



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Análisis econofísico de la distribución de
riqueza en México de las empresas más ricas
por industria y por empleado.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

PRESENTA:

AUREA GUADALUPE NÚÑEZ RAMÍREZ

DIRECTOR DEL TRABAJO:

DR. MARCELO DEL CASTILLO MUSSOT

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno
Núñez
Ramírez
Aurea Guadalupe
58430265
Universidad Nacional Autónoma de
México
Facultad de Ciencias
Física 301124797
2. Datos del tutor
Dr.
Marcelo
del Castillo
Mussot
3. Datos del sinodal 1
Dr.
Adonis Germinal
Cocho
Gil
4. Datos del sinodal 2
Dr.
Pedro Eduardo
Miramontes
Vidal
5. Datos del sinodal 3
Dr.
Gerardo
García
Naumis
6. Datos del sinodal 4
Dr.
Ángel
Sánchez
Cecilio
7. Datos del trabajo escrito
Análisis econofísico de la distribución de
riqueza en México de las empresas más ricas
por industria y por empleado.
72 p
2019

*A mi madre, porque su principal prioridad fue nuestra educación.
Gracias por todo.*

*¡Ojalá pudiera conocer lo que contiene
el mundo en sus entrañas, revelar el
desarrollo de las fuerzas activas y
la fuente de todas las cosas y abandonar
para siempre el juego de las palabras vacías!*
GOETHE, "FAUST"

*Necesitamos enseñar que la duda
no sea temida, sino bienvenida y
debatida. No hay problema en decir:
"No Sé".*
RICHARD FEYNMAN

*La misma nueva sociedad, a través de los
dos mil quinientos años de su existencia,
no ha sido nunca más que el desarrollo de
una ínfima minoría expensas de una inmensa
mayoría de explotados y oprimidos; y esto es
hoy más que nunca.*
FEDERICO ENGELS

Resumen

Se estudiaron las distribuciones estadísticas de las empresas más ricas en México, de acuerdo a la revista Expansión para el año 2015 a partir de sus ventas, utilidad de operación, utilidad neta, activos, pasivos, patrimonio y el número total de empleados. Se realizó un análisis del tamaño de las empresas por cada métrica y ordenadas por rango, donde el ajuste más apropiado en todos los casos fue una Distribución Beta Generalizada Discreta (DBGD), considerando un escalamiento log-log y obteniendo una R^2 mayor a 0.98. Así mismo, para conocer la riqueza de una empresa, se efectuó el cociente de sus ventas por el número total de sus empleados y se construyó una Función de Distribución Acumulada Complementaria, donde se observa una división de dos clases para todas las métricas que se ajustan a una distribución lognormal en la parte baja y de Pareto para la parte superior.

Índice general

Introducción	2
0.1. Motivación de la investigación	2
0.2. Estructura de la tesis	3
1. Econofísica	4
1.1. ¿Qué es Econofísica?	4
2. Marco Teórico	6
2.1. Deducción de la Ley de Distribución de Maxwell-Boltzmann	6
2.2. Mecánica estadística de la distribución del dinero	12
2.3. Leyes de Potencias	14
2.3.1. Distribución Beta Generalizada Discreta	17
3. Base de datos entorno a las 500 compañías más importantes en México.	18
3.1. Revista Expansión.	18
3.1.1. Metodología de la revista para recabar información.	18
3.1.2. Ventas y posiciones en el ranking.	19
3.1.3. Fuentes de Expansión.	19
3.2. Empresas del sector público.	19
3.3. Clasificación de las empresas por su actividad o giro.	20
3.3.1. Compañías de Servicios Financieros y Seguros.	20

4. Análisis de Datos.	21
4.1. Estructura de dos clases en la distribución de la riqueza por empleado	39
5. Conclusiones	56
A. Tablas	59
B. Código Phyton para encontrar α y X_{min}	62

Introducción

0.1. Motivación de la investigación

La motivación de esta tesis surge del trabajo publicado en la revista *Physica A*, titulado *Wealth of the world's richest publicly traded companies per industry and per employee: Gamma, Log-normal and Pareto power-law as universal distributions?* [1] que analiza la riqueza de las compañías financieras más ricas del mundo de acuerdo a los datos recopilados por la revista *Forbes* para el año 2015 (G-2000). En ese artículo se realizan ajustes exitosos utilizando distribuciones tipo gama, lognormal, exponencial y ley de potencias de Pareto cuando se divide la riqueza entre el número de empleados, siguiendo modelos de econofísica.

Para una empresa la riqueza se mide de acuerdo a los parámetros de las ventas, ganancias, valor de mercado en la bolsa de valores y activos. La función lognormal aparece en modelos de crecimiento de economía y la función gama aparece cuando se impone un factor de ahorro que limita la cantidad de riqueza cuando los agentes pueden hacer un intercambio de dinero en cada “colisión económica”. El proceso factor de ahorro es una restricción válida en los procesos económicos, pero en los sistemas físicos (como en gases de partículas) no son fáciles de reproducir y son similares al conocido procedimiento de selección de energía del llamado “demonio de Maxwell”.

Es importante contribuir al estudio de la economía en México y por ello el desarrollo de esta tesis utiliza la base de datos de *las 500 empresas más importantes de México de Expansión 2015*, siguiendo la metodología similar al artículo mencionado arriba. También se utilizará la función de distribución de acumulación complementaria para la riqueza de las compañías por

empleado (per cápita) ajustando a las funciones exponencial, gama, lognormal y ley de potencias de Pareto.

0.2. Estructura de la tesis

Capítulo 1: Econofísica. Detalla brevemente la historia y como se llego a la definición de Econofísica.

Capítulo 2: Marco Teórico. Se divide en tres importantes temas, el primero trata de la demostración físico-matemática de la ecuación de Maxwell-Boltzmann. El segundo, llamado *Mecánica estadística de la distribución del dinero*, es de gran importancia ya que es el puente que conecta la Física con la Economía, en gran parte a partir de la teoría de Drăgulescu y Yakovenko. Y el tercero trata de explicar a grandes rasgos las leyes de potencias.

Capítulo 3: Base de datos entorno a las 500 compañías más importantes en México. Se menciona la fuente de donde se obtuvieron los datos. Así como también se hace una clasificación en las siguientes categorías: Empresas del sector publico, empresas por actividad o giro y empresas financieras.

Capítulo 4: Análisis de datos. Se muestran los resultados por medio de gráficas que son analizadas a partir de los ajuste beta: a generalizada, lognormal, gama, exponencial y/o Pareto.

Capítulo 5: Conclusiones. Se describen las conclusiones generales de la tesis.

Apéndice A: Tablas. Muestra una serie de tablas que han sido clasificadas en el Capítulo 4.

Capítulo 1

Econofísica

1.1. ¿Qué es Econofísica?

Actualmente los físicos están contribuyendo al modelado de sistemas complejos mediante el uso de herramientas y metodologías desarrolladas en la Física Teórica y más concretamente en la Mecánica Estadística, estos conocimientos se pueden aplicar a los fenómenos sociales como son los mercados financieros, la distribución y crecimiento de poblaciones, políticas de desarrollo social, etc.

Durante 1985-1990, un equipo de trabajo denominado *grupo de Calcuta* realizó las primeras investigaciones de modelos con respecto a la naturaleza de la riqueza y los ingresos. La distribución en las sociedades y su comparación con la distribución de energía en algunos gases. En la *Conferencia de Calcuta* de 1994, muchos economistas indios (principalmente del Instituto de Estadística de la India) y físicos, discutieron sobre las posibles formulaciones de algunos problemas económicos y sus soluciones usando herramientas de la física. Con estos precedentes surge una nueva disciplina llamada Econofísica, sugerida entre otros, por el físico teórico Eugene Stanley en 1995 en la conferencia *Dinámica de Sistemas Complejos* [2].

El termino Econofísica fue adoptado por analogía con términos similares, como es el caso la biofísica o la geofísica, que estudian procesos propios de la biología y la geología desde la perspectiva de la física. Análogamente la Econofísica trata de aplicar los métodos propios de esta

ciencia a la teoría económica. Sin embargo, en Econofísica las leyes de la física no son aplicables siempre de forma muy precisa. Más bien se utilizan métodos matemáticos desarrollados en física estadística para estudiar las propiedades en sistemas económicos complejos [3]. Recordemos que la mecánica estadística y la economía estudian grandes conjuntos o colecciones de átomos o agentes económicos [4]. Por lo que la idea fundamental de utilizar la física para tratar de explicar los fenómenos sociales y/o económicos es considerar a las sociedades como sistemas formados por muchas partículas o agentes con cierta clase de interacciones, de manera análoga al tratamiento dado por la física estadística a los sistemas de muchos cuerpos [5].

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Deducción de la Ley de Distribución de Maxwell-Boltzmann

En el modelo de Maxwell-Boltzmann, las partículas son distinguibles y están distribuidas entre varios niveles de energía cuántica, pero para tener una mejor comprensión acerca del modelo, es necesario tomar en cuenta las siguientes definiciones de termodinámica estadística.

La *probabilidad*, para nuestros objetivos, se relaciona con el número de veces a observar cierto fenómeno en una gran cantidad de observaciones. Para nuestro caso, la relación existente con el número de formas donde las partículas microscópicas pueden ordenarse dentro de varios estados de energía sujetos a restricciones específicas, tales como la conservación de energía y masa. Cuando sea posible predecir el número de partículas que ocupan cada estado de energía, entonces podrá calcularse la energía total de todas las partículas. Los estados permisibles de energía, que puede alcanzar una partícula se determinan mediante la mecánica cuántica [6].

El *espacio fase* es un espacio de seis dimensiones, formado por las tres coordenadas cartesianas espaciales x , y y z , y las tres coordenadas de cantidad de movimiento p_x , p_y y p_z , donde p denota el vector cantidad de movimiento, es decir, $(p_x, p_y, p_z) \equiv m (v_x, v_y, v_z)$ [6]. En este espacio cada punto corresponde a un posible estado dinámico de una partícula del sistema o, de otra manera, a cada partícula en un instante dado le corresponde un punto en el espacio.

Por lo tanto, se considerará la dinámica instantánea de las partículas en un conjunto de

un determinado momento, es decir, si se subdivide el espacio fase en pequeñas celdas a las cuales se les asignará arbitrariamente una energía ϵ_i , bajo la hipótesis de que las partículas son distinguibles entre sí, numeradas arbitrariamente desde 1 hasta N [7].

En el *microestado*, después de llevar a cabo la operación anterior, en cada celda habrá una cierta población de partículas N_i en un tiempo dado cuya identidad es conocida. Además, no sólo se conocen cuantas partículas están en la celda ϵ_i sino cuales de ellas están en dicha celda [7].

El *macroestado* del sistema está relacionado con las propiedades termodinámicas macroscópicas E , V y N . Si sólo se le conocen estas propiedades resulta que hay una serie de microestados consistentes en dichas propiedades en un momento determinado. Es decir, en un instante dado existen: N_1 partículas de celda ϵ_1 , N_2 partículas en la celda ϵ_2 , \dots , N_j partículas en la celda ϵ_j , \dots etc.

El número total de microestados que corresponden a dicha distribución (N_1, N_2, \dots, N_j) se llama macroestado. Esto es, la especificación detallada del microestado resulta innecesaria para calcular las propiedades termodinámicas macroscópicas, sólo se requiere conocer el número de partículas de cada celda del espacio fase, sin especificar cuál partícula está en cada celda, dicho de otra manera, sólo son relevantes aquellas distribuciones que obedecen la condición donde N y E son fijas:

$$N_1 + N_2 + \dots + N_j + \dots = \sum_{i=1} N_i = N \quad (2-1)$$

$$\epsilon_1 N_1 + \epsilon_2 N_2 + \dots + \epsilon_j N_j + \dots = \sum_{i=1} N_i \epsilon_i = E \quad (2-2)$$

El objetivo es determinar el macroestado más accesible y luego calcular su energía. El más probable es aquel que tiene mayor número de microestados accesibles, es decir, aquel que pueda ocurrir de mayor número de formas [7].

La *degeneración* de un sistema ocurre si existen partículas con la misma energía. Para un nivel dado de energía cuántica ϵ_i , que se representa con el símbolo g_i , se designa el número de

estados cuánticos que tengan energía ϵ_i . Por lo que, si hay posibilidad de más de un estado cuántico, se dice que el sistema es degenerado. Y el sistema es no degenerado cuando $g_i = 1$, es decir, cada nivel de energía puede alcanzarse de una sola manera. En este caso el número total de microestados asociados a una distribución cambia, ya que cada una de las partículas n_i asociadas a una energía ϵ_i puede estar en alguno de los g_i estados diferentes [6].

Se requiere determinar el estado más probable y calcular la energía correspondiente a este estado. Para ello se considera un sistema cerrado y en equilibrio, compuesto de un gran número de partículas distinguibles N , distribuidas entre varios niveles de energía cuánticos designados por el subíndice j , de manera que en el j -ésimo nivel de energía hay N_j partículas con energía ϵ_j . Los valores de las energías ϵ_j están cuantizadas y para ello existen varias formas en las cuales una partícula puede alcanzar dicha energía ϵ_j .

Primero se seleccionan N_1 partículas de las N partículas y se colocan en el estado de energía 1, después se seleccionan N_2 partículas de las N partículas y se colocan en el estado de energía 2, luego se seleccionan N_3 partículas de las N partículas y se colocan en estado de energía 3, así se hace sucesivamente hasta que las N partículas quedan acomodadas en los distintos estados. De manera que el número de formas de distribuir las partículas en el estado de energía 1 es $N_1!$, el número de formas de distribuir las partículas en el estado de energía 2 es $N_2!$, el número de formas de distribuir las partículas en el estado de energía 3 es $N_3!$, y así sucesivamente. Por tanto, la expresión matemática para determinar el número de formas de distribuir las partículas en cada estado de energía está dada por:

$$\Omega = \left(\frac{N!}{N_1!(N - N_1)!} \right) \left(\frac{(N - N_1)!}{N_2!(N - N_1 - N_2)!} \right) \left(\frac{(N - N_1 - N_2)!}{N_3!(N - N_1 - N_2 - N_3)!} \right) \quad (2-3)$$

$$\Omega = \left(\frac{N!}{N_1!N_2!N_3!\dots(N - N_1 - N_2 - N_3)! \dots} \right) \quad (2-4)$$

donde Ω es una cantidad llamada probabilidad termodinámica, la cual representa el número de microestados correspondientes a un macroestado. De aquí se obtiene la expresión para el número de formas al seleccionar N_j partículas de un total de N partículas y colocarlas en el

estado de energía j , dada por el coeficiente multinomial.

$$\Omega_{N_j} = \frac{N!}{N_1!N_2!N_3!\dots} \quad (2-5)$$

o bien

$$\Omega_{N_j} = \frac{N!}{\prod_j N_j!} \quad (2-6)$$

donde $N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots$

Ahora, consideramos al número de formas posibles en que N_j partículas pueden estar distribuidas los g_j estados cuánticos de energía. Entonces, si cada partícula puede ubicarse de g_j formas distintas para todas las partículas del j –ésimo estado de energía se que tiene el número de posibilidades de distribuirlas es:

$$g_j \cdot g_j \cdot g_j \cdot \dots = g_j^{N_j} \quad (2-7)$$

Por lo que la ecuación (2-6) para C_{N_j} del macroestado es:

$$\Omega_{N_j} = \frac{N!}{\prod_j N_j!} \prod_j g_j^{N_j} \quad (2-8)$$

Para el caso del macroestado, sólo son importantes aquellas distribuciones que obedecen las condiciones donde N y E son fijas, $N = \sum_{i=1} N_i$ y , $E = \sum_{i=1} N_i \varepsilon_i$, por lo tanto: Sea $\Omega(E, V, N)$ el número total de estados consistentes con la información que especifica al sistema macroscópico:

$$\Omega(E, V, N) = \sum_{N_j} C_{N_j} = \frac{N!}{\prod_j N_j!} \quad (2-9)$$

La suma se da en las distribuciones que cumplen las importantes condiciones,

$$N = \sum_{i=1} N_i \quad (2-10)$$

y

$$E = \sum_{i=1} N_i \varepsilon_i \quad (2-11)$$

Si el sistema se encuentra en equilibrio y además cuenta con un conjunto de macroestados en un instante determinado, donde cada uno es una medida de la frecuencia donde aparecen distintas distribuciones, entonces existe una distribución con una frecuencia mayor a las otras distribuciones, la cual finalmente es la que contribuye al valor de Ω . Por consiguiente, matemáticamente se debe encontrar el valor de N_i donde la función Ω se maximiza.

