



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DESARROLLO TEÓRICO-EXPERIMENTAL
PARA LA CARACTERIZACIÓN DE LENTES
BICONVEXAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

PRESENTA:

ADRIANA ROSALÍA SÁNCHEZ MONTES

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MAXIMINO AVENDAÑO ALEJO

Ciudad Universitaria, CDMX, 2019





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Sánchez

Montes

Adriana Rosalía

57 51 38 79

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

310312884

2. Datos del Tutor

Dr.

Maximino

Avendaño

Alejo

3. Datos del Sinodal 1

Dr.

Víctor Manuel

Velázquez

Aguilar

4. Datos del Sinodal 2

Dra.

Martha

Rosete

Aguilar

5. Datos del Sinodal 3

Dr.

Alejandro

Vásquez

Arzola

6. Datos del Sinodal 4

Dr.

Cruz

Meneses

Fabián

7. Datos del trabajo escrito

Desarrollo Teórico-Experimental para la Caracterización de Lentes Biconvexas

77 páginas

2019

A mis padres Rosalía e Isaias, por ser unos seres extraordinarios, por enseñarme el valor del trabajo, esfuerzo y constancia, y por formar la mejor familia que puede existir.

A mis hermanas Gabriela y Elisa, por creer siempre en mí y por las incontables experiencias que hemos vivido.

A Eva Vizueth, por estar presente en mis recuerdos y ser uno de los motores fundamentales de mi existencia.

A Ismael, por su apoyo incondicional y por ser el mejor compañero y amigo que la vida pudo haber puesto en mi camino.

A Dayana, por brindarme su confianza y representar el lazo más grande de amistad que por siempre perdurará.

A mis abuelos, por su breve estancia en mi vida y su gran estadía en mis memorias.

A mis tíos, por apoyarme cada que lo necesitaba.

A mis primos, por las risas y juegos.

A mis sobrinos, para que nunca pierdan la curiosidad y el deseo de saber más.

A mis amigos, porque el tiempo no pasa y siempre nos reencontramos con una sonrisa.

Agradecimientos

Agradezco al Dr. Maximino Avendaño Alejo por su paciencia, apoyo incondicional y por enseñarme a disfrutar el camino hacia los resultados.

Agradezco a mis sinodales Dr. Víctor Manuel Velázquez Aguilar, Dra. Martha Rosete Aguilar, Dr. Alejandro Vásquez Arzola y Dr. Cruz Meneses Fabián, por su tiempo y comentarios para este trabajo.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme formar parte de la comunidad estudiantil y a través de la Facultad de Ciencias, brindarme los conocimientos necesarios para mi desarrollo académico e intelectual.

Agradezco al Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología por el apoyo brindado durante mi trabajo de tesis.

Agradezco a mis compañeros de laboratorio Gabriel, Jesús e Ismael por sus enseñanzas y por su apoyo que siempre estuvo presente.

Este trabajo fue apoyado por el Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica-Universidad Nacional Autónoma de México (PAPIIT-UNAM) bajo el proyecto número *IN112618* y por el proyecto *AI-S-44220* del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT).

Resumen

Se propone un método para diseñar y construir pantallas nulas tipo Ronchi-Hartmann para llevar a cabo la evaluación cualitativa de superficies de lentes biconvexas isotrópicas y como caso particular una lente plano-convexa birrefringente. El diseño de estas pantallas consiste en formar patrones no uniformes, las cuales se sitúan en la apertura de entrada de la lente bajo prueba de tal manera que se formen franjas rectas o anillos concéntricos de igual tamaño y distribuidas uniformemente en un plano de detección establecido en una posición arbitraria. Las perturbaciones de las franjas rectas o de los anillos concéntricos en el plano de detección estarán asociadas a imperfecciones de la lente bajo prueba.

El diseño de las pantallas nulas se basa en el trazo exacto de rayos y en las ecuaciones de la cáustica por refracción para lentes biconvexas, donde se considera un frente de onda plano que se propaga a la superficie de la lente. Las pantallas nulas se desplegarán en un Modulador Espacial de Luz (SLM) por transmisión y finalmente, utilizando las imágenes de las pantallas nulas, se registrarán en un sensor CCD. Adicionalmente, se realiza un procesamiento de imágenes lo que permite obtener alteraciones de las franjas y anillos asociados a deformaciones de la lente y con ello poder evaluarla cualitativamente.

Índice General

Índice General	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tablas	xv
1 Introducción	1
2 Obtención de la Cástica meridional y superficies principales en lentes simples	5
2.1 Preliminares	5
2.2 Obtención de la cáustica meridional en lentes biconvexas	6
2.2.1 Trazo exacto de rayos de izquierda a derecha	7
2.2.2 Trazo exacto de rayos de derecha a izquierda	17
3 Diseño de Pantallas Nulas	23
3.1 Modulador Espacial de Luz	24
3.2 Método para el diseño de pantallas nulas tipo Ronchi-Hartmann	24
4 Prueba Cualitativa con Pantallas Nulas	37
4.1 Desarrollo Experimental	37
4.2 Resultados	39
4.3 Análisis cualitativo para las lentes biconvexas isotrópicas	44
4.4 Análisis cualitativo para la lente birrefringente	45
5 Conclusiones y trabajo a futuro	59
Bibliografía	61

A	Apéndice	65
A.1	Cristales Líquidos	65
A.1.1	Cristales Líquidos Nemáticos de Torsión	66
A.2	Modulador Espacial de Luz por Amplitud	67
A.2.1	Caracterización del SLM	70
A.3	Cristales Uniaxiales	72
A.4	Lente Birrefringente	74
A.4.1	Ecuaciones de Dispersión de Sellmeier	75
A.5	Lentes LB1757 y LB1811	76

Índice de Figuras

2.1	Diferencias entre los perfiles de superficies cónicas.	8
2.2	Trazo de rayos de izquierda a derecha para una lente biconvexa.	9
2.3	Cáustica exacta y superficie principal secundaria con sus respectivas aproximaciones para una lente biconvexa.	13
2.4	Cáustica exacta y superficie principal secundaria con sus respectivas aproximaciones para un menisco positivo.	14
2.5	Pámetros involucrados en el trazo de rayos de una lente birrefringente.	15
2.6	Cáustica exacta y superficie principal secundaria para los distintos índices de refracción de una lente birrefringente.	16
2.7	Trazo de rayos de derecha a izquierda para una lente biconvexa.	18
2.8	Cáustica exacta y superficie principal primaria con sus respectivas aproximaciones para una lente biconvexa.	21
2.9	Cáustica exacta y superficie principal primaria con sus respectivas aproximaciones para un menisco positivo.	22
2.10	Cáustica exacta y superficie principal primaria con sus respectivas aproximaciones para los distintos índices de refracción de una lente birrefringente.	22
3.1	Trazo de rayos inverso para una lente biconvexa.	27
3.2	Pantalla nula y muestreo en el sensor utilizadas para la prueba de la lente biconvexa.	28
3.3	Trazo de rayos inverso para una lente plano-convexa.	28
3.4	Pantalla nula y muestreo en el sensor utilizadas para la prueba de la lente plano-convexa.	29
3.5	Elementos involucrados en el diseño del patrón de franjas para el sensor.	30
3.6	Posiciones para el sensor CCD para la lente birrefringente.	31

3.7	Pantalla nula y muestreo en el sensor utilizadas para la caracterización de la lente $LB - 1757$	32
3.8	Pantalla nula y muestreo en el sensor utilizadas para la caracterización de la lente $LB - 1811$	33
3.9	Pantalla nula y muestreo en el sensor utilizadas para la caracterización del índice de refracción ordinario de la lente birrefringente.	34
3.10	Pantalla nula y muestreo en el sensor utilizadas para la caracterización del índice de refracción extraordinario de la lente birrefringente.	35
4.1	Fotografía de la colimación del haz láser.	38
4.2	Diagrama del arreglo experimental.	38
4.3	Fotografía del arreglo experimental.	39
4.4	Fotografías de las pruebas de pantallas nulas para la lente biconvexa $LB - 1757$	40
4.5	Posición del sensor CCD para la caracterización de la lente $LB - 1757$	40
4.6	Fotografías de las pruebas de pantallas nulas para la lente biconvexa $LB - 1811$	41
4.7	Posición del sensor CCD para la caracterización de la lente $LB - 1811$	42
4.8	Fotografías de las pruebas de pantallas nulas para la lente birrefringente para el índice ordinario a una distancia $z_o = 54,64mm$	42
4.9	Fotografías de las pruebas de pantallas nulas para la lente birrefringente para el índice ordinario a una distancia $z'_o = 123,42mm$	43
4.10	Fotografías de las pruebas de pantallas nulas para la lente birrefringente para el índice extraordinario a una distancia $z_o = 73,14mm$	44
4.11	Fotografías de las pruebas de pantallas nulas para la lente birrefringente para el índice extraordinario a una distancia $z'_o = 166,76mm$	45
4.12	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 7 franjas de la lente $LB - 1757$ a $z_o = 20 \pm 5mm$	46
4.13	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 7 anillos de la lente $LB - 1757$ a $z_o = 20 \pm 5mm$	47
4.14	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 7 franjas de la lente $LB - 1811$ a $z_o = 20 \pm 5mm$	48
4.15	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 7 anillos de la lente $LB - 1811$ a $z_o = 20 \pm 5mm$	49

4.16	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 9 franjas de la lente birrefringente para el índice ordinario a $z_o = 50 \pm 5mm$	50
4.17	Análisis de la intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 9 anillos de la lente birrefringente para el índice ordinario a $z_o = 50 \pm 5mm$	51
4.18	Análisis de intensidad de las pantallas nulas de 9 franjas de la lente birrefringente para el índice extraordinario $z_o = 70 \pm 5mm$	52
4.19	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 9 anillos de la lente birrefringente para el índice extraordinario $z_o = 70 \pm 5mm$	53
4.20	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 9 franjas de la lente birrefringente para el índice ordinario a $z'_o = 120 \pm 5mm$	54
4.21	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 9 anillos de la lente birrefringente para el índice ordinario a $z'_o = 120 \pm 5mm$	55
4.22	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 9 franjas de la lente birrefringente para el índice extraordinario $z'_o = 165 \pm 5mm$	56
4.23	Análisis de intensidad de las pruebas de pantallas nulas de 9 anillos de la lente birrefringente para el índice extraordinario $z'_o = 165 \pm 5mm$	57
A.1	Celdas nemáticas de torsión.	66
A.2	SLM LC 2012, Holoeye [©]	67
A.3	Micro-pantalla del SLM.	69
A.4	Órdenes de difracción del SLM.	69
A.6	Arreglos para la caracterización del SLM.	71
A.7	Mediciones para la intensidad del SLM.	72
A.8	Elipses de polarización para lentes uniaxiales.	73
A.9	Índices de refracción para la Calcita y para el vidrio <i>NBK-7</i>	77

Índice de Tablas

2.1	Clasificación de las superficies cónicas respecto a la constante de conicidad.	6
2.2	Parámetros para la lente biconvexa.	6
2.3	Parámetros para la lente biconvexa.	13
2.4	Parámetros para un menisco positivo.	14
2.5	Parámetros para la lente birrefringente de calcita.	16
3.1	Parámetros para la lente LB 1757.	25
3.2	Parámetros para la lente LB 1811.	25
A.1	Especificaciones del modulador espacial de luz LC 2012 [1].	68
A.2	Algunos ejemplos de cristales uniaxiales positivos[2].	73
A.3	Algunos ejemplos de cristales uniaxiales negativos[2].	74
A.4	Índices de refracción ordinario y extraordinario para la lente en función de diferentes longitudes de onda.	76

Capítulo 1

Introducción

Actualmente se observa una tendencia en el desarrollo de sistemas ópticos elaborados con materiales y forma de superficies de características muy particulares, diferentes a los sistemas comerciales existentes. En general, el contar con una variedad más amplia de materiales y sistemas ópticos formadores y no formadores de imagen con formas arbitrarias, permite no sólo incrementar el intervalo de trabajo de los sistemas y componentes ópticos, sino también diversificar sus aplicaciones para satisfacer las demandas que plantean el desarrollo científico y tecnológico actual. Para ello, es necesario verificar si las técnicas y la instrumentación utilizadas tradicionalmente para evaluar las propiedades de superficies ópticas son aplicables. Además, deben determinarse las condiciones de trabajo requeridas para alcanzar la precisión deseada que nos permita caracterizar apropiadamente nuestros sistemas bajo prueba. Dentro de este proceso una alternativa interesante a considerar es la posibilidad de implementar técnicas nuevas de evaluación y caracterización de elementos ópticos simples.

Las lentes biconvexas isotrópicas son lentes simples compuestas por dos superficies convexas y tienen diversas aplicaciones tanto para la reducción de aberración esférica, así como la disminución del número de elementos formadores de imagen de un sistema óptico, por lo cual se reduce el tamaño y el peso del sistema. Con el fin de evaluar la forma conjunta de las superficies de lentes simples rápidas ($F/\# < 1$), se propone un método para diseñar y construir pantallas nulas tipo Ronchi que nos permitan implementar una prueba de evaluación cualitativa dentro de la región de la cáustica [3]. La refractometría de materiales isotrópicos es una de las ramas más antiguas de la óptica, en especial la basada en la determinación del índice de refracción a partir de la detección de la deflexión que sufre la luz al interactuar con la muestra bajo

prueba. Dicha deflexión puede utilizarse tanto para asignarle un valor al índice de refracción para una longitud de onda predeterminada, como a la homogeneidad del material del sistema óptico. En este trabajo se consideran lentes simples homogéneas y sin efectos de dispersión considerables, cabe mencionar que estas propiedades están asociadas al índice de refracción del material. La dispersión corresponde a la variación del índice de refracción como función de la longitud de onda de la luz que interactúa sobre la muestra. La homogeneidad representa la variación espacial del índice de refracción para una longitud de onda fija[4].

Existen distintas técnicas para evaluar propiedades de elementos ópticos (curvaturas de las superficies refractantes, índice de refracción lineal, espesores del material, etc.), y en lo que respecta a las de refracción de un haz de luz, también conocidas como refractométricas, se pueden mencionar los goniométricos o deflectométricos, además de los interferométricos [5, 6]. En general, las pruebas deflectométricas tienen menor precisión que las interferométricas; sin embargo, mientras que las técnicas deflectométricas permiten métodos de medida directa, la interferometría sólo permite métodos de medida indirecta[7].

Las técnicas deflectométricas que nos permiten determinar los parámetros de superficies ópticas son fáciles de implementar ya que no requieren componentes ópticos costosos, aunque sí emplean mecánica de alta precisión para la medición de ángulos y desplazamientos de las superficies bajo prueba y/o del equipo óptico. Algunas técnicas deflectométricas son: deflectometría de desviación mínima, de ángulo crítico, de Moiré, etc., y adicionalmente un método que puede incluirse en esta clasificación es la empleada en este trabajo, donde se evalúan lentes simples biconvexas, elaboradas de materiales isotrópicos, y como un caso especial también incluir lentes de cristales uniaxiales. Algunas aplicaciones para cristales uniaxiales son en la utilización como generadores armónicos de láseres, prismas polarizadores, pantallas de cristal líquido, filtros birrefringentes y recientemente como lentes birrefringentes[2, 7, 8].

Se han implementado pruebas tipo Ronchi-Hartmann para evaluar cualitativamente la forma de superficies plano-convexas esféricas rápidas[9, 10], y en este trabajo se hace una pequeña modificación a la prueba al colocar la pantalla nula impresa sobre un modulador espacial de luz. En esencia, las pantallas nulas están formadas por un patrón no uniforme con forma de gotas, curvas cerradas no uniformes o anillos y éstas se colocan en la apertura de entrada de la lente bajo prueba. En este trabajo, las lentes bajo prueba serán iluminadas con un frente de

onda plano monocromático propagándose a lo largo del eje óptico, tanto para lentes simples isotrópicas como para lentes uniaxiales, y en ambos casos las imágenes de los patrones serán registrados en un sensor CCD, el cual será colocado fuera y dentro de la región de la cáustica producida por la lente bajo prueba. Las deformaciones de las imágenes registradas de los arreglos de diseño en el plano de detección, estarán asociadas a imperfecciones globales de la lente bajo prueba, los cuales se cuantifican utilizando métodos tradicionales de pruebas ópticas.

Para la evaluación de aberraciones a primer orden se requiere conocer el frente de onda refractado y, por otro lado, la envolvente a todos los rayos refractados genera lo que conocemos como cáustica por refracción, también conocida como diacáustica. La diacáustica es la curva envolvente a todos los rayos refractados, y esta curva tiene la propiedad de que puede ser fotografiada o grabada[13], dicho de otra manera, las superficies cáusticas están directamente asociadas a las aberraciones geométricas de un sistema óptico, inclusive se ha pretendido utilizar como una función de mérito[14], ya que a diferencia de los frentes de onda, las cáusticas son observables en tiempo real a diferencia de las pruebas interferométricas. Es importante mencionar que se han obtenido ecuaciones del coeficiente de aberración esférico a tercer orden para lentes plano-convexas[11, 12], por lo que en el presente trabajo se realizará una extensión a las lentes bi-convexas.

La línea de investigación que se ha desarrollado en el grupo de metrología óptica del ICAT-UNAM, está enfocada a las pruebas ópticas de superficies esféricas rápidas mediante una prueba geométrica denominada de Pantallas Nulas[15–17]. La idea esencial consiste en diseñar pantallas suponiendo que se conoce la forma de la superficie a evaluar (superficie de referencia), con un arreglo de puntos o manchas dispuestas en un arreglo no uniforme tal que al pasar por el elemento óptico bajo prueba forma un patrón ordenado el cuál fue predeterminado idealmente. Si la superficie de prueba es perfecta, es decir, si la superficie es de muy alta calidad óptica, la deformación de las líneas es nula, de allí el nombre de prueba de pantallas nulas.

En el presente trabajo se analizan dos tipos de lentes, biconvexas isotrópicas y plano-convexas birrefringentes, ambos casos considerando simetría de revolución respecto al eje óptico, y con el eje del cristal ortogonal al eje óptico, siendo ambos casos superficies cónicas. En el capítulo 2 de este trabajo se obtienen las ecuaciones paramétricas que describen a la

cáustica producida por las lentes biconvexas, así como la ecuación del trazo exacto de rayos considerando un frente de onda plano propagándose a lo largo del eje óptico. De la misma manera, las ecuaciones de los planos principales y sus respectivas aproximaciones a tercer orden mediante su expansión en series de Taylor. En el capítulo 3, se da una introducción de la caracterización para implementar en la prueba al *Spatial Light Modulator* (SLM), además se utilizan las ecuaciones obtenidas en el capítulo 2 para diseñar pantallas nulas por refracción. Dichas pantallas serán impresas en el SLM con el objetivo de utilizarlo en el arreglo experimental como pantalla nula dinámica. Las pantallas se diseñan de tal forma que la imagen obtenida mediante la refracción a través de una lente, sea un arreglo uniforme de franjas o anillos en un plano imagen predeterminado y será distinto para cada lente bajo prueba. En el capítulo 4 se describe el procedimiento para el método propuesto y los resultados para las lentes bajo prueba, dos lentes biconvexas esféricas y una lente plano-convexa esférica birrefringente con diámetros y distancias focales distintos, realizándose así un análisis cualitativo de cada lente. En el capítulo final, se presentan las conclusiones y el trabajo a futuro del presente trabajo.

Capítulo 2

Obtención de la Cástica meridional y superficies principales en lentes simples

En este capítulo se utiliza un procedimiento basado en óptica geométrica para obtener la cáustica por refracción en un plano meridional (también conocido como plano tangencial), las superficies principales y la distancia focal posterior y anterior correspondientes a una lente biconvexa isotrópica, considerando un frente de onda plano propagándose a lo largo del eje óptico, así como sus respectivas aproximaciones en series de Taylor a tercer orden. Como caso particular, se aborda el caso de una lente birrefringente el cual está elaborado con un cristal uniaxial negativo (Calcita), denominada así por poseer dos índices de refracción distintos para una cierta longitud de onda donde $n_o > n_e$.

2.1 Preliminares

Tradicionalmente, las lentes simples pueden representarse mediante una ecuación que incluya a todas las secciones cónicas, por lo que al considerar un cono de dos hojas con eje vertical A y vértice P , las curvas obtenidas al cortar el cono con un plano que no pase por el vértice se denominan cónicas de revolución o secciones cónicas[18]. Si el plano secante corta al cono paralelamente a una recta del mismo que pase por el vértice, la cónica es una parábola, en cualquier otro caso la intersección será una elipse si únicamente corta al cono en una hoja, o será una hipérbola si corta ambas hojas del cono. Así, tomando alguna sección cónica y rotándola alrededor de uno de sus ejes de simetría, se tendrá una superficie de revolución[19],

Tipo de superficie cónica	Valor de la constante k
Hiperboloide	$k < -1$
Paraboloide	$k = -1$
Elipse rotada sobre su eje mayor	$-1 < k < 0$
Esfera	$k = 0$
Elipse rotada sobre su eje menor	$k > 0$

Tabla 2.1 Clasificación de las superficies cónicas respecto a la constante de conicidad.

y en este caso, la constante de conicidad $k = -e^2$, definirá el tipo de cónica que se tiene, como se puede ver en la Tabla 2.1.

En la tabla 2.2 se observan los parámetros de una lente biconvexa incluyendo la Distancia Focal Efectiva (EFL), el índice de refracción de la lente n_l , el índice de refracción en el espacio imagen n_i y el índice de refracción n_o en el espacio objeto.

$d[mm]$	$t[mm]$	$R[mm]$
100,0	36,0	51,12
$EFL[mm]$	n_l	n_i, n_o
100,0	1,5112	1,0

Tabla 2.2 Parámetros para la lente biconvexa.

2.2 Obtención de la cústica meridional en lentes biconvexas

Se define a la cústica como la envolvente de los rayos reflejados o refractados de un sistema óptico, de igual forma como el lugar geométrico de los centros de curvatura de un frente de onda[3], o bien, como el lugar geométrico de las singularidades en el flujo de densidad de energía[20, 21]. En el presente trabajo se analiza la cústica formada por una lente biconvexa, esto es, que ambas superficies de la lente poseen una constante de conicidad y por consiguiente quedarán descritas por la ecuación de la sagita para curvas cónicas en un plano meridional.

2.2.1 Trazo exacto de rayos de izquierda a derecha

Debido a que las lentes poseen simetría de revolución alrededor del eje óptico, se puede considerar exclusivamente un plano meridional $Y - Z$ con un frente de onda plano incidente, tal que que la única aberración de Seidel que está presente es la aberración esférica, las demás aberraciones quedan fuera del alcance de este trabajo. De igual forma, es importante mencionar que se pueden realizar transformaciones geométricas para obtener información de las aberraciones restantes.

Con lo anterior, se define el eje Z de la lente paralelo al eje óptico, el plano $Y - Z$ será el plano de incidencia y el origen estará centrado en el vértice de la primera superficie. Se considera un frente de onda plano propagándose a lo largo del eje óptico. Cuando los rayos inciden en la primera superficie sufrirán una primera refracción donde cambiarán la dirección de propagación dentro de la lente y seguirán dicha dirección hasta llegar a la segunda superficie donde experimentarán nuevamente el proceso de refracción y con ello una desviación más en la propagación de los rayos los cuales se propagarán fuera de la lente. Las ecuaciones que representan las superficies de la lente son:

$$Z_1(h) = \frac{c_1 h^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_1) c_1^2 h^2}} \quad \text{y} \quad Z_2(y) = t + \frac{c_2 y^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_2) c_2^2 y^2}}, \quad (2.1)$$

donde $Z_1(h)$ representa la primer superficie y $Z_2(y)$ corresponde a la segunda superficie, $c_{1,2} = \frac{1}{R_{1,2}}$ son las curvaturas paraxiales de las superficies, $k_{1,2}$ las constantes de conicidad correspondiente a cada superficie respectivamente y t el grosor axial de la lente. En la Ec.(2.1) se puede observar que “ y ” corresponde a las alturas de los rayos provenientes de la primera superficie $Z_1(h)$.

Definiendo h como el parámetro que representa la altura de los rayos incidentes el cual se encuentra en el intervalo $h \in \left[-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}\right]$, se puede observar en la Figura 2.1 que dependiendo de las constantes de conicidad, se tendrán distintas superficies para cada valor de la constante, y con lo anterior se tiene que una lente con constante de conicidad positiva no será mayor que una con constante de conicidad negativo.

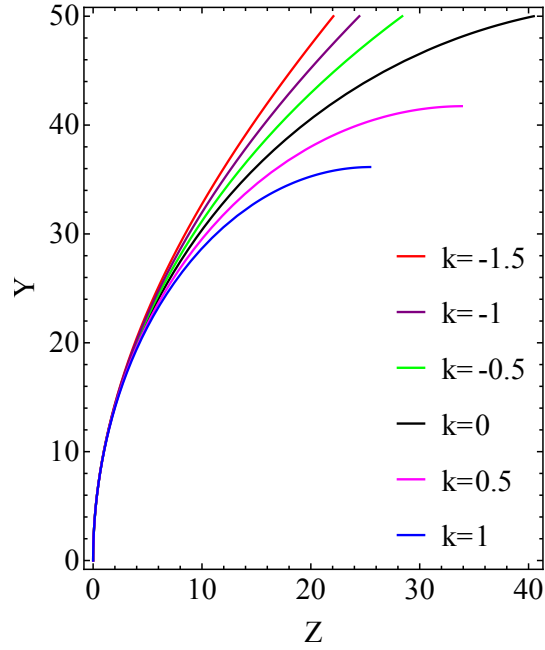


Fig. 2.1 Deformaciones en superficies cónicas al variar la constante de conicidad k utilizando un radio $R = 51,12\text{mm}$ y con $y \in [0, 50]$ en la Ec. 2.1.

