



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA DE MATERIALES
FACULTAD DE INGENIERÍA

*ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y MODELADO DE UN ENSAYO DE DEFORMACIÓN
CORTANTE EN MUESTRAS CON GEOMETRÍA COMPLEJA.*

T E S I S

PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS E INGENIERÍA DE MATERIALES

P R E S E N T A:

Ing. Jorge Luis Flores Alarcón

TUTOR PRINCIPAL:

Dr. Armando Ortiz Prado

Facultad de Ingeniería

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:

Dr. Francisco Sánchez Arévalo

Instituto de Investigaciones en Materiales

Mtro. Edgar Isaac Ramírez Díaz

Facultad de Ingeniería

Ciudad de México, Mayo 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mi familia. A mi mamá, papá y hermano, que me han apoyado en las situaciones que se han presentado a lo largo de mi vida, ya sea con acciones, palabras de aliento, consejos o con su compañía, así como su apoyo pleno para lograr mis objetivos.

A mi tutor principal, el Dr. Armando Ortiz Prado, por su disposición y críticas para la realización de esta tesis. Al Dr. Rafael Schouwenaars, por la propuesta de este proyecto y su invaluable guía y enseñanzas.

A los profesores de la Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales. Agradezco al Dr. Miguel Ángel Ramírez Toledo por todo el tiempo dedicado a la realización de este trabajo, principalmente todas sus enseñanzas acerca de *HMS* y *Abaqus*; al Dr. Carlos Figueroa Alcántara por su apoyo para la interpretación de las texturas; al Dr. Lázaro Morales Acosta por su apoyo para los ensayos de *DIC*; al M. I. Efraín Ramos Trejo, por su apoyo en los ensayos de tracción; y al M. I. Ignacio Cueva Güitrón, por su valiosa guía y disposición en la fabricación de las probetas

A los miembros de mi comité tutor, el Dr. Francisco Sánchez Arévalo y el M. en C. Edgar Isaac Ramírez Díaz, por sus valiosos aportes y correcciones a esta tesis.

A los miembros del jurado, el Dr. Jacinto Cortés Pérez, al Dr. José Bernardo Hernández Morales y al Dr. Ignacio Alejandro Figueroa Vargas por el tiempo dedicado a la revisión de esta tesis, y la propuesta de mejoras que mejoraron este trabajo.

Al *Department of Material Science and Engineering* de la Universidad de Gante, por todas las facilidades para realizar la estancia en Bélgica. Especialmente, a los profesores Dr. Leo Kestens y Dra. Patrica Verleysen, por su apoyo y guía. De igual manera, al estudiante de doctorado, el M en C. Edwin Alexis López, por la capacitación brindada en la medición de texturas.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología que a través del programa de becas nacionales me apoyo durante mis estudios de maestría con una beca. A la Coordinación de Estudios de Posgrado, por la beca que me permitió realizar la estancia en la Universidad de Gante. A los apoyos brindados mediante los proyectos PAPIIT IN114718 y IN114215.

Y finalmente, a la Universidad Nacional Autónoma de México que ha aportado tanto a mi formación profesional.

Resumen

En esta tesis, se estudia el comportamiento de la lámina de aleación AA6016T4, que es una alternativa comercial al acero en la industria automotriz, sujeta al ensayo de cortante puro mediante una probeta de geometría innovadora que facilita la realización de dicho ensayo. En el estudio se contempla la anisotropía del material, ensayando probetas con distintas direcciones de laminado.

El análisis de deformación plástica anisotrópica del material se realiza mediante dos técnicas que se contrastan. Para las simulaciones, se utiliza el *software Hierarchical Multi-Scale (HMS)* que representa una herramienta poderosa para predecir el comportamiento constitutivo de la lámina. *HMS* ha sido validado previamente para el ensayo de Fukui en 2013 y para ensayo de tracción en 2016. *HMS* permite agregar la evolución de la textura a la simulación, tomando en cuenta la interacción del material a nivel microscópico del material (deformación de los granos), para su posterior actualización a nivel macroscópico (deformación de la lámina).

El ensayo experimental se interpreta mediante la técnica de correlación digital de imágenes (*DIC*), que realiza un seguimiento al experimento con fotogramas y que, al ser interpretados por la paquetería, se obtiene el campo de desplazamientos y deformaciones del material en el ensayo.

Las conclusiones de esta tesis explican que el modelo reproduce el ensayo de una manera ideal, lo que provoca diferencias respecto al ensayo experimental, debido a que el ensayo logra un estado de cortante puro sólo en desplazamientos iniciales, mientras que la simulación mantiene ese estado ideal en todo el ensayo. Esta conclusión dirige el futuro del proyecto a modificar el modelo, para permitir un ajuste de la probeta en el ensayo y que exista la posibilidad de que aparezcan componentes normales como en el experimento. Los resultados de la textura medida son satisfactorios, pues confirman componentes cortantes en la región cortante de la probeta.

Índice

Agradecimientos

Resumen

Índice de Figuras y Tablas

1. Introducción	1
2. Objetivos	4
3. Antecedentes	5
3.1. Campos tensoriales	5
3.1.1. Tensores de deformación de Green	6
3.1.2. Esfuerzos	8
3.2. Ensayos mecánicos	10
3.2.1. Ensayo de tracción	10
3.2.2. Zona plástica	11
3.2.3. Anisotropía en lámina metálica	12
3.2.4. Ensayo de cortante simple	13
3.2.5. Ensayo de cortante puro	14
3.2.6. Correlación digital de imágenes	15
3.3. Criterios de fluencia	17
3.3.1. Criterio de von Mises	18
3.3.2. Función potencial plástica	19
3.3.3. Función potencial plástica Facet	20
3.4. Plasticidad cristalina	21
3.4.1 Ley de Schmid	23
3.5. Textura cristalina	25

3.5.1. Descripción matemática de orientaciones	25
3.5.2. Ley de Bragg	27
3.5.3. Figuras polo	28
3.5.4. Función de distribución de orientaciones (ODF)	30
3.5.5. Patrón de difracción de Kikuchi	31
3.5.6. Mapas de figura de polo inversa (IPFM)	33
3.6. Plasticidad cristalina en policristales	33
3.6.1. Aproximación de Sachs	33
3.6.2. Aproximación de Taylor	34
3.6.3. Aproximaciones LAMEL y ALAMEL	35
3.6.4. Otras aproximaciones multigrano	36
3.6.5. Hierarchical multi-scale software	37
4. Metodología	38
4.1. Modelo FEM	38
4.1.1. Propiedades del material empleado en la simulación	39
4.1.2. Descripción del modelo FEM	41
4.2. Procedimiento experimental	42
4.2.1. Fabricación de probetas	42
4.2.2. Realización de ensayos	43
4.2.3. Medición de textura	44
5. Resultados y discusión	46
5.1. Curvas de fuerza vs desplazamiento	48
5.2. Comparación de deformación cortante máxima vs. esfuerzo cortante máximo en simulación <i>HMS</i> y experimentación	53
5.3. Círculos de Mohr experimentales y simulados	55
5.4. Medición de textura	58
6. Conclusiones	67
7. Referencias	69

Índice de Figuras y Tablas

Figura 1.1. Probeta para ensayo cortante	3
Figura 3.1. Geometría de una probeta para ensayo de tracción	10
Figura 3.2. Curva esfuerzo-deformación verdaderos para material dúctil	11
Figura 3.3. Materiales con textura aleatoria, cristalográfica y morfológica	12
Figura 3.4. Ejemplo de orientación cristalográfica en lámina	13
Figura 3.5. Probeta para ensayo cortante simple	14
Figura 3.6. Probeta para cortante puro con sus respectivas dimensiones	15
Figura 3.7. Acercamiento a la zona de interés de probeta preparada para DIC	16
Figura 3.8. Lugar geométrico de la fluencia de Von Mises y Lugar geométrico Determinado mediante VEF para aleación AA6016	18
Figura 3.9. Representación de lugares geométricos de la fluencia $f(\mathbf{s})$ y $W'(\mathbf{s})$ en el plano (σ_I, σ_{III})	20
Figura 3.10. Estructuras cristalinas comunes de materiales metálicos	22
Figura 3.11. Geometría que describe la Ley de Schmid	24
Figura 3.12. Rotación de los ángulos de Euler con la definición de Bunge	26
Figura 3.13. Diagrama de la ley de Bragg	28
Figura 3.14. Proyección estereográfica	29
Figura 3.15. Figura de polo con textura cúbica y componentes existentes en figura de polo con textura cortante en dirección [111]	29
Figura 3.16. Triángulo unitario que se asocia con un mapa de figura de polo Inversa que muestra las distintas direcciones en el material	30

Figura 3.17. Patrón de Kikuchi obtenido de una superficie de cadmio, utilizando un voltaje de aceleración de 20kV y cámara analógica	31
Figura 3.18. Origen de las bandas de Kikuchi en EBSD	32
Figura 3.19. Regiones modeladas con ALAMEL.	36
Figura 4.1. Secciones ODF de la textura de la aleación AA6016 en espesores 1.1 mm y 2 mm.	40
Figura 4.2. Modelo en Abaqus en el que se han eliminado las zonas dentro de la mordaza.	41
Figura 4.3. Mallado aplicado a la probeta	42
Figura 4.4. Probetas maquinadas mediante CNC	43
Figura 4.5. Probeta colocada en la máquina universal, preparada para observación en <i>DIC</i>	43
Figura 4.6. Zonas de las probetas donde la textura fue medida	45
Figura 5.1. Componente de deformación cortante a un desplazamiento de 1.25 mm mediante <i>DIC</i> para probeta de 1.1 mm de espesor en 0 RD	46
Figura 5.2. Componente de deformación cortante a un desplazamiento de 1.25 mm en la simulación con 1.1 mm de espesor a 0 RD con ley de endurecimiento de Voce	47
Figura 5.3. Campo de deformación cortante a un desplazamiento de 1.25 mm En simulación isotrópica de malla fina para probeta de 1.1 mm	47
Figura 5.4. Curvas de fuerza vs. desplazamiento mediante ley de Voce en elementos finitos para las probetas de 1.1 mm de espesor	48
Figura 5.5. Curvas de fuerza vs. desplazamiento mediante ley de Voce en elementos finitos para las probetas de 2 mm de espesor	49
Figura 5.6. Cantidad de actualizaciones de textura en la simulación 1 mm 0 RD a 1.25 mm de desplazamiento	49
Figura 5.7. Fuerza vs. desplazamiento experimentales para las probetas de 1.1. mm ensayadas	50

Figura 5.8. Fuerza vs. desplazamiento experimentales para las probetas de 2. mm ensayadas	50
Figura 5.9. Curvas de fuerza vs. desplazamiento en elemento finito de 1 mm 0 RD, de las simulaciones agregadas	51
Figura 5.10. Curvas de fuerza vs. desplazamiento experimentales y simuladas para probetas de 1.1. mm	52
Figura 5.11. Curvas de fuerza vs. desplazamiento experimentales y simuladas para probetas de 2 mm	52
Figuras 5.12. Curvas de deformación cortante máxima vs. esfuerzo máximo en los distintos ensayos con sus respectivas simulaciones	54
Figura 5.13. Círculo de Mohr ideal para estado de cortante puro	55
Figura 5.14. Círculos de Mohr normalizados de las tres probetas ensayadas, de simulación isotrópica y anisotrópica mediante <i>HMS</i> en varios desplazamientos para probeta de 1.1 mm 0 RD	57
Figura 5.15. Círculos de Mohr normalizados a desplazamientos de 0.05 mm en simulación y experimentación para las seis variaciones	58
Figura 5.16. <i>IPFM</i> de probeta 2 mm 0 RD parcialmente ensayada	59
Figura 5.17. Figuras de polo correspondiente a la probeta 1 mm 0 RD	60
Figura 5.18. Figuras de polo correspondiente a la probeta 1 mm 45 RD	61
Figura 5.19. Figuras de polo correspondiente a la probeta 1 mm 90 RD	62
Figura 5.20. Figuras de polo correspondiente a la probeta 2 mm 0 RD	63
Figura 5.21. Figuras de polo correspondiente a la probeta 2 mm 45 RD	64
Figura 5.22. Fracción volumétrica de componente cubo y cortante alrededor de la zona cortante de probetas a 1.25 mm de desplazamiento	65
Tabla 3.1. Sistemas de deslizamiento de estructuras comunes en metales	22
Tabla 4.1. Propiedades y composición química del material AA6016	39
Tabla 4.2. Parámetros de las leyes de endurecimiento de Swift y Voce usados	93

1. Introducción

La industria automotriz ha adquirido cada vez más importancia en México. Hoy en día, se ha posicionado como la segunda industria manufacturera más importante en el país, sólo por debajo de la industria alimentaria. En 2015, la industria automotriz otorgó divisas por 52 mil millones de dólares al año y dio 900,000 empleos directos. Ese año, representó el 3% del PIB nacional y 18% del PIB manufacturero [1]. Según la Organización Internacional de Constructores de Automóviles, en 2017 México se colocó como el séptimo país con mayor producción de vehículos automotores, con 4 millones de unidades [2].

Los procesos productivos en las plantas automotrices en México inician con el estampado, donde se fabrican piezas que forman la carrocería, después se realiza el ensamble, seguido del área de pintura y finalmente el montaje, donde la carrocería es unida con las demás partes que componen un automóvil.

En la industria automotriz, el estampado es clave para la fabricación de los automóviles. Este es un proceso en el que se deforma una lámina, que descansa sobre una matriz, mediante la presión de un dado con el objetivo de conferir una forma específica a la lámina. Para ser considerado como estampado profundo, la profundidad del estampado debe exceder el diámetro del mismo. Se pueden fabricar puertas, tapas, toldos, costados del automóvil, entre muchas otras partes.

La elaboración de productos por conformado de lámina ha permitido la automatización de la producción de diversos artículos. El proceso de estampado se utiliza en muchos productos fuera de la industria automotriz como en la fabricación de latas y envases, muebles metálicos, utensilios de cocina, partes de aviones, entre otros. Durante 2009, la fabricación de productos metálicos produjo 89,354 millones de pesos, mientras que las industrias metálicas básicas produjeron 254,840 millones de pesos [3].

Considerando la amplia producción de vehículos automotrices, el proceso de estampado de láminas para carrocerías requiere de altos niveles de producción, por lo que es deseable una continua mejora de calidad en los productos terminados, así como reducción en los tiempos de producción [4].

El modelado mediante el método de elementos finitos (FEM) es una herramienta numérica capaz de analizar procesos como el estampado, con el objetivo de predecir el comportamiento del material a deformar, reduciendo drásticamente el ensayo y error en el diseño de piezas estampadas. Un proceso común en estampado de láminas consiste en el diseño de las piezas y el herramental, para después ser retroalimentado con información experimental, lo que mejora el diseño inicial. El diseño se optimiza una y otra vez hasta que funcione adecuadamente en las líneas de producción. Un buen modelo permite reducir estas iteraciones, por lo que mejorar los modelos actuales tiene un impacto positivo en la industria.

Como se explica más adelante, es usual que los materiales utilizados en la industria hayan sido sujetos a un proceso de conformado mecánico, lo que provoca que los granos roten y se deformen, adquiriendo una orientación dentro de su microestructura que modifica las propiedades mecánicas del material dependiendo de la dirección en que es examinado. A esto se le llama anisotropía.

En cambio, en el modelo isotrópico no se considera orientación preferencial alguna, y las propiedades en cualquier dirección son las mismas. La mayoría de los trabajos relativos al modelado de procesos de conformado se basan en plasticidad isotrópica lo que produce errores en productos laminados donde la anisotropía es clave para determinar la geometría final de la pieza y la factibilidad de la misma. El criterio de fluencia de von Mises es un ejemplo de función que predice el comienzo de la deformación plástica de forma isotrópica.

El primer acercamiento para analizar el efecto de la anisotropía plástica se atribuye a Hill [5], mientras que los orígenes del proyecto del que deriva la presente tesis se dan hace más de dos décadas con el objetivo de combinar texturas cristalográficas, plasticidad cristalina y lugar geométrico de la fluencia en paquetería de modelado de elementos finitos; recientemente se logró la integración a la paquetería comercial ABAQUS [6].

El software Hierarchical Multi-Scale (HMS) es un modelo computacional desarrollado en KU Leuven, para simular deformación de aleaciones metálicas policristalinas. Permite predecir la evolución de la textura y de la anisotropía plástica asociada con la textura.

La mayoría de los estudios experimentales en estampado profundo se han realizado para el ensayo de Fukui [14]. Este consiste en un punzón que presiona la lámina y cuya forma de copa queda en la lámina, un pisador que evita que los extremos se levanten al presionar la lámina, y un dado que sirve como base a la lámina. Este modelo es útil para medir el grado de anisotropía del material mediante el parámetro de Lankford [14] y, visualmente, mediante la formación de orejas en la pieza estampada.

Para estudiar directamente la deformación cortante que ocurre en el ensayo de Fukui se utiliza una probeta propuesta por Peirs y Verleysen [7], que se muestra en la Figura 1.1. y se abordará en el capítulo 2.

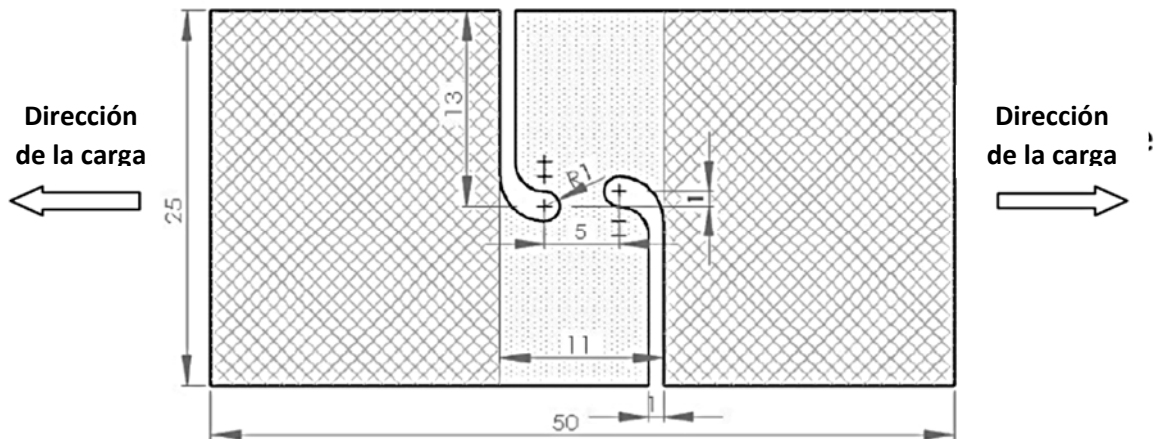


Figura 1.1. Probeta para ensayo cortante [7].

El presente estudio se centra en el ensayo de cortante puro, con el que se pondrá a prueba la precisión del modelo HMS. Para validar la precisión, se requieren combinar los modelos de plasticidad cristalina con simulaciones por elementos finitos para modelar la respuesta de una probeta sometida en ensayo cortante. Esta predicción se comparó con los resultados experimentales de deformación cortante.

El campo de deformaciones en la región de estudio de los ensayos experimentales se analizó mediante la técnica de correlación digital de imágenes (DIC) [17]. La técnica de *DIC* realiza un análisis cuadro por cuadro, calculando desplazamientos y deformaciones de la región de estudio.

Los resultados se complementaron con la medición de textura en probetas con deformación parcial para observar el cambio de textura provocado por la deformación cortante.

A continuación se presenta la organización de esta tesis. En el capítulo 2, se enlistan los objetivos que sigue el presente trabajo. En el capítulo 3, se mencionan los conocimientos previos necesarios para introducir al tema, iniciando con conceptos de mecánica tales como ensayos mecánicos, tensor de esfuerzos y criterios de fluencia, para después dar paso a temas de ciencia de materiales como textura cristalina.

El capítulo 4 aborda la metodología que se utilizó para la realización del modelo *FEM* y el procedimiento experimental para los ensayos y medición de textura, mientras que el capítulo 5 muestra los resultados obtenidos en los procedimientos mencionados previamente, así como la discusión de los mismos. Finalmente, en el capítulo 6 se plasman las conclusiones

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

El objetivo general de esta tesis es evaluar una geometría innovadora para ensayo de cortante puro, validando la precisión del método HMS en estado cercano a cortante puro.

2.2. Objetivos específicos.

- Ensayar probetas con diversas orientaciones (con respecto al laminado) y espesores.
- Analizar, mediante *DIC*, el ensayo de deformación cortante puro.
- Realizar simulaciones del ensayo con *FEM*.
- Comparar resultados obtenidos mediante *DIC* con la simulación evaluada mediante el método HMS.
- Medir la textura de muestras parcialmente ensayadas en la zona cortante y fuera de ella, para comparar la evolución medida con la modelada.

3. Antecedentes

3.1. Campos tensoriales

Para introducir al lector al tema, se recuerdan algunos conceptos básicos. Un desplazamiento se define como la diferencia de la posición inicial \mathbf{x} de un punto y su posición final $\boldsymbol{\xi}$ después del desplazamiento, y se indica con \mathbf{u} :

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\xi} - \mathbf{x} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{u}: (u_1, u_2, u_3) = (\xi_1 - x_1, \xi_2 - x_2, \xi_3 - x_3) \quad (3.2)$$

Una deformación se puede definir como un cambio relativo de longitud debido a esfuerzos. La deformación longitudinal se define de la siguiente manera:

$$\varepsilon = \frac{du_1}{dl_{01}} \quad (3.3)$$

Con dl_{01} como la longitud de un vector y con du_1 como el cambio de longitud del vector. Mientras que la deformación cortante se indica de esta manera.

$$\varepsilon = \frac{du_2}{dl_{01}} + \frac{du_1}{dl_{02}} \quad (3.4)$$

Lo que en forma tensorial se indica en (3.5):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i} \right) \quad (3.5)$$

Un elemento infinitesimal $d\mathbf{x}: (dx_1, dx_2, dx_3)$ cambia de posición orientación y longitud para transformarse en $d\boldsymbol{\xi}: (d\xi_1, d\xi_2, d\xi_3)$. Mediante la regla de la cadena se puede escribir como:

$$d\xi_i = \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} dx_j \quad (3.6)$$

Donde $\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} = \nabla \boldsymbol{\xi}$ define al gradiente de la deformación \mathbf{F} , por lo que la ecuación resulta en:

$$d\boldsymbol{\xi} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x} \quad (3.7)$$

3.1.1. Tensores de deformación de Green

Para describir matemáticamente el cambio de longitud de un elemento de línea infinitesimal, se considera la fórmula (3.7), pero se define la dirección de \mathbf{x} como \mathbf{a} y la dirección de ξ como α con sus respectivas magnitudes ds y $d\zeta$, por lo que se tiene que:

$$\alpha d\zeta = \mathbf{F} \cdot \mathbf{a} ds \quad (3.8)$$

Y definiendo la relación de longitudes $\eta = d\zeta/ds$,

$$\alpha \eta = \mathbf{F} \cdot \mathbf{a} \quad (3.9)$$

La ecuación anterior (3.9) define el cambio de longitud para cualquier vector unitario \mathbf{a} , Para obtener un tensor que permita una comparación directa entre \mathbf{F} y ϵ se eleva al cuadrado cada lado como se muestra en la ecuación (3.10):

$$(\alpha \eta) \cdot (\alpha \eta) = (\mathbf{F} \cdot \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{F} \cdot \mathbf{a}) \quad (3.10)$$

O de otra manera:

$$\eta^2 = \mathbf{a} \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{a} \quad (3.11)$$

Mediante la propiedad de descomposición polar por la derecha se puede considerar que $\mathbf{U}^2 = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F}$. Se define a $\mathbf{C} = \mathbf{U}^2$, donde \mathbf{C} es conocido como el tensor de Green por la derecha, por lo que se obtiene:

$$\eta^2 = \mathbf{a} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{a} \quad (3.12)$$

Que se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\eta^2 - 1}{2} = \mathbf{a} \cdot \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{I}) \cdot \mathbf{a} \quad (3.13)$$

Teniendo que $\eta = \epsilon + 1$, se reescribe como:

$$\epsilon + \frac{\epsilon^2}{2} = \mathbf{a} \cdot \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{I}) \cdot \mathbf{a} \quad (3.14)$$

Y dado que \mathbf{a} es un tensor unitario, el tensor de deformaciones de Green (por la derecha) se define como:

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (3.15)$$

Por lo que:

$$\epsilon + \frac{\epsilon^2}{2} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{a} \quad (3.16)$$

Sustituyendo $d\xi$ de la ecuación (3.7), en la ecuación (3.1) en forma infinitesimal y realizando despejes se obtiene que:

$$\mathbf{F} = \nabla \mathbf{u} + \mathbf{I} \quad (3.17)$$

Regresando a (3.15):

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}[(\nabla \mathbf{u})^T + \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \cdot (\nabla \mathbf{u})] \quad (3.18)$$

El significado de \mathbf{G} se encuentra al sustituir \mathbf{a} por un vector (1,0,0). La ecuación (3.16) quedaría:

$$\varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2} = G_{11} \quad (3.19)$$

En deformaciones pequeñas el término cuadrático se puede despreciar, por lo que la deformación es igual al componente 11 del tensor de deformaciones de Green. Lo anterior se observa también a través de los componentes de \mathbf{G} en (3.18):

$$G_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad (3.20)$$

Los primeros términos son iguales a la parte simétrica del gradiente de deformación, de nuevo el tercer término se puede despreciar en deformaciones pequeñas, por lo que el tensor de Green y el tensor de deformaciones pequeñas se aproximan, pero en deformaciones grandes \mathbf{G} toma en cuenta los términos cuadráticos por lo que es una expresión correcta mientras que el tensor de pequeñas deformaciones es una aproximación.

La descomposición polar por la izquierda del inverso del gradiente de deformación \mathbf{F}^{-1} nos da el tensor de Green por la izquierda:

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}^{-1} \cdot (\mathbf{F}^{-1})^T \quad (3.21)$$

Y también se obtiene el tensor de deformaciones de Green por la izquierda \mathbf{E} :

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad (3.22)$$

Mediante el tensor de deformación de Green, es posible obtener la velocidad de deformación. Si el tensor de deformación se hace infinitesimal la aproximación de deformaciones pequeñas se convierte en una expresión exacta. Este tensor se define como $d\varepsilon$, por lo que:

$$d\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dt} dt = \dot{\varepsilon} dt \quad (3.23)$$

La integración de esta expresión en un sistema material produce \mathbf{G} , y en un sistema espacial, \mathbf{B} . Por lo que esta expresión es válida independientemente de las deformaciones finales:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \text{sim}(\nabla \dot{\mathbf{u}}) \quad (3.24)$$

Como en cada instante del proceso el incremento de deformación es infinitesimal, esta igualdad es válida tanto en base material como en base espacial.

