



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA

---

**Cambios seculares de periodo de estrellas  
RR Lyrae en cúmulos globulares**

---

**T E S I S**

*QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)*

*PRESENTA:*  
Alonso LUNA RUIZ FERNÁNDEZ

*DIRECTOR DE TESIS:*  
Dr. Armando ARELLANO FERRO  
Instituto de Astronomía, UNAM

Ciudad Universitaria, Ciudad de México

Julio de 2019



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del Alumno.  
Fis.  
Alonso  
Luna  
Ruiz Fernández  
aluna@astro.unam.mx

8. Datos de la tesis.  
Cambios seculares de periodo de  
estrellas RR Lyrae en cúmulos  
globulares  
104 pp.  
2019

2. Datos del Tutor  
Dr.  
Armando  
Arellano  
Ferro  
armando@astro.unam.mx

3. Datos del Sinodal 1.  
Dr.  
Leonardo  
Sánchez  
Peniche  
leonardo@astro.unam.mx

4. Datos del Sinodal 2.  
Dr.  
Valeri  
Orlov  
orlov@astro.unam.mx

5. Datos del Sinodal 3.  
Dr.  
Raúl  
Michel  
Murillo  
rmm@astro.unam.mx

6. Datos del Sinodal 4.  
Dr.  
Miguel  
Chávez  
Dagostino  
mchavez@inaoep.mx

7. Datos del Sinodal 5.  
Dr.  
Lester Iván  
Fox  
Machado  
lfox@astro.unam.mx

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## *Resumen*

Instituto de Astronomía, UNAM

MAESTRO EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

**Cambios seculares de periodo de estrellas RR Lyrae en cúmulos globulares**

por Alonso LUNA RUIZ FERNÁNDEZ

En este trabajo se discute el cambio secular en el periodo de estrellas RR Lyrae en algunos cúmulos globulares y los procesos que los caracterizan y generan. En particular, se discuten los casos en los cúmulos globulares NGC 5904 (M5), NGC 6171 (M107) y NGC 4147. La base temporal histórica de los datos disponibles en estos cúmulos es de 60 a 118 años, condición indispensable para el estudio adecuado de cambios físicos producidos por la evolución estelar. El análisis de los cambios seculares del periodo de pulsación se ha efectuado a través del método clásico de la construcción de diagramas  $O - C$  de los tiempos de máximo brillo en la población de estrellas RR Lyrae. Estos estudios se encuentran publicados en los trabajos de Arellano Ferro *et al.* (2016a), Arellano Ferro *et al.* (2018a) y Luna y Arellano Ferro (2019).

# Índice general

<b>Resumen</b>	III
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Evolución estelar	2
1.1.1. Evolución de una estrella de baja masa	3
1.2. Ecuaciones de estructura estelar	8
1.3. Teoría de pulsación estelar	11
1.3.1. Mecanismo $\epsilon$	11
1.3.2. Mecanismo $\kappa$ y $\gamma$	12
1.3.3. Evolución a través de la IS	13
1.3.4. Evolución y periodo de pulsación: Relación entre periodo y densidad media	14
<b>2. Estrellas pulsantes tipo RR Lyrae</b>	<b>17</b>
2.1. Dicotomía de Oosterhoff	20
2.2. Cambios de periodo	22
<b>3. Métodos</b>	<b>29</b>
3.1. Método $O - C$	29
3.2. El plano $(P, \beta)$	31
<b>4. NGC 5904 (M5)</b>	<b>33</b>
4.1. Observaciones	34
4.2. Diagramas $O - C$	34
<b>5. NGC 6171 (M107)</b>	<b>43</b>
5.1. Observaciones	43
5.2. Tiempos de máximo brillo y diagramas $O - C$	44
<b>6. NGC 4147</b>	<b>49</b>
6.1. Datos para el estudio de NGC 4147	49
6.2. Diagramas $O - C$	50
<b>7. Recapitulación y conclusiones</b>	<b>55</b>
7.1. Estructura de la RH	56
7.2. Estrellas RR Lyrae evolucionadas	61
7.3. Estructura de la RH y tasa de cambio de periodo	69
<b>A. Los Artículos</b>	<b>73</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>107</b>

## Capítulo 1

# Introducción

Desde las primeras décadas del siglo XX se han estudiado los cambios de periodo en estrellas RR Lyrae (RRL) (Shapley, 1916; Leavitt y Luyten, 1924; Florja, 1931; Martin, 1938; Prager, 1939), sin embargo, aún no se sabe con certeza si estos cambios son debidos exclusivamente a la evolución de la estrella, a procesos estocásticos o bien a una combinación de estos efectos (Dorman, 1992; Balázs-Detre y Detre, 1965; Sweigart y Renzini, 1979). Es precisamente por esta razón que el estudio de los cambios seculares de periodo en este tipo de estrellas es trascendental para entender y probar modelos de evolución de estrellas en la rama horizontal (RH) (Lee, 1991; Catelan, Pritzl y Smith, 2004). Desafortunadamente, existen muchos cabos sueltos entre las observaciones y los modelos teóricos.

Una estrella cuya etapa evolutiva la ubica en la RH está quemando helio en su núcleo, convirtiéndolo en carbono y oxígeno. La temperatura y luminosidad de dicha estrella varían gradualmente y también lo hace su radio. Ya que la densidad de una estrella esta relacionada con su periodo de pulsación,  $P \propto \rho^{-1/2}$ , al incrementar la densidad, el periodo decrece y viceversa; en términos del radio, al aumentar éste durante la evolución de la estrella hacia el rojo, el periodo crece:  $R \propto P^{2/3}$ .

Dado que el tiempo en que una estrella quema helio en su núcleo es muy prolongado, para una estrella de  $0.6-0.8M_{\odot}$  se espera que estos cambios de periodo sean menores a 0.1 días por cada millón de años y también que esta tasa se mantenga constante durante aproximadamente un siglo (Dorman, 1992). Estos modelos indican la distribución de masa en la *rama horizontal de edad cero* (Zero Age Horizontal Branch, ZAHB) para estrellas pobres en metales ( $[Fe/H] = -2.26$ ;  $Z = 0.0001$  y con una abundancia de helio en su núcleo en la RH de  $Y_{HB} = 0.243$ ) y ricas en metales ( $[Fe/H] = -0.47$ ;  $Z = 0.006$  y con una abundancia de helio en su núcleo en la RH de  $Y_{HB} = 0.266$ ) en un rango de masas entre  $0.5 < M_*/M_{\odot} < 0.9$ .

Un método clásico para el estudio de cambios de periodo es por medio del diagrama  $O - C$  (Arellano Ferro *et al.*, 2016a; Arellano Ferro *et al.*, 2018a), que permite un análisis de las diferencias entre los tiempos de máximo brillo observados, y los predichos por una efeméride conocida con un periodo constante. La fiabilidad de este método recae en que las series de tiempo utilizadas sean largas y relativamente continuas, y que las observaciones sean de tal calidad que en las curvas de luz obtenidas se pueda estimar el tiempo de máximo con la precisión deseada.

Es complicado cumplir con estas condiciones, particularmente en la calidad de las curvas de luz. Para datos antiguos la precisión fotométrica no es siempre la deseada, sobretodo en regiones muy pobladas, como en los cúmulos globulares. Hay muy pocos cúmulos para los que se tienen observaciones adecuadas con una base de tiempo mayor a 50 años, algunos ejemplos son: M3 (Corwin y Carney, 2001; Jurcsik *et al.*, 2012), M5 (Arellano Ferro *et al.*, 2016a; Szeidl *et al.*, 2011), NGC 6934 (Stagg y Wehlau, 1980), M14 (Wehlau y Froelich, 1994), M15 (Silbermann y Smith, 1995), NGC 7006 (Wehlau, Slawson y Nemec, 1999),  $\omega$  Cen (Jurcsik *et al.*, 2001) y NGC 6171

(M107) (Arellano Ferro *et al.*, 2018a). En este trabajo se discuten los casos de M5, NGC 6171 y se recopilaron datos de NGC 4147 que cubren alrededor de 58 años, con lo que se hizo el estudio de cambios de periodo correspondiente (Luna y Arellano Ferro, 2019).

Las estrellas RR Lyrae presentan cambios aleatorios seculares en el periodo de pulsación debido a mezclas en el núcleo (Sweigart y Renzini, 1979) o efectos hidromagnéticos, dado que podrían tener un ciclo magnético similar al Sol (Stothers, 1980). Sin embargo, con una base de tiempo suficientemente larga, se puede detectar y estimar la tasa de cambio de aquellas variaciones lentas debidas a la evolución de la estrella en el Diagrama color magnitud (DCM).

## 1.1. Evolución estelar

La variabilidad del brillo de las estrellas se ha intentado explicar desde tan temprano como los siglos XVII y XVIII. Ya en 1667 se hablaba de que el cambio en el brillo de la estrella Mira se debía a rotación (Bullialdus 1667) y para la variación de Algol se propuso que su brillo disminuía a causa de un eclipse (Goodricke, 1783).

A principios del siglo XX ya se conocían muchas estrellas variables, que ahora ya están clasificadas como Cefeidas, RR Lyrae, variables tipo Mira, etc. Shapley (1914) fue el primero en relacionar la variación de la estrella a un proceso de pulsación, un argumento nuevo además de la hipótesis de un sistema ternario. Su argumento se basó en que las cefeidas, al ser estrellas gigantes, son tan grandes que exceden el radio de las órbitas calculadas en el sistema binario, por lo que un sistema binario con tales características no podía existir.

Como alternativa, Shapley propuso la pulsación radial, sin embargo no presentó un modelo que explicase cómo esta pulsación podría darse en una cefeida y además mantenerse. Algunos teóricos como Ritter (1879) y Emden (1907) ya habían considerado la física de las estrellas pulsantes, pero no se conocían los mecanismos.

Temprano en el siglo XX, Arthur Eddington (Eddington, 1918b; Eddington, 1918a; Eddington, 1919) avanzó en el tema, pero fue hasta los trabajos de Zhevakin (1953) y de Cox y Whitney (1958), más de treinta años después, que se empezaron a aclarar los mecanismos detrás de la pulsación de las estrellas Cefeidas.

### 1.1.1. Evolución de una estrella de baja masa

Todo inicia en la fase del colapso de una nube molecular, al desestabilizarse de acuerdo con el criterio de Jeans, es decir, cuando la presión interna de la nube no es la suficiente para impedir que la nube colapse gravitacionalmente, lo que conlleva a una masa crítica (Jeans, 1902):

$$M_J \simeq \left( \frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^{3/2} \left( \frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/2}, \quad (1.1)$$

donde  $T$  es la temperatura de la nube,  $k$  es la constante de Boltzmann ( $k = 1.3807 \times 10^{16}$  erg K<sup>-1</sup>),  $\mu$  es la masa molecular promedio en unidades de la masa de un protón,  $m_H$  es la masa de un protón y  $\rho_0$  es la densidad media de la nube.

La figura 1.1 muestra la evolución de una estrella de baja masa desde la contracción de la nube molecular, hasta las etapas previas a que se convierta en una enana blanca.

Durante la fase de contracción gravitacional, (punto 1 en la Figura 1.1), se crea un núcleo en equilibrio hidrostático por primera vez, se incrementa la luminosidad

y temperatura. Ya que se alcanza la masa final de la proto estrella, ésta se vuelve convectiva, su fotosfera se vuelve visible y su luminosidad decrece con temperatura casi constante, en lo que es conocido como la trayectoria de Hayashi (*Hayashi track*), entrando en la fase pre secuencia principal (*main sequence, MS*). En esta etapa, la estrella es prácticamente convectiva por completo, el núcleo es suficientemente caliente como para que el deuterio se queme eficientemente, la proto estrella disminuye su tamaño e incrementa su temperatura y brillo. Esto da pie a indicios del ciclo CNO <sup>1</sup>, hasta que el <sup>12</sup>C, presente en la nube original, se extingue en el núcleo e inicia la cadena *protón-protón* (PP) <sup>2</sup>, posicionando a la estrella en la *secuencia principal de edad cero* (*Zero Age Main Sequence, ZAMS*), todo esto ocurre en aproximadamente  $5 \times 10^7$  años.

En la ZAMS (punto 2 en la Figura 1.1), la estrella deja de contraerse y se ubica en la MS, donde una estrella de baja masa permanecerá durante una escala de tiempo nuclear <sup>3</sup> de  $\sim 10^{10}$  años. Lentamente, la estrella incrementa su luminosidad y, en menor escala, su temperatura, mientras convierte hidrógeno en helio principalmente mediante la cadena PP.

Una vez que la estrella quema todo su hidrógeno en el núcleo, se da el llamado *punto de salida* (*turn-off point, TO*), en el que el hidrógeno se quema en un cascarón delgado (punto 3 en la Figura 1.1). El núcleo está ahora quemando helio, incrementando su tamaño, manteniéndose relativamente isotérmico. El límite para el crecimiento del núcleo depende de la masa, que al alcanzar aproximadamente el 10% de la masa de la estrella, el núcleo colapsa en una escala de tiempo térmica, calentándose y expulsando energía en el proceso. Esta recibe el nombre de masa de *Schönberg-Chandrasekhar* (Schönberg y Chandrasekhar, 1942). En este punto, el proceso dominante es el ciclo CNO, por lo mismo, el cascarón de hidrógeno se vuelve cada vez más delgado y la envolvente crece, por lo que la estrella se enfría. A esta etapa se le conoce como la *Sub rama de las gigantes* (*Sub-Giant Branch*). En estrellas con mayor masa, esta etapa pasa mucho más rápido, creando un espacio vacío en el DCM conocido como *Hertzsprung Gap*.

El enfriamiento da pie a la envolvente convectiva; el núcleo de helio se contrae produciendo una degeneración en los electrones, por lo que ahora la estrella tiene un núcleo parcialmente degenerado de helio, rodeado por un cascarón donde se quema hidrógeno, el cual se está adelgazando, y una envolvente convectiva que se engruesa. Aquí comienza la etapa de gigante roja, en la Rama de las Gigantes (*Red Giant Branch, RGB*).

La envolvente convectiva es cada vez más profunda, alcanza al núcleo y retira material nuclear en lo que se conoce como el primer dragado o *first dredge-up* (punto 4 en la Figura 1.1). A la estrella le toma unos  $10^9$  años evolucionar desde el punto TO hasta aquí, y permanecerá en la RGB por otros  $10^8$  años, aumentando su luminosidad significativamente, pero no tanto su temperatura.

La envolvente de hidrógeno sigue creciendo hacia afuera, provocando un aumento sustancial en el radio de la estrella y un incremento de masa en el núcleo de

<sup>1</sup>Recibe su nombre por el carbono, oxígeno y el nitrógeno que se forman; al igual que la cadena PP, se crean <sup>4</sup>He, pero usa al <sup>12</sup>C como catalizador.

<sup>2</sup> $4p^+ \rightarrow ^4He + 2e^+ + 2\nu_e + 2\gamma$ .

<sup>3</sup>tiempo que le tomaría a la estrella extinguir todo su hidrógeno a una luminosidad dada:

$$t_{nuc} = \frac{0.007M_*c^2}{L_*}$$



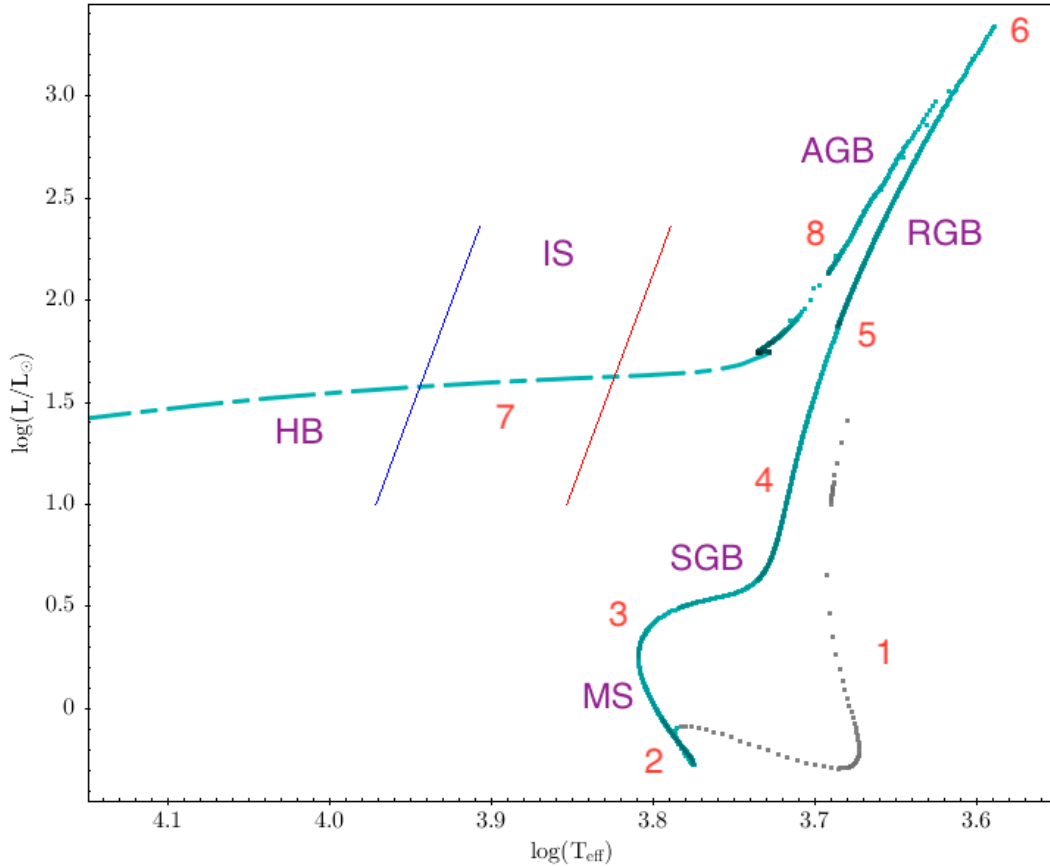


FIGURA 1.1: Traza evolutiva generada con los modelos de BaSTI, para una estrella de  $0.8 M_{\odot}$ ,  $Z = 0.0014$ ,  $[Fe/H] = -1.049$  y abundancia de helio  $Y = 0.2488$ ; sin enriquecimiento de elementos alfa y sin contar con pérdida de masa.

helio. Dicha envoltura se encuentra con una discontinuidad en cuanto a composición química. Tal discontinuidad se debe a la migración del material convectivo hacia adentro. De esta manera, el cascarón de quemado de hidrógeno recibe combustible extra y, al ajustarse a esa situación, disminuye un poco la luminosidad, lo que en el diagrama HR se muestra como un retroceso en su camino evolutivo por la RGB (punto 5 en la Figura 1.1).

Hacia el final de esta etapa evolutiva de la estrella, el núcleo de helio continúa contrayéndose y calentándose, perdiendo grandes cantidades de energía en forma de neutrinos, provocando que las partes más calientes del núcleo se alejen del centro. Cuando la temperatura es lo suficientemente alta, las reacciones de quemado de helio tienen lugar en un cascarón dentro del núcleo y no en el centro de la estrella. El núcleo es ahora tan denso que la materia ahí está degenerada, por lo que el núcleo no se expande al calentarse (la presión de degeneración es independiente de la temperatura) y por lo tanto no se enfriará por dicha expansión, provocando una desestabilización del núcleo; hay un aumento en las reacciones nucleares y entonces la temperatura incrementa rápidamente, lo que lleva a un fenómeno explosivo conocido como el *flash de helio* (punto 6 en las Figura 1.1 y 1.2), donde se fusiona helio en carbono mediante la reacción triple  $\alpha$ <sup>4</sup>. Este proceso es rápido y cede la

<sup>4</sup>  $3^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C} + \gamma + 7.367\text{MeV}$

energía suficiente para expandir el núcleo, disminuyendo su densidad y por ende, la degeneración del gas de electrones en el núcleo. Cuando la materia está en condiciones no degeneradas, las reacciones nucleares incrementan la temperatura local, lo que conlleva a un incremento en la presión que provoca una expansión de la región en dónde se lleva a cabo la reacción, por lo que el material se enfría e impide un incremento en la tasa de reacciones nucleares.

El quemado termonuclear es un proceso auto regulado que permite la quema del elemento en cuestión en el núcleo de una manera estable por un largo periodo de tiempo. En el caso de la materia en condiciones degeneradas no pasa lo anterior. El incremento en la temperatura no conlleva a un incremento en la presión, por lo que el material no se expande y enfría; por lo tanto, la tasa de reacciones termonucleares aumenta, provocando un incremento de temperatura, que a su vez, aumentará la tasa de reacciones termonucleares y así sucesivamente en un proceso llamado *thermonuclear runaway* hasta que ya no exista la condición de degeneración. Esta energía puede llegar hasta  $12L_{\odot}$ .

La mayor parte de la energía producida durante el He-flash se ocupa en eliminar la degeneración del núcleo, impidiendo que la luminosidad incremente en la etapa previa a la RH. Después, la estrella tiene dos fuentes de energía: la combustión de helio en una envoltura convectiva y la de hidrógeno en un cascarón, llegando a la ZAHB. De la punta de la RGB a la ZAHB pasan solamente entre  $10^6$  y  $10^7$  años; es por esto que es poco probable encontrar estrellas en la etapa pre-RH.

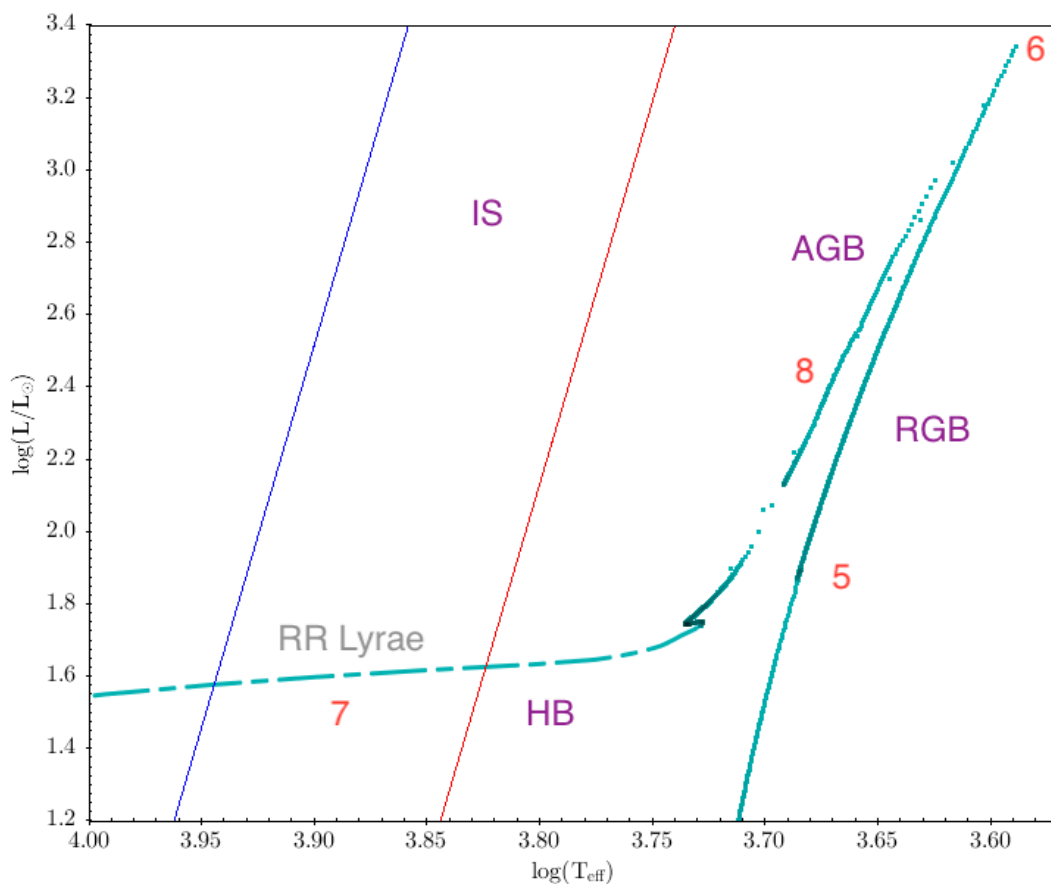


FIGURA 1.2: Ampliación de la RH de la Figura 1.1, las líneas azul y roja corresponden a los bordes de la banda de inestabilidad.

De esta manera, una estrella de baja masa llega a la etapa de quemado de helio;

todas las estrellas en esta etapa evolutiva tienen casi la misma luminosidad sin importar su masa, por lo que a esta región en el DCM se le llama rama horizontal (RH) (punto 7 en las Figuras 1.1 y 1.2), y se observa en los DCM de cúmulos globulares. Esta característica es trascendental en la determinación de distancias y edades de poblaciones estelares viejas y en la formación, así como en el estudio de la evolución de la Galaxia y galaxias satélites cercanas.

En general, las estrellas que pierdan la menor cantidad de masa durante la etapa de la RGB, caerán en la región roja de la RH, por otro lado, aquellas que pierdan una gran cantidad de masa, caerán en la región azul de la ZAHB e incluso podrían ubicarse en la región conocida como la rama horizontal extrema (*Extreme Horizontal Branch, EHB*), o volverse estrellas azules sub-enanas.

En cambio, aquellas estrellas con una pérdida de masa intermedia, se convertirán en estrellas RR Lyrae, ya que se ubicarían en la banda de inestabilidad (*instability strip, IS*), la cual cruza la RH en la región de temperatura intermedia.

Una vez que se extingue el helio en el núcleo de la estrella, después de  $10^8$  años de haber entrado la ZAHB, ésta comienza su evolución hacia la rama asintótica (*Asymptotic Giant Branch, AGB*), que recibe este término al acercarse sin tocar a la RGB (punto 8 en las Figuras 1.1 y 1.2).

Una estrella en esta etapa cuenta con un núcleo inerte formado principalmente por carbono y oxígeno, además de un cascarón de helio y otro exterior de hidrógeno, los cuales se adelgazan progresivamente. Estos dos cascarones son las fuentes principales de energía en diferentes momentos, debido a inestabilidades térmicas exhibidas en forma de pulsos causados por la alta dependencia a la temperatura de la fuente de energía nuclear en estos cascarones delgados. De ahí que a estas estrellas se les conozca como estrellas TP-AGB (*thermally pulsing*), mientras que aquellas que no han alcanzado esta etapa se les conoce como estrellas E-AGB (*early*).

En estrellas E-AGB, el quemado de hidrógeno es poco eficiente por lo que el inicio del quemado de helio en otra capa causa que el cascarón en donde se está quemando el hidrógeno se expanda y enfríe, además provoca una disminución en la luminosidad y un calentamiento de la estrella, lo que en la traza evolutiva se ve como un retroceso y en un DCM de cúmulos muy poblados o de grupos de galaxias viejos, se observa como una aglomeración en la AGB (también llamada *AGB clump*).

El inicio de la etapa TP-AGB se da cuando el hidrógeno en la región de discontinuidad que separa las capas de helio e hidrógeno se extingue y la capa restante de hidrógeno que yace sobre ésta se contrae rápidamente y se enciende. Las regiones con helio a su vez se comprimen y calientan, encendiéndose al llegar a un punto crítico, que, por ejemplo, para un núcleo de  $8M_{\odot}$  de carbono y oxígeno es de  $\sim 10^{-3}M_{\odot}$  (Salaris y Cassisi, 2005).

Al llegar a la etapa posterior a la AGB, el material está en condiciones no degeneradas, por lo que la energía liberada en estos pulsos también incrementa la presión localmente, así que la región donde se está quemando helio se enfría, disminuyendo la tasa de reacciones nucleares y provocando que el helio se quemara de una manera más estable. Aquí, en el cascarón de quema de hidrógeno se ha extinguido éste debido a la baja temperatura y se ha creado helio, que se consume en su totalidad en el cascarón donde se quema helio. Así, se repite el proceso que dió origen a los pulsos.

En esta etapa se generan los *elementos s*<sup>5</sup> y además, los pulsos térmicos previamente mencionados dan origen a bucles en el DCM, dentro de los cuales, la estrella

<sup>5</sup>Son los elementos creados ya que la captura de neutrones es más lenta (s - slow) que el decaimiento  $\beta$ . La captura de neutrones continúa de manera estable en isótopos de cierto elemento hasta que se vuelve un isótopo inestable y ocurre el decaimiento  $\beta$ , formando otro elemento.

podría pasar de nuevo por la banda de inestabilidad y pulsar ahora como una Cefeída tipo II.

La etapa de AGB dura aproximadamente  $10^7$  años y depende en gran parte de la tasa de pérdida de masa.

Una vez que la estrella ha reducido considerablemente su masa, se da un episodio de expulsión de masa conocido como *super viento*. Esto lleva a la formación de una estrella *post AGB*, dónde alrededor de ella, se puede encontrar una Nebulosa Planetaria, cuyo gas esta siendo ionizado y encendido por esta estrella *post AGB*.

Después, la estrella evoluciona hacia el azul rápidamente, hasta que la estrella inicia una secuencia de enfriamiento radiando el resto de su energía como enana blanca (*white dwarf*, WD) de carbono y oxígeno.

Existen otros caminos por los que una estrella de baja masa llega a ser WD. Una manera es que, después de la RGB, sin pasar por las fases de HB ni AGB, la pérdida de masa es tan grande que el núcleo de helio nunca llega a crecer lo suficiente para encenderse, por lo que la WD sería de He y no de C-O. Otra forma es sin pasar por la fase de AGB, cuándo la estrella llega con una temperatura muy alta a la ZAHB, es decir, como estrella de la EHB o sub enana tipo B (sdB); o después de la fase E-AGB, cuando las estrellas EHB o sdB no tienen tan alta temperatura como en el caso anterior.

## 1.2. Ecuaciones de estructura estelar

Las siguientes son las ecuaciones que dominan la estructura estelar. Estas ecuaciones representan la conservación de masa, equilibrio hidrostático, conservación de energía y transporte de energía. Las ecuaciones 1.2 y 1.3 influyen mayormente en la determinación del perfil de densidad de una estrella, mientras que las ecuaciones 1.5 y 1.6 determinan el perfil térmico de la estrella.

Estas ecuaciones representan también la base de la teoría de pulsación estelar.

En el formalismo Lagrangiano, viendo el cambio de las variables respecto a la masa, estas ecuaciones son:

### Conservación de masa

Se toma  $r$  como la distancia desde el centro de la estrella y  $m$  a la masa contenida dentro de ese radio.

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi^2\rho}. \quad (1.2)$$

### Equilibrio hidrostático

La presión  $P$  decrece del centro hacia afuera, tomando la presión en la superficie de la estrella  $P_{sup} = 0$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}. \quad (1.3)$$

Esta ecuación representa el equilibrio entre la presión del gas dentro de la estrella contra el colapso gravitacional de ésta. Cuando se rompe el equilibrio hidrostático, es decir, cuando el gradiente de presión y la gravedad no están en equilibrio, con lo que se trata generalmente en la variabilidad estelar, el elemento de masa sufre una aceleración, por lo que la conservación de momento queda:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -4\pi r^2 \frac{\partial P}{\partial m} - \frac{Gm}{r^2}. \quad (1.4)$$

### Conservación de energía

$$\frac{\partial L}{\partial m} = \epsilon - \epsilon_\nu - \epsilon_g. \quad (1.5)$$

En esta ecuación,  $\epsilon_g$  es la tasa a la que la energía es absorbida o liberada por unidad de masa  $\frac{dQ}{dt}$ ,  $\epsilon_\nu$  es la energía liberada en forma de neutrinos, mientras que  $\epsilon$  es la tasa de energía generada por reacciones termonucleares. La suma de estas energías debe ser igual al cambio en la luminosidad  $L$ , por lo que ninguna capa en la estrella podrá absorber y liberar energía durante un periodo de pulsación; estas capas podrán absorber más energía durante algunas fases, pero la perderán en otras.

### Transporte de energía

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla. \quad (1.6)$$

En esta ecuación,  $T$  es la temperatura,  $P$  la presión y  $\rho$  la densidad, mientras que  $\nabla$  es el *gradiente de temperatura* y tiene la siguiente expresión:

$$\nabla \equiv \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}. \quad (1.7)$$

El gradiente de temperatura depende en si el transporte de energía es principalmente radiativo o adiabático. En el caso de transporte radiativo, la expresión es:

$$\nabla = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa_R L P}{m T^4}, \quad (1.8)$$

donde la constante de radiación  $a = 7.5657 \times 10^{-16} \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-4}$ ,  $c$  es la velocidad de la luz y  $\kappa_R$  es la opacidad media de Rosseland.

Se puede identificar la convección cuando se cumple el criterio de inestabilidad de Schwarzschild (1906):

$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad}. \quad (1.9)$$

Dado el caso, no se debe usar al gradiente de temperatura radiativo, ya que debe considerarse el transporte de energía por convección.

Debe notarse que las derivadas parciales son así, ya que las soluciones físicas que satisfacen estas ecuaciones no son estacionarias, evolucionan con el tiempo como consecuencia de cambios en el interior de la estrella, en la composición química y peso molecular medio  $\mu$  provocados por las reacciones termonucleares.

Otra forma de representar estas ecuaciones es en el formalismo Euleriano, donde  $r$  es la variable independiente, así las ecuaciones 1.2 a 1.6 toman la siguiente forma:

$$\frac{\partial m}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{Gm}{r^2} \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho (\epsilon - \epsilon_v - \epsilon_g) \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{Gm\rho T}{r^2 P} \nabla \quad (1.13)$$

Como se mencionó antes, ya que las escalas de tiempo en la pulsación de la estrella son tan cortas, se pueden ignorar algunos fenómenos involucrados en la evolución estelar, como es el caso del cambio en la composición química. En el caso de las estrellas variables, se trata de sistemas que están oscilando alrededor de un estado de equilibrio, por lo que las soluciones a las ecuaciones de estructura estelar para ese estado de equilibrio se pueden usar como referencia y solo perturbarlas. La derivación y solución de esta teoría queda fuera del enfoque de este trabajo, para una discusión extensa y clara sobre el tema, se refiere al lector a las secciones 4.1 y 5.3 de Catelan y Smith (2015) o Salaris y Cassisi (2005).

### 1.3. Teoría de pulsación estelar

Las estrellas requieren poca energía para pulsar, entonces la cuestión no es la fuente de energía, sino el mecanismo que genera la pulsación.

En esos términos, uno puede suponer que lo que desestabiliza a la estrella tiene que ver con generación de energía y, por otro lado, con la transferencia de energía (Hansen, Kawaler y Trimble, 2004). En el primer caso, el mecanismo dominante es el mecanismo  $\epsilon$ , donde las pulsaciones son excitadas; mientras que en el segundo caso, los mecanismos dominantes son los mecanismos  $\kappa$  y  $\gamma$ .

#### 1.3.1. Mecanismo $\epsilon$

La energía en la estrella se genera en las capas donde están ocurriendo reacciones termonucleares. Cuando la estrella se comprime, la temperatura en estas capas aumenta, provocando un incremento en la tasa de generación de reacciones nucleares, es decir, incrementa la tasa de generación de energía; el proceso contrario ocurre cuando la estrella se expande. Al ganar y perder la energía, las pequeñas perturbaciones en la estrella crecen y se excitan las pulsaciones.

El mecanismo  $\epsilon$ , donde  $\epsilon$  es la tasa de generación de energía, consiste en que la eficiencia de las reacciones termonucleares, que es altamente dependiente de la temperatura, fluctúa junto con la densidad durante la pulsación, y la mantiene.

Usando modelos de pulsación adiabática de una estrella RR Lyrae, Catelan y Smith (2015) calcularon que las fluctuaciones de temperatura son de poco más de 1 K en el cascarón donde se quema hidrógeno y poco menos de 0.5 K en el núcleo de helio. Sin embargo, en estas regiones, las temperaturas son de  $2.7 \times 10^7$  K y de  $1.1 \times 10^8$  K respectivamente, por lo que las fluctuaciones son muchísimo más pequeñas de lo requerido. En el caso de una estrella RR Lyrae, se ha observado que su temperatura superficial varía hasta entre 2000 y 3000 K (de Boer y Maintz, 2010). De esta manera, el mecanismo  $\epsilon$  no juega un papel importante en la pulsación de estrellas tipo RR Lyrae o Ceféidas. Este mecanismo solo afecta el modo radial y tiene una tasa de crecimiento muy lenta, de acuerdo a Noels, Dupret y Godart (2008).

Se pensaba que el mecanismo  $\epsilon$  es más relevante en estrellas masivas de acuerdo a Schwarzschild y Härm (1959), quienes argumentaron que después de una masa crítica de entre 60 y 65  $M_{\odot}$ , la estrella se vuelve inestable gracias a este mecanismo. Sin embargo, también notaron que la amplitud del pulso predicha por sus modelos

podría no alcanzarse en la práctica. En el caso de estrellas de baja masa, Lenain *et al.* (2006) propusieron que el mecanismo  $\epsilon$  es importante en las oscilaciones de modo  $g$  en las estrellas variables  $\delta$  Scuti. Miller Bertolami, Córscico y Althaus (2011) sugirieron que este mecanismo podría dar origen a pulsaciones en estrellas calientes que llegan a la EHB después del flash de He.

### 1.3.2. Mecanismo $\kappa$ y $\gamma$

En este caso, la transferencia de energía es la que juega un papel importante en la pulsación. Para que la estrella pulse, algunas de sus capas deben ganar energía durante la compresión y liberarla durante la expansión, típicamente se asocia a estas capas con las regiones de ionización parcial de hidrógeno y helio.

Tomando la opacidad de Rosseland aproximada de la siguiente manera:

$$\kappa_R \propto \rho^n T^{-s}, \quad (1.14)$$

para la absorción libre-libre en un gas no degenerado completamente ionizado, la ecuación anterior toma la siguiente forma:

$$\kappa_R \propto \rho T^{-7/2}, \quad (1.15)$$

que es conocida como la ley de opacidad de Kramers y cuya expresión fue derivada por Eddington (1926). Según esta expresión, cuando la temperatura incrementa, la opacidad tiene a decrecer en las capas que no están parcialmente ionizadas.

Alrededor de los 20000 y 40000 K, se dan unos pequeños incrementos en la opacidad causados por la ionización del hidrógeno y la ionización parcial del helio; alrededor de estas zonas, la opacidad tiende a incrementar con la temperatura. Pero, si la opacidad incrementa durante la compresión de la estrella, entonces la región afectada en la estrella va a frenar la energía durante la compresión para después liberarla durante la expansión, lo que contribuye eficientemente al mecanismo de pulsación. El mecanismo  $\kappa$  es justamente ese incremento en la opacidad.

Por otro lado, cuando las mismas capas involucradas en el mecanismo  $\kappa$  ganan energía durante la compresión se le conoce como el mecanismo  $\gamma$ . La notación de ambos mecanismos se debe a la opacidad ( $\kappa$ ) y a que el coeficiente adiabático  $\gamma$  controla hasta que punto una capa en la estrella se calienta, es decir, gana energía, durante la compresión. Así, ambos mecanismos trabajan en conjunto y dominan la pulsación de estrellas tipo RR Lyrae; se les conoce como el *mecanismo de calentamiento*.

### 1.3.3. Evolución a través de la IS

Para que la estrella pulse, debe estar fuera de equilibrio, es decir, no debe cumplir con las condiciones de estabilidad descritas anteriormente. Los mecanismos de pulsación radial derivados de las variaciones de la opacidad, es decir, los mecanismos  $\kappa$  y  $\gamma$ , tiene su origen en las zonas de ionización parcial de hidrógeno y helio; si la temperatura de la estrella es muy grande, dichas zonas se ubicaran en las capas más externas de la estrella o ni siquiera existirán, implicando un límite hacia el azul en el diagrama HR, por lo que una frontera azul debe existir para que la inestabilidad suceda. De la misma manera, hacia el otro extremo, existe un límite hacia el rojo provocado por el transporte de energía por convección, que actúa opuestamente al frenado de energía del que se habló en la sección anterior y que es de gran importancia para los mecanismos  $\kappa$  y  $\gamma$ ; de esta manera, si la estrella es muy fría, la convección disminuirá la pulsación. Lo anterior se resume en la existencia de una

región llamada *banda de inestabilidad* (*instability strip*) en el diagrama HR dentro de la cual es posible la pulsación estelar.

Cómo se puede observar en la Figura 1.2, la banda de inestabilidad está inclinada. La pendiente en la frontera azul aparece, de acuerdo a King y Cox (1968), debido a que las Cefeidas tienen una gravedad efectiva más baja en las zonas que producen la inestabilidad, por lo que se necesita una menor temperatura efectiva para que dichas regiones estén a la profundidad idónea para llevar a cabo la inestabilidad.

De acuerdo a simulaciones hidrodinámicas, Gastine y Dintrans (2008) confirmaron que las zonas de ionización responsables de la inestabilidad deben estar a cierta profundidad de la estrella para que la pulsación ocurra; esta zona de transición separa el interior cuasiadiabático de la superficie radiativa.

Por otro lado, la pendiente en la frontera roja tiene que ver con la interacción entre la pulsación y la convección, dónde modelos de pulsación de Bono *et al.* (1999) entre otros, que toman en cuenta la convección dependiente del tiempo, han podido reproducir esta pendiente.

#### 1.3.4. Evolución y periodo de pulsación: Relación entre periodo y densidad media

Al evolucionar, la estrella cambia propiedades físicas como su masa, radio y por lo tanto densidad, lo que se ve reflejado en un cambio en el periodo de pulsación. Así, el periodo de pulsación en una estrella variable está relacionado con la etapa evolutiva de ésta. Ritter (1879) fue el primero en obtener una relación para el periodo y la densidad media de una estrella variable.

Las oscilaciones mecánicas representan el principal mecanismo de pulsación en una estrella, por lo tanto, las ondas de sonido que se propagan en el interior de la estrella son las responsables de este fenómeno. El periodo de la onda de sonido a través del interior de la estrella está dado por:

$$\mathcal{P} = 2 \int_0^R dt = 2 \int_0^R \frac{dr}{v_s(r)}. \quad (1.16)$$

La velocidad del sonido está dada por

$$v_s = \sqrt{\frac{\Gamma P}{\rho}}, \quad (1.17)$$

dónde  $\Gamma$  es el factor de Lorentz <sup>6</sup>,  $P$  es la presión y  $\rho$  la densidad. De esta manera

$$\mathcal{P} = 2 \int_0^R dt = 2 \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{\frac{\Gamma(r)P(r)}{\rho(r)}}}. \quad (1.18)$$

Por otro lado, partiendo de que la estrella se encuentra en equilibrio hidrostático:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2} = -\frac{4}{3}\pi Gr\rho^2. \quad (1.19)$$

Entonces

$$P(r) = -\int_r^R \frac{4}{3}\pi Gr\rho^2 dr \quad (1.20)$$

<sup>6</sup>  $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ , es el factor relativista por el cual la masa, tiempo y longitud del objeto en movimiento cambian.



y, suponiendo que  $\rho$  es constante en toda la estrella,

$$P(R) - P(r) = -\frac{2}{3}\pi Gr^2\rho^2 \Big|_r^R. \quad (1.21)$$

Ya que en la superficie de la estrella  $P(r = R) = 0$ <sup>7</sup>,

$$P(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho^2[R^2 - r^2]. \quad (1.22)$$

Sustituyendo la ecuación 1.22 en la ecuación 1.18,

$$\mathcal{P} = 2 \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{\frac{\Gamma(r)}{\rho(r)} \frac{2}{3}\pi G\rho^2[R^2 - r^2]}} \quad (1.23)$$

Suponiendo que  $\Gamma(r)$  es constante a través de la estrella y, además,  $\rho = \langle \rho \rangle$  es la densidad media de la estrella,

$$\mathcal{P} = 2\sqrt{\frac{3}{2\pi\langle \rho \rangle G\Gamma}} \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{R^2 - r^2}}. \quad (1.24)$$

La integral de la ecuación anterior tiene como resultado  $\frac{\pi}{2}$ , por lo que

$$\mathcal{P} = \sqrt{\frac{3\pi}{2G\Gamma}} \frac{1}{\sqrt{\langle \rho \rangle}}, \quad (1.25)$$

o, visto de otra manera:

$$\mathcal{P} \propto \langle \rho \rangle^{-1/2}. \quad (1.26)$$

La ecuación 1.25 es conocida como la relación de Ritter e indica que las estrellas más densas deberían tener periodos de pulsación más cortos que estrellas menos densas, una enana blanca pulsará con menor periodo que una cefeída. Cabe mencionar que el periodo de pulsación es equiparable a la escala de tiempo dinámica del sistema<sup>8</sup>, muy por debajo de la escala de tiempo térmica (o de Kelvin-Helmholtz)<sup>9</sup> o nuclear.

<sup>7</sup>No es realmente 0, pero es varios órdenes de magnitud menor a la presión en el interior de la estrella, por lo que es despreciable.

<sup>8</sup>tiempo para restablecer el equilibrio hidrostático; tiempo de cruce de una onda de sonido:

$$t_{din} = \left( \frac{R_*^3}{GM_*} \right)^{1/2}$$

<sup>9</sup>tiempo que requiere la estrella para radiar su energía térmica o gravitacional a una luminosidad dada y entonces contraerse; el tiempo en el que se transporta calor en la estrella:

$$t_{KH} \simeq \frac{GM_*^2}{R_*L_*}$$

## Capítulo 2

# Estrellas pulsantes tipo RR Lyrae

Las estrellas RR Lyrae son estrellas de masa baja, de entre  $0.5M_{\odot}$  a  $0.8M_{\odot}$ , pulsan radialmente y están en la banda de inestabilidad, donde ésta cruza la rama horizontal. Las estrellas RR Lyrae atraviesan esta zona durante la fase evolutiva en la que su fuente de energía es la fusión de helio en el núcleo, así, su presencia es indicativa de que el sistema estelar tiene al menos 10 mil millones de años de edad, pues son estrellas viejas de Población II.

Este tipo de variables, aunque también son numerosas en el campo general de la Galaxia, son comúnmente encontradas en cúmulos globulares, tanto así que hasta mediados del Siglo XX, eran llamadas variables de cúmulo. Tienen periodos de entre 4.8 y 22 horas. Su tipo espectral se encuentra entre A2 y F6. Son aproximadamente 100 veces más luminosas que el Sol y se conocen un poco más de 5000 en la Galaxia. La magnitud absoluta  $M_V$  de las RR Lyrae es de aproximadamente  $0.6 \pm 0.3$  mag (Clement *et al.*, 2001), por lo que las variaciones en sus curvas de luz pueden identificarse con cierta facilidad si no están muy lejos. Las estrellas RR Lyrae tienen aproximadamente la misma edad y su rango de masas es pequeño, por lo que se encuentran aproximadamente en la misma fase evolutiva. Cuando se logra determinar la magnitud absoluta de estas variables, se pueden determinar sus distancias individuales y por lo tanto, la distancia media al cúmulo globular al que pertenecen.

Solon J. Bailey (1854-1931) fue el primer astrónomo que clasificó a las estrellas RR Lyrae en tres tipos según la forma de su curva de luz y las clasificó en los tipos a, b y c. Las RRc tienen curvas de luz prácticamente sinusoidales. Las de tipo a y b son muy parecidas, ambas tienen una curva no sinusoidal, la principal diferencia es que la amplitud en las RRa es un poco mayor y con un periodo ligeramente menor a las RRb. Posteriormente, se encontró conveniente agrupar a las de los tipos a y b en uno solo, el tipo RRab. Las estrellas tipo RRab tienen una amplitud mayor a las RRc, por lo que no es extraño que las estrellas tipo RRc no se encuentren con tanta regularidad como las RRab en las búsquedas de estrellas variables (Smith, Catelan y Clementini, 2009). En la Figura 2.1 se muestran las curvas de luz de los dos tipos de estrellas RR Lyrae en el cúmulo M5 y la Figura 2.2 muestra la separación de estos dos tipos de estrellas en el diagrama periodo-amplitud o de Bailey.

De acuerdo a Preston (1959), la posición de las RRab en el diagrama de Bailey depende de la metalicidad de las estrellas, sin embargo, Bono, Caputo y Di Criscienzo (2007) argumentan que tal posición también depende de los detalles de la morfología de la rama horizontal.

Las estrellas RRab tienen generalmente periodos mayores a 12 horas mientras que las RRc tienen periodos menores a 12 horas. Además, las tipo ab pulsan en su modo fundamental con periodo  $P_0$ , es decir, con el máximo periodo posible dado su radio y masa; por otro lado, las tipo c pulsan en el primer sobretono de periodo  $P_1$ .

Ya que una estrella variable se comporta como oscilador armónico, es posible que tenga más de un modo de pulsación e incluso exhibir dos modos simultáneamente.

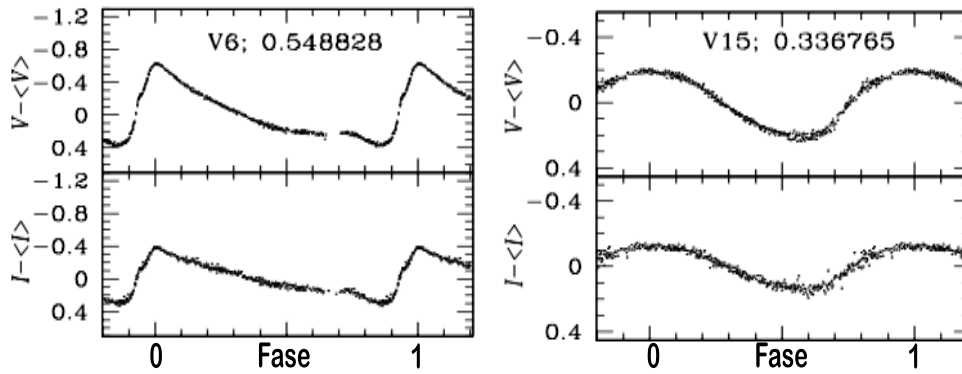


FIGURA 2.1: Curvas de luz de una estrella tipo RRab (izquierda) y una tipo RRc (derecha). Las curvas de luz pertenecen a M5 (Arellano Ferro *et al.*, 2016b)

Debido a la variedad de modos en que puede pulsar una estrella RR Lyrae, Alcock *et al.* (2000) del proyecto MACHO (MASSive Compact Halo Objects), introdujeron otra notación para diferenciarlas, donde las correspondencias son: RR0 para las RRab, RR1 para las RRc, RR01 para las estrellas que pulsan en su modo fundamental y en el primer sobretono correspondiente a la notación RRd, y RR2 para las RRe, que pulsan en el segundo sobretono. Además, descubrieron tres estrellas que pulsan en el primer y segundo sobretono en la Nube Mayor de Magallanes (*Large Magellanic Cloud*, LMC), cuya notación es RR12.

Haciendo un análisis de frecuencias de 108 estrellas bimodales RRd en la LMC, Alcock *et al.* (2000) calcularon la relación entre los periodos del modo fundamental y el primer sobretono, siendo el promedio de estas:

$$\frac{P_1}{P_0} = 0.745 .$$

Cuando entra a la ZAHB, la RR Lyrae es una estrella gigante, con un radio entre 4 y 6 veces mayor al del Sol, aunque tanto su radio como su masa se han reducido mucho con respecto a los que tenía en la RGB. La pérdida de masa de una estrella gigante roja se da cerca de la punta de la RGB y al final de los  $10^6$  años que dura su evolución en esta etapa; ésta se da por episodios. Aunque hay varias expresiones analíticas que describen la pérdida de masa en gigantes rojas (Kudritzki y Reimers, 1978; Reimers, 1975; Reimers, 1977; Schröder y Cuntz, 2005; Schröder, Pols y Eggleton, 1997), sigue siendo poco claro que tan confiables son y que tan correlacionada está la pérdida de masa con la metalicidad (Origlia *et al.*, 2002).

