



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA MECÁNICA – TERMOFLUIDOS**

**SINCRONIZACIÓN TÉRMICA EN RECINTOS ADYACENTES CONTROLADOS  
TERMOSTÁTICAMENTE**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**MARIO SÁNCHEZ LÓPEZ**

**TUTOR PRINCIPAL:**  
**DR. FRANCISCO JAVIER SOLORIO ORDAZ**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., MAYO 2019**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Agradecimientos

*A mis padres Hortencia y Eliseo, que siempre me han brindado su apoyo incondicional, los quiero mucho. Gracias.*

*A Nallely, quien me motivó a dar el último paso en esta etapa de mi vida.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su patrocinio a mis estudios de maestría.*

*A mi tutor el Dr. Francisco Solorio y al Dr. Rafael Chávez por su valiosa ayuda y por su paciencia.*

*Al Dr. Mihir Sen por su valiosa asesoría en este proyecto.*

*A DGAPA (UNAM) por el patrocinio del proyecto PAPIIT-IN114216. Los experimentos se llevaron a cabo en el Laboratorio de Investigación en Termofluidos, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).*

*Al Centro de Ingeniería Avanzada de la Facultad de Ingeniería por permitirme usar sus instalaciones durante este proyecto.*

*Al honorable jurado: Dr. Rafael Chávez Martínez, Dr. Gabriel Ascanio Gasca, Dr. José Melesio Sánchez Huerta y Dr. Ian Guillermo Monsiváis Montoliu, por prestarme parte de su tiempo para la culminación de este trabajo.*

*A mis amigos y compañeros de posgrado.*

*A BCSC y LQCLBC y demás grupos de becarios CONACYT en las redes sociales.*

*A la Universidad, que me ha permitido ser parte de su gran comunidad y por la educación impartida hacia mí y mis compañeros. Por mi Raza Hablará el Espíritu.*

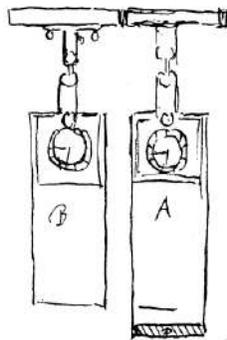
# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Sincronización en sistemas térmicos . . . . .	3
1.2. Definición de Sincronización . . . . .	4
1.2.1. Oscilaciones: Acoplamiento y fuerza de acoplamiento . . . . .	4
1.2.2. Tipos de sincronización . . . . .	5
1.3. Objetivos . . . . .	7
1.3.1. Objetivo general . . . . .	7
1.3.2. Objetivos particulares . . . . .	7
<b>2. Arreglo Experimental</b>	<b>8</b>
2.1. Estructura . . . . .	8
2.1.1. Cavidades . . . . .	9
2.1.2. Control termostático . . . . .	10
2.1.3. Cámara de temperatura controlada . . . . .	11
2.1.4. Obtención de datos . . . . .	11
2.2. Operación . . . . .	12
2.2.1. Señal de control . . . . .	12
2.2.2. Procedimiento experimental . . . . .	13
<b>3. Análisis de las señales</b>	<b>14</b>
<b>4. Resultados</b>	<b>15</b>
4.1. Existencia del fenómeno de sincronización térmica . . . . .	16
4.2. Efecto de la cámara de temperatura controlada $T_C$ . . . . .	32
4.3. Efecto de las condiciones iniciales . . . . .	41
4.4. Efecto de la pared común . . . . .	57
4.4.1. Comportamiento de la temperatura de la pared común . . . . .	69
4.5. Consumo energético . . . . .	74
<b>Conclusiones</b>	<b>77</b>
<b>A. Pared común <math>C_{O_1}</math></b>	<b>79</b>
<b>B. Acero Inoxidable (1.27 mm) y Cobre (4.76 mm)</b>	<b>83</b>
<b>C. Arreglo experimental.</b>	<b>87</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>89</b>

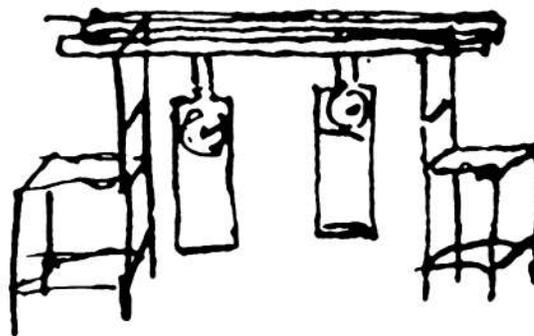
# Capítulo 1

## Introducción

El fenómeno de sincronización ha sido observado y estudiado en múltiples ramas de la ciencia y la ingeniería. El primer científico en descubrir la sincronización fue el investigador neerlandés Christian Huygens a principios del siglo XVII quien se especializaba en la construcción de relojes y telescopios. Se dice que durante una enfermedad que lo obligó a quedarse en cama fue donde descubrió el fenómeno; observó que el péndulo de dos relojes colgados en una misma pared y separados por 1 o 2 pies de distancia se mantuvieron en movimiento a un mismo “ritmo” el uno con el otro de forma paralela sin variación alguna y que al hacerlos girar a diferentes ritmos estos volvían después de cierto tiempo a sincronizarse; también descubrió que al aumentar la distancia entre los relojes los péndulos necesitaban más tiempo para moverse a un mismo ritmo, pero esta vez lo hacían con una diferencia de tiempo constante entre ellos, de hecho, halló que a una separación de 15 pies los péndulos se acercaban y retrocedían por movimientos opuestos y supuso que el fenómeno era causado por la agitación imperceptible del aire debido al movimiento de los péndulos. Sin embargo, aún con lo anterior, el caso más reportado en la literatura especializada en el tema son sobre sus hallazgos durante sus viajes en el mar donde colgó dos relojes de péndulo de gancho y cadena a un soporte en común y cada extremo de dicho soporte lo colocó en una silla, para este caso encontró que los péndulos se movían en direcciones opuestas, pero a un mismo ritmo. Huygens reportó sus hallazgos vía correspondencia a su padre donde describió al fenómeno como “simpatía de relojes” y deduciendo correctamente que los dos relojes entraban en simpatía debido a algún movimiento imperceptible del soporte en común [1].



(a) Relojes de péndulo de gancho con cadena.



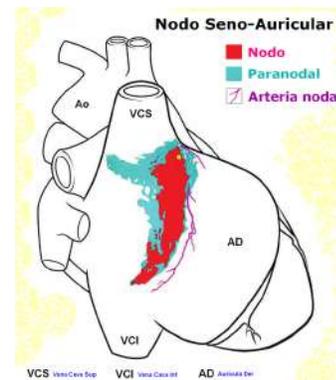
(b) Arreglo experimental de Huygens.

Figura 1.1: Dibujos originales de Huygens [18, p. 3, 358 ].

Desde entonces, el fenómeno de sincronización ha sido observado principalmente en sistemas compuestos por subsistemas que interactúan entre ellos de una u otra forma. Ejemplos de sincronización los da la propia naturaleza como ocurre en los ríos de Malasia, Tailandia y Nueva Guinea donde miles de luciérnagas macho destellan al unísono en su intento de atraer a las hembras [2]; estas luciérnagas al llegar el ocaso brillan de manera descoordinada y conforme avanza la noche empiezan a sincronizarse las primeras luciérnagas y al avanzar las horas la sincronización crece, como se observa en la Fig. 1.2(a); sin embargo, aun cuando las luciérnagas son un buen ejemplo de acoplamiento entre osciladores su comportamiento matemático aún no se incluye en los estudios debido a las discontinuidades presentadas ya que cada luciérnaga comienza a titilar después de observar a su vecina hacerlo para ajustar sus destellos con ella. Otros ejemplos de sincronización en sistemas biológicos es el patrón que muestran los seres vivos al caminar ya que cada extremidad motora funciona como un oscilador y dependiendo del número de extremidades y su forma de moverse será el tipo de sincronización que se presenta [3]. Uno de los campos de interés del fenómeno de sincronización es el análisis de los procesos fisiológicos de los seres vivos para aplicaciones médicas, ejemplo de ello son los latidos del corazón que son el resultado de la interacción de las células del nodo sinoauricular, Fig. 1.2(b), o también la sincronización de las células nerviosas que provocan la locomoción con diferencias de fase definidas en función de la especie y la marcha [4].



(a) Sincronización del destello de luciérnagas. Créditos de foto: Fletcher & Baylis 2008, Malasia, Foto de investigación.



(b) Nodo Sinoauricular, Créditos de imagen: Stephenson RS *et al.* 2012.

Figura 1.2: Sincronización en sistemas biológicos y fisiológicos .

En ingeniería también existen ejemplos de sincronización. Para sistemas mecánicos se pueden citar varios trabajos [5–8, 10], por ejemplo, en el trabajo numérico-experimental de González *et al.* [11], se encontró sincronización en los elementos rotativos de una transmisión de engranajes de una sola etapa (engranes y cojinetes), sin embargo, el fenómeno causa un incremento del 40 % en la carga cíclica de la transmisión. Otro ejemplo se encuentra en el trabajo experimental de Jauregui *et al.* [9] que analiza la existencia de sincronización de las vibraciones entre aspas de una turbina, arrojando como resultados que, aspas adyacentes presentan una fuerte sincronización (sincronización en-fase) y que las aspas más alejadas varían su desfase con el tiempo. Estos conceptos de en-fase y desfase se verán más adelante en la Sección 1.2. En sistemas eléctricos, Verrelli presenta en su investigación [12], sincronización en motores eléctricos de imán permanente (PMSM por sus siglas en inglés). En sí, el fenómeno de sincronización está presente en muchos campos de las ciencias y las ingenierías, sus efectos y aplicaciones ha despertado mucho interés, lo cual, ha provocado que en la última década se haya generado una gran cantidad de información teórica y experimental.

## 1.1. Sincronización en sistemas térmicos

Aun cuando el fenómeno de sincronización ha sido observado y estudiado en varias ramas del conocimiento, actualmente existe muy poca investigación en sistemas que interactúan térmicamente escaseando aún más los reportes experimentales. Vale la pena mencionar el estudio experimental del parpadeo que tiene la flama de las velas y como característica principal la oscilación auto-sostenida que tiene dicho parpadeo; en ese estudio el parpadeo y su oscilación, se atribuye a la inestabilidad del flujo ascendente del aire cerca de la base de la flama [15].

Una aplicación de interés del fenómeno es en el control de temperatura en casa-habitación, edificios e industria especializada. En estos casos, el control suele ser termostático e histerético donde existe un límite inferior y superior de temperatura, donde el intervalo de estos límites es mejor conocido como banda muerta de temperatura; estos límites de temperatura controlan el encendido y apagado de los sistemas de calefacción o refrigeración (según sea el caso) causando una oscilación de la temperatura del aire al interior de los cuartos o recintos. Estas oscilaciones se presumen como auto-sostenidas, y aplicadas a recintos adyacentes, cabe la posibilidad de observar sincronización entre estas oscilaciones.

Anteriormente se han hecho estudios analíticos y numéricos del fenómeno de sincronización de oscilaciones auto-sostenidas de temperatura en cuartos contiguos usando el método de parámetros concentrados y una transferencia de calor simple entre ellos. En el estudio numérico de Cai *et al.* [16] se utilizó como modelo cuartos en forma de anillos, donde cada uno interactúa térmicamente con su vecino inmediato y con un ambiente exterior; la temperatura de cada cuarto se modeló con una ecuación diferencial de primer orden usando el método de parámetros concentrados y análisis globales de los sistemas acoplados por medio del parámetro de orden de Kuramoto. Las simulaciones numéricas se hicieron a diferentes límites inferiores de temperatura y con condiciones iniciales diferentes para cada recinto y los resultados arrojaron sincronización tanto en frecuencia como en fase, agrupación y eliminación de oscilaciones por el acoplamiento inducido de otras. Concluyendo que para los casos de sincronización completa se requiere de una demanda máxima energética por un intervalo de tiempo seguido de otro de nula demanda, y que, para altos acoplamientos térmicos, es posible encontrar sincronización y eliminar el calentamiento de algunos cuartos debido al calor compartido entre ellos. Este estudio muestra los factores que influyen en la existencia y comportamiento del fenómeno de sincronización tales como límites de temperatura del sistema de control, así como la fuerza de acoplamiento entre los osciladores (recintos) sin embargo, no toma en cuenta el efecto que tiene la pared de separación entre recintos como elemento de almacenaje de energía.

Por otro lado, en el estudio de Sen [17] se toma en cuenta el efecto de las paredes sobre las oscilaciones de temperatura en los recintos. De igual manera, se obtiene un modelo matemático que predice el comportamiento de la temperatura en cada recinto usando el método de parámetros concentrados, el modelo utilizado es otra vez, cuartos en forma de sección de anillo y se establece una banda muerta de temperatura que hace encender y apagar el calentador de cada recinto. A diferencia del estudio de Cai *et al.*, en éste se tienen 3 ecuaciones diferenciales no lineales—una por cada recinto y otra por la pared de separación—y fue necesario un análisis de perturbación para la resolución del sistema de ecuaciones. Los resultados arrojados indican que las paredes guardan, aproximadamente 100 veces la energía térmica en el aire y la masa de las paredes de separación entre recintos amortiguan las oscilaciones de temperatura en el aire además de introducir una gran escala de tiempo. Al mismo tiempo, indica que la solución de los sistemas acoplados depende de las condiciones iniciales, la magnitud de la banda muerta de temperatura y de los parámetros utilizados en dicho estudio ya que ello es lo que da cabida a la existencia de sincronización en-fase

o fuera-de-fase.

## 1.2. Definición de Sincronización

La definición más aceptada hasta ahora la da Pikovsky [18], cuya traducción al español es:

*“Ajuste de los ritmos de objetos oscilantes debido a su débil interacción”*

Los ritmos se refieren a oscilaciones y objetos oscilantes se les denota como osciladores auto-sostenidos y se caracterizan por tener estas tres propiedades:

- Es un sistema activo, contiene una fuente de energía interna que se transforma en algún tipo de oscilación. Si el oscilador es aislado este seguirá generando el mismo ritmo de oscilación hasta que la fuente de energía se agote. Matemáticamente, es un sistema dinámico autónomo.
- Los parámetros del sistema determinan la forma de la oscilación y no depende de cómo el sistema es puesto en marcha.
- La oscilación es estable a perturbaciones, si el sistema es perturbado sus oscilaciones también pero estas regresan a su forma original pasado cierto tiempo.

### 1.2.1. Oscilaciones: Acoplamiento y fuerza de acoplamiento

Las oscilaciones pueden adoptar diferentes formas tales como: senoidales, pulsos, etc.; teniendo como principal variable el periodo  $\tau$  aunque usualmente es preferible usar su recíproco, la frecuencia cíclica  $f$ .

$$f = \frac{1}{\tau} \quad (1.1)$$

Ahora supóngase que dos osciladores casi idénticos cada uno con su propia frecuencia de oscilación  $f_1$  y  $f_2$  interactúan o se *acoplan* entre sí por medio de algún elemento no muy “rígido” (como ejemplo, el caso de los relojes de péndulo donde cada péndulo se mueve a una determinada frecuencia natural y el medio por el cual los dos interactuarán es el soporte en común), estos pueden empezar a oscilar a una frecuencia en común lo que se conoce como *bloqueo de la frecuencia*, es decir, la frecuencia natural de cada oscilador se ha ajustado para dar paso a una frecuencia de sincronización  $f_s$  a la cual ambos osciladores se moverán. Sin embargo, la presencia del fenómeno de sincronización dependerá de estos dos factores:

#### 1. Fuerza de acoplamiento

Indica que tan débil es el acoplamiento de los osciladores, aunque experimentalmente no siempre es fácil medirlo cuantitativamente, quien dicta esa fuerza de acoplamiento es el elemento en común por el que se comunican ambos osciladores. En el caso de los relojes de péndulo, es la rigidez del soporte quien determina el tipo de acoplamiento, por ejemplo, si la

barra es muy rígida el movimiento de un péndulo no tiene efecto sobre soporte, y por lo tanto, el otro péndulo no siente el movimiento del otro presentándose una fuerza de acoplamiento igual a cero. En cambio, si la barra no es muy rígida, esta puede vibrar y por lo tanto los relojes pueden interactuar.

## 2. Desigualdad de las frecuencias

Indica que tan diferentes son los osciladores sin acoplar, matemáticamente se define como una diferencia de frecuencias naturales  $\Delta f = f_1 - f_2$  y a diferencia de la fuerza de acoplamiento, esta desigualdad se puede medir y variar y si dicha diferencia es igual o cercana a cero se puede decir que existe sincronización. Ejemplo, si a los dos relojes anteriores se les considera que son casi idénticos, es decir que sus péndulos sean casi iguales, estos tendrán la misma frecuencia de movimiento y por lo tanto  $\Delta f = 0$ ; sin embargo si a uno de esos relojes se le varia un poco la longitud del péndulo también la frecuencia cambiará y por lo tanto la diferencia de frecuencias será mayor a cero.

### 1.2.2. Tipos de sincronización

Se ha mencionado que para que exista sincronización es necesario que los osciladores involucrados se acoplen por medio de un elemento en común, no muy rígido, y que estos después de un cierto tiempo se muevan a una misma frecuencia. Sin embargo, es necesario mencionar otro concepto para que se hable en estricto sentido de la existencia del fenómeno de sincronización, el cual se le denomina como diferencia de fase  $\Delta\phi$ , cuyas unidades en grados se refiere a cuan separados se encuentran los movimientos entre los osciladores acoplados después de que estos ya vibran a una misma frecuencia. En la Fig. 1.3 se ilustran los dos tipos de sincronización que pueden presentar los osciladores dependiendo de sus parámetros internos, así como de las condiciones iniciales a las cuales es puesto en marcha el acoplamiento de los sistemas.

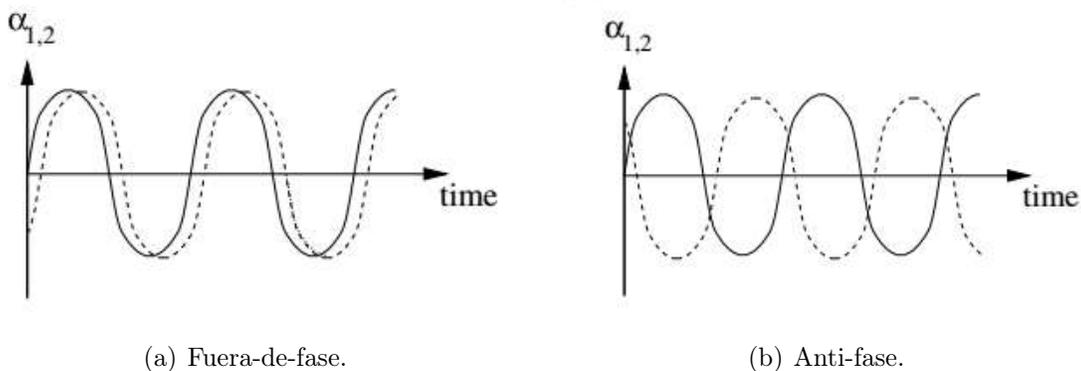


Figura 1.3: Tipos de sincronización [18, p. 13].

En la Fig.1.3(a) se ilustra la sincronización en fuera-de-fase, que se da cuando ambos osciladores se mueven a la misma frecuencia y dichos movimientos se encuentran separados por un cierto intervalo de tiempo, que en radianes aplica para el intervalo  $0 < \Delta\phi < \pi$ ; si  $\Delta\phi = 0$ , se dice que la sincronización está en-fase en el cual las oscilaciones de ambos osciladores se encuentran superpuestas. Para el caso extremo de  $\Delta\phi = \pi = 180^\circ$  se dice que la sincronización es en anti-fase, Fig. 1.3(b). Esta diferencia de fase está en función de la rigidez del elemento en común con el

interactúan los osciladores y de cómo el sistema acoplado es puesto en marcha, así como de la fuerza de acoplamiento.

El tipo de sincronización puede hacerse visible por medio de una gráfica llamada *diagrama de fase* y que es de gran utilidad en la teoría de sincronización. En este diagrama se hace un mapeo de la propiedad que está oscilando en los sistemas involucrados con respecto a otra que compartan entre ellos, por ejemplo, el tiempo. Cada tipo de sincronización tiene un diagrama de fase particular como se muestra en la Fig. 1.4; para la Fig. 1.4 (a) se muestra el comportamiento en el tiempo de dos propiedades  $x_1$  y  $x_2$  que da como resultado un diagrama de fase desordenado, Fig. 1.4 (b), el cual es común en los sistemas caóticos; en la Fig. 1.4 (c) se vuelven a graficar las propiedades  $x_1$  y  $x_2$  el cual da como resultado un diagrama de fase en forma circular, Fig. 1.4 (d), y que corresponde a una sincronización en fuera-de-fase con una frecuencia y  $\Delta\phi$  constantes; por último, cuando ambas propiedades  $x_1$  y  $x_2$  tienen señales idénticas y un  $\Delta\phi \approx 0$  (Fig. 1.4(e)) el diagrama de fase resultante (Fig. 1.4(f)) tiene forma de una línea recta a  $45^\circ$  la cual representa a la sincronización en-fase que resulta de un fuerte acoplamiento entre los osciladores. Cabe resultar que la sincronización en-fase es complicado obtenerla mediante desarrollo experimental ya que siempre existirán diferencias intrínsecas en la construcción de los osciladores.

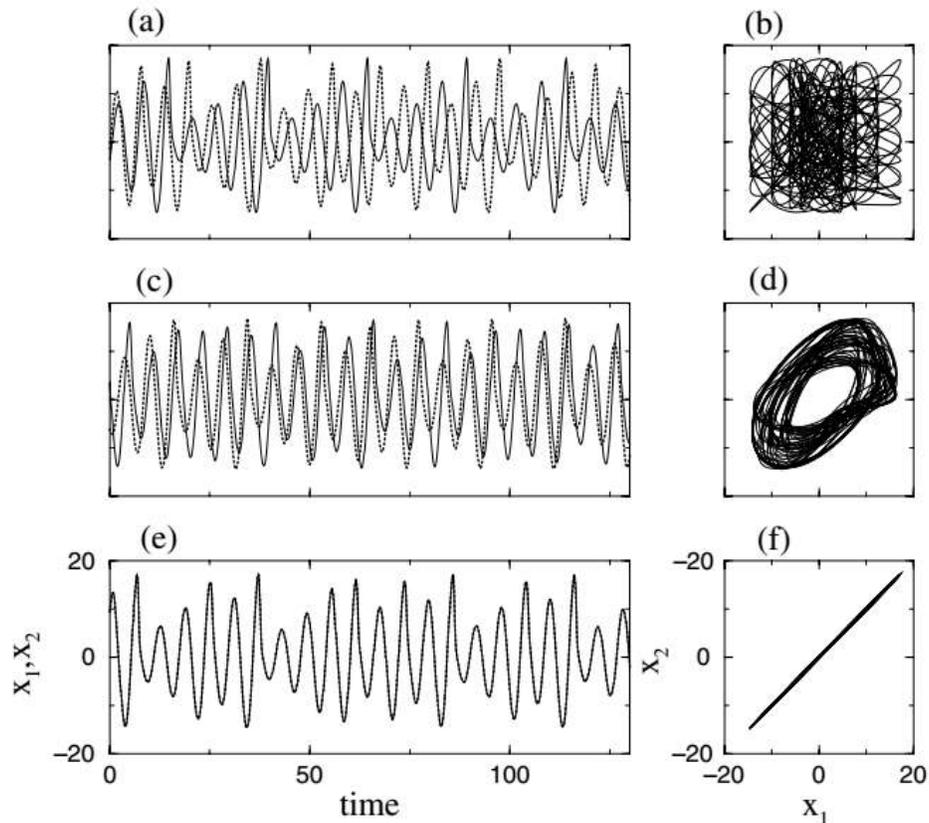


Figura 1.4: Diagramas de fase para los tipos de sincronización [18, p. 21].

## **1.3. Objetivos**

### **1.3.1. Objetivo general**

Estudiar experimentalmente el fenómeno de sincronización entre dos recintos adyacentes, que interaccionan entre ellos térmicamente por medio de una pared común.

### **1.3.2. Objetivos particulares**

1. Diseño y fabricación de un dispositivo experimental para estudiar el fenómeno de la sincronización térmica.
2. Instrumentación y puesta en marcha del sistema para el control termostático de la temperatura.
3. Realizar experimentos controlados en laboratorio, para diferentes condiciones térmicas de frontera y estudiar el tipo de sincronización que se presenta.

# Capítulo 2

## Arreglo Experimental

En este capítulo se describe el arreglo experimental que se utilizó en este trabajo; en primer lugar se describen sus componentes y algunos materiales que lo conforman, para terminar con una descripción generalizada de la operación de este y también se mencionan algunas variables que se verán en el capítulo dedicado a resultados. En el Apéndice C se adjuntan algunas fotografías del arreglo experimental construido.

### 2.1. Estructura

El arreglo experimental que se construyó consta de dos cavidades que funcionarán como los recintos adyacentes, una pared común por medio de la cual las cavidades interactúan térmicamente entre ellas; un control termostático independiente para cada cavidad, una cámara de temperatura controlada que sirve para modelar las condiciones externas de temperatura a los recintos adyacentes, instrumentación, dos fuentes de suministro de energía eléctrica, así como una PC para obtención de datos. A continuación, se da una descripción de dichos componentes.

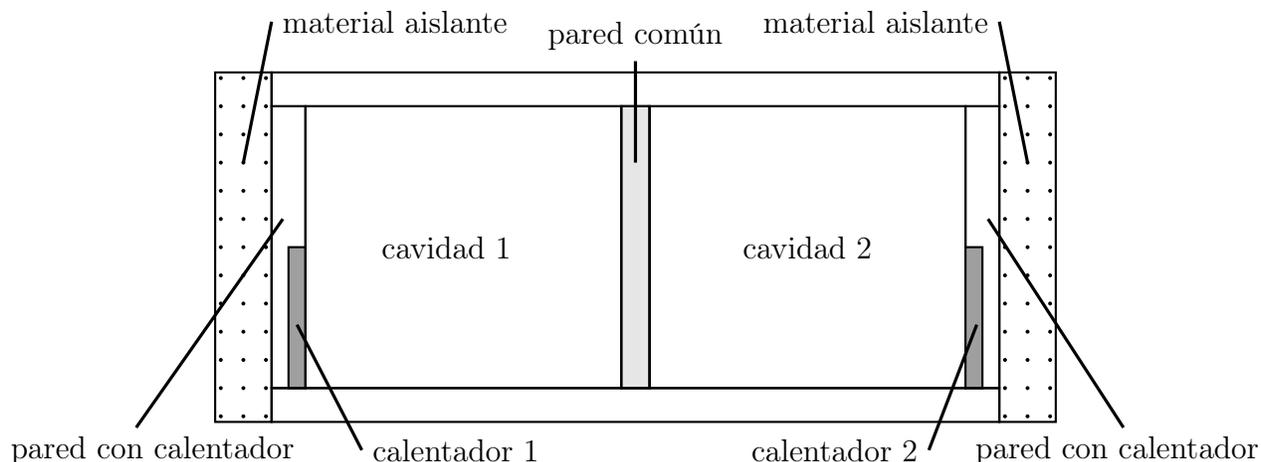


Figura 2.1: Modelo físico de los recintos adyacentes (cavidades).

### 2.1.1. Cavidades

Para los recintos adyacentes se utilizaron tres modelos diferentes de cavidades, hechos a partir del mismo material con el fin de mantener la similitud. Cada modelo de cavidades puede albergar en su interior una pared común—lo que conlleva a tener dos cavidades que interaccionan térmicamente entre ellas— de espesor para el que fue construido ya que entre estos arreglos se debe mantener las mismas relaciones de aspecto con sus paredes comunes respectivas. Las cavidades contienen aire en su interior como fluido de trabajo (Fig. 2.1) y cada una, con la pared común instalada en el arreglo, mide internamente 56.3 mm de largo  $\times$  50 mm de ancho  $\times$  50 mm de alto, con tolerancias de 0.05 mm lo que da una relación de aspecto transversal de 1 y de 1.126 en el plano frontal. Para diferenciar entre las cavidades se le asignó a cada una de ellas un número, izquierda 1 y derecha 2 (vista de frente), dicha nomenclatura será correspondiente a los subíndices de los resultados reportados. Todas las piezas de las que se componen las cavidades fueron ensambladas con silicón para proporcionar un sello hermético y no permitir entrada de aire desde la cámara de temperatura controlada ni flujo másico entre ellas. Las partes de cada cavidad se describen a continuación:

- Pared común: sirve como medio de interacción y separación entre los dos recintos. Sus dimensiones perimetrales son de 50 mm de ancho  $\times$  50 mm de alto y sus espesores, así como tipo de material, pueden ser diversos. Esta pared se fijó al arreglo de cavidades con silicón para también proporcionar un sellado hermético entre las cavidades. Para los experimentos llevados a cabo se utilizaron los materiales descritos en la Tabla 2.1 los cuales están ordenados de menor a mayor resistencia térmica  $R$ :

Tabla 2.1: Materiales y espesores usados como pared común.

Material	Pared común	Espesor (mm)	$R \times 10^{-5} (m^2K/W)$
Cobre	$Co_1$	0.24	0.0614
Cobre	$Co_2$	1.27	0.325
Cobre	$Co_3$	4.76	1.22
Acero Inox (304)	$AI_2$	1.27	8.67

Para minimizar la transferencia de calor de la pared común al acrílico que conforma el arreglo de cavidades, se disminuyó el área de contacto con las paredes de acrílico, así para el cobre y el acero inoxidable de 1.27 mm de espesor se les afiló los bordes hasta un milímetro hacia dentro de las laminillas; para el cobre con espesor de 4.76 mm se le hizo un escalón de espesor de 1 mm (el mínimo que permitió la manufactura) a la mitad del espesor, véase Fig. 2.2, en el caso del cobre de 0.24 mm de espesor no fue necesario realizar tales trabajos debido a su ínfimo espesor. Los espacios que dejó el material que se removió a causa de la manufactura se rellenó con silicón para conservar las dimensiones originales de cada laminilla. En el Apéndice C se muestra algunas fotografías de estos trabajos.

- Pared con calentador: constituida en acrílico transparente de 6 mm de espesor, cuenta con un calentador eléctrico compuesto por cinta de nicromel enrollada en una placa mica de 45 mm de largo  $\times$  20 mm de alto  $\times$  0.32 mm de espesor, y, está protegida en cada cara por una placa mica de 50 mm  $\times$  25 mm; la resistencia eléctrica de cada calentador es de 1  $\Omega$ . De igual modo, para asegurar que la máxima cantidad de calor producido por el calentador sea transferido

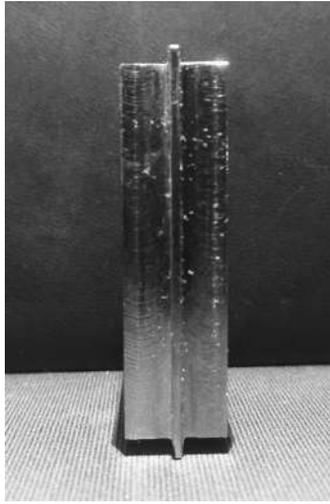


Figura 2.2: Ejemplo de escalón manufacturado para minimizar transferencia de calor.

al interior de las cavidades, la cara externa de esta pared fue aislada con Styrofoam<sup>TM</sup> de 10 mm de espesor.

- Pared de acrílico: cada cavidad cuenta con cuatro paredes de este tipo y están construidas con acrílico transparente de 6 mm de espesor. Estas paredes permiten la transferencia de calor entre el aire dentro de las cavidades y la cámara de temperatura controlada.

### 2.1.2. Control termostático

Cada calentador es controlado independientemente por un termostato operado por computadora; el esquema del sistema de control se muestra en la Fig. 2.3. El hardware del termostato está compuesto de una etapa de control y otra de potencia. El primero es un sistema de adquisición de datos que adquiere la temperatura de la cavidad (usando una tarjeta NI PXIe-4353) y genera una señal de control digital (NI PXI-6528) para encender o apagar el calentador. El segundo es un relevador y una fuente de potencia de precisión (Tektronix-PW4305) que suministra la energía al calentador. El software de control e interfaz de usuario del termostato fue desarrollado en LabVIEW<sup>TM</sup>; éste compara la lectura del termopar con el límite de temperatura superior ( $T_U$ ) e inferior ( $T_L$ ), ambos establecidos por el usuario, y genera una señal de control que se envía al relevador para abrir o cerrar el circuito eléctrico de la etapa de potencia, véase Fig. 2.3. El calentador se enciende cuando la temperatura alcanza  $T_L$ , y se apaga en  $T_U$  por lo cual mediante el software es posible ajustar la amplitud de las oscilaciones de las señales de control de temperatura. El software también permite escoger las condiciones iniciales en las que cada calentador se activará por primera vez, así por ejemplo ambos pueden ser activados al mismo tiempo o la activación de uno de ellos puede producirse al cumplir cierta condición. La computadora del sistema de adquisición de datos corre el programa de control LabVIEW<sup>TM</sup> y guarda los datos de los experimentos con una tasa de muestreo de 1 muestra/s. Los datos adquiridos durante todo el desarrollo de cada experimento fueron: tiempo  $t$ , temperatura de la cámara  $T_C$ ,  $T_U$  y  $T_L$  de cada cavidad, señal de control para cada cavidad y lecturas de 9 salidas de termopar de cada cavidad que serán descritas en la Sección 2.1.4.