Sea $W(n) = N! / \prod_j N_j!$ el termino general de Ω , del cual se calculará el valor de N_i que lo hace un máximo. Para pequeñas variaciones δN_i de los números N_i se tiene:

$$\delta W(n) = \sum_i \left(\frac{\delta W}{\delta N_i} \right)_{i \neq j} \delta N_i = 0 \quad (2-12)$$

donde

$$\sum_{i=1} \delta N_i = \delta N = 0 \quad (2-13)$$

$$\sum_{i=1} \delta N_i \varepsilon_i = \delta E = 0 \quad (2-14)$$

Estas condiciones muestran que no todos los números N_i son independientes. Ahora, se quiere tratar a dichos números N_i independientemente, entonces de la ecuación 2-14 se obtiene

$$\delta W(n) = \sum_i \left(\frac{\delta W}{\delta N_i} + \alpha + \beta \varepsilon_i \right) \delta N_i \quad (2-15)$$

donde α y β son multiplicadores de Lagrange, que permiten manejar a las cantidades N_i como independientes. Debido a esto último, de la ecuación 2-15 y como $\delta W(n) = 0$, se tiene:

$$\frac{\delta W}{\delta N_i} + \alpha + \beta \varepsilon_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots \quad (2-16)$$

Al resolver la ecuación (2-16) se considera $\ln(W)$,

$$\frac{\delta \ln(W)}{\delta N_i} + \alpha + \beta \varepsilon_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots \quad (2-17)$$

donde

$$\ln(W) = \ln\left(\frac{N!}{\prod_j N_j!}\right) = \ln(N!) - \ln\left(\sum_j N_j!\right) = \ln(N!) - \sum_j \ln(N_j!) \quad (2-18)$$

Para obtener $\ln(N!)$, se hace uso de la aproximación de Stirling, donde

$$\ln(N!) \approx N \ln(N) - N \quad (2-19)$$

Sustituyendo la ecuación (2-19) en la ecuación (2-18) para $N!$ y $N_j!$ se obtiene:

$$\ln(W) \approx N \ln(N) - N - \sum_j N_j \ln(N_j) - N_j \quad (2-20)$$

Variando $\ln(W)$ de (2-20) con respecto a N_i ,

$$\frac{\delta \ln(W)}{\delta N_i} = -\ln(N_i) - 1 \quad (2-21)$$

Sustituyendo (2-21) en (2-17), y sumando -1 a α , podemos escribir la siguiente ecuación

$$-\ln(N_i^*) + \alpha + \beta \varepsilon_i = 0 \quad (2-22)$$

$$\ln(N_i^*) = \alpha + \beta \varepsilon_i \quad (2-23)$$

$$N_i^* = e^{\alpha + \beta \varepsilon_i} \quad (2-24)$$

N_i^* es el numero donde la distribución N_i^* hace a la función $W(n)$ un máximo y obedece las condiciones $N = \sum_{i=1} N_i^*$ y $E = \sum_{i=1} N_i^* \varepsilon_i$. Pero si $A = e^\alpha$ entonces

$$N_i^* = Ae^{\beta\epsilon_i} \quad (2-25)$$

Esta ecuación indica el número de partículas N_i más probable en el estado i . En otras palabras, este resultado llamado *Ley de Distribución de Maxwell-Boltzmann* da la distribución más probable de partículas entre sus propios estados individuales para un sistema de estado estacionario macroscópico [6] [7] [19].

2.2. Mecánica estadística de la distribución del dinero

Drâgulescu y Yakovenko afirman que, en un sistema económico cerrado, la cantidad total de dinero se conserva, lo cual es una aproximación en tiempos cortos. Es decir se puede utilizar la conservación del dinero en economía como el análoga a la ley de conservación de la energía en física. Se espera que la distribución de probabilidad de equilibrio del dinero $P(m)$ debería seguir la ley de Boltzmann-Gibbs $P(m) = Ce^{-m/T}$, donde m es el dinero y T se considera la temperatura efectiva a la cantidad media de dinero por agente económico involucrado. Esa hipótesis se ve corroborada por los datos en EUA por Drâgulescu y Yakovenko, para una parte de la sociedad norteamericana [4]

En otras palabras, si dos agentes económicos realizan una transacción, cierta cantidad de dinero se transfiere de un agente a otro, tal y como las partículas en un gas intercambian energía a través de choques elásticos; la suma de su dinero antes y después de la transacción es la misma, es decir, su dinero se conserva localmente:

$$m_1 + m_2 = m'_1 + m'_2 \quad (2-26)$$

Si generalizamos, podemos considerar un sistema con $N > 1$ agentes económicos, el agente i –ésimo tiene una cantidad de dinero m_i y puede intercambiarlo, Δm , con otros agentes, por ejemplo con el j –ésimo de ellos.

$$[m_i, m_j] \rightarrow [m'_i, m'_j] = [m_i - \Delta m, m_j + \Delta m] \quad (2-27)$$

Es decir, la cantidad de dinero para ambos agentes antes y después de la transacción resulta ser la misma,

$$m_i + m_j = m'_i + m'_j \quad (2-28)$$

Ahora, suponemos que el sistema económico está cerrado, es decir, no hay flujo externo de dinero, por lo tanto, la cantidad total de dinero M en el sistema se conserva. Además, partiendo del supuesto de que no se permite ninguna deuda, por lo que el agente no tiene pérdidas: $m_i \geq 0$. Una condición similar se aplica a la energía cinética de las partículas: $\varepsilon_i \geq 0$.

La función de distribución de equilibrio $P(m)$ se puede deducir de la misma manera que la distribución de equilibrio de la energía $P(\varepsilon)$ en física. Se divide el sistema en dos subsistemas 1 y 2. Teniendo en cuenta que el dinero se conserva y es aditivo:

$$m = m_1 + m_2 \quad (2-29)$$

mientras que la probabilidad es multiplicativa:

$$P = P_1 \cdot P_2 \quad (2-30)$$

Por lo que

$$P(m_1 + m_2) = P(m_1)P(m_2) \quad (2-31)$$

Para esta función aplicamos normalización

$$P(m) = Ce^{-m/T} \quad (2-32)$$

Así la distribución de probabilidad de equilibrio del dinero tiene el Forma Boltzmann-Gibbs.

Y considerando las condiciones de normalización:

$$\int_0^{\infty} P(m)dm = 1 \quad (2-33)$$

Y además

$$\int_0^{\infty} mP(m)dm = \frac{M}{N} \quad (2-34)$$

Entonces $C = 1/T$ y $T = M/N$. Por lo tanto, la temperatura efectiva T es la cantidad promedio de dinero por agente.

2.3. Leyes de Potencias

Las distribuciones de Leyes de Potencias suelen aparecer comúnmente en el estudio de la física, la geofísica, la biología, la lingüística, así como las redes sociales y financieras. En algunos casos podemos encontrar ciertas cantidades que se acumulan en torno a un valor típico o “escala”. Como pueden ser las velocidades de los coches en una carretera, los pesos de las manzanas en una tienda, la presión del aire, el nivel del mar, etc. Todas estas cosas varían poco, pero sus distribuciones tienen una cantidad insignificante de probabilidad lejos del valor típico, haciendo que el valor típico sea representativo de la mayoría de las observaciones [9]. Un ejemplo común, es la altura de los seres humanos. La mayoría de los adultos en los Estados Unidos miden unos 180 cm de altura. Hay una variación alrededor de esta cifra, especialmente dependiendo del sexo, pero nunca veremos personas que midan 10 cm de altura, o 500 cm [10]. Para visualizar este ejemplo, en la figura (2-1) se muestra un histograma con la altura en centímetros de los hombres adultos en los EU, datos obtenidos entre 1959 y 1962, donde se observa que la distribución tiene un máximo en torno a 180 cm.

Sin embargo, no todo lo que medimos tiende a un valor típico. Algunos varían en un rango dinámico enorme, a veces en muchos órdenes de magnitud. Un ejemplo clásico de este tipo de comportamiento es el tamaño de los pueblos y ciudades. La población más grande de cualquier

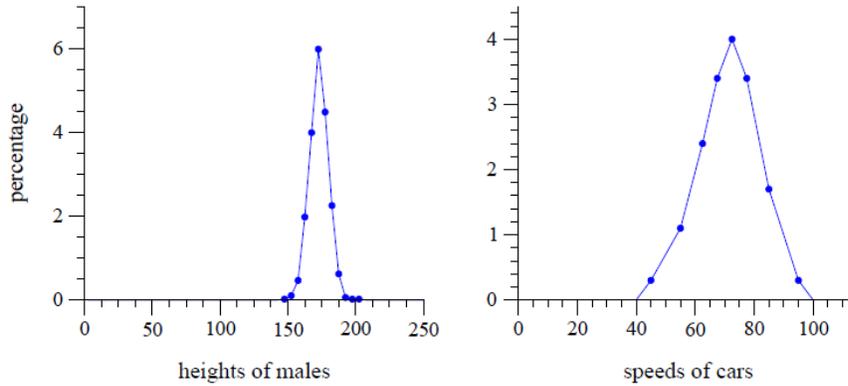


Figura 2-1: Histograma de alturas en centímetros de hombres americanos. Datos de la Encuesta Nacional de Exámenes de Salud, 1959 - 1962 (Departamento de Salud y Servicios Humanos de los Estados Unidos). Recuperado:<https://www.tandfonline.com/doi/figure/10.1080> [10]

ciudad en los EUA es 8 millones para la Ciudad de New York (Censo 2000). Mientras que la ciudad más pequeña es Duffield, Virginia, con una población de 52 habitantes [10]. El histograma de la medición de tamaño de las ciudades, se muestra en figura 2-2.

En el panel izquierdo de la figura 2-2, se muestra un histograma simple de la distribución de los tamaños de ciudades en los Estados Unidos. En el cual se observa una mayor desviación a la derecha, lo que significa que la mayor parte de la distribución se produce para poblaciones pequeñas en la mayoría las ciudades de EUA. Mientras que del lado izquierdo del histograma hay un pequeño número de ciudades con una población mucho mayor que el valor típico.

Por otra parte, en el panel derecho de la figura 2-2, se muestra el mismo histograma de los tamaños de las ciudades, pero aplicando logaritmo a los ejes horizontales y verticales, donde se puede observar una línea recta.

Sea $p(x)dx$ la fracción de ciudades con población entre x y $x + dx$. Si el histograma es una recta en las escalas $\log - \log$, entonces $\ln p(x) = -\alpha \ln(x) + c$, donde α y c son constantes. Aplicando la exponencial de ambos lados, esto es equivalente a

$$p(x) = Cx^{-\alpha} \tag{2-35}$$

con $C = \exp(c)$, y $\alpha > 1$.

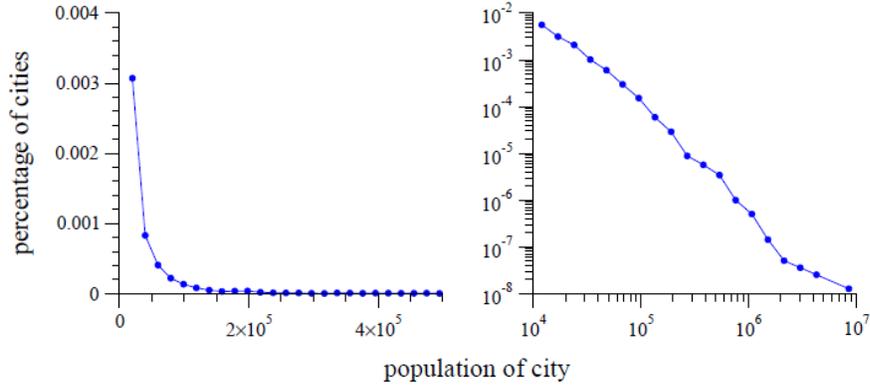


Figura 2-2: Izquierda: histograma de las poblaciones de todas las ciudades de los Estados Unidos con una población de 10000 o más. Derecha: otro histograma de los mismos datos, pero representado en escalas logarítmicas. La forma lineal aproximada del histograma en el panel derecho implica que la distribución sigue una ley de potencia. Datos del Censo de los Estados Unidos de 2000. Recuperado:<https://www.tandfonline.com/doi/figure/10.1080> [10].

Matemáticamente, una cantidad x obedece a una ley de potencia si se extrae de una distribución de probabilidad como la de la ecuación (2-35).

El α es una constante de la distribución conocido como exponente o parámetro de escalamiento. Empleando la función de distribución complementaria (CDF) para la constante C ,

$$1 = \int_{x_{min}}^{\infty} p(x)dx = C \int_{x_{min}}^{\infty} x^{-\alpha} dx = \frac{C}{1-\alpha} \left[x^{-\alpha+1} \right]_{x_{min}}^{\infty} \quad (2-36)$$

Siendo x_{min} el menor valor a partir del cual se satisface la ley de Pareto. Además, se observa que α necesariamente debe ser mayor a 1, entonces tomando en cuenta que $\alpha > 1$, se tiene que

$$C = (\alpha - 1)x_{min}^{\alpha-1} \quad (2-37)$$

por lo que la expresión normalizada para la ley de potencia es

$$p(x) = \frac{\alpha - 1}{x_{min}} \left(\frac{x}{x_{min}} \right)^{-\alpha} \quad (2-38)$$

En la práctica, pocos fenómenos empíricos obedecen a la ley de potencias para todos los valores de x . A menudo la ley de potencia se aplica sólo para valores mayores de cierto mínimo

(x_{min}) . En tales casos decimos que la cola de la distribución sigue una ley de potencia [9] [10].

2.3.1. Distribución Beta Generalizada Discreta

Un problema frecuente que se presenta en las Leyes de potencias, es la desviación que se observan en los extremos de las gráficas cuando se aplica logaritmo a sus escalas, en el que se establecen diferentes tipos de procesos una vez que se alcanza una región de cruce. Un caso particular que ha llamado la atención a los estudiosos en el campo, son las distribuciones ordenadas por rango; por ejemplo, la repetición de palabras en los libros, el factor de impacto de una revista, la población en las ciudades, interacciones sociales, etc., que se ordenan de manera decreciente según una propiedad numérica como la frecuencia. Pero a pesar que en la mayoría de los casos, las distribuciones se ajustan a una ley de potencias, en la mayoría éste ajuste es cuestionable porque comúnmente se descompone en los extremos. Por lo tanto, se han sugerido varias correcciones de la ley de potencias tales como escala de tamaño finito, restricciones de crecimiento, y diferentes tipos de cortes, por ejemplo, exponencial, gaussiano y gamma.

Recientemente, se propuso una forma funcional para distribuciones ordenadas por rango que incorpora las desviaciones del comportamiento de la ley de potencias en las regiones iniciales y finales, se denominó Distribución Beta Generalizada Discreta (DGBD). Considérese un conjunto de elementos en orden descendente de acuerdo con una propiedad numérica indicada por f , como la frecuencia, el tamaño, la conectividad, etc., y r el rango inducido por esta operación $r = 1, 2, 3, \dots, N$, la DGBD se define como:

$$f(r) = A \frac{(N + 1 - r)^b}{r^a} \quad (2-39)$$

donde A es una constante de escala (en algunos casos una constante de normalización), a , b son parámetros de ajuste y N es el número de elementos. En la DGBD, se puede observar el exponente de escala b para controlar la curvatura en un gráfico semi-log de $f(r)$ para valores r grandes ($r \approx N$), mientras que a determina la curvatura para valores pequeños para $r \approx 1$. [11] [12] [13].

Capítulo 3

Base de datos entorno a las 500 compañías más importantes en México.

3.1. Revista Expansión.

Expansión es una revista mexicana enfocada en la economía, las finanzas y los negocios. Fue creada en 1966 y se caracteriza por ser una guía de planeación de negocios, economía y finanzas en México. Anualmente dedica un número especial al ranking de “Las 500 Empresas más Importantes de México” [14].

3.1.1. Metodología de la revista para recabar información.

El ranking considera organizaciones que puedan caracterizarse como empresas, es decir entidades que ofrecen un bien o servicio y que reportan ingresos o ventas, independiente de su propiedad y negocio. El objetivo del ranking es entregar una visión general sobre las principales empresas mexicanas en los diversos sectores económicos. En este sentido, no constituye un censo de empresas, sino un acercamiento a la gestión empresarial mexicana de un año en particular.

El grupo editorial de la revista mandó más de 2,000 cuestionarios para capturar los principales

antecedentes financieros e información corporativa. El manejo de la información financiera se hizo de acuerdo a los Principios Contables Generalmente Aceptados (PCGA). En caso de existir información suficiente, las ventas de empresas que no participaron fue estimada. Además, otras empresas, por no tener información auditada o por políticas de revelación de datos financieros, también decidieron entregar información estimada [15].

3.1.2. Ventas y posiciones en el ranking.

Las empresas son ordenadas según sus ingresos, de mayor a menor, lo que determina su posición. Estos ingresos se presentan netos de impuestos y devoluciones. La información se indica auditada, preliminar o estimada [15].