Para realizar un trazo exacto de rayos en una lente biconvexa, se define n_i como el índice de refracción en el espacio imagen, se observa en la Figura 2.2 que θ_{l1} está relacionado con θ_{o1} a través de la Ley de Snell como se observa en la Ec. (2.2),

$$\theta_{o1} = \arctan\left(\frac{\partial Z_1}{\partial h}\right), \quad \frac{\partial Z_1}{\partial h} = \frac{c_1 h}{\sqrt{1 - (1 + k_1)c_1^2 h^2}}, \quad (2.2)$$

de tal forma que:

$$\theta_{l1} = \arcsen\left[\left(\frac{n_o}{n_l}\right) \text{sen } \theta_{o1}\right], \quad \theta_{l1} = \arcsen\left[\frac{n_o\left(\frac{\partial Z_1}{\partial h}\right)}{n_l\sqrt{1 + \left(\frac{\partial Z_1}{\partial h}\right)^2}}\right]. \quad (2.3)$$

Posteriormente, siguiendo el camino del rayo refractado dentro de la lente del punto A al punto B, se puede observar que dicha trayectoria se puede escribir como

$$y = h(1 - \sigma_1(z - Z_1)), \quad (2.4)$$

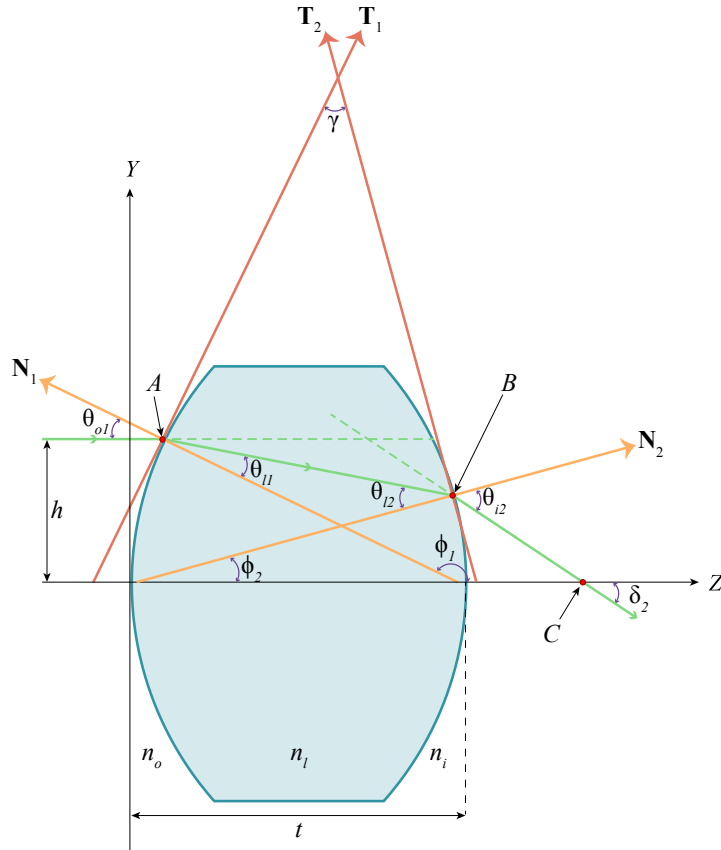


Fig. 2.2 Trazo de rayos de izquierda a derecha para una lente biconvexa (Tabla 2.2) y sus parámetros involucrados.

donde se ha definido

$$\sigma_1 = \frac{c_1(n_l^2 - n_o^2)}{n_l^2 \sqrt{1 - (1 + k_1)h^2 c_1^2} + n_o \sqrt{n_l^2 - (n_o^2 + k_1 n_l^2)h^2 c_1^2}}. \quad (2.5)$$

Para encontrar los puntos a los que llegan dichos rayos en la segunda superficie, se tendrá que resolver z y y de la Ec. (2.1) de la segunda superficie (Z_2) y de la Ec. (2.4) como función de h tal que:

$$z_i = \frac{1 + c_2[t(1 + k_2) + h^2 \sigma_1(1 + \sigma_1 Z_1)] \pm \sqrt{\Gamma_1}}{c_2(1 + k_2 + h^2 \sigma_1^2)}, \quad (2.6)$$

$$y_i = \frac{h[c_2(1 + k_2)(1 - \sigma_1[t - Z_1]) - \sigma_1(1 \pm \sqrt{\Gamma_1})]}{c_2(1 + k_2 + h^2 \sigma_1^2)}$$

donde,

$$\Gamma_1 = 1 - c_2 h^2 (1 - \sigma_1 [t - Z_1]) (c_2 (1 + k_2) (1 - \sigma_1 [t - Z_1]) - 2\sigma_1) \quad (2.7)$$

tal que tomaremos $-(\Gamma_1)^{1/2}$, que se satisface para superficies positivas $R_2 > 0$ y negativas $R_2 < 0$. Siguiendo el camino del rayo fuera de la lente, se puede observar que

$$\delta_2 = \arcsen \left[\left(\frac{n_l}{n_i} \right) \sen \phi_2 + \theta_{o1} - \theta_{l1} \right] - \phi_2, \quad (2.8)$$

tal que ϕ_2 está definido como

$$\phi_2 = \arctan \left[\frac{-c_2 y_i}{1 - (1 + k_2) c_2^2 y_i^2} \right]. \quad (2.9)$$

Así, utilizando las ecuaciones (2.9), (2.8) y (2.6) se tendrá la ecuación del rayo refractado fuera de la lente con lo que

$$y = y_i - \tan[\delta_2](z - z_i), \quad (2.10)$$

tal que se puede observar que dicha familia paramétrica de rayos es función de h y la envolvente de los rayos es la cústica. Para encontrar la ecuación de la cústica, se deriva la Ec. (2.10) respecto a h de tal forma que se tiene:

$$\frac{\partial y_i}{\partial h} = \frac{1}{\cos \delta_2^2} \left[\frac{\partial \delta_2}{\partial h} \right] (z - z_i) - \left[\frac{\partial z_i}{\partial h} \right] \tan[\delta_2], \quad (2.11)$$

y con ello, resolviendo las ecuaciones (2.11) y (2.10) para z y y , se tendrá

$$z_{c_f} = z_i + \Xi_1 \cos \delta_2, \quad y_{c_f} = y_i - \Xi_1 \sen \delta_2 \quad (2.12)$$

$$\Xi_1 = \frac{\left[\frac{\partial y_i}{\partial h} \right] \cos \delta_2 + \left[\frac{\partial z_i}{\partial h} \right] \sen \delta_2}{\frac{\partial \delta_2}{\partial h}}, \quad (2.13)$$

donde se ha definido Ξ_1 como se muestra en la Ec. (2.13), además se utilizó el subíndice c_f en las ecuaciones de (2.12) para definir a las ecuaciones de la cústica para los rayos posteriores (*forward*). Asimismo, para encontrar la Superficie Principal Secundaria (SPS), en la Ec. (2.10)

se utiliza la igualdad $y = h$ tal que al resolver para z se tendrá:

$$SPS = \left(z_i + \frac{y_i - h}{\tan \delta_2}, h \right) \quad (2.14)$$

la cuál es una función de h escrita en forma paramétrica. Si ahora se considera $h \rightarrow 0$ y se evalua en la Ec. (2.12) se observa que:

$$\delta_2(0) = y_i(0) = 0, \quad z_i(0) = t,$$

$$\left. \frac{\partial z_i}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = 0, \quad \left. \frac{\partial y_i}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = 1 - \frac{c_1 t (n_l - n_o)}{n_l}, \quad (2.15)$$

$$\left. \frac{\partial \delta_2}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = \frac{n_l [c_1 (n_l - n_o) + c_2 (n_i - n_l)] - c_1 c_2 t (n_l - n_o) (n_i - n_l)}{n_i n_l},$$

con lo que

$$y_{c_f}(0) = 0, \quad z_{c_f}(0) = t + \frac{n_i \left[1 - \frac{P_1 t}{n_l} \right]}{P_T} = F. \quad (2.16)$$

Se puede observar que el poder total de la lente $P_T = n_i \left(\frac{\partial \delta_2}{\partial h} \right) \Big|_{h \rightarrow 0}$ puede escribirse como

$$P_T = P_1 + P_2 - \frac{P_1 P_2 t}{n_l}, \quad (2.17)$$

donde P_1 y P_2 son las potencias de refracción de la primer y segunda superficie de la lente respectivamente y están definidas como $P_1 = c_1 (n_l - n_o)$ y $P_2 = c_2 (n_i - n_l)$. Recordando que $F - t = BFL$ donde BFL se denomina la distancia focal posterior (*Back Focal Length*), al sustituir en la Ec. (2.16) se tiene

$$BFL = \frac{n_i \left[1 - \frac{P_1 t}{n_l} \right]}{P_T}. \quad (2.18)$$

De igual forma, al calcular el límite cuando $h \rightarrow 0$ en la Ec. (2.14) se observa que

$$\lim_{h \rightarrow 0} SPS = \left(t - \left[\frac{n_i P_1}{n_l P_T} \right] t, 0 \right), \quad (2.19)$$

al aplicar el teorema de L'Hopital en el lado izquierdo, y donde

$$H_{SPP} = t \left(1 - \left[\frac{n_i P_1}{n_l P_T} \right] \right), \quad (2.20)$$

es la posición del Punto Principal Secundario (SPP). Así, si se considera que el Plano Principal Secundario H_2 es medido a partir del vértice de la segunda superficie al Punto Principal Secundario, se observa que de la Ec. (2.20) se tendrá

$$H_2 = H_{SPP} - t = - \left[\frac{n_i P_1 t}{n_l P_T} \right]. \quad (2.21)$$

Para encontrar las aproximaciones a tercer orden en series de Taylor de la Ec. (2.12), se asume que $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$, con lo que

$$z_{c_{fa}} \approx F - \left[\frac{3G_3}{2n_i n_l^4 P_T^2} \right] h^2, \quad y_{c_{fa}} \approx \left[\frac{G_3}{n_l^2 n_l^4 P_T} \right] h^3, \quad (2.22)$$

donde se utiliza c_{fa} para denominar a las aproximaciones de las cústicas y G_3 está directamente relacionado con el coeficiente de aberración esférica a tercer orden y se define como:

$$G_3 \equiv n_l^3 P_1^3 [n_l - P_1 t] + n_l P_1^2 P_2 [2n_i + 3n_l] [n_l - P_1 t]^2 - n_l c_2 P_1 P_2 [n_i + 3n_l] [n_l - P_1 t]^3 + c_2^2 P_2 [k_2 n_i^2 + n_l^2] [n_l - P_1 t]^4 + n_l P_1 n_l^2 [c_1^2 n_l^2 [k_1 n_l + n_o] - P_1 [c_1 n_l^2 - P_1^2 t]]. \quad (2.23)$$

De manera similar, para la Superficie Principal Secundaria se tendrá que la aproximación en series de Taylor, asumiendo que $c_1 h < 1$, $c_2 h < 1$, tiene la forma:

$$z_{SPS_a} \approx t \left[1 - \left(\frac{n_i P_1}{n_l P_T} \right) \right] + \left[\frac{\alpha}{n_i n_l^4 P_T^2} \right] h^2, \quad y_{SPS_a} \approx h, \quad (2.24)$$

con

$$\begin{aligned} \alpha = & n_i n_l^3 [P_1 + P_2] [c_1 P_1 n_i + c_2 P_2 n_l - P_2 P_1] + P_1 n_l t [n_l - n_i] \{ c_1^2 c_2 [n_i^2 [[1 + k_1] n_l^2 - n_l n_o + n_o^2] \\ & - 3n_l [n_i + n_l] [n_l - n_o]^2] - c_2^3 n_l^2 [[k_2 - 3] n_i^2 + 3n_i n_l + n_l^2] + c_2^2 P_1 n_l [3n_l - n_i] [2n_i + n_l] \\ & + P_1^3 [n_i + n_l] \} - P_1^2 P_2 n_l t^2 \{ 3c_2^2 n_l [[k_2 - 1] n_i^2 + n_i n_l + n_l^2] + c_2 P_1 [n_i^2 - 4n_i n_l - 6n_l^2] \\ & + P_1^2 [2n_i + 3n_l] \} + c_2 P_1^3 P_2 n_l t^3 \{ c_2 [[3k_2 - 1] n_i^2 + n_i n_l + 3n_l^2] - P_1 [n_i + 3n_l] \} \\ & - c_2^2 P_1^4 P_2 t^4 [k_2 n_i^2 + n_l^2]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

De la Ec. (2.24) se puede notar que lo que se obtiene es una parábola con vértice $\left[1 - \frac{n_i P_1}{n_l P_T}\right] t$, la cual se puede utilizar para un trazo de rayos aproximado a tercer orden, sin embargo, esto no se considera en el presente trabajo.

$d[mm]$	$t[mm]$	$R_1[mm]$	$R_2[mm]$	n_l	n_i, n_o	k_1, k_2
65,0	50,0	95,0	-49,0	1,7	1,0	0

Tabla 2.3 Parámetros para la lente biconvexa.

Considerando los valores de la Tabla 2.3 y sustituyendo en la Ec.(2.23) se obtiene el valor del coeficiente de aberración esférica a tercer orden $G_3 = 0,000127$, lo que implica una gran contribución de aberración esférica y esto se puede observar claramente en la Fig. 2.3.

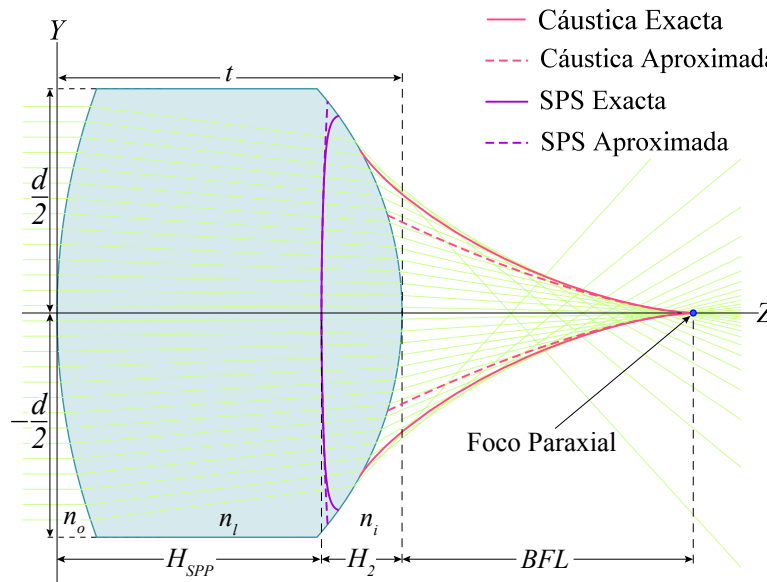


Fig. 2.3 Comparación entre cáusticas y superficies principales secundarias, y sus respectivas aproximaciones producidas por una lente biconvexa utilizando los parámetros de la Tabla 2.3.

Es importante destacar que la apertura de entrada puede reducirse o ampliarse para evitar efectos de reflexión total interna en las lentes. De igual forma, es importante mencionar que el trazo de rayos funciona para todo tipo de lentes cónicas, lo que incluye lentes biconvexas, bicóncavas y meniscos, siendo las lentes plano-convexas un caso particular de éste tipo de lentes. Para el caso de un menisco con parámetros como los que se muestran en la Tabla 2.4, se tendría la imagen de la Fig. 2.4.

$d[mm]$	$t[mm]$	$R_1[mm]$	$R_2[mm]$	n_l	n_i, n_o	k_1, k_2
65,0	50,0	49,0	55,7	1,7	1,0	1,0

Tabla 2.4 Parámetros para un menisco positivo.

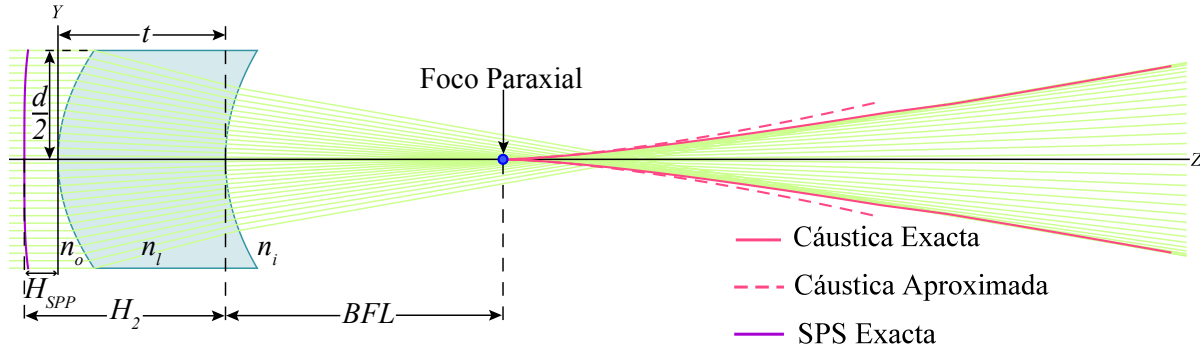


Fig. 2.4 Comparación entre cáusticas y superficies principales secundarias, y sus respectivas aproximaciones producidas por un menisco utilizando los parámetros de la Tabla 2.4.

Considerando los valores de la Tabla 2.4 se tiene un valor de $G_3 = -0,000063$, que corresponde a una aberración esférica negativa como se puede observar en la Fig. 2.4.

Para el caso particular de una lente plano-convexa birrefringente¹ con los parámetros mostrados en la Tabla 2.5, es importante mencionar que en posiciones especiales del eje del cristal, se pueden considerar las lentes birrefringentes como lentes isotrópicas con los índices de refracción ordinario y extraordinario de forma independiente. Así, al considerar que el eje del cristal es ortogonal al eje óptico y que se encuentra sobre el plano de incidencia y de la referencia [24] se observa que el trazo de rayos depende de ambos índices de refracción, i. e.:

$$\eta_o = \frac{n_i}{n_o}. \quad (2.26)$$

$$\eta_e = \frac{n_o^2 \theta_2}{n_e n_i} + \frac{(n_o^2 - n_e^2) \phi_2}{n_e n_i}. \quad (2.27)$$

¹Para mayor información véase Apéndice A.4.

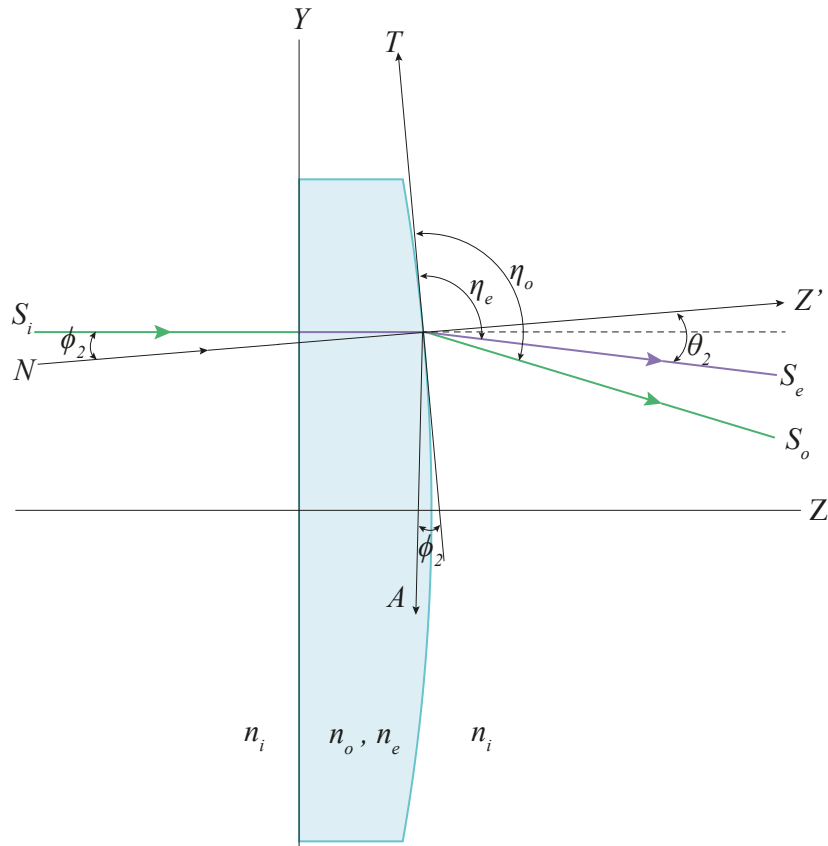


Fig. 2.5 Trazo de rayos para una lente plano-convexa birrefringente y sus parámetros involucrados.

Además, suponiendo que se trata de una lente delgada, observamos que los poderes para la lente será

$$P^{\parallel} \equiv \left(\frac{n_i - n_o}{n_i} \right) \frac{1}{R_2}$$

$$P^{\odot} \equiv \left(\frac{n_i - n_e}{n_i} \right) \frac{1}{R_2} \quad (2.28)$$

donde P^{\parallel} corresponde a la componente paralela al eje óptico, P^{\odot} corresponde a la componente ortogonal al eje óptico y se puede observar que al tener componentes ortogonales al plano de incidencia, se tendrá una polarización remanente lo que físicamente produce un doble haz.

$d[mm]$	$t[mm]$	$R[mm]$	$\lambda[nm]$	k_1
20,0	4,0	58,0	514	0
n_o	n_e	$f_o[mm]$	$f_e[mm]$	k_2
1,663	1,489	87,48	118,61	0

Tabla 2.5 Parámetros para la lente birrefringente de calcita.

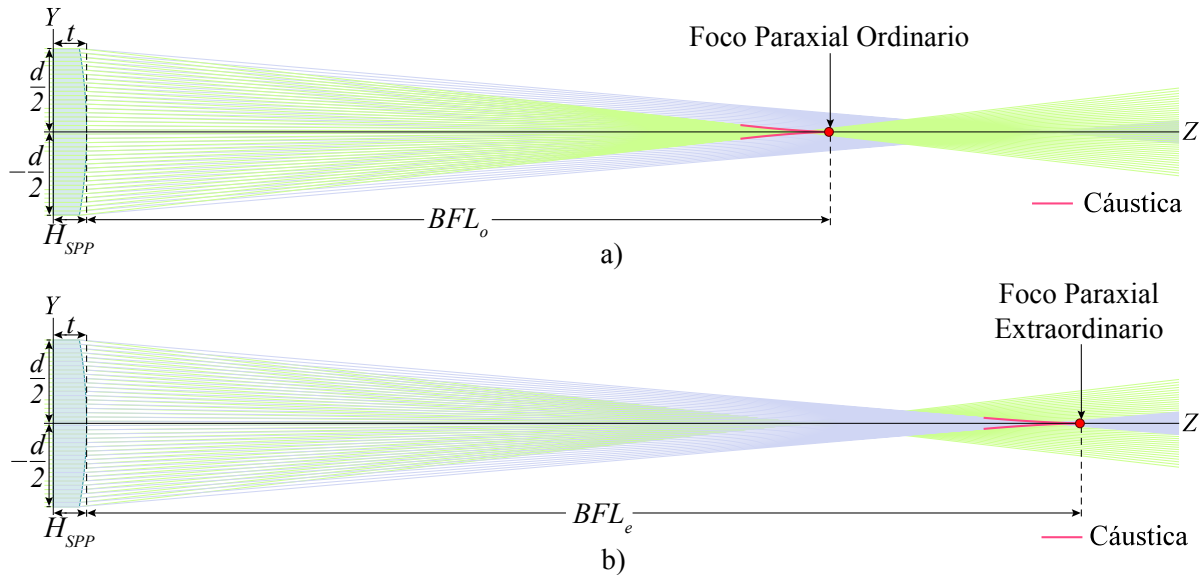


Fig. 2.6 Comparación entre cáusticas y superficies principales secundarias, y sus respectivas aproximaciones producidas por una lente birrefringente (Tabla 2.5) para: a) índice de refracción ordinario y b) índice de refracción extraordinario.

De igual forma, al considerar los valores de la Tabla 2.5 y sustituyendo en la Ec. (2.23) se tendrán los valores $G_{3_o} = 0,000067$ y $G_{3_e} = 0,000027$ con lo que se tiene una aberración esférica positiva, como se muestra en la Fig. 2.6.

2.2.2 Trazo exacto de rayos de derecha a izquierda

Si ahora se asume que los rayos se propagan de derecha a izquierda y se considera un rayo incidente con altura inicial “ h ”, se tendrá que

$$Z_2(h) = t + \frac{c_2 h^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_2) c_2^2 h^2}} \quad \text{y} \quad Z_1(y) = \frac{c_1 y^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_1) c_1^2 y^2}}, \quad (2.29)$$

donde se observa que el rayo refractado dentro de la lente estará relacionado con el ángulo

$$\delta_1 = \arcsen \left[\left(\frac{n_l}{n_o} \right) \sen(\phi_1 + \theta_{l1} - \theta_{i1}) \right] + \phi_1 \quad (2.30)$$

tal que al utilizar la ley de Snell se obtiene

$$\theta_{i1} = \arctan \left(-\frac{\partial Z_2}{\partial h} \right), \quad \theta_{l1} = \arcsen \left[\frac{n_i \left(\frac{\partial Z_2}{\partial h} \right)}{n_l \sqrt{1 + \left(\frac{\partial Z_2}{\partial h} \right)^2}} \right], \quad (2.31)$$

así como

$$\phi_1 = \arctan \left[\frac{c_1 y_o}{\sqrt{1 - (1 + k_1) c_1^2 y_o^2}} \right]. \quad (2.32)$$

El rayo refractado dentro de la lente quedará descrito simplemente como

$$y = h(1 - \sigma_2(z - Z_2)), \quad (2.33)$$

donde se define σ_2 de tal forma que

$$\sigma_2 = \frac{c_2(n_l^2 - n_i^2)}{n_l^2 \sqrt{1 - (1 + k_2) h^2 c_2^2} + n_i \sqrt{n_l^2 - (n_i^2 + k_2 n_l^2) h^2 c_2^2}}. \quad (2.34)$$

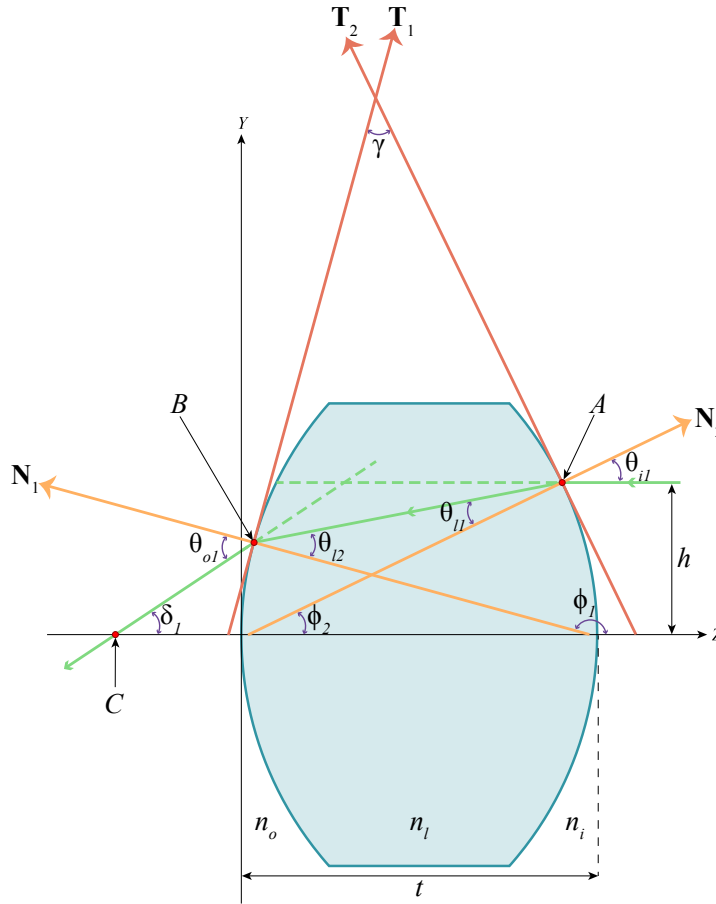


Fig. 2.7 Trazo de rayos de derecha a izquierda para una lente biconvexa (Tabla 2.2) y sus parámetros involucrados.

Posteriormente, las ecuaciones que describen los rayos refractados fuera de la lente son

$$z_o = \frac{1 + c_1 h^2 \sigma_2 (1 + \sigma_2 Z_2) \pm \sqrt{\Gamma_2}}{c_1 (1 + k_1 + h^2 \sigma_2^2)}, \quad (2.35)$$

$$y_o = \frac{h [c_1 (1 + k_1) (1 + \sigma_2 Z_2) - \sigma_2 (1 \pm \sqrt{\Gamma_2})]}{c_1 (1 + k_1 + h^2 \sigma_2^2)},$$

con

$$\Gamma_2 = 1 - c_1 h^2 (1 + \sigma_2 Z_2) [c_1 (1 + k_1) (1 + \sigma_2 Z_2) - 2\sigma_2], \quad (2.36)$$

y de igual forma se toma $-(\Gamma_2)^{1/2}$ para $c_1 < 0$ y $c_1 > 0$. Es importante mencionar que Γ_2

impone la condición de reflexión total interna cuando $\Gamma_2 < 0$, como función del parámetro “ h ” del rayo incidente.