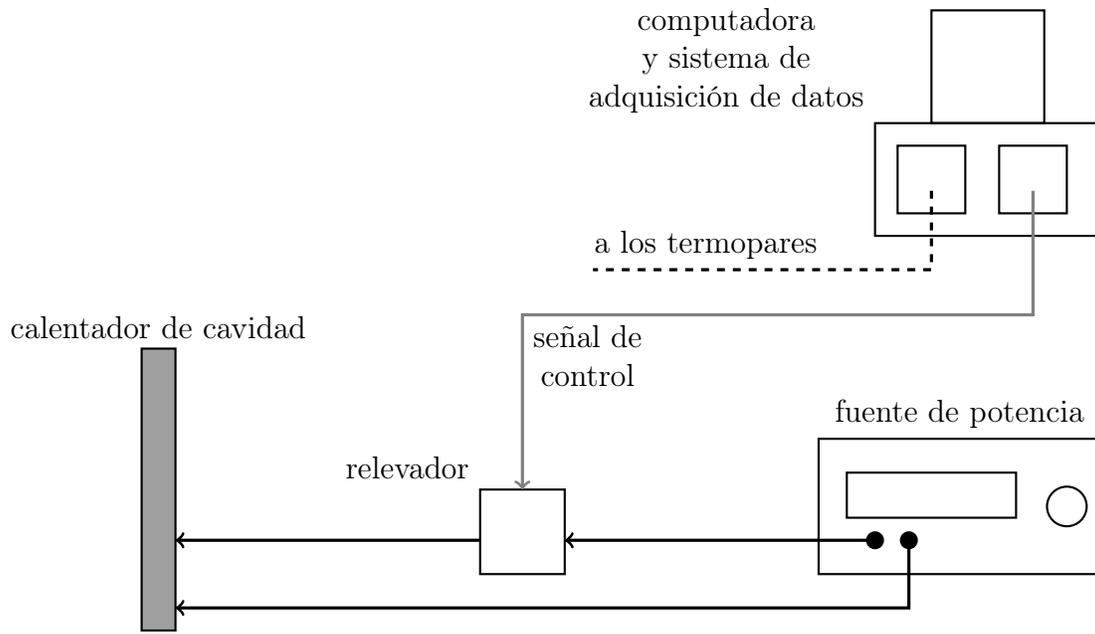


Figura 2.3: Sistema de control termostático

### 2.1.3. Cámara de temperatura controlada

Para minimizar los efectos de las variaciones de temperatura y movimientos del aire en el laboratorio, el modelo experimental se colocó dentro de una cámara de temperatura controlada la cual se muestra en la Fig. 2.4. Esta es un cubo con dimensiones internas de 780 mm por lado, en la cual la temperatura,  $T_C$ , puede ser controlada de 15°C a 30°C con una variación de  $\pm 0.1^\circ\text{C}$ . Las paredes de este dispositivo son de material compuesto y están conformadas al exterior por acrílico de 6 mm de espesor y al interior con Styrofoam<sup>TM</sup> de 50 mm de espesor. La temperatura de la cámara es controlada usando un baño térmico y cuatro elementos de calefacción. En la parte interna superior hay un intercambiador de calor por el cual circula agua desde el baño térmico, a una temperatura de 1 °C por debajo de la temperatura deseada en la cámara.  $T_C$  es corregida por los elementos calefactores, cada uno ubicado en una de las esquinas de la cámara; estos consisten en una resistencia eléctrica y un ventilador de bajo flujo. Cuatro termopares tipo T, representados con el símbolo •, fueron instalados en diferentes puntos del plano medio vertical, a una distancia de 390 mm desde la pared posterior de la cámara. La temperatura promedio de estos termopares, se compara con la temperatura deseada en la cámara para encender o apagar los elementos calefactores.

### 2.1.4. Obtención de datos

Dentro de cada cavidad hay 9 termopares colocados en un arreglo de  $3 \times 3$ , localizados en el plano vertical, paralelo y a 25mm desde la pared posterior de la cavidad, y un termopar colocado en cada lado de la pared común, (este último no aplica para el modelo que usa la pared común de espesor de 0.24 mm) tal como se muestra en la Fig. 2.5. Todos los termopares fueron calibrados en el rango de 10 °C a 50 °C con incrementos de 10 °C, para ello la lectura de cada termopar fue comparada contra un termistor de precisión (Omega, ON-401-PP) con una exactitud de 0.1 °C. Después de la calibración las lecturas de los termopares mostraron una desviación estándar de

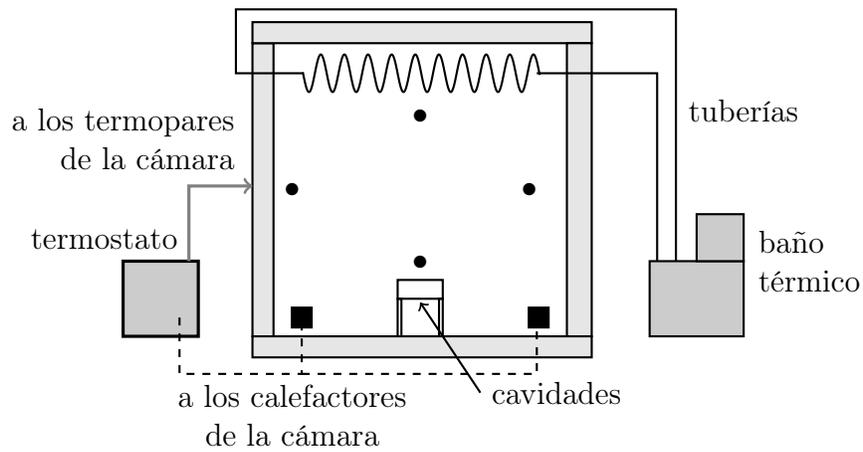


Figura 2.4: Cámara de temperatura controlada. • termopares.

0.015 °C a temperatura ambiente.

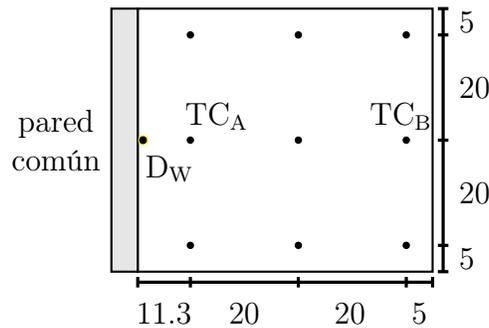


Figura 2.5: Posición de termopares en la cavidad 2; termopares  $TC_A$  y  $TC_B$  se usan como señal de control y  $D_W$  monitorea la temperatura de la pared del lado derecho. Para el lado izquierdo corresponde  $I_W$ .

## 2.2. Operación

Como se mencionó anteriormente, para que haya oscilaciones de temperatura, es necesario que los calentadores de las cavidades se enciendan o apaguen a la orden de una señal de control

### 2.2.1. Señal de control

Para las corridas experimentales se establecieron tres señales de control que corresponden a los termopares  $TC_A$ ,  $TC_B$  y temperatura promedio de los nueve termopares. Los resultados presentados en este trabajo se obtuvieron en su mayoría con el termopar  $TC_A$  de cada cavidad, los demás son casos especiales para realizar una comparativa entre señales de control. Independientemente del termopar de control que se utilice, a las señales de temperatura se le asigna como:  $T_1(t)$  para la cavidad izquierda y  $T_2(t)$  para la cavidad derecha.

### 2.2.2. Procedimiento experimental

Cada experimento sigue la siguiente secuencia:

- Se establece la temperatura de la cámara de temperatura controlada  $T_C$  y se espera el tiempo suficiente hasta que la temperatura en las cavidades sea aproximadamente igual a  $T_C$
- Se establecen los límites de temperatura inferior  $T_L$  y superior  $T_U$  que tendrán las cavidades.
- Dependiendo de las condiciones iniciales deseadas, se establece el modo de encendido inicial de los calentadores de las cavidades: ambos al mismo tiempo con temperaturas iniciales iguales a  $T_C$ , ambos al mismo tiempo cada uno a diferente temperatura inicial o con retardo de tiempo de encendido.
- Se le asigna a las fuentes de alimentación los valores de voltaje necesarios para que cada calentador eléctrico de en todo momento el flujo de calor deseado en su cavidad respectiva.
- Antes de cada corrida experimental se deja al programa de control que grabe datos por 5 minutos. Una vez transcurrido ese tiempo se inicia el experimento (el programa sigue grabando datos) a las condiciones iniciales de temperatura deseadas.
- Se oprime el botón de encendido, cada corrida experimental dura entre 24 - 45 horas para asegurar que las oscilaciones de temperatura alcancen condiciones estables.
- Después de cada experimento, mediante el software de control, se suspende la grabación de datos y se apagan los interruptores que controlan los relevadores de los calentadores de las cavidades y se dejan enfriar para la siguiente ejecución.
- Para la siguiente corrida experimental se ajusta el valor de  $T_C$  y se espera hasta que la cámara se estabilice su temperatura a las condiciones deseadas.

# Capítulo 3

## Análisis de las señales

La frecuencia instantánea de una señal periódica  $f$  puede ser calculada con el recíproco del periodo  $\tau$  de cada oscilación de temperatura, mientras que la diferencia de fase entre las dos temperaturas se define como:

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{t_2 - t_1}{\tau} \quad (3.1)$$

donde  $t_1$  y  $t_2$  son los instantes cuando la temperatura de las cavidades alcanza  $T_U$ , aunque también puede calcularse para el instante cuando la temperatura llega a  $T_L$ . Un valor positivo de  $\Delta\phi$  indica que las oscilaciones en la cavidad 1 se adelanta a la cavidad 2, mientras que un valor negativo indica un retraso.

La sincronización de señales dinámicas es comúnmente analizada usando el parámetro de orden de Kuramoto  $r$  [10, 11]. Este parámetro se calcula obteniendo la transformada de Hilbert  $\hat{x}_i(t)$  de la señal real  $x_i(t)$  obteniendo una señal compleja  $x_{ia}(t) = x_i(t) + i\hat{x}_i(t)$ , donde  $i = \sqrt{-1}$ . La fase instantánea se define entonces como:

$$\phi_i(t) = \arctan \frac{\hat{x}_i(t)}{x_i(t)} \quad (3.2)$$

Por otro lado, la diferencia de fase instantánea entre las señales  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$  se calcula como:

$$\Delta\phi(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t) \quad (3.3)$$

Para señales periódicas la Ec. (3.1) y (3.3) dan el mismo resultado, mientras que la Ec. (3.1) no funciona bien para señales no periódicas.

El parámetro de orden de Kuramoto  $r$  para las dos señales se define como:

$$r(t) = \frac{1}{2} |(e^{i\phi_1(t)} + e^{i\phi_2(t)})|. \quad (3.4)$$

Un valor de  $r = 0$  indica que las señales son independientes y no hay sincronización, mientras que un valor de  $r = 1$  indica que hay sincronización completa, es decir, que los osciladores involucrados están sincronizados en frecuencia y por diferencia de fase.

# Capítulo 4

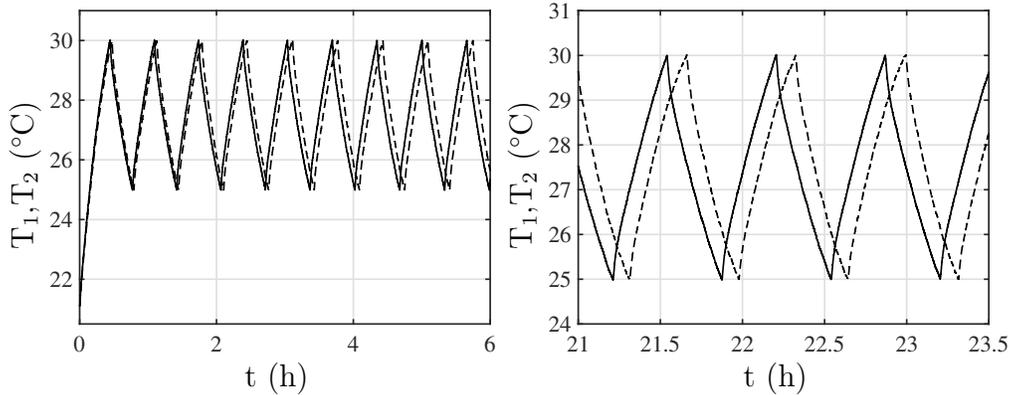
## Resultados

En este capítulo se presentan los datos obtenidos mediante el arreglo experimental y los modelos de cavidades descritos en la sección anterior con el propósito de estudiar la presencia del fenómeno de sincronización en sistemas térmicos con convección natural. La primera sección presenta los resultados obtenidos mediante el uso del modelo 1 que permite utilizar la pared común  $Co_1$ ; en esta sección se demuestra experimentalmente la existencia del fenómeno de sincronización en los sistemas térmicos por convección natural, así como los factores que impactan a dicho fenómeno, los resultados obtenidos aquí abren paso a las siguientes secciones de este capítulo. Posteriormente en la Sección 4.2, se estudia el efecto que tiene la cámara de temperatura controlada, usando cuatro valores fijos de temperatura y empleando esta vez, el modelo 2 con la pared común  $Co_2$ . En la Sección 4.3, se estudian los efectos que tienen las condiciones iniciales en conjunción con la temperatura de la cámara, usando nuevamente el modelo con la pared común  $Co_2$ . En la cuarta sección, Sección 4.4, se muestra el papel que juega la pared común en la interacción térmica entre las cavidades y por consecuencia en el fenómeno de sincronización, aquí se comparan algunos resultados de las Secciones 4.1, 4.2 y 4.3 con los calculados usando la pared común  $AI_2$  y  $Co_3$ . En la última sección, Sección 4.5, se muestran los efectos que tiene el fenómeno en cuestión sobre el consumo energético esto con el fin de conocer si se obtienen ahorros de energía. Cabe resaltar que en todos los experimentos realizados en este capítulo, el suministro de calor en cada cavidad es de  $2.7 W$  y no es objeto de estudio sus efectos en el fenómeno de sincronización de este trabajo. Las paredes comunes ya fueron presentadas en el Capítulo 2 en su Sección 2.1.1.

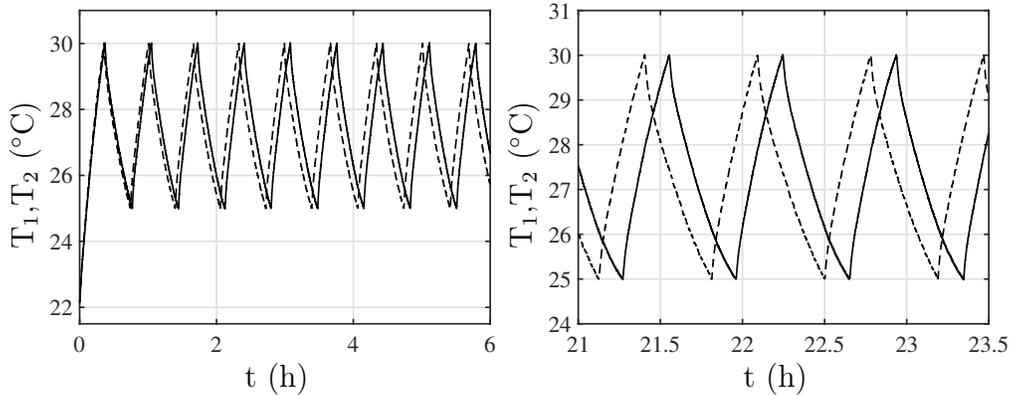
## 4.1. Existencia del fenómeno de sincronización térmica

Esta primera etapa experimental tuvo como objetivo demostrar la existencia del fenómeno de sincronización térmica para el arreglo experimental descrito en el Capítulo 2. Para estos experimentos los factores involucrados a ajustar son la cámara de temperatura controlada y las condiciones iniciales (C.I.). De igual forma para este modelo de cavidades adyacentes se utilizó como pared común una lámina de cobre de dimensiones perimetrales de 50 mm  $\times$  50 mm y con un espesor de 0.27 mm. En todos los experimentos durante esta etapa se usaron como temperaturas límites  $T_L = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $T_U = 30 \text{ }^\circ\text{C}$  y se utilizó como señal de control el termopar  $TC_A$  de cada cavidad, a excepción de dos últimos experimentos los cuales usaron como control de temperatura el promedio de los 9 termopares, así como el termopar  $TC_B$ .

Los primeros experimentos se hicieron activando al mismo tiempo los calentadores de ambas cavidades, bajo condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ , variando la temperatura desde  $21 \text{ }^\circ\text{C}$  con incrementos de 1 grado centígrado hasta los  $24 \text{ }^\circ\text{C}$  haciendo un total de cuatro experimentos; también, se define una diferencia entre la temperatura límite inferior y la temperatura de la cámara  $\Delta T = T_L - T_C$ . Para  $T_C = 21 \text{ }^\circ\text{C}$  (es decir, para una  $\Delta T = 4 \text{ }^\circ\text{C}$ ), la Fig. 4.1(a) muestra las primeras 6 horas del experimento donde se aprecia un intervalo de tiempo en el cual las oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  se ajustan (tiempo de transición), así como un intervalo de tiempo de 2.5 horas donde se observan oscilaciones estables (sin cambios significativos), el tiempo de transición a oscilaciones



(a)  $\Delta T = 4 \text{ }^\circ\text{C}$ .



(b)  $\Delta T = 3 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Figura 4.1: Temperaturas  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2. Pared común  $Co_1$ .

estables es de 3.38 horas; durante la estabilidad, también se aprecia que entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  existe una diferencia de fase  $\Delta\phi(t)$ . Por otro lado, la temperatura de la cavidad 1 se adelanta a la de la cavidad 2 lo que indica que la diferencia de fase es positiva.

En el caso del experimento con  $T_C = 22\text{ }^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 3\text{ }^\circ\text{C}$ ), la Fig. 4.1(b) muestra los mismos intervalos de tiempo que en el caso anterior: primeras 6 horas del experimento donde se muestra el ajuste de oscilaciones entre las señales ( $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ ) y posterior estabilidad así como un intervalo de tiempo en el que se muestran oscilaciones estables; el tiempo transitorio a oscilaciones estables es de 0.75 horas y en este caso es notorio que, desde iniciado del experimento,  $T_2(t)$  se adelanta a  $T_1(t)$  esto hace que la diferencia de fase sea negativa, aunque es de observar que la magnitud es mayor que en el caso anterior. Para los casos con  $T_C = 23\text{ }^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$ ) y  $T_C = 24\text{ }^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 1\text{ }^\circ\text{C}$ ) el comportamiento de la temperatura de las cavidades se muestra en la Fig. 4.2. La Fig. 4.2(a),  $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$ , presenta los resultados del comportamiento de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  donde es notorio que desde el inicio del experimento ambas temperaturas se mantienen casi pegadas; aún después de pasar las oscilaciones transitorias—después de la primera oscilación en cada cavidad—y obtener oscilaciones estables, es notorio que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  parecen estar superpuestas, lo que da indicios a que existe una nula diferencia de fase tanto en  $T_U$  como en  $T_L$ . A decir del caso con  $\Delta T = 1\text{ }^\circ\text{C}$ , Fig. 4.2(b), es de observar que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  se mantienen superpuestas desde la primera oscilación, y que pasando esta, se siguen manteniendo pegadas durante las oscilaciones estables. Es de notar también, que no se aprecia diferencia de fase entre las oscilaciones de ambas señales de temperatura, ni en  $T_L$  ni en  $T_U$ .

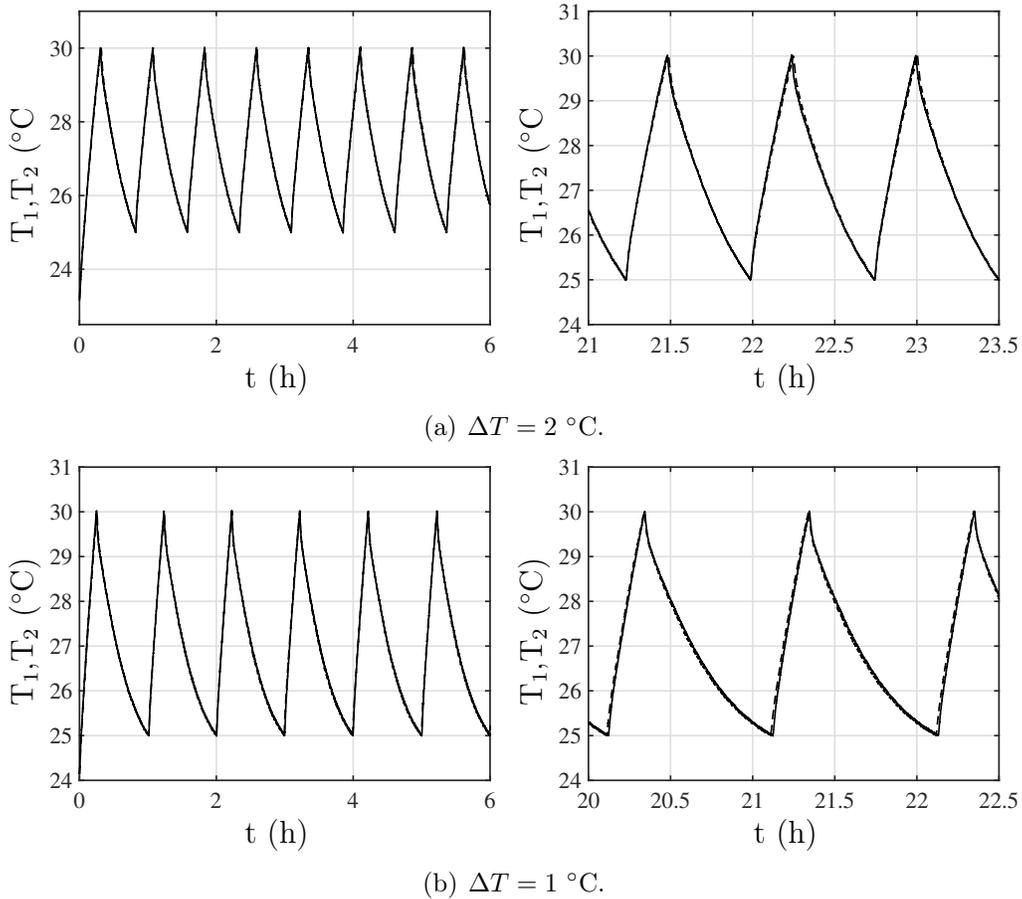


Figura 4.2: Temperaturas  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2. Pared común  $C_{o1}$ .

Resta mencionar que, el tiempo transitorio antes de las oscilaciones estables varía con respecto a la diferencia  $\Delta T$ , ya que a menor sea este menor será el tiempo transitorio, por ejemplo, para  $\Delta T = 4\text{ }^\circ\text{C}$  el tiempo transitorio es de 3.38 horas, mientras que  $\Delta T = 1\text{ }^\circ\text{C}$  este tiempo disminuye a 0.252 horas. Por otro lado, por simple observación de las gráficas de las oscilaciones estables de temperatura, la diferencia de fase disminuye conforme el valor de  $\Delta T$ . Más adelante se verá el comportamiento que muestra la diferencia de fase en el transcurso de cada corrida experimental.

Como se mencionó en la sección 1.2 un punto importante en el fenómeno de sincronización es que los sistemas involucrados oscilen a una frecuencia en común, por ello, es de importancia obtener la frecuencia de cada oscilación en cada corrida experimental. En la Fig. 4.3 se muestra el comportamiento de la frecuencia de las oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para los cuatro experimentos descritos anteriormente. Es de observar que la frecuencia presenta fluctuaciones a lo largo de cada corrida experimental y para ello se hizo un análisis de Power Spectral Density (PSD) para calcular el número de frecuencias dominantes y establecer si existe una frecuencia en común para ambas señales de temperatura, los resultados se muestran en la Fig. 4.4.

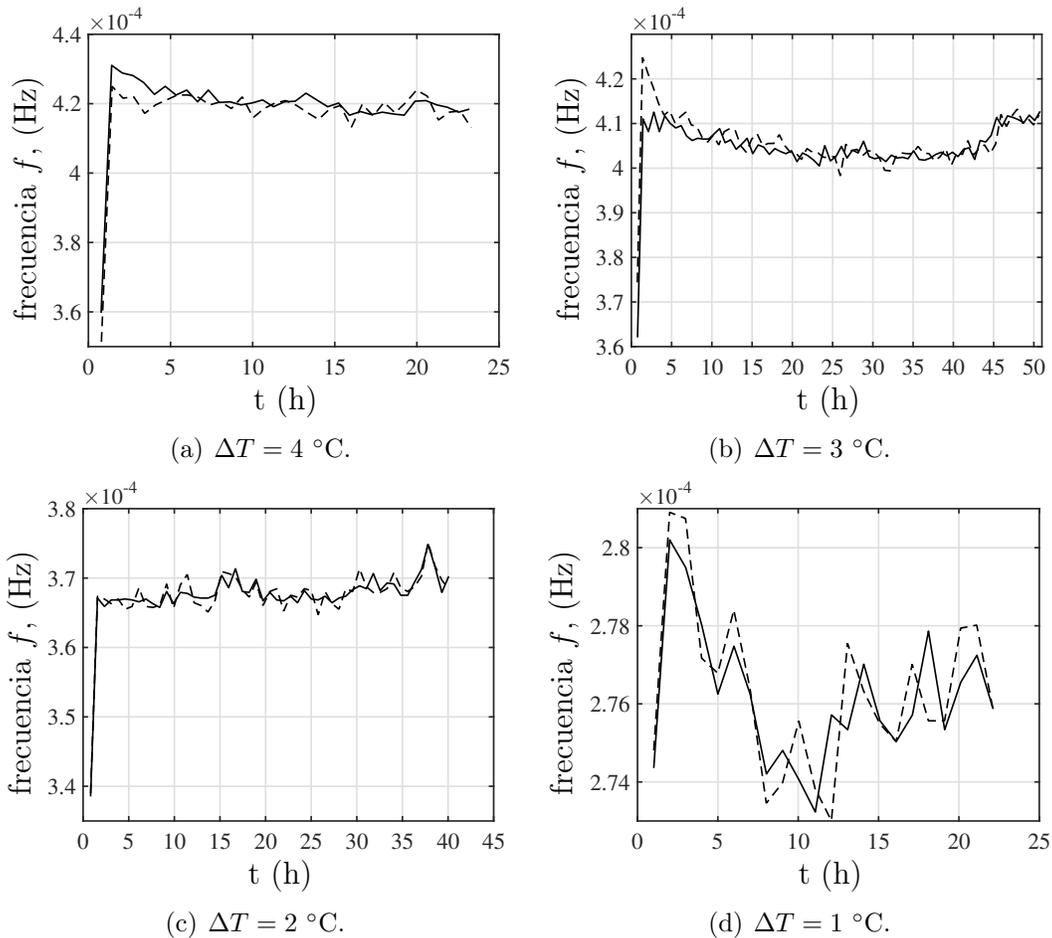
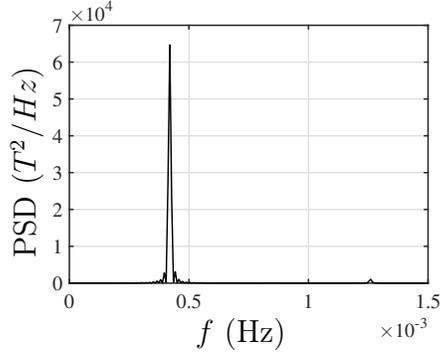
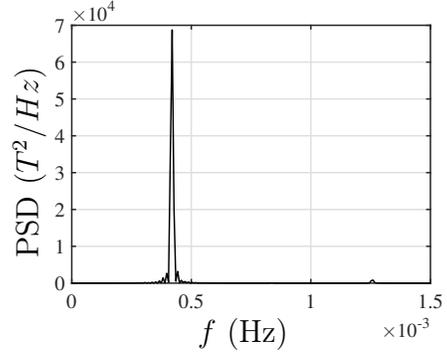


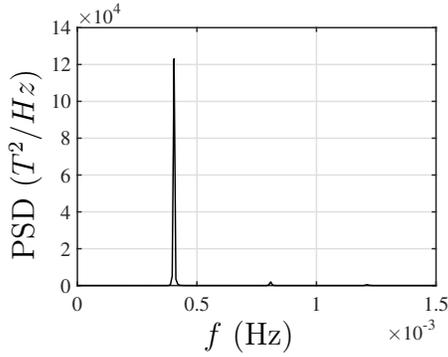
Figura 4.3: Frecuencia de oscilación de  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.



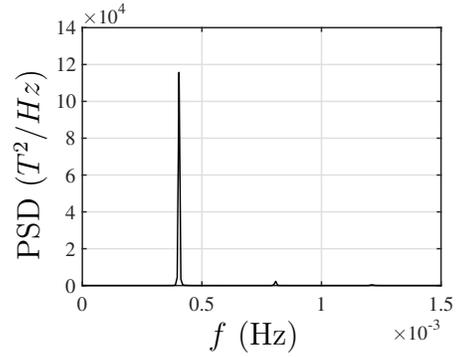
(a) PSD cavidad 1,  $T_C = 21$  °C.



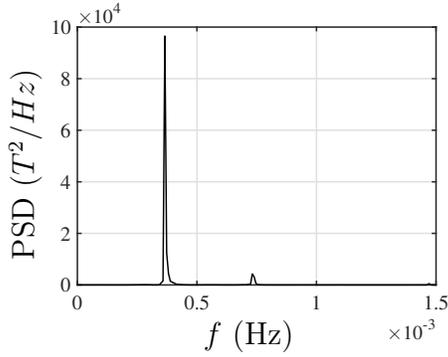
(b) PSD cavidad 2,  $T_C = 21$  °C.



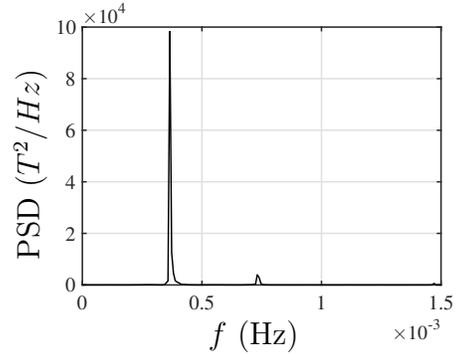
(c) PSD cavidad 1,  $T_C = 22$  °C.



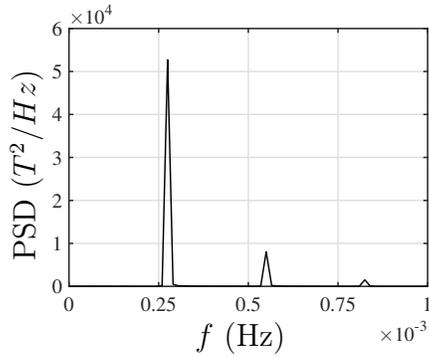
(d) PSD cavidad 2,  $T_C = 22$  °C.



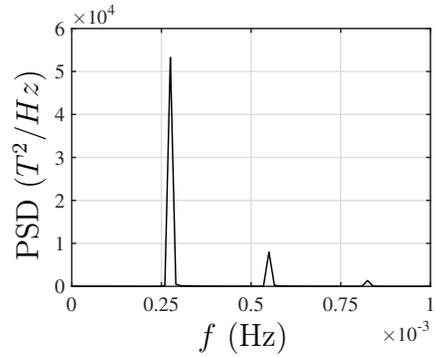
(e) PSD cavidad 1,  $T_C = 23$  °C.



(f) PSD cavidad 2,  $T_C = 23$  °C.



(g) PSD cavidad 1,  $T_C = 24$  °C.



(h) PSD cavidad 2,  $T_C = 24$  °C.

Figura 4.4: Pared común  $C_{o1}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ .

El análisis de PSD de los cuatro experimentos mostraron la existencia de una sola frecuencia dominante para cada cavidad y por tener el mismo valor se considera que ambas cavidades cumplen con el requisito de frecuencia para la existencia del fenómeno de sincronización para los cuatro casos estudiados. Sin embargo, es notorio que conforme  $T_C$  aumenta, aparecen frecuencias secundarias de menor potencia las cuales son múltiplos de la frecuencia dominante. En las Tablas 4.1 y 4.2 se muestran estas frecuencias, donde  $f_a$  es la frecuencia dominante,  $f_b$  la primera armónica y así sucesivamente. Al igual que la frecuencia dominante, ambas cavidades comparten las mismas frecuencias secundarias, dichas frecuencias representan las armónicas de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  ya que su valor no corresponde con los puntos en donde ambas señales se verían afectadas una por la otra, los cuáles son los instantes de encendido y apagado de los calentadores de las cavidades. La Tabla 4.3 presenta un resumen de las frecuencias dominantes de los experimentos antes mencionados donde  $f_{1,M}$  y  $f_{2,M}$  son la frecuencia media de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  respectivamente al haber oscilaciones estables.

Tabla 4.1: Frecuencias Cavidad 1, pared común  $C_{o1}$ , C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ .

		Cavidad 1		
$T_C$	$\Delta T$	$f_a \times 10^{-4}$ Hz	$f_b \times 10^{-4}$ Hz	$f_c \times 10^{-4}$ Hz
21	4	4.19	-	$12.6 \approx 3f_a$
22	3	4.04	$8.08 = 2f_a$	$12.13 \approx 3f_a$
23	2	3.66	$7.32 = 2f_a$	$14.7 \approx 4f_a$
24	1	2.75	$5.5 = 2f_a$	$8.25 = 3f_a$

Tabla 4.2: Frecuencias Cavidad 2, pared común  $C_{o1}$ , C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ .

		Cavidad 2		
$T_C$	$\Delta T$	$f_a \times 10^{-4}$ Hz	$f_b \times 10^{-4}$ Hz	$f_c \times 10^{-4}$ Hz
21	4	4.19	-	$12.6 \approx 3f_a$
22	3	4.04	$8.08 = 2f_a$	$12.13 \approx 3f_a$
23	2	3.66	$7.32 = 2f_a$	$14.7 \approx 4f_a$
24	1	2.75	$5.5 = 2f_a$	$8.25 = 3f_a$

Tabla 4.3: Resultados de frecuencia para pared común  $C_{o1}$ , C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ .

$T_C$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$f_{1,M} \times 10^{-4}$ Hz	$f_{2,M} \times 10^{-4}$ Hz	$PSD_1 \times 10^{-4}$ Hz	$PSD_2 \times 10^{-4}$ Hz
21	4.19	4.18	4.28	4.28
22	4.04	4.04	4.04	4.04
23	3.67	3.67	3.66	3.66
24	2.76	2.76	2.75	2.75

Al graficar los datos de la Tabla 4.3 se obtiene la Fig. 4.5, donde  $f_s$  es la frecuencia de sincronización calculada con el PSD y  $f_1$  y  $f_2$  son las frecuencias de sincronización medias para las cavidades 1 y 2 respectivamente. De dicha gráfica se desprende que a medida que el valor de  $T_C$  de la cámara de temperatura controlada aumenta, la frecuencia de sincronización de las cavidades disminuye a raíz de los tiempos de calentamiento más cortos y de enfriamientos más largos, ya que el calor transferido del interior de las cavidades hacia la cámara disminuye con la reducción de  $\Delta T$  teniendo como consecuencia menor tiempo de trabajo para el calentador de cada cavidad. En la mayoría de los casos la frecuencia de oscilación de las cavidades es prácticamente la misma existiendo variaciones entre la calculada por el PSD y la media de entre 0.1% y 0.45%, solo en el caso de  $T_C = 21$  °C la diferencia es significativa entre PSD y las medias ya que para  $f_1$  y  $f_2$  el error es de 1.97% y 2.14% respectivamente acentuándose en este valor las diferencias inevitables e inherentes en la construcción de las cavidades debido a la mayor tasa de transferencia de calor de las cavidades hacia la cámara de temperatura controlada.

