



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
SISTEMA DE EDUCACIÓN ABIERTA Y
EDUCACIÓN A DISTANCIA**



**Propuesta de taller: Desarrollo de
estrategias cognitivas en el aprendizaje
del álgebra en alumnos de segundo de
secundaria.**

T E S I N A
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO
DE LICENCIADA EN PEDAGOGÍA
P R E S E N T A
Gabriela Gutiérrez Castañón

Asesor: Mtra. Norma Vilchis Salcedo



Facultad de Filosofía y Letras

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ÍNDICE.

Introducción.	4
CAPÍTULO 1. Estrategias cognitivas de aprendizaje.	
1.1. Estrategias de aprendizaje.	8
1.2. ¿Qué son las estrategias cognoscitivas de aprendizaje?	10
1.2.1. Clasificación de las estrategias cognoscitivas de aprendizaje.	11
1.3. Uso de estrategias cognoscitivas para el aprendizaje del álgebra.	15
CAPÍTULO 2. El aprendizaje de la matemática algebraica.	
2.1. El aprendizaje desde el enfoque cognoscitivo.	18
2.1.1. Factores que influyen en el aprendizaje.	23
2.1.2. La memoria en el proceso de aprendizaje	24
2.1.3. Estructuras cognitivas y esquemas de aprendizaje.	26
2.2. La teoría del aprendizaje de Gagné.	27
2.2.1. Fases, aprendizajes y dominios.	29
2.3. El aprendizaje de la Matemática.	33
2.3.1. Aprendizaje del álgebra.	35
2.3.2. Intuición y formalismo.	37
2.3.3. Inteligencia, razonamiento y pensamiento.	39
2.4. Dificultades en el aprendizaje del álgebra en secundaria.	42
CAPÍTULO 3. El álgebra en el currículo de la escuela secundaria.	
3.1. El Nuevo Modelo Educativo para la educación básica.	46
3.2. Planteamiento curricular para la asignatura de Matemáticas en secundaria.	48
3.2.1. La competencia matemática.	52
3.3. Resultados de la prueba Planea 2017.	53
CAPÍTULO 4. Propuesta de trabajo.	
Taller: Desarrollo de estrategias cognitivas en el aprendizaje del álgebra, ecuaciones de primer grado con una incógnita.	56
4.1. Diseño de taller pedagógico.	61
4.1.1. Desarrollo de sesión	63
Conclusiones.	92

Bibliografía.	95
Anexos.	97
Anexo 1. Cuestionario estilos de aprendizaje.	i
Anexo 2. Sopa de letras.	iv
Anexo 3. Mapa conceptual.	v
Anexo 3. Símbolos y significados.	vi
Anexo 4. Guía de ejercicio: lenguaje algebraico.	vii
Anexo 5. Expresiones algebraicas.	viii
Anexo 6. ¿Cuánto falta?	ix
Anexo 7. El ABC.	x
Anexo 8. Cuánto tengo, cuánto pago.	xi
Anexo 9. Tripas de gato	xii
Anexo 10. Reducción de términos semejantes.	xiii
Anexo 11. Método del cangrejo.	xiv
Anexo 12. La letra misteriosa.	xv
Anexo 13. Problemas y ecuaciones.	xvi
Anexo 14. Cuestionario de evaluación.	xvii

INTRODUCCIÓN.

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo primordial la elaboración de una propuesta de intervención pedagógica, tratando el tema específico del aprendizaje del álgebra y la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita en alumnos que cursan el segundo grado de educación secundaria a partir de la Teoría Ecléctica de Robert Gagné, para con ello dotar al alumno de herramientas y habilidades que posibiliten el desarrollo de estrategias cognitivas que le permitan mejorar su desempeño académico en la asignatura de Matemáticas antes de su egreso de la escuela secundaria.

En este sentido, la investigación presenta una revisión teórica referente a lo que son las estrategias cognitivas, su clasificación y el uso que se les da en el aprendizaje del álgebra. Así mismo se plantea el tema del aprendizaje desde la propuesta cognoscitiva y los factores que en este intervienen, además de conceptos que resultan relevantes para la investigación como son la memoria, las estructuras y esquemas cognitivos, inteligencia, pensamiento y razonamiento que son fundamentales en este proceso.

La investigación expone un panorama breve sobre el Nuevo Modelo Educativo, el planteamiento curricular para la asignatura de matemáticas en secundaria y el resultado obtenido en la prueba Planea 2017. Se aborda la teoría del aprendizaje propuesta por Gagné y las dificultades que se han detectado en los estudiantes desde hace ya varios años en el aprendizaje del álgebra. Finalmente se desarrolla un taller dirigido a los alumnos que cursan el segundo año de secundaria que durante el grado anterior presentaron dificultades en el aprendizaje del álgebra.

Frecuentemente nos encontramos ante las dificultades que presentan los alumnos de secundaria al enfrentarse a nuevas situaciones de aprendizaje. La perspectiva de un mundo globalizado ha impulsado que las políticas educativas recomendadas por los organismos internacionales sean implementadas en muchos países entre los que se encuentra México.

La enseñanza de las Matemáticas en México ha sido un tema de discusión en los últimos años. El rezago educativo en los estudiantes que están por egresar de la escuela secundaria se ha evidenciado en más de una ocasión y se ve reflejada en los reportes de evaluación de las pruebas nacionales e internacionales aplicadas en nuestro país.

El nuevo Modelo Educativo de la educación obligatoria en México señala que, en el ámbito de las matemáticas, al concluir la educación secundaria el alumno debiera haber adquirido habilidades para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como proyectar escenarios y analizar situaciones de la vida cotidiana valorando las cualidades del pensamiento matemático, esto incluye los conocimientos provenientes del aprendizaje del álgebra (INEE, 2017).

Desde que el alumno inicia sus estudios en la escuela secundaria se incorpora progresivamente a su aprendizaje el pensamiento algebraico, formándose en él, estructuras que le permiten llevar a cabo la resolución de problemas complejos, y aunque en las escuelas, el docente enseña habilidades matemáticas, no todos los alumnos logran adquirirlas de manera satisfactoria.

La cuestión no es juzgar el desempeño del docente o del estudiante, sino presentar una propuesta que apoye el trabajo en clase y las tareas escolares beneficiando el aprendizaje del álgebra.

A nivel nacional durante el ciclo escolar 2017 los resultados del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea) revelan que solo el 13.7% de los estudiantes de tercero de secundaria en México ha adquirido los conocimientos y habilidades ubicadas en los nivel III y IV requeridas para continuar con su educación. Esto implica que además de tener conocimiento de las operaciones básicas con números fraccionarios, decimales y con signo, han adquirido conocimientos geométricos de figuras compuestas; además de conocimientos algebraicos y la habilidad para resolver problemas que implican estrategias de conteo, probabilidad y, el análisis y elaboración de gráficos (INEE, 2018).

En la asignatura de Matemáticas es necesaria la elaboración de estrategias individuales que permitan al alumno enfrentar los problemas que se plantean en el aula y en la vida cotidiana. Estos procesos implican un aprendizaje autónomo, es por ello que el presente trabajo de investigación se encamina hacia el desarrollo de un taller que le permita adquirir o fortalecer herramientas cognitivas mediante las cuales adquiera un aprendizaje del álgebra y por consiguiente mejore su logro educativo.

Con esto no se pretende formular o modificar una teoría que ya ha estudiado el aprendizaje de las matemáticas, sino contribuir con los actores del proceso educativo a la adquisición y manejo de estrategias cognitivas en el aprendizaje del álgebra.

Gagné (1971) señala que las estrategias cognoscitivas, son habilidades que controlan los procesos internos de aprendizaje del sujeto involucrando técnicas de pensamiento, maneras de analizar problemas y métodos para resolverlos. Por ello, el modelo básico del aprendizaje propuesto por el autor constituye el fundamento para un análisis de los procesos de aprendizaje que nos permite comprender como es que la información es procesada y transformada al pasar de una estructura a otra formando esquemas que posibilitan seguir aprendiendo.

La propuesta de trabajo que aquí se presenta da la pauta para un trabajo de investigación extenso y sienta las bases para su aplicación y análisis con miras a la implementación y contribución de forma útil en el sistema escolar. Se inicia con un primer capítulo que hace referencia a las estrategias de aprendizaje y su derivación en las estrategias de aprendizaje cognitivas, además de su clasificación y utilización en el aprendizaje del álgebra.

El capítulo 2 aborda conceptos sobre el aprendizaje desde el enfoque cognitivo y los procesos que en este intervienen, como son: la memoria, el pensamiento, la inteligencia y el razonamiento; además de abordar de manera puntual la teoría y el modelo de aprendizaje propuesto por Gagné, y los problemas en el aprendizaje del álgebra que presentan los estudiantes.

El tercer capítulo explica brevemente las propuestas presentadas por el nuevo Modelo Educativo, el planteamiento curricular para la educación básica y los resultados obtenidos por la prueba Planea 2017 en educación secundaria.

Por último en el capítulo 4 se expone la propuesta de trabajo desde la Teoría ecléctica de Robert Gagné dirigida a alumnos que presentaron dificultades en el aprendizaje del álgebra con la finalidad de dotarlos de estrategias cognitivas que influyan en la apropiación de los mismos.

CAPÍTULO 1. ESTRATEGIAS COGNITIVAS DE APRENDIZAJE.

El aprendizaje de la matemática algebraica implica la transición de un conocimiento aritmético a la adquisición de un conocimiento algebraico, este escenario requiere el uso de estrategias cognitivas que el alumno debe adquirir o bien fortalecer y aplicar para lograr un aprendizaje que derive en un mejor aprovechamiento escolar.

Las estrategias cognitivas de aprendizaje resultan ser una herramienta indispensable para el alumnado dentro y fuera del aula en el desarrollo de sus actividades cotidianas, y aunque sabemos que estas se van formando desde los primeros años escolares, es en la secundaria donde el alumno requiere el hacer uso de estas estrategias para facilitar su aprendizaje en el ámbito matemático.

1.1. Estrategias de aprendizaje.

Más allá de una táctica militar, una estrategia es el conjunto de actividades o acciones que se analizan, organizan y utilizan para cumplir un objetivo planteado con anterioridad (Pérez, 2007).

Referido al aprendizaje, la estrategia, es la actividad mental que implica un plan de acción respecto a los mecanismos que puede poner en marcha el sujeto a la hora de aprender facilitando la adquisición de conocimientos (Beltrán, 1998). Carrasco (2004) relaciona el término estrategia de aprendizaje con la habilidad, destreza o modo de actuar del sujeto que facilita su proceso de aprender antes, más y mejor.

El término estrategia de aprendizaje es usado por Díaz Barriga (2002), como el procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un alumno adquiere y emplea de forma intencional como instrumento para aprender y solucionar problemas. Es por ello que hablar de estrategias de aprendizaje significa la posibilidad de adquirir procedimientos, técnicas y capacidades que nos permitan transformar, reelaborar y reconstruir conocimientos ya adquiridos (Zabert, 2010).

Algunos autores coinciden en que una estrategia de aprendizaje es la capacidad internamente organizada de la que se vale una persona para gobernar sus procesos afectivos y cognitivos que lo conducen al logro de un objetivo (Meza y Lazarte, 2007). Monereo (1990), las define como los comportamientos planificados que seleccionan y organizan mecanismos cognitivos, afectivos y motrices, cuya finalidad es enfrentarse a situaciones o problemas globales o específicos de aprendizaje.

Las estrategias de aprendizaje son operaciones que realiza el pensamiento para planear cómo realizar una tarea que nos lleve a aprender de manera eficaz. Estas tienen un carácter intencional, implican un plan de acción y promueven el pensamiento autónomo (Weinstein y Mayer, 1986). En una clasificación general podemos ubicar tres grupos en los que se divide a las estrategias de aprendizaje:

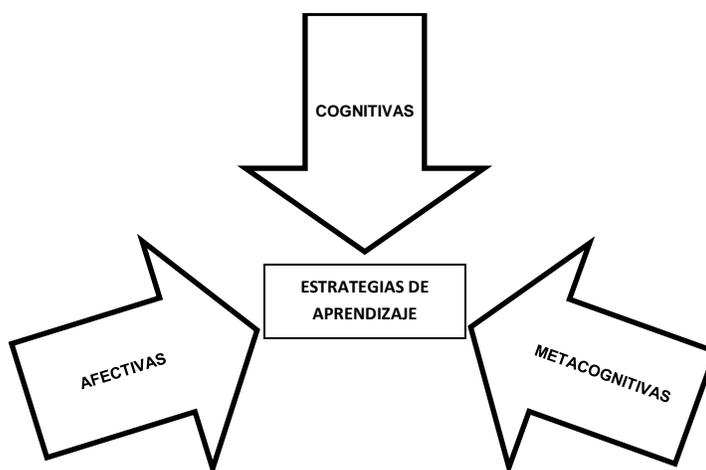


Figura 1. Clasificación de las estrategias de aprendizaje.
Elaboración propia, basado en (Weinstein y Mayer, 1986).

El manejo de dichas estrategias implica el uso selectivo de los recursos y capacidades de que él sujeto dispone. Por tal motivo para que un estudiante pueda poner en marcha una estrategia debe disponer de recursos alternativos de entre los cuales pueda decidir cuales utilizar, siempre en función de las demandas de la tarea que debe desarrollar y según los considere adecuados.

Ya sea como procedimiento, técnica o actividad las estrategias de aprendizaje involucran el uso de **procesos cognitivos** que le permitan al alumno no solo adquirir

nueva información, sino también almacenarla, recuperarla (recordar), aplicarla y generalizarla a nuevas situaciones potenciando el pensamiento mediante la relación entre conceptos y hechos reales (Chadwick, 1988).

De ahí que en la propuesta de Gagné (1971), se señale a las **estrategias cognitivas** y se enfatice su utilidad en la adquisición de conocimientos en el proceso de aprendizaje del alumno.

1.2. ¿Qué son las estrategias cognitivas de aprendizaje?

Las estrategias de aprendizaje son acciones que deben partir de la iniciativa del alumno; están constituidas por una secuencia de actividades controladas por el sujeto que aprende y con posibilidad de ser adaptadas en función del contexto.

Cuando hablamos de estrategias cognitivas de aprendizaje se hace referencia al conjunto de estrategias que se utilizan para aprender, codificar, comprender y recordar la información al servicio de una determinada meta de aprendizaje (González y Tourón, 1992). En su aportación Rigney (1978), considera que este tipo de estrategias involucran operaciones y procedimientos que los estudiantes utilizan para adquirir, retener y recuperar diferentes tipos de conocimiento.

Autores como Pozo (1989) y González y Tourón (1992), infieren que las estrategias cognitivas son secuencias integradas de procedimientos o actividades elegidas con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento o utilización de conocimientos que facilitan al alumno el aprender, pensar y ser creativo al momento de tomar decisiones y resolver problemas.

Por su parte Chadwick (1988), define a este tipo de estrategias como las destrezas de manejo de sí mismo que el alumno adquiere durante un periodo de tiempo para gobernar su propio proceso de atender, aprender, pensar y resolver problemas. Mientras que Hernández (1988), plantea que estas permiten al alumno transformar la información en conocimiento a través de una serie de relaciones cognitivas que facilitan su proceso de aprender a aprender.

En las investigaciones de Gagné y Briggs (2008), el concepto estrategia cognitiva, hace referencia a las habilidades que permiten a los sujetos regular sus propios procesos internos de atención, aprendizaje, recuerdo y pensamiento. De acuerdo a West (1991), las estrategias de aprendizaje cognitivas favorecen la manipulación simbólica y la construcción de relaciones entre conceptos propios de la organización de un esquema mental.

De lo anterior se puede concluir que las estrategias cognitivas de aprendizaje son procesos mediante los cuales el alumno controla el funcionamiento de su actividad mental. Estas estrategias facilitan la asimilación de la información que se aprende, a través de gestionar y monitorear la entrada de información, etiquetarla y categorizarla, almacenarla y recuperarla cuando sea necesaria para la adquisición de un nuevo conocimiento.

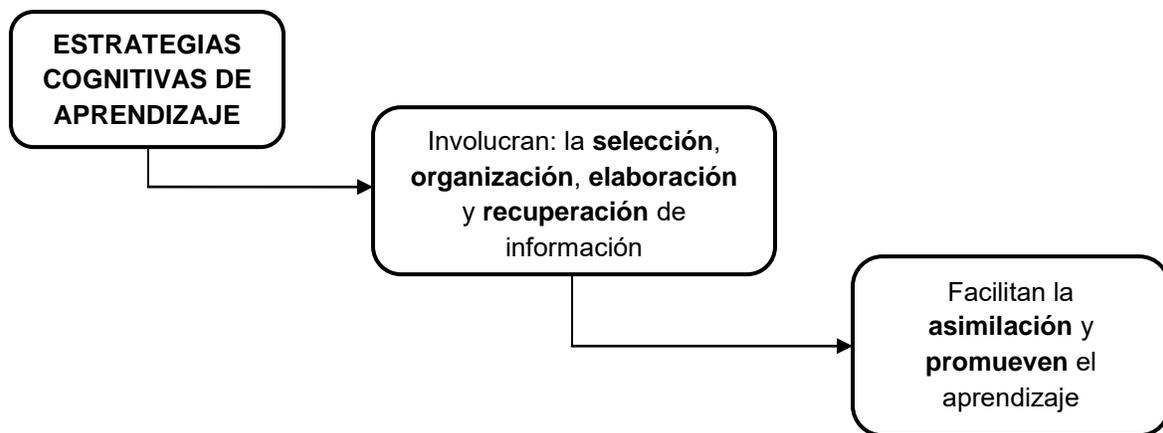


Figura 2. Estrategias cognitivas de aprendizaje.
Elaboración propia, basado en (Gagné y Briggs, 2008).

En la medida en que las estrategias cognitivas son adquiridas y almacenadas en la memoria como habilidades cognitivas, se puede decir, que el alumno ha adquirido herramientas que le permiten aprender a aprender, ya que este tipo de estrategias influyen en las actividades de procesamiento de información.

1.2.1. Clasificación de las estrategias cognitivas de aprendizaje.

Existen diferentes tipos de estrategias cognoscitivas que podemos utilizar con éxito para controlar y modificar la información que recibimos, en este apartado abordaremos la clasificación que algunos autores han realizado en referencia a este tema. Para comenzar me referiré a las aportaciones de Dardwick (1988) quien clasifica a las estrategias cognoscitivas en dos grupos: estrategias de procesamiento y estrategias de ejecución.

Las estrategias cognitivas de procesamiento, son aquellas que el individuo usa para mejorar sus posibilidades de apropiarse y almacenar información, datos específicos, ideas generales, etc. Estas estrategias son usadas durante el proceso de atención y procesamiento, se orientan hacia los estímulos y realizan una codificación selectiva con la finalidad de almacenar y recordar la información.

Las estrategias cognitivas de ejecución, son aquellas que el individuo utiliza para la recuperación de los datos y su aplicación con algún fin; en este tipo de estrategias se destacan cuatro aspectos principales: la recuperación y el uso de información específica, la generalización o transferencia de información a nuevas situaciones, la representación y resolución de problemas, y el desarrollo y aplicación de la creatividad en las respuestas. En la figura siguiente se ilustra la clasificación elaborada por Darwick:

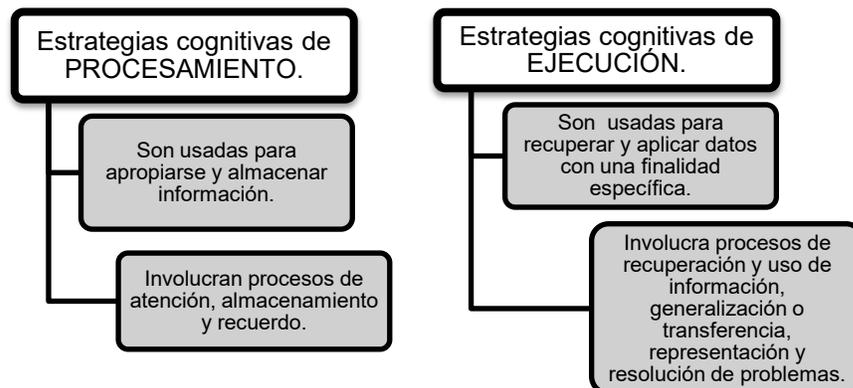


Figura 3. Estrategias cognoscitivas.

Elaboración propia, basado en (Darwick, 1988).

Por su parte Weinstein y Mayer (1986), distinguen tres clases de estrategias cognitivas, las estrategias de repetición, de elaboración y de organización; y las agrupan en cinco categorías principales:

- Estrategias de **repetición**, usadas por el alumno cuando la información que recibe necesita ser retenida;
- Estrategias de **elaboración**, usadas cuando la información debe ligarse a un conocimiento previo para su aprendizaje;
- Estrategias de **organización**, en las que hay que seleccionar información que necesita ser retenida y luego usada para hacer relaciones que se integran a la memoria;
- Estrategias de **comprensión y monitoreo** (metacognición), las cuales son usadas por el alumno para controlar su propio proceso de organizar, monitorear y modificar información en función de su propio aprendizaje
- Estrategias **afectivas** que son las que los alumnos usan para enfocar la atención, concentración, manejo de ansiedad, motivación y tiempo de forma efectiva.

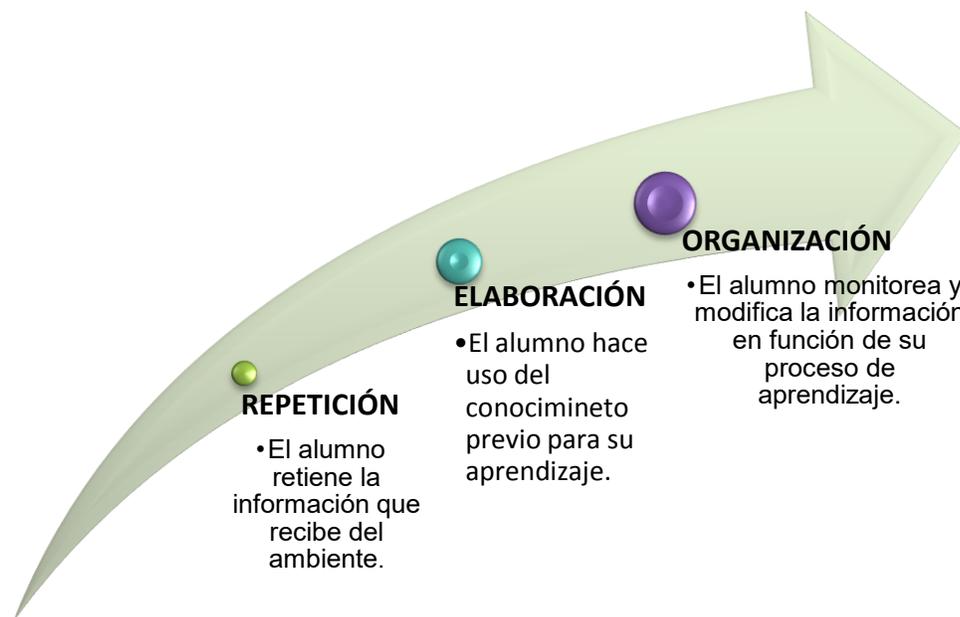


Figura 4. Estrategias cognitivas de aprendizaje.
Elaboración propia, basado en (Weinstein y Mayer, 1986).

También West, Farmer y Wolf (1991), hacen referencia a cuatro grupos de estrategias cognitivas. La estrategia de **agrupación** de información por cúmulos, se refiere a preparar la información a aprender en conjuntos (agrupaciones por significado, taxonomías, campos, etc.) que permitan su clasificación, comparación y manipulación para un procesamiento superior posterior. Estrategias de **punteo**, son las estrategias cognitivas que permiten el medio de transición de un conocimiento a otro. Estrategias **multipropósito**, que pueden ser utilizadas como parte de otras estrategias debido a su universalidad cognitiva (repetición, asociación, etc.). Estrategias de **organización** espacial del conocimiento, son arreglos visuales que permiten describir gráficamente la forma en cómo grupos de conceptos se interrelacionan y establecen principios de organización de información conceptual.

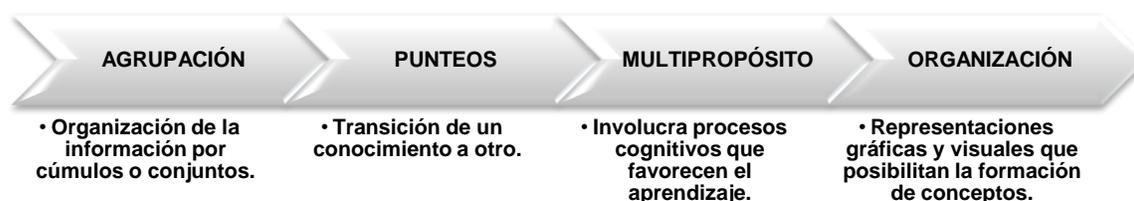


Figura 5. Estrategias cognitivas de aprendizaje.

Elaboración propia, basado en (West, Farmer y Wolf, 1991).

Lo anterior deja en claro que la aplicación de estrategias cognitivas de aprendizaje involucra una serie de procesos que en su conjunto son concebidos como el soporte cognitivo requerido por el alumno para apropiarse de nuevos conocimientos o simplemente para resolver sus tareas.

Debido a que las estrategias cognitivas son habilidades internamente organizadas el alumno debe disponer de un cierto repertorio de categorías aprendidas con antelación y que permanecen disponibles dentro de su memoria, de ese modo aunque las estrategias cognitivas están libres de contenido específico no pueden aprenderse ni aplicarse en ausencia de este.

Basado en la teoría de aprendizaje de Gagné, Schunk (1997), agrupa en tres fases la clasificación de las estrategias con las que la adquisición del aprendizaje se verá favorecida:

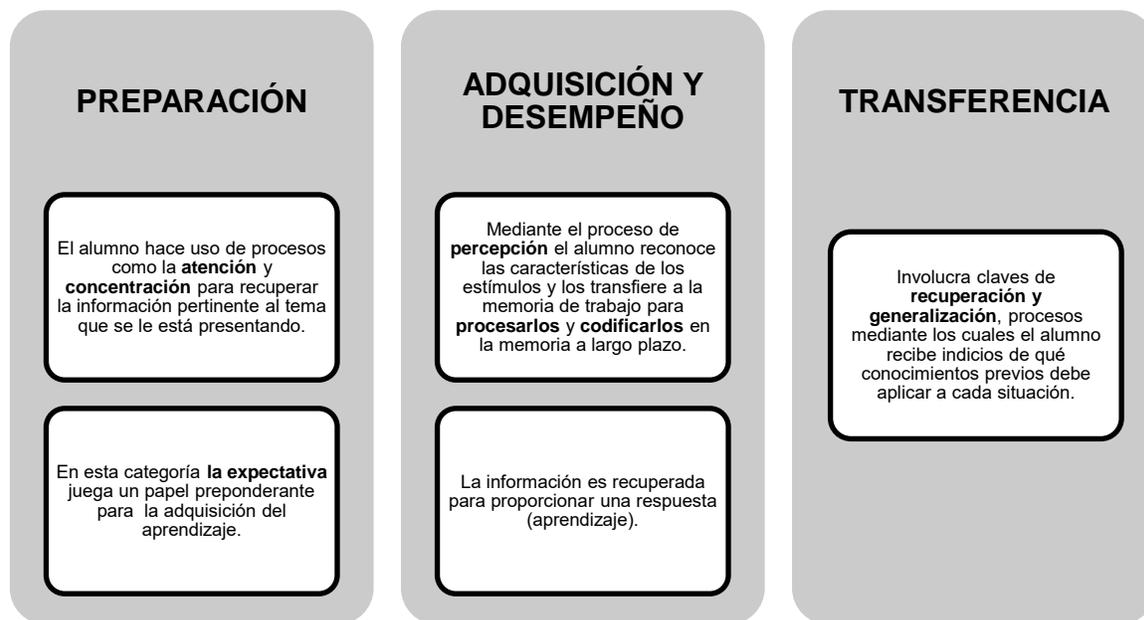


Figura 6. Clasificación de las estrategias cognitivas de aprendizaje.