De las ecuaciones (2.32), (2.30) y (2.35) obtenemos la ecuación del rayo refractado fuera de la lente

$$y = y_o + \tan[\delta_1](z - z_o), \quad (2.37)$$

donde se puede observar nuevamente que la envolvente de esta familia paramétrica de rayos refractados (en función de h) es la cáustica. Asimismo, derivando la Ec. (2.37) respecto a h se tiene:

$$\frac{\partial y_o}{\partial h} = \left[\frac{\partial z_o}{\partial h} \right] \tan[\delta_1] - \frac{1}{\cos \delta_1^2} \left[\frac{\partial \delta_1}{\partial h} \right] (z - z_o), \quad (2.38)$$

y al resolver para z y y las ecuaciones (2.37) y (2.38) se observa que

$$z_{c_b} = z_o + \Xi_2 \cos \delta_1, \quad y_{c_b} = y_o + \Xi_2 \sin \delta_1, \quad (2.39)$$

con

$$\Xi_2 = \frac{\left[\frac{\partial z_o}{\partial h} \right] \sin \delta_1 - \left[\frac{\partial y_o}{\partial h} \right] \cos \delta_1}{\frac{\partial \delta_1}{\partial h}}, \quad (2.40)$$

tal que se utilizó en este caso el subíndice c_b para denominar a la cáustica de los rayos anteriores. De igual forma, haciendo $h \rightarrow 0$ y evaluando en la Ec. (2.12) se obtiene que

$$\delta_1(0) = y_o(0) = z_o(0) = 0,$$

$$\left. \frac{\partial z_o}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = 0, \quad \left. \frac{\partial y_o}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = 1 - \frac{c_2 t (n_i - n_l)}{n_l}, \quad (2.41)$$

$$\left. \frac{\partial \delta_1}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = - \frac{n_l [c_1 (n_l - n_o) + c_2 (n_i - n_l)] - c_1 c_2 (n_i - n_l) (n_l - n_o) t}{n_o n_l},$$

y sustituyendo estos valores se tiene

$$y_{c_b}(0) = 0, \quad z_{c_b}(0) = - \frac{n_o \left[1 - \frac{P_2 t}{n_l} \right]}{P_T} = f. \quad (2.42)$$

donde se observa que $f = FFL$ es la Distancia Focal Frontal (FFL), además sustituyendo

$y = h$ en la Ec. (2.37) se tendrá la Superficie Principal Primaria (*PPS*), la cual se escribe en forma paramétrica como

$$PPS = \left(z_o + \frac{h - y_o}{\tan \delta_1}, h \right). \quad (2.43)$$

De manera similar, al evaluar $h \rightarrow 0$ en la Ec. (2.43) se tiene que

$$\lim_{h \rightarrow 0} PPS = \left(\left[\frac{n_o P_2}{n_l P_T} \right] t, 0 \right), \quad (2.44)$$

con lo que

$$H_{PPP} = \left[\frac{n_o P_2}{n_l P_T} \right] t, \quad (2.45)$$

es la posición del Punto Principal Primario (PPP). De lo anterior se puede observar que el Plano Principal Primario H_1 en este caso coincide con H_{PPP} , $H_1 = H_{PPP}$, como se puede observar en la referencia [22]. Luego, partiendo de la Ec. (2.39) y tomando $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$, vemos que se tendrá que la aproximación en series de Taylor a tercer orden tendrá la forma

$$z_{cba} \approx f + \left[\frac{3G'_3}{2n_l n_l^4 P_T^2} \right] h^2, \quad y_{cba} \approx \left[\frac{G'_3}{n_o^2 n_l^4 P_T} \right] h^3 \quad (2.46)$$

y en este caso el coeficiente G'_3 está relacionado directamente con el coeficiente de aberración esférica a tercer orden y es de la forma

$$\begin{aligned} G'_3 \equiv & c_1 P_1 P_2 n_l^3 [n_l [3n_l + n_o] - 4c_1 t [k_1 n_o^2 + n_l^2]] + c_1^2 P_1 n_l^4 [k_1 n_o^2 + n_l^2] + P_1 P_2^2 n_l^2 \{6c_1^2 t^2 [k_1 n_o^2 \\ & + n_l^2] - 3c_1 t n_l [3n_l + n_o] + n_l [3n_l + 2n_o]\} + P_2^4 t [n_l - n_o] [c_1^3 k_1 t^3 n_o^2 - [c_1 t - 1]^2 n_l n_o \\ & + [c_1 t - 1]^3 n_l^2] + P_2 n_l \{n_l^2 [c_2^2 n_o^2 [2n_l [k_2 - 1] n_l] + P_2^2 n_l] + P_1 P_2^2 t [[c_1 t [9 - 4c_1 t] - 6] n_l^2 \\ & + [3c_1 t - 4] n_l n_o - 4c_1^2 k_1 t^2 n_o^2]\}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Considerando los valores de la Tabla 2.3 y sustituyendo en la Ec.(2.47) se tendrá $G'_3 = 0,000057$, adicionalmente se obtiene el valor de $\Gamma_2 = 0$, con lo que se calcula el valor para $h = \pm 48,3357$ el cual restringe la propagación de rayos al obtener la condición de reflexión total interna, como se muestra en la Fig.2.8.

La Ec. (2.46) constituye una parábola semicúbica con la singularidad localizada en el foco frontal. Por otra parte, la aproximación a tercer orden en series de Taylor de la Superficie

Principal Primaria considerando la Ec. (2.43) y asumiendo $c_1 h < 1$, $c_2 h < 1$ será

$$z_{PPS_a} \approx \left[\frac{n_o P_2}{n_l P_T} \right] t + \left[\frac{\beta}{2n_o n_l^4 P_T^2} \right] h^2, \quad y_{PPS_a} \approx h, \quad (2.48)$$

donde se utilizó el subíndice PPS_a para referirse a la aproximación de Superficie Principal Primaria, además β quedará definida como

$$\begin{aligned} \beta = & c_1^2 P_1 [n_l - P_2 t]^3 (n_l n_o [n_l - n_o] - P_2 t [n_l^2 + k_1 n_o^2]) + c_1 P_1 P_2 n_l [n_l - P_2 t]^2 (n_l [2n_o - 3P_2 t] \\ & - n_o [n_o + P_2 t]) + c_2 P_2 n_l (c_2 t [P_1 [n_o^2 [n_i [n_i - n_l] + [1 + k_2] n_l^2] - 3n_l [n_i - n_l]^2] [n_l + n_o]] \\ & - P_2 [n_i - n_l]^2 [n_l^2 - n_o^2] [n_l^2 - n_o^2]) + P_1 P_2^2 t^2 [n_i - n_l] [3n_l + 2n_o] + n_l^2 n_o [P_1 [n_i - n_l + n_o] \\ & + P_2 n_o]). \end{aligned} \quad (2.49)$$

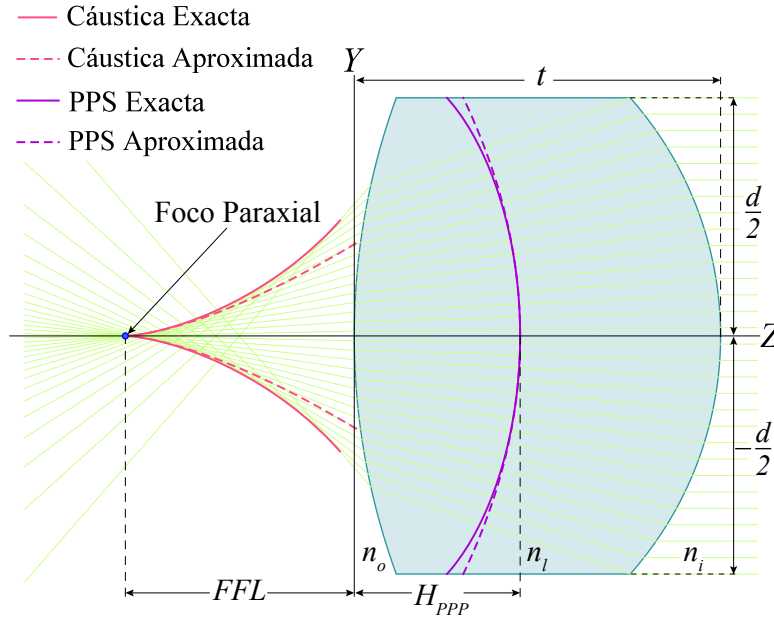


Fig. 2.8 Comparación entre cáusticas y superficies principales primarias, y sus respectivas aproximaciones producidas por una lente biconvexa utilizando los parámetros de la Tabla 2.3 utilizando una constante de conicidad $k = 0$.

La Ec.(2.48) es la ecuación de una parábola y tiene su vértice en $\left[\frac{n_o P_2}{n_l P_T} \right] t$. Por lo anterior, al utilizar los valores de la Tabla 2.3 se tendrán los valores para las cáusticas y superficies principales como se muestra en la Figura 2.8.

Para el menisco (Tabla 2.4) se tiene la Figura 2.9, mientras que para la lente birrefringente

(Tabla 2.5) se realiza un proceso similar al mostrado en la Fig. 2.5, mediante el desarrollo obtenido en la referencia [24], con lo que se tendrá la Fig. 2.10.

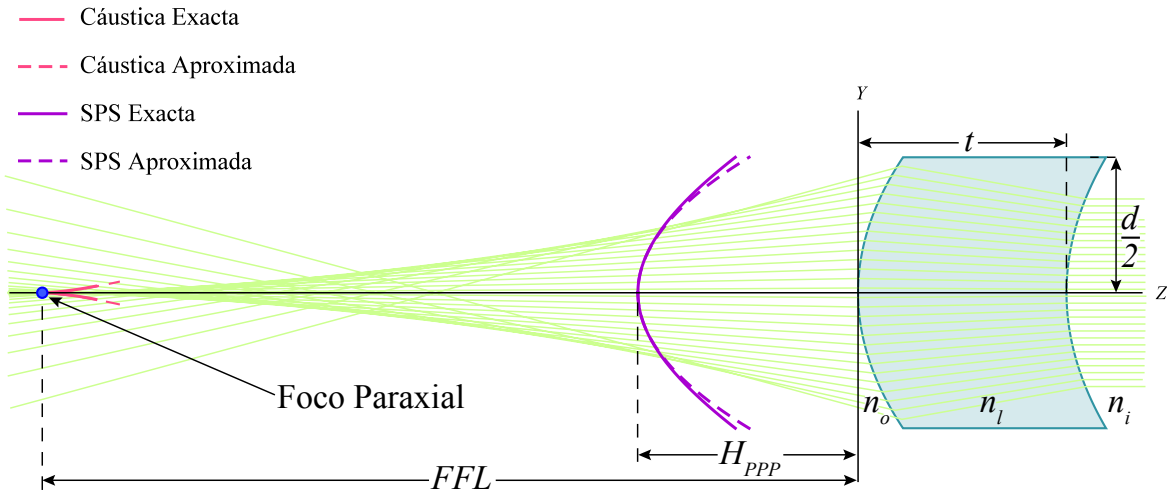


Fig. 2.9 Comparación entre cáusticas y superficies principales primarias, y sus respectivas aproximaciones producidas por un menisco utilizando los parámetros de la Tabla 2.4 con $k_1 = k_2 = -1$.

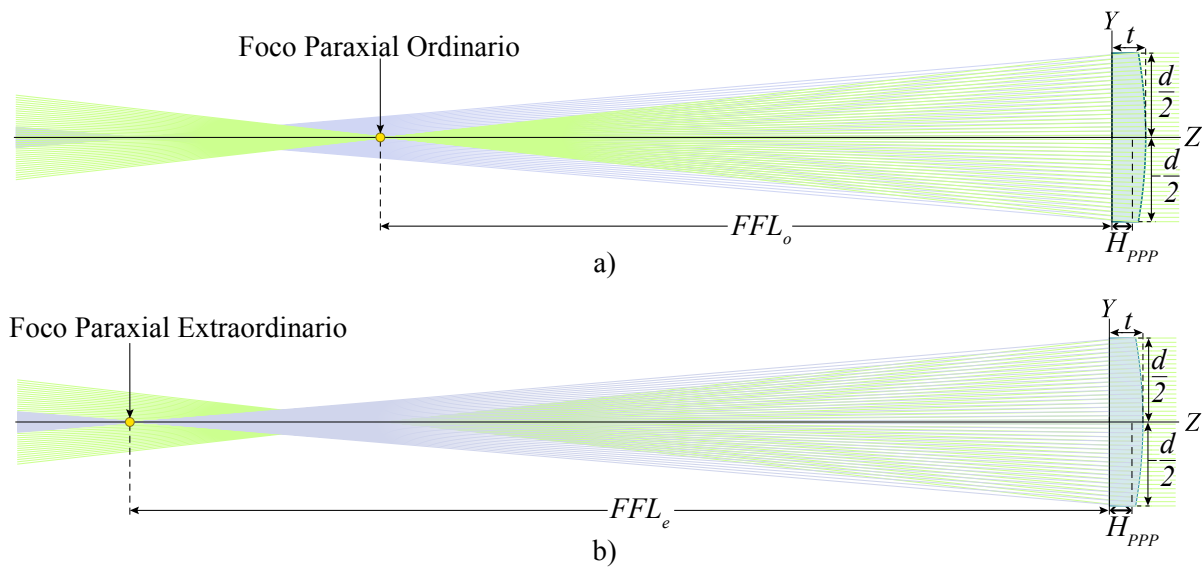


Fig. 2.10 Comparación entre cáusticas y superficies principales secundarias, y sus respectivas aproximaciones producidas por una lente birrefringente (Tabla 2.5) para: a) índice de refracción ordinario y b) índice de refracción extraordinario.

Capítulo 3

Diseño de Pantallas Nulas

La prueba de pantallas nulas [27, 28] se ha utilizado en diversos trabajos para evaluar tanto lentes [9, 10, 16] como espejos [15, 29–31], debido a su gran versatilidad y fácil implementación. Además, por ser un método geométrico, se puede emplear adecuadamente para todo tipo de superficies para evaluar cuantitativamente las aberraciones presentes. Para realizar el diseño de una pantalla nula de cualquier tipo de lente se deben conocer en primera instancia tanto los parámetros de la lente bajo prueba, como los parámetros del plano en donde se observará, en particular, para el plano de detección se puede utilizar un sensor CCD donde se observan las imágenes obtenidas de la prueba de pantallas nulas.

En el presente trabajo se lleva a cabo el diseño de pantallas nulas para lentes biconvexas isotrópicas y una lente plano-convexa birrefringente. Para ambos casos se diseñan pantallas con arreglos de anillos y de franjas verticales, pero se puede implementar cualquier arreglo predeterminado en el plano de detección. Asimismo, se busca hacer más eficiente el método de pantallas nulas utilizando un modulador espacial de luz por transmisión (SLM) para llevar a cabo el despliegue de las pantallas nulas de manera dinámica, sin tener que imprimirlas en acetatos como se ha considerado en trabajos previos [9, 10].

3.1 Modulador Espacial de Luz

Un modulador espacial de luz (SLM¹) es una interfaz programable la cuál es capaz de modificar, en tiempo real, la fase, amplitud o polarización de un frente de onda a través de señales de control óptico o eléctrico. Entre las ventajas de los moduladores espaciales de luz, se encuentra la rápida respuesta temporal[32] por lo que en este trabajo se utiliza un SLM para desplegar las pantallas nulas de las lentes bajo prueba.

El modulador espacial de luz aquí utilizado, posee una pantalla de cristal líquido (LCD²) donde el alineamiento de las moléculas se produce por medio de la aplicación de un campo eléctrico externo, y dichas celdas son de tipo nemático de torsión. Éste tipo de LCD tiene como característica que las moléculas tienen una alineación lineal con un orden de orientación, sin embargo los centros de las moléculas poseen una distribución aleatoria (ver Apéndice A.1).

Las propiedades ópticas de las celdas de los moduladores, pueden modificarse al aplicar un campo eléctrico externo, y al quitar el campo, dichas propiedades se revierten [33]. En particular, al SLM tener celdas de tipo nemático de torsión, las moléculas al inicio de la pantalla son ortogonales a las moléculas que se encuentran al término de la pantalla, y con ello a lo largo del cristal las moléculas forman una estructura tipo helicoidal. Por lo mencionado anteriormente, cuando la luz sigue el camino a lo largo del cristal, la trayectoria del haz se modificará dependiendo la orientación de las moléculas, y de igual forma, el estado de polarización de la luz se verá afectado.

3.2 Método para el diseño de pantallas nulas tipo Ronchi-Hartmann

Para realizar el diseño de pantallas nulas se hicieron varias consideraciones. Una de ellas fue la longitud de onda de la fuente la cual se fijó a $\lambda = 514nm$ y una vez elegida dicha longitud de onda, se utilizó la ecuación de dispersión de las distintas lentes bajo prueba para calcular el índice de refracción a la longitud de onda que se utilizaría para realizar las pantallas nulas, como se observa en el Apéndice A.4.1 y A.5. La segunda consiste en tener un frente de onda

¹por sus siglas en inglés, *Spatial Light Modulator*

²por sus siglas en inglés, *Liquid Crystal Display*

plano incidente a la primera superficie de la lente bajo prueba, para lo cual se colima el haz mediante el uso de un doblete acromático. La última consiste en considerar las dimensiones del sensor CCD para generarlo como un cuadrado con la altura del lado menor del sensor como lado. Es importante destacar que el sensor CCD se utiliza en esta prueba sin necesidad de implementar una lente formadora de imagen, la cual es utilizada tradicionalmente en las pruebas convencionales. Los parámetros de las lentes que se evalúan en este trabajo se muestran en las Tablas 3.1 y 3.2.

$d[mm]$	$t[mm]$	$R[mm]$	$EFL[mm]$	n_l	n_i, n_o	$F/\#$
25,4	7,7	29,5	30,0	1,521	1,0	1,181

Tabla 3.1 Parámetros para la lente LB 1757.

$d[mm]$	$t[mm]$	$R[mm]$	$EFL[mm]$	n_l	n_i, n_o	$F/\#$
25,4	6,8	34,9	35,0	1,521	1,0	1,378

Tabla 3.2 Parámetros para la lente LB 1811.

Una vez teniendo las consideraciones necesarias se procede a realizar el diseño de las pantallas nulas. En primer lugar, se realiza el arreglo que se quiere observar en el sensor CCD, por lo que las dimensiones de la pantalla deberán coincidir con las dimensiones del sensor para lo cual se debe elegir que los rayos marginales correspondan al límite del sensor (l_m) y así, al observar la imagen en el sensor se asegure que éste se encuentre en la posición adecuada. Con lo anterior, se procede a diseñar el patrón deseado, en este caso se realizaron pantallas de 7 anillos y 7 franjas verticales igualmente espaciadas, y con estos patrones, los cuales constan de puntos ordenados, se procede a diseñar la pantalla nula de la lente bajo prueba. Se elige un punto en el plano de detección y mediante el trazo de rayos inverso, un punto en el CCD se mapea a otro punto sobre la primera superficie de la lente (Fig. 3.1). Para ello se utiliza la Ec. (2.10) la cual corresponde a la ecuación del rayo refractado fuera de la lente, se iguala a la altura del sensor CCD y se resuelve para la distancia z_o a la que se colocará el sensor, i.e.:

$$h_{CCD} = y_i - \tan[\delta_2](z_o - z_i) \quad (3.1)$$

donde y_i y z_i están definidos por la altura del rayo marginal. Mediante la distancia z_o , se tiene la posición donde se deberá colocar el sensor para abarcar toda la apertura de la lente y que ésta pueda evaluarse completamente. Posteriormente, sobre el eje X se realiza una serie de puntos equidistantes, los cuales se rotan para generar anillos concéntricos con la misma distancia de separación, y una vez obtenidos los puntos, se utilizan los valores para generar el trazo de rayos y su respectiva pantalla nula. Se sustituyen los valores obtenidos en la Ec. (2.6) de tal forma que se obtiene

$$y_{anillos} = y_i - \tan[\delta_2](z_o - z_i). \quad (3.2)$$

Considerando el caso especial de lentes simples biconvexas esféricas inmersas en aire $n_l = n_o = n_a$, entonces se tiene que $k_1 = k_2 = 0$ y al sustituir estos valores en las Ecs. (2.1), (2.5), (2.6) y (2.7), se obtiene

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{c_1 h^2}{1 + \sqrt{1 - c_1^2 h^2}}, \\ \sigma_1 &= \frac{c_1 (n_l^2 - n_a^2)}{n_l^2 \sqrt{1 - c_1^2 h^2} + n_a \sqrt{n_l^2 - n_a^2 c_1^2 h^2}}, \\ z_i &= \frac{1 + c_2 [t + h^2 \sigma_1 (1 + \sigma_1 Z_1)] - \sqrt{\Gamma_1}}{c_2 (1 + h^2 \sigma_1^2)}, \\ y_i &= \frac{h [c_2 (1 - \sigma_1 [t - Z_1]) - \sigma_1 (1 - \sqrt{\Gamma_1})]}{c_2 (1 + h^2 \sigma_1^2)}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\Gamma_1 = 1 - c_2 h^2 (1 - \sigma_1 [t - Z_1]) (c_2 (1 - \sigma_1 [t - Z_1]) - 2\sigma_1)$$

donde claramente se obtiene un polinomio en función del parámetro “ h ”, debido a que todos los parámetros de diseño de la lente (n_l , t , c_1 , c_2) son conocidos, y éste se puede resolver numéricamente.

Para el caso de una lente plano-convexa esférica, la Ec.3.2, se reduce drásticamente debido a

que $c_1 = 0$ y por lo tanto

$$\sigma_1 = 0,$$

$$z_i = \frac{1 + c_2[t + h^2\sigma_1 - \sqrt{\Gamma_1}]}{c_2(1 + h^2\sigma_1^2)},$$

$$y_i = \frac{h[c_2(1 - \sigma_1 t) - \sigma_1(1 - \sqrt{\Gamma_1})]}{c_2(1 + h^2\sigma_1^2)},$$

(3.4)

$$\Gamma_1 = 1 - c_2 h^2 (1 - \sigma_1 t) (c_2 (1 - \sigma_1 t) - 2\sigma_1)$$

lo que reduce sustancialmente el polinomio para realizar el diseño de las pantallas nulas.

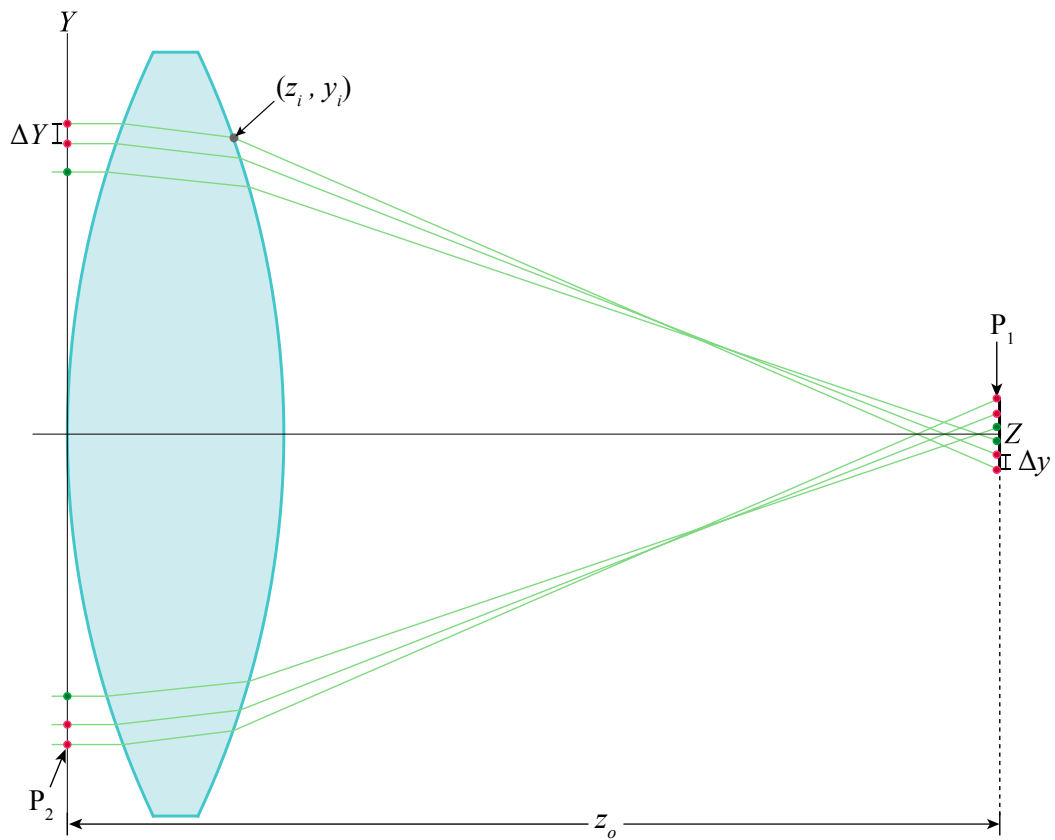


Fig. 3.1 Trazo de rayos inverso para elaborar la pantalla nula de una lente biconvexa.

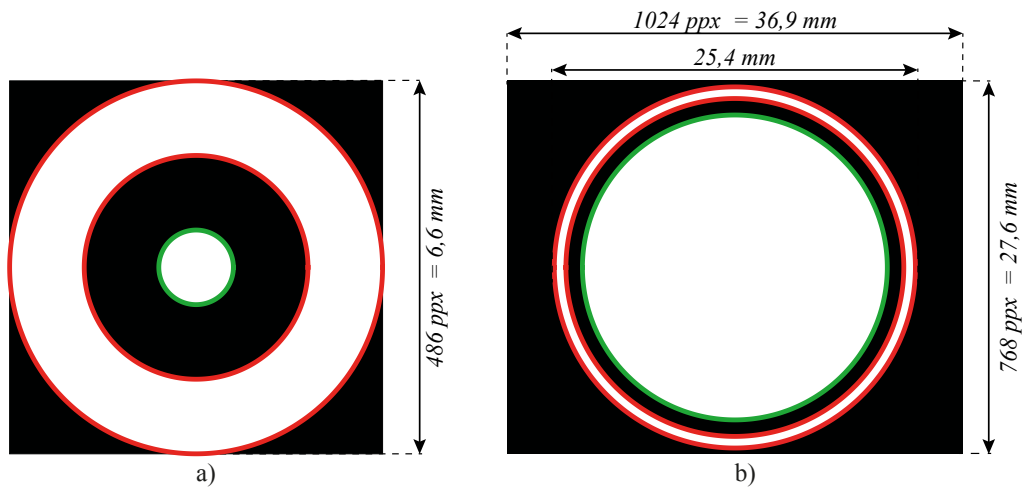


Fig. 3.2 a) Patrón uniforme ideal de anillos muestreado en el sensor. b) Pantalla Nula para el patrón de anillos para probar una lente biconvexa.

Para la lente birrefringente se realiza un proceso similar, sólo que en este caso se diseñan pantallas tanto para el índice de refracción ordinario como para el extraordinario, para lo cuál se elige el trazo de rayos correspondiente a cada índice de refracción para una longitud de onda determinada, se realiza el trazo de rayos inverso de un punto en el CCD y se mapea dicho punto a su correspondiente en la primera superficie (Fig. 3.3).

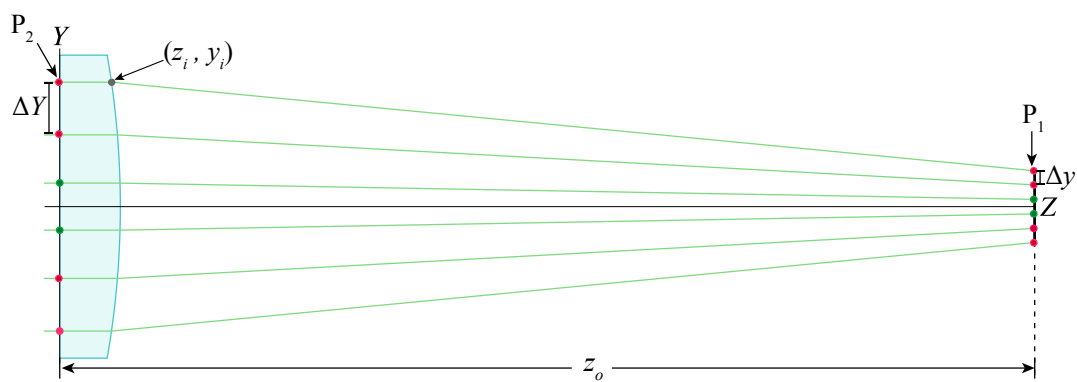


Fig. 3.3 Trazo de rayos inverso para elaborar la pantalla nula de una lente plano-convexa.

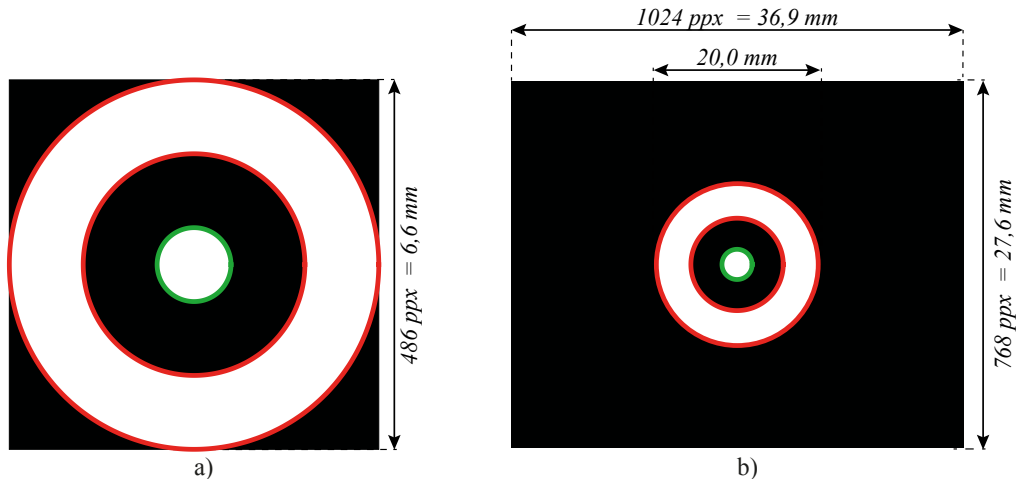


Fig. 3.4 a) Patrón uniforme ideal de anillos muestreado en el sensor. b) Pantalla Nula para el patrón de anillos para probar una lente plano-convexa.