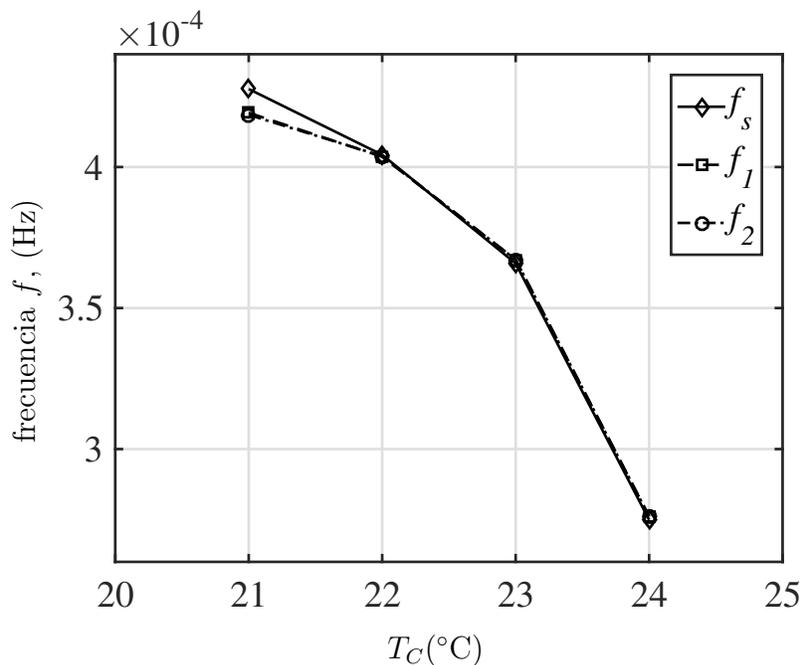


Figura 4.5: Frecuencia de sincronización para cada temperatura de  $T_C$ . Pared común  $C_{o1}$ , C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ .

Otro punto a estudiar en el fenómeno de sincronización térmica es el concepto de diferencia de fase el cual como se menciona en la sección 1.2 debe ser constante en la línea temporal. En la descripción de las gráficas de temperatura se ha mencionado la diferencia de fase sin dar aún valores para cada caso, por ello, al igual que la frecuencia, es necesario calcular el comportamiento de  $\Delta\phi$ . En la Fig. 4.6 se muestra la evolución de la diferencia de fase en grados entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  cuando estas alcanzan las temperaturas límites  $T_U$  y  $T_L$  para los primeros 4 experimentos mencionados al inicio de esta sección. Retomando el comportamiento de la temperatura durante las oscilaciones estables, las gráficas de la diferencia de fase indican que valores positivos (Fig. 4.6(a)) significan que las oscilaciones de temperatura de la cavidad 1 se adelanta a la de la cavidad 2, y valores negativos lo contrario (Fig. 4.6(b)),  $T_2(t)$  se adelanta a  $T_1(t)$ ; es importante mencionar que para el caso mostrado en la Fig. 4.6(c) la diferencia de fase en  $T_L$  fluctúa alrededor de 0 ° lo que indica que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  están sincronizados en-fase en ese límite de temperatura; contrario

es el caso de la Fig. 4.6(d) donde las oscilaciones de temperatura muestran sincronización en-fase en el límite superior  $T_U$ . En la Tabla 4.4 se muestra la media de la diferencia de fase en  $T_L$  y  $T_U$  durante las oscilaciones estables para cada  $T_C$ .

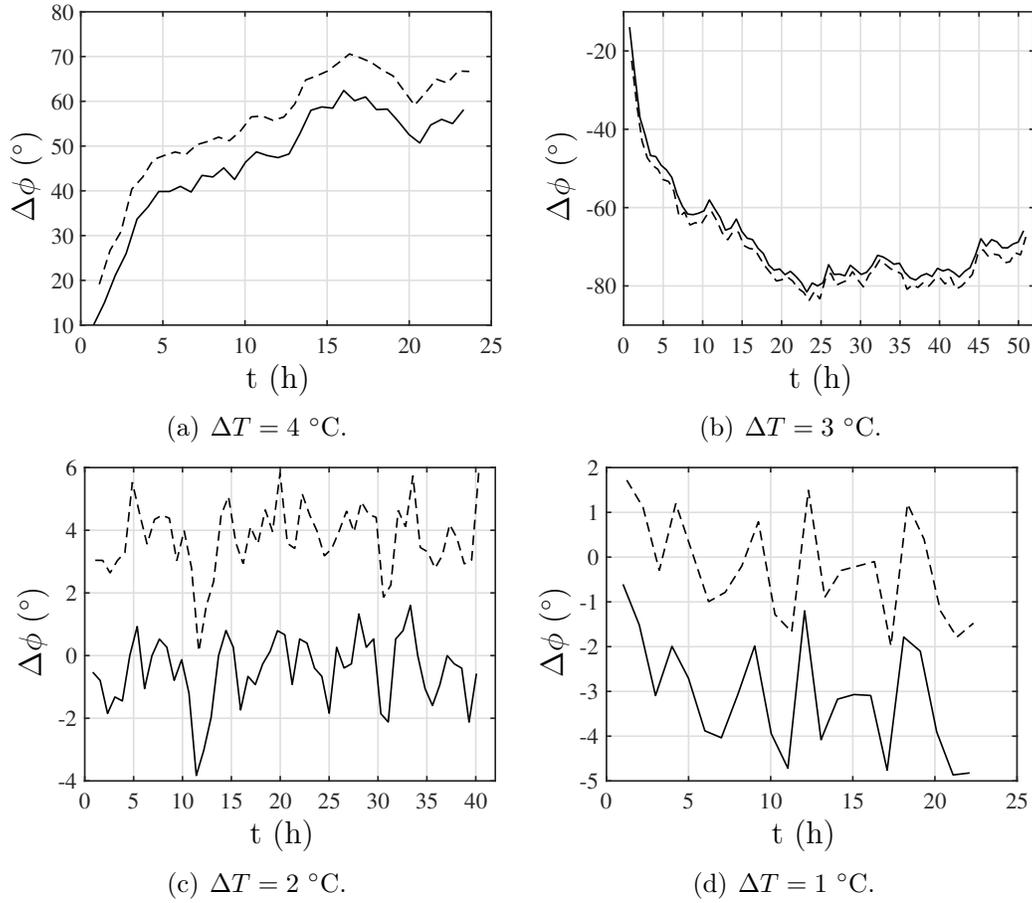


Figura 4.6: Diferencia de fase  $\Delta\phi(t)$ , — cuando la temperatura alcanza  $T_L$ , - - - cuando la temperatura alcanza  $T_U$ .

Tabla 4.4: Diferencia de fase para pared común  $Co_1$ , C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ .

$T_C$ ( $^\circ\text{C}$ )	$\Delta T$ ( $^\circ\text{C}$ )	$\Delta\phi_L$ ( $^\circ$ )	$\Delta\phi_U$ ( $^\circ$ )
21	4	54	63
22	3	-74	-76
23	2	0	-4
24	1	-3	0

Aun cuando las gráficas de evolución de diferencia de fase nos indican el adelanto o atraso de una oscilación con respecto a otra y nos indican su valor numérico, es importante utilizar otra herramienta que permita observar la existencia del fenómeno de sincronización, así como el tipo que se presenta, por lo cual se hace uso del diagrama de fase el cual hace un mapeo de las temperaturas  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  a la misma línea temporal proyectándolas en un plano bidimensional.

En la Fig. 4.7 se muestran los diagramas de fase para los cuatro experimentos tratados hasta ahora en este trabajo; en estos diagramas el eje de las abscisas es la temperatura de la cavidad 1 ( $T_1(t)$ ) mientras que el eje de las ordenadas es la temperatura de la cavidad 2 ( $T_2(t)$ ), además, cada vértice del diagrama de fase indica una fracción del periodo de oscilación dominante (periodo de sincronización) con valor en segundos y las flechas indican la dirección de desplazamiento de este diagrama conforme se hace el mapeo de las temperaturas. Estos diagramas se forman de la siguiente manera, por ejemplo, para el caso a  $T_C = 21$  °C (Fig. 4.7(a)):

1. La temperatura de la cavidad 1,  $T_1(t)$ , se encuentra en  $T_L = 25$  °C mientras que  $T_2(t) \approx 26$  ° (la cavidad 2 está enfriándose); a partir de este punto la cavidad 1 comienza a calentarse y por lo tanto  $T_1(t)$  empieza a elevarse. Este punto es el primer vértice del diagrama de fase.
2. Cuando  $T_2(t)$  llega a  $T_L = 25$  °C,  $T_1(t) \approx 27$  °C; a partir de este punto la cavidad 2 empieza a calentarse lo que significa que  $T_2(t)$  comienza a elevarse. Este punto es el segundo vértice del diagrama de fase.
3.  $T_1(t)$  ha llegado a  $T_U = 30$  °C,  $T_2(t) \approx 28.7$  °C. A partir de este punto  $T_1(t)$  empieza a descender (cavidad 1 enfriándose) mientras que la cavidad 2 sigue calentándose para que  $T_2(t)$  llegue a  $T_U = 30$  °C. Este punto es el tercer vértice del diagrama de fase.
4. La temperatura de la cavidad 2,  $T_2(t)$ , ha llegado a  $T_U = 30$  °C mientras que  $T_1(t) \approx 27.4$  °C. A partir de este punto  $T_2(t)$  empieza a descender (cavidad 1 enfriándose) mientras que la cavidad 1 sigue enfriándose para que  $T_1(t)$  llegue otra vez  $T_L$ . Este punto es el cuarto vértice del diagrama de fase.
5.  $T_1(t)$  vuelve a llegar a  $T_L = 25$  °C mientras que  $T_2(t) \approx 26$  °C (cavidad 2 sigue enfriándose).
6. Se repite el ciclo.

Como se observa en los casos de las Figs. 4.7(a) y 4.7(b) la forma de este diagrama es rectangular lo que indica que existe una diferencia de fase significativa cuando las oscilaciones de temperatura alcanzan los límites superior e inferior ( $T_U$  y  $T_L$ ); por ejemplo, para  $\Delta T = 4$  °C,  $\Delta\phi_L$  es la línea formada por el vértice de  $t = 0$  hasta  $t = 0.15\tau$  y  $\Delta\phi_U$  es aquella formada desde  $t = 0.496\tau$  a  $t = 0.671\tau$ , nótese que para este caso el desplazamiento del diagrama de fase es en sentido antihorario traduciéndose en una diferencia de fase positiva. Para  $\Delta T = 3$  °C la dirección de desplazamiento del diagrama de fase se invierte siendo ahora en sentido horario con diferencia de fase negativa. Para estos dos casos, debido a la forma del diagrama, presentan una sincronización fuera-de-fase. Para los casos de las figuras 4.7(c) y 4.7(d) el diagrama de fase tiende a formar una línea gruesa a 45 ° respecto al eje de las abscisas, de hecho, para este último caso, el diagrama de fase tiende a hacer un desplazamiento con forma del símbolo de infinito confirmándose al analizar su gráfica de evolución de diferencia de fase (4.6(d)) en el límite  $T_U$  que es donde se presentan las fluctuaciones de  $\Delta\phi$  alrededor de cero. El diagrama de fase es un buen indicador del efecto que tiene la cámara de temperatura controlada (solo en conjunción con otros factores) sobre el fenómeno de sincronización térmica ya que por la forma que puede adoptar es el tipo de sincronización que se presenta.

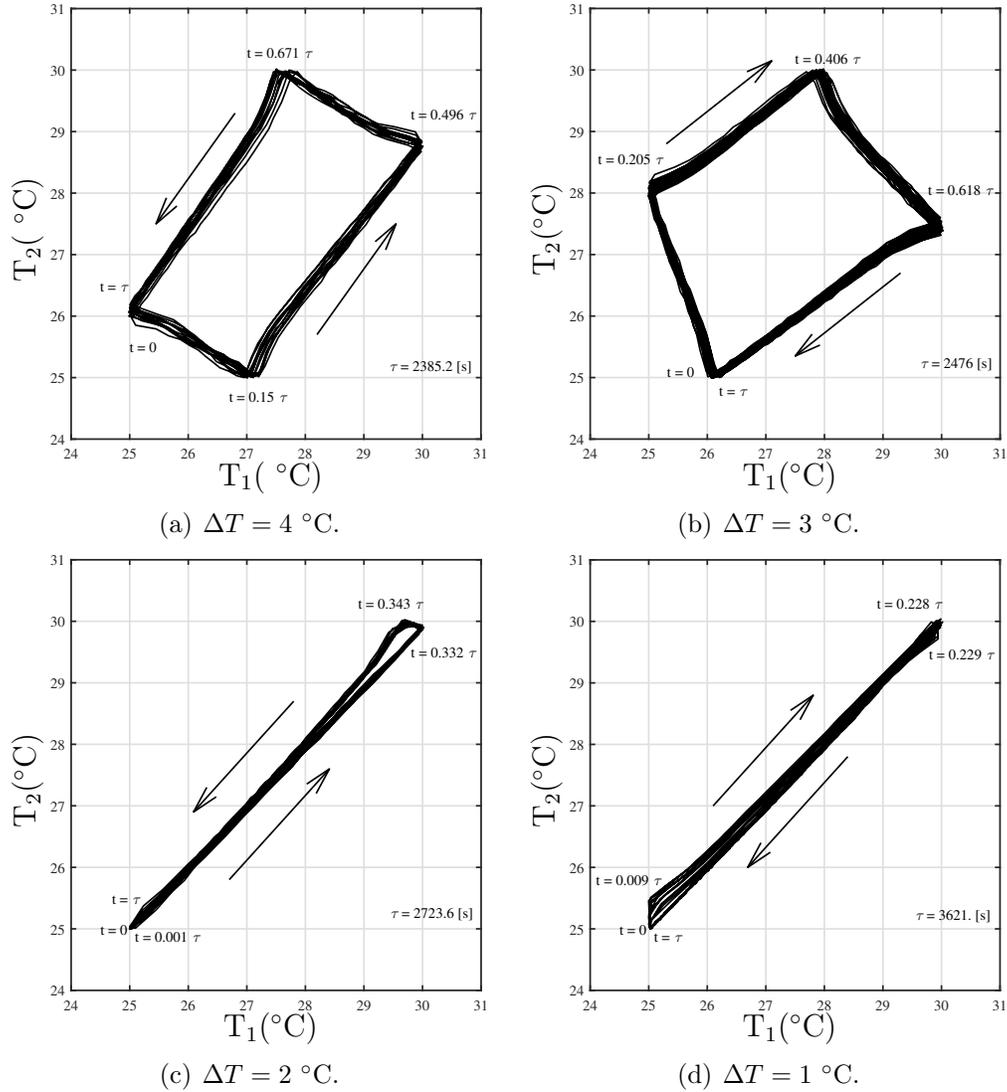


Figura 4.7: Diagramas de fase.  $T_C =$  (a)  $21 \text{ }^\circ\text{C}$ , (b)  $22 \text{ }^\circ\text{C}$ , (c)  $23 \text{ }^\circ\text{C}$ , (d)  $24 \text{ }^\circ\text{C}$ , pared común  $C_{01}$ .

Como último método de análisis se utiliza el parámetro de orden de Kuramoto  $r$ , el cual dependiendo del valor que presente nos indicará si existe o no sincronización. Su gráfica en forma de línea recta con valor unidad indica una sincronización completa es decir existe sincronización tanto en frecuencia como en diferencia de fase, si la gráfica toma valores diferentes a la unidad no existirá sincronización. En la Fig. 4.8 se muestran los parámetros de orden de Kuramoto  $r$  para los experimentos analizados hasta ahora. Para los casos  $\Delta T = 4 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $\Delta T = 3 \text{ }^\circ\text{C}$  (Figs. 4.8(a) y 4.8(b) respectivamente), el parámetro  $r(t)$  presenta picos los cuales indican que la diferencia de fase entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  es perturbada; dicha perturbación se debe al encendido y apagado abrupto del calentador de la cavidad que alcanza primero  $T_L$  y  $T_U$  localizando la perturbación en el punto donde se intersecan  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ ; en ambos casos si  $r(t)$  se graficara en una escala de 0 a 1 el comportamiento sería prácticamente  $r(t) = 1$  ya que para los dos casos la perturbación en  $r(t)$  en la diferencia de fase es de menos del 0.2% y ya que el patrón de picos no muestra cambios significativos en tamaño y separación (lo que indica un comportamiento estable de la diferencia de fase), se puede decir que para estas  $\Delta T$  existe sincronización tanto en frecuencia como en diferencia de fase.

Por otro lado, para los casos de  $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$  y  $\Delta T = 1\text{ }^\circ\text{C}$  (Figs. 4.8(c) y 4.8(d) respectivamente) el parámetro de Kuramoto toma un valor de prácticamente la unidad, con excepción de algunos picos de perturbación en la diferencia de fase debido al apagado del calentador de la cavidad 1 para  $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$ , y por el encendido del calentador de la misma cavidad para  $\Delta T = 1\text{ }^\circ\text{C}$ . En estos dos casos las perturbaciones son muy pequeñas debido a que el encendido y apagado de los calentadores de ambas cavidades se presentan al mismo tiempo debido a su casi nula diferencia de fase. Dado que en ambos casos  $r(t) = 1$  esto indica una sincronización completa en frecuencia y diferencia de fase.

El parámetro de Kuramoto de orden  $r$  es un buen indicador del tiempo en que se obtienen oscilaciones estables ya que dependiendo su comportamiento es posible identificar el inicio de la estabilidad, por ejemplo, para  $\Delta T = 4\text{ }^\circ\text{C}$  y  $\Delta T = 3\text{ }^\circ\text{C}$  el tiempo de oscilaciones estables se obtiene al encontrar el primer par pico grande-pico pequeño mientras que para  $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$  y  $\Delta T = 1\text{ }^\circ\text{C}$  la estabilidad se alcanzó prácticamente a la primera oscilación.

Al observar el comportamiento de la frecuencia de sincronización, diagrama de fase y el parámetro de Kuramoto de orden  $r$  es presumible que el valor de  $T_C$  de la cámara de temperatura controlada tiene un efecto sobre el tipo de sincronización que se puede presentar, aunque esta hipótesis se confirmará en la Sección 4.2.

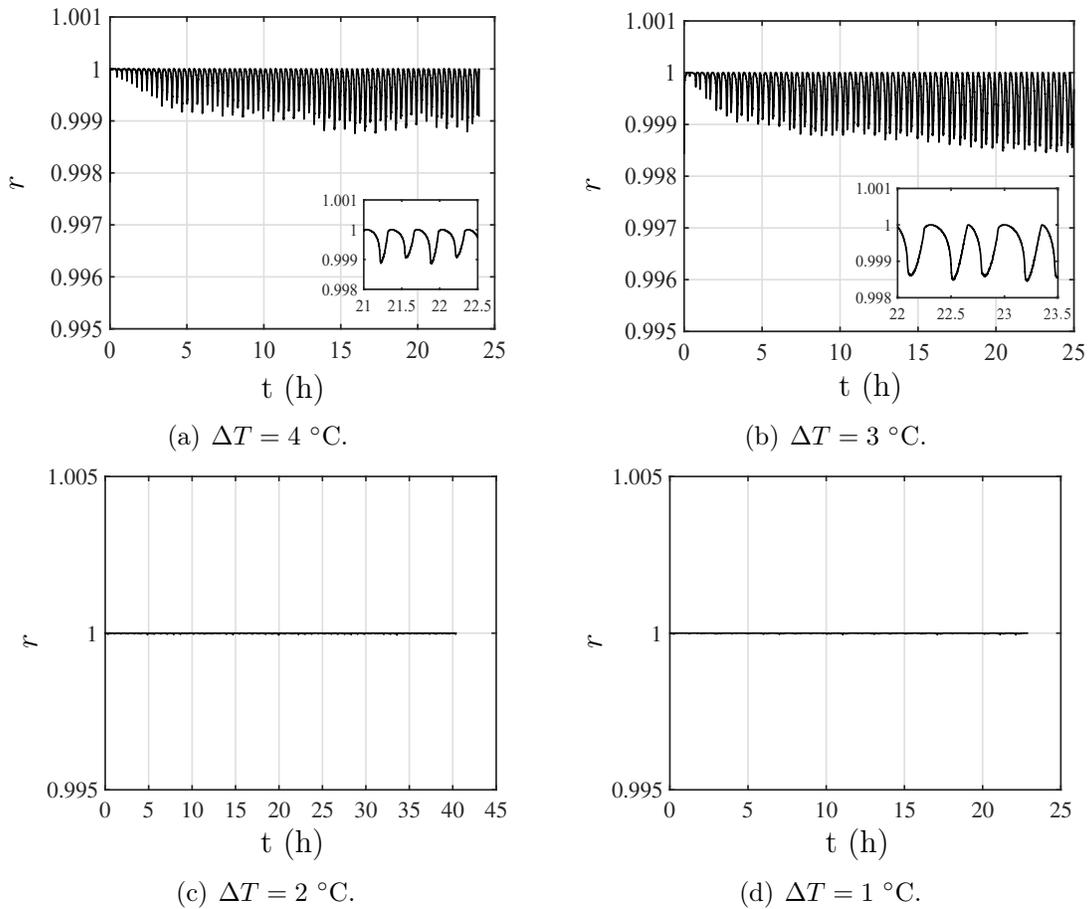
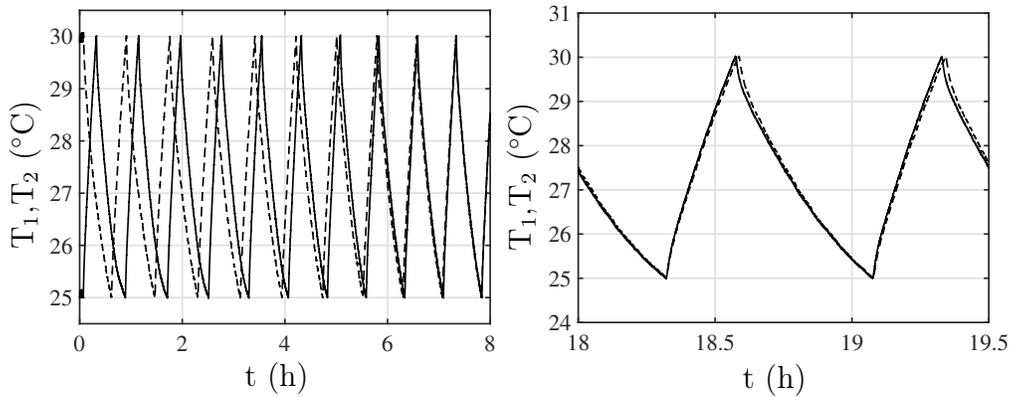


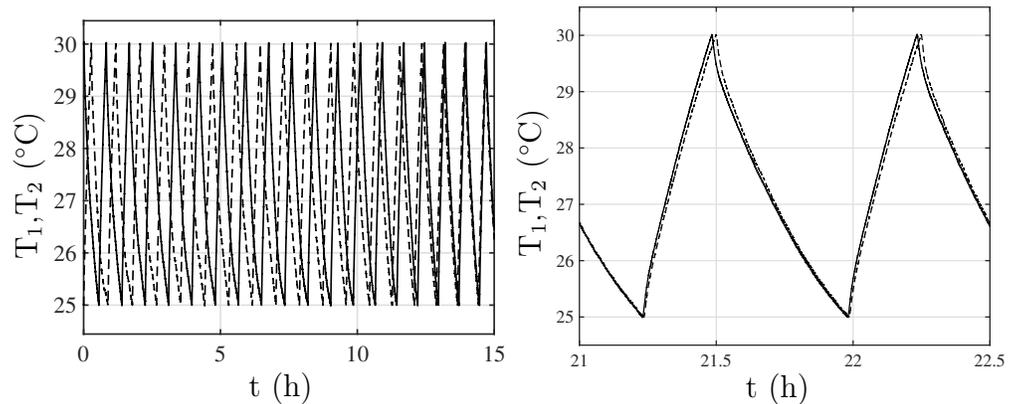
Figura 4.8: Parámetro de Kuramoto de orden  $r$ .

Posterior a los cuatro experimentos presentados hasta ahora en este trabajo, se realizaron pruebas a diferentes condiciones iniciales para ver su efecto en la sincronización térmica del arreglo experimental. Para esto se llevaron a cabo 4 experimentos cada uno a diferentes condiciones iniciales, pero a una misma  $T_C$  y se compararon con el caso de  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$  ( $T_C = 23^\circ\text{C}$ ) con condiciones iniciales iguales para ambas cavidades presentado anteriormente. Los casos se presentan de la siguiente manera:

- Caso  $a$ : activación del control de temperatura de cavidades a  $T_1(0) = T_2(0) = 23^\circ\text{C}$ .
- Caso  $b_1$ : activación del control de temperatura de cavidades a  $T_1(0) = 25^\circ\text{C}$ ,  $T_2(0) = 30^\circ\text{C}$ .
- Caso  $b_2$ : activación del control de temperatura de cavidades a  $T_1(0) = 30^\circ\text{C}$ ,  $T_2(0) = 25^\circ\text{C}$ .
- Caso  $c_1$ : calentador de la cavidad 1 se activa en  $T_1(0) = 23^\circ\text{C}$ , el calentador de la cavidad 2 se activa cuando  $T_1 = 30^\circ\text{C}$ .
- Caso  $c_2$ : calentador de la cavidad 2 se activa en  $T_2(0) = 23^\circ\text{C}$ , calentador de cavidad 1 se enciende cuando  $T_2 = 30^\circ\text{C}$ .



(a) Condiciones iniciales  $b_1$ .



(b) Condiciones iniciales  $b_2$ .

Figura 4.9: Temperaturas  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.  $T_C = 23^\circ\text{C}$ , pared común  $C_{o1}$ .

Para el Caso  $a$ , sus resultados se mostraron en las figuras 4.2(a), 4.3(c), 4.6(c), 4.7(c) y 4.8(c). En la Fig. 4.9(a) se muestra el comportamiento de la temperatura para el Caso  $b_1$  donde se muestran las primeras ocho horas del experimento donde las oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  se ajustan entre ellas para estabilizarse y sincronizarse, de igual forma se enseña un intervalo de tiempo de oscilaciones estables donde se observa que  $T_1(t)$  se adelanta muy ligeramente  $T_2(t)$  y que existe una diferencia de fase entre ellas con valor positivo en  $T_U$  y una casi nula en  $T_L$ ; mientras, para el Caso  $b_2$  (Fig.4.9(b)) el gráfico de 15 horas muestra el ajuste entre las oscilaciones de temperatura y su sincronización, una vez estabilizadas las oscilaciones de temperatura, se observa de nuevo el adelanto de la temperatura de la cavidad 1 con respecto a la 2 dando como resultado el mismo tipo de diferencia de fase que en el Caso  $b_1$ . Siguiendo con las gráficas de temperatura, en la Fig. 4.10 se muestra el comportamiento de las oscilaciones para los Casos  $c_1$  y  $c_2$ , para ambos se presentan las oscilaciones transitorias de cada señal y el ajuste entre ellas antes de sincronizarse, posteriormente cuando se alcanzan oscilaciones estables presentan también un adelantamiento de  $T_1(t)$  con respecto a  $T_2(t)$  a la par que se aprecia una diferencia de fase entre las señales en las temperaturas límites notandose en  $T_U$  un ligero incremento con respecto a los dos casos con condiciones iniciales  $b$ .

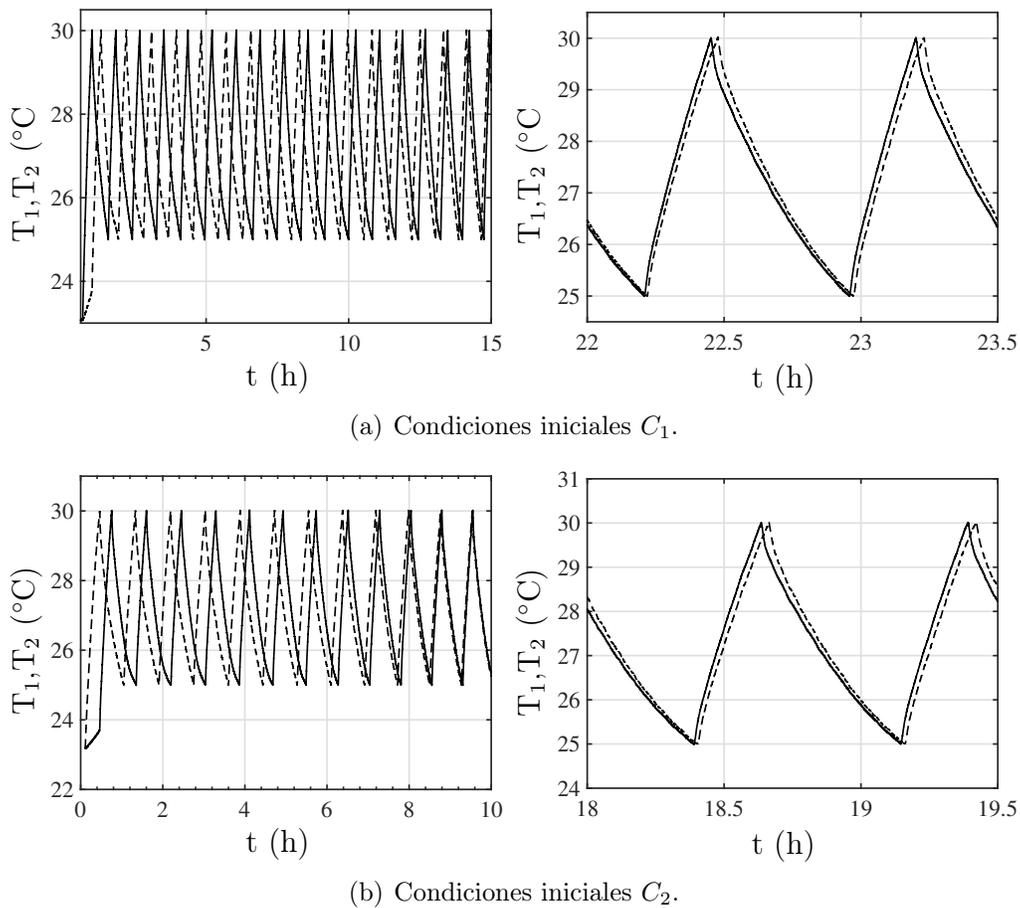


Figura 4.10: Temperaturas  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.  $T_C = 23$  °C, pared común  $C_{o1}$ .

El análisis de frecuencia vía PSD arroja como resultado que en los casos  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $c_1$  y  $c_2$  existe una sola frecuencia dominante por cavidad y que tanto  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  comparten el mismo valor de frecuencia y por lo tanto, ambas señales de temperatura están sincronizadas; de igual forma ambas cavidades comparten también los mismos valores de frecuencias secundarias. El comportamiento de la frecuencia, así como los análisis PSD de los cuatro casos mencionados en este párrafo, se muestran en el Apéndice A. La Tabla 4.5 muestra un resumen de los resultados obtenidos para los cinco casos previamente mencionados donde  $f_{1,PSD}$  y  $f_{2,PSD}$  son las frecuencias dominantes de la cavidad 1 y 2 respectivamente, y  $t_s$  es el tiempo en el que se alcanza la estabilización de las oscilaciones; tomando como base los resultados de  $a$  se puede observar que la frecuencia de oscilación es independiente de las condiciones iniciales, ya que comparándolo con el caso  $b_2$ , que tiene la frecuencia más alta, la diferencia es de 2.19%.

Tabla 4.5: Efecto de las condiciones iniciales para la pared común  $C_{o1}$ .

Casos	$f_{1,PSD} \times 10^{-4}$ (Hz)	$f_{2,PSD} \times 10^{-4}$ (Hz),	$\Delta\phi_U$ ( $^\circ$ )	$t_s$ (h)
a	3.66	3.66	4	—
$b_1$	3.66	3.66	9.51	7.1
$b_2$	3.74	3.74	6.62	15.2
$c_1$	3.67	3.67	14.36	16.97
$c_2$	3.66	3.66	7.93	10.05

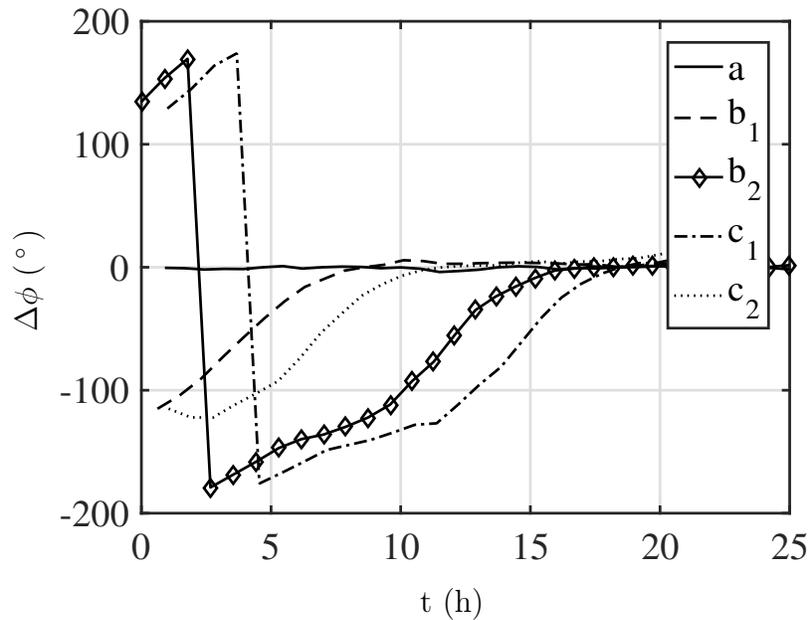


Figura 4.11: Evolución de  $\Delta\phi_U$  para diferentes condiciones iniciales, pared común  $C_{o1}$ .

En la Fig. 4.11 se presenta la evolución de la diferencia de fase en  $T_U$  para los cinco casos comparados en la Tabla 4.5; esta gráfica ayuda a comparar también los tiempos de estabilización de las oscilaciones,  $t_s$ ; como se observa en el gráfico, para los casos que presentan transición de positivo a negativo de  $\Delta\phi$ , necesitan más de 20 horas aproximadamente para alcanzar oscilaciones estables. Todo lo anterior indica que las condiciones iniciales tienen un efecto significativo sobre la diferencia de fase y sobre el tiempo de estabilización, sin embargo, fue necesario realizar otras

corridas experimentales para aseverar lo anterior, mismas que se presentan en la Sección 4.3. En el Apéndice A se presenta el comportamiento de la frecuencia para los casos *b* y *c*, así como sus diagramas de fase y el parámetro de Kuramoto.

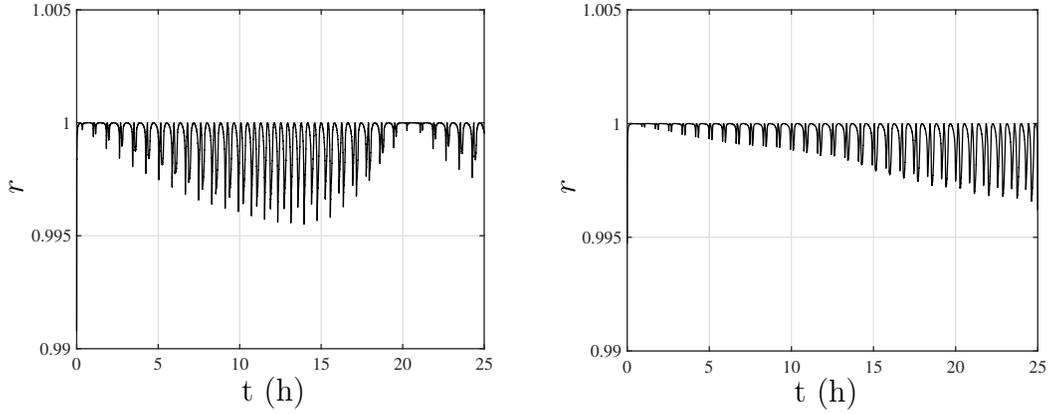
Otro efecto considerado para la existencia del fenómeno de sincronización térmica es la señal de control de temperatura; en todos los casos anteriores se usó como señal de control el termopar  $TC_A$  (Fig. 2.5) de cada cavidad con el cual se encontró el fenómeno de sincronización en este trabajo, sin embargo, es necesario hacer pruebas con otros termopares de control para saber si por medio de ellos es posible encontrar sincronización. Para ello se realizaron otros dos experimentos bajo las siguientes condiciones:  $T_L = 25\text{ °C}$ ,  $T_L = 30\text{ °C}$  y  $T_C = 24\text{ °C}$ , y se compararon con el experimento (mencionado previamente) a la misma temperatura de cámara con condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 24\text{ °C}$ , sin embargo, para fines comparativos a este último se le asigna un seudónimo:

- Caso *D*:  $TC_A$  como señal de control; condiciones iniciales a  $T_1(0) = T_2(0) = 24\text{ °C}$ .
- Caso *E*:  $TC_B$  como señal de control; condiciones iniciales a  $T_1(0) = T_2(0) = 24\text{ °C}$ .
- Caso *F*: Promedio de los nueve termopares como señal de control en cada cavidad; condiciones iniciales a  $T_1(0) = T_2(0) = 24\text{ °C}$ .