3.1.3. Fuentes de Expansión.

La información utilizada por la revista fue recopilada en Bloomberg e información proporcionada por las empresas y cifras de la BMV, CNBV, CNSF, SEC y Consar [15].

3.2. Empresas del sector público.

Entendemos la definición de Empresa del Estado o Pública a las organizaciones que desarrollan actividades, tanto de servicio como comerciales y económicas, en las cuales la participación del Estado tiene una posición mayoritaria en la propiedad, que permite un rol de control y de dirección de la empresa [17].

En tabla A-1 se muestra, en orden de mayor a menor, a las veintitrés empresas del sector público que se encuentran dentro del ranking de las empresas más sobresalientes en México. Estas representan sólo el 4.6% del total de las empresas que entran al ranking.

Es importante señalar que sólo el 1% de Empresas Públicas que están en el ranking, se encuentran dentro de los 100 primeros lugares. Teniendo un lugar preponderante PEMEX en el primer lugar y CFE en el cuarto sitio. Es decir, de cada cien empresas tenemos una proporción de 5 empresas publicas por 95 empresas privadas [15].

3.3. Clasificación de las empresas por su actividad o giro.

En la tabla A-2 se muestra la clasificación de las empresas por el tipo de actividad o giro. Son 27 diferentes actividades, donde la actividad con mayor número de empresas es Servicios Financieros y Seguros. Mientras que en el G-2000, se reportan 82 actividades diferentes.

3.3.1. Compañías de Servicios Financieros y Seguros.

La tabla A-3, muestra el conjunto de las 79 compañías del sector financiero tomando en cuenta sus ingresos o ventas, las cuales representan el 19.8% de las empresas catalogadas dentro del ranking que cumplen con los datos requeridos para este trabajo con su respectivo porcentaje correspondiente a las 500's.

En general, por concepto de ventas para los bancos e instituciones de crédito se consideraron los ingresos por intereses y comisiones, más los resultados por intermediación. Para las ventas de las siguientes instituciones financieras, se incluyeron las siguientes variables como ventas: empresas de seguros y fianzas: primas emitidas; casas de bolsa: margen de intereses más comisiones e ingresos por intermediación; casas de cambio: ingresos por compraventa de divisas y metales más intereses cobrados por la operación y comisiones cobradas; finalmente afores: ingresos totales [15].

En México, las empresas financieras juegan un papel fundamental en el estudio de la distribución de riqueza, pues en los activos financieros: el 80% es propiedad del 10% más rico. En 2015 había en el país tan sólo 211,000 contratos de mexicanos celebrados en casas de bolsa, con una inversión total por 16 billones de pesos, el 22% de la riqueza nacional. El 11% de los contratos tienen un monto de inversión mayor a 500 millones de pesos y suman el 79,5% del total de la inversión. Es decir, hay 23000 personas (si asumimos un contrato por persona), que tienen el 80% de la inversión de la Bolsa Mexicana de Valores [16].

Capítulo 4

Análisis de Datos.

Se estudiaron las distribuciones estadísticas de las empresas, de su riqueza medida a partir de las ventas, utilidad de operación, utilidad neta, activos, pasivos, patrimonio y el número total de empleados. Para ello, se descartaron las empresas que no presentan datos o tienen cantidades negativas. La tabla 4-1 muestra el número de empresas que sí cumplen con los parámetros antes especificados, ordenados por métrica y porcentaje con respecto a las 500 que presenta el ranking.

Métrica	Número de empresas	Porcentaje
Ventas	398	79.6 %
Activos	286	57.7 %
Pasivos	256	51.2 %
Patrimonio	254	50.8 %
Utilidad de Operación	232	46.4 %
Utilidad Neta	214	42.8 %
Empleados	407	81.4 %

Tabla 4-1: Número de empresas que cuentan con datos para las distinta métricas y su porcentaje con respecto al total (500).

En primer lugar, se presenta un análisis del tamaño de las empresas por cada métrica y ordenadas por rango. Las primeras seis se dan en millones de pesos y la ultima en número de empleados. Todas las métricas tienen un mismo comportamiento, donde el mejor ajuste es una Distribución Beta Generalizada Discreta (DBGD), considerando un escalamiento log-log.

Distribución ordenada por rango para la métrica de ventas

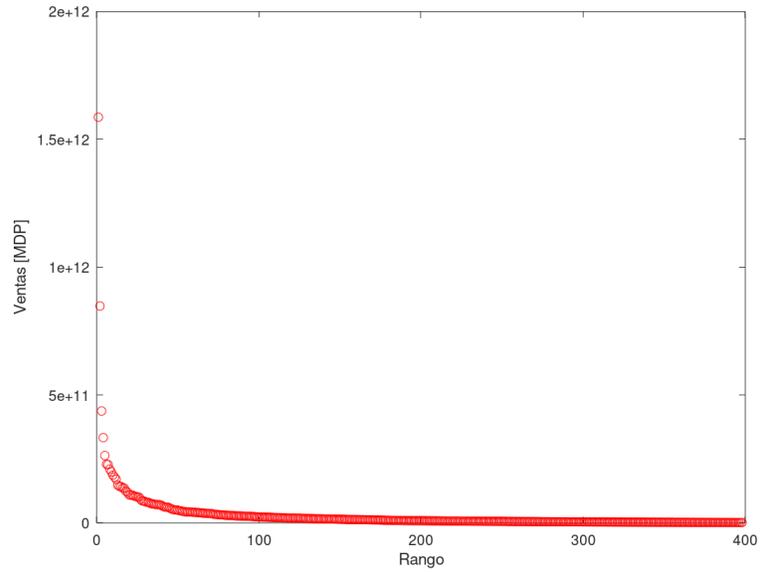


Figura 4-1: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por ventas.

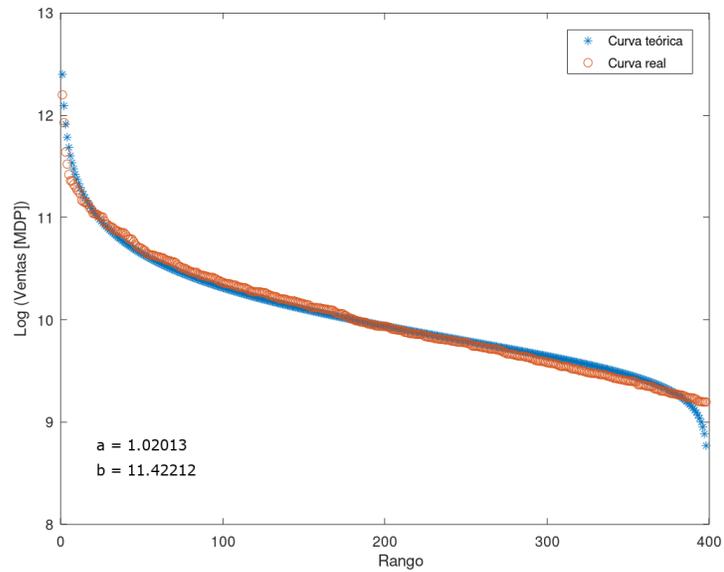


Figura 4-2: Ajuste con la distribución beta del tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por ventas en escala semilog.

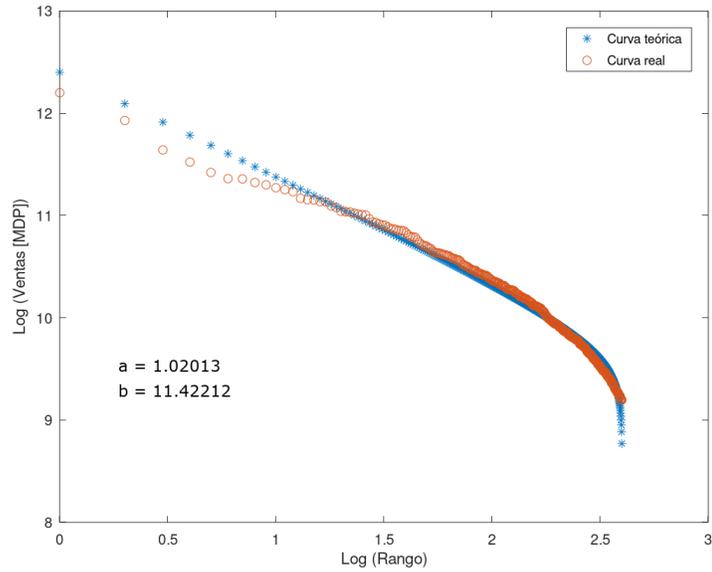


Figura 4-3: Ajuste con la distribución beta del tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por ventas en escala log-log.

El concepto de **ventas** se refiere a la cantidad total o aproximada de productos o servicios vendidos, es decir, al cambio de productos o servicios por dinero.

La gráfica 4-1 muestra una mayor concentración de empresas a la derecha, con ventas por debajo de los 2.10023×10^{11} MDP. Mientras que las empresas con ventas superiores se sitúan a la izquierda y se muestran en la tabla 4-2.

La gráfica 4-2, nos da una perspectiva cualitativa del ajuste, donde se aprecia una curvatura en sus extremos.

Así mismo, la gráfica 4-3 en escala log-log nos muestra un comportamiento lineal para la parte de la izquierda y una caída del lado derecho. el valor para sus exponentes queda como $0 < a = 1.02013 < b = 11.42212$ y un coeficiente de correlación de 0.98.

Ranking	Empresa	Sector	Ventas [MDP]
1	Petróleos Mexicanos	Minería, petróleo y gas	1.58673E+12
2	América Móvil	Medios y telecomunicaciones	8.48262E+11
3	Walmart de México	Comercio minorista	4.37658E+11
4	Comisión Federal de Electricidad	Electricidad, agua y gas	3.33397E+11
5	Fomento Económico Mexicano	Bienes de consumo	2.63449E+11
6	Alfa	Holding	2.29226E+11
7	General Motors de México	Automotriz y autopartes	2.2803E+11
8	Cemex	Cemento, cerámica y vidrio	2.10023E+11

Tabla 4-2: Empresas que registran una mayor cantidad de dinero en Ventas.

Distribución ordenada por rango para la métrica de activos

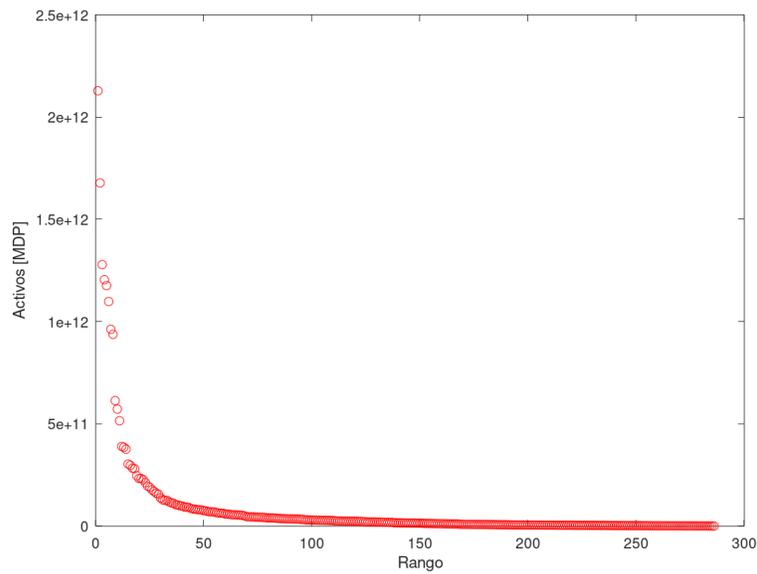


Figura 4-4: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por activos.

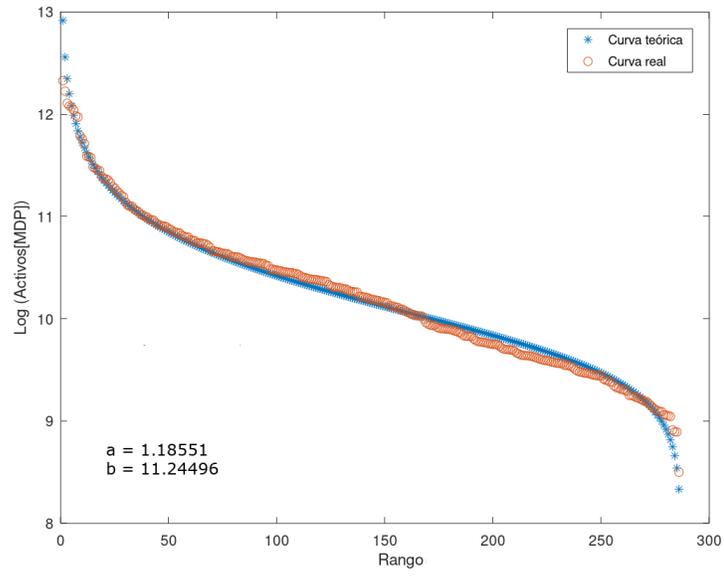


Figura 4-5: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por activos en escala semilog.

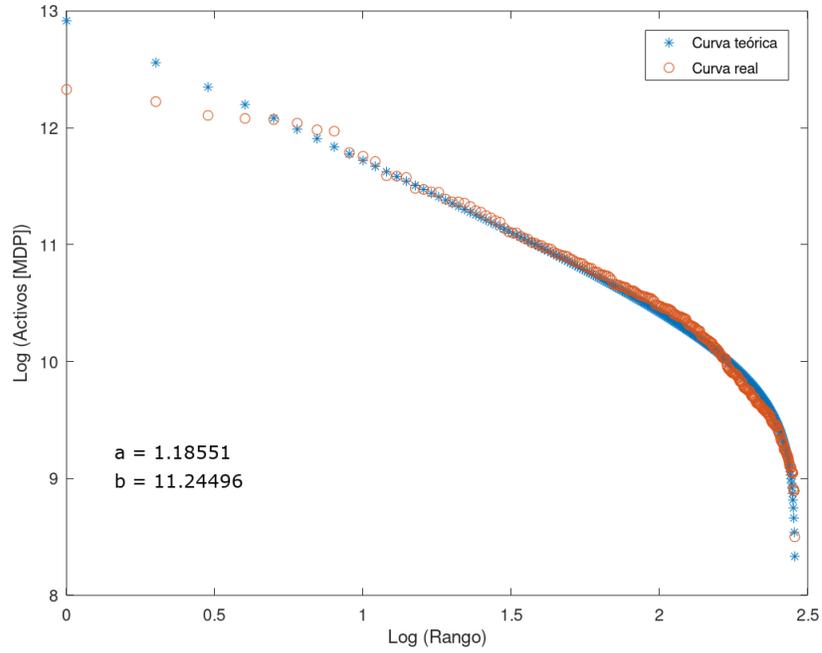


Figura 4-6: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por activos en escala log-log.

Los **activos** son considerados como los bienes o derechos que posee la empresa, por ejemplo maquinarias, bienes inmuebles, materia prima de producción, etc.

La gráfica 4-4 muestra una mayor concentración a la derecha, donde se encuentran las empresas cuyos valores están por debajo de $9.738 \times 10^{11} MDP$, del lado izquierdo se concentran las empresas que tienen ganancias mayores a dicho valor y se muestran en la tabla 4-3

Las gráficas 4-5 y 4-6, en escala semilog y log-log respectivamente, muestran un buen ajuste con la DBGD cuyos exponentes tienen valores $a = 1.18551 < b = 11.24496$ y un coeficiente de correlación de 0.98.

Ranking	Empresa	Sector	Activos [MDP]
1	Petróleos Mexicanos	Minería, petróleo y gas	2.12837E+12
11	Grupo Financiero BBVA Bancomer	Servicios financieros y seguros	1.6779E+12
2	América Móvil	Medios y telecomunicaciones	1.27836E+12
15	Grupo Financiero Banamex	Servicios financieros y seguros	1.20487E+12
4	Comisión Federal de Electricidad	Electricidad, agua y gas	1.17595E+12
22	Grupo Financiero Banorte	Servicios financieros y seguros	1.09798E+12
24	Infonavit	Servicios financieros y seguros	9.62206E+11
34	Grupo Financiero Santander México	Servicios financieros y seguros	9.37384E+11

Tabla 4-3: Empresas que registran una mayor cantidad de dinero en Activos.