Entender la pérdida de masa en estrellas gigantes rojas es de suma importancia para comprender las propiedades de las estrellas en la rama horizontal, su distribución de color y producción de estrellas RR Lyrae por ejemplo.

La ubicación de la estrella en la ZAHB depende de su masa total, la masa de su núcleo y de su composición química, sin embargo, se cree que las estrellas en un mismo cúmulo globular comenzaron en la secuencia principal con una composición química similar y además, cuando éstas llegan a la ZAHB, se espera que sus núcleos tengan masas similares. Por tales razones, y según teoría de evolución estelar, la secuencia que siguen en la RH depende solo de la masa y podría ser ligeramente distinta si cada estrella perdió diferentes cantidades de masa, lo que provoca que la etapa evolutiva en la ZAHB no empiece a la misma temperatura, con lo que algunas

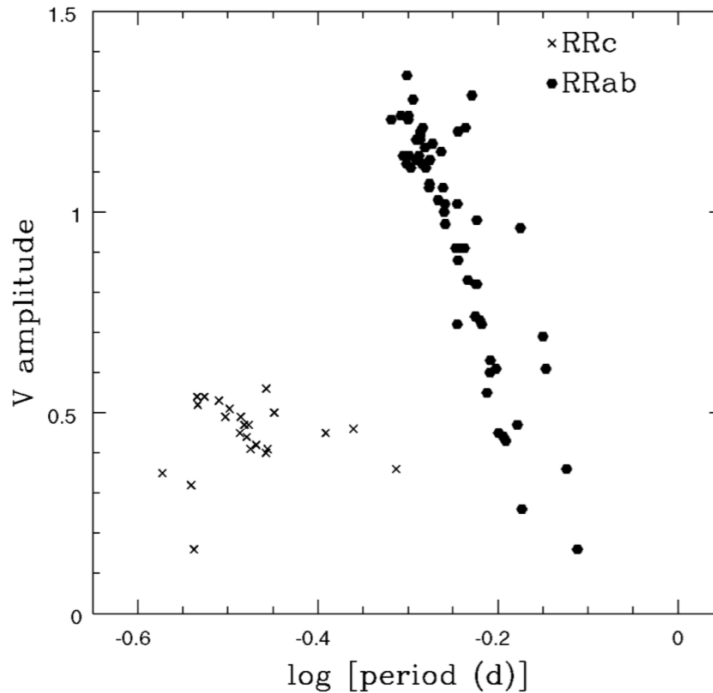


FIGURA 2.2: Diagrama Periodo-Amplitud o de Bailey del cúmulo globular M3. Imagen tomada de (Smith, Catelan y Clementini, 2009).

estrellas empiezan a pulsar como RR Lyrae un poco más al rojo o más azul, determinando si las estrellas pulsarán como RRab o RRc (Arellano Ferro *et al.*, 2015b; Arellano Ferro *et al.*, 2015a). Recientemente, Jang *et al.* (2014) argumentaron que si hay más de una generación estelar en un mismo cúmulo, éstas tendrían diferentes composiciones químicas, particularmente en la abundancia de helio, lo que produce evolución en la rama horizontal desplazada al rojo o al azul.

Ya que el tiempo que pasa una estrella en la rama horizontal es corto en comparación con la edad del cúmulo, se cree que estas estrellas tenían masas casi idénticas cuando estaban en la secuencia principal. Por tal razón, la dispersión a lo largo de la rama horizontal implica que diferentes estrellas sobre ésta han experimentado diferentes cantidades de pérdida de masa antes de alcanzar la ZAHB, como se mencionó anteriormente. Sin embargo, la determinación de masas a partir de isócronas teóricas es complicado, ya que podría ser que no todas las RR Lyrae en un cúmulo provengan de la ZAHB, sino que algunas podrían haber entrado en la banda de inestabilidad desde la rama de las gigantes en una evolución hacia el azul o hacia el rojo y en diferentes momentos (Silva Aguirre *et al.*, 2008; Caputo, Castellani y Tornambe, 1978). Estas serían estrellas pre-ZAHB o “pseudo RR Lyrae” identificadas por medio de tasas negativas grandes de cambio secular de periodo (Arellano Ferro *et al.*, 2018a; Arellano Ferro *et al.*, 2016a; Luna y Arellano Ferro, 2019).

## 2.1. Dicotomía de Oosterhoff

Pietr Oosterhoff (1907-1977), al estudiar cinco cúmulos globulares, se dio cuenta que los cúmulos globulares se pueden dividir en dos grupos de acuerdo al número de estrellas tipo RRab y RRc que contengan, así como por su periodo de pulsación; los periodos promedio calculados por él para los cúmulos globulares M3 y M5 son

de alrededor de 0.55 días, mientras que a su población de estrellas RRc le calculó un periodo medio de alrededor de 0.32 días. Notó además, que en estos cúmulos hay un mayor porcentaje de estrellas RRab que de RRc. Por otro lado, las estrellas RRab en  $\omega$  Cen, M15 y M53 tienen periodos medios de alrededor de 0.65 días, con aquellos correspondientes a las estrellas RRc de 0.38 días. Aquí el número de estrellas RRab y RRc es similar, con una ligera mayoría de estrellas RRc (Oosterhoff, 1939).

De esta manera, a los cúmulos con una población de estrellas RR Lyrae similar a M3 o M5 se les denomina grupo I de Oosterhoff (OoI) y a aquellos con una población similar a  $\omega$  Cen, M15 y M53 se les denomina grupo II de Oosterhoff (OoII).

En cúmulos del grupo OoI, el periodo promedio de las estrellas RRab es de 0.559 días y el de las RRc es de 0.326 días. Por otro lado, en los cúmulos del grupo OoII son mayoría las estrellas RRc, con un periodo promedio de  $\langle P_{RRc} \rangle = 0.368$  días, mientras que el periodo promedio en estrellas RRab es de  $\langle P_{RRab} \rangle = 0.659$  días (Clement *et al.*, 2001).

La Figura 2.3, tomada de Clement *et al.* (2001), muestra el histograma de periodos de estrellas RRab y RRc en los grupos OoI y OoII; los autores tuvieron una muestra de 936 estrellas RRab y 232 estrellas RRc en cúmulos de grupo OoI y 333 estrellas RRab y 268 RRc en cúmulos de grupo OoII.

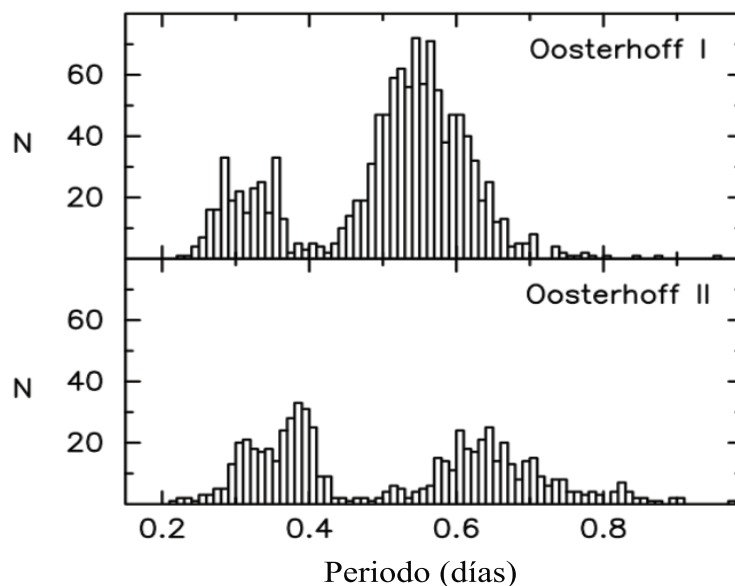


FIGURA 2.3: Distribución de periodos de estrellas RR Lyrae en cúmulos de grupo OoI (arriba) y OoII (abajo). (Clement *et al.*, 2001)

Otro parámetro importante para diferenciar los grupos de Oosterhoff es la metalicidad. En su momento, Oosterhoff no lo pudo notar debido a que los valores de  $[Fe/H]$  en cúmulos globulares no habían sido determinados. Los cúmulos globulares más ricos en metales generalmente cuentan con una RH predominantemente roja, por lo que tienen pocas o ninguna RR Lyrae. Los cúmulos del grupo OoII son más pobres en metales que los del grupo OoI. Para los cúmulos globulares de la Galaxia, dicha separación se puede notar en el plano Periodo medio- $[Fe/H]$ , mostrado en la Figura 2.4, donde se puede apreciar una franja casi hueca conocida como *Oosterhoff Gap*. En esta figura, los cúmulos NGC 6338 y NGC 6441, que son relativamente ricos en metales, pero que tienen valores grandes de  $\langle P_{RRab} \rangle$  están clasificados como OoIII o Oosterhoff intermedio, por sus valores peculiares de periodo medio y/o metalicidad, este tipo de cúmulos no comparte una región clara con ninguno de los

otros dos tipos. A esta figura se le podría añadir el cúmulo NGC 4147, clasificado recientemente como OoIII o intermedio por Arellano Ferro *et al.* (2018b).

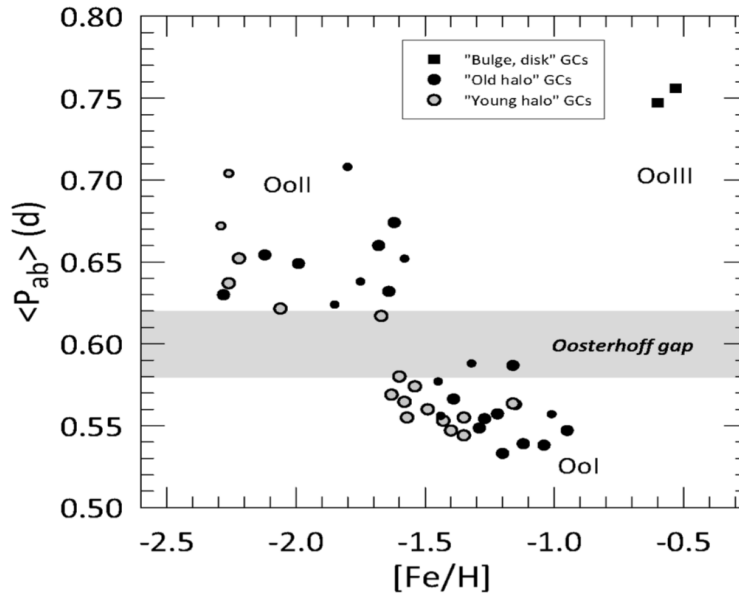


FIGURA 2.4: Tipos de Oosterhoff y metalicidad de cúmulos globulares en la Galaxia. Figura tomada de Smith, Catelan y Clementini (2009).

Para explicar la dicotomía de Oosterhoff, Sandage (1981) propuso que los cúmulos con las menores abundancias de metales tienen mayores abundancias de helio, por lo que los cúmulos globulares pobres en metales tienen las RR Lyrae más brillantes. Sin embargo, por sí misma, una mayor luminosidad de las estrellas RR Lyrae en cúmulos de tipo OoII no explica la mayor proporción de estrellas tipo RRc en cúmulos tipo OoII.

Un mecanismo de histéresis, propuesto por van Albada y Baker (1973) y desarrollado por Caputo, Castellani y Tornambe (1978), ilustrado en la Figura 2.5, explica que las estrellas RRab que entran en esta región cuando están evolucionando del rojo al azul, se mantienen pulsando en modo fundamental. De esta manera, si estas estrellas dominan en un cúmulo, éste tendría menos RRc, como en el caso de los tipo OoI. Por otro lado, las estrellas RRc que se mueven hacia el rojo a través de esa región de histéresis, se mantendrían pulsando en el primer sobretono, lo que produciría un cúmulo de tipo OoII. Tal mecanismo se ha sustentado con modelos teóricos (Bono *et al.*, 1997).

En este escenario, las estrellas RR Lyrae en cúmulos de tipo OoII podrían haber entrado en la IS provenientes de una posición en la rama horizontal azul, mientras que las RR Lyrae en cúmulos de tipo OoI, contendrían estrellas tanto evolucionadas como no evolucionadas. Lo anterior conlleva a los cúmulos de tipo Oo-Intermedio en el plano de morfología de la RH-metalicidad. Sin embargo, en cúmulos globulares galácticos, no se intersectan estas bandas, se crea un hueco, el llamado *Oosterhoff gap* que se menciono anteriormente.

Que una estrella RR Lyrae evolucione hacia el rojo o hacia el azul puede detectarse midiendo los cambios seculares de periodo de la población de estas estrellas en un cúmulo determinado.

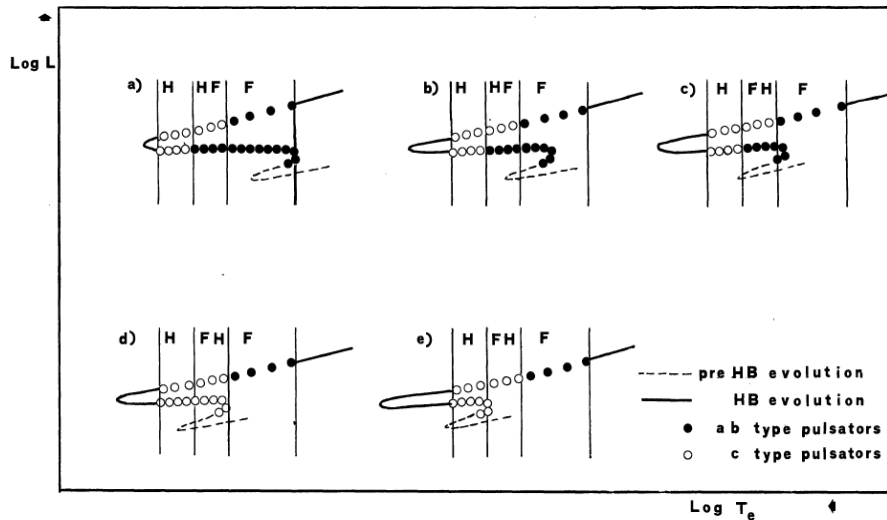


FIGURA 2.5: Ejemplo de cómo la zona de inestabilidad puede poblarse por estrellas RRab (círculos llenos) o RRC (círculos vacíos) durante la evolución de la rama horizontal bajo la hipótesis de un mecanismo de histéresis. Diagrama tomado de Caputo, Castellani y Tornambe (1978, Fig. 3).

## 2.2. Cambios de periodo

Arthur Eddington (1882 – 1944) notó en 1918 que se puede obtener evidencia cuantitativa de la evolución física de la estrella a través del cálculo de la tasa del cambio de periodo y, un año después, mostró que la tasa de cambio de periodo en  $\delta$  Cep a lo largo de 126 años era mucho menor que la esperada si su energía proviniese solo de la gravedad y el mecanismo de contracción de Kelvin-Helmholtz.

Los estudios de cambio de periodo en estrellas RR Lyrae comenzaron con Martin (1938), al descubrir que los periodos de estas estrellas en el cúmulo globular  $\omega$  Centauri eran en su mayoría crecientes. Se espera que los cambios de periodo observados, del orden de minutos, den información sobre qué tan rápido y hacia dónde evolucionan las estrellas RR Lyrae, dónde la teoría sugiere que las RR Lyrae incrementen su tasa de cambio de periodo al dirigirse del azul al rojo en la RH, o decreciente en la dirección opuesta.

La estructura compleja de algunos diagramas  $O - C$  en estudios previos, sugiere que hay un tipo de ruido sobrepuesto a las variaciones de periodo resultantes de la evolución estelar. Esto significaría que dichos diagramas son más bien una convolución entre procesos estocásticos y cambios evolutivos (Paparo *et al.*, 1998).

Como se ha mencionado antes, si se cuenta con una muestra suficiente de estrellas con una base de tiempo amplia, es posible determinar los cambios seculares en los periodos de pulsación y conjeturar sobre si estos son de origen evolutivo o estocástico.

El hecho de que la estrella cambie su periodo de pulsación debido a su evolución, es una predicción básica de la teoría de evolución estelar; dicha predicción viene dada por la ecuación de Ritter (ecuación 1.25): a medida en que la estrella cambia su luminosidad y temperatura, su densidad media también cambia y, por lo tanto, el periodo cambia inversamente con  $\sqrt{\langle \rho \rangle}$ . Lo anterior implica que una estrella variable con densidad decreciente, provocada ya sea por que su luminosidad incrementa o su temperatura decrece, debe tener un periodo de pulsación que está incrementando, suponiendo que tal estrella mantiene su masa constante.

Dado que las estrellas que evolucionan hacia el rojo y hacia luminosidades mayores en el diagrama HR, pertenecen principalmente a cúmulos globulares con rama horizontal azul, la tasa de cambio de periodo positiva sería atribuida a efectos evolutivos y estaría presente en dichos cúmulos. Por otro lado, los cúmulos globulares con rama horizontal roja o intermedia, deberían mostrar en promedio, cambios de periodo negativos o alrededor de cero (Arellano Ferro *et al.*, 2016a; Arellano Ferro *et al.*, 2018a; Catelan, 2009; Luna y Arellano Ferro, 2019).

De acuerdo a la teoría de evolución estelar, una estrella de baja masa, cómo lo es una RR Lyrae, estará en la rama horizontal alrededor de  $10^8$  años, aunque no todo ese tiempo en la banda de inestabilidad. Partiendo de ese punto, los cálculos de tasas de cambio de periodo tomando en cuenta la tasa de reacciones nucleares, dan básicamente dos predicciones (Sweigart y Renzini, 1979; Koopmann *et al.*, 1994; Kunder *et al.*, 2011):

- Hacia el final de su paso por la rama horizontal, la tasa de cambio de periodo debería ser menor a 0.1 días por cada millón de años.
- En un siglo, deberían observarse solo pocas RR Lyrae que alteren o cambien de signo en su tasa de cambio de periodo.

Del primer punto, se espera que una tasa grande de incremento de periodo debería observarse en las estrellas RR Lyrae que evolucionan hacia el rojo, al final de su paso por la RH. Por otro lado, una tasa grande de decremento de periodo sería aún más rara, observándose en pocas RR Lyrae que no han alcanzado la ZAHB o que tienen inestabilidades en su estructura (Silva Aguirre *et al.*, 2008; Sweigart y Renzini, 1979; Koopmann *et al.*, 1994). Sin embargo, las observaciones revelan otro panorama.

Se han hecho estudios de cambio de periodo en estrellas RR Lyrae individuales de campo (Le Borgne *et al.*, 2007; Le Borgne, Klotz y Boer, 2008; Percy y Tan, 2013). Sin embargo, en esos casos es difícil describir el comportamiento e implicaciones evolutivas de estos cambios (Smith, 2013).

La Figura 2.6 muestra el diagrama  $O - C$  de la estrella tipo RR Lyrae XZ Cyg, construido por Smith (2013) a partir de la base de datos de GEOS (Le Borgne *et al.*, 2007; Le Borgne, Klotz y Boer, 2008). Durante el siglo pasado, la estrella tuvo cambios tanto crecientes como decrecientes, mayores a la incertidumbre, derivada de las observaciones, en el periodo de la estrella. Sin embargo, cabe mencionar que la estrella muestra efecto Blazhko<sup>1</sup>, lo que altera la posición del tiempo de máximo brillo sin que sea el resultado de la evolución estelar y por lo tanto vuelve compleja la interpretación de su diagrama  $O - C$ .

Baldwin y Samolyk (2003) identificaron diversos episodios de cambio de periodo, repartidos en siete intervalos de tiempo distintos, para esto usaron datos de la *American Association of Variable Star Observers* (AAVSO) que cubrían 38 años.

Los cambios observados en esta estrella son muy largos, abruptos y variables para ser consistentes con las predicciones teóricas. XZ Cyg exhibe cambios de periodo muy diferentes a los esperados si solo se toman en cuenta aquellos derivados de los cambios evolutivos. Los cambios grandes en el diagrama  $O - C$  podrían ser más comunes en estrellas que tienen efecto Blazhko, debido a la naturaleza de éste, aunque

<sup>1</sup>El efecto Blazhko es una modulación en la amplitud de la curva de luz en una estrella RR Lyrae. Sergei Blazhko notó cambios periódicos en el tiempo de máximo brillo de la estrella RR Lyrae RW Dra. (Blazhko, 1907). Se ha intentado explicar de diferentes maneras (véase Stothers, 2006; Smolec *et al.*, 2011; Gillet, 2013), pero aún no hay un consenso sobre su origen.



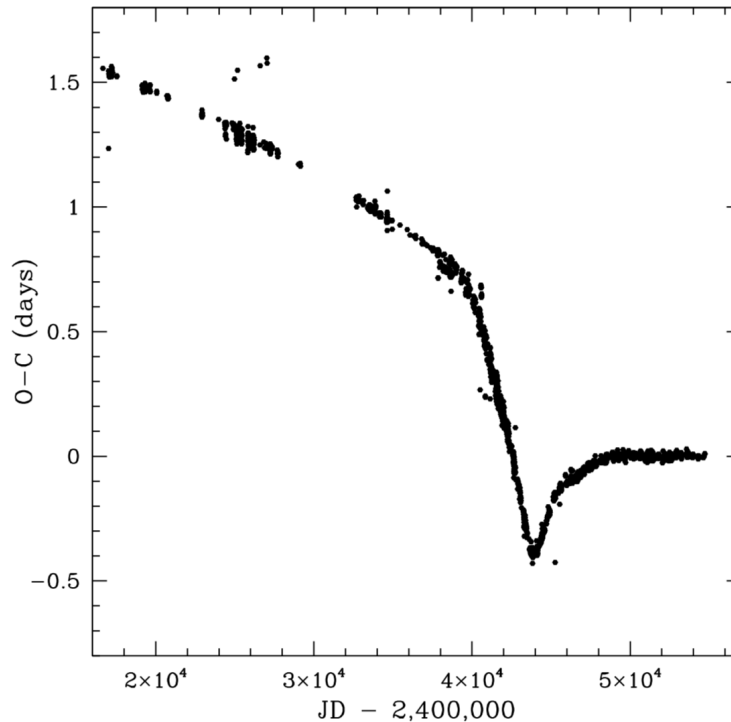


FIGURA 2.6: Diagrama  $O - C$  para la estrella tipo RR Lyrae XZ Cyg, a partir de la base de datos de GEOS. Imagen tomada de Smith (2013).

no necesariamente serían de naturaleza evolutiva. Por esta razón en nuestros estudios sobre M5, NGC 6171 y NGC 4147, no hemos considerado a estrellas RR Lyrae con efecto Blazhko.

Aún en aquellas estrellas RR Lyrae con cambios de periodo grandes, éstos son pequeños en comparación a su periodo de pulsación, en general son de algunas partes en  $10^4$ , por ejemplo la variable tipo RRab V104 en M5, con  $\beta = -19.796 \text{ d Myr}^{-1}$  (Arellano Ferro *et al.*, 2016a), al tener un periodo de pulsación  $P = 0.486748 \text{ d}$  (Arellano Ferro *et al.*, 2016b), éste es  $\sim 10^4$  veces más grande que su tasa de cambio de periodo.

Para emparar las observaciones con la teoría para estrellas en la RH, las estrellas RR Lyrae deben tener una contribución de ruido estocástico en el cambio de periodo sobrepuesta al cambio de periodo debido a la evolución de la misma. Este ruido, al promediarse en un intervalo grande de tiempo, debería ser equivalente a la tasa de cambio de periodo producida por los procesos evolutivos de la estrella.

Sweigart y Renzini (1979) proponen que eventos discretos de mezclado en la región semi convectiva de la RR Lyrae producirían tal ruido, contando tanto cambios de periodo crecientes o decrecientes. Según este modelo, los cambios de periodo dados por estos eventos, serían iguales a aquellos que predicen los modelos teóricos que toman en cuenta una redistribución de la composición química de la estrella a medida que ésta evoluciona.

Otro aspecto a considerar es la pérdida de masa en la RH, que si es suficientemente grande, podría producir cambios de periodo. Pero, los cálculos que consideran pérdidas de masa plausibles, no producen cambios de periodo consistentes con las observaciones (Koopmann *et al.*, 1994).

Cox (1998) atribuye estos cambios de periodo a pequeñas variaciones en el gradiente de helio en las regiones de la estrella debajo de las zonas de convección de

hidrógeno y helio. El dragado ocasional de helio ubicado debajo de las zonas de convección podría deberse al *overshooting* convectivo. Cox aplicó este modelo para explicar a la variable V53 en M15, que es una RR Lyrae de doble modo en la que los periodos del modo fundamental y el primer sobretono cambian en sentido opuesto (Paparo *et al.*, 1998).

Considerando cambios en el radio de la fotosfera asociados a la energía magnética de la estrella, Stothers (1980) argumenta que el ruido en el cambio de periodo podría ser causa de efectos hidromagnéticos. También usa la misma idea para explicar el efecto Blazhko (Stothers, 2006).

Hasta ahora no se ha demostrado si alguno de estas propuestas es correcta.

Es muy difícil probar teorías de evolución a partir de cambios de periodo en estrellas RR Lyrae individuales, sin embargo, el trabajo se facilita un poco al observar patrones en un grupo de estrellas RR Lyrae, así como aquellas en un cúmulo globular.

Hasta hace no mucho, se creía que todas las estrellas RR Lyrae en un cúmulo globular compartían un mismo camino evolutivo, es decir, se habían formado con prácticamente la misma composición química inicial y al mismo tiempo. Sin embargo, se ha argumentado que dentro de las estrellas RR Lyrae en un cúmulo globular, podría haber más de una generación, por lo que no tendrían una misma composición (Alonso-García *et al.*, 2013; Jang *et al.*, 2014).

¿Por qué estudiar los cambios de periodo en una RR Lyrae y no otro tipo de estrella variable, por ejemplo, una Cefeída? Aunque menos que las Cefeidas, las RR Lyrae son lo suficientemente brillantes para observarse con relativa facilidad en los estudios CCD o aún cuando se utilizaban las placas fotográficas, facilitando que estos estudios puedan abarcar una amplia base de tiempo. Aunado a esto, los cambios en brillo rápidos, de horas, permiten que para una base de tiempo de unos 100 años, el conteo de ciclos alcance alrededor de 70 000 de éstos. Por el contrario las cefeidas tienen periodos entre 10 y 50 veces mas largos que las RR Lyrae y el número de tiempos de máximo brillo disponibles en una base temporal será menor y más difíciles de observar. No obstante se conocen ejemplos muy bonitos de cambios seculares de periodo en cefeidas clásicas, por ejemplo en la estrella polar o Polaris (Arellano Ferro, 1983).

Aunque un método clásico para derivar cambios de periodo es el uso de diagramas  $O - C$ , esto conlleva una complicación. Si existe un hueco temporal muy prolongado entre los estudios de un cúmulo, podría resultar en un mal conteo de ciclos entre una época de observación y otra. Lo anterior provoca una tendencia irregular en el diagrama  $O - C$  y es más notoria en estrellas que tienen una tasa grande de cambio de periodo y un periodo corto. Sin embargo, lo anterior se puede corregir al hacer un conteo adecuado de ciclos (Arellano Ferro *et al.*, 2016a; Arellano Ferro *et al.*, 2018a; Luna y Arellano Ferro, 2019).

Aún con las discrepancias y complicaciones descritas anteriormente, la tasa promedio de cambio de periodo calculada en estrellas RR Lyrae en cúmulos globulares es más consistente con la teoría que aquella de las RR Lyrae de campo (Smith, 2013).

## Capítulo 3

# Métodos

### 3.1. Método $O - C$

Este método ha sido de los más usados por su simplicidad y utilidad para determinar si hay un error en el cálculo del periodo de una estrella o existe una variación temporal real en el periodo de pulsación de la estrella en cuestión.

El método consiste en calcular la diferencia entre el tiempo de máximo brillo observado ( $O$ ) y el calculado ( $C$ ) a partir de un periodo dado y una época de referencia, para después estudiar el comportamiento de estos residuos a través de diversas épocas; de ahí el nombre del método:  $O - C$ .

En principio, uno puede usar cualquier característica de la curva de luz de la estrella, sin embargo, al tratarse de estrellas RR Lyrae, al menos con aquellas de tipo RRab, el tiempo máximo de brillo está bien definido, pues la curva es muy aguda en el máximo, a diferencia del mínimo que es más redondeado o aplanado, por lo que se mantiene casi constante durante un intervalo de fase mayor. En el caso de las RRc que, al tener una curva más senoidal, se puede usar la bisectriz del máximo.

Tomando una época  $E_0$  como referencia, el tiempo de máximo brillo calculado está dado por:

$$C = E_0 + P_0N, \quad (3.1)$$

dónde  $N$  es el número de ciclos entre el tiempo de máximo  $E_0$  y el tiempo calculado  $C$ , y  $P_0$  es el periodo de la estrella en  $E_0$ . Así, el número de ciclos entre  $E_0$  y  $O$  es

$$N = \left[ \frac{O - E_0}{P_0} \right], \quad (3.2)$$

con los corchetes incompletos denotando el redondeo al entero menor más cercano.

Con esta información se puede construir el llamado diagrama  $O - C$  al graficar el número de ciclos  $N$  contra los residuos  $O - C$ .

La distribución de los puntos puede modelarse por una distribución cúbica (una distribución cuadrática sería un caso particular de la cúbica):

$$O - C = A_0 + A_1N + A_2N^2 + A_3N^3, \quad (3.3)$$

y, sustituyendo la ecuación 3.1 en la ecuación 3.3, el tiempo de máximo observado está dado por

$$O - [E_0 + P_0N] = A_0 + A_1N + A_2N^2 + A_3N^3 \quad (3.4)$$

$$O = (A_0 + E_0) + (A_1 + P_0)N + A_2N^2 + A_3N^3. \quad (3.5)$$

En esta última ecuación el término  $A_0 + E_0$  es la época corregida para el ajuste, mientras que el término  $A_1 + P_0$  es el periodo corregido en esa época.

Se puede calcular el valor que tendría el periodo en cualquier ciclo  $N$ , derivando la ecuación 3.5 de la siguiente manera:

$$P(N) = \frac{dO}{dN} = A_1 + P_0 + 2A_2N + 3A_3N^2. \quad (3.6)$$

Luego, la variación del periodo con respecto al tiempo ( $\beta$ ) es

$$\beta \equiv \dot{P} = \frac{dP}{dt} = 2A_2 \frac{dN}{dt} + 6A_3N \frac{dN}{dt}. \quad (3.7)$$

Ya que  $t = PN$ , entonces

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{P}, \quad (3.8)$$

por lo tanto

$$\beta = \frac{2A_2}{P} + \frac{6A_3N}{P}. \quad (3.9)$$

En el caso en el que se trate de una distribución lineal de residuos  $O - C$  con respecto al número de ciclos  $N$ , entonces el coeficiente  $A_2 = A_3 = 0$  y, como se puede ver en la ecuación 3.6, es necesario corregir el periodo inicial  $P_0$  añadiéndole el coeficiente  $A_1$ .

Si la tasa de cambio de periodo  $\beta$  cambia con el tiempo, ésta se puede obtener derivando la ecuación 3.9 con respecto al tiempo que, para un ciclo dado  $N$ , resulta:

$$\dot{\beta} = \frac{6A_3}{P^2} - \frac{\beta}{P^2}(2A_2 + 6A_3N). \quad (3.10)$$

Para el caso de  $N = 0$  y  $P = P_0$ , las ecuaciones 3.9 y 3.10 anterior se vuelven:

$$\beta = \beta_0 = \frac{2A_2}{P_0} \quad (3.11)$$

y

$$\dot{\beta} = \dot{\beta}_0 = \frac{6A_3}{P_0^2} - \frac{4A_2^2}{P_0^3}. \quad (3.12)$$

### 3.2. El plano $(P, \beta)$

Cuando los datos disponibles no abarcan una base temporal suficientemente larga, los tiempos de máximo brillo no se pueden calcular con la precisión deseada o no son lo suficientes para atacar al problema desde el enfoque del método  $O - C$ , es posible utilizar otro método, presentado por Kains *et al.* (2015) para calcular tasas de cambio de periodo en una muestra de estrellas RR Lyrae en el cúmulo NGC 4590 y que también fue utilizado por Arellano Ferro *et al.* (2015b) para el estudio correspondiente en NGC 6229.

La tasa de cambio de periodo se puede ver de la siguiente manera:

$$P(t) = P_0 + \beta(t - E), \quad (3.13)$$

dónde nuevamente  $\beta$  es la tasa de cambio de periodo y  $P_0$  es el periodo en la época  $E$ . Así, el número de ciclos transcurridos desde la época  $E$  está dado por:

$$N_E = \int_E^t \frac{dx}{P(x)} = \frac{1}{\beta} \ln \left[ 1 + \frac{\beta}{P_0} (t - E) \right], \quad (3.14)$$

por lo tanto, la fase  $\Phi$  al tiempo  $t$  es

$$\Phi(t) = N_E - \lfloor N_E \rfloor, \quad (3.15)$$

con los corchetes incompletos denotando el redondeo al entero menor más cercano.

Después, se construye una malla  $(P, \beta)$  con pasos de  $10^{-6}$  d y  $0.01$  d Myr $^{-1}$  en  $P$  y  $\beta$  respectivamente, en una vecindad de  $P_0$  y examinando la dispersión en la curva de luz para cada par. De esta manera, la solución será aquella que exhiba la menor dispersión al poner en fase simultáneamente todos los conjuntos de datos. Si dentro de las 10 curvas de luz con menos dispersión existe una con  $\beta = 0$ , se toma esa como solución, lo que indica simplemente una corrección en el periodo. Evidentemente, este método funciona mejor cuando se aplica a estrellas con muchas observaciones, por el contrario, se pueden encontrar varios mínimos en la malla.

## Capítulo 4

# NGC 5904 (M5)

Este cúmulo está ubicado en  $\alpha = 15^h 18^m 33^s.22$ ,  $\delta = +02^\circ 04' 51''.7$ , J2000, en la Galaxia se encuentra en el hemisferio norte galáctico:  $l = 3.86^\circ$ ,  $b = +46.8^\circ$  y su rama horizontal tiene una magnitud media aparente  $V_{RH} = 15.07$  (Harris, 1996, edición 2010).

Al ser uno de los cúmulos más brillantes en la Galaxia, ha sido observado desde finales del siglo XIX con suficiente regularidad, así, uno puede encontrar el primer artículo sobre el cúmulo, temprano en el siglo XX (Bailey y Pickering, 1917), donde describen y reportan observaciones obtenidas entre 1889 y 1912. Las siguientes observaciones fueron obtenidas en 1917 (Shapley, 1927), lo que llevó a Oosterhoff (1941) a realizar el primer estudio de variaciones de periodo en las estrellas RR Lyraes de M5; esto fue posible ya que para este estudio contó con datos distribuidos en una base de tiempo de 40 años, dividida en tres épocas de observación: 1895-1897, 1917 y 1934. Oosterhoff logró detectar variaciones de periodo en 43 estrellas tipo RRab y no estudió a las del tipo RRc. Concluyó que estadísticamente no existe una preferencia para el incremento o disminución secular de los periodos de las RRab en M5.

Coutts y Sawyer Hogg (1969) añadieron 40 años a la base de tiempo con observaciones que abarcan de 1936 a 1966. Ellas llegaron a la misma conclusión que Oosterhoff (1941) y además argumentaron que al momento, no podían atribuirle las pequeñas variaciones de periodo a procesos evolutivos; los cambios de periodo serían aleatorios y/o abruptos, de esta manera, ajustan algunos de sus diagramas O – C mediante dos líneas que se intersectan en lugar de una parábola.

Con datos de 1952 y de 1958 a 1968 observados en la estación de Crimea del Sternberg Astronomical Institute, Kukarkin y Kukarkina (1971) extendieron el análisis de cambio de periodo a 51 estrellas. Estos autores publicaron tiempos de máximo brillo para las estrellas en su muestra además de los diagramas O – C; aunado a esto, calcularon tiempos de máximo brillo para las observaciones de Bailey y Pickering (1917). Encontraron que 27 estrellas tienen incremento en su periodo, en 14 el periodo decrece y en 9 estrellas, el periodo permanece constante.

Storm, Carney y Beck (1991) hicieron estudios de cambios de periodo en 10 variables más, mientras que Reid (1996) lo hizo para 30 variables más, con lo que la base de tiempo se extendió hasta 1992.

Los estudios más recientes y completos son los de Szeidl *et al.* (2011) y Arellano Ferro *et al.* (2016a). Szeidl *et al.* (2011) contaron con una base de tiempo de alrededor de 100 años y complementaron los datos disponibles, incluyendo aquellos de 1952 a 1993 que no lo estaban y obtuvieron de archivos de observaciones fotográficas en los observatorios de Asiago, Konkoly y Las Campanas. Los autores usaron una muestra de 86 estrellas RR Lyrae en las que el 50% de las RRc y el 34% de las RRab mostraron variaciones irregulares de periodo, concluyendo que no hay un incremento o decremento preferencial en el periodo, es decir, no hay una dirección preferente en la evolución de las estrellas RR Lyrae hacia el rojo o el azul; ellos le atribuyen

CUADRO 4.1: Fuentes de datos fotométricos de estrellas RR Lyrae en M5.

Referencia	Años	Banda
Bailey y Pickering (1917)	1889-1912	<i>pg</i>
Shapley (1927)	1917	<i>pg</i>
Oosterhoff (1941)	1932-35	<i>pg</i>
Coutts y Sawyer Hogg (1969)	1936-66	<i>pg</i>
Szeidl <i>et al.</i> (2011)	1952-63	<i>pg</i>
Szeidl <i>et al.</i> (2011)	1971-73	<i>pg</i>
Kukarkin y Kukarkina (1971)		
Cohen y Gordon (1987)	1986	<i>B, I</i>
Storm, Carney y Beck (1991)	1987	<i>CCD V</i>
Cohen y Matthews (1992)	1989	<i>CCD V</i>
Brocato, Castellani y Ripepi (1996)	1989	<i>CCD V</i>
Reid (1996)	1991-92	<i>CCD V</i>
Kaluzny <i>et al.</i> (1999)	1997	<i>CCD V</i>
Arellano Ferro <i>et al.</i> (2016a)	2012-14	<i>CCD V</i>

las variaciones irregulares al efecto Blazhko, ya que encontraron una relación entre los cambios de periodo irregulares y las estrellas de tipo RRab que exhiben efecto Blazhko.

Finalmente, el estudio de Arellano Ferro *et al.* (2016a) extendió la base de tiempo a 118 años gracias a observaciones realizadas en 2012 y 2014. En este estudio, descrito en este capítulo, se investigó el cambio de periodo de 76 estrellas RR Lyrae utilizando dos métodos independientes.

#### 4.1. Observaciones

Con las observaciones realizadas por nuestro grupo de trabajo hemos logrado ampliar la base de tiempo a 118 años para algunas variables. Estas observaciones se hicieron durante 11 noches entre el 29 de febrero de 2012 y el 9 de abril de 2014 con el telescopio de 2.0 m del Indian Astronomical Observatory, en la provincia de Hanle, India. Se obtuvieron 392 imágenes en los filtros *V* e *I* del sistema de Johnson-Kron-Cousins, aunque para el estudio de cambios de periodo sólo se usaron los datos obtenidos con el filtro *V*. Se puede encontrar una descripción completa de estas observaciones, así como del proceso de reducción de datos en el trabajo de Arellano Ferro *et al.* (2016b).

La Tabla 4.1 lista las fuentes de datos descritos en la sección anterior, con los que se hizo este estudio.

#### 4.2. Diagramas *O – C*

Con los datos recopilados, se puede construir entonces los diagramas *O – C* para cada variable. La Tabla 4.2 muestra los datos utilizados para reproducir el diagrama *O – C* de la estrella V1. La primera columna es el día juliano heliocéntrico correspondiente al tiempo de máximo brillo en la curva de luz, las columnas 2 y 3 son, respectivamente, los residuos *O – C* y el conteo de ciclos *N* calculados de acuerdo al

CUADRO 4.2: Tiempos de máximo observados ( $O$ ) de estrellas RR Lyrae en M5 con los residuos  $O - C$  correspondientes calculados con las efemérides dadas para cada variable. Las fuentes para el cálculo de tiempos de máximo o los tiempos en sí, se encuentran en la columna 4 con la siguiente notación: KK (listado por Kukarkin y Kukarkina (1971)); hWil (calculado para datos de 1917 del observatorio Mount Wilson, publicados por Coutts y Sawyer Hogg (1969)); hDDO (calculado para datos del DDO, publicados por Coutts y Sawyer Hogg (1969)); CSH (listado por Coutts y Sawyer Hogg (1969) a partir de datos de Oosterhoff (1941)); COU (listado por Coutts y Sawyer Hogg (1971) a partir de datos de 1917 del observatorio Mount Wilson Coutts); hOOS (calculado a partir de datos de Oosterhoff (1941)); STO (calculado a partir de datos de Storm, Carney y Beck (1991)); BRO (calculado a partir de datos de Brocato, Castellani y Ripepi (1996)); KAL (calculado a partir de datos de Kaluzny *et al.* (1999)), B24, A49, L24 y P40 (calculado a partir de datos de la Tabla 1 de Szeidl *et al.* (2011)); COH (calculado a partir de datos de Cohen y Sarajedini (2012)); AF16 (calculados con datos de Arellano Ferro *et al.* (2016b)). Este es un extracto de la tabla completa, publicada en formato electrónico en el portal de CDS

Variable	$P_0$ (días)	$E_0$ (HJD)	
V1	0.567513	2456504.1766	
$O$ (HJD)	$(O - C)$	No. de ciclos	Fuente
240 0000.+	días		
13715.5848	+0.6066	-82004.	KK
16250.4334	+0.5714	-77146.	KK
19535.6214	+0.5443	-70850.	KK
21350.3764	+0.4988	-67372.	KK
21375.9511	+0.5069	-67323	hWil
21424.9782	+0.4883	-67229.	COU
27563.8074	+0.4078	-55464	CSH
27610.2469	+0.4092	-55375.	KK
33858.6369	+0.3190	-43400	hDDO
34154.497	+0.3228	-42833.	B24
36762.3805	+0.2774	-37835.	KK
38071.5434	+0.2613	-35326.	KK
39065.5396	+0.2457	-33421.	KK
39942.1631	+0.2458	-31741.	KK
41007.6310	+0.2144	-29699.	A48
42126.8660	+0.2013	-27554.	L24
42954.4190	+0.1890	-25968.	P40
50578.7717	+0.0878	-11356.	KAL
56063.2547	-0.0059	-845.	AF16
56504.1766	0.0	0.	AF16
56757.2390	-0.0077	+485.	AF16



método descrito en la sección 3.1; en la columna 4 se encuentran las fuentes utilizadas para el cálculo de tiempos de máximo o dónde éstos se encuentran publicados. El diagrama  $O - C$  se obtiene al graficar la columna 3 contra la columna 2. Cabe recalcar que la forma del diagrama  $O - C$  recae en el conteo adecuado de ciclos.

Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran los diagramas  $O - C$ . Los resultados de los ajustes a estos diagramas se listan en la Tabla 4.3. Las efemérides adoptadas  $P_0$  y  $E_0$  están en las columnas 3 y 4, mientras que las efemérides corregidas  $E_0 + A_0$  y  $P_0 + A_1$  se muestran en las columnas 5 y 6. Las tasas de cambio de periodo  $\beta$  obtenidas con el método de residuos  $O - C$  y con el método del plano ( $P, \beta$ ) se listan en las columnas 7 y 8 respectivamente.

Aquellos valores de  $\beta$  en negritas en la Tabla 4.3 son los preferidos por nuestro análisis. En algunos casos, ningún valor está en negritas, esto es debido a que su solución depende de pocos puntos, por lo que en estos casos hemos adoptado el valor de  $\beta = 0$ , por ejemplo para V53, V94, V95, V96 y V100. Lo mismo se da cuando una solución cuadrática puede variar al optar por un conteo de ciclos diferente, como es el caso de V85 y V97.

Para V24 encontramos dos posibles distribuciones parabólicas, mostradas con distinto color en la Figura 4.1. Al ajustar la parábola roja, el valor resultante  $\beta = +0.868 \text{ dMyr}^{-1}$  sería el mayor en M5. Sin embargo, al hacer un conteo adecuado de ciclos, se puede ajustar la parábola mostrada en negro; en este caso, el valor de  $\beta = -0.327 \text{ dMyr}^{-1}$ .

Debido a la falta de tiempos de máximo o la falta de precisión en la determinación de éstos, los diagramas correspondientes a V14, V28 y V35 no muestran una distribución cuadrática ni lineal clara, por lo que no hemos podido lograr una buena solución. El resto de los diagramas indica un cambio suave en el periodo o que el periodo se mantiene constante durante los 118 años de observaciones.

Como se mencionó en la sección 3.1, en el caso en el que el periodo se mantiene constante, los residuos  $O - C$  siguen una tendencia lineal. Los puntos grises presentes en algunos diagramas representan aquellos obtenidos con un valor inicial de periodo  $P_0$ . La distribución lineal indica que no hay cambio de periodo, pero al no ser horizontal, el periodo inicial adoptado no es correcto y debe corregirse de acuerdo a la ecuación 3.6, que en el caso de la distribución lineal,  $A_2 = A_3 = 0$ . Al corregir el periodo por  $P_0 + A_1$ , los puntos ocupan un lugar alrededor de  $O - C = 0$  y están representados con puntos negros.

Lo anterior se da para las estrellas V1, V11, V13, V18, V20, V26, V30, V31, V32, V34, V38, V40, V44, V47, V53, V65, V78, V79, V82, V83, V86, V91, V92, V94 y V100; estas estrellas están etiquetadas por la letra "b" en la última columna de la Tabla 4.3; se puede observar que para estas estrellas, el valor de  $\beta$ , calculado por completez, es muy cercano a 0.

En el caso de las estrellas V8, V15 y V80, los residuos  $O - C$  concuerdan más con una distribución cúbica (línea punteada) que con una distribución cuadrática (línea negra). Los puntos marcados con una "X" no fueron considerados para el ajuste correspondiente.

A diferencia del trabajo de Szeidl *et al.* (2011), en este estudio no confirmamos variaciones irregulares de periodo. Para bases de tiempo largas, es común que el conteo de ciclos se exceda o quede corto, por lo que los residuos  $O - C$  seguirían tendencias irregulares. Al hacer un conteo minucioso de ciclos, dichos residuos tendrán, salvo algunas excepciones, una distribución lineal o cuadrática, lo que se puede explicar en el marco de evolución estelar.

CUADRO 4.3: Tasas de cambio de periodo y nuevos periodos en estrellas RR Lyrae en M5. Los números entre paréntesis en la columna 7 son la incertidumbre en el último lugar decimal y es la incertidumbre asociada al coeficiente  $A_2$  de la ecuación 3.11. Los valores de  $\beta_0$  marcados en negrita son los recomendados en nuestro análisis.

Variable Star ID	Variable Type	$P_0$ (AF16) (days)	$E_0$ (+2 450 000) (HJD)	$E_0 + A_0$ (+2 450 000) (HJD)	$P_0 + A_1$ (days)	$\beta_0$ ( $O - C$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )	$\beta_0$ ( $P, \beta$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )	$P_0$ ( $P, \beta$ ) (days)	notes
V1	RRab Bl	0.521794	6757.2390	6757.2354	0.52178651	<b>-0.001(3)</b>	+0.02	0.521787	<i>b</i>
V3	RRab	0.600189	6029.2645	6029.2694	0.60018771	<b>+0.040(9)</b>	0.0	0.600186	
V4	RRab Bl	0.449647	6046.2142	6046.2148	0.44964950	-0.084(23)	<b>-2.31</b>	0.449556	<i>a</i>
V5	RRab	0.545853	6061.3453	6061.3512	0.54584759	<b>-0.306(12)</b>	-	-	
V6	RRab	0.548828	5989.4522	5989.4478	0.54882336	<b>-0.113(13)</b>	-0.07	0.548826	
V7	RRab	0.494413	5989.4323	5989.4383	0.49441262	<b>+0.227(3)</b>	+0.25	0.494415	
V8	RRab Bl	0.546251	5989.3293	5989.3665	0.54625752	+0.474(50)	+0.12:	0.546240	<i>a</i>
V9	RRab	0.698899	6063.4105	6063.4203	0.69889415	<b>-0.030(13)</b>	-0.04	0.698893	
V11	RRab	0.595897	6046.2751	6046.2751	0.59589193	+0.009(8)	<b>0.0</b>	0.595893	<i>b</i>
V12	RRab	0.467699	6046.2434	6046.2467	0.46769709	<b>-0.230(3)</b>	-0.28	0.467695	
V13	RRab Bl	0.513133	6046.2579	6046.2299	0.51312442	+0.018(55)	+0.08	0.513127	<i>b</i>
V14	RRab Bl	0.487156	6063.2014	6063.2048	0.48715409	-	-	-	<i>a</i>
V15	RRc	0.336765	6061.4425	6061.4579	0.33677029	<b>-0.043(1)</b>	+0.03	0.336768	<i>a</i>
V16	RRab	0.647632	6029.1907	6756.4814	0.64763260	<b>+0.064(11)</b>	+0.11	0.647635	
V17	RRab	0.601390	6312.5181	6312.5207	0.60138522	-0.204(8):	-	-	<i>a</i>
V18	RRab Bl	0.463961	6757.2450	6757.2504	0.46395054	-0.007(29)	-	-	<i>b</i>
V19	RRab Bl	0.469999	6046.2639	6046.2800	0.4699988	<b>+0.111(4)</b>	-	-	<i>a</i>
V20	RRab	0.609473	5987.4631	5987.4773	0.60947601	-0.021(6)	-0.06	0.609473	<i>b</i>
V24	RRab Bl	0.478439	6029.3187	6029.3310	0.47843694	<b>-0.327(11)</b>	-	-	<i>a</i>
V25	RRab	0.507525	5987.3835	5087.3861	0.50756321	<b>+0.933(94)</b>	+4.01	0.507685	<i>a</i>
V26	RRab Bl	0.622561	5989.4356	5989.4459	0.62256400	-0.001(20)	<b>0.0</b>	0.622564	<i>b</i>
V27	RRab	0.470322	6063.3866	6063.3959	0.47033603	<b>-0.301(6)</b>	-	-	
V28	RRab Bl	0.543877	6312.5122	-	-	-	-0.16:	0.543922	<i>a</i>
V30	RRab	0.592178	5987.4673	5987.4708	0.59217587	-0.007(21)	<b>0.0</b>	0.592176	<i>b</i>
V31	RRc bump	0.300580	6046.2639	6046.2466	0.30058184	<b>-0.012(1)</b>	-0.05	0.300580	<i>a</i>
V32	RRab	0.457785	5989.4255	5989.4275	0.45778643	-0.004(4)	-	-	<i>b</i>
V33	RRab	0.501481	5989.3506	5989.3502	0.50148223	<b>+0.068(7)</b>	+0.09	0.501481	
V34	RRab	0.56810	6061.2497	6061.2499	0.56814325	0.003(9)	<b>0.0</b>	0.568145	<i>b</i>
V35	RRc bump	0.308217	6063.2209	-	-	-	-	-	<i>a</i>
V36	RRab	0.627725	6061.1878	6061.1759	0.62772336	<b>+0.038(12)</b>	-	-	<i>a</i>
V37	RRab	0.488801	6029.3187	6029.3184	0.48880064	<b>+0.089(3)</b>	+0.12	0.488802	
V38	RRab	0.470422	6504.2422	6504.2582	0.47042828	-0.018(49)	-	-	<i>a, b</i>
V39	RRab	0.589037	6063.3327	6063.3305	0.58904270	<b>+0.081(6)</b>	+0.11	0.589044	
V40	RRc Bl	0.317327	6063.1929	6063.2066	0.31732968	-0.005(5)	-0.01	0.317329	<i>b</i>
V41	RRab	0.488572	6061.3027	6061.3054	0.48856722	<b>-0.078(12)</b>	-0.04	0.488569	<i>a</i>
V43	RRab	0.660226	6029.2970	6757.4952	0.66022986	<b>+0.023(11)</b>	0.0	0.660229	
V44	RRc	0.329599	5987.4916	5987.4848	0.32960270	+0.006(12)	<b>0.0</b>	0.329603	<i>b</i>
V45	RRab Bl	0.616636	6061.3946	6061.3870	0.61663865	<b>+0.027(5)</b>	+0.01	0.616638	
V47	RRab	0.539730	6757.2200	6312.4917	0.53972813	0.022(12)	<b>0.0</b>	0.539728	<i>b</i>
V52	RRab	0.501541	6029.2645	6029.2705	0.50154260	<b>+0.044(23):</b>	-	-	<i>a</i>
V53	RRc	0.373519	5987.5209	5987.5172	0.37351709	<b>0.0</b>	-	-	<i>a, b</i>
V54	RRab	0.454115	5989.3176	5989.3192	0.45411516	<b>+0.045(7)</b>	-	-	<i>a</i>
V55	RRc Bl	0.328903	6504.1925	6504.1933	0.32890264	<b>+0.058(8)</b>	+0.07	0.328903	
V56	RRab Bl	0.534690	6061.3186	6029.2424	0.53469980	<b>+0.166(16)</b>	+0.20	0.534701	<i>a</i>
V57	RRc	0.284697	6046.2434	6046.2467	0.28469423	<b>-0.094(14)</b>	-0.01	0.284689	
V59	RRab	0.542025	6061.2807	6061.2820	0.54202707	<b>+0.016(3)</b>	-0.03	0.542024	
V60	RRc bump	0.285236	6504.1518	6504.1550	0.28523571	<b>-0.018(6)</b>	-0.04	0.285235	
V61	RRab	0.568642	6061.4250	6061.4286	0.56864272	<b>+0.266(5)</b>	+0.25	0.568642	
V62	RRc bump	0.281417	5989.3176	5989.3057	0.28142735	<b>+0.200(9)</b>	-	-	<i>a</i>
V63	RRab Bl	0.497686	6756.3534	6046.1731	0.49768368	<b>+0.065(9)</b>	+0.06	0.497683	

<sup>a</sup>: Hay comentarios para estas estrellas en la sección 4.4 de Arellano Ferro *et al.* (2016a). Los dos puntos a un lado del valor de  $\beta$  indican incertidumbres particulares  
<sup>b</sup>: Todas estas estrellas exhiben un comportamiento lineal en el diagrama  $O - C$  y los valores  $\beta$  no están alejados de cero, por lo que se recomienda un valor de  $\beta = 0$ .