Los resultados para el Caso *D* se han mostrado anteriormente en las Figs. 4.7(d) y 4.8(d) y el parámetro de Kuramoto demuestra la existencia de sincronización completa (en frecuencia y diferencia de fase) y en-fase para este caso. Para los casos *E* y *F* si se graficara el comportamiento de  $r(t)$  a una escala de 0 a 1 mostraría también que  $r(t) = 1$ , sin embargo, al analizar más de cerca, se aprecia que en ambos casos se presentan perturbaciones en la diferencia de fase representados mediante picos los cuales cambian de tamaño y no mantienen una separación constante entre ellos tal como se muestra en la Fig. 4.12.

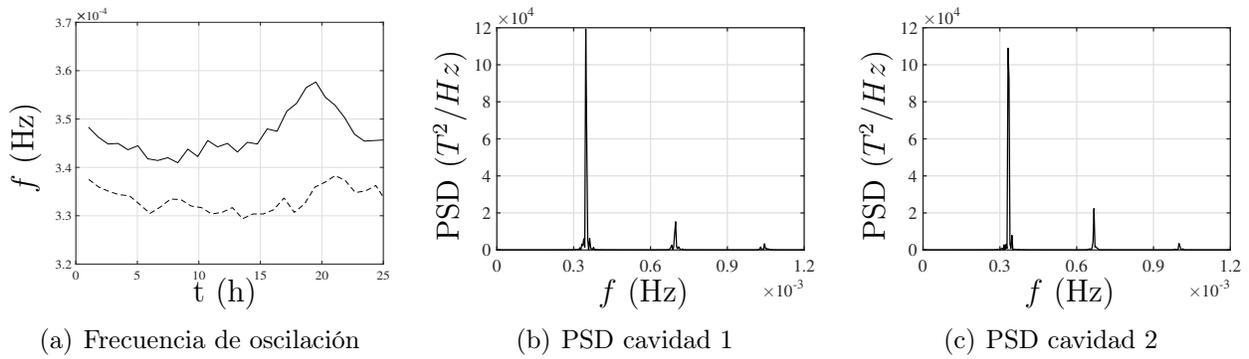
Para el Caso *E*, Fig. 4.12(a) el parámetro  $r$  muestra un decaimiento de su valor para llegar a un mínimo, seguido de un crecimiento hasta llegar a la unidad, esto quiere decir que la diferencia de fase entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  tiende a crecer a una máxima diferencia para luego atenuarse y llegar a tener algunas oscilaciones de temperatura superpuestas de la cavidad 1 con la cavidad 2, para otra vez crecer y así sucesivamente; y dado que los picos no mantienen una distancia constante entre ellos, la frecuencia de ambas cavidades no es la misma (Fig. 4.13(a)), de hecho, al hacer el análisis de PSD para este caso se obtiene que la frecuencia de  $T_1(t)$  es de  $3.47 \times 10^{-4}$  Hz mientras que  $T_2(t)$  tiene una frecuencia de  $3.32 \times 10^{-4}$  Hz, por lo tanto no existe sincronización por no haber una frecuencia única para ambas cavidades y no existir sincronización en diferencia de fase, véase Figs. 4.13.

En el Caso *F*, los picos que presenta  $r(t)$  se hacen más grandes conforme avanza el experimento y se presume que asumirá el mismo comportamiento que en el Caso *E* pero con intervalos de tiempo más grandes, véase Fig. 4.12(b). Debido a que el parámetro de Kuramoto muestra que la diferencia de fase tiene cambios muy significativos se considera que para estos casos no existe sincronización en fase, de igual forma, los picos de perturbación también tienden a separarse, por lo cual no existe una frecuencia única en ambas cavidades, el análisis de PSD da como resultado que  $T_1(t)$  tiene una frecuencia de  $3.36 \times 10^{-4}$  Hz mientras que  $T_2(t)$  oscila a  $3 \times 10^{-4}$  Hz por lo cual no hay sincronización en frecuencia y por lo tanto  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  no están sincronizados, Fig. 4.14.



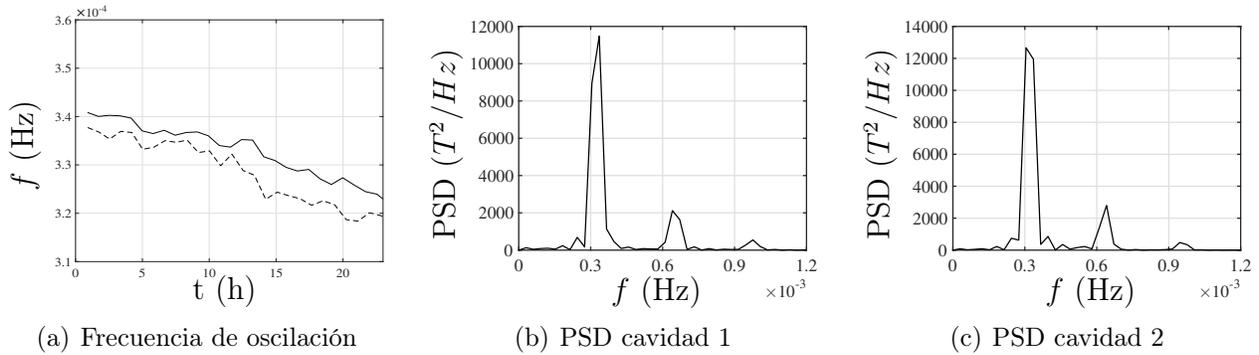
(a) Control con termopar  $TC_B$ . (b) Control con promedio de los 9 termopares.

Figura 4.12: Efecto de la señal de control, pared común  $C_{O1}$ .



(a) Frecuencia de oscilación (b) PSD cavidad 1 (c) PSD cavidad 2

Figura 4.13: Caso  $E$ ,  $\Delta T = 1$  °C, condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 24$  °C, pared común  $C_{O1}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.



(a) Frecuencia de oscilación (b) PSD cavidad 1 (c) PSD cavidad 2

Figura 4.14: Caso  $F$ ,  $\Delta T = 1$  °C, condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 21$  °C, pared común  $C_{O1}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Los resultados de esta sección permiten confirmar la existencia del fenómeno de sincronización térmica en recintos adyacentes, así como los efectos que tienen la temperatura circundante a los recintos y las condiciones iniciales a las cuales se ponen en marcha las corridas experimentales. Sin embargo, es necesario conocer si la sincronización y los efectos antes mencionados pueden darse para una pared común más gruesa ya que la utilizada en esta sección, al ser de cobre y muy delgada, no ofrece una resistencia térmica significativa y por lo tanto las cavidades tienen una muy fuerte interacción térmica, para ello, fue necesario realizar más trabajo experimental, mismo que se plasma en las Secciones 4.2 y 4.3.

Por otro lado, dado que las cavidades no presentaron sincronización de las temperaturas de control al usar la señal del termopar  $TC_B$  de cada cavidad, así como tampoco el promedio de los nueve termopares, para los experimentos posteriores, se siguió utilizando el termopar  $TC_A$  como señal de control de temperatura en cada cavidad, ya que con este termopar se presentó sincronización tanto en frecuencia como en diferencia de fase en las temperaturas de las cavidades.

## 4.2. Efecto de la cámara de temperatura controlada $T_C$

Los resultados mostrados en esta sección y en la subsecuente Sección 4.3, corresponden a la segunda etapa experimental. Para dicha etapa se usó el segundo modelo que permite utilizar a la pared común de cobre de espesor de 1.27 mm ( $Co_2$ ), que mantiene las mismas relaciones de forma que el modelo 1. Así, para confirmar la existencia de la sincronización térmica y el efecto que tiene la cámara de temperatura controlada sobre el tipo de sincronización que se puede presentar en una pared más gruesa que la utilizada en la Sección 4.1, se llevaron a cabo cuatro corridas experimentales bajo condiciones similares a las utilizadas en la sección referida, es decir,  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ , temperaturas límites de  $T_L = 25\text{ }^\circ\text{C}$  y  $T_U = 30\text{ }^\circ\text{C}$  y termopar  $TC_A$  de cada cavidad para el control de temperatura.

El primer experimento realizado en esta etapa corresponde a una temperatura de cámara ambiental de  $21\text{ }^\circ\text{C}$ , es decir para una  $\Delta T = 4\text{ }^\circ\text{C}$ . Este experimento tuvo una duración de 45 horas. En la Fig. 4.15 se muestran las oscilaciones de temperatura para las primeras 6 horas del experimento y para un intervalo de tiempo de dos horas y media una vez alcanzadas oscilaciones estables—estabilidad que se alcanzó a partir de las 5 horas de iniciado el experimento—observándose una diferencia de fase entre las oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  y un adelanto de las oscilaciones de temperatura de la cavidad 2 con respecto a la cavidad 1.

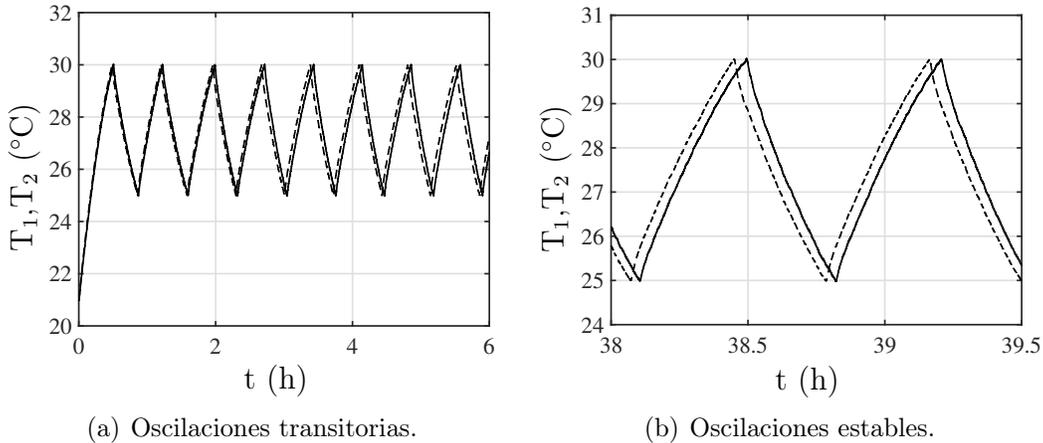


Figura 4.15:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 4\text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 21\text{ }^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

En la Fig. 4.16 se muestra la frecuencia de oscilación de temperatura para cada cavidad, así como el análisis espectral PSD (power spectral density) de dichas oscilaciones. Del análisis de PSD (figuras 4.16(b) y 4.16(c)) se obtiene que tanto  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ , al alcanzar estabilidad, tienen una sola frecuencia dominante, la cual es del mismo valor para ambas cavidades y por lo tanto puede decirse que oscilan a una frecuencia de sincronización de  $3.98 \times 10^{-4}\text{ Hz}$ .

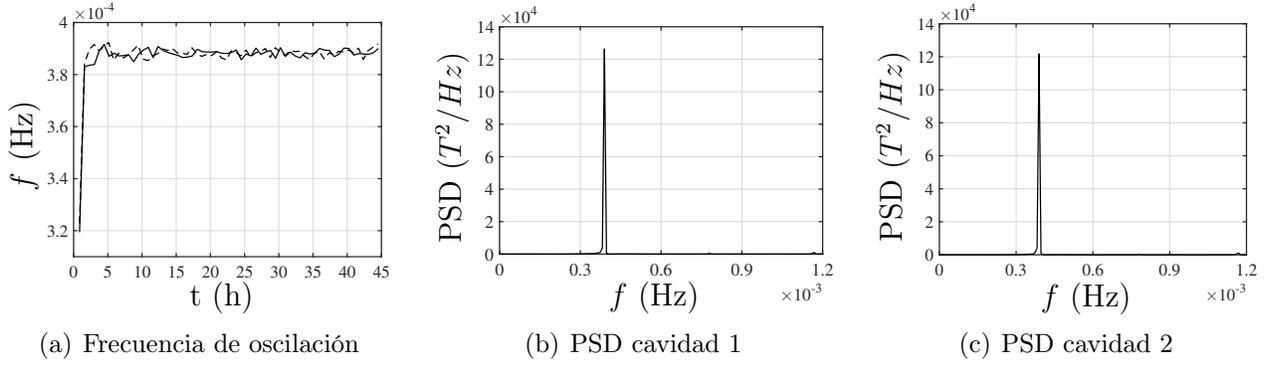


Figura 4.16:  $\Delta T = 4 \text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 21 \text{ }^\circ\text{C}$ , pared común  $\text{Co}_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

En el segundo experimento se utilizó una temperatura de  $T_C = 22 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 3 \text{ }^\circ\text{C}$ ) con una duración de 45 horas. En la Fig. 4.17(a) se ilustra las oscilaciones de temperatura en las primeras seis horas de este segundo experimento donde a simple vista se observa que se alcanzan condiciones estables después de la primera oscilación (0.65 horas). En la Fig. 4.17(b) se ilustran oscilaciones estables de temperatura donde se aprecia a una diferencia de fase entre ambas señales de temperatura pero de menor magnitud en comparación al del experimento a  $\Delta T = 4 \text{ }^\circ\text{C}$  (Fig. 4.15(b)).

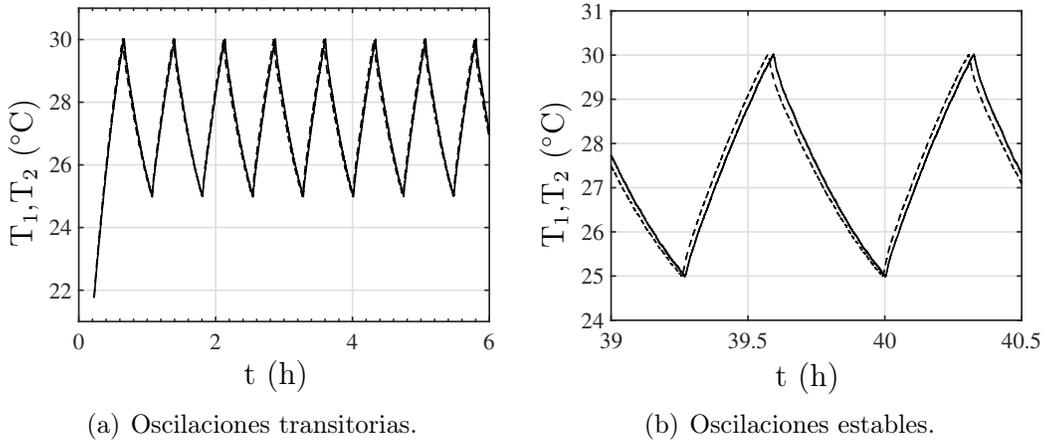


Figura 4.17:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 3 \text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ , pared común  $\text{Co}_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

La gráfica de la frecuencia de oscilación de la temperatura, Fig. 4.18(a), muestra una disminución del valor de la frecuencia de sincronización para ambas cavidades (con respecto al experimento  $\Delta T = 4 \text{ }^\circ\text{C}$ , Fig. 4.16(a)) y por medio del análisis de PSD da un valor para ambas cavidades de  $3.81 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ , este mismo análisis espectral de las oscilaciones muestra la existencia de una sola frecuencia dominante, Figs. 4.18(b) y 4.18(c), lo que conduce a afirmar que ambas cavidades oscilan a una misma frecuencia, frecuencia de sincronización.

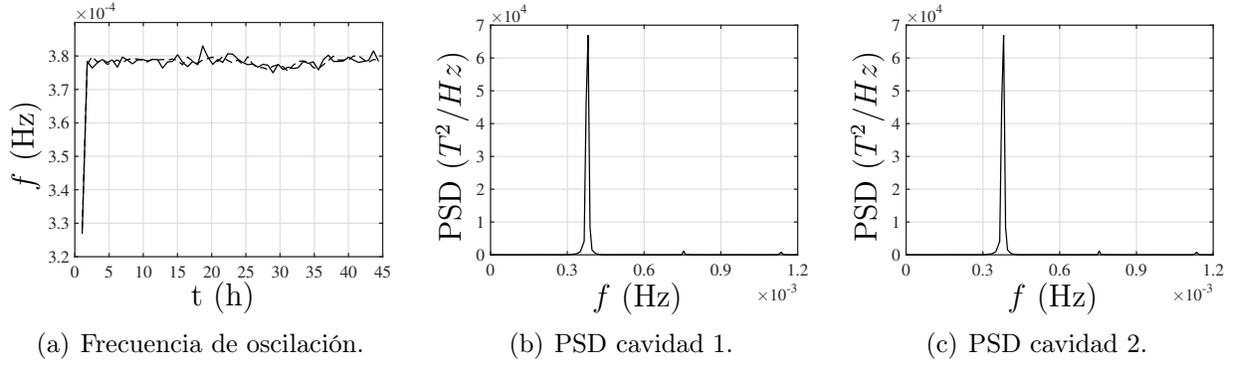


Figura 4.18:  $\Delta T = 3 \text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Para el tercer experimento se incrementó un grado la temperatura de la cámara,  $T_C = 23 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 2 \text{ }^\circ\text{C}$ ). En este experimento, prácticamente no se presentaron oscilaciones transitorias ya que las oscilaciones fueron estables después de la primera oscilación, Fig. 4.19(a). Al observar un intervalo de tiempo con oscilaciones estables (Fig. 4.19(b)) se puede observar que las oscilaciones de ambas cavidades tienen una diferencia de fase apenas perceptible en las temperaturas límites  $T_L$  y  $T_U$ .

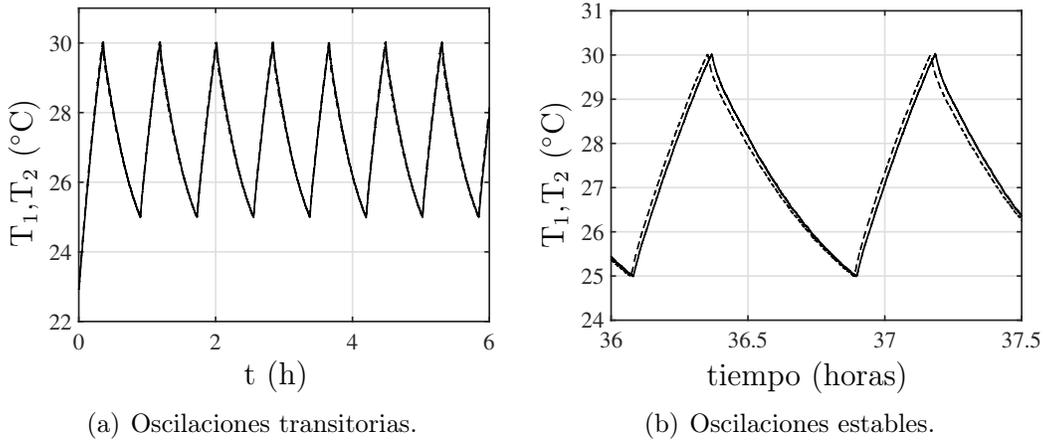


Figura 4.19:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 2 \text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 23 \text{ }^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

En la Fig. 4.20(a) se muestra el comportamiento de la frecuencia de las oscilaciones de temperatura durante el experimento observándose una vez alcanzada estabilidad en las oscilaciones, una disminución del valor de la frecuencia en este caso con respecto a los dos casos anteriores. El análisis de PSD de las oscilaciones para este caso, arroja que en ambas cavidades sus oscilaciones de temperatura tienen una sola frecuencia dominante de  $3.43 \times 10^4 \text{ Hz}$  y por lo tanto las dos cavidades están sincronizadas en frecuencia.

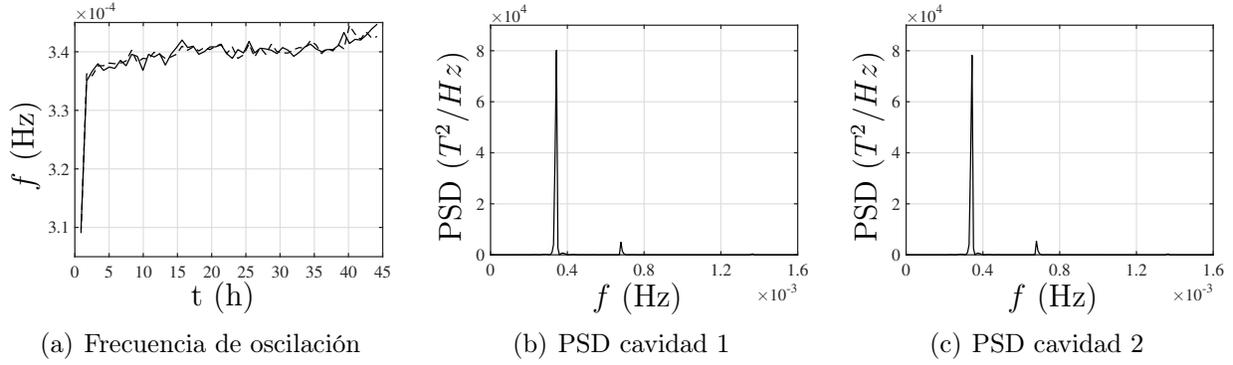


Figura 4.20:  $\Delta T = 2 \text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 23 \text{ }^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Para el último experimento de esta sección, se incrementó un grado más la cámara de temperatura controlada a  $T_C = 24 \text{ }^\circ\text{C}$ , es decir,  $\Delta T = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ , dicho experimento tuvo una duración de 45 horas. En la Fig. 4.21 se vuelve a mostrar el comportamiento de las oscilaciones de temperatura para ambas cavidades, en la cual, como se muestra en la Fig. 4.21(a), se alcanzan oscilaciones estables desde la primera oscilación. Por otro lado, en la Fig. 4.21(b) se muestra un intervalo de tiempo de oscilaciones estables, donde se puede apreciar que ambas señales se encuentran superpuestas y existe una casi nula diferencia de fase entre ellas, con lo cual por observación se puede decir que existe sincronización en-fase.

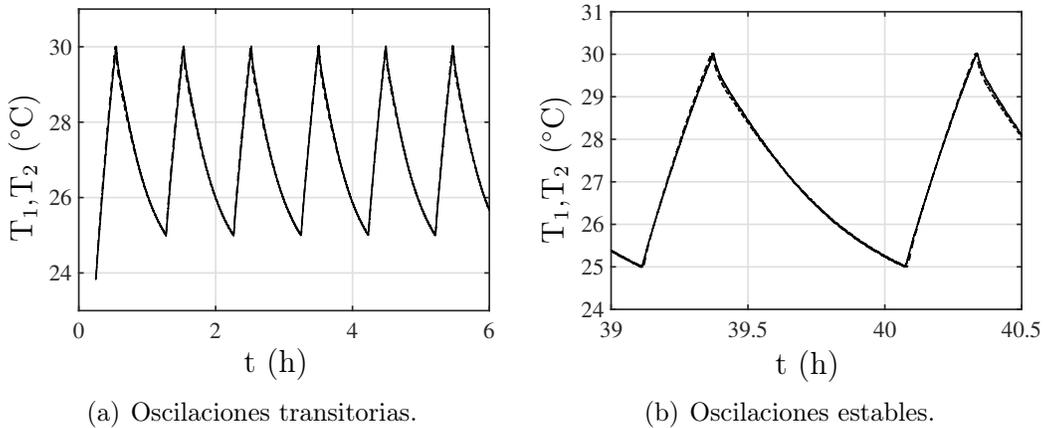


Figura 4.21:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 24 \text{ }^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Como se observa en la Fig. 4.22(a) el valor de la frecuencia para este caso disminuye con respecto a los tres casos anteriores, del cual, se desprende mediante el análisis de PSD—Figs 4.22(b) y 4.22(c)—que ambas oscilaciones oscilan a una misma frecuencia dominante de  $2.90 \times 10^{-4}$  Hz.

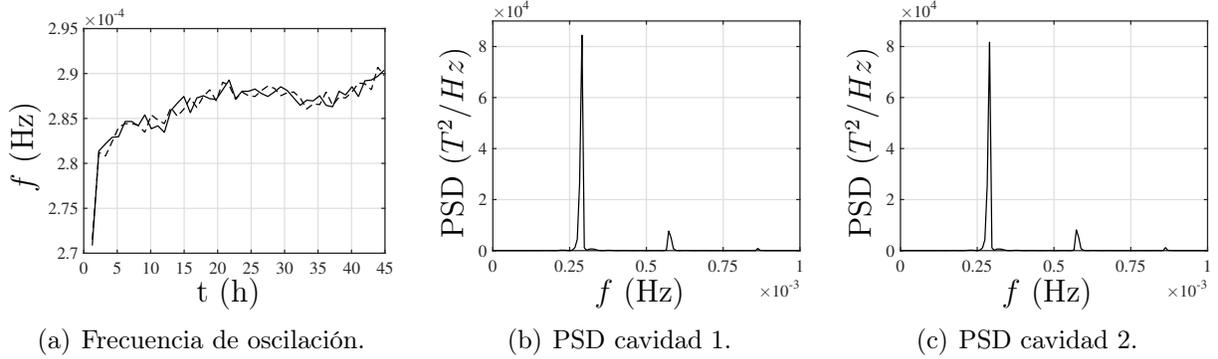


Figura 4.22:  $\Delta T = 1$  °C, condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = 24$  °C, pared común  $C_{O_2}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

A raíz de las observaciones de las oscilaciones estables de temperatura, se encuentra que existe una diferencia de fase entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . En la Fig. 4.23 se muestra el comportamiento de esta diferencia de fase entre ambas cavidades cuando dichas oscilaciones alcanzan la temperaturas límite  $T_U$  y  $T_L$  para los cuatro casos mencionados en esta sección. Aún en condiciones estables de temperatura, se observan fluctuaciones en el comportamiento de la diferencia de fase en los cuatro casos, por lo cual, para conocer cómo cambia de manera general  $\Delta\phi$  en  $T_L$  y en  $T_U$  con respecto a la temperatura  $T_C$ , se calculan sus medianas estadísticas para cada caso, asentándose dichos resultados en la Tabla 4.6 donde los subíndices L y U representan las temperaturas límites. Como se observa de la evolución de  $\Delta\phi$  en el tiempo y de los resultados de las medianas, se encuentra que la diferencia de fase cambia a incrementos de  $T_C$  y que para esta pared común,  $C_{O_2}$ , la diferencia de fase en  $T_U$  es mayor que en  $T_L$  que es el mismo comportamiento que en la pared  $C_{O_1}$ .

Tabla 4.6: Diferencia de fase para pared común  $C_{O_2}$  C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ .

$T_C$ (°C)	$\Delta T$ (°C)	$\Delta\phi_L$ (°)	$\Delta\phi_U$ (°)
21	4	-20	-25
22	3	-7	-11
23	2	-3	-6
24	1	1	-3

Los diagramas de fase en esta sección vuelven a ser útiles para mostrar si existe sincronización y el tipo que se presenta para cada temperatura de  $T_C$ . Para el caso de  $T_C = 21$  °C (Fig. 4.24(a)) el diagrama de fase muestra una forma rectangular que se traduce como sincronización fuera-de-fase, las flechas indican que la formación de este diagrama se da en sentido horario a las manecillas del reloj indicando que la oscilación de temperatura de la cavidad 2 se adelanta a la de la cavidad 1, como se muestra en la Fig. 4.15(b). De igual modo, este diagrama muestra que la diferencia de fase entre las dos oscilaciones de temperatura para  $T_U$  representa el 7.1 % del periodo de oscilación, es decir, 59.4 % menos comparado con  $C_{O_1}$  a la misma  $T_C$ , Fig. 4.7(a); mientras que para  $T_L$ , la diferencia de fase es el 5.7 % del periodo con un decremento del 62 % con respecto a  $C_{O_1}$ .

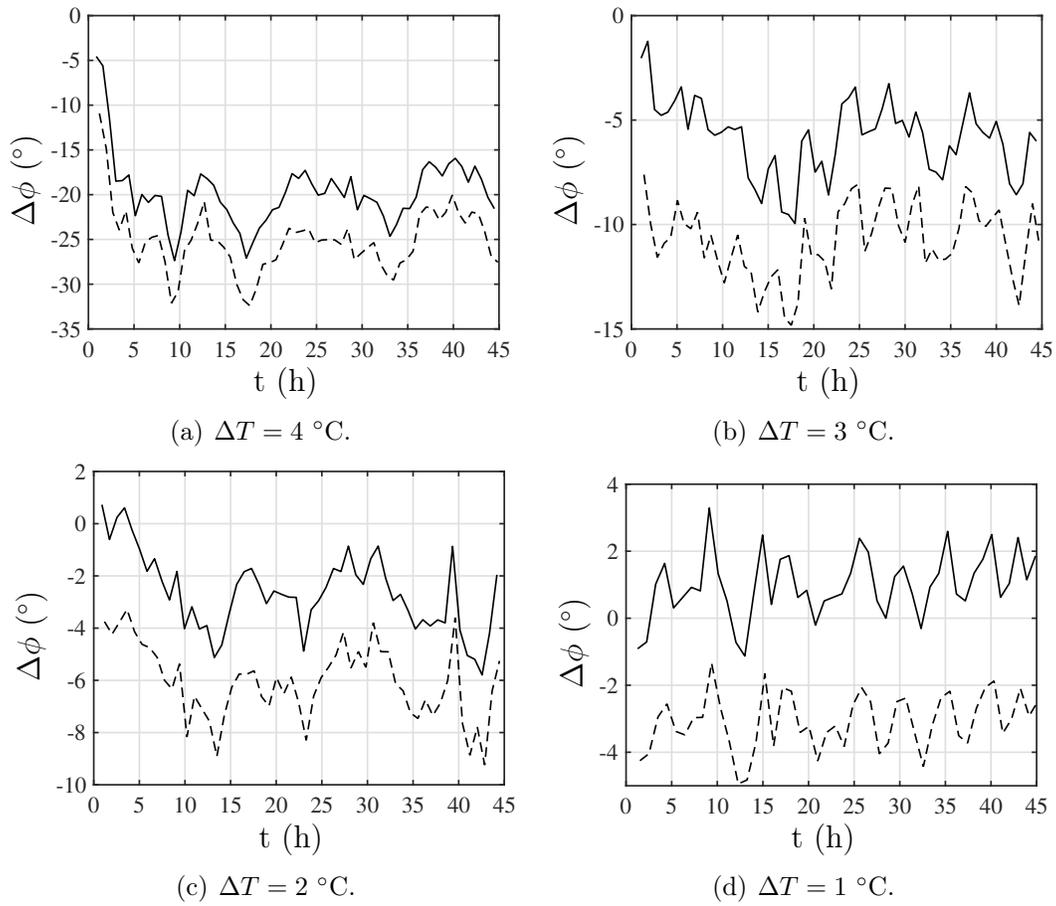


Figura 4.23: Diferencia de fase  $\Delta\phi(t)$ , C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ , pared común  $Co_2$ . — cuando la temperatura alcanza  $T_L$ , - - - cuando la temperatura alcanza  $T_U$

El diagrama de fase en  $T_C = 22\text{ °C}$  muestra el mismo comportamiento que en el caso anterior, la forma del diagrama de fase es rectangular, que representa a una sincronización fuera-de-fase, con una formación en sentido horario a las manecillas del reloj indicando nuevamente que la oscilación de la cavidad 2 se adelanta a la de la cavidad 1, (Fig. 4.24(b)). En este experimento, la diferencia de fase en  $T_U$  representa el 3.2% del periodo de oscilación mientras que para  $T_L$  representa el 1.9% (Fig. 4.24(b)) lo que también se traduce en un decremento del 84.9% y del 90.7%, en  $T_U$  y  $T_L$  respectivamente, para la pared común  $Co_1$  en  $T_C = 22\text{ °C}$  (Fig. 4.7(b)).

Para  $T_C = 23\text{ °C}$  ( $\Delta T = 2\text{ °C}$ ) el diagrama de fase tiene un aspecto rectangular con tendencia a una línea recta gruesa a  $45^\circ$ , muy cercano a sincronización en-fase, con una formación en sentido horario, es decir, la oscilación de la cavidad 2 se adelanta a la de la cavidad 1, Fig. 4.24(c). En este caso, la diferencia de fase representa para  $T_U$  el 1.6% y para  $T_L$  el 0.7% del periodo de oscilación sin embargo, a contrario de los dos casos anteriores, esta vez existe un aumento de estos porcentajes representativos sobre el periodo de oscilación si se comparan para el caso de la misma  $T_C$  para  $Co_1$ , estos aumentos son, para  $T_U$  y  $T_L$  respectivamente, de 45.5% y 600% (recordar que para  $Co_1$  en  $T_L$  la diferencia de fase es el 0.1%, fig. 4.7(c)).