3.1.2. Esfuerzos

Se considera un cuerpo deformable, continuo y que se rige por las leyes de la mecánica clásica y se encuentra en equilibrio sujeto a fuerzas externas. Al cortar este cuerpo en dos partes, se requiere una fuerza \mathbf{T} para equilibrar las fuerzas exteriores. Esta fuerza \mathbf{T} puede ser descompuesta en su componente normal al plano \mathbf{T}_n y su componente tangencial \mathbf{T}_t . La superficie donde se realiza el corte puede dividirse en pequeñas áreas ΔA_i , cada una con su respectiva fuerza \mathbf{T}_i . El esfuerzo normal y cortante se definen en las ecuaciones (3.25) y (3.26):

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{T_n}{\Delta A} \quad (3.25)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{T_t}{\Delta A} \quad (3.26)$$

Pero estos conceptos son escalares, y se requiere de una descripción tensorial. Por lo que se define el vector infinitesimal $d\mathbf{t}$ que es la fuerza que actúa sobre el elemento infinitesimal $d\mathbf{A}$, donde $d\mathbf{A} = d\xi_1 \times d\xi_2$. El área se define por un tensor de rango 1, cuya dirección es la normal a la superficie y como magnitud el área del paralelogramo definido. El tensor de esfuerzos se define entonces como un tensor de rango 2 que asocia el área con la fuerza infinitesimal.

$$d\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot d\mathbf{A} = \boldsymbol{\sigma} \cdot (d\xi_1 \times d\xi_2) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} dA \quad (3.27)$$

Con \mathbf{n} como el vector unitario normal al plano y dA la magnitud del área infinitesimal. A este tensor se le conoce como el tensor de esfuerzos de Cauchy y es simétrico. El tensor se muestra a continuación (3.28):

$$\boldsymbol{\sigma}: \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Enseguida se detallará la obtención de los valores invariantes del tensor de esfuerzos. Estos son valores que no cambian bajo un cambio de sistema de referencia y se basan en el estudio de los eigenvectores (vectores del tensor e independientes del sistema de referencia) y eigenvalores. Para garantizar que los eigenvalores y eigenvectores formen una base, se requiere que existe ortogonalidad y que el determinante del área sea nulo, por lo que:

$$\det(\boldsymbol{\sigma} - \sigma \mathbf{1}) = 0 \quad (3.29)$$

Al desarrollar el determinante, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (3.30)$$

Las tres raíces de la ecuación representan los esfuerzos principales de σ_{ij} cuando los esfuerzos cortantes son nulos, mientras que los coeficientes I_1 , I_2 y I_3 son los invariantes del tensor σ [8]. Tanto los esfuerzos principales del tensor, como los invariantes son independientes de la orientación del sistema de referencia. Los invariantes se calculan de la siguiente manera:

$$I_1 = \text{tr}\sigma \quad (3.31)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}[(\text{tr}\sigma)^2 - \text{tr}(\sigma^2)] \quad (3.32)$$

$$I_3 = \det\sigma \quad (3.33)$$

Teniendo en cuenta que las direcciones principales son ortogonales entre sí, el tensor de esfuerzos diagonalizado es el siguiente:

$$\sigma: \begin{bmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Dado que el esfuerzo hidrostático no influye en el comienzo de la deformación plástica, conviene separar la parte hidrostática del tensor de esfuerzos. Se define como tensor desviador de esfuerzos a la parte del tensor σ que no contiene cambio de volumen:

$$\mathbf{s} = \sigma - \sigma_p \mathbf{1} = \sigma - \frac{1}{3}(\text{tr}\sigma)\mathbf{1} \quad (3.35)$$

Donde la traza del esfuerzo desviador es nula y σ_p es el esfuerzo normal promedio, o componente hidrostática del esfuerzo, y se calcula de esta manera:

$$\sigma_p = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \quad (3.36)$$

El esfuerzo desviador es la parte del tensor de esfuerzos que provoca el inicio de la deformación plástica. Al ser su traza nula, sus variables son linealmente dependientes. Su ecuación característica es:

$$s^3 + J_2s - J_3 = 0 \quad (3.37)$$

Cuyos invariantes son:

$$J_2 = \frac{1}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \quad (3.38)$$

$$J_3 = \det \mathbf{s} \quad (3.39)$$

3.2. Ensayos mecánicos

3.2.1. Ensayo de tracción

El ensayo de tracción permite obtener propiedades importantes de los materiales, como el esfuerzo de fluencia del material. El ensayo consiste en deformar una probeta hasta la fractura aplicando un desplazamiento a velocidad constante, de forma uniaxial a lo largo de la probeta. La probeta tiene una forma específica y se puede apreciar en la figura 3.1, regulada por la norma ASTM E8 [36], cuyo objetivo es distribuir la deformación de forma homogénea en la zona de ensayo. En esta zona, el ancho va disminuyendo hasta formar un cuello que provoca una súbita disminución de la resistencia de la misma, y que termina en fractura del material.



Figura 3.1. Geometría de una probeta para ensayo de tracción.

El esfuerzo ingenieril se define mediante la siguiente relación:

$$s = \frac{F}{A_0} \quad (3.40)$$

Con F como la fuerza instantánea aplicada al área transversal inicial A_0 de la zona del ensayo. Por otro lado, la deformación ingenieril se define de la siguiente manera:

$$e = \frac{l_i - l_0}{l_0} \quad (3.41)$$

La desventaja de utilizar las definiciones ingenieriles radica en el área transversal a la que se hace referencia, ya que al avanzar el ensayo, el área transversal va cambiando, y la definición ingenieril considera siempre el área transversal inicial, por lo que es preferible utilizar una definición de deformación que haga referencia al área transversal instantánea.

La deformación logarítmica o verdadera ε utiliza la longitud instantánea de la probeta, así como el incremento diferencial (3.42), mientras que el esfuerzo logarítmico σ utiliza el área transversal instantánea A_i (3.43).

$$\varepsilon = \ln \left| \frac{l_i}{l_0} \right| = \ln \left| 1 + \frac{l_i - l_0}{l_0} \right| = \ln |1 + e| \quad (3.42)$$

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \frac{1}{l_0} = s(1 + e) \quad (3.43)$$

En la siguiente Figura (3.2), se observa una curva esfuerzo-deformación verdaderos para un metal dúctil:

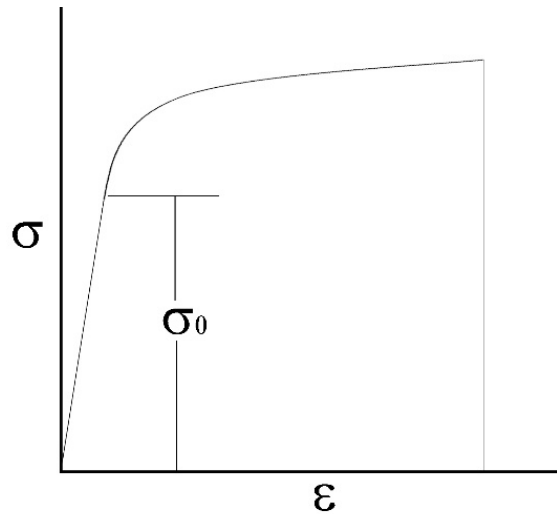


Figura 3.2. Curva esfuerzo-deformación verdaderos para un material dúctil.

La primera etapa de la curva marca el comportamiento lineal de la ley de Hooke hasta el esfuerzo de fluencia σ_0 . Pasando σ_0 , el metal se deforma plásticamente y deja de existir una relación entre esfuerzo y deformación con una simple constante de proporcionalidad. Cabe señalar que en estas curvas no se considera la región después de la generación del cuello en la probeta.

3.2.2. Zona plástica

La plasticidad analiza el comportamiento de los materiales en la región de deformación en la que la ley de Hooke deja de ser válida. No existe una única relación de esfuerzo y deformación en esta zona. Existen varios modelos que describen el comportamiento del material en la zona plástica, como el de Hollomon (1945) [9]:

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad (3.44)$$

Con K como el esfuerzo a una deformación de 1, y n , como el coeficiente de deformación-endurecimiento.

Otro modelo que describe el comportamiento, es la propuesta por Swift en 1952 [10], que se observa en la ecuación (3.45):

$$\sigma = k(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \quad (3.45)$$

Así como el modelo propuesto por Voce (1948) [11]:

$$\sigma = \sigma_0 + k(1 - e^{-n\varepsilon}) \quad (3.46)$$

Existen otros modelos pero se mencionan aquí sólo los más importantes para el estudio realizado.

3.2.3. Anisotropía en lámina metálica

Cuando los granos de un material policristalino están orientados aleatoriamente, se dice que el material es cristalográficamente isotrópico. En general, en materiales en la industria, los granos no están orientados de forma aleatoria como es el caso de materiales que han sido recristalizados o sujetos a una deformación previa.

Un material que sea sujeto a conformado mecánico, suele adquirir una orientación en su microestructura, la cual puede ser en los granos (orientación morfológica), o directamente en su estructura cristalina (orientación cristalográfica). La distribución de las orientaciones en un área del material es conocida como textura (figura 3.3).

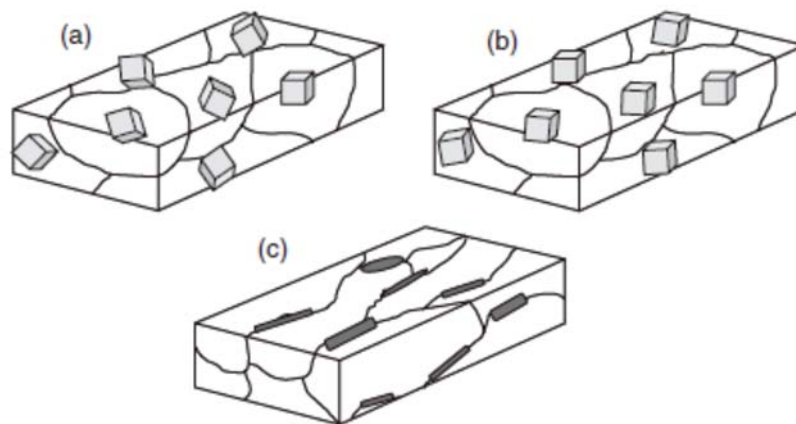


Figura 3.3. (a) Material con textura aleatoria, (b) material con textura cristalográfica y (c) material con textura morfológica [12].

La lámina metálica que se estudiará en este proyecto es un policristal. Consiste de una fase con orientación preferencial debido al proceso de laminado, seguido por una recristalización controlada.

La orientación de un grano se expresa mediante sistemas de coordenadas externas. En láminas se define tradicionalmente mediante la dirección de laminado (*Rolling direction*, **RD**), la dirección normal (*Normal direction*, **ND**) y la dirección transversal (*transverse direction*, **TD**). Dichas orientaciones se observan en la Figura 3.4.

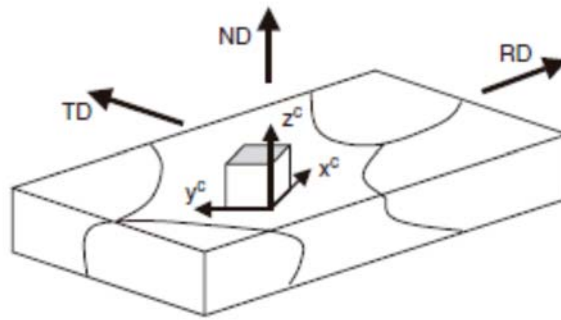


Figura 3.4. Ejemplo de orientación cristalográfica en lámina metálica [12].

3.2.4. Ensayo de cortante simple.

El ensayo de cortante simple aplica fuerzas perpendiculares al eje de la probeta produciendo esfuerzo cortante. Este ensayo evita la formación de cuello antes de que la probeta se fracture como sucede en tracción. El nivel de deformación que se alcanza es más alto que en el ensayo de tracción.

Durante el ensayo se sostiene la probeta por dos mordazas, dejando libre la región de estudio entre ellas, que es pequeña en relación al área sujeta por las mordazas. Este ensayo tiene un defecto importante: cerca de las orillas que delimitan la región de estudio la deformación deja de ser cortante simple debido a los defectos de sujeción, deslizamiento y fricción entre las mordazas y la probeta [12]. Estos defectos pueden disminuir si se utiliza una relación de aspecto mayor a 10 entre el ancho (w) y el alto (h) en la región de estudio de las probetas (figura 3.5) con un espesor pequeño a comparación de estos valores. Aunado a lo anterior, se han encontrado componentes de esfuerzos de compresión y tensión aparte de los de cortante en la región de estudio [13].

Las mordazas se alinean inicialmente y sujetan firmemente la probeta. Una vez sujetos los extremos, la estructura que sostiene a la probeta superior se desplaza a la derecha en dirección horizontal, mientras la mordaza inferior queda fija. No existe una norma internacional para este ensayo.

El esfuerzo cortante τ se calcula de la siguiente manera:

$$\tau = \frac{F}{A_0} \quad (3.47)$$

Con F como la carga impuesta paralelamente a las caras superior e inferior, cada una con un área de A_0 .

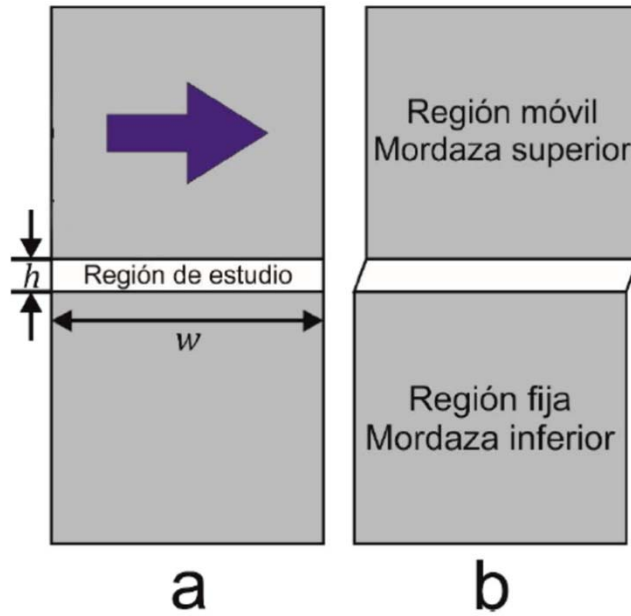


Figura 3.5. Probeta para ensayo de cortante simple: a) Inicial. b) Después del ensayo.

3.2.5. Ensayo de cortante puro.

El objetivo del ensayo de cortante puro es aplicar deformación cortante sin que existan componentes normales en el estado de deformaciones, como sí es el caso del ensayo de cortante simple. Para realizar este ensayo se utiliza una probeta característica. Peirs y Verleysen proponen una geometría para cortante puro mediante un estudio de diseño por elemento finito [7].

La geometría que proponen es una evolución de las propuestas por Bao y Wierzbicki [15] y Tarigopula [16]. Para obtener la geometría propuesta, se priorizaron ciertas características: un estado de cortante puro en la región cortante, homogeneidad del esfuerzo y deformación a lo largo de la región cortante, relación directa entre fuerza y esfuerzo cortante, y facilidad para maquinar (reproducibilidad).

La probeta fue diseñada para que, al aplicar carga de tensión, ésta se convierta en un esfuerzo cortante en la pequeña región al centro de la probeta, por lo que se puede realizar el ensayo en cualquier máquina universal. La longitud de la región cortante es de 3 mm, los filetes tienen una excentricidad (R1) de 1 mm para que el esfuerzo triaxial sea cercano a cero en el centro, valor que caracteriza al esfuerzo cortante puro. La probeta de cortante puro se muestra en la Figura 3.6.

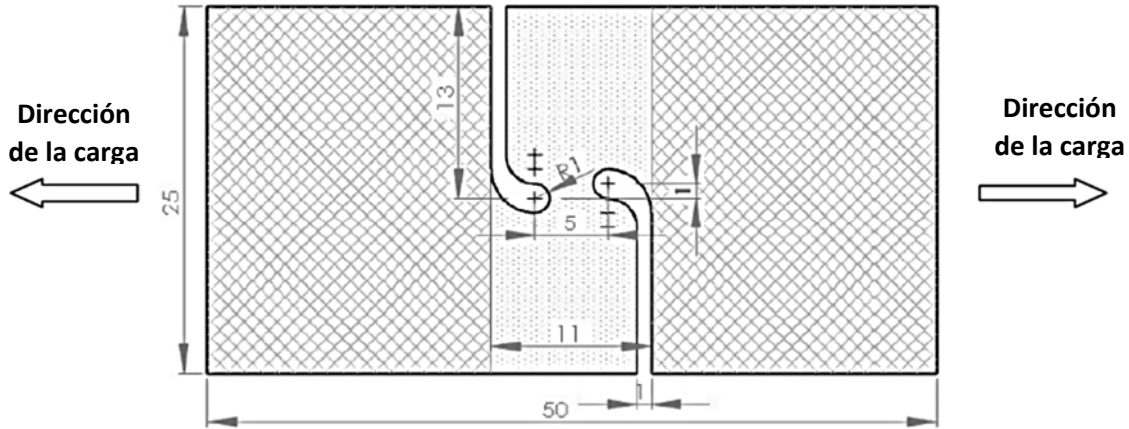


Figura 3.6. Probeta para cortante puro con sus respectivas dimensiones en mm. Se indica la dirección de la fuerza [7].

3.2.6. Correlación digital de imágenes

El método de correlación digital de imágenes (Digital Image Correlation, DIC) consiste en adquirir imágenes de una muestra de forma digital mediante una cámara, donde la muestra es sometida a desplazamiento y/o deformación. El objetivo del método es realizar un análisis de las imágenes obtenidas para observar los campos de desplazamientos y deformaciones a lo largo de un periodo determinado [17]. Esta técnica puede aplicarse para muestras en 2D y 3D. Este trabajo se enfocará únicamente en imágenes en 2D.

Para que las imágenes tengan la información necesaria, se le agrega un patrón al objeto, el cual puede consistir en líneas, cuadrícula, puntos o arreglos aleatorios. Sin embargo, muchas veces es complicado encontrar la correspondencia si el patrón es repetitivo, o si la imagen es uniforme en color o textura. Para evitar estas confusiones, lo más conveniente es utilizar texturas aleatorias como un patrón moteado (speckle pattern) que se adhiera a la superficie y se deforme con ella, para que siga existiendo correlación entre lo registrado y lo que ocurre en el material aun en largas deformaciones. Una de las ventajas del patrón moteado es la gran información que obtiene. Al tener textura en toda la superficie, se puede comparar cualquier rincón con un mayor acercamiento.

Es conveniente precisar algunos detalles del método. Se coloca la cámara digital, que obtendrá las imágenes, perpendicular al plano de la probeta para evitar distorsión en las imágenes. Esta cámara obtendrá imágenes cada determinado tiempo a lo largo de todo el ensayo en la región de estudio mientras se realiza la deformación. La preparación de la probeta para este método consiste en adherir una base blanca con puntos negros distribuidos aleatoriamente. La relación entre el

tamaño de los puntos negros y la cantidad de píxeles en las imágenes es importante para obtener una buena definición y más adelante una buena interpretación de los resultados, por lo que una mejor resolución en la cámara permitirá obtener mayor información.

Es primordial tener una iluminación adecuada y uniforme en la probeta. El objetivo principal de utilizar base blanca con puntos negros es obtener un contraste adecuado que facilite identificar el desplazamiento en la probeta, por lo que una buena iluminación permite lograrlo.

DIC brinda algunas ventajas como lo son la simplicidad de los dispositivos requeridos para aplicar la técnica. También, al ser un método sin contacto, permite medir la deformación sin que la respuesta mecánica del material se vea afectada [18].

Después de obtener las imágenes, éstas se cargan en paquetería para su interpretación. En general las paqueterías de DIC funcionan de la siguiente manera: se utiliza el primer fotograma como base y se comparan las diferencias con las imágenes siguientes. Realizar las comparaciones pixel a pixel sería muy complicado, si el desplazamiento es muy grande, difícilmente se encontraría la correspondencia. Se suele utilizar una pequeña vecindad alrededor del pixel de interés para facilitar el seguimiento. A esta colección de píxeles se le llama *subset*. El desplazamiento se calcula con un promedio de los desplazamientos de los píxeles dentro del *subset*, mediante una función de correlación de datos.

Para identificar cada pixel y después cada *subset*, se toma en cuenta el valor que tiene ese pixel en la escala de grises. Este valor va de cero para el blanco a 255 para el color negro [19]. Existen varios *softwares* que realizan DIC, como los son Ncorr o Vic-2D™. En la Figura 3.7 se observa una probeta preparada para su observación con DIC.



Figura 3.7. Acercamiento a la zona de interés de probeta 2mm45RD_1 preparada para su observación mediante DIC.

3.3. Criterios de fluencia

Una cuestión importante en plasticidad es predecir el comienzo de la deformación plástica en un material sujeto a un estado de esfuerzos general. Se sabe que el material fluye cuando se alcanza el esfuerzo de cedencia. Los criterios de fluencia, también llamados lugares geométricos de la fluencia, son funciones matemáticas empíricas de las componentes del tensor de esfuerzos que predicen el comienzo de la deformación plástica en un material para cualquier combinación de esfuerzos posibles en un sólido. Estos se representan de la siguiente manera:

$$f(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}) = k^2 \quad (3.48)$$

El tensor de esfuerzos puede ser representado mediante sus ejes principales, por lo que se puede representar como en (3.68):

$$f(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}) = k^2 \quad (3.49)$$

Como se dijo anteriormente, la deformación plástica no depende de la parte hidrostática del tensor de esfuerzos, por lo que la función de cedencia se puede definir en términos del desviador de esfuerzos:

$$f(s_I, s_{II}, s_{III}) = k^2 \quad (3.50)$$

Y también en términos de sus invariantes:

$$f(J_2, J_3) = k^2 \quad (3.51)$$

En la Figura 3.8, se observa el lugar geométrico de la fluencia para aleación AA6016, escalándose mediante el límite de cedencia en la dirección de laminado.

El vector normal al lugar geométrico de la fluencia \mathbf{n} se define mediante las derivadas del lugar geométrico de la fluencia respecto a cada elemento del mismo, por lo que:

$$\mathbf{n}: \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{11}}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_{22}}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_{33}}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_{12}}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_{23}}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_{31}} \right) \quad (3.52)$$

La teoría de plasticidad considera algunas suposiciones en metales dúctiles, como el no considerar el efecto Bauschinger, el cual consiste en que al deformar un material metálico en cierta dirección hasta sobrepasar el límite de elasticidad y después deformar el material en dirección contraria, el límite de proporcionalidad en esta última es menor, por lo que los esfuerzos en tracción y compresión se consideran equivalentes ($f(\boldsymbol{\sigma}) = f(-\boldsymbol{\sigma})$). Esta teoría considera a los materiales como isotrópicos.

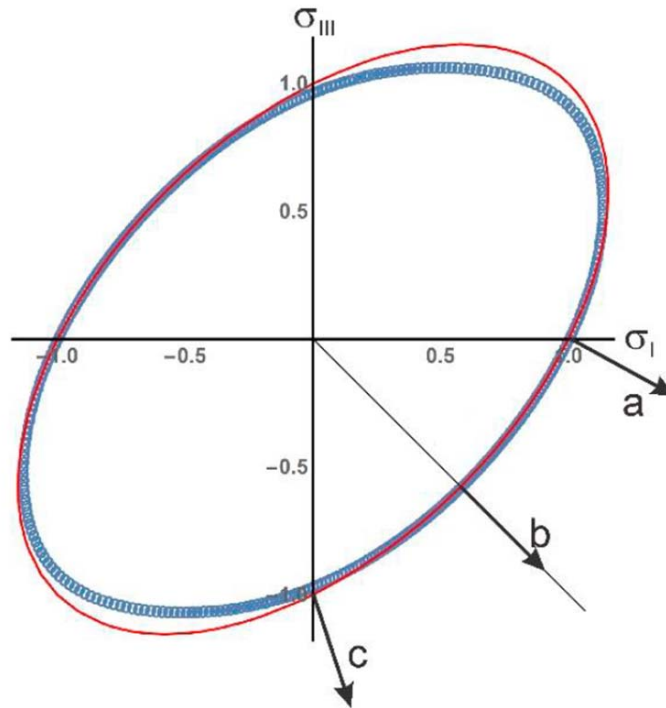


Figura 3.8. Lugar geométrico de la fluencia de Von Mises (rojo) y lugar geométrico determinado mediante VEF para aleación AA6016 (azul) con los siguientes puntos señalados: a) ensayo de tracción, b) ensayo de cortante puro y c) estado de esfuerzos en la orilla de una copa de Fukui.

3.3.1. Criterio de von Mises

El criterio de von Mises menciona que la cedencia debe alcanzarse cuando el segundo invariante del desviador de esfuerzos alcanza un valor constante crítico [5], por lo que:

$$f(J_2) = \mathbf{s} : \mathbf{s} = 2k^2 \quad (3.53)$$

Hencky (1924) demostró que la cedencia se logra cuando la energía de distorsión elástica en el material posee un valor máximo, por lo que también es llamado criterio de máxima energía de distorsión [20]. Donde la energía de distorsión W' es la siguiente:

$$W' = \frac{\mathbf{s} : \mathbf{s}}{4G} \quad (3.54)$$

Cuando el material alcanza el lugar geométrico de la fluencia, el material comienza a deformarse plásticamente, por lo que esa deformación resulta permanente.

El endurecimiento isotrópico en un material se da cuando la superficie inicial del lugar geométrico de la fluencia y la superficie final mantienen la misma geometría pero el tamaño del mismo crece.

3.3.2. Función potencial plástica

Así como la ley de Hooke relaciona esfuerzos y deformaciones en el rango elástico, existen relaciones válidas en el rango plástico, que son llamadas reglas de flujo, por lo que es necesario relacionar el tensor de deformación plástica con el tensor de esfuerzos en cada incremento.