Distribución ordenada por rango para la métrica de pasivos

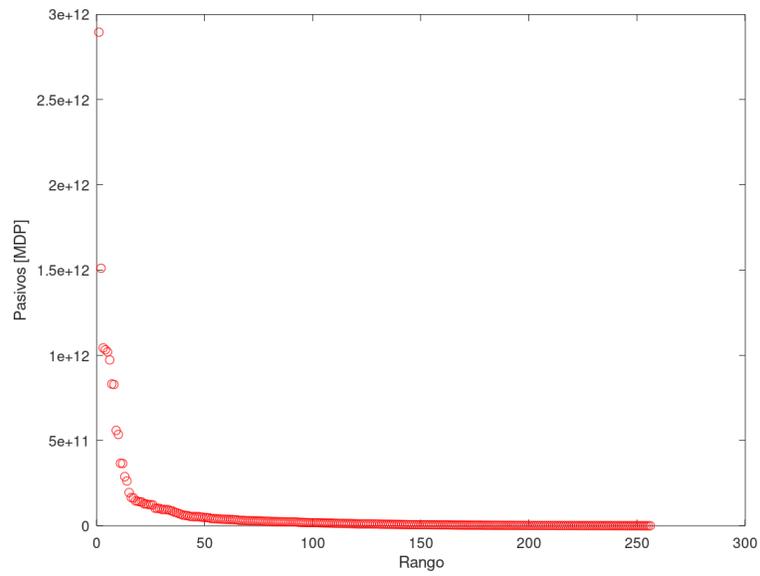


Figura 4-7: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por pasivos.

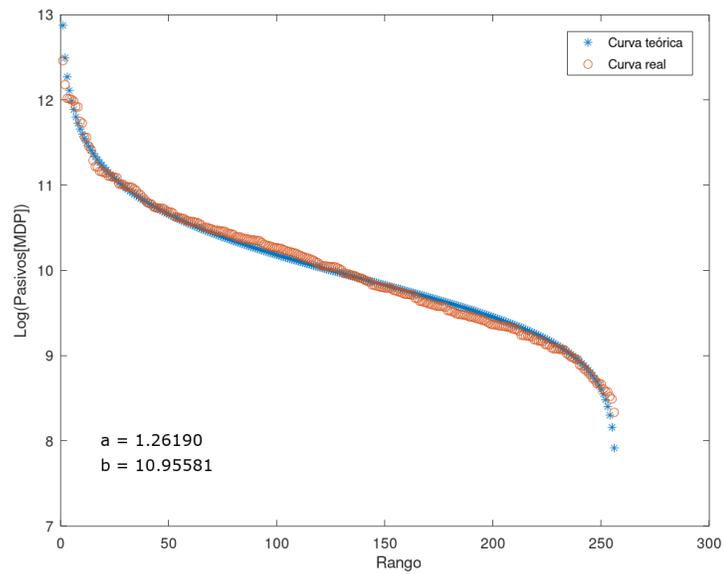


Figura 4-8: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por pasivos en una escala semilog

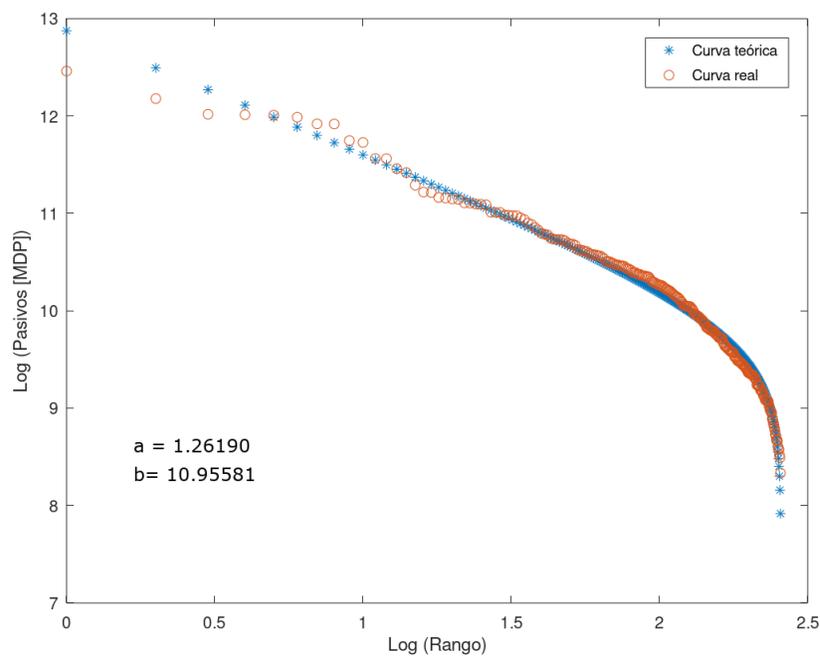


Figura 4-9: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por pasivos en una escala log-log

Los **pasivos**, son los bienes o servicios que no se convierten en dinero en un lapso no menor a un año y también representan las deudas u obligaciones que tiene una empresa.

La gráfica 4-7 muestra una mayor concentración de dinero por debajo de $8.2927 \times 10^{11} MDP$, mientras que del lado izquierdo se concentran las empresas que tienen ganancias mayores a dicho valor y se muestran en la tabla 4-4

Las gráficas 4-8 y 4-9, en escala semilog y log-log respectivamente, muestran un buen ajuste con la DBGD cuyos exponentes tienen valores $a = 1.26190 < b = 10.95581$ y un coeficiente de correlación de 0.98.

Ranking	Empresa	Sector	Pasivos [MDP]
1	Petróleos Mexicanos	Minería, petróleo y gas	2.89609E+12
11	Grupo Financiero BBVA Bancomer	Servicios financieros y seguros	1.51103E+12
2	América Móvil	Medios y telecomunicaciones	1.04372E+12
15	Grupo Financiero Banamex	Servicios financieros y seguros	1.03301E+12
4	Comisión Federal de Electricidad	Electricidad, agua y gas	1.0204E+12
22	Grupo Financiero Banorte	Servicios financieros y seguros	9.7331E+11
34	Grupo Financiero Santander México	Servicios financieros y seguros	8.32001E+11
24	Infonavit	Servicios financieros y seguros	8.29271E+11

Tabla 4-4: Empresas que registran una mayor cantidad de dinero en Pasivos

Distribución ordenada por rango para la métrica de patrimonio

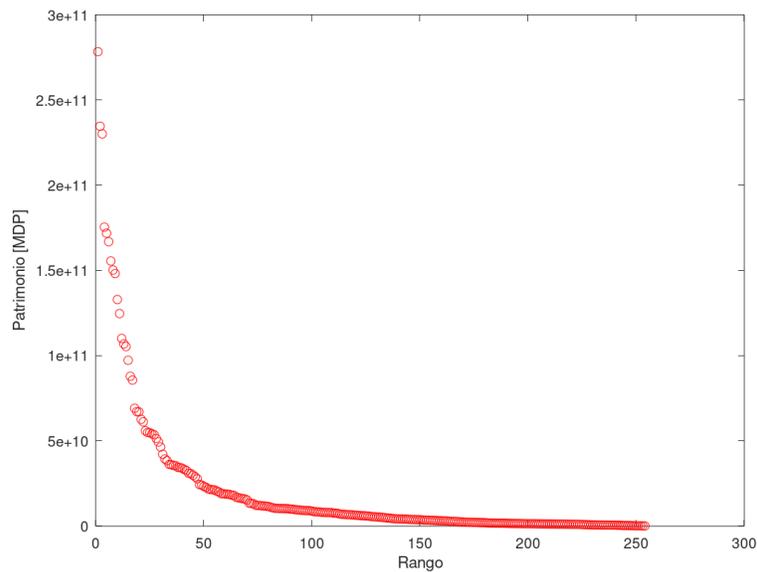


Figura 4-10: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por patrimonio.

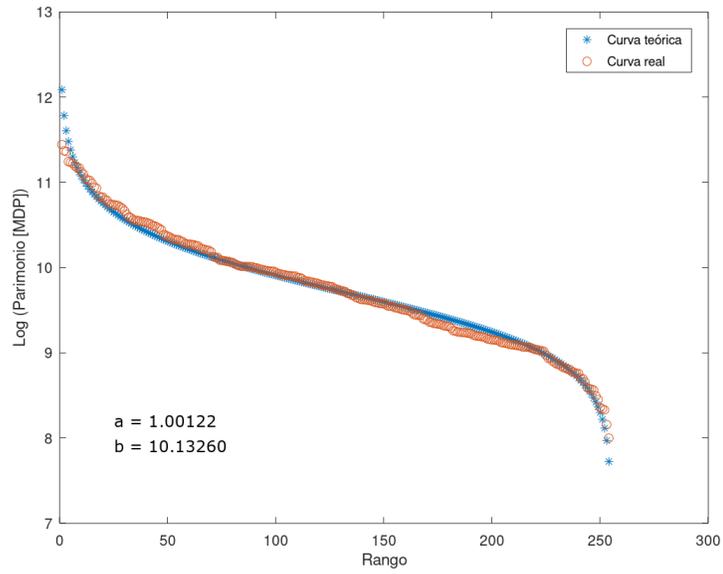


Figura 4-11: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por patrimonio en escala semilog.

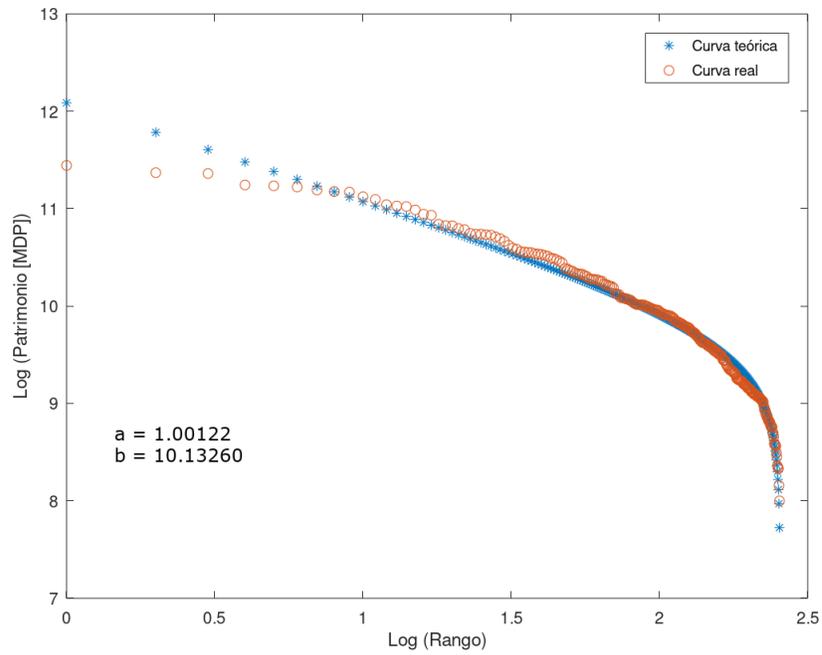


Figura 4-12: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por patrimonio en escala log-log.

El **patrimonio** se caracteriza por ser el conjunto de bienes, derechos y obligaciones que tiene una empresa. Y resulta de la diferencia existente entre los activos y pasivos, por lo que es el valor total de la empresa.

En la gráfica 4-10, la parte a la derecha muestra una mayor concentración de dinero por debajo de $1.05384 \times 10^{11} MDP$, mientras que del lado izquierdo se concentran las empresas que tienen ganancias mayores a dicho valor y se muestran en la tabla 4-5

Las gráficas 4-11 y 4-12, en escala semilog y log-log respectivamente, muestran un buen ajuste con la DBGD cuyos exponentes tienen valores $a = 1.00122 < b = 10.13260$ y un coeficiente de correlación de 0.98.

Ranking	Empresa	Sector	Patrimonio [MDP]
251	Sistema de Transporte Colectivo	Trasporte y almacenamiento	2.78371E+11
2	América Móvil	Medios y telecomunicaciones	2.34639E+11
5	Fomento Económico Mexicano	Bienes de consumo	2.30122E+11
18	Grupo México	Minería, petróleo y gas	1.75407E+11
15	Grupo Financiero Banamex	Servicios financieros y seguros	1.71861E+11
11	Grupo Financiero BBVA Bancomer	Servicios financieros y seguros	1.66872E+11
4	Comisión Federal de Electricidad	Electricidad, agua y gas	1.55544E+11
3	Walmart de México	Comercio minorista	1.50246E+11
8	Cemex	Cemento, cerámica y vidrio	1.48171E+11
24	Infonavit	Servicios financieros y seguros	1.32935E+11
22	Grupo Financiero Banorte	Servicios financieros y seguros	1.24672E+11
13	Coca-Cola FEMSA	Bienes de consumo	1.10118E+11
105	Goldcorp México	Minería, petróleo y gas	1.06892E+11
34	Grupo Financiero Santander México	Servicios financieros y seguros	1.05384E+11

Tabla 4-5: Empresas que registran una mayor cantidad de dinero en Patrimonio

Distribución ordenada por rango para la métrica de utilidad de operación

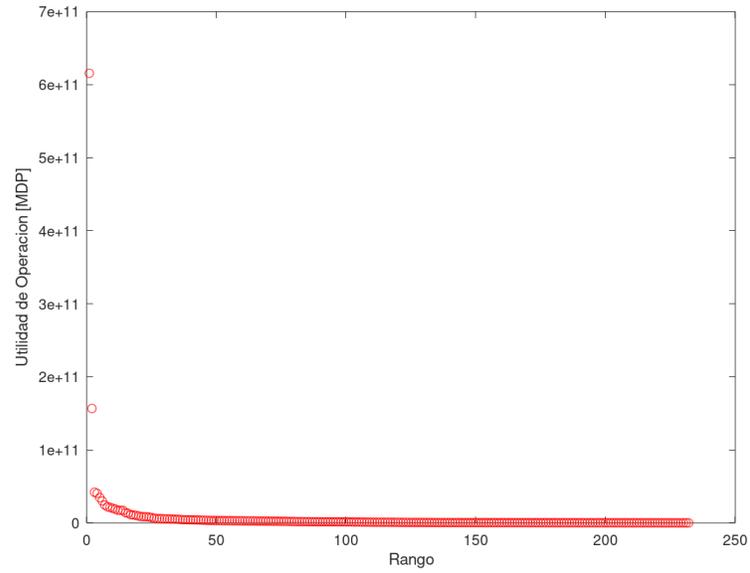


Figura 4-13: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por utilidad de operación.

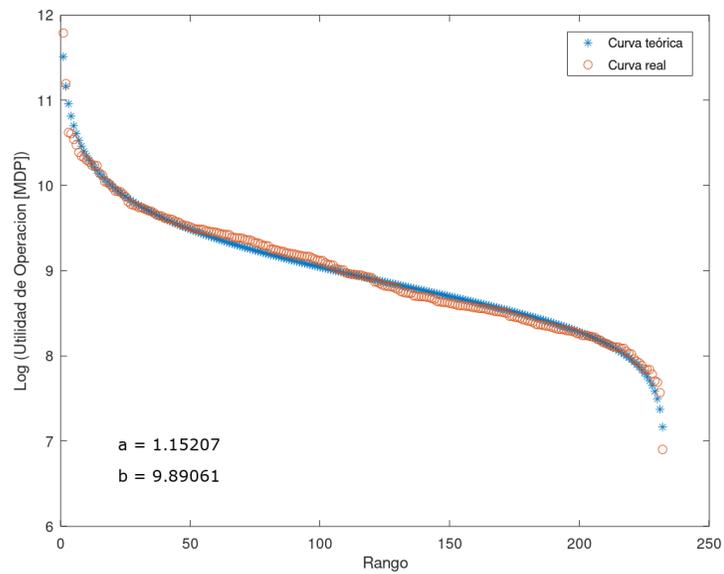


Figura 4-14: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por utilidad de operación en escala semilog.

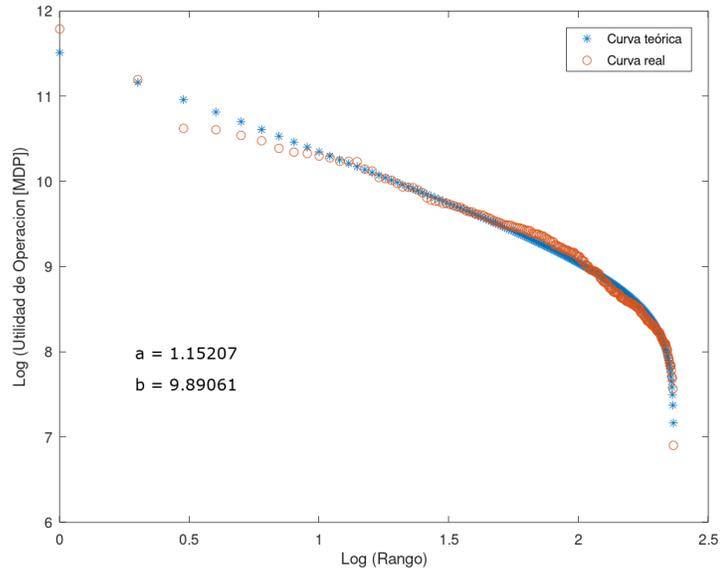


Figura 4-15: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por utilidad de operación en escala log-log.

La **utilidad de operación** es el resultado de tomar las ventas menos los costos y gastos operacionales (lo que cuesta generar ese dinero, salario, mercadotecnia, etc.). En ocasiones la utilidad operacional por no incluir todos los ingresos y erogaciones de la empresa, es por lo general mayor a la utilidad neta.

