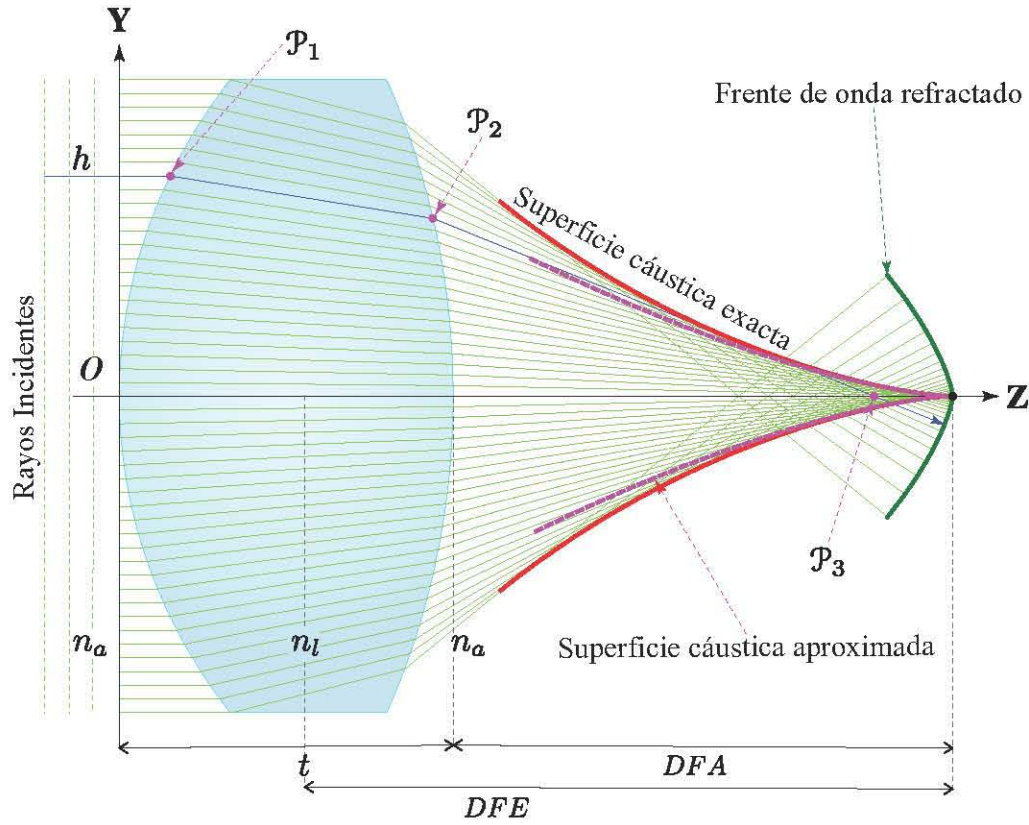


Fig. 2.10 Trazo exacto de rayos para una lente biconvexa y su aproximación de la superficie cáustica a tercer orden.

Partiendo de la Ec. (2.32), se obtiene una expresión de la superficie cáustica aproximada independiente del parámetro h , es decir, de \tilde{z}_c se despeja h y sustituyéndola en \tilde{y}_c , se tiene

$$\mathcal{Y} = \sqrt{-\frac{8n_a^3 n_l^4}{27\epsilon DFE^4} \mathcal{Z}^{3/2}}, \tag{2.34}$$

donde $\mathcal{Z} = \tilde{z}_c - (t + DFA)$ y $\mathcal{Y} = \tilde{y}_c$. Si se considera solamente la aberración esférica la cual es simétrica sobre el rayo principal [22, 45], entonces se puede relacionar la superficie cáustica asociada al frente de onda refractado. Siguiendo los pasos propuesto en la Ref. [8] se tiene

$$\eta = -\left(\frac{\zeta^{3/2}}{3R^2}\right) \sqrt{-\frac{n}{3b_1}}, \tag{2.35}$$

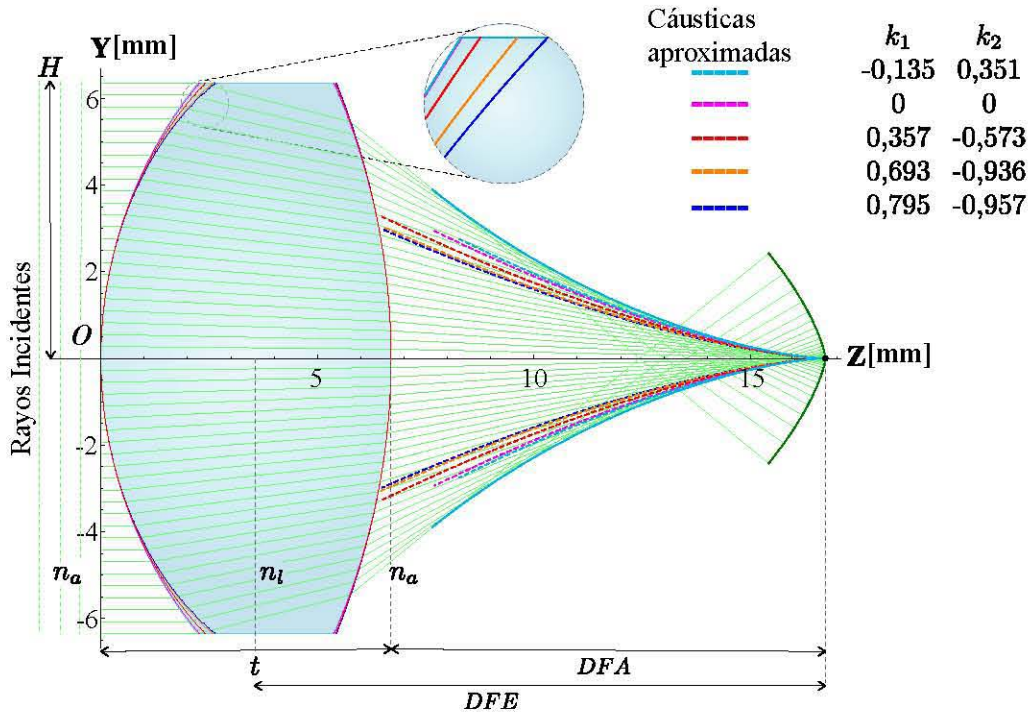


Fig. 2.11 Comparación entre las aproximaciones de las superficies cáusticas producidas por una lente biconvexa considerando cinco constantes de conicidad diferentes cuya apertura de entrada para todos los casos es $-d/2 \leq H \leq d/2$.

donde R es el radio de la esfera de referencia, n es el índice de refracción en el espacio imagen y b_1 es el coeficiente de aberración esférica de Seidel a tercer orden. De sustituir $n = n_a$, $R = DFE$ y $\eta = \mathcal{Y}$, $\zeta = \mathcal{Z}$ en la Ec. (2.35), se resuelve para b_1 de las Ecs. (2.34) y (2.35), obteniendo así

$$b_1 = \frac{\Xi}{8n_a^2 n_l^4}, \tag{2.36}$$

donde Ξ está en función de todos los parámetros de diseño de la lente a evaluar definido en la Ec. (2.33), n_l es el índice de refracción de la lente y n_a es el índice de refracción donde está inmersa la lente. El teorema de Malus-Dupin establece que una onda propagada ó el frente de fase en un medio uniforme, es normal en todas partes a los rayos refractados. En otras palabras, los puntos en cada superficie son equidistantes donde la distancia se mide a lo largo de la normal común entre los puntos en cada una de las superficies del frente de fase cero. En términos matemáticos, si una curva \mathcal{A} es la involuta de una curva \mathcal{B} , entonces \mathcal{B} es la evoluta de \mathcal{A} , y viceversa [25]. Sea \mathcal{C} una curva en forma paramétrica $\mathcal{C} = \{\mathcal{F}(h), \mathcal{G}(h)\}$

con parámetro h , entonces la ecuación de la involuta está dada por

$$\{\mathcal{F}, \mathcal{G}\} = \{\mathcal{F}, \mathcal{G}\} - \left[\frac{\left(\frac{\partial \{\mathcal{F}, \mathcal{G}\}}{\partial h} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial h} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial h} \right)^2}} \right] \int_{h_0}^{h_1} \sqrt{\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial h} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial h} \right)^2} dh. \quad (2.37)$$

En particular, la cóustica es la evoluta del frente fase de distancia cero y el frente fase de distancia cero es la involuta de la cóustica, como se puede apreciar en la Fig. (2.12).

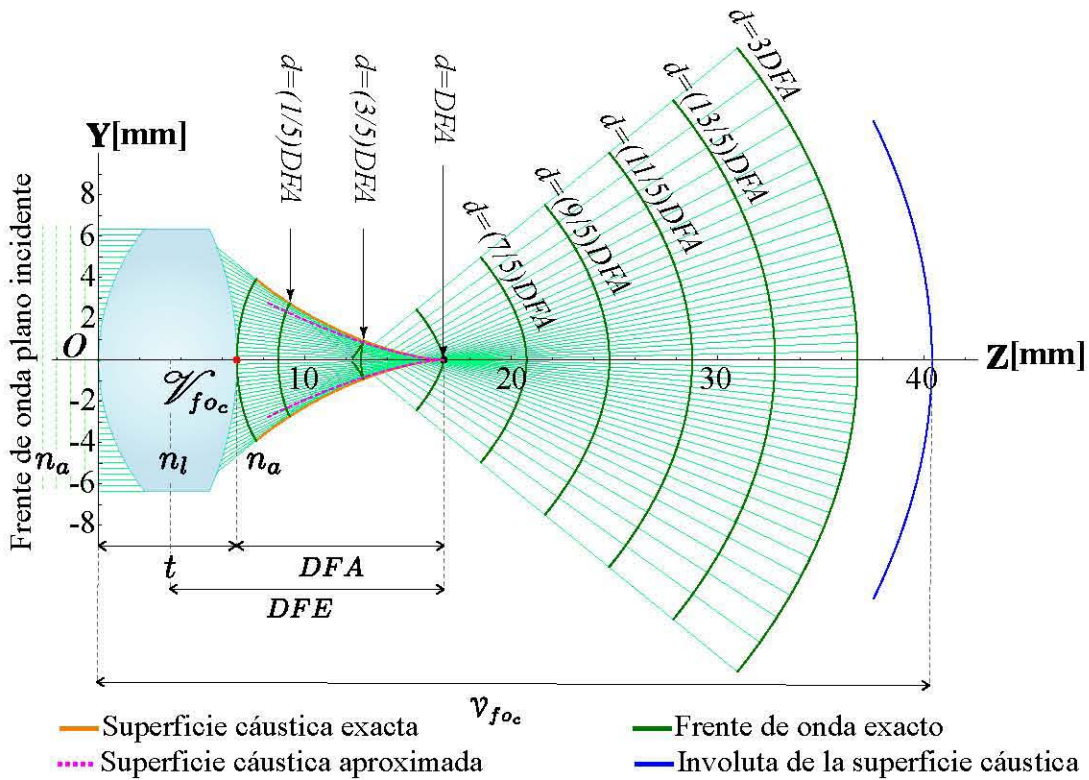


Fig. 2.12 Involuta de la superficie cóustica obtenida por el teorema de Malus-Dupin.

Considerando la aproximación a tercer orden de la cóustica dada por la Ec. (2.32), se sustituye en la Ec. (2.37) para $\{\mathcal{F}, \mathcal{G}\} \rightarrow \{\tilde{z}_c, \tilde{y}_c\}$ y simplificando términos, se obtiene

$$\{\tilde{Z}_{foc}, \tilde{Y}_{foc}\} \approx \left\{ t + DFA + \frac{\Xi DFE^4}{n_a^3 n_l^4} - \left[\frac{\Xi DFE^2}{2n_a^3 n_l^4} \right] h^2, \left[\frac{\Xi DFE^3}{n_a^3 n_l^4} \right] h \right\}. \quad (2.38)$$

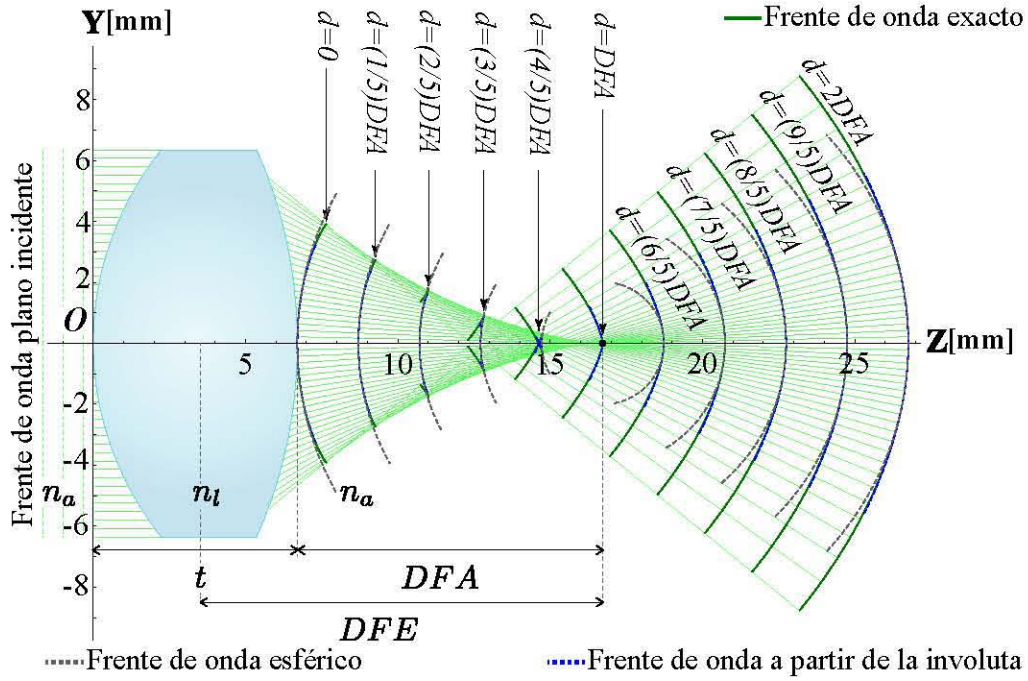


Fig. 2.13 Propagación del frente de onda paralelo aproximado generado por la superficie cáustica comparado con el frente de onda esférico de referencia a lo largo del eje óptico.

donde el subíndice f_{oc} significa *Frente de Onda Aproximado desde la Superficie Cáustica*, el cual representa un frente de onda parabólico cuyas coordenadas del vértice son $\mathcal{V}_{f_{oc}} = \{t + DFA + (\Xi DFE^4)/(n_a^3 n_l^4), 0\}$ y del foco $\mathcal{F}_{f_{oc}} = \{t + DFA + (\Xi DFE^4)/(2n_a^3 n_l^4), 0\}$ como se observa en la Fig. (2.12), donde Ξ está definida en la Ec. (2.33). Posteriormente se necesita el comportamiento de los frentes de onda propagados a lo largo del eje óptico, entonces sustituyendo en la Ec. (2.13) para diferentes distancias arbitrarias d y realizando una translación del vértice de la parábola hacia la segunda superficie refractora Z_2 definida en la Ec. (2.10), esto es, situar el origen en $t = 0$, entonces las coordenadas del vértice son $\mathcal{V}_{f_{oc}} = \{DFA + (\Xi DFE^4)/(n_a^3 n_l^4), 0\}$ para este sistema de referencia como se muestran en las Figs. (2.12) y (2.13), por lo que se obtiene

$$\tilde{Z}_{f_{oc}|} = \mathcal{V}_{f_{oc}} - \left[\frac{\Xi DFE^2}{2n_a^3 n_l^4} \right] h^2 - \frac{DFE}{\sqrt{DFE^2 + h^2}} (\mathcal{V}_{f_{oc}} - t - d), \quad (2.39)$$

$$\tilde{Y}_{f_{oc}|} = \left[\frac{\Xi DFE^3}{n_a^3 n_l^4} - \frac{1}{\sqrt{DFE^2 + h^2}} (\mathcal{V}_{f_{oc}} - t - d) \right] h,$$

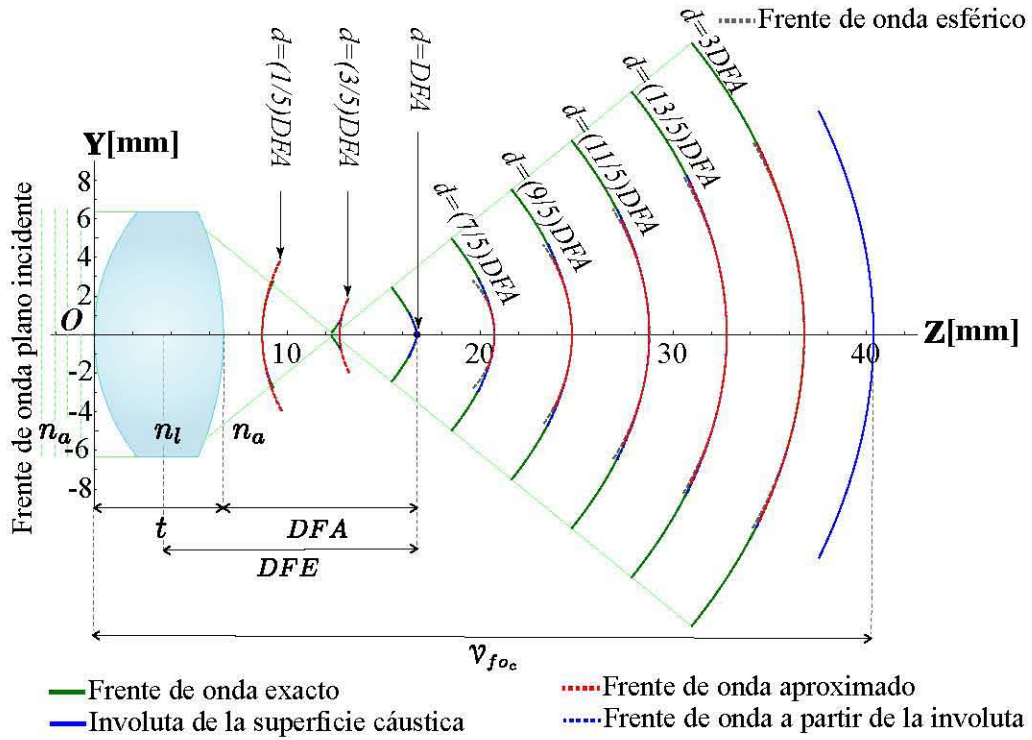


Fig. 2.14 Propagación de los frentes de onda exacto, aproximado y esférico a lo largo del eje óptico.