En el rango plástico las relaciones no son lineales, por lo que el estado de deformaciones no se puede obtener directamente. Se suelen utilizar formulaciones que relacionen incrementos de deformación plástica con incrementos de esfuerzo. Para llegar a la relación mencionada, se tiene el siguiente balance de energía por unidad de tiempo (3.55):

$$\frac{dU}{dt} = \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} + \dot{Q} - \nabla \dot{q} \quad (3.55)$$

Donde la energía de distorsión se define como:

$$W' = \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.56)$$

El ensayo se considera adiabático por lo que no existe intercambio de energía ni calor con el exterior, siendo $\nabla \dot{q} = 0$. En la parte elástica del ensayo, la energía de distorsión va aumentando, mientras que \dot{Q} es cero. Al momento de pasar a la zona plástica, W' llega a un valor máximo, y permanece constante. A partir de ese momento, \dot{Q} aumenta a lo largo del ensayo por lo que el trabajo plástico disipa calor. W' constante define el estado plástico del material. Como W' es constante, su derivada es cero como se observa en la ecuación (3.57).

$$dW' = \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}^{(p)} = 0 \quad (3.57)$$

Con $d\boldsymbol{\varepsilon}^{(p)}$ como la velocidad de deformación plástica. El producto doble punto entre esfuerzo y velocidad de deformación plástica resulta cero, por lo que son ortogonales entre sí. A esta condición de ser ortogonales se le llama regla de la normalidad.

Por lo que se tiene un lugar geométrico de la fluencia $f(\mathbf{s})$ y otro formado por $W'(\mathbf{s})$, teniendo en cuenta que al estar en zona plástica se puede definir mediante los desviadores de esfuerzos. Ambos tienen un vector normal a la superficie en el plano (σ_I, σ_{III}) , \mathbf{n} y $d\boldsymbol{\varepsilon}$ respectivamente como se observa en la Figura 3.9.

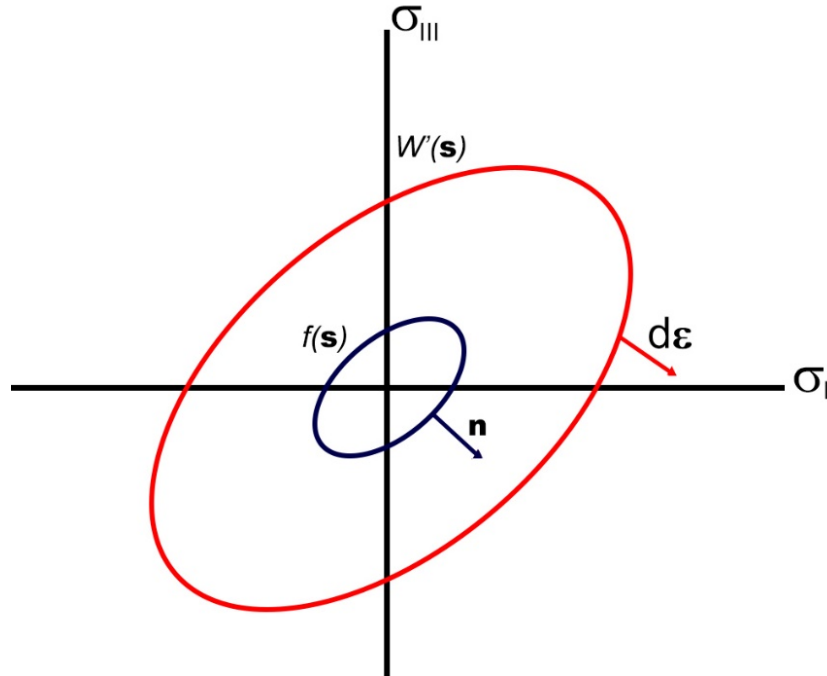


Figura 3.9. Representación de los lugares geométricos de la fluencia $f(\mathbf{s})$ y $W'(\mathbf{s})$ en el plano (σ_I, σ_{III}) con sus respectivos vectores normales.

Estos lugares geométricos de la fluencia tienen la misma forma y sólo difieren en magnitud, por lo que son proporcionales. Entonces, es válido lo siguiente:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^{(p)} = \mathbf{n}d\lambda \quad (3.58)$$

Teniendo a $d\lambda$ como un escalar que define la magnitud del tensor de esfuerzos. En forma tensorial se indica en la ecuación (3.59):

$$d\varepsilon_{ij}^{(p)} = \frac{\partial f(\mathbf{s})}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (3.59)$$

Lo que define a la regla de flujo. Dado que f está asociado al criterio de fluencia particular, la ecuación (3.59) se conoce como regla de flujo asociado y la función $f(\mathbf{s})$ es la función potencial plástica.

3.3.3. Función potencial plástica Facet

Esta función es un lugar geométrico de la fluencia que representa la potencial plástica del material. Se requieren de varios ensayos mecánicos y una función de interpolación para obtenerla. Cada ensayo identifica un punto de la sección bidimensional de la superficie potencial plástica correspondiente, mientras que la función de interpolación calcula la parte restante. Se utiliza junto con la teoría de aproximaciones cristalinas (*multi-scale modelling*) [13].

La función potencial Facet [21] es un polinomio homogéneo de grado 6 o 8, y es la siguiente:

$$\psi(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) = [G_n(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})]^{1/n} \quad (3.60)$$

Donde:

$$G_n(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \sum_{k=1}^K \lambda_k (s_{kp} \dot{\varepsilon}_p)^n \quad (3.61)$$

El índice p va de 1 a 5, y considera las cinco componentes del tensor de rapidez de deformación necesarias para explicar la deformación, λ_k y s_k son parámetros para ajustar los puntos del lugar geométrico de la fluencia, donde $\lambda_k \geq 0$ y n es múltiplo de 2.

3.4. Plasticidad cristalina.

Analizar la plasticidad de un material de forma continua permite modelar a los metales como sólidos homogéneos e isotrópicos. Sin embargo, la plasticidad de un metal muestra una fuerte dependencia de la orientación cristalográfica en el material. Por ello, es importante entender cómo sucede la plasticidad en un monocristal, y después observar este comportamiento en un conjunto de granos que forman una lámina metálica.

Se le llama estructura cristalina al arreglo geométrico de átomos en tres dimensiones que se repite dentro de un material [37]. Las estructuras cristalinas de los materiales pueden agruparse mediante 7 sistemas cristalinos entre los cuales varían la proporción entre sus lados o los ángulos. Al mismo tiempo, con estos sistemas cristalinos se pueden obtener 14 estructuras al modificar la disposición de los puntos de red. A estas estructuras se les denomina redes de Bravais [37].

En el caso de los metales, la mayor parte pertenece a tres estructuras cristalinas particulares, que son: cúbica centrada en las caras (Face-Centered Cubic en inglés, FCC), cúbica centrada en el cuerpo (Body-Centered Cubic en inglés, BCC), y hexagonal compacta (Hexagonal Close-Packed en inglés, HCP). En la Figura 3.10, se observan estas estructuras cristalinas.

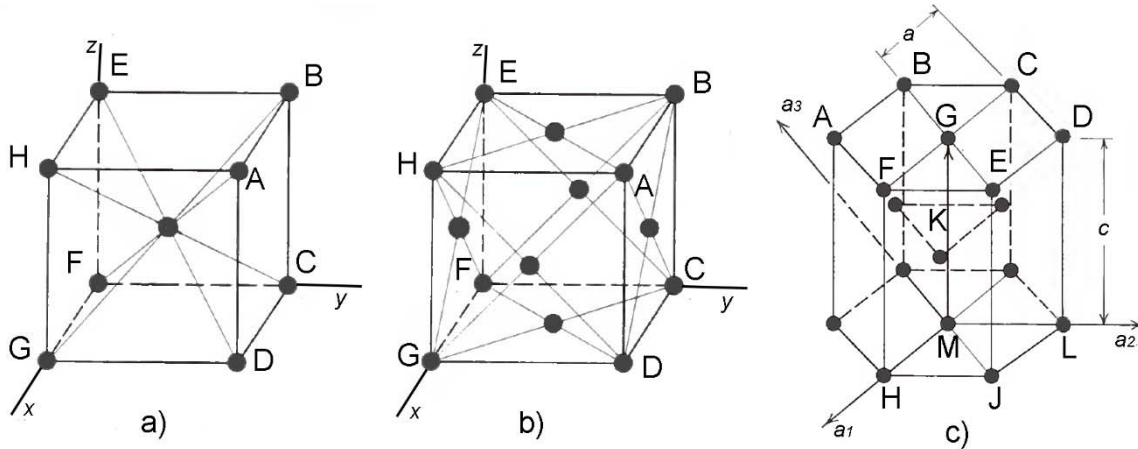


Figura 3.10. Estructuras cristalinas comunes de materiales metálicos a) BCC, b) FCC y c) HCP [22].

El deslizamiento en una red cristalina se debe principalmente al movimiento de las dislocaciones, aunque también puede deberse a maclas. Este deslizamiento suele suceder en los planos con mayor densidad atómica, en la dirección donde existe un mayor empaquetamiento. Este plano y dirección es conocido como sistema de deslizamiento. Estos sistemas de deslizamiento se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Sistemas de deslizamiento de estructuras comunes en metales [22].

Estructura Cristalina	Sistemas de deslizamiento	de	Información
BCC	$\{110\}$ $\langle 111 \rangle$ $\{112\}$ $\langle 111 \rangle$		6 planos, 2 direcciones cada uno = 12 12 planos, 2 direcciones cada uno = 24
FCC	$\{111\}$ $\langle 110 \rangle$		4 planos, 3 direcciones cada uno = 12
HCP	$\{0001\}$ $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ $\{10\bar{1}0\}$ $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ $\{10\bar{1}1\}$ $\langle 11\bar{2}0 \rangle$		1 plano, 3 direcciones = 3 La cantidad de planos depende de la relación c/a .

Para describir el deslizamiento que ocurre en un monocristal, se debe formular una ecuación constitutiva local. Esta consiste en una ecuación cinemática y contiene un criterio de selección para los sistemas de deslizamiento activos en el cristal. La ecuación que relaciona al tensor gradiente de velocidad con las rapidez de deslizamiento de los sistemas activos es la siguiente [38]:

$$\mathbf{l} = \sum_{s=1}^N \mathbf{b}^{(s)} \mathbf{n}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} \quad (3.62)$$

Con \mathbf{l} como el tensor gradiente de velocidad en el cristal, $\mathbf{b}^{(s)}$ y $\mathbf{n}^{(s)}$ como los vectores unitario de Burgers y normal unitario del plano de deslizamiento respectivamente, $\dot{\gamma}^{(s)}$ como la rapidez de deslizamiento y N como el número de sistemas de deslizamiento disponibles en el sistema. Este tensor puede ser

expresado como la suma del tensor rapidez de deformación local (parte simétrica \mathbf{d}) y el tensor rapidez de rotación en la red cristalina (parte antisimétrica $\mathbf{w}^{(L)}$).

$$\mathbf{d} = \sum_{s=1}^N \frac{1}{2} [\mathbf{b}^{(s)} \mathbf{n}^{(s)} + \mathbf{n}^{(s)} \mathbf{b}^{(s)}] \dot{\gamma}^{(s)} \quad (3.63)$$

$$\mathbf{w}^{(L)} = \sum_{s=1}^N \frac{1}{2} [\mathbf{b}^{(s)} \mathbf{n}^{(s)} - \mathbf{n}^{(s)} \mathbf{b}^{(s)}] \quad (3.64)$$

Von Mises demostró con su criterio que se requieren cinco sistemas de deslizamiento linealmente independientes para que un cristal experimente deformación plástica por deslizamiento. Como se menciona anteriormente, sólo la parte plástica de la deformación se contempla en plasticidad. El tensor de deformación, al ser simétrico tiene 6 componentes. Dado que no existe cambio de volumen durante la deformación plástica, la traza del tensor de deformaciones es nula, lo que provoca que estos componentes de deformación sean dependientes entre sí.

Así, existen cinco componentes independientes del tensor deformación que definen un sistema de cinco ecuaciones linealmente independientes, por lo que se requieren cinco sistemas de deslizamiento linealmente independientes para resolver la ecuación (3.63).

3.4.1. Ley de Schmid

El deslizamiento en un monocristal depende de la magnitud del esfuerzo cortante por cargas externas, de la estructura cristalina, y de la orientación de los sistemas de deslizamiento respecto al esfuerzo cortante. El deslizamiento entre planos empieza cuando el esfuerzo cortante alcanza un valor límite llamado esfuerzo cortante crítico. Esto se explica mediante la ley de Schmid [22].

Se considera un monocristal con área transversal A (fig. 3.11). El ángulo entre el plano normal al plano de deslizamiento y el eje del monocristal es ϕ , mientras que el ángulo entre el plano de deslizamiento con el eje del monocristal, es λ . El área del plano de deslizamiento con la inclinación es entonces $A/\cos\phi$, y el componente de carga que actúa sobre el plano de deslizamiento es $F \cos\lambda$. Por lo que el esfuerzo cortante crítico se calcula de la siguiente manera:

$$\tau_{CRSS} = \frac{F \cos \lambda}{\frac{A}{\cos \phi}} = \frac{F}{A} \cos \phi \quad (3.65)$$

Con F como la magnitud de la fuerza de tracción que se ejerce sobre el eje de la probeta.

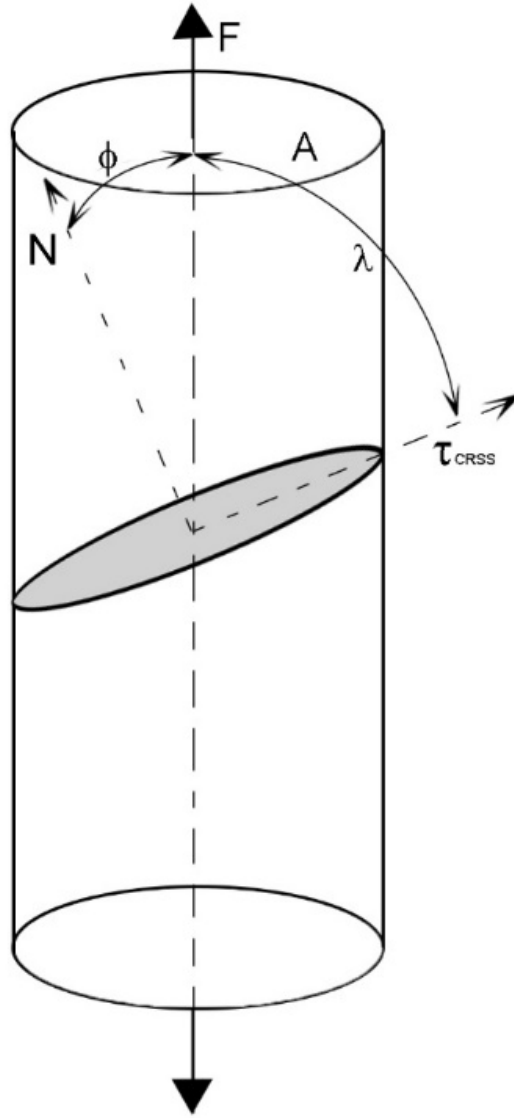


Figura 3.11. Geometría que describe la Ley de Schmid [22].

La forma tensorial de la ley de Schmid se muestra a continuación.

$$\tau_c = \mathbf{M}^{(s)} : \mathbf{s} \quad (3.66)$$

Donde \mathbf{s} es el tensor desviador de esfuerzos y $\mathbf{M}^{(s)}$ es el factor de Schmid.

El tensor de Schmid del sistema de deslizamiento $\mathbf{M}^{(s)}$ es una matriz compuesta por funciones lineales de los cosenos directores de $\mathbf{b}^{(s)}$ y $\mathbf{n}^{(s)}$ con respecto de un sistema de referencia adecuado y se observa en la ecuación (3.67).

$$\mathbf{M}^{(s)} = \frac{1}{2} [\mathbf{b}^{(s)} \mathbf{n}^{(s)} + \mathbf{n}^{(s)} \mathbf{b}^{(s)}] \quad (3.67)$$

3.5. Textura cristalina

La orientación cristalográfica representa la rotación que existe entre un sistema exterior de referencia (sistema de referencia de la muestra) y un sistema de referencia asociado al cristal (sistema cristalino). Para el sistema cúbico, los ejes de referencia naturales son las direcciones [100], [010] y [001]. Esta característica aplica para todos los sólidos cristalinos, como minerales, cerámicos, superconductores o metales. En casi todos los materiales existe una orientación preferencial debido a su proceso de fabricación como en la fundición o el laminado. Esta orientación preferencial se conoce como textura cristalina.

Existen dos términos que ayudan a diferenciar la escala en las texturas. El término que incluye la localización espacial de los granos y la orientación dentro de ellos, es llamado microtextura, mientras que a la textura que refleja el valor promedio de varios granos se llama macrotextura [23]. El modo para obtener la textura en la escala macro suele ser mediante goniómetro de rayos X. El goniómetro es un dispositivo que permite girar la muestra en tres direcciones distintas para incidir los rayos X en toda la muestra. La textura que se obtiene es un valor promedio del volumen completo medido. Esta medición muestra la orientación en una zona determinada, pero no la distribución específica de los granos.

3.5.1. Descripción matemática de orientaciones

Para describir una orientación, es necesario establecer un par de sistemas de referencia: uno asociado a la muestra ($S: S_1, S_2, S_3$) y el otro, a las direcciones cristalográficas ($C: C_1, C_2, C_3$). Para relacionar ambos, existe una matriz de rotación que describe la orientación con respecto al sistema de referencia de la muestra. La relación es la siguiente:

$$\mathbf{C} = \mathbf{g} \cdot \mathbf{S} \quad (3.68)$$

Con \mathbf{C} como el sistema de direcciones cristalográficas, \mathbf{S} como el sistema de referencia y \mathbf{g} como la matriz de rotación que asocia ambos sistemas. La ecuación (3.86) muestra la definición de \mathbf{g} en términos de los cosenos directores entre el sistema \mathbf{S} y el sistema \mathbf{C} .

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} \cos(\mathbf{e}_1^{(s)} \cdot \mathbf{e}_1^{(c)}) & \cos(\mathbf{e}_2^{(s)} \cdot \mathbf{e}_1^{(c)}) & \cos(\mathbf{e}_3^{(s)} \cdot \mathbf{e}_1^{(c)}) \\ \cos(\mathbf{e}_1^{(s)} \cdot \mathbf{e}_2^{(c)}) & \cos(\mathbf{e}_2^{(s)} \cdot \mathbf{e}_2^{(c)}) & \cos(\mathbf{e}_3^{(s)} \cdot \mathbf{e}_2^{(c)}) \\ \cos(\mathbf{e}_1^{(s)} \cdot \mathbf{e}_3^{(c)}) & \cos(\mathbf{e}_2^{(s)} \cdot \mathbf{e}_3^{(c)}) & \cos(\mathbf{e}_3^{(s)} \cdot \mathbf{e}_3^{(c)}) \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

Dado que sólo se requieren tres parámetros de la matriz para especificar la orientación, el método más utilizado para expresar estos tres números es mediante los ángulos de Euler. Estos ángulos son φ_1 , Φ , φ_2 , y se refieren a tres rotaciones que transforman el sistema de la muestra, en el sistema cristalino. Existen varias convenciones para expresar estos ángulos, pero la más utilizada es la definida por Bunge (figura 3.12), que realiza las siguientes rotaciones: el ángulo φ_1 define el giro del eje **RD** con respecto al eje **ND**, para tomar la posición **RD'**, el ángulo Φ define la rotación del eje **ND** con respecto al nuevo eje **RD'**, para que coincida con el eje [001] del cristal, mientras que el ángulo φ_2 representa el giro en el nuevo **ND** sobre el plano definido por las rotaciones [100] y [010] (para que **RD'** y **TD** coincidan con los ejes [100] y [010]).

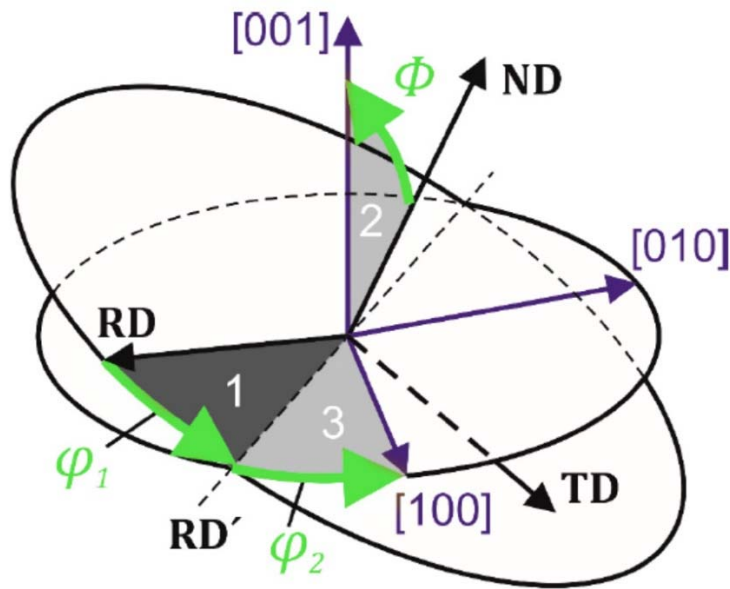


Figura 3.12. Rotación de los ángulos de Euler con la definición de Bunge [24].

Estas rotaciones pueden ser expresadas mediante las siguientes matrices de rotación:

$$g_{\varphi_1} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.70a)$$

$$g_{\Phi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{pmatrix} \quad (3.70b)$$

$$g_{\varphi_2} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.70c)$$

Multiplicando las tres matrices en orden, se obtiene una expresión que relaciona la matriz de rotación con los ángulos de Euler:

$$g = g_{\varphi_1} \cdot g_{\phi} \cdot g_{\varphi_2} \quad (3.71)$$

3.5.2. Ley de Bragg

La gran mayoría de las técnicas de análisis de textura se basan en la difracción de rayos X, por lo que es importante ahondar en ello. Se irradian rayos X sobre los planos cristalinos de la muestra, y estos son difractados, lo que provee información respecto a la estructura cristalina, y al mismo tiempo de la orientación del volumen. La longitud de onda incidente debe ser menor que la distancia entre planos cristalinos (que suele ser un décimo de nanómetro).

Los rayos X son ondas electromagnéticas situadas en el espectro electromagnético entre la radiación UV y los rayos gamma y son importantes para el análisis de estructura cristalina debido a que su longitud de onda es similar al tamaño de los átomos.

Cuando la radiación X interactúa con los átomos del cristal, los rayos X producen ondas secundarias mediante el fenómeno de dispersión elástica en varias direcciones. La mayoría de esas ondas se cancelarán entre sí (interferencia destructiva), mientras que en direcciones específicas, las ondas producirán interferencia constructiva al estar en fase. Estas fases están determinadas por la ley de Bragg.

Para generar interferencia constructiva, se deben cumplir las siguientes condiciones: debe haber un arreglo atómico cristalino, b) la radiación debe ser monocromática, es decir de una longitud de onda, y c) la longitud de onda debe ser del mismo orden de magnitud o más pequeña que la difracción característica. Con estas condiciones, se entiende que el ángulo de difracción de una onda depende de la longitud de onda y del espacio entre átomos que la dispersan. Para explicarlo mejor, la difracción puede ser considerada como una reflexión, donde los planos atómicos actúan como “espejos” que reflejan las ondas electromagnéticas y que se encuentran separados por una distancia d . Esto se define matemáticamente por la Ley de Bragg [23] que se esquematiza en la Figura 3.13 y que se observa en la ecuación (3.72).

$$n\lambda = 2d\sin\theta \quad (3.72)$$

con n como el orden de reflexión y d como el espacio interplanar. La ley de Bragg es una herramienta importante en la medición de texturas, debido a que mediante los ángulos de Bragg se obtiene la orientación de los planos cristalinos al variar el ángulo θ , así como el arreglo de los mismos. El ángulo de Bragg se representa como θ_B . En una orientación preferencial, el número de planos que reflejan los rayos X varía dependiendo la dirección estudiada provocando un patrón de difracción denominado anillos Debye-Scherrer, lo que en principio fue utilizado para formar figuras de polo antes de que los goniómetros existieran.

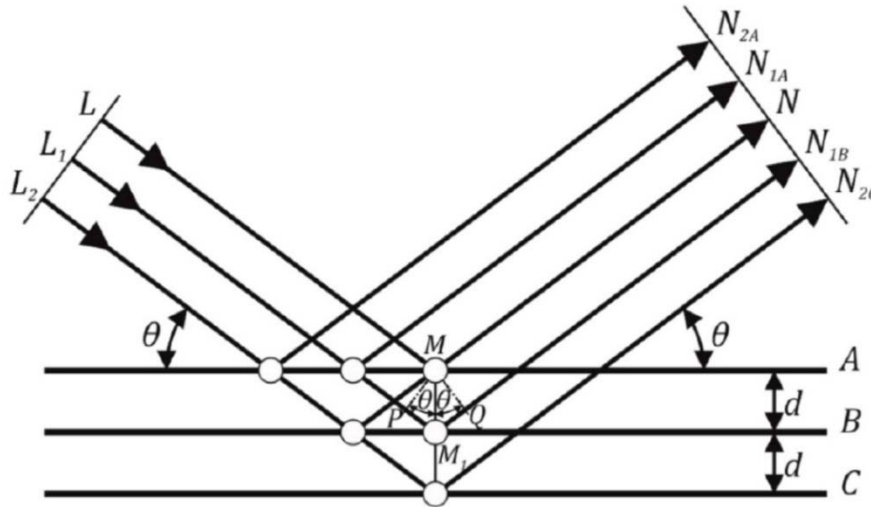


Figura 3.13. Diagrama de la ley de Bragg [23].

3.5.3. Figuras de polo

Cualquier dirección vectorial dentro de un cristal puede describirse como un punto sobre una esfera de referencia de radio unitario. El punto de intersección de ese vector con la esfera se llama polo y, dado que la esfera de referencia está anclada al sistema de la muestra S, el polo provee información de la orientación cristalográfica del cristal respecto a la esfera.