En la gráfica 4-13, muestra una mayor concentración de dinero por debajo de $21249000000MDP$ al lado derecho, mientras que del lado izquierdo se concentran las empresas que tienen ganancias mayores a dicho valor y se muestran en la tabla 4-6

Las gráficas 4-14 y 4-15, en escala semilog y log-log respectivamente, muestran un buen ajuste con la DBGD cuyos exponentes tienen valores $a = 1.15207 < b = 9.89061$ y un coeficiente de correlación de 0.98.

Ranking	Empresa	Sector	Utilidad de Operación [MDP]
1	Petróleos Mexicanos	Minería, petróleo y gas	6.1548E+11
2	América Móvil	Medios y telecomunicaciones	1.56554E+11
18	Grupo México	Minería, petróleo y gas	41879000000
11	Grupo Financiero BBVA Bancomer	Servicios financieros y seguros	40411000000
3	Walmart de México	Comercio minorista	34716000000
5	Fomento Económico Mexicano	Bienes de consumo	29983000000
24	Infonavit	Servicios financieros y seguros	24420000000
15	Grupo Financiero Banamex	Servicios financieros y seguros	22051000000
13	Coca-Cola FEMSA	Bienes de consumo	21249000000

Tabla 4-6: Empresas que registran una mayor cantidad de dinero en Utilidad de Operación

Distribución ordenada por rango para la métrica de utilidad neta

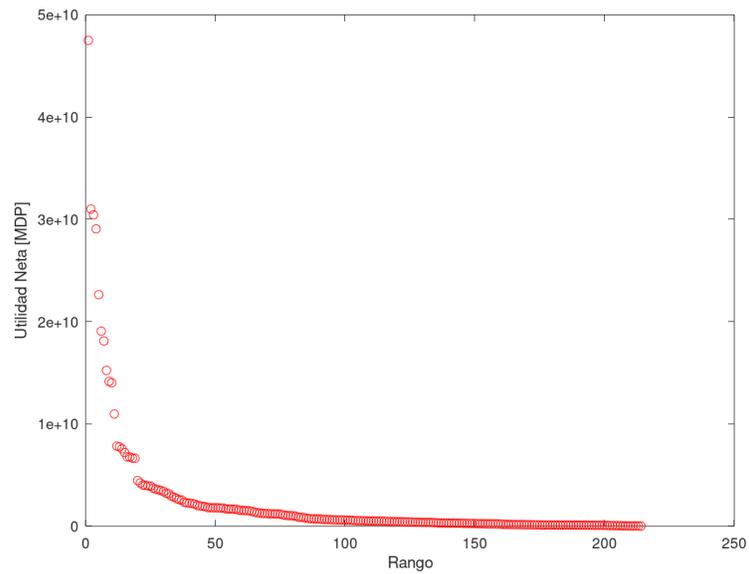


Figura 4-16: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por utilidad neta.

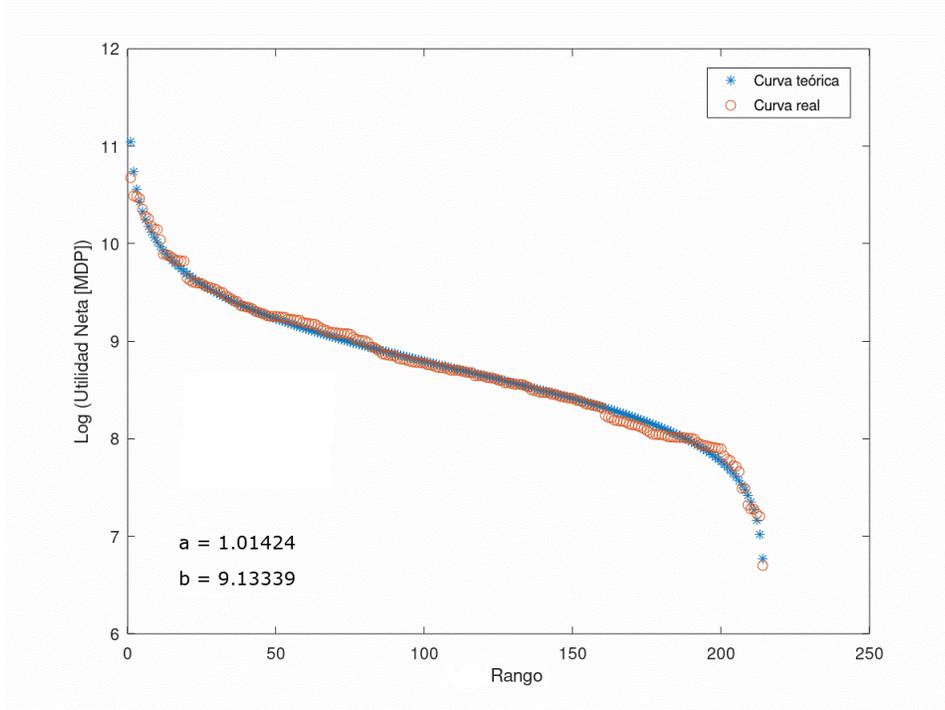


Figura 4-17: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por utilidad neta en escala semilog.

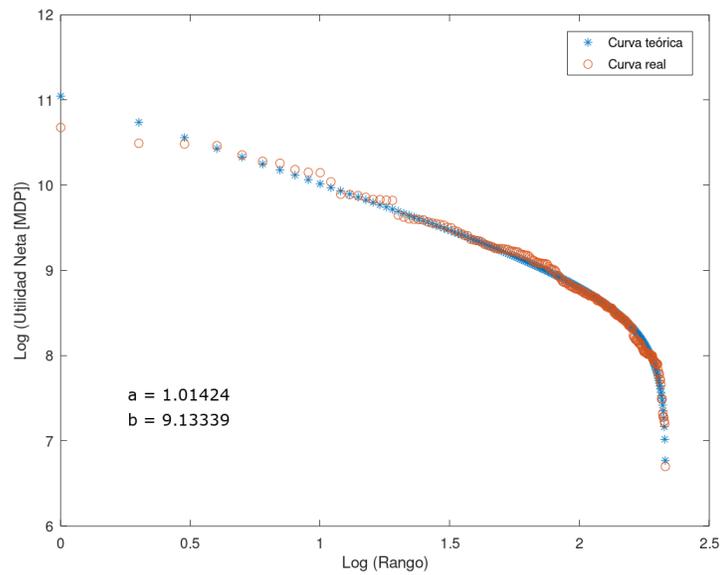


Figura 4-18: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por utilidad neta en escala log-log.

Utilidad Neta , es la ganancia neta o puede considerarse como la utilidad de operación menos los impuestos, se tiene una relación de empresas que tienen valores sobresalientes.

En la gráfica 4-16, muestra una mayor concentración de dinero por debajo de $10966000000 MDP$ al lado derecho, mientras que del lado izquierdo se concentran las empresas que tienen ganancias mayores a dicho valor y se muestran en la tabla 4-6

Las gráficas 4-17 y 4-18, en escala semilog y log-log respectivamente, muestran un buen ajuste con la DBGD cuyos exponentes tienen valores $a = 1.01424 < b = 9.13339$ y un coeficiente de correlación de 0.99.

Ranking	Empresa	Sector	Utilidad Neta [MDP]
2	América Móvil	Medios y telecomunicaciones	47498000000
11	Grupo Financiero BBVA Bancomer	Servicios financieros y seguros	31005000000
3	Walmart de México	Comercio minorista	30435000000
18	Grupo México	Minería, petróleo y gas	29067000000
5	Fomento Económico Mexicano	Bienes de consumo	22630000000
24	Infonavit	Servicios financieros y seguros	19062000000
69	Grupo Financiero Inbursa	Servicios financieros y seguros	18106000000
22	Grupo Financiero Banorte	Servicios financieros y seguros	15228000000
15	Grupo Financiero Banamex	Servicios financieros y seguros	14153000000
34	Grupo Financiero Santander México	Servicios financieros y seguros	14016000000
13	Coca-Cola FEMSA	Bienes de consumo	10966000000

Tabla 4-7: Empresas que registran una mayor cantidad de dinero en la Utilidad Neta.

Distribución ordenada por rango para la métrica de número de empleados

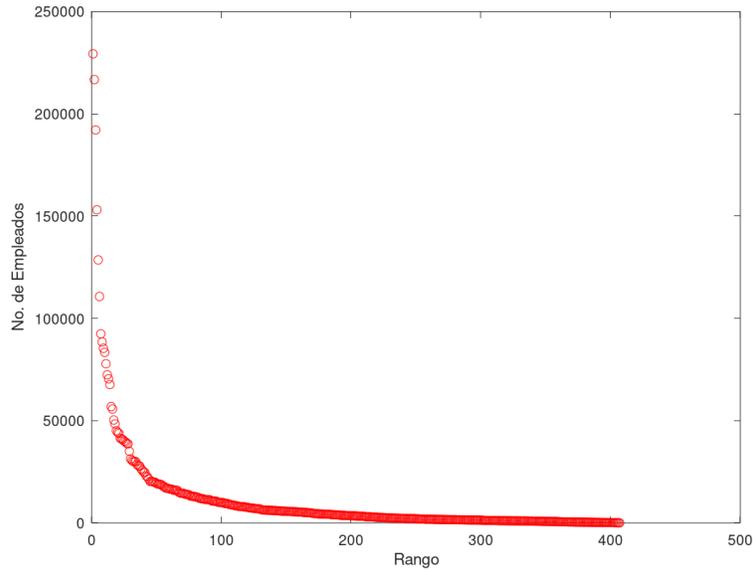


Figura 4-19: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por empleados.

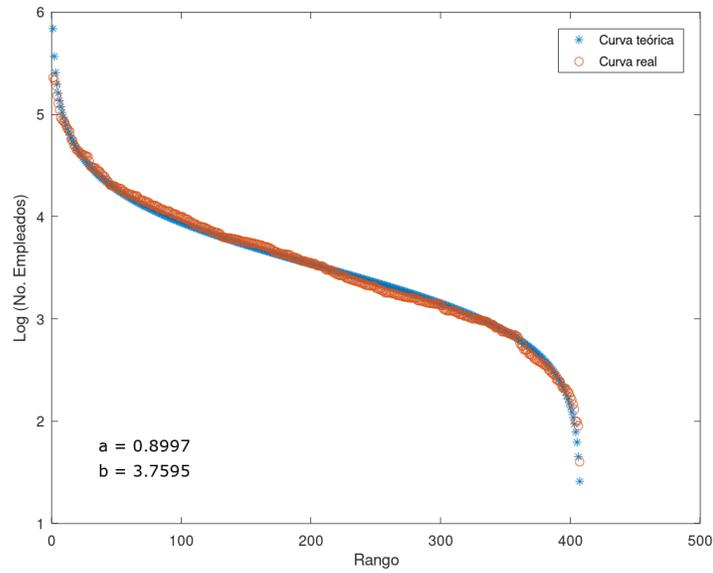


Figura 4-20: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por el número de empleados en escala semilog.

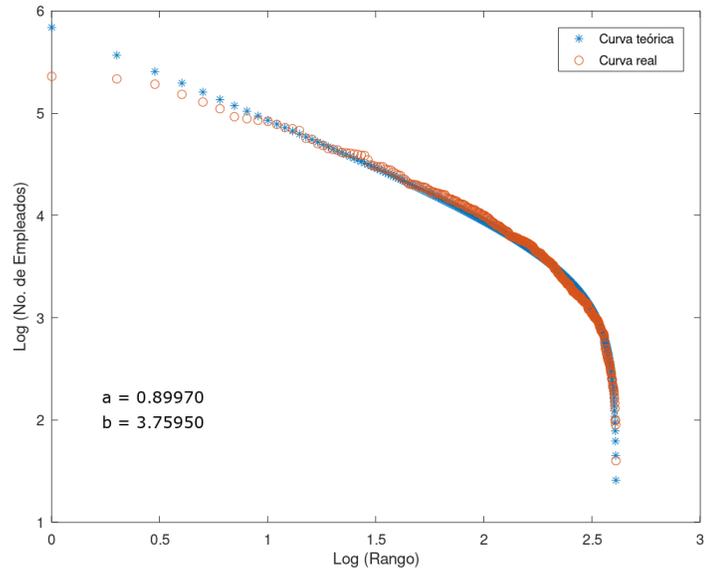


Figura 4-21: Tamaño de las empresas ordenadas por rango y medido por el número de empleados en escala log-log.

En el año 2015, en México, la tasa de ocupación para la población económicamente activa fue de 52.9 millones de personas en promedio [22], mientras que las empresas del ranking emplearon aproximadamente 4.4 millones, lo cual corresponde al 8.35 %. Además, se considera que el ingreso nacional generado en un país depende de la contribución de empresas, bancos, hogares, gobiernos (locales y federales), y de las organizaciones sin fines de lucro. Mientras que los hogares obtienen un ingreso a partir de la actividad de los trabajadores asalariados, los trabajadores independientes, los negocios familiares, así como de rentas de activos fijos y financieros [16].

Las diez empresas que tienen un mayor número de empleados se muestran en la tabla 4-8.

Ranking	Empresa	Sector	No. de Empleados
3	Walmart de México	Comercio minorista	229324
5	Fomento Económico Mexicano	Bienes de consumo	216740
2	América Móvil	Medios y telecomunicaciones	192139
1	Petróleos Mexicanos	Minería, petróleo y gas	153085
10	Grupo Bimbo	Bienes de consumo	128583
20	FEMSA Comercio (Oxxo)	Comercio minorista	110671
21	Grupo Salinas	Holding	92446
30	Grupo Coppel	Comercio minorista	88475
25	Organización Soriana	Comercio minorista	85374
13	Coca-Cola FEMSA	Bienes de consumo	83371

Tabla 4-8: Empresas que registran un mayor número de empleados

4.1. Estructura de dos clases en la distribución de la riqueza por empleado

La distribución del ingreso hace referencia a la manera de como se distribuye la riqueza generada en una región o país entre los distintos segmentos de su población que la integran, en un periodo determinado. Tiene su origen en la aportación que cada uno de los agentes de la producción realiza al proceso de generación de valor de una empresa. En consecuencia, el uso de los recursos producidos y distribuidos por la empresa, ya sea en forma de consumo o de nueva inversión determinara la dinámica de crecimiento de la empresa y de toda la economía en su conjunto. La participación de cada uno de los agentes en la distribución del ingreso dependerá de las modalidades de la distribución, de las condiciones sociales y políticas, y de la productividad y desarrollo de la economía. [23].

Por consiguiente, para conocer la riqueza de una empresa, efectuamos el cociente de sus ventas por el número total de sus empleados y se construye la Función de Densidad de Probabilidad (PDF, por sus sigla en inglés).

Definición. Sea X una variable aleatoria continua. Entonces, una función de densidad de probabilidad de X es una función $f(x)$ de modo tal que para dos números cualesquiera a y b con $a < b$, se define:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx \quad (4-1)$$

Además, debe satisfacer las siguientes dos condiciones:

$$f(x) \geq 0, \forall x \quad (4-2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \quad (4-3)$$

Así mismo, la Función de Distribución Acumulada $F(x)$ (CDF, por sus siglas en inglés) de una variable discreta X , se obtiene de sumar la función de densidad de probabilidad $p(y)$ a lo largo de todos valores posibles de y que satisfagan $y \leq x$ [24].

Definición. La función de distribución acumulada $F(x)$ de una variable aleatoria continua X se define para todo número x como:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(y)dy \quad (4-4)$$

Por lo tanto la Función de Distribución Acumulativa Complementaria per cápita (CCDF, por sus siglas en inglés), se define como:

$$CCDF(m) = 1 - CDF(m) = 1 - \int_{-\infty}^m P(m)dm \quad (4-5)$$

donde m es el dinero y $P(m)$ es la función de densidad de probabilidad [24].

El análisis de las funciones de distribución de probabilidad son una herramienta muy poderosa para describir varias propiedades de una variable de interés, en éste caso la variable es el dinero y su distribución. Para ello, se hizo un ajuste con las distribuciones Lognormal, Gamma, Exponencial y Pareto.

Definición. Se dice que una variable aleatoria no negativa X tiene una distribución lognormal si la variable aleatoria $Y = \ln(X)$ tiene una distribución normal. La función de densidad de probabilidad resultante es una variable aleatoria lognormal cuando el $\ln(X)$ está normalmente distribuido con parametros μ y σ es:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-[\ln(x)-\mu]^2/(2\sigma^2)} \quad (4-6)$$

para $x \geq 0$.

donde μ y σ , son la media y desviación estándar de $\ln(x)$, respectivamente [24].

Definición. Se dice que una variable aleatoria continua X tiene una distribución gamma si la función de densidad de probabilidad de X es

$$f(x; \alpha\beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{-\alpha-1} e^{-x/\beta} \quad (4-7)$$

donde los parámetros α y β satisfacen $\alpha > 0$, $\beta > 0$. La distribución gamma estándar tiene $\beta = 1$ [24].