Para el último experimento,  $T_C = 24\text{ °C}$  ( $\Delta T = 1\text{ °C}$ ), el diagrama de fase muestra un comportamiento claramente visible de una línea recta gruesa a  $45^\circ$  (Fig. 4.24(d)) típico de una sincronización en-fase. La disposición de las flechas para este diagrama se pone con la intención de hacer visible que, en algunas ocasiones, las oscilaciones de la cavidad 2 se adelantaban o atrasaban a las de

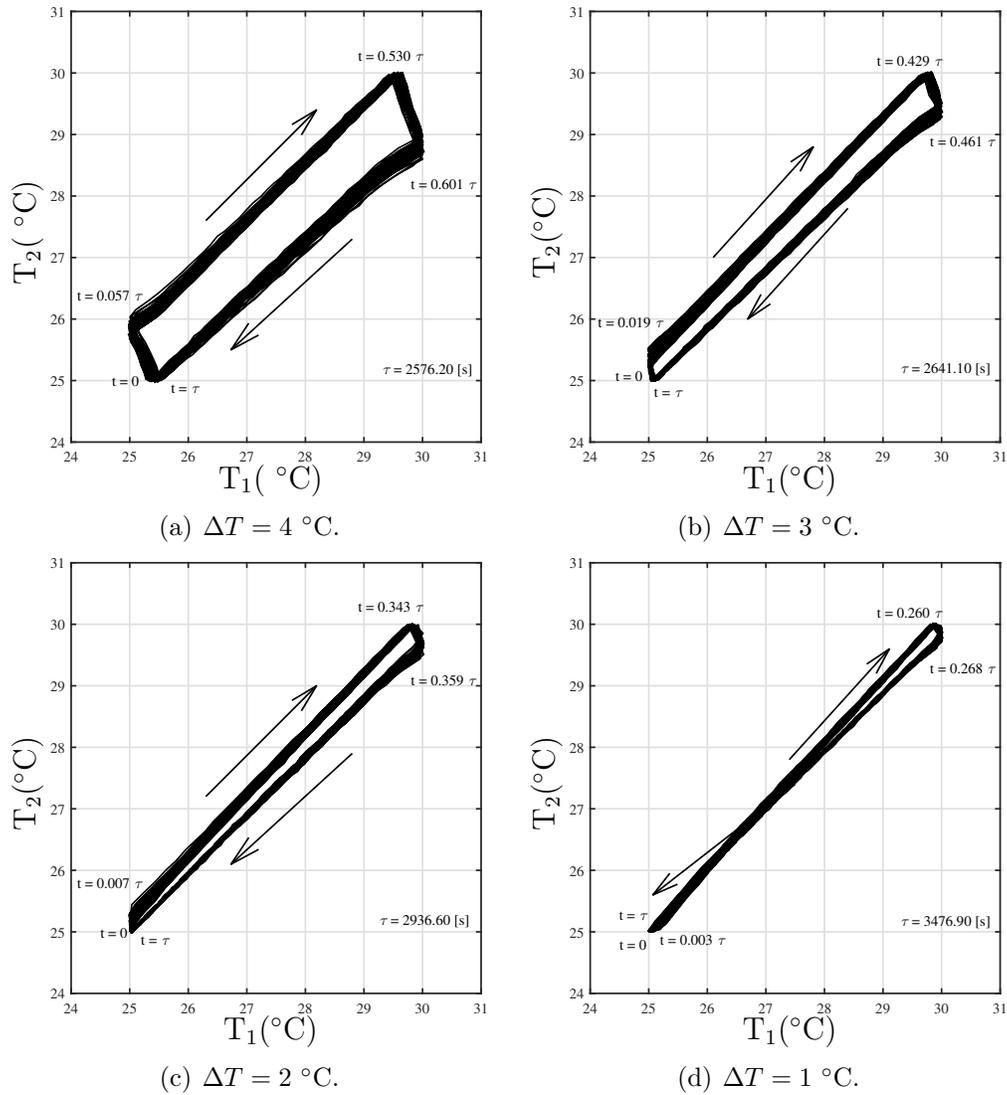


Figura 4.24: Diagramas de fase para  $T_C =$  (a)  $21 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (b)  $22 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (c)  $23 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (d)  $24 \text{ } ^\circ\text{C}$ , C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ , pared común  $\text{CO}_2$ .

la cavidad 1 cuando estas alcanzan  $T_L$  y que dicha competencia entre oscilaciones provocaban una diferencia positiva y negativa de diferencia de fase (Fig. 4.23(d)) lo que le confiere una forma similar al símbolo de infinito. Aun con dicha forma peculiar se puede considerar que en este caso se obtuvo sincronización en-fase, ya que la poca existencia de diferencia de fase solo representa el 0.3% y el 0.3% en  $T_L$  y  $T_U$  respectivamente.

Como se mencionó en la sección 4.1 el parámetro de orden  $r$  de Kuramoto nos indica si existe sincronización entre los sistemas acoplados. Para el caso de  $T_C = 21 \text{ } ^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 4 \text{ } ^\circ\text{C}$ ) el comportamiento del parámetro  $r$  de Kuramoto, Fig. 4.25(a), al alcanzar oscilaciones estables de temperatura, muestra picos de perturbación en la diferencia de fase producidos por el encendido y apagado abrupto del calentador de la cavidad 2 ( $\Delta\phi$  negativa =  $T_2(t)$  se adelanta a  $T_1(t)$ ). El pico pequeño se produce en el encendido del calentador, mientras que el pico grande se produce en el apagado. Al mismo tiempo, la separación entre picos se mantiene constante, por lo tanto, se confirma también que la frecuencia en ambos osciladores es la misma y dado que  $r(t)$  se desvía de

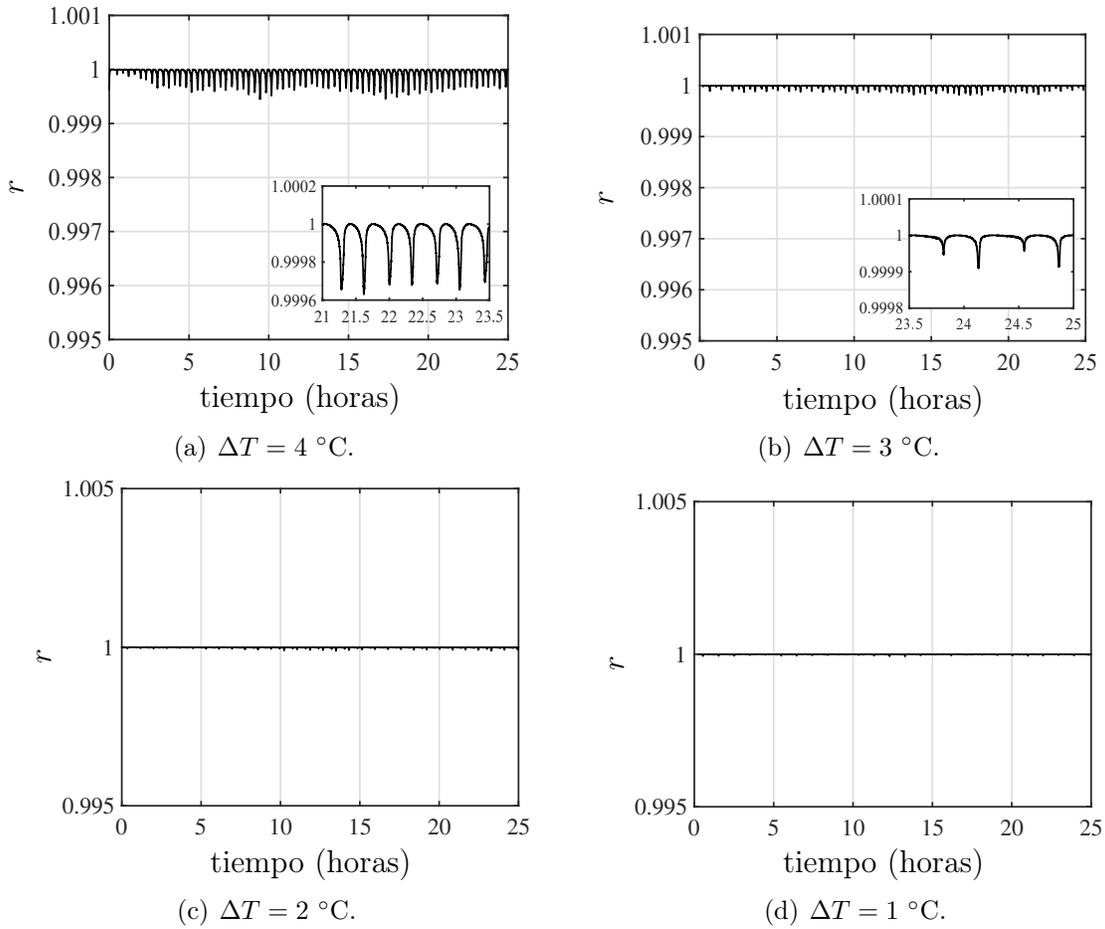


Figura 4.25: Parámetro de Kuramoto de orden  $r$ , C.I.  $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ , pared común  $\text{CO}_2$ .

la unidad por menos de 0.4% se puede afirmar que los osciladores están sincronizados.

Por otro lado, para  $T_C = 22 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 3 \text{ }^\circ\text{C}$ )  $r(t)$  muestra también la existencia de picos de perturbación en  $\Delta\phi$  debido al encendido y apagado del calentador de la cavidad 2 (diferencia de fase negativa), Fig. 4.25(b); éstos picos de perturbación se presentan en pares y mantienen una separación equidistal entre ellos y entre pares indicando que los dos osciladores (cavidades) están sincronizados en frecuencia. Para este caso  $r(t)$  también mantiene tamaños de picos casi constantes entonces también los osciladores están sincronizados en diferencia de fase. De igual forma,  $r(t)$  no baja de 0.9999 lo que implica una desviación del 0.01% de la unidad, por lo tanto, existe sincronización para este caso.

Para  $T_C = 23 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 2 \text{ }^\circ\text{C}$ ) el parámetro de Kuramoto vuelve a mostrar perturbaciones muy pequeñas en  $\Delta\phi$  en forma de pares de picos y que también se deben al encendido y apagado del calentador de la cavidad 2. Los tamaños de dichos picos son muy pequeños en comparación a los dos casos anteriores y las distancias entre ellos y entre pares también se mantienen constantes, por lo cual los osciladores están sincronizados en frecuencia y en diferencia de fase. Por otro lado, para el caso de  $T_C = 24 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ )  $r(t)$  muestra un comportamiento prácticamente lineal y sin picos de perturbación en  $\Delta\phi$  con lo que se confirma la existencia de sincronización en-fase para este caso.

Cabe mencionar que al igual que en la Sección 4.1, las perturbaciones a  $\Delta\phi$  debido al encendido y apagado del calentador de la cavidad adelantada, se localizan en los puntos donde se intersecan

$T_1(t)$  y  $T_2(t)$ .

Como es de observar, los resultados de los primeros cuatro experimentos de la sección 4.1 y de los resultados mostrados aquí prueban que la temperatura en la cámara tiene un efecto que favorece la sincronización térmica con la cual se obtuvieron los dos tipos de sincronización más recurrentes en los sistemas dinámicos, fuera-de-fase y en-fase. De igual forma se observó tanto en la sección anterior como en la presente que a medida que la temperatura de la cámara aumenta, la frecuencia de sincronización de ambas cavidades disminuye (el periodo de cada oscilación aumenta) lo cual se debe a que el calor transferido al ambiente disminuye y el efecto de transferencia de calor entre las cavidades es mayor haciendo que el tiempo necesario para levantar la temperatura desde  $T_L$  a  $T_U$  disminuya y como consecuencia el tiempo de enfriamiento aumente, este efecto se hace visible al observar las figuras que ilustran las oscilaciones estables para cada experimento.

También se confirma que la sincronización térmica puede darse en paredes comunes con menores resistencias térmicas a la usada en la Sección 4.1 y que el parámetro de Kuramoto es un buen indicador del grado y existencia del fenómeno en los recintos adyacentes de este trabajo. De igual forma se observa que a medida que  $T_C$  aumenta, los picos de perturbación de  $\Delta\phi$  en  $r(t)$  tienden a desaparecer, lo que indica la existencia de diferencia de fase y su posterior desvanecimiento al obtenerse sincronización en-fase.

### 4.3. Efecto de las condiciones iniciales

En la sección anterior se mostraron los resultados de los dos osciladores térmicos (recintos adyacentes) al interactuar con cuatro diferentes temperaturas exteriores a ellos, modelando dichas temperaturas mediante el uso de la cámara de temperatura controlada. En esos experimentos las condiciones iniciales no juegan un papel importante debido a que los termopares de control de las cavidades iniciaron el experimento a la misma temperatura (valor casi igual o cercano a la temperatura de la cámara) debido a esto y a lo visto en la Sección 4.1 el estudio del efecto de las condiciones iniciales sobre el fenómeno de sincronización térmica se vuelve importante debido a las diferencias significativas entre los diferentes tipos de condiciones iniciales en el valor de la diferencia de fase entre las oscilaciones sincronizadas. En esta sección a diferencia de la primera, 4.1, los experimentos realizados usaron únicamente como condiciones iniciales las representadas mediante  $B_1$  ( $T_1(0) = 25$  °C,  $T_2(0) = 30$  °C) y  $B_2$  ( $T_1(0) = 30$  °C,  $T_2(0) = 25$  °C) pero para los cuatro valores de  $T_C$  que se emplearon la sección 4.2. Las temperaturas límites utilizadas en esta sección fueron  $T_L = 25$  °C y  $T_U = 30$  °C. Se utilizó el termopar  $TC_A$  de cada cavidad para el control de temperatura.

Dicho lo anterior, se hicieron dos experimentos para una  $T_C = 21$  °C lo que se traduce a una  $\Delta T = 4$  °C con una duración de 45 horas para cada par de condiciones iniciales ( $B_1$  y  $B_2$ ). En la Fig. 4.26 se presentan las oscilaciones de temperatura para cada par de condiciones iniciales; la Fig. 4.26(a) muestra las primeras 6 horas para la corrida experimental con condiciones iniciales  $B_1$ , en este, el tiempo de transición hasta alcanzar oscilaciones estables es de 7.41 horas, mientras que

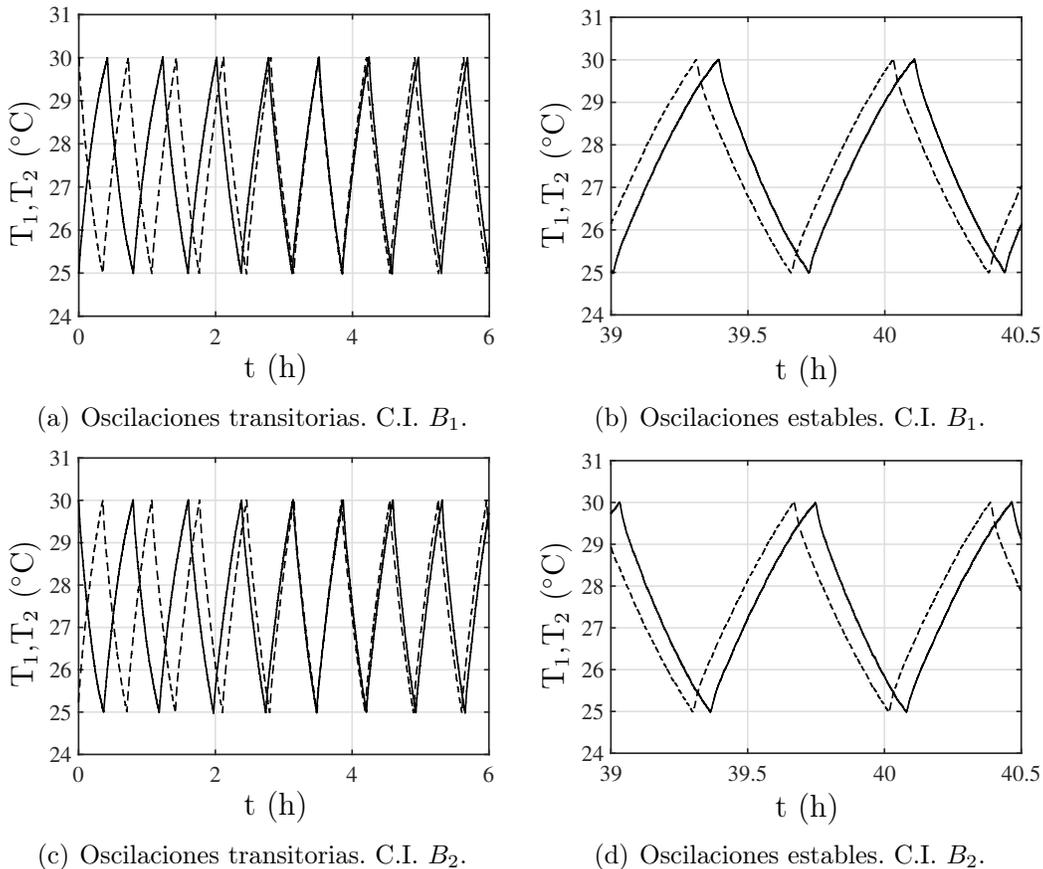


Figura 4.26:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 4$  °C, pared común  $C_{O_2}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

para el caso con condiciones iniciales  $B_2$  (fig. 4.26(c)) el tiempo necesario para alcanzar estabilidad en las oscilaciones es de 6.33 horas.

Por otro lado, al observar las oscilaciones estables para cada caso, Figs. 4.26(b) y 4.26(d), se aprecia a simple vista que las oscilaciones de temperatura mantienen un periodo  $\tau$  sin cambios significativos y por ende la frecuencia de oscilación tampoco; de igual forma, la diferencia de fase entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  se mantiene casi constante apreciándose mejor cuando la temperatura alcanza  $T_U$  y  $T_L$ . Las frecuencias también presentan un periodo de transición consecuencia del ajuste de las oscilaciones para alcanzar estabilidad; para el caso con condiciones iniciales  $B_1$ , Fig. 4.27, el tiempo en el que alcanza la estabilización es el mismo que en las oscilaciones de temperatura. El cálculo del PSD para ambas cavidades arroja que la temperatura oscila a una sola frecuencia dominante del mismo valor para ambas cavidades,  $3.89 \times 10^{-4}$  Hz; con esto se cumple el requisitos de que ambas oscilaciones deben actuar a una misma frecuencia para la existencia del fenómeno de sincronización.

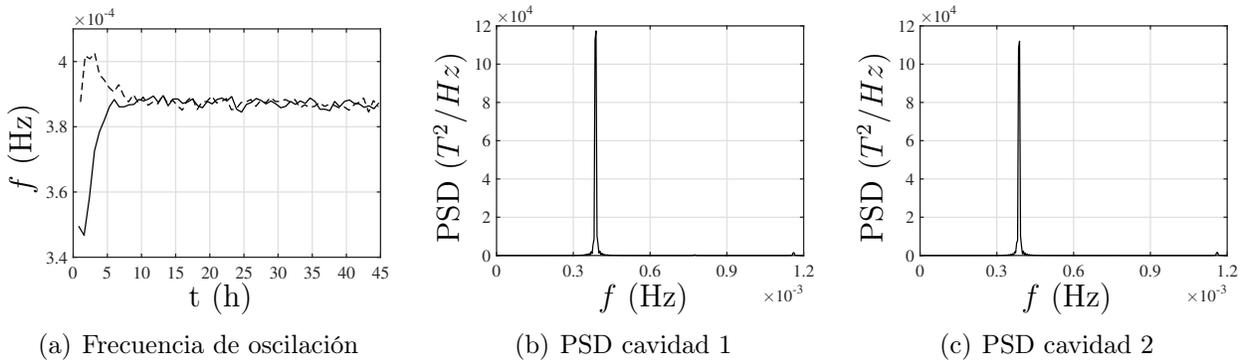


Figura 4.27:  $\Delta T = 4$  °C, condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Para el caso con condiciones iniciales con  $B_2$  el comportamiento de la frecuencia, Fig. 4.28(a), es muy similar al caso con  $B_1$ , se estabiliza al mismo tiempo que en las oscilaciones de temperatura, 6.33 horas para este caso. Al calcular el PSD de ambas cavidades (Figs. 4.28(b) y 4.28(c)), este arroja que en cada cavidad solo existe una sola frecuencia dominante con valor de  $3.86 \times 10^{-4}$  Hz, mismo valor para ambas cavidades, con lo que se puede decir que ambas oscilaciones tienen una misma frecuencia, cumpliéndose el segundo requisito para la existencia del fenómeno de sincronización.

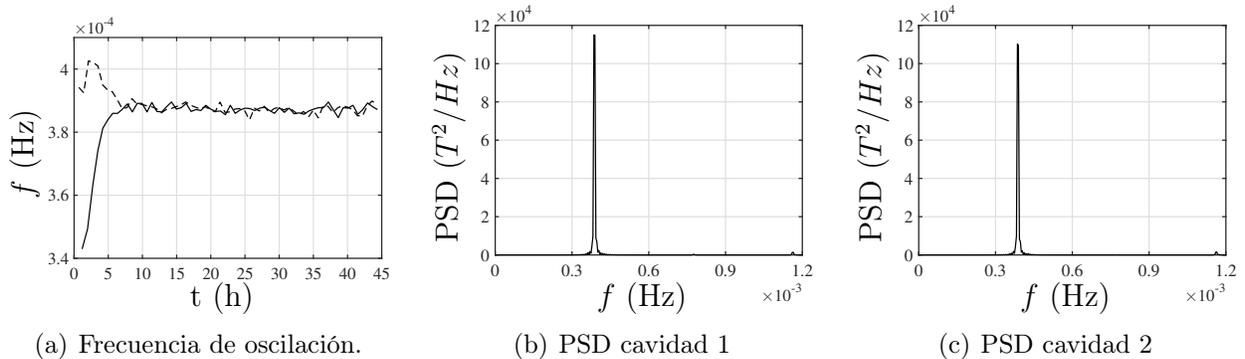


Figura 4.28:  $\Delta T = 4$  °C, condiciones iniciales  $B_2$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Los siguientes dos experimentos con condiciones iniciales  $B_1$  y  $B_2$  de esta sección corresponden a una  $T_C = 22$  °C lo que es igual a una  $\Delta T = 3$  ° con una duración por corrida experimental de 45 horas. Para esta  $T_C$  la fig. 4.29 muestra las oscilaciones de temperatura tanto para condiciones iniciales  $B_1$  como para  $B_2$ ; en la Fig. 4.29(a) se muestran las primeras seis horas del experimento con condiciones iniciales  $B_1$  que corresponden al tiempo de transición antes de que las oscilaciones alcancen estabilidad, esta estabilidad se alcanzó a las 7.88 horas del experimento. En el caso con condiciones iniciales  $B_2$ , Fig.4.29(c), las oscilaciones alcanzaron la estabilidad a las 6.16 horas del experimento. Cuando las oscilaciones alcanzan estabilidad, Fig. 4.29(b), se hace visible que el periodo  $\tau$  tanto de  $T_1(t)$  como de  $T_2(t)$  se mantiene sin cambios importantes lo que se traduce a que en ambas cavidades se mantiene su frecuencia sin cambios significativos; a la par, la diferencia de fase entre las oscilaciones de las cavidad 1 y la cavidad 2 se mantiene también sin cambios significativos.

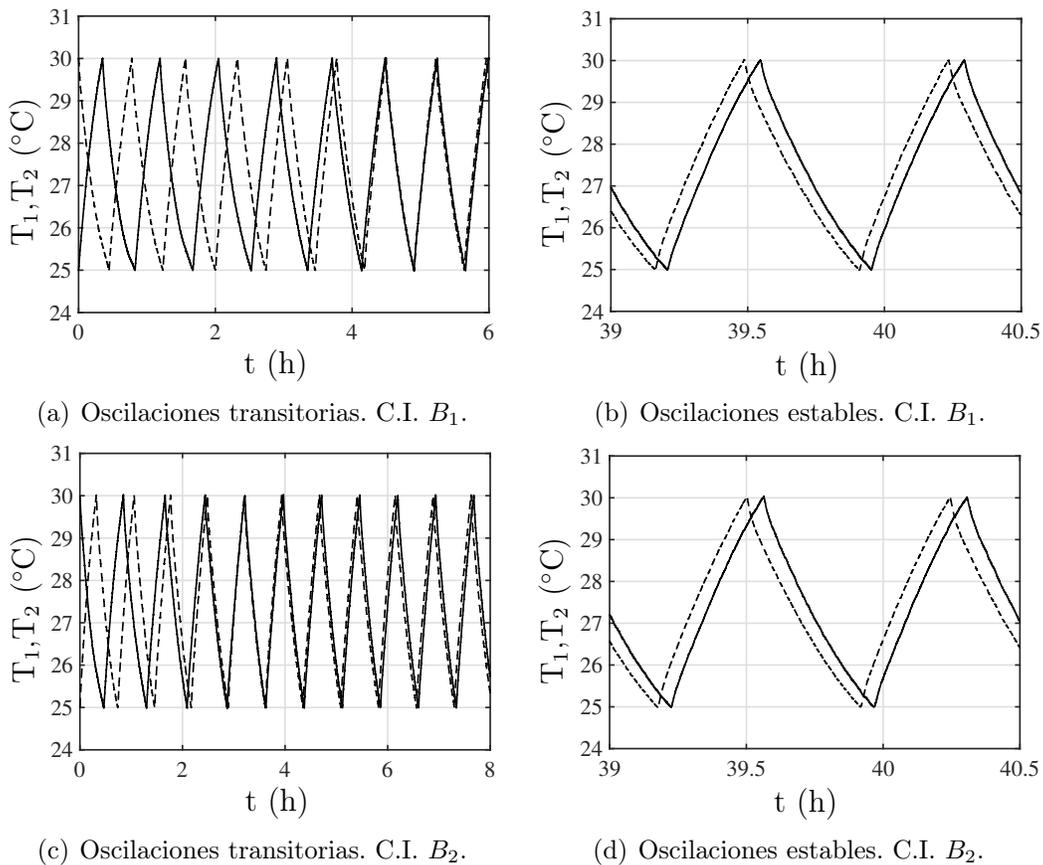


Figura 4.29:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 3$  °C, pared común  $C_{O_2}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

La frecuencia de las oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para el caso con condiciones iniciales  $B_1$  muestra, al igual que en el caso de la temperatura, una etapa de transición debido al ajuste de las oscilaciones para posteriormente seguir un comportamiento fluctuante sin cambios importantes, Fig. 4.30(a). El cálculo de PSD para ambas cavidades pone de manifiesto que solo existe una frecuencia dominante tanto para  $T_1(t)$  como para  $T_2(t)$  ( Figs. 4.30(b) y 4.30(c)) y, como en el caso anterior, esta frecuencia es del mismo valor para ambas cavidades  $3.74 \times 10^{-4}$  Hz.

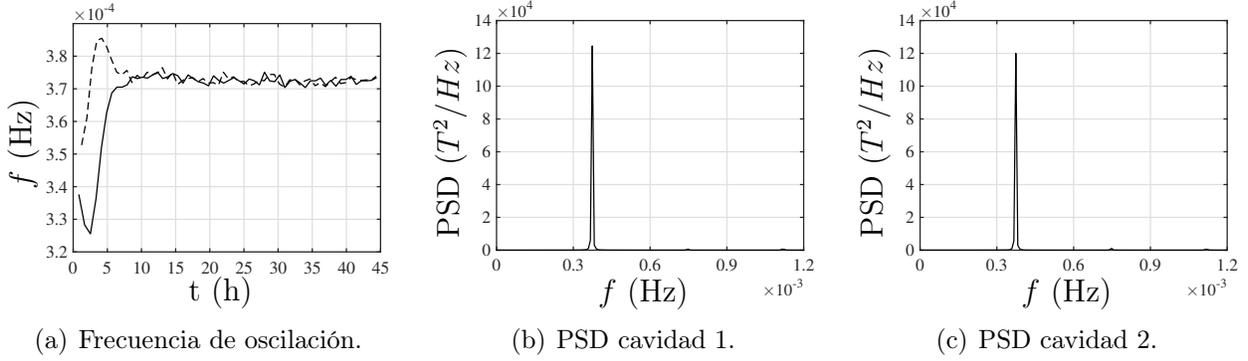


Figura 4.30:  $\Delta T = 3$  °C, condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $C_{O_2}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

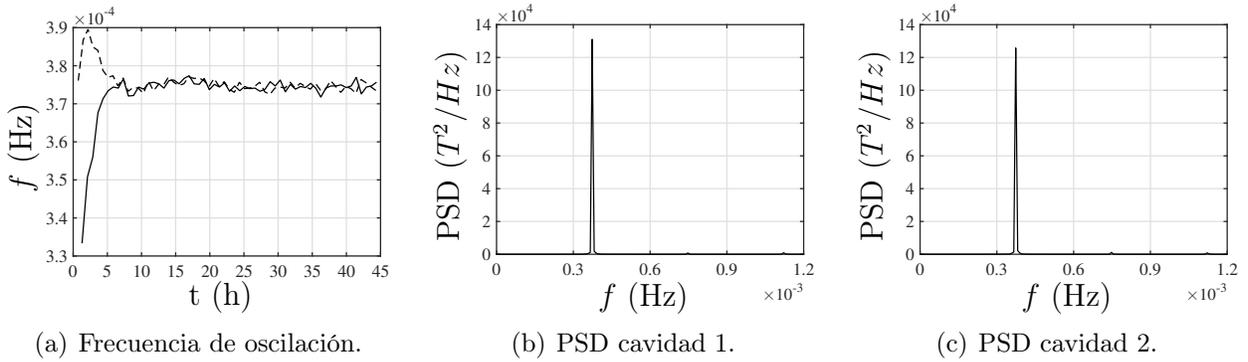


Figura 4.31:  $\Delta T = 3$  °C, condiciones iniciales  $B_2$ , pared común  $C_{O_2}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Para el caso con condiciones iniciales  $B_2$ , el comportamiento de la frecuencia vuelve a mostrar una etapa de transición, tiempo equivalente a la estabilización de las oscilaciones de temperatura, Fig. 4.31(a). El cálculo de PSD para ambas cavidades—Figs. 4.31(b) y 4.31(c)—revela que las oscilaciones de  $T_1(t)$  tiene una sola frecuencia dominante con valor de  $3.74 \times 10^{-4}$  Hz, de igual manera, para  $T_2(t)$  existe una sola frecuencia dominante del mismo valor que  $T_1(t)$ .

El tercer par de experimentos se realizaron con una  $T_C = 23$  °C donde cada corrida experimental duró 45 horas. En la Fig. 4.32 se muestran las oscilaciones de temperatura de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para ambas condiciones iniciales. Para el caso con C.I.  $B_1$ , Fig. 4.32(a), se muestra el intervalo de tiempo en cual las oscilaciones son inestables o transitorias y donde el tiempo necesario para alcanzar la estabilización fue de 14.38 horas; también, en el caso de C.I.  $B_2$  se aprecia una primera etapa de transición hacia oscilaciones estables donde este etapa tiene una duración de 4.76 horas .

Una vez alcanzadas oscilaciones estables, Figs. 4.32(b) y 4.32(d) para ambas cavidades se aprecia a simple vista que sigue existiendo una  $\Delta\phi$  negativa entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . El periodo de cada temperatura también se mantiene, a simple vista, sin cambios significativos y por ende es presumible asumir que la frecuencia también se mantendrá sin cambios importantes.

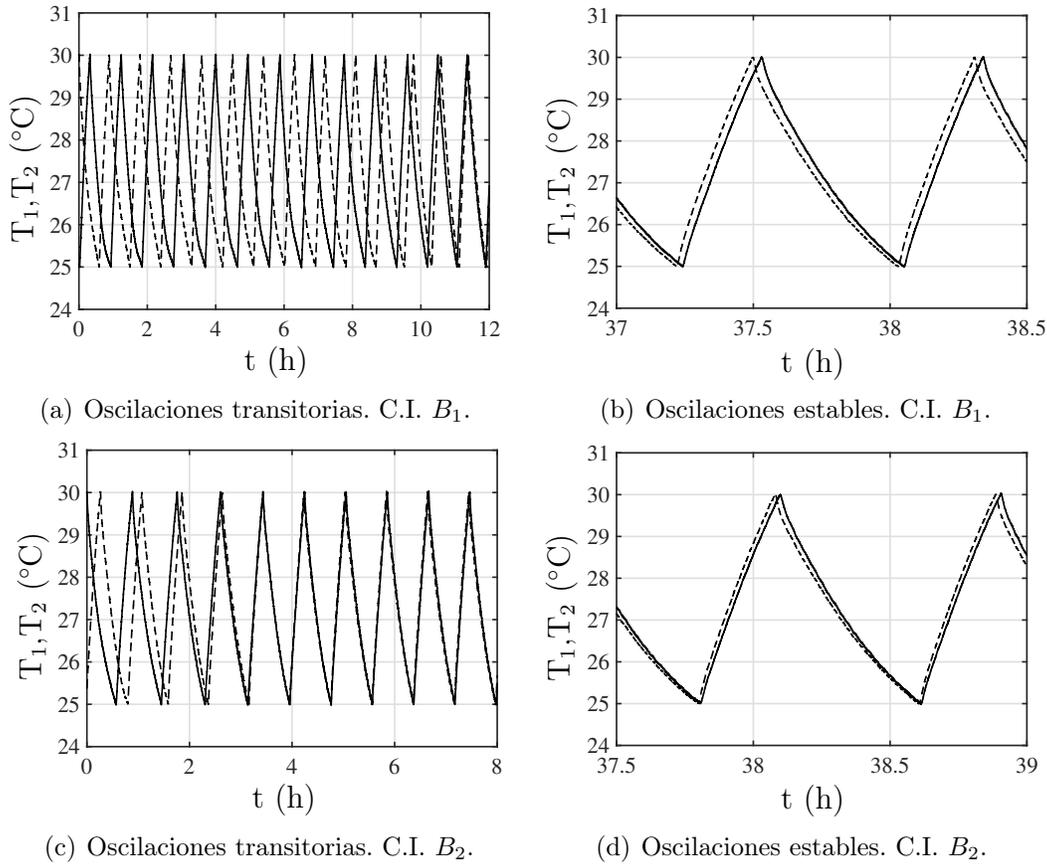


Figura 4.32:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , pared común  $\text{CO}_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Del análisis de la frecuencia se desprende que para ambas cavidades y para ambas condiciones iniciales, existe una etapa de transición antes que la frecuencia se estabilice, es decir, que no tenga cambios significativos. Para el caso con  $B_1$ , la frecuencia muestra más variaciones en comparación a los casos anteriores, Fig. 4.33(a), sin embargo, aún con estas variaciones en la frecuencia de ambas cavidades el análisis de las oscilaciones de temperatura por medio del PSD arroja que para la cavidad 1, Fig. 4.33(b) existe una frecuencia dominante con valor de  $3.43 \times 10^{-4}\text{Hz}$ , también existe otro pico de frecuencia pero por tener una potencia mucho menor se considera despreciable y por ende se considera que  $T_1(t)$  oscila a una sola frecuencia. Para la cavidad 2 el PSD muestra también dos picos de frecuencia, Fig. 4.33(c) y, como en la cavidad 1, se desprecia el pico pequeño por ser de una potencia mucho menor que el pico que tiene una frecuencia de  $3.43 \times 10^{-4}\text{Hz}$  considerándose esta la frecuencia dominante y a la cual oscila  $T_2(t)$ . La frecuencia dominante para ambas cavidades coinciden en valor por lo tanto se puede decir que la frecuencia de sincronización para este caso es que el que se mencionó anteriormente en este párrafo.

Para el caso con  $B_2$ , la frecuencia en ambas cavidades parece comportarse de mejor manera que en  $B_1$  y haciendo el análisis de PSD arroja que para la cavidad 1 existen dos picos de frecuencia uno de mayor potencia y uno de menor magnitud que se considera despreciable, Fig. 4.34(b), por lo tanto se considera que para  $T_1(t)$  solo existe una frecuencia de oscilación de valor  $3.43 \times 10^{-4}\text{Hz}$ . Para la cavidad 2, también hay dos picos de frecuencia, Fig. 4.34(c), donde al igual que para la cavidad 1, se desprecia el pico de menor magnitud y se considera que la frecuencia dominante para  $T_2(t)$  es del valor de  $3.43 \times 10^{-4}\text{Hz}$ . Considerando que la frecuencia dominante es del mismo valor para ambas cavidades se establece que esa es la frecuencia de sincronización para este caso.