Para representar la información de una orientación tridimensional en dos dimensiones, se requiere una proyección de la esfera en un plano. Normalmente se utiliza la proyección estereográfica o figuras de polo. En ella, la posición de un polo dado se especifica mediante dos ángulos, como se muestra en la Figura 3.14. El ángulo α describe el azimutal del polo, donde $\alpha = 0^\circ$ es el polo norte de la esfera (centro de la circunferencia), y el ángulo β muestra la rotación alrededor del eje polar.

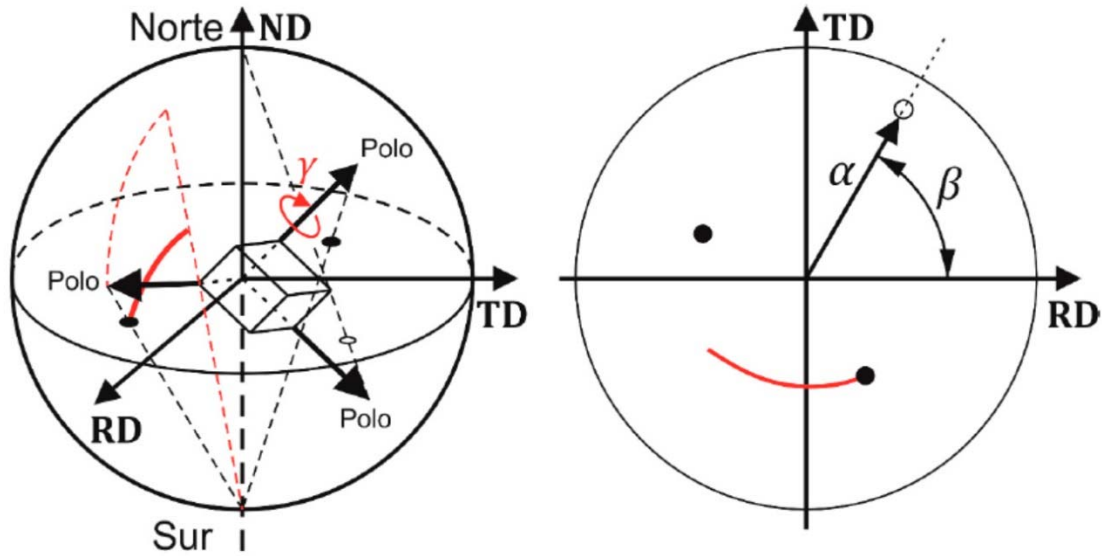


Figura 3.14. Proyección estereográfica. Los polos se proyectan en el plano ecuatorial de la esfera unitaria [23].

La ecuación 3.73 representa a la fracción de volumen de todos los granos que tiene una dirección cristalográfica paralela a la dirección de la muestra que define la figura polo:

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{4\pi} P_h(y) dy \text{ con } dy = \sin \alpha \, d\alpha \, d\beta \quad (3.73)$$

Con y que representa la orientación experimental del goniómetro definida por los ángulos α y β , h es la orientación cristalográfica o polo y dy representa el elemento diferencial del espacio que definen los ángulos α y β .

En la Figura 3.15, se observan las figuras polo ideales para una textura tipo cúbica y los componentes usuales de una textura cortante.

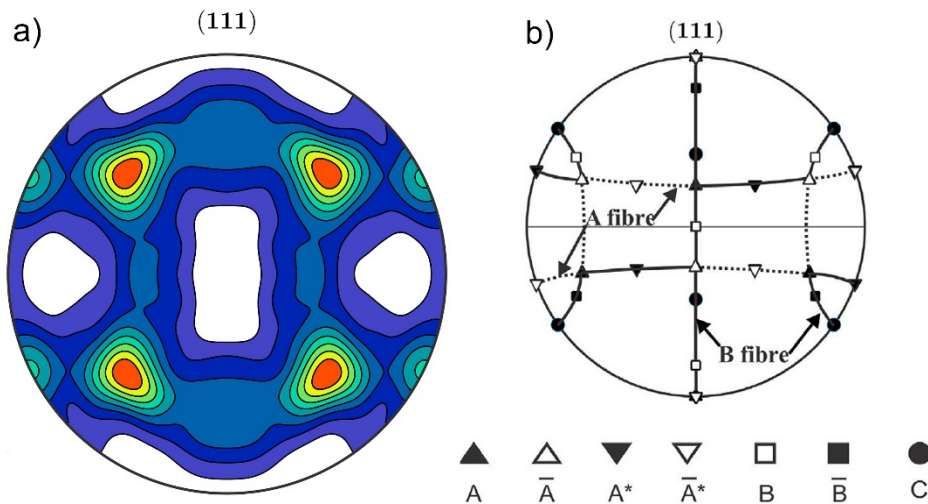


Figura 3.15. a) Figura de polo con textura cúbica y b) componentes existentes en figura de polo con textura cortante [39] en dirección [111].

Es posible proyectar la orientación del sistema de la muestra en las coordenadas del sistema. A esta representación se le llama figura de polo inversa. En ella, el sistema de referencia es el sistema cristalino C, y la orientación se da por los ejes de la muestra S. Dada la simetría del cristal, no es necesario mostrar la figura de polo entera, sino simplemente un triángulo unitario (3.16). En simetría cúbica, el triángulo unitario se compone de $\langle 001 \rangle$, $\langle 101 \rangle$ y $\langle 111 \rangle$ [25].

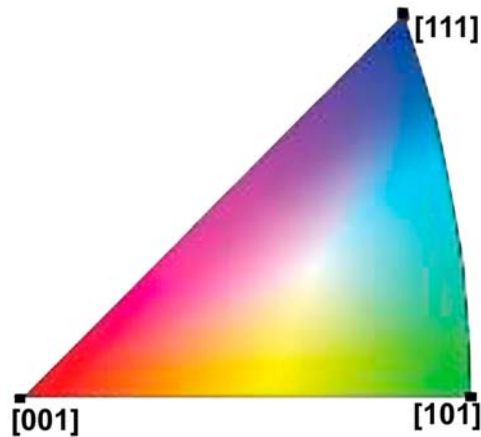


Figura 3.16. Triángulo unitario que se asocia con un mapa de figura de polo inversa que muestra las distintas direcciones en el material [39].

3.5.4. Función de distribución de orientaciones (ODF).

La proyección de una orientación de distribución de 3D a 2D resulta en pérdida de información. Sólo en el caso de texturas muy simples con pocas orientaciones, las figuras de polo son suficientes para brindar la información sin ambigüedades de la textura del material. La mayoría de las figuras de polo obtenidas experimentalmente resultan en figuras de polo incompletas. Para resolver estos problemas, es necesario describir la densidad de orientaciones de los granos de forma apropiada, lo que requiere la función de distribución de orientaciones.

Una función de distribución de orientaciones, *ODF* por sus siglas en inglés (*orientation distribution function*), define la probabilidad que los granos tengan una orientación \mathbf{g} , en ángulos de Euler, y se indica como $f(\mathbf{g})$. Un ODF puede ser obtenido mediante figuras de polo o mediante escaneos en difracción de electrones retrodispersados [23].

Por lo que, un ODF proveniente de mediciones de macrotextura mediante rayos X no puede ser medido directamente, sino calculado de varias figuras de polo. Para obtener el ODF, se aproxima mediante una expansión en series armónicas, método propuesto por Bunge [26]. La función $f(g)$ queda de la siguiente manera:

$$f(g) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \sum_{n=-l}^{+l} C_l^{mn} T_l^{mn}(g) \quad (3.74)$$

Y utilizando ángulos de Euler:

$$f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \sum_{n=-l}^{+l} C_l^{mn} e^{im\varphi_2} P_l^{mn}(\Phi) e^{in\varphi_1} \quad (3.75)$$

Con C_l^{mn} como los coeficientes de las funciones armónicas esféricas $T_l^{mn}(g)$, o $P_l^{mn}(\Phi)$ al utilizar los ángulos de Euler representa a las funciones de Legendre generalizadas.

3.5.5. Patrón de difracción de Kikuchi.

Como se apreció anteriormente, las técnicas de macrotextura entregan un perfil de intensidades difractadas en todo el volumen estudiado, mientras que en el caso de las técnicas de microtextura, se obtiene un patrón de difracción por cada muestra volumétrica estudiada. Este patrón contiene la información cristalográfica, incluyendo la orientación del volumen estudiado. A este patrón se le conoce como patrón de difracción de Kikuchi (Figura 3.17). Para interpretar un patrón de Kikuchi y con ello, obtener la orientación cristalográfica del material, el patrón se indexa identificando los índices cristalográficos de los polos y bandas, para que después se observe la posición relativa de éstos respecto a una referencia externa.

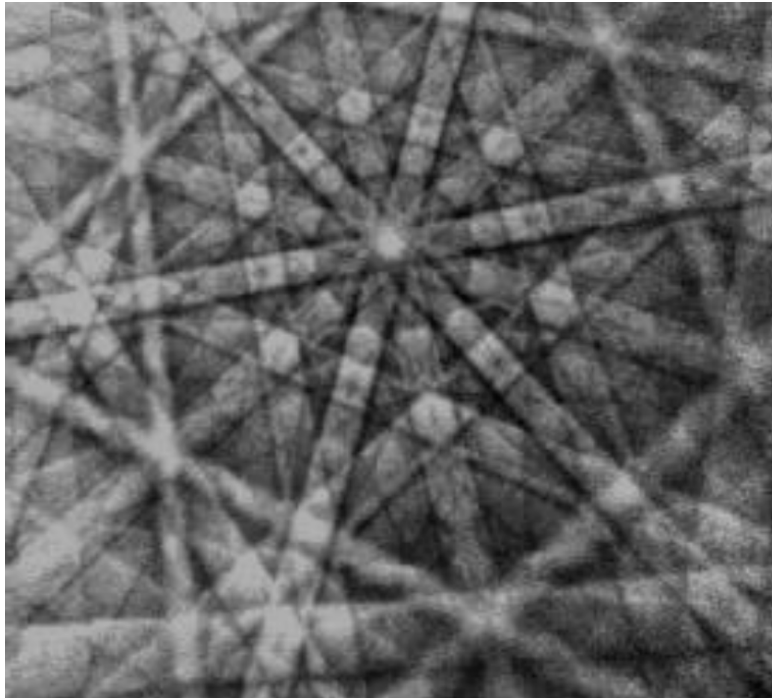


Figura 3.17. Patrón de Kikuchi obtenido de una superficie de cadmio utilizando un voltaje de aceleración de 20 kV y cámara analógica [35].

Los patrones de difracción de Kikuchi se obtienen mediante las siguientes técnicas de difracción de electrones: en SEM (*Scanning Electron Microscope*) mediante SAC (*Selected Area Channelling*) o EBSD (*Electron Back-Scatter Diffraction*, difracción de electrones retrodispersados), y en TEM (*Transmission Electron Microscopy*), mediante CBED (*Convergent Beam Electron Diffraction*).

Cuando un haz de electrones entra a un sólido cristalino, es dispersado en todas direcciones. Parte de ese haz se difracta de acuerdo al ángulo de Bragg sobre la red cristalina. Dado que la difracción ocurre en todas direcciones, la zona de interferencia positiva es la superficie de un cono (llamado cono de Kossel) que se extiende en la normal de los planos atómicos reflejados con la mitad del ángulo superior de $90^\circ - \theta_B$. Al sustituir valores típicos de longitud de onda del electrón y de distancia interplanar en la ley de Bragg, θ_B resulta ser de 0.5° , por lo que el ángulo superior del cono de difracción es prácticamente 180° ; los conos resultan ser prácticamente planos. Al colocar una pantalla de fósforo para interceptar los conos de difracción, se obtienen un par de secciones cónicas paralelas que son casi rectas. A estas líneas se les conoce como bandas de Kikuchi, donde se observa que su espaciamiento es una distancia angular de $2\theta_B$ [35].

Por lo anterior, el patrón de Kikuchi consiste de pares de líneas paralelas, donde cada banda tiene un espaciamiento distinto dependiendo del plano cristalino. En el caso de la técnica de EBSD en SEM, la difracción ocurre de la interacción de los electrones retrodispersados primarios con los planos cristalinos cercanos a la superficie del material. La muestra se inclina en ángulos usualmente entre 60° - 70° para permitir que más electrones sean difractados y puedan ser captados por la pantalla de fósforo. A continuación se observa el diagrama de la formación de un par de líneas de Kikuchi en EBSD (Figura 3.18).

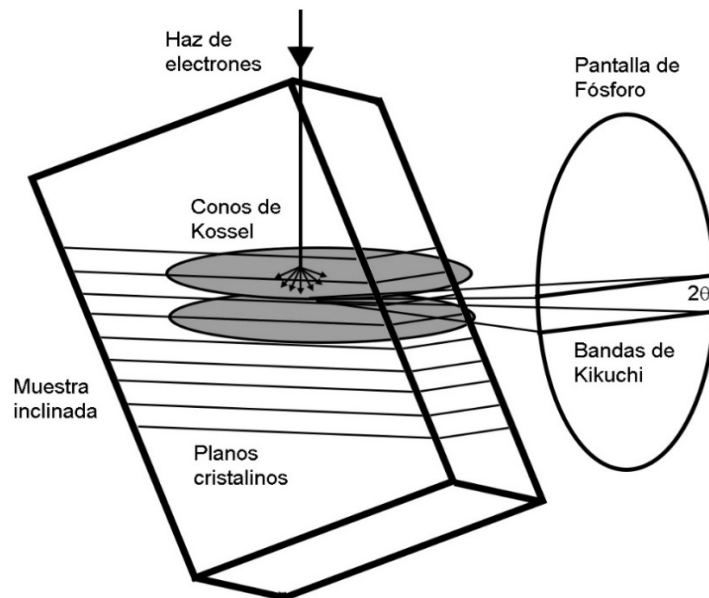


Figura 3.18. Origen de las bandas de Kikuchi en EBSD.

3.5.6. Mapas de figura de polo inversa (IPFM)

La técnica de EBSD puede ser utilizada para mostrar características básicas de la microestructura en los materiales analizados. Los mapas de figura de polo inversa representan la orientación por grano. A cada orientación cristalina se le asigna un color, y se utilizan tres colores (escala RGB). Colores similares indican orientaciones similares, las cuales se asocian con la figura de polo inversa y se asigna rojo a las direcciones $\langle 001 \rangle$, verde a $\langle 101 \rangle$ y azul para $\langle 111 \rangle$.

3.6. Plasticidad cristalina en policristales

Para trasladar la teoría de plasticidad cristalina de un monocristal a materiales policristalinos, y predecir el cambio en la plasticidad anisotrópica, así como la evolución de la orientación de los cristales dentro del policristal, es necesario determinar la relación entre los incrementos de deformación plástica en cada monocristal, con la deformación plástica homogénea a nivel macroscópico. Se han realizado múltiples aproximaciones al respecto en el último siglo, que se abordan a continuación.

3.6.1. Aproximación de Sachs

Uno de los primeros modelos, propuesto por Sachs en 1928 [27], se basa en la premisa de que todos los granos reciben el mismo estado de esfuerzos. El esfuerzo a tracción de un material policristalino es equivalente a la suma de las contribuciones de los granos individuales con menor resistencia a la tracción. El esfuerzo de tracción de un grano se define mediante la ley de Schmid escalar:

$$Y = \frac{\tau}{m} \quad (3.76)$$

Donde τ el esfuerzo cortante sobre el plano de deslizamiento. El esfuerzo del policristal es simplemente el promedio de las contribuciones anteriores:

$$\int Y(m)f(\mathbf{g})d\mathbf{g} = \int \frac{\tau}{m}f(\mathbf{g})d\mathbf{g} \quad (3.77)$$

Con $f(\mathbf{g})$ como la función de distribución de orientaciones (textura del material). Esta aproximación omite algunas condiciones, dado que no existe un equilibrio local, ni compatibilidad entre los granos vecinos, y es poco preciso para grandes

deformaciones, por lo que se requería una aproximación donde se considerara una deformación homogénea entre granos.

3.6.2. Aproximación de Taylor

En 1938, Taylor [28] elaboró una aproximación donde todos los granos experimentan el mismo estado de deformación. El modelo es llamado Full Constrains Taylor (FC Taylor) y se basa en la primera hipótesis de Taylor, en la que supuso que el gradiente de deformación en cada grano individual no era tan diferente del gradiente de deformación macroscópica, por lo que los consideró iguales.

Lo cual se expresa de la siguiente forma:

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \quad (3.78)$$

El tensor gradiente de velocidad macroscópico (\mathbf{L}) puede ser separado en su parte simétrica (\mathbf{D}) y antisimétrica (\mathbf{W}), que como se menciona anteriormente, representan los tensores rapidez de deformación y rapidez de rotación macroscópicos, respectivamente.

$$\mathbf{L} = Sym[\mathbf{L}] + Skew[\mathbf{L}] = \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad (3.79)$$

Es posible escribir la parte simétrica del tensor gradiente de velocidad como una combinación lineal de cinco sistemas de deslizamiento linealmente independientes como se explicó anteriormente.

$$\mathbf{d} = \mathbf{D} = \sum_{s=1}^5 \mathbf{M}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} \quad (3.80)$$

Con $\mathbf{M}^{(s)}$ como el tensor de Schmid para el sistema de deslizamiento y $\dot{\gamma}^{(s)}$ como la rapidez de deslizamiento del sistema s . Con esta ecuación, es posible expresar la deformación plástica macroscópica en términos de rapidez de deslizamiento en el monocristal. Sin embargo, para definir los cinco sistemas de deslizamiento independientes que se activan, Taylor propuso una segunda hipótesis, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$Min[\dot{W}_c = \sum_s \tau_{CRSS}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)}] \quad (3.81)$$

Con \dot{W}_c como el trabajo interno del cristal que se disipa por la fricción por unidad de tiempo, y $\tau_{CRSS}^{(s)}$ como el esfuerzo cortante crítico de Schmid. Al minimizar la función, es posible conocer los sistemas de deslizamiento linealmente independientes que se activan con el trabajo interno mínimo sobre el cristal, y con ello, se calcula el factor de Taylor promedio representativo de toda la muestra de granos.

$$\bar{M} = \int M(\mathbf{g}) f(\mathbf{g}) d\mathbf{g} \quad (3.82)$$

$M(\mathbf{g})$ es el factor de Taylor, y $f(\mathbf{g})$ la función de distribución de orientaciones del cristal.

Más adelante, se desarrolló un modelo derivado de FC Taylor, llamado Relaxed Constrains Taylor [29], en el que algunas igualdades propuestas por la primera hipótesis de Taylor no son tomadas en cuenta. En RC Taylor, la rapidez de deslizamiento en cada grano y los componentes del tensor no deben ser forzosamente iguales, por lo que se da una relajación al tener componentes libres. La ecuación (3.83) lo muestra:

$$\mathbf{d} = \mathbf{D} - \sum_{r=1}^R \tilde{\mathbf{M}}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} \quad (3.83)$$

Donde $\tilde{\mathbf{M}}^{(r)}$ es el tensor simétrico asociado a la relajación, y $\dot{\gamma}^{(r)}$ como su rapidez de deslizamiento.

3.6.3. Aproximaciones LAMEL y ALAMEL.

Estas aproximaciones analizan la interacción entre granos, por lo que son llamados modelos multigrano. La aproximación LAMEL (2002) [30] estudia la interacción de dos granos adyacentes para los que no se permite deslizamiento en la frontera en común; sólo puede predecir deformación plástica en laminado de metales, utilizando granos alargados. LAMEL se basa también en relajación, pero la condición de equilibrio se aplica en el límite de grano, lo que provoca la continuidad entre los granos de esfuerzos y deformaciones.

Advanced LAMEL, o ALAMEL (2005) [31], se basa en el trabajo previo de LAMEL, pero busca eliminar las limitaciones del modelo anterior. ALAMEL permite predecir la deformación plástica sin importar la forma inicial del grano. Al mismo tiempo, propone que el gradiente de deformación promedio en ambos lados de un límite de grano sea igual al gradiente de deformación macroscópico, por lo que la condición de equilibrio se aplica en el límite de grano como en LAMEL.

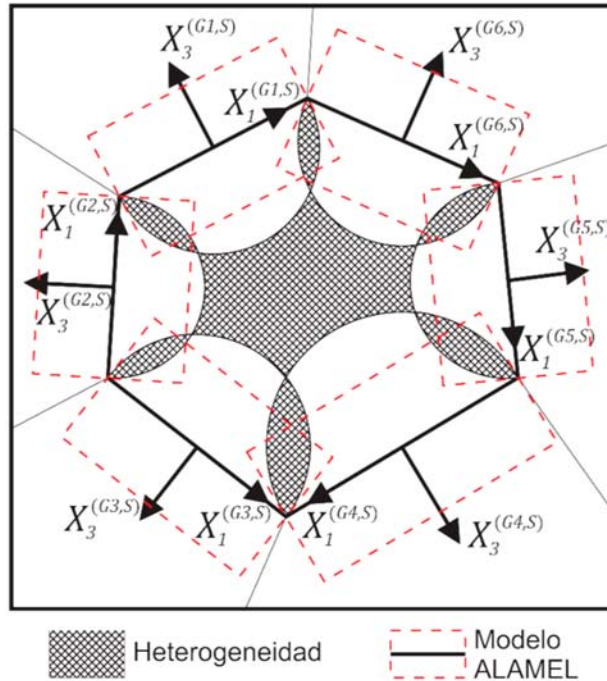


Figura 3.19. Regiones modeladas con ALAMEL. Se representan las zonas de influencia de las deformaciones plásticas calculadas con ALAMEL con un semicírculo, donde el diámetro es el tamaño del límite de grano modelado [13].

Los gradientes de velocidad de cada uno de los granos en el modelo se representarían de esta manera:

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{D} + \sum_{r=1}^R \tilde{\mathbf{M}}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} \quad (3.86a)$$

$$\mathbf{d}_2 = \mathbf{D} - \sum_{r=1}^R \tilde{\mathbf{M}}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} \quad (3.86b)$$

3.6.4. Otras aproximaciones multigrano.

Dentro de las aproximaciones que se conocen, algunos se valen de modelos de elemento finito, donde cada grano es representado por varios elementos. Tal es el caso del modelo *Crystal Plasticity Finite Element (CPFE)* [32], donde se utiliza una malla de modelado para representar el interior de los granos con formas específicas, orientaciones y vecindades. Al utilizar más granos, el modelo se vuelve muy pesado de simular.

Existe también la aproximación autoconsistente (*Self-consistent*) [33]. Esta aproximación no impone condiciones de esfuerzos ni deformaciones a los granos, considera la interacción entre un grano y sus vecinos mediante una matriz homogénea que indica el comportamiento promedio del policristal, relacionando deformaciones locales con deformaciones macroscópicas.

3.6.5. Hierarchical multi-scale software (HMS)

Esta paquetería fue desarrollada por el Departamento de Ciencias Computacionales en KU Leuven, en el cual se programaron los modelos multi-escala ALAMEL y FC Taylor, así como la función potencial plástica Facet con el objetivo de predecir el comportamiento plástico anisotrópico. Utiliza una textura inicial del material representada por un ODF discreto con 5000 orientaciones [6].

Con el modelo multi-escala (ALAMEL o FC Taylor) y los datos de la textura inicial se obtiene el lugar geométrico de la fluencia que describe el estado inicial del material de forma discreta. Enseguida, los coeficientes desconocidos de la función Facet se obtienen con los datos del lugar geométrico de la fluencia previamente calculado, lo que permite obtener el espacio completo de forma analítica en 5D HMS considera la ley de endurecimiento (Voce o Swift) para que la predicción tome en cuenta dicho efecto [34]. Finalmente, HMS permite actualizar la textura, lo que provoca una renovación del lugar geométrico de la fluencia progresivamente. La actualización se realiza sólo en los elementos finitos que sobrepasan un porcentaje de deformación plástica acumulada desde el último incremento de tiempo en la simulación. El ciclo se repite hasta que la simulación termina.

La evolución de la textura es una ventaja importante que presenta este modelo, debido a que permite reflejar los cambios de la orientación de los granos en la estructura del material lo que indica de una forma específica cómo cambia el material a lo largo de la simulación. Esto permite observar la anisotropía en los materiales.

4. Metodología

Para realizar la validación de HMS en estado cercano a cortante puro, es preciso realizar el modelo de elementos finitos y aplicarlo junto a HMS, para después proceder a los ensayos experimentales, con el objetivo de obtener información necesaria de los mismos y finalmente realizar la comparación entre los datos recabados. En este capítulo hablaremos a detalle de la metodología que se siguió en esta tesis.

Se analizaron probetas de la aleación AA6016T4, utilizando dos distintos espesores que son utilizados en la industria automotriz (1.1 mm y 2 mm). El material AA6016T4 contiene magnesio y silicio como sus principales componentes. Estos elementos permiten que se le aplique un tratamiento térmico que mejore su resistencia, gracias a que se forma silicuro de magnesio. El material AA6016T4 fue sometido a laminado, y después a un tratamiento térmico de solución y temple con un envejecido natural. De cada uno de los distintos espesores se realizaron tres diferentes variaciones, ya que se obtuvieron probetas modificando el ángulo de laminado a 0, 45 y 90 grados respecto a **RD** (dirección del laminado, *rolling direction*).

4.1. Modelo FEM

El modelo de elementos finitos que se utiliza en la tesis debe de ser lo más parecido al experimento que se realizó. Para ello, deben tomarse en cuenta las propiedades del material como lo son la densidad y el módulo de Young. También, es importante considerar la geometría de las probetas y la textura inicial del material. De igual manera, se consideran las condiciones de frontera a las que está sujeto el material en el ensayo que se le realiza.

4.1.1. Propiedades del material empleado en la simulación

Las propiedades mecánicas generales del material para ambos espesores (1.1 mm y 2 mm) que se aplicaron, así como la composición química del material, se muestran en la Tabla 4.1

Tabla 4.1. Propiedades y composición química del material AA6016 [13].

Aleación AA6016								
Densidad, g/mm^3				2.700				
Módulo de Young, GPa				70				
Coeficiente de Poisson				0.33				
Comp. Química	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Al
%	1-1.5	0.5	0.2	0.2	0.25-0.6	0.1	0.2	Complemento

La aleación mencionada se modela con un comportamiento elasto-plástico, y su endurecimiento se rige por leyes de Voce o Swift. Los parámetros utilizados de dichas leyes se enlistan en la Tabla 4.2. Estos parámetros se obtuvieron de la curva esfuerzo deformación para ensayo tracción del mismo material. Dado que el lugar geométrico del material AA6016 (Figura 3.10) muestra que tanto tracción como cortante puro se encuentran en la misma zona que el lugar geométrico de la fluencia de von Mises, es posible utilizar la misma ley de endurecimiento para predecir este comportamiento.