CUADRO 4.3: Continuación

Variable Star ID	Variable Type	$P_0$ (AF16) (days)	$E_0$ (+2 450 000) (HJD)	$E_0 + A_0$ (+2 450 000) (HJD)	$P_0 + A_1$ (days)	$\beta_0$ ( $O - C$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )	$\beta_0$ ( $P, \beta$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )	$P_0$ ( $P, \beta$ ) (days)	notes
V64	RRab	0.544489	6062.1833	6062.1804	0.54449142	<b>-0.161(27)</b>	-0.13	0.544493	
V65	RRab Bl	0.480664	5989.4389	5989.4474	0.48067521	+0.214(7):	-	0.480672	<i>a, b</i>
V74	RRab	0.453984	6061.3915	6061.3934	0.45398467	<b>-0.119(3)</b>	-0.12	0.453985	
V77	RRab	0.845158	6061.3518	6061.3484	0.84514463	<b>+0.340(21)</b>	+0.32	0.845145	
V78	RRc	0.264820	5989.5204	5989.5341	0.26481743	-0.003(3)	0.0	0.264817	<i>b</i>
V79	RRc	0.333139	6046.2326	6046.2411	0.33313845	-0.012(4)	-	-	<i>b</i>
V80	RRc	0.336542	6046.2751	6046.2843	0.33654488	<b>+0.123(7)</b>	-	-	<i>a</i>
V81	RRab	0.557271	6504.2422	6504.2393	0.55726945	<b>-0.562(9)</b>	-	-	
V82	RRab	0.558435	6063.2014	6063.2038	0.55843655	-0.051(91)	-0.23	0.558433	<i>b</i>
V83	RRab	0.553307	6061.4320	6061.4372	0.55330724	-0.008(6)	-	-	<i>b</i>
V85	RRab Bl	0.527535	6061.3804	6061.3804	0.52752587	-0.234(12)	+0.71	0.527537	<i>a</i>
V86	RRab	0.567513	6504.1925	6504.1916	0.56751027	-0.065(9)	-	-	<i>a</i>
V87	RRab	0.738421	6061.2186	6061.2050	0.73842323	<b>+0.369(14)</b>	+0.35	0.738423	
V88	RRc	0.328090	5989.5102	5989.5271	0.32808564	-0.024(21)	-0.45	0.328080	<i>b</i>
V89	RRab	0.558443	6063.1970	6063.1985	0.55844471	<b>+0.060(58)</b>	-0.04	0.558445	
V90	RRab	0.557168	6061.3518	6061.3482	0.55716550	<b>+0.114(8)</b>	+0.10	0.557165	
V91	RRab	0.584945	6063.4183	6063.4085	0.58494285	+0.011(27)	<b>0.0</b>	0.584943	<i>b</i>
V92	RRab Bl	0.463388	6061.1878	6061.1781	0.46338677	+0.025(19)	-0.87:	0.463351	<i>a, b</i>
V93	RRab	0.552300	5987.4505	-	-	-	-	-	<i>a</i>
V94	RRab	0.531327	6061.2497	6061.2475	0.53132796	0.0	-	-	<i>a, b</i>
V95	RRc bump	0.290832	6061.3613	-	0.29083223	0.0	+2.15	0.290833	<i>a, b</i>
V96	RRab	0.512255	6312.48	-	0.512255	0.0	+0.04	0.512255	<i>a, b</i>
V97	RRab Bl	0.544656	5987.3747	5987.3660	0.54464622	-0.134(35)	+0.85:	0.544654	<i>a</i>
V98	RRc	0.306360	6063.4216	6063.4111	0.30636289	+0.022(14)	-	-	<i>a</i>
V99	RRc Bl	0.321336	6061.2186	6061.2059	0.32134529	<b>+0.159(28)</b>	-0.03	0.321344	<i>a</i>
V100	RRc	0.294365	6504.1849	9395.2457	0.29436548	0.0	-	-	<i>a, b</i>

<sup>a</sup>: Hay comentarios para estas estrellas en la sección 4.4 de Arellano Ferro *et al.* (2016a). Los dos puntos a un lado del valor de  $\beta$  indican incertidumbres particulares

<sup>b</sup>: Todas estas estrellas exhiben un comportamiento lineal en el diagrama  $O - C$  y los valores  $\beta$  no están alejados de cero, por lo que se recomienda un valor de  $\beta = 0$ .

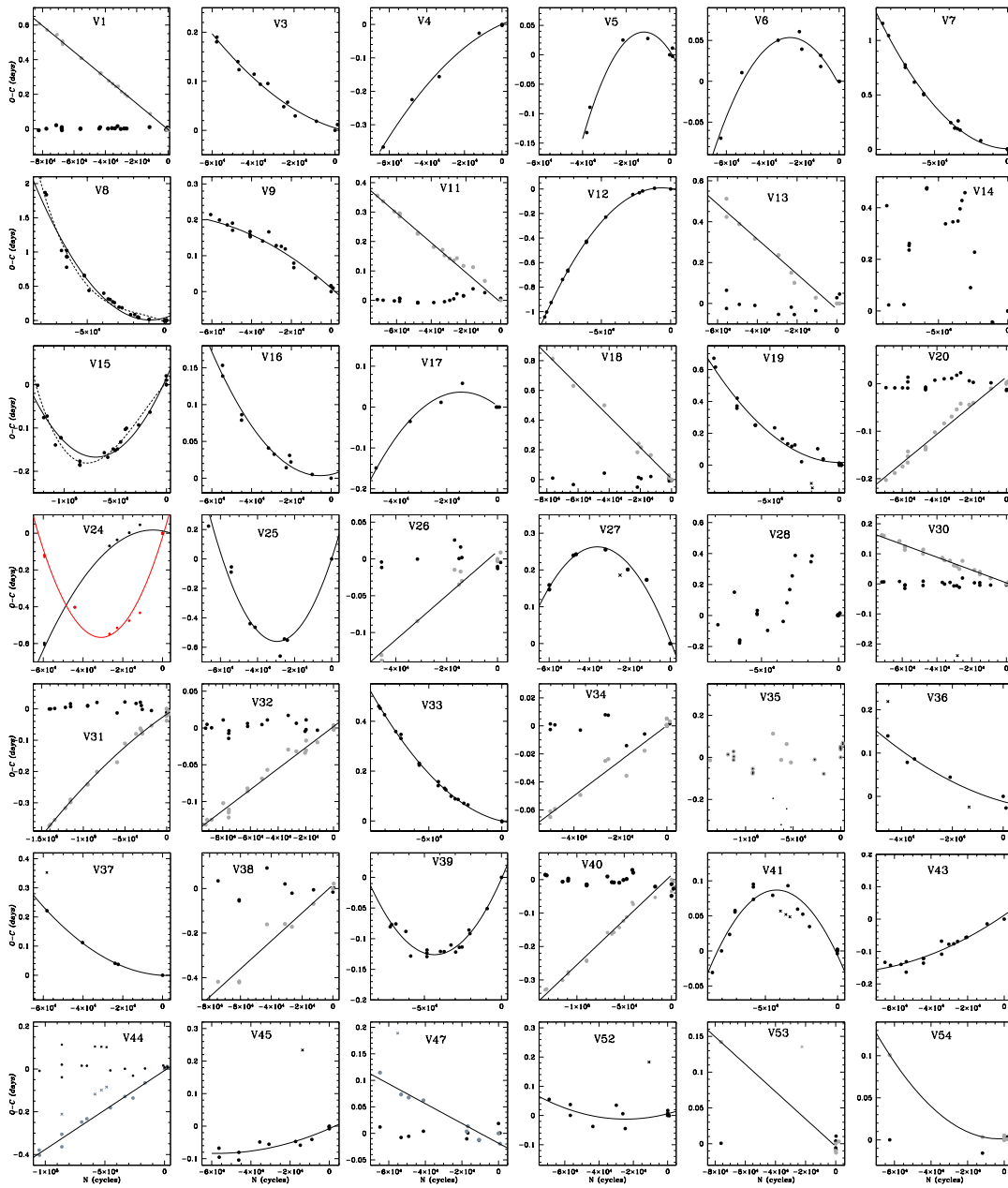


FIGURA 4.1: Diagramas O – C de las estrellas RR Lyrae en M5.

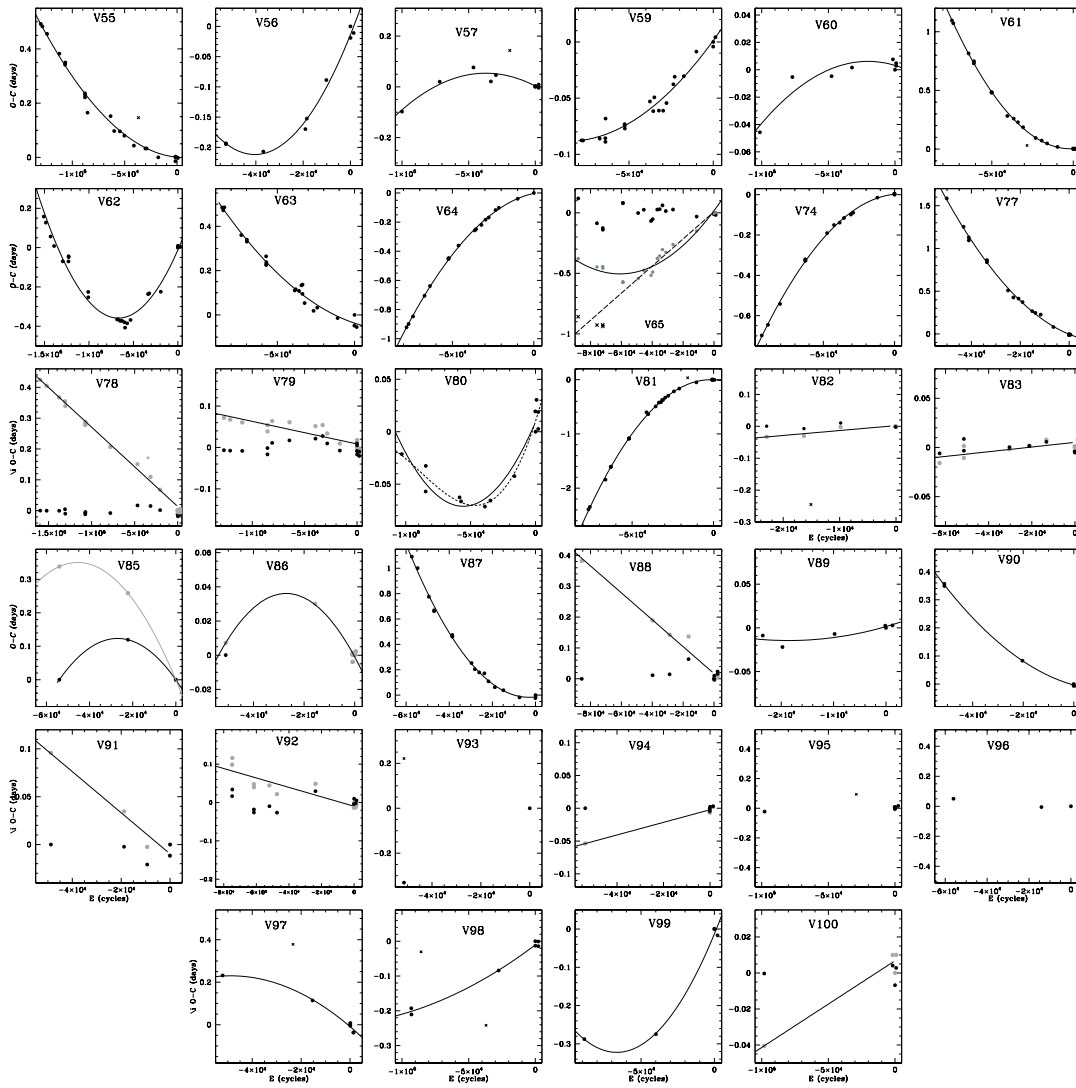


FIGURA 4.2: Diagramas O – C de las estrellas RR Lyrae en M5.

## Capítulo 5

# NGC 6171 (M107)

Este cúmulo está ubicado muy cerca del bulbo galáctico en  $\alpha = 16^h 32^m 31^s .86$ ,  $\delta = -13^\circ 03' 13'' .6$ ,  $J2000$  y con coordenadas galácticas  $l = 3.37^\circ$ ,  $b = +23.01^\circ$  a 6.4 kpc del Sol, cuya magnitud aparente media en la rama horizontal es  $V_{RH} = 15.7$  mag (Harris, 1996, edición 2010).

Siendo un cúmulo casi tan brillante como M5, los datos recopilados para este estudio del cúmulo NGC 6171 cubren 82 años, iniciando con aquellos publicados por Coutts y Sawyer Hogg (1971), estudio que consta de observaciones de 22 estrellas RR Lyrae entre 1935 y 1970, desafortunadamente los tiempos de máximo disponibles son escasos.

Poco después, Gryzunova (1979b) y Gryzunova (1979a) hizo un análisis estadístico de cambios de periodo en este y otros 5 cúmulos, dónde no encontro una diferencia significativa en la distribución de  $|\Delta P/P|$  entre cúmulos del tipo OoI y OoII.

En el estudio de Arellano Ferro *et al.* (2018a) están publicados los datos correspondientes a observaciones en el Observatorio de Las Campanas de 1972 a 1991 así como de 1993 a 1994. Estas observaciones fueron obtenidas y analizadas por Clement y Shelton (1997), pero no habían sido publicadas.

Estas observaciones y las observaciones de 2015 al 2017 hechas por Arellano Ferro *et al.* (2018a) completan la muestra, que permitió investigar los cambios de periodo seculares en 22 estrellas RR Lyrae en el cúmulo. La Tabla 5.1 lista las fuentes y los años que abarcan las observaciones.

CUADRO 5.1: Fuentes de datos fotométricos de estrellas RR Lyrae en NGC 6171.

Referencia	Años	Banda
Oosterhoff (1938)	1935	$pg$
Coutts y Sawyer Hogg (1971)	1946-1970	$pg$
Kukarkin (1961)	1959-1960	$pg$
Mannino (1961)	1959-1960	$pg$
Dickens (1970)	1966-1967	$B_{pg}, V_{pg}$
Arellano Ferro <i>et al.</i> (2018a, Tab. 3)	1972-1991	$B_{pg}$
Clement y Shelton (1997)	1993-1994	CCDV
Arellano Ferro <i>et al.</i> (2018a, Tab. 2)	2015-2017	CCDV

## 5.1. Observaciones

Con las nuevas observaciones hechas por nuestro grupo de trabajo se logró extender la base de tiempo en la mayoría de las RRL a 82 años. Estas observaciones se hicieron durante 4 noches entre el 26 de junio de 2015 y el 5 de mayo de 2016 con el telescopio de 2.0 m del Indian Astronomical Observatory (IAO) ubicado en la provincia de Hanle, en la India. Complementadas con 7 noches entre el 29 de junio y el 5 de julio de 2017 con el telescopio de 0.84 m del Observatorio Astronómico Nacional-San Pedro Mártir (OAN-SPM), México.

Dichas observaciones resultaron en 292 imágenes en los filtros  $V$  e  $I$  del sistema Johnson-Kron-Cousins, aunque para este estudio sólo se utilizaron aquellas en el filtro  $V$ . Se convirtió al sistema estándar de Landolt-Johnson/Kron-Cousins a partir de estrellas estándar en el campo del cúmulo del catálogo de Stetson (2000). Las magnitudes estándar correspondientes  $V$  e  $I$  están publicadas electrónicamente (Arellano Ferro *et al.*, 2018a). Las curvas de luz obtenidas con estas observaciones se muestran en la Figura 5.1, donde los símbolos negros corresponden a los datos de 2015-2016 y los azules a los datos de 2017. Estas curvas están puestas en fase con el periodo y época dadas en la Tabla 5.2.

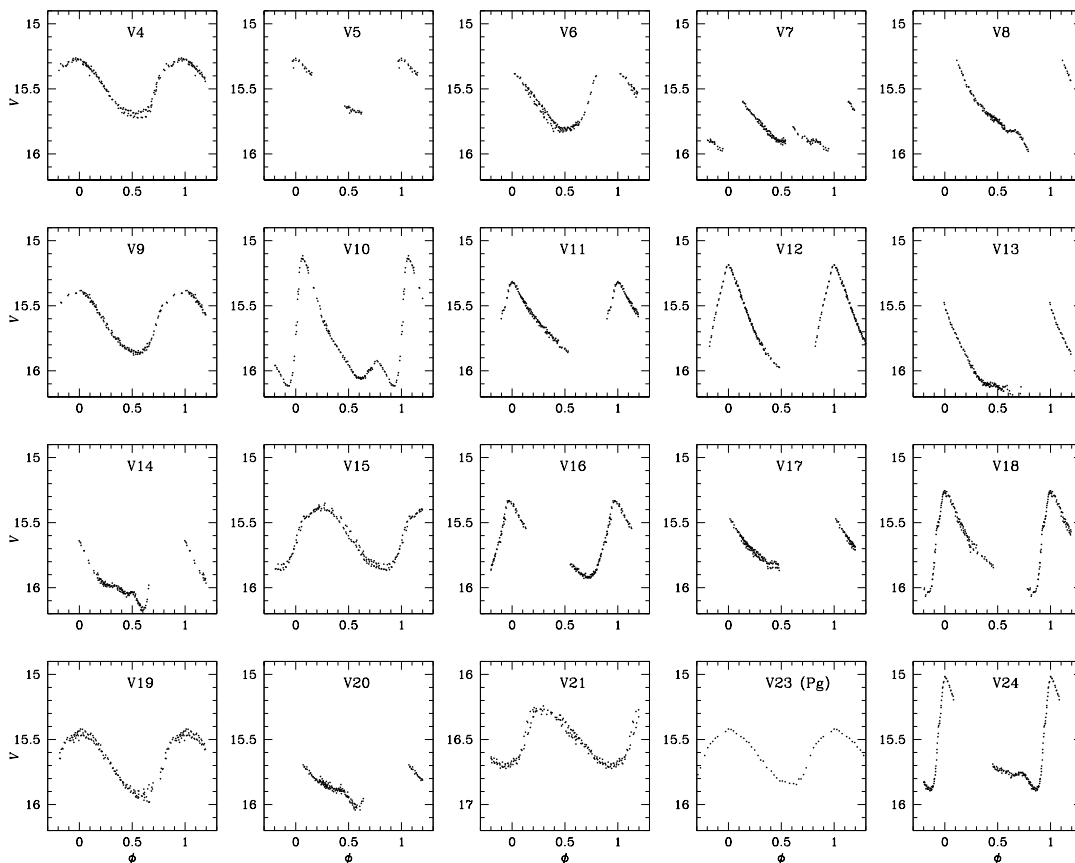


FIGURA 5.1: Curvas de luz de las estrellas RR Lyrae en NGC 6171

## 5.2. Tiempos de máximo brillo y diagramas $O - C$

Con los datos recopilados se obtuvo el mayor número de tiempos de máximo brillo posible. Al tener cubierta esa sección de la curva de luz, la estimación del

CUADRO 5.2: Tasas de cambio de periodo y nuevos periodos en estrellas RR Lyrae en M5. La incertidumbre en  $\beta_0$  es aquella asociada al coeficiente  $A_2$  de la ecuación 3.11.

Variable Star ID	Variable Type	$P_0$ (days)	$E_0$ (+2 400 000) (HJD)	$E_0 + A_0$ (+2 400 000) (HJD)	$P_0 + A_1$ (days)	$\beta_0$ ( $O - C$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )
V2	RRab	0.5710	42538.841	42538.840	0.571021	–
V3	RRab	0.5663	41844.561	41844.570	0.566344	–
V4	RRc	0.282130	57528.3538	57528.3633	0.282132	–
V5	RRab	0.7024	57200.1659	57200.2849	0.702375	–
V6	RRc	0.259635	57527.2486	57527.2307	0.259627	–
V7	RRab	0.4975	44018.667	44018.635	0.497474	–
V8	RRab	0.5599	44371.599	44371.588	0.559922	–
V9	RRc	0.3206	57200.2279	57200.2369	0.320601	–
V10	RRab	0.415506	57528.4208	57528.4707	0.4155586	$-0.714 \pm 0.039$
V11	RRab	0.5928	57528.3744	57528.3821	0.592809	–
V12	RRab	0.472833	49125.719	57527.331	0.472830	$-0.756 \pm 0.168$
V13	RRab	0.4668	44371.865	44371.873	0.466797	–
V14	RRab	0.4816	43275.6195	43275.6356	0.48162	–
V15	RRc	0.288589	57200.1676	57200.0880	0.288590	–
V16	RRab	0.522798	57200.1894	57200.1503	0.522796	$-1.088 \pm 0.045$
V17	RRab	0.561168	41860.578	41860.593	0.5611675	$+0.698 \pm 0.034$
V18	RRab	0.561404	57528.4361	57528.4361	0.561404	–
V19	RRc	0.278766	57528.3812	57528.3666	0.278762	–
V20	RRab	0.5781	41863.748	41863.765	0.578107	–
V21	RRc	0.258724	57201.2263	57201.1457	0.258714	–
V23	RRc	0.323343	49477.617	49477.6189	0.323344	–
V24	RRab	0.523977	49123.856	49123.836	0.523949	–

tiempo de máximo brillo es inmediata y precisa, tanto así que el tamaño de la barra de error es menor al tamaño de los puntos graficados. En los conjuntos de datos que cubren una amplia base de tiempo, por ejemplo Coutts y Sawyer Hogg (1971) entre 1946-1970 o Arellano Ferro *et al.* (2018a) entre 1972 y 1991, se pudieron recuperar bastantes tiempos de máximo y resultó en diagramas  $O - C$  densamente poblados.

Para los casos en que la curva de luz está incompleta en la región del máximo brillo, se usaron los datos de Clement y Shelton (1997) o datos no publicados por C. Clement que donó para el estudio. Para algunos casos en los que se tiene una distribución lineal se uso el periodo dado en el CVSGC (Clement *et al.*, 2001, Edición 2015); en tales casos el periodo corregido  $P_0 + A_1$  es el mismo. La Tabla 5.2 lista los periodos adoptados. Los diagramas  $O - C$  para este cúmulo se muestran en la Figura 5.2.

En los diagramas se puede observar que la mayoría siguen una tendencia lineal, en tales casos fue necesario hacer una corrección al periodo, en algunos otros la tendencia es parabólica. En ambos casos, el máximo calculado puede haberse saltado algunos ciclos, por lo que el conteo debe hacerse correctamente o el diagrama tendrá una distribución peculiar. En el caso de NGC 6171 no hay ningún diagrama cuya distribución no sea parabólica o lineal, es decir no hay evidencia de cambios irregulares de periodo. Sin embargo, en algunas variables con tendencia horizontal, es decir, periodo constante, como V6, V7, V18 y V21, la dispersión es grande. Esto puede ser consecuencia de procesos estocásticos y/o incertidumbres en la estimación de



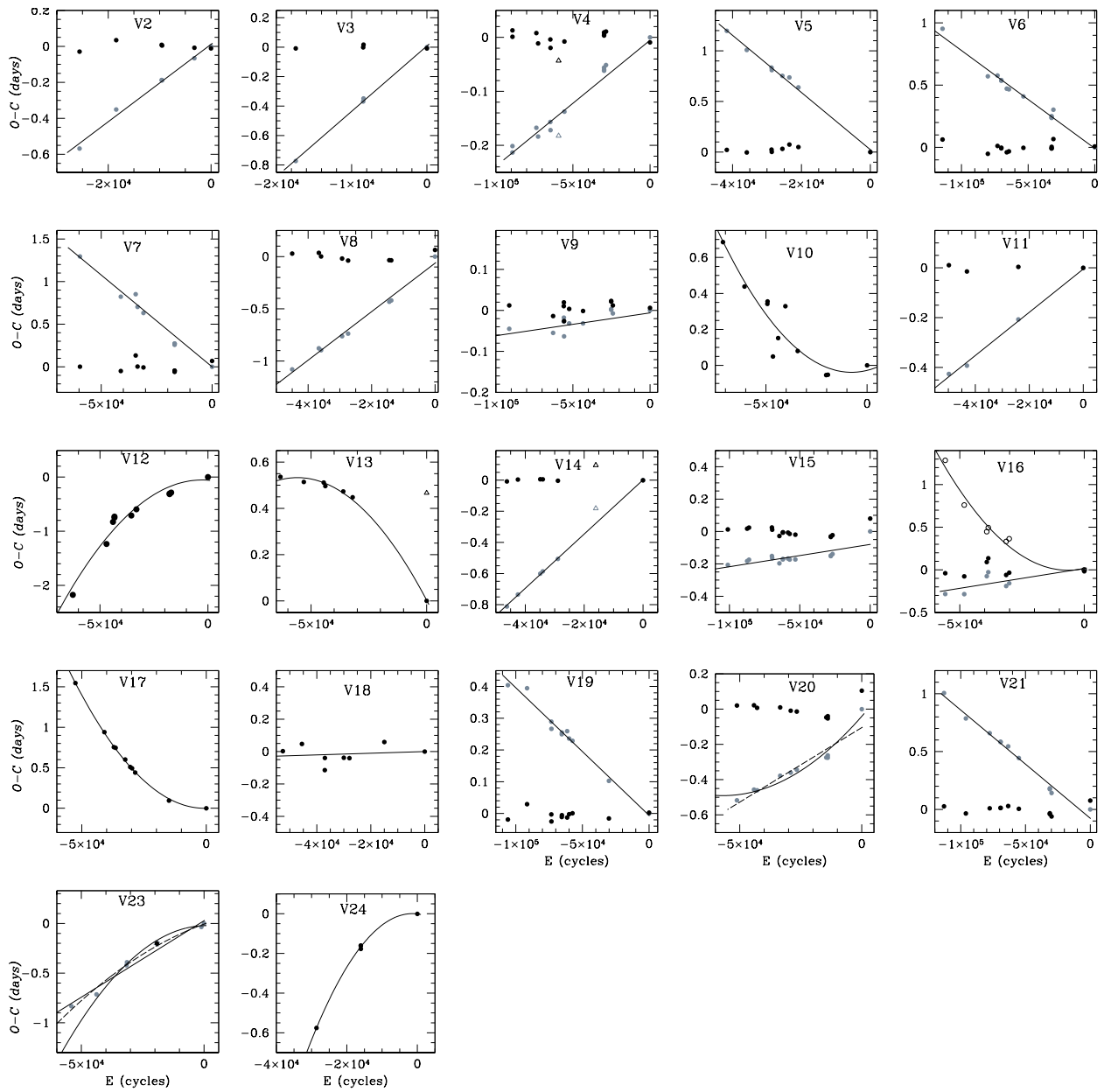


FIGURA 5.2: Diagramas  $O - C$  de las estrellas RR Lyrae en NGC 6171.

tiempos de máximo por una curva de luz poco precisa. Los periodos de referencia, corregidos y, dado el caso, la tasa de cambio de periodo  $\beta$  se muestran en la Tabla 5.2.

## Capítulo 6

# NGC 4147

Este es un cúmulo ténue, con magnitud media aparente de su rama horizontal  $V_{RH} = 17.02$  mag, que se encuentra a 19 kpc del Sol y a 21 kpc del centro galáctico, sus coordenadas son:  $\alpha = 12^h 10^m 06^s.3$ ,  $\delta = +18^\circ 32' 33''.5$ ,  $J2000$  y  $l = 252.85^\circ$ ,  $b = +77.19^\circ$  (Harris, 1996, edición 2010).

Para este cúmulo, los datos compilados abarcan una base de tiempo de 58 años.

En las siguientes secciones se discuten los datos encontrados en la literatura, los diagramas  $O - C$  para estrellas seleccionadas, que en este caso son todas las estrellas RRL conocidas en este cúmulo, así como los cambios de periodo  $\beta$  calculados; también se discuten características de cada estrella y se compara los resultados con las predicciones teóricas.

### 6.1. Datos para el estudio de NGC 4147

La posición de NGC 4147 coincide con aquella de la cola de marea de la galaxia enana esferoidal Sagittarius (SGR dSph), esta galaxia es satélite de la Vía Láctea y esta en proceso de fusionarse con ella. Por tal razón, se ha sugerido que NGC 4147 es un cúmulo de origen extragaláctico, perteneciente a SGR dSph (Bellazzini, Ferraro e Ibata, 2003; Bellazzini *et al.*, 2003). Además, el cúmulo ha sido clasificado en cuanto a la dicotomía de Oosterhoff (Clement *et al.*, 2001) como de tipo intermedio (Oo-Int) por Arellano Ferro *et al.* (2018b).

Actualmente, se han descubierto 19 estrellas variables en NGC 4147, las cuales están incluidas en el Catalogue of Variable Stars in Globular Clusters (Clement *et al.*, 2001, catálogo de estrellas variables en cúmulos globulares); 15 de estas estrellas están confirmadas como tipo RR Lyrae.

Las épocas de referencia y periodos se obtuvieron del último estudio sobre este cúmulo, hecho por Arellano Ferro *et al.* (2018b), donde los autores, a través de una fotometría precisa en los filtros  $V$  e  $I$ , obtienen además parámetros físicos del cúmulo. Sus observaciones de 2012 aumentan la base temporal a 58 años.

La totalidad de los datos compilados abarca de 1954 a 2012, base de tiempo suficientemente sustancial para estudiar el comportamiento del periodo en estrellas RR Lyrae. La Tabla 6.1 muestra las fuentes y las bandas que éstas usaron.

Las primeras estrellas variables fueron descubiertas a principio del siglo XX por Davis (1917) (V4) y Baade (1930) (V1-V3), sin embargo, las curvas de luz de estos estudios no están disponibles. Fue hasta el trabajo de Newburn (1957) que las curvas de luz se hicieron públicas e incluyeron las variables V5-V14, descubiertas por el autor. Más adelante, Mannino (1957) y Mannino (1958) publicó series de tiempo fotométricas que comprenden de 1955 a 1957.

Después de estos primeros estudios, pasaron 45 años hasta que Arellano Ferro *et al.* (2004) retomó el estudio de las estrellas variables en el cúmulo mediante 23 noches de observación en 2003; ellos encontraron una nueva variable (V18), revisaron

CUADRO 6.1: Fuentes de datos fotométricos para las estrellas RR Lyrae en NGC 4147.

Autores	Años	Banda
Newburn (1957)	1954-1955	$B_{pg}, V_{pg}$
Mannino (1957)	1955-1957	$pg$
Arellano Ferro <i>et al.</i> (2004)	2003	$V$
Stetson, Catelan y Smith (2005)	1983-2003	$BVRI$
Arellano Ferro <i>et al.</i> (2018b)	2012	$V$

el periodo de pulsación de las variables y confirmaron que V5, V9 y V15 no eran estrellas variables.

Stetson, Catelan y Smith (2005) presentaron datos de observaciones hechas entre 1983 y 2003. Con la excepción de una serie de observaciones hechas por los autores, el resto de datos se les donó o los tomaron de archivos públicos. Su trabajo incluye curvas de luz y nuevas estimaciones de periodo, además del descubrimiento de la variable V19.

Como se mencionó con anterioridad, las últimas series de tiempo se tomaron de los datos publicadas por Arellano Ferro *et al.* (2018b), obtenidas por los autores en 8 noches de observaciones en 2012. Así, el periodo de tiempo total del que se dispuso para este estudio cubre 58 años.

## 6.2. Diagramas O-C

La Tabla 6.2 lista, para cada RR Lyrae, los tiempos de máximo observados, residuos  $O - C$ , número de ciclos transcurridos y la fuente de donde se obtuvieron los datos. Dicha tabla solo muestra un extracto, los datos correspondientes a V1, de la tabla completa, que incluye el resto de las estrellas RRL y está disponible electrónicamente en el portal del CDS.

Los parámetros de referencia  $P_0$  y  $E_0$  que se usaron para calcular los residuos  $O - C$  son aquellos dados por Arellano Ferro *et al.* (2018b, Tabla 3) y se encuentran en la Tabla 6.3. El diagrama  $O - C$  de la variable V1 resulta al graficar la columna 2 contra la columna 3 de la Tabla 6.2, que son respectivamente los residuos  $O - C$  y el conteo de ciclos  $N$ . De igual manera se reproducen los diagramas  $O - C$  para el resto de las variables estudiadas.

Estos diagramas se muestran en la Figura 6.1. Las barras de error correspondientes están presentes en aquellos puntos en los que son mayores que el radio del punto, como es el caso en algunos de los datos antiguos, en donde las incertidumbres al determinar los tiempos de máximo son particularmente grandes debido a la dispersión en las curvas de luz. En datos más recientes, las barras de error son comparables al tamaño del punto y por ende, no están graficadas. En caso de que haya dos posibles soluciones, éstas se distinguen por líneas rojas y negras.

La mayoría de diagramas  $O - C$  muestran una tendencia clara en sus residuos  $O - C$ , los cuales sugieren un cambio pequeño en el periodo. En los diagramas correspondientes a las variables V7, V11 y V13 se tienen algunos puntos divergentes, los cuales no fueron tomados en cuenta para el ajuste. La distribución de puntos en el diagrama de las variables V1, V2 y V6 denota una clara variación en sus periodos, pero dado la dispersión en los datos antiguos, se presentan dos posibles soluciones,

CUADRO 6.2: Tiempos de máximo brillo observados  $O$  para las estrellas RR Lyrae en NGC 4147 y los residuos  $O - C$  correspondientes dadas las efemérides  $P_0$  y  $E_0$ .\*

Variable	$P_0$ (d)	$E_0$ (HJD)		
V1	0.500393	2455988.49483		
$O$ (HJD)	$O - C$ (d)	No. of cycles	Source	
2434805.9870	-0.3779	-42331	Nb	
2434805.9960	-0.3689	-42331	Nb	
2435187.7760	-0.3888	-41568	Nb	
2435187.7860	-0.3788	-41568	Nb	
2435215.3680	-0.3184	-41513	Mn	
2435538.5340	-0.4063	-40867	Mn	
2435991.3850	-0.4110	-39962	Mn	
2449824.6162	-0.0448	-12318	St	
2449825.6034	-0.0584	-12316	St	
2449825.6060	-0.0558	-12316	St	
2450225.4268	-0.0490	-11517	St	
2452761.4621	-0.0056	-6449	St	
2452796.4730	-0.0222	-6379	AF04	
2455988.5024	0	0	AF18	

\*: La fuente de los datos utilizados para calcular los tiempos de máximo se encuentran en la cuarta columna con la siguiente notación: Nb: Newburn (1957); Mn: Mannino (1957); St: Stetson, Catelan y Smith (2005); AF04: Arellano Ferro *et al.* (2004); AF18: Arellano Ferro *et al.* (2018b). Este es un extracto de la tabla completa, la cual se encuentra en formato electrónico.

CUADRO 6.3: Datos generales para las estrellas RR Lyrae en NGC 4147.

Variable	Variable	$P_0$	$E_0$ (HJD)	$\beta$ ( $O - C$ )
Star ID	Type	(days)	(+2 450 000)	(d Myr <sup>-1</sup> )
V1	RRab Bl	0.500393	5988.4948	-0.196 ± 0.025
V2	RRab Bl	0.493297	5988.3470	-0.202 ± 0.019
V3	RRc	0.280543	5986.5190	-0.001 ± 0.003
V4	RRc	0.300066	5963.2723	+0.004 ± 0.007
V6	RRab Bl	0.609737	5963.3748	+0.139 ± 0.020
V7	RRab Bl	0.514321	5986.4396	-0.333 ± 0.034
V8	RRc	0.278599	5963.4587	-0.044 ± 0.010
V10	RRc	0.352339	5963.2378	-0.092 ± 0.014
V11	RRc	0.387423	5963.3836	-0.076 ± 0.007
V12	RRab	0.504700	5986.5132	+0.086 ± 0.008
V13	RRc	0.408540	5963.3660	+0.225 ± 0.010
V14	RRc	0.356375	5963.4590	-0.082 ± 0.010
V16	RRc	0.372134	5963.4590	–
V17	RRc	0.374843	5988.3090	-0.276 ± 0.006

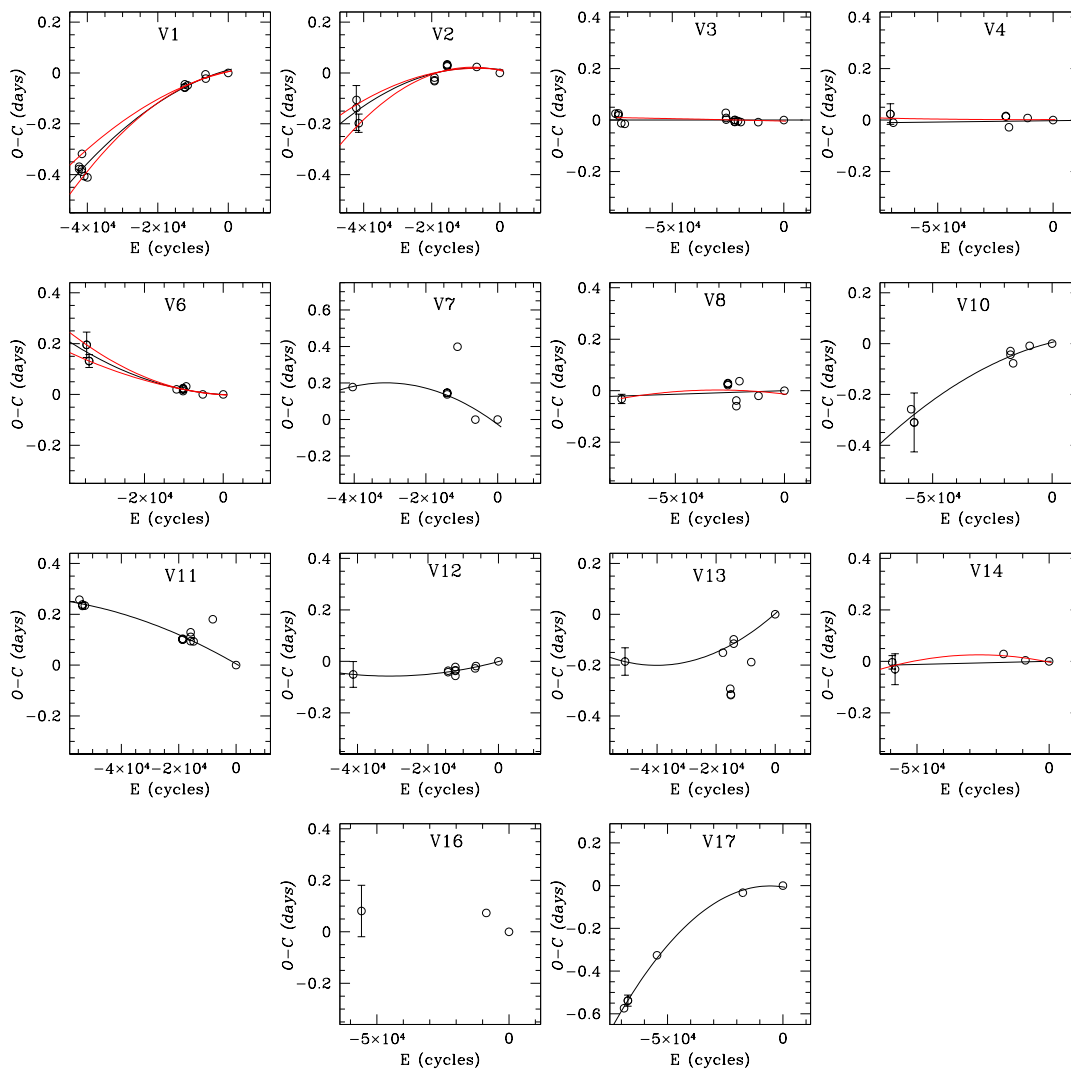


FIGURA 6.1: Diagramas  $O - C$  de las estrellas RR Lyrae en NGC 4147. Los puntos que caen lejos de la tendencia general en las variables V7, V11 y V13 no fueron tomados en cuenta para el ajuste. Las barras de error solo son visibles para algunos de los datos más antiguos y, para los demás datos, su tamaño es menor al símbolo que los representa. Cuando hay dos posibles soluciones, éstas se distinguen por líneas de distinto color.

identificadas por distintos colores en las líneas. En estos casos la diferencia en los valores de  $\beta$  entre las soluciones es de alrededor de  $0.1 \text{ d Myr}^{-1}$ . El valor que se adopta finalmente es aquel correspondiente a la solución intermedia, graficada con una parábola negra.

Las RRL V3, V4, V8 y V14 presentan una distribución lineal y horizontal, lo que supone que el parámetro  $P_0$  que se ha asumido es constante y correcto. En esos casos también se ajustó una parábola para tener un límite superior para  $\beta$ .

Al tener solo tres tiempos de máximo confiables, la solución para V16 no es certera. V18 no fue considerada ya que no se trata de una RR Lyrae, es una variable semi-regular y, aunque V19 es RRab, fue descubierta recientemente, en 2005 (Stetson, Catelan y Smith, 2005) y por lo tanto, no cuenta con una base de tiempo suficiente para estudiar posibles variaciones de su periodo. Los valores de  $\beta$  con sus incertidumbres para cada RRL se muestran en la Tabla 6.3.

## Capítulo 7

# Recapitulación y conclusiones

Algunos autores han argumentado que los cambios de periodo no son exclusivamente provenientes de procesos evolutivos, sino que hay procesos estocásticos involucrados (Balázs-Detre y Detre, 1965). En algunos estudios se han encontrado diagramas  $O - C$  con tendencias irregulares (Jurcsik *et al.*, 2001; Szeidl *et al.*, 2011), lo que sería consistente con la idea de los cambios de periodo pueden tener un origen no evolutivo. Sweigart y Renzini (1979) sugieren que un mezclado en el núcleo podría alterar la estructura hidrostática de la estrella y por lo tanto, alterar el periodo de pulsación; la transferencia de helio, aunque sea poca, a la región semi convectiva de la estrella, cerca del núcleo convectivo, puede ser la responsable de los cambios de periodos, ya sean regulares positivos, negativos o irregulares. En nuestro análisis de los residuos  $O - C$  en las RR Lyrae de M5, con excepción de V14, V28 y V35, los diagramas muestran una forma regular si el conteo de ciclos es el adecuado, aún en estrellas para las que se habían reportado residuos  $O - C$  con comportamiento irregular (Szeidl *et al.*, 2011), por lo que en esos casos no es necesario argumentar en favor de variaciones irregulares de periodo de origen no evolutivo. Lo mismo ocurre con el diagrama de V16 de NGC 4147, que a falta de datos, no se le pudo ajustar una parábola o recta, caso contrario a NGC 6171, en el que todos los diagramas se pudieron ajustar por una parábola o una recta.

Una evolución preferencial hacia el rojo (periodos crecientes) o el azul (periodos decrecientes) de las estrellas RR Lyrae en un cúmulo parece improbable. Sin embargo, existen estudios que evidencian la existencia de múltiples poblaciones estelares en cúmulos globulares. Estos estudios son tanto teóricos (Jang *et al.*, 2014; Jang y Lee, 2015), como fotométricos (Piotto *et al.*, 2007; Sbordone *et al.*, 2011; Alonso-García *et al.*, 2015) y espectroscópicos (Carretta *et al.*, 2010; Gratton, Carretta y Bragaglia, 2012). La presencia de diversas poblaciones estelares influye en la estructura de la RH, en particular de la IS y tiene consecuencias en cuanto al origen de la dicotomía de Oosterhoff y quizá con la presencia, magnitud y dirección de los cambios seculares de periodo. Jang *et al.* (2014) y Jang y Lee (2015) argumentan que las estrellas tipo RRab en cúmulos tipo OoII son estrellas de segunda generación, con la abundancia de helio  $Y$  un poco incrementada y con la abundancia de carbono, oxígeno y nitrógeno (CNO) considerablemente aumentada, lo que produce estrellas más luminosas y rojas, por lo tanto, con periodos de pulsación mayores. En cúmulos de tipo OoI, las estrellas RRab son de primera generación, menos luminosas. Las estrellas más luminosas, quizá más adelantadas en su evolución hacia la AGB, deberían tener tasas de cambio de periodo positivas. Por otro lado, si hay una generación de estrellas más jóvenes, que aún se estén contrayendo hacia la ZAHB, éstas deberían tener tasas de cambio de periodo negativas.



## 7.1. Estructura de la RH

En algunos cúmulos se ha distinguido una separación clara en la rama horizontal entre las estrellas RRab y RRc estables, es decir, sin modulaciones en su fase o amplitud, como las provocadas por el efecto Blazhko (Arellano Ferro *et al.*, 2015b), con la frontera entre los dos modos de pulsación aproximadamente en  $(V - I)_0 \sim 0.45 - 0.46$ . En el DCM de M5 (Figura 7.1), las líneas que marcan tal separación están representadas con líneas punteadas dentro del cuadro inferior, que es una ampliación de la RH y corresponden a las líneas de separación debidamente enrojecidas de los cúmulos NGC 6229, NGC 5024 y NGC 4590.

Se puede distinguir una separación clara entre estrellas RRab y RRc en los cúmulos tipo OoII, NGC 288, NGC 1904, NGC 5024, NGC 5053, NGC 5466, NGC 6333 y NGC 7099, todos con rama horizontal muy extendida al azul ( $\mathcal{L} > 0.4$ ). Una excepción es el cúmulo M68 (NGC 4590), donde su rama horizontal es más roja ( $\mathcal{L} = 0.17$ ). Entre los cúmulos tipo OoI, NGC 3201 no presenta la separación (Arellano Ferro *et al.*, 2014), pero NGC 6229 tiene una separación clara (Arellano Ferro *et al.*, 2015b).

Una caracterización de la RH en cuanto a su color está descrita por el parámetro de estructura de Lee-Zinn (Lee, 1991):

$$\mathcal{L} \equiv (B - R)/(B + V + R), \quad (7.1)$$

dónde  $B$ ,  $V$  y  $R$  son el número de estrellas en la parte azul, central y roja de la franja de inestabilidad.

La Figura 7.2 muestra la relación entre el parámetro de estructura  $\mathcal{L}$  y la metalicidad en escala Zinn-West (Zinn y West, 1984) de una familia de cúmulos de diferentes tipos de Oosterhoff y cuyos datos tomamos en su mayoría de Catelan (2009, Tabla2). En dicha figura, se pueden observar distintas características de la dicotomía de Oosterhoff; los cúmulos OoII exhiben colas azules, con excepción de M68 (NGC 4590) y M2 (NGC 7089), mientras que los cúmulos OoI más metálicos pueden tener RH tanto rojas como azules y tener mucha dispersión.

Los cúmulos para los que tenemos información sobre la distribución de estrellas RR Lyrae están graficados con símbolos rellenos, mientras que aquellos para los que no tenemos información, se graficaron con símbolos vacíos. Los símbolos con contorno se usan para aquellos cúmulos donde la separación RRab-RRc es clara, mientras que los símbolos sin contorno representan cúmulos con una mezcla de RRab y RRc en la región bimodal (o *either-or*), que es la región de la RH donde coexisten las estrellas RRab y RRc.

A pesar de su cercanía en la gráfica, NGC 6229 muestra una clara separación entre estrellas RRab y RRc, por el contrario, M5 (NGC 5904) y NGC 6934 tienen a sus estrellas RRab estables y con efecto Blazhko distribuidas a través de la zona de inestabilidad, en la región bimodal. Cabe notar que las estrellas RRc siempre están confinadas en la parte azul de la frontera roja de la zona de inestabilidad del primer sobretono, por lo que interpretamos que la línea divisoria entre RRab y RRc es una determinación empírica del borde rojo de la región de inestabilidad del primer sobretono.