Para evaluar el coeficiente de aberración esférica b_1 , dado por la Ec. (2.36), se reescribe la Ec. (2.39) como función de b_1 , se obtiene

$$\tilde{Z}_{fo_{cl}} = \mathcal{V}_{b_1} - \left[\frac{4b_1 DFE^2}{n_a} \right] h^2 - \frac{DFE}{\sqrt{DFE^2 + h^2}} (\mathcal{V}_{b_1} - t - d), \quad (2.40)$$

$$\tilde{Y}_{fo_{cl}} = \left[\frac{8b_1 DFE^3}{n_a} - \frac{1}{\sqrt{DFE^2 + h^2}} (\mathcal{V}_{b_1} - t - d) \right] h.$$

donde $\mathcal{V}_{b_1} = \{t + DFA + (8b_1 DFE^4)/n_a, 0\}$ es el vértice en términos del coeficiente de aberración esférica a tercer orden dado por la Ec. (2.36). Dado que la constante de integración se consideró nula en la Ec. (2.37) fue debido a la translación que se realizó del vértice del frente fase de distancia cero a lo largo del eje óptico obtenidos en las Ecs. (2.38-2.40).

De la Fig. (2.14) al considerar $d < DFA$, las aproximaciones obtenidas son subestimadas sobre el frente de onda exacto siendo la aproximación $\{\tilde{Z}_{fo_{cl}}, \tilde{Y}_{fo_{cl}}\}$ ligeramente mejor que la obtenida en la Ec. (2.40). En contraparte, si $d > DFA$ la aproximación de la Ec. (2.28) es

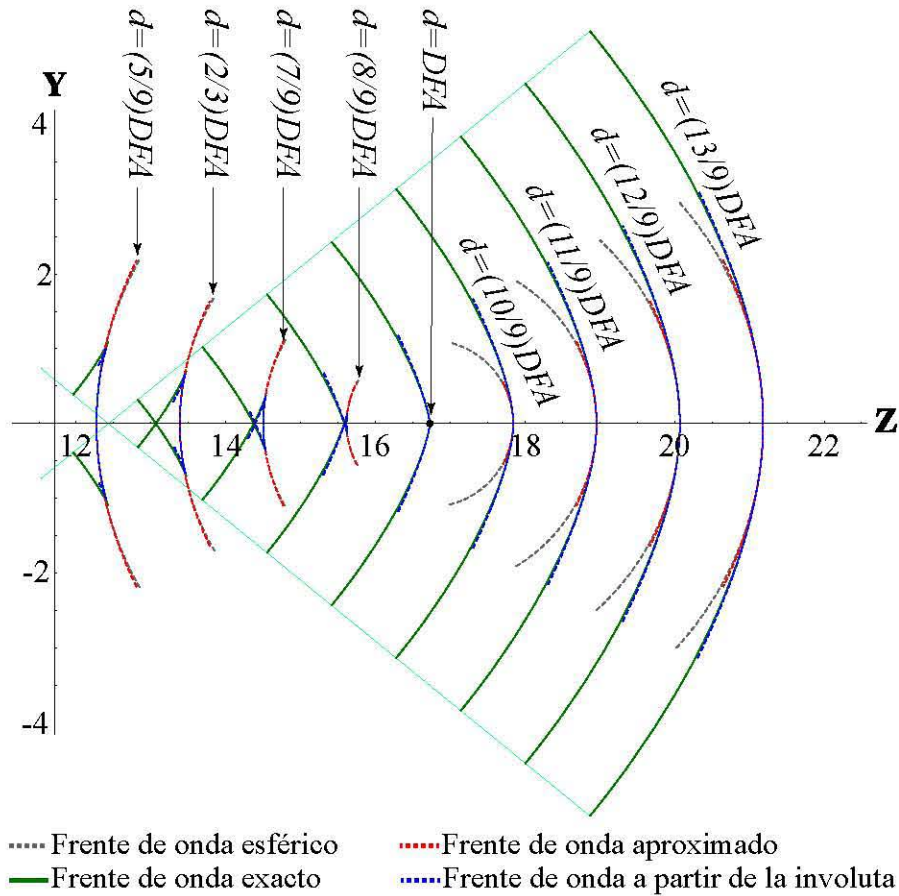


Fig. 2.15 Acercamiento en la región del punto focal considerando distancias arbitrarias d para una lente biconvexa.

sobreestimada, mientras que, la aproximación de la Ec. (2.40) es subestimada sobre al frente de onda exacto por lo que la aproximación $\{\tilde{Z}_{fo_{e||}}, \tilde{Y}_{fo_{e||}}\}$ es ligeramente mejor con respecto a la aproximación de la Ec. (2.28). Adicionalmente, si se realiza una expansión en serie de Taylor a segundo orden, suponiendo $h < DFE$ ya sea para la Ec. (2.39) ó (2.40) la cual involucra a todos los parámetros de diseño de la lente, obtenemos la aproximación $\{\tilde{Z}_{fo_{||}}, \tilde{Y}_{fo_{||}}\}$ de la Ec. (2.28) la cual es independiente de las constantes de conicidad y del coeficiente de aberración esférica. Por lo tanto, ambas aproximaciones se comportan de manera similar al frente de onda exacto como se muestra en la Fig. (2.15), donde se realizó un zoom dentro de la superficie cáustica.

Capítulo 3

Prueba cuantitativa con pantallas nulas de fase

Para cuantificar superficies ópticas se realiza la prueba de pantallas nulas por reflexión y/o transmisión [46–48], las cuales son de tipo geométrico y se utilizan para evaluar la calidad óptica y cuantificar las deformaciones que pudieran presentar las superficies bajo prueba. Partiendo de la idea más básica de esta prueba para el diseño de pantallas, es considerando un patrón, ya sean gotas ó líneas no uniformes, los cuales después de reflexión y/o refracción a través de un objeto bajo prueba formarán una imagen ordenada en el plano de detección predefinido, estos serán impresos en el plano de observación y al interactuar con el sistema óptico bajo prueba producirán un patrón ordenado en el plano de detección [49–51].

En las pruebas por reflexión, las pantallas son impresas en papel común y son envueltos en una superficie cilíndrica colocada en paralelo al eje óptico y en las pruebas por refracción las pantallas son planas e impresas sobre acetatos comerciales, cuyas dimensiones son del tamaño de la pupila de entrada del elemento óptico bajo prueba. Estas pruebas tienen la ventaja de que son fáciles de implementar experimentalmente. No obstante, la precisión de la prueba requiere de una alta densidad de los patrones a considerar en la pantalla, la cual estará limitada por la resolución del sensor *CCD* (*Charge Coupled Device*) con el cual se recopilarán los datos de la prueba. Es importante mencionar que cada pantalla es única ya que depende de la superficie que se quiere probar, de las condiciones experimentales y de las posiciones del sensor *CCD* [52, 53].

3.1 Diseño de pantallas nulas de fase para una lente biconvexa

El diseño de las pantallas nulas de fase se basan en la ecuación del frente de onda exacto propagado obtenido en el Capítulo 2 para distancias arbitrarias d a lo largo del eje óptico para la evaluación de lentes biconvexas, dichas pantallas se imprimen sobre un Modulador Espacial de Luz de Fase por reflexión de la marca Hamamatsu, *SLM* por sus siglas en inglés *Spatial Light Modulator* con una resolución espacial de $792\text{ppx} \times 600\text{ppx}$, un área activa de $16\text{mm} \times 12\text{mm}$ y un factor de llenado del 95%. De esta manera se pueden cambiar los diseños de las pantallas nulas en tiempo real, sin tener que imprimir dichas pantallas sobre acetatos como se realizaba en trabajos anteriores [47]. Cabe mencionar que las pantallas nulas son impresas en niveles de gris para obtener un retraso de fase del frente de onda refractado similar al frente de onda teórico, el cual va a interferir con el haz de referencia, considerando un interferómetro del tipo *Twyman-Green* ligeramente modificado, de donde el modulador de fase toma lugar de uno de los espejos en el brazo de referencia, y un espejo parabólico cóncavo en frente de la lente bajo prueba como se observa en la Fig. (3.1).

En este trabajo se realiza una pantalla nula de fase con un degradado de gris que va de 0 – 255 niveles de gris, donde el 0 corresponde a un tono negro sin retraso de fase y el 255 a un tono blanco con un máximo en retraso de fase de $15\pi/8$ de manera lineal para una longitud de onda $\lambda = 543\text{nm}$, como se observa en la Fig. (A.10) del Apeñdice A. Dado que la lente biconvexa a evaluar cuenta con simetría de revolución, dicha condición reflejará que el diseño de las pantallas nulas de fase sean anillos concéntricos para distintos niveles de gris.

Como el objetivo es evaluar cuantitativamente lentes biconvexas, se implementó un interferómetro *Twyman-Green*, colocando el espejo parabólico cóncavo a una distancia mayor al foco de la lente bajo prueba ya que el frente de onda exacto para la distancia $d > DFA$ es cóncavo como se muestra en la Fig. (2.14), por lo cual a esta distancia la definiremos como z_d , la cual se mide desde el segundo vértice de la superficie refractora $Z_2(0)$ para $t = 0$ de la lente biconvexa hasta el vértice del espejo parabólico cóncavo al cual hemos definido como \mathcal{V}_{ep} . Para ello, primero se utilizó un espejo plano $\lambda/10$ (633nm) en lugar del modulador en el diagrama del interferómetro que se muestra en la Fig. (3.1), con el propósito de caracterizar la posición entre el espejo parabólico cóncavo y la lente bajo prueba.

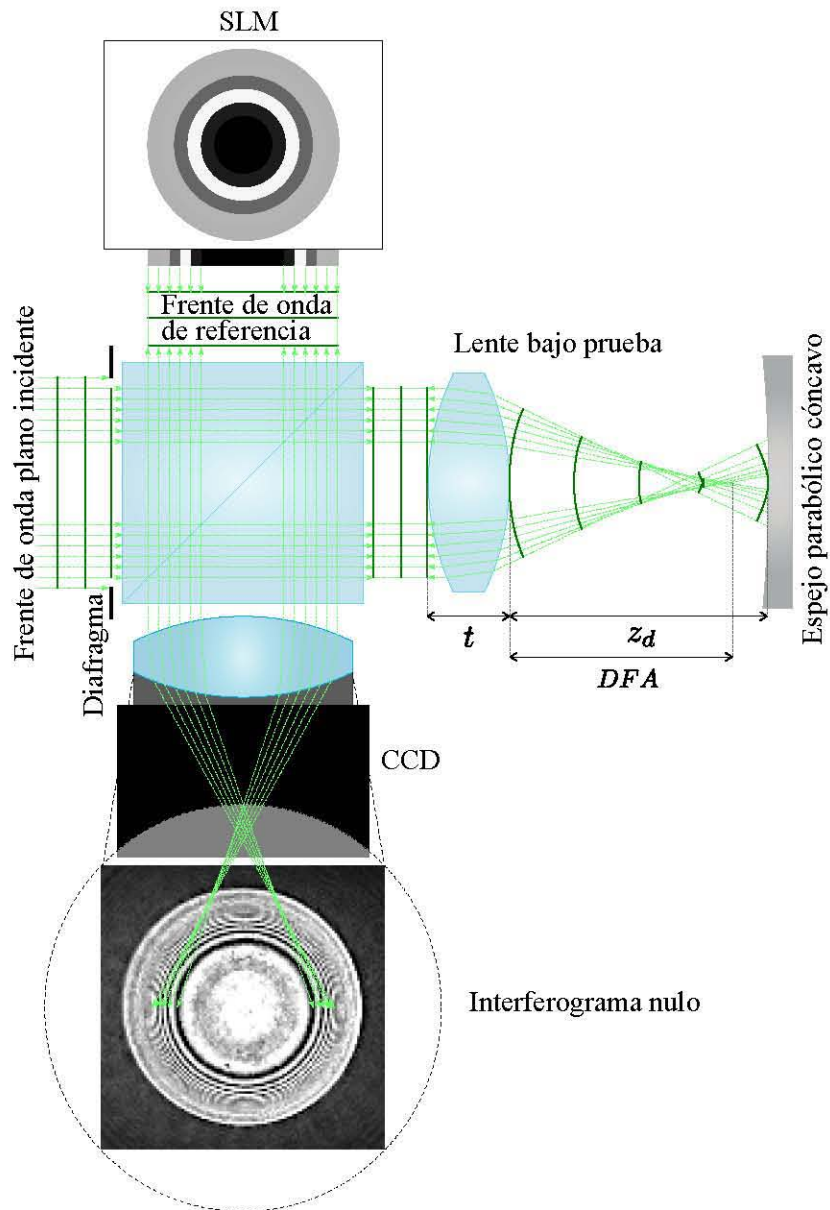


Fig. 3.1 Diagrama del interferómetro para evaluar una lente biconvexa usando pantallas nulas de fase.

3.1.1 Implementación del interferómetro Twyman-Green

El procedimiento que se llevó a cabo para obtener el anillo central máximo, consistió en realizar un muestreo posicional entre el espejo parabólico y la lente bajo prueba, utilizando una platina de desplazamiento donde se colocó el espejo parabólico. Primero se situó en una posición mayor a la distancia focal de la lente biconvexa, por lo que se realizaron desplazamientos

de $0,1\text{mm}$, con el propósito de obtener interferogramas conforme incrementaba el diámetro del anillo central, como se observa en la Fig. (1.3). De esta manera se dedujo lo siguiente, para cuando se situó a una distancia menor a la distancia focal de la lente biconvexa, es decir para $z_d < DFA$, se observó una cantidad conglomerada de anillos alrededor del máximo central y, conforme esta distancia aumentaba al alejarse de la lente, es decir, para distancias $z_d > DFA$, esta conglomeración de anillos fue decreciendo en la parte central como se observa en la Fig. (3.2). Sin embargo, en las zonas externas de los interferogramas, particularmente en la posición donde se observó el anillo central máximo, se encontró una alta densidad de anillos, debido a las diferencias de longitud de camino óptico que recorre el frente de onda exacto al ser reflejado por el espejo parabólico como se observa en la Fig. (3.1). Agregándole a esto, el orden en magnitud de los desplazamientos fueron alrededor de micras, concretamente longitudes de onda $[\mu\text{m}]$, por lo tanto la diferencia de longitud de camino óptico es muy grande en esta zona, observándose esta acumulación de franjas, las cuales fueron imperceptibles para el sensor *CCD*.

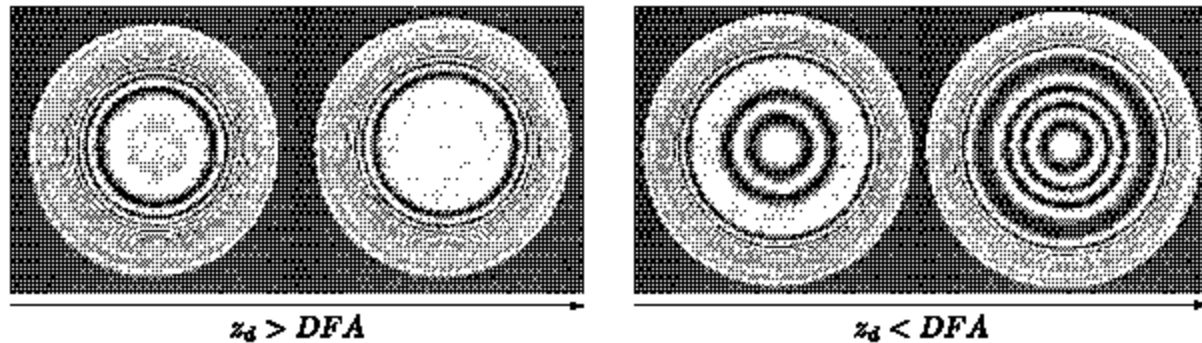


Fig. 3.2 Interferogramas obtenidos para una distancia inicial de $z_d > DFA$ entre la lente biconvexa y el espejo parabólico hasta una distancia final de $z_d < DFA$ en desplazamientos de $0,1\text{mm}$.

Al colocarse a una distancia cercana de la lente, esta conglomeración de anillos también aumentó siendo indistinguibles, puesto que la diferencia de longitud de camino óptico entre el espejo parabólico y el frente de onda exacto para esta zona fue mayor. Por tanto, esta longitud de camino óptico fue la responsable de generar varios anillos al ir decreciendo el anillo central máximo para $z_d < DFA$ como se observa en la Fig. (2.9), dado que el espejo parabólico es cóncavo para la distancia $t + DFA$, y no realiza la misma función para poder compensar la fase en esta zona que en la parte central. Sin embargo, si se llegara a considerar un espejo parabólico convexo, la longitud de camino óptico sería compensada en las zonas externas de los interferogramas y de esta manera lograr evaluar una mayor área de la lente bajo prueba.

Por lo anterior, se consideró la posición donde se observó un incremento en el máximo central, realizando un segundo muestreo alrededor de esta posición, es decir $-z_d - \Delta z \leq z_d \leq z_d + \Delta z$, cuyo desplazamiento mínimo permitido por la platina fue de $\Delta z = 500nm$. Utilizando el software del sensor *CCD* se colocó una referencia inicial, obteniendo así el número de píxeles aproximados en el diámetro del interferograma por medio de una circunferencia al haber desplazado el espejo parabólico hacia la lente bajo prueba y con ello, se observó el incremento del máximo central en la posición donde se obtuvo la formación de un anillo máximo en el centro, como se observa en la Fig. (3.3).

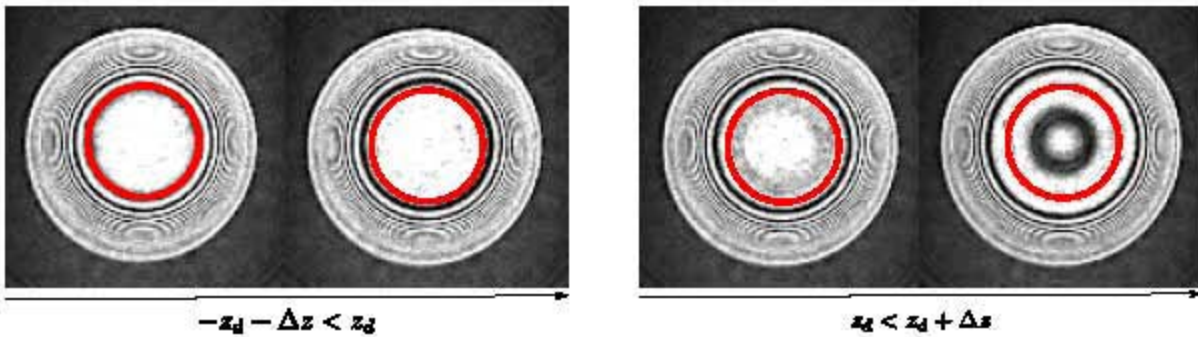


Fig. 3.3 Interferogramas de referencia generados por una lente biconvexa utilizando un espejo plano al recorrer una distancia $z_d + \Delta z$ el espejo parabólico de izquierda a derecha en desplazamientos de $\Delta z = 500nm$.

Al encontrar el anillo central máximo en la posición z_d para cuando los brazos del interferómetro se situaban cercanamente a distancias iguales, tanto el de referencia como el de prueba. El siguiente paso fue intercambiar el espejo plano por el modulador en la posición previamente caracterizada. Una vez hecho se colocó el modulador apagado realizando desplazamientos mínimos en el brazo de referencia, ya que se tenía la distancia óptima para la cual el espejo parabólico compensaba el frente onda refractado por la lente bajo prueba a una distancia z_d , obteniendo así el anillo central máximo. Por lo cual únicamente se tenía control sobre los tornillos micrométricos en donde se colocó el modulador, es decir, en desplazamientos longitudinales y transversales. Finalmente, al ajustar adecuadamente el modulador, se obtuvo el interferograma de referencia obtenido por el espejo plano, al considerar la referencia inicial. Después se encendió el modulador observando que se mantenía el diámetro del máximo central y de esta manera se obtuvo la posición z_d en el brazo de prueba.