Mientras que la función exponencial es el resultado de considerar $\alpha = 1$ y $\beta = 1/\lambda$ [24].

Se utilizó un código de programación en Python (ver Apéndice B), para poder determinar la estimación del límite inferior de un comportamiento tipo ley de potencias (Pareto). El procedimiento de ajuste consiste en una elección de x_{min} , estimando alfa a través de método de máxima verosimilitud, y un ajuste basado en el menor corte para la escala a través de la prueba de Kolmogorov-Smirnov [25]. Los valores obtenidos tanto para α como para X_{min} , se muestran en la siguiente tabla:

De la tabla 4-9 se puede observar que la métrica de Ventas per cápita es la única cuyo parámetro alpha se encuentra dentro del rango típico, $2 < \alpha < 3$. Mientras que el valor para

Métrica	α	X_{min}	Pareto %	Cuasi exponencial %
Ventas	2.33585	4042877.6981	39.2	60.8
Activos	1.58469	1587947.269	78.3	21.7
Pasivos	1.53053	1166854.991	69.9	30.1
Patrimonio	1.79183	1005489.183	66.9	33.1
Utilidad de Operación	3.50797	4019073.569	6	94
Utilidad Neta	1.63656	71774.00527	76.2	23.8

Tabla 4-9: Valores de alpha X_{min} para cada métrica. Así como también el porcentaje correspondiente a cada ajuste, ya sea cuasi exponencial o de Pareto

X_{min} permite determinar una una mejor distribución donde el 39.2% corresponde a la cola de Pareto y un 60.8% a un ajuste exponencial, que comparado con los resultados obtenidos en el artículo "Wealth of the world's richest publicly traded companies per industry and per employee: Gamma , Log-normal and Pareto power-law as universal distributions"[1], donde se realizó el mismo análisis a nivel mundial con datos de la lista Forbes G-2000 del año 2015; se tiene un porcentaje de 49.09% para el caso de la cola de Pareto y 50.91% para un comportamiento exponencial.

Los valores arrojados para α y X_{min} , en las otras métricas son bastante interesantes pues los porcentajes para la parte de Pareto son muy grandes en los Activos, Pasivos, Patrimonio y Utilidad Neta. Mientras que para el caso de la Utilidad de Operación es un porcentaje pequeño. Sin embargo, la media entre todas métricas es igual a 56.58% para la parte de Pareto y de 43.42% para un comportamiento cuasi exponencial.

A continuación se muestra el ajuste de CCDF para la métricas de Ventas, Activos, Pasivos, Utilidad de Operación, Utilidad Neta y Patrimonio por empleados, para la parte superior es un comportamiento lineal de Pareto y en el caso de la parte inferior se muestra un ajuste lognormal.

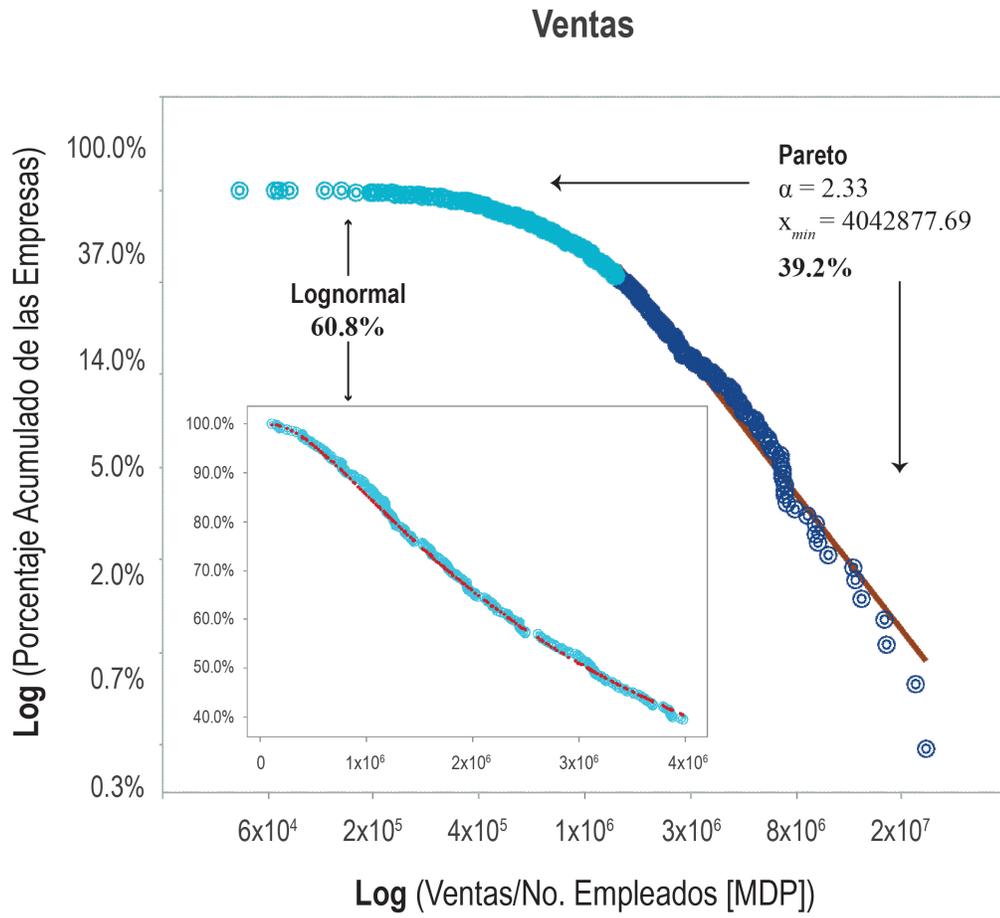


Figura 4-22: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del Ranking de las 500, normalizado por el número de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Ventas

Ranking	Empresa	Sector	País de origen	Ventas/No.Empleados [MDP]
401	Merrill Lynch México Casa de Bolsa	Servicios financieros y seguros	EU	72900000
222	Despegar.com	Servicios profesionales	ARG	66553846.15
110	Seguros Banamex	Servicios financieros y seguros	EU	50131111.11
249	Alcatel Onetouch	Industria electrónica	FRA	49527397.26
137	Dow Química Mexicana	Química y petroquímica	EU	39929545.45
240	NR Finance México	Servicios financieros y seguros	JAP	37485148.51
95	Iberdrola México	Electricidad, agua y gas	ESP	36951086.96
173	Sociedad Hipotecaria Federal	Servicios financieros y seguros	MX	29028888.89
98	Banobras	Servicios financieros y seguros	MX	26270000
328	Agroasemex	Servicios financieros y seguros	MX	26100000

Tabla 4-10: Las diez empresas que se encuentran en la parte de Pareto para la métrica de Ventas per cápita

La siguiente gráfica corresponde al análisis realizado para el G-2000 para la métrica de ventas, en un modelo de dos partes conformado por un ajuste exponencial para la parte baja y Pareto para la parte alta. El Ranking de las 500 para la métrica de ventas no tiene un ajuste similar para la parte baja, pero coincide en la parte alta con un comportamiento tipo Pareto.

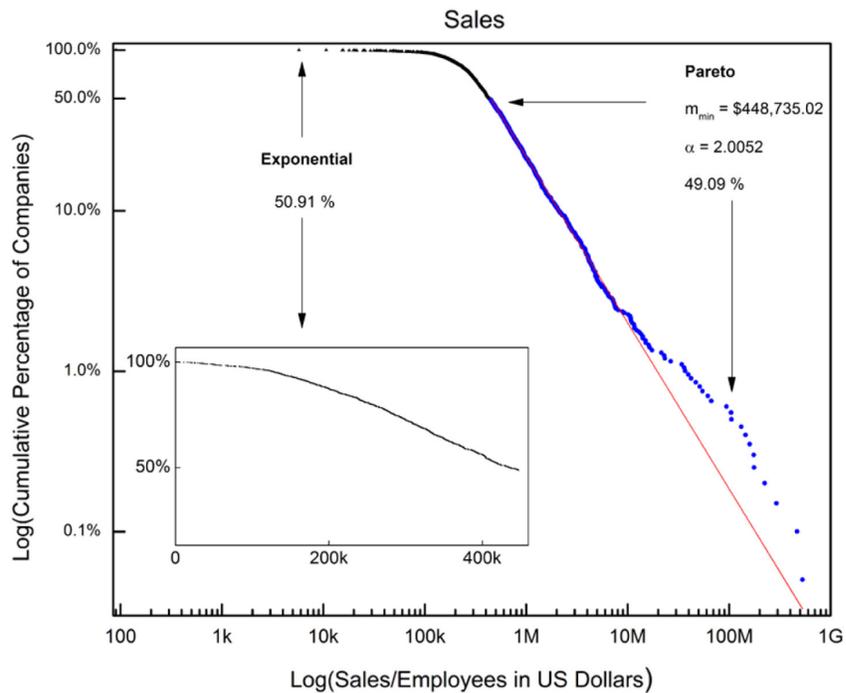


Figura 4-23: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del G-2000, normalizado por el numero de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Ventas [?]

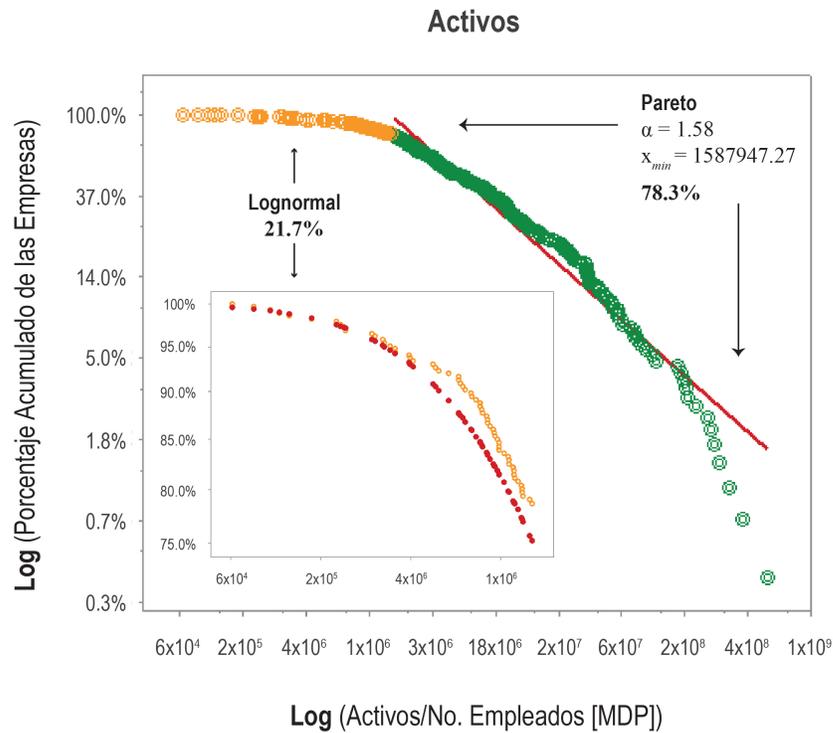


Figura 4-24: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del Ranking de las 500, normalizado por el número de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Activos

La siguiente gráfica corresponde al análisis realizado para el G-2000 para la métrica de activos, en un modelo de dos partes conformado por un ajuste exponencial para la parte baja y Pareto para la parte alta. El Ranking de las 500 para la métrica de activos no tiene un ajuste similar para la parte baja, pero coincide en la parte alta con un comportamiento tipo Pareto.

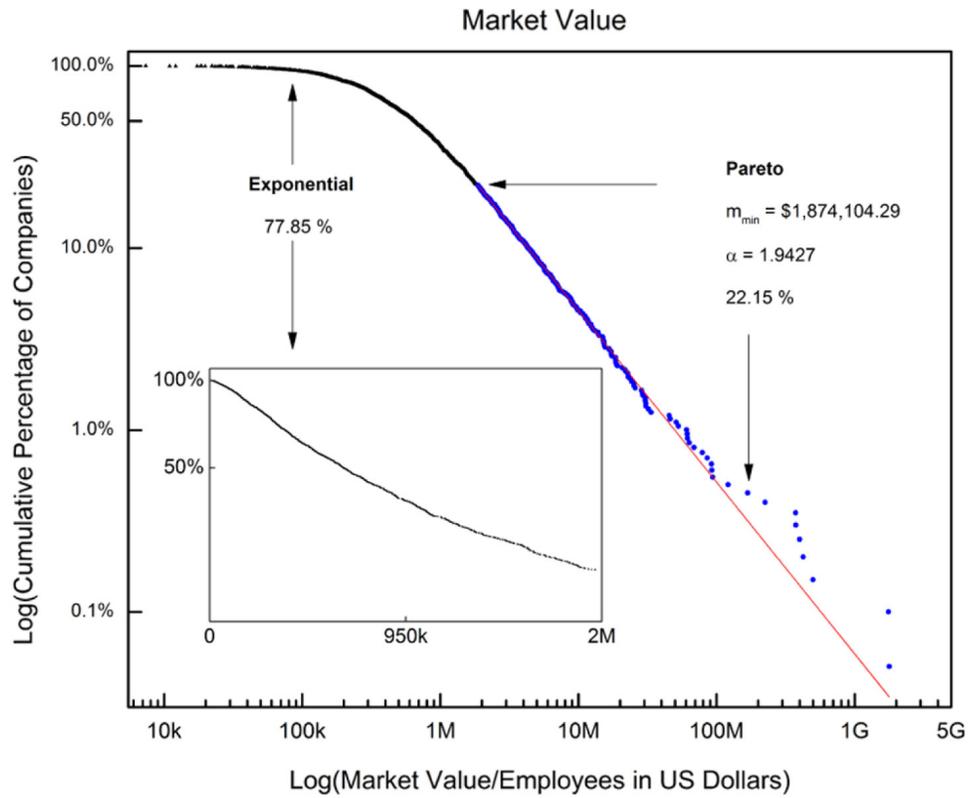


Figura 4-25: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del G-2000, normalizado por el numero de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Activos [1].

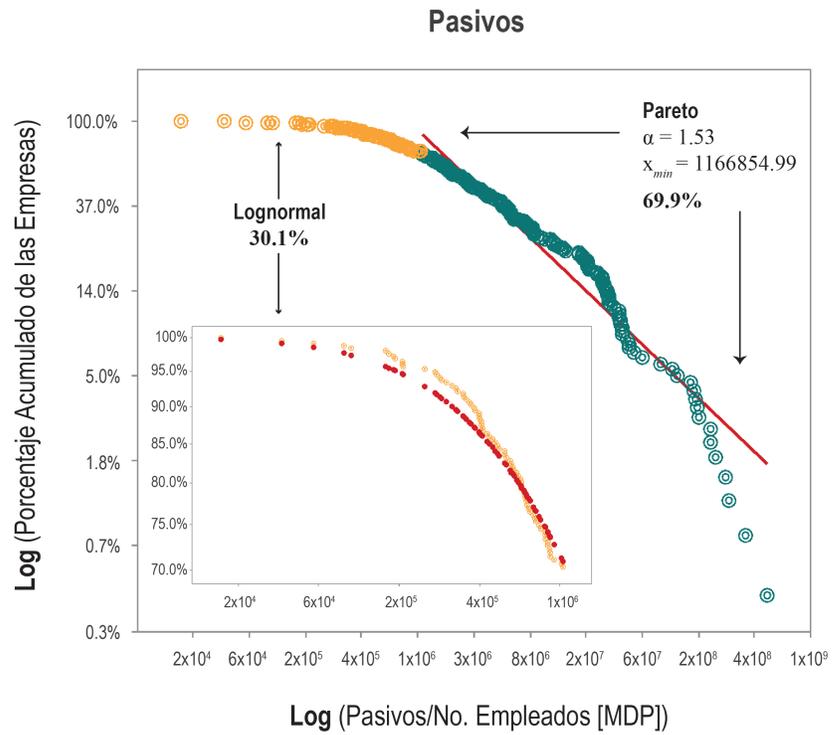


Figura 4-26: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del Ranking de las 500, normalizado por el numero de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Pasivos