La distribución de estrellas RR Lyrae en la RH se podría explicar con los argumentos dados por Caputo, Castellani y Tornambe (1978) que involucran un mecanismo de histéresis (van Albada y Baker, 1973) que ocurre para estrellas cruzando la zona de inestabilidad. Según este mecanismo, las estrellas en la región bimodal pueden conservar el modo en el que estaban pulsando antes de entrar a la región, lo que depende de si la estrella viene del lado azul como una RRc o del lado rojo como una

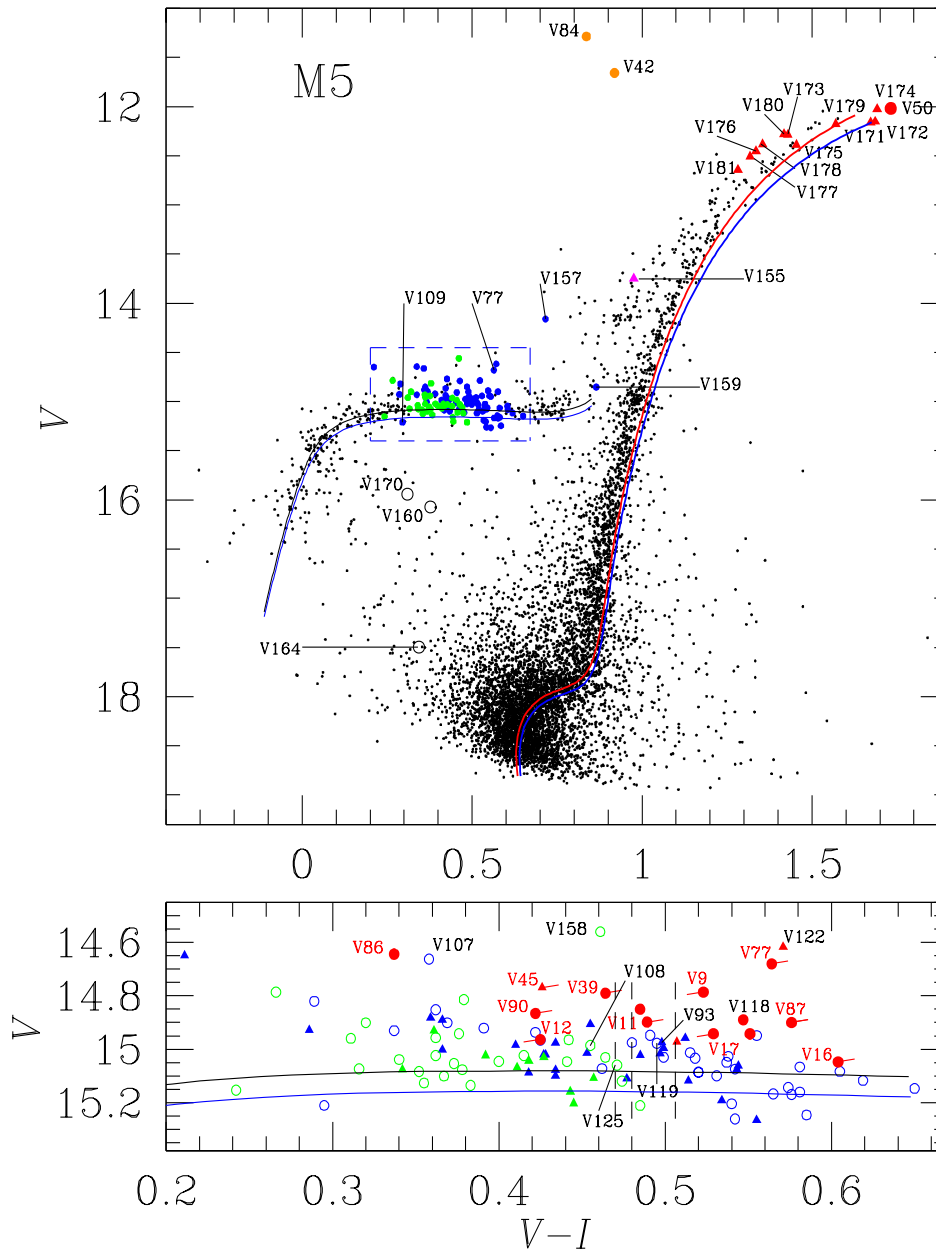


FIGURA 7.1: Diagrama Color Magnitud de M5, calculado a partir de los promedios aritméticos de todas las observaciones de cada estrella no variable, o del ajuste de Fourier para las estrellas variables RR Lyrae. Las isocronas de 12 Gyr para  $[Fe/H] = -1.31$  (azul) y  $-1.42$  (roja), así como los modelos de ZAHB para  $[Fe/H] = -1.42$ ,  $[\alpha/Fe] = 0.4$  y  $Y = 0.25$  (azul) y  $Y = 0.27$  (negra) son de Vandenberg *et al.* (2014).

RRab. Caputo, Castellani y Tornambe (1978) también sugieren que el modo original en que una RR Lyrae pulsa depende de la ubicación del punto de inicio en la ZAHB, lo que a su vez depende de la masa con la que la estrella llega a la ZAHB, que está controlada por la pérdida de masa en la RGB y la composición química de la estrella. Así, ellos usan esas ideas para explicar la existencia de dos grupos de Oosterhoff de la siguiente manera:

1. El punto ZAHB está en la zona fundamental, provocando un ordenamiento

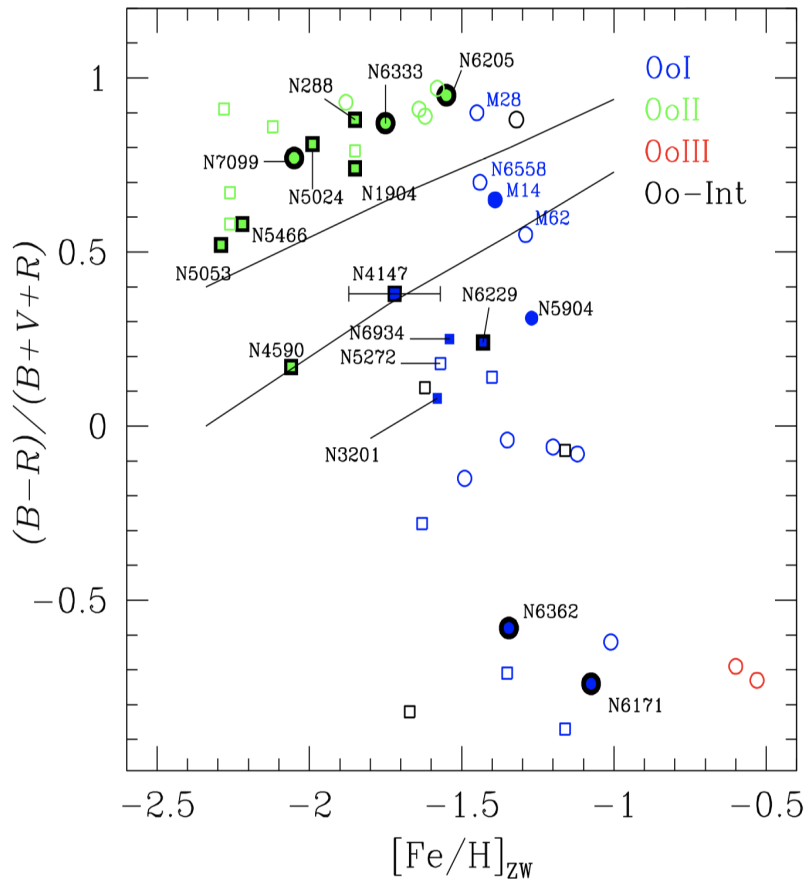


FIGURA 7.2: Distribución de RH parametrizadas por el parámetro Lee-Zinn  $\mathcal{L}$  como función de  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{ZW}}$  para cúmulos globulares Galácticos de distintos tipos de Oosterhoff. Los círculos y cuadros representan cúmulos de halo interno y externo respectivamente. Los símbolos con un contorno negro representan cúmulos globulares donde la separación RRab-RRc es clara, al contrario de los símbolos rellenos sin contorno. Los símbolos vacíos son cúmulos que no han sido estudiados por nuestro grupo, los datos se tomaron de Catelan (2009). El caso de M14 se adaptó a partir del trabajo de Contreras Peña *et al.* (2018). Las líneas sólidas corresponden a los límites del *Oosterhoff gap* de acuerdo a Bono, Caputo y Stellingwerf (1994). NGC4147 sería el cúmulo tipo Oo I mas pobre en metales, pero no el de RH más azul, como los cúmulos con etiquetas azules. Su posición dentro del *Oosterhoff gap* favorece el argumento de la posibilidad de que tenga un origen extragaláctico o de ser clasificado como Oo-Intermedio.

de estrellas RRab y RRc en la región bimodal y un valor más bajo del periodo promedio para ambas, además una menor proporción de estrellas RRc y por lo tanto, un cúmulo de tipo OoI.

- El punto ZAHB es más azul que la zona fundamental, en la región bimodal o en la región del primer sobretono, entonces la región bimodal está poblada exclusivamente por estrellas RRc y las estrellas RRab solo se encuentran en la región fundamental, lo que conlleva a periodos promedio más grandes y una mayor proporción de estrellas RRc y por lo tanto, un cúmulo tipo OoII.

Tomando los casos c) y d) en la Figura 2.5, se puede observar que la contribución de estrellas RRab disminuye y por lo tanto, se podría esperar una segregación entre los dos tipos de estrellas. Los dos puntos de Caputo, Castellani y Tornambe (1978) explican satisfactoriamente la clara separación entre RRab y RRc observada en cúmulos tipo OoII (p. ej. M15 y  $\omega$  Cen) y la ausencia de ésta en cúmulos tipo OoI como NGC 3201 o M5, sin embargo, no se puede tomar como una regla, pues cabe notar que en cuanto a los cúmulos OoI hay excepciones, como aquellas que resultan evidentes en la Figura 7.2 y para las que aún no existe una explicación general.

La segregación en cúmulos OoII es también explicada con los argumentos de Pritzl *et al.* (2002) quienes notan que en cúmulos con RH azules, es decir, grandes valores de  $\mathcal{L}$ , las estrellas con masas menores a la masa crítica en la ZAHB hasta el azul de la zona de inestabilidad, evolucionan hacia el rojo y permanecen ahí el tiempo suficiente para contribuir a la población de estrellas RR Lyrae. Así, cúmulos con morfología de RH azul, son de tipo OoII, con una evolución hacia el rojo, lo que favorece la segregación entre RRab y RRc en la zona de inestabilidad, lo que debería favorecer la existencia de cambios seculares en el periodo de pulsación positivo, es decir, en aumento. Lamentablemente, hay muy pocos cúmulos estudiados que cuentan con una base temporal suficientemente larga como para el estudio de variaciones de periodo confiables entre sus estrellas RR Lyrae. En los que se han estudiado, por ejemplo, los cúmulos tipo OoII Omega Cen (Martin, 1938) y M15 (Silbermann y Smith, 1995), y los cúmulos tipo OoI, M3 (Corwin y Carney, 2001) y M5 (Szeidl *et al.*, 2011; Arellano Ferro *et al.*, 2016a); solo un pequeño grupo de RR Lyrae están reportadas con un cambio creciente de periodos. Es claro que las estrellas más evolucionadas desde la rama horizontal hacia la AGB, deberían mostrar mayor luminosidad y cambios de periodo crecientes. Aunque identificar a estas estrellas es un reto observacional, nuestro grupo logró identificar un pequeño grupo de estrellas RRab evolucionadas (Arellano Ferro *et al.*, 2016a) y demostró que al menos tres de ellas tienen grandes valores positivos de la tasa de cambio de periodo  $\beta = \dot{P}; V77$  ( $\beta = +0.340$  d Myr $^{-1}$ ), V87 ( $\beta = +0.369$  d Myr $^{-1}$ ) y V90 ( $\beta = +0.114$  d Myr $^{-1}$ ).

Recientemente, se encontró evidencia de múltiples poblaciones estelares en cúmulos globulares (ver por ejemplo la discusión de Jang y Lee (2015) y las referencias ahí citadas), lo que podría explicar la falta de segregación entre estrellas tipo RRab y RRc en la rama horizontal en algunos cúmulos. Según Jang y Lee (2015), en cúmulos globulares de halo interior, el tiempo que transcurre entre la primera generación estelar (G1) y la segunda (G2), (que es producto de enriquecimiento de helio (Y) y CNO) es de alrededor de 0.5 Gyr, mientras que en cúmulos globulares de halo exterior, G1 se retrasa  $\sim 0.8$  Gyr y el tiempo que transcurre entre G1 y G2 es de alrededor de 1.4 Gyr. La segunda generación está enriquecida de helio (Y) y CNO. Los autores demostraron que en cúmulos globulares exteriores con metalicidades  $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -1.5$ , la zona de inestabilidad es poblada en su mayoría por estrellas de primera generación, mientras que las estrellas RR Lyrae de segunda generación deberían ser más luminosas con un periodo promedio  $\langle P_{ab} \rangle = 0.522$  d, que concuerda muy bien con el caso de M5, donde  $\langle P_{ab} \rangle = 0.523$  d. Para cúmulos globulares de halo interior con dicha metalicidad, la mezcla de estrellas G1 y G2 en la zona de inestabilidad se puede deber al menor tiempo entre generaciones, en este caso  $\langle P_{ab} \rangle = 0.607$  d. Para cúmulos globulares de halo exterior con metalicidades menores,  $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -2.0$ , la zona de inestabilidad esta poblada prácticamente por estrellas de segunda generación. Para estas estrellas G2, enriquecidas con Y y CNO, las masas en la ZAHB están desplazadas hacia menores temperaturas (Jang *et al.*, 2014), por lo tanto recorriendo la frontera roja del primer sobretono hacia el rojo (Bono, Caputo y Marconi, 1995). Si se mezclan más de una generación en la zona de inestabilidad,

se tendrían diferentes fronteras para el primer sobretono en el rojo y por lo tanto, no habría segregación de estrellas RRab y RRc.

Según VandenBerg, Denissenkov y Catelan (2016), la dispersión en la abundancia de helio modifica el lugar de la ZAHB, en dónde comienzan su evolución en la rama horizontal, y sus modelos producen *blue loops*<sup>1</sup> muy largos, lo que promueve la mezcla de estrellas RRab y RRc en la región bimodal. Dicho escenario concuerda con el mecanismo de histéresis descrito por Caputo, Castellani y Tornambe (1978). Al parecer hay varios factores que influyen en la segregación de estrellas RR Lyrae en la rama horizontal, la metalicidad, la presencia de más de una generación estelar en la zona de inestabilidad, el tiempo que transcurre entre generaciones y la dispersión en la abundancia de helio. Aun así, la Figura 7.2 demuestra que hay excepciones para tales conjeturas, lo que indica que debe haber otros factores que influyen en la morfología de la rama horizontal que seguramente se dilucidarán en la medida que las observaciones sean más abundantes y precisas, particularmente espectroscópicas para cuantificar la dispersión de Y y CNO, y los modelos evolutivos en la rama horizontal se refinan.

## 7.2. Estrellas RR Lyrae evolucionadas

El diagrama de Bailey (Figura 7.3) muestra la relación periodo-amplitud para los filtros *V* e *I* de M5 de casi todas las estrellas tipo RR Lyrae (se omitieron aquellas a las que no se les pudo medir la amplitud debido a la alta dispersión en la curva de luz); se usaron 79 RRab, de las cuales 30 presentan Blazhko y figuran en el diagrama de Bailey como triángulos negros, las RRab restantes están representadas con círculos negros. A la vez, se usaron 35 RRc, de las cuales 10 tienen efecto Blazhko y están representadas por triángulos vacíos, mientras que las RRc sin Blazhko están representadas como círculos vacíos.

La mayoría de las RRab se distribuyen en la parte derecha del diagrama, siguiendo una tendencia que está representada por las líneas continuas derivadas por Cacciari, Corwin y Carney (2005) para el cúmulo M3 para la banda *V* y, para la banda *I* por las líneas azules derivadas por Kunder *et al.* (2013a) para NGC 2808; estos cúmulos son también tipo Oosterhoff I (OoI). Aquellas RRab que caen un poco más a la derecha y que siguen la tendencia representada por líneas punteadas, son aquellas que, según Cacciari, Corwin y Carney (2005), son más evolucionadas, lo cual se confirma para la mayoría con el DCM (Figura 7.1), ya que estas estrellas más evolucionadas, etiquetadas con su nombre en la Figura 7.3 y que están graficadas con símbolos rojos en el panel inferior del DCM (Figura 7.1), se encuentran por encima de las demás en la RH. La parábola del panel inferior la dedujeron Arellano Ferro *et al.* (2011) y Arellano Ferro *et al.* (2013) con los cúmulos tipo OoII NGC 5024 y NGC 6333. En cuanto a las parábolas del panel superior, la negra la encontraron Kunder *et al.* (2013a) para 14 cúmulos tipo OoII y la roja la calcularon Arellano Ferro *et al.* (2015a) con una muestra de estrellas RRc en cinco cúmulos OoI.

Con la intención de comprobar si las estrellas RRab de la secuencia de la derecha en la Figura 7.3 están más adelantadas en su evolución hacia la AGB, construimos el diagrama periodo-color, mostrado en la Figura 7.4. Para reducir la dispersión en este diagrama, van Albada y Baker (1971) sugirieron usar un periodo auxiliar  $P'$  dado por la siguiente relación:

<sup>1</sup>Los *blue loops* son lazos hacia el azul de las trazas evolutivas después de que las estrellas abandonan la ZAHB

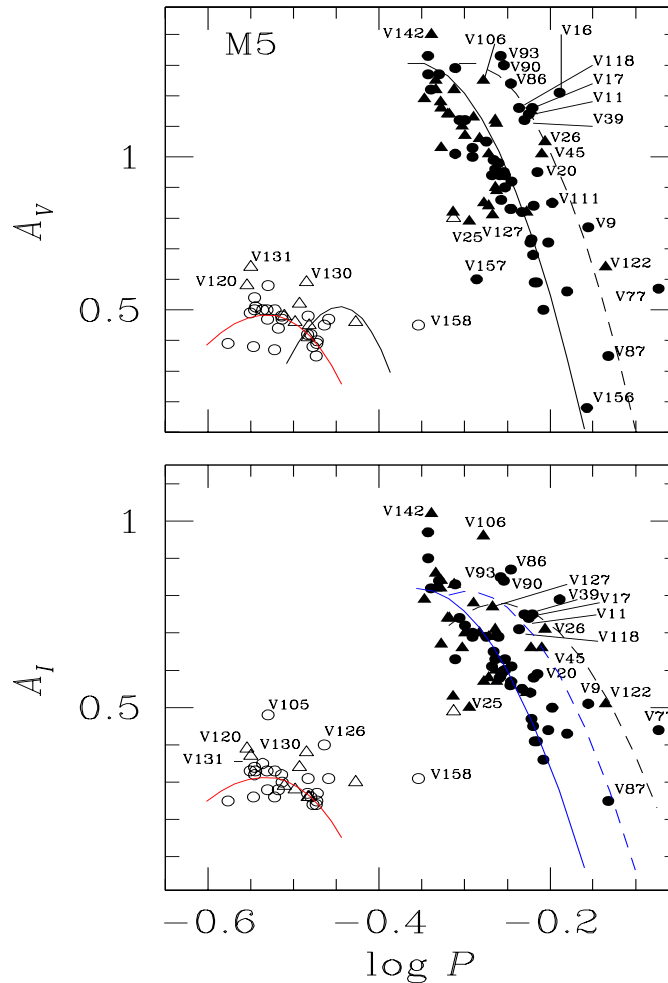


FIGURA 7.3: Plano  $\log P$  vs amplitud o diagrama de Bailey para las amplitudes en las bandas  $V$  e  $I$  de las estrellas RR Lyrae en M5.

$$\log(P') = \log(P) + 0.336(\langle V \rangle - 15.021), \quad (7.2)$$

dónde, en el caso de M5, 15.021 mag es el promedio  $\langle V \rangle$  de todas las RRL estables, es decir, sin modulaciones de amplitud. Al igual que en el diagrama de Bailey y en el DCM, en el diagrama periodo-color se identifica con diferentes símbolos a las RR Lyrae con efecto Blazhko y a las estables, en este caso, las estrellas que presentan efecto Blazhko están representadas con triángulos negros llenos para las RRab y vacíos para las RRc; las RRab estables están representadas con círculos negros llenos y las RRc estables con círculos vacíos.

En la Figura 7.4 notamos varias estrellas con posición peculiar que etiquetamos, por ejemplo V93, V107, V108, V118, V119, V122, V125 y V158 cuyo periodo es demasiado corto dado su color.

Las estrellas evolucionadas que se mencionan anteriormente, aquellas que caen en la secuencia marcada con línea punteada en el diagrama de Bailey, se identificaron y etiquetaron en el DCM y corresponden a las graficadas con círculos rojos en el panel inferior del DCM. Estas estrellas son las más brillantes, como se espera para estrellas en un estado evolutivo avanzado hacia la rama asintótica de las gigantes. Sin embargo, un estado evolutivo avanzado no es la única razón para explicar ese exceso de luminosidad, esta luminosidad se puede deber a que hay una compañera

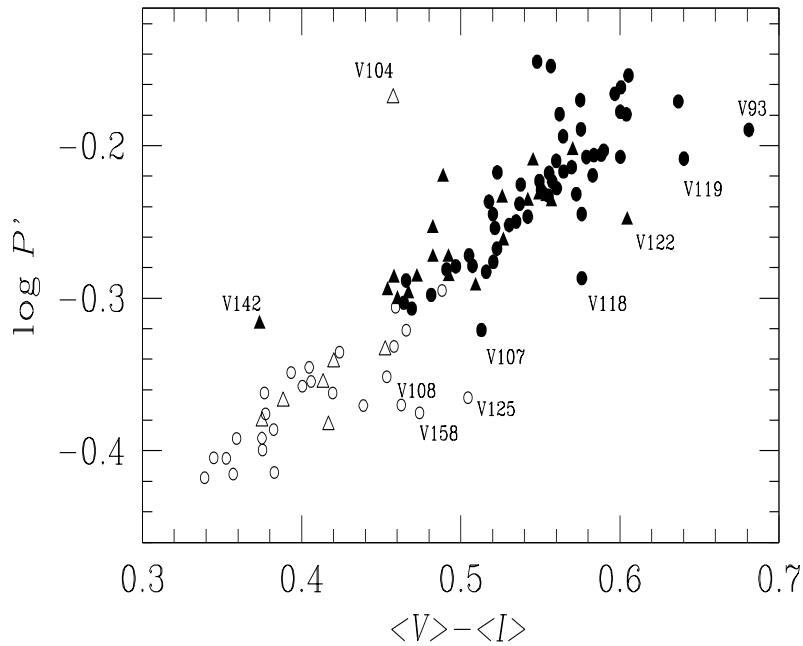


FIGURA 7.4: Diagrama Periodo-Color para las estrellas RR Lyrae estables. Los círculos llenos representan las estrellas RRab y los círculos vacíos las estrellas RRC. Las estrellas con efecto Blazhko están representadas con triángulos. Los periodos de las estrellas RRC se fundamentalizaron al añadir 0.128 a  $\log P$ . El periodo reducido  $P'$  se define como  $\log(P') = \log(P) + 0.336(\langle V \rangle - 15.021)$ .

que no se ha podido observar o a una atmósfera enriquecida de helio debido a una mezcla extra en la etapa en que la estrella se ubica en la RGB (Sweigart, 1997).

Algunas de las estrellas candidatas a tener una compañera son V107, V122 y V158; estas estrellas tienen un periodo muy corto para su color, lo que implica que tienen una mayor gravedad y deberían tener una luminosidad menor, sin embargo, se encuentran entre las más luminosas en la zona de inestabilidad. Otros autores han identificado casos similares; Cacciari, Corwin y Carney (2005) en su estudio del cúmulo M3 (V48, V58 y V146) y también Arellano Ferro *et al.* (2015b) en su estudio del cúmulo NGC 6229 (V14, V31, V54 y V55). Por lo tanto, estas estrellas con un periodo corto en comparación a otras con color parecido, podrían haber aumentado el helio en su atmósfera o se pudieron hacer más luminosas debido a una compañera no detectada.

Entre las otras estrellas marcadas en la Figura 7.4 con periodos cortos dado su color están V93, V108, V118, V119, V122 y V125, que podrían ser estrellas realmente más evolucionadas. Lamentablemente, ninguna de estas estrellas se incluyó en los estudios de cambios de periodo seculares realizados por Szeidl *et al.* (2011) y Arellano Ferro *et al.* (2016a), porque siendo estrellas variables descubiertas después de 1987, no cuentan con la base de tiempo suficiente para un análisis apropiado de cambio secular de periodo, lo cual nos daría argumentos interesantes en términos evolutivos.

De la misma manera, observamos los DCM de los cúmulos NGC 6171 y NGC 4147 (Figuras 7.5 y 7.6), donde las estrellas RRC están representadas por círculos verdes y las RRab por círculos azules. Los diagramas de Bailey correspondientes a esos cúmulos son las Figuras 7.7 y 7.8 respectivamente. En estos diagramas, las estrellas RRab están representadas por símbolos llenos, mientras que las RRC por símbolos

vacíos. Los triángulos indican que la estrella presenta efecto Blazhko. Nuevamente, las líneas continuas y punteadas en el p nel superior las derivaron Cacciari, Corwin y Carney (2005), mientras que las líneas del p nel inferior las derivaron Kunder *et al.* (2013b); estos autores también derivaron la parábola negra del panel superior, mientras que las parábolas rojas en ambos paneles de los diagramas, las dedujeron Arellano Ferro *et al.* (2011), Arellano Ferro *et al.* (2013) y Arellano Ferro *et al.* (2015b).

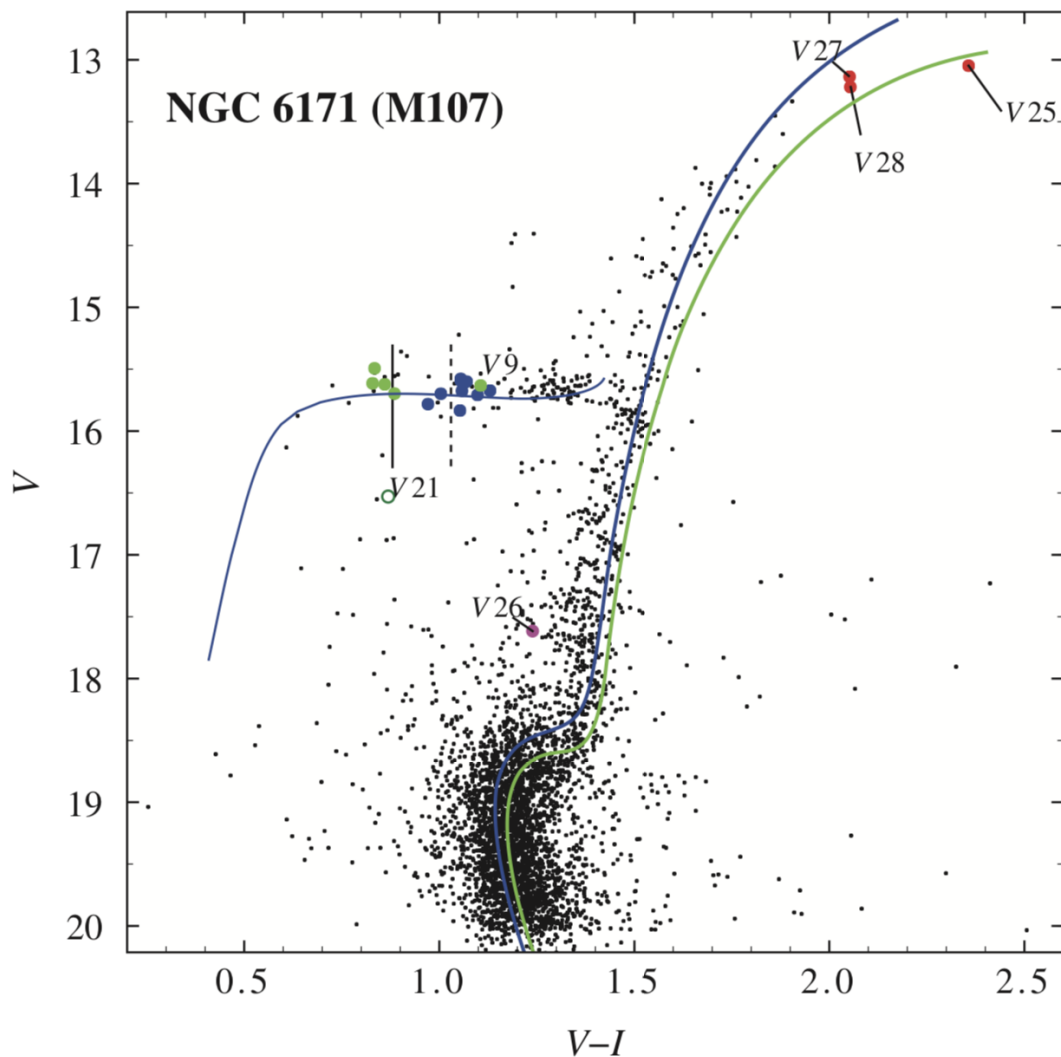


FIGURA 7.5: Diagrama Color Magnitud de NGC 6171, calculado a partir de los promedios aritméticos de todas las observaciones de cada estrella o del ajuste de Fourier para las estrellas variables RR Lyrae. Los símbolos azules corresponden a las estrellas RRab y los verdes a las RRc. Imagen tomada de Deras *et al.* (2018). Las isocronas de 11 Gyr para  $[Fe/H]_{RRab} = -1.33$  (azul) y  $[Fe/H]_{RRc} = -1.02$  (verde), así como los modelos de ZAHB para  $[Fe/H] = -1.33$ ,  $[\alpha/Fe] = 0.4$  y  $Y = 0.25$  (azul) son de Vandenberg *et al.* (2014). Los autores hicieron una corrección por enrojecimiento  $E(B - V) = 0.45$  y se ajustó a la distancia que derivaron de las estrellas RR Lyrae: 5.3 kpc. La línea continua y la discontinua corresponden al borde rojo del primer sobretono, desenojecido por  $E(B - V) = 0.33$  y 0.45, respectivamente.

Las Figuras 7.9 y 7.10 corresponden a los diagramas Color-Periodo para NGC



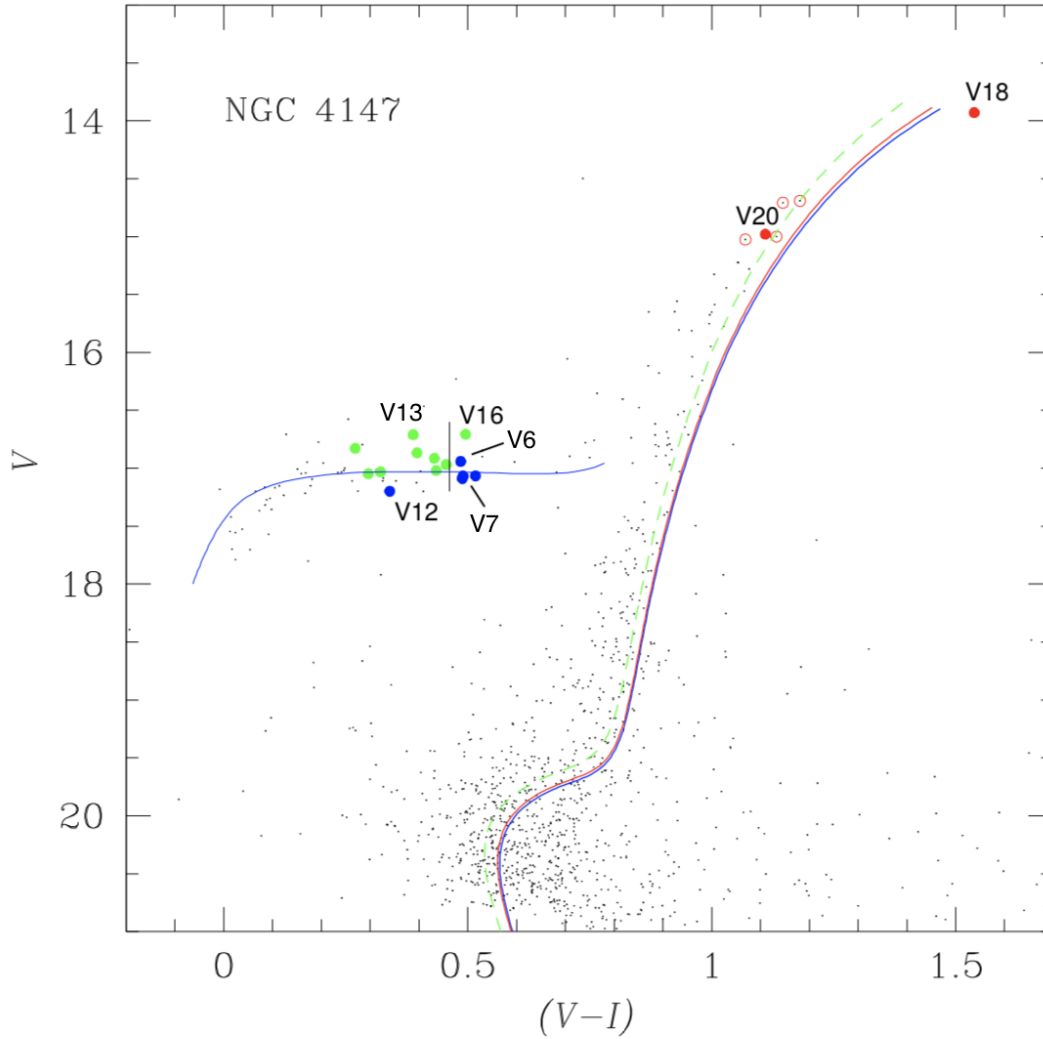


FIGURA 7.6: Diagrama Color Magnitud de NGC 4147, calculado a partir de los promedios aritméticos de todas las observaciones de cada estrella o del ajuste de Fourier para las estrellas variables RR Lyrae. Los símbolos azules corresponden a las estrellas RRab y los verdes a las RRc. Diagrama tomado de Arellano Ferro *et al.* (2018b). Las isocronas de 12 Gyr para  $[Fe/H] = -1.75$  (azul) y  $-1.80$  (rojo), así como los modelos de ZAHB para  $[Fe/H] = -1.75$ ,  $[\alpha/Fe] = 0.4$  y  $Y = 0.25$  (azul) son de VandenBerg *et al.* (2014). Los autores hicieron correcciones para una distancia de 19.05 kpc y  $E(V - B) = 0.01$ . A manera de comparación, la línea verde discontinua resulta al considerar  $Fe/H = -2.0$  y  $E(V - B) = 0.0$ . La línea negra vertical es el borde rojo del primer sobretono.

6171 y NGC 4147, dónde, de igual manera que para M5, se redujo la dispersión usando el periodo auxiliar  $P'$  propuesto por van Albada y Baker (1971). En el caso de NGC 6171, éste periodo está dado por la relación:

$$\log(P') = \log(P) + 0.336(\langle V \rangle - 15.7181), \quad (7.3)$$

donde 15.7181 mag es el promedio  $\langle V \rangle$  de las estrellas RR Lyrae estables.

Para NGC 4147, el periodo auxiliar  $P'$  sigue la relación:

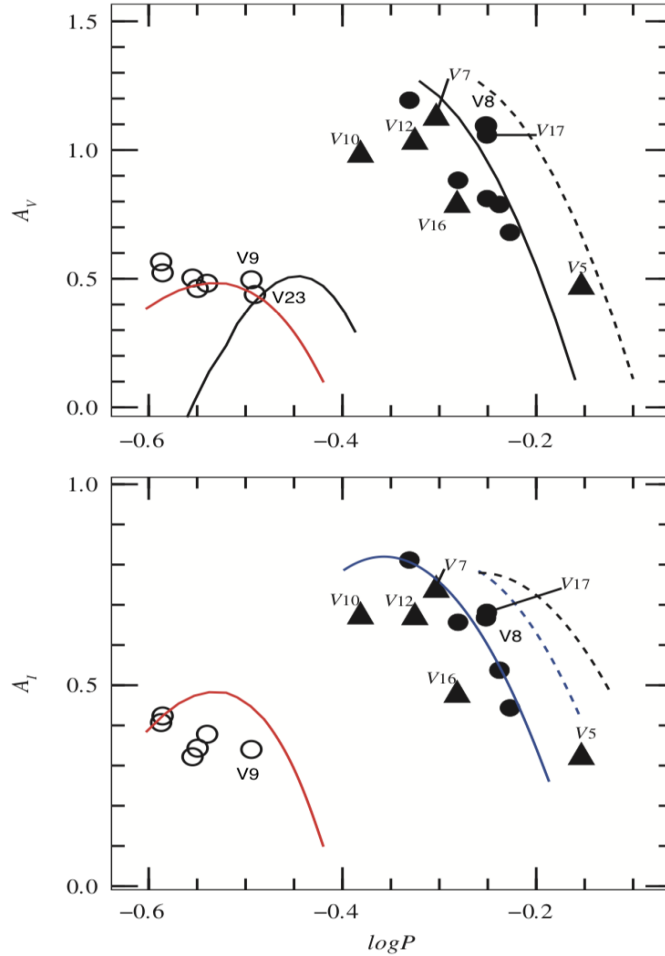


FIGURA 7.7: Plano  $\log P$  vs amplitud o diagrama de Bailey para las amplitudes en las bandas V e I de las estrellas RR Lyrae en NGC 6171. Diagrama tomado de Deras *et al.* (2018).

$$\log(P') = \log(P) + 0.336(\langle V \rangle - 16.9375), \quad (7.4)$$

donde 16.9375 mag es el promedio  $\langle V \rangle$  de las estrellas RR Lyrae estables.

La discusión sobre estos diagramas es equivalente a la del cúmulo M5, aquí podemos observar que las estrellas más evolucionadas caerían a la derecha, sobre las líneas punteadas, en el diagrama de Bailey. Las estrellas que podemos identificar son aquellas que están terminando su paso por la RH y se dirigen hacia la AGB; éstas se ubicarían en la parte roja de la RH y, al ser más luminosas, por encima de las demás. Estas estrellas deben tener una tasa de cambio de periodo  $\beta > 0$ , que denota una evolución hacia el rojo en la IS. Las estrellas con una tasa de cambio de periodo  $\beta < 0$  son aquellas que evolucionan hacia el azul en la IS y difícilmente se pueden identificar en el DCM, al estar en la misma posición que las demás estrellas RR Lyrae, es decir, comparten una luminosidad similar.

En el caso de NGC 6171, las estrellas que caen un poco a la derecha en el diagrama de Bailey (Figura 7.7), es decir, las que estarían en etapas evolutivas más avanzadas, son las RRab V5, V8 y V17, y las RRc V9 y V23. Sin embargo, no contamos con datos de  $\langle V \rangle$  e  $\langle I \rangle$  para V5 ni de  $\langle I \rangle$  para V23, por lo que no están etiquetadas en el plano Color-Periodo (Figura 7.9). Las estrellas en cuestión tienen tasas de cambio

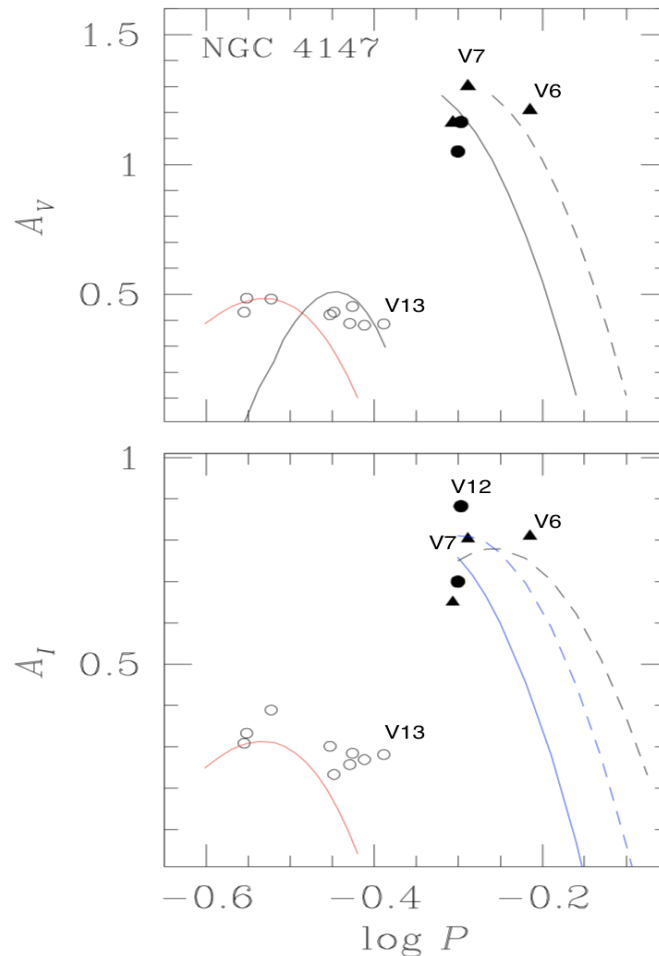


FIGURA 7.8: Plano  $\log P$  vs amplitud o diagrama de Bailey para las amplitudes en las bandas V e I de las estrellas RR Lyrae en NGC 4147.

de periodo  $\beta = -0.062$  para V5,  $\beta = 0.091$  para V8,  $\beta = 0.624$  para V17,  $\beta = 0.012$  para V9 y  $\beta = 0.076$  para V23. Llama la atención que V5 tiene una tasa de cambio de periodo negativa, por lo que no debería ocupar ese lugar en el diagrama de Bailey. La falta de datos hacen imposible una mayor discusión sobre V5, que es una variable que exhibe variaciones en su amplitud y fase (Deras *et al.*, 2018).

En el caso de NGC 4147, estas estrellas es la RRab V6 y la RRc V13. Estas estrellas tienen tasas de cambio de periodo positivas grandes en comparación con las demás en ese cúmulo:  $\beta = 0.139$  y  $\beta = 0.225$ ; están etiquetadas tanto en el diagrama de Bailey (Figura 7.8), como en el DCM (Figura y 7.6) y el plano Color-Periodo correspondiente (Figura 7.10). La variable V7 también se encuentra un poco a la derecha en la tendencia en el diagrama de Bailey, sin embargo su tasa de cambio de periodo es grande y negativa:  $\beta = -0.33$ .

NGC 6171 cuenta con una RH muy roja, con un parámetro de estructura  $\mathcal{L} = -0.74$ , por lo que, según las predicciones teóricas (Catelan, 2009), el valor medio de  $\beta$  debe estar alrededor de 0 d Myr<sup>-1</sup>. Tomando los valores de  $\beta$  de la Tabla 5.2, el valor medio calculado por nosotros es de  $-0.086 \pm 0.346$  d Myr<sup>-1</sup>.

Aunque el promedio es cercano a cero, hay casos aislados de cuatro estrellas en los que tres tienen valores negativos de  $\beta$  grandes, lo que implica una evolución hacia el azul y una estrella con cambio de periodo positivo, V17 con  $\beta = +0.624 \pm 0.021$  d Myr<sup>-1</sup>. Este valor es comparable con aquel calculado para V7, V8, V25, V77,

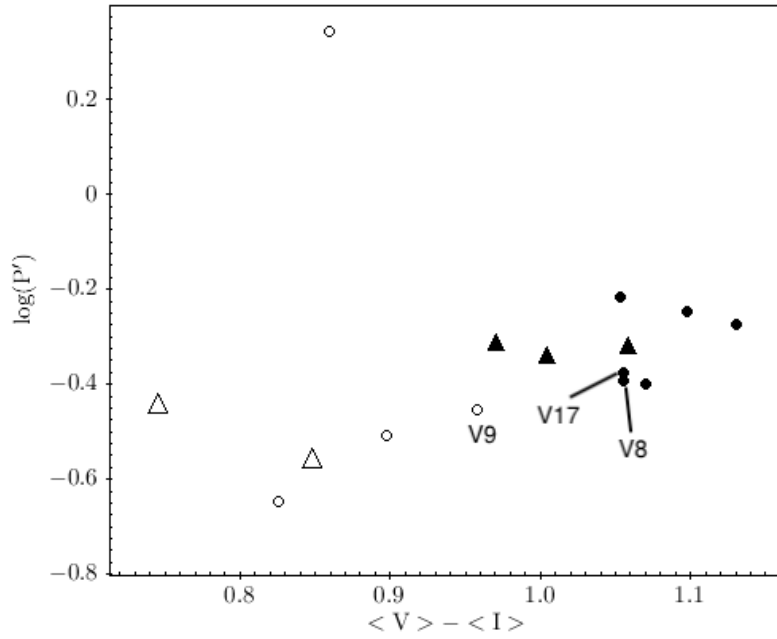


FIGURA 7.9: Diagrama Periodo-Color para las estrellas RR Lyrae estables en NGC 6171. Los círculos llenos representan las estrellas RRab y los círculos vacíos las estrellas RRc. Las estrellas con efecto Blazhko están representadas con triángulos. Los periodos de las estrellas RRc se fundamentalizaron al añadir 0.128 a  $\log P$ . El periodo reducido  $P'$  se define como  $\log(P') = \log(P) + 0.336(\langle V \rangle - 15.7181)$ .

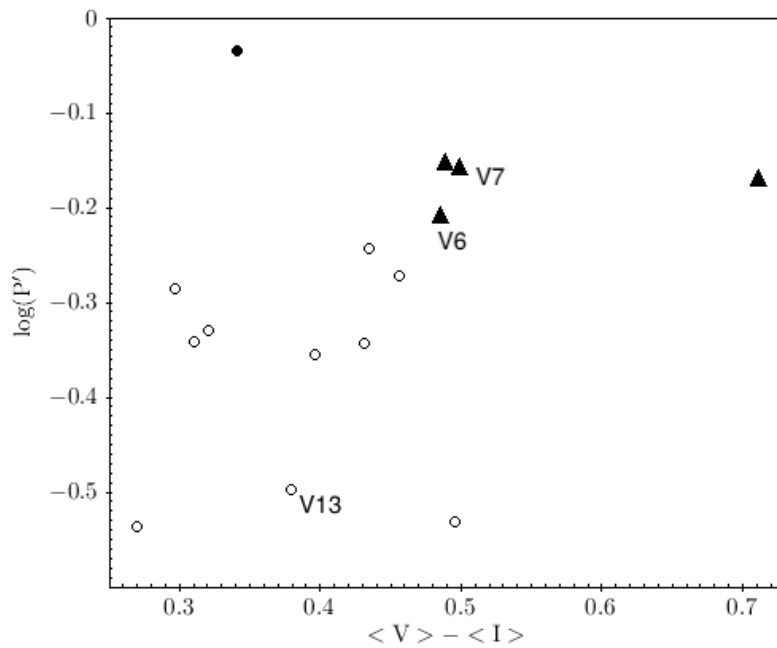


FIGURA 7.10: Diagrama Periodo-Color para las estrellas RR Lyrae estables en NGC 4147. Los círculos llenos representan las estrellas RRab y los círculos vacíos las estrellas RRc. Las estrellas con efecto Blazhko están representadas con triángulos. Los periodos de las estrellas RRc se fundamentalizaron al añadir 0.128 a  $\log P$ . El periodo reducido  $P'$  se define como  $\log(P') = \log(P) + 0.336(\langle V \rangle - 16.9375)$ .

V87 y V90 en M5 ( $\mathcal{L} = +0.31$ ); argumento a favor de que estas estrellas se encuentran en una etapa evolutiva avanzada hacia la rama asintótica. En el cúmulo M3 (Corwin y Carney, 2001), con un parámetro de estructura  $\mathcal{L} = +0.18$ , se encuentran en el mismo caso V10 (+0.385 d Myr<sup>-1</sup>), V47 (+0.393 d Myr<sup>-1</sup>), V69 (+0.414 d Myr<sup>-1</sup>) y V83(+0.345 d Myr<sup>-1</sup>). A partir de trazas evolutivas post-ZAHB de Dorman (1992) para una metalicidad [Fe/H]=-1.48 y masas de 0.6 – 0.66  $M_{\odot}$ , Jurcsik *et al.* (2001) calcularon tasas de cambio de periodo de -0.026 a +0.745 d Myr<sup>-1</sup>; así, todos los valores positivos de  $\beta$  mencionados podrían deberse a un origen evolutivo, por lo que se puede inferir que el cambio de periodo en V17 de NGC 6171 también.

Una estrella pre ZAHB que cruza la IS como RR Lyrae puede alcanzar valores de  $\beta < -0.8$  d Myr<sup>-1</sup> (Silva Aguirre *et al.*, 2008). Jurcsik *et al.* (2001) calculan, basados en los modelos post-ZAHB de Dorman (1992), que la evolución más rápida hacia el azul alcanza un valor de -0.026 d Myr<sup>-1</sup>. De esta manera, se puede pensar que V10, V12 y V16 son en efecto estrellas pre ZAHB, por otro lado, según las estadísticas de Silva Aguirre *et al.* (2008) para el caso del cúmulo M3, solo hay una estrella pre ZAHB por cada ~60 estrellas en la RH y sólo el 22 % de éstas caería en la IS, donde pulsarían como RR Lyrae. Suponiendo tal estadística, en NGC 6171, que cuenta con 110 estrellas en la RH, no habría ni una estrella RR Lyrae pre ZAHB. No obstante, las estrellas RR Lyrae con valores significativamente negativos son comunes en algunos cúmulos: M3 cuenta con cinco estrellas con  $\beta < -0.4$  d Myr<sup>-1</sup> (Corwin y Carney, 2001), M5 cuenta con cinco estrellas con  $\beta < -0.3$  d Myr<sup>-1</sup> (Arellano Ferro *et al.*, 2016a) y NGC 6934 cuenta con cuatro estrellas con  $\beta < -0.4$  d Myr<sup>-1</sup> (Stagg y Wehlau, 1980). Así, es probable que V10, V12 y V16 en NGC 6171 sean estrellas pre ZAHB.

Cabe notar que en este cúmulo la mayoría de las estrellas, 18 de 22, es decir 82 %, mantienen su periodo constante durante ~80 años, mientras que en M5, solo 34 % de sus estrellas RR Lyrae mantienen su periodo constante durante ~100 años. Las estrellas que exhiben un cambio de periodo en NGC 6171 son de tipo RRab.

### 7.3. Estructura de la RH y tasa de cambio de periodo

Se cree que las estrellas que evolucionan hacia el rojo y hacia luminosidades mayores están presentes principalmente en cúmulos globulares con RH azul, por lo tanto, en este tipo de cúmulos se espera encontrar cambios de periodo positivos debidos a procesos evolutivos, es decir, un incremento en  $\beta$ , como algunos modelos evolutivos teóricos predicen (Lee, 1991; Catelan, 2009). Por otro lado, los cúmulos con RH roja o intermedia, deberían mostrar en promedio, cambios de periodo alrededor de cero o negativos.

La Figura 7.11 es una versión actualizada de Catelan (2009, Fig. 15). La línea continua indica la predicción teórica para distintos valores de  $\mathcal{L}$ , que los autores obtienen a partir de cúmulos sintéticos.