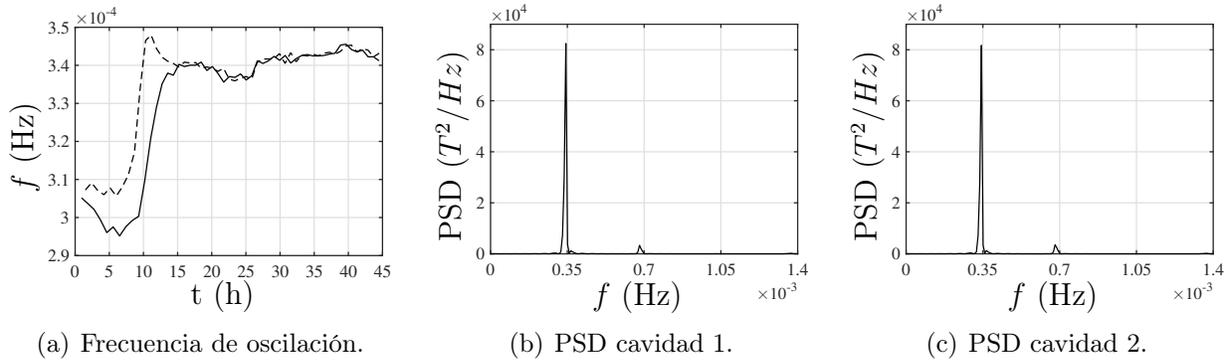


Figura 4.33:  $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

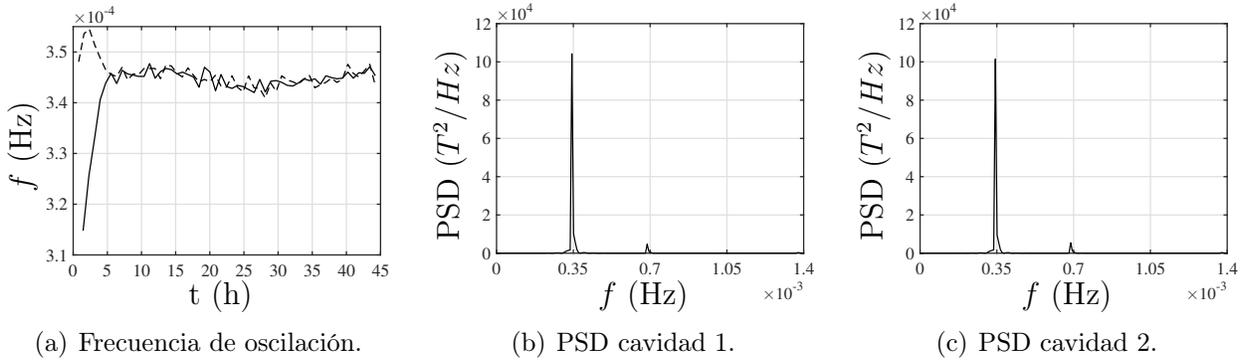


Figura 4.34:  $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $B_2$ , pared común  $Co_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

El último par de experimentos se realizaron a una  $T_C = 24\text{ }^\circ\text{C}$  lo que da una  $\Delta T = 1\text{ }^\circ\text{C}$  y cada experimento tuvo una duración de 45 horas, en la Fig. 4.35 se muestran las oscilaciones de temperatura para cada caso de condiciones iniciales. Para el caso con  $B_1$ , Fig. 4.35(a) la etapa de transición a oscilaciones estables fue aproximadamente a las 5.49 horas de iniciado el experimento. Al estabilizarse las oscilaciones de temperatura, Fig. 4.35(b), se hace evidente que existe una mayor diferencia de fase entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  y que en este caso es la cavidad 1 quien se adelanta a la cavidad 2; también se observa que existe un intervalo de tiempo en que mientras la temperatura de la cavidad 1 se encuentra en aumento—calentador encendido—, la cavidad 2 esta enfriándose—calentador apagado— y viceversa, mientras la cavidad 1 esta enfriándose, la cavidad 2 esta calentándose. Por otro lado, para el caso con  $B_2$ , no hubo oscilaciones transitorias, Fig. 4.35(c), ya que prácticamente las oscilaciones siguieron el mismo comportamiento desde la primera oscilación; aun así, al observar el mismo intervalo de tiempo (Fig.4.35(d)) que en los experimentos anteriores donde se consideró oscilaciones estables se observa el mismo comportamiento que para el caso con  $B_1$ : la cavidad 1 se adelanta a la cavidad 2 y se observan los intervalos de enfriamiento-calentamiento calentamiento-enfriamiento entre las cavidades debido a la separación que existe entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . Esta separación entre temperaturas se verá en esta misma sección más adelante.

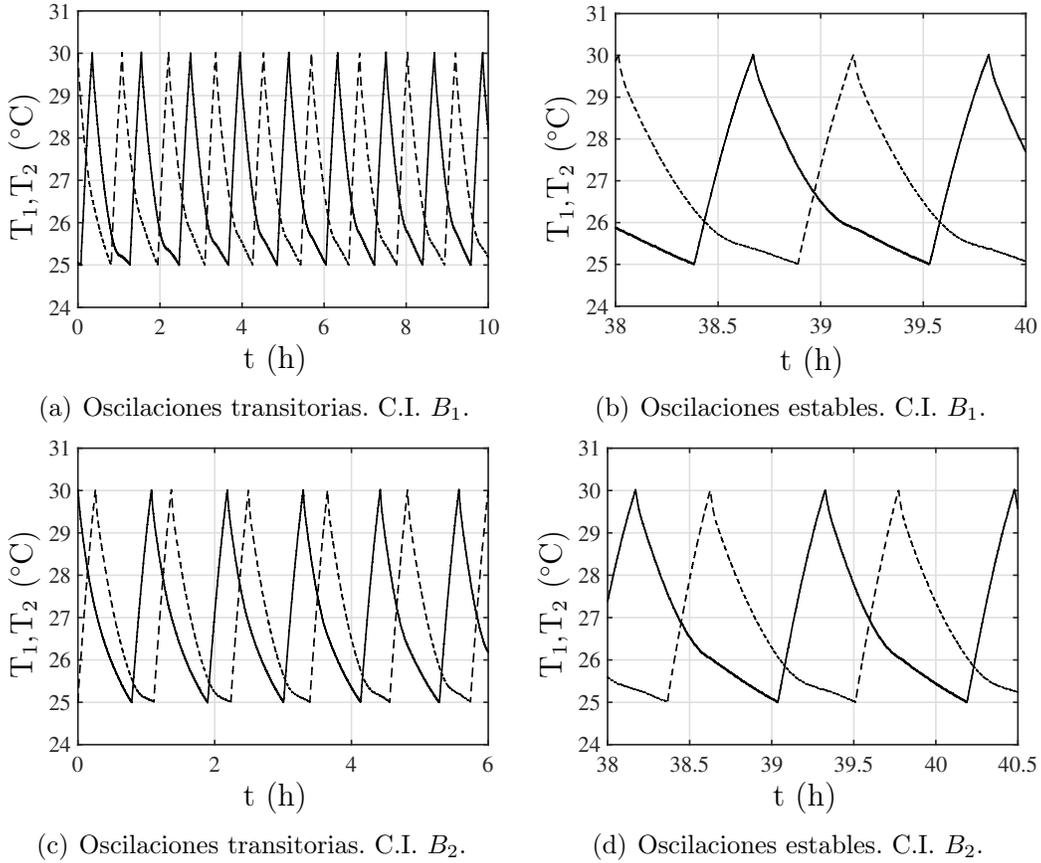


Figura 4.35:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , pared común  $\text{CO}_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Para el caso con  $B_1$  (Fig.4.36(a)) se observa que la frecuencia de oscilación tanto para  $T_1(t)$  como para  $T_2(t)$ , una vez alcanzada la estabilidad en las oscilaciones, se encuentra entre  $2.35 \times 10^{-2}\text{Hz}$  y  $2.45 \times 10^{-2}\text{Hz}$  con dos máximos y un mínimo de valor; haciendo el análisis del PSD para las dos cavidades se observa que  $T_1(t)$  (Fig. 4.36(b)) y  $T_2(t)$  (Fig. 4.36(c)) tienen una sola e igual frecuencia dominante de  $2.44 \times 10^{-4}\text{Hz}$ ; sin embargo para este caso, la frecuencia armónica (o secundaria) se hace más visible en ambas cavidades, donde dicha frecuencia es 2 veces el valor de la dominante. Aún con lo anterior, debido a que tanto frecuencia dominante y secundaria son del mismo valor en ambas cavidades y que la dominante es aproximadamente 5 veces mayor a la secundaria, es presumible asumir que los sistemas están sincronizados en frecuencia.

Para el caso con  $B_2$ , Fig. 4.37(a), la frecuencia varía dentro del mismo rango que en el caso con  $B_1$  existiendo de igual forma dos máximos y un mínimo. El análisis de PSD de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  arroja que también ambas oscilan a una única frecuencia dominante de  $2.37 \times 10^{-4}\text{Hz}$  y que, al igual que en caso anterior, comparten una misma frecuencia secundaria (frecuencia armónica) del doble de la dominante, véase Figs 4.37(b) y 4.37(c). Sin embargo, la potencia de la frecuencia dominante es aproximadamente 7 veces más grande que la potencia de la frecuencia secundaria por lo cual podemos prescindir de la última y considerar que la temperatura de las cavidades oscilan a la frecuencia dominante y por lo tanto los sistemas están sincronizados en frecuencia.

Aunque la teoría básica del fenómeno de sincronización dicta que para el tipo de osciladores considerados en este estudio solo debería poseer un solo pico de potencia del análisis del PSD y que por ende es la frecuencia de sincronización, la existencia del fenómeno se confirma con el estudio del diagrama de fase y del parámetro Kuramoto los cuales se verán más adelante en esta misma sección.

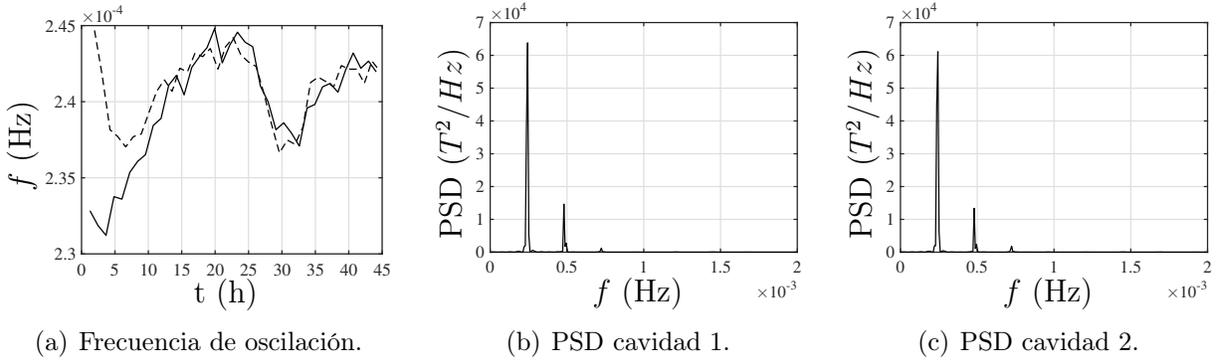


Figura 4.36:  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $C_{o2}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

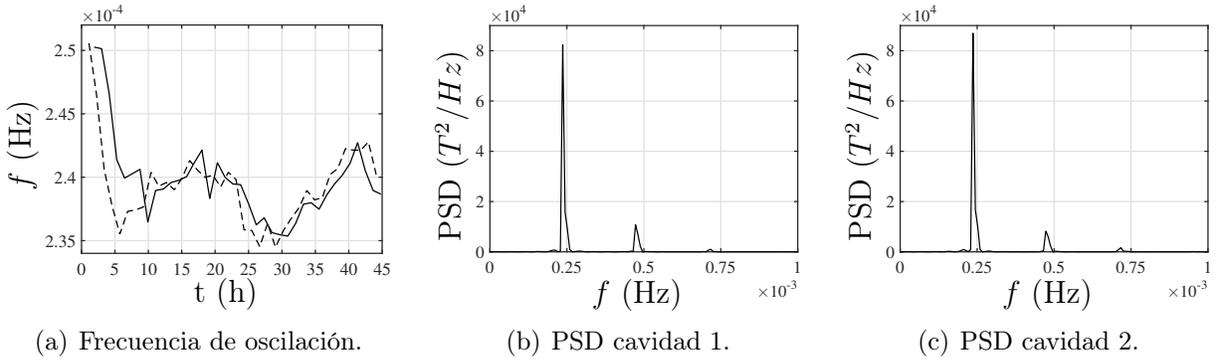


Figura 4.37:  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $B_2$ , pared común  $C_{o2}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

A manera de resumen, En la Fig. 4.38 se gráfica la frecuencia de sincronización  $f$  obtenida por el análisis de PSD en los tres tipos de condiciones iniciales,  $A$  de la Sección 4.2,  $B_1$  y  $B_2$  de la presente sección. Los subíndices corresponden al tipo de condición inicial. Como se observa, las condiciones iniciales no tienen un efecto importante para las primeras  $T_C$  de temperatura, de hecho, para  $T_C = 22^\circ\text{C}$ , la frecuencia de las condiciones iniciales  $B$  difieren 2% con respecto a las condiciones  $A$ . Sin embargo, es en  $T_C = 24^\circ\text{C}$  donde la frecuencia sufre una caída del 18% con respecto a las condiciones  $A$

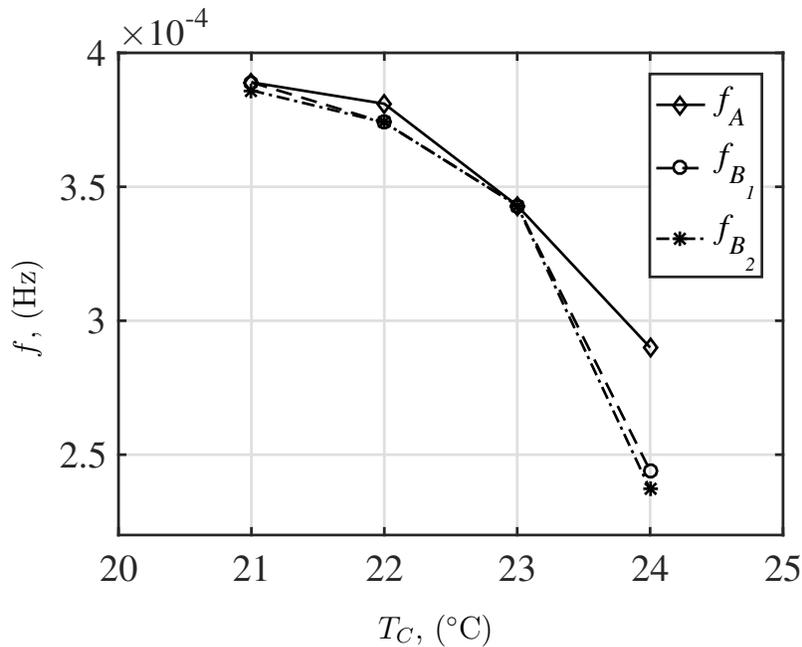


Figura 4.38: Frecuencia de sincronización a diferentes condiciones iniciales, pared común  $CO_2$ .

Como se mencionó anteriormente, las condiciones iniciales tienen un efecto importante sobre la diferencia de fase entre las temperaturas  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  la cual se aprecia en las gráficas de las oscilaciones de temperatura estables, ahora es momento de mencionar los cambios que suceden en dicha diferencia de fase. Para el sistema de osciladores térmicos involucrados en este estudio se tienen dos diferencias de fase, cuando la temperatura alcanza  $T_U$  durante el proceso de calentamiento y cuando alcanza  $T_L$  al final de la etapa de enfriamiento. En la Fig. 4.39 se muestra la evolución de la diferencia de fase cuando la temperatura alcanza  $T_L$  para las cuatro temperaturas de cámara involucradas en esta sección y, para cada temperatura, se hace un comparativo entre las tres diferentes condiciones iniciales utilizadas en esta sección: A,  $B_1$  y  $B_2$ . Para  $T_C = 21$  °C, la Fig. 4.39(a) presenta que A tiene una evolución de  $\Delta\phi$  con valores mayores a las otras dos C.I., de la sección anterior para A se tiene una mediana estadística igual  $-20$  °; para el caso de  $B_1$  la diferencia de fase fluctúa en un rango mucho menor que en A y a simple vista tiene un comportamiento más “estable” para el cual se tiene una mediana estadística de  $-32$  °. Por otro lado,  $\Delta\phi$  en  $B_2$  muestra un comportamiento más estable comparado con las otras dos C.I. donde la mediana estadística es del mismo valor que en  $B_1$ ,  $-32$  °.

De igual forma, para  $T_C = 22$  °C, Fig. 4.39(b), la diferencia de fase para  $B_1$  tiene un comportamiento con menos variaciones que en el caso de A (de la sección 4.2 mediana de  $-7$  °), para este caso el valor de la mediana de  $\Delta\phi$  es de  $-22$  °. En el caso de  $B_2$ , la diferencia de fase vuelve a mostrar un comportamiento más estable con respecto a las otras dos C.I. y el valor de la mediana de  $\Delta\phi$  para este caso es de  $-22$  °.

Para la siguiente  $T_C$ ,  $\Delta T = 2$  °C, la diferencia de fase para las tres condiciones iniciales muestran comportamientos similares al alcanzar la estabilización, sin embargo, para el caso de  $B_1$  la diferencia de fase muestra al inicio del experimento una transición a la estabilización más inestable ya que la diferencia de fase pasa de valores negativos—lo que significa que  $T_2(t)$  se adelanta a  $T_1(t)$ —, para después pasar a positivos— $T_1(t)$  de adelanta a  $T_2(t)$ — y al final, volver a adelantarse la cavidad 2 a la cavidad 1 quedando la diferencia de fase en valores negativos al conseguir oscilaciones estables—valor de la mediana para este caso es de  $-7$  °— esta competencia entre oscilaciones de

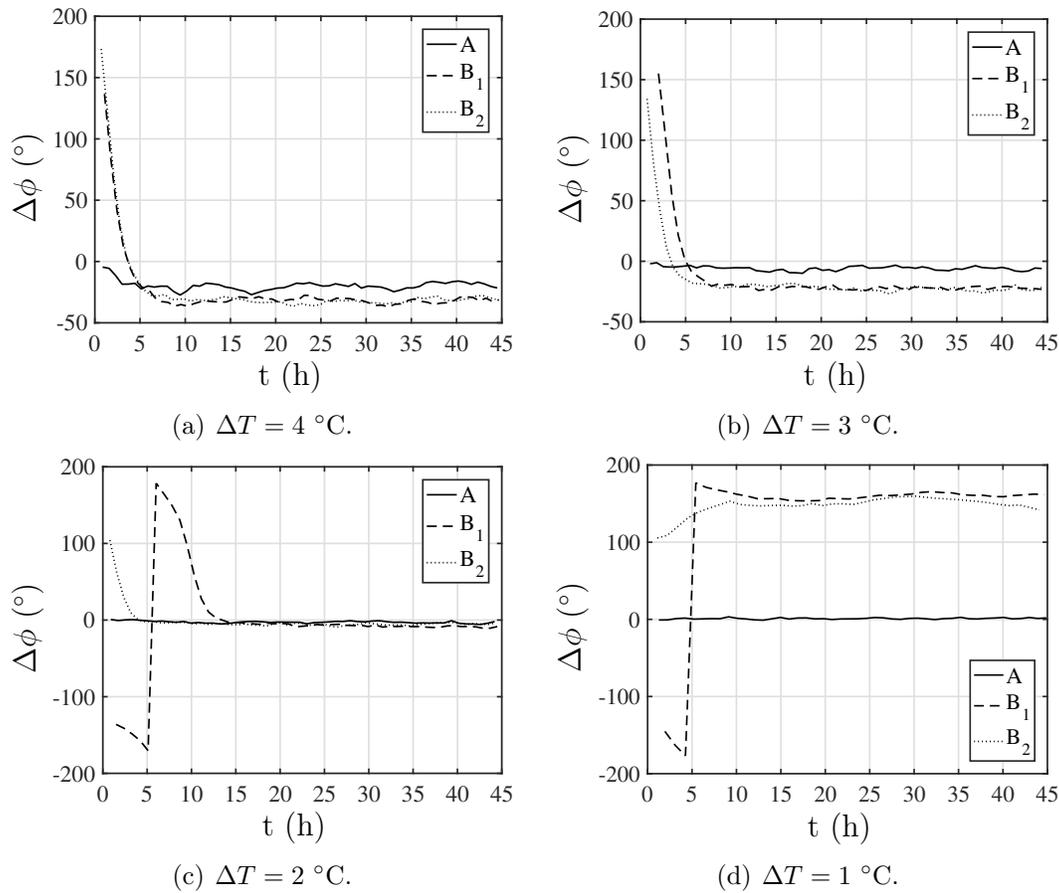


Figura 4.39: Diferencia de fase  $\Delta\phi(t)$  en  $T_L$ , pared común  $Co_2$ .

temperatura se puede apreciar también en la gráfica de temperaturas Fig.4.32(a). Para el caso con  $B_2$  la diferencia de fase tiene un comportamiento mucho menos inestable comparado con  $B_1$ , los valores de la diferencia de fase durante la etapa de transición pasan de ser positivos a negativos manteniéndose el signo durante la estabilidad; para este caso, el valor de la mediana de  $\Delta\phi$  para este caso es de  $-6^\circ$ .

Para la última  $T_C$ ,  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , vuelve a mostrarse un comportamiento peculiar en  $B_1$ ; en este caso, la diferencia de fase pasa de tener valores negativos a positivos y quedarse con este signo durante las oscilaciones estables de temperatura; en este caso, la diferencia de fase cambia de manera muy significativa con respecto a la presentada con condiciones iniciales  $A$  (de la sección 4.2  $\Delta\phi_{Me} = 1^\circ$ ) ya que la diferencia de fase se encuentra arriba de los  $90^\circ$ , la mediana de  $\Delta\phi$  es de  $160^\circ$  lo que significa que se la sincronización para este caso es cercana al tipo anti-fase. Para las C.I  $B_2$  el comportamiento es menos inestable en la etapa de transición y se comporta de manera similar al caso con  $B_1$  cuando se alcanzan oscilaciones estables; para este caso de igual forma se obtienen valores de  $\Delta\phi$  por encima de los  $90^\circ$ , con una mediana de  $152^\circ$  por lo cual se obtiene también una sincronización casi en anti-fase.

Para la diferencia de fase cuando la temperatura alcanza  $T_U$ , el comportamiento es similar a cuando se alcanza  $T_L$  para los cuatro valores de  $T_C$ , dicho comportamiento se hace visible en la Fig. 4.40. Para estos casos, la diferencia de fase es ligeramente mayor que en  $T_L$  a excepción para el caso con  $T_C = 24^\circ\text{C}$  donde es ligeramente menor a  $T_L$ . En la tabla 4.7 se asientan los valores que toman las medianas de  $\Delta\phi$  para estos casos con  $T_U$ .

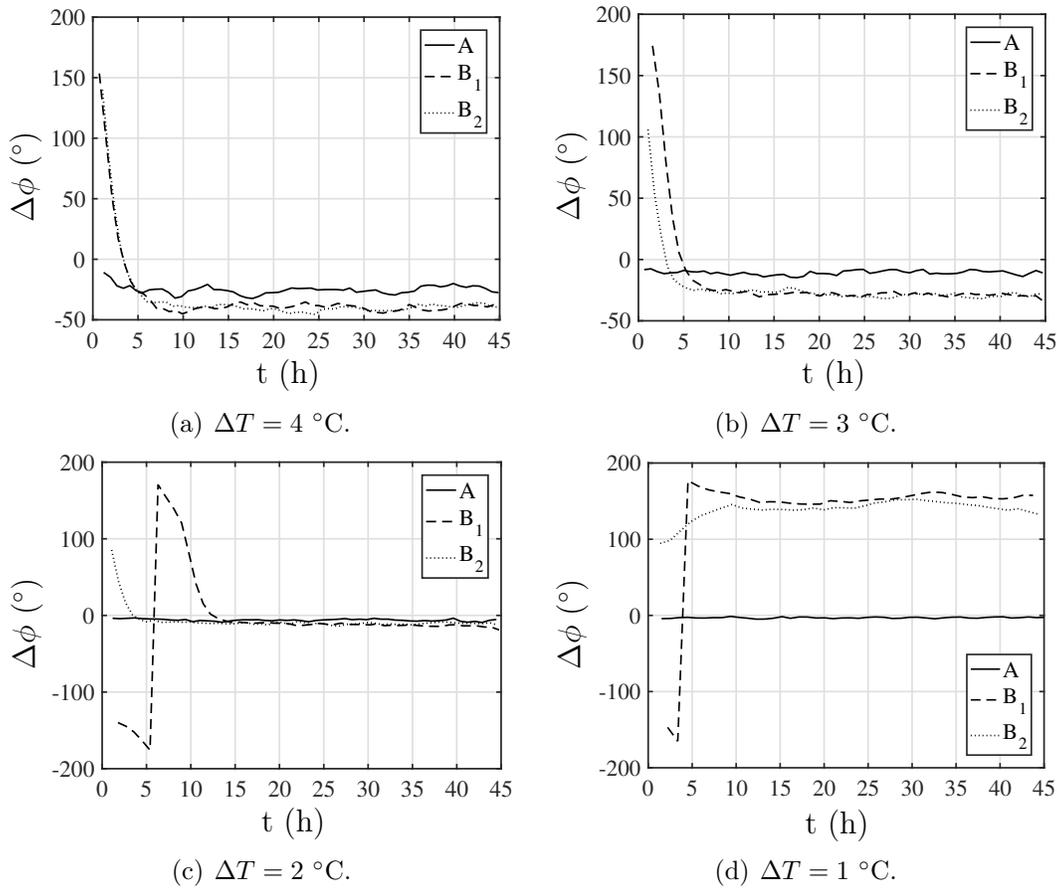


Figura 4.40: Diferencia de fase  $\Delta\phi(t)$  en  $T_U$ , pared común  $Co_2$ .

Con lo que respecta a los diagramas de fase, estos vuelven a ser ilustrativos para conocer el tipo de sincronización que se presenta para cada caso. En la Fig. 4.41 muestra los diagramas de fase para las cuatro temperaturas de  $T_C$  usando las condiciones iniciales  $B_1$ ; para  $T_C = 21^\circ\text{C}$ , Fig. 4.41(a), el diagrama de fase muestra una formación rectangular con formación al sentido de las manecillas del reloj lo que significa que la diferencia de fase es de signo negativo, los dos lados más cortos muestran el tamaño de las diferencias de fase en  $T_U$  y  $T_L$ , que comparándolos con el diagrama de fase para las condiciones iniciales  $A$ , Fig. 4.24(a), es de mayor tamaño, para este caso el diagrama muestra el comportamiento de sincronización fuera-de-fase. Para el caso con  $T_C = 22^\circ\text{C}$  el diagrama de fase, Fig. 4.41(b), muestra una forma rectangular más angosta que en el caso anterior, plasmando una diferencia de fase de menor tamaño, que al igual que para  $T_C = 21^\circ\text{C}$ , es más grande que en el caso con condiciones iniciales  $A$  (Fig. 4.24(b)); de igual forma, el diagrama

Tabla 4.7: Efecto de las condiciones iniciales,  $\Delta\phi$  para  $T_U$ .

$T_C$ ( $^\circ\text{C}$ )	$\Delta T$ ( $^\circ\text{C}$ )	$\Delta\phi_{U,A}$ ( $^\circ$ )	$\Delta\phi_{U,B_1}$ ( $^\circ$ )	$\Delta\phi_{U,B_2}$ ( $^\circ$ )
21	4	-25	-39	-40
22	3	-11	-28	-29
23	2	-6	-12	-11
24	1	-3	153	143

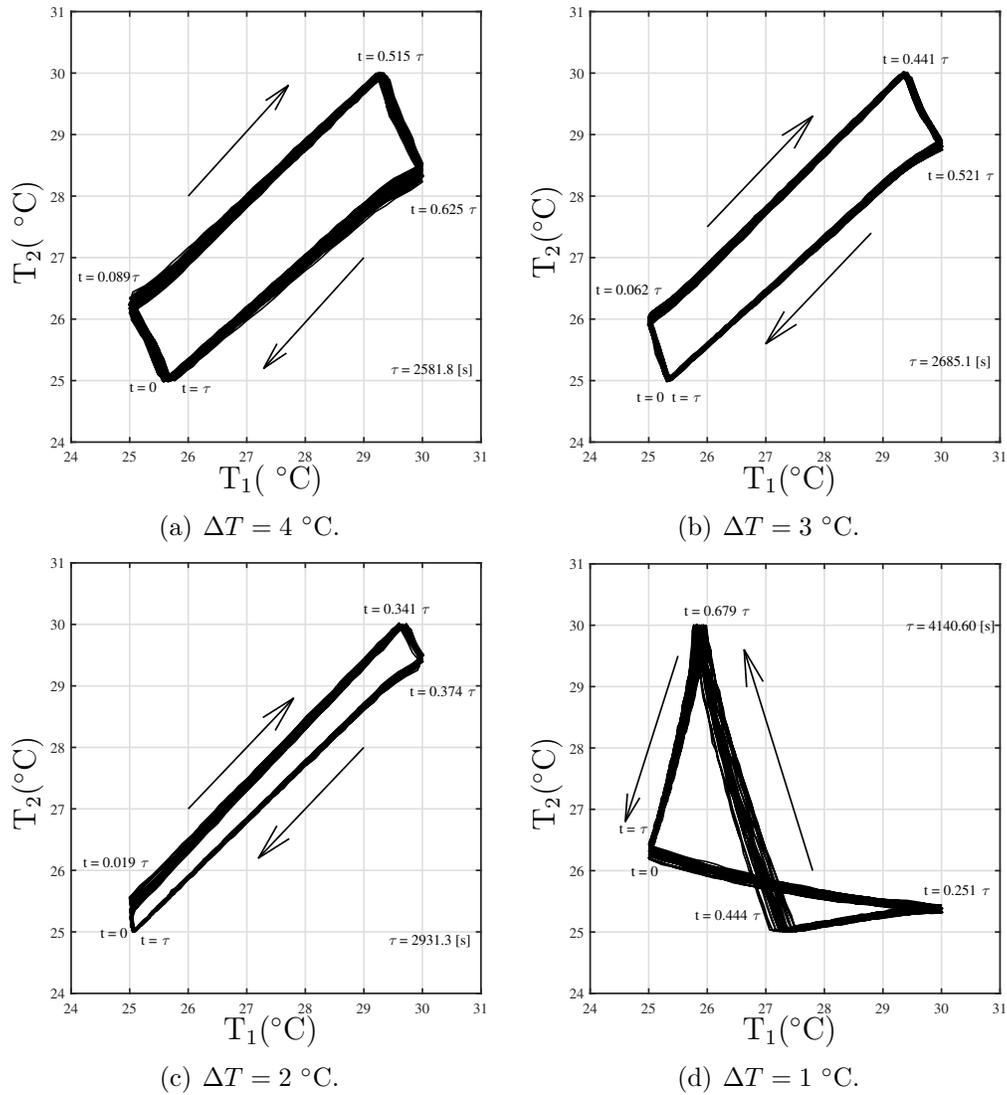


Figura 4.41: Diagramas de fase.  $T_C =$  (a)  $21 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (b)  $22 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (c)  $23 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (d)  $24 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $C_{O_2}$ .

de fase tiene un sentido de formación en sentido horario de las manecillas del reloj traduciéndose en una diferencia de fase negativa, con este diagrama de fase se vuelve a confirmar la existencia de sincronización térmica fuera-de-fase. Por otro lado, para  $T_C = 23 \text{ } ^\circ\text{C}$ , el diagrama de fase toma una forma rectangular contrario al diagrama de fase para condiciones iniciales A, Fig. 4.24(c), donde se había encontrado sincronización casi en-fase; para este caso se obtuvo una sincronización fuera-de-fase ya que la forma del diagrama de fase es de forma rectangular al diferenciarse de manera clara los lados (diferencias de fase), el sentido de formación es en sentido horario lo que quiere decir que la diferencia de fase en  $T_U$  y  $T_L$  es negativa. El caso más peculiar es para  $T_C = 24 \text{ } ^\circ\text{C}$ , ya que, en el caso con condiciones iniciales A ( Fig. 4.24(d)) a esta misma temperatura de cámara se había encontrado sincronización en-fase, para este caso se ha encontrado sincronización a una diferencia de fase cercana a anti-fase, Fig.4.41(d). El diagrama de fase tiene una forma de infinito donde las flechas indican el sentido de formación del diagrama, para este diagrama, la diferencia de fase en  $T_L$  está representada por la distancia entre los puntos  $t = 0$  hasta  $t = 0.444\tau$  y la diferencia de fase en  $T_U$  es la distancia que hay entre los puntos  $t = 0.251\tau$  hasta  $t = 0.679\tau$ .

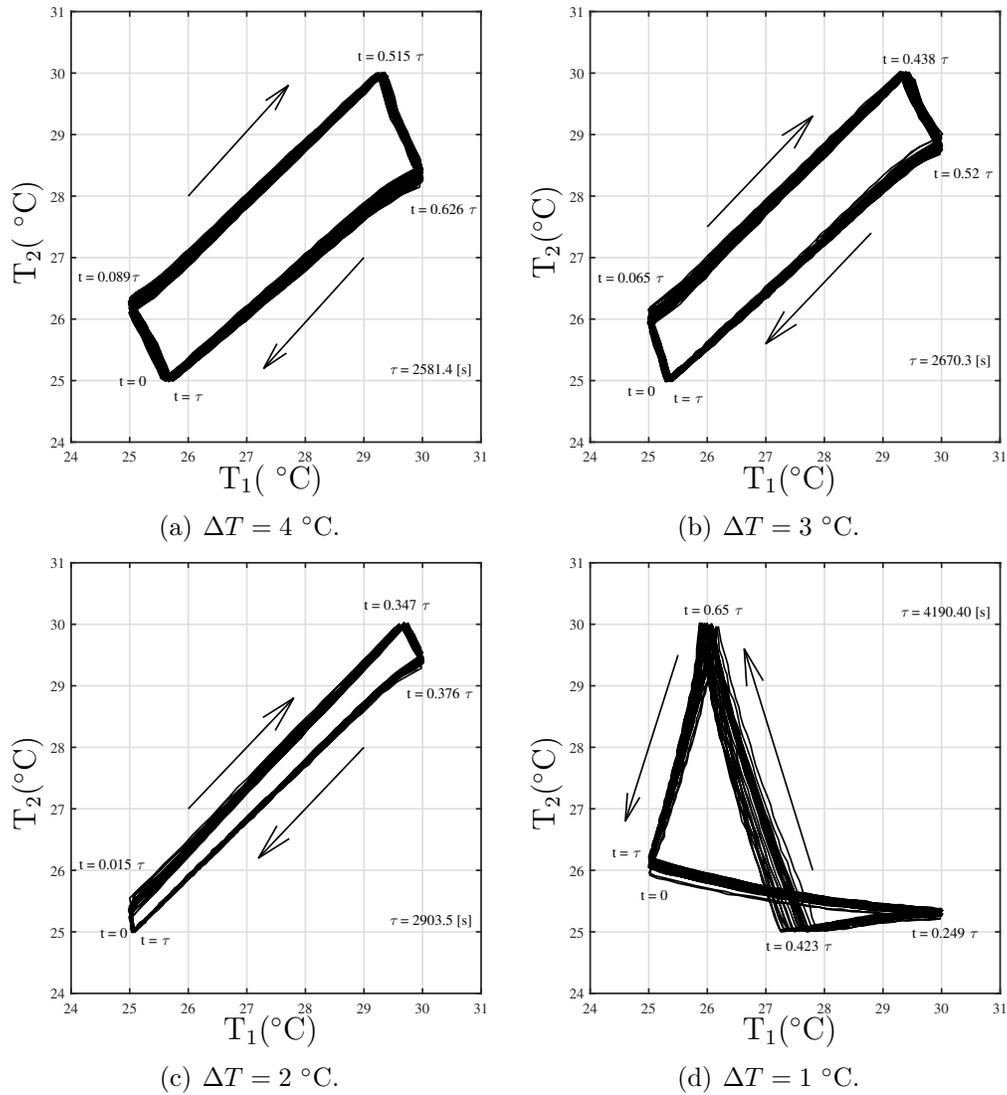


Figura 4.42: Diagramas de fase.  $T_C =$  (a)  $21 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (b)  $22 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (c)  $23 \text{ } ^\circ\text{C}$ , (d)  $24 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Condiciones iniciales  $B_2$ , pared común  $C_{O_2}$ .