Para las pantallas de franjas se realiza un proceso similar. En este caso se elige el número de franjas y se realiza una partición del sensor tanto en el eje Y , como en el eje X . En el eje X la partición dependerá del número de franjas (N) y en el eje Y dependerá del número de puntos (m) para que el muestreo tenga mayor o menor resolución. Así, las coordenadas para cada uno de los puntos que conforman las franjas tendrá coordenadas (x_i, y_j) y estarán descritas por la Ec. (3.5),

$$x_i = \frac{2i-1}{2}\Delta_x, \quad y_j = \frac{2j-1}{2}\Delta_y, \quad (3.5)$$

con $i \in [1, N]$ y $j \in [1, m]$. Además, los incrementos en X y Y , estarán dados por

$$\Delta_x = \frac{l_m}{2N}, \quad \Delta_y = \frac{l_m}{2m}, \quad (3.6)$$

y con ello se puede observar que el grosor de la franja y la separación entre cada franja será $\Delta = \Delta_x/2$.

En la Fig. 3.5 se muestran los elementos necesarios para llevar a cabo el muestreo de un patrón de franjas en el CCD. Se puede observar que ρ es la altura de cada punto y $\alpha_{ij} = \tan \left[\frac{y_j}{x_i} \right]$ el ángulo para cada uno de los puntos. Con los puntos obtenidos se realiza el trazo inverso de rayos (Figs. 3.1, 3.3) y se obtienen las pantallas nulas correspondientes.

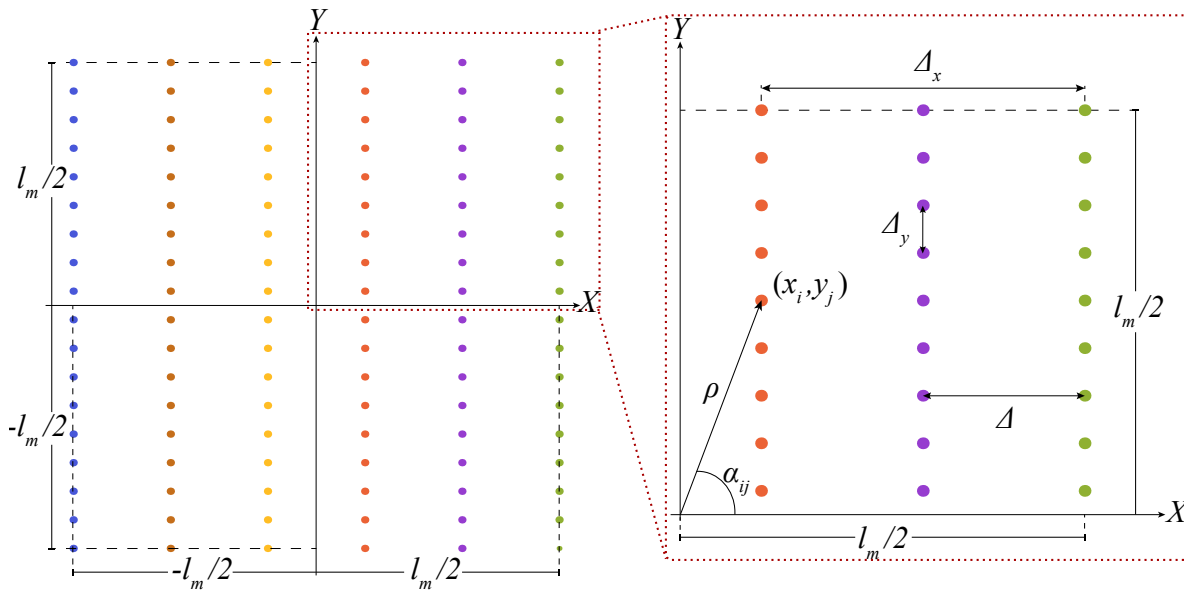


Fig. 3.5 Elementos involucrados en el diseño del patrón de franjas muestreado en el sensor CCD.

Una vez obtenidas las pantallas nulas, se tendrá: para la lente $LB - 1757$ las imágenes mostradas en Fig. 3.7, para la lente $LB - 1811$ las imágenes mostradas en la Fig. 3.8 y para la lente birrefringente las imágenes de las Figs. 3.9 y 3.10. De igual forma, al observar que la rapidez de las lentes es $F/\# = 1,181$ para la lente $LB - 1757$ y $F/\# = 1,378$ para la lente $LB - 1811$, las pantallas de franjas asemejan a un interferograma con aberración de coma con inclinación en la dirección tangencial [27], lo cuál es más evidente en lentes más rápidas, mientras que para lentes lentas las pantallas son similares a interferogramas con aberración de coma sin inclinación y sin defoco.

En la Figura 3.9 b) puede notarse que para la primer posición del sensor $z_o = 54,64mm$, la pantalla presenta distorsión tipo *corsé*, mientras que para 3.9 c) se observa distorsión tipo barril. Además, debido a que la lente es lenta, no se aprecian muchas diferencias en la forma de las pantallas nulas. Lo anterior favorece la prueba con rejillas tipo Ronchi, sin embargo la finalidad de el presente trabajo es la de evaluar lentes más rápidas.

En la Fig. 3.10 se observa que aunque se tienen los mismos parámetros de diseño que en la Fig. 3.9, el índice de refracción es distinto, lo que produce una lente más lenta ($F_{n_e}/\# = 5,931$) que para el caso ordinario ($F_{n_o}/\# = 54,374$), y para este caso si se puede tener una evaluación mediante rejillas tipo Ronchi. La Figura 3.6 muestra las posiciones que se eligieron para colocar el CCD sobre el trazo de rayos para la lente birrefringente y con estas posiciones asegurar que se cubre la mayor área de la lente para evaluarla. Para ambos índices de refracción se considera una posición antes del foco y otra después del foco para comparar las distancias y con ello evaluar más ampliamente a la lente.

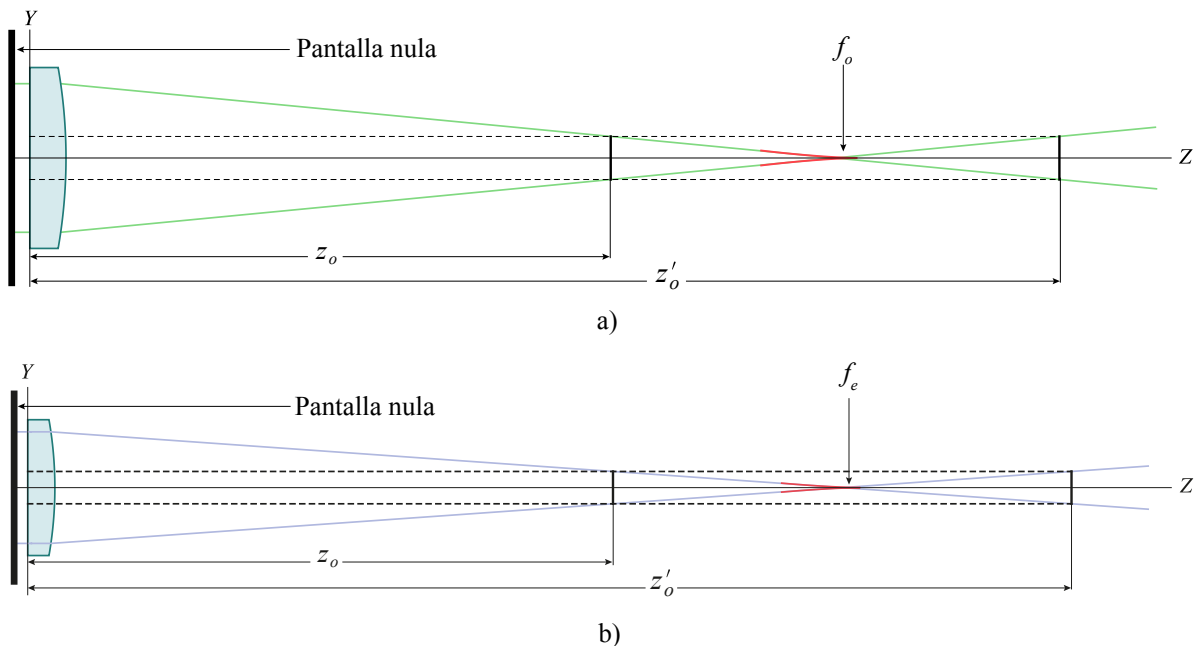


Fig. 3.6 a) Posiciones para el sensor CCD para el índice de refracción ordinario de la lente birrefringente: $z_o = 54,64mm$ y $z'_o = 123,42mm$. b) Posiciones del CCD para el índice de refracción extraordinario de la lente birrefringente: $z_o = 73,14mm$ y $z'_o = 166,76mm$.

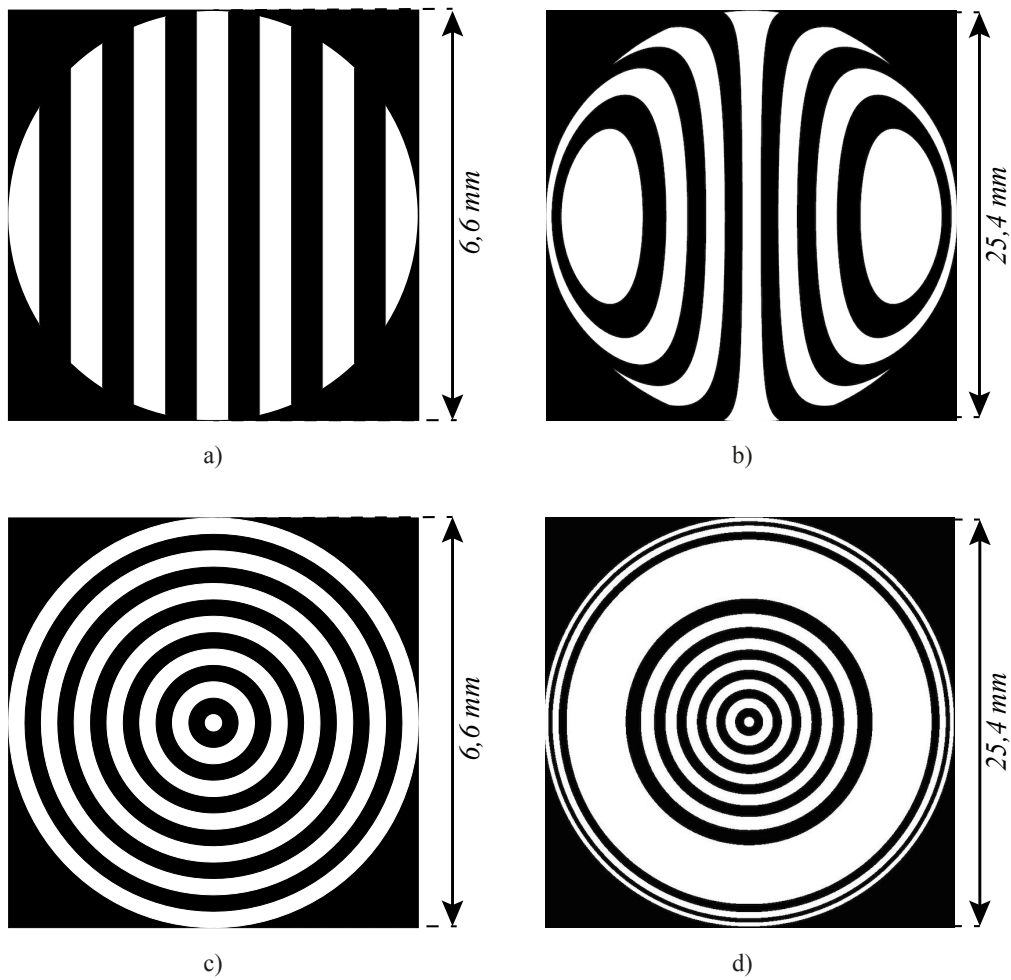


Fig. 3.7 Muestreo del sensor a $z_o = 21,03mm$. a) Patrón uniforme ideal de 7 franjas muestreado en el sensor. b) Pantalla nula para el patrón de 7 franjas para evaluar la lente biconvexa $LB - 1757$. c) Patrón uniforme ideal de 7 anillos muestreado en el sensor. d) Pantalla nula para el patrón de 7 anillos para evaluar la lente $LB - 1757$.

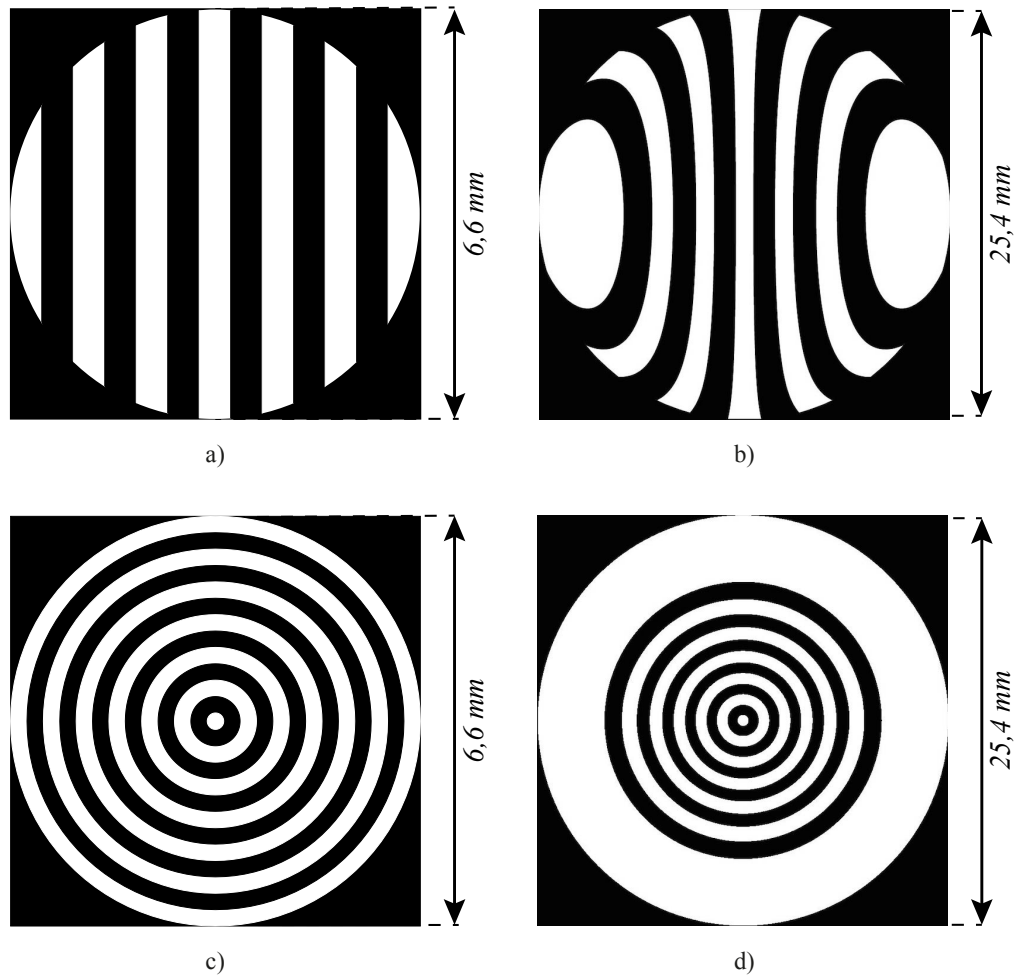


Fig. 3.8 Muestreo del sensor a $z_o = 24,50\text{mm}$. a) Patrón uniforme ideal de 7 franjas muestreado en el sensor. b) Pantalla nula para el patrón de 7 franjas para evaluar la lente biconvexa $LB - 1811$. c) Patrón uniforme ideal de 7 anillos muestreado en el sensor. d) Pantalla nula para el patrón de 7 anillos para evaluar la lente $LB - 1811$.

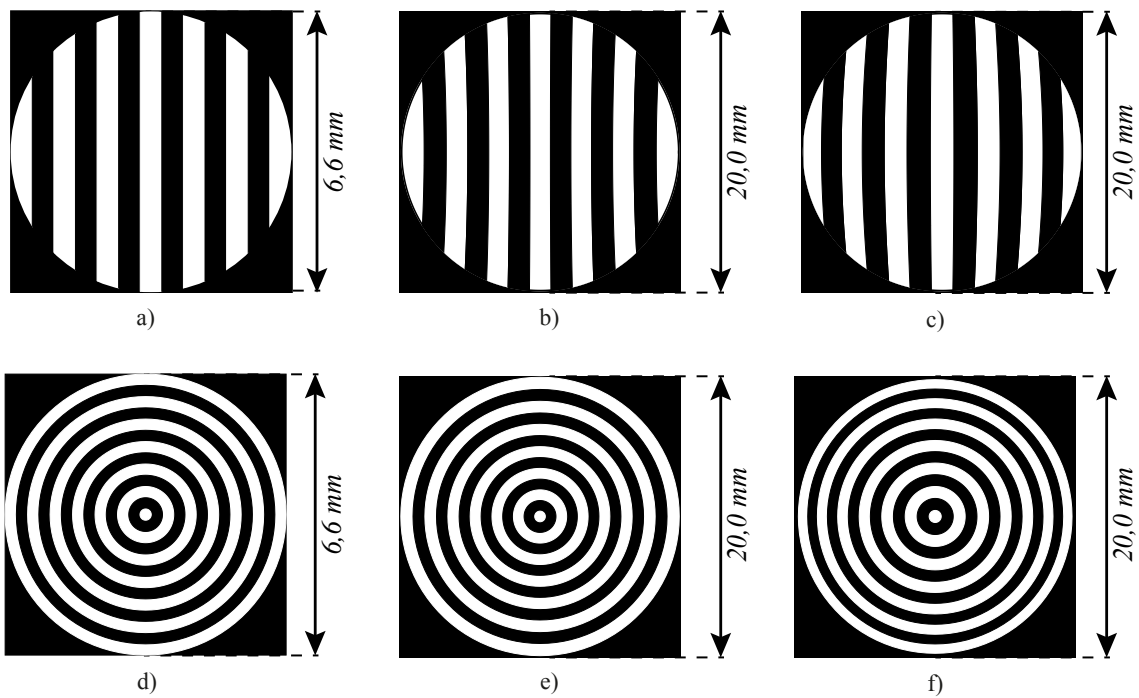


Fig. 3.9 Pantallas para el índice de refracción ordinario de la lente birrefringente. a) Patrón uniforme ideal de 7 franjas muestreado en el sensor. b) Pantalla nula para el patrón de 7 franjas para evaluar la lente birrefringente a $z_o = 54,64\text{mm}$. c) Pantalla nula para el patrón de 7 franjas para evaluar la lente birrefringente a $z_o' = 123,42\text{mm}$. d) Patrón uniforme ideal de 7 anillos muestreado en el sensor. e) Pantalla nula para el patrón de 7 anillos para evaluar la lente birrefringente a $z_o = 54,64\text{mm}$. f) Pantalla nula para el patrón de 7 anillos para evaluar la lente birrefringente a $z_o' = 123,42\text{mm}$.

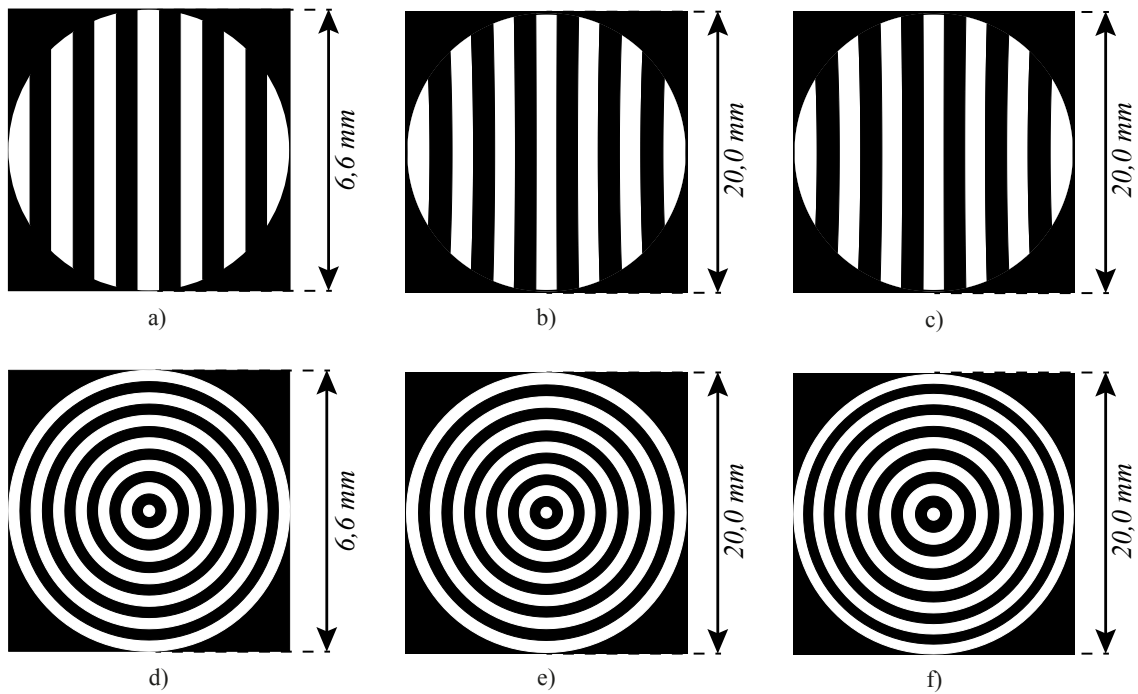


Fig. 3.10 Pantallas para el índice de refracción extraordinario de la lente birrefringente. a) Patrón uniforme ideal de 7 franjas muestreado en el sensor. b) Pantalla nula para el patrón de 7 franjas para evaluar la lente birrefringente a $z_o = 73,14mm$. c) Pantalla nula para el patrón de 7 franjas para evaluar la lente birrefringente a $z'_o = 166,76mm$. d) Patrón uniforme ideal de 7 anillos muestreado en el sensor. e) Pantalla nula para el patrón de 7 anillos para evaluar la lente birrefringente a $z_o = 73,14mm$. f) Pantalla nula para el patrón de 7 anillos para evaluar la lente birrefringente a $z'_o = 166,76mm$.

Capítulo 4

Prueba Cualitativa con Pantallas Nulas

4.1 Desarrollo Experimental

Para llevar a cabo la prueba cualitativa por pantallas nulas, se utilizó un láser de Argón modelo Stellar-PRO Sselect de Modu-Laser polarizado con tres longitudes de onda (457, 488 y 514nm), una montura para filtraje espacial de Edmund Optics, un objetivo de microscopio Edmund Optics de 20×, un pinhole de 20μm, un doblete acromático de 50,8mm de diámetro y una distancia focal efectiva de 400mm para realizar la colimación del haz, dos polarizadores Polaroid, un modulador espacial de luz (SLM) modelo LC2012 de HOLOEYE, dos lentes biconvexas de catálogo (Tabla 3.1 y 3.2), una lente birrefringente plano-convexa de distancia focal efectiva de $DFE_o = 87,48mm$ y $DFE_e = 118,61mm$, y un sensor CCD de 8,8mm × 6,6mm y 640ppx × 486ppx. El arreglo experimental se colocó sobre una mesa holográfica.

El láser se utiliza a $\lambda = 514nm$ debido a que se diseñaron las pantallas de la lente bajo prueba para esa longitud de onda. Se lleva a cabo la alineación del láser y su respectiva colimación para obtener un frente de onda plano. Para implementar experimentalmente dicho frente de onda, se hace incidir el haz láser en el filtraje espacial, después se coloca el doblete acromático de tal manera que la distancia focal del doblete coincida con la posición del pinhole donde idealmente se tiene un objeto debido a que se tiene una fuente puntual y cuya imagen se localiza en infinito, produciéndose un frente de onda plano, y posteriormente se verifica que se tiene un haz colimado mediante un interferómetro de desplazamiento lateral (Fig. 4.1).

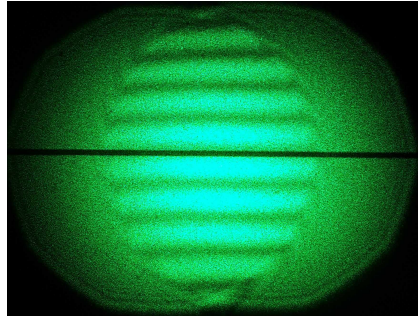


Fig. 4.1 Fotografía de la colimación del haz láser mediante un interferómetro de desplazamiento lateral SI500 de Thorlabs[®].

Posteriormente, se coloca el modulador espacial de luz entre dos polarizadores para que el modulador funcione de manera adecuada y para poder modular la amplitud del haz incidente. El primer polarizador tiene su propia función, mientras que el segundo funcionará como analizador. Siguiendo con el montaje, se coloca la lente bajo prueba y por último el sensor CCD, a una distancia z_0 , y para colocarlo a dicha distancia, se coloca sobre una platina de desplazamiento de tres ejes. Las imágenes que se obtienen en el sensor se observan en tiempo real en una computadora.

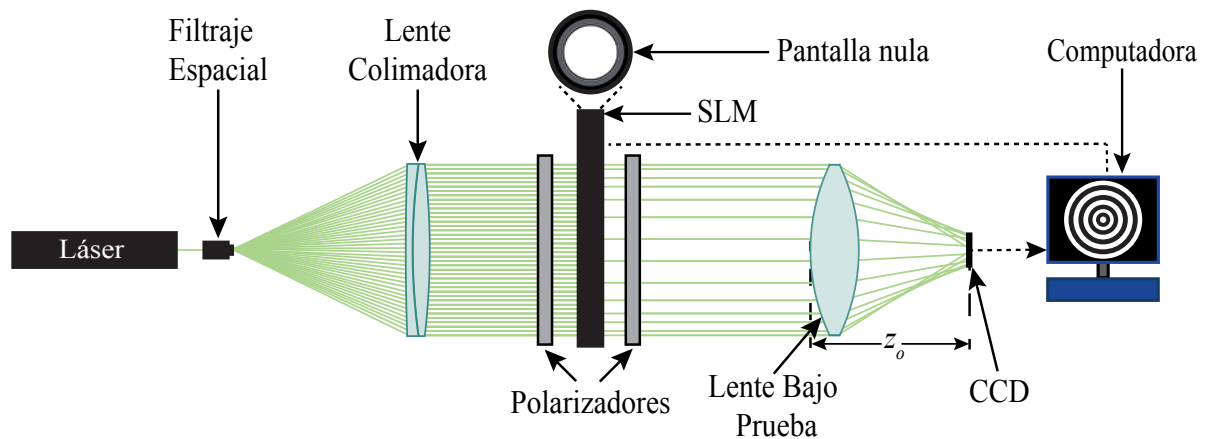


Fig. 4.2 Diagrama del arreglo experimental para la prueba con pantallas nulas.