Este ajuste esta representado por la siguiente ecuación:

$$\left\langle \frac{\Delta P}{\Delta t} \right\rangle = \frac{0.0053}{1 - 0.99\mathcal{L}} [d Myr^{-1}]. \quad (7.5)$$

Los puntos negros en la figura son valores recopilados por Smith (1995) y Catelan (2009, Tab. 4), con excepción de aquellos para M5 ( $\langle\beta\rangle = 0.0 \pm 0.04$ ) y NGC 6171 (M107) ( $\langle\beta\rangle = +0.005 \pm 0.12$ ), que están actualizados de acuerdo a los resultados obtenidos en esta tesis, ver tambien Arellano Ferro *et al.* (2016a) y Arellano Ferro *et al.* (2018a) respectivamente. Cabe notar que la congruencia de las observaciones con

la tendencia del modelo depende en gran manera de  $\omega$  Cen, como lo señalan Smith (1995) y Catelan (2009), cúmulo que tiene una RH ligeramente más roja. El resto de los cúmulos tienen una dispersión alrededor de cero de  $\pm 0.05$  d Myr<sup>-1</sup>, incluso M22 y M28, que tienen una RH más azul, pero que no difieren mucho al resto. Sin embargo, estos resultados provienen de diversos estudios, con diferentes calidades y metodologías; y aunque se necesitan observaciones de buena calidad durante un largo periodo, para algunos cúmulos no se cumple esta exigencia. Por otro lado, las barras de error grandes son de esperarse en cúmulos con muestras con valores de  $\beta$  grandes tanto positivos como negativos.

El triángulo corresponde al valor para NGC 4147 calculado por Catelan (2009) basado en observaciones hechas por Stetson, Catelan y Smith (2005); su ubicación peculiar en esta figura llama la atención y en parte, este trabajo busca resolver esta discrepancia (ver Luna y Arellano Ferro (2019)). Los resultados obtenidos en ese trabajo ubican al cúmulo en una posición más congruente con el resto de los cúmulos y con la tendencia teórica.

Para este cúmulo se utilizaron 13 estrellas RRL (se excluyó a V16 al no tener una estimación de  $\beta$ ) y se calculó el cambio de periodo con respecto al tiempo de éstas mediante el método  $O - C$ . La Tabla 6.3 lista los valores de  $\beta$  para cada estrella en la muestra. La mediana de estos valores es  $\beta = -0.06 \pm 0.02$  d Myr<sup>-1</sup>. Dada la incertidumbre, el valor cae dentro de la dispersión que muestra el resto de los cúmulos, sin embargo, es un poco negativo en cuanto al modelo teórico, considerando que NGC 4147 tiene un valor  $\mathcal{L} = +0.54$ . Las estrellas V1, V2, V7 y V17 influyen en este valor negativo al tener valores significativamente negativos de  $\beta$ . Una inspección de las curvas de luz de estas variables en el trabajo hecho por Arellano Ferro *et al.* (2018b) arroja que V1, V2 y V7 presentan efecto Blazhko, incluso V6, que tiene un valor de  $\beta$  significativamente positivo, lo tiene. Ya que la presencia de modulaciones en la fase y amplitud de la curva de luz, como lo es el efecto Blazhko, introduce incertidumbre en la medición del momento exacto del tiempo de máximo brillo, y por lo tanto en la apariencia del diagrama  $O - C$ , se calculó la mediana de  $\beta$  sin los valores de las variables con Blazhko, así el valor es  $\beta = -0.04 \pm 0.02$  d Myr<sup>-1</sup>. En ambos casos el valor es cercano a cero, como se predice teóricamente.

Estos resultados están representados por un punto rojo, cuando no se toman en cuenta las variables con efecto Blazhko y con un punto azul cuando si se toman en cuenta las variables con efecto Blazhko.

En los casos de NGC 4147, M5 y NGC 6171 no se encontraron variaciones irregulares de periodo debidas a procesos estocásticos. Algunas de estas variaciones frecuentemente son mal interpretadas debido a un aspecto extraño del diagrama  $O - C$ ; Arellano Ferro *et al.* (2016a) demostraron que un mal cálculo de ciclos puede producir tal aspecto en los diagramas, por lo que un conteo de ciclos apropiado produce, incluso para las variables con efecto Blazhko muy marcado, un diagrama  $O - C$  regular. Lo anterior no contradice los argumentos teóricos para las variaciones estocásticas de periodo producidas por eventos de mezclado en el núcleo que alterarían la estructura hidrostática y por ende el periodo de pulsación (e.g. Balázs-Detre y Detre, 1965; Sweigart y Renzini, 1979), sino argumenta a favor de las observaciones continuas con una base de tiempo larga, las cuales son necesarias para este tipo de estudios, como lo son las observaciones de la estrella RR Lyrae (Le Borgne, Klotz y Boer, 2008) por ejemplo. Dicho esto, las variaciones regulares que se han encontrado pueden existir junto con variaciones debidas a procesos estocásticos, pero que solo son detectables con series de tiempo largas y con la calidad adecuada.

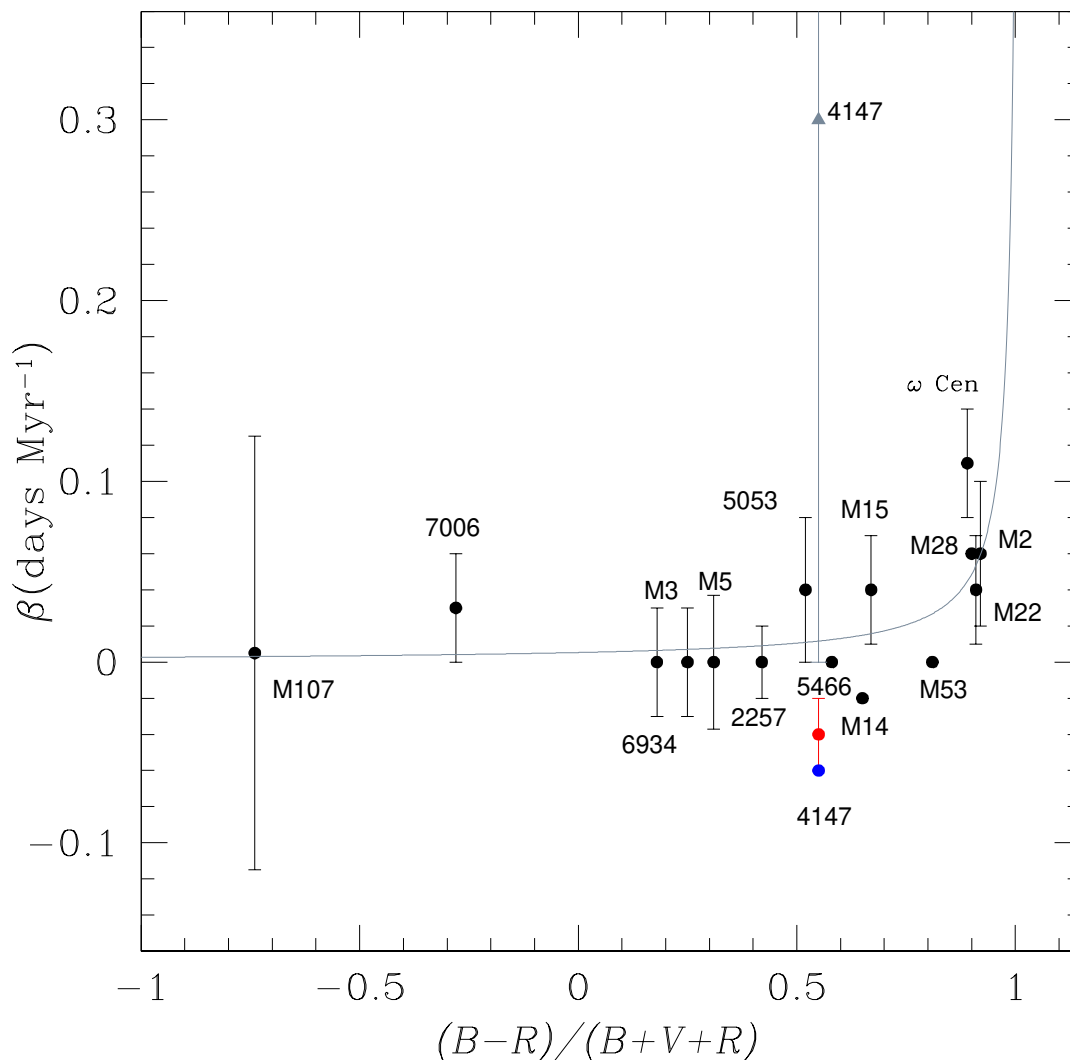


FIGURA 7.11: Cambio de periodo mediano como función del parámetro de estructura  $\mathcal{L} \equiv (B - R)/(B + V + R)$ . Los números corresponden a la nomenclatura NGC. La posición de NGC 4147 representada con un punto rojo corresponde a la muestra de RRL incluyendo aquellas con efecto Blazhko mientras que la posición representada por un punto azul corresponde a la muestra excluyendo a las variables con efecto Blazhko. La posición marcada con un triángulo es aquella calculada por Catelan (2009) y no es consistente con nuestros resultados.

## Apéndice A

# Los Artículos

A continuación, anexo los artículos de investigación correspondientes a los cambios de periodo de los cúmulos globulares M5 (Arellano Ferro *et al.*, 2016a) y NGC 6171 (Arellano Ferro *et al.*, 2018a), cuyos resultados y metodología utilizo en este trabajo; así como el artículo de investigación sobre los cambios de periodo del cúmulo globular NGC 4147 (Luna y Arellano Ferro, 2019), artículo que surgió a partir de la realización de esta tesis.



# A new overview of secular period changes of RR Lyrae stars in M5

A. Arellano Ferro,<sup>1</sup>★ J. A. Ahumada,<sup>2</sup> N. Kains<sup>3</sup> and A. Luna<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria CP 04510, Mexico*

<sup>2</sup>*Observatorio Astronómico, Universidad Nacional de Córdoba, Laprida 854, 5000 Córdoba, Argentina*

<sup>3</sup>*Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA*

Accepted 2016 June 3. Received 2016 June 3; in original form 2016 February 29

## ABSTRACT

Secular period variations,  $\beta = \dot{P}$ , in 76 RR Lyrae stars in the globular cluster M5 are analysed using our most recent CCD *V* photometry and the historical photometric data base available in the literature since 1889. This provides a time baseline of up to 118 yr for these variables. The analysis was performed using two independent approaches: first, the classical *O – C* behaviour of the time of maximum light, and second, via a grid ( $P, \beta$ ), where the solution producing the minimum scatter in the phased light curve is chosen. The results of the two methods agree satisfactorily. This allowed a new interpretation of the nature of the period changes in many RR Lyrae stars in M5. It is found that in 96 per cent of the stars studied no irregular or stochastic variations need to be claimed, but that 66 per cent of the population shows steady period increases or decreases, and that 34 per cent of the periods seem to have been stable over the last century. The lack of systematic positive or negative period variations in RR Lyrae stars in other globular clusters is addressed, and the paradigm of period changes being a consequence of stellar evolution is discussed in terms of chemical variations near the stellar core and of multiple stellar populations. In M5 we found a small positive average value of  $\beta$  and a small surplus of RRab stars with a period increase. Nevertheless, in M5 we have been able to isolate a group of likely evolved stars that systematically show positive, and in some cases large, period change rates.

**Key words:** stars: variables: RR Lyrae – globular clusters: individual: NGC 5904.

## 1 INTRODUCTION

Secular period changes in the RR Lyrae stars (RRLs) of NGC 5904 (M5, or C1516+022 in the IAU nomenclature) ( $\alpha = 15^{\text{h}}18^{\text{m}}33^{\text{s}}.2$ ,  $\delta = +02^{\circ}04'51''.7$ , J2000;  $l = 3^{\circ}85$ ,  $b = +46^{\circ}80$ ), have been measured since the pioneering work of Oosterhoff (1941), and in the following seven decades several authors have tackled the problem of estimating the period change rates in pursuit of measurable indications of the stellar evolution on the horizontal branch (HB) across the instability strip (IS) (Coutts & Sawyer-Hogg 1969; Kukarkin & Kukarkina 1971; Storm, Carney & Beck 1991; Reid 1996; Szeidl et al. 2011). Photometric studies of M5 are numerous, as are time series data of its variable stars since 1889 (Bailey 1917), leading to a wealth of resources available for the study of secular period variations.

The most recent and complete study to date of the period variations in the RRLs in M5 was published by Szeidl et al. (2011; hereafter SZ11), who employed a new approach to the *O – C* method that uses complete light curves rather than a single specific phase. They reported period changes for 86 stars, using a time baseline of about 100 yr for the majority of them. While many stars were found

to have a uniform period increase or decrease, several very intriguing cases of irregular period variations emerged in that study which are difficult to confront with theoretical expectations. In this study we have added our most recent CCD time series of M5 (Arellano Ferro et al. 2016a; hereafter AF16) that extends the time baseline, in many cases, to about 118 yr, which have allowed us to re-interpret some of the *O – C* diagrams, particularly the ones of those peculiar stars.

This paper is organized as follows; in Section 3 we summarize the previous studies of period changes in M5 and the available data collections in the literature. In Section 4 the methods employed in this work to calculate period change rates are described, the results are reported and a brief discussion of particular cases is included. Section 5 contains a discussion on the lack of systematic period change rates as a consequence of several effects, other than simple evolution, that influence the stellar structure and chemistry and hence the period change rates. A summary of our results and conclusions is given in Section 6.

## 2 OBSERVATIONS

The most recent *V* CCD time series used in this paper to substantially extend the time baseline in many cases to about 118 yr,

\*E-mail: armando@astro.unam.mx

**Table 1.** Sources of photometric data and times of maximum light in the RR Lyrae stars of M5.

Authors	Years	Band	Notes
Bailey (1917)	1889–1912	<i>pg</i>	1
Shapley (1927)	1917	<i>pg</i>	2
Oosterhoff (1941)	1932–35	<i>pg</i>	3
Coutts & Sawyer-Hogg (1969)	1936–66	<i>pg</i>	
Szeidl et al (2011)	1952–63	<i>pg</i>	
Szeidl et al (2011)	1971–93	<i>pg</i>	
Kukarkin & Kukarkina (1971)			4
Cohen & Gordon (1987)	1986	<i>B, i</i>	
Storm et al. (1991)	1987	CCD <i>V</i>	
Cohen & Matthews (1992)	1989	CCD <i>V</i>	
Brocato et al. (1996)	1989	CCD <i>V</i>	
Reid (1996)	1991–92	CCD <i>V</i>	
Kaluzny et al. (1999)	1997	CCD <i>V</i>	
Present work	2012–14	CCD <i>V</i>	

1. Times of maximum light were calculated by Kukarkin & Kukarkina (1971), 2: Light curves and times of maximum in Coutts & Sawyer-Hogg (1969) and Coutts (1971). 3: Times of maximum in Coutts & Sawyer-Hogg (1969). 4: No new data are provided but it is a source of times of maximum light.

was performed on 11 nights between 2012 February 29 and 2014 April 09 with the 2.0 m telescope at the Indian Astronomical Observatory (IAO), Hanle, India, and have been reported by AF16. A total of 392 images obtained in the Johnson–Kron–Cousins *V* filter are used here for the purpose of this analysis. For a full description of observations and the reduction procedure, the reader is referred to AF16.

### 3 PREVIOUS STUDIES OF RR LYRAE SECULAR PERIOD VARIATIONS IN M5

M5 is one of the most observed globular clusters, and observations since 1889 available in the literature are summarized in Table 1. Including our observations, the baseline spans 118 yr, allowing for a detailed analysis of secular period changes of the variables in this cluster. We have digitized all available data listed in Table 1 and, since these older data may be useful for future studies, but time-consuming to put together, we have uploaded them on to the Strasbourg Astronomical Data Center (CDS).

The first-ever study of period variations of RRLs in M5 was performed by Oosterhoff (1941) who, with a time baseline of about 40 yr and despite having only three epochs available, 1895–97, 1917 and 1934, was able to detect the period variations in 43 RRab stars (RRc stars were not studied) and to conclude that there was no statistical evidence for preferential period increases in M5. Coutts & Sawyer-Hogg (1969) revisited the cluster adding some 40 yr to the time baseline and also concluded that no systematic period variations in the cluster could be argued and that the small period change rates found by them might not necessarily be the result of stellar evolution. To establish this, and considering the time spent by a star on the HB as RR Lyrae, they estimated that the time baseline needed to be extended yet another 30 yr. Kukarkin & Kukarkina (1971) extended the period changes analysis for 51 stars adding observations of the Crimean Station of the Sternberg Astronomical Institute including data from 1952 and 1958–68. They did not publish their observations but listed series of times of maximum light for all the stars in their sample and offered *O* – *C* diagrams. They concluded that 27 stars have period increases, 14 period decreases and for 9 the period remains constant. Further period analyses were

carried out by Storm et al. (1991) for 10 stars and by Reid (1996) for 30 variables, extending their data time baselines to the 1980s. The most recent and complete analysis of period changes in M5 was published by SZ11, who used a time baseline of about 100 yr and supplemented the available data with archival data for the years 1952–93 not included before. One of the most striking results of this study based on a large sample of 86 RRLs is the large number of variables exhibiting irregular period variations: 50 per cent of the RRc and 34 per cent of the RRab according to these authors. To explain such period variations would be a challenge for the theory of stellar pulsation and evolution across the IS. SZ11 also concluded that there are no preferential period increases or decreases, hence no preferential evolution to the red or to the blue. In this paper we analyse the period secular variations in a sample of 76 RRLs using two independent methods and revisit the discussion of whether the period variations are the consequence of stellar evolution alone in the HB.

### 4 PRESENT APPROACHES TO THE PERIOD CHANGE RATE CALCULATION

We have analysed the period changes in the population of RRLs in M5 by two methods; (a) via the classical *O* – *C* diagrams constructed from a fixed given ephemeris to predict the times of maximum light and compare them with the observed ones. These diagrams suggest simple period adjustments if the *O* – *C* residuals describe a straight line, or allow the determination of the period change rate  $\beta = \dot{P}$ , if the residuals describe a parabola or a higher order polynomial. (b) Searching on a grid (*P*,  $\beta$ ), for the pair that produces the light curve with the minimum dispersion. These approaches are described in detail in Sections 4.1 and 4.2, respectively.

#### 4.1 The *O* – *C* method

The observed minus the calculated (*O* – *C*) residuals of a given feature in the light curve, as an indication of miscalculations or authentic variations of the pulsation or orbital period, using a single given phase of the light curve as a reference, is a standard approach that has been in use for many decades for example in Cepheids, RR Lyrae and contact binary stars (e.g. Coutts & Sawyer-Hogg 1969; Reid 1996; Arellano Ferro, Rosenzweig & Rojo Arellano 1997; Lee et al. 2011). It is convenient to select a feature that facilitates the accurate determination of the phase. For RRab stars a good selection is the time of maximum brightness, which is well constrained, as opposed to the longer lasting time of minimum or mean light. To predict the time of maximum one adopts an ephemeris of the form

$$C = E_0 + P_0 N, \quad (1)$$

where  $E_0$  is an adopted origin or epoch,  $P_0$  is the period at  $E_0$  and  $N$  is the number of cycles elapsed between  $E_0$  and  $C$ . An initial estimate of the number of cycles between the observed time of maximum  $O$  and the reference  $E_0$  is simply,

$$N = \left\lfloor \frac{(O - E_0)}{P_0} \right\rfloor, \quad (2)$$

where the incomplete brackets indicate the rounding down to the nearest integer. However, we must note that if the time between  $E_0$  and the observed time of maximum  $O$  is much larger than the period, and the period change rate is large enough, the *O* – *C* difference can exceed one or more cycles and then one must correct for these extra cycles to obtain a correct *O* – *C* diagram. This exercise may

prove difficult if there are large gaps in the time series but is rather straightforward otherwise, as is this case of M5.

A plot of the number of cycles  $N$  versus  $O - C$ , usually referred to as an  $O - C$  diagram, and its appearance evidence a secular variation of the period (mostly parabolic but a higher order is also possible) or the fact that the period  $P_0$  used in the ephemerides is wrong, which produces a linear  $O - C$  diagram.

Let us assume the initial model a cubic distribution of the  $O - C$  residuals as function of time, represented by the number of cycles  $N$  elapsed relative to the initial epoch  $E_0$ . The linear and quadratic cases are then particular solutions of this more general representation:

$$O - C = A_0 + A_1 N + A_2 N^2 + A_3 N^3, \quad (3)$$

or,

$$O = (E_0 + A_0) + (P_0 + A_1)N + A_2 N^2 + A_3 N^3. \quad (4)$$

From equation (4) it is clear that  $E_0 + A_0$  is the corrected epoch for a given fit and that  $P_0 + A_1$  is the corrected period at that epoch.

Taking the derivative allows us to calculate the period at any given  $N$ ,

$$P(N) = \frac{dO}{dN} = (A_1 + P_0) + 2A_2 N + 3A_3 N^2, \quad (5)$$

and,

$$\beta \equiv \dot{P} = \frac{dP}{dt} = 2A_2 \frac{dN}{dt} + 6A_3 N \frac{dN}{dt}. \quad (6)$$

Since the time elapsed to a given epoch is the period times the number of cycles,  $t = PN$ , then  $\beta$  at a given epoch  $N$  and its secular variation  $\dot{\beta}$  can be written respectively as

$$\beta = \frac{2A_2}{P} + \frac{6A_3 N}{P}, \quad (7)$$

and

$$\dot{\beta} = \frac{6A_3}{P^2} - \frac{\beta}{P^2}(2A_2 + 6A_3 N). \quad (8)$$

Equation (8) represents the variation of period change rate at a given time  $N$ . For  $N = 0$  and  $P = P_0$  we get,

$$\beta = \beta_0 = \frac{2A_2}{P_0}, \quad (9)$$

and

$$\dot{\beta}_0 = \frac{6A_3}{P_0^2} - \frac{4A_2^2}{P_0^3}. \quad (10)$$

If we set  $A_2 = A_3 = 0$  in equation (4) we would be dealing with the linear case were the original estimate of the period  $P_0$  should be corrected to  $P_0 + A_1$ .

We have used the available data in the literature since 1889 to build up a collection of as many times of maximum light of as many RRLs as possible. Some authors have already published times of maximum for some variables in M5 (e.g. Coutts 1971; Kukarkin & Kukarkina 1971), and in these cases we have adopted their values. For other authors, we have used the published photometric data to estimate the times of maximum. When necessary we have transformed Julian days into heliocentric Julian days. The complete collection of the times of maximum for each star is given in Table 2, of which we show here just a small portion since the full table is only available in electronic form. To calculate the  $O - C$  residuals as described above, we adopted for each studied variable the ephemerides given by AF16 in their table 3, and also listed in columns 3 and 4 of the present Table 3.

**Table 2.** Observed times of maximum light  $O$  for RR Lyrae stars in M5 and the corresponding  $O - C$  residuals calculated with the given ephemerides for each variable. The sources of either the times of maximum light or the data employed to calculate the times of maximum are coded in column 4 as follows: KK (listed by Kukarkin & Kukarkina 1971); hWil (calculated in this work from Mount Wilson 1917 data published by Coutts & Sawyer-Hogg 1969); hDDO (calculated in this work from DDO data published by Coutts & Sawyer-Hogg 1969); CSH (listed by Coutts & Sawyer-Hogg 1969 from Oosterhoff's 1941 data); COU (listed by Coutts 1971 from Mount Wilson 1917 data); hOOS (calculated in this work from Oosterhoff's 1941 data); STO (calculated in this work from data by Storm et al. (1991); BRO (calculated in this work from data by Brocato, Castellani & Ripepi 1996); KAL (calculated from data by Kaluzny et al. 1999), B24, A49, L24 and P40 (calculated from the data in Table 1 of SZ11); COH (calculated in this work from data by Cohen & Sarajedini 2012); AF16 (calculated from data by AF16). This is an extract from the full table, which is only available with the electronic version of the article (see Supporting Information).

Variable	$P_0$ (d)	$E_0$ (HJD)	
V1	0.567513	2456504.1766	
$O$ (HJD)	$(O - C)$	No. of cycles	source
240 0000.+	d		
13715.5848	+0.6066	-82004.	KK
16250.4334	+0.5714	-77146.	KK
19535.6214	+0.5443	-70850.	KK
21350.3764	+0.4988	-67372.	KK
21375.9511	+0.5069	-67323	hWil
21424.9782	+0.4883	-67229.	COU
27563.8074	+0.4078	-55464	CSH
27610.2469	+0.4092	-55375.	KK
33858.6369	+0.3190	-43400.	hDDO
34154.497	+0.3228	-42833.	B24
36762.3805	+0.2774	-37835.	KK
38071.5434	+0.2613	-35326.	KK
39065.5396	+0.2457	-33421.	KK
39942.1631	+0.2458	-31741.	KK
41007.6310	+0.2144	-29699.	A48
42126.8660	+0.2013	-27554.	L24
42954.4190	+0.1890	-25968.	P40
50578.7717	+0.0878	-11356.	KAL
56063.2547	-0.0059	-845.	AF16
56504.1766	0.0	0.	AF16
56757.2390	-0.0077	+485.	AF16

The resulting  $O - C$  diagrams are shown in Fig. 1 for every variable with observed times of maximum. For stars numbered above V100 we have not found published photometry in the literature, thus the times of maximum light reported in Table 2 are those that we have calculated from the data available in AF16; although this limitation inhibits any period change analysis at present, we publish those times of maximum for the benefit of any possible future analysis. Therefore, Table 3 and Fig. 1 include only up to variable V100.

## 4.2 The $(P, \beta)$ grid approach

When studying the period variations of variable stars it is common that the available data do not span long enough or that the number of times of maximum light is small, making it difficult to approach the problem via the classical  $O - C$  residuals analysis. Alternatively, we have recently used recently the approach introduced by Kains et al. (2015) to calculate  $\beta$  for a sample of RRLs in NGC 4590 and also employed for NGC 6229 (Arellano Ferro et al. 2015b);

**Table 3.** New periods and period change rates for RR Lyrae stars in M5. Numbers in parentheses in column 7 are the uncertainties in the last decimal place and correspond to the uncertainty in coefficient  $A_2$  in equation (9). Values of  $\beta_0$  in boldface are the recommended by our analysis.

Variable star ID	Variable type	$P_0$ (AF16) (d)	$E_0$ (+2 450 000) (HJD)	$E_0 + A_0$ (+2 450 000) (HJD)	$P_0 + A_1$ (d)	$\beta_0$ ( $O - C$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )	$\beta_0$ ( $P, \beta$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )	$P_0$ ( $P, \beta$ ) (days)	Notes
V1	RRab Bl	0.521794	6757.2390	6757.2354	0.52178651	<b>-0.001(3)</b>	+0.02	0.521787	<i>b</i>
V3	RRab	0.600189	6029.2645	6029.2694	0.60018771	<b>+0.040(9)</b>	0.0	0.600186	
V4	RRab Bl	0.449647	6046.2142	6046.2148	0.44964950	-0.084(23)	<b>-2.31</b>	0.449556	<i>a</i>
V5	RRab	0.545853	6061.3453	6061.3512	0.54584759	<b>-0.306(12)</b>	-	-	
V6	RRab	0.548828	5989.4522	5989.4478	0.54882336	<b>-0.113(13)</b>	-0.07	0.548826	
V7	RRab	0.494413	5989.4323	5989.4383	0.49441262	<b>+0.227(3)</b>	+0.25	0.494415	
V8	RRab Bl	0.546251	5989.3293	5989.3665	0.54625752	+0.474(50)	+0.12:	0.546240	<i>a</i>
V9	RRab	0.698899	6063.4105	6063.4203	0.69889415	<b>-0.030(13)</b>	-0.04	0.698893	
V11	RRab	0.595897	6046.2751	6046.2751	0.59589193	+0.009(8)	<b>0.0</b>	0.595893	<i>b</i>
V12	RRab	0.467699	6046.2434	6046.2467	0.46769709	<b>-0.230(3)</b>	-0.28	0.467695	
V13	RRab Bl	0.513133	6046.2579	6046.2299	0.51312442	+0.018(55)	+0.08	0.513127	<i>b</i>
V14	RRab Bl	0.487156	6063.2014	6063.2048	0.48715409	-	-	-	<i>a</i>
V15	RRc	0.336765	6061.4425	6061.4579	0.33677029	<b>-0.043(1)</b>	+0.03	0.336768	<i>a</i>
V16	RRab	0.647632	6029.1907	6756.4814	0.64763260	<b>+0.064(11)</b>	+0.11	0.647635	
V17	RRab	0.601390	6312.5181	6312.5207	0.60138522	-0.204(8):	-	-	<i>a</i>
V18	RRab Bl	0.463961	6757.2450	6757.2504	0.46395054	-0.007(29)	-	-	<i>b</i>
V19	RRab Bl	0.469999	6046.2639	6046.2800	0.4699988	<b>+0.111(4)</b>	-	-	<i>a</i>
V20	RRab	0.609473	5987.4631	5987.4773	0.60947601	-0.021(6)	-0.06	0.609473	<i>b</i>
V24	RRab Bl	0.478439	6029.3187	6029.3310	0.47843694	<b>-0.327(11)</b>	-	-	<i>a</i>
V25	RRab	0.507525	5987.3835	5087.3861	0.50756321	<b>+0.933(94)</b>	+4.01	0.507685	<i>a</i>
V26	RRab Bl	0.622561	5989.4356	5989.4459	0.62256400	-0.001(20)	<b>0.0</b>	0.622564	<i>b</i>
V27	RRab	0.470322	6063.3866	6063.3959	0.47033603	<b>-0.301(6)</b>	-	-	
V28	RRab Bl	0.543877	6312.5122	-	-	-	-0.16:	0.543922	<i>a</i>
V30	RRab	0.592178	5987.4673	5987.4708	0.59217587	-0.007(21)	<b>0.0</b>	0.592176	<i>b</i>
V31	RRc bump	0.300580	6046.2639	6046.2466	0.30058184	<b>-0.012(1)</b>	-0.05	0.300580	<i>a</i>
V32	RRab	0.457785	5989.4255	5989.4275	0.45778643	-0.004(4)	-	-	<i>b</i>
V33	RRab	0.501481	5989.3506	5989.3502	0.50148223	<b>+0.068(7)</b>	+0.09	0.501481	
V34	RRab	0.56810	6061.2497	6061.2499	0.56814325	0.003(9)	<b>0.0</b>	0.568145	<i>b</i>
V35	RRc bump	0.308217	6063.2209	-	-	-	-	-	<i>a</i>
V36	RRab	0.627725	6061.1878	6061.1759	0.62772336	<b>+0.038(12)</b>	-	-	<i>a</i>
V37	RRab	0.488801	6029.3187	6029.3184	0.48880064	<b>+0.089(3)</b>	+0.12	0.488802	
V38	RRab	0.470422	6504.2422	6504.2582	0.47042828	-0.018(49)	-	-	<i>a, b</i>
V39	RRab	0.589037	6063.3327	6063.3305	0.58904270	<b>+0.081(6)</b>	+0.11	0.589044	
V40	RRc Bl	0.317327	6063.1929	6063.2066	0.31732968	-0.005(5)	-0.01	0.317329	<i>b</i>
V41	RRab	0.488572	6061.3027	6061.3054	0.48856722	<b>-0.078(12)</b>	-0.04	0.488569	<i>a</i>
V43	RRab	0.660226	6029.2970	6757.4952	0.66022986	<b>+0.023(11)</b>	0.0	0.660229	
V44	RRc	0.329599	5987.4916	5987.4848	0.32960270	+0.006(12)	<b>0.0</b>	0.329603	<i>b</i>
V45	RRab Bl	0.616636	6061.3946	6061.3870	0.61663865	<b>+0.027(5)</b>	+0.01	0.616638	
V47	RRab	0.539730	6757.2200	6312.4917	0.53972813	0.022(12)	<b>0.0</b>	0.539728	<i>b</i>
V52	RRab	0.501541	6029.2645	6029.2705	0.50154260	<b>+0.044(23):</b>	-	-	<i>a</i>
V53	RRc	0.373519	5987.5209	5987.5172	0.37351709	<b>0.0</b>	-	-	<i>a, b</i>
V54	RRab	0.454115	5989.3176	5989.3192	0.45411516	<b>+0.045(7)</b>	-	-	<i>a</i>
V55	RRc Bl	0.328903	6504.1925	6504.1933	0.32890264	<b>+0.058(8)</b>	+0.07	0.328903	
V56	RRab Bl	0.534690	6061.3186	6029.2424	0.53469980	<b>+0.166(16)</b>	+0.20	0.534701	<i>a</i>
V57	RRc	0.284697	6046.2434	6046.2467	0.28469423	<b>-0.094(14)</b>	-0.01	0.284689	
V59	RRab	0.542025	6061.2807	6061.2820	0.54202707	<b>+0.016(3)</b>	-0.03	0.542024	
V60	RRc bump	0.285236	6504.1518	6504.1550	0.28523571	<b>-0.018(6)</b>	-0.04	0.285235	
V61	RRab	0.568642	6061.4250	6061.4286	0.56864272	<b>+0.266(5)</b>	+0.25	0.568642	
V62	RRc bump	0.281417	5989.3176	5989.3057	0.28142735	<b>+0.200(9)</b>	-	-	<i>a</i>
V63	RRab Bl	0.497686	6756.3534	6046.1731	0.49768368	<b>+0.065(9)</b>	+0.06	0.497683	
V64	RRab	0.544489	6062.1833	6062.1804	0.54449142	<b>-0.161(27)</b>	-0.13	0.544493	
V65	RRab Bl	0.480664	5989.4389	5989.4474	0.48067521	+0.214(7):	-	0.480672	<i>a, b</i>
V74	RRab	0.453984	6061.3915	6061.3934	0.45398467	<b>-0.119(3)</b>	-0.12	0.453985	
V77	RRab	0.845158	6061.3518	6061.3484	0.84514463	<b>+0.340(21)</b>	+0.32	0.845145	
V78	RRc	0.264820	5989.5204	5989.5341	0.26481743	-0.003(3)	0.0	0.264817	<i>b</i>
V79	RRc	0.333139	6046.2326	6046.2411	0.33313845	-0.012(4)	-	-	<i>b</i>
V80	RRc	0.336542	6046.2751	6046.2843	0.33654488	<b>+0.123(7)</b>	-	-	<i>a</i>
V81	RRab	0.557271	6504.2422	6504.2393	0.55726945	<b>-0.562(9)</b>	-	-	
V82	RRab	0.558435	6063.2014	6063.2038	0.55843655	-0.051(91)	-0.23	0.558433	<i>b</i>
V83	RRab	0.553307	6061.4320	6061.4372	0.55330724	-0.008(6)	-	-	<i>b</i>
V85	RRab Bl	0.527535	6061.3804	6061.3804	0.52752587	-0.234(12)	+0.71	0.527537	<i>a</i>

Table 3 – continued

Variable star ID	Variable type	$P_0$ (AF16) d	$E_0$ (+2 450 000) (HJD)	$E_0 + A_0$ (+2 450 000) (HJD)	$P_0 + A_1$ d	$\beta_0$ ( $O - C$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )	$\beta_0$ ( $P, \beta$ ) (d Myr <sup>-1</sup> )	$P_0$ ( $P, \beta$ ) (days)	Notes
V86	RRab	0.567513	6504.1925	6504.1916	0.56751027	-0.065(9)	-	-	<i>a</i>
V87	RRab	0.738421	6061.2186	6061.2050	0.73842323	<b>+0.369(14)</b>	+0.35	0.738423	
V88	RRc	0.328090	5989.5102	5989.5271	0.32808564	-0.024(21)	-0.45	0.328080	<i>b</i>
V89	RRab	0.558443	6063.1970	6063.1985	0.55844471	<b>+0.060(58)</b>	-0.04	0.558445	
V90	RRab	0.557168	6061.3518	6061.3482	0.55716550	<b>+0.114(8)</b>	+0.10	0.557165	
V91	RRab	0.584945	6063.4183	6063.4085	0.58494285	+0.011(27)	<b>0.0</b>	0.584943	<i>b</i>
V92	RRab Bl	0.463388	6061.1878	6061.1781	0.46338677	+0.025(19)	-0.87:	0.463351	<i>a, b</i>
V93	RRab	0.552300	5987.4505	-	-	-	-	-	<i>a</i>
V94	RRab	0.531327	6061.2497	6061.2475	0.53132796	0.0	-	-	<i>a, b</i>
V95	RRc bump	0.290832	6061.3613	-	0.29083223	0.0	+2.15	0.290833	<i>a, b</i>
V96	RRab	0.512255	6312.48	-	0.512255	0.0	+0.04	0.512255	<i>a, b</i>
V97	RRab Bl	0.544656	5987.3747	5987.3660	0.54464622	-0.134(35)	+0.85:	0.544654	<i>a</i>
V98	RRc	0.306360	6063.4216	6063.4111	0.30636289	+0.022(14)	-	-	<i>a</i>
V99	RRc Bl	0.321336	6061.2186	6061.2059	0.32134529	<b>+0.159(28)</b>	-0.03	0.321344	<i>a</i>
V100	RRc	0.294365	6504.1849	9395.2457	0.29436548	0.0	-	-	<i>a, b</i>

<sup>a</sup>: There is a comment for this star in Section 4.4. A colon after the value of  $\beta$  indicates particularly uncertain values.

<sup>b</sup>: All these stars display a linear  $O - C$  diagram and in fact  $\beta$  is not significantly different from zero. Therefore, we recommend a value of  $\beta = 0.0$ .

we briefly summarize this method here. The period change can be represented as

$$P(t) = P_0 + \beta(t - E), \quad (11)$$

where  $\beta$  is the period change rate, and  $P_0$  is the period at the epoch  $E$ . The number of cycles at time  $t$  elapsed since the epoch  $E$  is:

$$N_E = \int_E^t \frac{dx}{P(x)} = \frac{1}{\beta} \ln \left[ 1 + \frac{\beta}{P_0} (t - E) \right], \quad (12)$$

hence the phase at time  $t$  can be calculated as

$$\phi(t) = N_E - \lfloor N_E \rfloor. \quad (13)$$

Then we construct a grid  $(P, \beta)$  with values in steps of  $10^{-6}d$  and  $0.01 \text{ d Myr}^{-1}$  in  $P$  and  $\beta$  respectively, around a given starting period  $P_0$ , and examine the light-curve dispersions for each pair. We choose as a solution the one that produces the minimum dispersion of all the data sets phased simultaneously. Since the penalty for increasing dispersion depends on the number of data, this method works best for variable stars with many observations, as it can otherwise find many local minima in the grid. We also note that when a solution with  $\beta = 0$  was among the 10 light curves with the least dispersion, we adopted this solution, corresponding to a simple period adjustment.

A comparison and a discussion of the grid results with the ones from the  $O - C$  method and those obtained by SZ11 are given in Section 4.4.

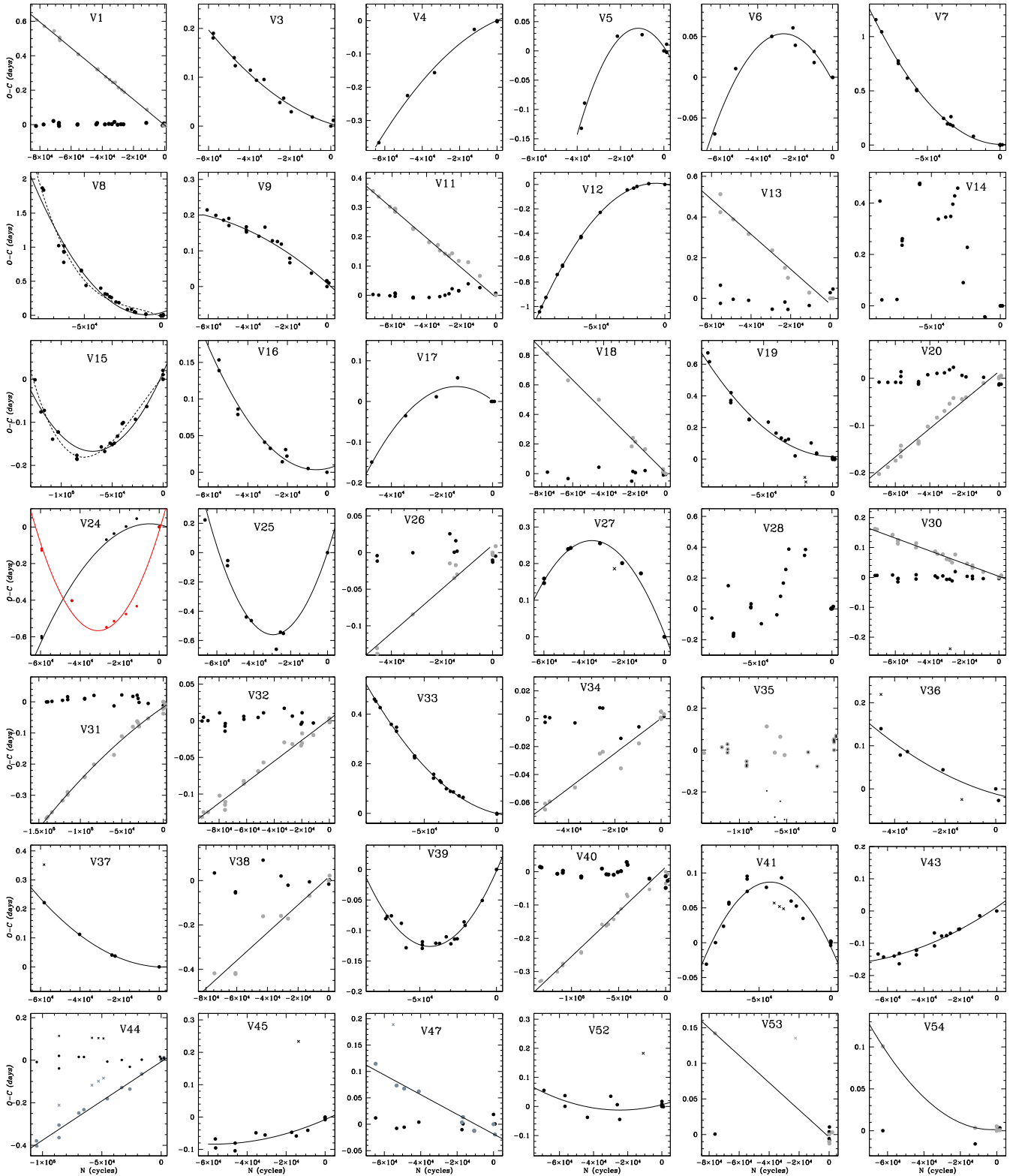
### 4.3 Phasing of the light curves with secular period change

Once a period change rate has been calculated, a natural test is to phase the light curve given the new ephemeris. For the sake of brevity we do not plot all the stars in Table 3 but show three representative examples in Fig. 2. In the lower panels we show the light curve of all available data phases with a constant period ephemeris (columns 3 and 4 in Table 3). The upper panels show the light curve phase with the period change ephemerides (columns 5, 6 and 7 in Table 3) according to equations 4, 5 and 6. V12 is an RRab star for which the value of  $\beta$  found by the  $O - C$  and the grid method agree and the new phasing is correct. For the RRab V81 the grid method failed in finding an optimal solution. The  $O - C$  approach

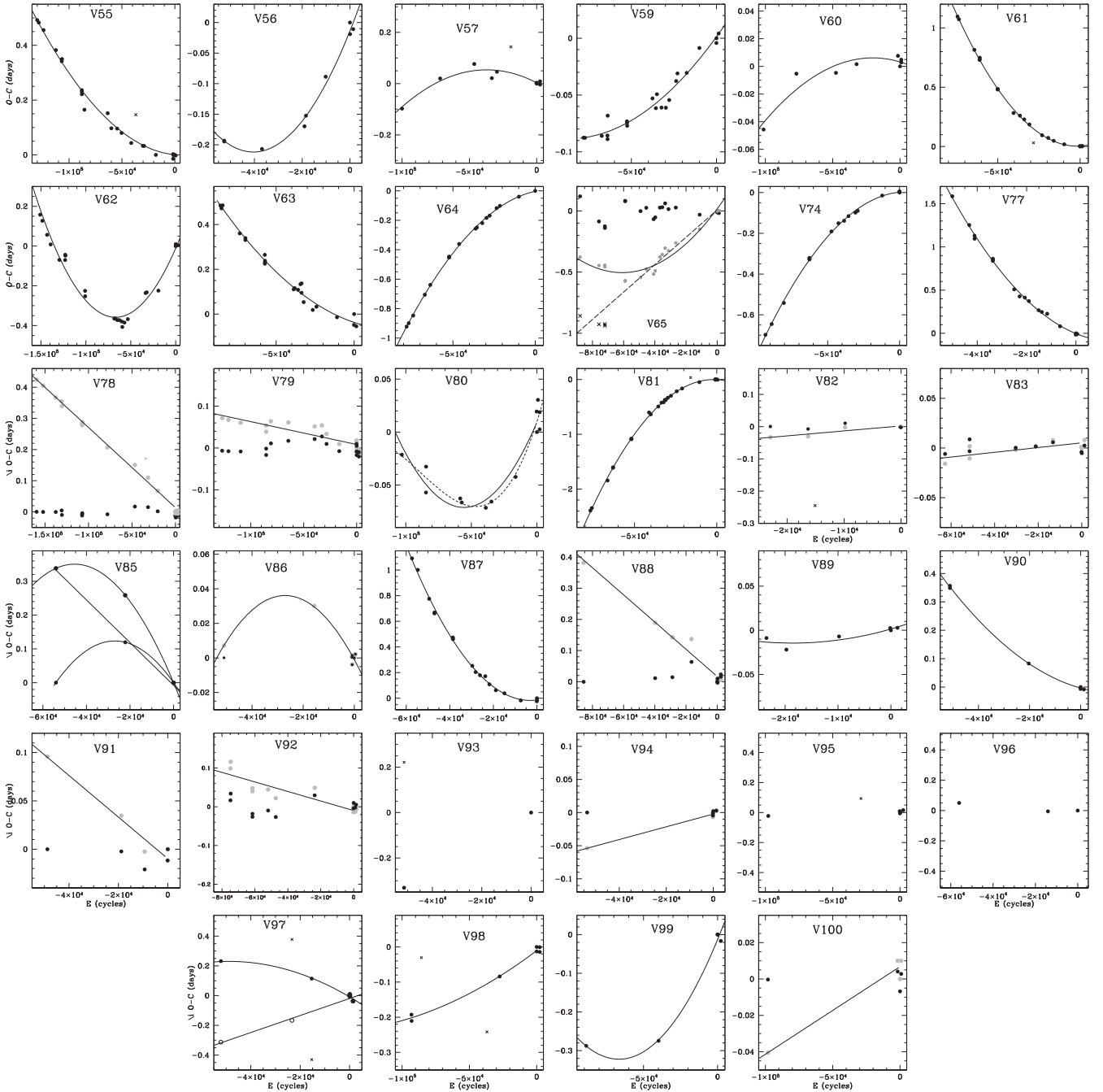
finds a period change rate that phases well the available data. For the RRc V62 the grid method did not converge and although the  $\beta$  value from the  $O - C$  approach improves the light-curve phasing, it does not produce a perfectly phased light curve for all the data sets. We believe this is a reflection of the scatter and uncertainties inherent to the  $O - C$  diagram. The grid method is very sensitive to the dispersion of the light curves involved in the calculation and hence in some instances we could not derive a convincing value of  $\beta$ . In Table 3 we mark with a colon those values of  $\beta$  that we consider to be particularly uncertain.

### 4.4 Discussion on the period changes and individual cases

From the  $O - C$  diagrams in Fig. 1 it is clear that the majority of the stars display either a linear or a quadratic distribution. The linear cases imply a constant period whose appropriate value is estimated by requiring that the slope of the line be zero. The refined ephemerides are given in columns 5 and 6 of Table 3 as  $E_0 + A_0$  and  $P_0 + A_1$  (see equation 4). These linear cases are all labelled *b* in the last column of Table 3 and for homogeneity we calculated their  $\beta$  by adjusting a parabola to the  $O - C$  distribution; as can be seen in all these cases  $\beta$  is not significantly different from zero, hence we conclude that their period has remained constant for the last century. For a few stars whose apparent linear solution depends on a very low number of points, we have adopted  $\beta = 0$ , but have refrained from performing any further statistics (e.g. V53, V94, V95, V96 and V100). Similarly, some quadratic solutions based on a low number of epochs are listed in Table 3 as a reference but they are not highlighted since a solution can easily change by adopting a slightly different number of cycles, see the explicit examples of V85 and V97 in Fig. 1. The boldface highlighted values of  $\beta$  in Table 3 are our recommended values as they are better estimated and produce a good phasing of the combined light curves. The uncertainties given in parentheses after the ( $O - C$ ) results were calculated from the uncertainty of coefficient  $A_2$  following equation (9) and neglecting the period uncertainty. The resulting  $P$  and  $\beta$  from the grid approach (Section 4.2) are listed in column 8. The  $(P, \beta)$  method is a useful independent check on the values found with the ( $O - C$ ) method. However, because it relies on the comparison



**Figure 1.**  $O - C$  diagrams. For stars with linear distributions we have plotted with grey symbols the distribution using the ephemerides listed by AF16 (columns 3 and 4 in Table 3) and with black symbols the distribution after the refined ephemerides (columns 5 and 6 in Table 3). Those  $O - C$  residuals plotted with an X symbol were not considered in the fits.

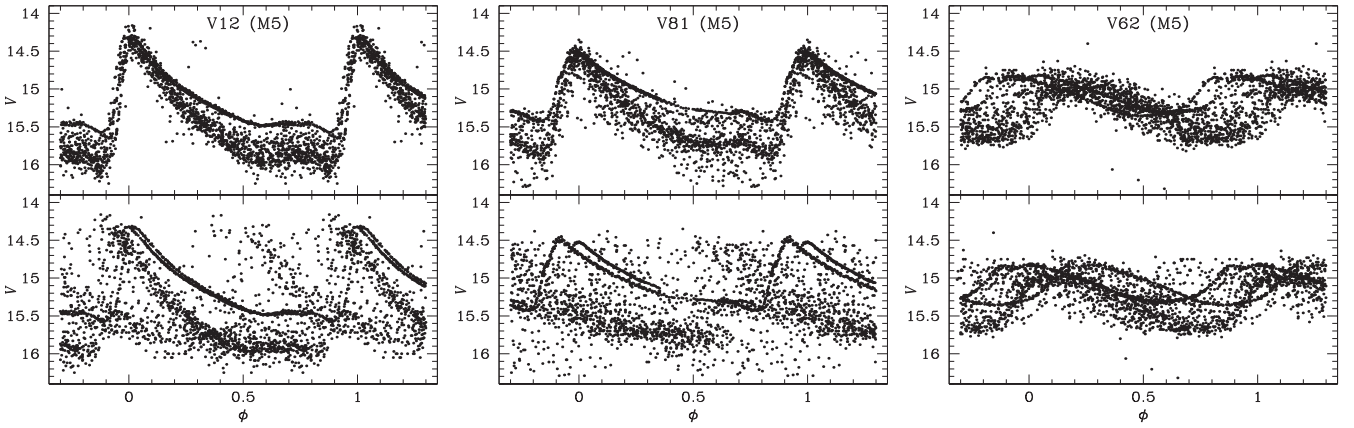
Figure 1 – *continued*

of the string length of phased light curves, rather than on a standard goodness-of-fit statistic, it is difficult to obtain rigorous estimates of the uncertainties associated with the values of  $\beta$  yielded by the  $(P, \beta)$  method. Such estimates are possible, but require detailed Monte Carlo simulations that are beyond the scope of this study.