Los diagramas de fase para las cuatro  $T_C$  con condiciones iniciales  $B_2$  se muestran en la fig. 4.42; como se observa, el tipo y tamaño de los diagramas es muy similar a sus pares con condiciones iniciales  $B_1$ .

Por último, el parámetro  $r$  de Kuramoto nos indica tres aspectos: primero, la etapa de transición mencionada anteriormente que precede a las oscilaciones estables; segundo, tiempo en el que se alcanzan oscilaciones estables; tercero, la existencia o ausencia de sincronización completa (frecuencia y diferencia de fase). Para las condiciones iniciales  $B_1$ , la Fig. 4.43 muestra el parámetro  $r$  de Kuramoto para cada temperatura  $T_C$ . Para  $T_C = 21 \text{ } ^\circ\text{C}$  (Fig. 4.43(a)),  $r(t)$  muestra en un principio un comportamiento irregular con grandes picos provocado por las grandes diferencias de fase en  $T_L$  y  $T_U$  al ajustarse  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ , posteriormente pasa por un intervalo de tiempo donde  $r(t) = 1$  lo que indica que algunas oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  están sincronizadas en-fase, después otro intervalo de tiempo donde los picos muestran un leve crecimiento para finalmente estabilizarse en un patrón de picos de perturbaciones en  $\Delta\phi$  provocados por el encendido y apagado del calentador de la cavidad 2 ( $\Delta\phi$  negativa): el pico pequeño se debe al encendido del calentador y el

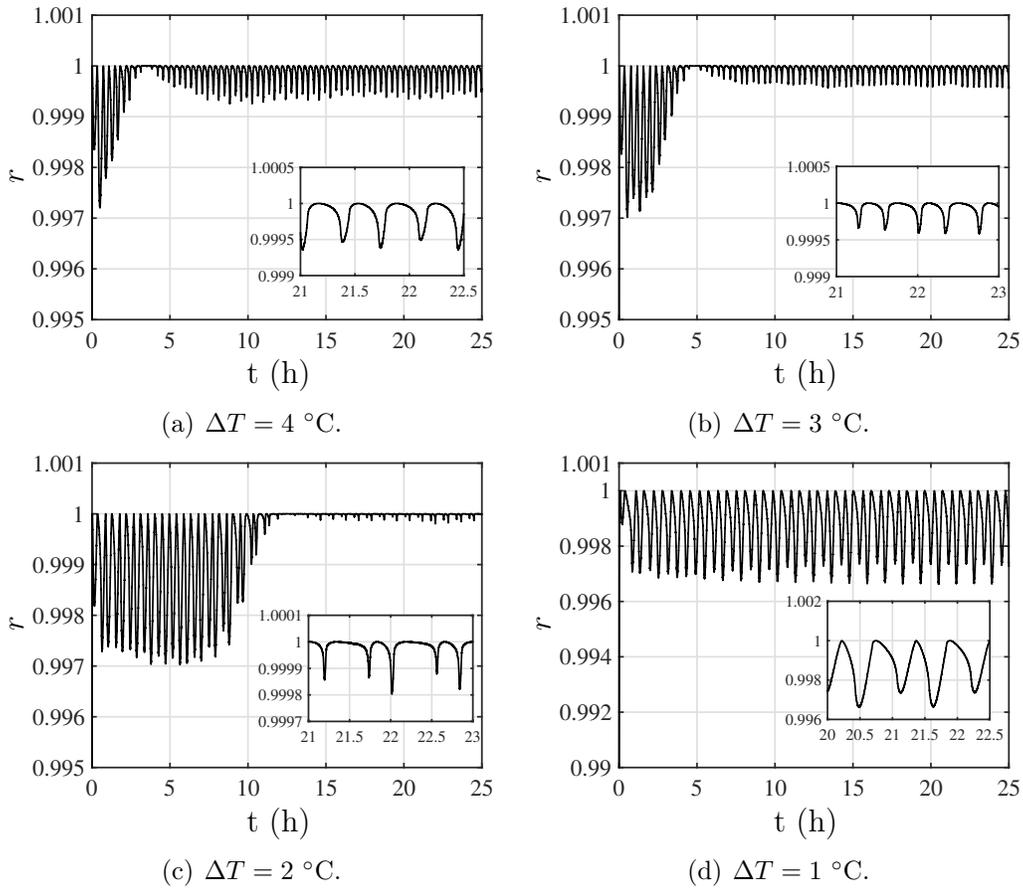


Figura 4.43: Parámetro de Kuramoto de orden  $r$ . Condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $C_{O_2}$ .

pico grande por el apagado. El primer patrón de pares de picos se localiza a las 7.4 horas del experimento y es donde las oscilaciones comienzan a ser estables. Dado que  $r(t)$  tiene una desviación de la unidad de solo 0.04 % y que el tamaño de los picos no cambian significativamente, así como su separación es casi equidistal, se considera que existe sincronización fuera-de-fase para este caso, tal como también lo indica su diagrama de fase.

Para  $T_C = 22 \text{ }^\circ$ , Fig. 4.43(b),  $r(t)$  tiene un comportamiento similar al caso anterior, primero una etapa de picos grandes debido al ajuste de las oscilaciones entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ , seguido de un muy breve intervalo de sincronización en-fase, posteriormente un ligero tramo de ajuste entre oscilaciones de temperatura entre ambas cavidades y finalmente la estabilización de oscilaciones reflejado en el patrón de picos de perturbación en  $\Delta\phi$  mismos que vuelven a ser provocados por el encendido y apagado del calentador de la cavidad 2 debido a la diferencia de fase negativa; para este caso la estabilización tal como se observa en la gráfica toma más tiempo que en el caso anterior, 7.9 horas. Es de observar que los picos de este caso son de menor tamaño que en  $T_C = 21 \text{ }^\circ\text{C}$  lo que significa que la diferencia de fase es menor, tal como se muestra en su diagrama de fase.  $r(t)$  en este caso tiene una desviación de la unidad de menos del 0.05 % y ya que los picos de perturbación muestran separaciones definidas, así como tamaños sin cambios importantes, se puede decir que existe sincronización fuera-de-fase.

Siguiendo con las condiciones iniciales  $B_1$ , en el caso de  $T_C = 23 \text{ }^\circ$ ,  $r(t)$  muestra un tiempo de transición de mayor tamaño que en los dos casos anteriores, observando la gráfica, Fig. 4.43(c), este tiempo es de aproximadamente 14.4 horas. De igual forma, los picos grandes al inicio es

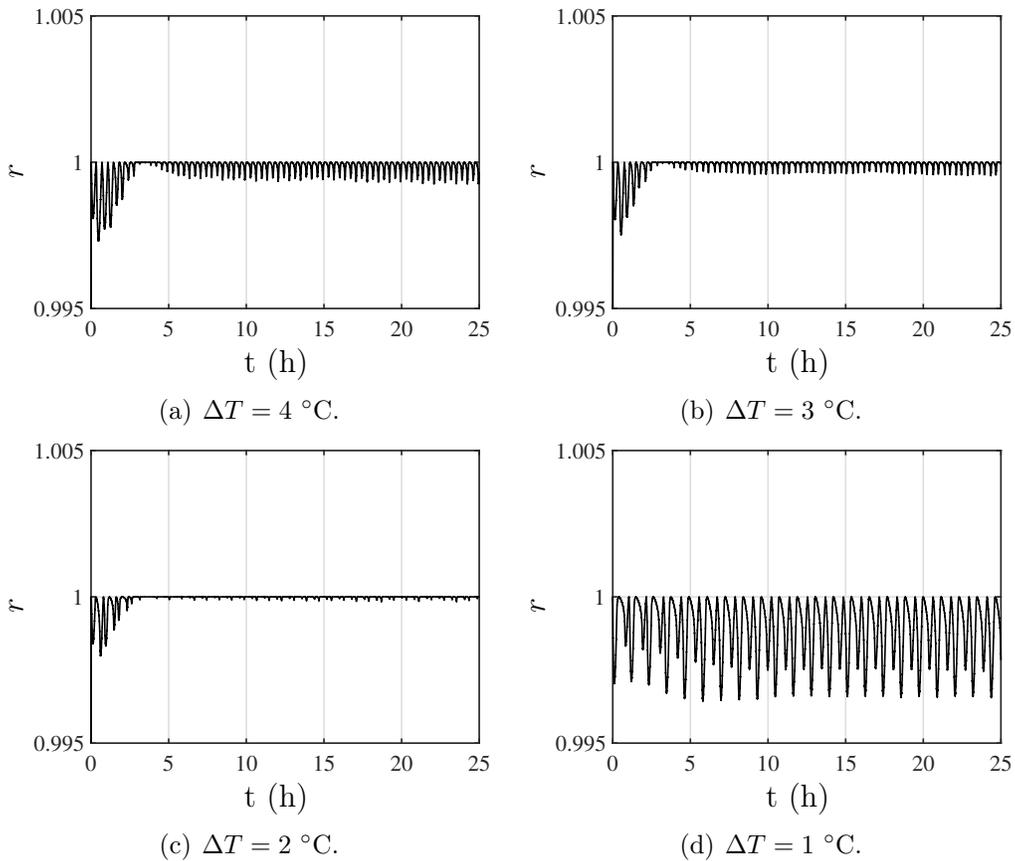


Figura 4.44: Parámetro de Kuramoto de orden  $r$ . Condiciones iniciales  $B_2$ , pared común  $C_{O_2}$ .

debido a la gran diferencia de fase que existe entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  al ajustarse sus oscilaciones entre ambas, el intervalo de tiempo con sincronización en-fase es de mayor tamaño para posteriormente estabilizarse a un patrón de picos de perturbación en  $\Delta\phi$  con separaciones definidas, donde el pico pequeño se debe al encendido del calentador de la cavidad 2 y el pico grande al apagado del mismo. Es de observar que, a diferencia del caso a la misma  $T_C$  con condiciones iniciales A, la sincronización en-fase ya no se presenta dando paso en este caso a una sincronización fuera-de-fase de menor magnitud a los dos casos anteriores con  $B_1$  tal como lo indica  $r(t)$  ya que su desviación de la unidad es de menos de 0.02 %.

Para el último caso,  $T_C = 24^\circ$ , el parámetro  $r$  (Fig. 4.43(d)) muestra un periodo de transición más "suave" de 5.5 horas aproximadamente, posteriormente la estabilización y sincronización se alcanza nuevamente al observarse un patrón de picos de perturbación en la diferencia de fase, solo que en este caso dichas perturbaciones las provoca el calentador de la cavidad 1 debido a la diferencia de fase positiva. El tamaño de los picos al ser más grande que en todos los casos anteriores sugiere una mayor diferencia de fase y dado que  $r(t) \approx 0.9965$  es decir, una desviación de 0.35 % se establece que para este caso existe sincronización fuera-de-fase el cual, con ayuda del diagrama de fase, se trata de una aproximación a sincronización anti-fase.

Una vez más, aun cuando las perturbaciones en  $\Delta\phi$  lo provocan el encendido y apagado de los calentadores de las cavidades, las perturbaciones (picos) se localizan en los puntos donde se intersecan  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ .

Con respecto al parámetro de Kuramoto para los casos con condiciones iniciales  $B_2$ , Fig. 4.44, es importante mencionar que el tamaño de los picos para cada  $T_C$  no presenta cambios significativos

con respecto a los casos con  $B_1$  y por ende se conserva el tipo de sincronización para cada  $T_C$  lo que lo hace independiente del uso ya sea de  $B_1$  o  $B_2$ . Donde si se observa un cambio importante con  $B_2$  es en los tiempos del alcance a oscilaciones estables, si bien, para los casos con  $T_C$  a 21 °C y 22 °C (Figs. 4.44(a) y 4.44(b))siguen existiendo tres etapas en el periodo de transición a oscilaciones estables que incluye un periodo de sincronización en-fase, es para  $T_C = 23$  °C, Fig. 4.44(c), donde se observa el mayor cambio donde el periodo de transición disminuyó hasta las 4.76 horas de iniciado el experimento y donde también se observa un tramo de tiempo donde se presenta sincronización en-fase. Por otro lado, para el caso a  $T_C = 24$  °C, el tiempo en alcanzar oscilaciones estables es de 5.5 horas aproximadamente, tiempo igual a su par con  $B_1$ .

Resta decir que aunque en la Secciones 4.1 y 4.2 la cámara de temperatura controlada tiene un efecto formador de sincronización, es su conjugación con las condiciones iniciales adecuadas que se puede encontrar los tres tipos de sincronización térmica: en-fase, fuera-de-fase y anti-fase, sin embargo, aún falta el estudio del efecto que tiene la pared común entre las cavidades adyacentes, es decir, el efecto de la capacitancia térmica en el fenómeno de sincronización térmica.

## 4.4. Efecto de la pared común

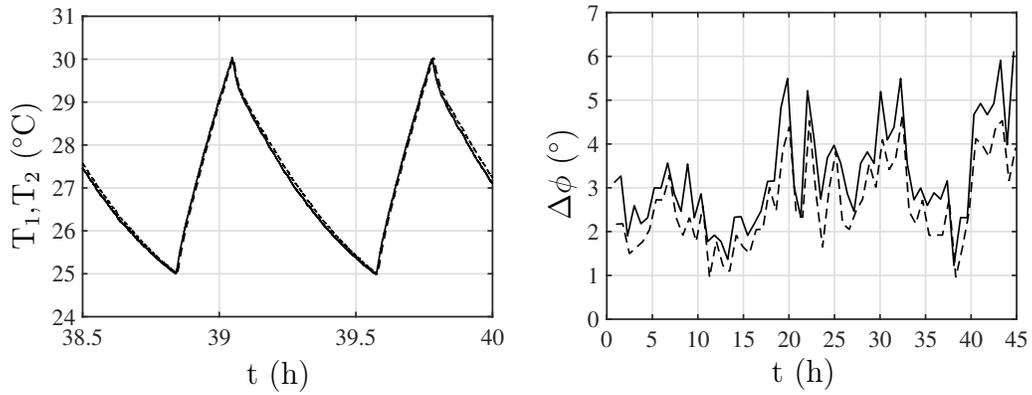
Anteriormente se ha visto el efecto que tiene la cámara de temperatura controlada ya sea sola o en conjunto con condiciones iniciales específicas y se ha encontrado sincronización en-fase, fuera-de-fase y un par de casos cerca de la anti-fase. También, en cada sección se han utilizado paredes comunes diferentes, mientras que en la Sección 4.1 se usó la pared común  $Co_1$  de cobre de 0.24 mm de espesor, en la Sección 4.2 y 4.3 se ha utilizado a la pared  $Co_2$ , también de cobre, de 1.27mm de espesor. Si bien el objetivo de esas secciones era encontrar en primera instancia el fenómeno y consecuentemente los factores que lo afectan, llama la atención las diferencias sustanciales en los resultados entre las paredes comunes utilizadas hasta ahora en este trabajo. Por lo tanto, es de interés el efecto que tiene la pared común sobre el fenómeno de sincronización térmica para un mismo tipo de condiciones iniciales y/o temperatura de cámara.

Del estudio previo de Sen [17] y usando como hipótesis que la pared común sirve como un capacitor de energía se hace uso del concepto de capacitancia térmica  $C$ . Para tener datos comparables en esta sección, se llevaron a cabo experimentos con la pared común  $AI_2$  de acero inoxidable AISI 304 de 1.27 mm de espesor, y la pared  $Co_3$  de cobre de 4.76 mm de espesor usando (como en las Secciones 4.1, 4.2 y 4.3) el termopar  $TC_A$  de cada cavidad como señal de control, y temperaturas límites  $T_L = 25\text{ }^\circ\text{C}$  y  $T_U = 30\text{ }^\circ\text{C}$ . Además de estas paredes, se utilizan los resultados obtenidos de las paredes  $Co_1$  y  $Co_2$  para realizar los análisis. En la Tabla 4.8 se muestran las capacitancias térmicas de las cuatro paredes comunes utilizadas para esta sección ordenadas de menor a mayor capacidad.

Tabla 4.8: Capacitancia térmica de paredes comunes.

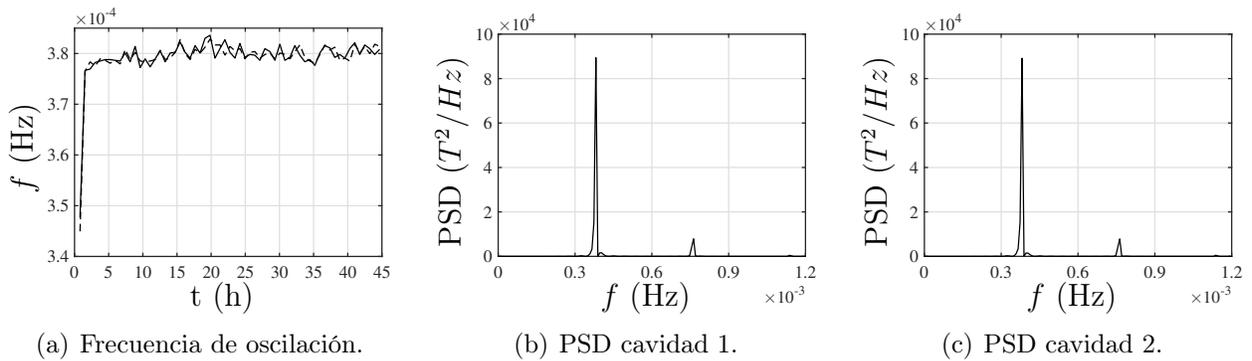
Pared común	Masa (Kg)	$c_p$ (J/KgK)	C (J/K)
$Co_1$	0.002	385	0.8
$Co_2$	0.026	385	10.1
$AI_2$	0.025	502.1	12.7
$Co_3$	0.106	385	40.9

El primer conjunto de experimentos a analizar es con una temperatura de cámara de  $23\text{ }^\circ\text{C}$  y condiciones iniciales  $A$  ( $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ ), para ello se realizaron experimentos con dichas condiciones para las paredes  $AI_2$  y  $Co_3$ ; los resultados para  $Co_1$  y  $Co_2$  fueron dados en las Secciones 4.1 y 4.2 respectivamente. Para  $AI_2$ ,  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  alcanzan estabilidad en sus oscilaciones después de la primera oscilación y una vez que las oscilaciones son estables  $T_1(t)$  muestra un muy ligero adelanto con respecto a  $T_2(t)$  tal como se muestra en la Fig. 4.45(a); de igual forma, también existe una mínima diferencia de fase entre ellas (Fig. 4.45(b)), con medianas de  $3^\circ$  en  $T_L$  y de  $2.5^\circ$  en  $T_U$ . Por otro lado, la frecuencia de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  muestra fluctuaciones (Fig. 4.46(a)) por lo cual se recurre a un análisis de la frecuencia via PSD, véase Figs. 4.46(b) y 4.46(c), el cual muestra que la temperatura de cada cavidad oscila a una sola frecuencia dominante y del mismo valor para ambas de  $3.81 \times 10^{-4}$  Hz. De igual forma también existe una frecuencia secundaria en las oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  de  $7.6 \times 10^{-4}$  Hz la cual es dos veces la frecuencia dominante y que al no ser producto de los instantes de encendido y apagado de los calentadores se refiere a una frecuencia armónica de las señales de temperatura.



(a) Oscilaciones estables de temperatura. — (b) Diferencia de fase: — en  $T_L$ , - - - en  $T_U$ .  
cavidad 1, - - - cavidad 2.

Figura 4.45:  $\Delta T = 2$  °C, pared común  $AI_2$ , condiciones iniciales  $A$ .



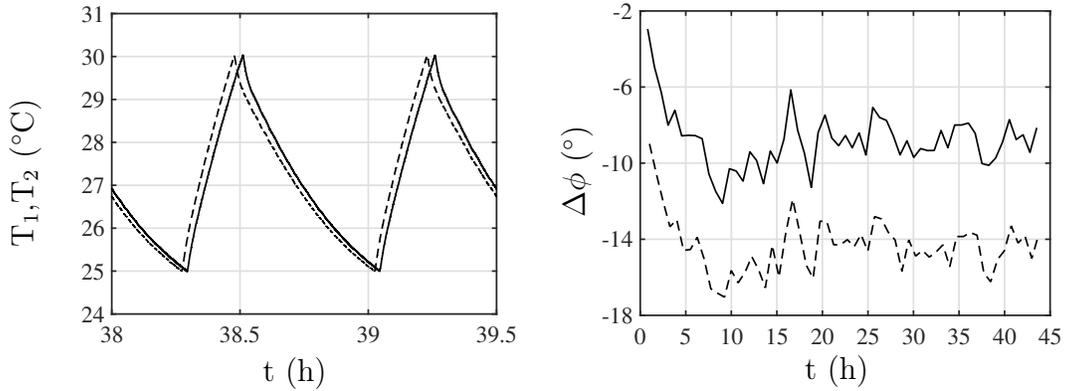
(a) Frecuencia de oscilación.

(b) PSD cavidad 1.

(c) PSD cavidad 2.

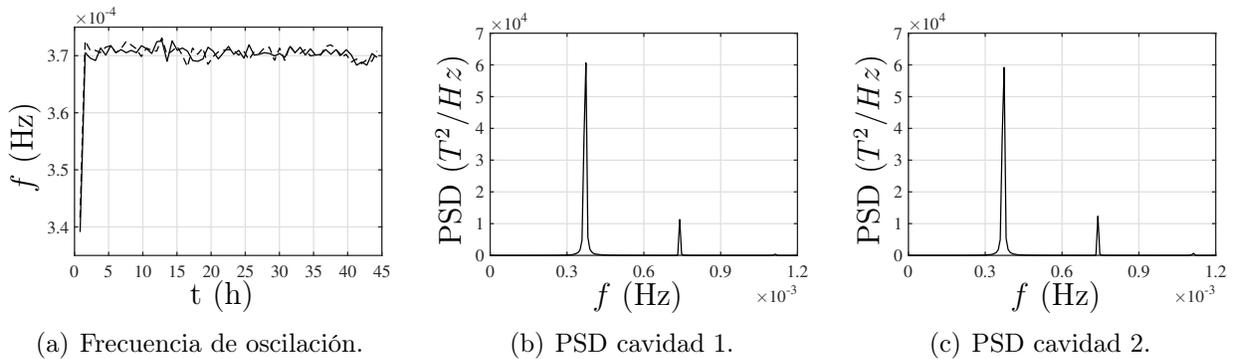
Figura 4.46:  $\Delta T = 2$  °C, condiciones iniciales  $A$ , pared común  $AI_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

En el caso de la pared  $Co_3$ , cuando se alcanzan oscilaciones estables de temperatura,  $T_2(t)$  se adelanta a  $T_1(t)$  (Fig. 4.47(a)) mostrando una diferencia de fase entre ellas (Fig. 4.47(b)) con medianas de  $-9^\circ$  y  $-14^\circ$  en  $T_L$  y  $T_U$  respectivamente. La frecuencia para este caso también presenta fluctuaciones, Fig. 4.48(a), por lo cual se hace un análisis de PSD que tiene como resultados que ambas señales de temperatura oscilen a una misma frecuencia dominante de  $3.74 \times 10^{-4}$  Hz además de la existencia de una frecuencia secundaria de  $7.4 \times 10^{-4}$  Hz la cual es dos veces el valor de la dominante y al no ser producto de los instantes de encendido y apagado de los calentadores de las cavidades se refiere a que es una frecuencia armónica de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ , véase Figs. 4.48(b) y 4.48(c).



(a) Oscilaciones estables de temperatura. — (b) Diferencia de fase: — en  $T_L$ , - - - en  $T_U$ .  
cavidad 1, - - - cavidad 2.

Figura 4.47:  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_3$ , condiciones iniciales A.



(a) Frecuencia de oscilación.

(b) PSD cavidad 1.

(c) PSD cavidad 2.

Figura 4.48:  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales A, pared común  $Co_3$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

Para ver el efecto que tiene la pared común se hace uso de los diagramas de fase en la Fig. 4.49. En dicha figura, los diagramas están acomodados de menor a mayor capacitancia térmica, de izquierda a derecha donde, a simple vista, se aprecia un cambio gradual en el tipo de sincronización presentada. Mientras que para  $Co_1$  (Fig. 4.49(a)) existe una sincronización muy cercana en-fase con un diagrama con tendencia a una línea recta a  $45^\circ$ , en los demás casos esta va desapareciendo al incrementar la capacitancia térmica presentándose sincronización fuera-de-fase y diagramas de fase con forma, muy estrecha, pero rectangular donde los lados angostos con vértices en  $30^\circ\text{C}$  y  $25^\circ\text{C}$  son la diferencia de fase entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ .

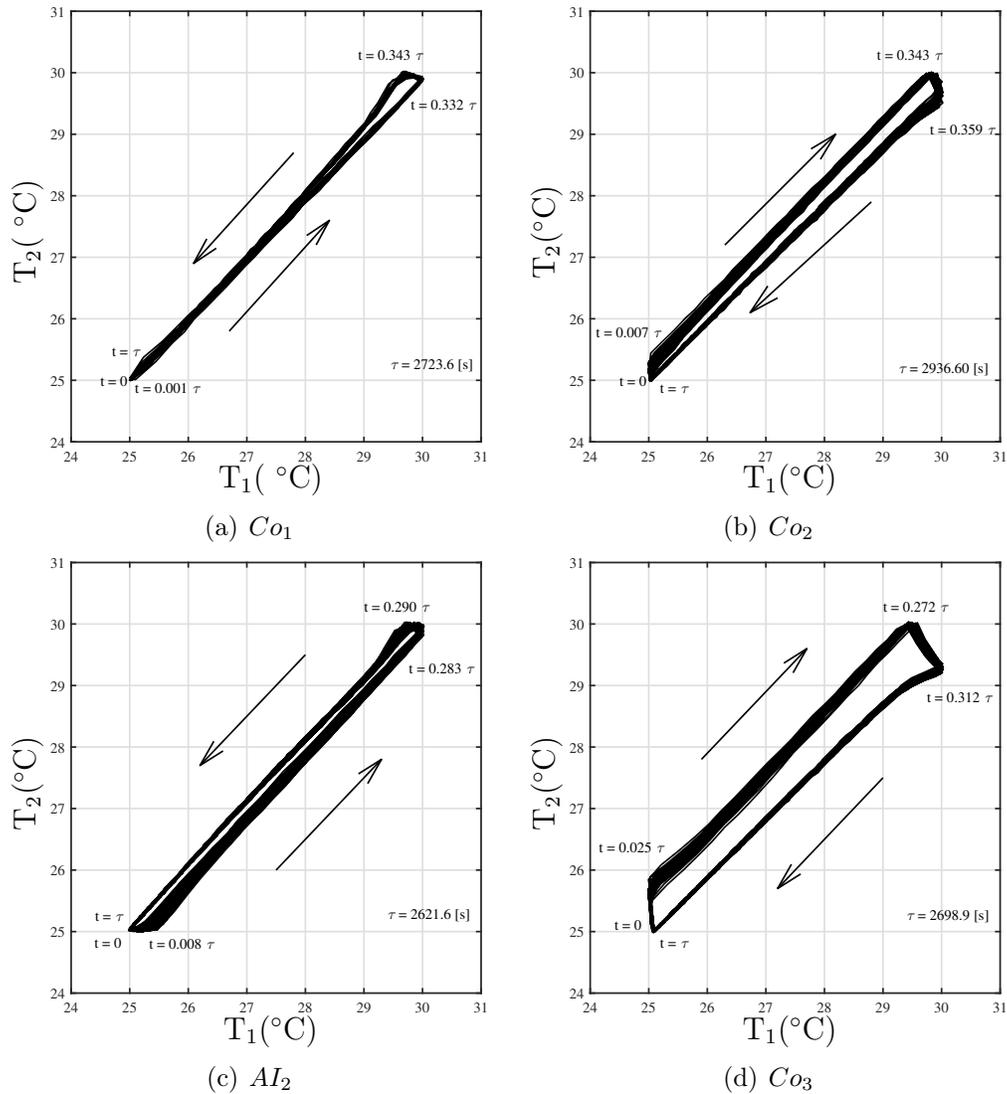


Figura 4.49: Diagramas de fase. Condiciones iniciales A,  $T_C = 23^\circ\text{C}$ .

Si se toma en cuenta que la diferencia de fase tanto en  $T_L$  como en  $T_U$  representa una fracción del periodo de oscilación de los sistemas sincronizados ( $\Delta\phi/\tau$ ), se hace visible que, al aumentar la capacitancia térmica, la diferencia de fase también lo hará independientemente del valor que tome  $\tau$  al incrementar  $C$ . Este cambio se muestra en la Fig. 4.50 donde se gráfica la mencionada fracción, en las temperaturas  $T_L$  y  $T_U$ , y la capacitancia térmica  $C$  aclarando que la diferencia de fase para el cálculo de la fracción es su mediana estadística durante las oscilaciones estables de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  y el periodo  $\tau$  es aquel encontrado mediante el análisis de PSD; De la mencionada figura, el acero inoxidable presenta una diferencia de fase muy similar en ambas temperaturas límite lo que hace que ambas curvas estén cerca de converger, también es notorio que para  $T_L$  la diferencia de fase tiene un aumento lineal. Sin embargo, para la fracción  $\Delta\phi/\tau$  en  $T_U$ , si se toma en cuenta  $C$  solo por el tipo de material, se observa que para el cobre la diferencia de fase crece conforme se aumenta  $C$ , al menos para el tipo de condiciones iniciales para estos cuatro casos.

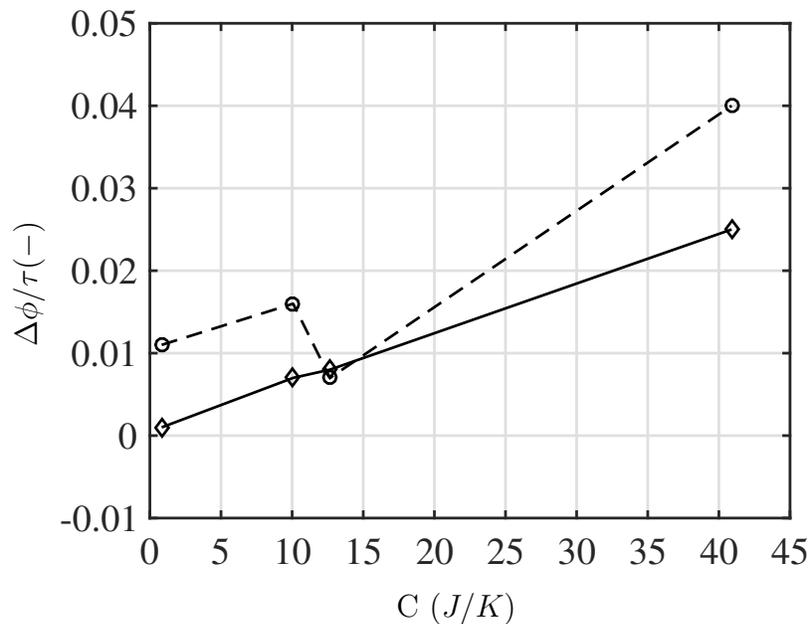


Figura 4.50:  $T_C = 23$  °C, condiciones iniciales A,  $\Delta\phi$  en —  $T_L$ , - - -  $T_U$ .