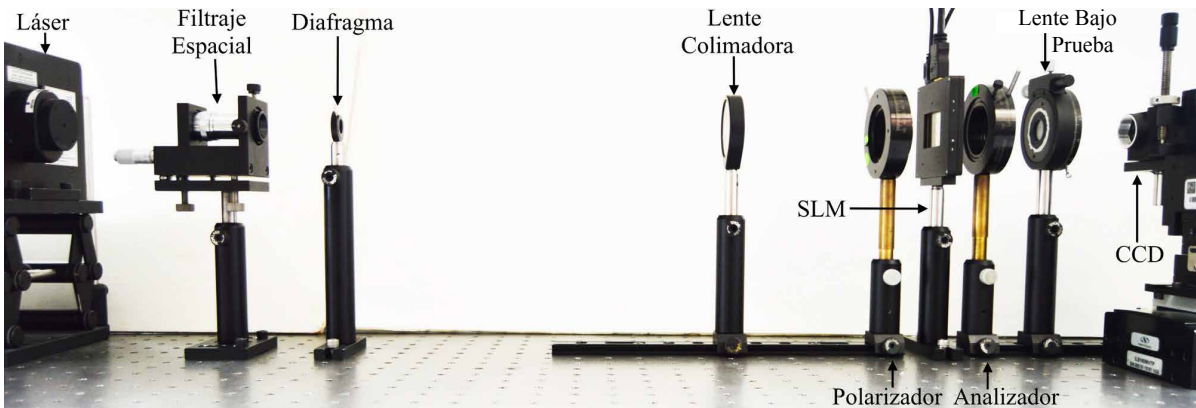


Fig. 4.3 Fotografía del arreglo experimental para la prueba de una lente con pantallas nulas.

4.2 Resultados

En primer lugar, para las lentes biconvexas se utilizaron pantallas de 7 anillos y 7 franjas para evaluar cada lente (Tabla 3.1 y 3.2) en donde cada pantalla se diseñó para observar un arreglo de anillos concéntricos equidistantes y franjas del mismo grosor, al colocar el CCD en una cierta posición. Para la lente $LB - 1757$ se colocó el sensor a una distancia $z_o = 20,31mm$ mientras que para la lente $LB - 1811$, se colocó en $z_o = 24,50mm$. En la Fig. 4.4 a) y d), se observan las pantallas nulas de 7 franjas y 7 anillos respectivamente, diseñadas para la primera lente. En las Figuras 4.4 b) y e) se muestra el respectivo arreglo ideal y en 4.4 c) y f) su respectiva imagen tomada de la pantalla nula registrada en el SLM. En la Fig. 4.6 a) y d), se observan las pantallas nulas de 7 franjas y 7 anillos respectivamente para la segunda lente, en 4.6 b) y e) se muestra el respectivo arreglo ideal y en 4.6 c) y f) su respectiva imagen tomada de la pantalla nula registrada en el SLM.

Para la lente birrefringente se utilizaron pantallas de 9 anillos y 9 franjas para evaluar ambos índices de la lente cuyos parámetros se encuentran en la Tabla 2.5, y de igual forma ambas pantallas se diseñaron para observar en el sensor un arreglo de anillos concéntricos equidistantes, o bien un arreglo de franjas del mismo grosor. Para ello, se debe colocar el sensor en una posición adecuada, esto es, el borde de la pantalla debe coincidir con el borde del lado menor del sensor.

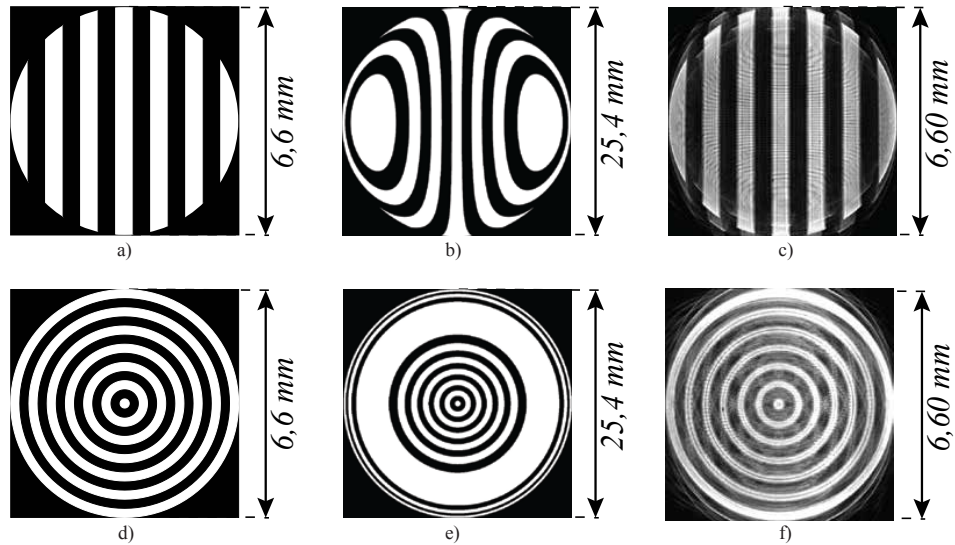


Fig. 4.4 a) Imagen ideal en el CCD de la pantalla de 7 franjas para la lente $LB - 1757$. b) Pantalla nula de 7 franjas a una distancia $z_o = 20,31mm$. c) Fotografía de la pantalla nula registrada a una distancia $z_o = 20 \pm 5mm$ de la lente biconvexa. d) Imagen ideal de la pantalla de 7 anillos. e) Pantalla nula de 7 anillos a una distancia $z_o = 20,31mm$. f) Fotografía para la prueba de pantalla nula registrada a una distancia $z_o = 20 \pm 5mm$ de la lente biconvexa.

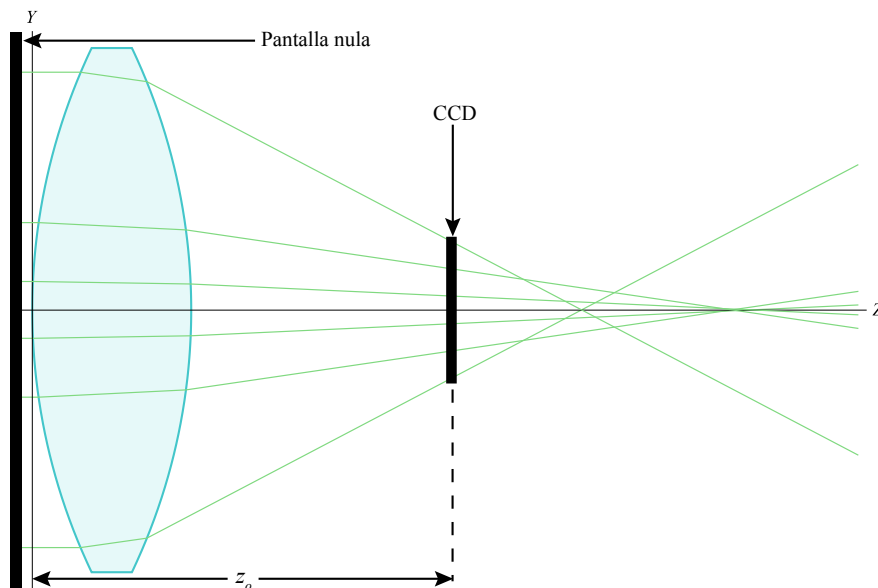


Fig. 4.5 Posición del sensor CCD para realizar el muestreo para la evaluación la lente $LB - 1757$.

La Figura 4.5 muestra la posición que se determinó para colocar el CCD sobre el trazo de rayos para la lente $LB - 1757$. De igual forma, la Figura 4.7 muestra la posición del CCD para la lente $LB - 1811$. En las Figuras 4.8 a), d) y 4.9 a), d), se presentan los arreglos muestreados para el sensor CCD, en las respectivas figuras b) y e) se muestran las pantallas ideales para el índice de refracción ordinario y finalmente en las correspondientes figuras c) y f) se muestran las imágenes tomadas de la pantalla nula registrada en el SLM diseñada para el índice de refracción ordinario a $z_o = 54,64mm$ y a $z'_o = 123,42mm$ respectivamente.

Es importante mencionar que el número máximo de franjas está limitado por la resolución del SLM, lo que puede reducir la cantidad de franjas que se pueden desplegar en la pantalla. Para fines prácticos se considera un mínimo de 5 píxeles contiguos para generar una franja y construir una rejilla tipo Ronchi.

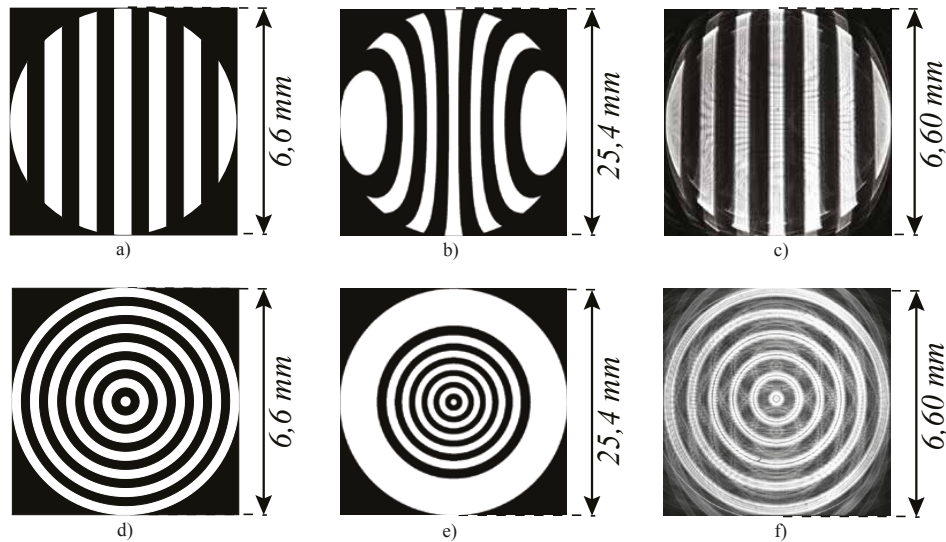


Fig. 4.6 a) Imagen ideal en el CCD de la pantalla de 7 franjas para la lente $LB - 1811$. b) Pantalla nula de 7 franjas a una distancia $z_o = 24,51mm$. c) Fotografía de la pantalla nula registrada a una distancia $z_o = 20 \pm 5mm$ de la lente biconvexa. d) Imagen ideal de la pantalla de 7. e) Pantalla nula de 7 anillos a una distancia $z_o = 24,51mm$. f) Fotografía para la prueba de pantalla nula registrada a una distancia $z_o = 20 \pm 5mm$.

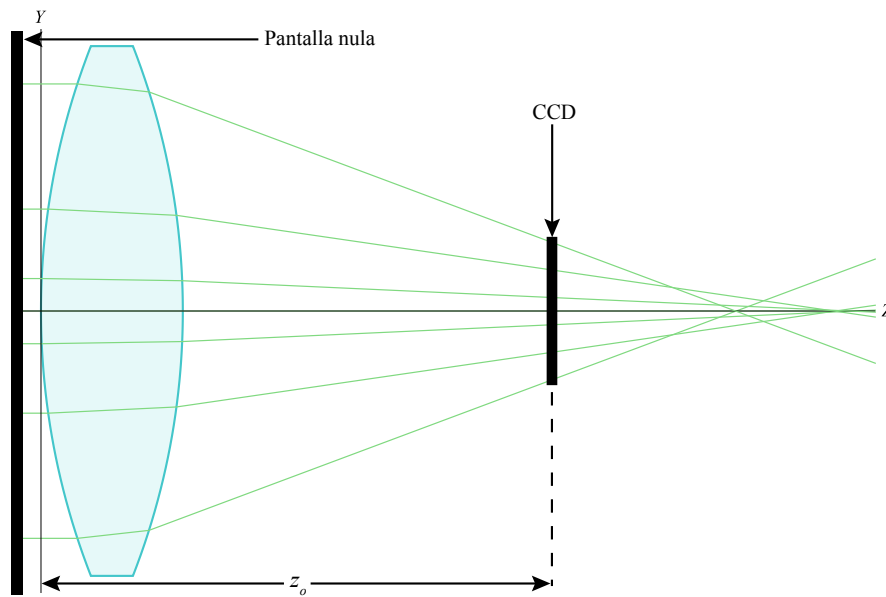


Fig. 4.7 Posición del sensor CCD para realizar el muestreo para la evaluación la lente *LB – 1811* .

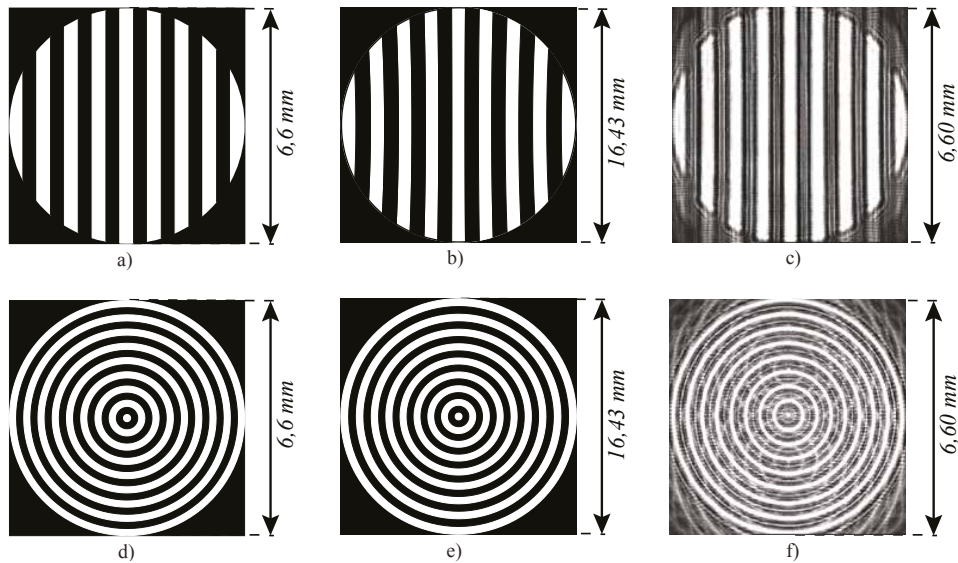


Fig. 4.8 a) Imagen ideal en el CCD de la pantalla de 9 franjas para el índice ordinario de la lente birrefringente. b) Pantalla nula de 9 franjas considerando la posición del CCD a una distancia $z_o = 54,64\text{mm}$. c) Fotografía de la pantalla nula registrada a una distancia $z_o = 50 \pm 5\text{mm}$ de la lente birrefringente. d) Imagen ideal de la pantalla de 9 anillos para la lente birrefringente. e) Pantalla nula de 9 anillos a una distancia $z_o = 54,64\text{mm}$. f) Fotografía para la prueba de pantalla nula registrada a una distancia $z_o = 50 \pm 5\text{mm}$ de la lente birrefringente.

En las Figuras 4.10 a), d) y 4.11 a), d) se presentan los arreglos muestreados para el sensor CCD, en b) y e) se muestran las pantallas ideales para el índice de refracción extraordinario, y en c) y f) se encuentran las imágenes tomadas de la pantalla nula registrada en el SLM diseñada para el índice de refracción extraordinario a $z'_o = 73,14mm$ y a $z'_o = 166,76mm$ respectivamente.

Una vez obtenidas las imágenes de las pantallas nulas en el CCD, se procedió a realizar un análisis cualitativo de las imágenes obtenidas. Para esto, se localizaron las zonas de mayor y menor intensidad con lo que se obtuvieron las imágenes mostradas en las Figuras 4.12 y 4.13 para la lente $LB - 1757$, así como las Figuras 4.14 y 4.15 para la lente $LB - 1811$. De igual forma para la lente birrefringente se realiza el análisis de las imágenes obtenidas con lo que se obtuvieron las imágenes mostradas en las Figuras 4.16, 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21, 4.22 y 4.23.

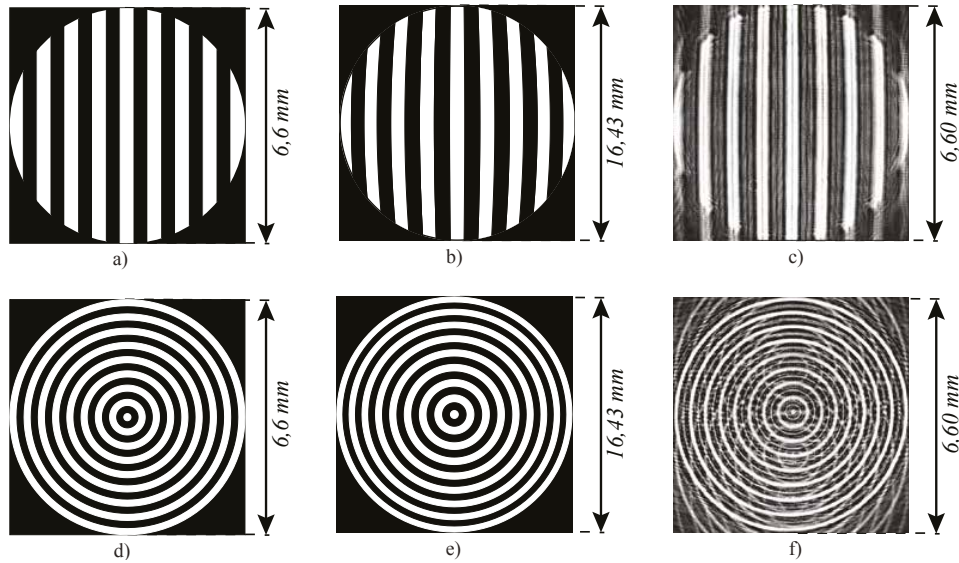


Fig. 4.9 a) Imagen ideal en el CCD de la pantalla de 9 franjas para el índice ordinario de la lente birrefringente. b) Pantalla nula de 9 franjas considerando la posición del CCD a una distancia $z'_o = 123,42mm$. c) Fotografía de la pantalla nula registrada a una distancia $z'_o = 120 \pm 5mm$ de la lente birrefringente. d) Imagen ideal en el CCD de la pantalla de 9 anillos para la lente birrefringente. e) Pantalla nula de 9 anillos a una distancia $z'_o = 123,42mm$. f) Fotografía para la prueba de pantalla nula registrada a una distancia $z'_o = 120 \pm 5mm$ de la lente birrefringente.

Puede observarse que los órdenes de difracción en las pantallas de anillos son más evidentes

mientras que en las pantallas de franjas dichos efectos no son tan pronunciados.

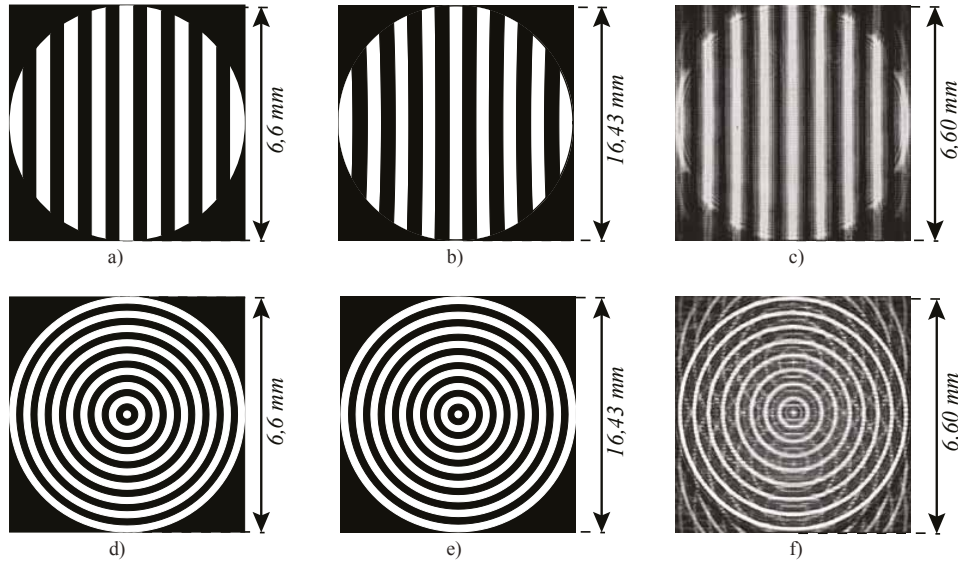


Fig. 4.10 a) Imagen ideal de la pantalla de 9 franjas para el índice extraordinario de la lente birrefringente. b) Pantalla nula de 9 franjas considerando la posición del CCD a una distancia $z_o = 73,14\text{mm}$ de la lente bajo prueba. c) Fotografía de la pantalla nula registrada a una distancia $z_o = 70 \pm 5\text{mm}$ de la lente birrefringente. d) Imagen ideal de la pantalla de 9 anillos para la lente birrefringente. e) Pantalla nula de 9 anillos a una distancia $z_o = 73,14\text{mm}$ de la lente bajo prueba. f) Fotografía para la prueba de pantalla nula registrada a una distancia $z_o = 70 \pm 5\text{mm}$ de la lente birrefringente.

4.3 Análisis cualitativo para las lentes biconvexas isotrópicas

En la Figura 4.4 se puede observar que las imágenes obtenidas coinciden con las imágenes de diseño, además que el patrón deseado se obtiene aproximadamente a la distancia predefinida y por consiguiente, el tamaño de la imagen es igual al que debería ser. Lo mismo sucede para la lente $LB - 1811$ (Fig. 4.6). Así mismo se puede apreciar que las imágenes tienen una distribución de la intensidad bastante homogénea lo que nos indicaría que el arreglo se encontraba bien alineado y en la posición de diseño. Al observar los perfiles de intensidad obtenidos para cada pantalla de la lente $LB - 1757$ (Figs. 4.12, 4.13), se alcanza a distinguir que tienen la misma distancia de separación entre franjas, con lo que éstos coinciden con lo esperado.

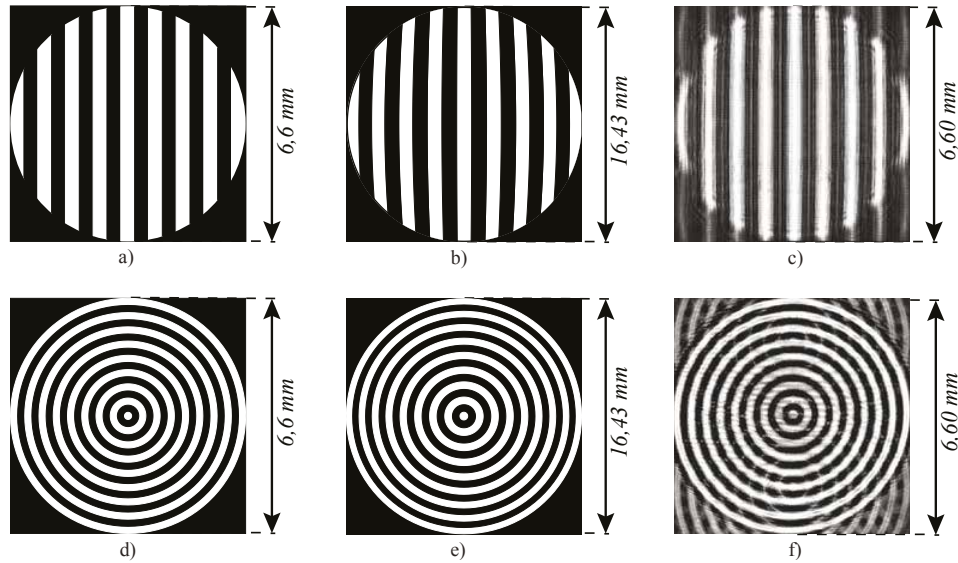


Fig. 4.11 a) Imagen ideal de la pantalla de 9 franjas para el índice extraordinario de la lente birrefringente. b) Pantalla nula de 9 franjas considerando la posición del CCD a una distancia $z'_o = 166,76\text{mm}$ de la lente bajo prueba. c) Fotografía de la pantalla nula registrada a una distancia $z'_o = 165 \pm 5\text{mm}$ de la lente birrefringente. d) Imagen ideal de la pantalla de 9 anillos para la lente birrefringente. e) Pantalla nula de 9 anillos a una distancia $z'_o = 166,76\text{mm}$ de la lente bajo prueba. f) Fotografía para la prueba de pantalla nula registrada a una distancia $z'_o = 165 \pm 5\text{mm}$ de la lente birrefringente.

De igual forma, los perfiles de intensidad obtenidos para cada pantalla de la lente *LB – 1811* (Figs. 4.14, 4.15), se tiene una coincidencia con lo esperado al observar la misma separación entre franjas confirman los resultados esperados.

4.4 Análisis cualitativo para la lente birrefringente

De las Figuras 4.8 y 4.10 se puede observar que las pantallas poseen una mejor alineación así como un mejor control en la intensidad del haz y en estos casos las posiciones de diseño coinciden con las imágenes obtenidas en el sensor. En las Figuras 4.9 y 4.11 se distingue mejor el patrón y la intensidad de las imágenes es buena. Además en todos los casos se observa que la imagen corresponde favorablemente con la de diseño. Adicionalmente se puede observar que al no tener la polarización correcta, la imagen posee residuos de la otra polarización, por lo que se debe tener especial cuidado con la dirección de los polarizadores, y de igual forma se debe controlar adecuadamente la intensidad del haz para evitar la mayor cantidad de difracción posible.

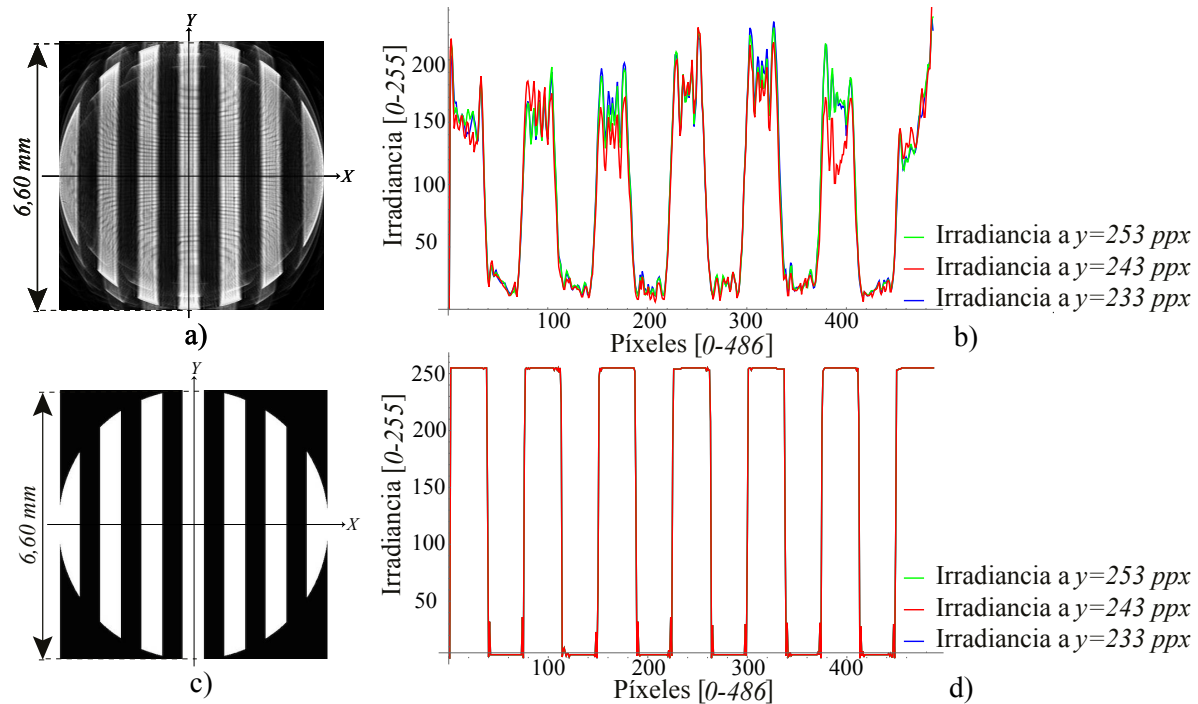


Fig. 4.12 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 7 franjas considerando la posición del CCD a una distancia $z_o = 20 \pm 5$ mm. b) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 7 franjas para la lente $LB - 1757$. c) Patrón ideal de 7 franjas muestreado en el sensor CCD. d) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 7 franjas.

Así mismo, en las Figuras 4.18 y 4.19 se observa que los perfiles de intensidad tienen una separación similar entre máximos y mínimos, lo que coincide con los resultados esperados y con las pantallas de diseño. En las Figuras 4.22 y 4.23, la pantalla de franjas coincide favorablemente, y al igual que en el caso anterior, los resultados obtenidos se puede pensar que el sensor estaba colocado a una distancia adecuada y que las imágenes ideal y experimental coinciden de buena manera. Lo anterior está en correspondencia con la evaluación de lentes lentas y el efecto de evaluar lentes rápidas es la reducción de dicha correspondencia. En general se observa que tanto para el índice de refracción ordinario como para el extraordinario las posiciones después del foco constituyen la mejor forma de evaluar la lente ya que presentan menor difracción, además que permitieron una evaluación más sencilla ya que a esas distancias no había interferencia del foco del índice contrario.