Except for a few cases with an unclear solution, mostly due to the scarcity of times of maximum light or, in three cases (V14, V28 and V35) due to an irregular distribution of the  $O - C$  residuals, all the stars studied here show either a smooth period change or the period appears to be constant over the last century. We found three cases where the  $O - C$  residuals are best represented by a cubic equation, implying a secular variation of the period change rate  $\beta$  (V8, V15 and V80). We do not confirm the irregular pe-

riod variations reported by SZ11 in at least one third of the stars studied by both teams. We attribute this to the fact that in long time baseline data sets and for stars with short periods, like RRLs, the  $O - C$  residuals can easily exceed one or two cycles and then the number of cycles might be miscounted. We have paid special attention to the proper counting of cycles elapsed since the reference epoch in the adopted ephemerides and we could always, or almost always, make the residuals to be consistent with a linear or a parabolic distribution, which in turn are easier to understand on evolutionary grounds than the stochastic oscillations in the  $O - C$  diagrams.

In what follows we compare the resulting values of  $\beta$  obtained from the two approaches described in Sections 4.1 and 4.2, and



**Figure 2.** Three selected examples of light curve phasing with ephemerides including the secular period variation parameters described in Section 4.1 and given in Table 3 (top panels). In the bottom panels the light curves were phased with a constant period ephemerides, which makes evident the lack of proper phasing of the several data sets involved (see Section 4.3 for a discussion).

subsequently with the results of SZ11. Finally, we will highlight and comment on some individual peculiar cases.

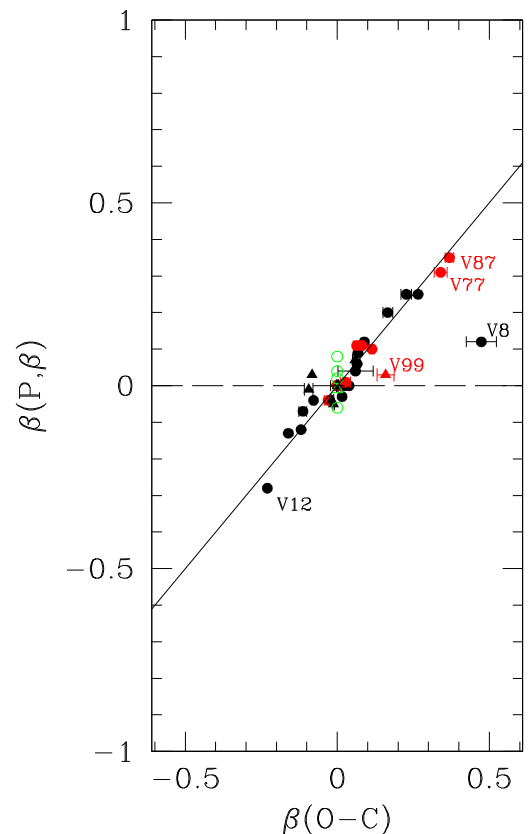
#### 4.4.1 $O - C$ versus $(P, \beta)$

In Fig. 3 the  $\beta$  values from the  $O - C$  and  $(P, \beta)$  approaches are compared. We were able to estimate  $\beta$  by the two independent methods for 38 stars. The agreement of the two methods is generally very good, within  $0.05 \text{ d Myr}^{-1}$  for 32 stars, between  $0.08$  and  $0.13 \text{ d Myr}^{-1}$  for 3 stars, and there are 3 outliers; V8 in the plot plus V4 and V25 not shown in the figure. For 26 stars the  $O - C$  diagrams suggest a constant period which could be refined by fitting a straight line and then calculating  $P_0 + A_1$  (see equation 5), these have a label  $b$  in the notes column of Table 3. For some of these stars (V1, V13, V20, V40 and V96) the  $(P, \beta)$  approach also suggested a small period change rate. These stars are plotted with green symbols in Fig. 3. We call attention to those stars with discrepant values of  $\beta$  from the two approaches (V82, V85, V88, V95, V97, V99). These stars either show prominent Blazhko amplitude modulations (AF16), and/or have very few epochs (Fig. 1) or have a strong bump near the maximum light (V95, V99); see their light curves in AF16; all these circumstances act against a good determination of the period change rate. We have not plotted in Fig. 1 those stars with sparse data. Further comments on these stars are found in Section 4.4.3.

#### 4.4.2 Comparison with SZ11

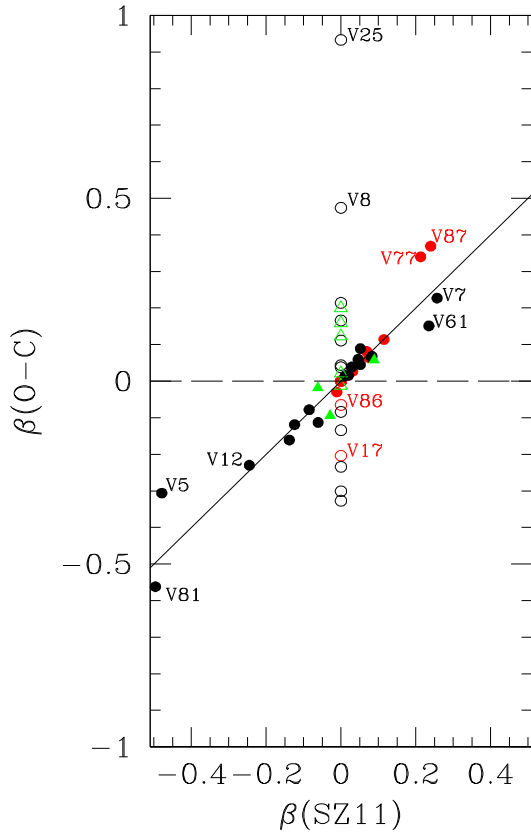
An overall comparison with the results of SZ11 and a discussion of some specific discrepant cases are of interest and they will be addressed below. The comparison is graphically displayed in Fig. 4.

There are 80 stars in common in Table 3 and SZ11. For 27 of them our  $\beta$  values agree within  $0.03 \text{ d Myr}^{-1}$  and for 7 the differences are between  $0.05$  and  $0.18 \text{ d Myr}^{-1}$ . These cases are plotted with filled circles in Fig. 4. We also note that for 13 stars for which our  $O - C$  approach suggested a clear period variation, SZ11 do not report a value of  $\beta$  generally because their  $O - C$  diagrams show an irregular variation. We have found that in the majority of these cases a proper counting of cycles leads to a homogeneous parabolic  $O - C$  distribution and hence to a clear value of  $\beta$ . To show the range of  $\beta$  implied by these stars, we have plotted them as open



**Figure 3.** Comparison of period change rates  $\beta$  (in  $\text{d Myr}^{-1}$ ) from the  $O - C$  approach described in Section 4.1 and the grid  $(P, \beta)$  method of Section 4.2. Circles and triangles represent RRab and RRc stars, respectively. Red circles represent evolved stars identified by AF16 (see text for a discussion). Error bars on  $\beta(O - C)$  values are drawn only when they are noticeably bigger than the symbol size. Open green symbols are those stars with a constant period ( $\beta = 0$ ) according to the  $O - C$  approach, but probably in most cases due to the presence of strong Blazhko and/or scattered and scarce data, a non-zero value of  $\beta$  was found by the grid  $(P, \beta)$  approach. See Section 4.4 for a discussion of individual stars.





**Figure 4.** Comparison of period change rates  $\beta$  from SZ11 and the  $O - C$  approach in this paper for stars in common. Circles and triangles represent RRab and RRc stars, respectively. Red circles represent evolved stars according to the amplitude-period diagram of AF16 (see Section 5 for a discussion). Open symbols are used for star with a value of  $\beta$  in this work but not calculated by SZ11, mostly because they were found by SZ11 with a peculiar  $O - C$  residuals distribution; they are plotted at  $\beta(\text{SZ11}) = 0$ .

symbols in Fig. 4. Likewise for 7 stars we found a linear  $O - C$  distribution instead of the irregular one of SZ11.

For 10 stars, both SZ11 and us found no significant secular period variations, i.e.  $\beta \sim 0$ . These are not represented in Fig. 4 and most of them are the ones with straight  $O - C$  residuals distribution in Fig. 1.

#### 4.4.3 Comments on individual peculiar cases

The following individual cases deserve specific comments: V4, V17, V19, V24, V25, V27, V52, V56, V62, V65, V80, V85, V98. For these stars SZ11 found a peculiar  $O - C$  distribution. Contrary to this we found a clear parabolic distribution indicating a smooth secular period variation. We attribute this difference to the counting of cycles that, if it is not properly made, may cause that the  $O - C$  diagram can show peculiar deformations.

V11, V18, V38, V40, V47, V88, V92. These are the stars with a linear distribution of the  $O - C$  residuals in Fig. 1 but found with an irregular distribution by SZ11.

V1, V13, V20, V30, V32, V34, V78, V79, V83, V91. For these stars both SZ11 and this work agree that their period is not undergoing a secular variation.

V8, V15, V80. These stars show a period increase in both this work and in SZ11. We found that their  $O - C$  diagrams admit a parabola or a third degree polynomial, which implies a variable

period change rate. A similar result is found by SZ11 for V8 but no value of  $\beta$  is reported. We were not able to find a good phasing for V8 with the  $(P, \beta)$  approach thus its value of  $\beta$  in Table 3 is marked with a colon.

V4, V25. The very large values of  $\beta$ ,  $-2.31 \text{ d Myr}^{-1}$  for V4 and  $+4.01 \text{ d Myr}^{-1}$  for V25, determined by the  $(P, \beta)$  method (not shown in Fig. 3) are at odds with those obtained by the  $O - C$  method. These two stars show very clear and prominent Blazhko amplitude and phase modulations (see the light curves in AF16) which make the determination of the period change, by both the  $(O - C)$  and  $(P, \beta)$  methods very uncertain.

V14, V35. These are examples of irregular  $O - C$  diagrams according to SZ11. Our  $O - C$  distribution confirms this. We found no way to reconcile the residuals with a homogeneous variation. The RRab V14 is also a Blazhko variable and the RRc V35 displays a prominent bump near maximum light which has probably influenced the historical determinations of the times of maximum light. Some evidence of Blazhko modulations have also been found in V35 (see the light curves in AF16). Depending on the cycle counting, especially in data from around the 1960s, one could interpret the  $O - C$  diagram as having a constant period, in agreement with the result of SZ11, or as having an abrupt period change at that time (grey and black dots in Fig. 1 respectively). It is interesting to note that the  $(P, \beta)$  approach suggests  $\beta = +1.750$ , a very large value which may be a spurious result driven by the presence of the bump and the Blazhko modulations. Other regions of the  $P$ - $\beta$  plane were explored in search of other possible solutions but no convincing phasing was found.

V24. We found a  $O - C$  distribution similar to the one of SZ11. It can be approximated by an upward parabola (red in Fig. 1), in this case the resulting value of  $\beta$  ( $+0.868 \text{ d Myr}^{-1}$ ) would be the largest in M5, similar to the case of V25. We note however that through an appropriate count of cycles one could accommodate a downward parabola (black in Fig. 1) with a negative value of  $\beta$  ( $-0.327 \text{ d Myr}^{-1}$ ). The  $(P, \beta)$  method failed to find a convergent solution for this star. Thus, we are not conclusive about the period variations of this star.

V28. As for V14 and V35 we could not reconcile our  $O - C$  diagram with a homogeneous period change but found an irregular distribution. SZ11 found a neat  $O - C$  diagram that would be consistent with a period decrease, they reported  $\beta = -0.236 \text{ d Myr}^{-1}$ . The  $(P, \beta)$  approach leads to  $\beta = -0.16 \text{ d Myr}^{-1}$  in reasonable agreement with SZ11. V28 has a very strong amplitude Blazhko modulation (AF16) which apparently has altered the times of maximum sufficiently to produce the irregular  $O - C$  diagram.

V31. Although this star was found by SZ11 to have a constant period, we found that a very gentle downward parabola can be admitted, as opposed to a tilted straight line, which corresponds to a mild period decrease with  $\beta = -0.012 \text{ d Myr}^{-1}$ .

V36. No period variation was found by SZ11. Our  $O - C$  diagram might also admit a small period increase with  $\beta = +0.03 \text{ d Myr}^{-1}$  represented by a soft upward parabola.

V38. This apparently constant period star has a scattered  $O - C$  diagram probably due to its Blazhko nature detected by Jurcsik et al. (2011).

V41. We, like SZ11, find a downward parabola and a very similar value of  $\beta$ . However we note that we had to ignore three maxima from Kukarkin & Kukarkina (1971) that seemed discordant.

V62, V65. Both  $O - C$  diagrams of SZ11 and ours in Fig 1 show small discrepancies about the parabola of these otherwise period-increasing stars. SZ11 do not report a value of  $\beta$ . In fact V65 could also be interpreted as a constant period variable if the four oldest

data points were shifted one cycle downwards (segmented line in Fig. 1).

V53, V54, V85, V86, V92-V100. These stars have very few observed times of maximum light, and consequently the  $O - C$  solutions are not always clear and often depend on one or two points, e.g. see the cases of V85 and V86 where the removal of one datum can change the solution from quadratic to linear. For V92 and V97 we were unable to find a proper phasing of the data by the  $(P, \beta)$  approach and the reported  $\beta$  are marked with a colon. In Table 3 and Fig. 1 we have suggested likely solutions for these stars, however inconsistencies with SZ11 should not be either surprising or significant. These stars will not be included in the overall period change statistics of the cluster. V53 and V86 were not included by SZ11.

We note that despite these adverse circumstances one of the competing solutions produce a reasonable phasing of the light curve, as can be seen in the figure.

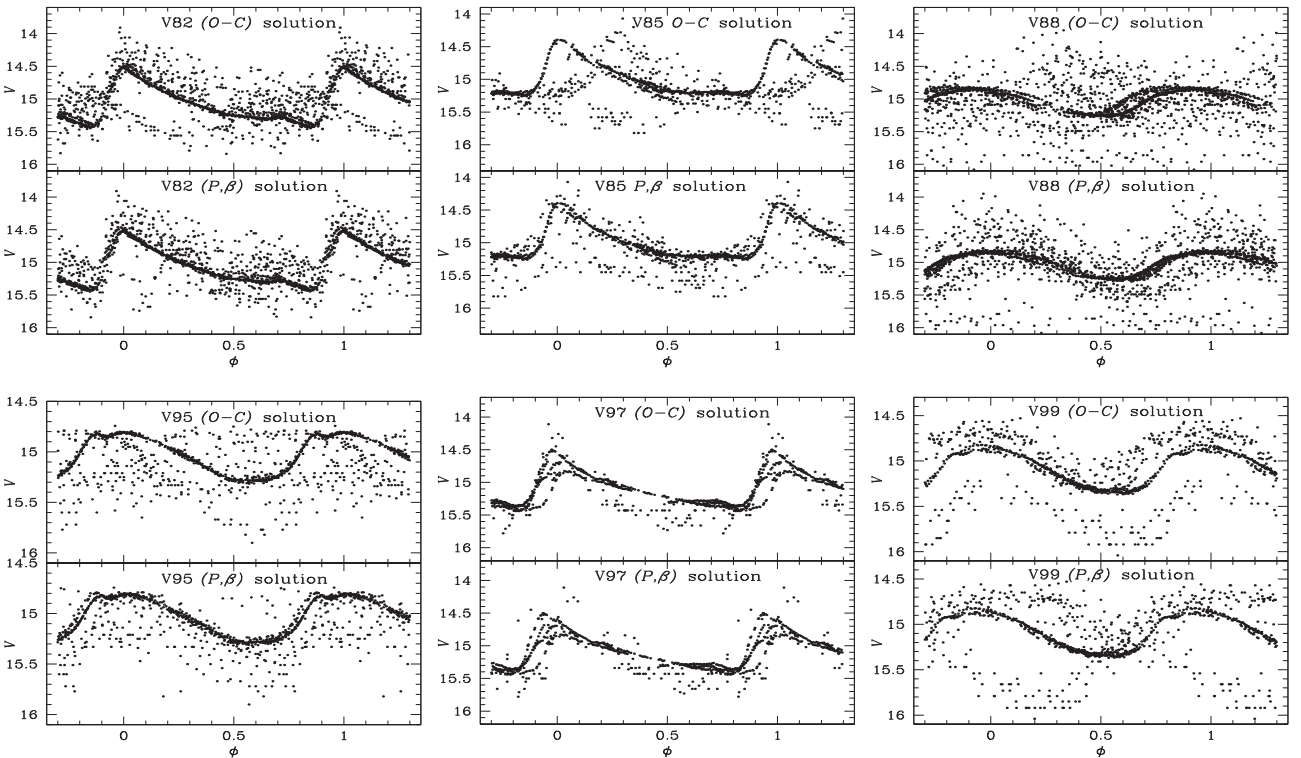
Further comments on V82, V85, V88, V95, V97, V99. It has been pointed out in Section 4.4.1 that data on these stars are sparse, and that they show either prominent Blazhko modulations and/or a bump near the maximum light (AF16), hence it is difficult to be conclusive on their secular period behaviour. In Fig. 5 the light curves phased with the two competing results are displayed. In spite that one of the solutions produces a reasonable phasing, we warn that these cases should be considered as marginal until more data become available.

## 5 PERIOD CHANGES AND EVOLUTION IN THE HB

It is clear that as stars evolve across the instability strip, their pulsation period should increase if evolution is to the red and decrease

if evolution is to the blue. However, it is also understood now that evolution is most likely not the only reason for period variations and stochastic variations have also been proposed (Balazs-Detre & Detre 1965). In fact several authors have found irregular and complicated  $O - C$  diagrams (e.g. SZ11; Jurcsik et al. 2001), which indeed would be difficult to reconcile with evolution exclusively. Sweigart & Renzini (1979) suggested that mixing events in the core of a star at the HB may alter the hydrostatic structure and pulsation period and that a small transfer of helium inwards at the semiconvective zone, near the convective core boundary, can be responsible for period changes, either positive, negative, or irregular. However, we note that at least in the case of M5, there is no need to claim for irregular period variations since an improper counting of cycles, particularly in long time baseline sets of times of maximum light, may be responsible for those apparent irregularities, with the probable exception of V14 and V35.

It has been in the interest of several authors in the past to infer evolutionary properties across the instability strip by searching for preferential directions of evolution as indicated by the secular period changes in RRLs. A preferential period variation through the IS, in either direction, seems however to be improbable. There are several reasons for this. Growing evidence of several stellar populations coexisting in a given globular cluster have been put forward in recent years, both theoretically and observationally as well as on spectroscopic (Carretta et al. 2010; Gratton, Carretta & Bragaglia 2012) and photometric (e.g. Piotto et al. 2007; Sbordone et al. 2011; Alonso-García et al. 2015) grounds. The presence of multiple populations, and their role in the structure of the IS at the horizontal branch, have recently been discussed by Jang et al. (2014) and Jang & Lee (2015) in connection with the origin of the Oosterhoff types dichotomy. They conclude that RRab-type stars in OoII clusters belong to a second generation with the helium abundance  $Y$  slightly



**Figure 5.** Phasing of the light curves of stars with discrepant values of  $\beta$  values from the  $(O - C)$  (top panels) and the  $(P, \beta)$  (bottom panels) approaches. One of the competing solutions seems to produce a proper phasing of the light curve. Refer to Section 4.4.3 for a discussion.

increased and carbon, nitrogen, and oxygen (CNO) noticeably enhanced which produce more luminous and redder stars, therefore with longer periods; in OoI clusters the RRab stars are members of the less luminous first generation. However, this scenario, that aims to explain the Oosterhoff dichotomy, does not account for the non-preferential distribution of increasing and decreasing periods in a given globular cluster. Thorough and extensive investigations on the secular period change rates,  $\beta$ , in a few clusters have been carried out and the averages are not significantly different from zero; for M3 Corwin & Carney (2001) found an overall average of  $+0.004 \pm 0.335$  for 37 RRLs and also Jurcsik et al. (2012) found a small positive value of about  $+0.01$  for some 54 RRLs. For M15 Silberman & Smith (1995) found an average of  $+0.06 \pm 0.24$  for 27 RRLs and excluding the double mode or RRd pulsators also Smith & Wesselink (1977) found an average of  $+0.11 \pm 0.36$ ; for NGC 4590 Kains et al. (2015) found an average of  $+0.02 \pm 0.57$  for 14 stars; NGC 7006 Wehlau, Slawson & Nemeč (1999) found  $+0.03 \pm 0.14$  for stars; for M28 Wehlau et al. (1986) found  $-0.06 \pm 0.29$  for 11 stars; for M14 Wehlau & Froelich (1994) found  $+0.04 \pm 0.43$  for 35 stars. The case with the largest positive average  $\beta$  is  $\omega$  Cen (Jurcsik et al. 2001 their table 6) for which we calculate  $+0.170 \pm 0.561$ . All the above cited uncertainties correspond to the standard deviation of the mean. The case of IC4499 (Kunder et al. 2011) comes a bit as a surprise since the average  $+0.29 \pm 0.60$  from 39 stars (their 1 without three extreme cases) is found despite of not having a very blue HB ( $\mathcal{L} = +0.11$ ). Also, in all the above studies no significant differences were found in the average values of  $\beta$  for the population of RRab and RRc stars.

On theoretical grounds, Lee (1991) demonstrated that in globular clusters with blue HB morphologies, the average rate of period change  $\beta$  would become increasingly large but it will be small on average for the RRLs in globular clusters with reddest HBs (see his fig. 4). An updated version of this correlation, provided by Catelan & Smith (2015) (their fig. 6.16), supplemented with new theoretical calculations and more empirical results confirms the trend. However, on empirical grounds the trend of increasing  $\beta$  with very blue HB types is driven primarily by  $\omega$  Cen [a peculiar cluster with a large star-to-star spread of heavy element abundances as pointed out by Catelan & Smith (2015) and Valcarce & Catelan (2011)], but also by M3 and M28, and (to some extent) M22. Further studies of secular period variations in globular clusters with (very) blue HB types are strongly encouraged, as this would enable a better investigation of the possible connection between period change rates and evolution along the HB.

For M5 several authors have concluded that the averages of period changes do not show significantly preferential increasing or decreasing periods (e.g. Coutts & Sawyer-Hogg 1969; Reid 1996; SZ11). SZ11 found an overall average of  $-0.006 \pm 0.162$  for 55 stars. From our Table 3 we can see that out of the 76 stars studied, constant periods are evident in 18 RRab and 8 RRc while parabolic or cubic secular variations are observed in 37 RRab and 9 RRc stars. Of the remaining four stars, in one (V93) the solution depends on one point, and the other three are irregular (V14, V28 and V35). Thus, 66 per cent of the studied population has secular period variations, and 34 per cent shows periods that seem to have been stable over the last century. According to the  $O - C$  results in Table 3, we see that among the RRab stars 23 have  $\beta > 0$ , 15 have  $\beta < 0$  and 19 have  $\beta = 0$  for a total average  $+0.026 \pm 0.210$ . For the RRc stars 6 have  $\beta > 0$ , 4  $\beta < 0$  and 8  $\beta = 0$  for an average of  $+0.023 \pm 0.073$ . Thus, we find small positive average values for  $\beta$  in the RRLs of M5 and there seems to be a small surplus of RRab stars with increasing periods.

Furthermore, while it is true that other sources of period change noise, such as stochastic processes, and/or with mixing events in the stellar core, are superposed on evolutionary period variations, it is of fundamental interest to isolate stars with evidence that suggests they are in an advanced stage of evolution, and to determine whether they are subject of systematic larger positive period change rates. Based on their distribution on the  $\log P - A_V$  plane, AF16 identified a dozen RRab stars likely to be in an advanced evolutionary stage and found them consistently more luminous than the rest of the RRLs. These are the stars V9, V11, V16, V17, V20, V26, V39, V45, V77, V86, V87 and V90 and are plotted in Figs 3 and 4 with red colour. We can see that the agreement between the values of  $\beta$  found in this work and those of SZ11 is very good, except for V17 and V86 that were not included by SZ11. Also we note from Figs 3 and 4, that there is a clear trend for positive values of  $\beta$  in these stars, as expected if they are indeed advanced in their evolution towards the AGB. Among these evolved stars, three stand out for their large positive  $\beta$ , V77 ( $+0.340$  d Myr $^{-1}$ ), V87 ( $+0.369$  d Myr $^{-1}$ ) and V90 ( $+0.114$  d Myr $^{-1}$ ) (confirmed by the grid results), and are the clearest cases of evolved stars displaying large increasing period rates. We conclude that in this group of RRab stars their period increase rate and their advanced evolutionary stage are connected.

On the other hand, the stars with most extreme positive values of  $\beta$ , V8 ( $+0.474$  d Myr $^{-1}$ ) and V25 ( $+0.933$  d Myr $^{-1}$ ) were not noticed by AF16 as probable evolved stars, and although V25 has been identified as being a blended star (Arellano Ferro et al. 2015a), a circumstance that should not affect the  $O - C$  diagram, the large period increase rates are well established. Other stars with large positive values of  $\beta$  and without other evidences of advanced evolution are V7 ( $+0.474$  d Myr $^{-1}$ ) and V61 ( $+0.266$  d Myr $^{-1}$ ). The origin of the period change in these stars may be more connected with stochastic processes and/or with mixing events in the stellar core as described above.

The existence of large negative values of  $\beta$  should not be surprising. Depending on the mass and chemical composition on the ZAHB, the evolutionary tracks can have blue loops into the IS (e.g. Caputo, Castellani & Tornambé 1978; Jang & Lee 2015) and enhancement of  $Y$  and CNO also causes the evolutionary tracks to appear redder and more luminous (Jang & Lee 2015) making stars with negative  $\beta$  to appear as more evolved. We remind that, as discussed by Silva-Aguirre et al. (2008), approximately 22 per cent of the pre-ZAHB stars may fall in the IS and present RR Lyrae-like pulsations and about 76 per cent of them are predicted to have negative  $\beta$  values of the order of  $-0.3$  d Myr $^{-1}$  although more extreme values, say inferior than  $-0.8$  d Myr $^{-1}$ , are possible.

Employing the grid of HB evolutionary tracks of Dorman (1992) for  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.48$  and masses of  $0.60$  to  $0.66 M_{\odot}$ , Jurcsik et al. (2001) calculated period change rates across the IS to be between  $-0.026$  and  $+0.745$  d Myr $^{-1}$ . These values are in agreement with what we calculated for the majority of the RRLs stars in M5. However, in cases with extreme values of positive or negative  $\beta$ , evolution may play only a partial role in the period secular variations, except probably in stars with independent evidence that they are more advanced on their way to the AGB.

There are examples in the literature of RRLs with very large period change rates which would be difficult to explain exclusively by evolutionary arguments; the RRab V104 ( $-19.796$  d Myr $^{-1}$ ), the RRc stars V160 ( $-10.18$  d Myr $^{-1}$ ) and V123 ( $+5.474$  d Myr $^{-1}$ ) and the RR Lyrae-like stars V48 ( $+15.428$  d Myr $^{-1}$ ) and V92 ( $+13.941$  d/Myr) in  $\omega$  Cen (Jurcsik et al. 2001); the RRab star V29 ( $-17.8$  d Myr $^{-1}$ ) in NGC 6981 (Bramich et al. 2016); the RRc stars V14 ( $+8.26$  d Myr $^{-1}$ ) and V18 ( $+4.0$  d Myr $^{-1}$ ) in NGC 6333

(Arellano Ferro et al. 2016b). In M5 we find V4 ( $-2.31 \text{ d Myr}^{-1}$ ) and V25 ( $-0.93 \text{ d Myr}^{-1}$ ). Other processes must be at play in these cases.

It is thus clear that the RR Lyrae instability strip can be populated by stars of different ages, chemical compositions and evolving both to the blue or to the red. This assertion, combined with the fact that stochastic processes related to the semiconvection zone can also produce variations in the pulsation period, indicate that no systematic trends in the period changes in a given cluster are to be found. Exceptions may be those globular clusters with very blue HB structures, according to theoretical predictions (Lee 1991; Catelan & Smith 2015), and efforts towards detail period change analysis in these clusters should be encouraged. After these considerations it is striking to note, however, that there are stars that manage to maintain a stable period for over a hundred years: in M5 we identified 26 of them in the sample of 76 stars studied, i.e. 34 per cent, and that a few stars in this cluster with evidence of advanced evolution indeed show large positive period change rates.

## 6 SUMMARY

Pulsation period changes have been analysed via the times of maximum light for 76 RR Lyrae stars in M5. Archival data were collected from the literature that span up to 118 yr for many of the sample stars. No signs of irregular or stochastic variations were found in the large majority of the stars but instead they have either a remarkably stable period or a secular period change that can be represented by a parabolic  $O - C$  diagram. The only exceptions are V14, V28 and V35 for which their  $O - C$  diagrams are irregular and we were unable to find a more simple solution.

The collection of times of maximum assembled in this work is published in electronic format for the sake of possible future analyses.

We have also used an alternative method first introduced by Kains et al. (2015) in which a grid ( $P, \beta$ ) is built to allow the selection of the solution that minimizes the dispersion in the phased light curve. The values of  $\beta$  found by the grid method and those from the  $O - C$  approach give very consistent results, generally within  $\pm 0.05 \text{ d Myr}^{-1}$ . Also the comparison with the values of  $\beta$  of SZ11 for the stars in common is very good.

Other than stellar evolution, the existence of stochastic effects influencing the structure of the star in the IS may produce variations of the pulsational period. This fact, and the existence of multiple stellar generations with a range in chemical compositions in the cluster, make that evolution across the IS occurs both to the red and to the blue and that neither increasing nor decreasing periods are significantly more frequent. This scenario is consistent with theoretical expectations for globular clusters without blue HB morphologies. Most likely the observed period variations are not the result of a single cause. Nevertheless, in M5 we have been able to isolate a group of likely evolved stars that show systematically positive, and in some cases large, rates of period change.

## ACKNOWLEDGEMENTS

It is a pleasure to thank Dan Bramich for his valuable input and numerous suggestions and to Juan Carlos López B. for his help digitizing the bulky archival data available since the late XIX century. Comments and suggestions from an anonymous referee contributed to the improvement of certain passages and they are sincerely appreciated. JAA wishes to thank the Instituto de Astronomía of the Universidad Nacional Autónoma de México for warm hospitality during the

preparation of this work. Financial support from DGAPA-UNAM, Mexico via grant IN106615-17 and from CONACyT (Mexico) and Mincyt (Argentina) via the collaborative programme no. 188769 (MX/12/09) is fully acknowledged. We have made an extensive use of the SIMBAD and ADS services, for which we are thankful.

## REFERENCES

- Alonso-García J. et al., 2015, *Mem. Soc. Astron. Ital.*, 86, 203  
 Arellano Ferro A., Rosenzweig P., Rojo Arellano E., 1997, in Maoz D., Sternberg A., Leibowitz E. M., eds, *Astronomical Time Series*. Kluwer, Dordrecht, p. 235  
 Arellano Ferro A., Bramich D. M., Giridhar S., Luna A., Muneer S., 2015a, *Inf. Bull. Var. Stars*, 6137, 1  
 Arellano Ferro A., Mancera Piña P. E., Bramich D. M., Giridhar S., Ahumada J. A., Kains N. K. K., 2015b, *MNRAS*, 452, 727  
 Arellano Ferro A., Luna L., Bramich D. M., Giridhar S., Ahumada J. A., Muneer S., 2016a, *ApSS*, 351, 175A (AF16)  
 Arellano Ferro A. et al., 2016b, *MNRAS*, 458, 1188  
 Bailey S. I., 1917, *Harv. Ann.*, 78, 99  
 Balazs-Detre J., Detre L., 1965, in Strohmeier W., ed., *Proc. IAU Coll. 3, Veröff. der Remeis-Sternwarte Bamberg IV* (Nr. 40), The Position of Variable Stars in the Hertzsprung-Russell Diagram, p. 184  
 Bramich D. M., Figuera Jaimes R., Giridhar S., Arellano Ferro A., 2016, *MNRAS*, 457, 3162  
 Brocato E., Castellani V., Ripepi V., 1996, *AJ*, 111, 809  
 Caputo F., Castellani V., Tornambé A., 1978, *A&A*, 67, 107  
 Carretta E., Bragaglia A., Gratton R. G., Recio-Blanco A., Lucatello S., D'orazi V., Cassisi S., 2010, *A&A*, 516, A55  
 Catelan M., Smith H. A., 2015, *Pulsating Stars*. Wiley-VCH, Weinheim, Germany  
 Cohen J. G., Gordon G. A., 1987, *ApJ*, 318, 215  
 Cohen J. G., Matthews K., 1992, *PASP*, 104, 1205  
 Cohen R. E., Sarajedini A., 2012, *MNRAS*, 419, 342  
 Corwin T. M., Carney B. W., 2001, *AJ*, 122, 3183  
 Coutts C. M., 1971, *Pub. David Dunlap Obs.*, 3, 79  
 Coutts C. M., Sawyer-Hogg H., 1969, *Pub. David Dunlap Obs.*, 3, 3  
 Dorman B., 1992, *ApJS*, 81, 221  
 Gratton R. G., Carretta E., Bragaglia A., 2012, *A&AR*, 20, 50  
 Jang S., Lee Y.-W., 2015, *ApJS*, 218, 31  
 Jang S., Lee Y.-W., Joo S.-J., Na Ch., 2014, *MNRAS*, 443, L15  
 Jurcsik J., Clement C., Geyer E. H., Domsa I., 2001, *AJ*, 121, 951  
 Jurcsik J., Szeidl B., Clement C., Hurta Zs., Lovas M., 2011, *MNRAS*, 411, 1763  
 Jurcsik J. et al., 2012, *MNRAS*, 419, 2173  
 Kains N. et al., 2015, *A&A*, 578, A128  
 Kaluzny J., Thompson I. B., Krzeminski W., Pych W., 1999, *A&A*, 350, 469  
 Kukarkin B. V., Kukarkina N. P., 1971, *Perem. Zvezdy Prilozh.*, 1, 1  
 Kunder A. et al., 2011, *AJ*, 141, 15  
 Lee J. W., Lee Ch.-U., Kim S.-L., Kim H.-I., Park J.-H., 2011, *PASP*, 123, 34  
 Lee Y.-W., 1991, *ApJ*, 367, 524  
 Oosterhoff P. Th., 1941, *Leiden Ann.*, 17, 1  
 Piotto G. et al., 2007, *ApJ*, 661, L53  
 Reid N., 1996, *MNRAS*, 278, 367  
 Sbordone L., Salaris M., Weiss A., Cassisi S., 2011, *A&A*, 534, 9  
 Shapley H., 1927, *Harv. Bull.*, 851, 15  
 Silbermann N. A., Smith H. A., 1995, *AJ*, 109, 111  
 Silva-Aguirre V., Catelan M., Weiss A., Valcarce A. A. R., 2008, *A&A*, 489, 1201  
 Smith H. A., Wesselink A. J., 1977, *A&A*, 56, 135  
 Storm J., Carney B. W., Beck J. A., 1991, *PASP*, 103, 1264  
 Sweigart A. V., Renzini A., 1979, *A&A*, 71, 66  
 Szeidl B., Hurta Zs., Jurcsik J., Clement C., Lovas M., 2011, *MNRAS*, 411, 1744 (SZ11)  
 Valcarce A. A. R., Catelan M., 2011, *A&A*, 533, A120  
 Wehlau A., Froelich N., 1994, *AJ*, 108, 134

Wehlau A., Sawyer Hogg H., Moorhead R., Rice P., 1986, AJ, 91, 1340  
Wehlau A., Slawson R. W., Nemec J. M., 1999, AJ, 117, 286

### SUPPORTING INFORMATION

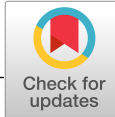
Additional Supporting Information may be found in the online version of this article:

**Table 2.** Observed times of maximum light  $O$  for RR Lyrae stars in M5 and the corresponding  $O - C$  residuals calculated with the given ephemerides for each variable.

(<http://www.mnras.oxfordjournals.org/lookup/suppl/doi:10.1093/mnras/stw1358/-/DC1>).

Please note: Oxford University Press is not responsible for the content or functionality of any supporting materials supplied by the authors. Any queries (other than missing material) should be directed to the corresponding author for the article.

This paper has been typeset from a  $\text{\TeX/L\TeX}$  file prepared by the author.



# Period changes in the RR Lyrae stars of NGC 6171 (M107)

A. Arellano Ferro<sup>1,\*</sup> | P. Rosenzweig<sup>2</sup> | A. Luna<sup>1</sup> | D. Deras<sup>1</sup> | S. Muneer<sup>3</sup> | S. Giridhar<sup>3</sup> | R. Michel<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Mexico City, Mexico

<sup>2</sup>Grupo de Astrofísica Teórica, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Venezuela

<sup>3</sup>Indian Institute of Astrophysics, Bangalore, India

<sup>4</sup>Observatorio Astronómico Nacional, Instituto de Astronomía Universidad Nacional Autónoma de México, Ensenada, Mexico

## \*Correspondence

A. Arellano Ferro, Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, CP 04510, Mexico.  
Email: armando@astro.unam.mx

## Funding Information

CDCHTA—Universidad de Los Andes (ULA), C-1992-17-05-B. Instituto de Astronomía (UNAM), National University of México, CONACyT, DGAPA-UNAM, IN105115, IN106615-17.

Based on photometric data obtained between 1935 and 2017,  $O - C$  diagrams were built for 22 RR Lyrae stars in the globular cluster NGC 6171, leading to the discovery of secular period changes in four variables for which we have calculated period change rates  $\beta$ . In contrast, we find that 82% of the sample stars have stable periods over the last 82 years. For the stable-period stars, the whole database has been employed to refine their periods. Among the period-changing stars, three (V10, V12, and V16) have decreasing periods that are larger than expected from stellar evolution. Despite these individual cases of significant period change rate, the global average of the measured period changes in the cluster is basically zero, in consonance with theoretical predictions for clusters with redder horizontal branches. The hitherto unpublished observations, now brought into public domain, are employed to calculate a set of times of maximum light, which is used in the present analysis.

## KEYWORDS

globular clusters: individual (NGC 6171) – stars: variables: RR Lyrae

## 1 | INTRODUCTION

The study of secular period changes of RR Lyrae stars (RRLs) in globular clusters may play a decisive role in testing horizontal branch (HB) evolution models. However, measuring secular period changes from observations is difficult as accurate observations over a very long time base are required. Only a few clusters have been studied from data covering more than 60 years, for example, M3 (Corwin & Carney 2001; Jurcsik et al. 2012), M5 (Arellano Ferro et al. 2016; Szeidl et al. 2011), NGC 6934 (Stagg & Wehlau 1980), M14 (Wehlau & Froelich 1994), M15 (Silbermann & Smith 1995), NGC 7006 (Wehlau et al. 1999), and  $\omega$  Cen (Jurcsik et al. 2001). Theory predicts that blueward or redward evolution near the zero-age HB (ZAHB) is slow and produces very small period change rates, except toward the end of the HB evolution, when the values of  $\beta = \dot{P}$  can be between +0.1 and +0.15 day Myr<sup>-1</sup> (Lee 1991). However, in several of the above studies, stars with significantly large values of  $\beta$ , both positive and negative, have been reported. These high values may be the result of nonevolutionary effects, like stochastic processes related to mixing events in the core of the star (Balazs-Detre & Detre 1965; Sweigart & Renzini 1979) or to the fast crossing of the

instability strip (IS) of pre-ZAHB stars on their evolution to the blue, with  $\beta \leq -0.3$  day Myr<sup>-1</sup> (Silva-Aguirre et al. 2008).

In the present investigation, we have focused our attention on the globular cluster NGC 6171 (M107 or C1629-129 in the IAU nomenclature,  $\alpha = 16^{\text{h}}32^{\text{m}}31.86^{\text{s}}$ ,  $\delta = +13^{\circ}03'13.6''$  J2000, galactic coordinates  $l = 3^{\circ}.37$ ,  $b = +23^{\circ}.01$ ).

A previous study of secular period changes in NGC 6171 was published by Coutts & Sawyer Hogg (1971), who included photographic data of 22 RRLs taken between 1935 and 1970; however, the times of maximum light were rather scanty. A commentary of the period change rates based on statistical theoretical grounds was published by Gryzunova (1979a, 1979b). Supplemented with data from Las Campanas 1972–1991 (now published in the present work), Las Campanas 1993–1994 (Clement & Shelton 1997), and our Hanle 2015–2016 and San Pedro Mártir 2017 CCD observations, the time base extends to  $\sim 82$  years, constitutes a significant improvement, and encourages a new approach to the study of the secular period changes of the RRLs of this cluster.

The photometric data were used to calculate as many times of maximum light as possible, and these were employed to investigate the secular period behavior of 22 RRLs in NGC

**TABLE 1** Sources of photometric data of the RRLs in NGC 6171

Authors	Years	Band
Oosterhoff (1938)	1935	$pg$
Coutts & Sawyer Hogg (1971)	1946–1970	$pg$
Kukarkin (1961)	1959–1960	$pg$
Mannino (1961)	1959–1960	$pg$
Dickens (1970)	1966–1967	$B_{pg}$ and $V_{pg}$
Table 3 (this article)	1972–1991	$B_{pg}$
Clement & Shelton (1997)	1993–1994	CCD $V$
Table 2 (this article)	2015–2017	CCD $V$

6171. The sources and temporal distribution of the data are indicated in Table 1.

The present article is organized as follows: in section 2, we briefly describe our 2015–2017 observations; in section 2.1, we summarize the 1935–1994 data taken from the literature; in section 3, the  $O - C$  method is described. In section 4, the approach used to estimate the times of maximum brightness is explained, and it contains the individual  $O - C$  diagrams and the resulting refined periods and period change rates. In section 5, we discuss our results in the context of stellar evolution, and finally, in section 6, our conclusions are summarized.

## 2 | OBSERVATIONS

The most recent  $V$  CCD time series observations used in this article substantially extend the time baseline, in many cases, to  $\sim 82$  years. These observations were performed on four nights, between June 26, 2015 and May 5, 2016, with the 2.0 m telescope at the Indian Astronomical Observatory (IAO), Hanle, India. For seven nights between June 29 and July 5, 2017, data were obtained with the 0.84 m telescope at the San Pedro Mártir Observatory (SPM), México. A total of 292 images obtained in the Johnson–Kron–Cousins  $V$  filter are used for the purpose of the present analysis.  $I$  images were also obtained. The instrumental system was converted into the Landolt–Johnson/Kron–Cousins standard system via standard stars in the field of the cluster provided by Stetson (2000). The standard system  $V - I$  magnitudes and their uncertainties for the RRLs are published in electronic format, and we present a small portion of it in Table 2.

### 2.1 | The 1935–1994 data of NGC 6171

The data obtained between 1935 and 1994 have been systematically assembled by Prof. Christine M. Clement, who kindly made them available to us. The original sources are summarized in Table 1. The published data have been used as given in the original articles without any further manipulation. The observations from the years 1972 to 1991 were obtained by Clement with the University of Toronto 61-cm telescope at the Las Campanas Observatory of the Carnegie Institution of

**TABLE 2** 2015–2017  $VI$  photometry data of the RRLs in NGC 6171. A full version of this table is available in electronic format (see Table S1, Supporting Information)

Variable Star ID	Filter	HJD (days)	$M_{\text{std}}$ (mag)	$\sigma_m$ (mag)
V4	V	2,457,200.14416	15.673	0.006
V4	V	2,457,200.14769	15.667	0.006
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
V4	I	2,457,200.13190	14.797	0.009
V4	I	2,457,200.13824	14.787	0.009
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
V5	V	2,457,200.14416	15.287	0.004
V5	V	2,457,200.14769	15.286	0.004
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
V5	I	2,457,200.13190	14.327	0.007
V5	I	2,457,200.13824	14.302	0.007
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Washington. A total of 420 photographs were taken on plates with 103aO emulsion, exposed through a GG385 filter. The plates were measured on a Cuffey iris photometer. Some of these data were used, but not published, in the study of the Fourier parameter  $\varphi_{31}$  by Clement et al. (1992). We are now publishing these data in an electronic format, and a small fraction of the table is included in the printed version of this article as Table 3. These data were taken in an almost yearly basis, and the light curves of most variables are well covered, allowing good estimation of the time of maximum light nearly every year. Thus, this dataset is crucial for the interpretation of the  $O - C$  diagrams.

### 2.2 | The 2015–2016 data of NGC 6171

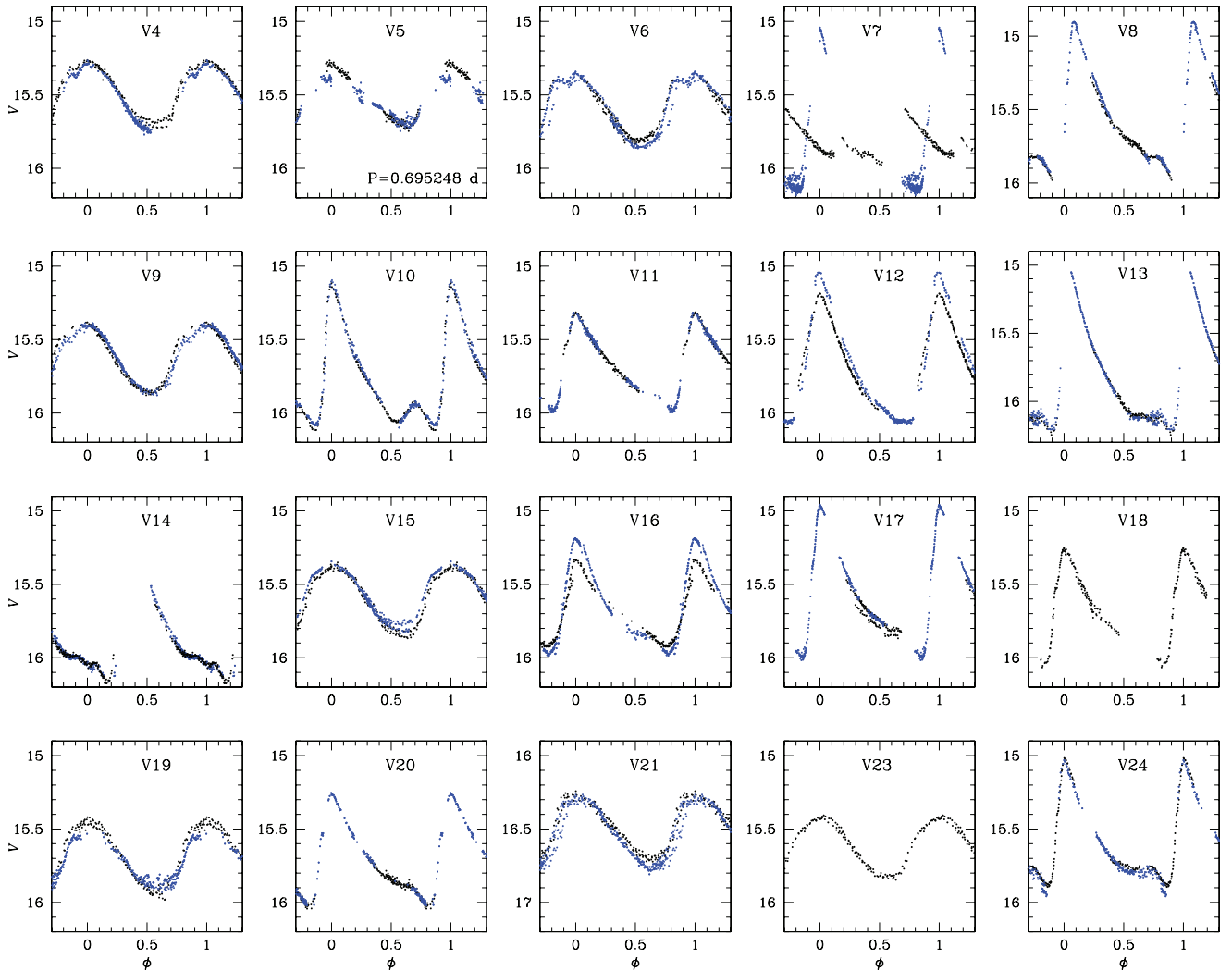
In Figure 1, the  $V$  light curves tabulated in Table 2 and obtained in 2015–2016 (black symbols) and 2017 (blue symbols) are displayed. They have provided a few recent occurrences of maximum light that extend the time base to 82 years. They have been phased with the corrected period estimated below and the seasonal time of maximum. Note the consistency of the 2015–2016 and the 2017 data and the evident variation in amplitude in some stars, likely due to the Blazhko effect. The employment of these light curves as indicators of the mean metallicity and distance of the parental cluster, via the Fourier decomposition, will be reported elsewhere. Comments on individual stars can be found in section 4.2.

## 3 | THE $O - C$ APPROACH TO THE SECULAR PERIOD CHANGES

The observed minus the calculated ( $O - C$ ) residuals of a given feature in the light curve, as an indication of miscalculations or authentic variations of the pulsation or orbital period, using a single given phase of the light curve as a reference, is a standard approach that has been in use for many decades, for

**TABLE 3** Las Campanas photographic data (B mag) taken between 1972 and 1991 by C. Clement and previously unpublished. This is an extract from the full table, which is only available with the electronic version of the article (see Supporting Information)

HJD -2,400,000	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12
41,446.819	16.86	16.44	15.56	15.91	16.02	15.33	16.44	15.77	16.84	16.07	16.89
41,447.640	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
41,447.676	15.84	15.89	15.56	16.29	15.60	16.29	15.25	–	16.86	16.61	16.61
...											
HJD -2,400,000	V13	V14	V15	V16	V17	V18	V19	V20	V21	V23	V24
41,446.819	16.79	16.89	15.66	16.84	16.66	15.24	15.91	16.70	16.95	16.15	–
41,447.640	–	–	15.77	16.05	15.77	15.99	16.44	–	–	15.89	–
41,447.676	16.98	16.73	15.79	16.42	15.93	16.02	15.89	16.02	17.16	15.73	16.29
...											



**FIGURE 1** Light curves of the 2015–2017 data, except V23 for which data from Clement & Shelton (1997) were plotted as this star is not in the field of the 2015–2017 data. Black symbols are used for the 2015–2016 data from Hanle. Blue symbols are for the 2017 data from SPM. The light curves were phased with the new periods listed in Table 5 (except for V5) and the local epochs of the maximum light for a given dataset as listed in Table 4, see section 4.2 for a discussion on individual stars

example, in Cepheids, RRLs, and contact binary stars (e.g., Arellano Ferro et al. 2016; Arellano Ferro & Rosenzweig 1997; Coutts & Sawyer Hogg 1969). Then, it is convenient to select a feature that facilitates the accurate determination of the phase. For RRLs, the maximum brightness is a good

choice as it is well constrained, particularly for the RRab type, as opposed to the longer-lasting time of minimum. To predict the time of maximum, we adopt an ephemeris of the form

$$C = E_0 + P_0 N, \quad (1)$$



where  $E_0$  is an adopted origin or epoch of reference,  $P_0$  is the period at  $E_0$ , and  $N$  is the number of cycles elapsed between  $E_0$  and  $C$ . An initial estimate of the number of cycles between the observed time of maximum  $O$  and the reference  $E_0$  is simply

$$N = \left\lfloor \frac{O - E_0}{P_0} \right\rfloor, \quad (2)$$

where the incomplete brackets indicate the rounding down to the nearest integer. However, it must be noted that if the time between  $E_0$  and the observed time of maximum  $O$  is much larger than the period, and the period change rate is large enough, the  $O - C$  difference can exceed one or more cycles, and there must be a correction for these extra cycles to obtain a correct  $O - C$  diagram. This exercise may prove to be difficult if there are large gaps in the time series, but it is rather straightforward otherwise.