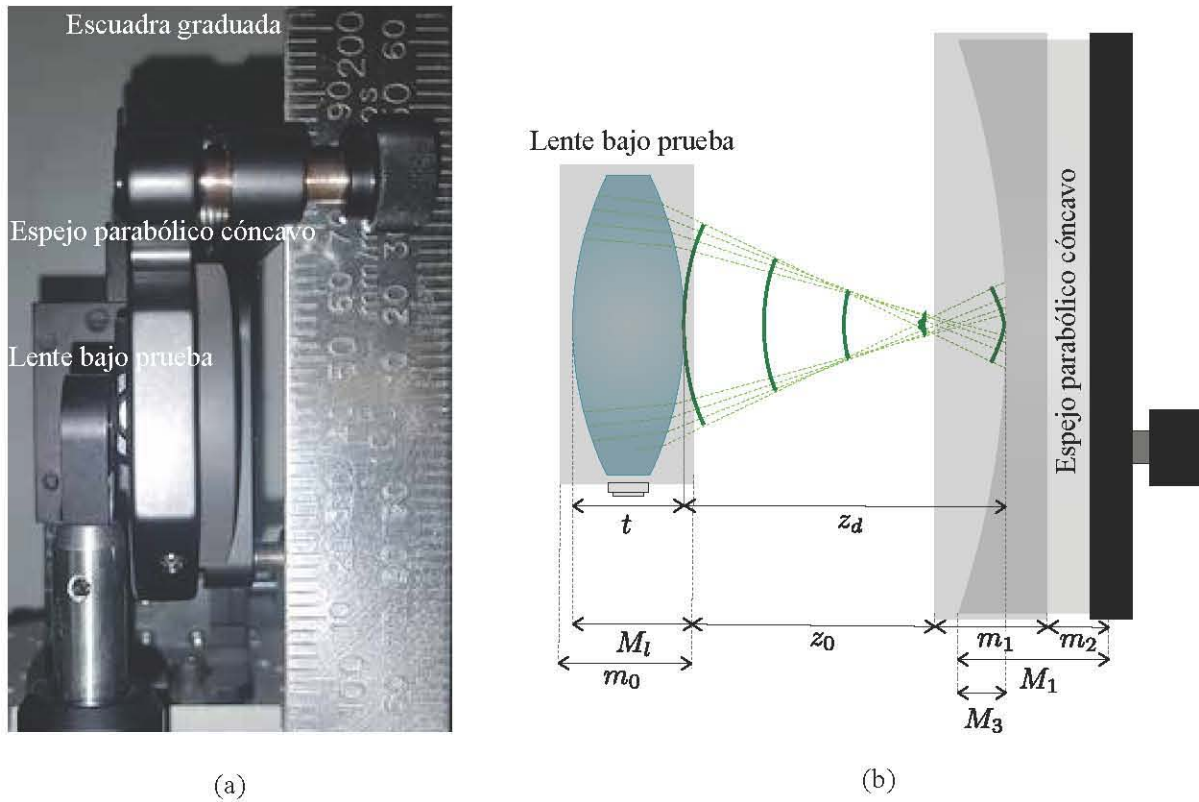


Fig. 3.4 (a) Imagen capturada para obtener la distancia de separación z_d , entre el espejo parabólico y la lente biconvexa bajo prueba. (b) Diagrama esquemático que muestra las distancias a considerar para obtener z_d .

Lo siguiente fue obtener cuantitativamente el valor numérico de z_d , por lo cual se optó en tomar una fotografía del brazo de prueba, la cual se muestra en la Fig. 3.4(a). Cabe mencionar que al principio de la alineación del sistema óptico, se garantizó que tanto el espejo parabólico como la lente biconvexa estuvieran lo más paralelas posible una con respecto la otra, por lo cual se ocupó una escuadra metálica graduada para la captura de la fotografía y después se analizará mediante el software *Tracker*, adquiriendo una medida de referencia por medio de la escuadra, la cual se definió en el software para obtener las distancias correspondientes que se presentan en la Fig. 3.4(b). Se consideró el espesor de la montura de la lente la cual definiremos como $M_l = m_0 - t$, donde $m_0 = 7\text{mm}$, t es el espesor de la lente, el espesor del espejo parabólico $M_e = m_1 + m_2 + M_3 - M_1$, donde $M_1 = 13,3\text{mm}$, $M_3 = 4,3\text{mm}$ y la distancia z_0 entre el espejo parabólico y la lente bajo prueba. Los datos anteriormente presentados, fueron recopilados por las especificaciones de ambas monturas y se obtuvo la siguiente relación para calcular z_d , esto es, $z_d = z_0 + M_l + M_e$ obteniendo así un promedio correspondiente a $z_d = [15,0462 \pm 0,5]\text{mm}$.

3.1.2 Análisis de Interferogramas

Luego de haber obtenido la distancia para la cual se observó el anillo central máximo, se realizó el análisis de los interferogramas correspondiente para esta distancia, es decir, del muestreo que se obtuvo en presencia de interferir el frente de onda reflejado con el de referencia. Para ello, se importó el interferograma capturado por el sensor *CCD* mostrado en la Fig. 3.5(a) asociado con la distancia z_d , después se convirtió en escala de grises y se binarizó el interferograma para valores entre 0 y 1, es decir, negro y blanco, respectivamente. Posteriormente, se procesó la imagen obtenida, de tal forma que se extrajeron los datos correspondientes para hacer uso de ellos y obtener el diámetro del anillo central máximo, binarizando la imagen, resultando así el número de píxeles para el anillo central máximo en el brazo de detección, el cual definiremos como $a_{max} = 112\text{ppx}$ correspondiente a la imagen de la Fig. 3.5(b).

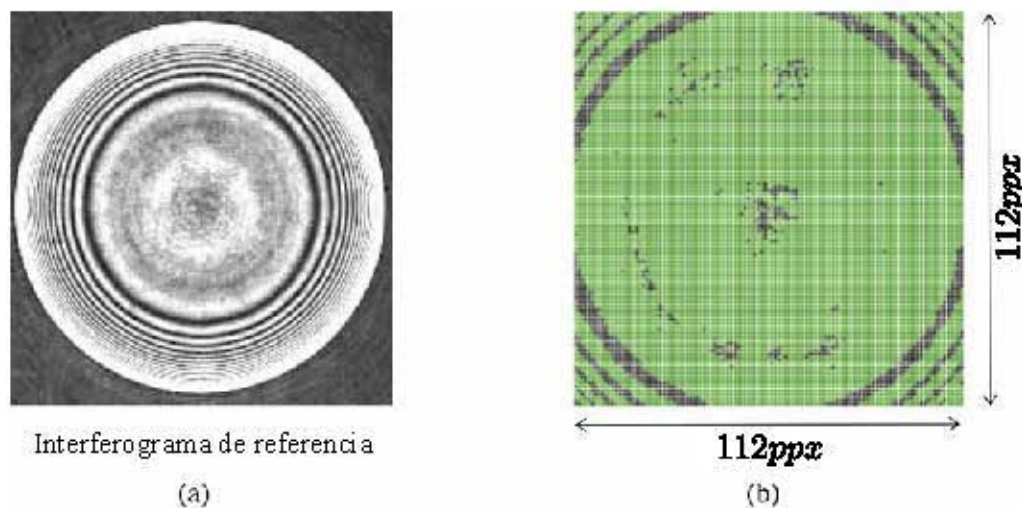


Fig. 3.5 (a) Interferograma de referencia para el diseño de las pantallas nulas de fase. (b) Interferograma generados mediante análisis de imágenes.

Encontrado a_{max} en el sensor *CCD*, lo siguiente fue obtener la correspondencia entre el número de píxeles a milímetros, para conocer el área evaluada de la lente, cuando se compensó el frente de onda exacto con ayuda del espejo parabólico obtenemos así el máximo central, puesto que la longitud de camino es mínima para esta zona. Se partió de una manera similar al análisis de los interferogramas, es decir, se capturó una imagen de referencia mostrando únicamente el área iluminada de la pantalla de cristal líquido del modulador (sin interferencia) obstruyendo el frente de onda plano incidente sobre la lente bajo prueba, como se muestra en la Fig. 3.6(a) obteniendo el número de píxeles del lado mayor $L_M = 634\text{ppx}$ y para el lado menor $l_m =$

472ppx de la imagen procesada como se muestra en la Fig. 3.6(b).

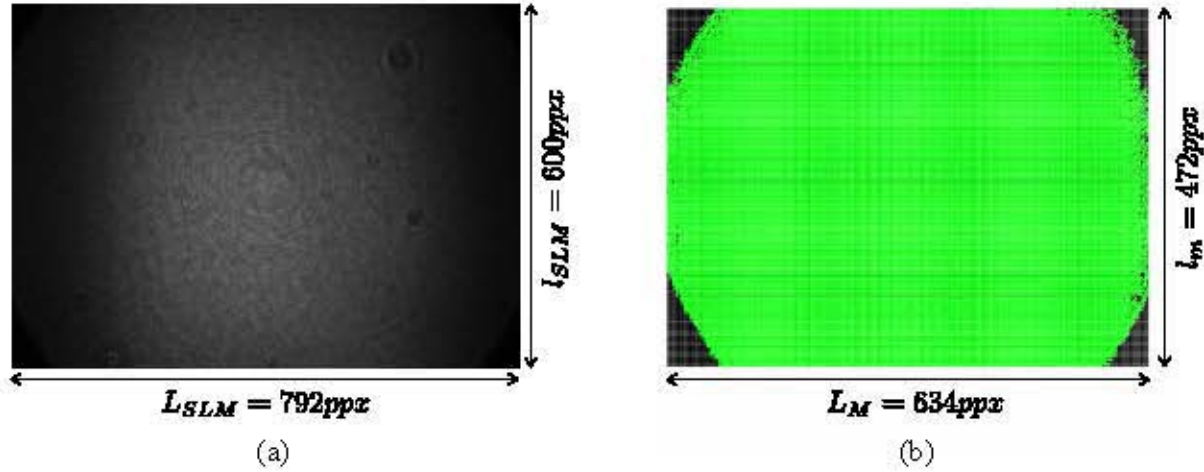


Fig. 3.6 (a) Imagen capturada del sustrato del modulador. (b) Imagen generada mediante análisis de imágenes.

De la Fig. 3.6(a), se observó un tipo de *ruido* en el centro correspondiente a los anillos de interferencia producidos por las múltiples reflexiones que se generaron en el sustrato del modulador, ya que está compuesto por diversas capas tal y como se observa en la Fig. (A.3) del Apéndice A. En otras palabras, las franjas son formadas por la interferencia entre los haces reflejados de las dos caras internas dentro del sustrato del modulador, por lo que este *ruido* tiene un comportamiento semejante al de un interferómetro de Fabry-Perot [54].

Obtenidas las dimensiones del modulador en el brazo de detección del interferómetro, se obtuvo una relación entre píxeles y milímetros, dado que el tamaño del píxel del modulador es de $20\mu m$, entonces el tamaño del píxel está directamente relacionado con el número de píxeles, es decir, *milímetros* [mm] = (*tamaño píxel* [mm/ppx]) (#*píxeles* [ppx]). Empleando la relación anterior se encontró el diámetro del anillo central máximo en *mm*, obteniendo así $anillo_{mm} = 2,24mm$. Después se realizó una diferencia entre el número de píxeles del modulador obtenidos por la imagen de la Fig. 3.6(a), con respecto a los proporcionados por el fabricante, los cuales corresponden a $l_{SLM} = 600ppx$ y $L_{SLM} = 792ppx$, únicamente se ocupó el lado menor, ya que se consideró la sección transversal de la lente biconvexa durante todo el proceso de refracción y el frente de onda en el Capítulo 2. Se obtuvo una diferencia de $l_{ppx} = l_{SLM} - l_m = 128ppx$, para cuando el frente de onda es refractado fuera de la lente a lo largo del eje óptico y reflejándose en el espejo parabólico a una distancia z_d , pasando por el divisor de haz e incidiendo en el sustrato del modulador reflejándose en dirección del brazo

de detección interfiriendo con el haz reflejado proveniente de la lente bajo prueba, como se muestra en las Figs. (3.1) y (3.7). Se calculó esta diferencia de tamaño entre el sistema de referencia del modulador físicamente con respecto al capturado por el sensor *CCD*, es decir, l_{ppx} es la cantidad que se sumaría al tamaño del *anillo_{mm}*. Por lo que se realizó la conversión de l_{ppx} a milímetros resultando $l_{mm} = 2,56mm$, es el tamaño del anillo central máximo capturado, al compensar el frente de onda refractado por la lente biconvexa simple. Por lo tanto, el anillo central máximo se calculó por medio de la siguiente relación $A_{max} = anillo_{mm} + l_{mm}$, obteniendo el valor de $A_{max} = 4,8mm$ el cual está representado en la Fig. (3.7). Este valor se ocupará para la realización de las pantallas nulas de fase, puesto que en esta zona la fase ya ha sido compensada por el espejo parabólico, de esta manera, necesitamos compensar a los anillos externos mediante la impresión de las pantallas nulas de fase en el modulador para diferentes niveles de gris. Por otra parte, al considerar el diámetro total de la lente biconvexa a evaluar, esto es, $D_T = 12,7mm$, está restringido por la montura de la lente, ya que el frente de onda plano incidente es obstruido debido a la montura y no incide totalmente en la púpila de entrada como se muestra en la Fig. (3.7), fue necesario sustraerle el espesor de la montura. De esta forma se obtuvo el diámetro de la lente biconvexa $D_m = 11mm$, condición que se ocupará para el diseño de las pantallas nulas de fase. Considerando esta condición, se tiene que la púpila de salida corresponde en mayor parte con el área de la pantalla de cristal líquido del modulador, que corresponde a $12mm$ para el lado menor.

3.1.3 Metodología para el diseño de las pantallas nulas de fase

Establecida la distancia z_d , cuya distancia fue donde se colocó el espejo parabólico cóncavo con respecto a la lente bajo prueba como se muestra en la Fig. (3.1), se ocupará para el diseño de las pantallas nulas de fase. Primero se calculó el frente de onda exacto incidente en el espejo parabólico cóncavo, es decir, de la Ec. (2.27) se impuso la distancia $d = z_d$ junto con los parámetros de diseño de la lente biconvexa a evaluar, obteniendo así el frente de onda exacto mostrado en el zoom de la Fig. (3.7).

Posteriormente se encontró de manera analítica el conjunto de puntos \mathcal{P}_{ep} que inciden sobre la superficie del espejo parabólico, de acuerdo a la aproximación del frente de onda exacto a segundo orden Ec. (2.28), el cual representa un frente de onda parabólico. Para ello, se obtuvo la ecuación paramétrica de la superficie del espejo parabólico considerando la ecuación de las cónicas definida por la Ec. (2.10) considerando $k_{ep} = -1$ y una translación para el vértice en

la coordenada Z , esto es, en $h = 0$, $\mathcal{V}_{ep} = Z_{fo\parallel}(0)$, donde $Z_{fo\parallel}(0)$ está evaluada en $d = z_d$ dada por la Ec. (2.27). De esta manera, la ecuación paramétrica del espejo parabólico está descrita por

$$\{Z_{ep}, Y_{ep}\} = \left\{ \mathcal{V}_{ep} + \frac{c_{ep}}{2} h^2, h \right\}. \quad (3.1)$$

donde el subíndice ep significa *Espejo Parabólico*, $c_{ep} = 1/R_{ep}$ es el radio de curvatura del espejo parabólico, k_{ep} la constante de conicidad, t_{ep} el espesor, \mathcal{V}_{ep} es el vértice del espejo parabólico a una distancia $d = z_d$ del frente de onda exacto incidente en la superficie del espejo y $-D_{ep} \leq h \leq D_{ep}$ con D_{ep} el diámetro del espejo parabólico. En la Tabla 3.1 se proporcionan las características explícitas del espejo parabólico cóncavo que se utilizó.

Catálogo Thorlabs®	R_{ep} [mm]	k_{ep}	D_{ep} [mm]	t_{ep} [mm]	DFE [mm]
CM508-038-P01	-76,2	-1	50,8	9	38,1

Tabla 3.1 Parámetros del espejo parabólico cóncavo.

A partir de las Ecs. (2.21) y (3.1) se resolvió para $\{z_a, y_a\}$, obteniendo el conjunto de puntos definidos como $\mathcal{P}_{ep} = \{z_{ep}(h_i), y_{ep}(h_i)\}$ de los rayos refractados fuera de la lente, los cuales incidieron y fueron reflejados sobre la superficie del espejo parabólico, por lo cual se obtiene

$$\{z_{ep}, y_{ep}\} = \left\{ \frac{\pm\sqrt{\Gamma}-1}{c_{ep}\tan[\delta_2]}, \mathcal{V}_{ep} + \frac{(\pm\sqrt{\Gamma}-1)^2}{2c_{ep}\tan^2[\delta_2]} \right\}, \quad (3.2)$$

donde se ha definido a $\Gamma = 1 + 2\{c_{ep}\tan[\delta_2][y_a + \tan[\delta_2](z_a - \mathcal{V}_{ep})]\}$. Se consideró el signo (+) de la Ec. (3.2), ya que el frente de onda se propaga hacia adelante de acuerdo al sistema de referencia empleado, además tanto las coordenadas $\{z_2, y_2\}$ como δ_2 se han definido anteriormente en las Ecs. (2.11) y (2.18), respectivamente. A partir de la Ec. (2.27) se obtuvo el conjunto de puntos de intersección entre los rayos refractados fuera de la lente con el frente de onda exacto, los cuales hemos definidos como $\mathcal{P}_{fo} = \{Z_{fo\parallel}(h_i), Y_{fo\parallel}(h_i)\}$, de considerar la distancia $d = z_d$ donde se colocó el espejo parabólico. Posteriormente se definieron las alturas incidentes a partir del máximo central A_{max} , obtenido por la interferencia entre el frente de onda reflejado por el espejo parabólico al haberse refractado por la lente biconvexa y el frente de onda de referencia del modulador. Con esto, las alturas iniciales estuvieron

dadas por $h_i \in [\pm A_{max}, \pm H]$ con $i = 1, \dots, n$, donde n representa el número de rayos incidentes y $H \in [-D_m/2, D_m/2]$ con D_m el diámetro limitado por la montura de la lente biconvexa, como se observa en la Fig. (3.7).