Elaboración propia, basado en (Gagné, Schunk, 1997).

Es a través de procesos cognitivos que el estudiante recupera y organiza el conocimiento que ha almacenado en su trayectoria escolar y que le servirán de soporte para desarrollar estrategias en el aprendizaje del álgebra.

1.3. Uso de estrategias cognitivas para el aprendizaje del álgebra.

Encontrar un modo de mejorar las estrategias cognitivas para que el alumno explote su potencial es uno de los problemas que enfrenta la educación actual. La finalidad del proceso de enseñanza-aprendizaje escolar es que el alumno adquiera la capacidad de transferir o generalizar lo que aprende en el aula a los problemas a los que se enfrentará en su vida fuera de la escuela.

La idea de desarrollar estrategias cognitivas para el aprendizaje del álgebra y la resolución de problemas proviene en primera instancia de la teoría cognitiva. Cuando se habla de estrategias cognitivas se apunta a secuencias integradas de procedimientos o actividades que el alumno elige con el propósito de facilitar la adquisición, el almacenamiento y utilización de información para apropiarse de nuevos conocimientos o resolver sus tareas (Sanjurjo y Vera, 1994).

La resolución de tareas algebraicas por parte del alumno involucra el uso de habilidades cognitivas, entre las que se encuentran, la reconstrucción de secuencias complejas de procedimientos articulando unidades parciales de información previamente entendida, la incorporación de códigos de representación usuales en álgebra en el tratamiento de las expresiones y la asignación de significados pertinente a los símbolos y términos que se emplean para comunicar conceptos.

El poder aprender álgebra tiene que ver con la capacidad intelectual del alumno y el desarrollo de al menos tres habilidades cognitivas que le permitirán transformar la información en conocimiento, estas son:



Figura 7. Habilidades cognitivas que favorecen el aprendizaje.
Elaboración propia, basado en (Sanjurjo y Vera, 1994).

Lo anteriormente citado infiere que el alumno comprenda la instrucción referida a lo que le es solicitado en cada tarea, desencadenando procesos de asignación de significado pertinentes sobre la información que le es presentada, permitiéndole ejecutar acciones algorítmicas o heurísticas parciales sobre esta información posibilitando el correcto desarrollo de su actividad matemática.

Por ello es necesario hacer uso de una serie de procesos cognitivos que Dueñas y Jiménez (2006) denominan **soporte cognitivo**, requerido para la resolución de tareas matemáticas, de entre los cuales se puede mencionar: la memoria, la discriminación, la clasificación, la organización y representación, la atención, la percepción selectiva y la generalización.

El aprendizaje del álgebra implica relacionar los conocimientos previos (aritméticos y geométricos) que el alumno posee con los que está por adquirir (algebraicos) mediante procesos de atención, selección, comprensión, elaboración, recuperación y aplicación. Para ello hará uso de estrategias de procesamiento superficiales (como la repetición), o bien, de procesamiento profundo que implican la selección, organización y elaboración de de estructuras.

Cuando Chadwick (1988), hace referencia a las estrategias cognitivas, específicamente a las de ejecución, destaca cuatro habilidades esenciales para el aprendizaje que el alumno debe desarrollar con la finalidad de apoyar su proceso de pensamiento en la resolución de los problemas que se le presentan:

- ✓ **Recuperación** y uso de la información específica (almacenada en la memoria).
- ✓ **Generalización** o transferencia de información o habilidades a nuevas situaciones (encontrando similitudes y diferencias ante la nueva situación).
- ✓ Identificación, **representación** y resolución de problemas (aplicando conocimientos previos).
- ✓ Desarrollo y **aplicación** de la creatividad en las respuestas.

En su teoría del aprendizaje Gagné (1971), propone el uso de estrategias cognoscitivas para fortalecer los procesos de aprendizaje, que en el caso específico del álgebra, servirá para dirigir la atención, perfeccionar la capacidad de observación y generar inferencias para que el alumno logre de manera progresiva apropiarse de conceptos y establecer estructuras para efectuar con un mayor aprovechamiento sus tareas escolares.

CAPÍTULO 2. EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA ALGEBRAICA.

*Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas.
Bell, 1985.*

Durante la vida aprendemos muchas cosas, en los primeros años aprendemos a interactuar con el ambiente por medio de patrones de coordinación sensoriomotriz, aprendemos a hablar y a utilizar el lenguaje, y aprendemos a convivir con otras personas. Pero al iniciar la educación escolar nos enfrentamos con aprendizajes que involucran la interpretación de símbolos necesarios para la adquisición de la lectura, la escritura y el manejo de los números. En el ámbito escolar el alumno aprende habilidades que lo prepararan para su vida adulta, incluyendo la resolución de problemas algebraicos.

2.1. El aprendizaje desde el enfoque cognitivo.

El aprendizaje es un concepto que ha adquirido varias definiciones las cuales coinciden con que este puede ser entendido como un proceso de adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes que el individuo internaliza y utiliza en su vida diaria. Alonso (citado por: García, 2011), define al aprendizaje como un proceso de adquisición de disposiciones relativamente duraderas con las que un individuo cambia su percepción o conducta como resultado de una experiencia.

Las teorías del aprendizaje proporcionan aspectos a considerar a la hora de realizar los programas educativos dando pauta a la elección de contenidos y técnicas didácticas requeridas para un mayor aprovechamiento de los temas.

En la escuela tradicional, las teorías conductistas adoptaron un aprendizaje pasivo, producto de la repetición y el reforzamiento a través de asociaciones estímulo-respuesta y una acumulación de partes aisladas. Mientras que la postura cognitiva del aprendizaje, considero de suma importancia, la calidad de saberes que construye el alumno y el entendimiento que desarrolla por encima de la cantidad de conocimiento adquirido a su paso por la escuela.

Desde una propuesta conductista Skinner (citado por, Trilla (coordinador) & Gros, 2007), explica como las personas aprenden haciendo, experimentando y ensayando, y plantea un proceso de enseñanza a través de un diseño instructivo que trata en primer lugar de saber los aprendizajes que queremos alcanzar planteando objetivos, estableciendo una secuencia de contenidos y actividades a desarrollar, un método motivacional a seguir, refuerzos del interés y la evaluación de los aprendizajes.

En contraposición a la afirmación citada en el párrafo anterior, para las teorías cognitivas y constructivistas, el aprendizaje es un proceso activo “en el cual cumplen un papel fundamental la atención, la memoria, la imaginación y el razonamiento que el alumno realiza para elaborar y asimilar los conocimientos que va construyendo y que debe incorporar en su mente en estructuras definidas y coordinadas” (Serrano 1990, 53).

Respecto a su teoría Piaget (1971) postula, que el aprendizaje es un proceso mediante el cual el sujeto a través de la experiencia, la manipulación de objetos y la interacción con otras personas construye su conocimiento modificándolo de forma activa. Además argumenta que dicho aprendizaje se adquiere a través de un proceso de acomodación de esquemas y estructuras cognitivas atribuidas al crecimiento e influenciadas por el ambiente.

Por su parte Vigotsky (1988), asume, que en el proceso de aprendizaje, intervienen factores físicos y socioculturales, y afirma, que el conocimiento es resultado de la interacción social del individuo el cual impulsa y regula su comportamiento además de desarrollar habilidades mentales de pensamiento, atención y memoria mediante el descubrimiento y el proceso de interiorización que le permiten apropiarse de los signos e instrumentos de la cultura.

Este proceso se lleva a cabo a través de cuatro niveles de desarrollo representados en la siguiente figura:

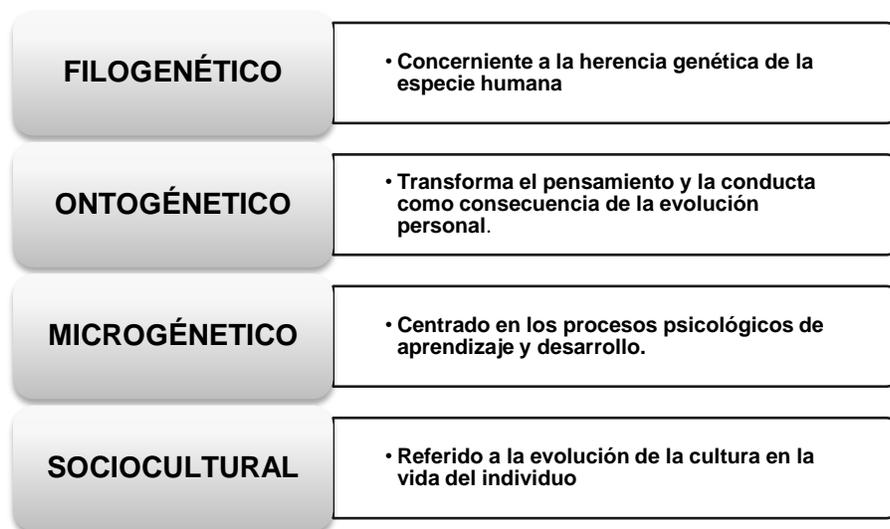


Figura 8. Niveles de apropiación del conocimiento.
Elaboración propia, basado en (Vigotsky, 1988).

El cognitivismo considera como su principal eje teórico la comprensión del proceso cognitivo para entender las formas en que el individuo se encuentra activamente comprometido con su ambiente físico y social para posibilitar un aprendizaje significativo, el cual consiste en la expresión simbólica de ideas, conocimientos y conceptos relacionados esencialmente con la estructura cognoscitiva del alumno (Maldonado, 2001).

La teoría cognitiva supone que el aprendizaje es producto de la experiencia, y lo admite como una representación de la realidad. Dentro de este modelo el sujeto es concebido como un procesador activo de la información a través del registro y organización de la misma.

Dentro de las aportaciones realizadas por Bruner (1969) respecto del aprendizaje, él hacen hincapié en que debe ser significativo para el que aprende, esto sucede, cuando el aprendizaje se relaciona de modo sensible con las ideas que el aprendiz ya posee. El grado de significación dependerá entonces, de hasta qué punto se relaciona la forma final con las que ya existían en la estructura cognitiva del sujeto.

Para que un aprendizaje sea significativo Ausubel (1976) propone la enseñanza por descubrimiento, en la que el aprendizaje sea parte de un proceso en el que el alumno se relacione con el problema a resolver sin que se le presente el contenido que se pretende enseñar. Para que el aprendiz pueda llevar a cabo los procesos de equilibración, el aprendizaje tiene que partir de una situación significativa.

El proceso de aprendizaje en las teorías cognoscitivas, desde el entendimiento pedagógico, puede ser expresado como lo muestra la figura siguiente:

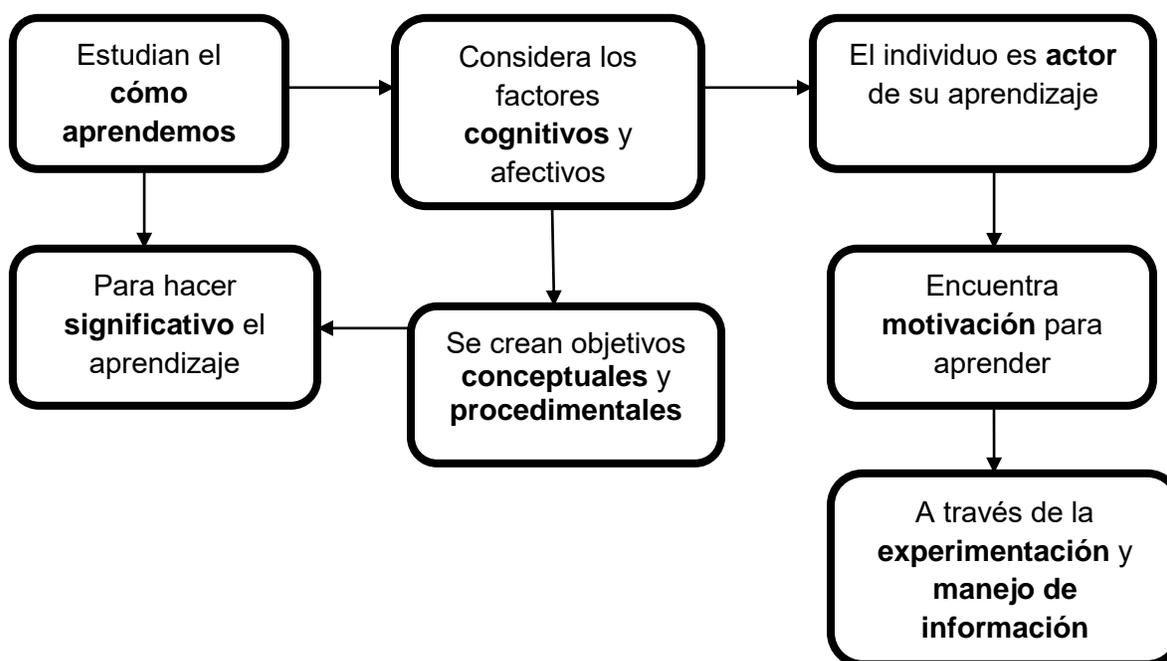


Figura 9. Proceso de aprendizaje desde la teoría cognitiva.

Elaboración propia, basado en (Maldonado, 2001).

En síntesis se puede expresar que son varios los supuestos que sustentan al enfoque cognoscitivo en relación con el aprendizaje, pudiéndose destacar los siguientes:

- a. El aprendizaje es un proceso activo que ocurre en la mente del sujeto. Consiste en construir, modificar o transformar estructuras mentales a partir de ciertas actividades que involucran el uso de conocimiento previo.

- b. El sujeto es un ente activo que realiza un conjunto de operaciones mentales con el propósito de codificar la información que recibe y almacenarla en la memoria para luego evocarla o recuperarla cuando la necesita.
- c. Nuestro conocimiento está organizado en bloques de estructuras mentales y procedimientos.
- d. La acumulación de información se organiza en estructuras cognoscitivas o esquemas.
- e. Los resultados del aprendizaje dependen del tipo de información que recibimos y de la manera en la que la procesamos y organizamos en nuestra memoria.

En el cuadro siguiente se presenta un comparativo que involucra características de un proceso de aprendizaje desde la perspectiva de las teorías conductual, cognitiva y constructivista que servirá como soporte al abordar la teoría del aprendizaje de Gagné.

CRITERIOS DE DIFERENCIACIÓN	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
Supuestos Teóricos	Modelo E-R y reflejos condicionados	Modelos de procesamiento de la información	Teoría constructivista del conocimiento
Conocimiento	Respuesta pasiva y automática a estímulos externos	Representaciones simbólicas en la mente del aprendiz	Construcción individual por interacciones entre sujeto y objeto
Aprendizaje por	Asociación	Transmisión	Reestructuración
Estrategias de Aprendizaje	Son controladas por el ambiente	Unas son específicas y otras son consensuadas	Individuales y personales. Los alumnos controlan su propia instrucción
Tipo de Aprendizaje	Pasivo	Activo	Activo y consensuado
Metodología de estudio	Métodos objetivos: observación y experimentación	Técnicas de análisis de tareas	Métodos: histórico crítico, de análisis formal y Psicogenético
Sujeto	Pasivo	Activo	Dinámico

Cuadro 1. Teorías del aprendizaje. Elaboración propia.

En el proceso de aprendizaje intervienen factores internos y externos que influyen en la apropiación del conocimientos del sujeto que aprende, estos se verán mas a detalle en el apartado siguiente.

2.1.1. Factores que influyen en el aprendizaje.

El enfoque cognitivo respecto a las teorías del aprendizaje reconoce que los indicios del ambiente y los componentes de la educación por si solos, no pueden explicar todo el aprendizaje que resulta de un contexto educativo. Algunos elementos adicionales en el proceso de aprendizaje incluyen la manera en que los estudiantes, mediante el proceso de atención reciben, codifican, transforman, almacenan y localizan la información; además enfatiza en alentar al estudiante para que utilice las estrategias adecuadas para adquirir nuevos conocimientos.

El aprendizaje se da mediante determinados procesos que involucran al pensamiento, la concentración y la memoria apoyados en técnicas y estrategias adecuadas a cada situación (García, Gutiérrez y Condemarín, 1999). Según lo anterior puede inferirse que son tres los factores que intervienen en un proceso de aprendizaje:



Figura 10. Factores en el proceso de aprendizaje.

Elaboración propia, basado en (García, Gutiérrez y Condemarín, 1999).

- El **factor socio-afectivo** es aquel que tienen relación con los sentimientos, las relaciones interpersonales y la comunicación que se debe establecer para el logro eficaz del proceso de aprendizaje.
- El **factor ambiental** que involucra todos aquellos elementos externos del medio ambiente que inciden positiva o negativamente en la calidad del estudio realizado por el alumno, entre los más importantes están la organización del lugar y el tiempo.
- El **factor cognitivo**, en el que intervienen procesos complejos y bien definidos del pensamiento, esenciales para el aprendizaje como son: **percibir**, que es la forma

en que cada sujeto interpreta la información que recibe a través de sus sentidos; **observar**, que implica tomar conciencia del mundo que nos rodea; **interpretar**, que explica un supuesto mediante argumentos razonables aunque subjetivos; **analizar**, que implica la separación de las partes de un todo para su comprensión; **asociar**, acción de relacionar una cosa con otra; **clasificar**, organizar y agrupar elementos conforme a una categoría involucrando procesos de análisis y síntesis; **comparar**, establecimiento de semejanzas y diferencias de hechos o conceptos; **retener**, conservar en la memoria información o ideas; **síntesis**, es la conclusión de la comprensión; **deducir**, partir de un principio general para llegar a un principio particular; **generalizar**, extender o ampliar una idea o concepto; **evaluar**, atribuir un valor al aprendizaje; y **expresar**, presentar lo que se quiere dar a entender en forma clara.

2.1.2. La memoria en el proceso de aprendizaje.

Dentro del enfoque cognitivo la memoria juega un papel determinante en el proceso de aprendizaje ya que este se produce cuando la información es almacenada en la memoria de manera organizada y significativa para el sujeto que aprende. La memoria desde el enfoque piagetiano es concebida como, el almacenamiento de información codificada gracias a procesos de asimilación perceptiva y conceptual (Farstein y Carretero, 2007).

En sentido amplio la memoria es una capacidad del sujeto que le permite atraer recuerdos pasados con la posibilidad de adecuarlos a situaciones presentes. De acuerdo con las teorías cognitivas, la transferencia es la función que permite al sujeto almacenar información en la memoria y aplicarla en diferentes contextos, es decir, cuando el sujeto a partir de una base de conocimientos en forma de reglas, discriminaciones y conceptos, usa la información para establecer de respuestas, formular hipótesis o establecer diferencias y semejanzas con la nueva información.

La memoria según su temporalidad puede ser de corto o largo plazo. En el primer supuesto la información permanece en la memoria por un breve lapso de tiempo, en cambio la memoria de largo plazo almacena de manera permanente la información

que recibe clasificándola en: memoria explícita, en forma de recuerdos que posibilitan la recuperación consciente de cierta información; memoria implícita, que son conocimientos no conscientes que influyen en la conducta; y la memoria semántica, que recupera el significado de palabras, ideas y hechos (Gagné, 1998).

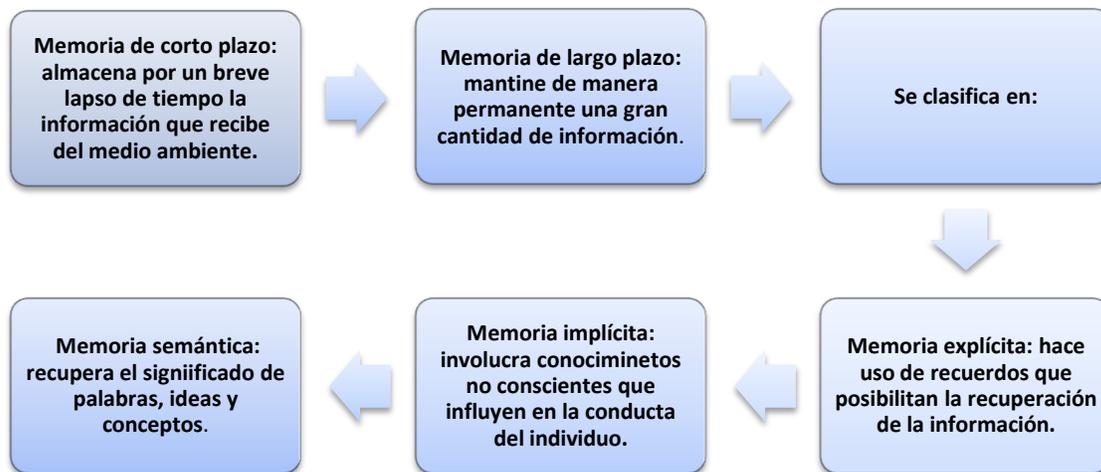


Figura 11. Proceso de memoria.

Elaboración propia, basado en (Gagné, 1998).

En el ámbito educativo con el propósito de que la información sea guardada en la memoria a largo plazo del alumno, le sea significativa y sirva de soporte para adquirir nuevos aprendizajes es fundamental tomar en cuenta que:

- * La memoria guarda lo que la consciencia le pide que guarde, incluso en orden de preferencia.
- * La comprensión de la información y su significación es lo que posibilita el recuerdo.
 - * La memoria trabaja con mayor eficiencia cuando se organiza mediante procesos de elaboración, ordenando, agrupando, jerarquizando y esquematizando la información.

Al igual que la memoria el aprendizaje involucra otros procesos cognitivos que forman representaciones que construyen y transforman esquemas de experiencia y

acción que al desarrollarse apropiadamente permiten al alumno estructurar su conocimiento y ejecutarlo en situaciones cotidianas diferentes.

2.1.3. Estructuras cognitivas y esquemas de aprendizaje.

Los esquemas son estructuras abstractas de conocimiento, están constituidos por conceptos que proporcionan espacios libres para ser llenados con información específica. La construcción de esquemas en un proceso de aprendizaje implica el uso de estructuras que permitan al sujeto el manejo de información útil en cada situación.

Las estructuras cognitivas son representaciones organizadas de la experiencia previa en el sujeto y sirven para filtrar, codificar, categorizar y evaluar la información que éste recibe en relación con alguna experiencia relevante. La nueva información es asociada con información ya existente en estas estructuras; y a su vez puede reorganizar o reestructurar la información existente.

Cada individuo construye sus propias estructuras, las cuales facilitan su aprendizaje futuro (Chadwick, 1988). Los esquemas, a través de estas estructuras, cumplen ciertas funciones que facilitan la apropiación del aprendizaje, por ejemplo: organizan de manera estructural la información que se presenta, dirigen la atención hacia los aspectos importantes de dicha información, proporcionan las bases para realizar inferencias y permiten la búsqueda organizada de la información en la memoria, permiten dar respuesta a situaciones específicas a partir de conocimientos previos.

El proceso de aprendizaje a partir de un esquema identifica tres fases enunciadas a continuación:

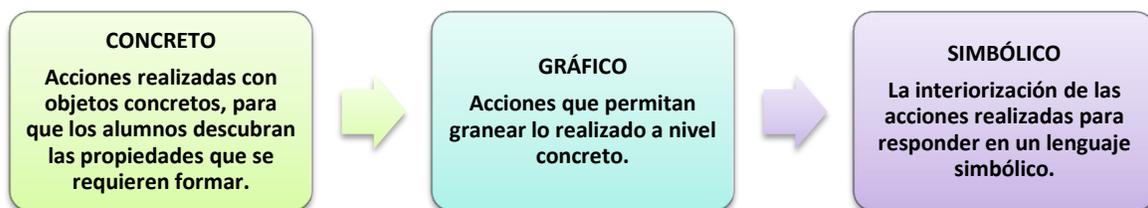


Figura 12. Estructura de un esquema de aprendizaje.

Elaboración propia, basado en (Chadwick, 1988).

2.2. La teoría del aprendizaje de Gagné.

Los principios de la teoría de Gagné (1979) se basan en el modelo de procesamiento de información, en el que se señala, que un acto de aprendizaje está integrado por fases que inician con una estimulación externa y finaliza con la retroalimentación y la ejecución del sujeto. Él inicia su propuesta desde un enfoque muy próximo al conductismo tomando de él los refuerzos y el análisis de la tarea, pero incorporar supuestos cognitivos a la dinámica de aprendizaje, retomando de Ausubel la motivación intrínseca y la importancia del aprendizaje significativo. A demás de tomar elementos de las teorías del procesamiento de información para explicar las condiciones internas del sujeto. (Gros, 1997)

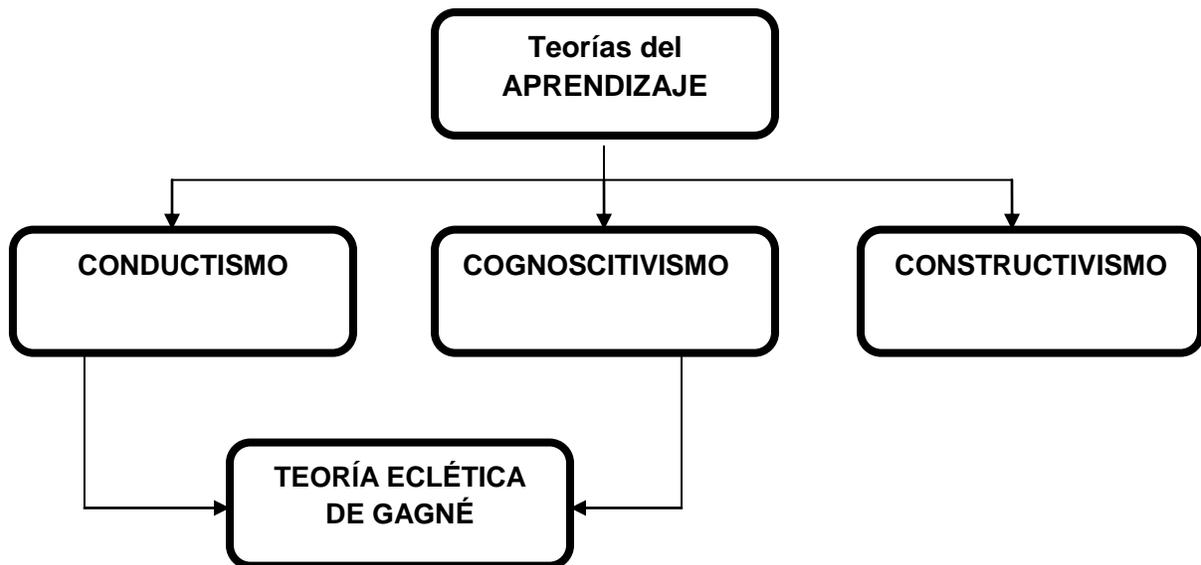


Figura 13. Soporte teórico a la propuesta de Gagné.