A plot of the number of cycles of  $N$  versus  $O - C$  is usually referred as the  $O - C$  diagram, and its appearance can make evident secular variations of the period or the fact that the period  $P_0$  used in the ephemerides is wrong, in which case the distribution of the  $O - C$  residuals is linear and tilted. For NGC 6171, the distribution of the observations over the last 80 years enabled us to accurately estimate the number of cycles required in order to produce coherent  $O - C$  diagrams.

Let us assume, as an initial model, a quadratic distribution of the  $O - C$  residuals as a function of time, represented by the number of cycles  $N$  elapsed since the initial epoch  $E_0$ . The linear and quadratic cases are then particular solutions of the representation:

$$O - C = A_0 + A_1N + A_2N^2, \quad (3)$$

or

$$O = (E_0 + A_0) + (P_0 + A_1)N + A_2N^2. \quad (4)$$

Considering the derivative, the period at any given  $N$  is

$$P(N) = \frac{dO}{dN} = (P_0 + A_1) + 2A_2N. \quad (5)$$

From the above equations, it is straightforward to demonstrate that the period change rate  $\beta = \dot{P}$  at  $N=0$  and  $P=P_0$  is given by

$$\beta = \beta_0 = \frac{2A_2}{P_0}, \quad (6)$$

and that if the  $O - C$  distribution is linear, that is,  $A_2 = 0$ , then the correct epoch and period are given by  $E_0 + A_0$  and  $P_0 + A_1$ , respectively. A detailed derivation of the above equations can be found in Arellano Ferro et al. (2016).

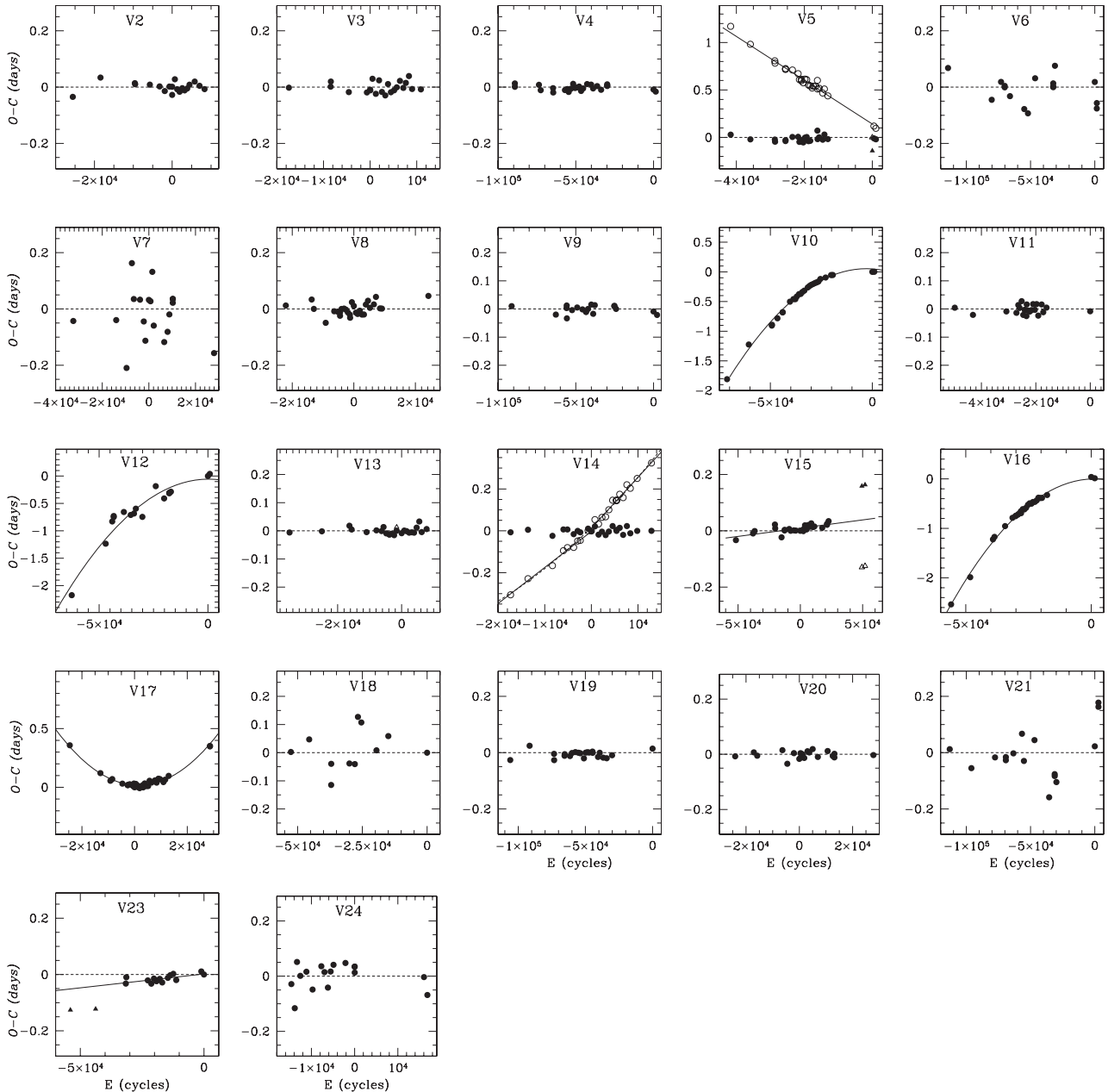
#### 4 | TIMES OF MAXIMUM BRIGHTNESS AND THE $O - C$ DIAGRAMS

We have estimated as many times of maximum brightness as possible with the available data. When a light curve is covered near the maximum, estimating the time of the maximum brightness is fairly straightforward, and the uncertainty

is small. Error bars would be similar in size to the symbols in the  $O - C$  diagrams. Interpolating between competing maxima was necessary only in a few cases. For the datasets covering several years (e.g., Coutts & Sawyer Hogg 1971, for 1946–1970 or data in Table 3 for the years 1972–1991), we searched for clear times of maximum through the whole collections and were able to recover numerous maxima, producing the highest density of data in the  $O - C$  diagrams in Figure 2.

The complete collection of times of maximum light is given in Table 4. To calculate the  $O - C$  residuals, we proceeded as follows: first, an epoch with a well-covered light curve was identified, and the period at that epoch was estimated. This period and epoch were adopted as initial values  $P_0$  and  $E_0$ . Generally, the data from 2015 to 2016 were proper for this aim, except for a few incomplete light curves, particularly near the time of maximum. In those cases, the data from Clement & Shelton (1997) or from the previously unpublished data from Clement (Table 3) were used. For some cases with a linear distribution of  $O - C$  values, we used the period from the catalogue of variable stars in globular clusters (CVSGC) (Clement et al. 2001; 2015 edition). While these periods are quoted to only four digits, and true periods may be slightly different, the approach to the period correction is not sensitive to the selection of  $P_0$  as a different  $P_0$  will produce a different slope  $A_1$ , but the corrected period  $P_0 + A_1$  (see Equation 5) will be the same. The adopted initial ephemerides are summarized in Table 4. The resulting  $O - C$  diagrams are shown in Figure 2 for every variable included in the present work.

It is obvious from these diagrams that there are only two types of  $O - C$  distributions: the linear distribution, which is obtained in the time of maximum predicting ephemerides (given in column 5 of Table 5), and once the correct period is employed, it produces a horizontal distribution and implies a nonchanging period, and the parabolic distribution, which implies a secular period variation whose rate can be calculated with Equation 6. It is worth noting at this point that the  $O - C$  approach to the secular period changes is particularly sensitive to the counting of cycles, which is very easy to lose when dealing with a long time base and short-period stars, as is the present case. As the  $O - C$  difference drifts, either because the assumed initial period is wrong or because it is authentically changing, the calculated maximum may skip a few cycles relative to the corresponding observed one. If this is not properly considered, the  $O - C$  diagram may show intriguing shapes, which could be misinterpreted as irregular period variations. This has already been stressed by Arellano Ferro et al. (2016) for the case of the RRLs in M5. In the present case of NGC 6171, we do not see any irregular variations but only constant periods (linear) or a few parabolic secular variations (quadratic). It is pointed out, however, that there are cases where the horizontal  $O - C$  distributions display a considerable scatter (e.g., V6, V7, V18, and V21). This may be the consequence of stochastic fluctuations of the period and/or of



**FIGURE 2**  $O - C$  residuals as a function of number of cycles (filled circles). For stars with linear distributions, the  $O - C$  residuals were calculated using the refined ephemerides (columns 5 and 6 in Table 5). The  $O - C$  residuals plotted with a triangle, filled and empty when two solutions were tried, stand out from the rest of the distribution and were not considered in the adopted solutions. Solid lines represent the finally adopted period change solution for cases with  $\beta$  different from zero. Dashed horizontal lines are plotted at  $(O - C) = 0$  as a reference. In the case of V5, we explicitly show the linear distribution showing the constancy of its period. An apparent abrupt period change in V14 is illustrated by the empty circles and two linear solutions. These and a few cases with peculiarities are discussed in more detail in section 4.2

uncertainties in the estimations of the times of maximum light due to the limited quality of the observations.

Table 5 summarizes the initial assumed ephemerides, the corrected periods and epochs, and—in the corresponding cases—the calculated period change rate  $\beta$ .

#### 4.1 | Consistency test for the refined periods and period change rates

Once a period change rate has been calculated (quadratic case), or the period has been duly corrected (linear case), a

natural test is to phase the light curve with the new ephemeris. In Figure 1, the light curves from 2015 to 2016 are phased either with corrected period (linear cases) or with  $P(N)$  for the corresponding  $N = 0$  in Equation 5 (parabolic cases).

In fact, for a secularly changing period, Equation 5 allows the calculation the period at any given number of cycles  $N$  elapsed from the origin  $E_0$ . Each corresponding period should properly phase the data taken at that value of  $N$ . As an example, in Figure 3, we phase the light curve of star V12 over the last 82 years using the “local” periods and epochs as predicted by the parabola in Figure 2 and Equation 5 and listed

**TABLE 4** Observed times of maximum light,  $O$ , for the RRLs in NGC 6171 and their corresponding  $O - C$  residuals calculated with the given ephemerides for each variable. The sources of either the times of maximum light or the data employed to calculate them are coded in column 4 as follows: Oo (Oosterhoff 1938), CouSH (Coutts & Sawyer Hogg 1971), Man (Mannino 1961), Kuk (Kukarkin 1961), Di (Dickens 1970), Clem (Las Campanas, this article), ClSh (Clement & Shelton 1997), and Tab3 (Hanle and SPM, this article). This is an extract from the full table, which is available in the electronic version of the article (see Table S2, Supporting Information)

Variable	$P_0$ (days)	$E_0$ (HJD)	
V2	0.571021	2,442,538.8397	
$O$ (HJD)	$O - C$ (days)	No. of cycles	Source
2,427,930.951	-0.0346	-25582	Oo
2,432,004.682	0.0340	-18448	CouSH
2,437,052.486	0.0142	-9608	Kuk
2,437,100.448	0.0104	-9524	Man
2,439,258.334	0.0088	-5745	Di
2,440,693.874	0.0025	-3231	CouSH
2,441,448.747	-0.0140	-1909	Clem
2,442,135.701	0.0020	-706	Clem
2,442,537.670	-0.0276	-2	Clem
2,442,538.841	0.0013	0	Clem
2,442,935.727	0.0279	695	Clem
2,443,273.736	-0.0075	1287	Clem
2,443,632.899	-0.0165	1916	Clem
2,444,020.635	-0.0037	2595	Clem
2,444,371.805	-0.0115	3210	Clem
2,444,759.535	-0.0046	3889	Clem
2,445,083.888	0.0086	4457	Clem
2,445,850.780	0.0197	5800	Clem
2,446,562.828	0.0047	7047	Clem
2,447,298.862	-0.0071	8336	Clem

in Table 6. In all cases, the light curve and time of maximum are consistent with the secular period change. The appearance of the curve is only limited by the quality of the photometry of a given dataset.

## 4.2 | Comments on individual stars

While the  $O - C$  diagrams in Figure 2 generally show a clear period behavior, in a few cases, the  $O - C$  distribution may admit alternative solutions, as we describe in the following paragraphs. Since the previous study of the period changes in NGC 6171 by Coutts & Sawyer Hogg (1971), good-quality data have been obtained, and hence, richer  $O - C$  diagrams can be produced, and a detailed comparison with the results of these authors is probably inadequate. Some comments on specific stars might, however, be in order.

V2 and V3. These RRLs are not included in the field of view of our images, and the historical data are scarce. However, the data in Table 3 enable the estimation of numerous times of maximum light and hence the analysis of the secular behavior of the period.

V5. The  $O - C$  residuals in Figure 2 display a clear linear distribution, leading to a refined period of 0.702376 day. A negative period change rate and an abrupt negative period change have been reported for this star by Coutts & Sawyer Hogg (1971) and Gryzunova (1979a), respectively. Our solution displays a rather constant period. The estimated maximum from 2015 data shows a significant and unexpected phase displacement and was not considered in the adopted solution. We noted, however, that the predicted period in Table 5 (0.702376 day) fails to properly phase the light curves from 2015 to 2017, for which a shorter period, 0.695248 day, had to be invoked to better scale the curves. We do not have a clear explanation for this behavior and speculate that the star might have undergone a stochastic variation of its period. The amplitude variation between 2015–2016 and 2017 should be noted.

V6. Although the  $O - C$  distributions of this star suggest a linear distribution, the scatter is significant and is probably due to the bump near maximum, which makes the estimation of the time of maximum brightness inaccurate.

V7. In our data, the light curve of this star displays a large difference between 2015–2016 and 2017 and suggests a large amplitude modulation as observed in stars with the Blazhko effect. Clement & Shelton (1997) noticed the cycle-to-cycle variations near minimum light and the peculiar harmonics amplitude ratios relative to other RRab stars in the cluster. Stars with the Blazhko effect often display not only amplitude but also phase modulations, which likely explains the large scatter in the  $O - C$  diagram for this star.

V10. A period increase was reported by Coutts & Sawyer Hogg (1971) who calculated  $\beta = 1.1 \text{ day Myr}^{-1}$ . The diagram in Figure 2 shows a decreasing nature of the period at a rate  $\beta = -0.714 \pm 0.039 \text{ day Myr}^{-1}$ . The discrepancy between the two investigations is caused by an error in the period due to an uncertainty in the number of cycle counts in the CSH study. The richer  $O - C$  diagram in our current study has resolved this ambiguity.

V12. Our analysis of this star shows a decreasing period with  $\beta = -0.756 \pm 0.168 \text{ day Myr}^{-1}$ . The  $O - C$  diagram, however, displays a significant dispersion. We note that Clement & Shelton (1997) found the Fourier parameters, particularly  $\varphi_3$  and  $\varphi_4$ , to be peculiar among those in other RRab stars. A close inspection of Figure 3 shows a distinctive slope change on the rising branch in 1993, which is not apparent in the other light curves. This suggests that the light curve shape might undergo secular variations and probably stochastic oscillations of the time of maximum. The amplitude variation between 2015–2016 and 2017 data should be noted, confirming the amplitude modulations reported by Clement & Shelton (1997).

V14. The  $O - C$  residuals for this star show a peculiar change in slope at about HJD 2443275.6 days or May 1977 if a period of 0.4816 day is used. Although this slight change of slope could also be fitted by a parabola, implying  $\beta = +0.32 \pm 0.07 \text{ day Myr}^{-1}$ , we rather prefer the slight

**TABLE 5** New periods and period change rates for RRLs in NGC 6171. The uncertainties in  $\beta_0$  correspond to the uncertainty in the coefficient  $A_2$  in Equation 6

Variable star ID	Variable type	$P_0$ (days)	$E_0$ (+2,400,000) (HJD)	$E_0 + A_0$ (+2,400,000) (HJD)	$P_0 + A_1$ (days)	$\beta_0$ ( $O - C$ ) (day Myr $^{-1}$ )
V2	RRab	0.5710	42,538.841	42,538.840	0.571021	$-0.069 \pm 0.062$
V3	RRab	0.5663	41,844.561	41,844.570	0.566344	$+0.055 \pm 0.095$
V4	RRc	0.282130	57,528.3538	57,528.3633	0.282132	$+0.005 \pm 0.008$
V5	RRab	0.7024	57,200.193	57,200.3342	0.702376	$-0.062 \pm 0.058$
V6	RRc	0.259635	57,527.2486	57,527.2307	0.259627	$+0.058 \pm 0.029$
V7	RRab	0.4975	44,018.667	44,018.635	0.497474	$-0.155 \pm 0.117$
V8	RRab	0.5599	44,371.599	44,371.588	0.559922	$+0.091 \pm 0.034$
V9	RRc	0.3206	57,200.2279	57,200.2369	0.320601	$+0.012 \pm 0.014$
V10	RRab	0.415506	57,528.4208	57,528.4707	0.4155586	$-0.714 \pm 0.039$
V11	RRab	0.5928	57,528.3744	57,528.3821	0.592809	$+0.096 \pm 0.022$
V12	RRab	0.472833	49,125.719	57,527.331	0.472830	$-0.756 \pm 0.168$
V13	RRab	0.4668	44,371.865	44,371.873	0.466797	$+0.070 \pm 0.230$
V14	RRab	0.4816	43,275.6195	43,275.6356	0.48162	$+0.067 \pm 0.010$
V15	RRc	0.288589	57,200.1676	57,200.0880	0.288590	$+0.001 \pm 0.066$
V16	RRab	0.522798	57,200.1894	57,200.1503	0.522796	$-1.088 \pm 0.045$
V17	RRab	0.561168	41,860.578	41,860.593	0.5611675	$+0.624 \pm 0.021$
V18	RRab	0.561404	57,528.4361	57,528.4361	0.561404	$+0.040 \pm 0.128$
V19	RRc	0.278766	57,528.3812	57,528.3666	0.278762	$+0.005 \pm 0.009$
V20	RRab	0.5781	41,863.748	41,863.765	0.578107	$-0.003 \pm 0.018$
V21	RRc	0.258724	57,201.2263	57,201.203	0.258715	$-0.004 \pm 0.053$
V23	RRc	0.323343	49,477.617	49,477.6189	0.323344	$+0.076 \pm 0.056$
V24	RRab	0.523977	49,123.856	49,123.821	0.523947	$-0.261 \pm 0.128$

period change and hence the two slopes depicted. The two slopes would imply corrected periods,  $P_1 = 0.481617$  day and  $P_1 = 0.481624$  day, which are identical to the fifth digit. We failed to observe the star near maximum brightness between 2015 and 2017.

V15. A slightly tilted  $O - C$  diagram is found with two discrepant values in 2015 and 2017, which are otherwise consistent between them. This may suggest an abrupt period change, which is to be confirmed in the future if new times of maximum light become available.

V16. This is a clear and strong period-decreasing star with  $\beta = -1.088 \pm 0.045$  day Myr $^{-1}$ . Coutts & Sawyer Hogg (1971) also found a similar result and calculated a period decrease rate of  $-1.6$  day Myr $^{-1}$ .

V17. The  $O - C$  diagram in Figure 2 shows a positive parabola and a corresponding  $\beta = +0.748 \pm 0.021$ . This is the only star in the sample for which we have found a positive period increase that, if ascribed to evolution, may indicate a redward evolution.

V21. In spite of the fact that this is a field star (Cudworth et al. 1992; Dickens 1970) projected on the cluster field, it was included in the present study due to the fact that, similar to the cluster members, photometric coverage was available for 82 years. Hence, although the scatter in the  $O - C$  diagram is substantial, its period has been refined and reported in Table 5.

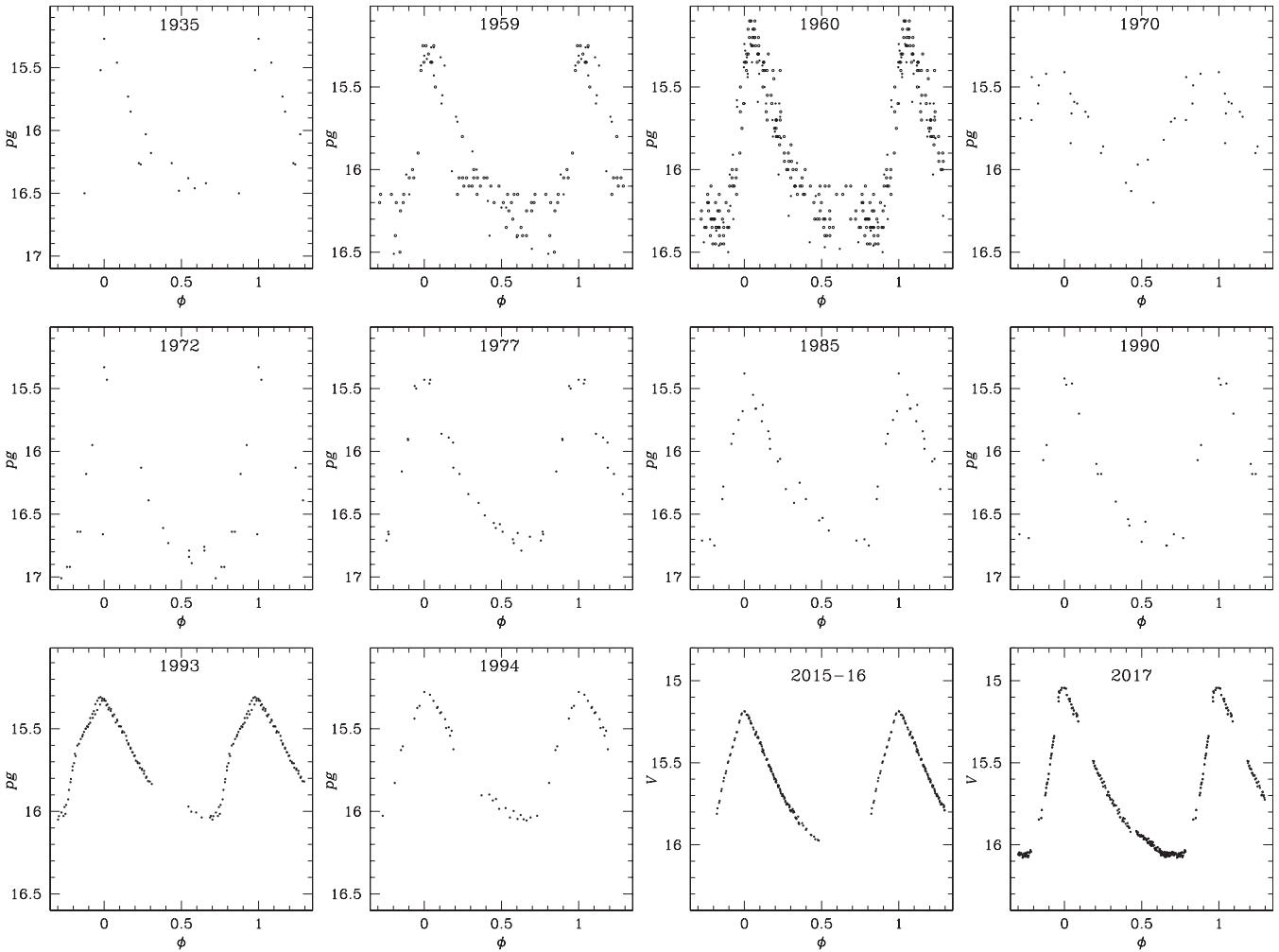
V22. This star is not included in the present study. V22 is not a cluster member (Sawyer Hogg 1973) and out of the field

of most studies, except that of Oosterhoff (1938). Hence, the historical data are very scarce.

V23. The  $O - C$  diagram shows a linear distribution with a small tilt, which implies a tiny correction to the period. The 1935 light curve from Oosterhoff (1938) is very scattered, and we could not estimate a reliable time of maximum. We note that the two oldest maxima, corresponding to data from Coutts & Sawyer Hogg (1971) from July 1946 and July 1955, are not fitted by the more recent linear distribution; however, these are two *bona fide* maxima from a rather scattered light curve. We note that, in the article by Dickens (1970), the star labeled as V1 in fact corresponds to V23.

## 5 | PERIOD CHANGES AND EVOLUTION IN THE HB

As stars evolve across the IS, their pulsation period should either increase or decrease if evolution is toward the red or the blue, respectively. However, other nonevolutionary reasons for period changes have been suggested, such as stochastic variations (Balazs-Detre & Detre 1965) or mixing events in the core of a star at the HB that may alter the hydrostatic structure and pulsation period (Sweigart & Renzini 1979). In addition, irregular and complicated secular period variations have been claimed for some RRLs (e.g., Jurcsik et al. 2001; Szeidl et al. 2011), which indeed would be difficult to reconcile with stellar evolution exclusively. However, for the RRLs



**FIGURE 3** A selection of light curves of V12 over the past 82 years, phased with the corresponding period and epoch as predicted by the parabola in Figure 1 and Equation 5. Note the variations in amplitude. These ephemerides are listed in Table 6

**TABLE 6** A selection of epochs and periods of star V12 over 80 years. The phased light curves are shown in Figure 2

$E_0$	$P$ (days)	Year
2,427,931.957	0.47289860	1935
2,436,728.475	0.47287822	1959
2,437,050.549	0.47287747	1960
2,440,747.669	0.47286889	1970
2,441,454.580	0.4728665	1972
2,443,281.546	0.4728627	1977
2,446,185.774	0.4728567	1985
2,448,011.631	0.4728529	1990
2,449,125.719	0.47284945	1993
2,449,482.737	0.47284862	1994
2,457,527.331	0.47282997	2015–2016
2,457,939.681	0.47283244	2017

in M5, it has been argued that there is no need to claim for irregular period variations as an improper counting of cycles, particularly in long-time baseline sets of times of maximum light, may be responsible for apparent irregularities (Arellano Ferro et al. 2016).

At present, there is much evidence that there is no preferential positive or negative values of  $\beta$  in the RRLs in a given cluster, and for a summary, the reader is referred to the discussion of Arellano Ferro et al. (2016). Perhaps the exceptions are  $\omega$  Cen, for which an average of  $\beta = +0.170 \pm 0.561$  day Myr $^{-1}$  can be calculated from Table 6 of Jurcsik et al. (2001) and IC 4499 with  $\beta = +0.29 \pm 0.60$  day Myr $^{-1}$  from Kunder et al. (2011) (their Table 1 without three extreme cases). In addition, in the extensive investigations on secular period variations in globular clusters (e.g., Arellano Ferro et al. 2016; Corwin & Carney 2001; Silbermann & Smith 1995), no significant differences have been found for the average values of  $\beta$  for the populations of RRab and RRC stars.

Models of the HB calculated by Lee (1991) and Catelan et al. (2004) confirm that positive period change rates of evolutionary origin occur mostly in globular clusters with blue HB structures, that is, with large values of the HB structure parameter  $\mathcal{L} = (B - R)/(B + V + R)$ , where  $B$ ,  $V$ , and  $R$  are the number of stars to the blue, inside, and to the red of the IS, respectively. Figure 15 of Catelan (2009) displays such behavior of  $\beta$  as a function of  $\mathcal{L}$  and shows that, in red HB clusters, the average value of  $\beta$  should be about zero. NGC

6171 has a very red HB, with  $\mathcal{L} = -0.74$ ; hence, the above models predict an average  $\beta \sim 0$  day Myr $^{-1}$ . In fact, the overall average of  $\beta$  values in Table 5 is  $-0.086 \pm 0.346$  day Myr $^{-1}$ , which is not significantly different from zero given the typical uncertainties of  $\beta$ .

Even in clusters like M3 and M5, where the overall period change rates average nearly zero, as predicted by canonical models, it has been common to isolate individual cases with significantly large values of  $\beta$ . In the case of NGC 6171, we found large secular period change rates in four stars in a sample of 22. Three of these have large negative values of  $\beta$ , which implies evolution to the blue. The only period-increasing case is V17 with  $\beta = +0.624 \pm 0.021$  day Myr $^{-1}$ . This period rate is comparable to the rate found in some RRLs in other clusters; in M5 ( $\mathcal{L} = +0.31$ ), for example, arguments have been made for V8 ( $+0.474$  day Myr $^{-1}$ ), V7 ( $+0.474$  day Myr $^{-1}$ ), and V25 ( $+0.933$  day Myr $^{-1}$ ) or the more moderate V77 ( $+0.340$  day Myr $^{-1}$ ), V87 ( $+0.369$  day Myr $^{-1}$ ), and V90 ( $+0.114$  day Myr $^{-1}$ ) in favor of them being stars in a truly advanced evolution (Arellano Ferro et al. 2016); in M3 ( $\mathcal{L} = +0.18$ ), we have V10 ( $0.385$  day Myr $^{-1}$ ), V47 ( $+0.393$  day Myr $^{-1}$ ), V69 ( $+0.414$  day Myr $^{-1}$ ), and V83 ( $+0.345$  day Myr $^{-1}$ ) (Corwin & Carney 2001). Jurcsik et al. (2001) calculated period change rates across the IS between  $-0.026$  and  $+0.745$  day Myr $^{-1}$  based on post-HB evolutionary tracks of Dorman (1992) for  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.48$  and masses of  $0.60\text{--}0.66 M_{\odot}$ . Thus, all the above quoted positive period changes may be consistent with an evolutionary origin, as well as for our present case of V17.

On the other hand, as discussed by Silva-Aguirre et al. (2008), pre-ZAHB stars crossing the IS at high evolving rates may have values of  $\beta \sim -0.3$  day Myr $^{-1}$  but can reach values  $< -0.8$  day Myr $^{-1}$ . From the calculations of Jurcsik et al. (2001), based on Dorman's (1992) post-ZAHB models, the fastest blueward evolution reaches the rate of  $-0.7 \times 10^{-10}$  day day $^{-1}$  or about  $-0.026$  day Myr $^{-1}$ . Thus, it is tempting to suggest that variables V10, V12, and V16 in NGC 6171 are examples of pre-ZAHB stars. However, we should consider that, according to the statistics produced by the simulations of Silva-Aguirre et al. (2008) for the case of M3, only one pre-ZAHB is expected every 60 *bona fide* HB stars, and only 22% of them would fall in the IS, where they can be disguised as RRLs. Assuming that these statistics hold for NGC 6171, with about 110 stars in the HB, it implies that not even one pre-ZAHB RR Lyrae-like pulsator should be found. Nevertheless, RR Lyrae with large negative values of  $\beta$  is a rather common feature in several clusters. In M3 itself, there are five stars with  $\beta < -0.4$  day Myr $^{-1}$  (Corwin & Carney 2001); in M5, there are five stars with  $\beta < -0.3$  day Myr $^{-1}$  (Arellano Ferro et al. 2016) and four in NGC 6934 (Stagg & Wehlau 1980). Thus, it is probably not unlikely that V10, V12, and V16 in NGC 6171 are indeed pre-ZAHB stars.

Perhaps the most remarkable result in the present article is the high percentage of stars with a stable period. It should

be noticed that the four stars with changing period in NGC 6171 are RRab stars and that 18 of the 22 stars studied, that is, 82%, have retained a constant period for at least 80 years. In M5, 34% of its RRLs were found to have unchanging periods over a 100-year interval (Arellano Ferro et al. 2016). Naturally, the question of whether this result would be subject to change after one or two decades of accurate estimation of times of maximum may be posed. Note that the uncertainties in the beta values in Table 5 are generally of a few hundreds of day Myr $^{-1}$  and that, if the linear distributions in Figure 2 are forcibly fitted with a parabola, the quadratic term leads to very small and nonsignificant values of  $\beta$ . We conclude then that with the data on hand, we are unable to detect period variations, positive or negative, below these limits. Thus, period changes for stars evolving very near the HB at very low rates may pass undetected.

## 6 | SUMMARY

Pulsation period changes have been analyzed via the times of maximum light for 22 RRLs in NGC 6171. Archival data collected from the literature, previously unpublished data spanning 19 years, and recent CCD observations enable a span of up to 82 years for most of the sample stars, which makes this work the first significant study of period changes in NGC 6171. Secular period variations were found for four stars, three with significant decreasing periods and one (V17) with increasing period. No signs of irregular period variations were found in the RRLs of this cluster, but instead, they all have either a remarkably stable period or a secular period change that can be represented by a parabolic  $O - C$  diagram.

The overall average of the period change rates found in NGC 6171 is not significantly different from zero, as expected from the canonical evolutionary models of the HB for a cluster with a red HB. Notwithstanding this fact, individual stars with large positive and negative period changes have been found, a trend also observed in M3 and M5.

In NGC 6171, we have found a single case with positive  $\beta$  (V17) that seems to be consistent with the period change rate expected in a truly advanced stage of evolution toward the AGB. On the contrary, a few cases emerged with values of  $\beta$  significantly negative, which cannot be reconciled with post-HB evolutionary predictions and may be examples of pre-core-helium-burning stars on their contraction towards the ZAHB. The majority of the RRLs in this cluster, both RRab and RRC, display a stable period for at least 82 years, well within the uncertainties of the  $O - C$  approach. Under the paradigm that period changes are a consequence of stellar evolution, it must be concluded that these stable stars are evolving very slowly and their putative period changes are, given the data presently available, undetectable by the approach described in this work.

## ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to Prof. Christine M. Clement for encouraging this work and for supplying us with her collection of relevant historical data of NGC 6171 and her own extensive unpublished observations taken between 1972 and 1991 and allowing us to publish them in the present article. Her comments and suggestions to the manuscript are gratefully appreciated. We are also indebted to the anonymous referee for his or her useful suggestions and enlightening comments. We acknowledge the financial support from DGAPA-UNAM, México via grants IN106615-17 and IN105115 and from CONACyT (México). P.R. is grateful for the financial support from the PREI program of the National University of México and the hospitality of the Instituto de Astronomía (UNAM). P.R. warmly acknowledges the financial support of the CDCHTA—Universidad de Los Andes (ULA) through project C-1992-17-05-B. We are thankful to Carlos Chavarría for his help with some of the observations in SPM. We have made extensive use of the SIMBAD and ADS services, for which we are thankful.

## REFERENCES

- Arellano Ferro, A., & Rosenzweig, P. 1997, *Rojo Arellano, E.* in: *Astronomical Time Series*, eds. D. Maoz, A. Sternberg, & E. M. Leibowitz, Kluwer (Dordrecht), 235.
- Arellano Ferro, A., Ahumada, J. A., Kains, N., & Luna, A. 2016, *MNRAS*, *461*, 1032.
- Balazs-Detre, J., Detre, L. 1965, in *The Position of Variable Stars in the Hertzsprung-Russell Diagram*, Veroff. der Remeis-Sternwarte Bamberg IV, No. 40, 184.
- Catelan, M. 2009, *Ap&SS*, *320*, 261.
- Catelan, M., Pritzl, B. J., & Smith, H. A. 2004, *ApJS*, *154*, 633.
- Clement, C. M., & Shelton, I. 1997, *AJ*, *113*, 1711.
- Clement, C. M., Jankulak, M., & Simon, N. R. 1992, *ApJ*, *395*, 192.
- Clement, C. M., Muzzin, A., Dufton, Q., et al. 2001, *AJ*, *122*, 2587.
- Corwin, T. M., & Carney, B. W. 2001, *AJ*, *122*, 3183.
- Coutts, C. M., & Sawyer Hogg, H. 1969, *Pub. David Dunlap Obs.*, *3*, 3.
- Coutts, C. M., & Sawyer Hogg, H. 1971, *Pub. David Dunlap Obs.*, *3*, 61.
- Cudworth, K. M., Smetanka, J. J., & Majewski, S. R. 1992, *AJ*, *103*, 1252.
- Dickens, R. J. 1970, *ApJS*, *22*, 249.
- Dorman, B. 1992, *ApJS*, *81*, 221.
- Gryzunova, T. I. 1979a, *ATsir*, *1075*, 7.
- Gryzunova, T. I. 1979b, *PZ*, *21*, 161.
- Jurcsik, J., Clement, C., Geyer, E. H., & Domsa, I. 2001, *AJ*, *121*, 951.
- Jurcsik, J., Hajdu, G., Szeidl, B., et al. 2012, *MNRAS*, *419*, 2173.
- Kukarkin, B. V. 1961, *Peremennye Zvezdy*, *13*, 384.
- Kunder, A., Walker, A., Stetson, P. B., et al. 2011, *AJ*, *141*, 15.
- Lee, Y.-W. 1991, *ApJ*, *367*, 524.
- Mannino, G. 1961, *Bologna Publ.*, *7*, 18.
- Oosterhoff, P. T. 1938, *BAN*, *8*, 273.
- Sawyer Hogg, H. 1973, *Pub. David Dunlap Obs.*, *3*, 6.
- Silbermann, N. A., & Smith, H. A. 1995, *AJ*, *109*, 111.
- Silva-Aguirre, V., Catelan, M., Weiss, A., & Valcarce, A. A. R. 2008, *A&A*, *489*, 1201.
- Stagg, C., & Wehlau, A. 1980, *AJ*, *85*, 1182.
- Stetson, P. B. 2000, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, *112*, 925.
- Sweigart, A. V., & Renzini, A. 1979, *A&A*, *71*, 66.
- Szeidl, B., Hurta, Z., Jurcsik, J., Clement, C., & Lovas, M. 2011, *MNRAS*, *411*, 1744.
- Wehlau, A., & Froelich, N. 1994, *AJ*, *108*, 134.
- Wehlau, A., Slawson, R. W., & Nemeč, J. M. 1999, *AJ*, *117*, 286.

## SUPPORTING INFORMATION

Additional supporting information may be found online in the Supporting Information section at the end of the article.

**How to cite this article:** Arellano Ferro A, Rosenzweig P, Luna A, Essam A, Deras D, Muneer S, Michel R. Period changes in the RR Lyrae stars of NGC 6171 (M107), *Astron. Nachr./AN*, 2018;339:158–167. <https://doi.org/10.1002/asna.201813409>.

## Secular Period Variations of RR Lyrae Stars in NGC 4147

A. Luna and A. Arellano Ferro

Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México,  
Ciudad Universitaria, 04510, México  
e-mail:aluna@astro.unam.mx

*Received September 26, 2018*

### ABSTRACT

A compilation of photometric time-series data of NGC 4147 spanning 58 years, enabled us to study the secular behavior of the pulsation period in the population of RR Lyr stars in this cluster. The traditional  $O - C$  diagram approach was employed. Three stars display a significant period decrease and two a comparable period increase. Nevertheless, the median value of the whole sample is nearly zero, which seems consistent with theoretical expectations. The limitations of empirical determinations of secular period changes in globular clusters to corroborate evolutionary theoretical predictions are discussed.

**Key words:** *globular clusters; individual: NGC 4147 – Stars: variables: RR Lyrae*

### 1. Introduction

The observed secular period changes in RR Lyr stars (RRLs) in Globular Clusters have been discussed in literature for the last few decades. However, it is not clear if they are caused by the evolutionary changes or are merely events of stochastic nature (*e.g.*, Balázs-Detre and Detre 1965, Sweigart and Renzini 1979). The comparison of evolutionary models (Lee 1991, Catelan *et al.* 2004) with empirically calculated period change rates, is marked by a number of loose threads that we aim to highlight and discuss in the present work.

It is known that at the horizontal branch (HB) evolutionary stage, a star burns its helium core into carbon and oxygen, the temperature and luminosity gradually change as do the mean radius and density. If the density of a pulsating star increases, a decrease in the period should be expected and *vice versa*. Given the helium burning lifetime, evolutionary period change rates are however expected to be generally smaller than 0.1 d per million years and to remain nearly constant over a century or so (Dorman 1992). The observational challenge is to determine such small period change rates. The traditional method to study the period variations is the  $O - C$  diagram (*e.g.*, Arellano Ferro *et al.* 2016, 2018b). The success of the method rests on two conditions: the time series should not have long gaps



and be as long as possible, not to mention that the quality of the light curves should be reasonably good to estimate the time of maximum brightness with the desired accuracy.

Studies of period variations of RRLs in globular clusters with data covering more than 60 years are scarce. For example, M3 (Corwin and Carney 2001, Jurcsik *et al.* 2012), M5 (Arellano Ferro *et al.* 2016, Szeidl *et al.* 2011), NGC 6934 (Stagg and Wehlau 1980), M14 (Wehlau and Froelich 1994), M15 (Silberman and Smith 1995), NGC 7006 (Wehlau *et al.* 1999),  $\omega$  Cen (Jurcsik *et al.* 2001), and M107 (NGC 6171) (Arellano Ferro *et al.* 2018b). In the present investigation, we concentrate on NGC 4147, for which we have been able to compile data for about 58 years. We shall discuss our results and present our conclusions, their limitations and caveats in the theoretical and observational framework.

The paper is organized as follows: Section 2 describes the available data for the RRLs in NGC 4147 since 1954. Section 3 outlines the  $O-C$  method. In Section 4 the  $O-C$  diagrams of all known RRLs in the cluster are presented and the corresponding period change rates  $\beta$  are calculated. The highlights on each individual star are given. In Section 5 the mean period variations found in NGC 4147 are put into the perspective of the theoretical predictions and the empirical results in other clusters. Finally in Section 6 we summarize our conclusions.

## 2. The NGC 4147 Data

The globular cluster NGC 4147 is located at 19.3 kpc from the Sun and has coordinates  $\alpha = 12^{\text{h}}10^{\text{m}}06^{\text{s}}.3$ ,  $\delta = +18^{\circ}32'33''.5$ , J2000 and  $l = 252^{\circ}85$ ,  $b = +77^{\circ}19$  (Harris 1996, 2010 edition). Its position overlaps with the tidal stream of the Sagittarius dwarf spheroidal (Sgr dSph) galaxy, a Milky Way satellite that is currently being disrupted, and has been suggested that the cluster is of extragalactic origin (Bellazzini *et al.* 2003ab). The cluster has been classified as an Oosterhoff of intermediate type (Oo-Int) (Arellano Ferro *et al.* 2018a).

Presently there are 19 known variable stars in NGC 4147 listed in the Catalogue of Variable Stars in Globular Clusters (Clement *et al.* 2001), 15 of which are confirmed RRLs. In a recent paper (Arellano Ferro *et al.* 2018a), the RRLs population of the cluster has been studied based on new accurate  $VI$  photometry. Pulsating periods and fundamental physical parameters were obtained. The latest time-series for this star population was obtained in 2012 and the data are available in electronic form in that paper.

In order to study the secular period variations in RRLs, a long time-base is required by any method employed. In particular for the  $O-C$  diagram approach, good quality light curves are necessary, in which an accurate estimate of the time of maximum light can be performed. This condition may in fact prove to be a strong limitation when dealing with very old data, when the photometric accuracy was a drawback, particularly for stars in crowded regions such as in globular clusters.

We have searched the literature and compiled data for NGC 4147 from 1954, which means we could have a time-base of about 58 years, which we believe is substantial to figure out the long-term behavior of the pulsation period of RRLs. The data sources and the bands used are listed in Table 1.

Table 1

Sources of photometric data for the RR Lyr stars in NGC 4147

Authors	Years	Band
Newburn (1957)	1954-1955	$B_{pg}, V_{pg}$
Mannino (1957)	1955-1957	$pg$
Arellano Ferro <i>et al.</i> (2004)	2003	$V$
Stetson <i>et al.</i> (2005)	1983-2003	$BVRI$
Arellano Ferro <i>et al.</i> (2018a)	2012	$V$

Although the first variable stars in NGC 4147 were discovered early in the 20th century (V4 Davis 1917, V1–V3 Baade 1930), the light curves from these works are not available. It was until the work of Newburn (1957), where the variables V5-V14 were discovered, that the first light curves, observed in 1954, became public. Photometric time series from 1955 to 1957 were later published by Mannino (1957) and a complementary discussion on their periods (Mannino 1958).

Nearly 45 years elapsed without the variables in NGC 4147 being studied. Arellano Ferro *et al.* (2004) found a new variable (V18), revised the period and confirmed the non-variable nature of V5, V9 and V15. Observations were conducted for 23 nights in 2003.

Stetson *et al.* (2005) presented data from observations made between 1983 and 2003. With the exception of one observing run made by the authors, the remaining were provided to the authors or taken by them from public archives. Their work includes light curves and new period estimates. They discovered the star V19.

The latest time-series comes from the observations published by Arellano Ferro *et al.* (2018a), obtained during eight nights in 2012. Hence, the total time-span of the available data is 58 years.

### 3. The $O - C$ Method

The observed minus calculated ( $O - C$ ) method has been for many years a very useful approach to determine whether there is a miscalculation in the period of a given star or a real variation in its pulsation period. This method relies on calculating the difference between the observed time of maximum light ( $O$ ) and the calculated one ( $C$ ) given a fixed ephemeris, and then studying the secular behavior of the residuals ( $O - C$ ). In fact, one can use any feature of the phased light curve, but in our case, as we are dealing with RRLs, at least with those of the RRab

subclass, the maximum of the light curve is well defined, contrary to the minimum that is usually wider.

Taking a given epoch as reference ( $E_0$ ), the calculated time of maximum is given by:

$$C = E_0 + P_0 N \quad (1)$$

where  $N$  is the number of cycles elapsed between  $E_0$  and  $C$  and  $P_0$  is the period at  $E_0$ . Thus, the number of cycles between  $E_0$  and  $O$  is,

$$N = \lfloor \frac{O - E_0}{P_0} \rfloor \quad (2)$$

where the incomplete brackets indicate the rounding down to the nearest integer. With this, we can construct the so called  $O - C$  diagram by plotting the number of cycles  $N$  versus the  $O - C$  residuals. The distribution of those points can be modeled by a quadratic distribution:

$$O - C = A_0 + A_1 N + A_2 N^2 \quad (3)$$

and, if we substitute Eq.(1) in Eq.(3), the observed time of maximum is given by

$$O = (A_0 + E_0) + (A_1 + P_0)N + A_2 N^2. \quad (4)$$

The term  $A_0 + E_0$  is the corrected epoch for the fit, and the term  $A_1 + P_0$  is the corrected period at that epoch. One can calculate the period at a given  $N$  as:

$$P(N) = \frac{dO}{dN} = A_1 + P_0 + 2A_2 N. \quad (5)$$

Since the time elapsed at a given epoch is  $t = PN$ , the variation of the period with respect of time is

$$\beta \equiv \dot{P} = \frac{dP}{dt} = 2A_2 \frac{dN}{dt} = \frac{2A_2}{P}. \quad (6)$$

In the case we are dealing with a linear distribution of ( $O - C$ ),  $A_2 = 0$  and, as can be seen in Eq.(5), we must correct the period  $P_0$  to  $P_0 + A_1$ .

#### 4. The $O - C$ Diagrams

Table 2 lists the times of maxima observed for each RRL, with the corresponding  $O - C$  residuals, number of cycles elapsed and the source from which we obtained the data. Only an extract for V1 of the full Table 2 is shown. Complete table is available in the *Acta Astronomica Archive*. The ephemerides ( $P_0$ ,  $E_0$ ) used to calculate the  $O - C$  residuals were taken from Arellano Ferro *et al.* (2018a, Table 3), and are also listed in Table 3 of this paper. A plot of column 2 vs. column 3 of Table 2 produces the  $O - C$  diagram of each star. In Fig. 1 the individual  $O - C$

Table 2

Observed times of maximum light  $O$  and  $O - C$  residuals for RRL stars in NGC 4147

Variable	$P_0$ [d]	$E_0$ [HJD]	
V1	0.500393	2455988.49483	
$O$ [HJD]	$O - C$ [d]	No. of cycle	Source
2434805.9870	-0.3779	-42331	Nb
2434805.9960	-0.3689	-42331	Nb
2435187.7760	-0.3888	-41568	Nb
2435187.7860	-0.3788	-41568	Nb
2435215.3680	-0.3184	-41513	Mn
2435538.5340	-0.4063	-40867	Mn
2435991.3850	-0.4110	-39962	Mn
2449824.6162	-0.0448	-12318	St
2449825.6034	-0.0584	-12316	St
2449825.6060	-0.0558	-12316	St
2450225.4268	-0.0490	-11517	St
2452761.4621	-0.0056	-6449	St
2452796.4730	-0.0222	-6379	AF04
2455988.5024	0	0	AF18

The source for the data used to calculate the times of maxima are coded as follows: Nb – Newburn (1957), Mn – Mannino (1957), St – Stetson *et al.* (2005), AF04 – Arellano Ferro *et al.* (2004), AF18 – Arellano Ferro *et al.* (2018a). This is an extract from the full table, which is available in the *Acta Astronomica Archive*.

diagrams are displayed. Uncertainties in the determination of the observed times of maximum are particularly large in older data due to the scatter of the light curves. Error bars are plotted. For more recent data, the uncertainties are small and the corresponding error bars are comparable to the size of the symbols and are thus not plotted. When the two competing solutions are possible, red and black lines were used to distinguish them.

Except for a few divergent points in some stars, for example in V7, V11 and V13, the rest of the  $O - C$  residuals follow a coherent trend and suggest in most cases a mild period variation.

In V1, V2, and V6 a clear period variation is seen in the  $O - C$  diagrams of these stars. Two possible solutions are indicated since a larger scatter is seen in the older data. In all cases the difference in the value of  $\beta$  for the two extreme solutions is about 0.1 d/Myr. The finally adopted value of  $\beta$  comes from the intermediate solution shown as a black parabola.

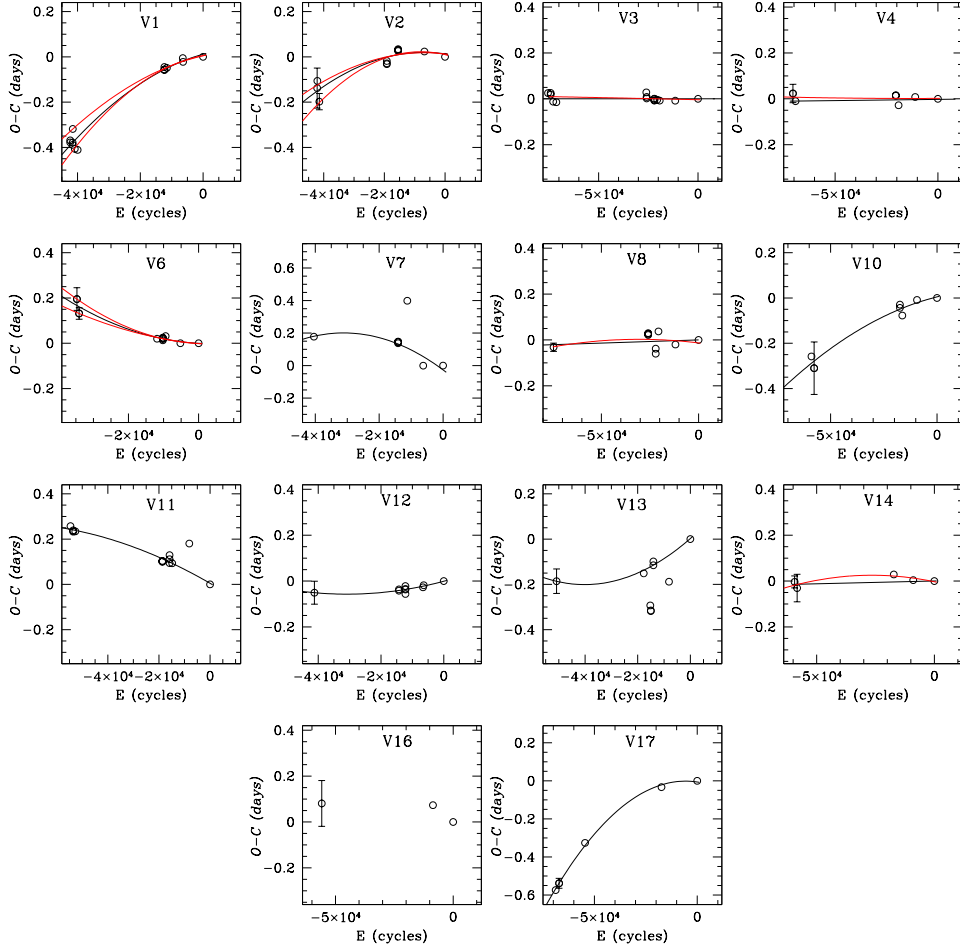


Fig. 1.  $O - C$  diagrams of the RR Lyr stars in NGC 4147. Evident outliers of the general trend have not been used in the fits (see V7, V11, V13). Error bars are visible only for some of the older data and when not plotted, their size is smaller than the symbols. When two equally possible solutions are foreseen, two colors are used for the lines. See Section 4 for a detailed discussion.