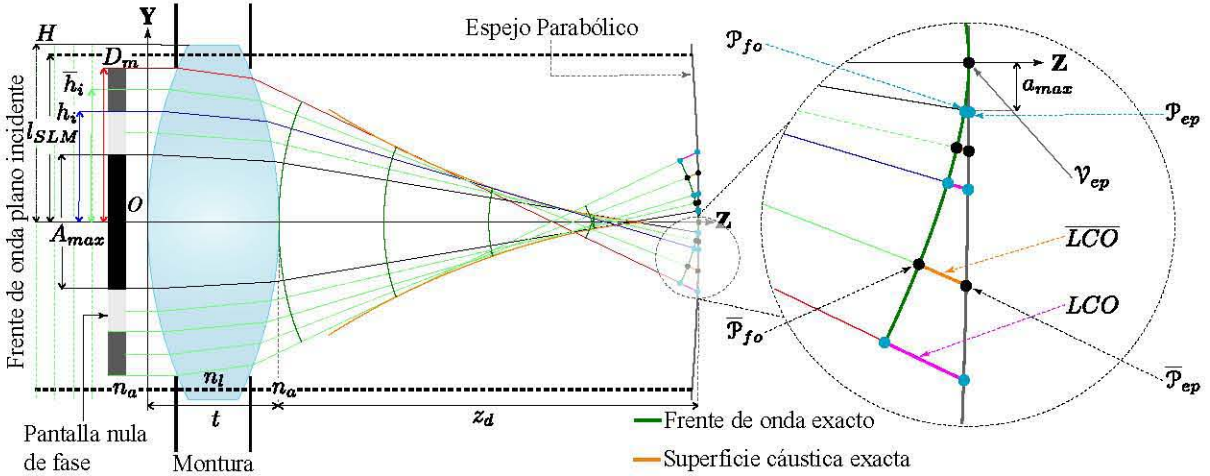


Fig. 3.7 Longitud de camino óptico entre el frente de onda exacto y el espejo parabólico cóncavo a una distancia z_d .

Calculados los puntos \mathcal{P}_{fo} y \mathcal{P}_{ep} , se obtuvo la diferencia de longitud de camino óptico entre el frente de onda exacto y el espejo parabólico cóncavo, es decir, $\Delta LCO(\mathcal{P}_{fo}, \mathcal{P}_{ep}) = 2n_a d(\mathcal{P}_{fo}, \mathcal{P}_{ep})$. Esta longitud es el doble de la distancia que recorre el haz al incidir y reflejarse sobre el espejo parabólico cóncavo, como se observa en las Fig. (3.7). Con esto, el valor de la diferencia de fase correspondiente para cada anillo en las pantallas nulas de fase se asocia a la distancia euclidiana $\Delta LCO(\mathcal{P}_{fo}, \mathcal{P}_{ep})$ la cual es directamente proporcional a la intensidad que le corresponde un retraso de fase para un nivel de gris I_{max} de donde se obtiene el máximo retraso de fase característico ϕ_{SLM} por el modulador y es inversamente proporcional para cierta longitud de onda λ , esto es

$$\Phi_{ng} = \left[\frac{I_{max} \phi_{SLM} n_a}{\lambda} \right] \Delta LCO, \quad (3.3)$$

donde la longitud de camino óptico está dada explícitamente por la siguiente ecuación

$$\Delta LCO = 2\sqrt{\mathcal{P}_{ep} - \mathcal{P}_{fo}}. \quad (3.4)$$

En particular, se consideraron los valores para el índice de refracción del aire $n_a = 1$, $I_{max} = 255$

está asociado a un retraso de fase para el nivel de gris $ng = 255$ que es una pantalla blanca y $\phi_{SLM} = 15\pi/8$ que corresponde el máximo retraso de fase del modulador asociado a este nivel de gris el cual, se caracterizó para la longitud de onda $\lambda = 543nm$, como se muestra en la Fig. (A.11) del Apéndice A.

La idea principal para diseñar las pantallas nulas de fase con base en lo anterior fue la siguiente, se consideraron dos rayos contiguos para formar un píxel y se colocó el centro del píxel tomando los promedios de los puntos del frente de onda exacto $\overline{\mathcal{P}}_{fo}$ y del espejo parabólico cóncavo $\overline{\mathcal{P}}_{ep}$ de considerar el diámetro del anillo central máximo A_{max} a partir del interferograma de referencia analizado en la Fig. (3.5) puesto que aquí no hay diferencia de longitud de camino óptico, por lo tanto $\overline{\Delta LCO} = 0$ y eso se traduce en una mancha blanca, es decir, *interferencia constructiva*. De esta manera, se realizó la partición de las alturas incidentes promedio como $\overline{h}_i = (h_{i-1} - h_i)/2$, donde $h_i \in [\pm A_{max}, \pm H]$ y H es el semidiámetro considerando la montura de la lente bajo prueba. Con lo anterior, se obtuvo un tercer rayo entre los dos rayos contiguos asociados al centro de un píxel, de tal manera, que en la posición z_d entre el frente de onda exacto y el espejo parabólico se definió un nivel de gris entre 0-1 ó de forma equivalente de 0-255 con los que cuenta el modulador espacial de fase empleando la Ec. (3.3) para la diferencia de longitud de camino óptico promedio $\overline{\Delta LCO}(\overline{\mathcal{P}}_{fo}, \overline{\mathcal{P}}_{ep})$ dado por la Ec. (3.4), como se muestra en la Fig. (3.7).

Así fue que se diseñaron las pantallas nulas de fase para la lente biconvexa esférica, cuyas constantes de conicidad fueron $k_1 = k_2 = 0$, el diámetro $D_m = 11mm$ considerando la montura de la lente y el índice de refracción $n_l = 1,5189(\lambda = 543nm)$ para el vidrio *N-BK7*. Los demás parámetros de diseño se encuentran en la Tabla 3.2.

Catálogo Thorlabs®	$R_1 = R_2$ [mm]	t [mm]	DFE [mm]	$F/\#$	z_d [mm]
LB1092-A	14,6	4,7	15	1,1811	15,0462±0,5

Tabla 3.2 Parámetros de una lente biconvexa para el vidrio *N-BK7*.

Considerando la distancia z_d obtenida en la Tabla 3.2, se diseñaron las pantallas nulas de fase manteniendo el mismo nivel de gris $ng = 0$ en el anillo central máximo, puesto que en esa zona la fase está compensada por el espejo parabólico y debido a esto se diseñaron las pantallas nulas de fase hacia los bordes de la lente bajo prueba, con la finalidad de aumentar el diámetro del anillo central a partir de los niveles de gris definidos por medio de la Ec. (3.3), los cuales se observan en la Fig. (3.8) para diferentes pantallas nulas entre 1 a 6 anillos.

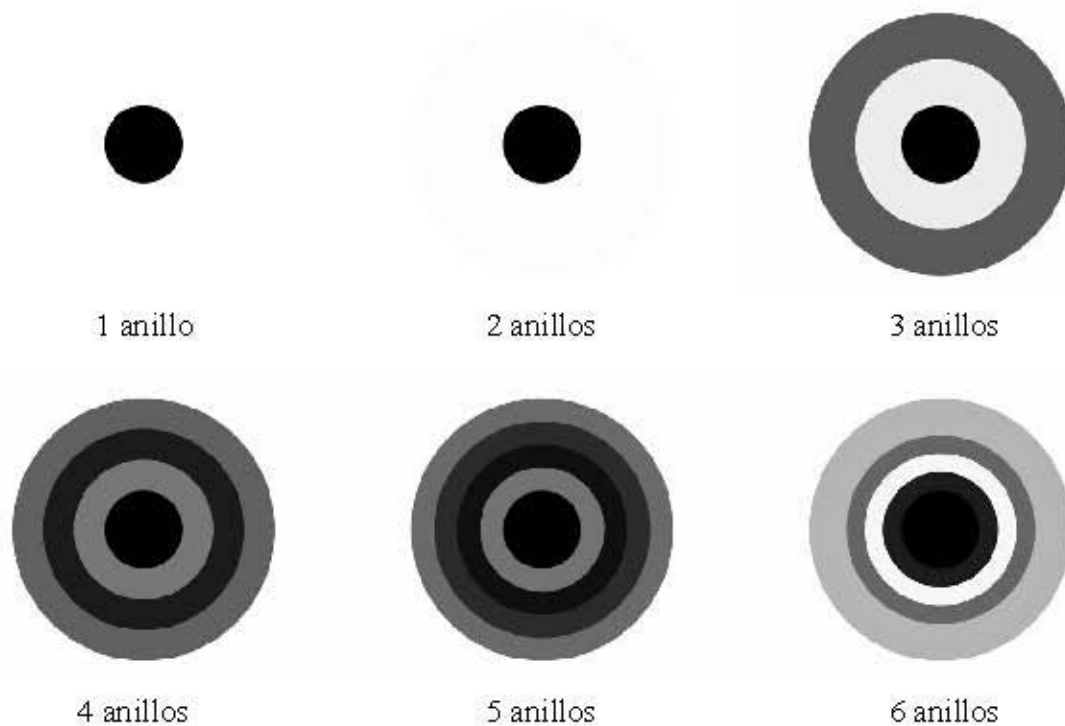


Fig. 3.8 Pantallas nulas de fase con diferentes números de anillos para una lente biconvexa **LB1092-A**.

Al elegir esta cantidad de anillos en la pantalla nula de fase, es una desventaja que otorga el modulador, debido a que la resolución es baja causado por el tamaño del píxel de $20\mu m$, el cual es muy grande y causa de esto, el software del modulador realiza un promedio discreto de píxeles sobre el frente de onda y no como un continuo para poder visualizar una franja. Sin embargo, al implementar el modulador en vez de los acetatos comerciales, la ventaja de esto se asocia a la respuesta del modulador, es decir, la rapidez con la que se imprimen las pantallas en tiempo real y al mismo tiempo, el cambio instantáneo entre una pantalla nula de fase para un cierto número de anillos a otra con diferentes números de anillos es en cuestión de segundos.

Capítulo 4

Desarrollo experimental

Diseñadas las pantallas nulas de fase para lentes biconvexas cuyos parámetros están presentados en la Tabla 3.2, se procedió a implementarlas en una prueba cuantitativa, esto se llevó a cabo en el laboratorio de Pruebas Ópticas del ICAT, UNAM. En este capítulo se implementará el arreglo experimental para la prueba con el modulador espacial de luz por reflexión y el espejo parabólico cóncavo, cuyo funcionamiento es compensar la fase para reducir el número de franjas producidas por la lente bajo prueba, de igual manera, los inconvenientes que surgieron debido a la alineación del montaje experimental. Finalmente se presentan los resultados experimentales de la prueba con pantallas nulas de fase.

4.1 Montaje experimental

Para implementar la prueba, se utilizó un láser Helio-Neón (*HeNe*) de 543nm modelo 30972 de Newport®; una montura para filtro espacial Edmund Optics®; un objetivo de microscopio de $10\times$ Newport®; un pinhole de $35\mu\text{m}$; dos diafragmas; un doblete acromático para colimar el haz láser con distancia focal efectiva de 400mm y $25,4\text{mm}$ de diámetro Thorlabs®; un divisor de haz no polarizado con razón 50 : 50 Edmund Optics®; un espejo parabólico cóncavo con distancia focal efectiva de $38,1\text{mm}$ y $50,8\text{mm}$ de diámetro Thorlabs®; el modulador espacial de fase por reflexión de la marca Hamamatsu mostrado en la Fig. (4.1), con una resolución espacial de $792\text{ppx} \times 600\text{ppx}$, una área activa de $16\text{mm} \times 12\text{mm}$ y un factor de llenado del 95%, y un sensor *CCD* con una resolución de $1280\text{ppx} \times 1024\text{ppx}$ y $5,95\text{mm} \times 4,76\text{mm}$, con una lente de distancia focal de 25mm Computar®.

Se llevó a cabo el procedimiento de alineación de todos los elementos ópticos, así se garantizó la propagación paralela a la mesa óptica que dio forma al eje óptico. Después se alineó el divisor de haz, de tal manera que en el brazo de referencia perpendicular al eje óptico incidiera en el centro de la pantalla de cristal líquido del modulador espacial de fase y en el brazo de prueba paralelo al eje óptico incidiera en el centro del espejo parabólico cóncavo. Luego de haber alineado el láser con el divisor de haz, se alineó la lente biconvexa en el brazo de prueba, de tal forma que la línea del haz láser incidiera en el centro.



Fig. 4.1 Modulador espacial de luz por reflexión de la marca *Hamamatsu LCoS X10468 Series*.

Se hizo pasar el haz del láser por el filtraje espacial por medio del pinhole y después se colocó el doblete acromático a su distancia focal efectiva para garantizar un frente de onda plano, el cual se comprobó utilizando un interferómetro de desplazamiento lateral como el de la Fig. 4.2(a), observando un arreglo de franjas de mismo tamaño al hacerle incidir un haz colimado como se observa en la Fig. 4.2(b), de igual manera se comprobó la colimación en cada uno de los brazos del divisor de haz. Para regular la intensidad del láser se ocupó el filtro de intensidad variable con la finalidad de evitar que el sensor *CCD* se saturara, como se muestra en la Fig. (4.3). Por lo cual, se colocó el espejo cóncavo a la distancia z_d proporcionada por la Tabla 3.2 en frente de la lente bajo prueba, donde la lente se situó a una distancia fija de

130mm con respecto al divisor de haz, de igual forma, a esta distancia se colocó el modulador en el brazo de referencia sumándole la distancia z_d del espejo. Y en el brazo de detección se colocó el sensor *CCD* donde fue posible observar el cambio de diseño de las pantallas nulas de fase en el modulador y capturar los interferogramas correspondientes. Como la prueba fue muy sensible, se requirieron instrumentos de precisión para manipular con facilidad los elementos ópticos, en particular, el espejo parabólico cóncavo el cual, se colocó sobre una platina de desplazamiento con dos grados de libertad **X-Y** y una resolución mínima de 500nm y a su vez sobre un riel mecánico Newport® que permitió el des-plazamiento paralelo del eje óptico **Z**. Adicionalmente, el sensor *CCD* se colocó sobre otra platina de desplazamiento, en este caso con tres grados de libertad como se observa en la fotografía de la Fig. (4.4). Por lo anterior, se alineó el modulador por medio de los tornillos micrométricos donde se colocó, como se muestra en la Fig. (4.1). Para esto, se creó una pantalla con forma de tablero de ajedrez, es decir, una máscara dividida en cuatro zonas, donde se colocaron los niveles de gris $ng = \{0, 1\}$ de manera alterna los cuales corresponden al negro y blanco, respectivamente. Se imprimió la máscara en el modulador como se aprecia en la Fig. 4.5(a) con el interferograma correspondiente.

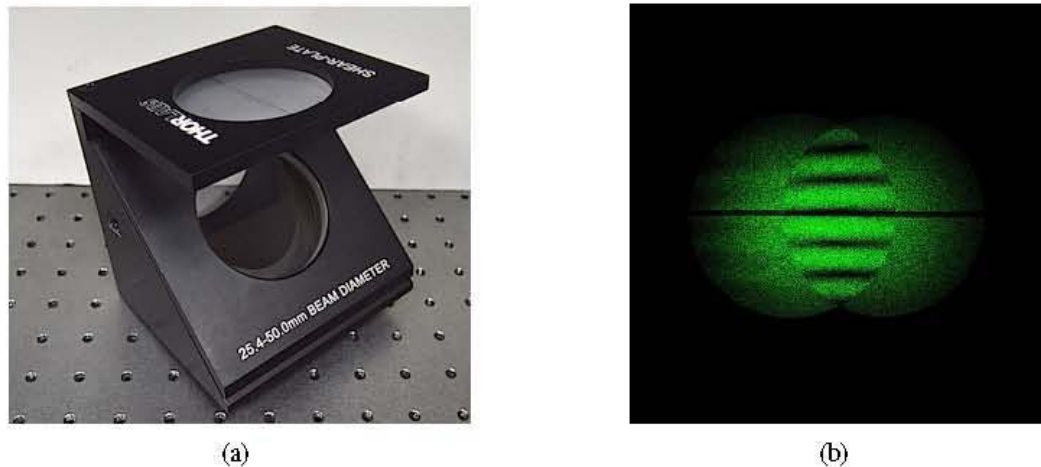


Fig. 4.2 (a) Interferómetro de desplazamiento lateral Thorlabs®. (b) Fotografía de la planicidad del frente de onda plano.

Al realizar lo anterior, se garantizaron dos cosas, la primera está relacionada con la alineación de todo el sistema óptico, en particular, el espejo parabólico y el modulador, de tal forma que el interferograma capturado por el sensor *CCD* quedara lo mejor alineado posible con

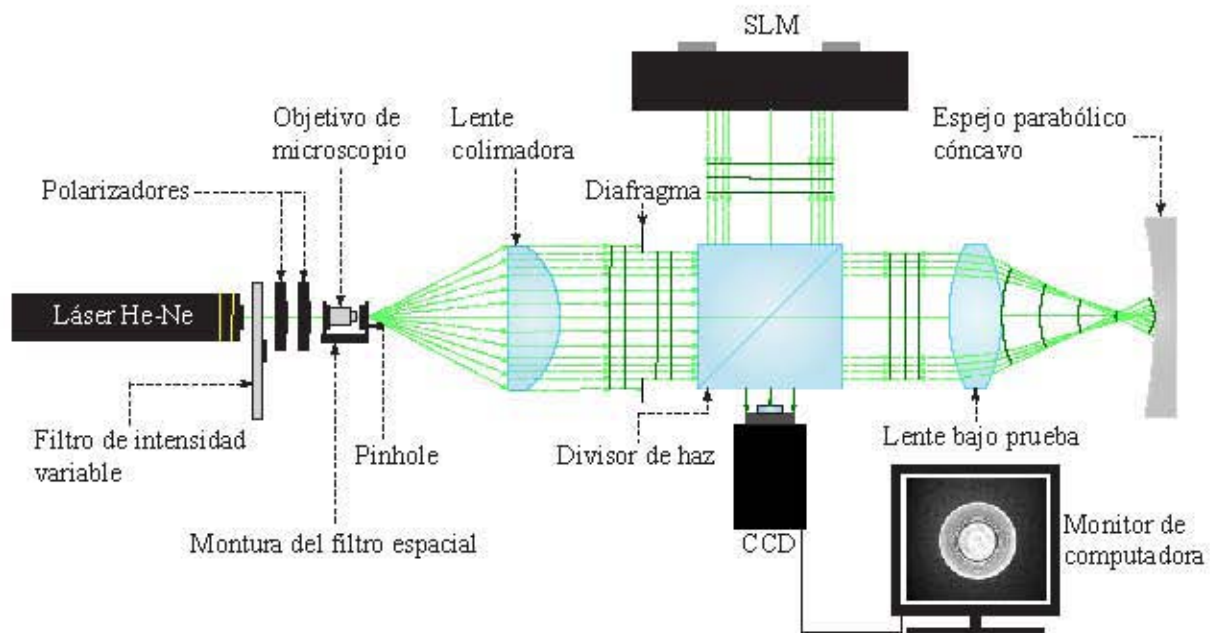


Fig. 4.3 Diagrama del arreglo experimental para la prueba con pantallas nulas de fase.