Elaboración propia, basado en (Gros, 1997).

En su propuesta Gagné (1970) considera que el aprendizaje es el resultado de las relaciones que establece el individuo con el entorno que le rodea y lo define como un cambio de las disposiciones o capacidades humanas que persiste durante cierto tiempo y que no es atribuible solamente a los procesos de crecimiento, lo que lo diferencia de la propuesta piagetana.

Gagné (1971) señala que para lograr un aprendizaje es importante realizar la distinción entre dos tipos de conocimiento, el verbal (declarativo) y el intelectual (procedimental). En el mismo orden indica que el **conocimiento declarativo** es el que se refiere al conocimiento que poseemos de las cosas del mundo que nos rodea, y se encuentra representado en la memoria como una red de hechos en forma de proposiciones o enunciados. Mientras que el **conocimiento procedimental** es el conocimiento que nos permite saber cómo ejecutar acciones y los detalles de lo que se debe hacer, dando lugar a la formulación de una **regla**, que es la forma más típica de una habilidad intelectual.

En relación al aprendizaje procedimental, Gagné (1975), enfatizó en las estrategias cognoscitivas que involucran el atender, comprender, recordar y pensar; y las define como destrezas de organización interna que rigen el comportamiento del individuo. Así mismo destaca que la apropiación de estas estrategias contribuye de forma determinante en el aprendizaje y la adquisición de procedimientos que le permiten al alumno aprender a aprender.

El planteamiento de Gagné (1971) afirma que los seres humanos adquieren un gran número de reglas que conforman habilidades las cuales facilitan llevar a cabo operaciones simbólicas de diversos tipos, entre ellos, el entendimiento y resolución de problemas algebraicos. Por ello el aprendizaje enfatiza en la adquisición de conocimiento y la formación de estructuras cognoscitivas denominadas esquemas.

El modelo básico del aprendizaje propuesto por Gagné (1971) constituye el fundamento para un análisis de los procesos de aprendizaje. Nos ayuda a comprender como es que la información es procesada y transformada al pasar de una estructura a otra formando esquemas que nos permiten seguir aprendiendo.

Los estímulos del ambiente ingresan al Sistema Nervioso Central (SNC) a través de los receptores transformándose en información que pasa al registro sensorial (estructura hipotética). De aquí la información se va a la memoria inmediata (a corto plazo) en donde se codifica de manera conceptual y es enviada a la memoria

mediata (a largo plazo) lo que posibilita la repetición interna. Si la información se relaciona con otra ya existente, o bien, existe una gran motivación puede ser codificada y almacenada inmediatamente en la memoria de a largo plazo. Si la codificación de la información no se produce, esta puede desaparecer.

La información puede ser recuperada sólo si ha sido registrada en la memoria. La recuperación ocurrirá a raíz de un estímulo externo (necesidad) la cual pasará al generador de respuestas donde se transformará la información en acción (conducta). La motivación (intrínseca o extrínseca) prepara al sujeto para codificar o decodificar información a través de un proceso de control ejecutivo y el proceso de recuperación.

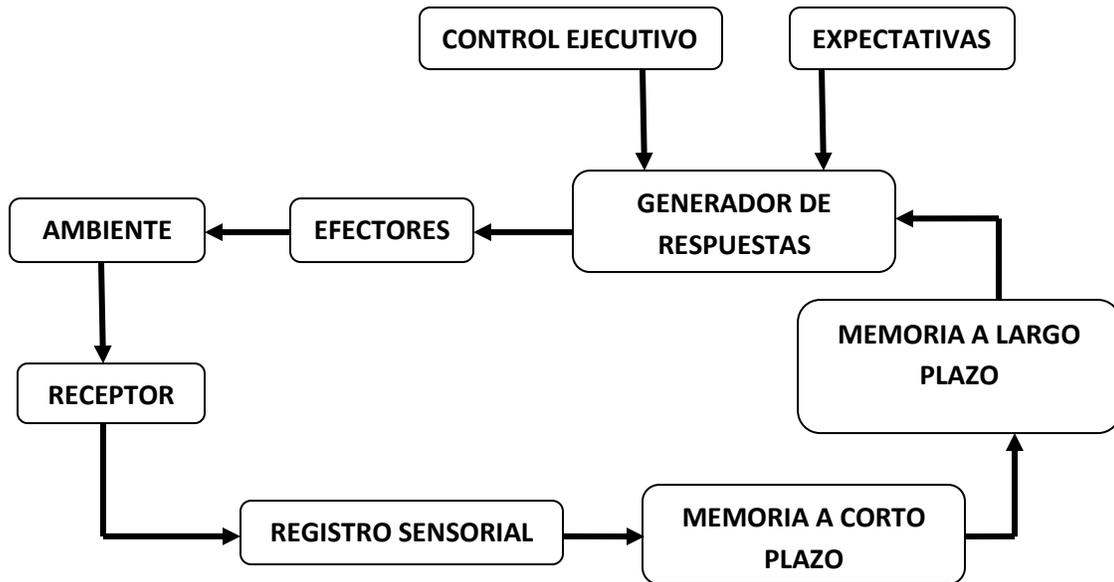


Figura 14. Representación del modelo básico de aprendizaje hecho por Gagné (1971). Elaboración propia.

2.2.1. Fases, aprendizajes y dominios.

El aprendizaje es el resultado de las actividades que realiza el sujeto para aprender, Gagné (1971) señala, que en este proceso la práctica es fundamental ya que permite establecer relaciones entre el aprendiz y el entorno que le rodea. El proceso de

aprendizaje involucra elementos externos e internos, de los cuales el sujeto recibe del entorno estímulos que lo conducen a la búsqueda de respuestas y desarrolla actividades mentales que tienen lugar en su sistema nervioso central (SNC) denominadas procesos de aprendizaje.

En su teoría sobre el aprendizaje Gagné plantea que es a través de ocho **fases** consecutivas y ordenadas que el sujeto recibe, procesa y estructura la información que obtiene del exterior hasta lograr satisfacer sus expectativas de aprendizaje. Estas fases guardan relación progresiva en la que no se permite el paso a la siguiente sin haber superado exitosamente la anterior y se encuentran enunciadas a continuación:

- **Motivación**, surge la expectativa del sujeto hacia el nuevo conocimiento.
- **Aprehensión**, el estímulo es modificado (atención y percepción).
- **Adquisición**, la información es codificada y transferida a la memoria.
- **Retención**, la información es procesada y en la memoria (conceptualización).
- **Recuperación**, la información es requerida a partir de un estímulo (recuerdo).
- **Generalización**, la información almacenada es aplicada en situaciones diversas.
- **Rendimiento**, se verifica si el sujeto ha adquirido el nuevo conocimiento.
- **Retroalimentación**, se confirma que las expectativas han sido alcanzadas.

Para complementar el proceso de aprendizaje, además de las fases antes mencionadas, se requiere de un conjunto de habilidades intelectuales organizadas conocida como **jerarquía de aprendizaje**. Gagné (1977) señala que una jerarquía de aprendizaje es el camino eficaz hacia el logro de una serie organizada de destrezas intelectuales, aprendizajes previos o prerrequisitos que representan la comprensión de un tema.

La jerarquía de aprendizaje propuesta por Gagné explica que existen ocho tipos: el primero es de condicionamiento clásico, el segundo y tercero corresponden al condicionamiento instrumental, y los restantes constituyen aprendizajes de discriminación. A continuación se presenta la descripción de cada uno de ellos:

- *Aprendizaje de signos.* Es del tipo de condicionamiento clásico en la cual el individuo aprende a dar una respuesta difusa a una señal o estímulo proveniente del medio ambiente externo.
- *Aprendizaje de estímulo-respuesta.* Se da por condicionamiento instrumental, se caracteriza por una sola asociación entre el estímulo y la respuesta que no está asociada a condiciones emocionales solo a su efecto o consecuencia.
- *Aprendizaje de encadenamiento.* Se presenta como el aprendizaje de una secuencia ordenada de acciones formando una cadena continua de estímulos y respuestas.
- *Aprendizaje de asociaciones verbales.* Constituye un aprendizaje por discriminación que consiste en asociar palabras formando cadenas donde una palabra funciona como estímulo para el recuerdo de otra.
- *Aprendizaje de discriminaciones múltiples.* Consiste en dar respuestas diferentes a estímulos semejantes o comunes.
- *Aprendizaje de conceptos.* Implica la capacidad de responder a estímulos a través de conceptos o propiedades abstractas de los mismos, consiste en dar una respuesta común a estímulos diferentes con características comunes. La formación de conceptos se da en cuatro niveles sucesivos:

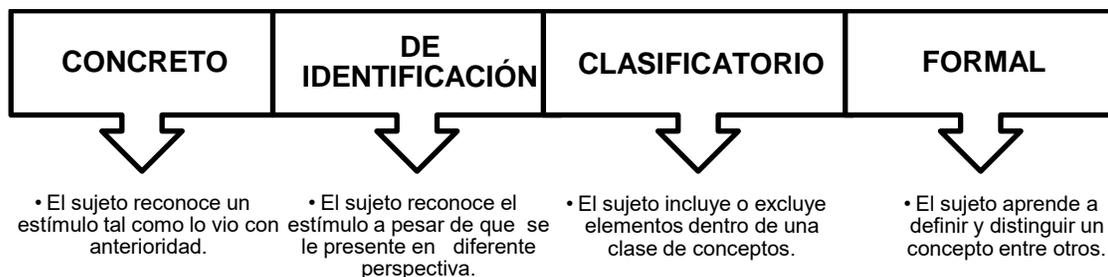


Figura 15. Niveles en el aprendizaje de conceptos.
Elaboración propia, basado en (Gagné, 1977).

- *Aprendizaje de principios.* Consiste en la adquisición de una cadena de dos o más conceptos que conlleven a una regla verbalizada o enunciado.
- *Aprendizaje de resolución de problemas.* Para que el sujeto pueda resolver problemas es necesario que conozca, recuerde y aplique principios según sea el

caso. Según Gagné (1991) es necesario que el sujeto sea capaz de identificar los trazos esenciales de la respuesta a la que dará solución antes de llegar a ella.

La identificación en el cumplimiento de esta jerarquía posibilita identificar los conocimientos previos y relevantes a un nuevo aprendizaje, la elaboración de secuencias de aprendizaje y el reconocimiento de los aprendizajes no adquiridos o no consolidados en el alumno.

Según Gagné (1971) se distinguen cinco dominios o ámbitos del aprendizaje (destrezas motoras, información verbal, destrezas intelectuales, estrategias cognoscitivas y actitudes) que pueden ser aprendidas y aumentar la probabilidad de éxito escolar del alumno, cada una de estas categorías tiene alguna utilidad.

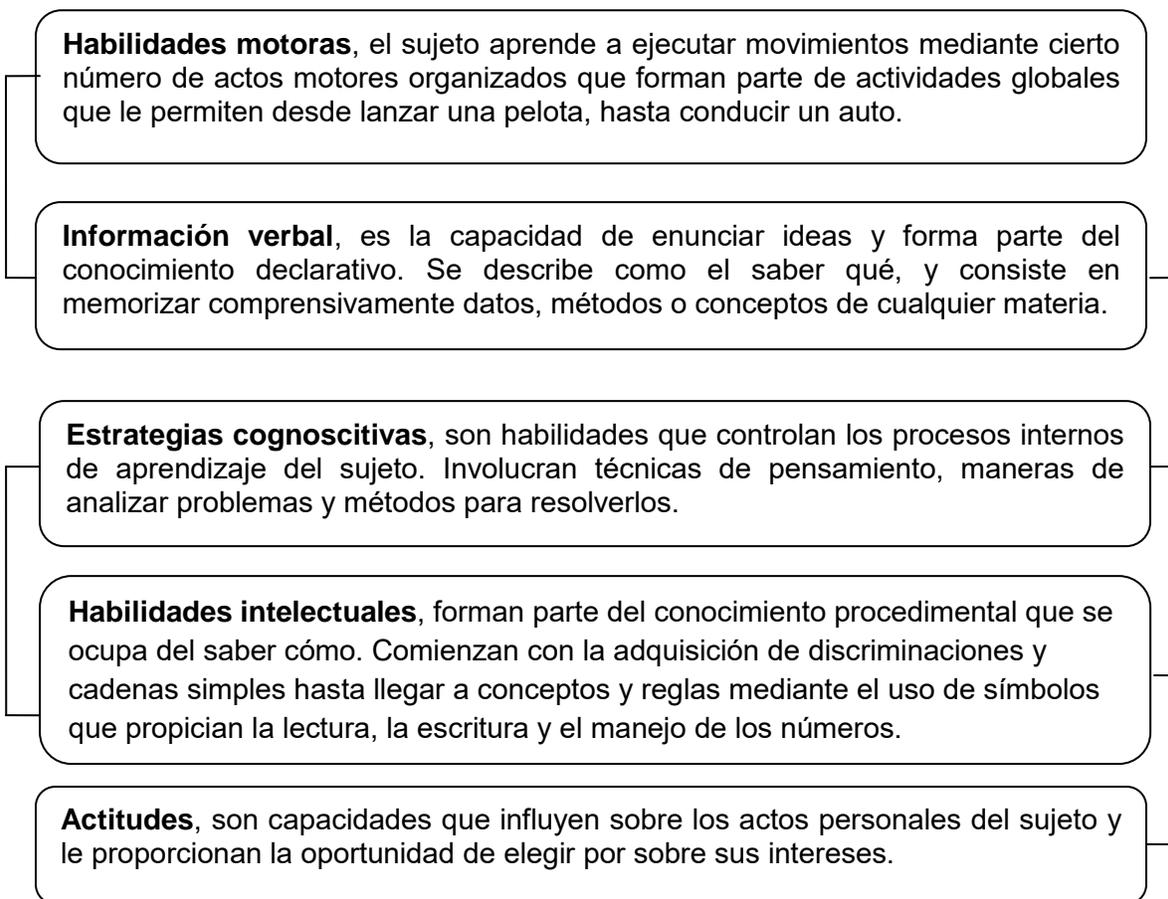


Figura 16. Dominios de aprendizaje.

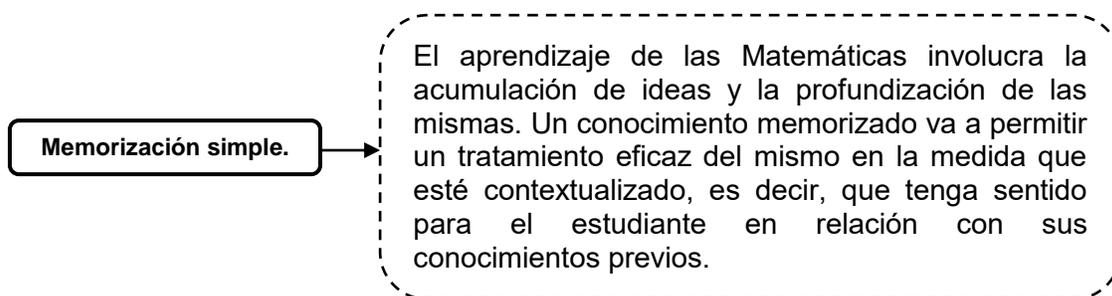
Elaboración propia, basado en (Gagné, 1971).

2.3. Aprendizaje de la Matemática.

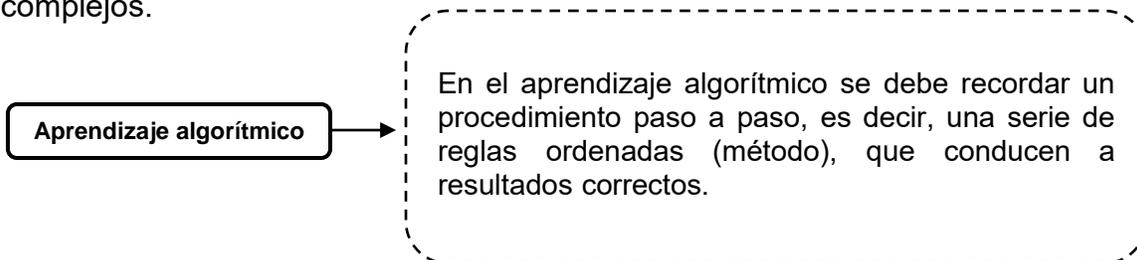
El aprendizaje es el proceso mediante el cual se adquiere conocimientos, está relacionado y condicionado a la educación recibida por los sujetos y por su desarrollo personal. Tienen incidencia, sus aptitudes, comportamientos o valores, las experiencias, las enseñanzas, los aprendizajes previos (significativos), el razonamiento personal, la observación individual y la motivación de cada persona.

Las Matemáticas están compuestas por sin número de símbolos, propiedades, relaciones, fórmulas y conceptos, muchos de los cuales no están asociados a algún conocimiento previo o no representan un hecho significativo para el alumno, ejemplo de ello, el álgebra.

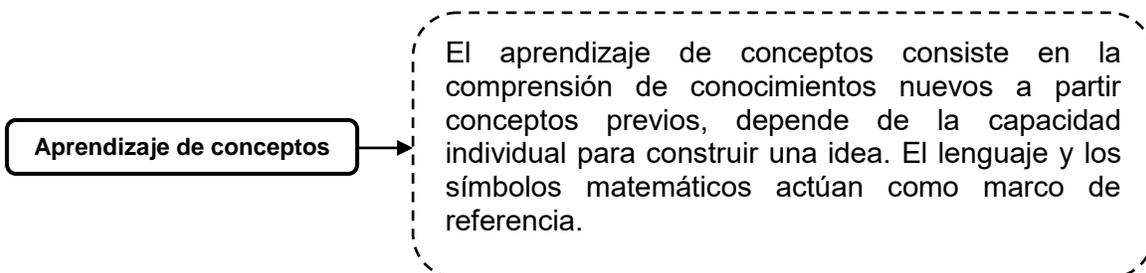
Se puede hacer mención de cuatro tipos de aprendizaje matemático, estos son, la memorización simple, el aprendizaje algorítmico, el aprendizaje conceptual y la resolución de problemas, los cuales se abordarán a continuación (Brown, 1978, citado en Orton, 1990).



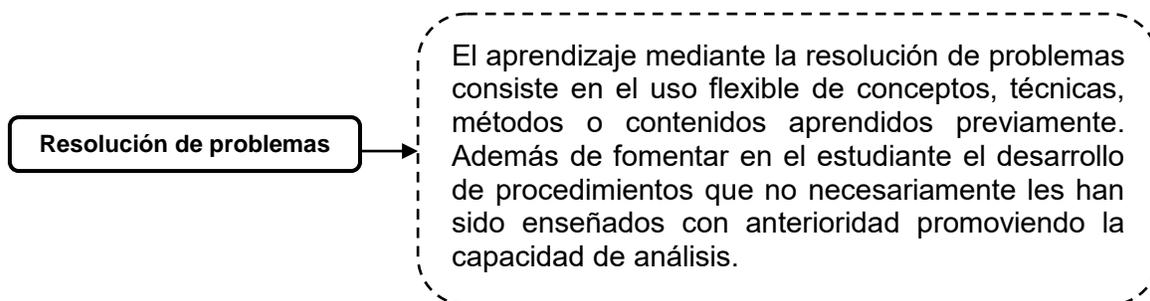
En el caso del aprendizaje del álgebra se hace indispensable el uso de las operaciones básicas y las tablas de multiplicar, desde los primeros años de escuela el alumno aprende (en la mayoría de los casos) de manera memorística el manejo de estas operaciones que sirven como soporte al abordar temas cada vez más complejos.



El desarrollo de operaciones matemáticas requiere del planteamiento de un método que permita al alumno estructurar de manera adecuada los problemas que se le presentan y dar un resultado que satisfaga las ecuaciones que se deriven del mismo.



El aprendizaje de la matemática involucra el manejo de símbolos, conceptos y fórmulas que posibilitan la resolución de problemas no de forma intuitiva, sino, mediante el formalismo propio de la lógica-matemática.



Finalmente la resolución de problemas matemáticos representa la culminación de los aprendizajes, la adquisición de procedimientos y el desarrollo de competencias que permitirán al estudiante continuar con su formación escolar.

2.3.1. El aprendizaje del álgebra.

El álgebra es la rama de las matemáticas que estudia las cantidades del modo más general posible, sustituyendo al número por una cantidad abstracta que corresponde a números cualesquiera simbolizados por letras y enfatizando en las transformaciones mismas de estas cantidades (Baldor, 1997). La matemática algebraica desempeña un papel importante en el aprendizaje de otras materias en la educación secundaria entre las que se puede mencionar a la Física, la Química y la Biología.

Las teorías del aprendizaje tratan de explicar cómo se construyen los significados y como se aprenden nuevos conceptos, el aprendizaje de las matemáticas involucra por una parte la memorización de datos y procedimientos aritméticos y por otra la comprensión y el pensamiento matemático. Capacidades, destrezas y habilidades constituyen los procesos cognitivos de un estudiante para aprender matemáticas (Hernández y Soriano, 1999).

Según el señalamiento de Piaget (citado por: Orton, 2003) las matemáticas constituyen una prolongación directa de la lógica, la cual preside las actividades de la inteligencia utilizadas por el sujeto en la vida ordinaria. Destaca que aunque las estructuras operatorias de la inteligencia son de naturaleza lógico-matemática no se encuentran conscientes en el intelecto del alumno, por lo que es necesario estimular y desarrollar dichas estructuras.

En el aprendizaje de los conceptos matemáticos es necesario partir de lo concreto con la finalidad de aprender ideas abstractas (Gagné y Briggs, 1999) para luego establecer las relaciones conducentes a la búsqueda de regularidades que le permitan al alumno enunciar conjeturas, establecer propiedades, razonar inductivamente y resolver problemas (Lovell, 1986). Según lo indicado por Gagné al hacer referencia a las jerarquías del aprendizaje, en el ámbito de las matemáticas, las conjeturas que lleva a cabo el alumno se hacen a partir de un nivel estrictamente conductual que involucra la memorización de números, sus símbolos y el orden que ocupan, para después relacionarlos en operaciones como la suma y la resta, aprender las tablas de multiplicar, y otras tantas operaciones que lo llevan a la correcta resolución de un problema.

El siguiente esquema muestra como a partir de aprendizajes previos o prerrequisitos como los denomina Gagné se logra la habilidad necesaria para resolver problemas incluidos los que involucran situaciones algebraicas.

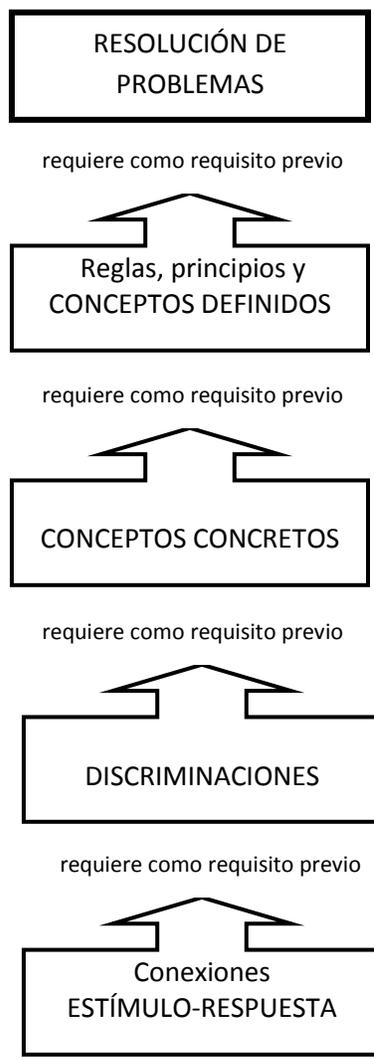


Figura 17. Diagrama de aprendizaje a partir de las jerarquías propuestas por Gagné.
Elaboración propia, basado en (Gagné y Briggs, 1999).

En el aprendizaje del álgebra se encuentran involucrados procesos y estructuras cognitivas que llevan al alumno a pensar, formar y reelaborar esquemas o estructuras de conocimientos matemático.

Son cuatro las estrategias que involucran procesos cognitivos que se deben potenciar en el alumno para favorecer su aprendizaje del álgebra:

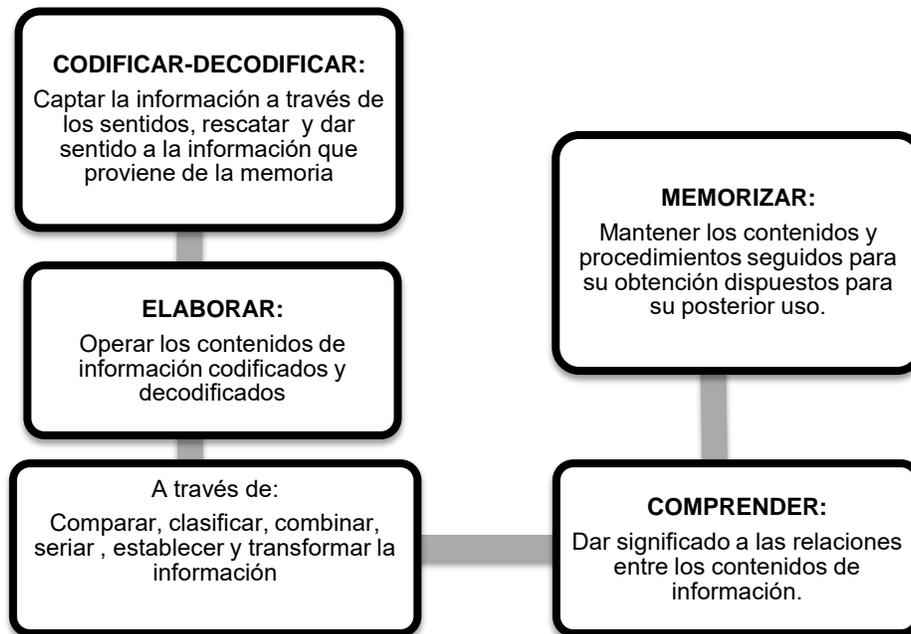


Figura 18. Estrategias para el aprendizaje del álgebra.
Elaboración propia, basado en (Gagné, 1998).

A demás de lo anterior la apropiación de contenidos algebraicos involucra procesos cognitivos como la **generalización** y la **significación** respectivamente. El primero permite al alumno pasar de situaciones concretas a aspectos comunes en todas las situaciones, y el segundo le permite expresar de forma abreviada lo que tienen en común todas las situaciones (Gavilán, 2011).

2.3.2. Intuición y formalismo en el aprendizaje del álgebra.

El saber matemático es naturalmente intuitivo, basta con remontarse a la antigüedad para conocer que en sus inicios la noción de número surgió a partir de una colección de elementos que poseía el hombre primitivo. Es así que con el paso del tiempo los estudiosos de esta ciencia han dado paso a la matemática formal a través de una serie de teorías y postulados que persisten hasta nuestro tiempo.

Desde la perspectiva de la teoría matemática los términos intuición y formalismo son correlativos. La teoría matemática presenta ya elaboradas las estructuras en las que conviene reflexionar. El objeto matemático participa de un universo de formas

relacionales situándose entre las formas puras del pensamiento que corresponde a los objetos lógicos y a los concretos de la experiencia empírica (Not, 1983).