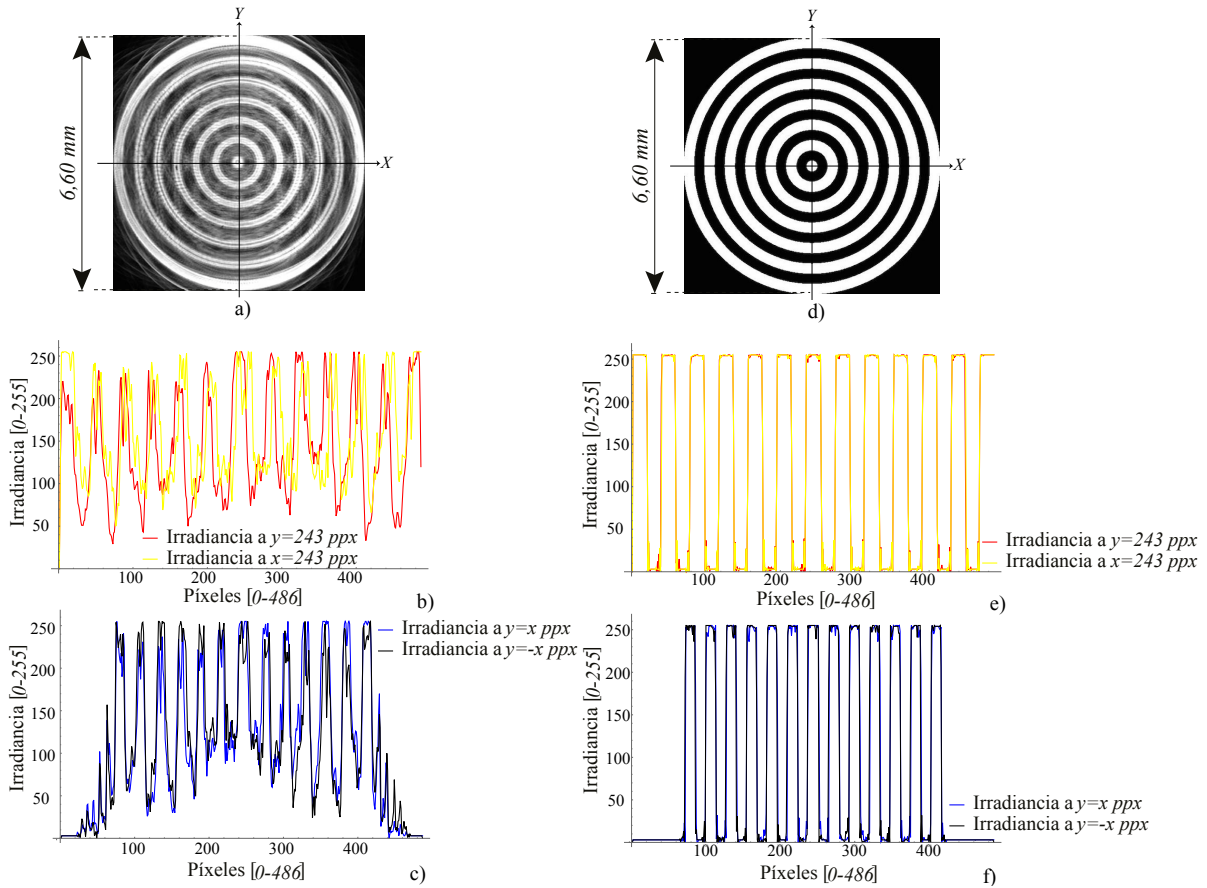


Fig. 4.13 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 7 anillos considerando la posición del CCD a una distancia $z_o = 20 \pm 5$ mm. b) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 7 anillos para la lente $LB - 1757$. c) Patrón ideal de 7 anillos muestreado en el sensor CCD. d) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 7 anillos.

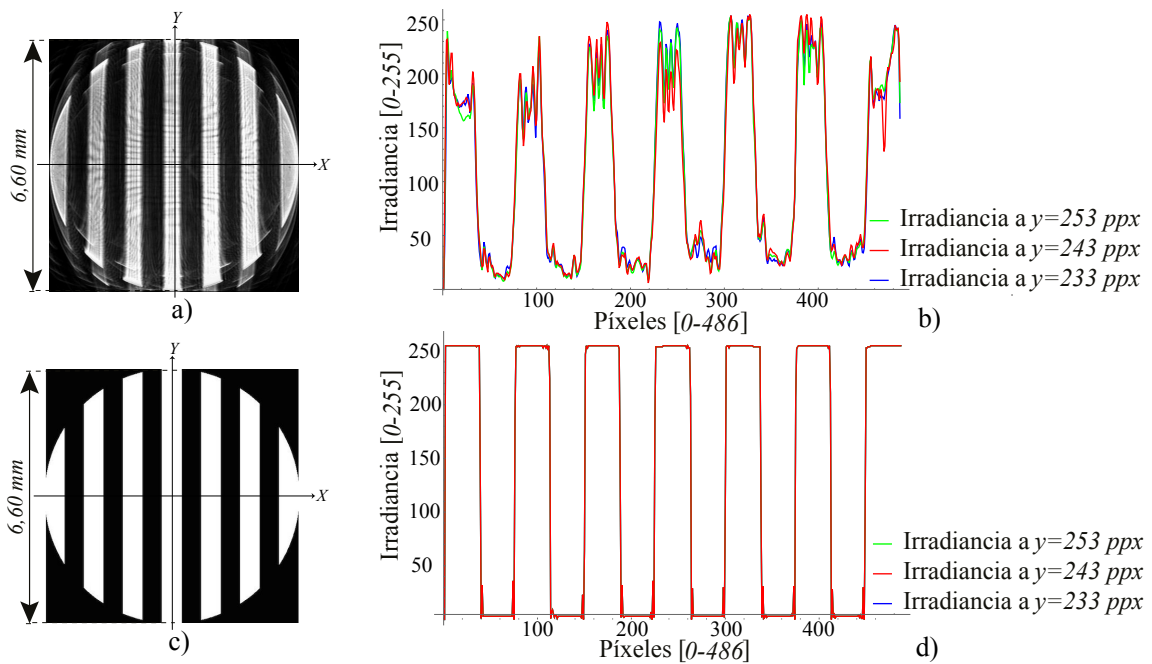


Fig. 4.14 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 7 franjas para la lente $LB - 1811$ considerando la posición del CCD a una distancia $z_o = 20 \pm 5mm$. b) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 7 franjas para la lente $LB - 1811$. c) Patrón ideal de 7 franjas muestreado en el sensor CCD. d) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 7 franjas.

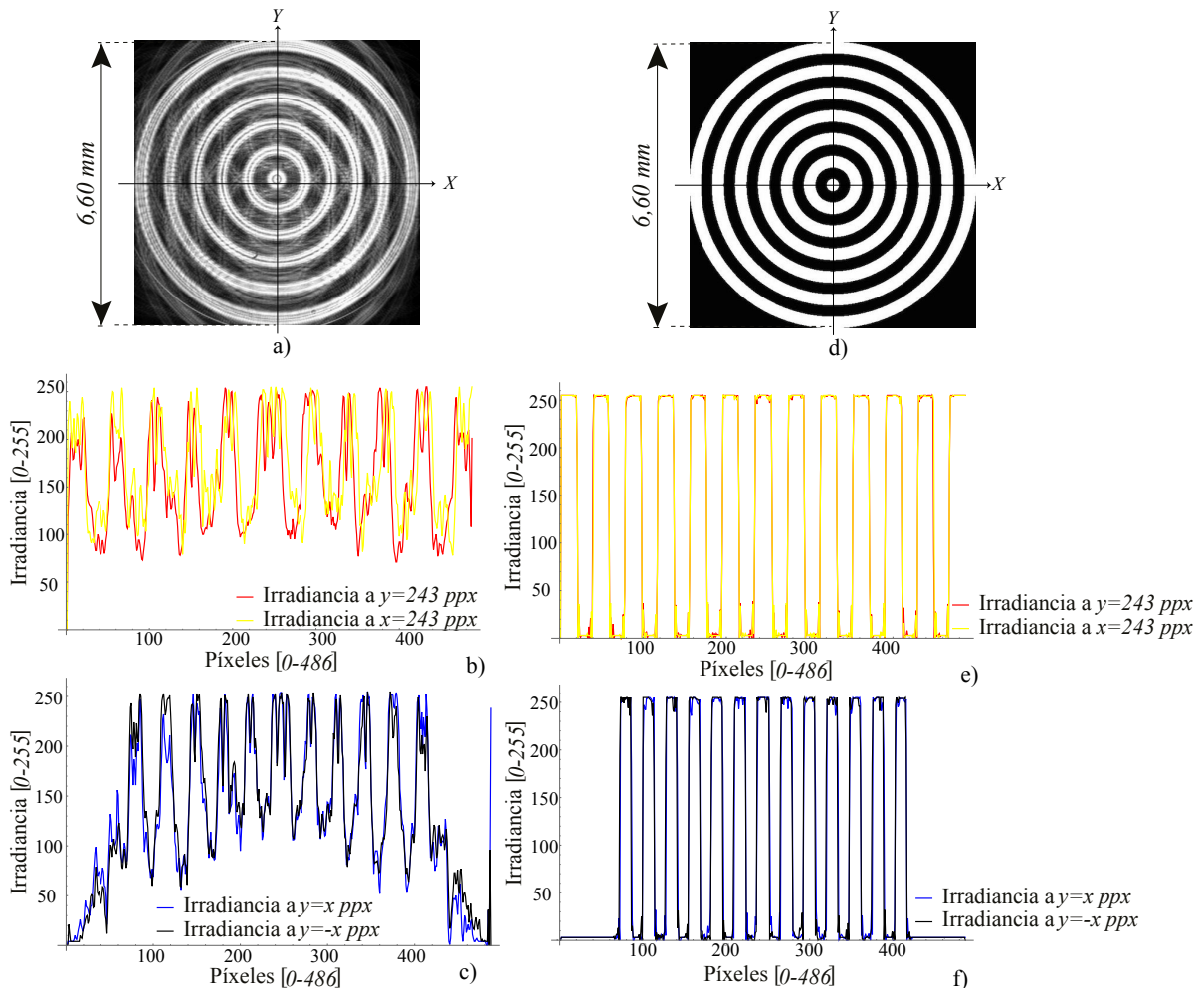


Fig. 4.15 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 7 anillos considerando la posición del CCD a una distancia $z_o = 20 \pm 5$ mm. b) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 7 anillos para la lente $LB - 1811$. c) Patrón ideal de 7 anillos muestreado en el sensor CCD. d) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 7 anillos.

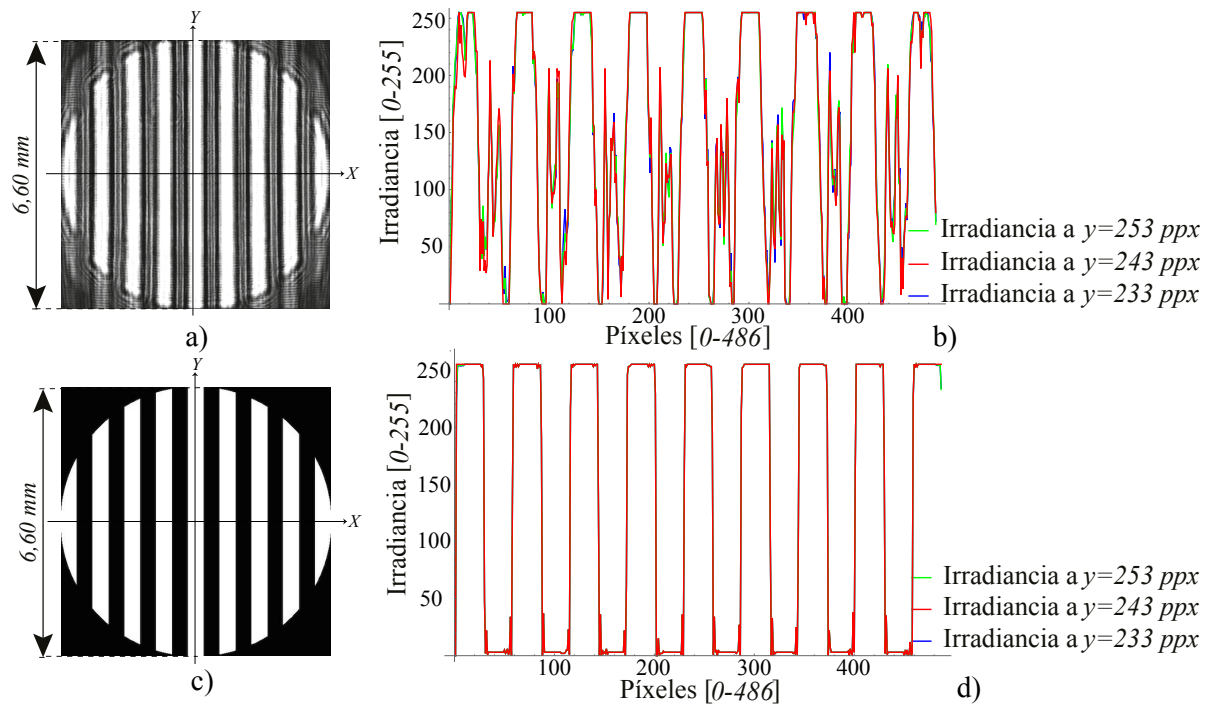


Fig. 4.16 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 9 franjas para el índice ordinario de la lente birrefringente a una distancia considerando la posición del CCD $z_o = 50 \pm 5$ mm. b) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 9 franjas para el índice ordinario la lente birrefringente. c) Patrón ideal de 9 franjas muestreado en el sensor CCD. d) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 9 franjas.

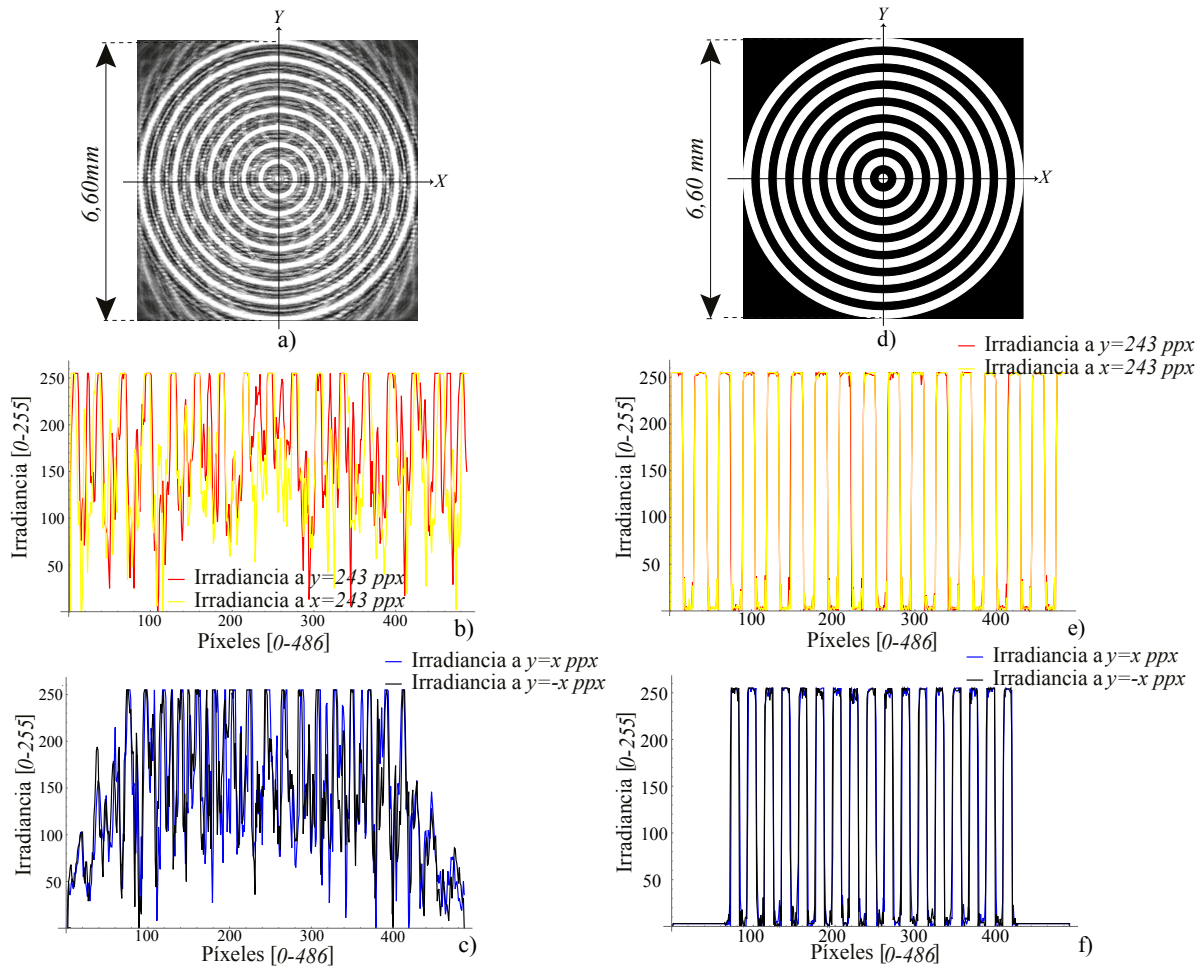


Fig. 4.17 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 9 anillos para el índice ordinario de la lente birrefringente a una distancia considerando la posición del CCD $z_o = 50 \pm 5$ mm. b) y c) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 9 anillos para el índice ordinario la lente birrefringente. d) Patrón ideal de 9 anillos muestreado en el sensor CCD. e) y f) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 9 anillos .

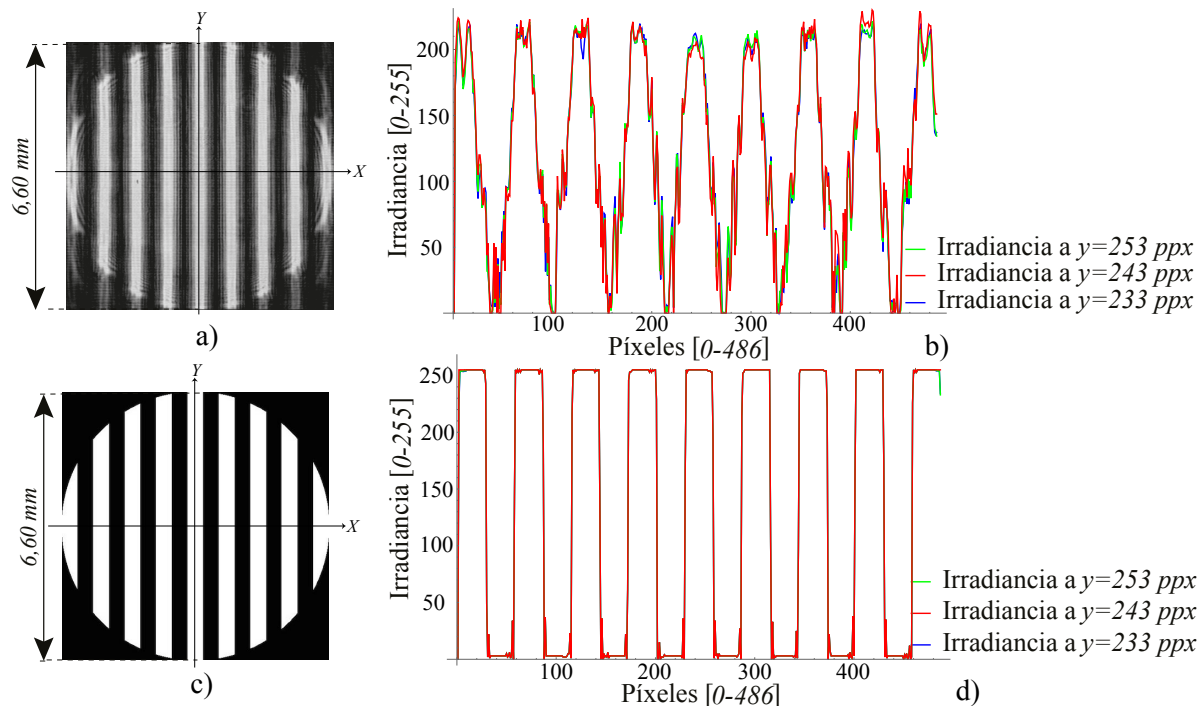


Fig. 4.18 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 9 franjas para el índice extraordinario de la lente birrefringente considerando la posición del CCD a una distancia $z_o = 70 \pm 5 \text{ mm}$. b) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 9 franjas para el índice extraordinario la lente birrefringente. c) Patrón ideal de 9 franjas muestreado en el sensor CCD. d) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 9 franjas.

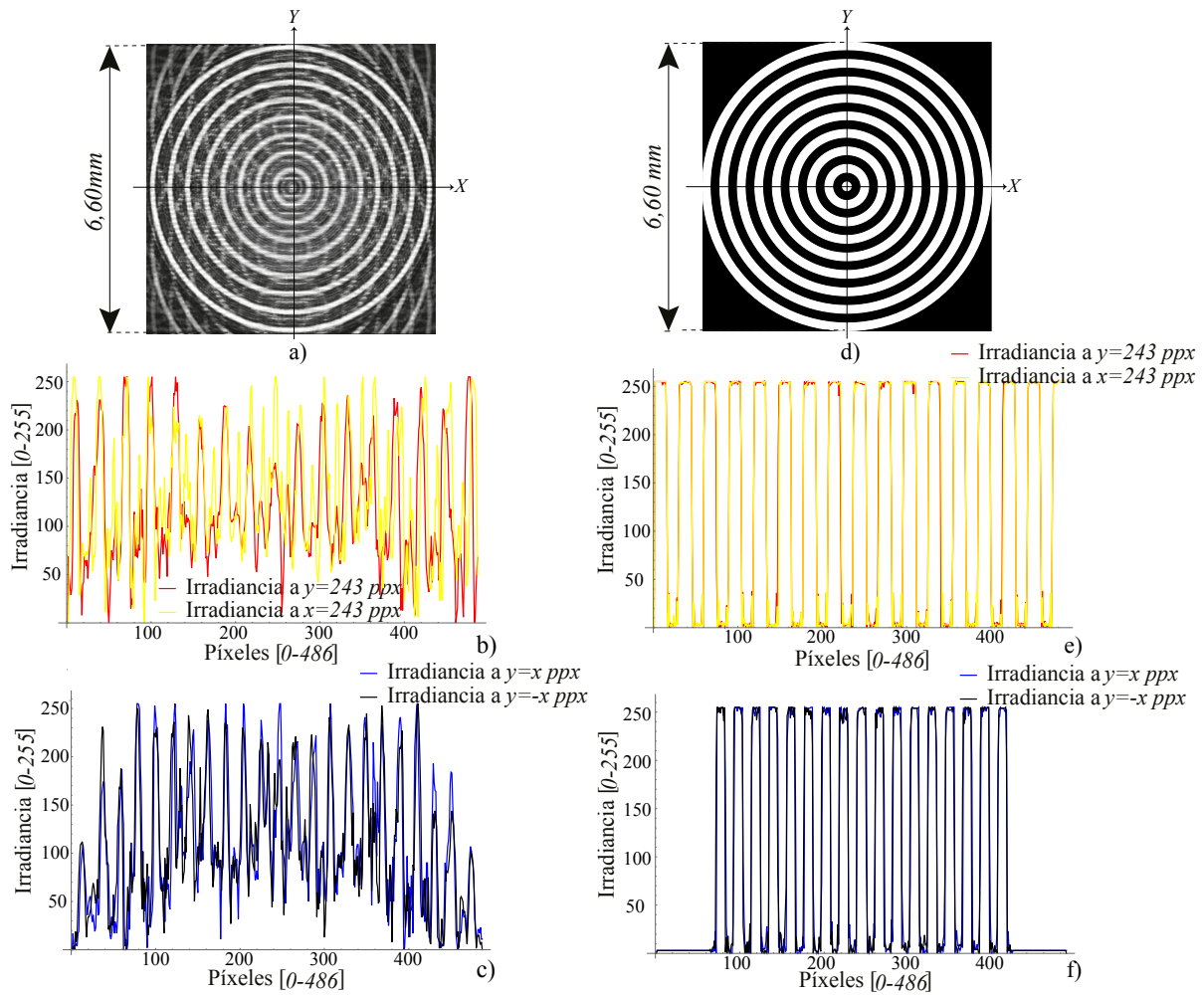


Fig. 4.19 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 9 anillos para el índice extraordinario de la lente birrefringente considerando la posición del CCD a una distancia $z_o = 70 \pm 5$ mm. b) y c) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 9 franjas para el índice extraordinario la lente birrefringente. d) Patrón ideal de 9 anillos muestreado en el sensor CCD. e) y f) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 9 anillos.

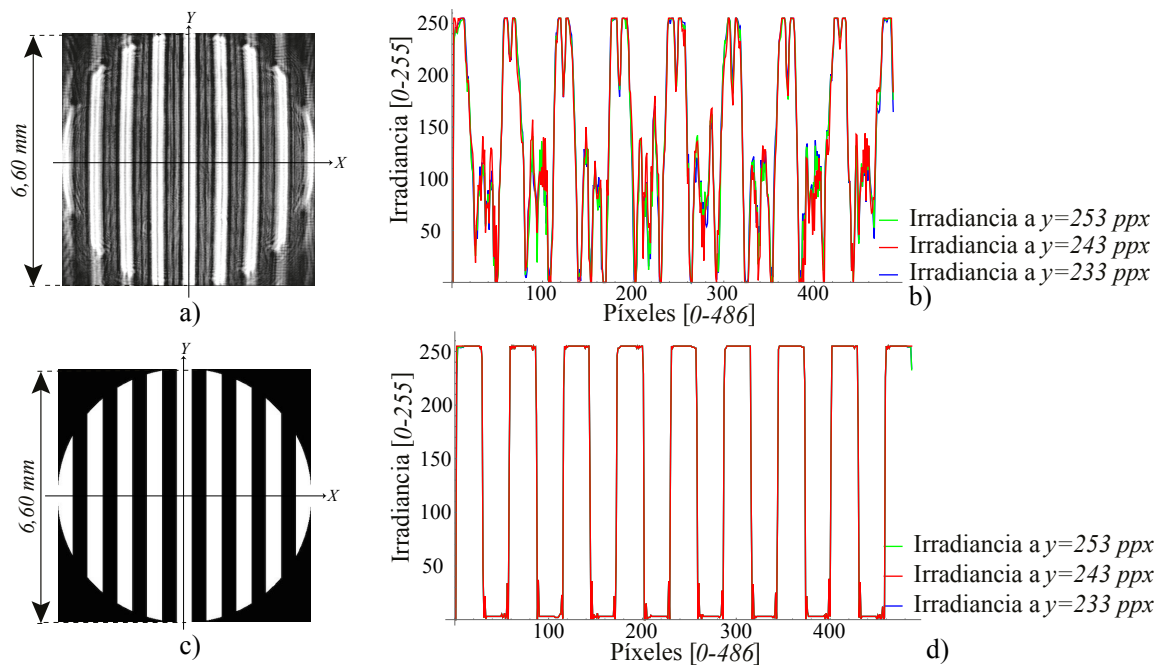


Fig. 4.20 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 9 franjas para el índice ordinario de la lente birrefringente considerando la posición del CCD a una distancia $z'_o = 120 \pm 5 \text{ mm}$. b) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 9 franjas para el índice ordinario la lente birrefringente. c) Patrón ideal de 9 franjas muestreado en el sensor CCD. d) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 9 franjas.