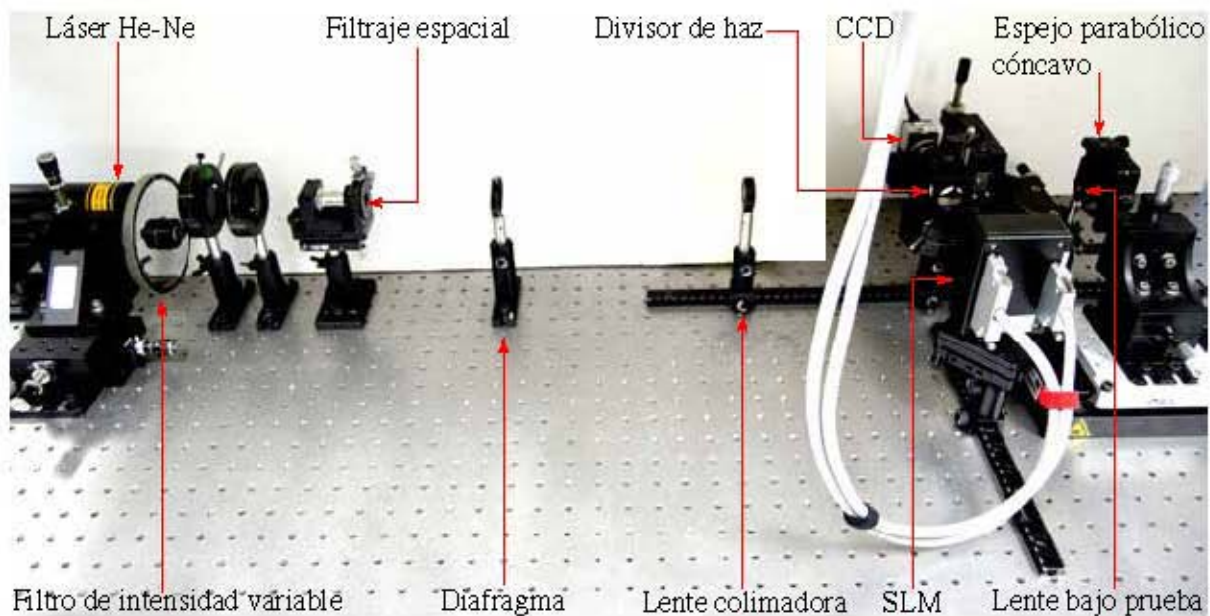


Fig. 4.4 Fotografía del arreglo experimental para la prueba de una lente con pantallas nulas de fase.

respecto a la máscara previamente diseñada. En segundo lugar, se imprimía simultáneamente una pantalla del diámetro del anillo central máximo asociado al nivel de $g_{ng} = 0$, donde no había un cambio de fase, con la finalidad de que el sistema óptico quedara lo mejor alineado

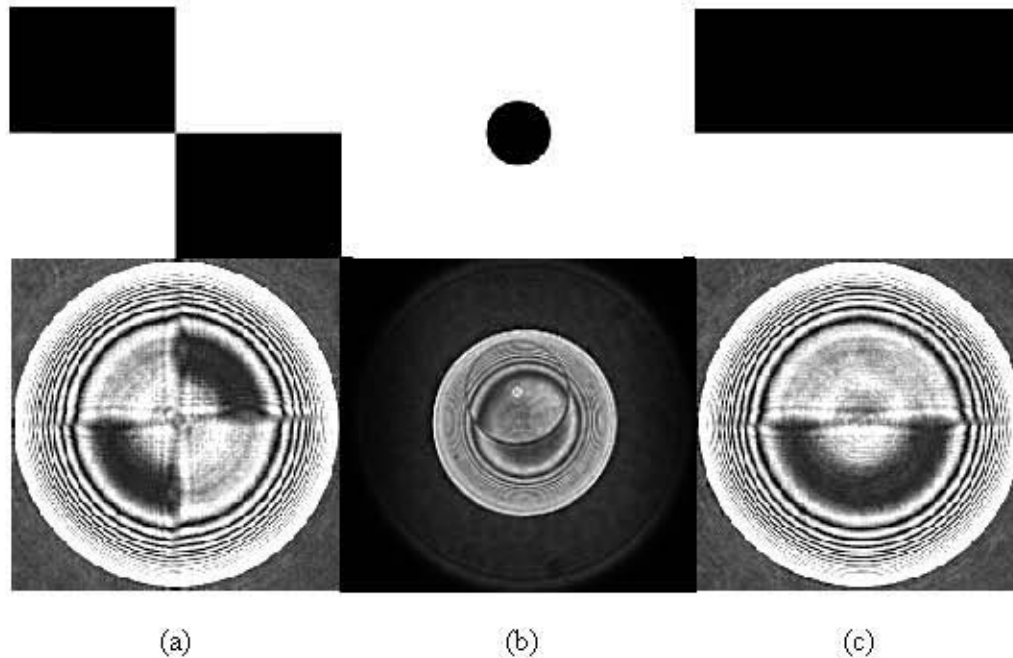


Fig. 4.5 (a) Alineación del sistema óptico al imprimir una pantalla con forma de tablero de ajedrez. (b) Desalineación del sistema óptico, empleando una pantalla del diámetro del anillo central máximo. (c) Cambio en la fase para un nivel de gris $n_g = 255$.

con respecto al centro de la pantalla de cristal líquido del modulador, como se puede observar en la Fig. 4.5(b) justo antes de finalizar la alineación. Finalmente, de todo el procedimiento que se llevó a cabo, se concluyó que hay un cambio de fase al imprimir las máscaras con distintos niveles de gris en el modulador, tanto en el de la Fig. 4.5(a) como la de la Fig. 4.5(c), corroborando así, el funcionamiento del modulador, es decir, hubo un cambio de fase para cuando las zonas blancas se convertían a negras para $n_g = 1$ y para $n_g = 0$, las zonas blancas se mantenían constantes, por lo tanto no había cambio de fase.

4.2 Resultados de la prueba de pantallas nulas de fase

En esta sección se implementó la prueba por pantallas nulas de fase, las cuales se obtuvieron anteriormente en la Fig. (3.8) para la lente biconvexa a evaluar, cuyos parámetros de diseño se enlistaron en la Tabla 3.2. Dichas pantallas representan anillos concéntricos debido a que la lente biconvexa cuenta con simetría de revolución con respecto al eje óptico, estas fueron impresas en el modulador para diferentes niveles de gris entre 0 – 255. De acuerdo

al procedimiento que se realizó para el diseño de las pantallas y el análisis de imágenes, se calculó el área proveniente de la lente bajo prueba, donde la fase fue compensada por el espejo parabólico cóncavo, obteniendo así el anillo central máximo y el porcentaje de la lente que se evaluó cuyos parámetros de diseño fueron presentados en la Tabla 3.2. Asimismo se calculó el coeficiente de aberración esférica proporcionado por la Ec. (2.36), el cual se muestra en la siguiente Tabla 4.1.

Catálogo Thorlabs®	A_{max} [mm]	%	b_1 [mm]
LB1092-A	4,8	87,27	$1,035 \times 10^{-4}$

Tabla 4.1 Resultados obtenidos para el tamaño del anillo central máximo y el coeficiente de aberración esférica b_1 .

Como ya se mencionó, si las condiciones son óptimas en la implementación del interferómetro Twyman-Green, la longitud de camino óptico tanto del brazo de prueba como el de referencia deberían ser iguales y por tanto obtener una mancha de luz uniforme asociada a una franja central de interferencia muy grande, resultado de la interferencia entre el frente de onda refractado por la lente bajo prueba y el ser reflejado por el espejo parabólico cóncavo con el frente de onda de referencia del modulador. Se colocó el nivel de gris $ng = 0$ para no obtener un retraso de fase en el anillo central máximo, puesto que en esta zona la fase se encuentra compensada por la forma del espejo parabólico y, a partir de las pantallas que se diseñaron, las cuales se encuentran en la Fig. (3.8), nuestro objetivo fue lograr un incremento en el diámetro del anillo central máximo A_{max} por medio de los niveles de gris asignados a los anillos de dichas pantallas. De esta manera indicaría que tanto la forma del espejo parabólico como los niveles de gris asociados al modulador se estaría compensando la fase de manera satisfactoria a causa de estos dos elementos ópticos. Por lo anterior, se obtuvieron los interferogramas para diferente número de anillos, los cuales se muestran en la Fig. (4.6) para la lente biconvexa **LB1092-A**. El número de anillos máximo empleados fueron de 6 anillos y para generar un anillo, el software necesita de un número de píxeles para lograr formarlo, debido a la baja resolución del modulador causado por el tamaño del píxel ya que es muy grande, esto es, para un número mayor de anillos, el interferograma capturado no fue de buena resolución, debido a la superposición del número de anillos en las pantallas impresas en el modulador con los anillos del interferograma capturado, esto se observó para pantallas con un número de anillos mayor a 6.

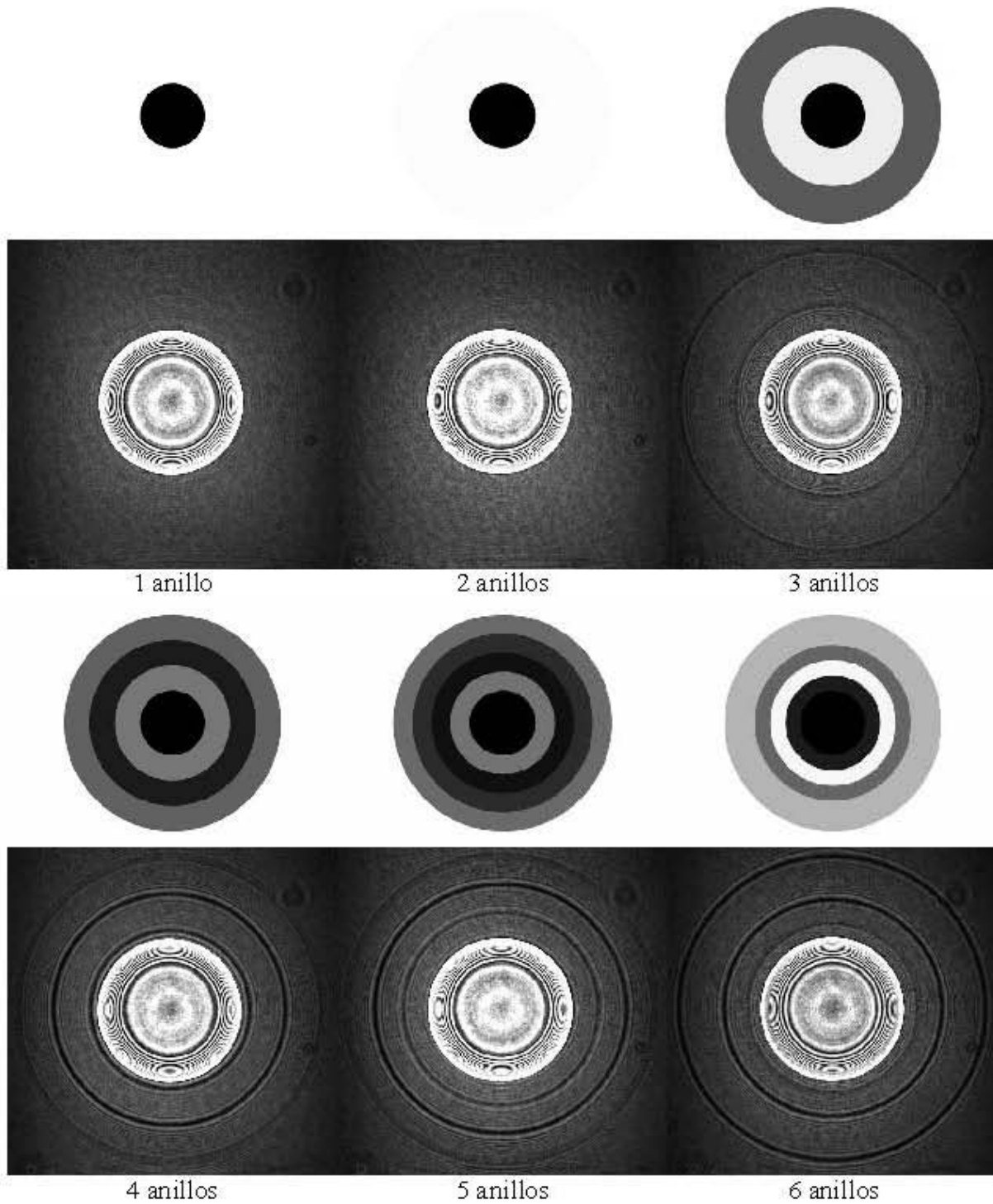


Fig. 4.6 Interferogramas obtenidos mediante la prueba de pantallas nulas de fase para una lente biconvexa **LB1092-A** a una distancia $z_d = [15, 0462 \pm 0, 5]mm$.

Para dicha pantalla fue notorio la contribución de los niveles de gris impresos en el modulador al observar una disminución del diámetro en el anillo central máximo, como se puede observar para el segundo anillo con el nivel de gris $ng = 0$ que contribuye de mane-ra sobresaliente, y así sucesivamente para los demás anillos. Debido a esto no incrementó el máximo central, sino que disminuyó, lo cual podría deberse al software, ya que lo interpretó como un solo nivel de gris. En contraparte, donde si se observó una contribución significativa en el diámetro del máximo central fueron para las pantallas con 1, 2, y 3 anillos, en comparación con la de 4 y 5 anillos que son imperceptibles en el interferograma.

Para cuantificar lo anterior, se realizó el análisis de imágenes como en el Capítulo 3, de tal forma que se obtuvieron los imágenes procesadas para conocer el número de píxeles en cada uno de los interferogramas, los cuales correspondieron para las 6 pantallas nulas de fase que se diseñaron, como se observa en la Fig. (4.7). Posteriormente se realizó la conversión de $ppx \rightarrow mm$ para conocer que tanto aumentó ó disminuyó el anillo central máximo al imprimir las diferentes pantallas nulas de fase con respecto al interferograma de referencia mostrado en la Fig. (3.5), y de acuerdo a la descripción cualitativa previamente descrita. Por lo cual se obtuvieron las siguientes mediciones para el anillo central máximo A_{max} recopilados en la Tabla 4.2.

No. Anillos	$anillo_{mm}[mm]$	$A_{max}[mm]$	%
1	2,38	4,94	89,81
2	2,34	4,9	89,09
3	2,32	4,88	88,72
4	2,3	4,86	88,36
5	2,34	4,9	89,09
6	2,28	4,84	88

Tabla 4.2 Datos obtenidos para el anillo central máximo en función del número de anillos de las pantallas nulas de fase.

De la Tabla 4.2 se obtuvo para la pantalla nula de fase de un anillo un valor de $A_{max} = 4,94mm$ en el anillo central, es decir, aumentó $0,14mm$ en comparación con el anillo central máximo de referencia mostrado en la Fig. (3.5). Por otra parte, para la pantalla nula de fase de 6 anillos aumentó $0,04mm$ que, a simple vista no fue notorio en la descripción cualitativa, pero si se cuantificó al momento de procesar el interferograma; en relación con la pantalla de un sólo anillo se encontró una diferencia de la zona central de $0,1mm$ con la de 6 anillos. Siendo la

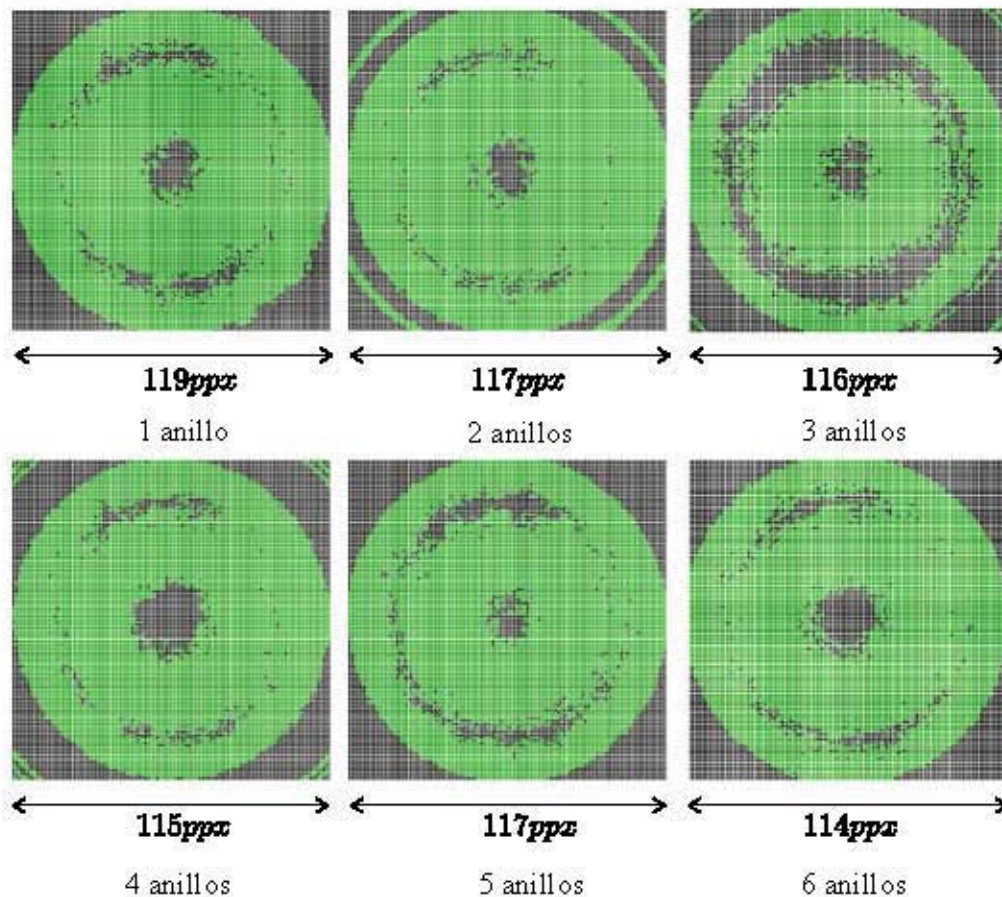


Fig. 4.7 Interferogramas binarizados para diferentes números de anillos asociados a las pantallas nulas de fase para la lente biconvexa LB1092-A.

pantalla de un anillo la que compensa la fase de una manera relevante y por ende, al tener menor cantidad de anillos, sólo contribuye la zona central para forzar a los anillos externos un desplazamiento considerable, contribuyendo el nivel de gris asociado al anillo central máximo en la pantalla nula impresa en el modulador. Además, se debe considerar que cada píxel debe estar asociado a dos rayos contiguos en el plano de incidencia y en el plano donde son reflejados sobre la superficie del espejo parabólico como se muestra en la Fig. (3.7) para el diseño de las pantallas nulas de fase, esto significa que se debe considerar el posicionamiento, ya que si se ha calculado un píxel pero sí el arreglo experimental es desplazado entonces se sitúa en un punto donde no se está compensando la fase, debido a que dos rayos contiguos estarían separados, por lo cual no sería un píxel entero, si no fracciones de píxel, puesto que no es un continuo, ya que un píxel está definido de manera discreta y por ello, en la frontera

de cada anillo está asociado en estas fracciones de píxeles, los cuales están definidos para un nivel de gris particular. Un punto a destacar en los interferogramas obtenidos es el siguiente, el tamaño de los interferogramas obtenidos con respecto al diseño de las pantallas impresas en el modulador está relacionado con dos cosas, la primera de ellas, es la posición z_d del espejo parabólico en la cual se obtuvo la fase compensada en el anillo central máximo, es decir, las longitudes de camino óptico son muy pequeñas de tal forma que tienden a cero, lo que quiere decir que no hay retraso de fase para el nivel de gris empleado en el diseño de las pantallas nulas de fase como se encontró en la Ec. (A.4) en el Apéndice A. Además se le asocia el comportamiento del frente de onda para la distancia $z_d > DFA$, ya que el frente de onda exacto es cóncavo y por ende la forma con la que compensa la fase el espejo parabólico se ve significativa en el diámetro del anillo central máximo, sólo para cuando las alturas incidentes \bar{h}_i tienen un valor de $-A_{max} \leq \bar{h}_i \leq A_{max}$ como se muestra en la Fig. (3.7).