Abaqus realiza una interpolación lineal para determinar el esfuerzo de cedencia en un estado dado. La parte isotrópica se define como un sólido deformable, elástico, homogéneo, lineal e isotrópico.

Tabla 4.2. Parámetros de las leyes de endurecimiento de Swift y Voce utilizados[13].

Material	Ley de Voce			Ley de Swift		
	$\sigma = \sigma_0 + k(1 - e^{-n\varepsilon})$			$\sigma = k(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$		
	$\sigma_0 [MPa]$	$k [MPa]$	n	$k [MPa]$	n	ε_0
AA6016 1.1 mm	164.53	202.31	10.27	500	0.26	0.01
AA6016 2 mm	172.54	201.26	10.21	500	0.25	0.013

El modelo multiescala utiliza información de la textura cristalina del material. En la Figura 4.1 se observan las secciones más representativas de ODF en aleaciones de aluminio.

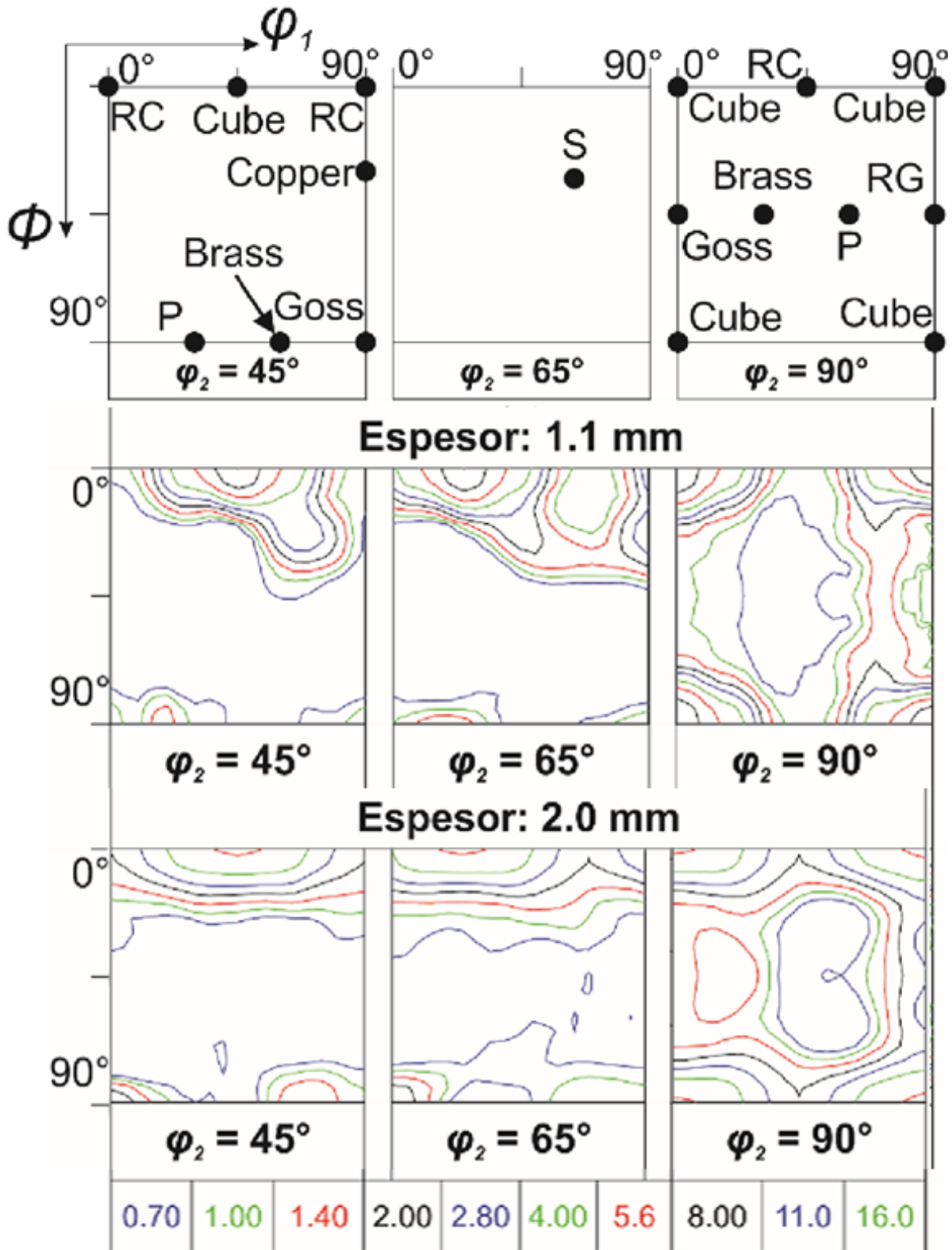


Figura 4.1. Secciones ODF de la textura de la aleación AA6016 en espesores 1.1 mm y 2 mm. Se muestran las secciones de 0 a 90° , y en φ_2 las más representativas en aleaciones de aluminio (45° , 65° y 90°) [1].

4.1.2. Descripción del modelo FEM

El modelo de elementos finitos se realizó en la paquetería de Abaqus CAE. Este modelo es una representación en 3D de la probeta de ensayo de cortante puro que se describió previamente (Fig.3.6).

Para lograr una simulación óptima, se utilizaron algunas consideraciones basadas en la referencia [13]. Se analizó el balance de energía del ensayo, con el objetivo de mantener una energía cinética baja y, al mismo tiempo se aumentó el escalamiento de masa para reducir el tiempo de la simulación. También, se procuró que los elementos en la malla tuvieran una proporción que no sobrepasara 3:1 para evitar que existieran deformaciones no deseadas, como el efecto *hourglassing*, que explicado brevemente consiste en una deformación que se manifiesta en zig-zag en ciertas zonas, mientras que el resto de la malla se encuentra sin la deformación por este efecto; es causado al utilizar elementos de integración reducida, donde se utiliza un nodo ideal en el centro del elemento, en lugar de los nodos que componen a un elemento. Esto reduce el tiempo de cómputo, pero también reduce la precisión.

Se eliminaron del modelo zonas que en el ensayo están dentro de la mordaza de la máquina al no existir deformación en esa región, por lo que se mantiene sólo una pequeña franja de cada lado.

Dado que la simulación tiene sólo un elemento (la probeta), no es necesario agregar interacciones; las condiciones del ensayo se agregan mediante condiciones de frontera. Se fija uno de los lados de la probeta que corresponde a la parte inferior en el ensayo donde se encontraría la mordaza fija, se aplica velocidad constante sobre el otro lado de la probeta (donde se encontraría la mordaza móvil) en dirección contraria, y se aplica simetría sobre el espesor. Las condiciones de frontera se muestran en la Figura 4.2.

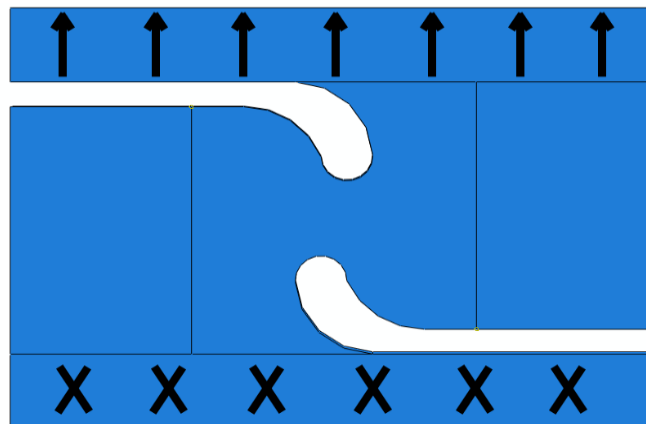


Figura 4.2. Modelo en Abaqus en el que se han eliminado las zonas dentro de la mordaza. Debajo se encuentra la zona fija y arriba la zona móvil.

Después de aplicar las condiciones de frontera, se aplica el mallado al modelo. Para ello, se utilizaron elementos tetragonales. El semi-espesor de la lámina se dividió en tres elementos y, respetando la proporción 1:3, se aplicó la malla en las zonas de la probeta donde existe poca o nula deformación. En la zona de la deformación cortante, que corresponde al centro de la probeta, la malla se hizo más fina para poder observar mejor el comportamiento del material al tener mayor cantidad de elementos (Figura 4.3).

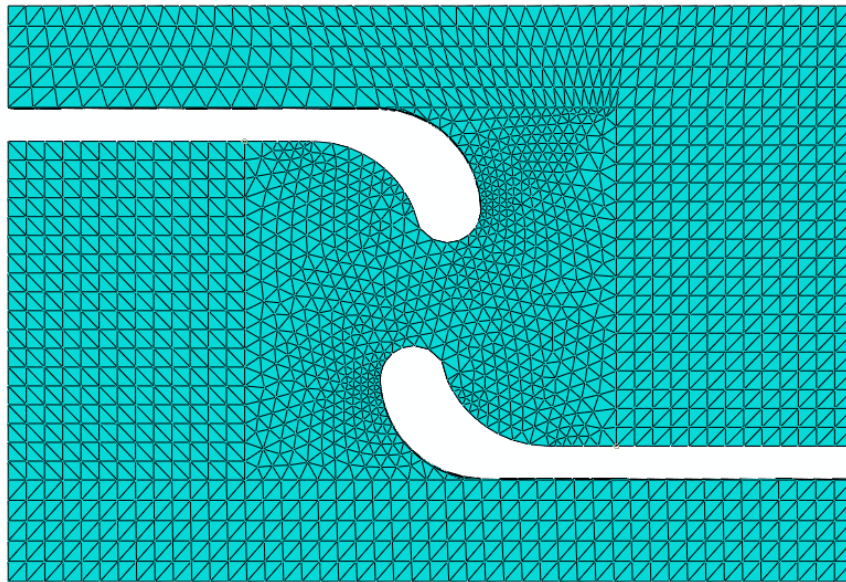


Figura 4.3. Mallado aplicado a la probeta.

Con el objetivo de mejorar el rendimiento del modelo sin afectar los resultados, se aplicó un escalamiento de masa y al mismo tiempo se verificó el balance de energía, cuidando particularmente que no hubiera ningún salto súbito de energía.

4.2. Procedimiento experimental

4.2.1. Fabricación de probetas

Para la fabricación de la probeta se utilizó manufactura mediante CNC, pues se requería un corte muy preciso dado que las probetas son pequeñas (25mmx50mm). Las ranuras laterales son de 1mm de ancho, por lo que se utilizó un cortador de 1 mm de diámetro de carburo de tungsteno.

Al ser un cortador con un diámetro muy pequeño, se trabajó con una velocidad lenta de corte y petróleo como lubricante para evitar que el cortador fallara al maquinarse.

Se muestran algunas probetas maquinadas en la Figura 4.4.



Figura 4.4. Probetas maquinadas mediante CNC.

4.2.2. Realización de los ensayos

El ensayo de cortante puro se realizó en una máquina universal SHIMADZU. Para ello, se colocó la probeta entre la mordaza inferior y la superior, y se aplicó una fuerza constante desplazando la mordaza superior hacia arriba como en ensayo de tracción. Las probetas se prepararon para DIC con las condiciones explicadas en el capítulo anterior, aplicando una capa de pintura blanca y, sobre de ella, un patrón moteado con pintura negra (Figura .4.5).



Figura 4.5. Probeta colocada en la máquina universal, preparada para observación en *DIC*.

Se realizaron probetas en aluminio comercial al doble de tamaño como una aproximación del método a seguir. De esta manera se practicó el maquinado de probetas, pintarlas y realizar el ensayo. Después, se realizaron probetas al tamaño real con aluminio comercial. Estas pruebas permitieron explorar el patrón de pintura utilizado y elegir el que permitiera un mejor seguimiento en DIC, y permitieron elegir la forma de colocar las probetas al maquinado en CNC para que el proceso fuera más rápido.

Para el estudio, se realizaron tres probetas de cada una de las variaciones de las probetas (ángulo respecto a RD y espesor), por lo que se realizaron 18 ensayos con el material AA6016.

4.2.3. Medición de textura

La medición de textura se llevó a cabo en los laboratorios del Departamento de Materiales de la Universidad de Gante, como parte de una estancia de investigación. La medición se realizó con un microscopio SEM Quanta-450F mediante EBSD.

El objetivo de medir la textura se centra en observar el cambio de esta en el material dentro y fuera de la zona cortante, entendiendo que a medida que se aleja de la zona cortante, el material sufre un reordenamiento menor. En zonas bastante alejadas como en las orillas de la probeta, existe sólo desplazamiento de cuerpo rígido. Para observar lo anterior, se realizaron ensayos parciales con un desplazamiento de 0.8 mm, antes de que existiera fractura en el material.

Las probetas fueron preparadas para la medición de textura. Para ello, fueron desbastadas y pulidas. Finalmente, la zona cortante se sometió a electropulido en un equipo Struers LectroPol-5 con la solución A2 de la misma marca, que contiene 2-butoxietanol, etanol y ácido perclórico.

Para cada medición de textura se eligieron tres zonas: una zona rectangular que abarca la zona cortante de extremo a extremo de los filetes de la probeta (zona 1), y dos zonas rectangulares (zona 2 y 3), más delgadas y perpendiculares a ésta, que empiezan tocando cada extremo de donde termina la zona 1, y se alejan de la zona cortante para observar el cambio de textura por distancia. Esas zonas se representan en la Figura 4.6.

Se realizaron seis mediciones de textura en total, una por cada tipo de probeta.

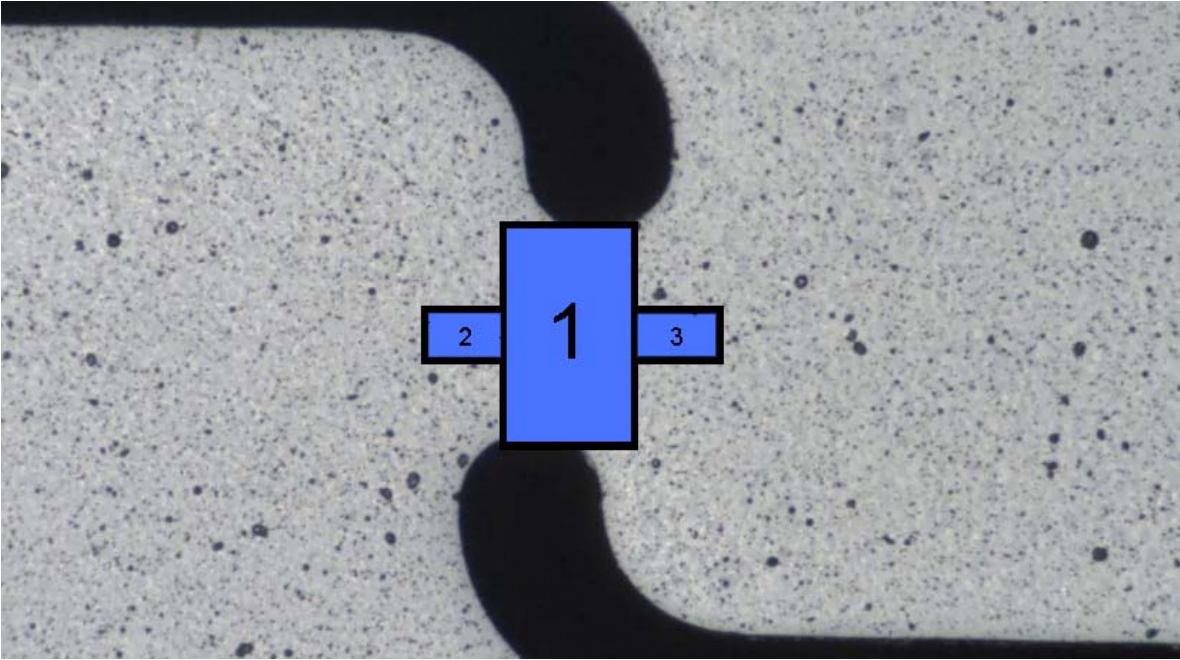


Figura 4.6. Zona de las probetas donde la textura fue medida.

5. Resultados y discusión

Los resultados presentados en este capítulo se enfocan en la evaluación de la geometría para ensayo de cortante puro y en realizar la comparación de los datos obtenidos mediante el método HMS y los resultados experimentales, siguiendo los procedimientos descritos en el capítulo anterior. También se incluye la discusión de los resultados.

Lo primero a confirmar es que las probetas cumplan con el objetivo para el que fueron manufacturadas, esto es, que produzcan cortante puro en la región cortante. En las Figuras 5.1 y 5.2 se muestra el campo de deformaciones cortantes, obtenido por *DIC*, que se forma en el ensayo y en la simulación con *HMS* para una probeta de 1.1 mm de espesor en dirección 0 RD. En ensayo y simulación se observa una deformación cortante marcada en el centro de las probetas, que disminuye súbitamente al alejarse del centro. Cualitativamente se observa la zona cortante tanto en experimento como en la simulación, pero ésta se define uniforme en el campo de deformación experimental, mientras que en la simulación no se observa uniforme, y no se acerca a las circunferencias.

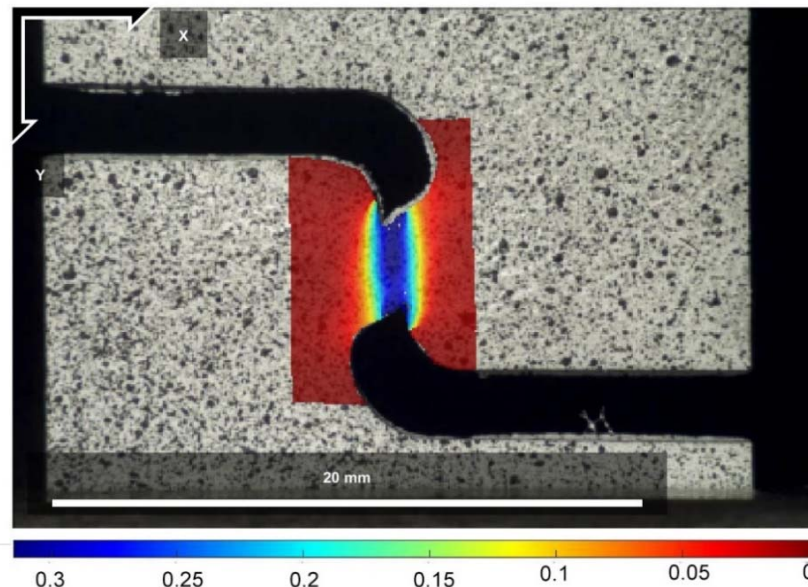


Figura 5.1. Componente de deformación cortante a un desplazamiento de 1.25 mm mediante *DIC* para probeta de 1.1 mm de espesor en 0 RD. La fuerza se aplica en la dirección y.

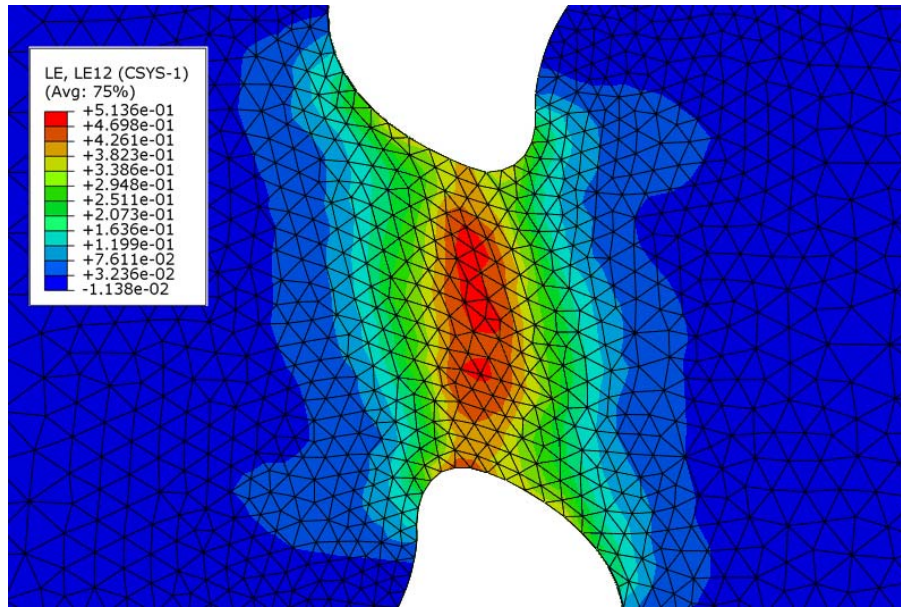


Figura 5.2. Componente de deformación cortante a un desplazamiento de 1.25 mm en la simulación con 1.1 mm de espesor a 0 RD con ley de endurecimiento de Voce.

Dadas las diferencias cualitativas apreciadas en la comparación de ambos campos de deformación cortante, se realiza una simulación con un mallado más fino para observar las diferencias en la zona cortante al tener más elementos. Ésta se observa en la Figura 5.3. Nótese que la escala de deformación cortante es distinta en ambas figuras.

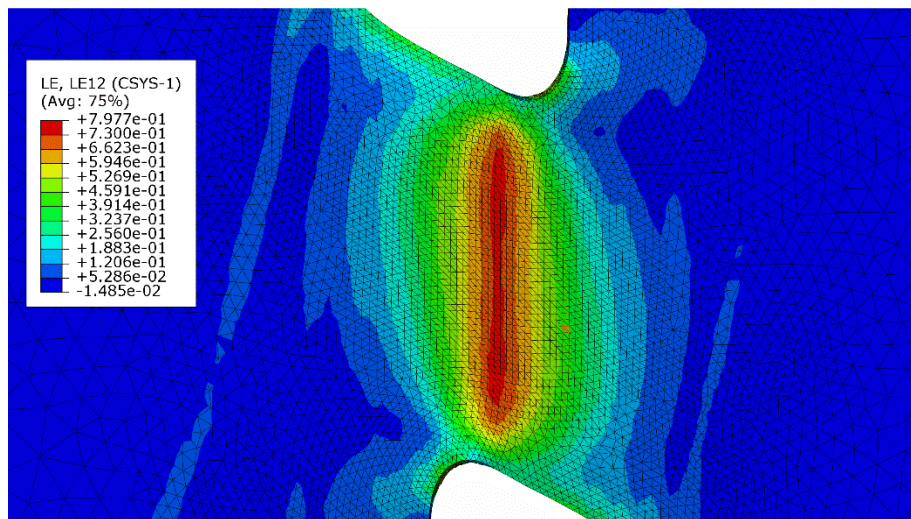


Figura 5.3. Campo de deformación cortante a un desplazamiento de 1.25 mm en simulación isotrópica de malla fina para probeta de 1.1 mm de espesor.

Se observa una zona cortante más definida en el centro; sin embargo, la deformación cortante disminuye al acercarse a las circunferencias, como en la simulación anterior.

Por lo tanto, la experimentación delinea mejor la zona cortante, con un valor uniforme de filete a filete y un gradiente muy marcado al alejarse de la zona cortante. En las simulaciones con *HMS*, la deformación cortante no es uniforme, alcanza el máximo en el centro como se espera pero, al acercarse a los filetes, el valor decrece notablemente. En los resultados experimentales se observa uniforme dicha zona, mientras que en la simulación se observa una forma irregular y se adelgaza al acercarse a las circunferencias.

Realizar un mallado más fino muestra un resultado más cercano al campo de deformaciones experimental, pero sigue sin ser uniforme a todo lo largo de la zona cortante, como se observa en la experimentación. Las curvas de fuerza vs. desplazamiento de ambos mallados resultaron idénticas, a pesar de que la deformación cortante resultó mayor en la malla fina. La simulación con el mallado fino tardó casi diez veces más que la normal, por lo que no justifica correr la simulación con tantos elementos.

5.1. Curvas de fuerza vs desplazamiento

En las Figuras 5.4 y 5.5, se presentan las curvas de fuerza vs. desplazamiento de *HMS* con ley de endurecimiento de Voce, anisotrópicas, con y sin evolución de textura, para probetas con 1.1 y 2 mm de espesor, respectivamente.

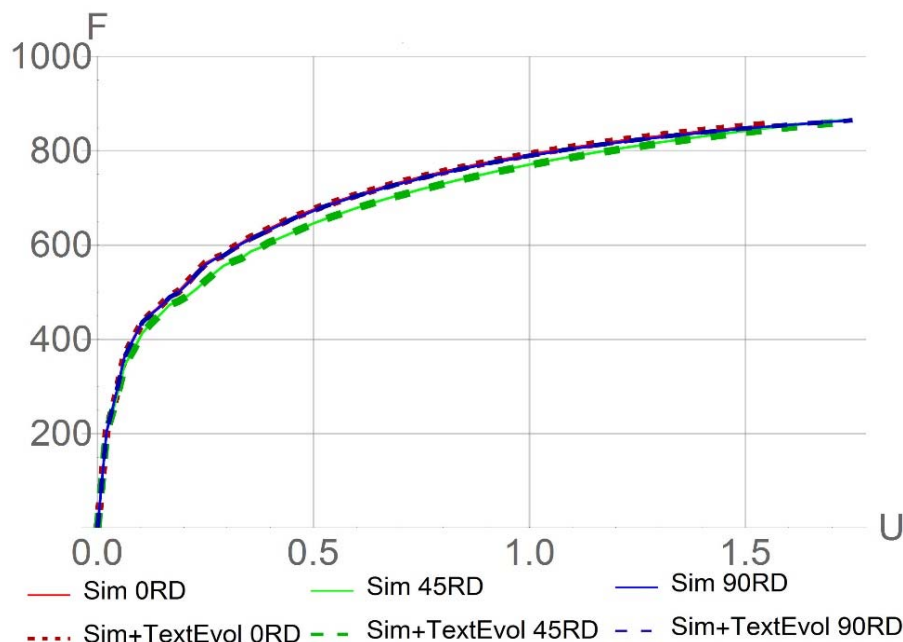


Figura 5.4. Curvas de fuerza vs. desplazamiento mediante ley de Voce en elemento finito (con y sin evolución de textura) para las probetas con 1.1 mm de espesor.