In V3, V4, V8, and V14, a rather linear and horizontal  $O - C$  distribution is observed, meaning that the assumed ephemeris period  $P_0$  is constant and nearly correct. However, even in these cases we have fitted a parabola to estimate an upper limit on  $\beta$ .

For V16 only three reliable times of maximum light could be found, therefore its solution is uncertain. The values of  $\beta$  and their uncertainties are listed in Table 3.

V18 is not considered as it is a semi-regular red variable confirmed as such by Arellano Ferro *et al.* (2018a). The RRab star V19 was discovered by Stetson *et al.* (2005) only in 2005 and data do not span sufficient time, hence it was not included in this work.

Table 3

General data for the RRL variables in NGC 4147

Variable Star ID	Variable Type	$P_0$ [d]	$E_0$ (HJD) (+2 450 000)	$\beta$ ( $O - C$ ) [d/Myr]
V1	RRab Bl	0.500393	5988.4948	$-0.196 \pm 0.025$
V2	RRab Bl	0.493297	5988.3470	$-0.202 \pm 0.019$
V3	RRc	0.280543	5986.5190	$-0.001 \pm 0.003$
V4	RRc	0.300066	5963.2723	$+0.004 \pm 0.007$
V6	RRab Bl	0.609737	5963.3748	$+0.139 \pm 0.020$
V7	RRab Bl	0.514321	5986.4396	$-0.333 \pm 0.034$
V8	RRc	0.278599	5963.4587	$-0.044 \pm 0.010$
V10	RRc	0.352339	5963.2378	$-0.092 \pm 0.014$
V11	RRc	0.387423	5963.3836	$-0.076 \pm 0.007$
V12	RRab	0.504700	5986.5132	$+0.086 \pm 0.008$
V13	RRc	0.408540	5963.3660	$+0.225 \pm 0.010$
V14	RRc	0.356375	5963.4590	$-0.082 \pm 0.010$
V16	RRc	0.372134	5963.4590	–
V17	RRc	0.374843	5988.3090	$-0.276 \pm 0.006$

### 5. Observed Mean Secular Period Variations in the HB and the Theoretical Predictions

It has been argued in several works that the mean RRLs period variations, in globular clusters should be close to zero, although some increase in  $\beta$  is expected for clusters with very blue HB's, *i.e.*, with large values of the Lee-Zinn structure parameter  $\mathcal{L}$  ( $\equiv (B - R)/(B + V + R)$ ), where  $B$ ,  $V$ , and  $R$  are the number of stars to the blue, inside, and to the red of the instability strip (IS), respectively, as predicted by theoretical models (Lee, 1991, Catelan 2009). We shall refer the reader to Fig. 15 in Catelan (2009) or to its updated version in Fig. 2 of the present paper. However, as stressed by Smith (1995) and Catelan (2009), the observational trend rests on  $\omega$  Cen. The remaining clusters display a dispersion of  $\pm 0.05$  d/Myr around zero. We have to recognize, however, that the empirical determinations of  $\beta$  considered in Fig. 2 are of very inhomogeneous quality. The main reason is that long time-span of observations of fair quality is required and these conditions are not always met. There is a rather small number of clusters that satisfy these requirements. They are listed in Section 1.

In Fig. 2 the solid line is the theoretical prediction, represented mathematically by Eq.(6.5) of Catelan and Smith (2015). Black dots represent the data from Catelan (2009, Table 4), collected from empirical works in the literature, with the exception of M5 ( $\langle \beta \rangle = 0.0 \pm 0.04$ ) and M107 ( $\langle \beta \rangle = +0.005 \pm 0.12$ ), for which the results were taken from Arellano Ferro *et al.* (2016) and Arellano Ferro *et al.* (2018b), respectively. The position of the triangle showing locus of NGC 4147 was calculated by Catelan (2009) based on data from Stetson *et al.* (2005). Its position stands out and triggers doubts on the median  $\beta$  for this cluster. To some extent the present work was initiated by this unexpected result for NGC 4147.

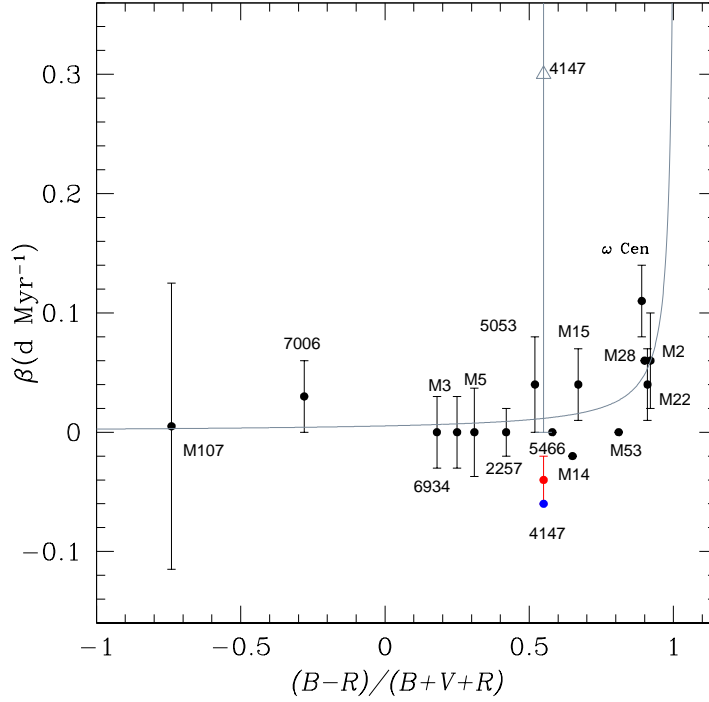


Fig. 2. Median period change rate as a function of the HB structure parameter  $\mathcal{L} \equiv (B - R)/(B + V + R)$ . The numbers correspond to the NGC nomenclature. The position of NGC 4147 shown with a red dot corresponds to the median calculated without considering the Blazhko variables. If these are included the position at the blue symbol is obtained. The outlying position of NGC 4147 marked with an open triangle (Catelan 2009) is not supported by the present results. See Section 5 for discussion.

The median of all the values of  $\beta$  reported in Table 3 is  $\beta = -0.06 \pm 0.02$  d/Myr. While this value places the cluster much closer to the theoretical locus, it is in fact a bit too negative, although it could be argued that, given the uncertainties, it lies within the scatter displayed by the rest of the sample. The negative median is produced mostly by the presence in the sample of a few stars with significant negative values of  $\beta$ : V1, V2, V7 and V17. A close inspection of the light curves of these stars in the work of Arellano Ferro *et al.* (2018a), reveals clear signs of Blazhko modulations in V1, V2 and V7, as well as in V6, which has a significant positive value of  $\beta$ . Since the presence of amplitude and phase modulations do introduce uncertainty in the  $O - C$  diagram, we also calculated the median by eliminating the four Blazhko variables listed in Table 3, to find the value  $\beta = -0.04 \pm 0.02$  d/Myr. In either case it is clear that the median period changes in NGC 4147 are close to zero, as expected from theoretical arguments.

Stars with significant negative values of  $\beta$ , hence evolving to the blue across the IS, are always a matter of discussion. According to the post-ZAHB models of Dorman (1992), the fastest blueward evolution, in the loop very near to the ZAHB, reaches the rate of  $-0.026$  d/Myr. It has been argued that larger negative period change rates can be found if pre-ZAHB stars, on their contraction to the

ZAHB, cross the IS disguised as RRL star (Silva Aguirre *et al.* 2008). Nevertheless, according to the simulations made by these authors for M3, it is very unlikely that a pre-ZAHB falls in the IS (see also the discussion of Arellano Ferro *et al.* (2018b) in their Section 5 for the case of M107). In spite of this, there are numerous stars in several globular clusters with well determined negative values, with  $\beta < -0.3$  d/Myr: five in M3 (Corwin and Carney, 2001), five in M5 (Arellano Ferro *et al.* 2016), four in NGC6934 (Stagg and Wehlau, 1980) and three in M107 (Arellano Ferro *et al.* 2018b).

Finally, we want to pay attention to the fact that stochastically irregular period variations are not found in any of the RRL stars in NGC 4147. Similarly, they were also not found in the RRL population of M5 (Arellano Ferro *et al.* 2016) and of M107 (Arellano Ferro *et al.* 2018b). It was demonstrated by Arellano Ferro *et al.* (2016) that a miscounting of cycles can produce odd-looking  $O - C$  diagrams which can be erroneously interpreted as due to stochastic period variations. This clarification is correct since it is obvious from the above studies that, with a very few exceptions, regular  $O - C$  diagrams can be obtained, even in extreme Blazhko variables, if a proper cycle counting is performed. This statement does not contradict the theoretical arguments for stochastic period variations induced by mixing events in the core that may alter the hydrostatic structure and the pulsation period (*e.g.*, Balázs-Detre and Detre 1965, Sweigart and Renzini 1979), but rather stresses the need of long-term continuous observations to detect period irregularities as those observed in RR Lyr itself (Le Borgne *et al.* 2008). In other words, it is possible that some of the regular secular period variations, as those reported in the present work, co-exist in combination of secondary variations, of stochastic nature, only detectable in dense favorable time-series.

## 6. Summary

Photometric data of RRL stars in NGC 4147 were gathered from the literature, spanning 58 years. They were used to estimate secular period variations  $\beta$ , in 13 stars of both RRab and RRc type, *via* the traditional  $O - C$  approach. Given the HB structure parameter  $\mathcal{L} = 0.54$ , the expected median value of  $\beta$  according to theoretical predictions should be close to zero. In fact, the median found in this work (excluding Blazhko variables) is  $\beta = -0.04 \pm 0.02$  d/Myr, which is not inconsistent with theory if the scatter in the empirically determined median values of  $\beta$  is considered. It must be admitted, however, that empirical results shown in Fig. 2 come from numerous sources and are subject to large inhomogeneities, both from the methodology and the quality of available data. Error bars are necessarily large due to the presence of stars in the samples with authentically large period change rates, both positive and negative. Scatter and error bars are simply too large to meet a satisfactory comparison with theory. Noticeably, clusters with the bluest HB, M2, M22 and M28 do not significantly differ from the remaining clusters, whereas  $\omega$  Cen, with a slightly redder HB stands out for having a large median



$\beta$ , which perhaps only contributes to show the uniqueness of this cluster. It seems appropriate to join on the conclusion reached by Smith (1995) more than 20 years ago: “The data at hand are broadly consistent with (theoretical) predictions, but are not adequate to provide confirmation”.

**Acknowledgements.** A.L. is indebted to CONACyT México for the graduate scholarship (fellowship number 672829). The present research was partially financed by DGAPA-UNAM, México (grant number IN106615-17) for which we are grateful. We are grateful to Prof. Sunetra Giridhar for her comments on the manuscript. We have made extensive use of the SIMBAD and ADS services.

## REFERENCES

- Arellano Ferro, A., Arévalo, M.J., Lázaro, C., Rey, M., Bramich, D.M., and Giridhar S. 2004, *Rev. Mex. Astron. Astr.*, **40**, 209.
- Arellano Ferro, A., Ahumada, J.A., Kains, N., and Luna, A. 2016, *MNRAS*, **461**, 1032.
- Arellano Ferro, A., Rojas Galindo, F.C., Muneer, S., and Giridhar, S. 2018a, *Rev. Mex. Astron. Astr.*, **54**, 325.
- Arellano Ferro, A., Rosenzweig, P., Luna, A., Deras, D., Muneer, S., Giridhar, S., and Michel, R. 2018b, *Astron. Nachr.*, **339**, 158.
- Baade, W. 1930, *Astron. Nachr.*, **239**, 353.
- Balázs-Detre, J., and Detre, L. 1965, *Veröffentlichungen der Remeis-Sternwarte zu Bamberg*, **27**, 184.
- Bellazzini, M., Ferraro, F.R., and Ibata, R. 2003a, *AJ*, **125**, 188.
- Bellazzini, M., Ibata, R., Ferraro, F.R., and Testa, V. 2003b, *A&A*, **405**, 577.
- Catelan, M. 2009, *Astrophysics and Space Science*, **320**, 261.
- Catelan, M., Pritzl, B.J., and Smith, H.A. 2004, *ApJS*, **154**, 633.
- Catelan, M., and Smith, H.A. 2015, in: “Pulsating Stars”, Wiley-VCH, Weinheim, Germany, p.180.
- Clement, C.M., *et al.* 2001, *AJ*, **122**, 2587.
- Corwin, T.M., and Carney, B.W. 2001, *AJ*, **122**, 3183.
- Davis, H. 1917, *PASP*, **29**, 260.
- Dorman, B. 1992, *ApJS*, **80**, 701.
- Harris, W.E. 1996, *AJ*, **112**, 1487.
- Jurcsik, J., Clement, C., Geyer, E.H., and Domsa, I. 2001, *AJ*, **121**, 951.
- Jurcsik, J., *et al.* 2012, *MNRAS*, **419**, 2173.
- Le Borgne, J.F., Klotz, A., and Boer, M. 2008, *IBVS*, 5823.
- Lee, Y.W. 1991, *ApJ*, **367**, 524.
- Mannino, G. 1957, *Mem. Soc. Astron. Ital.*, **28**, 285.
- Mannino, G. 1958, *Mem. Soc. Astron. Ital.*, **29**, 139.
- Newburn R.L., Jr. 1957, *AJ*, **62**, 197.
- Silbermann, N.A., and Smith, H.A. 1995, *AJ*, **110**, 704.
- Silva Aguirre, V., Catelan, M., Weiss, A., and Valcarce, A.A.R. 2008, *A&A*, **489**, 1201.
- Smith, H.A. 1995, in: “RR Lyrae Stars”, Cambridge University Press, Cambridge, UK, p.99.
- Stagg, C., and Wehlau, A. 1980, *AJ*, **85**, 1182.
- Stetson, P.B., Catelan, M., and Smith, H.A. 2005, *PASP*, **117**, 1325.
- Sweigart, A.V., and Renzini, A. 1979, *A&A*, **71**, 66.
- Szeidl, B., Hurta, Z., Jurcsik, J., Clement, C., and Lovas, M. 2011, *MNRAS*, **411**, 1744.
- Wehlau, A., and Froelich, N. 1994, *AJ*, **108**, 134.
- Wehlau, A., Slawson, R.W., and Nemec, J.M. 1999, *AJ*, **117**, 286.

# Bibliografía

- Alcock, C. *et al.* (oct. de 2000). «The MACHO Project Large Magellanic Cloud Variable-Star Inventory. IX. Frequency Analysis of the First-Overtone RR Lyrae Stars and the Indication for Nonradial Pulsations». En: *ApJ* 542, págs. 257-280. DOI: [10.1086/309530](https://doi.org/10.1086/309530). eprint: [astro-ph/0005361](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0005361).
- Alonso-García, J. *et al.* (2013). «Multiple populations in Galactic globular clusters: a survey in the Strömgren system ». En: *Mem. Soc. Astron. Italiana* 84, pág. 63. arXiv: [1301.2772](https://arxiv.org/abs/1301.2772) [[astro-ph.GA](https://arxiv.org/abs/astro-ph.GA)].
- (2015). «Disentangling multiple stellar populations in globular clusters using the Strömgren system ». En: *Mem. Soc. Astron. Italiana* 86, pág. 203. arXiv: [1212.5799](https://arxiv.org/abs/1212.5799) [[astro-ph.GA](https://arxiv.org/abs/astro-ph.GA)].
- Arellano Ferro, A. (1983). «Period and amplitude variations of Polaris.» En: *ApJ* 274, págs. 755-762. DOI: [10.1086/161486](https://doi.org/10.1086/161486).
- Arellano Ferro, A. *et al.* (oct. de 2004). «CCD Photometry of the RR Lyrae Stars in NGC4147». En: *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.* 40, págs. 209-221.
- Arellano Ferro, A. *et al.* (sep. de 2011). «Exploring the variable stars in the globular cluster NGC 5024 (M53): new RR Lyrae and SX Phoenicis stars\*». En: *MNRAS* 416, págs. 2265-2284. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.19201.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.19201.x). arXiv: [1106.1880](https://arxiv.org/abs/1106.1880) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].
- Arellano Ferro, A. *et al.* (sep. de 2013). «A detailed census of variable stars in the globular cluster NGC 6333 (M9) from CCD differential photometry». En: *MNRAS* 434, págs. 1220-1238. DOI: [10.1093/mnras/stt1080](https://doi.org/10.1093/mnras/stt1080). arXiv: [1306.3206](https://arxiv.org/abs/1306.3206) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].
- Arellano Ferro, A. *et al.* (oct. de 2014). «Fourier Decomposition of RR Lyrae light curves and the SX Phe population in the central region of NGC 3201». En: *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.* 50, págs. 307-322. arXiv: [1406.2635](https://arxiv.org/abs/1406.2635) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].
- Arellano Ferro, A. *et al.* (abr. de 2015a). «New variables in M5 (NGC 5904) and some identification corrections». En: *Information Bulletin on Variable Stars* 6137. arXiv: [1504.03760](https://arxiv.org/abs/1504.03760) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].
- Arellano Ferro, A. *et al.* (sep. de 2015b). «Revisiting the variable star population in NGC 6229 and the structure of the horizontal branch». En: *MNRAS* 452, págs. 727-746. DOI: [10.1093/mnras/stv1299](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1299). arXiv: [1506.03145](https://arxiv.org/abs/1506.03145) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].
- Arellano Ferro, A. *et al.* (sep. de 2016a). «A new overview of secular period changes of RR Lyrae stars in M5». En: *MNRAS* 461, págs. 1032-1044. DOI: [10.1093/mnras/stw1358](https://doi.org/10.1093/mnras/stw1358). arXiv: [1606.01181](https://arxiv.org/abs/1606.01181) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].
- Arellano Ferro, A. *et al.* (mayo de 2016b). «RR Lyrae stars and the horizontal branch of NGC 5904 (M5)». En: *Ap&SS* 361, 175, pág. 175. DOI: [10.1007/s10509-016-2757-5](https://doi.org/10.1007/s10509-016-2757-5). arXiv: [1604.03981](https://arxiv.org/abs/1604.03981) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].
- Arellano Ferro, A. *et al.* (feb. de 2018a). «Period changes in the RR Lyrae stars of NGC 6171 (M107)». En: *Astronomische Nachrichten* 339, págs. 158-167. DOI: [10.1002/asna.201813409](https://doi.org/10.1002/asna.201813409). arXiv: [1801.04347](https://arxiv.org/abs/1801.04347) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].
- Arellano Ferro, A. *et al.* (oct. de 2018b). «Variable Stars in NGC 4147 Revisited: RR Lyrae Stars New CCD VI Photometry and Physical Parameters». En: *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.* 54, págs. 325-339. arXiv: [1803.05313](https://arxiv.org/abs/1803.05313) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)].

- Baade, W. (sep. de 1930). «Der kugelförmige Sternhaufen NGC 4147». En: *Astronomische Nachrichten* 239, pág. 353. DOI: [10.1002/asna.19302392002](https://doi.org/10.1002/asna.19302392002).
- Bailey, S. I. y E. C. Pickering (1917). «Variable stars in the cluster Messier 5». En: *Annals of Harvard College Observatory* 78, págs. 99-194.6.
- Balázs-Detre, J. y L. Detre (1965). «Period Changes of Variables and Evolutionary Paths in the HR-Diagram». En: *Veroeffentlichungen der Remeis-Sternwarte zu Bamberg* 27, pág. 184.
- Baldwin, M. E. y G. Samolyk (abr. de 2003). *XZ Cygni 1965-2002*.
- Bellazzini, M., F. R. Ferraro y R. Ibata (ene. de 2003). «Building Up the Globular Cluster System of the Milky Way: The Contribution of the Sagittarius Galaxy». En: *AJ* 125, págs. 188-196. DOI: [10.1086/344072](https://doi.org/10.1086/344072). eprint: [astro-ph/0210596](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0210596).
- Bellazzini, M. *et al.* (jul. de 2003). «Tracing the Sgr Stream with 2MASS. Detection of Stream stars around Outer Halo globular clusters». En: *A&A* 405, págs. 577-583. DOI: [10.1051/0004-6361:20030649](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20030649). eprint: [astro-ph/0304502](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0304502).
- Blažko, S. (ago. de 1907). «Mitteilung über veränderliche Sterne». En: *Astronomische Nachrichten* 175, pág. 325. DOI: [10.1002/asna.19071752002](https://doi.org/10.1002/asna.19071752002).
- Bono, G., F. Caputo y M. Di Criscienzo (dic. de 2007). «RR Lyrae stars in Galactic globular clusters. VI. The period-amplitude relation». En: *A&A* 476, págs. 779-790. DOI: [10.1051/0004-6361:20078206](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20078206). arXiv: [0709.3177](https://arxiv.org/abs/0709.3177).
- Bono, G., F. Caputo y M. Marconi (nov. de 1995). «The Topology of the RR Lyrae Instability Strip and the Oosterhoff Dichotomy». En: *AJ* 110, pág. 2365. DOI: [10.1086/117694](https://doi.org/10.1086/117694). eprint: [astro-ph/9507037](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9507037).
- Bono, G., F. Caputo y R. F. Stellingwerf (mar. de 1994). «Oosterhoff dichotomy in the Galaxy and globular clusters in the Large Magellanic Cloud». En: *ApJ* 423, págs. 294-304. DOI: [10.1086/173806](https://doi.org/10.1086/173806).
- Bono, G. *et al.* (feb. de 1997). «Nonlinear investigation of the pulsational properties of RR Lyrae variables». En: *A&AS* 121, págs. 327-342. DOI: [10.1051/aas:1997289](https://doi.org/10.1051/aas:1997289). eprint: [astro-ph/9606030](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9606030).
- (feb. de 1999). «Theoretical Models for Classical Cepheids. II. Period-Luminosity, Period-Color, and Period-Luminosity-Color Relations». En: *ApJ* 512, págs. 711-723. DOI: [10.1086/306815](https://doi.org/10.1086/306815). eprint: [astro-ph/9809127](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9809127).
- Brocato, E., V. Castellani y V. Ripepi (feb. de 1996). «CCD Photometry of RR Lyrae Stars in M5 as a Test for the Pulsational Scenario». En: *AJ* 111, pág. 809. DOI: [10.1086/117827](https://doi.org/10.1086/117827). eprint: [astro-ph/9505112](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9505112).
- Cacciari, C., T. M. Corwin y B. W. Carney (ene. de 2005). «A Multicolor and Fourier Study of RR Lyrae Variables in the Globular Cluster NGC 5272 (M3)». En: *AJ* 129, págs. 267-302. DOI: [10.1086/426325](https://doi.org/10.1086/426325). eprint: [astro-ph/0409567](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0409567).
- Caputo, F., V. Castellani y A. Tornambe (jun. de 1978). «Pre-horizontal branch evolution and the Oosterhoff dichotomy in galactic globular clusters». En: *A&A* 67, págs. 107-113.
- Carretta, E. *et al.* (jun. de 2010). «Properties of stellar generations in globular clusters and relations with global parameters». En: *A&A* 516, A55, A55. DOI: [10.1051/0004-6361/200913451](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200913451). arXiv: [1003.1723](https://arxiv.org/abs/1003.1723).
- Catelan, M. (abr. de 2009). «Horizontal branch stars: the interplay between observations and theory, and insights into the formation of the Galaxy». En: *Ap&SS* 320, págs. 261-309. DOI: [10.1007/s10509-009-9987-8](https://doi.org/10.1007/s10509-009-9987-8). eprint: [astro-ph/0507464](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0507464).
- Catelan, M., B. J. Pritzl y H. A. Smith (oct. de 2004). «The RR Lyrae Period-Luminosity Relation. I. Theoretical Calibration». En: *ApJS* 154, págs. 633-649. DOI: [10.1086/422916](https://doi.org/10.1086/422916). eprint: [astro-ph/0406067](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0406067).
- Catelan, M. y H. A. Smith (mar. de 2015). *Pulsating Stars*.

- Clement, C. M. e I. Shelton (mayo de 1997). «The Structure of the Light Curves of the RR Lyrae Variables in the Oosterhoff Type I Cluster NGC 6171». En: *AJ* 113, págs. 1711-1722. DOI: [10.1086/118387](https://doi.org/10.1086/118387).
- Clement, C. M. *et al.* (nov. de 2001). «Variable Stars in Galactic Globular Clusters». En: *AJ* 122, págs. 2587-2599. DOI: [10.1086/323719](https://doi.org/10.1086/323719). eprint: [astro-ph/0108024](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0108024).
- Cohen, J. G. y G. A. Gordon (jul. de 1987). «The distance to M5 from its RR Lyrae variables». En: *ApJ* 318, págs. 215-231. DOI: [10.1086/165362](https://doi.org/10.1086/165362).
- Cohen, J. G. y K. Matthews (dic. de 1992). «Photometry of RR Lyrae variables in the globular clusters M5 and M92». En: *PASP* 104, págs. 1205-1215. DOI: [10.1086/133109](https://doi.org/10.1086/133109).
- Cohen, R. E. y A. Sarajedini (ene. de 2012). «SX Phoenicis period-luminosity relations and the blue straggler connection». En: *MNRAS* 419, págs. 342-357. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.19697.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.19697.x).
- Contreras Peña, C. *et al.* (mar. de 2018). «The Globular Cluster NGC 6402 (M14). II. Variable Stars». En: *AJ* 155, 116, pág. 116. DOI: [10.3847/1538-3881/aaa95e](https://doi.org/10.3847/1538-3881/aaa95e). arXiv: [1801.06372](https://arxiv.org/abs/1801.06372) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/1801.06372)].
- Corwin, T. M. y B. W. Carney (dic. de 2001). «BV Photometry of the RR Lyrae Variables of the Globular Cluster M3». En: *AJ* 122, págs. 3183-3211. DOI: [10.1086/323918](https://doi.org/10.1086/323918).
- Coutts, C. M. y H. Sawyer Hogg (1969). «Period changes of RR Lyrae variables in the globular cluster Messier 5». En: *Publications of the David Dunlap Observatory* 3, págs. 3-58.
- (1971). «Studies of the variables in the globular cluster NGC 6171». En: *Publications of the David Dunlap Observatory* 3, págs. 61-77.
- Cox, A. N. (mar. de 1998). «Theoretical Period Changes in Yellow Giant Pulsators». En: *ApJ* 496, págs. 246-252. DOI: [10.1086/305376](https://doi.org/10.1086/305376).
- Cox, J. P. y C. Whitney (mayo de 1958). «Stellar Pulsation.IV. a Semitheoretical Period-Luminosity Relation for Classical Cepheids.» En: *ApJ* 127, pág. 561. DOI: [10.1086/146489](https://doi.org/10.1086/146489).
- Davis, H. (dic. de 1917). «Five New Variable Stars in Globular Clusters». En: *PASP* 29, pág. 260. DOI: [10.1086/122656](https://doi.org/10.1086/122656).
- de Boer, K. S. y G. Maintz (sep. de 2010). «Hysteresis of atmospheric parameters of 12 RR Lyrae stars based on multichannel simultaneous Strömgren photometry». En: *A&A* 520, A46, A46. DOI: [10.1051/0004-6361/201014030](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201014030). arXiv: [1006.4825](https://arxiv.org/abs/1006.4825) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/1006.4825)].
- Deras, D. *et al.* (ago. de 2018). «Physical parameters of RR Lyrae stars in NGC 6171». En: *Astronomische Nachrichten* 339, págs. 603-614. DOI: [10.1002/asna.201813489](https://doi.org/10.1002/asna.201813489). arXiv: [1810.02388](https://arxiv.org/abs/1810.02388) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/1810.02388)].
- Dickens, R. J. (nov. de 1970). «Photometry of RR Lyrae Variables in the Globular Cluster NGC 6171». En: *ApJS* 22, pág. 249. DOI: [10.1086/190223](https://doi.org/10.1086/190223).
- Dorman, B. (jun. de 1992). «The structure of horizontal-branch models. I - The zero-age horizontal branch». En: *ApJS* 80, págs. 701-724. DOI: [10.1086/191678](https://doi.org/10.1086/191678).
- Eddington, A. S. (nov. de 1918a). «Stars, Gaseous, On the pulsations of a gaseous star». En: *MNRAS* 79, págs. 2-22.
- (nov. de 1918b). «The problem of the Cepheid variables». En: *MNRAS* 79, pág. 2.
- (ene. de 1919). «The Pulsations of a Gaseous Star and the Problem of the Cepheid Variables.: Part II.» En: *MNRAS* 79, págs. 171-189. DOI: [10.1093/mnras/79.3.177](https://doi.org/10.1093/mnras/79.3.177).
- (1926). *The Internal Constitution of the Stars*.
- Emden, R. (1907). *Gaskugeln*.
- Florja, N. (jun. de 1931). «Der Antalgolstern RZ Cephei». En: *Astronomische Nachrichten* 242, pág. 289. DOI: [10.1002/asna.19312421604](https://doi.org/10.1002/asna.19312421604).

- Gastine, T. y B. Dintrans (jun. de 2008). «Direct numerical simulations of the  $\kappa$ -mechanism. I. Radial modes in the purely radiative case». En: *A&A* 484, págs. 29-42. DOI: [10.1051/0004-6361:20078936](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20078936). arXiv: [0711.1276](https://arxiv.org/abs/0711.1276).
- Gillet, D. (jun. de 2013). «Atmospheric dynamics in RR Lyrae stars. The Blazhko effect». En: *A&A* 554, A46, A46. DOI: [10.1051/0004-6361/201220840](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201220840).
- Goodricke, J. (1783). «A series of observations on, and a discovery of, the period of the variation of the light of the bright star in the head of Medusa, called Algol, In a Letter from John Goodricke, Esq. to the Rev. Anthony Shepherd, D. D. F. R. S an Plumian Professor at Cambridge.» En: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 73, págs. 474-482. DOI: ~.
- Gratton, R. G., E. Carretta y A. Bragaglia (feb. de 2012). «Multiple populations in globular clusters. Lessons learned from the Milky Way globular clusters». En: *A&A Rev.* 20, 50, pág. 50. DOI: [10.1007/s00159-012-0050-3](https://doi.org/10.1007/s00159-012-0050-3). arXiv: [1201.6526](https://arxiv.org/abs/1201.6526) [astro-ph.SR].
- Gryzunova, T. I. (1979a). «Statistical investigation of period changes of RR Lyrae variables in globular clusters.» En: *Peremennye Zvezdy* 21, págs. 161-168.
- Gryzunova, T. L. (1979b). «Preliminary Study of Period Changes of Rr-Lyrae Stars in the Globular Cluster NGC6171». En: *Astronomicheskij Tsirkulyar* 1075, pág. 7.
- Hansen, C. J., S. D. Kawaler y V. Trimble (2004). *Stellar interiors : physical principles, structure, and evolution*.
- Harris, W. E. (oct. de 1996). «A Catalog of Parameters for Globular Clusters in the Milky Way». En: *AJ* 112, pág. 1487. DOI: [10.1086/118116](https://doi.org/10.1086/118116).
- Jang, S. e Y.-W. Lee (jun. de 2015). «Star Formation History of the Milky Way Halo Traced by the Oosterhoff Dichotomy Among Globular Clusters». En: *ApJS* 218, 31, pág. 31. DOI: [10.1088/0067-0049/218/2/31](https://doi.org/10.1088/0067-0049/218/2/31). arXiv: [1505.04791](https://arxiv.org/abs/1505.04791).
- Jang, S. *et al.* (sep. de 2014). «Multiple populations in globular clusters and the origin of the Oosterhoff period groups». En: *MNRAS* 443, págs. L15-L19. DOI: [10.1093/mnrasl/slu064](https://doi.org/10.1093/mnrasl/slu064). arXiv: [1404.7508](https://arxiv.org/abs/1404.7508).
- Jeans, J. H. (1902). «The Stability of a Spherical Nebula». En: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A* 199, págs. 1-53. DOI: [10.1098/rsta.1902.0012](https://doi.org/10.1098/rsta.1902.0012).
- Jurcsik, J. *et al.* (feb. de 2001). «Period Changes in  $\omega$  Centauri RR Lyrae Stars». En: *AJ* 121, págs. 951-973. DOI: [10.1086/318746](https://doi.org/10.1086/318746). eprint: [astro-ph/0010005](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0010005).
- Jurcsik, J. *et al.* (ene. de 2012). «Long-term photometric monitoring of RR Lyrae stars in Messier 3». En: *MNRAS* 419, págs. 2173-2194. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.19868.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.19868.x). arXiv: [1109.4525](https://arxiv.org/abs/1109.4525) [astro-ph.SR].
- Kains, N. *et al.* (jun. de 2015). «A census of variability in globular cluster M 68 (NGC 4590)». En: *A&A* 578, A128, A128. DOI: [10.1051/0004-6361/201424600](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201424600). arXiv: [1502.07345](https://arxiv.org/abs/1502.07345) [astro-ph.SR].
- Kaluzny, J. *et al.* (oct. de 1999). «A photometric survey for variable stars in the globular cluster M5». En: *A&A* 350, págs. 469-475. eprint: [astro-ph/9910206](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9910206).
- King, D. S. y J. P. Cox (ago. de 1968). «Pulsating Stars». En: *PASP* 80, pág. 365. DOI: [10.1086/128650](https://doi.org/10.1086/128650).
- Koopmann, R. A. *et al.* (mar. de 1994). «Mass loss during the RR Lyrae phase of the horizontal branch: Mass dispersion on the horizontal branch and RR Lyrae period changes». En: *ApJ* 423, págs. 380-385. DOI: [10.1086/173814](https://doi.org/10.1086/173814).
- Kudritzki, R. P. y D. Reimers (nov. de 1978). «On the absolute scale of mass-loss in red giants. II. Circumstellar absorption lines in the spectrum of alpha Sco B and mass-loss of alpha Sco A.» En: *A&A* 70, págs. 227-239.
- Kukarkin, B. V. (1961). «A Study of Variable Stars in the Globular Cluster NGC 6171». En: *Peremennye Zvezdy* 13, pág. 384.

- Kukarkin, B. V. y N. P. Kukarkina (1971). «Investigation of RR Lyrae type stars in globular stellar cluster M 5 (NGC 5904)». En: *Peremennye Zvezdy Prilozhenie 1*, págs. 1-77.
- Kunder, A. *et al.* (ene. de 2011). «Period Change Similarities Among the RR Lyrae Variables in Oosterhoff I and Oosterhoff II Globular Systems». En: *AJ* 141, 15, pág. 15. DOI: [10.1088/0004-6256/141/1/15](https://doi.org/10.1088/0004-6256/141/1/15). arXiv: [1010.5794](https://arxiv.org/abs/1010.5794) [astro-ph.SR].
- Kunder, A. *et al.* (nov. de 2013a). «The RR Lyrae Variables and Horizontal Branch of NGC 6656 (M22)». En: *AJ* 146, 119, pág. 119. DOI: [10.1088/0004-6256/146/5/119](https://doi.org/10.1088/0004-6256/146/5/119). arXiv: [1308.6573](https://arxiv.org/abs/1308.6573) [astro-ph.SR].
- Kunder, A. *et al.* (feb. de 2013b). «Variable Stars in the Globular Cluster NGC 2808». En: *AJ* 145, 33, pág. 33. DOI: [10.1088/0004-6256/145/2/33](https://doi.org/10.1088/0004-6256/145/2/33). arXiv: [1211.5147](https://arxiv.org/abs/1211.5147) [astro-ph.SR].
- Le Borgne, J. F., A. Klotz y M. Boer (abr. de 2008). «The GEOS RR Lyr Survey». En: *Information Bulletin on Variable Stars* 5823.
- Le Borgne, J. F. *et al.* (dic. de 2007). «Stellar evolution through the ages: period variations in galactic RRab stars as derived from the GEOS database and TAROT telescopes». En: *A&A* 476, págs. 307-316. DOI: [10.1051/0004-6361:20077957](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20077957). arXiv: [0710.1846](https://arxiv.org/abs/0710.1846).
- Leavitt, H. S. y W. J. Luyten (oct. de 1924). «The Variable Star RZ Cephei.» En: *Harvard College Observatory Circular* 261, págs. 1-4.
- Lee, Y.-W. (feb. de 1991). «Stellar evolution and period changes in RR Lyrae stars». En: *ApJ* 367, págs. 524-527. DOI: [10.1086/169649](https://doi.org/10.1086/169649).
- Lenain, G. *et al.* (ene. de 2006). «The epsilon-mechanism in PMS and MS delta Scuti stars». En: *Communications in Asteroseismology* 147, págs. 93-96. DOI: [10.1553/cia147s93](https://doi.org/10.1553/cia147s93).
- Luna, A. y A. Arellano Ferro (mar. de 2019). «Secular Period Variations of RR Lyrae Stars in NGC 4147». En: *Acta Astron.* 69, págs. 45-54. DOI: [10.32023/0001-5237/69.1.3](https://doi.org/10.32023/0001-5237/69.1.3). arXiv: [1901.01305](https://arxiv.org/abs/1901.01305) [astro-ph.SR].
- Mannino, G. (1957). «Periodi e curve di luce di sei variabili dell'ammasso globulare NGC 4147». En: *Mem. Soc. Astron. Italiana* 28, pág. 285.
- (1958). «Periodi e curve di luce di sei variabili dell'ammasso globulare NGC 4147. Nota II». En: *Mem. Soc. Astron. Italiana* 29, pág. 139.
- Mannino, G (1961). «—». En: *Bologna Publ.* 7, pág. 18.
- Martin, W. C. (1938). «Photographic photometry of variable stars in the globular cluster  $\omega$  Centauri, based on plates taken by H. van Gent with the Yale refractor at Johannesburg, measured by C.J. Kooreman and W. Chr. Martin». En: *Annalen van de Sterrewacht te Leiden* 17, B1-B169.
- Miller Bertolami, M. M., A. H. Córscico y L. G. Althaus (nov. de 2011). «On the Challenging Variability of LS IV-14°116: Pulsational Instabilities Excited by the epsilon-Mechanism». En: *ApJ* 741, L3, pág. L3. DOI: [10.1088/2041-8205/741/1/L3](https://doi.org/10.1088/2041-8205/741/1/L3). arXiv: [1109.4943](https://arxiv.org/abs/1109.4943) [astro-ph.SR].
- Newburn Jr., R. L. (ago. de 1957). «The RR Lyrae stars in NGC 4147.» En: *AJ* 62, págs. 197-203. DOI: [10.1086/107518](https://doi.org/10.1086/107518).
- Noels, A., M.-A. Dupret y M. Godart (oct. de 2008). «Modeling pulsations in hot stars with winds». En: *Journal of Physics Conference Series*. Vol. 118. Journal of Physics Conference Series, pág. 012019. DOI: [10.1088/1742-6596/118/1/012019](https://doi.org/10.1088/1742-6596/118/1/012019).
- Oosterhoff, P. T. (ago. de 1938). «Variable stars in the globular cluster NGC 6171». En: *Bull. Astron. Inst. Netherlands* 8, pág. 273.
- (abr. de 1939). «Some remarks on the variable stars in globular clusters». En: *The Observatory* 62, págs. 104-109.

- (1941). «The variable stars in Messier 5». En: *Annalen van de Sterrewacht te Leiden* 17, págs. D1-D49.
- Origlia, L. *et al.* (mayo de 2002). «ISOCAM Observations of Galactic Globular Clusters: Mass Loss along the Red Giant Branch». En: *ApJ* 571, págs. 458-468. DOI: [10.1086/339857](https://doi.org/10.1086/339857). eprint: [astro-ph/0201445](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0201445).
- Paparo, M. *et al.* (abr. de 1998). «Period changes in both modes of RR<sub>d</sub> stars in M15». En: *A&A* 332, págs. 102-110.
- Percy, J. R. y P. J. Tan (jun. de 2013). «Period Changes in RRc Stars». En: *Journal of the American Association of Variable Star Observers (JAAVSO)* 41, pág. 75.
- Piotto, G. *et al.* (mayo de 2007). «A Triple Main Sequence in the Globular Cluster NGC 2808». En: *ApJ* 661, págs. L53-L56. DOI: [10.1086/518503](https://doi.org/10.1086/518503). eprint: [astro-ph/0703767](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0703767).
- Prager, R. (ago. de 1939). «Cluster-Type Stars with Changing Periods». En: *Harvard College Observatory Bulletin* 911, págs. 1-11.
- Preston, G. W. (sep. de 1959). «A Spectroscopic Study of the RR Lyrae Stars.» En: *ApJ* 130, pág. 507. DOI: [10.1086/146743](https://doi.org/10.1086/146743).
- Pritzl, B. J. *et al.* (sep. de 2002). «The Dwarf Spheroidal Companions to M31: Variable Stars in Andromeda VI». En: *AJ* 124, págs. 1464-1485. DOI: [10.1086/341823](https://doi.org/10.1086/341823). eprint: [astro-ph/0205361](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0205361).
- Reid, N. (ene. de 1996). «The M5 RR Lyrae population». En: *MNRAS* 278, págs. 367-394. DOI: [10.1093/mnras/278.2.367](https://doi.org/10.1093/mnras/278.2.367).
- Reimers, D. (1975). «Circumstellar absorption lines and mass loss from red giants». En: *Memoires of the Societe Royale des Sciences de Liege* 8, págs. 369-382.
- (oct. de 1977). «On the absolute scale of mass-loss in red giants. I - Circumstellar absorption lines in the spectrum of the visual companion of Alpha-1 HER». En: *A&A* 61, págs. 217-224.
- Ritter, A. (1879). «Untersuchungen über die Höhe der Atmosphäre un die Constitution gasförmiger Weltkörper.» En: *Annalen der Physik und Chemie* 244, págs. 157-183.
- Salaris, M. y S. Cassisi (2005). *Evolution of Stars and Stellar Populations*, pág. 400.
- Sandage, A. (ago. de 1981). «The Oosterhoff period groups and the age of globular clusters. II - Properties of RR Lyrae stars in six clusters - The P-L-A relation». En: *ApJ* 248, págs. 161-176. DOI: [10.1086/159140](https://doi.org/10.1086/159140).
- Sbordone, L. *et al.* (oct. de 2011). «Photometric signatures of multiple stellar populations in Galactic globular clusters». En: *A&A* 534, A9, A9. DOI: [10.1051/0004-6361/201116714](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201116714). arXiv: [1103.5863](https://arxiv.org/abs/1103.5863) [[astro-ph](https://arxiv.org/abs/astro-ph).SR].
- Schönberg, M. y S. Chandrasekhar (sep. de 1942). «On the Evolution of the Main-Sequence Stars.» En: *ApJ* 96, pág. 161. DOI: [10.1086/144444](https://doi.org/10.1086/144444).
- Schröder, K.-P. y M. Cuntz (sep. de 2005). «A New Version of Reimers' Law of Mass Loss Based on a Physical Approach». En: *ApJ* 630, págs. L73-L76. DOI: [10.1086/491579](https://doi.org/10.1086/491579). eprint: [astro-ph/0507598](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0507598).
- Schröder, K.-P., O. R. Pols y P. P. Eggleton (mar. de 1997). «A critical test of stellar evolution and convective core 'overshooting' by means of zeta Aurigae systems». En: *MNRAS* 285, págs. 696-710. DOI: [10.1093/mnras/285.4.696](https://doi.org/10.1093/mnras/285.4.696).
- Schwarzschild, K. (1906). «On the equilibrium of the Sun's atmosphere». En: *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Math.-phys. Klasse*, 195, p. 41-53 195, págs. 41-53.
- Schwarzschild, M. y R. Härm (mayo de 1959). «On the Maximum Mass of Stable Stars.» En: *ApJ* 129, pág. 637. DOI: [10.1086/146662](https://doi.org/10.1086/146662).
- Shapley, H. (dic. de 1914). «On the Nature and Cause of Cepheid Variation». En: *ApJ* 40, pág. 448. DOI: [10.1086/142137](https://doi.org/10.1086/142137).

- (1916). «No. 112. On the changes in the spectrum, period, and light-curve of the Cepheid variable RR Lyrae.» En: *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington* 112, págs. 1-17.
- (oct. de 1927). «Stars of Class B with Bright Lines of Ionized Iron». En: *Harvard College Observatory Bulletin* 851, págs. 14-15.
- Silbermann, N. A. y H. A. Smith (ago. de 1995). «The RR Lyrae Variable Stars in the Globular Cluster M15». En: *AJ* 110, pág. 704. DOI: [10.1086/117555](https://doi.org/10.1086/117555).
- Silva Aguirre, V. *et al.* (oct. de 2008). «Stellar evolution and variability in the pre-ZAHB phase». En: *A&A* 489, págs. 1201-1208. DOI: [10.1051/0004-6361:200810047](https://doi.org/10.1051/0004-6361:200810047). arXiv: [0807.3017](https://arxiv.org/abs/0807.3017).
- Smith, H. A. (1995). «RR Lyrae stars.» En: *Cambridge Astrophysics Series* 27.
- (oct. de 2013). «Period Changes of Mira Variables, RR Lyrae Stars, and Type II Cepheids». En: *arXiv e-prints*. arXiv: [1310.0533](https://arxiv.org/abs/1310.0533) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/1310.0533)].
- Smith, H. A., M. Catelan y G. Clementini (sep. de 2009). «RR Lyrae Variables in Stellar Systems». En: *American Institute of Physics Conference Series*. Ed. por J. A. Guzik y P. A. Bradley. Vol. 1170. American Institute of Physics Conference Series, págs. 179-187. DOI: [10.1063/1.3246438](https://doi.org/10.1063/1.3246438).
- Smolec, R. *et al.* (jul. de 2011). «Variable turbulent convection as the cause of the Blazhko effect - testing the Stothers model». En: *MNRAS* 414, págs. 2950-2964. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.18592.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18592.x). arXiv: [1102.4845](https://arxiv.org/abs/1102.4845) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/1102.4845)].
- Stagg, C. y A. Wehlau (sep. de 1980). «Period changes in RR Lyrae stars in the globular cluster NGC 6934». En: *AJ* 85, págs. 1182-1192. DOI: [10.1086/112782](https://doi.org/10.1086/112782).
- Stetson, P. B. (jul. de 2000). «Homogeneous Photometry for Star Clusters and Resolved Galaxies. II. Photometric Standard Stars». En: *PASP* 112, págs. 925-931. DOI: [10.1086/316595](https://doi.org/10.1086/316595). eprint: [astro-ph/0004144](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0004144).
- Stetson, P. B., M. Catelan y H. A. Smith (dic. de 2005). «Homogeneous Photometry. V. The Globular Cluster NGC 4147». En: *PASP* 117, págs. 1325-1361. DOI: [10.1086/497302](https://doi.org/10.1086/497302). eprint: [astro-ph/0508650](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0508650).
- Storm, J., B. W. Carney y J. A. Beck (dic. de 1991). «BV photometry of RR Lyrae variables in the globular cluster M 5». En: *PASP* 103, págs. 1264-1278. DOI: [10.1086/132946](https://doi.org/10.1086/132946).
- Stothers, R. (ago. de 1980). «Hydromagnetics and period changes in RR Lyrae stars». En: *PASP* 92, págs. 475-478. DOI: [10.1086/130696](https://doi.org/10.1086/130696).
- Stothers, R. B. (nov. de 2006). «A New Explanation of the Blazhko Effect in RR Lyrae Stars». En: *ApJ* 652, págs. 643-649. DOI: [10.1086/508135](https://doi.org/10.1086/508135).
- Sweigart, A. V. (ene. de 1997). «Effects of Helium Mixing on the Evolution of Globular Cluster Stars». En: *ApJ* 474, págs. L23-L26. DOI: [10.1086/310414](https://doi.org/10.1086/310414).
- Sweigart, A. V. y A. Renzini (ene. de 1979). «Semiconvection and period changes in RR Lyrae stars». En: *A&A* 71, págs. 66-78.
- Szeidl, B. *et al.* (mar. de 2011). «Long-term photometric monitoring of Messier 5 variables - I. Period changes of RR Lyrae stars». En: *MNRAS* 411, págs. 1744-1762. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17815.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17815.x). arXiv: [1010.1115](https://arxiv.org/abs/1010.1115) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/1010.1115)].
- van Albada, T. S. y N. Baker (oct. de 1971). «On the Masses, Luminosities, and Compositions of Horizontal-Branch Stars». En: *ApJ* 169, pág. 311. DOI: [10.1086/151144](https://doi.org/10.1086/151144).
- (oct. de 1973). «On the Two Oosterhoff Groups of Globular Clusters». En: *ApJ* 185, págs. 477-498. DOI: [10.1086/152434](https://doi.org/10.1086/152434).
- VandenBerg, D. A., P. A. Denissenkov y M. Catelan (ago. de 2016). «Constraints on the Distance Moduli, Helium and Metal Abundances, and Ages of Globular Clusters from their RR Lyrae and Non-variable Horizontal-branch Stars. I. M3,



- M15, and M92». En: *ApJ* 827, 2, pág. 2. DOI: [10.3847/0004-637X/827/1/2](https://doi.org/10.3847/0004-637X/827/1/2). arXiv: [1607.02088](https://arxiv.org/abs/1607.02088) [astro-ph.SR].
- VandenBerg, D. A. *et al.* (oct. de 2014). «Isochrones for Old (5 Gyr) Stars and Stellar Populations. I. Models for  $-2.4 = [\text{Fe}/\text{H}] = +0.6$ ,  $0.25 = Y = 0.33$ , and  $-0.4 = [\alpha/\text{Fe}] = +0.4$ ». En: *ApJ* 794, 72, pág. 72. DOI: [10.1088/0004-637X/794/1/72](https://doi.org/10.1088/0004-637X/794/1/72). arXiv: [1409.1283](https://arxiv.org/abs/1409.1283) [astro-ph.SR].
- Wehlau, A. y N. Froelich (jul. de 1994). «The variables of M14». En: *AJ* 108, págs. 134-154. DOI: [10.1086/117052](https://doi.org/10.1086/117052).
- Wehlau, A., R. W. Slawson y J. M. Nemec (ene. de 1999). «Two-color CCD Photometry of Variable Stars in NGC 7006». En: *AJ* 117, págs. 286-302. DOI: [10.1086/300694](https://doi.org/10.1086/300694).
- Zhevakin, S. (1953). «K Teorii Tsefeid I». En: *Astronomicheskii Zhurnal* 30, págs. 161-179.
- Zinn, R. y M. J. West (mayo de 1984). «The globular cluster system of the galaxy. III - Measurements of radial velocity and metallicity for 60 clusters and a compilation of metallicities for 121 clusters». En: *ApJS* 55, págs. 45-66. DOI: [10.1086/190947](https://doi.org/10.1086/190947).