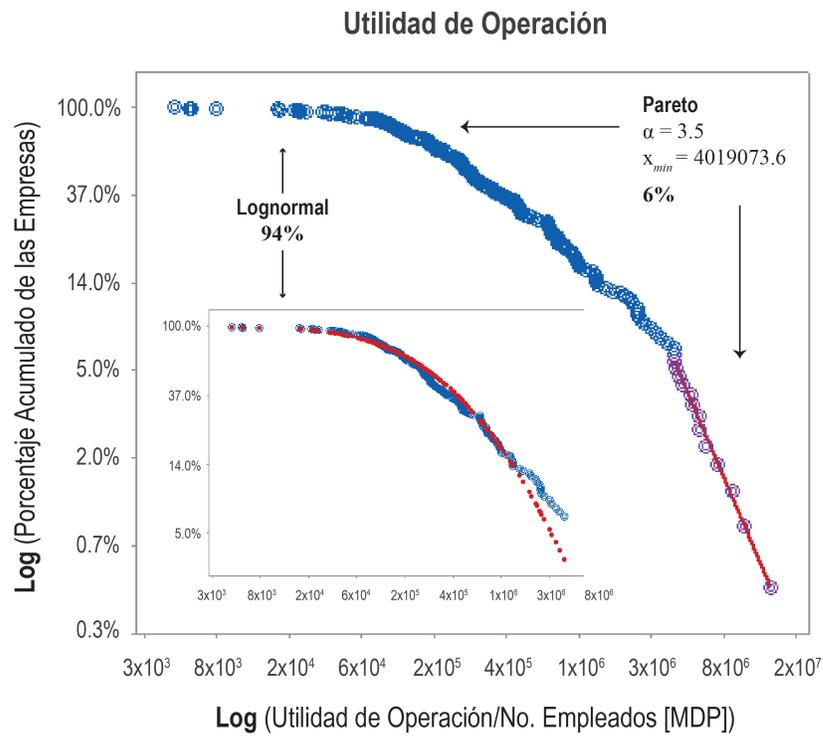


Figura 4-27: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del Ranking de las 500, normalizado por el numero de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Utilidad de Operación

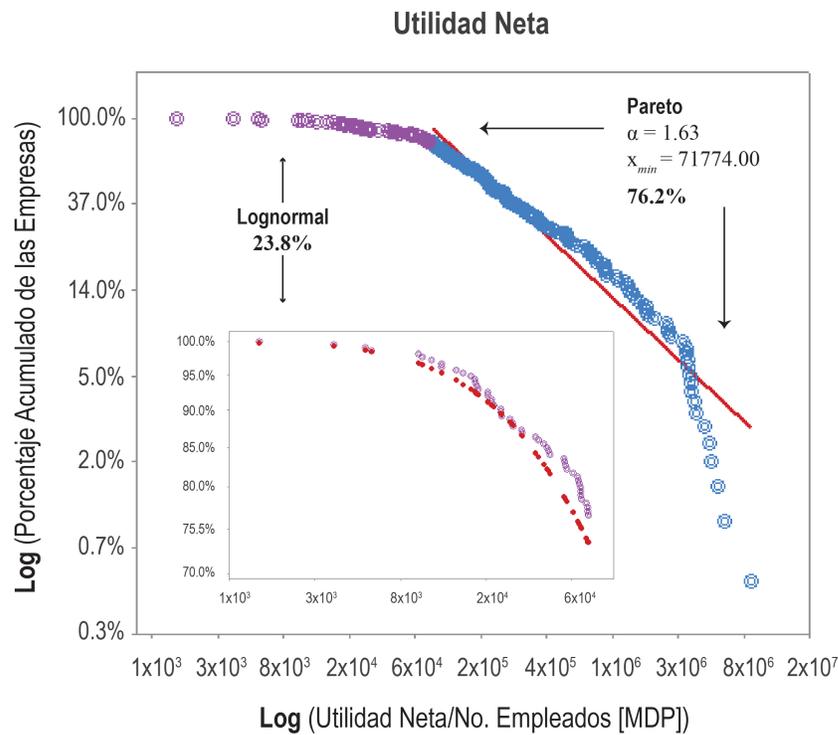


Figura 4-28: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del Ranking de las 500, normalizado por el número de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Utilidad Neta

Ranking	Empresa	Sector	País de origen	Utilidad neta/No.Empleados [MDP]
240	NR Finance México	Servicios financieros y seguros	JAP	8925742.574
225	Concesionaria Mexiquense	Trasporte y almacenamiento	MX	6025714.286
477	Toyota Financial Services México	Servicios financieros y seguros	JAP	5404040.404
143	OHL México	Construcción	ESP	4876610.169
195	Coca-Cola de México	Bienes de consumo	EU	4776752.768
24	Infonavit	Servicios financieros y seguros	MX	4461034.402
110	Seguros Banamex	Servicios financieros y seguros	EU	3928888.889
457	Value Grupo Financiero	Servicios financieros y seguros	MX	3814432.99
98	Banobras	Servicios financieros y seguros	MX	3614000
351	Volkswagen Leasing	Servicios financieros y seguros	ALE	3597269.625

Tabla 4-11: Las diez empresas que se encuentran en la parte de Pareto para la métrica de Utilidad Neta per cápita

La revista Forbes no especifica el tipo de ganancia en el G-2000, por lo tanto se tomará como totales (quitando impuestos) y se comparan con la métrica de Utilidad Neta del Ranking de las 500. El comportamiento es similar a las métricas anteriores, el G-2000 muestra un ajuste exponencial para la parte baja y Pareto para la parte alta.

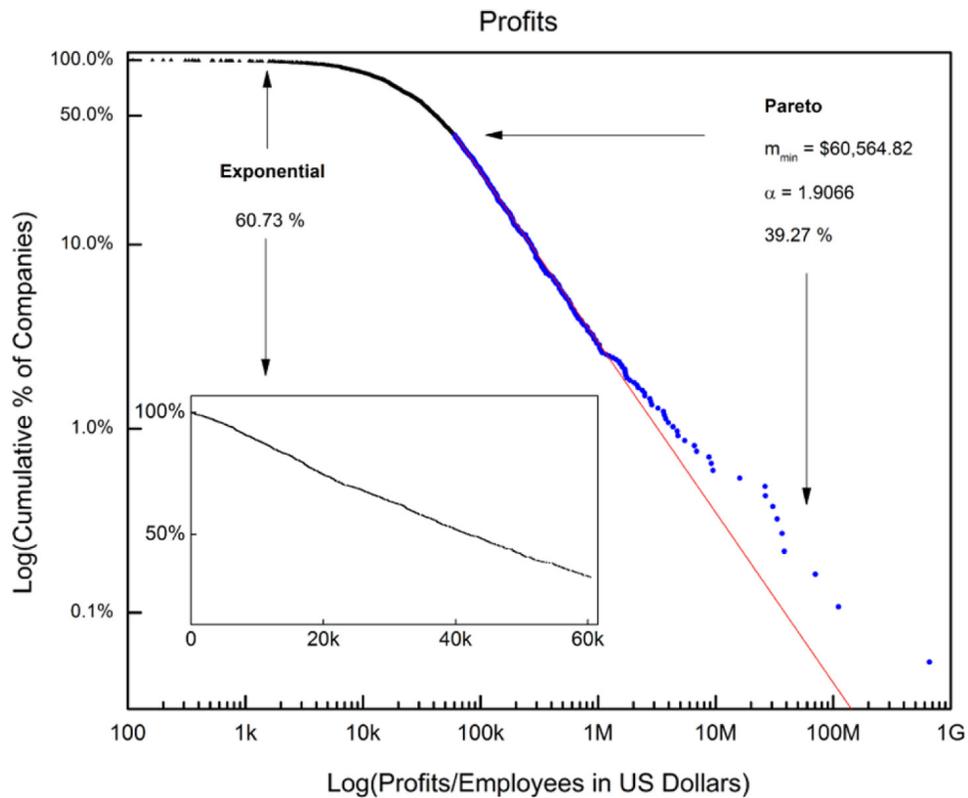


Figura 4-29: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del G-2000, normalizado por el número de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Ganancias [1]

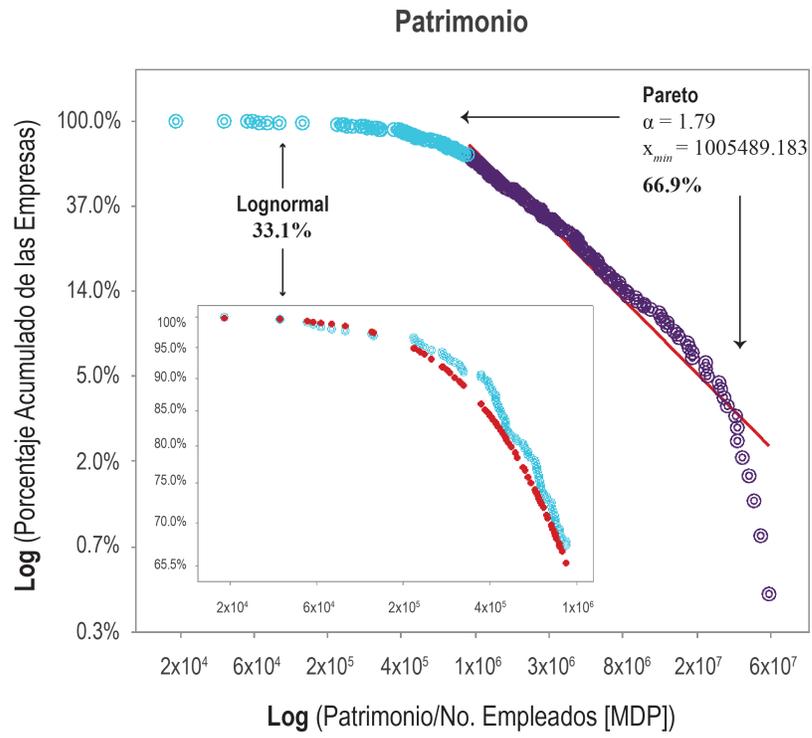


Figura 4-30: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del Ranking de las 500, normalizado por el número de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Patrimonio

La tabla 4-12 muestra los coeficientes de correlación, donde se puede observar que las distribuciones de todas las métricas tienen un mejor ajuste con una lognormal, para la parte baja. Y un ajuste de tipo Pareto para la parte alta.

Métrica	Lognormal R²	Gama R²	Exponencial R²	Pareto R²
Ventas	0.999286014	0.989188082	0.987535276	0.97779
Activos	0.995508804	0.974327298	0.913237149	0.95244
Pasivos	0.995477632	0.976771732	0.891070194	0.94018
Utilidad de Operación	0.994914597	0.973971861	0.939009912	0.99421
Utilidad Neta	0.993538225	0.975765368	0.927483484	0.92159
Patrimonio	0.995726983	0.973752491	0.948426138	0.94858

Tabla 4-12: Coeficientes de Correlación de Pearson de las cuatro distribuciones de cada métrica por número de empleados

La siguientes gráfica muestra el caso de la distribución para las empresas Financieras, con $\alpha = 3.24866951447415704$ y $X_{min} = 13074534.16[MDP]$. Con un 29.1% para la parte de Pareto y 70.9% para un comportamiento lognormal.

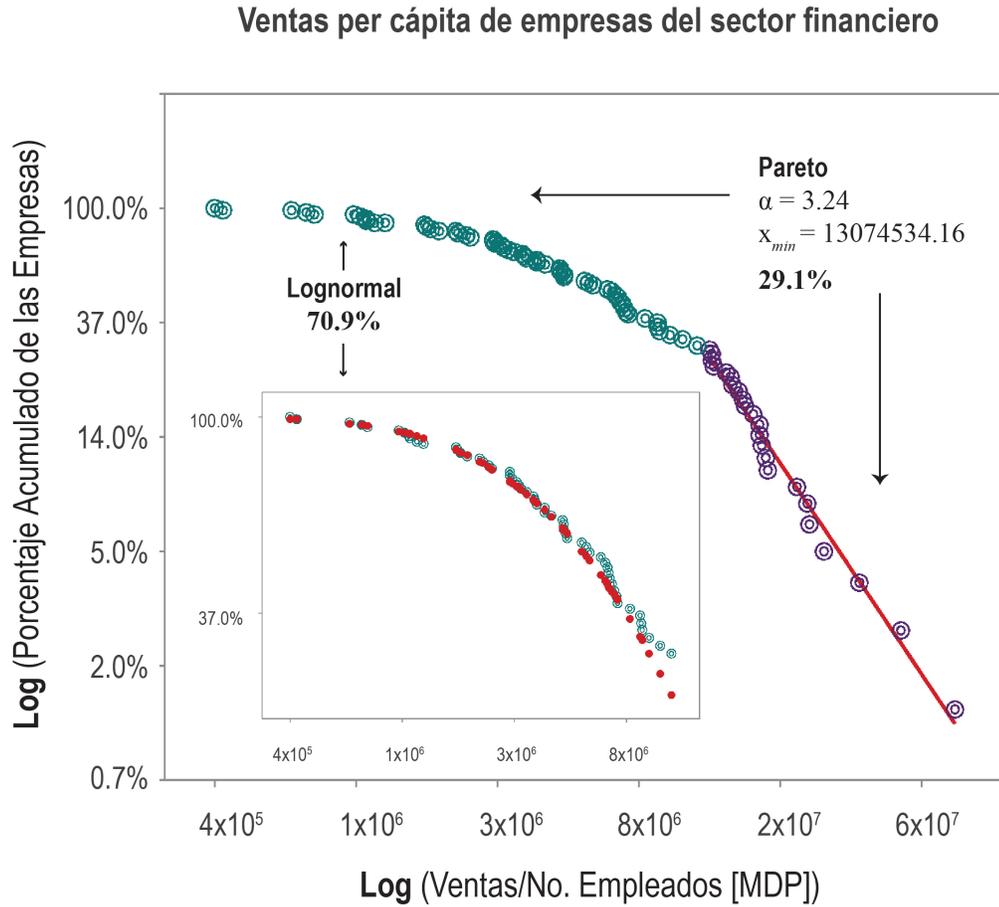


Figura 4-31: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del Ranking de las 500, normalizado por el número de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Ventas de las empresas del sector financiero

La siguiente gráfica muestra la función distribución para las empresas en el Ranking 2017, con la métrica Ventas per cápita. Los valores de $\alpha = 2.0213207964102877$ y $X_{min} = 3.657015437[MDP]$. Con 56.8 % para Pareto y 43.2 % para la lognormal.

Comparando con la distribución obtenida para la métrica de ventas del Ranking 2015, se observa un aumento en la parte de Pareto en aproximadamente 17puntosporcentuales.

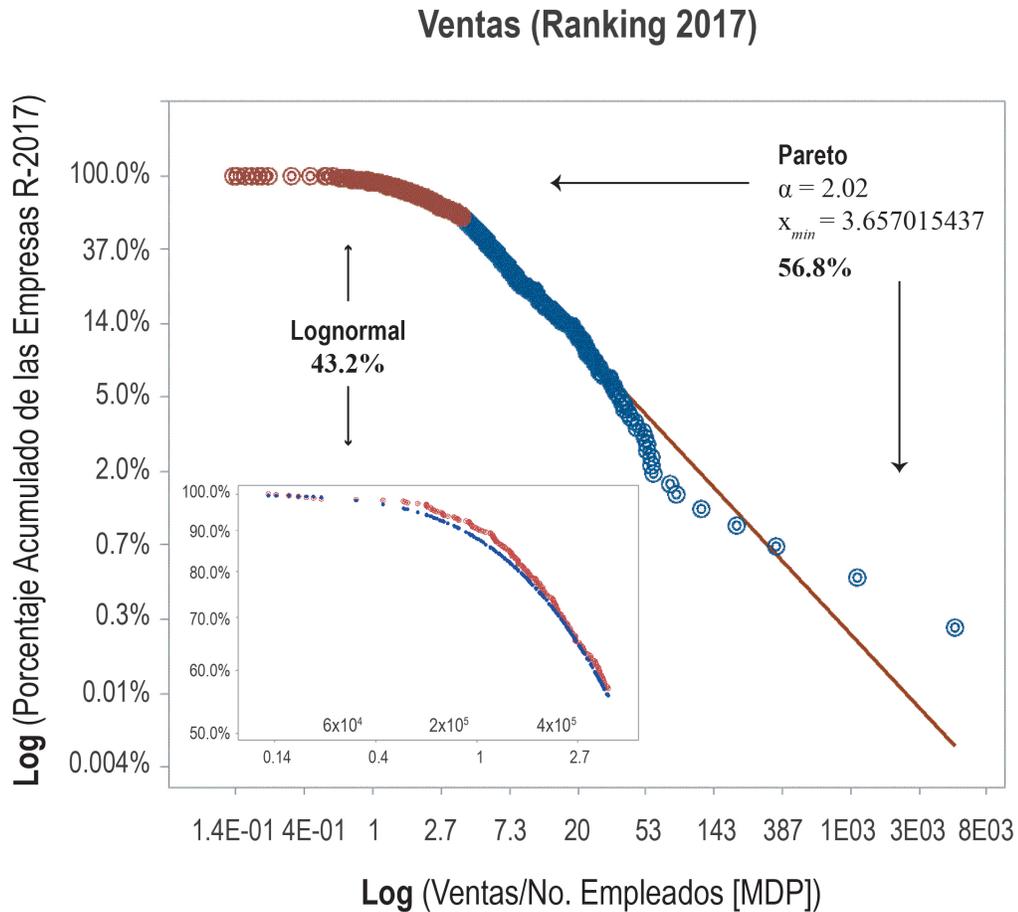


Figura 4-32: Función de Distribución Acumulada Complementaria (CCDF) del tamaño de las empresas del Ranking de las 500, normalizado por el número de empleados (tamaño per cápita) para la métrica de Ventas en el Ranking 2017.