El formalismo sostiene que la verdadera importancia en la construcción de los saberes matemáticos no es el resultado numérico, sino las leyes de cómo estructurar las relaciones entre los objetos matemáticos independientemente de las significaciones empíricas que estos objetos pueden adoptar. Mientras que la intuición es la representación de las realidades concretas que expresan las formas matemáticas, y va en función de la evolución y la diversificación de los esquemas de que dispone el sujeto (Not, 1983).

La intuición de la estructura no es otra cosa que la organización primera o inmediata de la situación, pero el formalismo garantiza la coherencia de esta estructura ya que la explica mediante leyes. Por lo que en el aprendizaje del álgebra la intuición será la toma de conciencia de ciertas estructuras matemáticas presentes en la experiencia ordinaria y su formalización se limitara a expresarlas en términos apropiados, ya que representa la simbolización del paso progresivo del objeto a los signos mediante la utilización de un vocabulario adecuado.

En la resolución de una ecuación, el alumno estructura la expresión con los esquemas intuitivos de que dispone como son elementos de igualdad o desigualdad al agregar o quitar buscando el equilibrio como en una balanza. Esto implica el uso de estrategias cognitivas que permitan la asimilación de la información recibida.

2.3.3. Inteligencia, razonamiento y pensamiento en el aprendizaje del álgebra.

Capacidades meramente humanas como son la inteligencia, el razonamiento y el pensamiento son determinantes en el aprendizaje del álgebra.

En términos generales la palabra **inteligencia** hace referencia a la capacidad intelectual de un individuo, proviene del latín *inteligere*, término compuesto de dos palabras, *intus* (entre) y *legere* (escoger), por lo que etimológicamente la inteligencia es la capacidad del sujeto de saber escoger.

En su teoría Gardner (1983), define la inteligencia como el potencial que cada ser humano posee en mayor o menor grado, y en específico al referirse a la inteligencia lógico-matemática, argumenta, que es el tipo de inteligencia más compleja en cuanto a su estructura. El desarrollo de la inteligencia está asociado a factores psicológicos, biológicos y socio-culturales, de entre los que se destacan:

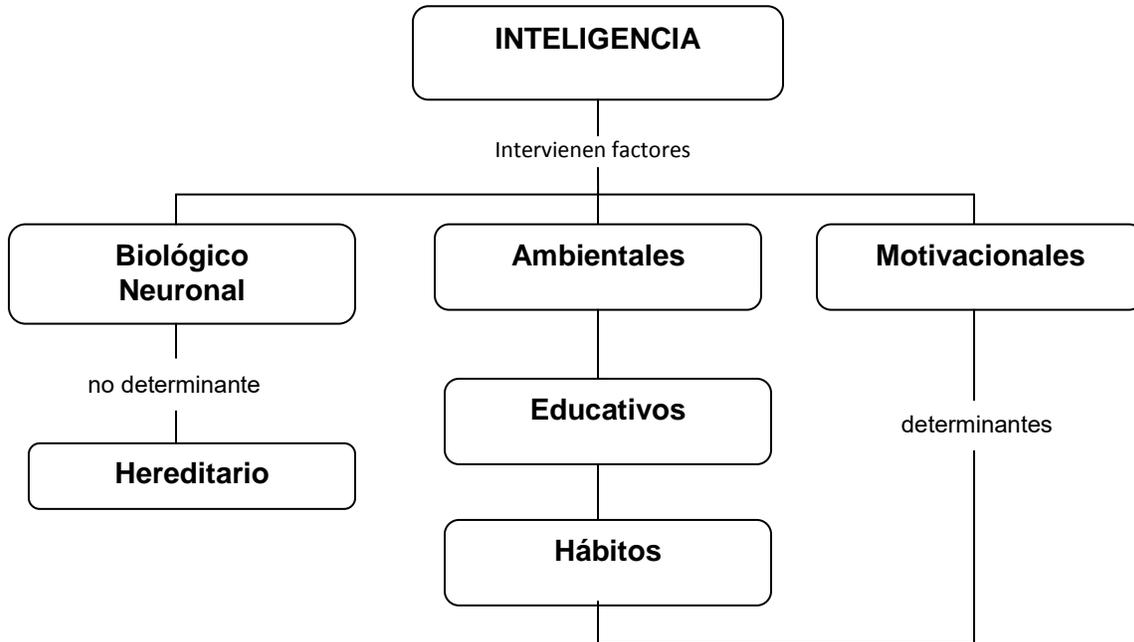


Figura 19. Factores que intervienen en el desarrollo de la inteligencia.
Elaboración propia, basado en (Gardner, 1983).

La **inteligencia lógico-matemática** es la capacidad para usar los números de manera efectiva y de razonar adecuadamente a través del pensamiento lógico.

El **pensamiento** es la actividad intelectual que realiza el ser humano a través de la cual, comprende los estímulos del ambiente que lo rodea; implica la intervención de procesos cognitivos de memoria, comprensión y aprendizaje. El pensamiento se da a través de una serie de ejecuciones mentales tales como observar, comparar, interpretar, analizar y resumir, operaciones que favorecen el pensamiento humano. El pensamiento puede ser aplicado a todo tipo de problema modificando y usando

estrategias adaptables según el tipo de problema que se presente (Fernández, 2007).

A manera de resumen se puede definir al pensamiento como “el producto de la mente que se origina gracias a la actividad intelectual, el cual puede surgir de abstracciones propias de la imaginación, así como también, de las actividades intelectuales racionales” (Gómez, 2010,12). El pensamiento guarda características que se enuncian en la figura siguiente:

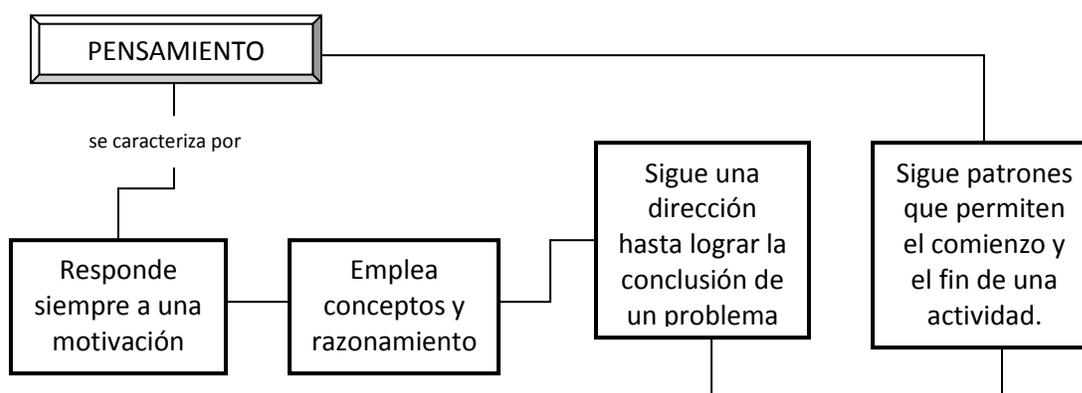


Figura 20. Rasgos característicos del pensamiento.

Elaboración propia, basado en (Fernández, 2007).

De entre las clasificaciones que determinan los tipos de pensamiento, en el aprendizaje del álgebra, se pueden mencionar:

- *El pensamiento reflexivo.* Permite analizar ideas y tomar conciencia de ellas, orienta la acción hacia un objeto consciente, facilita la acción sistémica y motiva la búsqueda de significados.
- *El pensamiento analítico.* Permite ir a las partes de un todo y a las relaciones que guardan entre ellas, es razonable y reflexivo y se centra en decidir el que hacer, conduce un juicio correcto ya que se apoya en criterios y se corrige a si mismo.
- *El pensamiento práctico.* Persigue la creación de rutinas útiles y el encadenamiento de acciones que conducen al cumplimiento de objetivos.

- *El pensamiento lógico.* Es eminentemente deductivo, requiere el manejo de procesos cognitivos de análisis, síntesis y generalización. Consiste en asociar propiedades a un objeto aumentando su grado de abstracción por lo que es necesario identificar, clasificar, ejemplificar y definir conceptos.

El **razonamiento** es definido como una actividad de la inteligencia que consiste en inferir leyes, reglas y principios que regulan series de fenómenos observables; surge del conocimiento, de la observación y de la realidad en la que encontramos semejanzas y diferencias y puede ser inductivo o deductivo.

El razonamiento amplía conocimiento sin tener que evocar a la experiencia, sirve para justificar o aportar razones sobre temas conocidos, permite analizar y desarrollar un criterio propio (Smit, 1991). En el caso específico de las matemáticas, el razonamiento permite al estudiante demostrar lo que sabe.

El razonamiento **inductivo**, es el que utiliza sujeto desde muy temprana edad, y se da a partir de la observación, de las semejanzas y diferencias de la información que recibe de su entorno y que es clasificada, sintetizada, transformada y generalizada para adaptarla a las necesidades de aprendizaje futuras.

El razonamiento **deductivo**, se caracteriza por la aplicación de principios generales a ejemplos específicos, siendo considerado la base de las demostraciones matemáticas.

Un componente fundamental en el aprendizaje del álgebra derivado de este tema es el razonamiento **lógico-matemático** ya que como parte de las funciones cognitivas del alumno aporta las bases necesarias para poder adquirir conocimientos matemáticos (Alsina y Canals, 2000).

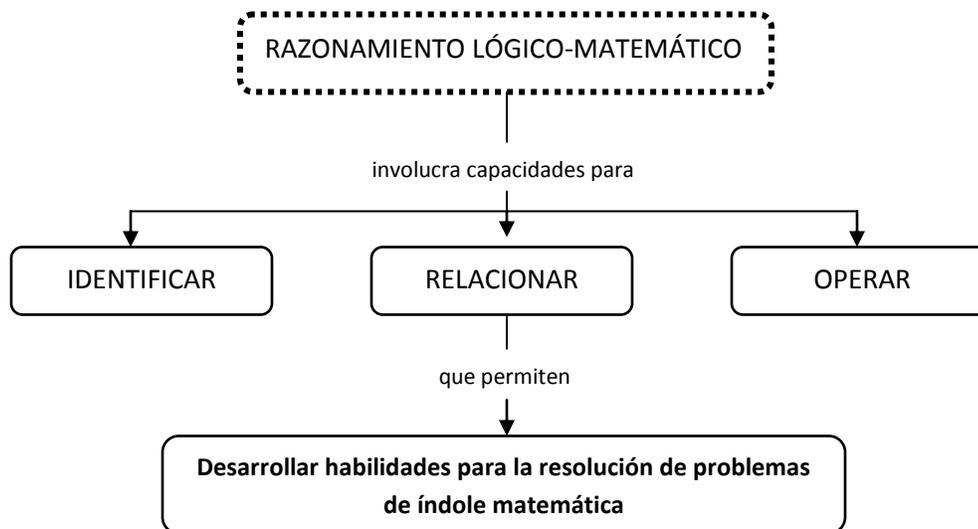


Figura 21. Estructura del razonamiento lógico-matemático.
Elaboración propia, basado en (Alsina y Canals, 2000).

Entre razonamiento y pensamiento hay una gran similitud por lo que es necesario entender sus diferencias. El razonamiento consiste en establecer conexiones validas entre proposiciones y realizar una comprobación; mientras que, el pensamiento es la actividad mental que sirve como medio para planificar la acción y superar los obstáculos entre lo real y lo que se proyecta en la mente del sujeto.

2.4. Dificultades en el aprendizaje del álgebra en secundaria.

Las Matemáticas son un producto cultural que nos permite concebir la diferencia entre el conocimiento que se produce en una situación particular y el saber estructurado, organizado y generalizado producto de situaciones específicas (Brousseau, 1998). Estas están compuestas por innumerables símbolos, palabras, propiedades, relaciones, fórmulas, etcétera, muchos de los cuales no están asociados a algún conocimiento previo o no representan un hecho significativo para el alumno.

El aprendizaje del álgebra implica más que una generalización de conocimientos aritméticos o geométricos ya que implica un cambio cualitativo en la forma de pensar del estudiante. En referencia a lo anterior, Nolla (2001) concluye, que los conceptos y

las ideas matemáticas que se tratan en la Enseñanza Secundaria son presentados a los alumnos de una forma cerrada y acabada, por lo que al no ser asimilados de manera significativa son difíciles de aprender y aplicar en el contexto escolar.

Gagné (1998) considera que el problema al aprender matemáticas se centra en encontrar los métodos adecuados para pasar de las estructuras naturales del sujeto a la reflexión en tales estructuras y a su integración en la teoría matemática.

Las dificultades que se presentan hacia el aprendizaje del álgebra regularmente se encuentran relacionadas con el rechazo que el alumno manifiesta hacia las matemáticas mismas, ya que cuando las tareas propuestas no corresponden con el desarrollo intelectual surgen problemas tanto en la comprensión como en la actitud hacia ellas.

Dentro de las investigaciones que hacen referencia a las dificultades de los alumnos para comprender el lenguaje algebraico se encuentran las realizadas por Kieran y Filloy (1989), entre las que se pueden mencionar las siguientes:

- × La generalización de procedimientos aritméticos representa una de las dificultades principales, ya que al haber aprendido a pensar y operar con números específicos el alumno no asimila el uso de letras al realizar operaciones algebraicas.
- × La resistencia a emplear ecuaciones para representar los problemas, ya que los alumnos primero los resuelven y luego intentar adivinar la ecuación.
- × La falta de habilidad para expresar formalmente los métodos y procedimientos que se usan para resolver problemas, confiando únicamente en la intuición sin presentar atención al método.

Además de las antes mencionadas Pizón y Gallardo (2000) añaden que las dificultades en el aprendizaje del álgebra se presentan una vez que el alumno debe combinar aprendizajes aritméticos y geométricos adquiridos con anterioridad, por lo que a su ingreso a la secundaria y ante el conocimiento algebraico suelen presentarse problemas como:

- × Equivocaciones en la interpretación de las variables, situación que puede provocar que los alumnos traten las letras en ecuaciones como incógnitas con un valor fijo más que como números generalizados o como variables.
- × Desconocimiento del significado de la igualdad en las operaciones algebraicas, ya que los alumnos asocian este símbolo (=) con un mandato operacional, y no como un equilibrio entre los dos miembros de la ecuación.
- × Omisión parcial de la incógnita, el alumno puede no perciben la incógnita en el segundo miembro en ecuaciones, provocando resultados erróneos al resolverla.
- × Conjunción de términos no semejantes, en las operaciones algebraicas los términos diferentes deben identificarse y tratarse en forma independiente, es decir, no ser combinados con los otros términos de la ecuación.

Los trabajos realizados por MacGregor y Stacey (2000), plantean que en el ámbito de la matemática algebraica los alumnos presentan dificultades para resolver ecuaciones debido, a demás de las ya antes mencionadas, a lo siguiente:

- × Los alumnos desconocen el procedimiento que lleva a la transposición de términos en una ecuación al momento de buscar equilibrarla, además de realizarlas con reglas incorrectas.
- × Dificultad en el empleo de los signos y las expresiones, los alumnos suelen no comprender el manejo de las operaciones sobre todo cuando se le presentan números o literales con signo negativo.

En mi experiencia como asesor de matemáticas me he encontrado con dificultades recurrentes que presentan los alumnos al enfrentarse a la resolución de ecuaciones o problemas algebraicos. La primera de ellas es la que se presenta al intentar dar una interpretación al uso de las letras y su conceptualización como variable, ya que esto supone la integración de dos procesos cognitivos que son la generalización y la simbolización.

Otra de las dificultades se encuentra en la interpretación de los signos que acompañan a las letras o números en una escritura algebraica, ya que estos no siempre indican una operación que se deba realizar. Lo mismo pasa con el signo de

igual, en una ecuación este adquiere una interpretación bidireccional representando una equivalencia entre lo que está a cada lado de la igualdad.

En un enfoque algebraico la resolución de un problema implica la identificación de las variables que en el intervienen y sus parámetros, para posteriormente buscar las relaciones entre ellos y conseguir expresarlas en términos algebraicos, dando lugar a una o varias ecuaciones que aun deben ser resueltas. La codificación del lenguaje ordinario en lenguaje algebraico es otra de las dificultades que se enfrentan al estudiar matemáticas y estas se van intensificando en la medida en que la dificultad aumenta con el grado escolar.

CAPÍTULO 3. EL ÁLGEBRA EN EL CURRÍCULO DE LA ESCUELA SECUNDARIA.

En el marco del artículo 3° de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, y el artículo 12° transitorio de la Ley General de Educación (LGE), el Estado está comprometido a ofrecer una educación de calidad, con la finalidad contribuir al desarrollo de las facultades y el potencial de todas las personas, en lo cognitivo, físico, social y afectivo, en condiciones de igualdad para todos los mexicanos.

La Reforma Educativa instituida en el sexenio 2012-2018 plantea que es indispensable identificar los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que el alumno requiere para alcanzar todo su potencial. Para ello propone un modelo educativo que garantice el desarrollo integral del estudiante de educación básica.

3.1. El Nuevo Modelo Educativo para la educación básica.

Desde la perspectiva de Aguerrondo (2016), la vida cotidiana cambia y se formulan problemas nuevos, las sociedades actuales suponen transformación, ampliación y profundización del conocimiento, así como inserción de nuevas tecnologías en el desarrollo científico.

Ante la necesidad de una reforma integral del sistema educativo El Nuevo Modelo para la educación básica en México, establece que la función de la escuela, más allá de sólo enseñar, es contribuir a desarrollar la capacidad de aprender a aprender de nuestros estudiantes. Para ello el nuevo planteamiento pedagógico, requiere la reorganización del sistema educativo y de sus políticas públicas, además de la participación de autoridades, maestros, padres de familia, estudiantes y la sociedad en general para lograrlo (Nuño, 2017).

El diseño del Nuevo Modelo Educativo supone un cambio gradual iniciado el primer semestre de 2014 con la organización de dieciocho foros de consulta regionales sobre el Modelo Educativo vigente. Tomando en cuenta las aportaciones desprendidas de estos foros, en julio de 2016 la Secretaría de Educación Pública

(SEP) presentó una propuesta para la actualización del Modelo Educativo integrada por tres documentos que presentaban las pautas a seguir para el nuevo planteamiento: la Carta sobre los Fines de la Educación del Siglo XXI, el Modelo Educativo 2016 y la Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016.

La consulta permitió la participación de todos los actores del proceso educativo, y al término de la misma, los tres documentos originalmente publicados por la SEP se enriquecieron a partir de las conclusiones presentadas en el informe elaborado por el Centro de Investigación y Docencia Económicas (CIDE).

Las aportaciones contribuyeron a precisar la visión del Modelo Educativo para la Educación Obligatoria y a enriquecer la elaboración de los nuevos planes y programas de estudio (SEP, 2017). El sistema educativo se reorganiza en cinco ejes:

- El planteamiento curricular, sustentado en un enfoque humanista, indica la progresión de los aprendizajes desde preescolar hasta el bachillerato y plasma el perfil de egreso para cada uno de los niveles educativos que integran la educación obligatoria.
- La escuela al centro del sistema educativo, la escuela se presenta como la unidad básica del sistema educativo y su tarea es enfocarse en alcanzar el máximo logro de aprendizaje de todos sus estudiantes.
- Formación y apoyo profesional docente, concibe al docente como un profesional centrado en el aprendizaje de sus estudiantes, comprometido y con la capacidad de adaptar el currículo a su contexto específico.
- Inclusión y equidad, principios básicos y generales del sistema educativo, tienen como propósito eliminar las barreras de acceso, participación, permanencia, egreso y aprendizaje de todos los estudiantes.
- Gobernanza del sistema educativo, define los mecanismos institucionales de participación de los distintos actores y sectores de la sociedad en el proceso educativo y la coordinación entre ellos.

Dicho lo anterior en el siguiente apartado se abordan aspectos relacionados al planteamiento curricular de manera general y en específico a la asignatura de matemáticas en secundaria.

3.2. Planteamiento curricular para la asignatura de matemáticas en secundaria.

En México la educación secundaria es el tercero nivel que conforma a la educación básica, se cursa en tres grados y es la preparación para ingresar al nivel medio superior. En Secundaria es donde los alumnos adquieren habilidades intelectuales y los conocimientos fundamentales que facilitarán la sistematización de los procesos de aprendizaje que alientan su formación integral como personas (Zorrilla, 2009).

Dentro del Nuevo Modelo Educativo (2018) el planteamiento curricular se fundamenta en la adquisición de *competencias* entendidas como el resultado de adquirir conocimientos, desarrollar habilidades, adoptar actitudes y tener valores.

La propuesta curricular diseñada por la SEP tuvo en cuenta una serie de cualidades y atributos realizados por el Instituto Nacional para la Evaluación Educativa (INEE), indicativos para la evaluación que haga dicho instituto, enunciados a continuación:



Figura 22. Cualidades de los contenidos curriculares (SEP, 2018).

La Propuesta curricular privilegia temas para consolidar aprendizajes relevantes y duraderos dentro de los que se encuentran los **Aprendizajes clave**, definidos, como “el conjunto de contenidos, prácticas, habilidades y valores fundamentales que contribuyen al crecimiento de la dimensión intelectual del estudiante que posibilitan que la persona desarrolle un proyecto de vida y disminuya el riesgo de exclusión social” (Coll y Matin, 2006,76).

Los aprendizajes clave se dividen en tres componentes curriculares: campos de formación académica, áreas de desarrollo personal y social, y ámbitos de autonomía curricular. De entre los campos de formación académica el Pensamiento Matemático y las asignaturas que de él se desprenden son las que ocupan la atención de esta propuesta de trabajo.

Como campo formativo para la educación básica, el “**Pensamiento Matemático**”, abarca la resolución de problemas que requieren el uso de conocimientos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad; y se pretende que a través de su utilización los estudiantes formulen explicaciones, apliquen métodos, pongan en práctica algoritmos y desarrollen estrategias generales y particulares en la resolución de problemas; a demás busca que los estudiantes desarrollen una forma de razonamiento divergente, novedoso y creativo (SEP, 2017).

Dentro del Plan y programas de estudio para la educación básica, las **Matemáticas**, son definidas como “un conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas” (SEP, 2017, 299).

En la educación básica, la actividad matemática, a demás de favorecer el desarrollo de competencias, tiene la finalidad de propiciar en el estudiante **capacidades cognitivas**, para clasificar, analizar, inferir, generalizar y abstraer información, así como fortalecer el pensamiento lógico, el razonamiento inductivo, el deductivo y el analógico.

Los niveles educativos que conforman la educación básica plantean propósitos específicos que se ajustan al perfil de egreso que se pretende los estudiantes alcancen al finalizar su educación. Para la educación Secundaria el planteamiento curricular propone como propósitos específicos:

- ✓ Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.
- ✓ Afinar las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.
- ✓ Resolver problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.
- ✓ Crear situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.
- ✓ Razonar deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo.
- ✓ Expresar e interpretar medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.
- ✓ Elegir la forma de organización y representación (tabular, algebraica o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.
- ✓ Conocer las medidas de tendencia central y decidir cuándo y cómo aplicarlas en el análisis de datos y la resolución de problemas.
- ✓ Calcular la probabilidad clásica y frecuencial de eventos simples en experimentos aleatorios.

Como uno de los tres **ejes temáticos** del componente curricular Pensamiento Matemático se encuentra, Número, álgebra y variación. El álgebra como materia escolar fue introducida al currículo de secundaria a finales del siglo XIX en países de América y Europa (Palarea, 1998), de tal manera que a la utilización de las herramientas aritméticas se sumaron herramientas algebraicas que por un lado se utilizan para generalizar y expresar simbólicamente las propiedades de los números y sus operaciones; y por otro, sirven para representar situaciones y resolver

problemas que requieren de la comprensión de conceptos y dominio de técnicas y métodos propios del álgebra (SEP, 2017).

Como parte de los aprendizajes esperados en la asignatura de matemáticas referentes al álgebra se encuentran en orden progresivo los siguientes:

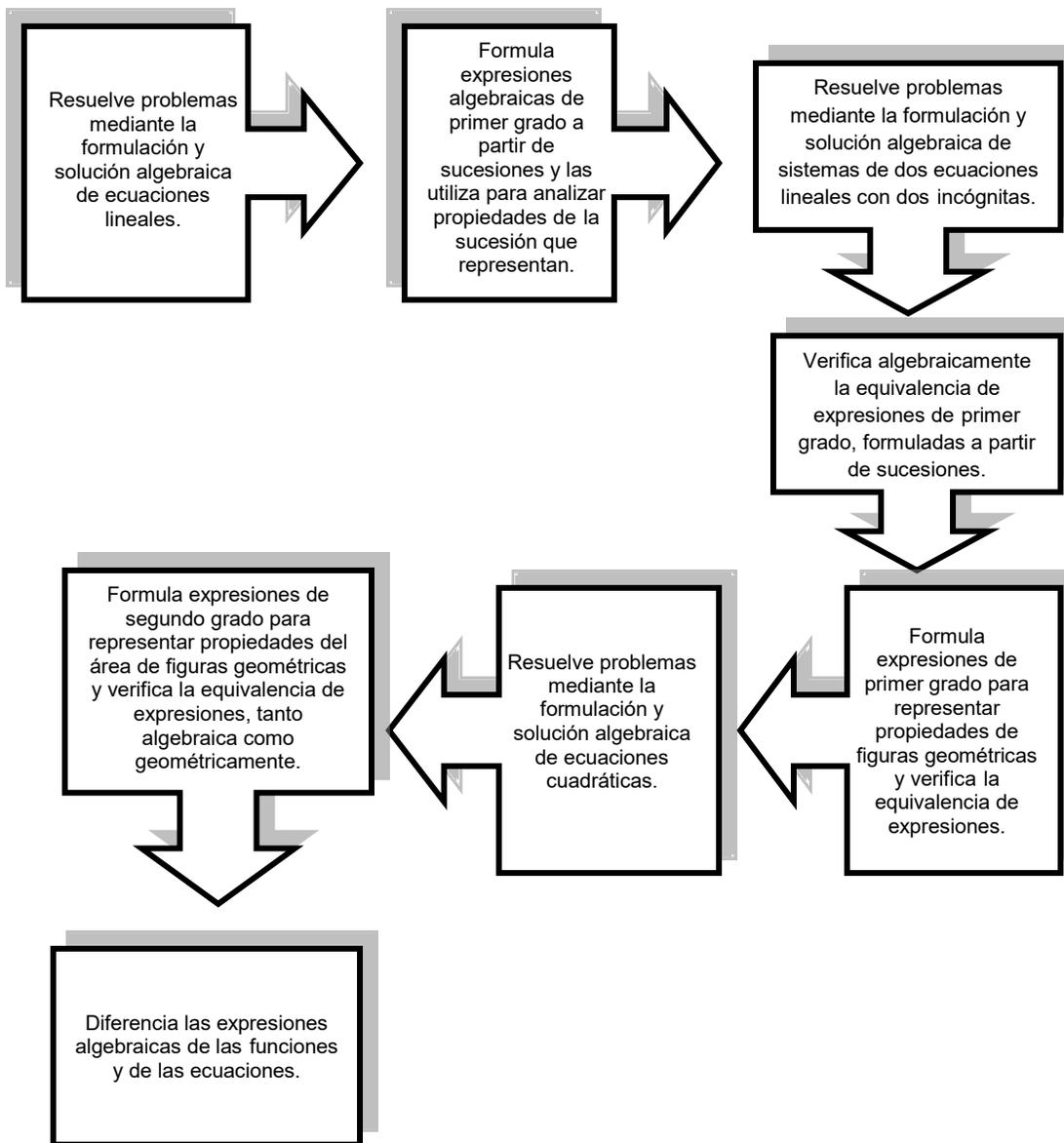


Figura 23. Aprendizajes esperados para la asignatura de matemáticas en secundaria (SEP, 2017).