En contra parte, para cuando las alturas incidentes tienden a los rayos marginales, es decir, $\bar{h}_i \rightarrow \pm D_m$, estos son divergentes de considerar la longitud de camino óptico entre el frente de onda exacto y la aproximación de éste, el cual está relacionado directamente con la superficie del espejo parabólico cóncavo, debido a que la aproximación resultó ser un frente de onda parabólico mostrado en la Fig. (2.14). Al diverger de esta forma el frente de onda se encuentra con el brazo de detección, donde se capturaron los interferogramas por medio del sensor *CCD* y su respectiva lente para enfocar esta propagación de rayos, estos se abren de tal manera que solamente se observa la zona iluminada de los interferogramas como se muestra en la Fig. (3.1). Por lo cual, los anillos externos de las pantallas diseñadas se encuentran en la parte externa del sensor con respecto a la gran densidad de anillos que se obtuvieron en los interferogramas de la Fig. (4.6), esto fue causado por la longitud de camino óptico que es del orden de longitudes de onda (nm) como se encontró en la caracterización del modulador en el Apéndice A, puesto que en esta zona es muy estrecha, la separación entre la cantidad de anillos externos se acumulan mostrando una alta densidad de franjas de interferencia en los interferogramas capturados, presentándose así el fenómeno de *alisamiento*. Además de esto, es importante señalar que en el máximo central de todas las pantallas que se binarizaron de la Fig. (4.7), cuentan con una pequeña mancha oscura en el centro, la cual fue provocada por los movimientos mecánicos de las platinas de desplazamiento observándose un cambio de fase, es decir de una mancha blanca a una oscura, en particular, en la platina donde se colocó el espejo parabólico, ya que su funcionamiento no es un paso continuo, sino que es un retroceso en el mecanismo causado por espacios entre los engranajes que conforman a la platina de des-

plazamiento, lo que nos lleva a que son desplazamientos discretos ó escalonados y por esto al contar con un desplazamiento mínimo de $500nm$, esto provocó que en la frontera donde se presentó la fase compensada A_{max} , no se mantuviera constante (blanco a negro) en el momento de realizar estos pequeños movimientos debido a la sensibilidad en el orden de nanómetros. Otro factor importante de considerar, además de la alineación del sistema óptico, es la calidad óptica de la superficie de referencia, en este caso, el espejo parabólico que se utilizó, según el fabricante tiene $\lambda/4(633nm)$ sobre la irregularidad en la superficie. Otro punto importante es la fuente de luz a utilizar ya que, en este caso se ocupó un láser monocromático, entonces, para mejorar este experimento se recomienda utilizar una fuente de luz estable, coherente y monocromática para que la prueba interferométrica sea más eficiente y de esta manera contar con una intensidad lo más constante que se pueda. Adicionalmente la sensibilidad para realizar interferometría es muy sensible a las ondas sonoras y a las más pequeñas vibraciones mecánicas que llegaran a alterar la dinámica del experimento, incluyendo el mismo peso de la persona quién se encuentre a cargo de realizar la prueba como los alrededores del lugar de trabajo.

4.3 Reconstrucción del frente de onda de referencia

El frente de onda de referencia obtenido en la Fig. (3.5) es una proyección en el plano $\mathbf{X-Y}$, entonces para obtener la elevación en la dirección \mathbf{Z} se empleó la siguiente relación, $z = m(\lambda/2)$ donde $m \in \mathbb{Z}$ asociado a las franjas de interferencia, iniciando en $m = 0$ para el anillo central máximo A_{max} para la longitud de onda $\lambda = 543nm$. Recurriendo al análisis de imágenes, se obtuvieron los datos que están relacionados con los mínimos de interferencia en \mathbb{R}^2 como se muestra en la Fig. (4.8), y sumándole la coordenada \mathbf{Z} de considerar la conversión de $ppx \rightarrow mm$, se obtuvieron los puntos que se muestran en la Fig. (4.9). Al medir un frente de onda en un sistema óptico, la altura h de los rayos incidentes asociados a la imagen, se considera constante de acuerdo a la Ref. [55]. Para este caso, *Kingslake* propuso usar un polinomio con coeficientes de aberración primaria para el frente de onda el cual está dado por

$$\mathcal{W}(x,y) = \mathcal{A}(x^2 + y^2)^2 + \mathcal{B}y(x^2 + y^2) + \mathcal{C}(x^2 - y^2) + \mathcal{E}(x^2 + y^2) + \mathcal{F}x + \mathcal{G}y + \mathcal{H}, \quad (4.1)$$

donde \mathcal{A} es el coeficiente de aberración esférica, \mathcal{B} es el coeficiente de coma, \mathcal{C} es el coeficiente de astigmatismo, \mathcal{E} el coeficiente de Defoco, \mathcal{F} es el coeficiente de inclinación sobre el eje \mathbf{Y} (desplazamiento de la imagen sobre el eje \mathbf{X}), \mathcal{G} es el coeficiente de inclinación sobre el eje \mathbf{X} (desplazamiento de la imagen sobre el eje \mathbf{Y}) y \mathcal{H} es el coeficiente de pistón ó término constante.

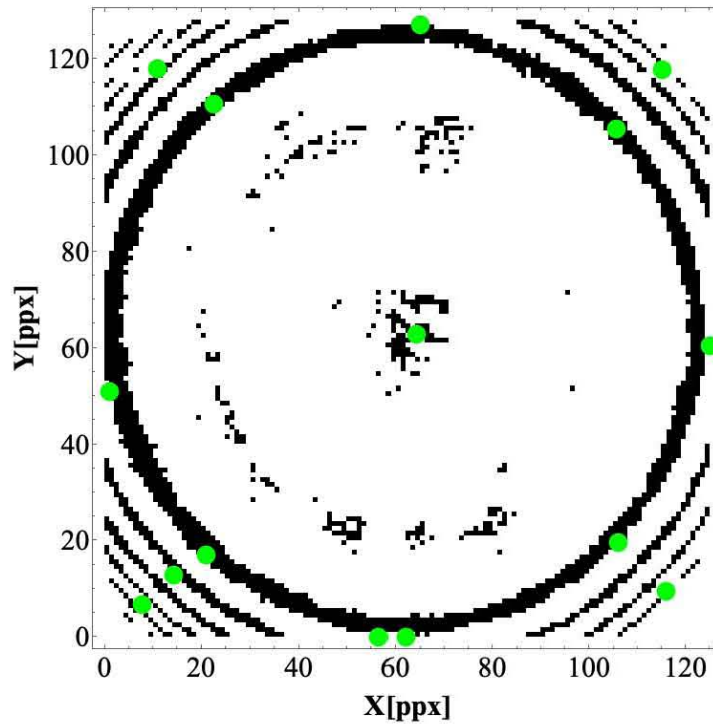


Fig. 4.8 Míminos de interferencia extraídos del interferograma de referencia.

Se realizó un ajuste de mínimos cuadrados empleando la Ec. (4.1) a los datos obtenidos en la Fig. (4.10) para un coeficiente de correlación $R^2 = 0,90315$ se obtuvo

$$\begin{aligned}
 \mathcal{W}(x,y) = & [7,44126 \times 10^{-6} \pm 0,00001](x^2 + y^2)^2 - [1,11466 \times 10^{-4} \pm 0,00019]y(x^2 + y^2) \\
 & - [3,9545 \times 10^{-4} \pm 0,00074](x^2 - y^2) + [4,9019 \times 10^{-4} \pm 0,00015](x^2 + y^2) \\
 & - [9,4853 \times 10^{-4} \pm 0,00562]x - [3,5825 \times 10^{-3} \pm 0,00111]y \\
 & + [8,6945 \times 10^{-3} \pm 0,01078].
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

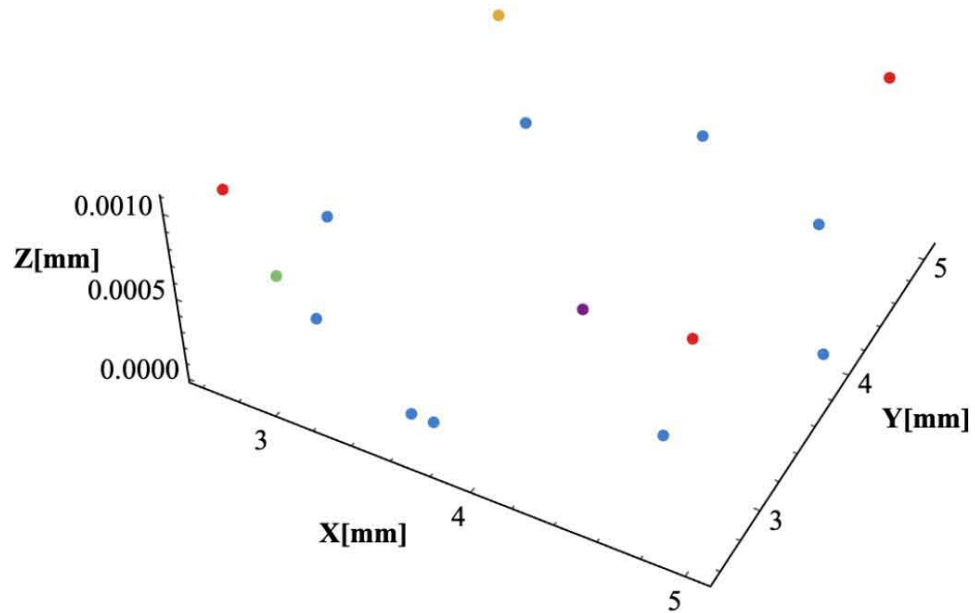


Fig. 4.9 Datos experimentales relacionados con los mínimos de interferencia del frente de onda de referencia.

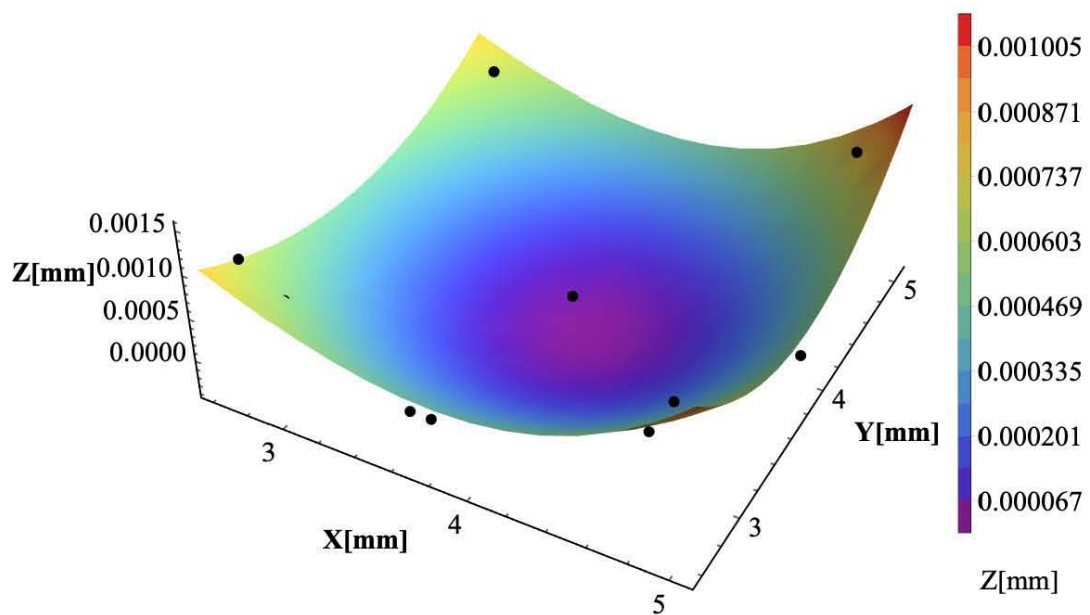


Fig. 4.10 Ajuste del frente de onda con aberraciones primarias en \mathbb{R}^3 .

Los coeficientes de aberración primaria son diferente de cero y de acuerdo a la Ref. [55, 56], se dedujo lo siguiente, para cada uno de los coeficientes asociados al ajuste del frente de onda obtenido en la Ec. (4.2) se obtuvo aberración esférica positiva $A = [7,44126 \times 10^{-6} \pm 0,00001]$, esto es, en la Fig. (3.7) los rayos marginales se enfocan antes que los rayos paraxiales, sumándole que el orden de magnitud es dos veces menor en comparación con el obtenido de la Tabla 4.1 de considerar el coeficiente de aberración esférica a tercer orden b_1 de la Ec. (2.36). Se debió a que el frente de onda exacto se compensó a partir de la forma del espejo parabólico, el cual fue cóncavo para la distancia donde la diferencia de longitud de camino óptico fue nula en el anillo central del interferograma de referencia de la Fig. (3.5). Por otra parte, se obtuvo el coeficiente de coma, el cual estaría asociado a la desalineación de la fuente de luz en la dirección del eje **Y** induciendo astigmatismo a la prueba interferométrica. Y la aberración de defoco indica una ligera desalineación tanto en el frente de onda del espejo parabólico como el de referencia generado por el modulador, es decir, no coinciden en el mismo vértice. Por

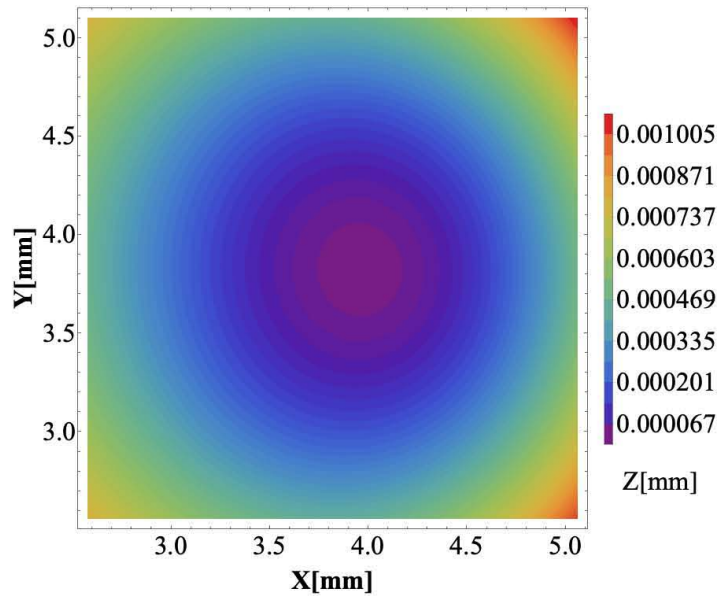


Fig. 4.11 Mapa de contornos para mostrar las aberraciones del frente de onda.

último, para los coeficientes lineales y constante, se atribuyen a desalineaciones del sensor *CCD* en el interferómetro empleado, asociados a las inclinaciones tanto en el eje **X** como en el eje **Y**, y el término constante relacionado a la desalineación del sensor. Para obtener una mejor visualización para cada uno de los coeficientes de aberración primaria, se realizó una proyección en el plano **X-Y**, obteniendo así un mapa de contornos presentado en la Fig. (4.11).

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

Se implementó un método geométrico considerando un trazo exacto de rayos para obtener la superficie cáustica y su aproximación en serie de Taylor a tercer orden, con lo cual se derivó el coeficiente de aberración esférica a tercer orden en función de todos los parámetros de diseño de una lente biconvexa. Además, se obtuvo el frente de onda refractado de una lente biconvexa utilizando el principio de Huygens considerando un frente de onda plano propagándose a lo largo del eje óptico. De igual forma se realizó una expansión en serie de Taylor a segundo orden, con lo cual se obtuvo un frente de onda parabólico y que no depende de las constantes de conicidad, puesto que solo depende de las distancias focales anterior y efectiva. Al considerar la involuta de la superficie cáustica, se obtuvo una aproximación alterna del frente de onda a un orden superior, el cual lleva toda la información de los parámetros de diseño de una lente biconvexa y a su vez contiene el coeficiente de aberración esférica a tercer orden con lo cual permite cuantificar de una mejor manera los parámetros de diseño de la lente. Asimismo se obtuvo otra expansión en serie de Taylor a cuarto orden, el cual está intrínsecamente relacionado con el frente de onda parabólico a segundo orden y están relacionados con curvas paramétricas, es decir, parábolas las cuales dependen de las características de la lente biconvexa a evaluar.

Se realizaron las pantallas nulas de fase mediante un análisis exhaustivo al considerar un espejo parabólico cóncavo como primer aproximación del frente de onda exacto, permitiendo compensar la fase obteniendo un patrón de interferencia de anillos concéntricos, donde el máximo central fue la base para realizar dichas pantallas para diferentes niveles de gris y éstas fueron impresas en el modulador de fase. Por lo cual se permitió aumentar el patrón de interferencia para pantallas nulas de fase de hasta 6 anillos. Se obtuvieron resultados que

cuantitativamente indicaron el comportamiento de la fase para un número menor de anillos en las pantallas nulas de fase, observando el incremento del diámetro del anillo central máximo al considerar que no hay cambio de fase para un nivel de gris 0, por lo contrario, para el nivel de gris 255, el interferograma resultante cambia de fase, es decir, de blanco a negro. Por lo tanto, empleando esta prueba interferométrica para compensar la fase, se consiguió aumentar ligeramente el diámetro del patrón de interferencia de una manera significativa, al considerar un espejo parabólico cóncavo ya que la aproximación del frente de onda exacto fue cóncavo para una distancia mayor a la distancia focal anterior. Asimismo, se obtuvo que el coeficiente de aberración esférica obtenido de ajustar el frente de onda al interferograma de referencia es dos ordenes menor, obtenido a partir del coeficiente de aberración esférica a tercer orden, puesto que se implementó un espejo parabólico cóncavo de acuerdo a la forma del frente de onda aproximado incrementando el anillo central máximo mostrando que hemos compensado la fase en la posición de diseño.