Capítulo 5

Conclusiones

1. En el Ranking las 500 de Expansión, las empresas se clasifican de acuerdo al total de sus ingresos o ventas, siendo este parámetro el que califica de mayor importancia a cada una de estas. Sin embargo, ventas no puede ser el único parámetro que se tome en cuenta para tener una posición en el ranking. Por ejemplo PEMEX se posiciona en el primer lugar por sus ingresos, sin embargo, presenta números negativos en las métricas de utilidad neta ($-2.65543E+11$ MDP) y en patrimonio ($-7.6E+11$ MDP).
2. El Ranking de las 500 ofrece seis métricas: ventas, activos, pasivos, utilidad de operación, utilidad neta y patrimonio. Mientras que el G-2000, presenta cuatro: ventas, ganancias, activos y valor de mercado. Por lo tanto se tiene una coincidencia en ventas, activos y en ganancias (utilidad neta).
3. En el estudio de las distribuciones por rango, el mejor ajuste se obtuvo con la Distribución Beta Generalizada Discreta (DBGD), con un coeficiente de correlación mayor al 0.98 para el caso de cada métrica. Sin embargo, el calculo de dicha regresión se basa en una regresión no lineal utilizando los parámetros de la escala logarítmica, que es viable para nuestros fines en un sentido cualitativo. Pero si se requiere un estudio más profundo, se tendrá que hacer una regresión lineal con los datos en bruto.
4. La riqueza por empleado del Ranking de las 500 medida por las métricas de ventas,

activos, pasivos, patrimonio, utilidad de operación y utilidad neta; muestra una división de dos clases donde se ajustan las distribuciones cuasi exponenciales para la parte baja y de Pareto para la parte superior, respectivamente. Parecido al análisis de distribución de riqueza para el G-2000 y a la distribución de ingresos en muchos países.

5. X_{min} ayuda a encontrar el corte exacto para diferenciar la parte baja y alta de la CCDF. En la métrica de Ventas por empleado, el porcentaje correspondiente a la parte baja es del 60.8% y se ajusta a una distribución del tipo lognormal. Dicho ajuste no coincide con el análisis que se realizó a nivel global en el artículo de las empresas del G-2000[1], donde el mejor ajuste corresponde a una curva exponencial (50.91%). Mientras a la parte alta le corresponde un 39.2% con un ajuste de ley de potencias (Pareto), coincide con el análisis de dicho artículo, con un comportamiento de tipo Pareto (49.09%).
6. Para la métrica de Activos per cápita, el mejor ajuste también es una lognormal (21.7%) para la parte baja. Este ajuste no coincide con lo encontrado en el artículo [1], donde se tiene un ajuste Exponencial (77.94%) para la parte baja. En cuanto a la parte alta, ambos tienen un comportamiento de tipo Pareto: R-500 (78.3%), G-2000 (22.06%).
7. Como el G-2000 no especifica claramente a qué tipo de Ganancias se refiere, se dará por entendido que se trata de la total, por lo tanto se puede comparar con la métrica de Utilidad Neta. En el G-2000 las ganancias también tienen un comportamiento exponencial (60.73%), mientras que para el R-500 la métrica de Utilidad Neta por empleado, se ajusta también a una lognormal (23.8%). En ambos estudios se tiene un mismo comportamiento de tipo Pareto para los casos de la parte alta: R-500 (76.2%), G-2000 (39.27%).
8. Para las métricas: activos, pasivos, patrimonio y utilidad neta, los porcentajes encontrados son grandes para la parte alta de la distribución alcanzando un 78% para el caso de activos, tomando en cuenta la teoría del 80-20 del principio de Pareto. Las observaciones que se pueden hacer para entender dichos resultados parten en un primer caso del número de datos que se tienen para construir la distribución, un segundo punto es la falta de transparencia que se tiene en cuanto a las ganancias y gastos de muchas de

las empresas citadas en el ranking-500, pues en muchos casos sólo es una estimación de dichas cantidades. Por otro lado es posible que el enriquecimiento desmedido se dé a partir de una política fiscal mexicana que las beneficia en muchos aspectos, principalmente en cuestiones de impuestos.

9. El análisis para el Ranking 2017 también tiene una división de dos clases, obteniendo un mejor ajuste para la parte de baja con la distribución de lognormal y de Pareto para la parte alta.
10. Para todas las métricas se tiene un ajuste que corresponde a una distribución lognormal, que es aplicable cuando los números de factores pequeños resultan multiplicativos.
11. Los datos del Ranking de las 500, no nos permitió hacer un análisis por cada actividad o sector, pues los datos obtenidos son muy pocos. Excepto para el caso de las Empresas del Sector Financiero, donde se encontró una distribución con un buen ajuste lognormal para la parte baja (70.9 %) y de Pareto para la parte alta (29.1 %)

Apéndice A

Tablas

Lugar en el Ranking	Empresa	Actividad o giro
1	Petróleos Mexicanos (Pemex)	Minería, petróleo y gas
4	Comisión Federal de Electricidad (CFE)	Electricidad, agua y gas
24	Instituto del Fondo Nacional de la Vivienda para los Trabajadores (Infonavit)	Servicios financieros y seguros
66	Aeropuertos y Servicios Auxiliares (ASA)	Trasporte y almacenamiento
98	Banco Nacional De Obras Y Servicios Públicos (Banobras)	Servicios financieros y seguros
103	Caminos y Puentes Federales de Ingresos y Servicios Conexos (Capufe)	Trasporte y almacenamiento
134	Nacional Financiera (Nafin)	Servicios financieros y seguros
145	Distribuidora e Impulsora Comercial Conasupo, S.A. de C.V. (Diconsa)	Comercio minorista
173	Sociedad Hipotecaria Federal (SHF)	Servicios financieros y seguros
180	FOVISSSTE	Servicios financieros y seguros
196	Banco Nacional de Comercio Exterior (Bancomext)	Servicios financieros y seguros
229	Pronósticos para la Asistencia Pública	Recreación, cultural y deportivo
251	Sistema de Transporte Colectivo (Metro del DF)	Trasporte y almacenamiento
267	Leche Industrializada Conasupo, S. A. de C. V. (Liconsa)	Comercio minorista
310	Lotería Nacional	Recreación, cultural y deportivo
315	Banco Nacional del Ejército, Fuerza Aérea y Armada (Banjército)	Servicios financieros y seguros
335	Instituto del Fondo Nacional para el Consumo de los Trabajadores (Fonacot)	Servicios financieros y seguros
353	Telecomm-Telégrafos 2,732 millones	Medios y telecomunicaciones
360	Instituto Mexicano del Petróleo (IMP)	Servicios profesionales
368	Compañía Mexicana de Exploraciones (Comesa)	Construcción
369	Súper ISSSTE	Comercio minorista
393	Financiera Rural	Servicios financieros y seguros
418	Correos de México	Trasporte y almacenamiento height

Tabla A-1: Empresas Públicas Mexicanas

No.	Actividad	Cantidad	Porcentaje
1	Servicios Financieros Y Seguros	110	22
2	Bienes De Consumo	57	11.4
3	Automotriz Y Autopartes	36	7.2
4	Comercio Minorista	36	7.2
5	Construcción	26	5.2
6	Transporte Y Almacenamiento	25	5
7	Minería, Petróleo Y Gas	21	4.2
8	Servicios Profesionales	20	4
9	Maquinaria Y Equipo	17	3.4
10	Medios Y Telecomunicaciones	17	3.4
11	Farmacéutica	15	3
12	Química Y Petroquímica	15	3
13	Holding	14	2.8
14	Hotelería Y Restaurantes	14	2.8
15	Cemento, Cerámica Y Vidrio	13	2.6
16	Industria Electrónica	13	2.6
17	Industria Del Metal	12	2.4
18	Madera, Papel Y Celulosa	8	1.6
19	Recreación Cultural Y Deportiva	7	1.4
20	Industria Agropecuaria	6	1.2
21	Comercio Mayorista	4	0.8
22	Electricidad, Agua Y Gas	4	0.8
23	Servicios De Salud	3	0.6
24	Aeroespacial	2	0.4
25	Otras Manufactureras	2	0.4
26	Otros Servicios	2	0.4
27	Equipo Eléctrico	1	0.2

Tabla A-2: Clasificación de las Empresas por su actividad o giro

Ranking	Empresa	Ranking	Empresa
1	Grupo Financiero BBVA Bancomer	41	Invex Grupo Financiero
2	Grupo Financiero Banamex	42	Agroasemex
3	Grupo Financiero Banorte	43	Fonacot
4	Infonavit	44	Afore Banamex
5	Grupo Financiero Santander México	45	Caja Popular Mexicana
6	MetLife México	46	Grupo Financiero Actinver
7	Banco Azteca	47	Volkswagen Leasing
8	Grupo Financiero HSBC	48	AIG Seguros México
9	GNP	49	Provident México
10	Grupo Financiero Inbursa	50	GMX Seguros
11	AXA Seguros	51	Crédito Real
12	Grupo Financiero Scotiabank Inverlat	52	Grupo Bursátil Mexicano GBM
13	Banobras	53	Intercam Grupo Financiero
14	Seguros Banamex	54	HDI Seguros
15	Seguros Inbursa	55	Monex Casa de Bolsa
16	Seguros BBVA Bancomer	56	GM Financial de México
17	Nafin	57	Merrill Lynch México Casa de Bolsa
18	Seguros Monterrey New York Life	58	Grupo Financiero Ve por Más
19	Quálitas Compañía de Seguros	59	Intercam Casa de Bolsa
20	Genera	60	Scotia Inverlat Casa de Bolsa
21	Vector Casa de Bolsa	61	Royal y SunAlliance Seguros México
22	Mapfre	62	General de Seguros
23	Sociedad Hipotecaria Federal	63	Grupo Financiero Aserta
24	Grupo Financiero Interacciones	64	Bolsa Mexicana de Valores
25	BanBajío	65	Valores Mexicanos Casa de Bolsa
26	Grupo Profuturo	66	Value Grupo Financiero
27	Banregio Grupo Financiero	67	Banco Walmart
28	American Express Company México	68	Finamex Casa de Bolsa
29	Seguros Atlas	69	Seguros Afirme
30	Allianz México	70	Actinver Casa de Bolsa
31	NR Finance México	71	Seguros Argos
32	BanCoppel	72	Toyota Financial Services México
33	CIBanco	73	InverCap Afore
34	ABA Seguros	74	Afore Principal
35	Zurich Compañía de Seguros	75	Reaseguradora Patria
36	Financiera Independencia	76	ACE Fianzas Monterrey
37	Unifin Financiera	77	Afianzadora Aserta
38	Grupo Financiero Monex	78	Zurich Vida Compañía de Seguros
39	First Cash	79	JP Morgan Grupo Financiero
40	Banjército		

Tabla A-3: Empresas del sector Financiero

Apéndice B

Código Phytón para encontrar α y

X_{min}

Código utilizado para encontrar α y X_{min} , en el lenguaje de programación Phytón:

```
»> from numpy import* //Llama a la librería “numpy”
»> y=loadtxt (“archive.txt”) //Declaración de la variable “y”, que lee el archivo “archive.txt”
»> y
»> import numpy as np //Llama al subquete para arreglos de la librería “numpy”
»> z=np.array (y) .tolist () //Crea un arreglo a partir de los datos contenidos en la variable
“y”
»> from plfit import* // Llama al subpaquete “plfit”
»> x=plfit (z) //“plfit”, ajusta una distribución de ley de potencia. Esta función implementa
los estimadores de probabilidad máxima discreta y continua para ajustar la distribución de la
ley de potencia a los datos, junto con el enfoque basado en la bondad de ajuste para estimar el
corte más bajo para la región de escalado [25].
»> x
```

Código alternativo en Python para encontrar α y X_{min} :

```
»>import numpy as np //Llama al subpquete para arreglos de la librería “numpy”

»>data = np.loadtxt("NombreDelArchivo.txt") // Carga el archivo con los datos y le asigna
el nombre de "data"

»>import powerlaw // Llama al script "powerlaw"

»>fit = powerlaw.Fit(data) // La función de fit ajusta los datos

»>fit.powerlaw.alpha, fit.xmin//Cálcula  $\alpha$  y  $x_{min}$ 
```

Bibliografía

- [1] SORIANO P., DEL CASTILLO M., CAMPIRÁN I. and MONTEMAYOR J. A., (2017), «Wealth of the world ' s richest publicly traded companies per industry and per employee: Gamma , Log-normal and Pareto power-law as universal distributions», *Physica A*, **471**, pp. 733-749.
- [2] B. K. CHAKRABARTI, (1995), *Econophysics-Kolkata: A Short Story*, Springer-Verlag Mailand, Milano, pp. 225-228.
- [3] YAKOVENKO V. M. ROSSE J.B., (1960), «Colloquium: Statistical mechanics of money, wealth, and income», *Rev. Mod. Phys*, **81**, pp. 1703-1725.
- [4] YAKOVENKO V. M. y DRĂGULESCU A., (2000), «Statistical mechanics of money», *Eur. Phys. J. B*, **378**, pp. 373-3785.
- [5] NAUMIS G.G., (2013), *Fronteras de la Física en el Siglo XXI: Física y Sociedad*, CopIt-arXives, México.
- [6] HOLMAN J. P., (1975) *Termodinámica*, McGraw-Hill, México.
- [7] GARCÍA-COLÍN L., (1995) *Termodinámica Estadística*, UAM Unidad Iztapalapa, México.
- [8] MCCONNELL C. R., BRUE S. L. y FLYNN S., (1996), *Economics: Principles, problems and police*, New York: McGraw-Hill.
- [9] CLAUSET A., COSMA R. y NEWMAN M. E. J., (2009), «Power-law distributions in empirical data», *SIAM Review*, **2**, pp. 373–3785.

- [10] NEWMAN M. E. J., (2005), «Power laws, Pareto distributions and Zipf's law», *Contemp. Phys*, **46**, pp. 323–351.
- [11] MARTÍNEZ-MEKLER G., ALVAREZ-MARTÍNEZ R., BELTRAN DEL RÍO M., MANSILLA R., MIRAMONTES P., COCHO G., (2009), «Universality of rank-ordering distributions in the arts and sciences», *PLoS ONE* *4*, **3** e4971.
- [12] MARTÍNEZ-MEKLER G., ALVAREZ-MARTÍNEZ R., COCHO G., (2010), «Order–disorder transition in conflicting dynamics leading to rank–frequency generalized beta distributions», *Physica A*, **390**, pp. 120-130.
- [13] MARTÍNEZ-MEKLER G., ALVAREZ-MARTÍNEZ R., COCHO G., (2018), «Rank ordered beta distributions of nonlinear map symbolic dynamics families with a first-order transition between dynamical regimes», *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, **28**.
- [14] GRUPO EXPANSIÓN, (2015), «Las 500 Empresas más Importantes de México de Expansión 2015», [Online]. Available: <http://grupoexpansion.mx>.
- [15] GRUPO EXPANSIÓN, (2015), «¿Cómo se construyó el ranking Las 500 de Expansión?», [Online]. Available: <https://expansion.mx/negocios/2015/06/17/metodologia-las-500-de-expansion-2014>.
- [16] DEL CASTILLO N. M., (2017) *La distribución y desigualdad de los activos financieros y no financieros en México*, CEPAL Naciones Unidas, México.
- [17] CAMACHO G., (2010) *Derecho Administrativo. Tomo 4: La actividad sustancial de la administración del Estado.*, Legal Publishing, Santiago.
- [18] CORDERA R., (2017) *La perenne desigualdad*, Fondo de Cultura Económica, México.
- [19] WANNIER G. H, (2013) *Statistical Physics*, Dover Publications, Inc, New York.
- [20] MANKIW N. G., (2012) *Principios de Economía*, CENGAGE Learning, México.

- [21] YAKOVENKO V. M. y DRÂGULESCU A., (2002), «Statistical Mechanics of Money, Income, and Wealth: A Short Survey», *Modeling of Complex Systems: Seventh Granada Lectures*, **661**, pp. 180-183.
- [22] INEGI, (2018) <http://www.beta.inegi.org.mx/temas/empleo/>, México.
- [23] VARGAS S. G., (2006) *Introducción a la Teoría Económica, un enfoque Latinoamericano*, Pearson, México.
- [24] DEVORE J. L., (2015) *Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias*, CENGAGE, México.
- [25] CLAUSET A., (2007) *Power-law Distributions in Empirical Data*, Septiembre 2017, de Santa Fe Institute Sitio web: <http://tuvalu.santafe.edu/aaronc/powerlaws>.