En este nivel escolar, el Plan y programas de estudio buscan que los estudiantes aprendan álgebra a través del uso de sus elementos fundamentales, números, incógnitas y variables en expresiones algebraicas, ecuaciones y situaciones de variación, en su expresión simbólica y gráfica. Por lo que al finalizar la educación secundaria el alumno deberá ampliar su conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como para modelar y analizar diferentes situaciones.

3.2.1. La competencia matemática.

El proyecto *Programme for International Student Assessment* (PISA, por sus siglas en inglés) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) evalúa la formación de los alumnos cuando llegan al final de la etapa de enseñanza obligatoria en secundaria y uno de los rubros considerados de mayor importancia son las habilidades matemáticas.

Una **competencia** es definida como la habilidad, conocimiento, capacidad o aptitud que posee y será útil al estudiante a lo largo de su vida y en el transcurso de su formación, teniendo como base el conocimiento y la experiencia, para alcanzar metas específicas (Simone y Hersh, 2004).

Las competencias incluyen todas las habilidades intelectuales, capacidades y estrategias con las que cuenta un individuo para aprender y solucionar problemas mediante los recursos cognitivos con que cuenta. Por ello debe ser entendida como la condición mental necesaria para el logro cognitivo y social del individuo.

Para el PISA, en términos generales, la **competencia matemática** se refiere a la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas, además de utilizar este razonamiento en la solución de problemas de la vida cotidiana (OCDE, 2014). En 2015, el desempeño de México en la prueba PISA se encontró por debajo del promedio OCDE en matemáticas (408 puntos), determinándose que menos del 1% de los estudiantes logra alcanzar niveles de competencia de excelencia (OCDE, 2016).

La competencia matemática se enfoca en la capacidad de los estudiantes de utilizar su conocimiento matemático para enriquecer su comprensión en ciertos temas de su interés, esto implica entre otras cosas, saber gestionar su propio conocimiento, argumentar las decisiones tomadas en el proceso y comunicar por un lado las soluciones y resolución llevadas a cabo (Burgués, 2008).

El desarrollo de la competencia matemática supone destrezas y actitudes que le permiten al alumno razonar matemáticamente, comprender argumentaciones matemática y comunicarse en el lenguaje matemático utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, además de integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento que le permite dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida cotidiana (Niss, 2002).

3.3. Resultados de la prueba PLANEA 2017.

El Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea) tiene el propósito de conocer la medida en que los estudiantes logran el dominio de un conjunto de aprendizajes esenciales en diferentes momentos de la educación obligatoria. Las distintas pruebas de aprendizaje que integran Planea se diseñan a partir del Plan de estudios de la educación básica en México y evalúan aprendizajes clave de Lengua y comunicación, y Matemáticas; ya que son esenciales para el dominio de los conocimientos y las habilidades del campo formativo, así, como para la adquisición de nuevos aprendizajes. (INEE, 2016).

Planea aplica un diseño de pruebas estandarizadas con rigurosos criterios metodológicos que aseguran su validez y confiabilidad, además de estar apegadas a estándares internacionales. Los aprendizajes clave de la prueba de Matemáticas en secundaria son jerarquizados con la finalidad de presentar los reactivos siguiendo los ejes temáticos de la asignatura. Las especificaciones de los reactivos son organizadas por niveles de **Dominio cognitivo**, los cuales refieren los procesos cognitivos implicados en los reactivos de las pruebas y sirven como indicador de la adquisición de los aprendizajes clave que poseen los estudiantes.

El eje temático “Sentido numérico y pensamiento matemático”, alude al estudio de la aritmética y el álgebra. En secundaria se integran el estudio de los números con signo, y el desarrollo de habilidades para representar y realizar cálculos con expresiones genéricas de los números mediante literales. También se trabaja el pensamiento algebraico y las ecuaciones; se desarrollan habilidades de representación que involucran saber describir relaciones matemáticas y usar un lenguaje verbal, gráfico o simbólico.

La prueba Planea propone cuatro niveles de logro educativo que son acumulativos, es decir, aquellos estudiantes que han adquirido los aprendizajes de un determinado nivel de logro poseen también los del nivel previo. La figura siguiente muestra como se organizan estos niveles.

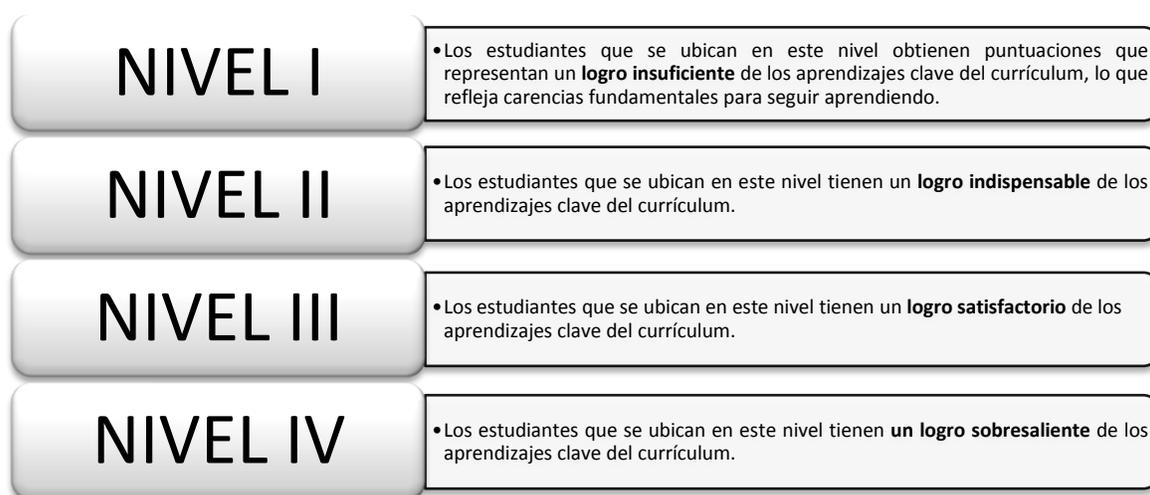


Figura 24. Niveles de logro educativo en Matemáticas de secundaria (INEE, 2017).

En la aplicación de la prueba Planea 2017 participaron una muestra de 131,662 alumnos de un total de 3398 escuelas secundarias. La prueba consto de 141 reactivos de Lenguaje y comunicación y 141 reactivos de Matemáticas de, los cuales 62 corresponden al eje temático Sentido numérico y pensamiento algebraico. Los resultados se expresan en una escala de 200 a 800 con una media de 500 a partir de 2015.

El reporte presentado por el INEE para la prueba Planea 2017 refleja que a nivel Nacional el 64.5 % de los estudiantes que cursaron el tercer grado de secundaria se encuentran en el **Nivel I**, lo que significa que:

Los alumnos son capaces de resolver problemas usando estrategias de conteo básicas y comparaciones, o cálculos con números naturales. Pueden expresar en lenguaje natural el significado de fórmulas geométricas comunes y viceversa. Sin embargo, no son capaces de resolver problemas que impliquen: operaciones básicas con números decimales, fraccionarios y números con signo; el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor o los de valor faltante que suponen relaciones de proporcionalidad directa. Tampoco pueden calcular perímetros y áreas, o resolver ecuaciones de primer grado de la forma $ax+b=c$ y sus expresiones equivalentes. (INEE, 2017, 16)

Ante este argumento se evidencia un bajo logro educativo y la deficiencia en el desarrollo de la competencia matemática de nuestros estudiantes, de los que solo un 13.7 % de la muestra ocupan los **Niveles III y IV**, mostrando un logro de satisfactorio a sobresaliente de los aprendizajes clave del currículum.

En gran medida el reto que enfrentan los alumnos al iniciar sus estudios de nivel secundaria está relacionado con la apropiación de conocimientos algebraicos, por tal motivo, es de gran importancia implementar acciones que posibiliten el desarrollo de habilidades cognitivas que potencien el aprendizaje.

CAPÍTULO 4. PROPUESTA DE TRABAJO.

Un poco más de persistencia, un poco más de esfuerzo, y lo que parecía un fracaso sin esperanza puede convertirse en un glorioso éxito.
Elbert Hubbard

No todos los problemas que se nos presentan en la asignatura de Matemáticas se pueden resolver mediante un simple cálculo numérico, en ocasiones, es necesario llevar a cabo un proceso más complejo obteniendo relaciones que se describen como operaciones algebraicas.

El lenguaje simbólico del álgebra utiliza números y letras que representan variables, de tal manera, que en el contexto escolar encontramos expresiones en las cuales podemos sustituir una variable por cualquier número que cumpla esa expresión.

En ocasiones los contenidos matemáticos en la escuela secundaria, específicamente cuando nos referimos a situaciones algebraicas, dificultan el aprendizaje del estudiante debido al nivel de abstracción que estos presentan, por ello encuentro necesario apoyar este proceso fuera del aula de clase.

La implementación de un taller como herramienta pedagógica se realiza cuando es necesario vincular la teoría con la práctica. El taller permite la construcción colectiva de aprendizajes, ya que estimula la reflexión y búsqueda de alternativas de solución de las problemáticas que se presenta al no comprender un tema determinado.

Según lo establecido por Meribant (1990), un taller pedagógico tiene como objetivo mostrar empíricamente los procesos, efectos y operaciones de un conjunto de teorías, leyes, ideas, características o principios a aprender. Su aplicación tiene como ventajas lo siguiente:

- ✓ El aprendizaje se refuerza con experiencia visual y manual.
- ✓ Se pueden apreciar elementos que, a través de la teoría, no siempre es posible identificar.
- ✓ La experimentación permite al participante, a través del ensayo y error perfeccionar el dominio de técnicas en la resolución de problemas.

Por eso un taller pedagógico resulta una vía idónea para formar, desarrollar y perfeccionar habilidades y competencias que permitan al alumno utilizar su conocimiento previo y trasladarlo a situaciones de la vida cotidiana haciéndolo significativo.

La propuesta pedagógica que expongo a continuación se fundamenta en la teoría ecléctica de Robert Gagné (1985) quien considera que en el aprendizaje de las matemáticas coinciden dos enfoques, el primero presenta una raíz conductual y el segundo una base cognitiva.

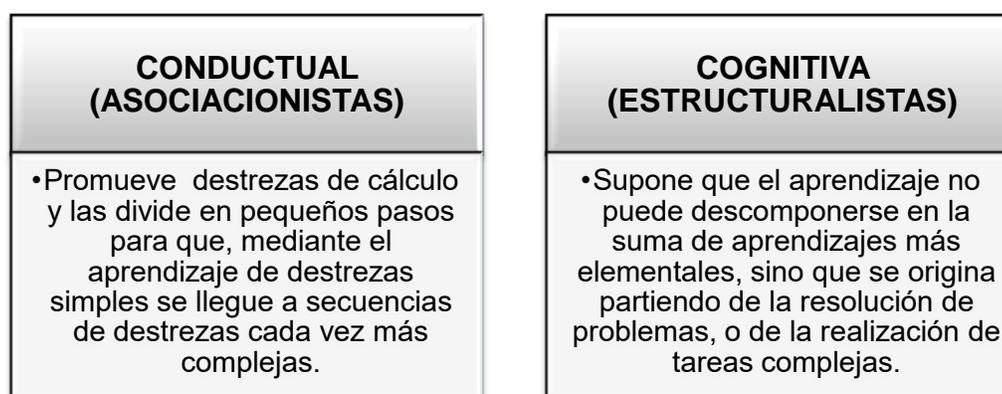


Figura 25. Enfoques en el aprendizaje de la Matemática.

Elaboración propia (Dienes, 1970).

Etimológicamente el término **ecléctico** proviene del griego ἐκλεκτικός que significa “*que elige*” o “*el que es apto para elegir*”, por lo que Gagné, apoyándose en un modelo de procesamiento de información, recoge lo más valioso de cada una de estas teorías con la intención de proporcionar un aprendizaje significativo.

La secuencia de instrucción encadena capacidades y destrezas ligadas a una capacidad superior que se desea adquirir. La cadena se inicia destacando las destrezas que tienen que estar aprendidas para poder abordar los prerrequisitos, continuar delimitando los conceptos y, por último, las destrezas que se van a formar.

Desde la perspectiva conductista es importante analizar las variables que permiten que el alumno desarrolle destreza para el aprendizaje del álgebra, o bien, fortalecer las destrezas que se han considerado adecuadas para estimular el aprendizaje.

La resolución de operaciones algebraicas es un proceso complejo que inicia, según la propuesta de Gagné, con una raíz conductista descomponiendo la operación en unidades elementales, promoviendo la realización de operaciones simples derivadas de prerrequisitos, en este caso, las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). El siguiente cuadro muestra una secuencia de instrucción en la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita:

Solución de una ecuación de la forma $ax+b=c$

1. Prerrequisitos: suma, resta, multiplicación y división.
2. Concepto: resolución de ecuaciones de primer grado.
3. Jerarquía de aprendizajes:
 - a) Identificar la operación que se va a ejecutar para anular el término independiente del binomio.
 - b) Sumar o restar el valor absoluto del coeficiente numérico en ambos lados de la igualdad para no alterarla.
 - c) Realizar las operaciones correspondientes (suma o resta) previas a la obtención del resultado.
 - d) Identificar el coeficiente numérico que acompaña a la variable.
 - e) Simplificar a la unidad el coeficiente numérico mediante el cociente con el mismo valor absoluto en ambos lados de la igualdad para no alterarla y realizar la operación (división).

$$\begin{aligned}5x + 2 &= 12 \\5x + 2 - 2 &= 12 - 2 \\5x &= 10 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{10}{5} \\x &= 2\end{aligned}$$

Figura 26. Ejemplo de una secuencia de instrucción. Elaboración propia.

La incógnita ha recibido un valor numérico que satisface la ecuación, pero no el entendimiento del estudiante. Las teorías cognitivas señalan que el sujeto tiene una estructura mental que le permite organizar las experiencias vividas y aplicar sus conocimientos previos en la resolución de situaciones nuevas que se le presenten. Además, explican que cuando las estructuras previas no sirven al sujeto para explicar ideas nuevas, estas son alteradas hasta lograr el entendimiento, por lo que

se requiere la formación de estructuras más amplias y no una simple acumulación de conocimientos o la descomposición en otros más simples.

El aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto y de la teoría cognitiva se desprenden cinco principios en el aprendizaje de la matemática que Dienes (1970) postula:

1. El aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas.
2. El proceso de abstracción mediante el cual los estudiantes incorporan un concepto a su estructura mental se lleva a cabo mediante **modelos**.
3. El aprendizaje debe partir de una situación significativa para el estudiante.
4. Es mediante el descubrimiento que el aprendizaje se vuelve significativo.
5. No hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los alumnos.

Un modelo es la representación simplificada de un concepto matemático o de una operación y es diseñado para comunicar una idea. El lenguaje algebraico requiere de estas representaciones para dar significado a una situación. Como ejemplo la propuesta del cuadro siguiente:

Solución de un problema mediante expresiones algebraicas.

La base de un rectángulo es el doble que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30 cm?

$h(x)$

$P = 30\text{cm}$

$b(2x)$

Donde:
 x = altura
 $2x$ = base
 P = perímetro

Si sabemos que el perímetro de un rectángulo se calcula sumando todos sus lados, entonces:
 $P = 2h + 2b$
 $P = 2x + 2(2x)$
 $30 = 2x + 4x$
 $30 = 6x$
 $\frac{30}{6} = x$
 $5 = x$

Entonces:
La altura mide 5cm y
la base mide 10cm

Una vez descrito lo anterior y establecidas las características de las propuestas conductistas y cognitivas en el proceso de aprendizaje, Gagné realiza una selección y retoma principios con los que plantea una jerarquía de aprendizajes que incluye ocho tipos, de los cuales los tres primeros pertenecen a la corriente conductista, y los cinco restantes a la cognitiva. Estos son: *aprendizaje de señales, aprendizaje E-R, encadenamiento motor, asociación verbal, discriminaciones múltiples, aprendizaje de conceptos, aprendizaje de principios y resolución de problemas.*

Los dominios de aprendizaje son el resultado de un proceso mediante el cual se adquiere un cambio de las capacidades propias del alumno. Con referencia a las estrategias cognitivas que son las que ocupan el interés de este trabajo de investigación, es necesario resaltar tres tipos de aprendizaje:

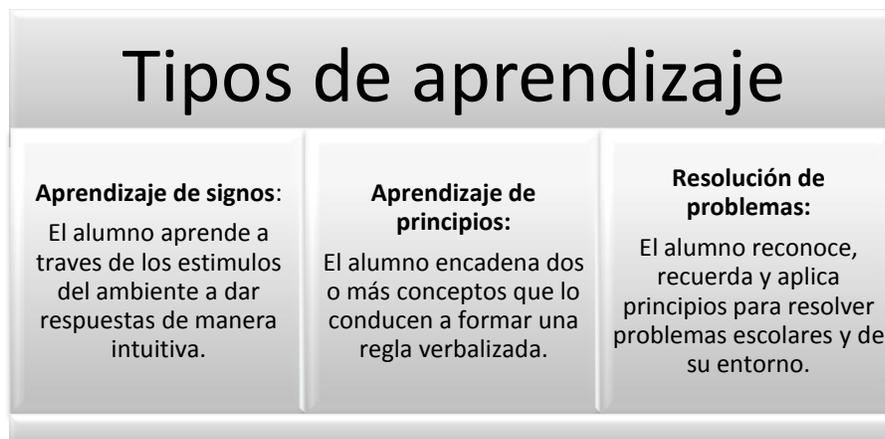


Figura 29. Tipos de aprendizaje relacionados con la adquisición de estrategias cognitivas.

Elaboración propia, basado en (Gagné, 1971).

La elección de características propias de distintos métodos, procedimientos pedagógicos y técnicas eficientes permitió a Gagné organizar un programa de enseñanza-aprendizaje para el desarrollo de las capacidades del estudiante.

4.1. Diseño de taller pedagógico.

El diseño de taller que se propone es de tipo horizontal de contenidos dirigidos, esto debido a que se aplicará a una población con características y necesidades similares entre sí. Para la adopción e implementación de un enfoque ecléctico en el aprendizaje del álgebra escolar es necesario considerar los siguientes aspectos:

- ✓ El rol protagónico del alumno. Es esencial conocer a profundidad sus características individuales y estilos de aprendizaje.
- ✓ Los objetivos del curso. Establecer las metas a alcanzar por los estudiantes.
- ✓ La variedad y flexibilidad de las estrategias. Realizar una selección cuidadosa y razonada de las estrategias de aprendizaje que se perciban como medios potenciales para lograr satisfacer necesidades concretas.
- ✓ La contextualización. Plantear de situaciones de aprendizaje similares a las que ocurren en el quehacer cotidiano del alumno.
- ✓ La pertinencia y secuencia metodológica. Determinar de la pertinencia y utilidad de estrategias en función del contexto socioeconómico y cultural de la actualidad.

Taller: “Desarrollo de estrategias cognitivas en el aprendizaje del álgebra, ecuaciones de primer grado con una incógnita”

OBJETIVO GENERAL.

- I. Que los alumnos desarrollen estrategias cognitivas que favorezcan su aprendizaje del álgebra escolar.
- II. Al finalizar el taller el alumno, de manera autónoma, podrá determinar los procesos mentales a seguir para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita.

OBJETIVOS PARTICULARES.

- i. Desarrollar estrategias cognitivas para el análisis, la identificación y resolución de problemas algebraicos, utilizando distintos recursos y herramientas en función de los resultados.

- ii. Promover la reflexión en el proceso de recuperación, generalización y utilización de aprendizajes previos al álgebra.
- iii. Privilegiar la utilización del lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas que contengan variables.

PARTICIPANTES.

El taller está dirigido a estudiantes en un promedio de edad de entre los 12 y 15 años que actualmente cursan el segundo grado de educación secundaria y presentaron problemas en el aprendizaje del álgebra durante el ciclo escolar anterior. Se contempla un máximo de 20 alumnos con las características anteriormente citadas.

Para el desarrollo del taller se considera: un coordinador encargado del suministro de materiales y manejo de los tiempos en cada actividad, un facilitador con conocimientos propios de la materia quien desarrollará de manera teórica los conceptos previos a la actividad y un auxiliar de grupo quien apoyara las tareas de los participantes.

CONTENIDOS.

Las estrategias de aprendizaje cognitivas están integradas por los procesos de selección, organización, elaboración y recuperación de la información y tienen como finalidad facilitar la asimilación de la información que se aprende. Los procesos cognitivos que abordará el taller de manera organizada a través de actividades lúdicas e intencionadas son:

-  Percepción y observación
-  Interpretación y análisis
-  Asociación, comparación y clasificación
-  Retención, deducción y síntesis
-  Generalización, expresión y evaluación.

El contenido de las actividades responderá a la propuesta curricular del Modelo Educativo vigente para la asignatura de matemáticas de segundo grado en el rubro “Sentido numérico y pensamiento algebraico”.

METODOLOGÍA.

La metodología de trabajo propuesta se fundamenta en la teoría ecléctica de R. Gagné en la que las condiciones de aprendizaje inician al establecerse la respuesta que se espera del estudiante a través de la formulación de objetivos, identificando la situación que estimule el aprendizaje y determinando la información preexistente en la memoria; las cuales son consecutivas y ordenadas una con respecto de la otra como se muestra a continuación:

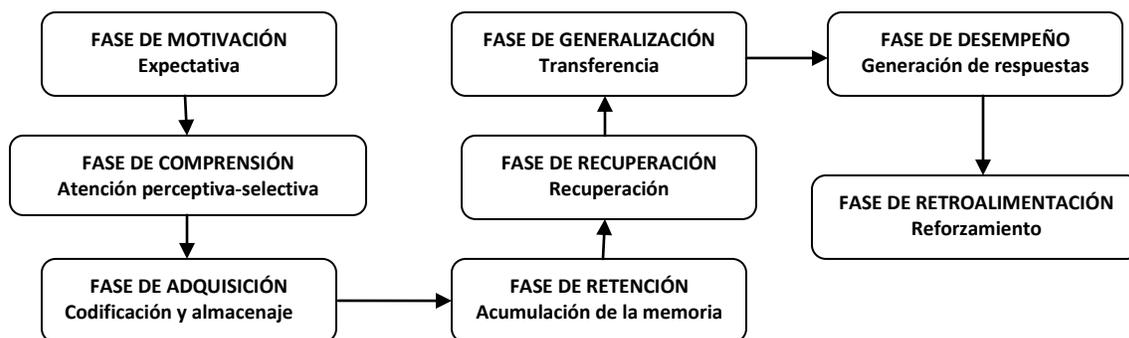


Figura 28. Fases de aprendizaje. Elaboración propia, basado en (Gagné, 1985).

4.1.1. Desarrollo de sesión.

INICIO.

Fase de motivación. Mediante una serie de cuestionamientos que propicien la expectativa del estudiante hacia el tema a aprender, ya sea mediante una lluvia de ideas o preguntas directas. Seguido de esto se le informa el objetivo de la sesión de clase.

DESARROLLO.

Fase de comprensión. Explicación teórica del tema y su relación con el entorno. Una vez concluida la explicación por parte del facilitador se realizarán las actividades propuestas ya sea individuales o en grupos pequeños.

Fase de adquisición. A través de las actividades programadas para la sesión el facilitador establecerá modelos para la resolución de problemas de tal manera que el

estudiante logre codificar la información, estimular el recuerdo de la misma y orientarla en el aprendizaje.

Fase de retención. El estudiante realizara los ejercicios propuestos para la sesión de manera individual o grupal haciendo uso de la memoria a corto y largo plazo.

Fase de recuperación. Mediante actividades intencionadas el estudiante asociará el recuerdo con situaciones de la vida cotidiana que lo conducirán a resolver un problema.

Fase de generalización. Se realizarán ejercicios de reforzamiento que favorezcan la apropiación del aprendizaje.

CIERRE.

Fases de desempeño y retroalimentación. Para verificar la adquisición del aprendizaje se lleva a cabo una evaluación mediante ejercicios de desempeño de manera individual, ya sea oral o escrita.

ESPACIO FÍSICO.

Considerando un ambiente amigable para el alumno, el espacio físico para el desarrollo del taller consistirá un salón con la iluminación y ventilación adecuadas para presentar los materiales y llevar a cabo los ejercicios y prácticas propuestas, ya sea de manera individual o en grupos pequeños.

MOBILIARIO Y MATERIALES.

El mobiliario del salón incluirá: sillas, mesas, pizarrón, equipo de audio y equipo video. En cuanto a los materiales, estos incluyen: música, videos, material manipulable y material impreso foto copiable.

TIEMPO Y DURACIÓN.

En cuanto a la organización del tiempo, la duración del taller es de 4 semanas, 8 sesiones de 130 minutos.

SESIÓN UNO.				
Responsable:	Tema: Un poco de historia.		Tiempo: 130 minutos.	
Participantes:				
Objetivos:				
<ul style="list-style-type: none"> • Integrar a los participantes al grupo de trabajo. • Despertar el interés de los participantes en el aprendizaje de las matemáticas. • Reconocer la importancia de la observación y la percepción como parte de la memoria. 				
Actividad	Tiempo	Recursos	Evaluación	pág.
1.1.Recepción de los participantes.	10 min.	Cámara fotográfica	Sesión de carácter diagnóstico, solo se recoge información referente a estilos de aprendizaje y la postura de los participantes hacia la asignatura de matemáticas.	73
1.2.Dinámica de apertura.	5 min.	Reproductor de música y memoria USB.		73
1.3.Presentación del taller.	10 min.	Gafetes, marcadores y portagafetes.		73
1.4.Proyección del video: “Donald en el país de las matemáticas”.	30 min.	Proyector, USB, video MP4		73
1.5.Dinámica de retroalimentación.	20 min.	Hojas y marcadores		73
1.6.Cuestionario: Estilos de aprendizaje.	20 min.	Cuestionario Anexo 1 , lápiz, goma		74
1.7.Foros de discusión. Proyección del video “Odio las matemáticas”.	20 min.	Proyector, USB, pizarrón, marcadores		74
1.8.Técnica de estimulación de la memoria. Sopa de letras: Conceptos matemáticos.	10 min.	Hoja impresa Anexo 2 , lápices de colores.		74
1.9.Cierre de sesión. Despedida a los participantes.	5 min.	Caja forrada.		74
El desarrollo de las actividades se encuentra en la página indicada en el cuadro.				