Como trabajo a futuro, se implementarán expansiones en serie de Taylor para obtener funciones implícitas del frente de onda. También se desea mejorar los resultados obtenidos para lentes más rápidas, por medio de platinas con desplazamientos nanométricos, pues se espera obtener mejores resultados en la variación del diámetro del anillo central máximo en función de posicionamiento, al poder contar con un mejor control en las posiciones donde se presentan los repentinos cambios de fase en los interferogramas debido al sistema mecánico empleado. Asimismo compensar el frente de onda para distancias menores a la distancia focal anterior de la lente bajo prueba, es decir, comparando dos superficies de referencia, tanto un espejo esférico y un espejo parabólico convexo, con el objetivo de evaluar un área mayor de la lente bajo prueba compensando la fase cercana a los bordes, donde la diferencia de longitud de camino óptico sea menor, es decir, evaluar la menor cantidad de aberración esférica posible y como consecuencia incrementar el anillo central máximo ya que en esta zona el frente de onda exacto tiene un comportamiento convexo. Finalmente, situarnos dentro de la región de la cáustica, de tal forma que, al tener una distribución de rayos contiguos se realizaría una dislocación del frente de onda refractado y con ello se diseñarían pantallas de fase para diferentes singularidades del frente de onda.

Bibliografía

- [1] D. Tentori, “Homogeneity testing of optical glass by holographic interferometry,” *Appl. Opt.* **30**(7), 752–755 (1991).
- [2] A. J. Werner, “Methods in High Precision Refractometry of Optical Glasses,” *Appl. Opt.* **7**(5), 837–843 (1968).
- [3] D. Tentori-Santa-Cruz, “High-precision refractometry by hologram interferometry,” *Optical Engineering* **31**, 31 – 31 – 4 (1992).
- [4] J. D. Olmo-Márquez, D. Castán-Ricaño, M. Avendaño-Alejo, and R. Díaz-Uribe, “Designing null phase screens to test a fast plano-convex aspheric lens,” *Proc. SPIE* **9575**, 9575 – 9575 – 8 (2015).
- [5] M. Avendaño-Alejo, L. Castañeda, and I. Moreno, “Properties of caustics produced by a positive lens: meridional rays,” *J. Opt. Soc. Am. A* **27**(10), 2252–2260 (2010).
- [6] M. Avendaño-Alejo, “Caustics in a meridional plane produced by plano-convex aspheric lenses,” *J. Opt. Soc. Am. A* **30**(3), 501–508 (2013).
- [7] M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera, and L. Castañeda, “Caustics in a meridional plane produced by plano-convex conic lenses,” *J. Opt. Soc. Am. A* **28**(12), 2619–2628 (2011).
- [8] W. T. Welford, *Aberrations of the Symmetrical Optical System*, chap. 6, pp. 73–110 (Academic, 1974).
- [9] M. Jiménez-Rodríguez, *Diseño y Evaluación de Concentradores Solares considerando Superficies Arbitrarias y de Tipo Fresnel*, chap. 2, pp. 13–21 (Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2018).
- [10] O. Cardona-Nuñez, “Significado de las superficies cáusticas en óptica,” *Rev. Mex. Fís.* **29**(2), 245–258 (1983).
- [11] O. N. Stavroudis, “Caustics as an Expression of the Image Error of the Lens,” *G. W. Forbes, OSA* **22**, 87–91 (1994).
- [12] D. Tentori, J. Camacho, and C. López-Famozo, “High accuracy refractometry using reflectometry: practical limitations,” *Optics Communications* **103**, 15–21 (1993).

- [13] D. Malacara-Hernández and B. J-Thompson, *Handbook of Optical Engineering*, chap. 1,11, pp. 27–30,339–373 (Marcel Dekker AG, 2001).
- [14] D. Malacara, M. Servín, and Z. Malacara, *Interferogram Analysis for Optical Testing*, chap. 1, pp. 1–60 (Taylor and Francis Group, 2005).
- [15] M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera, N. Qureshi, L. Castañeda, and C. L. Ordóñez-Romero, “Null Ronchi-Hartmann test for a lens,” *Opt. Express* **18**(20), 21,131–21,137 (2010).
- [16] J. A. Neff, R. A. Athale, and S. H. Lee, “Two-dimensional spatial light modulators: a tutorial,” *Proceedings of the IEEE* **78**(5), 826–855 (1990).
- [17] D. Aguirre-Olivas, *Campos Ópticos Estructurados*, chap. 3, pp. 23–26 (Tesis de Doctorado en Ciencias en la especialidad de Óptica en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, INAOE, 2016).
- [18] “Holographic Memeory,” [Web; accedido el 03-03-2019], URL http://www.doc.ic.ac.uk/~nd/surprise_97/journal/vol1/ary/index.html.
- [19] V. Ledl and M. Kveton, “Characterization and application of new photopolymer recording media for usage in holography,” *Proc. SPIE* **7138**, 7138–7138–6 (2008).
- [20] A. Burman, *Caracterización y Control de un Microdisplay como Modulador Espacial de Luz*, chap. 1, pp. 3–27 (Tesis de grado de Ingeniería Electrónica, Universidad de Buenos Aires, 2010).
- [21] “What is the difference between LCD screen and OLED screen?” [Web; accedido el 09-03-2019], URL <https://mx.gearbest.com/blog/how-to/what-is-the-difference-between-lcd-screen-and-oled-screen-3077>.
- [22] D. G. Burkhard and D. L. Shealy, “Simplified formula for the illuminance in an optical system,” *Applied Optics* **20**(5), 897–909 (1981).
- [23] D. G. Burkhard and D. L. Shealy, “Formula for the density of tangent rays over a caustic surface,” *Applied Optics* **21**(18), 3299–3306 (1982).
- [24] O. N.-Stavroudis, *The cartesian oval and its kin*, chap. 2–3, pp. 83–205 (in *Handbook of the Mathematics of Geometrical and Physical Optics, The K-function and Its Ramifications*, Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, 2006).
- [25] S. Cornbleet, *Microwave and Optical Ray Geometry*, chap. 2, pp. 11–35 (Wiley London, 1984).
- [26] D. L. Shealy and J. A. Hoffnagle, “Wavefront and caustics of a plane wave refracted by an arbitrary surface,” *J. Opt. Soc. Am. A* **25**(9), 2370–2382 (2008).

- [27] J. A. Hoffnagle and D. L. Shealy, “Refracting the k-function: Stavroudis’s solution to the eikonal equation for multielement optical systems,” *J. Opt. Soc. Am. A* **28**(6), 1312–1321 (2011).
- [28] M. Marciano-Melchor, E. Navarro-Morales, E. Román-Hernández, J. G. Santiago-Santiago, G. Silva-Ortigoza, R. Silva-Ortigoza, and R. Suárez-Xique, “The point-characteristic function, wavefronts, and caustic of a spherical wave refracted by an arbitrary smooth surface,” *J. Opt. Soc. Am. A* **29**(6), 1035–1046 (2012).
- [29] S. A. Juárez-Reyes, M. Marciano-Melchor, M. Marcelino-Aranda, P. Ortega-Vidals, E. Román-Hernández, G. Silva-Ortigoza, R. Silva-Ortigoza, R. Suárez-Xique, G. F. T. del Castillo, and M. Velázquez-Quesada, “Wavefronts, caustic, ronchigram, and null ronchigrating of a plane wave refracted by an axicon lens,” *J. Opt. Soc. Am. A* **31**(2), 448–459 (2014).
- [30] M. Avendaño-Alejo, “Exact wavefront surface refracted by a smooth arbitrary surface considering a plane wavefront incident,” *Proc. SPIE* 9572 **9572** (2015).
- [31] M. Avendaño-Alejo, “Caustic surface of a plane wavefront refracted by a smooth arbitrary surface,” *Proc. SPIE* 9192 **9192** (2014).
- [32] M. Avendaño-Alejo, L. Castañeda, and I. Moreno, “Exact wavefronts and caustic surfaces produced by planar ripple lenses,” *Opt. Express* **23**(17), 21,637–21,649 (2015).
- [33] M. Avendaño-Alejo, O. N. Stavroudis, and A. R. B. y Goitia, “Huygens’s principle and rays in uniaxial anisotropic media. I. Crystal axis normal to refracting surface,” *J. Opt. Soc. Am. A* **19**(8), 1668–1673 (2002).
- [34] M. Avendaño-Alejo and O. N. Stavroudis, “Huygens’s principle and rays in uniaxial anisotropic media. II. Crystal axis orientation arbitrary,” *J. Opt. Soc. Am. A* **19**(8), 1674–1679 (2002).
- [35] M. Avendaño-Alejo, L. Castañeda, A. Maldonado, and N. Qureshi, “Huygens’ Principle: Exact wavefronts produced by aspheric lenses,” *Opt. Express* **21**(24), 29,874–29,884 (2013).
- [36] O. Ponce-Hernández, M. Avendaño-Alejo, E. Román-Hernández, and I. Moreno-Oliva, “Caustic surface produced by a plane wavefront refracted through positive bi-conic lenses,” *Proc. SPIE* **9947** (2016).
- [37] M. Avendaño-Alejo, E. Román-Hernández, L. Castañeda, and V. I. Moreno-Oliva, “Analytic conic constants to reduce the spherical aberration of a single lens used in collimated light,” *Appl. Opt.* **56**(22), 6244–6254 (2017).
- [38] A. R. Sánchez-Montes, *Desarrollo teórico-experimental para la caracterización de lentes biconvexas*, chap. 2, pp. 5–24 (Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2019).

- [39] M. Avendaño-Alejo, I. Moreno, and O. Stavroudis, “Minimum deviation angle in uniaxial prisms,” *J. Opt. Soc. Am. A* **24**(8), 2431–2437 (2007).
- [40] R. Courant and F. John, *Introduction to Calculus and Analysis I: Volume 1*, chap. 2 (Springer, Verlag, New York, Inc, 1989).
- [41] J. J. Stoker, *Plane curves, in Differential Geometry*, pp. 12–52 (Wiley-Interscienc, 1969).
- [42] M. Avendaño-Alejo, R. Díaz-Uribe, and I. Moreno, “Caustics caused by refraction in the interface between an isotropic medium and a uniaxial crystal,” *J. Opt. Soc. Am. A* **25**, 1586–1593 (2008).
- [43] M. Spivak, *CALCULUS, Cálculo Infinitesimal*, chap. 4, pp. 557–761 (Segunda Edición, Editorial Reverté, S.A., 1998).
- [44] M. Avendaño-Alejo, M. C. López-Bautista, L. Castañeda, and S. Maca-Garcia, “Huygens principle: exact and approximate wavefronts propagated through conic lenses,” *Appl. Opt.* **58**(4), 939–947 (2019).
- [45] D. G. Burkhard and D. L. Shealy, “Simplified formula for the illuminance in an optical system,” *Appl. Opt.* **20**(5), 897–909 (1981). URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-20-5-897>.
- [46] D.-N. Castán-Ricaño, *Diseño y Construcción de pantallas nulas tipo Ronchi-Hartmann sub-estructuradas para evaluar Lentes Plano-Convexas Asféricas*, chap. 4, pp. 31–46 (Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica-Instrumentación, UNAM, 2015).
- [47] M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera, N. Qureshi, L. Castañeda, and C. L. Ordóñez-Romero, “Null Ronchi-Hartmann test for a lens,” *Opt. Express* **18**(20), 21,131–21,137 (2010).
- [48] J. D. Olmo-Márquez, *Diseño y construcción de un interferómetro para evaluar lentes cónicas usando un modulador de fase*, chap. 2, pp. 9–25 (Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2014).
- [49] A. Cordero-Davila, A. Cornejo-Rodriguez, and O. Cardona-Nunez, “Null Hartmann and Ronchi-Hartmann tests,” *Appl. Opt.* **29**(31), 4618–4621 (1990).
- [50] R. Díaz-Uribe and M. Campos-García, “Null-screen testing of fast convex aspheric surfaces,” *Appl. Opt.* **39**(16), 2670–2677 (2000).
- [51] M. Avendaño-Alejo and R. Díaz-Uribe, “Testing a fast off-axis parabolic mirror by using tilted null screens,” *Appl. Opt.* **45**(12), 2607–2614 (2006).
- [52] G. Castillo-Santiago, *Diseño y Evaluación de Lentes Plano-Convexas Asféricas Rápidas*, chap. 4, pp. 61–85 (Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica-Instrumentación, UNAM, 2015).

-
- [53] G. Castillo-Santiago, D. Castán-Ricaño, M. Avendaño-Alejo, L. Castañeda, and R. Díaz-Uribe, “Design of Hartmann type null screens for testing a plano-convex aspheric lens with a CCD sensor inside the caustic,” *Opt. Express* **24**(17), 19,405–19,416 (2016).
- [54] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, chap. 7, pp. 286–377 (Cambridge, University Press, 1999).
- [55] D. Malacara-Hernández and Z. Malacara-Hernández, *Handbook of Optical Desgin*, chap. 7, pp. 159–195 (Taylor and Francis Group, 2017).
- [56] J. D. Olmo-Márquez, *Interferómetro utilizando un modulador de fase para evaluar lentes esféricas*, chap. 4, pp. 75–80 (Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica-Instrumentación, UNAM, 2017).
- [57] Hamamatsu, *Operation Manual, LCoS SLM X10468 Series*, chap. KES-B60002 (LCoS SLM X10468 Series, 2014).

Apéndice A

Modulador espacial de fase

A.1 Moduladores espaciales de luz

Considerando la solución a la ecuación de onda $\phi(x, y, z) = A(x, y, z)e^{i\psi(x, y, z)}$ en un plano $z = 0$

$$\psi(x, y) = A(x, y)e^{i\phi(x, y)}, \quad (\text{A.1})$$

donde $A(x, y)$ y $\phi(x, y)$ son la amplitud y la fase, respectivamente. La forma de modular la amplitud ó la fase de un campo en un plano definido, es decir, modulación espacial de la luz, es fundamental en el área de procesamiento óptico de información, dichos elementos que llevan a cabo esta función son denominados como *moduladores espaciales de luz*. Tradicionalmente se modulaba la luz mediante el uso de materiales fotográficos, por ser la tecnología disponible en su época, actualmente se usa por ser de bajo costo. No obstante, una de sus limitaciones es el largo proceso de almacenar información, hoy en día han sido reemplazadas por dispositivos que permiten un manejo rápido de información [17].

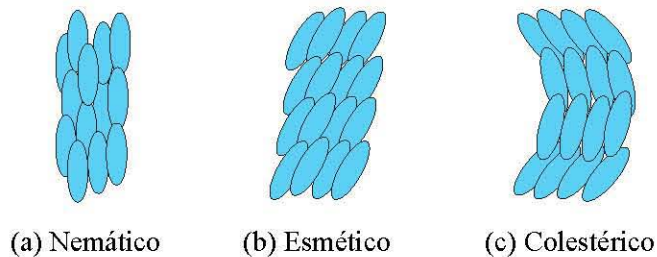


Fig. A.1 Arreglos moleculares para diferentes tipos de LC (a) Nemático, (b) Esmético y (c) Colestérico.

Las moléculas del cristal líquido *LC* tienen forma de un elipsoide alargado por lo que poseen simetría axial, estos se clasifican en tres tipos diferentes, (a) *Nemáticos*, las moléculas se posicionan en líneas paralelas y su posición es aleatoria dentro de un volumen, (b) *Esméticos*, las moléculas se posicionan en líneas paralelas estructurándose en capas cuyos centros de cada capa son aleatorios en las moléculas, (c) *Coolestérico*, es una forma distorsionada de la fase esmética en la cual, de una capa a otra, las moléculas están sometidas a una rotación helicoidal alrededor de un eje como se observa en la Fig. (A.1). Si las moléculas de *LC* son acomodadas en un arreglo que forman una pantalla de cristal líquido *LCD* creando un elemento óptico anisótropo cuyo eje óptico, se puede variar al aplicar un voltaje, y dichas pantallas constituirán un cristal líquido nemático.

A.1.1 Cristales líquidos nemáticos

En la óptica, muchos materiales cristalinos son anisótropos, sus propiedades ópticas no son las mismas en todas las direcciones, por lo que se comportan como materiales birrefringentes, los cuales poseen dos índices de refracción, el índice extraordinario n_e y el índice ordinario n_o , donde la dirección del eje óptico coincide con el eje director de las moléculas. Por lo cual la luz polarizada paralela al eje director ve un índice de refracción n_e y la luz perpendicular a este eje ve un índice n_o .

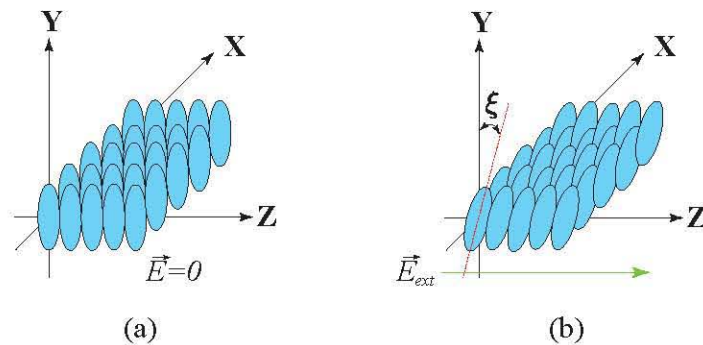


Fig. A.2 Moléculas de cristal líquido nemático. (a) Ausencia de Campo y (b) Presencia de Campo.

Para ilustrar éste proceso, de la Fig. (A.2) se muestra una celda de cristal líquido nemático, en ausencia de voltaje las moléculas permanecen alineadas paralelamente unas con otras y el retraso de fase será $\Delta\phi = k \cdot d \cdot \Delta n$, con $\Delta n = n_e - n_o$ es la birrefringencia dado por los índices de refracción extraordinario y ordinario y d es el espesor de la celda. En presencia de campo,

el eje director puede variar un ángulo ξ y las moléculas se alinean en dirección del campo externo \vec{E}_{ext} por lo que se obtiene un índice efectivo en lugar del extraordinario.

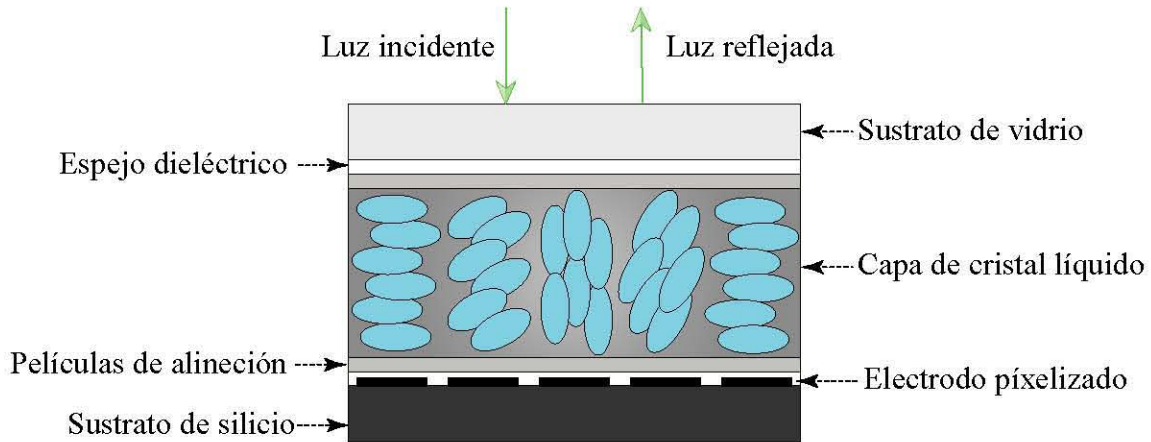


Fig. A.3 Esquema de la sección transversal de un *LCoS-SLM*.