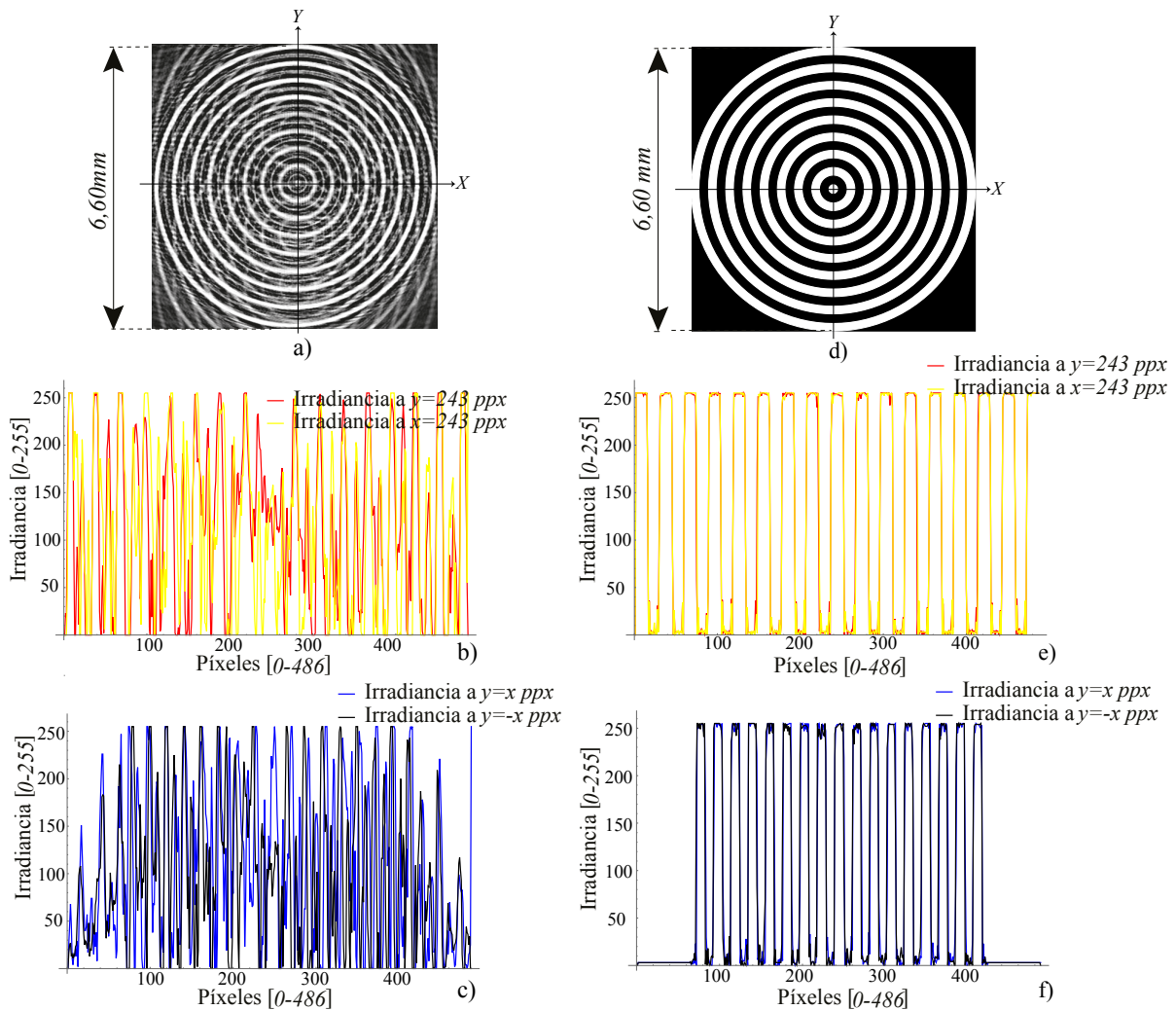


Fig. 4.21 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 9 anillos para el índice ordinario de la lente birrefringente considerando la posición del CCD a una distancia $z'_o = 120 \pm 5$ mm. b) y c) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 9 franjas para el índice ordinario la lente birrefringente. d) Patrón ideal de 9 anillos muestreado en el sensor CCD. e) y f) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 9 anillos.

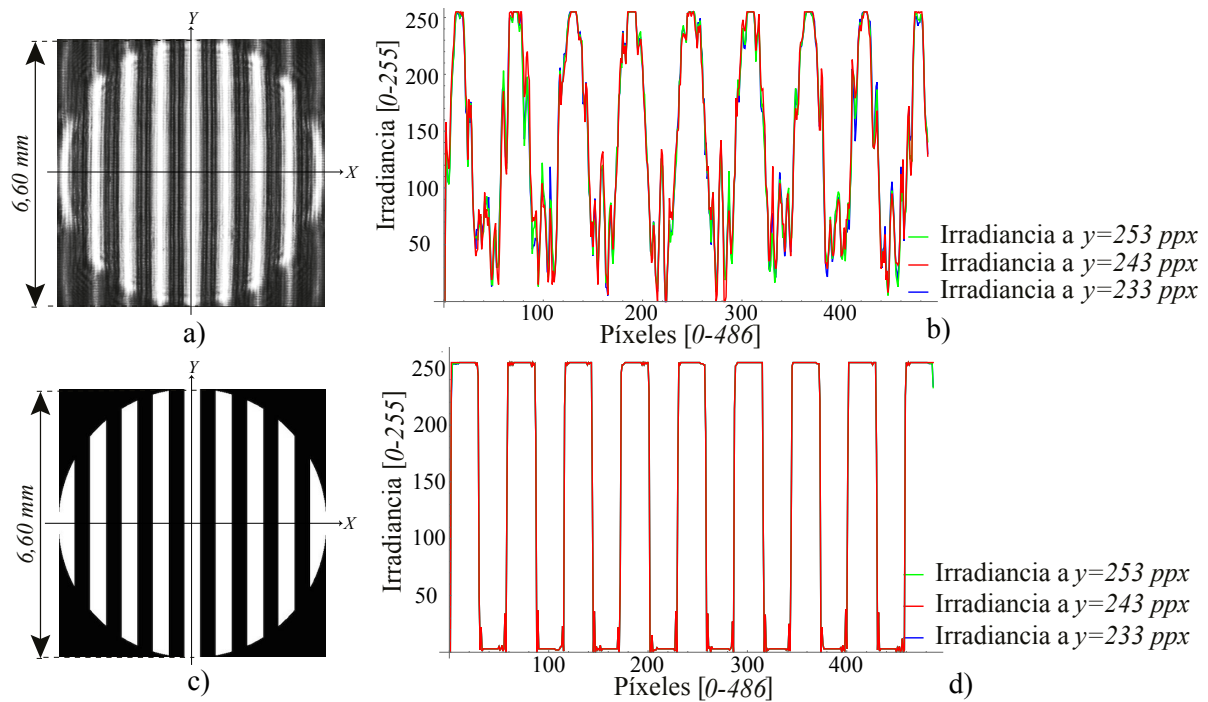


Fig. 4.22 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 9 franjas para el índice extraordinario de la lente birrefringente considerando la posición del CCD a una distancia $z'_o = 165 \pm 5 \text{ mm}$. b) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 9 franjas para el índice ordinario la lente birrefringente. c) Patrón ideal de 9 franjas muestreado en el sensor CCD. d) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 9 franjas.

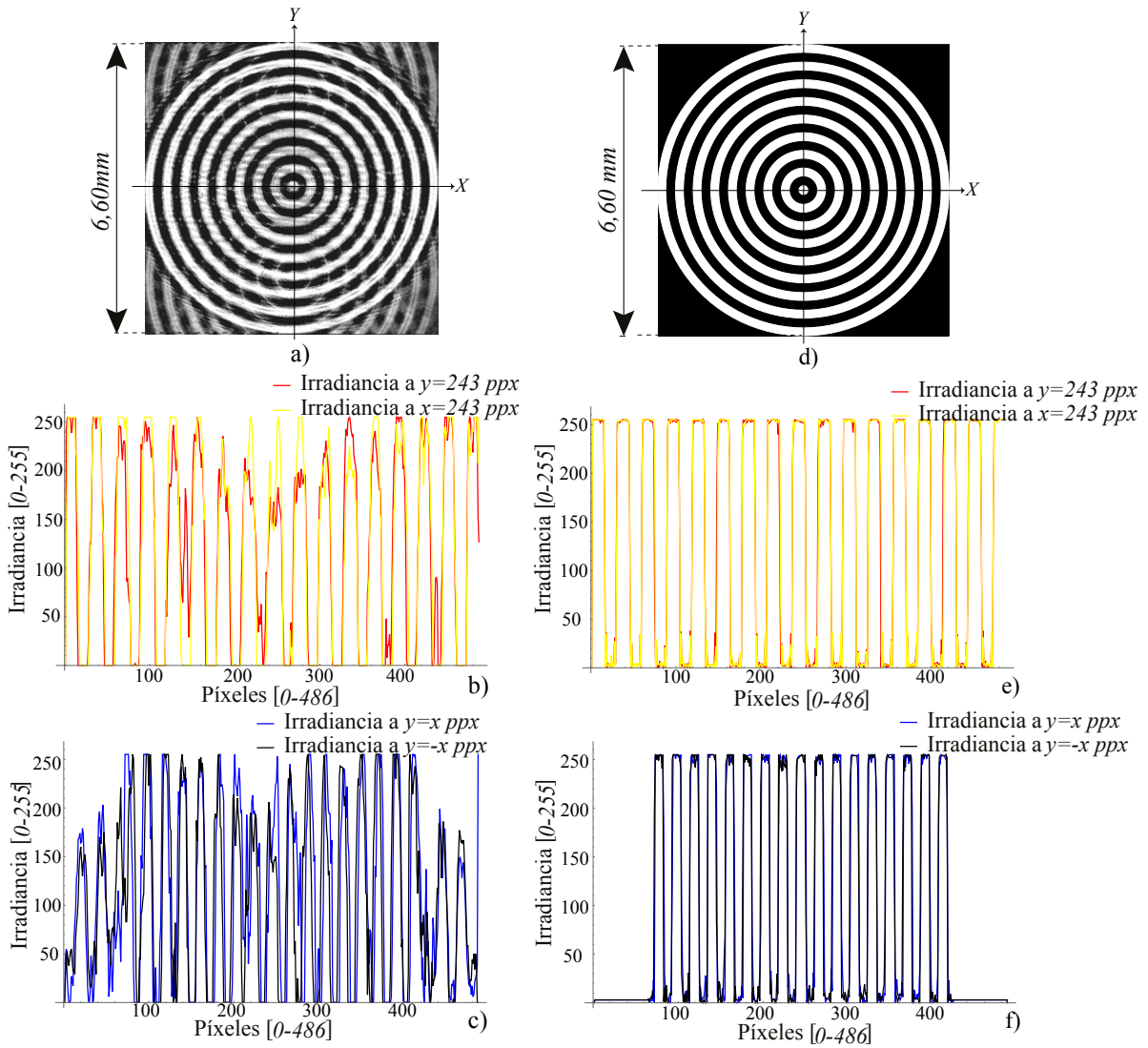


Fig. 4.23 a) Patrón obtenido para la pantalla nula de 9 anillos para el índice extraordinario de la lente birrefringente con sus respectivos centroides (ideales y experimentales) a una distancia considerando la posición del CCD $z'_o = 165 \pm 5$ mm. b) y c) Perfil de intensidad de la pantalla nula de 9 franjas para el índice ordinario la lente birrefringente. d) Patrón ideal de 9 anillos muestreado en el sensor CCD. e) y f) Perfil de intensidad del patrón ideal en el CCD para 9 anillos.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

En este trabajo se presenta un método detallado para encontrar la ecuación exacta para el trazo de rayos en lentes biconvexas isotrópicas simples suponiendo un frente de onda plano propagándose a lo largo del eje óptico e incidiendo en la primer superficie. Con las ecuaciones anteriormente descritas se lleva a cabo la obtención de la forma paramétrica de la cáustica por refracción y las superficies principales junto con sus respectivas aproximaciones. Lo anterior queda descrito en función de los parámetros físicos y geométricos involucrados en el proceso de refracción de los rayos.

Dicha teoría se utilizó para implementar una prueba por refracción para lentes biconvexas isotrópicas simples. Con la ecuación del trazo exacto de rayos se diseñaron pantallas nulas tipo Ronchi-Hartmann para lentes biconvexas isotrópicas de catálogo con $F/\# = 1,38$, $F/\# = 1,18$, así como para una lente plano-convexa birrefringente con $F_{n_o}/\# = 4,374$ para el índice de refracción ordinario n_o y $F_{n_e}/\# = 5,931$ para el índice de refracción extraordinario n_e . Se implementó un arreglo experimental para probar dicho método, para lo cual se realizó un filtraje espacial y se alinearon todos los dispositivos ópticos, con platinas de precisión se colocó el sensor CCD en la posición de diseño de las pantallas y se capturaron imágenes experimentales para la evaluación cualitativa de las distintas lentes bajo prueba. Se utilizaron las pantallas nulas diseñadas y se analizaron tres diferentes lentes, dos biconvexas isotrópicas de distinto radio de curvatura y distancia focal elaboradas de N-BK7 y una lente plano-convexa birrefringente.

Se realizó la prueba utilizando un modulador espacial de luz por transmisión para desple-

gar las pantallas nulas de las distintas lentes. Debe considerarse el error en la precisión del plano de detección, así como el registro de las pantallas en el SLM y su colocación dentro del arreglo experimental.

Se encontró que al utilizar el SLM se tiene una inmediata respuesta al realizar ajustes en las pantallas, además es posible modificar las pantallas en tiempo real y con ello tener una visión más amplia sobre la lente y sus aberraciones. Al evaluar las imágenes obtenidas en el plano de detección, se puede implementar una evaluación de las imágenes con transformadas de Fourier en tiempo real y automatizar la prueba en lentes rápidas. Por lo anterior, el método es aplicable tanto para las lentes biconvexas simples, y como caso particular, una lente planoconvexa birrefringente.

Para la lente birrefringente se encontró que el método fue más complicado que para las lentes biconvexas, ya que la polarización propia de la lente birrefringente introduce un parámetro más de alineación que el resto de las lentes, para lo cual se debe realizar una mejor alineación, así como una mejor caracterización del eje óptico. Como trabajo a futuro se propone hacer un análisis de los errores encontrados en el método, así como una mejor caracterización del Modulador Espacial de Luz por transmisión para obtener mejores resultados y considerar la difracción de campo lejano.

Bibliografía

- [1] “SLM,” [Web; accedido el 24-03-2019], URL <https://holoeye.com/spatial-light-modulators/lc-2012-spatial-light-modulator/>.
- [2] S. Huard, *Polarization of Light* (John Wiley and Sons, New York, 1997).
- [3] M. Avendaño-Alejo, E. Román-Hernández, L. Castañeda, and V. I. Moreno-Oliva, “Analytic conic constants to reduce the spherical aberration of a single lens used in collimated light,” *Appl. Opt.* **56**(22), 6244–6254 (2017).
- [4] D. Tentori, “Homogeneity testing of optical glass by holographic interferometry,” *Appl. Opt.* **30**(7), 752–755 (1991).
- [5] A. J. Werner, “Methods in High Precision Refractometry of Optical Glasses,” *Appl. Opt.* **7**(5), 837–843 (1968).
- [6] D. Tentori, J. Camacho, and C. López-Famozo, “High accuracy refractometry using reflectometry: practical limitations,” *Opt. Comm.* **103**(1), 15–21 (1993).
- [7] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th ed. (Cambridge University Press, United Kingdom, 1999).
- [8] A. Yariv and P. Yeh, *Optical waves in crystals. Propagation and control of laser radiation* (John Wiley and Sons, New York, 1983).
- [9] G. Castillo-Santiago, D. Castán-Ricaño, M. Avendaño-Alejo, L. Castañeda, and R. Díaz-Uribe, “Design of Hartmann type null screens for testing a plano-convex aspheric lens with a CCD sensor inside the caustic,” *Opt. Express* **24**(17), 19,405–19,416 (2016).
- [10] M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera, N. Qureshi, L. Castañeda, and C. L. Ordóñez-Romero, “Null Ronchi-Hartmann test for a lens,” *Opt. Express* **18**(20), 21,131–21,137 (2010).
- [11] M. Avendaño-Alejo, “Caustics in a meridional plane produced by plano-convex aspheric lenses,” *J. Opt. Soc. Am. A* **30**(3), 501–508 (2013).
- [12] M. Avendaño-Alejo, D. G. Utrera, and L. Castañeda, “Caustics in a meridional plane produced by plano-convex conic lenses,” *J. Opt. Soc. Am. A* **28**, 2619–2628 (2011).

- [13] O. C. Núñez, J. P. Contreras, and A. C. Rodríguez, “Significado de las superficies cóusticas en óptica,” *Rev. Mex. Fís* **29**, 245–258 (1983).
- [14] O. N. Stavroudis, “Caustics as an Expression of the Image Errors of a Lens,” *Proceeding of the International Optical Design Conference* **22**, 87–91 (1994).
- [15] M. Avendaño-Alejo, V. I. Moreno-Oliva, M. Campos-García, and R. Díaz-Uribe, “Quantitative evaluation of an off-axis parabolic mirror by using a tilted null screen,” *Appl. Opt.* **48**(5), 1008–1015 (2009).
- [16] G. Castillo-Santiago, D. Castán-Ricaño, A. González-Galindo, M. Avendaño-Alejo, and R. Díaz-Uribe, “Null screens type Hartmann to test simple lenses,” *Optical Manufacturing and Testing* **9575**(XI) (2015).
- [17] R. Díaz-Uribe and M. Campos-García, “Null-screen testing of fast convex aspheric surfaces,” *Appl. Opt.* **39**(16), 2670–2677 (2000).
- [18] T. M. Apostol, *Calculus. One-Variable Calculus, with an Introduction to Linear Algebra*, vol. 1, 2nd ed. (John Wiley and Sons, New York, 1967).
- [19] R. Courant, *Differential and Integral Calculus*, vol. 2 (Blackie and Son Limited, London, 1961).
- [20] D. L. Shealy and D. G. Burkhard, “Flux Density for Ray Propagation in Discrete Index Media Expressed in Terms of the Intrinsic Geometry of the Deflecting Surface,” *Optica Acta: International Journal of Optics* **20**(4), 287–301 (1973).
- [21] D. L. Shealy and D. G. Burkhard, “Caustic Surfaces and Irradiance for Reflection and Refraction from an Ellipsoid, Elliptic Paraboloid, and Elliptic Cone,” *Appl. Opt.* **12**(12), 2955–2959 (1973).
- [22] F. A. Jenkins and H. E. White, *Fundamentals of Optics* (McGraw-Hill, 1976).
- [23] O. N. Stavroudis, “Ray-Tracing Formulas for Uniaxial Crystals,” *J. Opt. Soc. Am. A* **52**(2), 187–191 (1962).
- [24] M. Avendaño-Alejo and M. Rosete-Aguilar, “Paraxial theory for birefringent lenses,” *J. Opt. Soc. Am. A* **22**(5), 881–891 (2005).
- [25] L. A. Alemán-Castañeda and M. Rosete-Aguilar, “Deviation from orthogonal polarization for ordinary and extraordinary rays in uniaxial crystals,” *J. Opt. Soc. Am. A* **33**(4), 677–682 (2016).
- [26] M. Avendaño-Alejo, R. Díaz-Uribe, and I. Moreno, “Caustics caused by refraction in the interface between an isotropic medium and a uniaxial crystal,” *J. Opt. Soc. Am. A* **25**(7), 1586–1593 (2008).
- [27] D. Malacara, *Optical Shop Testing* (John Wiley and Sons, Inc., 2006).

- [28] E. Luna-Aguilar, “Prueba nula de Ronchi-Hartmann,” *Revista Mexicana de Física* **38**(1), 150–161 (1992).
- [29] A. Cordero-Davila, A. Cornejo-Rodriguez, and O. Cardona-Nunez, “Null Hartmann and Ronchi-Hartmann tests,” *Appl. Opt.* **29**(31), 4618–4621 (1990).
- [30] M. Avendaño-Alejo and R. Díaz-Uribe, “Testing a fast off-axis parabolic mirror by using tilted null screens,” *Appl. Opt.* **45**(12), 2607–2614 (2006).
- [31] M. Campos-García, A. Peña-Conzuelo, O. Huerta-Carranza, J. R. Díaz-Uribe, U. E. Espinoza-Nava, and V. I. Moreno-Oliva, “Testing the surface quality of a reflective parabolic trough solar collector with two flat null-screens,” *Appl. Opt.* **58**(4), 752–763 (2019).
- [32] J. A. Neff, R. A. Athale, and S. H. Lee, “Two-dimensional spatial light modulators: a tutorial,” *Proceedings of the IEEE* **78**(5), 826–855 (1990).
- [33] D. A. Olivas, *Campos Ópticos Estructurados, Tesis Doctorado*, chap. Modulacion espacial de luz, pp. 23–28 (INAOE, 2016).
- [34] D. Malacara, “Analysis of the interferometric Ronchi test,” *Appl. Opt.* **29**(25), 3633–3637 (1990).
- [35] D. W. Berreman, “Dynamics of a liquid-crystal twist cells,” *Appl. Phys. Lett.* **25**(12), 12–15 (1974).
- [36] M. Schadt and W. Helfrich, “Voltage-dependent Optical Activity of a Twisted Nematic Liquid Crystal,” *Appl. Phys. Lett.* **18**(127), 127–128 (1971).
- [37] J. P. Lesso, A. J. Duncan, W. Sibbett, and M. J. Padgett, “Aberrations Introduced by a Lens Made From a Birefringent Material,” *Applied optics* **39**, 592–8 (2000).
- [38] M. A. Alejo, D. González-Utrera, and R. Díaz-Uribe, “Dispersion Equation for a Uniaxial Crystal by Using a Plano-Convex Lens,” *AIP Conference Proceedings* **992**(1), 929–934 (2008).
- [39] “NBK-7,” [Web; accedido el 24-03-2019], URL https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=6973&tabname=N-BK7.

Apéndice A

Apéndice

A.1 Cristales Líquidos

Los cristales líquidos (LC ¹) son materiales que poseen propiedades tanto de sólidos cristalinos como de líquidos. El primero ya que sus moléculas de forma elongada tienen orden orientacional, y el segundo ya que a su vez, carecen de orden posicional. La organización en las moléculas de los cristales líquidos puede modificarse fácilmente al aplicar un campo eléctrico o magnético, una cierta presión mecánica o un cambio de temperatura [33].

Este tipo de cristales se clasifica en tres tipos de fase diferentes:

- Esmético: En este tipo, las moléculas se acomodan en líneas paralelas y se estructuran en capas de tal forma que los centros de cada molécula se encuentran aleatoriamente dentro de cada capa.
- Nemático: En los cristales de este tipo las moléculas se posicionan en líneas paralelas y su distribución es aleatoria dentro de un volumen.
- Colestérico: Es un tipo de fase esmética distorsionada, en la que al pasar de una capa a otra las moléculas están sometidas a una rotación helicoidal alrededor de un eje.

¹por sus siglas en inglés Liquid Crystals

A.1.1 Cristales Líquidos Nemáticos de Torsión

Una celda de cristal líquido se hace al rellenar el espacio entre dos electrodos conductores transparentes con un cristal líquido nemático o colestérico débil con anisotropía dieléctrica positiva. Las superficies de los electrodos son tratadas de tal forma que las moléculas del cristal líquido adyacentes a cada superficie son aproximadamente paralelas a la dirección en dicha superficie [35]. Dentro de los cristales nemáticos hay un tipo de celdas las cuales se denomina de torsión. En estas celdas, cada una de las moléculas que están en contacto con las placas de alineación, posee la alineación correspondiente con dichas placas, además las placas en la superficie inferior y la superior se encuentran colocadas ortogonalmente una respecto a la otra.

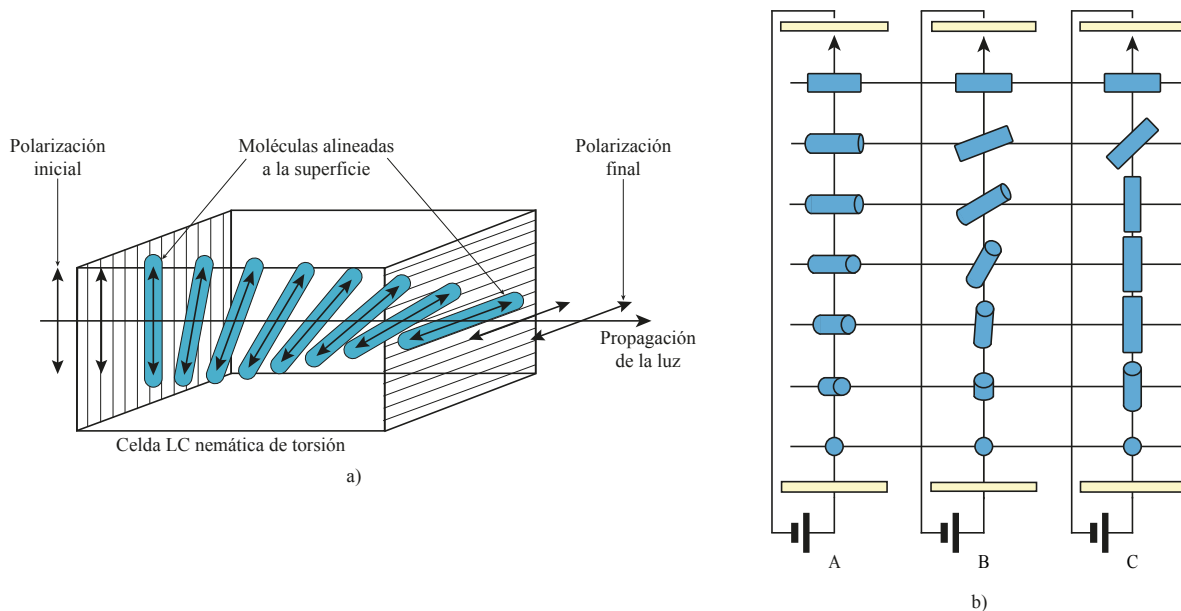


Fig. A.1 a) Funcionamiento de las celdas nemáticas de torsión. b) Orientación molecular de una celda nemática de torsión: A- en equilibrio sin un campo externo, B- con un campo mayor al campo crítico, C- mucho mayor al campo crítico [35]

Así, cuando se coloca un polarizador antes y uno después de las placas, ambos paralelos a los ejes directores de las moléculas, la luz incidente se polariza linealmente al entrar en contacto con el primer polarizador, y conforme va avanzando a lo largo del arreglo, el eje de polarización va girando hasta que al salir del arreglo se tiene una polarización de 90° con respecto a la primera superficie (Fig. A.1 a)). Lo anterior provoca que el arreglo de las moléculas sea en forma de hélice, lo que permite que la luz siga la trayectoria anteriormente

descrita. Al aplicar un voltaje externo a las celdas [36], las moléculas cambian su arreglo de hélice y por consiguiente la polarización de la luz no gira por lo que la luz no puede transmitirse (Fig. A.1 b). El voltaje varía entre cero y al máximo, siendo cero cuando la luz se transmite y el voltaje máximo cuando la luz es bloqueada completamente, y dicha variación se traduce en una modulación en la intensidad del haz final.

A.2 Modulador Espacial de Luz por Amplitud

La capacidad de modificar la amplitud de un campo en un plano se conoce como modulación espacial de la luz y ha sido de gran importancia en el área del procesamiento óptico de información. Los dispositivos que realizan dicho comportamiento se denominan moduladores espaciales de luz, y han sido de bastante utilidad ya que permiten un manejo rápido de información, lo que confiere una ventaja ante los métodos tradicionales de modular la luz. En el presente trabajo se utiliza un modulador espacial de luz por transmisión, modelo LC 2012 de la marca Holoeye (Fig. A.2) y cuyas especificaciones se encuentran en la Tabla A.1.

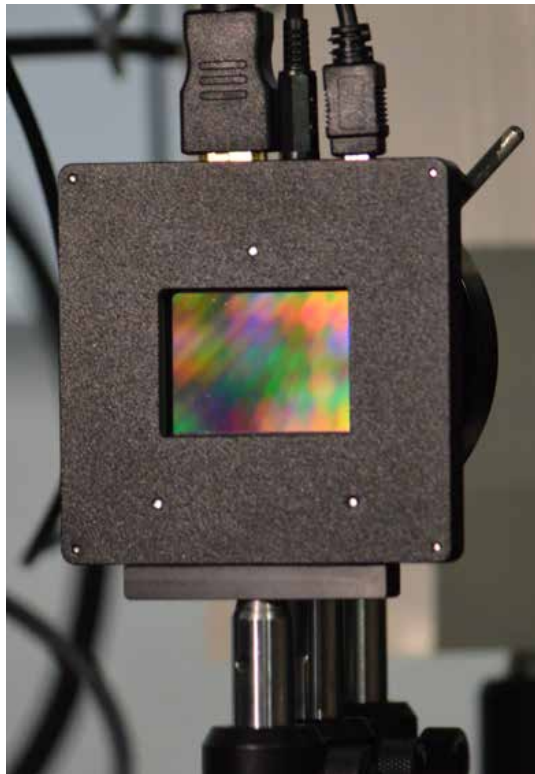


Fig. A.2 Fotografía del SLM LC 2012, Holoeye ©.