SESIÓN DOS.				
Responsable:	Tema: <i>Símbolos y lenguaje matemático</i>		Tiempo: 130 minutos.	
Participantes:				
Objetivos:				
<ul style="list-style-type: none"> • Introducir al participante en el universo del álgebra. • Propiciar la asociación simbólica cotidiana con el lenguaje algebraico. • Interpretar los principales símbolos en el aprendizaje del álgebra. 				
Actividad	Tiempo	Recursos	Evaluación	pág.
2.1.Recepción de los participantes.	10 min.	Caja con gafetes, reproductor de música y USB	Se evalúa el conocimiento de los símbolos y su utilización en el lenguaje matemático mediante la dinámica de juego de memoria.	75
2.2.Ejercicio de gimnasia cerebral. Tensar y destensar.	10 min.			75
2.3.Exposición. “Los símbolos y su interpretación”.	35 min.	Proyector y diapositivas.		75
2.4.Actividad. Mapa conceptual.	35 min.	Fichas y marcadores Anexo 3.		76
2.5.Actividad. Juego de memoria.	30 min.	Fichas de trabajo, hoja impresa Anexo 4 y marcadores.		76
2.6.Cierre de sesión. Despedida a los participantes.	10 min.	Caja forrada.		76
El desarrollo de las actividades se encuentra en la página indicada en el cuadro.				

SESIÓN TRES.

Responsable:	Tema: <i>El proceso algebraico.</i>		Tiempo: 130 minutos.	
Participantes:				
Objetivos:				
<ul style="list-style-type: none"> • Asociar símbolos matemáticos en expresiones algebraicas. • Identificar las operaciones elementales que caracterizan a un proceso algebraico. • Clasificar los diferentes tipos de expresiones algebraicas. 				
Actividad	Tiempo	Recursos	Evaluación	pág.
3.1.Recepción de los participantes.	10 min.	Caja con gafetes, hoja de adivinanzas.	Los participantes realizarán la actividad “Elementos y característica de una expresión algebraica”, con la que se verificará la comprensión del tema.	77
3.2.Actividad. “Calculo mental”.	10 min.	Hojas blancas, lápiz.		77
3.3.Técnica de relajación. “Grito energético”.	10 min.			77
3.4.Exposición: “Un lenguaje extraño”.	30 min.	Proyector, USB, diapositivas.		78
3.5.Dinámica de retroalimentación.	10 min.			78
3.6.Actividad: “Formando la expresión”.	25 min.	Fichas de trabajo, guía de ejercicio Anexo 5 .		78
3.7.Actividad de evaluación. Elementos y característica de una expresión algebraica.	25 min.	Hoja Anexo 6 , lápiz, goma, sacapuntas.		78
3.8.Cierre de sesión. Despedida a los participantes.	10 min.	Caja forrada.		79
El desarrollo de las actividades se encuentra en la página indicada en el cuadro.				

SESIÓN CUATRO.				
Responsable:	Tema: Equilibrio de expresiones algebraicas.		Tiempo: 130 minutos.	
Participantes:				
Objetivos:				
<ul style="list-style-type: none"> • Analizar la importancia del signo de igualdad en las expresiones algebraicas. • Asociar las operaciones matemáticas que equilibran ambos lados de una ecuación. 				
Actividad	Tiempo	Recursos	Evaluación	pág.
4.1.Recepción de los participantes.	10 min.	Caja con gafetes, hoja con operaciones	Se realiza el ejercicio del punto 4.6 para verificar la comprensión del tema.	79
4.2.Ejercicio de gimnasia cerebral. "Marcha cruzada".	10 min.			79
4.3.Exposición: "Equilibrio de expresiones algebraicas".	30 min.	Pizarrón y marcadores.		79
4.4.Actividad: "La balanza".	30 min.	Imagen ampliada de una balanza, cinta adhesiva.		80
4.5.Ejercicio. "Equilibrio y simetría".	20 min.	Gises, cinta métrica y listón.		80
4.6.Ejercicio de evaluación. ¿Cuánto falta?	20 min.	Hoja impresa Anexo 7 , lápiz, goma.		81
4.7.Cierre de sesión. Despedida a los participantes.	10 min.	Caja forrada.		81
El desarrollo de las actividades se encuentra en la página indicada en el cuadro.				

SESIÓN CINCO.

Responsable:	Tema: Operaciones de números con signo.		Tiempo: 130 minutos.	
Participantes:				
Objetivos:				
<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer el valor absoluto de un número con signo. • Asociar números positivos y negativos con las operaciones de suma y resta. • Expresar cantidades con números positivos y negativos en situaciones cotidianas. 				
Actividad	Tiempo	Recursos	Evaluación	pág.
5.1.Recepción de los participantes.	10 min.	Caja con gafetes, hoja con operaciones	Al finalizar las actividades el participante resolverá el ejercicio propuesto en el apartado 5.6 para verificar la comprensión del tema.	81
5.2.Ejercicio de gimnasia cerebral. El ABC	10 min.	Diapositiva Anexo 8 , proyector.		81
5.3.Exposición: “Operaciones con signo”.	30 min.	Pizarrón, láminas demostrativas y marcadores.		82
5.4.Ejercicio. “¿Sumas o restas?”.	20 min.	Tarjetas números y signos, hoja blanca, marcadores.		83
5.5.Ejercicio. ¿Avanzas o retrocedes?	20 min.	Dado preparado, camino de números positivos y negativos.		83
5.6.Ejercicio de evaluación. Cuánto tengo, cuánto pago.	30 min.	Hoja Anexo 9 , lápiz, goma y sacapuntas.		84
5.7.Cierre de sesión. Despedida a los participantes.	10 min.	Caja forrada.		84
El desarrollo de las actividades se encuentra en la página indicada en el cuadro.				

SESIÓN SEIS.

Responsable:	Tema: Términos semejantes.	Tiempo: 130 minutos.		
Participantes:				
Objetivos:				
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar la semejanza de términos en una expresión algebraica. • Sintetizar expresiones algebraicas mediante operaciones básicas. • Generalizar expresiones algebraicas. 				
Actividad	Tiempo	Recursos	Evaluación	pág.
6.1.Recepción de los participantes.	10 min.	Trabalenguas, cinta adhesiva.	De manera individual los participantes realizarán el ejercicio del apartado 6.6 y verificaran sus respuestas autoevaluando su aprendizaje.	84
6.2.Exposición: proyección de video “Términos semejantes”.	40 min.	Proyector, USB, pizarrón, marcadores		84
6.3.Ejercicio Gimnasia cerebral. Botones de la Tierra.	5 min.			85
6.4.Ejercicio. “Tripas de gato”.	25 min.	Hoja impresa Anexo 10 , lápices de colores.		85
6.5.Ejercicio de relajación. “La técnica del palming”.	5 min.			86
6.6.Ejercicio de evaluación. Reducción de términos semejantes.	35 min.	Hoja impresa Anexo 11 , lápiz, goma, sacapuntas, lápices de colores.		86
6.7.Cierre de sesión. Despedida a los participantes.	10 min.	Caja forrada.		86
El desarrollo de las actividades se encuentra en la página indicada en el cuadro.				

SESIÓN SIETE.

Responsable:	Tema: <i>Operaciones inversas.</i>	Tiempo: 130 minutos.
Participantes:		

Objetivos:

- Analizar el uso de operaciones inversas en la resolución de problemas algebraicos.
- Generalizar operaciones inversas en la obtención de resultados en una ecuación.

Actividad	Tiempo	Recursos	Evaluación	pág.
7.1.Recepción de los participantes.	10 min.	Paletas y fórmulas geométricas.	Los participantes resolverán 10 problemas mediante el método del cangrejo evaluando su logro.	86
7.2.Ejercicio Gimnasia cerebral. Sombrero del pensamiento.	5 min.			87
7.3.Exposición. Operaciones inversas y su función. “Método del cangrejo”.	40 min.	Pizarrón y marcadores.		87
7.4.Ejercicio. Los opuestos.	15 min.			88
7.5.Ejercicio de evaluación. Problemas.	40 min.	Hoja Anexo 12 , lápiz, goma, colores.		88
7.6.Ejercicio de relajación. Estiramientos para destensar el cuerpo.	10 min.			88
7.7.Cierre de sesión. Despedida a los participantes.	10 min.	Caja forrada.		89

El desarrollo de las actividades se encuentra en la página indicada en el cuadro.

SESIÓN OCHO.

Responsable:	Tema: <i>Ecuaciones de primer grado con una incógnita.</i>	Tiempo: 130 minutos.
Participantes:		

Objetivos:

- Generalizar el lenguaje cotidiano en una ecuación.
- Asociar procedimientos en la resolución de ecuaciones.
- Expresar de manera algebraica los datos obtenidos de un problema.
- Evaluar metodologías en la obtención de resultados algebraicos.

Actividad	Tiempo	Recursos	Evaluación	pág.
8.1.Recepción de los participantes.	10 min.	Proyector, USB, reproductor de música	Haciendo uso del Anexo 13 de manera individual los participantes evaluarán su comprensión del tema verificando el resultado obtenido.	89
8.2.Gimnasia cerebral. Botones del espacio.	5 min.			89
8.3.Exposición. Proyección de video "Ecuaciones".	40 min.	Proyector, USB, pizarrón, marcadores		90
8.4.Ejercicio: "La letra misteriosa".	30 min.	Hoja Anexo 13 , hojas blancas, lápiz, goma.		91
8.5.Ejercicio de relajación. Bostezo energético.	5 min.			91
8.6.Ejercicio de Evaluación. Problemas y ecuaciones.	30 min.	Hoja Anexo 14 , lápiz, goma, sacapuntas.		91
8.7.Cierre de sesión. Despedida a los participantes.	10 min.	Cuestionario impreso Anexo 15 , bolígrafo, caja forrada.		91

El desarrollo de las actividades se encuentra en la página indicada en el cuadro.

DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES.

SESION UNO.

1.1. Inicio de sesión. Recepción de los participantes.

Procedimiento. El coordinador recibe a los participantes en la entrada del salón, se presenta y pide que se sienten en la butaca que prefieran. Se tomará una foto cuando todos estén sentados.

1.2. Dinámica de apertura.

Procedimiento. La técnica facilitará a los participantes la integración en las actividades, ayudando a través de la música y movimientos de relajación a reducir la tensión que estos presentan. La melodía deberá ser alegre y con un volumen alto, al centro del salón, los participantes formarán un círculo y atenderán indicaciones: manos arriba, aplauso, un paso adelante, un paso a la derecha, salto, abajo, marcha, grito, etc.

1.3. Presentación del taller.

Procedimiento. El coordinador indagará de manera ordenada entre los participantes las expectativas que ellos tienen sobre el curso y expondrá al final de la conversación los objetivos del mismo. Después se proporcionará un gafete en blanco y marcadores con los que se asentará de manera personal el nombre del participante, siendo requerido portarlo durante su estancia en el taller.

1.4. Proyección de video. “Donald en el país de las matemáticas”

Procedimiento. Los participantes presenciaron la proyección del video “Donald en el país de las matemáticas” (<https://www.youtube.com/watch?v=er0hcOBHC6Y>).

1.5. Dinámica de retroalimentación.

Procedimiento. Los participantes poniendo a trabajar su atención y memoria, a través del recuerdo ubicaran pasajes de la historia en los que se destacan eventos

matemáticos sobresalientes. Además relacionarán actividades cotidianas con el uso de las matemáticas.

1.6. Cuestionario. Estilos de aprendizaje.

Procedimiento. Se proporcionara un cuestionario, lápiz, goma y sacapuntas por participante; se anunciará el tiempo considerado para la resolución del mismo (15-20 minutos) y al finalizar se presentarán los criterios de evaluación del mismo para que de manera personal, el participante pueda determinar el estilo de aprendizaje que más se relaciona con su forma de aprender.

1.7. Foro de discusión. Apreciación de la Asignatura de matemáticas.

Procedimiento. Proyección del video “¡Odio las matemáticas!” (https://www.youtube.com/watch?v=aqPyY1f_cfY), al finalizar el coordinador indagara mediante una lluvia de ideas la postura de los alumnos hacia la asignatura de matemáticas e ira anotando en el pizarrón palabras clave, para después con ayuda de los participantes formar un concepto general y conocer su sentir hacia la materia.

1.8. Técnica de estimulación de la memoria. Sopa de letras “*Conceptos matemáticos*”.

Procedimiento. A cada uno de los participantes se le entregara una hoja y se les solicita realizar la actividad propuesta (Anexo 2) cronometrando el tiempo, al finalizar se recogen las actividades y se guardan en carpeta personal.

1.9. Cierre de sesión. Despedida de los participantes.

Procedimiento. Para concluir la sesión se agradece la presencia de los participantes y se solicitara que al salir coloquen su gafete en una caja que está a la salida, se despide a los alumnos obsequiándoles un pequeño dulce, reiterando la importancia de su participación y recordándole la próxima sesión.

SESIÓN DOS.

2.1. Recepción de los participantes.

Procedimiento. Se recibirá a los participantes en la entrada del salón y se les entregará su gafete, el coordinador indagará sobre el estado de ánimo del alumno con preguntas como: ¿Qué tal te encuentras hoy?, ¿Cómo has estado?, ¿Qué tal tu día? y mantendrá la música de fondo hasta el inicio de la actividad académica.

2.2. Gimnasia cerebral: Tensar y destensar.

Procedimiento. Después de que todos estén dentro del salón, con la finalidad de reducir el estrés, se pide a los participantes que se levanten y se separen de sus lugares para realizar algunos ejercicios para favorecer su atención, concentración y memoria. Los ejercicios son de gimnasia cerebral y van acompañados de música con sonidos de la naturaleza.

1. El ejercicio se realiza a la orilla de una silla manteniendo la columna recta y sin cruzar los pies.
2. Con los talones juntos, tensa los músculos de los pies, luego las pantorrillas y después la parte superior de las piernas.
3. Tensa los glúteos, el estómago, el pecho y los hombros.
4. Aprieta los puños, tensa las manos y cruza los brazos.
5. Tensa los músculos del cuello, aprieta las mandíbulas, tensa el rostro y cierra los ojos.
6. Inhala y mantén la tensión de todo el cuerpo durante 10 segundos con toda la fuerza que se pueda aplicar.
7. Finalmente exhala el aire aflojando al tiempo todos los músculos del cuerpo.

2.3. Exposición. “Los símbolos y su interpretación”.

Procedimiento. Para trabajar la memoria de largo plazo, el coordinador propiciara una lluvia de ideas referente a lo que es un símbolo y la manera en que estos son utilizados por la sociedad, ya sea en la vida cotidiana o en el ámbito educativo. Una

vez concluida la primera parte de la actividad, el coordinador a manera de exposición abordara el concepto de símbolo y sus componentes (objeto e idea), explicando cómo es que estos elementos al conjuntarse dan significado a la representación. La exposición deberá incluir la introducción al lenguaje matemático, sus elementos básicos, axiomas y símbolos principales que este maneja.

2.4. Actividad. Mapa conceptual.

Procedimiento. Al término de la exposición se integraran equipos de 4 personas, se proporcionará un rotafolio por equipo y marcadores suficientes. Se pedirá a los equipos realicen un mapa conceptual (Anexo 3) con el título “*Lenguaje matemático*” a partir de las siguientes preguntas:

¿Qué son los símbolos?

¿Cómo usamos los símbolos en la vida cotidiana?

¿Qué símbolos matemáticos recuerdas y cómo se usan?

El resultado de la actividad se expondrá ante todo el grupo por equipo y de manera ordenada.

2.5. Actividad. “Juego de memoria”

Procedimiento. En el mismo orden de equipos se procederá a elaborar un memorama, se repartirán 20 fichas de trabajo a cada equipo, algunos marcadores y una hoja impresa que contiene símbolos usados en las matemáticas (Anexo 4) y su significado escrito, el coordinador indicará al grupo que se deben formar 10 pares por equipo y al término se llevará a cabo una competencia en la que el equipo con mayor número de pares ganará.

2.6. Cierre de sesión.

Procedimiento. Para concluir la sesión se agradece la presencia de los participantes y se solicitara que al salir coloquen su gafete en una caja que está a la salida, se

despide a los alumnos reiterando la importancia de su participación y el deseo de que la clase haya sido grata para él.

SESIÓN TRES.

3.1. Recepción de los participantes.

Procedimiento. Se recibirá a los participantes en la entrada del salón y se les entregará su gafete y se les pedirá ocupen un lugar diferente al de la sesión anterior. Una vez que todos estén sentados se indicará a los alumnos que debajo de sus asientos encontrarán una hoja (solo se colocará en 5 asientos), y se pedirá a aquellos que la hayan encontrado leer la adivinanza y seleccionar a uno de sus compañeros para darle respuesta. Al finalizar se solicitará dar un aplauso para el grupo.

3.2. Actividad. “Cálculo mental”.

Procedimiento. El coordinador entrega una hoja y un lápiz a cada uno de los participantes, debe pedirles colocar su nombre y numerar del 1 al 10 de forma vertical. Posteriormente se dictaran operaciones aisladas que el participante resolverá de manera mental utilizando operaciones básicas y anotando únicamente el resultado obtenido. Al finalizar el ejercicio los resultados se escribirán en el pizarrón y los participantes intercambiarán sus hojas para calificar el logro.

3.3. Técnica de relajación. “Grito energético”.

Procedimiento. Se explica a los participantes que un grito energético activa el sistema nervioso ya que permite que fluyan las emociones atoradas y provoca una alerta total en todo el cuerpo. Se les pide que sigan las instrucciones:

1. Abrir la boca lo más que puedan.
2. Gritar muy fuerte sacando el sonido “AAAHHHH” desde el estómago.
3. Gritar durante un minuto con todas las fuerzas.

3.4. Exposición. “Un lenguaje extraño”

Procedimiento. El coordinador de grupo dirigirá una exposición con el tema “*Un lenguaje extraño*” en la que deberá incluir los símbolos matemáticos expuestos la sesión anterior y las operaciones básicas con las que se formulan las expresiones algebraicas. Se explicará a los participantes que todo lo relacionado con el álgebra tiene que ver con las operaciones (adición, sustracción, multiplicación o división, potenciación y radicación) aplicadas a los símbolos y sus propiedades definidas. Además el cómo se conforma una expresión, que a cada una de sus partes se le conoce como término algebraico y que dependiendo del número de términos se da un nombre a las expresiones algebraicas; y que el principal interés del uso de letras (variables) en matemáticas es que permiten expresar relaciones generales entre los objetos de una manera eficaz.

3.5. Dinámica de retroalimentación.

Procedimiento: Al finalizar la actividad, el expositor coordinará una dinámica de preguntas y respuestas para verificar la comprensión del tema.

3.6. Actividad. “Formando la expresión”.

Procedimiento. El coordinador formara equipos de 4 personas y entregará un juego de fichas por equipo, solicitara hacer espacio en el centro del salón para trabajar en el piso. Una vez que los participantes estén preparados el coordinador dictará un enunciado que los equipos deberán convertir en expresión algebraica (Anexo 5), compuesta por signos, números y letras que y presentada al coordinador a manera de competencia. Ganará quien al final del juego haya formado el mayor número de expresiones correctamente.

3.7. Actividad de evaluación. Elementos y característica de una expresión algebraica.

Procedimiento. El coordinador repartirá una hoja impresa (Anexo 6) a cada uno de los participantes y solicitara que ésta sea resuelta según las instrucciones que en ella aparecen.

3.8. Cierre de sesión.

Procedimiento. Para concluir la sesión se agradece la presencia de los participantes y se solicitara que al salir coloquen su gafete en la caja que está a la salida.

SESIÓN CUATRO.

4.1. Inicio de sesión. Recepción de los participantes.

Procedimiento. Se recibirá a los participantes en la entrada del salón con música suave y relajante invitándoles a sentarse y ocupar un lugar diferente al de la sesión anterior. Al entrar tomarán de una tómbola un papel que contiene una operación que deberán resolver y entregar al coordinador.

4.2. Ejercicio de gimnasia cerebral. “Marcha cruzada”.

Procedimiento. El coordinador explicara a los participantes que el ejercicio se llama “marcha cruzada”, que permite que ambos hemisferios cerebrales se comuniquen y preparen al cerebro para un mayor razonamiento y el seguimiento de instrucciones.

1. Los movimientos deben hacerse en cámara lenta.
2. En posición de firmes tocar con el codo derecho (doblando el brazo) la rodilla izquierda (levantando y doblando la pierna). Regresar a la postura inicial.
3. Con el codo izquierdo tocar la rodilla derecha lentamente. Regresar a la posición inicial.
4. Hacer una secuencia de gateo cruzado en 10 tiempos, tomar aire y repetir una vez más.

4.3. Exposición. Equilibrio de expresiones algebraicas.

Procedimiento. El coordinador expondrá a los participantes que el signo "=" (igual) representado en una expresión algebraica indica que lo que se encuentra a la izquierda de este signo se llama primer miembro de la igualdad, y lo que se encuentra a la derecha, es llamado segundo miembro de la igualdad, y que estas son dos maneras de designar al mismo objeto, o dos escrituras diferentes del mismo. También explicara que según la naturaleza de los elementos que intervienen en una

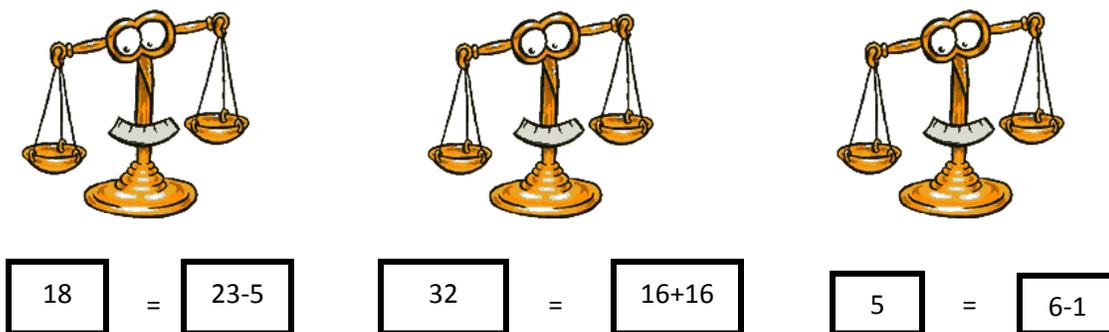
igualdad numérica se obtienen diferentes tipos de igualdades, y que si la igualdad es verdadera sólo para ciertos valores de las variables se dice que se trata de una ecuación: $a+3=7$.

El coordinador apoyara el recuerdo de los participantes escribiendo en el pizarrón un ejercicio prealgebraico utilizado por los maestros de primaria que consisten en hallar un número desconocido que cumpla ciertas condiciones. La formulación de esta pregunta suele ser a manera de enunciado, pero también se utiliza un lenguaje simbólico del tipo: $7 + \square = 20$.

4.4. Actividad. “La balanza”

Procedimiento. El coordinador indaga entre los participantes sobre el manejo y funcionamiento de una balanza, después explica la dinámica de la actividad y pegará la imagen de la balanza en el pizarrón. La actividad se inicia escribiendo un número en la parte izquierda del pizarrón, se pedirá que uno de los participantes coloque dos o más números cualesquiera que al sumarlos o restarlos cumplan con el equilibrio.

EJEMPLO.



4.5. Ejercicio. Equilibrio y simetría.

Procedimiento. El ejercicio se realizará fuera del salón en un espacio amplio que permita el desplazamiento. Se trazará una línea larga de aproximadamente 8 metros y después una línea perpendicular exactamente a la mitad. Ambas partes se dividirán en segmentos de 50 cm hasta llegar al final de la recta y se colocarán números positivos a la derecha y negativos a la izquierda. Se formaran dos equipos y el

coordinador asignara una operación a cada uno, los resultados tendrán el mismo valor absoluto pero con signo contrario, de modo que al terminar cada uno su operación se paren en la recta y comprueben si han obtenido el resultado correcto. Si ambos jugadores quedan de frente al pararse en el resultado obtenido y juntarse al centro se le asignara un punto. El equipo con más puntos gana.

4.6. Ejercicio de evaluación. ¿Cuánto falta?

Procedimiento. El coordinador entregará una hoja en la que falta un número para equilibrar la expresión matemática (Anexo 7). El ejercicio se realiza de forma individual, al finalizar se evalúa el logro obtenido.

4.7. Cierre de sesión.

Procedimiento. El coordinador agradecerá a los alumnos su asistencia y participación y se despide de ellos recordándoles la próxima sesión.

SESIÓN CINCO.

5.1. Inicio de sesión. Recepción de los participantes.

Procedimiento. Se recibirá a los participantes en la entrada del salón con música suave y relajante invitándoles a sentarse y ocupar un lugar diferente al de la sesión anterior.

5.2. Ejercicio de gimnasia cerebral: “El ABC”.

Procedimiento. Se explicará a los participantes que esta actividad es para activar su sistema nervioso y prepararlo para cualquier eventualidad, por lo que este ejercicio cerebral es muy recomendado para ser realizado antes de resolver cualquier problema o al intentar aprender algo de mucha dificultad (Anexo 8). La dinámica del ejercicio es la siguiente:

1. **Lee en voz alta** el abecedario escrito en mayúsculas, si notas que debajo de la letra mayúscula que lees hay una “i” minúscula, sube tu brazo izquierdo, al ver una “d” sube tu brazo derecho y al ver una “j” sube ambos brazos. Realiza

estos movimientos de forma coordinada con la lectura en voz alta de cada letra.

2. Realiza esta actividad desde la “A” hasta la “Z” y luego de la “Z” a la “A”, trata de no equivocarte. Repite un par de veces con todo el grupo.

5.3. Exposición: Operaciones de números con signo.

Procedimiento. El coordinador expondrá a los alumnos que en nuestra vida cotidiana realizamos operaciones de números con signo y, sin notarlo resolvemos problemas aritméticos como la suma, resta, multiplicación y división. Abundará en el tema y explicará que los números que presentan un signo de más (+) o menos (-) frente a ellos son llamados **Números con signo**. Si el signo es positivo puede o no escribirse frente al número como se muestra a continuación +3 ó 3, y se lee “más tres”. Si el signo es negativo, siempre será indicado al frente del número -9 y se lee “menos nueve”. Además debe hacerse notar que los **signos más y menos** tienen dos funciones separadas y distintas, pueden indicar cuando el número es positivo o negativo y también los tipos de operación adición o sustracción. Lo que debe quedar muy claro en esta distinción son las siguientes preposiciones:

1. Si todos los números dentro de la operación son positivos, los signos de + y – solo nos indicaran la operación que debemos realizar (suma o resta).

$$(5)+(3)= 8 \quad (9)-(3)= 6 \quad (7)+(5)-(2)= 10$$

2. Cuando en un cálculo están incluidos números positivos y negativos es necesario distinguir entre el signo de la operación y el signo del número. Si los números presentan diferente signo se restan y se indica el signo del que tiene mayor valor absoluto.

$$(-5)+(3)= -2 \quad (-9)-(3)= -6 \quad (-7)+(5)-(2)= -4$$

De igual modo se promoverá el recuerdo del alumno haciendo uso de la recta numérica para situar a los números positivos y negativos y realizar algunas operaciones de suma y resta.

Para finalizar la exposición se tratará como punto adicional la “**Ley de los signos**” aplicable a las operaciones de multiplicación y división:

Ley de signos.	
$(+)(+)= +$	Sin excepción: Cuando los signos son iguales, el resultado será positivo, si los signos son diferentes el resultado será negativo.
$(+)(-)= -$	
$(-)(-)= +$	
$(-)(+)= -$	

5.4. Ejercicio. ¿Sumas o restas?

Procedimiento. Para el inicio de la actividad se formarán parejas a las cuales se les entrega un paquete con los materiales de los que se hará uso. El coordinador dará a los participantes la siguiente indicación:

1. En una hoja blanca, escribirán el nombre que asignen a su equipo y el nombre de los integrantes. Numerarán del 1 al 10 y con las tarjetas que les fueron entregadas elaborarán 10 operaciones, cada vez con un mayor grado de dificultad, las resolverán y al terminar seleccionaran y anotaran en otra hoja la que consideren que causara dificultad a sus compañeros sin anotar la respuesta, la doblarán pondrán el nombre del equipo y la entregaran al coordinador.