Un esquema de la sección transversal de un *SLM* de cristal líquido basado en silicio, *LCoS-SLM* se muestra en la Fig. (A.3) en el cual, las moléculas están alineadas paralelas a la cubierta de vidrio, después se encuentra un espejo dieléctrico y luego está el cristal líquido nemático. Cada píxel del electrodo pixelado tiene un recubrimiento metálico reflejante cubriendo el área del modulador y bajo el píxel se encuentra un circuito *CMOS* que está sobre un sustrato de silicio cristalino semiconductor y usando una señal *DVI* a través de un ordenador. La modulación de fase de cada píxel del dispositivo depende del voltaje aplicado el cual, es equivalente a un nivel de gris. Por lo tanto cada valor de fase se representa por un nivel de gris.

A.2 Caracterización del modulador de fase

Se empleó un modulador de fase por reflexión de la marca *Hamamatsu X10468 Series*, cuyas características se muestran en la Tabla A.1. Adicionalmente, la curva de calibración se muestra en la Fig. (A.4) para las longitudes de onda de 532nm y 633nm proporcionadas por el fabricante. Siguiendo las instrucciones del manual de operación del *LCoS-SLM* [57], se adquirió una tarjeta de video con salida *DVI*, la cual se configuró a la *PC*, luego se conectaron los cables analógico y digital tanto al modulador como el controlador. Se conectó la señal de video *DVI* al modulador configurándolo como un segundo monitor. Se instaló el software por medio de un *CD* incluido en el manual, con el cual se accedió a la carpeta de *LCOS_Ctrl_Sample* y se

ejecutó el archivo *LCOS_Ctrl_Sample.exe* para dar inicio al software. Después se encendió el controlador y se esperaron cinco minutos para que se calentara y se pudiera ocupar en conjunto con el modulador.

Parámetro	Valor	Unidad
Número de píxeles	475200 (792 × 600)	<i>píxel</i>
Tamaño de píxel	20	μm
Área efectiva	16 × 12	<i>mm</i>
Factor de llenado	95	%
Niveles de gris	255	<i>nivel</i>
Peso	350	<i>g</i>

Tabla A.1 Especificaciones del *LCoS-SLM X10468 Series*.

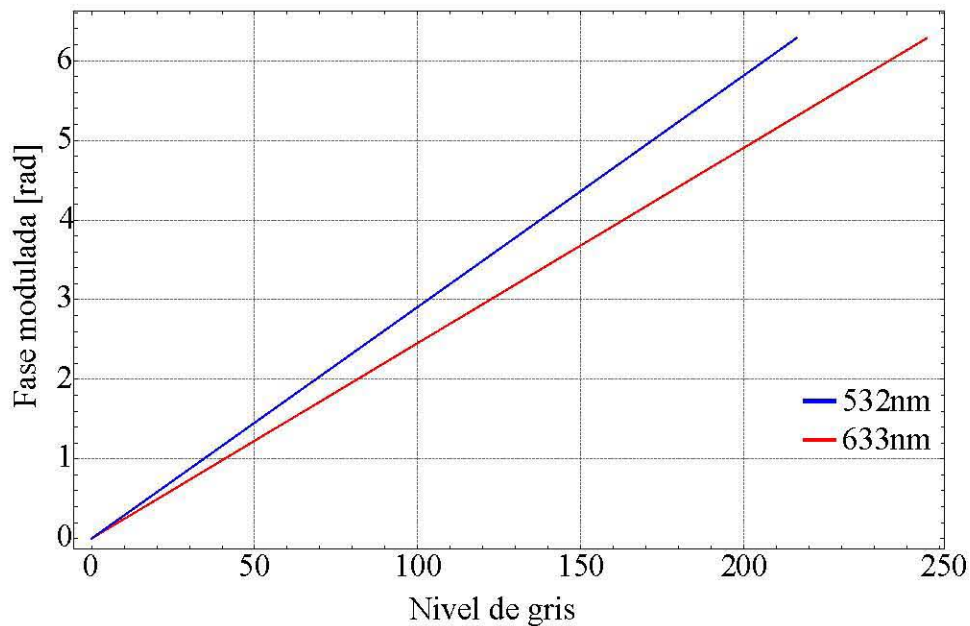


Fig. A.4 Curvas de calibración características del modulador para la fase como función del nivel de gris.

Posteriormente se caracterizó el modulador a partir del diagrama experimental propuesto por el fabricante, el cual se muestra en la Fig. (A.5), compuesto por un láser, un filtraje espacial (objetivo de microscopio y pinhole), una lente colimadora de $EFL = 400mm$, un diafragma, una lente de $EFL = 50mm$ y un sensor *CCD* de $5,95mm \times 4,76mm$ y $1280ppx \times 1024ppx$ con una lente de distancia focal de $14mm$.

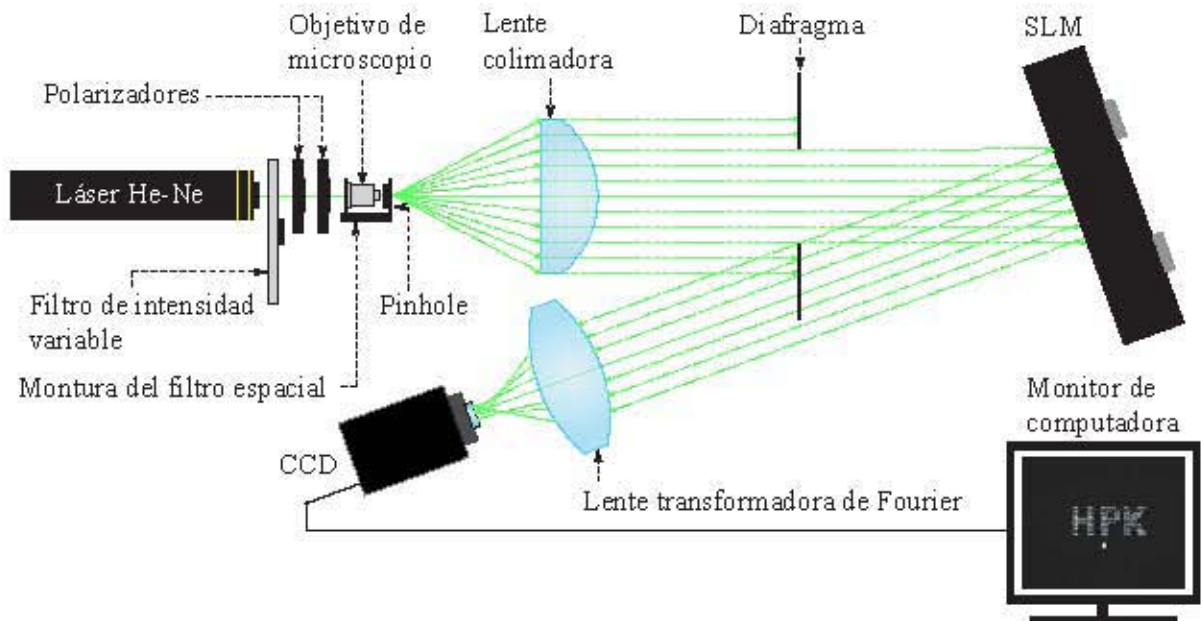


Fig. A.5 Diagrama experimental para la caracterización del modulador a incidencia oblicua.

De la Fig. (A.5) se muestra el sistema óptico a incidencia oblicua, cuyo ángulo máximo de 10 grados ó menor a este. Cabe mencionar que la luz incidente, en este caso $\lambda = 543nm$, debe ser horizontalmente polarizada, es decir, una polarización en dirección paralela al plano que incluye la luz incidente y la luz reflejada. El desarrollo consistió en imprimir un holograma generado por computadora *CGH* al software del modulador como el de la Fig. A.6(a), de acuerdo al manual se deberían de formar las letras *HPK* en el plano de fourier, es decir, en el plano de detección, cuya función fue realizada por una lente de $EFL = 50mm$. Siguiendo la instrucciones, se obtuvo la imagen deseada como el de la Fig. A.6(b) capturada por el sensor *CCD* y atenuada por un filtro de intensidad variable observándose los píxeles iluminados que conformaron las letras predichas.

Por otra parte, para conocer la modulación de la fase en función del nivel de gris, se necesita obtener una curva de calibración similar a las mostradas en la Fig. (A.4), para una longitud de onda $\lambda = 543nm$. Para ello, se implementó un interferómetro como se muestra en el diagrama de la Fig. (A.7), el cual consistió en un láser, un filtro de intensidad variable, dos polarizadores, un filtraje espacial, una lente colimadora, un divisor de haz, un espejo plano de referencia $\lambda/10$ ($633nm$) y un sensor *CCD*. De la Fig. (A.7), notemos que la luz recorre una longitud de camino óptico entre el divisor de haz, el espejo plano y la pantalla de cristal líquido que conforma al modulador, por lo que el haz objeto sufre cambios de fase y en su estado de polarización,

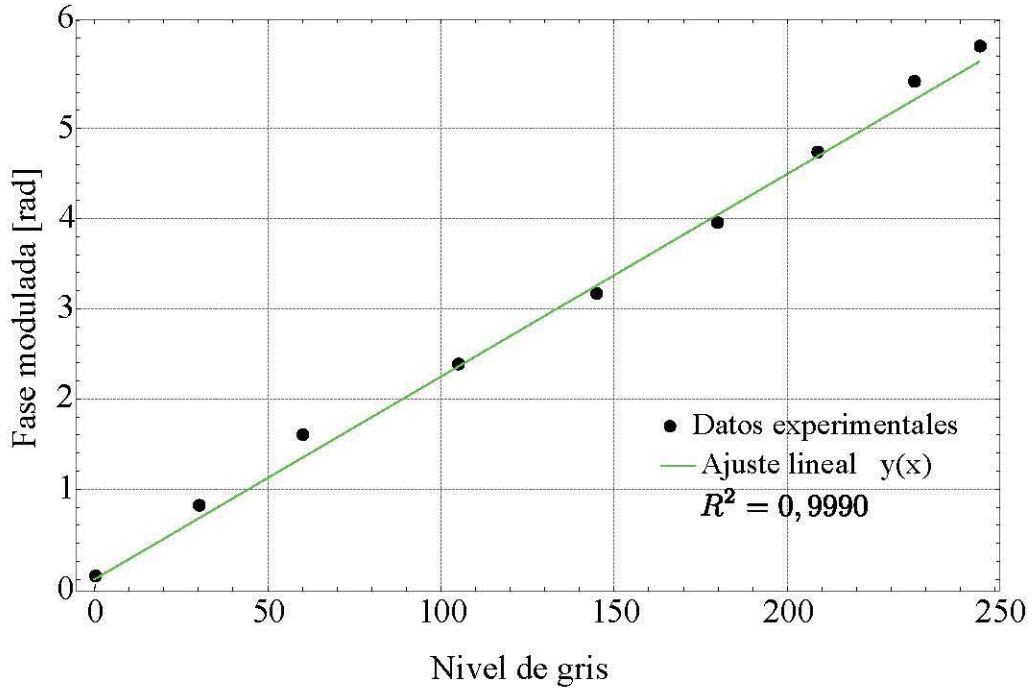


Fig. A.10 Comportamiento de la fase modulada en función del nivel de gris.

(A.9), se observó un comportamiento cíclico en las franjas de interferencia, es decir, máximos y mínimos, teniendo en cuenta esto, las únicas funciones que oscilan de esta manera son las funciones cosenoidales ó sinusoidales. Por lo cual, se relacionó este comportamiento con la intensidad para cada píxel el cual, está asociado para cada nivel de gris en función de la fase ϕ , y de esta forma se puede obtener que cantidad de la intensidad de acuerdo a un retraso en la fase de acuerdo a los niveles de gris del modulador. Con lo anterior, se obtiene la siguiente relación para la intensidad en función de la fase

$$I = \frac{I_{max}(1 \pm \cos[2\pi\phi])}{2}, \quad (\text{A.2})$$

donde hemos definido a la intensidad $I_{max} = 255$ que corresponde al nivel de gris máximo $ng = 255$ para un píxel, y la intensidad mínima $I_{min} = 0$ de acuerdo a la regresión lineal que se obtuvo en la Fig. (A.10) con los interferogramas asociados mostrados en la Fig. (A.9). Y la fase $\phi = k \cdot \vec{r} - \omega t$, está relacionada con la *Longitud de Camino Óptico* de la siguiente manera

$$\phi = \left(\frac{2\pi n LCO}{\lambda} \right) N, \quad (\text{A.3})$$

donde N es un número entero $N \in \mathbb{Z}$ asociado al nivel de gris entre 0 – 255, n es el índice de refracción y λ es la longitud de onda. Considerando la Ec. (A.2), se tienen dos signos para la intensidad, al tomar el signo (+) la función comienza en un máximo I_{max} y con el signo (–) la función empieza en un mínimo I_{min} , que corresponden al coseno y seno, respectivamente. De acuerdo a los interferogramas presentados en la Fig. (A.9), los cuales se obtuvieron para la caracterización del modulador, se escogió el signo (–) puesto que para el nivel de gris $ng = 0$ que correspondió al color negro, no retardó la fase, es decir, una fase constante. Sin embargo, para $ng = 255$ asociado al color blanco, se presentó el máximo en retraso de fase, es decir, pasó de blanco a negro, de esta forma, la función cosenoidal de la Ec. (A.3) representó este comportamiento para el retraso de fase como función del nivel de gris. Posteriormente, normalizando la Ec. (A.2) como $I = I_{max}/255$, e igualando con la Ec. (A.3), se obtiene

$$\phi = \left(\frac{N}{2\pi n} \right) \arccos \left[1 - \frac{2}{I_{max}} \right]. \quad (\text{A.4})$$

La Ec. (A.4) proporciona la fase que puede retrasar cada píxel por nivel de gris para una intensidad de $I_{max} = 255$ asociada al nivel de gris máximo. Adicionalmente, se puede conocer la longitud de camino óptico asociada para esta intensidad, de igualar la Ec. (A.2) con la Ec. (A.3) y de considerar la intensidad normalizada, se tiene que

$$LCO = \left(\frac{\lambda}{2\pi n} \right) \arccos \left[1 - \frac{2}{I_{max}} \right]. \quad (\text{A.5})$$

Para nuestro caso, se consideró $\lambda = 543nm$, $n = 1$ el índice de refracción del aire obteniendo que la longitud de camino óptico $LCO = 10,8309nm$ por cada píxel. Como se obtuvo el máximo retraso de fase $\phi_{SLM} = 15\pi/8$ para el nivel de gris de $ng = 255$, esto quiere decir que el modulador no es capaz de retrasar la fase a un periodo de 2π , sin embargo, al considerar media longitud de onda ($\lambda/2[nm] = \pi[rad]$), la respuesta del modulador es comparable en esta zona al pasar de una intensidad mínima $I = 0$ para un nivel de gris $ng = 0$ a una intensidad máxima $I = 1$ que corresponde al nivel de gris $ng = 255$. Con lo anterior, se obtiene la siguiente relación asociada para el nivel de gris, $\Lambda = \lambda/(2 \times 145)$, donde Λ es la cantidad de longitud de onda para la intensidad máxima.

Empleando la Ec. (A.2) se describió este comportamiento de la intensidad ó el retraso de fase como función del nivel de gris y a su vez de la longitud de camino óptico (LCO) como se muestra en la Fig. (A.11), donde se sustituyó el máximo retraso de fase por ϕ_{SLM} puesto que la

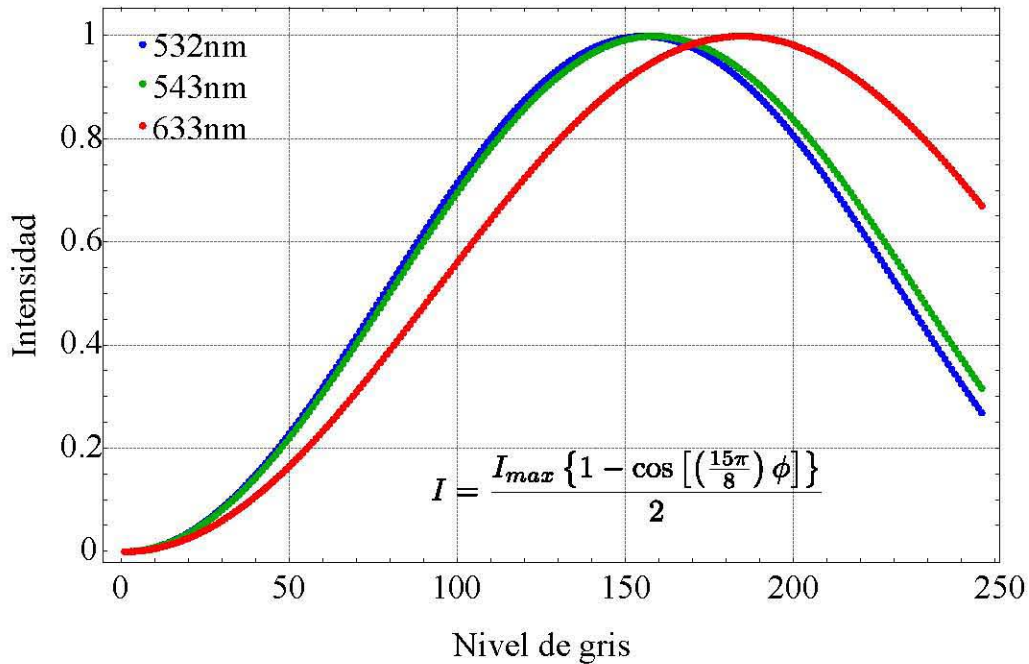


Fig. A.11 Intensidad en función del nivel de gris para el modulador espacial de fase.

respuesta del modulador no alcanza un periodo de 2π para la longitud de onda del láser que se utilizó. Adicionalmente, se observa en la Fig. (A.11) que el modulador está optimizado para cierta longitud de onda, es decir, aquella que puede retrasar la fase a un periodo de 2π , dicho comportamiento se puede analizar directamente de la Ec. (A.3), ya que la fase depende del periodo 2π , el índice de refracción que correspondería al modulador donde incide la luz y la longitud de onda. Por consiguiente, para longitudes de onda pequeñas se tiene una fase grande y para longitudes de onda grandes la fase es pequeña, concluyendo así que, en la zona de longitudes de onda cortas (*azul*) se tendría un mejor aprovechamiento del modulador espacial de fase por reflexión en retrasar la fase para los niveles de gris entre 0–255. Otra característica a considerar es la correspondencia de dos niveles de gris para una misma intensidad, la cual se observa claramente en la Fig. (A.11), que a diferencia de las Figs. (A.4) y (A.10), no hay manera de poderlo visualizar, puesto que el comportamiento es lineal y no existe una relación directa entre la intensidad asociada con el nivel de gris para el retraso de fase.