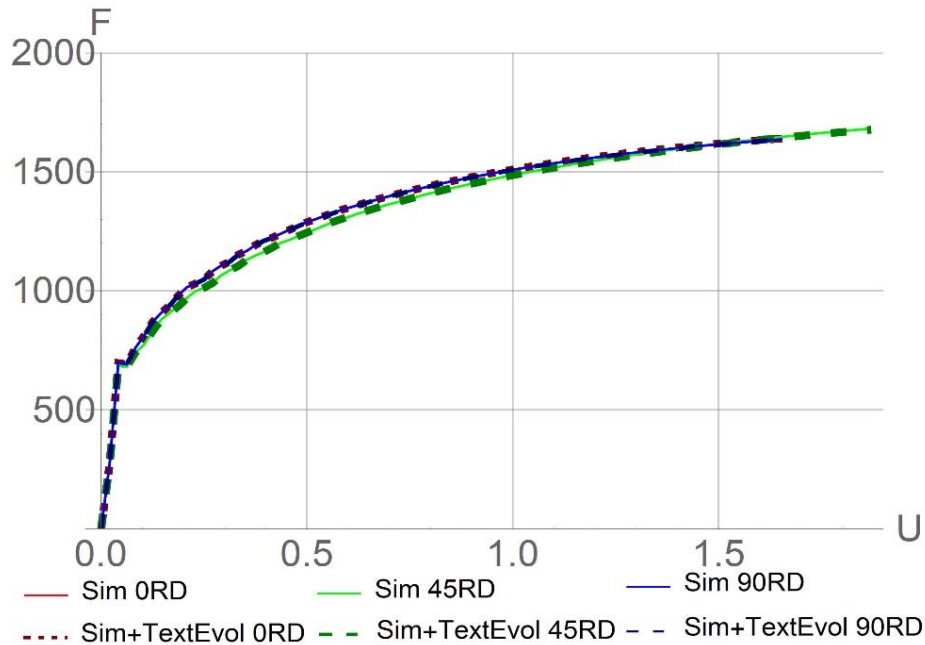


Figura 5.5. Curvas de Fuerza vs. desplazamiento mediante ley de Voce en elemento finito (con y sin evolución de textura) para las probetas con 2 mm de espesor.

De las gráficas anteriores, destaca que las simulaciones con evolución de textura presentan prácticamente los mismos resultados que aquellas sin evolución, sin importar la dirección de laminado, ni el espesor de la muestra. Se observa que la diferencia de las curvas es nula entre 0 RD y 90 RD, y mínima respecto a 45 RD.

La Figura 5.6, señala las actualizaciones de textura que registró el material en las simulaciones realizadas. La probeta tuvo pocas actualizaciones en la zona cortante, por lo que las curvas con y sin evolución de textura no varían mucho. Las probetas de 1.1 mm de espesor realizaron 7 adaptaciones, mientras que las de 2 mm, 8.

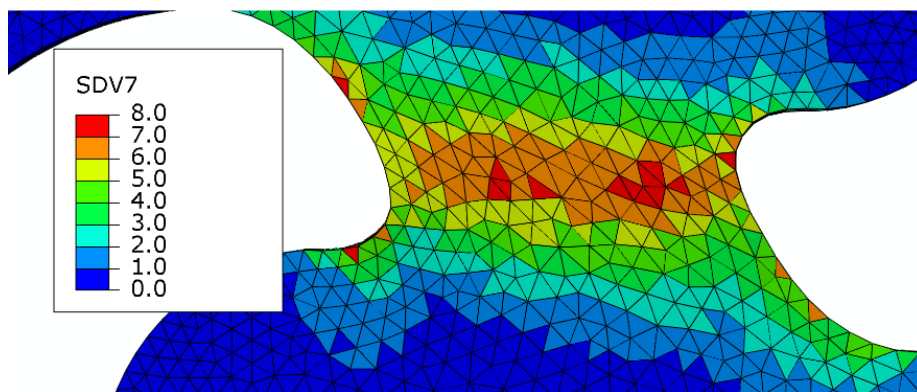


Figura 5.6. Cantidad de actualizaciones de textura en la simulación 1 mm 0 RD a 1.25 mm de desplazamiento con ley de endurecimiento de Voce.

En las Figuras 5.7 y 5.8, se presentan las curvas de fuerza vs. desplazamiento experimentales, que incluyen tres probetas de cada variación experimental, para las probetas con 1.1 mm y 2 mm de espesor.

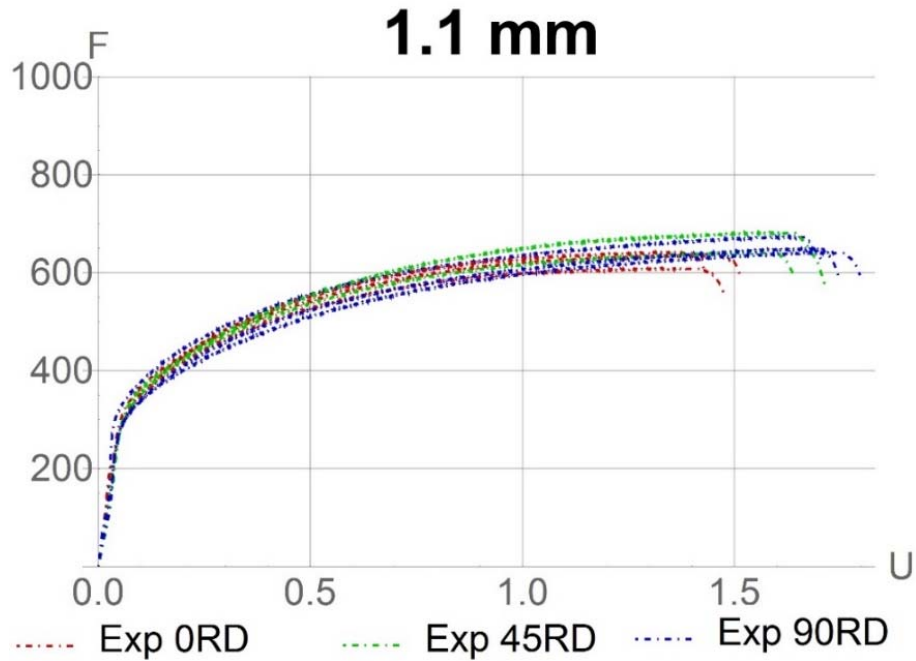


Figura 5.7. Fuerza vs. desplazamiento experimentales para las probetas de 1.1 mm ensayadas.

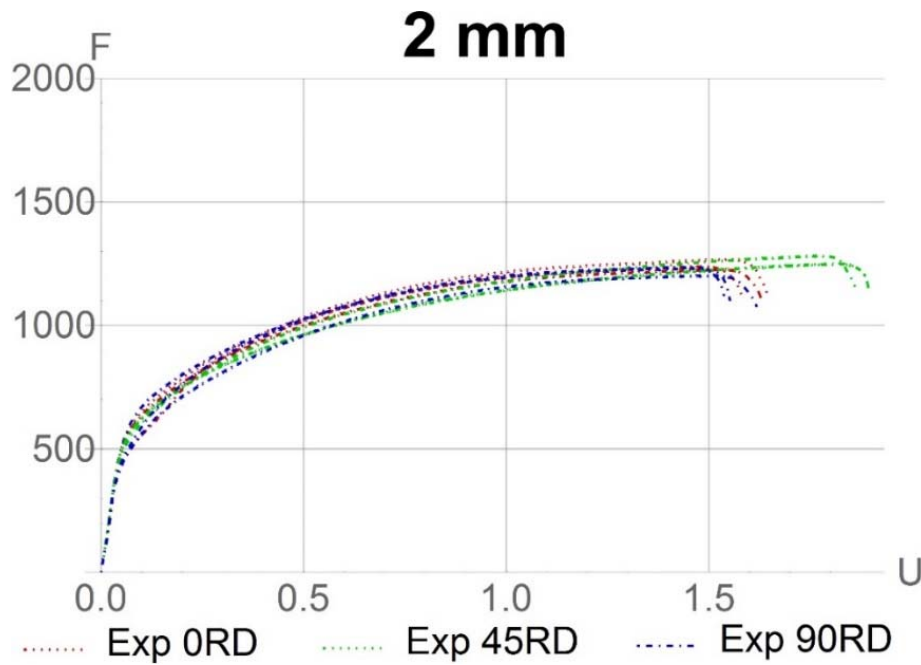


Figura 5.8. Fuerza vs. desplazamiento experimentales para las probetas de 2 mm ensayadas.

Al comparar los valores de las curvas de fuerza vs. desplazamiento, existe una notable diferencia entre el valor experimental y el valor calculado en *HMS*, por lo que se buscó modificar algunos parámetros. Se realizó primero la simulación con ley de endurecimiento de Swift, para después realizar la simulación mediante la aproximación de Taylor con y sin evolución de textura, pero el resultado fue muy similar. Estos se pueden observar en la Figura 5.9 para la simulación 1 mm 0 RD.

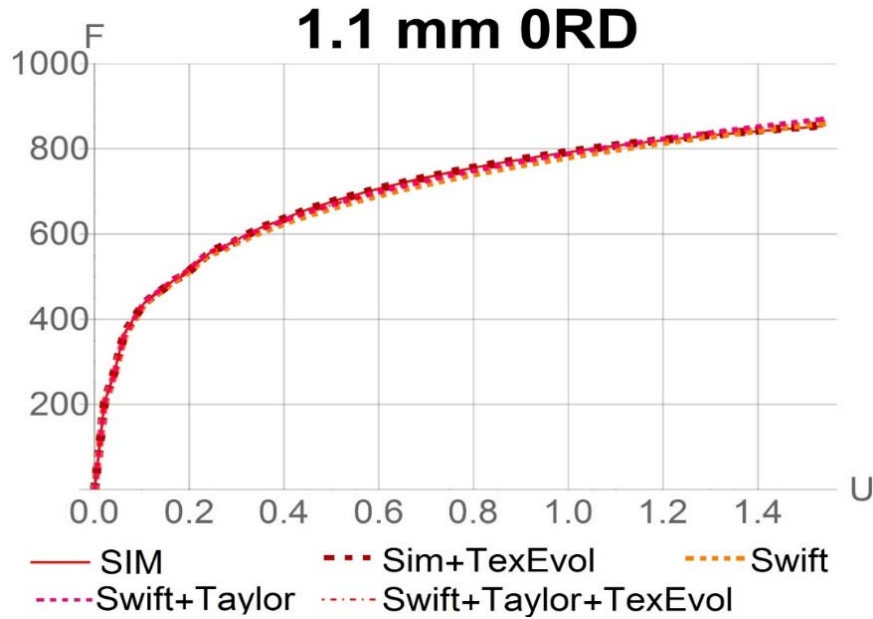


Figura 5.9. Curvas fuerza vs. desplazamiento en elemento finito para 1mm ORD, de las simulaciones agregadas.

Después de realizar variaciones de los parámetros de la simulación, y al no encontrar un cambio significativo en la curva, se revisó la calibración de la celda de carga de la máquina universal. Para ello, se realizó un ensayo de tracción a una probeta que pertenece a un lote (lo llamaremos lote 1) del que se tienen datos de fuerza vs. desplazamiento obtenidos en trabajos reportados anteriormente por el grupo de trabajo (de este lote 1 es de donde se obtuvieron los datos para la curva de tracción del material que se ingresó a Abaqus®). Al comparar los resultados de esta probeta con lo reportado anteriormente, no se encontró que existiera una diferencia significativa entre ambos ensayos.

El material utilizado para realizar las probetas estuvo sujeto a las mismas transformaciones y estándares de calidad que el material del lote 1 realizado por la misma compañía, sin embargo, al provenir de otro lote (al que se le llamó lote 2), inquietó la diferencia de propiedades que pudiera existir entre ambos, por lo que se realizó ensayo de tracción al material del lote 2. De nuevo, las diferencias fueron mínimas.

Dos intentos más se realizaron con el objetivo de encontrar la causa de esta diferencia, estos fueron correr dos simulaciones isotrópicas, una mediante doble precisión y la segunda con un mallado fino y sin simetría. Ambos resultaron en curvas similares a las anteriores.

En las figuras 5.10 y 5.11 se compendian las curvas obtenidas en HMS y las curvas experimentales de fuerza vs. desplazamiento. Se observan diferencias de alrededor de 30% entre HMS y experimentación en cualquier orientación de RD en 1.1 mm y de 25% en 2 mm.

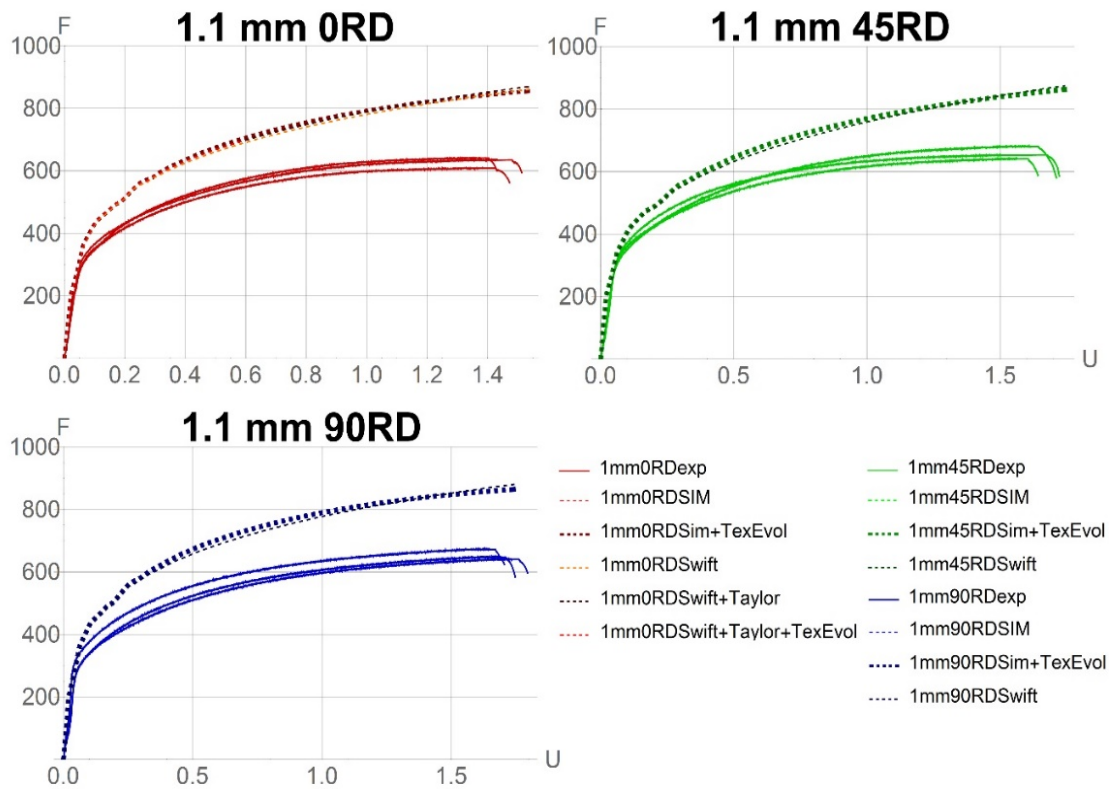


Figura 5.10. Curvas de fuerza contra desplazamiento experimentales (líneas sólidas) y simuladas (líneas punteadas) para probetas de 1.1 mm.

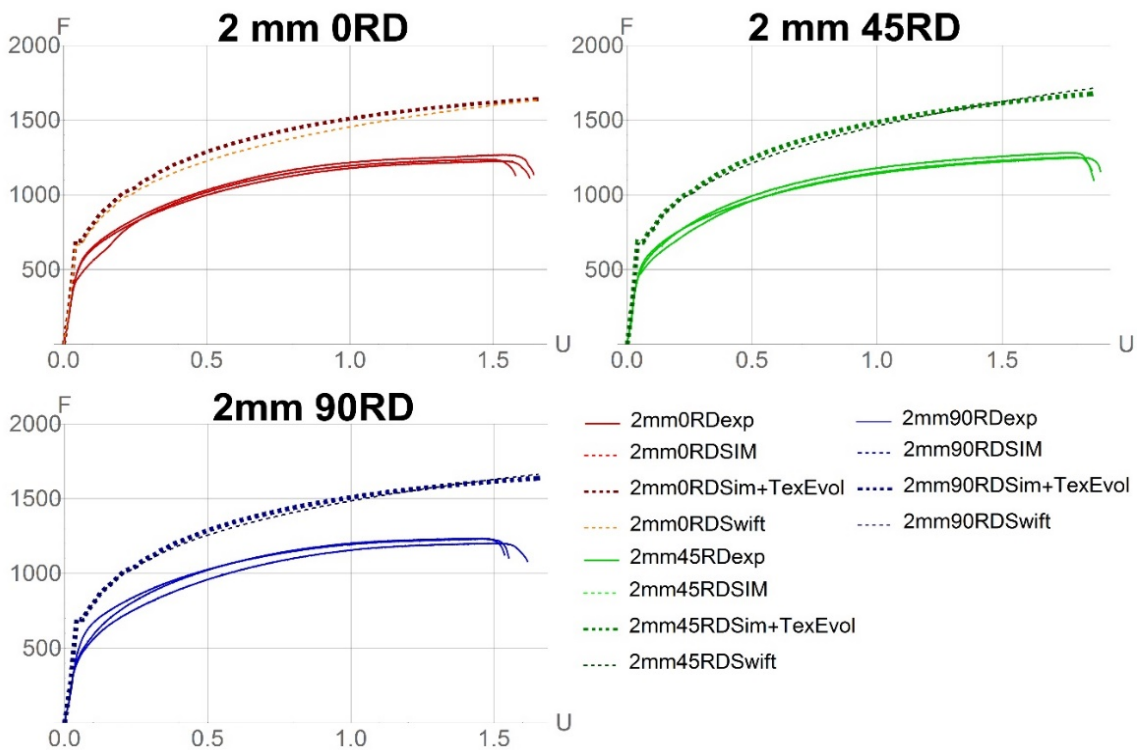


Figura 5.11. Curvas de fuerza contra desplazamiento experimentales (líneas sólidas) y simuladas (líneas punteadas) para probetas de 2 mm.

Por lo tanto, la evolución de la textura no mostró una variación significativa en las curvas de fuerza vs. desplazamiento con respecto a la simulación isotrópica. La actualización de la textura sucede cuando la deformación plástica acumulada supera un valor definido (5%), y aplica rotaciones de red a los cristales modificando la textura inicial. Tanto las texturas de las probetas de 1.1 mm, como las de 2 mm se actualizaron poco (entre 7 y 8 actualizaciones) en la zona cortante, lo que es una cantidad muy pequeña con respecto a otras simulaciones de trabajos anteriores (ensayo de tracción), donde las actualizaciones son del orden de 50, aunque la deformación a la que llega ese ensayo es mucho mayor.

Respecto a los valores de la curva de fuerza vs. desplazamiento de la simulación con *HMS*, estos son prácticamente iguales entre todas las variaciones realizadas. Existe una pequeña diferencia evidente entre las simulaciones con ley de endurecimiento de Swift con respecto a las de Voce, dado que son modelos distintos. Pero al haber sido obtenidos por el ajuste a la misma curva, la variación es mínima (menor al 3% a la mitad del ensayo y casi cero al inicio y al final).

En las curvas de fuerza vs. desplazamiento experimentales existe una diferencia de menor de 4% entre valores con las mismas condiciones (dirección de laminado y espesor de la probeta), por lo que se puede hablar de homogeneidad en la calidad de las probetas y en la ejecución de los ensayos.

Si se comparan las distintas variaciones de dirección de laminado entre sí, las curvas tienen diferencias de menos del 2% en simulación y de menos de 5% en experimentación, lo que indica que el material AA6016 no tiene una anisotropía elevada.

5.2. Comparación de deformación cortante máxima vs. esfuerzo cortante máximo en simulación HMS y experimentación

Dado que las curvas de fuerza vs. desplazamiento dieron resultados con una diferencia mayor al 20%, se optó por obtener las curvas de deformación cortante máxima vs. esfuerzo cortante máximo. El valor máximo se toma para asegurar que se estén comparando los tensores sin rotaciones. En la Figura 5.12, se presentan dichas curvas para ensayo y simulación. El valor de deformación cortante máxima se calcula en el centro de la probeta, mientras que para calcular el esfuerzo cortante máximo, se toma en cuenta la fuerza aplicada en el ensayo, dividida entre el área donde se presenta la deformación.

En el caso de los datos de experimentación, se calcularon los componentes del tensor de deformación y con ellos, la deformación cortante máxima, mientras que en la simulación, fueron obtenidos directamente de Abaqus®.

En la Figura 5.12 se observa que la simulación de las curvas de 1.1 mm predijeron mejor el comportamiento del material, en comparación con las curvas de 2 mm. En ambos espesores, la curva con el valor más acertado es la de 45 RD. En valores de deformación cortante máxima menores, la predicción fue muy acertada teniendo un error prácticamente de 0% en 1.1 mm y de 6% en 2 mm, pero al rebasar 0.15 de dicha deformación, la predicción se vuelve menos precisa, con un error de 15% en 1.1 mm y llegando hasta 20% en 2 mm.

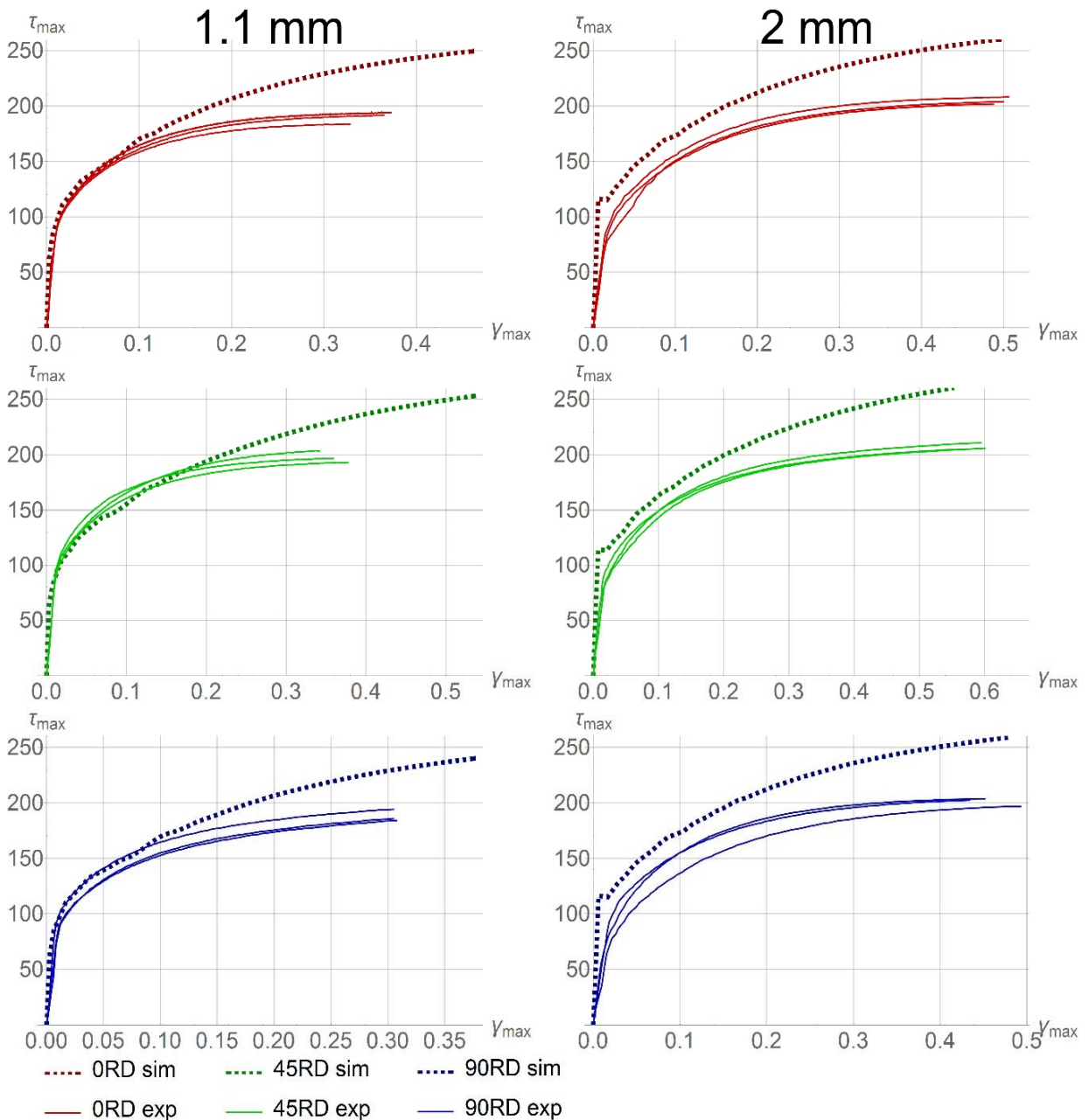


Figura 5.12. Curvas de deformación cortante máxima vs. esfuerzo cortante máximo en los distintos ensayos (líneas sólidas) con sus respectivas simulaciones (líneas punteadas).

5.3. Círculos de Mohr experimentales y simulados

Se obtuvieron círculos de Mohr normalizados de probetas experimentales, de simulación isotrópica y de simulación con *HMS*, para comparar la evolución de las deformaciones principales y observar qué tan definido se tiene el estado de cortante puro en el centro de la probeta. El estado de cortante puro en el círculo de Mohr se muestra en la Figura 5.13; las deformaciones principales máxima y mínima son iguales en magnitud pero de signo contrario, y la deformación principal media vale cero.

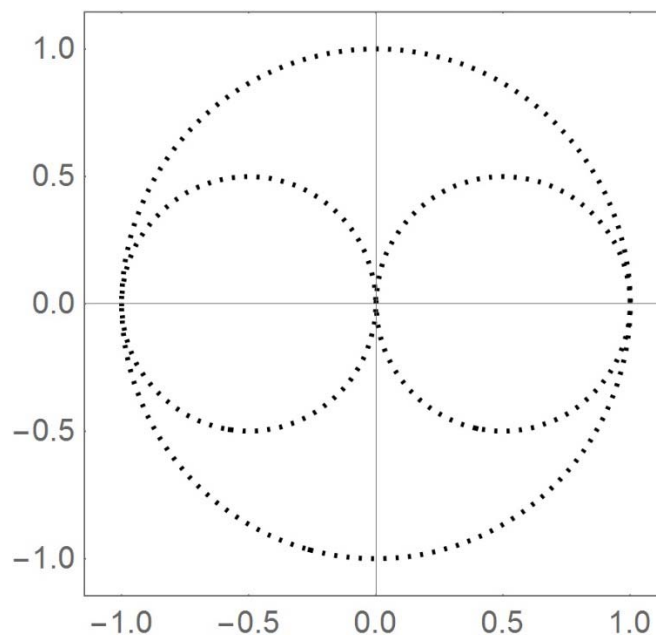


Figura 5.13. Círculo de Mohr ideal para estado de cortante puro.