Una vez que todos los equipos hayan entregado su hoja, el coordinador las repartirá de manera aleatoria cuidando no se entregue a algún equipo la operación que ellos realizaron. Ganará el equipo que entregue primero la operación con el resultado correcto al coordinador.

5.5. Ejercicio. ¿Avanzas o retrocedes?

Procedimiento. Los participantes saldrán a un espacio abierto en el que ya estará preparado un camino de números positivos y negativos, se integran dos equipos de

10 alumnos quienes tirarán el dado sólo una vez. El origen del juego es el número cero, una vez que todos los integrantes de los equipos hayan tirado el dado gana el equipo del participante con el número más alto.

5.6. Ejercicio de evaluación: “Cuánto tengo, cuánto pago”.

Procedimiento. El coordinador entregará una hoja impresa (Anexo 9) y varias hojas blancas a cada alumno y leerá las indicaciones en voz alta. Pedirá que los ejercicios se realicen de manera individual para que cada participante pueda detectar las debilidades que presenta en la realización de los mismos.

5.7. Cierre de sesión.

Procedimiento. Para concluir la sesión el coordinador hará dos preguntas, el alumno que levante la mano y conteste correctamente obtendrá un incentivo:

1. ¿Qué operación se debe realizar cuando tengo dos cantidades con el mismo signo?
2. ¿Cómo identifico si una cantidad es positiva o negativa?

Finalmente se agradece la presencia de los participantes, se despide a los alumnos reiterando la importancia de su participación y recordándole la próxima sesión.

SESIÓN SEIS.

6.1. Recepción de los participantes.

Procedimiento. Se recibirá a los participantes en la entrada del salón con música suave y relajante invitándoles a sentarse y ocupar un lugar diferente al de la sesión anterior, se indicará que debajo de algunos asientos (3 asientos) hay una hoja con un trabalenguas que deberán leer en voz alta para después ser repetido por todos los participantes.

6.2. Exposición: “Reducción de términos semejante”

Procedimiento. El coordinador comenzará la exposición estimulando el recuerdo de los participantes a partir de la definición de **Término algebraico** y ejemplificará

algunos de ellos resaltando su estructura y elementos básicos. La exposición continúa con la proyección del video con título “Términos semejantes” (https://www.youtube.com/results?search_query=terminos+semejantes+cesar+moises+grillo), y al termino de este el coordinador reforzará la información explicando que dos o más términos algebraicos pueden considerarse semejantes **cuando los literales por los cuales se encuentran constituidos coinciden**, es decir, que son iguales. Aludirá que la reducción de términos se realiza de manera semejante a las operaciones de números con signo con la finalidad **de que un grupo de varios términos algebraicos semejantes puedan ser llevados a uno solo**, logrando con ello una expresión más generalizada.

Ejemplo:		
$2x^3 + 3x^3 = \underline{5x^3}$	$2xy + 5xy - 6xy + 4 = \underline{xy + 4}$	$a^2 + 3ab + 2ab - 8ab + 2 = \underline{a^2 - 3ab + 2}$
$2x(x + 3) = \underline{2x^2 + 6x}$	$5x + 3y - 6y + 2x - 7x + x^2 - 1 = \underline{x^2 - 3y - 1}$	

6.3. Ejercicio de gimnasia cerebral. Botones de la Tierra.

Procedimiento. Se pide a los participantes que se pongan de pie a un lado de su asiento y se dan las indiciones siguientes: Colocando dos dedos debajo del labio inferior, deja la otra mano debajo del ombligo y respira varias veces. Se explica a los participantes que este ejercicio estimula el cerebro y alivia la fatiga mental.

6.4. Ejercicio. Tripas de gato.

Procedimiento. El coordinador pedirá a los participantes se numeren del 1 al 10 y al terminar repitan la numeración. Se formaran parejas con los números repetidos, se le entregara una hoja impresa (Anexo 10) a los participantes y se pedirá a uno de los alumnos leer en voz alta las indicaciones. La actividad servirá para estimular la atención y concentración del alumno al identificar términos semejantes de entre una serie de expresiones.

6.5. Ejercicio de relajación: La técnica del palming.

Procedimiento. Se pedirá a los participantes permanezcan sentados en su lugar lo más erguidos posible siguiendo las indicaciones que a continuación se enuncian:

1. Frota vigorosamente tus manos para generar calor.
2. Ahora posa las palmas de las manos sobre los párpados cerrados, colocando los dedos sobre la frente, y piensa en algo agradable.
3. Respira lenta y suavemente, déjate llevar por el efecto sedante del calor y de la oscuridad.
4. Si lo consideras necesario repite el ejercicio una vez más.

6.6. Ejercicio de evaluación. Reducción de términos semejantes.

Procedimiento. Se entregará un juego de hojas (Anexo 11) a cada alumno y se pedirá que de manera individual lean con atención las instrucciones y resuelvan los ejercicios. Al finalizar se les entregará la hoja de respuestas para que puedan verificar los resultados obtenidos y corregir sus respuestas.

6.7. Cierre de sesión.

Procedimiento. El coordinador despide a los alumnos reiterando la importancia de su participación y agradeciendo el interés que demuestran en las actividades, al salir se les hace una pregunta básica, se obsequia un dulce o chocolate y se les invita a la próxima sesión.

SESIÓN SIETE.

7.1. Inicio de sesión. Recepción de los participantes.

Procedimiento. Se recibirá a los participantes en la entrada del salón con música suave y relajante invitándoles a sentarse y ocupar un lugar diferente al de la sesión anterior, se colocará un dulce pequeño sobre la butaca envuelto en un trozo de papel con una fórmula geométrica, la cual deberán conservar hasta que les sea requerida.

7.2. Ejercicio de gimnasia cerebral. Sombrero del pensamiento.

Procedimiento. Se pedirá a los participantes que se pongan de pie a un lado de su butaca, ahora deben poner sus manos en las orejas y tratar de quitarles las arrugas empezando desde el conducto auditivo hacia afuera. Se les explicará que el ejercicio sirve para estimular la capacidad de escucha y mejorar su atención. Se realizará un par de veces antes de iniciar la exposición.

7.3. Exposición: Operaciones inversas y su función. “Método del cangrejo”.

Procedimiento. El coordinador expondrá el tema de operaciones inversas o contrarias a partir de su concepto. Explicará que una **operación inversa es aquella que revierte los efectos de otra operación**, es decir, la anula sin afectar los resultados. Además demostrará la función de este tipo de operaciones en la resolución de problemas algebraicos tomando en cuenta las propiedades de las operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación), ya que conociendo el resultado de la operación directa correspondiente, se puede hallar el otro resultado. La **sustracción** es inversa a la adición, **la división** a la multiplicación, **y la radicación** a la potenciación. Mediante un ejercicio sencillo se explicara el procedimiento denominado “Método del Cangrejo” y se guiará la resolución de un segundo ejercicio (incluido en la hoja de ejercicios) como se muestra a continuación:

Método del cangrejo.

El **método del Cangrejo** permite encontrar la solución de un problema algebraico sin necesidad de plantear una ecuación, para poder aplicar el método correctamente, es importante tener en cuenta lo siguiente:

1. No se conoce la cantidad inicial.
2. Hay varias operaciones sucesivas.
3. Se conoce la cantidad final.

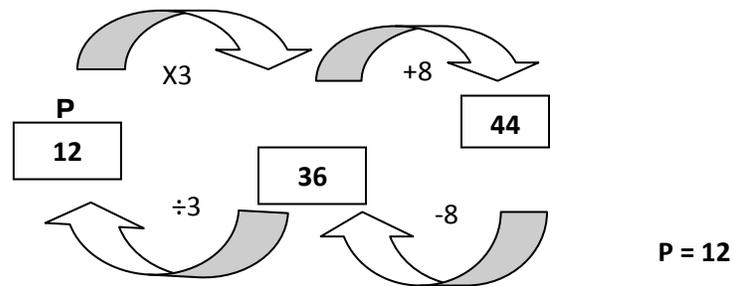
Al resolver un problema utilizando el método del cangrejo se deben realizar **operaciones inversas** a las planteadas en el problema en cada caso, empezando desde el final hacia el comienzo.

Ejemplo:

Si a la edad de Paty se le multiplica por 3, y a esto se le agrega 8 da como 44, ¿Cuál es la edad de Paty?

1. Se toma la edad de Paty como la incógnita y se expresa con la letra **P**.
2. Se dibujan los cuadros necesarios según las operaciones requeridas hasta llegar al resultado.
3. Se identifican los datos del problema y se avanza de izquierda a derecha
4. Se realizan las operaciones inversas de derecha a izquierda
5. Se obtiene el resultado.

Resolución por el método del cangrejo.



7.4. Ejercicio: “Los opuestos”.

Procedimiento. El coordinador pide a los participantes ponerse de pie y explica que a cada una de sus indicaciones ellos deben realizar la acción contraria. Ejemplo: si él indica dar un paso adelante, ellos deberán dar uno atrás, si se indica sentarse ellos deben permanecer de pie, etc.

7.5. Ejercicio de evaluación: Problemas.

Procedimiento. El coordinador entregará una hoja con ejercicios que los alumnos realizarán según el Método del cangrejo, sugeridos en el (Anexo 11) y calificarán su logro.

7.6. Ejercicio de relajación: Estiramientos para destensar el cuerpo.

Procedimiento. Pedimos al alumno que se sienta y extienda las manos sobre sus rodillas para realizar secuencias de relajación con diferentes partes del cuerpo. Se le dan las indicaciones en el orden siguiente:

1. Cierra las manos fuertemente hasta sentir tensión y mantenerla durante 10 segundos, después destensa suavemente.

2. Encoge los hombros hasta las orejas y libera poco a poco contando despacio del 1 al 10.
3. Lleva el mentón al pecho y luego relaja lentamente.
4. Abre la boca y extiende la lengua, después relaja suavemente.
5. Inhala profundamente durante unos segundos y exhala muy despacio.
6. Estira los dedos de los pies como si quisieras ponerte de puntillas, aguanta unos segundos y recupera la posición.

7.7. Cierre de sesión.

Procedimiento. Para salir cada alumno deberá mostrar el papelito recibido al inicio de la sesión e indicar a qué figura geométrica corresponde la fórmula que le fue entregada. El coordinador agradecerá su interés y participación en las actividades, y los invitará a la siguiente sesión.

SESIÓN OCHO.

8.1. Inicio de sesión. Recepción de los participantes.

Procedimiento. Se recibirá a los participantes en la entrada del salón con música suave y relajante invitándoles a sentarse y ocupar el lugar que tomaron durante la primera sesión del curso. Se observará cuántos de los alumnos conservan el recuerdo y al final de la sesión se les presentará la foto para que ellos puedan saber quién acertó.

8.2. Ejercicio de gimnasia cerebral. Botones del Espacio

Procedimiento. El coordinador explicará a los alumnos que la actividad servirá para estimulación la receptividad para el aprendizaje y dará las siguientes indicaciones

1. Coloca dos dedos encima del labio superior y la otra mano en los últimos huesos de la columna vertebral.
2. Respirar profundamente al menos 10 ocasiones.

8.3. Exposición: Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Procedimiento. Como parte introductoria de la exposición el coordinador proyectará el video con tema: **Ecuaciones** (https://www.youtube.com/watch?v=4mq4ZPLb5_w), al término de este, se explicará que **las ecuaciones de primer grado con una incógnita** son definidas como una igualdad en la que hay un número desconocido, generalmente representado por la letra x , llamada incógnita, que no está elevado a potencia alguna (cuadrado, cubo, etc.).

También se expondrá la clasificación (forma) de las ecuaciones de primer grado con una incógnita y la manera en que estas pueden ser resueltas mediante la utilización de un **método**. El coordinador debe hacer hincapié en que **resolver** una ecuación con una incógnita consiste en hallar una solución para esta.

Además deberá enfatizar en que para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita se hacen las transformaciones que sean necesarias (utilizando operaciones inversas), se trasladan todos los términos que tienen incógnita a un lado de la igualdad y todos los que no la tienen al otro; después se efectúan las operaciones indicadas hasta llegar a una ecuación que se resuelve despejando (quitando todo lo que le estorba) la incógnita como se muestra a continuación:

Solución de una ecuación de la forma $ax+b=c$

4. Prerrequisitos: suma, resta, multiplicación y división.
5. Concepto: resolución de ecuaciones de primer grado.
6. Jerarquía de aprendizajes:
 - f) Identificar la operación que se va a ejecutar para anular el coeficiente numérico del binomio.
 - g) Sumar o restar el valor absoluto del coeficiente numérico en ambos lados de la igualdad para no alterarla.
 - h) Realizar las operaciones correspondientes (suma o resta) previas a la obtención del resultado.
 - i) Identificar el coeficiente numérico que acompaña a la variable.
 - j) Anular el coeficiente numérico mediante el cociente con el mismo valor absoluto en ambos lados de la igualdad para no alterarla y realizar la operación (división).

$$\begin{aligned}2x + 2 &= 12 \\2x + 2 - 2 &= 12 - 2 \\2x &= 10 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{10}{2} \\x &= 5 \\ \underline{\underline{X = 2}}\end{aligned}$$

8.4. Ejercicio: “La letra misteriosa.”

Procedimiento. El coordinador estimulará el recuerdo del alumno sobre el tema de la sesión anterior (operaciones inversas) y explicará que en el ejercicio que a realizar el valor desconocido está representado con una letra (incógnita) y que él deberá realizar las operaciones que considere necesarias para despejar esa letra y obtener su valor. Se entregará una hoja de ejercicios (Anexo 13) y se dará acompañamiento sólo a solicitud del alumno.

8.5. Ejercicio de relajación. Bostezo energético.

Procedimiento. Se pide a los participantes se pongan de pie, coloquen las yemas de los dedos en las mejillas, simulen un bostezo y hagan presión con los dedos. Explicar que el ejercicio sirve para oxigenar el cerebro, relajar la tensión del área facial y mejorar la visión.

8.6. Ejercicio de evaluación. Problemas y ecuaciones.

Procedimiento. Se entrega una hoja con problemas (Anexo14) que el alumno resolverá de manera individual aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del curso. Se pedirá leer las instrucciones en con detenimiento y contestar lo que se pide.

8.7. Cierre de sesión.

Procedimiento. El coordinador agradecerá la participación de los alumnos a lo largo del taller y pedirá que resuelvan el cuestionario de evaluación (Anexo 15) del curso, indicando que al terminar deberán depositarlo en la caja que está al lado de la puerta. Se ambientará el salón con música relajante y se entregará un pequeño obsequio a los participantes.

CONCLUSIONES.

La realidad educativa en nuestro país evidencia las deficiencias que se han presentado ya durante varios años con referencia a la asignatura de matemáticas en las escuelas de educación secundaria. En la actualidad es recurrente escuchar a docentes y padres de familia preocupados por las dificultades que los estudiantes presentan para adquirir conocimientos y habilidades que les permitan un mejor desempeño académico, lo que los lleva a buscar opciones fuera de las instituciones educativas.

En el ámbito educativo, la pedagogía como ciencia, proporciona al proceso de enseñanza-aprendizaje metodologías, estrategias, técnicas y herramientas que posibilitan atender las diversas necesidades educativas que presentan los estudiantes dentro y fuera del aula escolar. En este sentido es trabajo pedagógico identificar las barreras que imposibilitan el aprendizaje y proporcionar estrategias de intervención que favorezcan el mismo.

Como pedagoga considero que el aprendizaje escolar debiera ser amigable a la apreciación del estudiante y no provocar en él confusión o temor. Es importante señalar que gran parte de la información que este recibe como estímulo para el aprendizaje proviene de situaciones cotidianas, por lo que implementar talleres dinámicos que motiven el interés, favorezcan el recuerdo de aprendizajes previos y promuevan el uso de estrategias cognitivas a través de actividades lúdicas, intencionadas y significativas, puede ser considerado como una opción alterna al aprendizaje escolar.

Desde mi apreciación el uso de estrategias cognitivas, entendidas como el conjunto de estrategias que se utilizan para aprender, codificar, comprender y recordar información se ha relacionado mayormente con asignaturas de corte social y humanístico. La elaboración de mapas mentales, cuadros sinópticos y líneas del tiempo, entre otros recursos, han favorecido la habilidad mental del estudiante en sus labores académicas aportando buenos resultados. En el caso del aprendizaje del álgebra, el uso de este tipo de estrategias, demanda una metodología más compleja

cimentada en la adquisición de conceptos, el dominio de conocimientos previos y el establecimiento de estructuras que posibiliten el seguir aprendiendo.

No siempre el conocimiento conceptual y procedimental puede ser adquirido por el estudiante mediante una metodología constructivista, como lo marcan los planes de estudio vigentes, sin recurrir a métodos conductistas como la memorización de conceptos, técnicas, propiedades y el uso de operaciones básicas prerequisite a la resolución de operaciones algebraicas.

Aunque pudiera parecer relevante determinar la capacidad intelectual de cada uno de los estudiantes, el aprendizaje de temas algebraicos no debe ser condicionado a la inteligencia de quien desea aprender. Pero es importante señalar que para alcanzar contextos abstractos y amplios, que permite sólo el lenguaje formal, es necesario que el estudiante adquiera cierto grado de madurez en los conceptos y el lenguaje propio del álgebra.

La posibilidad de implementar un taller que desarrolle estrategias cognitivas en el aprendizaje de temas relacionados con conceptos algebraicos se presenta como una opción para los estudiantes que no logran el entendimiento de estos dentro del aula escolar.

De entre las ventajas asociadas a la participación en un taller de matemáticas algebraicas se encuentra la posibilidad de relacionar la teoría con la práctica en temas que no son considerados útiles o relevantes y referirlos a su entorno habitual posibilitando la interiorización de conceptos y métodos en la resolución de ecuaciones.

A diferencia de una clase escolar o una asesoría personalizada, el taller como herramienta pedagógica reúne grupos pequeños de participantes con necesidades educativas y características similares, conjunta estilos de aprendizaje a través de sus actividades y fomenta el trabajo colaborativo mediante la integración de equipos con metas conjuntas.

En la propuesta pedagógica de Robert Gagné encontré el aporte teórico que me permitió conjuntar características y técnicas provenientes del conductismo y el cognoscitivismo, y orientarlas al desarrollo de estrategias cognitivas en el aprendizaje del álgebra y la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

El diseño de taller se obtuvo a partir de una investigación bibliográfica con la cual se desarrolló un taller horizontal de actividades orientadas, en cuya propuesta, los temas elegidos son progresivos en complejidad, y van del pensamiento intuitivo hacia el formal. Los ejercicios y problemas presentados están encadenados entre sí, y conducen a problemas que exigen la construcción de modelos que promueven el saber hacer.

El uso de talleres educativos promueve en los estudiantes un aprendizaje activo que lo orientan a desarrollar habilidades de pensamiento, capacidad de investigación y autogestión. El taller “**Desarrollo de estrategias cognitivas en el aprendizaje del álgebra, ecuaciones de primer grado con una incógnita**” sienta las bases para continuar una investigación profunda a través de su aplicación, análisis y evaluación para determinar la viabilidad y efectividad de la propuesta con miras a su implementación en las escuelas de educación secundaria y con ello contribuir al mejor aprovechamiento educativo de nuestros estudiantes.

REFERENCIAS.

Aguerrondo, I. (2016). *Repensando las intenciones, los formatos y los contenidos de los procesos de reforma de la educación y el currículo en América Latina*. Panamá: UNICEF.

Ausubel, D.P. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Editorial Trillas.

Ávila, A. (2015). *La investigación en educación matemática en México: una mirada a 40 años de trabajo en el campo*. México: CIAEM.

Bell, E.T. (1985). *Historia de las Matemáticas*. México: Fondo de Cultura Económica.

Bruner, J. S. (1969). *Hacia una teoría de la instrucción*. México: UTEHA

Canals, M. y Alsina A. (2002). *Divermat Matemáticas. Lógica, cálculo y problemas*. Barcelona: Editorial Onda.

Coll, C. y Martín, E. (2006). *Vigencia del debate curricular. Aprendizajes básicos, competencias y estándares*. México: SEP. Serie Cuadernos de la Reforma.

De la Parra Paz, E. (2004). *Herencia de vida para tus hijos. Crecimiento integral con técnicas PNL*. México: Grijalbo.

Dienes, Z.P. (1970). *Las seis etapas del aprendizaje en matemática*. Barcelona: Teide.

Dueñas, G. y Jiménez, M. (2006). *Algunas aportaciones del análisis de tarea al estudio del desarrollo cognitivo. El caso del aprendizaje de la matemática en el bachillerato*. Revista de Educación y Desarrollo, 5. Julio-septiembre de 2006.

Escareño, F. y López, O. (2013). *Matemáticas 2*. México: Trillas.

Fregoso, A. (1977). *Los elementos del lenguaje de la matemática*. México: Trillas.

Fuller, G. (1984). *Álgebra Elemental*. México: Compañía Editorial Continental.

- Gagné, R. (1975). Principios básicos del aprendizaje para la instrucción. México: Editorial Diana
- Gagné, R. (1980). *La planificación de la enseñanza sus principios*. México: Trillas.
- Gagné, R. (1987). *Las condiciones del aprendizaje*. México: Mc Grau-Hill.
- Gagné, R. (1991). *La psicología cognitiva del aprendizaje escolar*. Madrid: Visor.
- Gallego, J. (1997). *Las estrategias cognitivas en el aula. Programas de intervención psicopedagógica*. Madrid: Editorial Escuela Española.
- Godino, J. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada, España: Edición Febrero 2003.
- Gómez, C. (2014). *Álgebra superior. Curso completo*. México: UNAM.
- Gómez, O. (2010). *Habilidades del pensamiento*. México: Cengage Learning Editores S. A. de C. V.
- Hernández, J.M, Solano, H. y Jiménez, L. (2013). *Matemáticas 2*. México: Patria.
- INEE (2016). *Planea: una nueva generación de pruebas*. México: INEE.
- INEE. (2016). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes: Resultados Nacionales 2015*. México: INEE.
- Kieran, C., y Filloy, E. (1989). *El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica*. Enseñanza de las Ciencias, 7.
- Mac. Gregor, M. y Stacey, K. (2000). *Incógnitas con valores cambiantes y múltiples referentes en el álgebra de los alumnos*. Educación matemática. 12(3).
- Mancera, E. y Pérez, C. (2007). *Historia y Prospectiva de la Educación Matemática. Memorias de la XII CIAEM 2007*. México: Ediciones Internacionales S.A. de C.V.
- Martínez, X. y Camarena, P. coord. (2015). *La educación matemática en el siglo XXI*. México: Colección Paideia, Siglo XXI.
- Mirabent, G. (Abril-Junio 1990). Aquí, talleres pedagógicos. *Revista Pedagogía Cubana. Volumen II (6)*. p.15

- Not. L. (1983). *Las pedagogías del conocimiento*. México: Fondo de Cultura Económica.
- OCDE (2015). *Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA)*, México: Santillana.
- Orton, A. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Piaget, J. (1979). *Tratado de lógica y conocimiento científico (1). Naturaleza y métodos de la epistemología*. Buenos Aires: Paidós.
- Pizón, M. y Gallardo, A. (2000). *Semántica versus sintaxis en la resolución de ecuaciones lineales*. *Educación matemática*, 12(2).
- Sadovsky, P. (2000). *Enseñar matemáticas hoy. Miradas, sentidos y desafíos*, México: SEP-Libros del Zorzal.
- Sanjurjo L. y Vera M. (1994). *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior*. Editorial Homo Sapiens. Bs. As.
- SEP (2000). *Matemáticas. Libros del Zorzal*. México. SEP
- SEP, (2016). *Propuesta curricular para la educación obligatoria 2016*. México: SEP
- SEP, (2017). *Modelo Educativo para la educación obligatoria*. México: SEP
- Simone, D. y Hersh, L. (2004). *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida*. México: Fondo de cultura Económica.
- Smit, K. (1991). *Introducción a la Lógica*. México: Grupo editorial Iberoamericana.
- Stewart, I. (2007). *Historia de las Matemáticas*. Barcelona: Crítica.
- Titchmarsh, E.C. (1984). *Esquema de la Matemática Actual*. Breviarios. (5ª reimpresión). México: Ed. Fondo de Cultura Económica.
- Trilla. J. (coordinador) y B. Gros. (2007). *El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI*. Barcelona: Edit. Grao.
- Vygotski, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. México Editorial Crítica.

Anexos.

Anexo 1. TEST ESTILOS DE APRENDIZAJE
(MODELO PNL)

INSTRUCCIONES: Subraya la respuesta que consideres apropiada a cada pregunta.

1. ¿Cuál de las siguientes actividades disfrutas más?

- a) Escuchar música
- b) Ver películas
- c) Bailar con buena música

2. ¿Qué programa de televisión prefieres?

- a) Reportajes de descubrimientos y lugares
- b) Cómic y de entretenimiento
- c) Noticias del mundo

3. Cuando conversas con otra persona, tú:

- a) La escuchas atentamente
- b) La observas
- c) Tiendes a tocarla

4. Si pudieras adquirir uno de los siguientes artículos, ¿cuál elegirías?

- a) Un jacuzzi
- b) Un estéreo
- c) Un televisor

5. ¿Qué prefieres hacer un sábado por la tarde?

- a) Quedarte en casa
- b) Ir a un concierto
- c) Ir al cine

6. ¿Qué tipo de exámenes se te facilitan más?

- a) Examen oral
- b) Examen escrito
- c) Examen de opción múltiple

7. ¿Cómo te orientas más fácilmente?

- a) Mediante el uso de un mapa
- b) Pidiendo indicaciones
- c) A través de la intuición

8. ¿En qué prefieres ocupar tu tiempo en un lugar de descanso?

- a) Pensar
- b) Caminar por los alrededores
- c) Descansar

9. ¿Qué te halaga más?

- a) Que te digan que tienes buen aspecto
- b) Que te digan que tienes un trato muy agradable
- c) Que te digan que tienes una conversación interesante

10. ¿Cuál de estos ambientes te atrae más?

- a) Uno en el que se sienta un clima agradable
- b) Uno en el que se escuchen las olas del mar
- c) Uno con una hermosa vista al océano

11. ¿De qué manera se te facilita aprender algo?

- a) Repitiendo en voz alta
- b) Escribiéndolo varias veces
- c) Relacionándolo con algo divertido

12. ¿A qué evento preferirías asistir?

- a) A una reunión social
- b) A una exposición de arte
- c) A una conferencia

13. ¿De qué manera te formas una opinión de otras personas?

- a) Por la sinceridad en su voz
- b) Por la forma de estrecharte la mano
- c) Por su aspecto

14. ¿Cómo te consideras?

- a) Atlético
- b) Intelectual
- c) Sociable

15. ¿Qué tipo de películas te gustan más?

- a) Clásicas
- b) De acción
- c) De amor

16. ¿Cómo prefieres mantenerte en contacto con otra persona?