SLM LC 2012	
Tipo de Display	LC Translúcido
Dimensiones	80 × 80 × 12,5 mm
Tamaño del Píxel	36 μ m
Resolución	1024 × 768 Píxel-XGA
Factor de llenado	58%
Área Efectiva	36,9 × 27,6 mm
Cuadros por Segundo	60 Hz
Rango de Operación	420 – 800 nm
Voltaje de Operación	12V – 5A

Tabla A.1 Especificaciones del modulador espacial de luz LC 2012 [1].

Al iluminar el modulador espacial de luz con una fuente de luz coherente, el haz colimado se transmite a través del modulador de luz, y con ello se generan patrones de difracción en la pantalla similar a los que aparecen detrás de una rejilla óptica convencional. Dicho patrón de difracción que se genera se conoce como difracción de Fraunhofer y se debe a que el factor de llenado de los píxeles de la pantalla del modulador no es del 100%. La pantalla puede ser vista como una rejilla con una estructura como se muestra en la Figura A.3, donde se puede observar que los puntos de transición se encuentran a 1/6 y 1/3 de la longitud del píxel, respectivamente.

El factor de llenado de un píxel es de aproximadamente 55%, y con ello, la distribución en dirección horizontal y vertical de la difracción varía como se muestra en la Figura A.4. Se puede observar que los ordenes de difracción verticales muestran una distribución asimétrica de la intensidad en el patrón de difracción (Fig. A.4 a)), mientras que en dirección horizontal el patrón de difracción es simétrico al orden cero (Fig. A.4 b)).

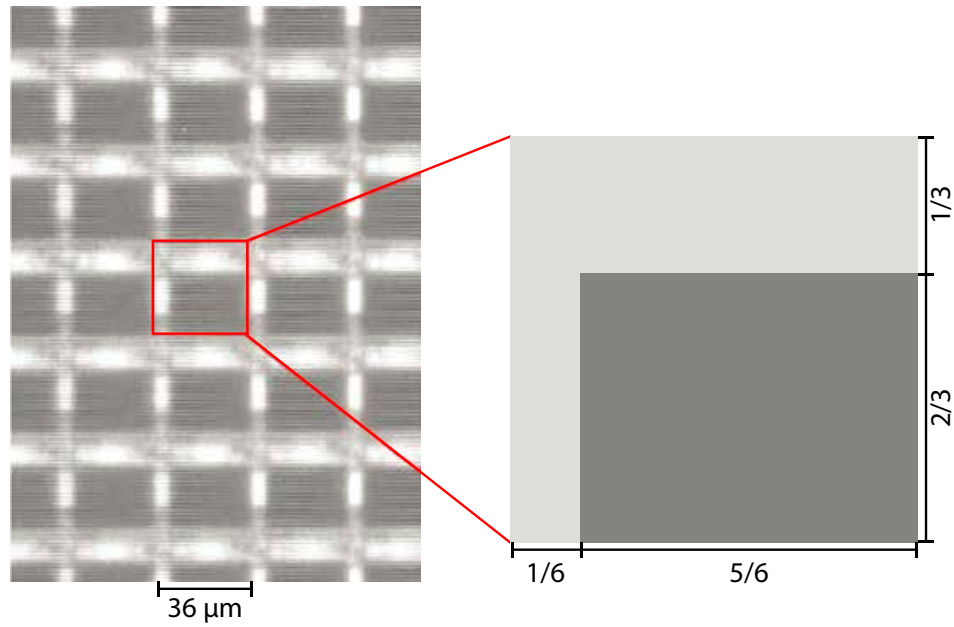


Fig. A.3 Acercamiento de la micro-pantalla del SLM.

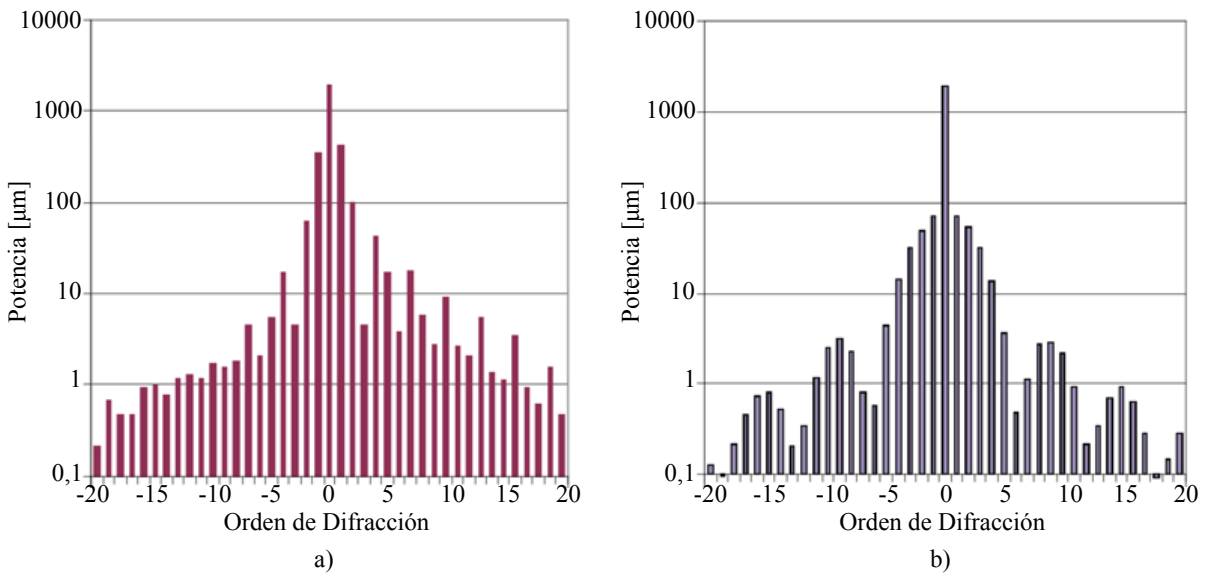


Fig. A.4 Órdenes de difracción para la potencia medida de la pantalla del SLM no direccionada, en posición a) vertical y b) horizontal.

A.2.1 Caracterización del SLM

Para llevar a cabo la caracterización del modulador espacial de luz, se estudiaron sus propiedades polarizadoras, así como la distribución angular de un haz linealmente polarizado. Junto con lo anterior, se verificó la resolución del modulador verificando a la mínima separación a la que se seguían observando franjas. La realización de la caracterización consistió en primer lugar, en el análisis cualitativo de sus propiedades polarizadoras para lo cual se utilizó el arreglo mostrado en la Figura A.6 b). En este caso se envió la imagen mostrada en la Figura A.5 a) al SLM y se obtuvo que al mantener el polarizador y el analizador a 0° , se obtiene la fotografía mostrada en la Figura A.5 b), mientras que al mantener el polarizador a 0° y el analizador girarlo 90° , se obtiene la fotografía en la Fig. A.5 c).

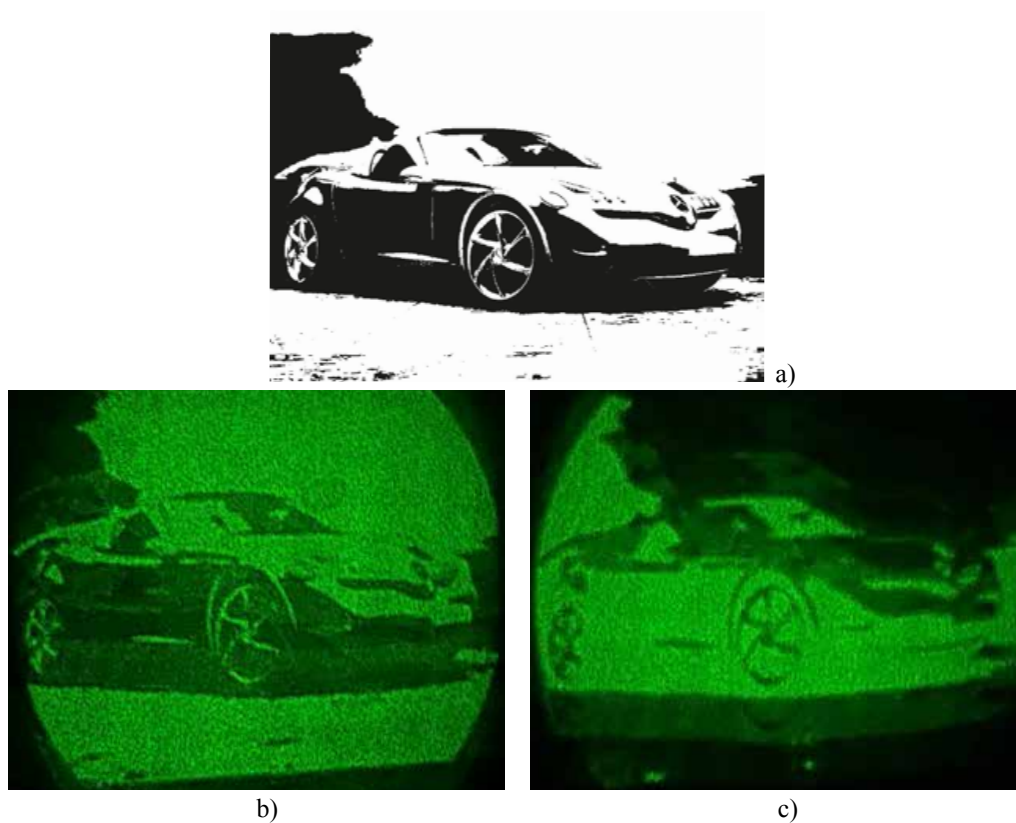


Fig. A.5 a) Imagen utilizada para la caracterización del SLM, tomada de la URL: <https://miguelhernando.wordpress.com/2007/03/06/practica-12/>. b) Fotografía obtenida con el polarizador y analizador alineados. c) Fotografía obtenida con el polarizador y analizador a un ángulo de 90°

Se puede observar que al mantener en la misma posición el modulador y el analizador, la imagen obtenida es la misma que la que se pretendía obtener, sin embargo, al rotar el analizador 90° , el resultado que se obtiene es la imagen cuyos colores se invierten. Por otra parte, para verificar la distribución angular en función de la intensidad del haz, se emplearon los arreglos mostrados en la Fig. A.6, realizándose la medición de las intensidades del haz polarizado linealmente al rotar el polarizador primero sin el SLM (Fig. A.6 a)) y posteriormente añadiendo el SLM (Fig. A.6 b)), con lo que se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura A.7, debido a que el SLM posee propiedades polarizadoras, la amplitud de la intensidad disminuye considerablemente.

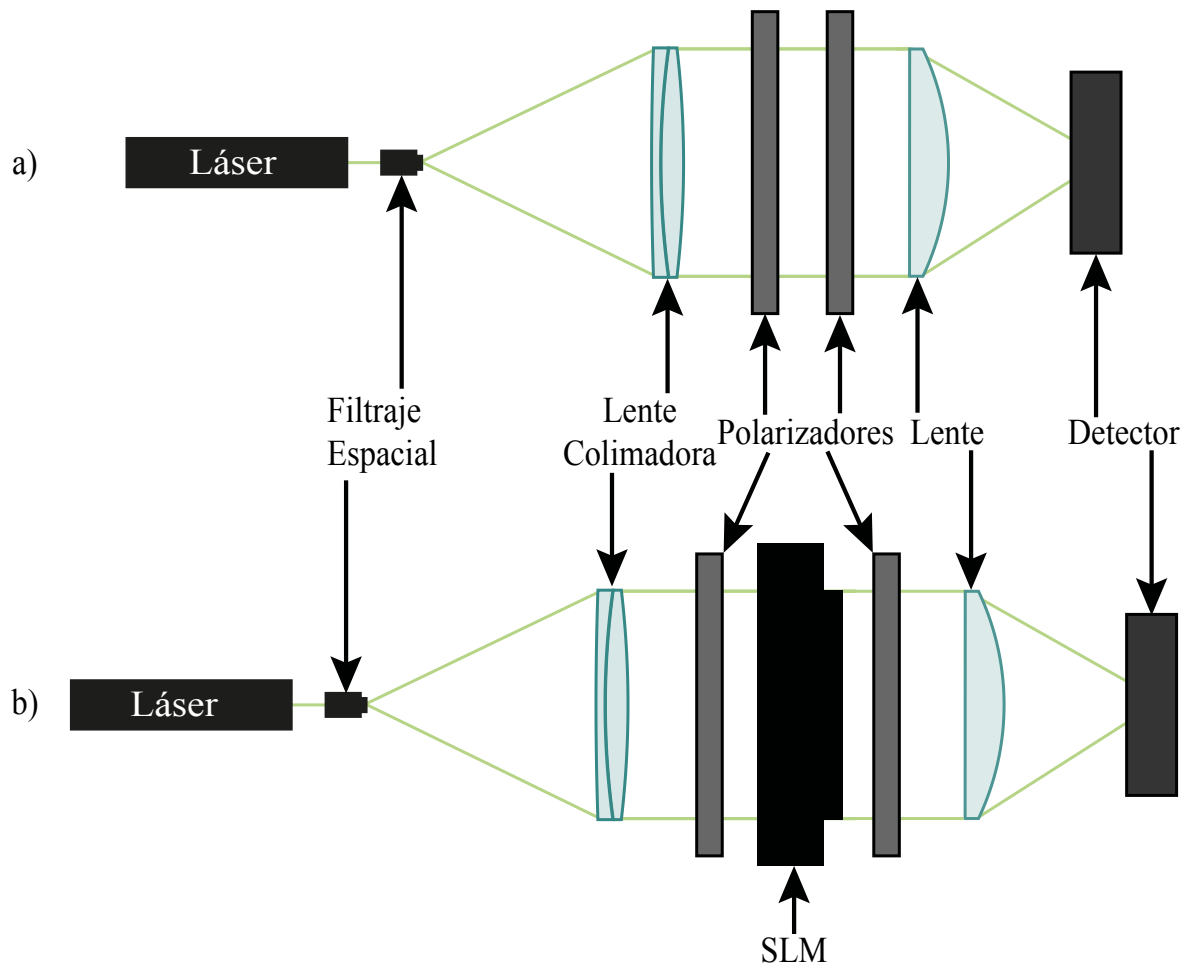


Fig. A.6 Arreglos realizados para la caracterización del SLM.

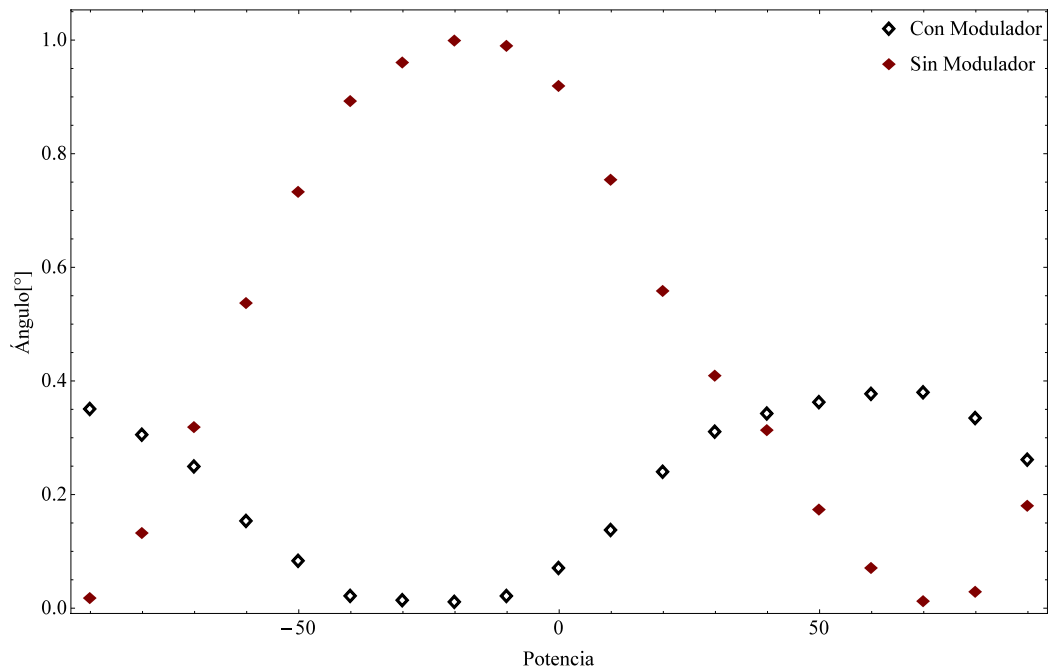


Fig. A.7 Cambio en la amplitud para un haz con modulador y sin modulador.

A.3 Cristales Uniaxiales

Un cristal uniaxial es un elemento óptico que posee un eje óptico de simetría del cristal, y cuando un haz de luz atraviesa dicho cristal, este se dividirá en dos rayos, denominados rayo ordinario (o-ray) y rayo extraordinario (e-ray) [2].

Existen tipos de cristales uniaxiales:

- Positivos: el índice de refracción ordinario es menor al índice extraordinario ($n_o < n_e$), ver Figura A.8 a).
- Negativos: en este tipo de cristales el índice de refracción ordinario n_o es mayor que el índice de refracción extraordinario n_e ($n_o > n_e$), ver Figura A.8 b).

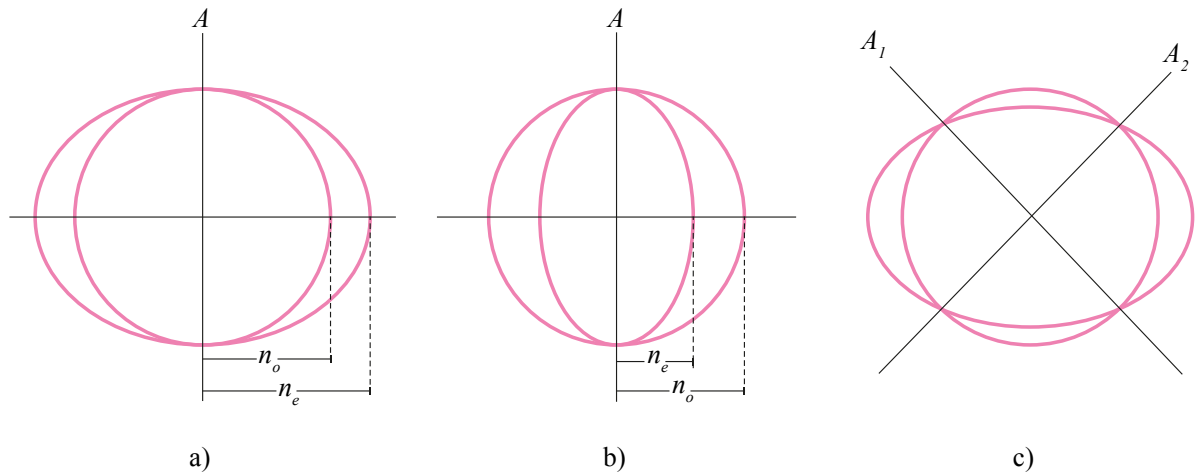


Fig. A.8 Diferencia entre las elipses de polarización para lentes a) uniaxiales positivas, b) uniaxiales negativas y c) biaxiales.

Ejemplos de cristales uniaxiales positivos y negativos se muestran en las Tablas A.2 y A.3 respectivamente.

Medio	n_o	n_e	$\lambda [nm]$
<i>BeO</i>	1,717	1,732	589
<i>Hielo</i>	1,309	1,313	589
<i>LiTaO₃</i>	2,176	2,180	633
<i>MgF₂</i>	1,378	1,390	589
<i>SiO₂</i> (Cuarzo)	1,544	1,553	589
<i>TiO₂</i>	2,616	2,903	589
<i>ZnO</i>	1,990	2,006	633
<i>CdS</i>	2,493	2,511	589
<i>ZnS</i>	2,347	2,360	
<i>ZrSiO₄</i> (Zircón)	1,923	1,968	589

Tabla A.2 Algunos ejemplos de cristales uniaxiales positivos[2].

Medio	n_o	n_e	$\lambda [nm]$
<i>ADP</i>	1,522	1,478	633
<i>BaTiO₃</i>	2,416	2,364	546
<i>CaCO₃</i> (Calcita)	1,658	1,486	589
Esmeralda	1,581	1,575	589
KDP	1,507	1,467	633
<i>LiNbO₃</i>	2,229	2,150	589
<i>NaNO₃</i>	1,587	1,336	589
Proustita	3,019	2,739	633
Zafiro	1,768	1,760	589
Turmalina	1,669	1,638	589

Tabla A.3 Algunos ejemplos de cristales uniaxiales negativos[2].

A.4 Lente Birrefringente

Los materiales birrefringentes se caracterizan por poseer dos índices de refracción, los cuales están asociados con polarizaciones ortogonales de la luz. Los rayos ordinarios son aquellos linealmente polarizados tal que el eje de polarización es ortogonal al eje óptico del cristal birrefringente y experimentan un índice de refracción n_o el cuál es independiente de la dirección de propagación. Por otra parte, los rayos extraordinarios de igual forma están linealmente polarizados tal que la componente de polarización es paralela al eje óptico del cristal y el índice de refracción que experimentan depende de la dirección de propagación[37].

Una lente birrefringente está fabricada a partir de un material uniaxial donde el eje óptico de la lente es ortogonal al eje del sistema. Dichas lentes poseen dos distancias focales f_o y f_e , las cuáles están asociadas con los rayos ordinarios y extraordinarios respectivamente. La lente que se utiliza en el presente trabajo, está hecha de calcita (*CaCO₃*) el cual es un material uniaxial, como se observa en la Tabla A.3.

A.4.1 Ecuaciones de Dispersión de Sellmeier

Existe una relación empírica entre el índice de refracción de un material y la longitud de onda para un medio transparente la cual se denomina ecuación de Sellmeier, dicha ecuación se utiliza para determinar la dispersión de la luz en un medio refractivo. La fórmula de dispersión de Sellmeier es

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2}, \quad (\text{A.1})$$

de la referencia [38] se observa que para la lente birrefringente, los índices de refracción ordinario y extraordinario (en la aproximación paraxial), la respectiva ecuación estará dada de la forma:

$$n_o^2 = 1,737 + \frac{0,965\lambda^2}{\lambda^2 - 1,943 \times 10^{-2}} + \frac{1,828\lambda^2}{\lambda^2 - 118}, \quad (\text{A.2})$$

$$n_e^2 = 1,3579 + \frac{0,824\lambda^2}{\lambda^2 - 1,067 \times 10^{-2}} + \frac{0,144\lambda^2}{\lambda^2 - 118}. \quad (\text{A.3})$$

De las ecuaciones A.3 y A.2, para diferentes valores de λ se obtienen los valores respectivos para n_o y n_e de la lente birrefringente, así como su distancia focal ordinaria f_o y la extraordinaria f_e como se muestran en la tabla A.4.

De una manera similar se realizó para la lente biconvexa de catálogo. Analizando la lente birrefringente y las lentes biconvexas, para las diferentes longitudes de onda, se tiene que el índice de refracción tiene un comportamiento como el que se puede observar en la figura A.9.

$\lambda [nm]$	n_o	n_e	$f_o [mm]$	$f_e [mm]$
457	1,673	1,492	86,18	117,89
488	1,669	1,491	86,70	118,13
514	1,663	1,489	87,48	118,61
543	1,664	1,488	87,35	118,85
594	1,660	1,486	87,88	119,34
604	1,658	1,485	88,15	119,59
612	1,657	1,485	88,28	119,59
633	1,656	1,484	88,41	119,83

Tabla A.4 Índices de refracción ordinario y extraordinario para la lente en función de diferentes longitudes de onda.

A.5 Lentes LB1757 y LB1811

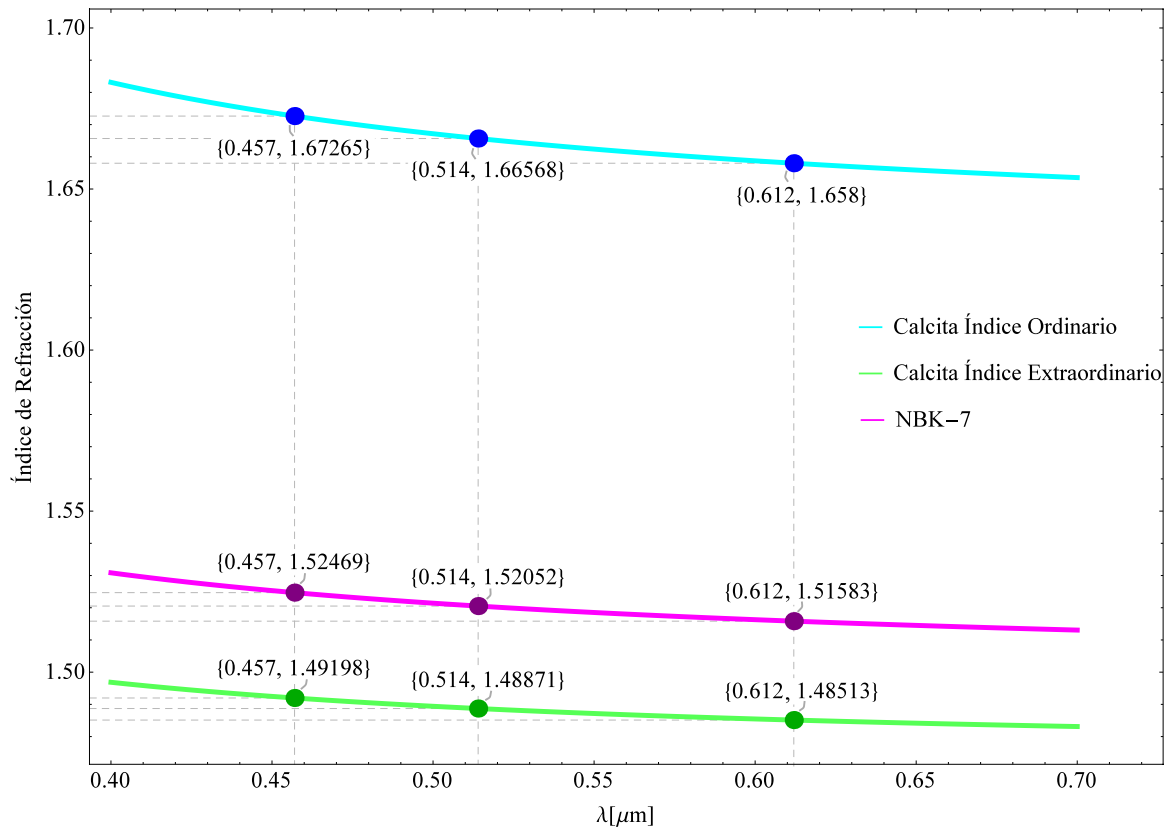
Las lentes biconvexas que se utiliza en el presente trabajo, están hechas de *NBK – 7* el cuál es vidrio de borosilicato², el cuál tiene excelente transmisión en el espectro visible y en el infrarrojo cercano ($350nm - 2\mu m$). Es uno de los cristales ópticos más utilizados para componentes de calidad óptica. El vidrio *NBK – 7* es un cristal de gran dureza que puede resistir una gran variedad de factores físicos y químicos. Es relativamente resistente a rayones y químicos[39].

Su índice de refracción está dado por la ecuación de Sellmeier de la siguiente manera:

$$n^2(\lambda) - 1 = \frac{1,03961212\lambda^2}{\lambda^2 - 0,00600069867} + \frac{0,231792344\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0200179144} + \frac{1,01046945\lambda^2}{\lambda^2 - 103,560653}. \quad (A.4)$$

En la Figura A.9 se muestra el índice de refracción del *NBK – 7* en función de la longitud de onda.

²Borosilicate Crown Glass

Fig. A.9 Ecuación de Sellmeier para la Calcita y para el vidrio *NBK-7*.