Los círculos de Mohr obtenidos (Figura 5.14 y Figura 5.15), muestran que los círculos de la simulación isotrópica son prácticamente idénticos que los círculos de la simulación anisotrópica con evolución de textura. Estos se mantienen muy cerca del estado cortante puro. Aún para desplazamientos significativos, la diferencia con el círculo ideal es de alrededor del 15%.

Lo anterior no sucede en los círculos de Mohr experimentales, donde a partir de 0.5 mm de desplazamiento, la variación de tamaño entre los círculos es notoria, e incluso existe un desplazamiento lateral de los círculos, que denota esfuerzo hidrostático. Todo esto sigue incrementando al avanzar en el ensayo, por lo que el ensayo no está más en estado de cortante puro.

A partir de ese punto, otras componentes crecen provocando un desplazamiento del círculo hacia el lado derecho, lo que denota que el material entra en un estado

de esfuerzos combinados. Al comparar entre direcciones no se observa una diferencia relevante. Sin embargo, al observar las diferencias entre espesores, la simulación con 2 mm de espesor se acerca más al estado ideal de cortante puro que la simulación de 1.1 mm. Esto se debe que al material caracterizado de 2 mm muestra menor anisotropía que el material de 1.1 mm.

Lo obtenido tanto en las curvas de esfuerzo cortante máximo contra deformación cortante máxima, así como en los círculos de Mohr confirma que el ensayo está en cortante puro en la parte inicial pero, a medida que existe más desplazamiento, este se convierte en un estado de esfuerzos combinados. Esto no se refleja en las simulaciones, donde se obtiene un estado de cortante puro en toda la simulación.

Al observar detenidamente las imágenes obtenidas para *DIC* de los ensayos, se puede apreciar una pequeña rotación en la mordaza superior, ya que esta mordaza es móvil (para asegurar que la probeta realice el recorrido en línea recta). Para probetas de tracción esto genera más certidumbre en los resultados, pero en probetas de ensayo cortante, esto provoca un pequeño par que se magnifica a medida que avanza el ensayo si la probeta no está colocada totalmente recta, por lo que aún ángulos pequeños se magnifican al final del ensayo.

Por otro lado, la simulación fue diseñada para que replicara el ensayo de manera ideal, omitiendo cualquier inconveniente, por lo que se aseguró que el desplazamiento siempre fuera recto y que el material en el interior de la mordaza no pudiera deformarse. Esta rigidez provocó que el ensayo se mantuviera en un estado ideal durante todo el desplazamiento y que distara cada vez más el estado en simulación del de experimentación en el centro de la probeta, algo que parece haber influido más de lo esperado, convendría realizar una simulación para comprobar esta hipótesis.

1.1 mm 0RD

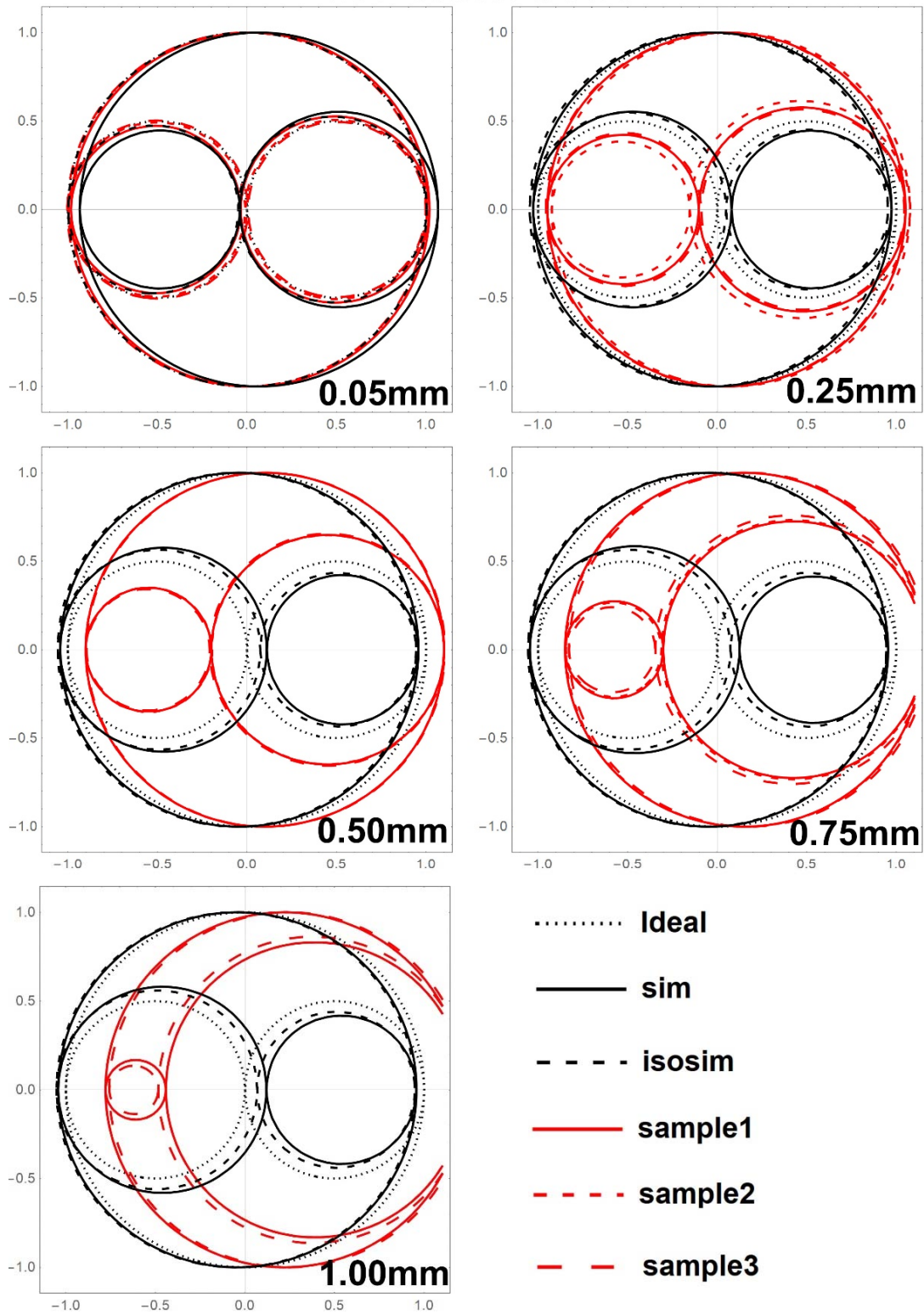


Figura 5.14. Circulos de Mohr normalizados de las tres probetas ensayadas (líneas rojas), de simulación isotrópica (líneas negras con guiones) y anisotrópica mediante HMS (línea negra sólida) en varios desplazamientos para probeta de 1.1 mm 0 RD.

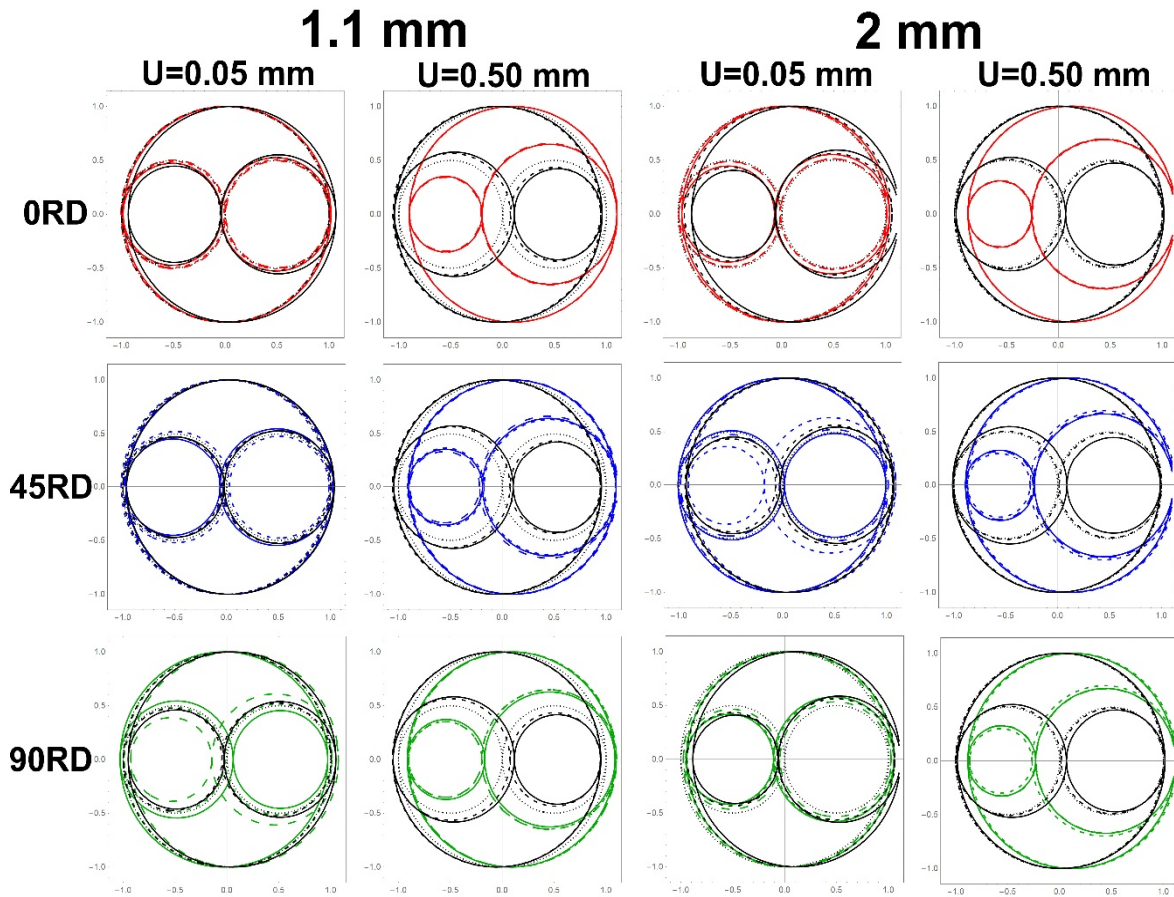


Figura 5.15. Círculos de Mohr normalizados a desplazamientos de 0.05 mm y 0.50 mm en simulación y experimentación para las seis variaciones. En línea punteada se observa en cada imagen el círculo de Mohr ideal, en línea continua negra la simulación, mientras que en color, las tres probetas experimentales para cada una de las variaciones estudiadas.

5.4. Medición de textura

Se obtuvieron mediciones de textura para probetas con un desplazamiento de 1.25 mm. A continuación, se describe, de manera cualitativa, el cambio de textura que existe en el material. En la Figura 5.16. se muestra el mapa de figura de polo inversa (*IPFM*) correspondiente a la probeta 2 mm 0 RD, que es representativa de las demás, dado que cualitativamente son muy parecidos los resultados de todas las probetas.

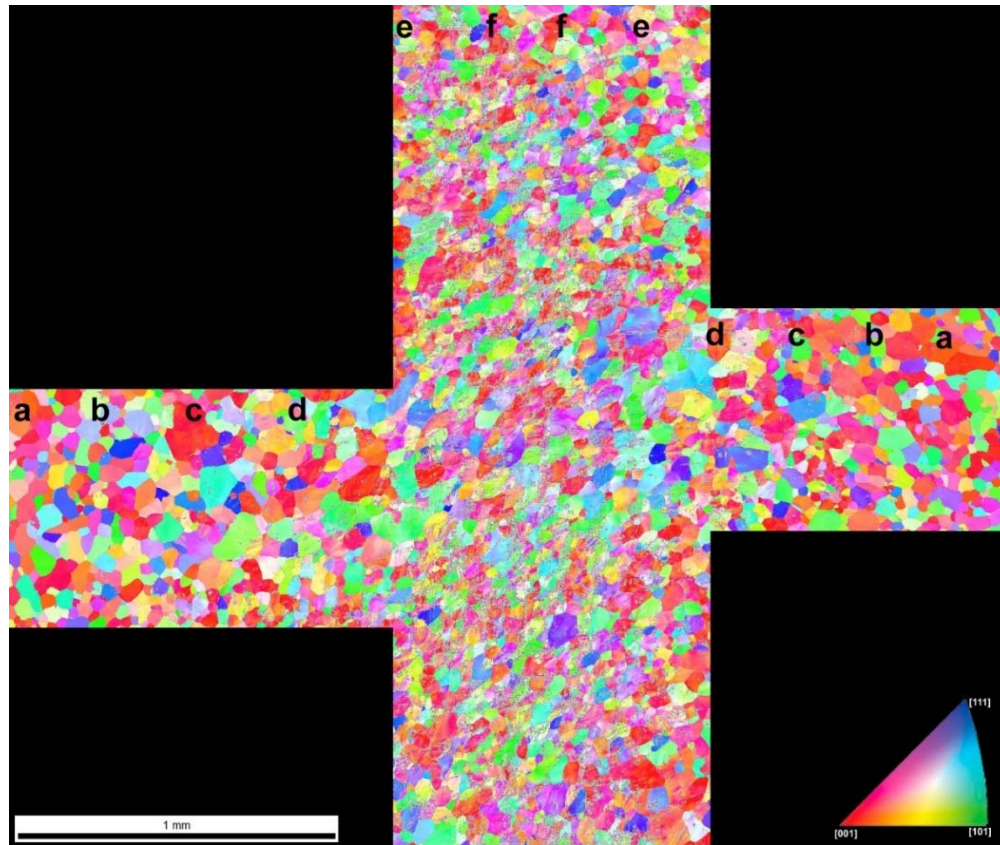


Figura 5.16. *IPFM* de probeta 2 mm 0 RD parcialmente ensayada. Las letras muestran las secciones en que fue dividida la medición para obtener las distintas figuras de polo y ODFs.

Es evidente la diferencia que existe en el material en la zona cortante, con respecto a su morfología fuera de ella. En la parte alejada de la zona cortante el tamaño de grano al igual que la forma de los mismos se muestra uniforme, mientras que al entrar a la zona cortante existe un reordenamiento evidente. Los granos se fragmentan por la alta deformación cortante que ocurre en esa zona, y al mismo tiempo, provoca un cambio de orientación en ellos. En las zonas alejadas de la zona cortante se muestra un color predominantemente rojo, que indica la textura cúbica, característica en los materiales laminados. Debe recordarse que el material original fue sujeto a laminado y recocido previamente.

A continuación se muestran las figuras de polo obtenidas para las distintas probetas medidas (Figuras 5.17 a 5.21). Las figuras de polo **a** se obtuvieron de las zonas más alejadas a la zona cortante, mientras que las figuras de polo **f** fueron medidas directamente en la zona cortante. Las figuras de polo fueron medidas en distancia proporcional, abarcando la totalidad hasta llegar a la zona cortante. Se obtuvo la medida en ambas direcciones, pero sólo se muestra uno de los lados. En la Figura 5.16 se señalan estas divisiones. En las Figuras 5.17 a 5.21 se muestran únicamente las divisiones **a**, **c**, **e** y **f**, por cuestión de espacio. En la Figura 3.15 se muestran las ubicaciones características de componentes cúbicos y cortantes en figuras polo para la dirección (111).

1mm 0 RD

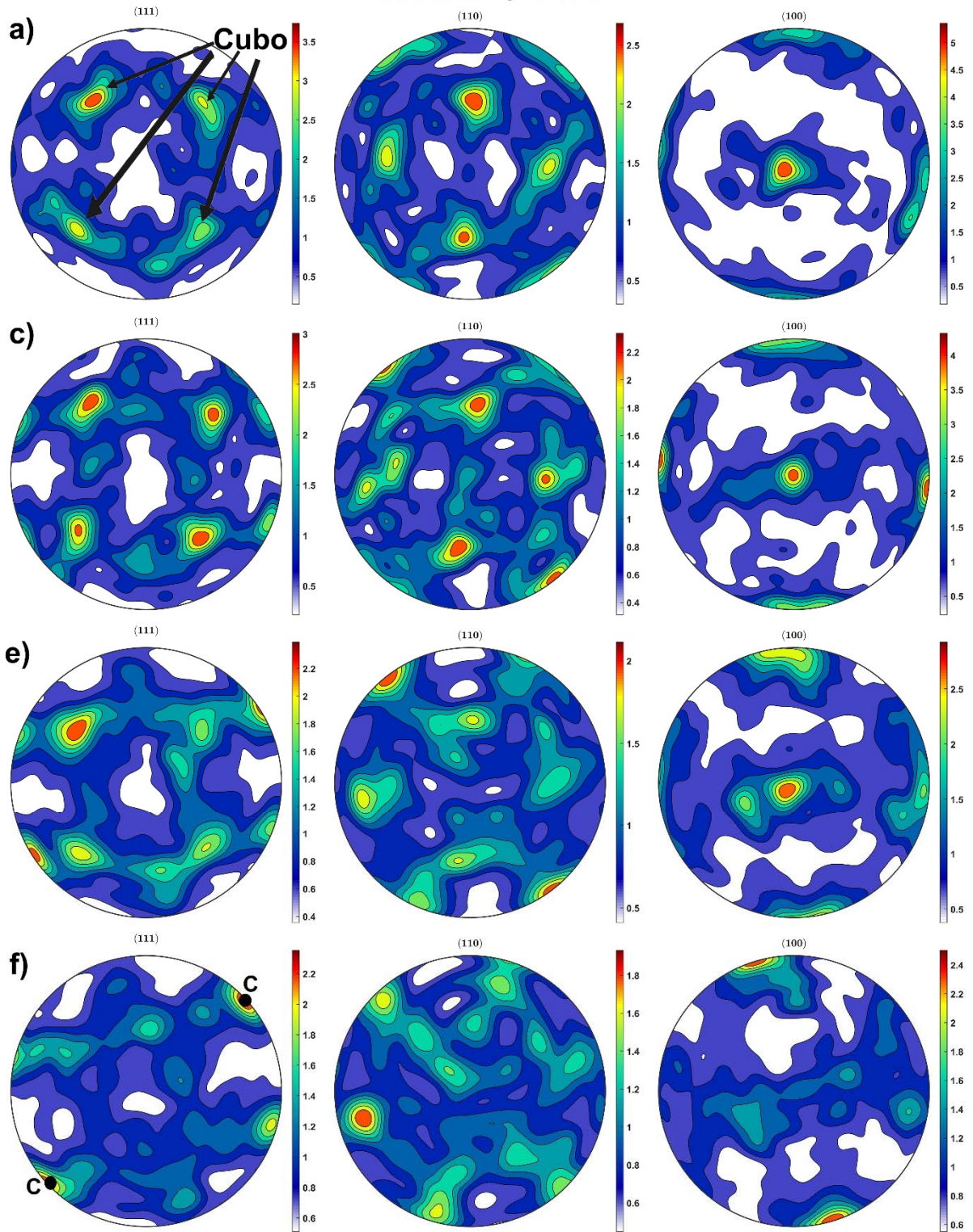


Figura 5.17. Figuras de polo correspondientes a la probeta 1 mm 0 RD a 1.25 mm de desplazamiento. Las figuras a) fueron medidas en la zona alejada de la zona cortante, mientras que las figuras f) se midieron directamente en la zona cortante como lo indica la Figura 5.16. Se señalan la componente cubo en a) y la componente C en f).

1 mm 45 RD

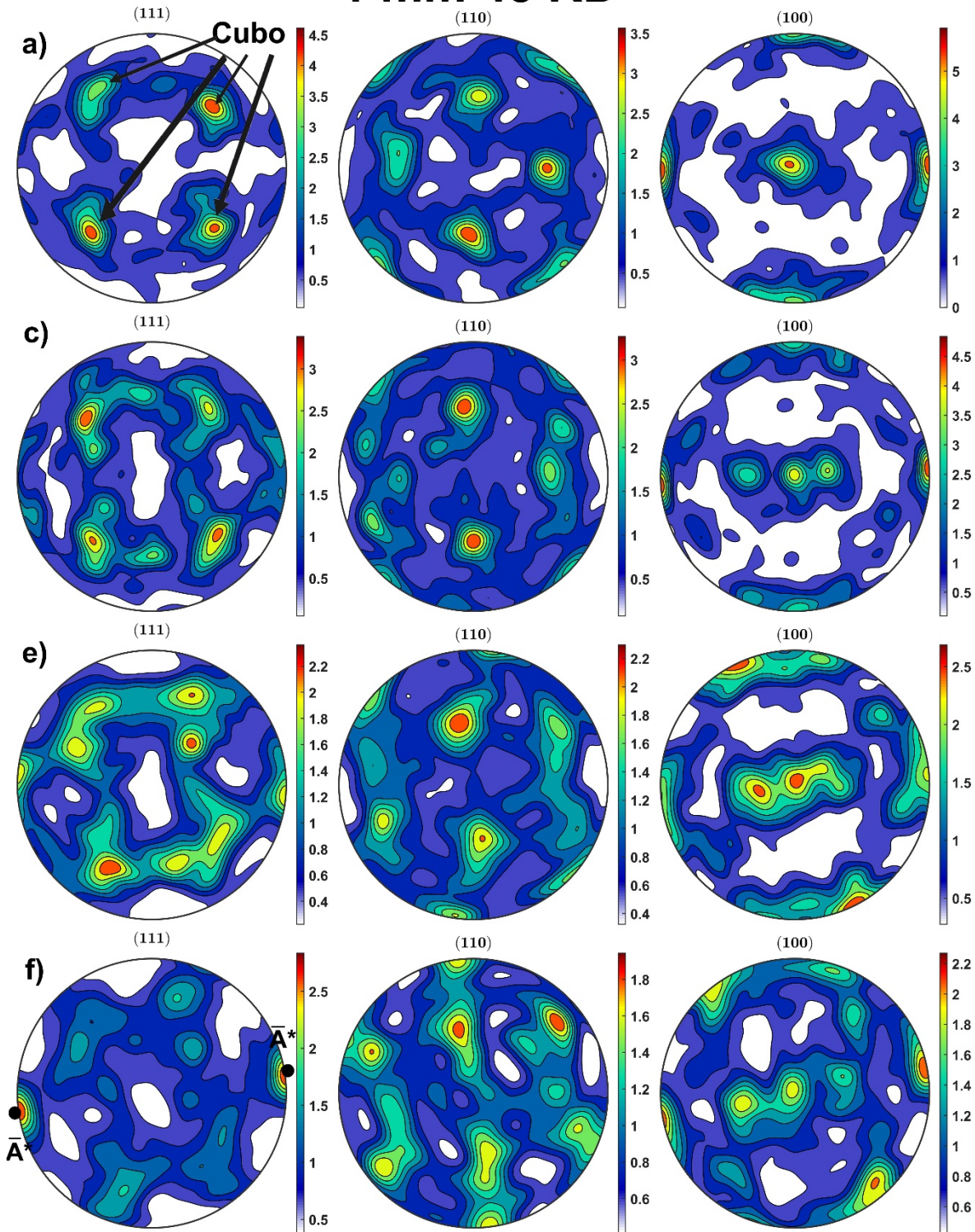


Figura 5.18. Figuras de polo correspondientes a la probeta 1 mm 45 RD a 1.25 mm de desplazamiento. Las figuras a) fueron medidas en la zona alejada de la zona cortante, mientras que las figuras f) se midieron directamente en la zona cortante como lo indica la Figura 5.16. Se señalan la componente cubo en a) y la componente \bar{A}^* en f).

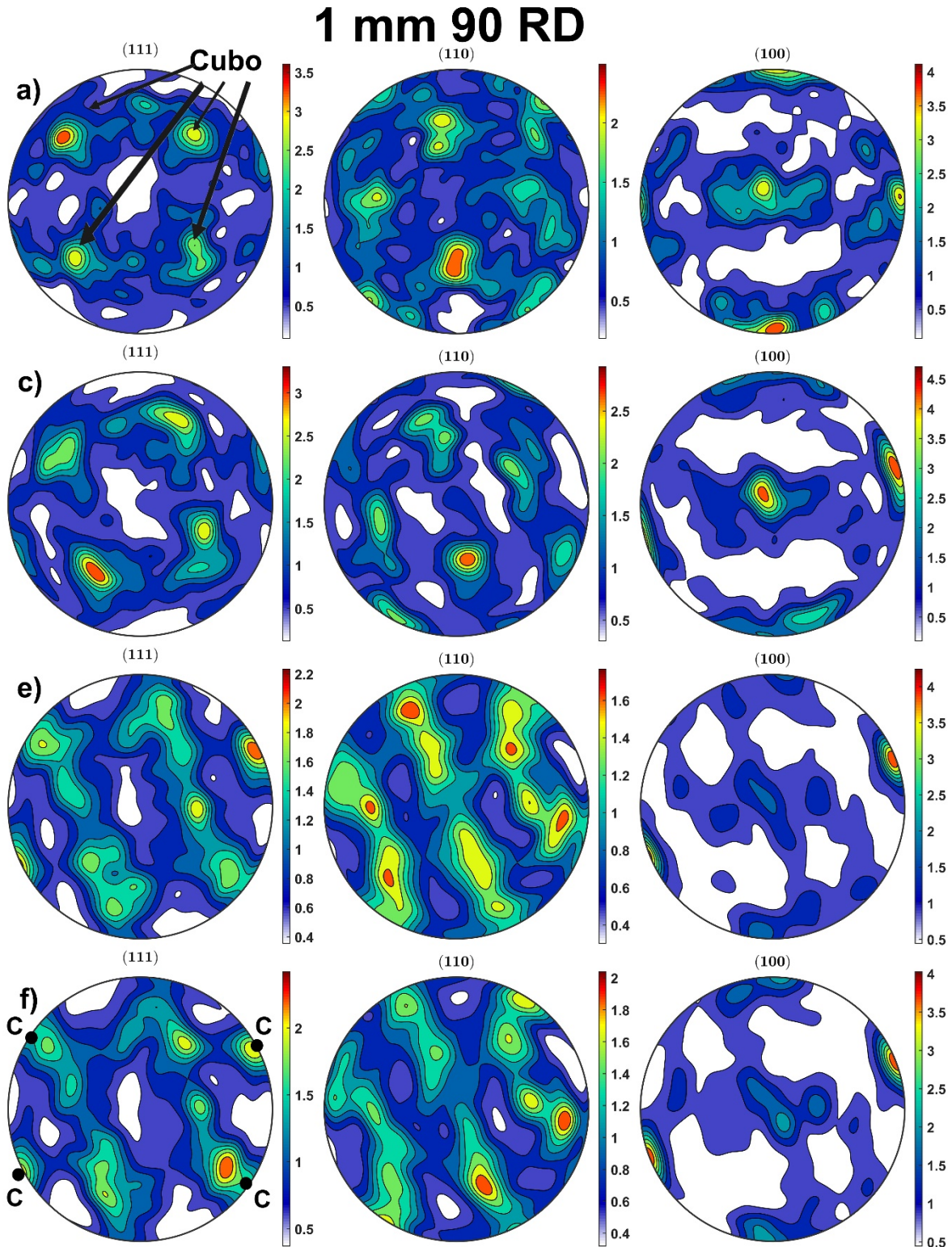


Figura 5.19. Figuras de polo correspondientes a la probeta 1 mm 90 RD a 1.25 mm de desplazamiento. Las figuras a) fueron medidas en la zona alejada de la zona cortante, mientras que las figuras f) se midieron directamente en la zona cortante como lo indica la Figura 5.16. Se señalan la componente cubo en a) y la componente C en f).