- a) por correo electrónico
- b) Tomando un café juntos
- c) Por teléfono

17. ¿Cuál de las siguientes frases se identifican más contigo?

- a) Me gusta que mi coche se sienta bien al conducirlo
- b) Percibo hasta el más ligero ruido que hace mi coche
- c) Es importante que mi coche esté limpio por fuera y por dentro

18. ¿Cómo prefieres pasar el tiempo con tu novia o novio?

- a) Conversando
- b) Acariciándose
- c) Mirando algo juntos

19. Si no encuentras las llaves en una bolsa

- a) La buscas mirando
- b) Sacudes la bolsa para oír el ruido
- c) Buscas al tacto

20. Cuando tratas de recordar algo, ¿cómo lo haces?

- a) A través de imágenes
- b) A través de emociones
- c) A través de sonidos

Anexo 1. TEST ESTILOS DE APRENDIZAJE
(MODELO PNL)

21. Si tuvieras dinero, ¿qué harías?
a) Comprar una casa
b) Viajar y conocer el mundo
c) Adquirir un estudio de grabación
22. ¿Con qué frase te identificas más?
a) Reconozco a las personas por su voz
b) No recuerdo el aspecto de la gente
c) Recuerdo el aspecto de alguien, pero no su nombre
23. Si tuvieras que quedarte en una isla desierta, ¿qué preferirías llevar contigo?
a) Algunos buenos libros
b) Un radio portátil de alta frecuencia
c) Golosinas y comida enlatada
24. ¿Cuál de los siguientes entretenimientos prefieres?
a) Tocar un instrumento musical
b) Sacar fotografías
c) Actividades manuales
25. ¿Cómo es tu forma de vestir?
a) Impecable
b) Informal
c) Muy informal
26. ¿Qué es lo que más te gusta de una fogata nocturna?
a) El calor del fuego y los bombones asados
b) El sonido del fuego quemando la leña
c) Mirar el fuego y las estrellas
27. ¿Cómo se te facilita entender algo?
a) Cuando te lo explican verbalmente
b) Cuando utilizan medios visuales
c) Cuando se realiza a través de alguna actividad
28. ¿Por qué te distingues?
a) Por tener una gran intuición
b) Por ser un buen conversador
c) Por ser un buen observador
29. ¿Qué es lo que más disfrutas de un amanecer?
a) La emoción de vivir un nuevo día
b) Las tonalidades del cielo
c) El canto de las aves
30. Si pudieras elegir ¿qué preferirías ser? a)
Un gran médico
b) Un gran músico
c) Un gran pintor
31. Cuando eliges tu ropa, ¿qué es lo más importante para ti?
a) Que sea adecuada
b) Que luzca bien
c) Que sea cómoda
32. ¿Qué es lo que más disfrutas de una habitación?
a) Que sea silenciosa
b) Que sea confortable
c) Que esté limpia y ordenada
33. ¿Qué es más sexy para ti?
a) Una iluminación tenue
b) El perfume
c) Cierta tipo de música
34. ¿A qué tipo de espectáculo preferirías asistir?
a) A un concierto de música
b) A un espectáculo de magia
c) A una muestra gastronómica
35. ¿Qué te atrae más de una persona?
a) Su trato y forma de ser
b) Su aspecto físico
c) Su conversación
36. Cuando vas de compras, ¿en dónde pasas mucho tiempo?
a) En una librería
b) En una perfumería
c) En una tienda de discos
37. ¿Cuál es tu idea de una noche romántica?
a) A la luz de las velas
b) Con música romántica
c) Bailando tranquilamente
38. ¿Qué es lo que más disfrutas de viajar? a)
Conocer personas y hacer nuevos amigos
b) Conocer lugares nuevos
c) Aprender sobre otras costumbres
39. Cuando estás en la ciudad, ¿qué es lo que más echas de menos del campo?
a) El aire limpio y refrescante
b) Los paisajes
c) La tranquilidad
40. Si te ofrecieran uno de los siguientes empleos, ¿cuál elegirías?
a) Director de una estación de radio
b) Director de un club deportivo
c) Director de una revista

Referencia: De la Parra Paz, E. (2004). Herencia de vida para tus hijos. Crecimiento integral con técnicas PNL. Grijalbo, México.

Anexo 1. HOJA DE RESPUESTAS.

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

EVALUACIÓN DE RESULTADOS. Marca la respuesta que elegiste para cada una de las preguntas y al final suma verticalmente la cantidad de marcas por columna.

PREGUNTA	VISUAL	AUDITIVO	KINESTÉSICO
1.	B	A	C
2.	A	C	B
3.	B	A	C
4.	C	B	A
5.	C	B	A
6.	B	A	C
7.	A	B	C
8.	B	A	C
9.	A	C	B
10.	C	B	A
11.	B	A	C
12.	B	C	A
13.	C	A	B
14.	A	B	C
15.	B	A	C
16.	A	C	B
17.	C	B	A
18.	C	A	B
19.	A	B	C
20.	A	C	B
21.	B	C	A
22.	C	A	B
23.	A	B	C
24.	B	A	C
25.	A	B	C
26.	C	B	A
27.	B	A	C
28.	C	B	A
29.	B	C	A
30.	C	B	A
31.	B	A	C
32.	C	A	B
33.	A	C	B
34.	B	A	C
35.	B	C	A
36.	A	C	B
37.	A	B	C
38.	B	C	A
39.	B	C	A
40.	C	A	B
TOTAL			

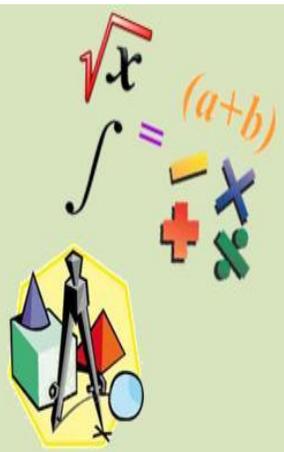
Anexo 1. HOJA DE RESPUESTAS.

Anexo 2. Sopa de letras

Nombre: _____

Fecha: _____

Sopa de Letras
Matemática



Lista de Palabras

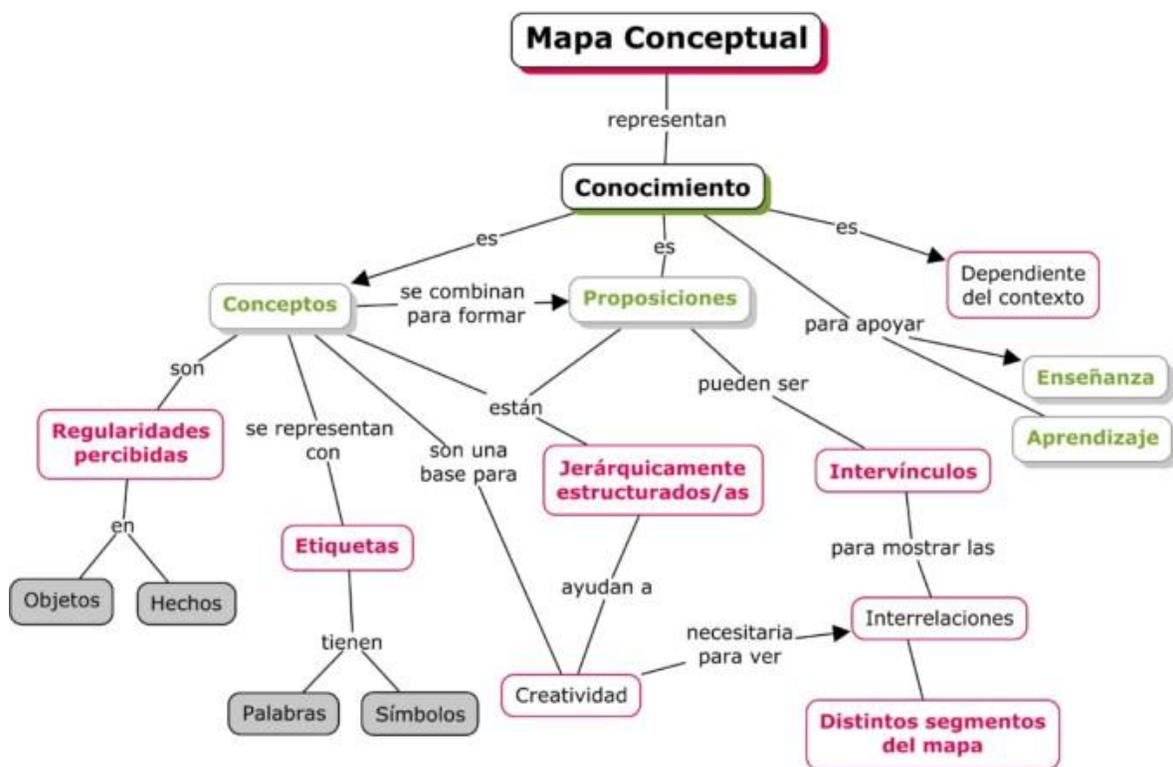
- ÁLGEBRA
- MATRIZ
- FACTORIZACIÓN
- TEOREMA
- CÁLCULO
- FRACCIONES
- DETERMINANTE
- TRIGONOMETRÍA
- ADICIÓN
- MULTIPLICACIÓN
- SUSTRACCIÓN
- DIVISIÓN
- VECTORES
- POLINOMIO

V	G	D	E	B	T	R	E	F	K	U	O	W	Á	L	G	E	B	R	A	E	D	A
U	Z	B	K	D	V	M	V	K	R	W	T	X	X	F	R	O	U	I	R	I	V	C
O	S	X	H	S	U	D	F	A	C	T	O	R	I	Z	A	C	I	Ó	N	H	Q	W
G	K	J	X	M	U	L	T	I	P	L	I	C	A	C	I	Ó	N	E	Q	B	I	K
K	T	I	I	L	I	C	D	A	O	K	G	S	L	I	F	B	R	Q	Y	L	Z	S
O	P	I	T	Y	Q	V	E	D	F	T	R	H	R	B	R	Y	V	O	Z	M	Z	D
M	V	R	J	P	R	Y	Q	I	Z	R	R	X	C	Q	U	N	M	P	B	R	L	B
D	J	U	V	L	O	D	O	C	U	S	Q	I	J	A	V	L	S	J	C	Q	E	N
N	D	N	P	E	J	L	D	I	F	G	D	O	G	S	Z	T	M	A	T	R	I	Z
F	C	H	M	U	C	W	I	Ó	T	R	I	Y	X	O	A	W	A	A	O	E	Y	D
R	X	M	S	O	K	T	A	N	E	X	V	F	I	Y	N	K	I	V	B	B	C	E
A	O	V	V	O	S	N	O	Z	O	Q	I	B	R	A	W	O	H	Z	O	R	I	T
C	W	W	G	V	B	X	C	R	R	M	S	L	B	X	H	R	M	V	U	M	B	E
C	V	I	Q	C	R	P	X	G	E	O	I	W	W	D	G	R	J	E	K	R	X	R
I	Q	Q	B	S	F	G	H	M	M	S	Ó	O	C	I	Y	Y	A	B	T	A	L	M
O	U	S	N	S	X	P	H	U	A	O	N	R	A	Z	U	L	Q	U	A	R	F	I
N	K	S	H	F	U	M	J	B	A	T	A	Z	L	W	F	X	D	K	R	J	Í	N
E	E	P	B	Y	H	A	C	N	S	L	X	E	L	B	B	Z	K	S	F	D	A	A
S	V	X	W	I	F	D	G	Q	L	Z	B	D	S	D	X	P	U	S	F	Y	T	N
C	Á	L	C	U	L	O	W	S	O	R	Z	G	V	Q	L	R	N	X	Q	M	E	T
G	X	V	A	J	M	E	Z	S	U	S	T	R	A	C	C	I	Ó	N	Y	A	I	E
W	L	M	W	S	R	M	F	X	G	I	Y	I	C	K	R	K	A	J	E	Q	Q	Y
A	I	M	P	L	A	S	P	Y	P	L	L	J	M	F	M	P	U	G	G	B	W	M

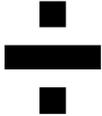
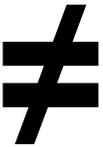
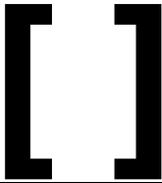
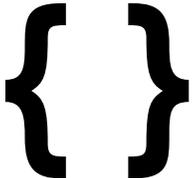
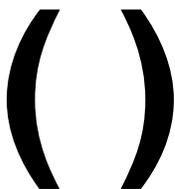
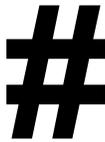
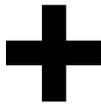
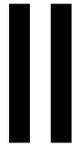
Anexo 3. Mapa conceptual.

Los mapas conceptuales son esquemas, **representaciones gráficas de una idea o un conjunto de las mismas**, en las cuales encontramos dos grandes elementos: conceptos (o frases breves, cortas) y uniones o enlaces. El **“concepto” viene asociado a un conjunto de ideas**, que se encuentran resumidas o sintetizadas. Los conceptos se unen a otros a través de flechas, corchetes o simples líneas.

EJEMPLO.



Anexo 4. Símbolos y significados

				
División	Diferente	Por	Corchete	Mayor que
				
Menos	Punto	Llave	Pi	Menor que
				
Paréntesis	Porcentaje	Número	Más	Igual
	Sumatoria		Paralelas	

Guía de ejercicio.

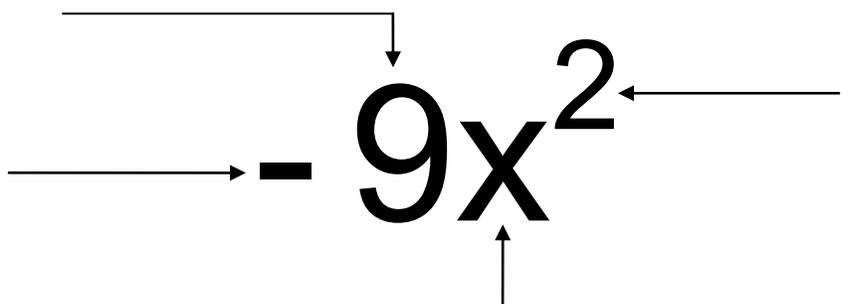
Instrucciones. Haciendo uso de signos, números y letras traduce al lenguaje algebraico las expresiones siguientes.

1. El doble de un número.
2. El doble del producto de dos números
3. La diferencia de dos números.
4. El cuadrado de un número menos dos.
5. El triple de la cuarta parte de un número.
6. La suma de dos números es igual a siete.
7. El cuadrado de un número más el cubo del mismo número es igual que 23.
8. El triple del cuadrado de un número más las dos terceras partes de otro resultan igual a 136.
9. La diferencia de dos números es igual que 5 más el primero.
10. El cociente de dos números es igual que 8.
11. La suma de dos números negativos es menos 14.
12. La tercera parte de un número disminuido de 12 da como resultado 6.
13. El resultado de multiplicar un número por su doble es 9.
14. La raíz cuadrada de la diferencia de dos números es igual a su producto.
15. Un número negativo más 36 es igual a menos 2.

Elementos, tipos y características de una expresión algebraica.

Instrucciones. Lee con atención y contesta lo que se te pide.

1. Anota sobre la línea el nombre de los elementos del siguiente término algebraico.



2. Completa la tabla siguiente anotando el número de términos y el nombre que se da a las expresiones siguientes.

Expresión	Número de términos	Nombre
$2x+3$		
$3ab+5bc-2ab+ 4bc$		
$x+2x+3x+4x+5x+6x+7x$		
$-xyz$		
$x+3y+4z$		
$mn+nm+2mn+3nm$		
$3y$		
$x^5 + 5x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 7x$		
$4b+2b-3b$		
$2k^2$		
$(3a+3b)$		
$[5y^2 + 2y^3 - 5y^2]$		
$-b$		

Anexo 7. ¿Cuánto falta?

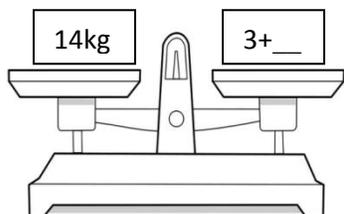
Nombre: _____

Fecha: _____

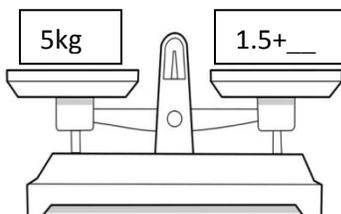
1. Encuentra el número que falta para completar correctamente las operaciones.

- a) $23 + \underline{\quad} = 75 - 28$
- b) $\underline{\quad} + 15 = 40 + 5$
- c) $16 + \underline{\quad} = 28 - 8$
- d) $5 + \underline{\quad} + 7 = 20 + 2$
- e) $\underline{\quad} + 26 - \underline{\quad} = 16 + 14$
- f) $7 + \underline{\quad} = 13 - \underline{\quad}$
- g) $2 \times \underline{\quad} = 7 + 9$
- h) $15 \div \underline{\quad} = 7 - 2$
- i) $8 \times \underline{\quad} = 16 + 16$
- j) $40 \div \underline{\quad} = 10 - 2$

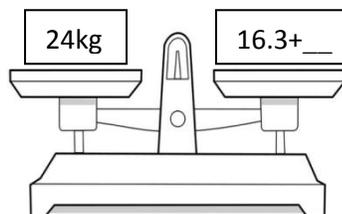
2. Equilibra la balanza colocando el número que falta.



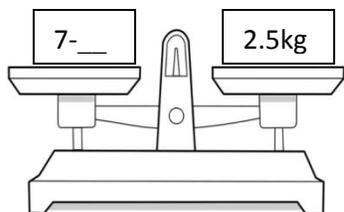
BALANZA



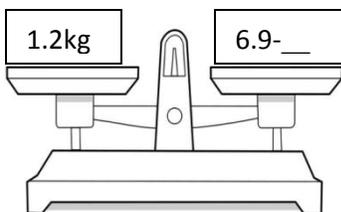
BALANZA



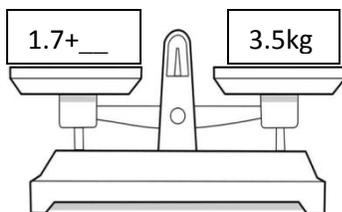
BALANZA



BALANZA



BALANZA



BALANZA

A

i

B

d

C

d

D

i

E

d

F

j

G

i

H

d

I

j

J

d

K

i

L

j

M

i

N

i

O

d

P

i

Q

j

R

i

S

d

T

i

U

j

V

d

W

j

X

i

Y

d

Z

j

Anexo 9. Cuánto tengo, cuánto pago.

Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones. Observa y lee con atención los siguientes problemas y responde lo que se te pide.



1. María recibió un pago por parte de su empresa de \$12635.40 pesos y ha decidido comprar ropa para comenzar un negocio. Al llegar a la tienda escogió las siguientes prendas y accesorios:

2 vestidos, 1 par de botas, 1 abrigo, 10 bufandas, 5 gorros, 3 pantalones deportivos y 5 de vestir, 6 blusas de cuello redondo y 3 de cuello alto, 8 minifaldas, 3 pares de zapatillas, 2 pares de guantes y 3 bolsas de mano.

- a) ¿Cuánto deberá pagar por la mercancía elegida?
- b) Si fuera el caso ¿cuánto dinero le falta?
- c) Si el encargado de la tienda le ofrece un crédito de \$3500.00, ¿cuánto dinero le sobra?
- d) Con el dinero que sobrante María decide invitar a su novio al cine y a comer gastando \$875.00 ¿de cuánto dinero dispone para pagar la primera mensualidad del préstamo que es de \$500.00 pesos?
- e) En su primera venta, María recibe un pago de \$200.00, ¿cuál es el capital de que dispone María para el pago de la mensualidad?

ab^2c abc^2 $3nm^3$

$3x^2$ xy^2 a^3b^2

$3mn$ $2bc$ ab^2c

a^2bc ax^2 $3mn$

ax^2

m^3

$3m$ $2bc$

a^3b^2 $3x^2$ xy^2

$3nm^3$ $2x^3$ $3m$

$2x^3$ a^2bc

abc^2 m^3 ax^2

Jugador 1: _____
Jugador 2: _____

Anexo 11. Reducción de términos semejantes.

Nombre: _____

Fecha: _____

Los términos semejantes son aquellos que tienen exactamente la misma parte literal, es decir las mismas letras, y cada una de ellas tiene los mismos exponentes.

Instrucciones. Simplifica las siguientes expresiones algebraicas:

a. $4p + 5p - 7p =$

b. $-12a + 4a + a - 8a =$

c. $-x + 7x + 2x - 3x + 4 =$

d. $x + x - 2x - x =$

e. $9x^2 - 3x + 5x - 5x^2 =$

f. $x + y - x - y + x - y =$

g. $x^3 - x^2 + 4x^3 - x^3 + x^2 y - xy^2 + 2 - 3x^2 y =$

h. $4r + 5j + 7j + 9u + 3r = 7r + 12j + 9u =$

i. $24r + 32r + 12w - 3r + 14w =$

j. $45c + 23c + 12t - 12c + 4t =$

k. $3s + 4s + 5f + 3f = 3s + 4s + 5f + 3f$

l. $12a - 8a + 10a + 3a - 18a + 5 =$

m. $2d^4 - 4d^3 - d^2 + 5d - 1 = 5d^4 - 2d^3 - 7d^2 + d - 4$

n. $7ab - 8ca + 4bc + 6ca - 4bc + 3ab =$

o. $ab^2 - b^2a + 3ab^2 =$

p. $72y + 43y + 24u + 32y + 21u + 12u$

q. $43mx^3 + 7mx^3 - 17mx^3 - 13mx^3 =$

r. $25x + 12x - 31x - 8x + 5x =$

Anexo 12. Método del cangrejo.

El **Método del cangrejo** nos permite encontrar la solución de un problema en forma rápida; pero hay que tener en cuenta lo siguiente:

1. No se conoce la cantidad inicial.
2. Hay varias operaciones sucesivas.
3. Se conoce la cantidad final.



Instrucciones. Resuelve los problemas que se presentan a continuación haciendo uso del Método del cangrejo, coloca tu nombre a las hojas que utilices y entrégalas a tu profesor.

1. Si al cierto número lo multiplicamos por 5; luego le agregamos 7; después lo dividimos entre 4; para al final obtenemos 13. ¿El número inicial es?
2. A un número positivo lo dividimos entre 2 luego al resultado se le eleva al cuadrado, al número se le divide entre 4 y dicho resultado le extraemos la raíz cuadrada obteniendo finalmente 5. ¿Cuál es el número?
3. Carlos tiene cierta cantidad de chocolates. A su hermana le regala la mitad de lo que compra más 4 chocolates, a su vecina la mitad de lo que le queda más 2 chocolates. ¿Cuántos chocolates compró si al final le sobran 16 chocolates?
4. A un número se le multiplica por 3, se le resta 6, se multiplica por 5, se le divide por 8, se eleva al cuadrado, se le resta 171 obteniendo 729. ¿Cuáles el número?
5. A un número se le extrae la raíz cuadrada después de agregarle 1 al resultado se multiplica por 3 y se obtiene 12. ¿Cuál es el número?
6. Si a la cantidad que tengo lo multiplico por 5, lo divido luego por 15, al cociente lo multiplico por 4 y añadido 32, entonces tendré 80 pesos. ¿Cuánto tenía inicialmente?
7. Si a un número lo multiplico por 8, luego lo divido por 10 y el cociente lo multiplico por 3 añadiendo enseguida 36, entonces obtendría 180. ¿Cuál es el número inicial?
8. Julio dice: “si a la edad que tendré dentro de dos años lo multiplico por 3, al producto le resto 2 y a la diferencia le extraigo la raíz cuadrada, al número así obtenido le agrego 1, para finalmente extraerle la raíz cúbica, obtengo así 2”. ¿Cuál es la edad de Julio?
9. A un número se le multiplica por 5 se le resta 18, se multiplica por 4, se le divide por 8, se eleva al cuadrado, se le resta 40 obteniéndose 6. Hallar dicho número.
10. Si a la cantidad que tienes lo multiplicamos por tres y luego la divides por 12, el cociente lo multiplicas por 9, luego añades 43 y finalmente obtendrás 160. ¿Cuál era tu cantidad inicial?

Anexo 13. La letra misteriosa.

Instrucciones. Resuelve las siguientes ecuaciones despejando la incógnita.

$8 = w + 7$	$\frac{a}{4} = 1$	$8 - n = 12$
$4 - 1 = 7 - z$	$14 = 7a$	$6 = 9s - 8s$
$\frac{8}{y} = 2$	$5x - 4 = 6$	$14 - x = -2$
$2x + 6 = 5x$	$3y = 6 + y$	$-a + 4 = -1$
$\frac{4 - 2b}{5} = 4$	$3(x - 1) = 5$	$5a - 3 = 4a + 2$

Nombre: _____

Fecha: _____

Anexo 14. Problemas y ecuaciones.

Instrucciones. Lee con atención el cuadro de abajo y resuelve los problemas que se te presentan.

Procedimiento para resolver problemas de ecuaciones:

- Definición de la incógnita
- Traducir al lenguaje algebraico el enunciado.
- Planteamiento de la ecuación.
- Resolución de la ecuación.
- Ver si el resultado de la ecuación es coherente con el enunciado

1. Juana tiene 5 años más que Amparo. Si entre las dos suman 73 años, ¿qué edad tiene cada una?
2. Determinar tres números consecutivos que suman 444.
3. Tengo $\frac{3}{2}$ de lo que vale una computadora. ¿Cuál es el precio si me faltan sólo \$318 pesos para comprarlo?
4. Determinar un número que sumado con su mitad y su tercera parte de 55.
5. Tres socios tienen que repartirse \$3.000 pesos de las ganancias obtenidas. ¿Cuánto le tocará a cada uno, si el primero tiene que recibir 3 veces más que el segundo y el tercero dos veces más que el primero?
6. Mi padre tiene 6 años más que mi madre. ¿Qué edad tiene cada uno, si dentro de 9 años la suma de sus edades será 84 años?
7. La diferencia entre dos números es 656. Dividiendo el mayor entre el menor, resulta 4 de cociente y 71 de resto. Determinar los números.
8. Si de los tres quintos de los libros que tiene Juan le quitamos la mitad de los mismos, nos quedan todavía 50. ¿Cuántos libros tiene Juan?
9. Necesitamos repartir 27 naranjas en dos cajas de forma que en la primera haya 3 más que en la segunda. ¿Cuántas naranjas habrá en cada caja?
10. Encuentra dos números de forma que su diferencia sea 120 y el menor sea la quinta parte del mayor.

Anexo 15. Cuestionario de evaluación.

El taller ha terminado y ahora te toca a ti evaluar la participación de tu coordinador, por ello te pido que contestes de manera sincera a las siguientes preguntas:

1. ¿El taller cubrió sus expectativas?
2. ¿Qué fue lo que más te gusto durante las actividades?
3. ¿Qué aspectos consideras que deberíamos de mejorar?
4. ¿Cómo consideras la participación del asesor?
5. ¿Las actividades fueron suficientes para lograr el entendimiento de los temas?
6. ¿Participarías nuevamente en un taller de matemáticas?

La única manera de hacer un gran trabajo, es amar lo que haces. Si no lo has encontrado, sigue buscando. No te conformes.
Steve Jobs

Gracias.