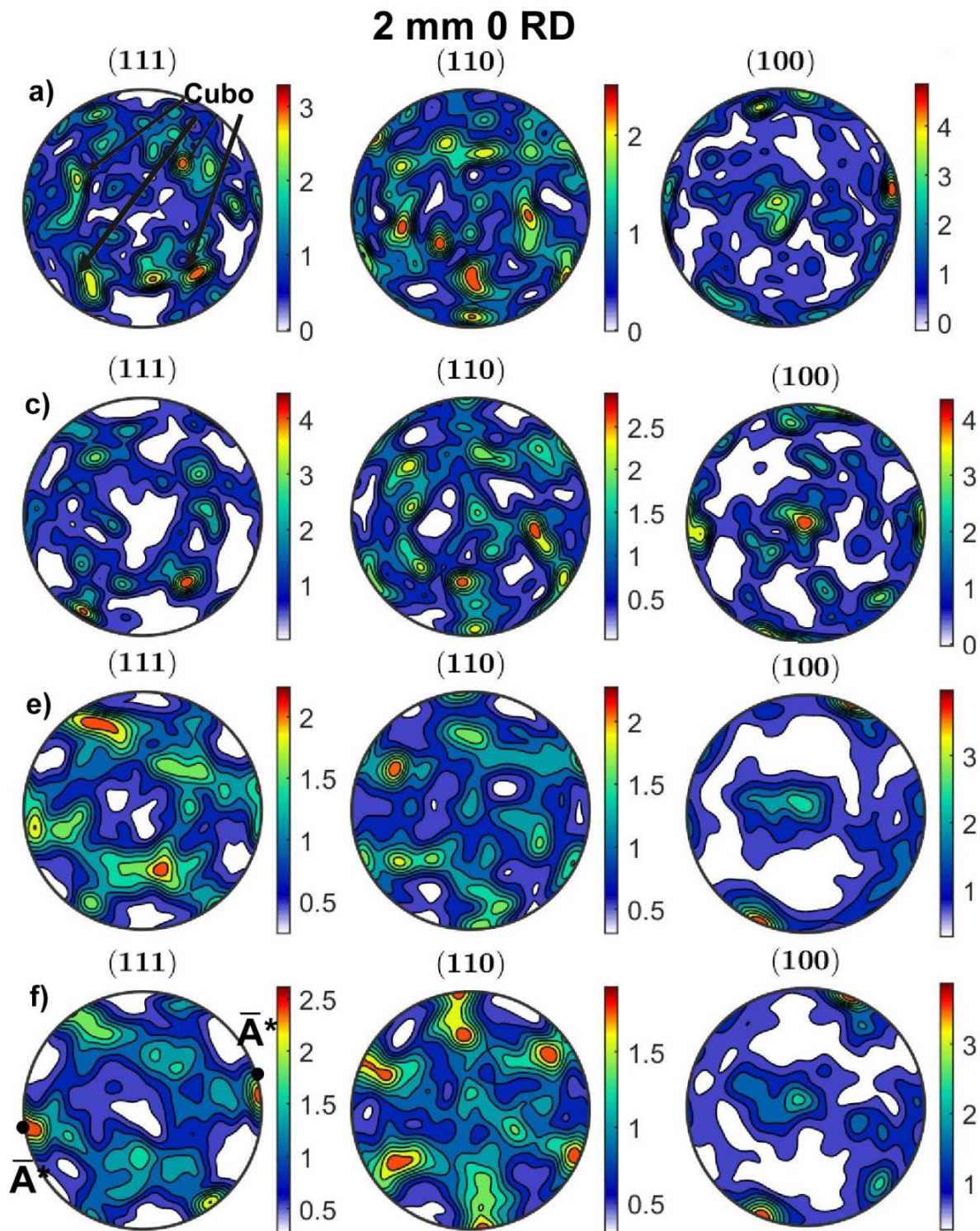


Figura 5.20. Figuras de polo correspondientes a la probeta 2 mm 0 RD a 1.25 mm de desplazamiento. Las figuras a) fueron medidas en la zona alejada de la zona cortante, mientras que las figuras f) se midieron directamente en la zona cortante como lo indica la Figura 5.16. Se señalan la componente cubo en a) y la componente \bar{A}^* en f).

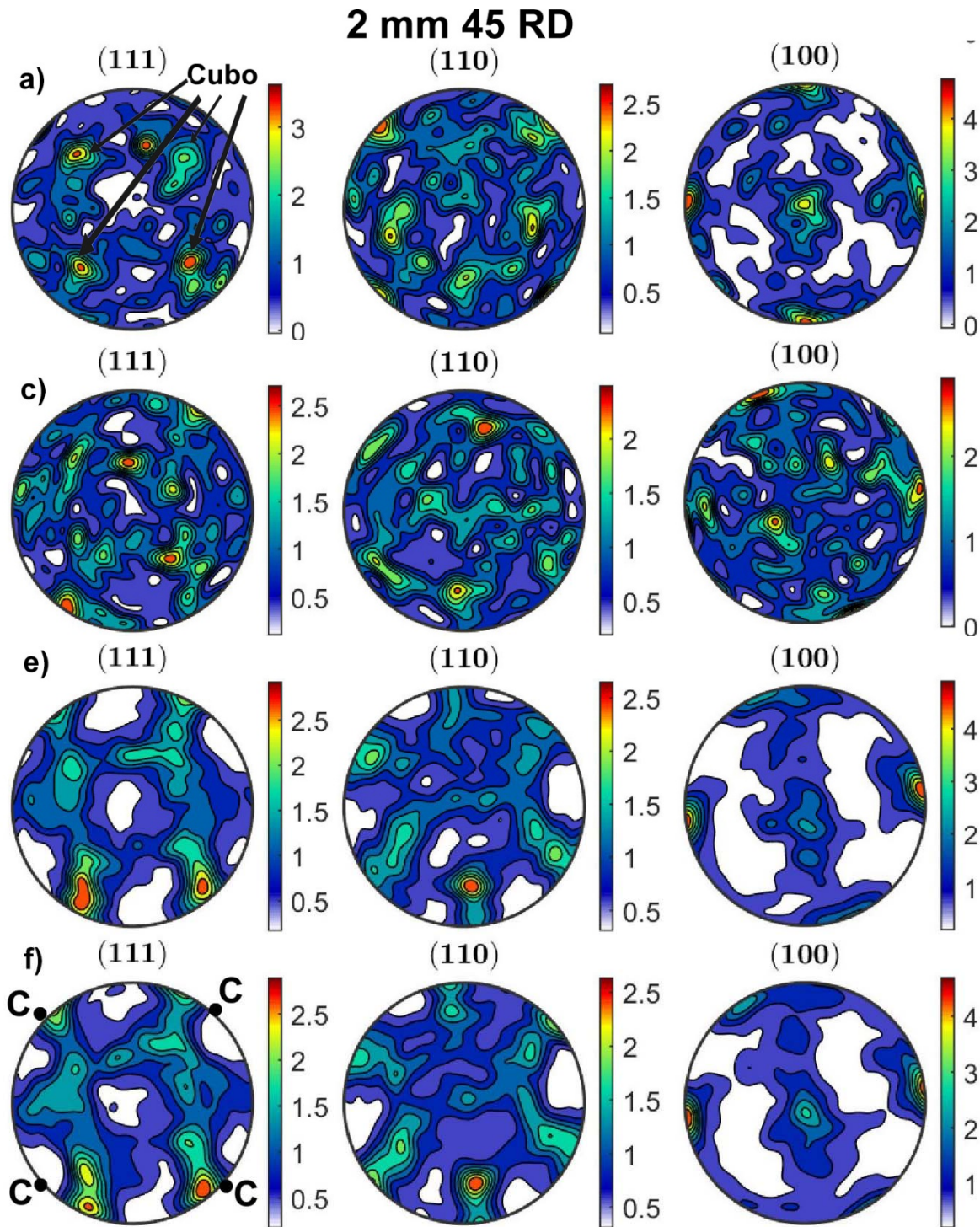


Figura 5.21. Figuras de polo correspondientes a la probeta 2 mm 45 RD a 1.25 mm de desplazamiento. Las figuras a) fueron medidas en la zona alejada de la zona cortante, mientras que las figuras f) se midieron directamente en la zona cortante como lo indica la Figura 5.16.

Respecto a las figuras de polo, se pueden realizar algunas observaciones. La textura cubo se muestra claramente en todas las figuras de polo de regiones alejadas de la zona cortante. Esta textura es característica de material laminado y recristalizado como el caso del material estudiado. En la zona cortante sigue existiendo textura cubo, pero su proporción es mucho menor porque desde la figura de polo **c** se empieza a desarrollar una textura nueva que representa el cortante. Esta textura es diferente entre probetas y muestra su máximo valor en la figura de polo **f** (zona cortante). En algunas probetas predomina la componente cortante \bar{A}^* .

Para observar mejor la diferencia de textura en ambas zonas. La Figura 5.22. muestra la fracción volumétrica de las componentes cubo y la más intensa de la cortante en la medición completa en función de la posición. Las mediciones 5 y 6 corresponden a la zona cortante.

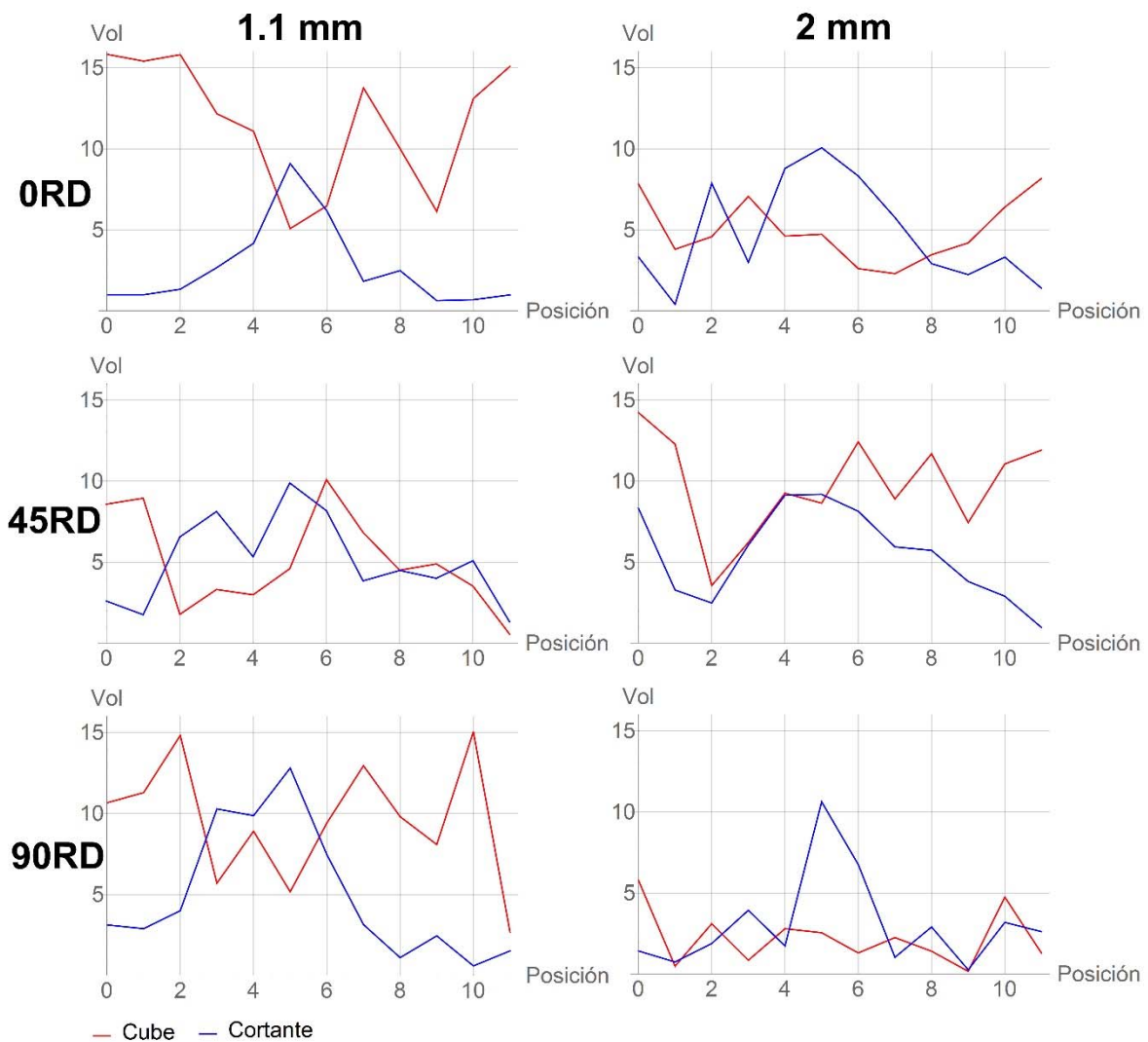


Figura 5.22. Fracción volumétrica de componente cubo (línea roja) y cortante (línea azul) alrededor de la zona cortante de probetas con 1.25 mm de desplazamiento.

La componente cubo se aprecia con una fracción volumétrica alta en la zona alejada de la región cortante, mientras que en la región cortante disminuye súbitamente. Esto se observa mejor en las probetas de 1.1 mm. Específicamente, en la probeta 2 mm 90 RD, la componente cubo se aprecia baja en toda la medición, lo que podría indicar una mala medición de la muestra, razón por la que no están las figuras de polo de esa probeta.

Para el componente cortante, la fracción volumétrica se observa nula o muy pequeña en la zona más alejada de la región cortante, mientras que en la región cortante, es predominante, o tiene un valor mucho mayor. Lo mismo sucede en la probeta 2 mm 90 RD.

En algunas probetas se observa que la región cortante no está exactamente en el centro de la medición (mediciones 5 y 6), esto se debe a la división de intervalos y no afecta en el resultado.

Por lo tanto, los mapas de figura de polo inversa obtenidos por la medición de textura en probetas con 1.25 mm de desplazamiento permiten visualizar el cambio de tamaño de grano y de orientación que afecta al material en la zona cortante al ensayar las probetas. Las figuras de polo refuerzan esta misma observación; en las posiciones alejadas a la zona cortante se observa la orientación cúbica característica del laminado, mientras que en la zona central existen orientaciones que son características de un estado de deformación cortante.

Algo importante a recalcar es el cambio súbito que se observa en la textura cuando se da la transición hacia la zona cortante. Esto se observa claramente en los valores de fracción volumétrica. Este comportamiento está presente también en *DIC* y en las simulaciones, por lo que reafirma el comportamiento esperado de la probeta.

Los mapas de figura de polo inversa muestran que la textura del material presentó cambios en el centro de la misma, respecto a la textura alejada del centro pero, al observar las figuras se observa que el cambio es moderado; las mediciones de fracción volumétrica indican que sólo la mitad de la textura cambió a cortante, mientras que se mantiene una cantidad considerable de textura cúbica en la región cortante aún a un desplazamiento tan elevado como 1.25 mm, por lo que se refuerza que no haya habido tantas adaptaciones en la evolución de textura. El obtener la medición de textura en simulación permitiría comparar la evolución de ambas texturas y tener un parámetro más para evaluar el método *HMS*.

6. Conclusiones

Se realizaron ensayos a probetas con una geometría particular que concentra el esfuerzo cortante en el centro de la misma para evaluar el estado cercano a cortante puro. Estos ensayos se realizaron sobre una aleación AA6016 en direcciones 0 RD, 45 RD y 90 RD, y fueron comparados con simulaciones de elementos finitos, en conjunto con un código de plasticidad multiescala (*HMS*) para validar la precisión del método.

El campo de deformación obtenido en *DIC* permite apreciar con claridad la zona cortante en cada probeta. Del mismo modo, en la simulación se observa claramente esa misma zona, aunque no se observa homogénea al acercarse a los filetes y los valores de deformación son distintos. La deformación cortante máxima obtenida en ambas fuentes de datos indica un estado cercano a cortante puro. La diferencia de textura obtenida fuera y dentro de la zona cortante refuerza que existe una fuerte deformación cortante en el ensayo.

Al realizar la comparación de las curvas de fuerza vs. desplazamiento obtenidas, éstas resultaron con un alto porcentaje de diferencia entre ellas (25-30%), por lo que se realizaron varios intentos por encontrar la razón de esta diferencia. Debido a lo anterior, se corrieron simulaciones con ley de endurecimiento de Voce y Swift, se utilizó la aproximación de Taylor con y sin evolución de textura, se revisó la calibración de la celda de carga de la máquina universal, las propiedades del material, se corrió una simulación con doble precisión, así como otra con una malla fina y sin simetría, todo ello llevo al mismo resultado. Por ello, se evaluaron los valores de esfuerzo cortante máximo vs. deformación cortante máxima.

En el ensayo existen componentes de deformación normales que se hacen presentes, al inicio son prácticamente nulos, pero al acercarse el momento de la fractura de la probeta tienen peso en el ensayo, por lo que se pierde el estado de cortante puro. Esto se observa claramente en las gráficas de deformación cortante máxima vs. esfuerzo cortante máximo, donde los valores de simulación son muy acertados respecto a los valores experimentales, pero al superar el valor de 0.15 de deformación cortante máxima, la curva de simulación tiene una pendiente mayor y se aleja a los resultados experimentales. Estos componentes normales, no son tomados en cuenta por la simulación en *HMS*, que en todo momento muestra un

comportamiento cortante cercano al valor ideal, que se observa en los círculos de Mohr mostrados.

Para acercarse al modelo a lo obtenido en la parte experimental, valdría la pena realizar un modelo que permita el movimiento lateral en la probeta, en lugar de fijar un desplazamiento fijo unidireccional. El modelo habría de reaccionar a la forma en que la mordaza se acomoda para asegurar el desplazamiento recto de la zona cortante.

Con base en los resultados obtenidos por las simulaciones y los ensayos, se puede concluir que geometría evaluada cumple su objetivo en la primera parte del ensayo hasta un 0.15 de deformación cortante, permite la realización del ensayo de deformación cortante de una forma sencilla y elimina los problemas encontrados en el grupo de trabajo anteriormente en la referencia [13] respecto a la fricción y contacto en ensayo de deformación cortante simple. Al realizar la sujeción de la probeta como cualquier ensayo de tracción, se asegura que no existirá deslizamiento por parte de la probeta.

Respecto a la precisión del método *HMS*, caracteriza adecuadamente el estado de cortante puro en la primera parte del ensayo, pero mantiene un estado ideal al avanzar, lo que resulta distinto de la parte experimental.

Como se explicó anteriormente, el modelo de *HMS* utiliza una textura inicial que es modificada gracias a las actualizaciones de textura que realiza. Como trabajo pendiente, queda la comparación de las figuras de polo obtenidas experimentalmente mediante medición de textura con la textura que actualiza *HMS*. Finalmente, dado que el lugar geométrico de la fluencia de este material en ensayo de tracción y cortante coincide con el lugar geométrico de la fluencia de von Mises, resultaría novedoso utilizar los datos de ensayo cortante para realizar la ley de endurecimiento y utilizarlo para predecir ensayo de tracción, proceso inverso al realizado en esta tesis.

7. Referencias

- [1] La industria automotriz mexicana: Situación actual, retos y oportunidades, 2015. Secretaría de Economía, ProMéxico.
- [2] Production Statistics. World Motor Vehicle Production, 2017. OICA, <http://www.oica.net/category/production-statistics/2017-statistics/>, revisado 15 de Julio 2018
- [3] Agenda Estadística de los Estados Unidos Mexicanos, 2010. INEGI.
- [4] Liu Y. et al., 2004. FE simulation for concurrent design and manufacture of automotive sheet-metal parts. *Journal of Materials Processing Technology* 150, 145-150.
- [5] Hill, R., 1948. A theory of yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc. Roy. Soc. London*.
- [6] Gawad, J., et. al., 2013. Hierarchical multi-scale modeling of texture induced plastic anisotropy in sheet forming. *Computational Materials Science* 66, 65-83.
- [7] Peirs J., Verleysen P., 2012. Novel technique for static and dynamic shear testing of Ti6Al4V sheet, Gent University, Bélgica.
- [8] Mase T., 1999. *Continuum Mechanics for Engineers*, CRC Press, 2da Ed., USA, pp. 380.
- [9] Hollomon J. H., 1945. Tensile deformation, *Trans, AIME* 112, pp. 268.
- [10] Swift, H. W., 1952. Plastic instability under plane stress. *J. Mech, Phys. Solids* 1, 1.
- [11] Voce E., 1955. A practical strain-hardening function. *Metallurgia*, 51(307).
- [12] Verlinden B. et al, 2007. *Thermo-Mechanical Processing of Metallic Materials*, Pergamon Materials Series Elsevier, UK, 528 pp.
- [13] Ramírez M., 2016. Validación de un código de elemento finito para plasticidad anisotrópica mediante ensayos en productos metálicos laminados. Posgrado en Ciencia e ingeniería en Materiales, UNAM, 127 pp.

- [14] ISO 11531, 2015. Metallic materials – Sheet and strip – Earing Test. International Organization for Standardization.
- [15] Bao YB., Wierzbicki T., 2004. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space, *Int. J. of Mech. Sc.* 46, 81-98.
- [16] Tarigopula V., et al., 2008. A study of large plastic deformations in dual phase steel using DIC and FE analysis. *Exp Mech, Society for Exp Mech.* 48, 181-196.
- [17] Sutton M., 2009. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements*, Springer, USA, pp. 321.
- [18] Haddadi H., 2007. Use of rigid-body motion for the investigation and estimation of the measurement errors related to digital image correlation technique, *Optics and Lasers in Eng.* 46, 185-196.
- [19] Lecompte D., 2005. Quality assessment of speckle patterns for Digital image correlation, *Optics and Lasers in Eng.* 44, 1132-1145.
- [20] Hencky H., 1924. Zur Theorie plastischer. Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nachspannungen, *ZAMM* vol. 4, Issue 4, 323-334.
- [21] Van Houtte P., et al., 2004. The Facet method: A hierarchical multilevel modelling scheme for anisotropic convex plastic potentials, *Int. J. of P.* 25, 332-360.
- [22] Dieter G., 1961. *Mechanical Metallurgy*, Mc Graw Hill, UK, pp. 615.
- [23] Randle V., 2000. *Introduction to Texture Analysis. Macrotecture, Microtexture & orientation Mapping*, CRC Press, USA, pp. 388.
- [24] Bunge H. J., 1982. *Texture Analysis in Materials Science*, Butterworths, USA, pp.614.
- [25] Schwartz, A. J., et al., 2009. *Electron backscatter diffraction in materials science. Vol. 2*, Springer.
- [26] Bunge, H. J., 1982. Expansion of Orientation Distribution Function in Series of Generalized Spherical Harmonics, *Mathematical Methods*, Butterworth, 47.
- [27] Sachs G., 1928. Zur Ableitung einer Fließbedingung, *Z. Ver. deut. Eng.* 72, 734-736.
- [28] Taylor G., 1938. Plastic strain in metals, *J. Inst. Met.*, 62, 307-324.
- [29] Van Houtte P., 1982. On the equivalence of the relaxed Taylor theory and the Bishop-Hill theory for partially constrained plastic deformation of crystals. *Mat. Sci. and Eng.* 55, 69-77.
- [30] Van Houtte P. et al., 2002. Comparison of two grain interaction models for polycrystal plasticity and deformation texture prediction. *Int. J. of Plasticity* 18, 259-377.

- [31] Van Houtte P., 2005. Deformation texture prediction: from Taylor model to the advanced Lamel model. *Int. J. of Plasticity* 21, 109-149.
- [32] Roters F., 2010. Overviews of constitutive laws, kinematics, homogenization and multiscale methods in crystal plasticity finite-element modeling: Theory, experiments, applications. *Acta Mater*, 54(4).
- [33] Molinari A., 1987. A self consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity. *Acta Metall*, 35(12).
- [34] Van Houtte P., 2009. The Facet method: A hierarchical multilevel modelling scheme for anisotropic convex plastic potential, *Int. J. of Plasticity* 25, 332-360.
- [35] Schwartz, A. J., et al., 2009. *Electron backscatter diffraction in materials science*. Vol 2., Springer.
- [36] ASTM, 2015. *Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials*. American Society for Testing and Materials International.
- [37] Callister, W., 2007. *Materials Science and Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., USA, 720 pp.
- [38] Hirth J., Lothe J., 1982. *Theory of Dislocations*, 2nd Ed., John Wiley & Sons Inc., USA, 699 pp.
- [39] Figueroa C., 2016. *Modificación estructural por contacto deslizante en materiales dúctiles: Efectos de composición y ductilidad*, Posgrado en Ciencia e Ingeniería de Materiales, UNAM, 152 pp.