Por otro lado, el parámetro de Kuramoto  $r$  también muestra cambios con respecto a la capacitancia térmica. En la Fig. 4.51 se muestran dichos contrastes donde, como se mencionó en la Sección 4.1, para la pared  $Co_1$  existe una sincronización en-fase debido a que el parámetro de Kuramoto es prácticamente  $r(t) = 1$  y no presenta picos de perturbación importantes, a su vez, esto indica que las oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  se estabilizan después de su primer oscilación. Para el caso de la pared  $Co_2$ , como se mencionó en la Sección 4.2,  $r$  muestra un comportamiento casi lineal con existencia de picos que resultan de perturbaciones en  $\Delta\phi$  por el encendido y apagado del calentador de la cavidad 2, que en este caso son más notorios que en la pared común  $Co_1$ ; en este caso  $r$  vuelve a indicar que las oscilaciones de temperatura se alcanza después de la primera oscilación de cada señal. En el caso de la pared común  $AI_2$  ( Fig. 4.51(c) ),  $r(t) \approx 1$  ya que empiezan a aparecer pequeños picos de perturbación en  $\Delta\phi$  que indican una muy mínima diferencia de fase entre  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  al igual que indica que se alcanza estabilidad después de la primera oscilación; este caso no sigue un orden con respecto a  $C$ , ya que  $r(t)$  tiene un comportamiento similar al de la pared común  $Co_1$ , y dado que  $r(t) \approx 1$  existe sincronización fuera-de-fase. Por último, para la

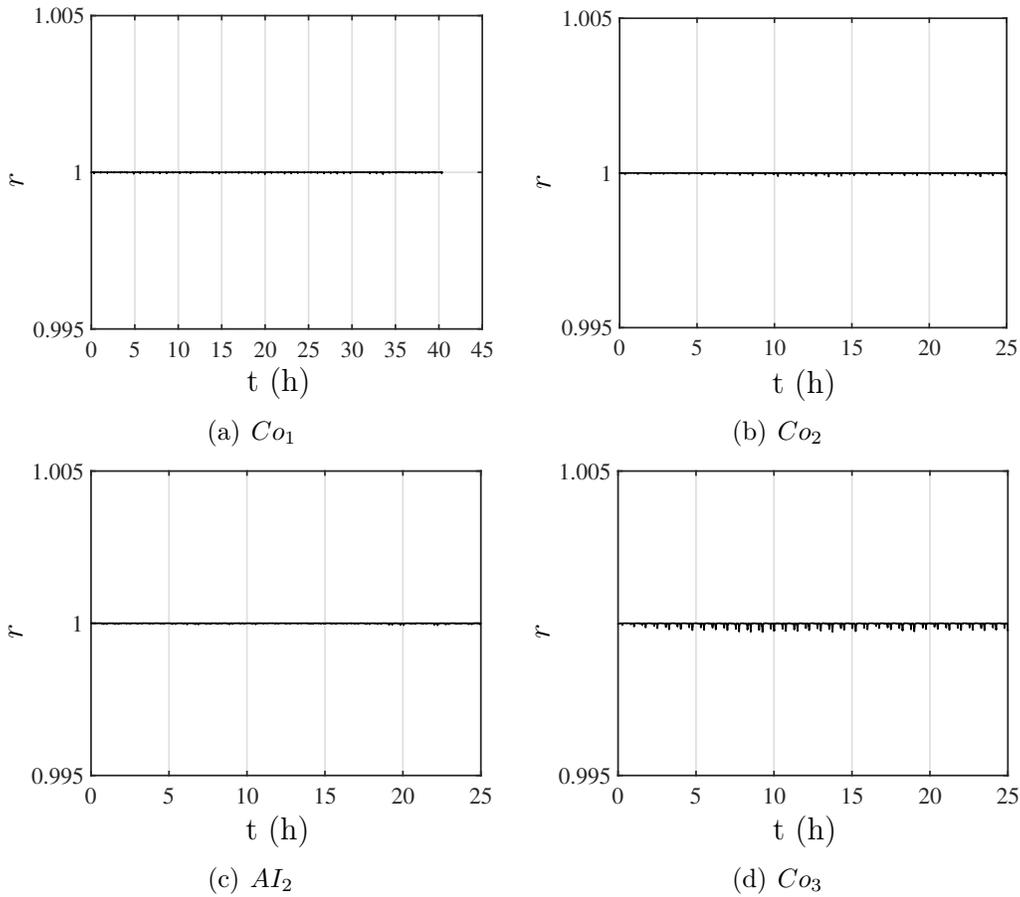


Figura 4.51: Parámetro de Kuramoto de orden  $r$ . Condiciones iniciales  $A$ ,  $T_C = 23^\circ\text{C}$ .

pared  $C_{o3}$ , el parámetro de Kuramoto muestra picos más grandes de perturbación formados en pares, donde el pico pequeño se debe al encendido del calentador de la cavidad 2 mientras que el pico grande es por el apagado del mismo calentador; en este caso el comportamiento de  $r$  muestra que la estabilidad se alcanza después de la tercera oscilación de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  y que sigue un orden ascendente de tamaño de picos con respecto a las otras dos paredes de cobre  $C_{o1}$  y  $C_{o2}$ . En este caso, ya que los picos de perturbación muestran distancias definidas entre pares y que  $r(t)$  muestra una desviación de menos de 0.02 %, se encuentra una sincronización fuera-de-fase.

Para corroborar que los cambios de  $\Delta\phi$  tienen una relación con  $C$  se hace necesario comparar las cuatro paredes comunes a otras condiciones iniciales. Para ello se hicieron pruebas con las paredes  $AI_2$  y  $C_{o3}$  con una  $T_C = 23^\circ\text{C}$  pero con condiciones iniciales  $B_1$ . El análisis por PSD para ambas paredes arroja que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  oscilan a una sola frecuencia de  $3.82 \times 10^{-4}$  Hz en  $AI_2$  y  $3.71 \times 10^{-4}$  Hz en  $C_{o3}$ , y por lo tanto ambos sistemas (cavidades) cumplen con el requisito de frecuencia única para el fenómeno de sincronización. De igual forma para ambas paredes, el comportamiento de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  al estabilizarse sus oscilaciones, muestra que entre ellas existe una diferencia de fase tanto en  $T_L$  como en  $T_U$ , la cual se mantiene fluctuante pero sin cambios muy significativos por lo cual se hace uso de las medianas. Para  $AI_2$ :  $4^\circ$  y  $3^\circ$  en  $T_L$  y  $T_U$  respectivamente y para  $C_{o3}$ :  $-18^\circ$  y  $-27^\circ$  en el mismo orden. El comportamiento de la temperatura, frecuencia y diferencia de fase para ambas paredes se muestran en el Apéndice B. Los resultados para  $C_{o1}$  y  $C_{o2}$  se mostraron en las Secciones 4.1 y 4.3 respectivamente.

Una vez más, las diferencias entre las cuatro paredes a las condiciones iniciales  $B_1$  se visualizan

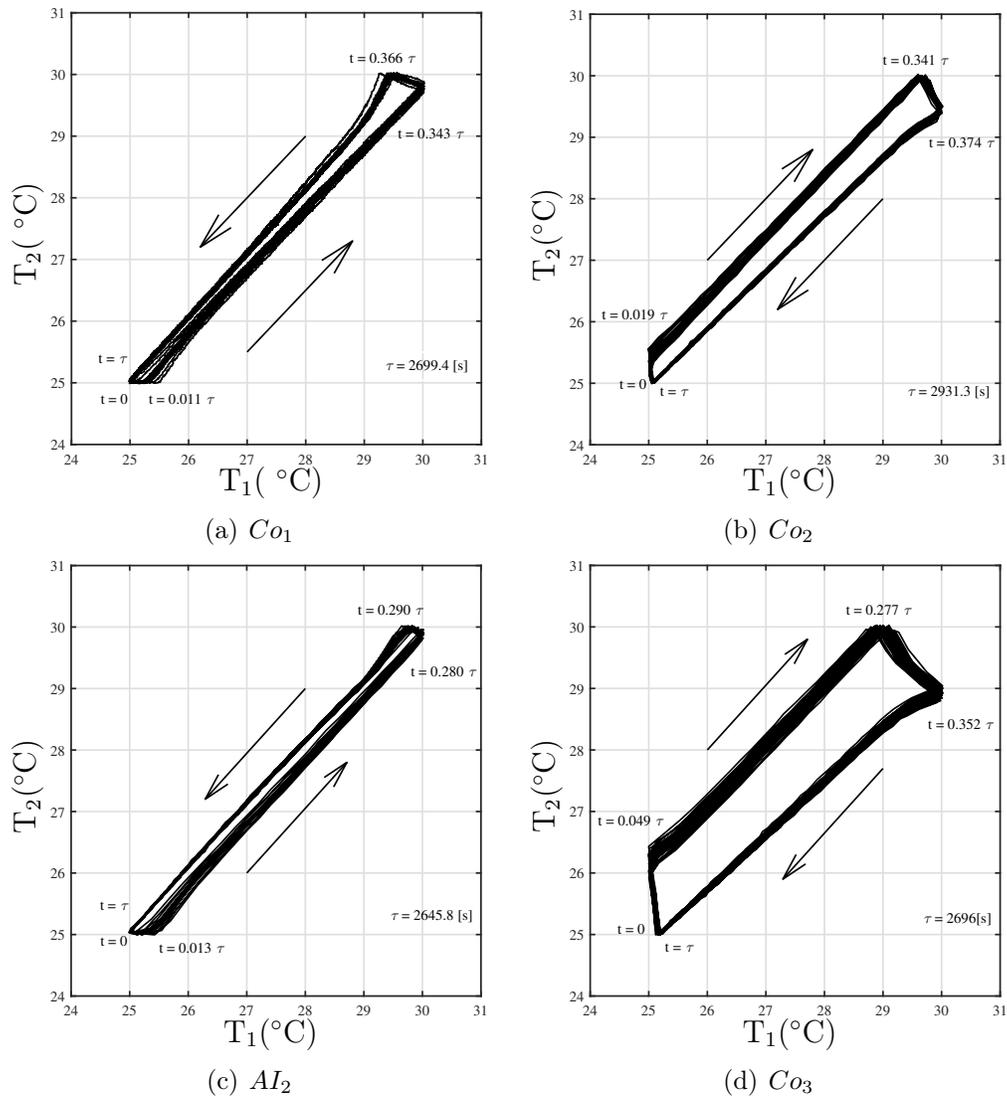


Figura 4.52: Diagramas de fase. Condiciones iniciales  $B_1$ ,  $T_C = 23^\circ\text{C}$ .

mediante sus diagramas de fase, para ello se recurre a los diagramas de las paredes  $Co_1$  (Fig. A.3(a)) y  $C_2$  (Fig. 4.41(c)) para compararlos con los diagramas de  $AI_2$  y  $C_3$ , dicha comparativa se muestra en la Fig. 4.52. Para estos cuatro casos, la línea gruesa en  $45^\circ$  que caracteriza a la sincronización en-fase, prácticamente ha desaparecido, apreciándose un aumento general de la diferencia de fase en las paredes antes mencionadas con respecto a las condiciones iniciales A. Sin embargo, cabe resaltar que otra vez la pared  $AI_2$  muestra un comportamiento más estable ya que como muestra su diagrama de fase, Fig. 4.52(c),  $\Delta\phi$  en  $T_L$  y en  $T_U$  tiene valores muy similares.

Al graficar la fracción de la mediana de la diferencia de fase con respecto al periodo de oscilación de los sistemas sincronizados y la capacitancia térmica, Fig. 4.53, se observa que el comportamiento de  $\Delta\phi$  en  $T_L$  ya no es lineal como el que se presentó bajo las condiciones iniciales A (Fig. 4.50). Para los cuatro casos con condiciones iniciales  $B_1$ , las curvas también tienden a converger en los puntos correspondientes al acero inoxidable ( $AI_2$ ) mostrando que una vez más si se prescinde de  $AI_2$ , es el cobre quien muestra un cambio gradual de  $\Delta\phi/\tau$  con respecto a  $C$ .

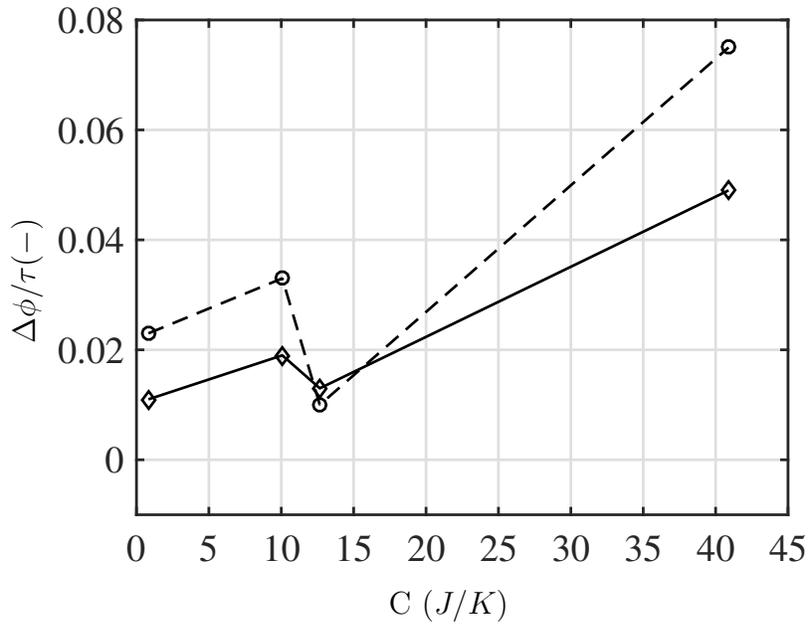


Figura 4.53:  $T_C = 23$  °C, condiciones iniciales  $B_1$ ,  $\Delta\phi$  en —  $T_L$ , - - -  $T_U$ .

Los resultados de las Figs. 4.50 y 4.53, sugieren que para estudiar el efecto que tiene la pared común sobre  $\Delta\phi/\tau$  es necesario hacerlo por tipo de material a diferentes valores de  $C$ ; ya que en ambas figuras, si no se toma en cuenta al acero inoxidable, es el cobre quien muestra aumentos lineales de  $\Delta\phi/\tau$  a razón de aumentar  $C$ . Debido a que la transferencia de calor por medio de la pared es por conducción transitoria una buena propiedad para utilizar en conjunto a  $C$  es la difusividad térmica  $\alpha$ , sin embargo, para tener argumentos sólidos a la sugerencia antes mencionada es necesario realizar más experimentación tomando en cuenta la conjugación  $\alpha$  y  $C$ .

A decir del parámetro de Kuramoto, Fig. 4.54, se observa que en ningún caso existe  $r(t) = 1$ , previamente en las Secciones 4.1 y 4.3 se había mencionado que para  $Co_1$  y  $Co_2$  no se presentó sincronización en-fase para las condiciones iniciales  $B_1$  y, para los casos de las paredes  $AI_2$  y  $Co_3$  no fue la excepción. En el caso de la pared  $AI_2$  ( Fig. 4.54(c) ),  $r$  mostró que se alcanza estabilización de las oscilaciones de temperatura en 20.2 horas de iniciada la prueba experimental, además de que una vez alcanzada estabilidad en las oscilaciones de temperatura presenta también un patrón definido de picos de perturbación en  $\Delta\phi$  separados casi de manera equidistal y sin cambios importantes de tamaño y dado que  $r(t) = 0.99996$ ,  $AI_2$  presenta sincronización fuera-de-fase. Dichos picos de  $AI_2$  aparentan ser más pequeños que en el caso de la pared  $Co_1$  ya que esta tiene una mayor diferencia de fase en  $T_U$  ( $9.51^\circ$ ) en comparación a  $AI_2$  ( $3.32^\circ$ ), es por ello que  $Co_1$  muestra en el patrón de par de picos uno más grande que el otro ( Fig. 4.54(a) ); por otro lado, es en  $T_L$  donde  $\Delta\phi$  es mayor en  $AI_2$  que en  $Co_1$  tal como se mostró en la Fig. 4.53, sin embargo debido a que la diferencia entre ambas es muy pequeña,  $1.45^\circ$  aproximadamente, gráficamente no se aprecia dicha diferencia.

Para el caso con la pared  $Co_3$ , Fig. 4.54(d), la desviación de la unidad en  $r$  no baja del 0.06 % además de que los pares de picos de perturbación en  $\Delta\phi$  no cambian de tamaño de manera importante y que dichos pares se encuentran separados casi equidistalmente, por lo tanto para  $Co_3$  existe sincronización fuera-de-fase. De igual forma,  $Co_3$  muestra un comportamiento más regular en comparación a los demás casos vistos hasta ahora, resaltando que el periodo de oscilación de los sistemas sincronizados es casi del mismo valor que el obtenido en la pared  $Co_1$ , adicional que

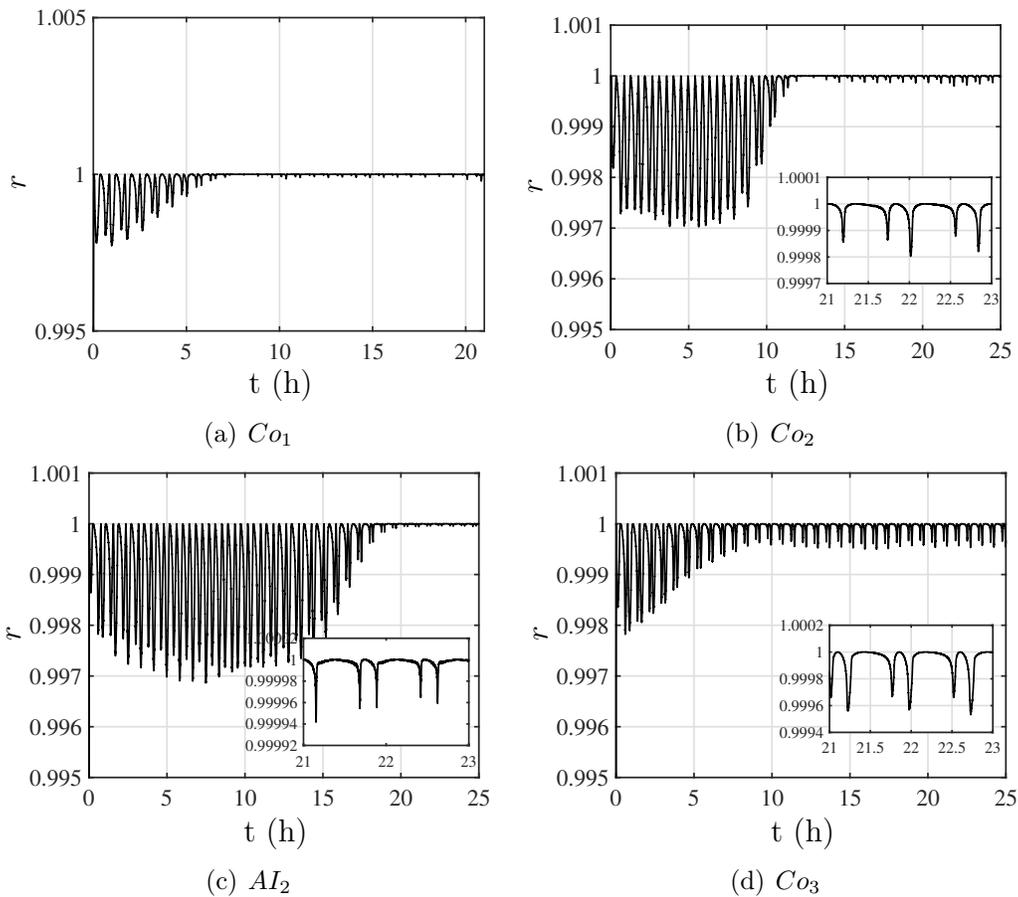


Figura 4.54: Parámetro de Kuramoto de orden  $r$ . Condiciones iniciales  $B_1, T_C = 23^\circ\text{C}$ .

comparten un tiempo similar de transición a la estabilidad de sus oscilaciones de temperatura (7.8 y 8.6 horas para  $C_1$  y  $C_3$  respectivamente); en lo único que se diferencian significativamente  $Co_1$  y  $Co_3$  es en el valor de  $\Delta\phi$ , tal como se mostró anteriormente en los diagramas de fase Fig. 4.52. Lo anterior sugiere que, para un cierto material, existen valores de  $C$  donde a las mismas condiciones iniciales y de  $T_C$  ciertos parámetros como frecuencia o tiempos de estabilización vuelven repetirse.

De la Sección 4.3 se encontró que para la pared común  $Co_2$ , a una temperatura de cámara de  $24^\circ\text{C}$  y a condiciones iniciales  $B_1$  y  $B_2$ , existe sincronización cercana a la anti-fase por lo que es necesario investigar si estos valores de  $\Delta\phi$  se siguen manteniendo arriba de los  $90^\circ$  en otras paredes comunes. Para ello, con las paredes  $AI_2$  y  $Co_3$ , se llevaron a cabo pruebas en las cavidades a las condiciones mencionadas al inicio de este párrafo donde se encontró que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  oscilan a una misma frecuencia dominante y que ambas señales de temperatura comparten las mismas frecuencias secundarias y por lo tanto ambas cavidades están sincronizadas en frecuencia, también se encontró que existe diferencia de fase entre las señales de temperatura la cual se mantiene fluctuante pero sin cambios significativos una vez que se alcanzan oscilaciones estables de temperatura. El comportamiento de la temperatura, frecuencia, análisis de PSD y diferencia de fase se muestran en el Apéndice B y los resultados de  $Co_2$  ya fueron dados en la Sección 4.3. En la Tabla 4.9 se resumen los resultados para estas tres paredes donde  $f_s$  es la frecuencia dominante o frecuencia de sincronización en ambas cavidades y los subíndices  $L$  y  $U$  se refieren a la diferencia de fase en las temperaturas  $T_L$  y  $T_U$  respectivamente.

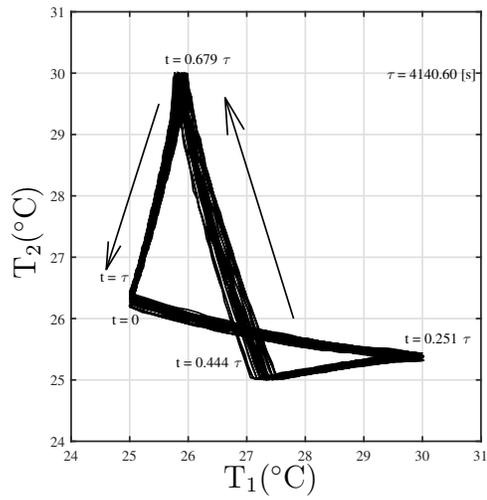
Tabla 4.9: Resultados para paredes comunes a  $T_C = 24$  °C y condiciones iniciales  $B_1$ .

Pared común	$f_s \times 10^{-4}$ Hz	$\Delta\phi_L$ (°)	$\Delta\phi_U$ (°)
$Co_2$	2.44	160	153
$AI_2$	2.44	138	136
$Co_3$	2.9	-0.57	-5.2

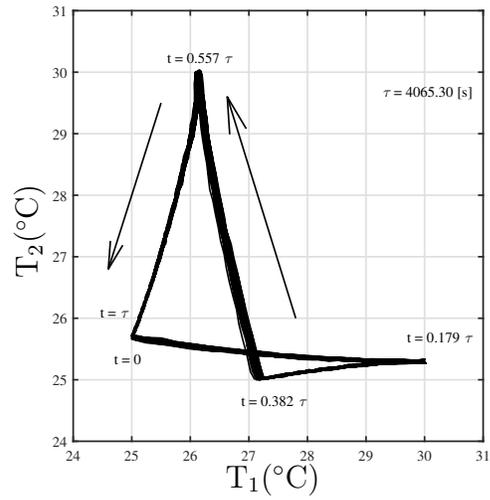
Como se ha venido manejando en la presente sección, se muestran los contrastes entre estas tres paredes mediante sus diagramas de fase: para la pared  $Co_2$  se recurre de nuevo a su diagrama mostrado en la Fig. 4.41(d) y se compara con el de las otras dos paredes en la Fig. 4.55. Una vez más, los diagramas están acomodados de menor a mayor capacitancia térmica  $C$ . Así, al igual que en la pared  $Co_2$  (Fig. 4.55(a)), el diagrama de fase de la pared  $AI_2$  muestra también una forma de símbolo de infinito (sincronización cercana anti-fase), además de que ambos diagramas tienen la misma dirección de formación. Con respecto a  $Co_3$ , el cual tiene la mayor capacitancia térmica, el diagrama de fase no muestra el mismo comportamiento que las otras dos paredes, sino que vuelve a tomar una forma muy cercana a la sincronización en-fase con una dirección de formación en sentido horario a las manecillas del reloj. Así, observando los diagramas de fase y los valores de  $\Delta\phi$  de la tabla anterior se encuentra que para  $T_C = 24$  °C y condiciones iniciales  $B_1$  la diferencia de fase disminuye conforme  $C$  aumenta; sin embargo, es necesario contar con más trabajo experimental para confirmar dicha disminución de diferencia de fase.

En la Fig. 4.56 se muestra el parámetro de Kuramoto  $r$  para las tres paredes comunes  $Co_2$ ,  $AI_2$  y  $Co_3$  a las condiciones iniciales  $B_1$  y  $T_C = 24$ °C ; en él se vuelve a plasmar el resultado para la pared común  $Co_2$ , que se mostró anteriormente en la Fig. 4.43(d), solo para fines comparativos entre éste y las paredes  $AI_2$  y  $Co_3$ . Como se ha mencionado anteriormente, las desviaciones de  $r(t) = 1$  con las subsecuentes formaciones de patrones de picos, da por entendido que existe sincronización fuera-de-fase, mismo que ocurre para el caso de la pared  $AI_2$  el cual, al igual que en  $Co_2$ , muestra un patrón de par de picos que representan las perturbaciones en  $\Delta\phi$  debido al encendido y apagado del calentador de la cavidad 1; también, el tiempo para alcanzar la estabilidad es menor que en el caso de  $Co_2$ , siendo aproximadamente de 4 horas de iniciado el experimento. Para el caso  $AI_2$ , los pares de picos de perturbación no cambian de tamaño de manera importante y dichos pares están separados equidistalmente, además de que las desviaciones de  $r(t)$  de la unidad es de aproximadamente 0.06 % lo cual indica que hay sincronización fuera-de-fase (con el diagrama de fase se encontró que era cercana a anti-fase).

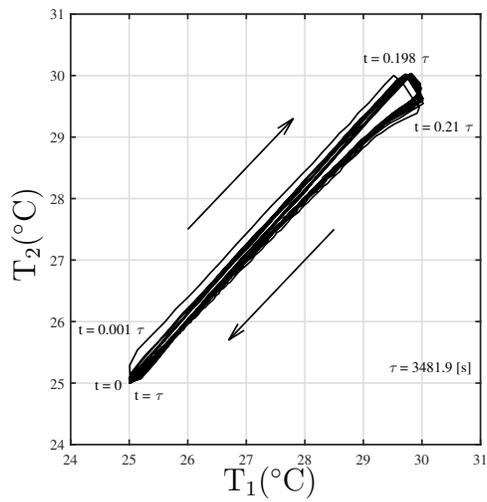
Para  $Co_3$ ,  $r$  presenta un periodo de transición con picos grandes que se atenúan hasta alcanzar una estabilidad pasadas 12 horas de iniciada la corrida experimental, tiempo necesario para que las oscilaciones de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  se estabilicen; una vez que  $r(t)$  es estable, presenta una forma lineal con pequeños picos de perturbación en  $\Delta\phi$  provocados por el calentados de la cavidad 2 los cuales se encuentran separados equidistalmente y no cambian de tamaño de manera significativa, además la desviación de la unidad es muy pequeña, menos de 0.5 %, por lo tanto existe una sincronización muy cercana a en-fase.



(a)  $Co_2$



(b)  $Al_2$



(c)  $Co_3$

Figura 4.55: Diagramas de fase. Condiciones iniciales  $B_1, T_C = 24^{\circ}C$ .

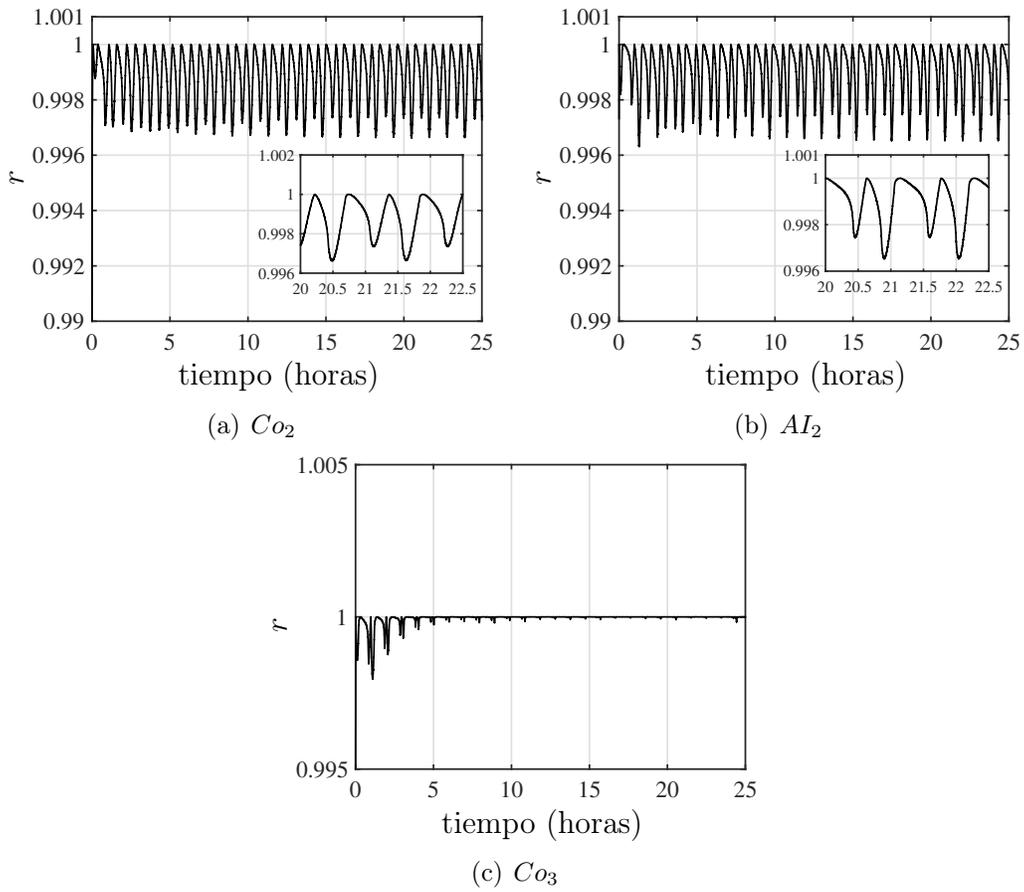


Figura 4.56: Parámetro de Kuramoto de orden  $r$ . Condiciones iniciales  $B_1, T_C = 24 \text{ }^\circ\text{C}$ .

#### 4.4.1. Comportamiento de la temperatura de la pared común

Dado que esta sección trata sobre el efecto que tiene la pared común en el fenómeno de sincronización térmica, vale la pena visualizar cómo se comporta su temperatura en los diferentes tipos de sincronización que se encontraron en este trabajo. Para lo anterior se gráfica junto a las señales de control  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ , la temperatura registrada por los termopares  $I_W$  y  $D_W$  (Capítulo 2) colocados en el punto medio de cada lado de la pared común, a las cuales se les llamará  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  respectivamente, donde el subíndice 1 indica del lado de la cavidad 1 mientras que el subíndice 2 se refiere al lado de la cavidad 2.

Se empieza primero con un caso con sincronización cercano en-fase, para ello, se toma el caso presentado en la Sección 4.2 de la pared común  $Co_2$  (1.27 mm de espesor) a condiciones iniciales  $A$  y  $T_c = 23^\circ\text{C}$ . En la Fig. 4.57 se muestra la evolución de la temperatura de la pared común junto a  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . Desde el inicio de la prueba experimental, Fig. 4.57(a),  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  siguen el mismo ritmo que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  y no se aprecia una diferencia de fase significativa lo que implica que también las temperaturas de la pared común se comportan como si estuvieran sincronizadas en-fase. Cabe resaltar que las oscilaciones de temperatura de la pared parecen ser un espejo de las temperaturas  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  aunque con menor amplitud, véase Fig. 4.57(b).

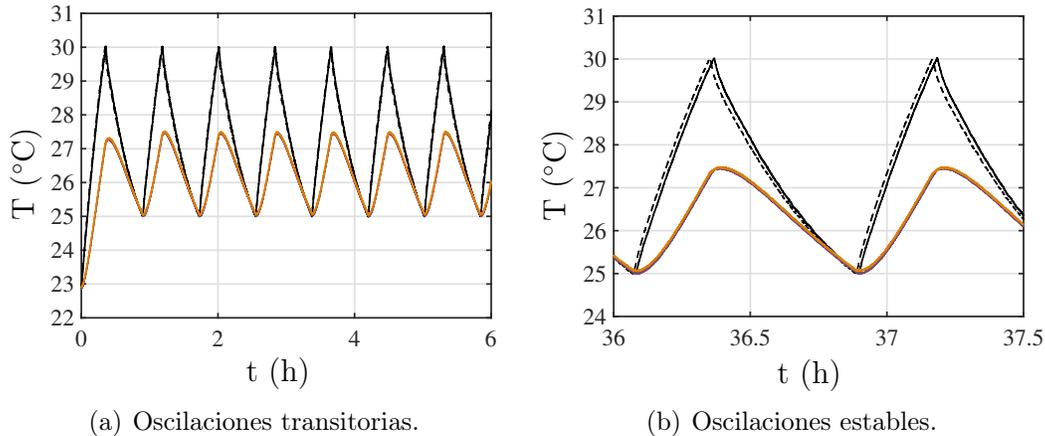


Figura 4.57: Pared común  $Co_2$ ,  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = T_C = 23^\circ\text{C}$ , —  $T_1(t)$ , - -  $T_2(t)$ , línea morada  $T_{1,W}$ , línea naranja  $T_{2,W}$ .

El análisis de PSD muestra que ambas temperaturas de la pared común oscilan a una única frecuencia y que además es del mismo valor que en sus pares  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ ,  $3.43 \times 10^{-4}$  Hz, lo que significa que las cuatro temperaturas están sincronizadas en frecuencia. A decir de la diferencia de temperatura de la pared común,  $\Delta T_W = T_{2,W} - T_{1,W}$ , se calculó que en las etapas de calentamiento y enfriamiento en las oscilaciones de temperatura es de un valor de  $0.04^\circ\text{C}$ , un valor pequeño que indica una interacción térmica muy débil entre las cavidades pero que permite un fuerte acoplamiento entre los osciladores que permite obtener sincronización en-fase.

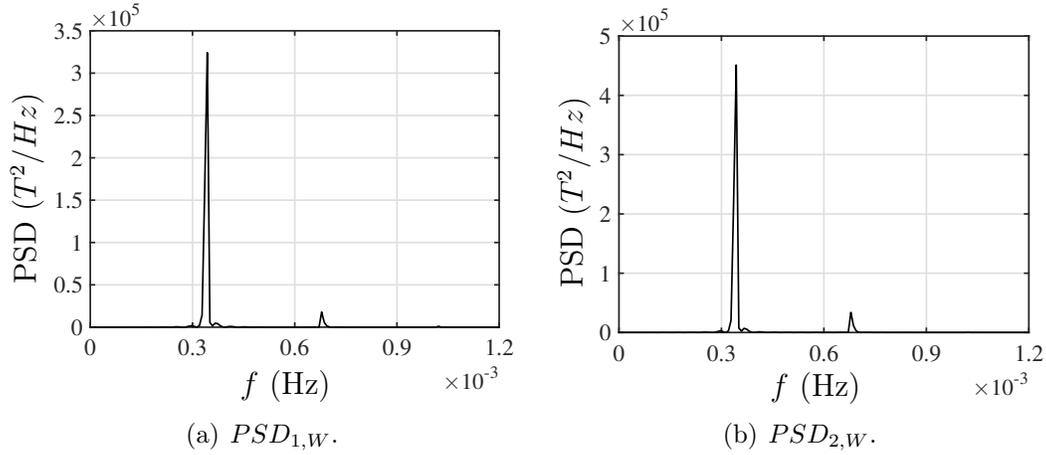


Figura 4.58: Pared común  $Co_2$ ,  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = T_C = 23^\circ\text{C}$ .

Para la sincronización cercana a la anti-fase se toma el caso de la pared común  $Co_2$  (condiciones iniciales  $B_1$  y  $T_C = 24^\circ\text{C}$ ). En la Fig. 4.59 se muestra el comportamiento de las temperaturas de la pared común  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  las cuales, al igual que las temperaturas de control de las cavidades, tienen un periodo de transición antes de que se establezcan sus oscilaciones (Fig. 4.59(a)). Una vez alcanzada la estabilidad en las oscilaciones de temperatura, véase Fig. 4.59(b), se observa que por cada oscilación de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  hay dos oscilaciones de  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  en cada una de ellas siendo una oscilación de mayor amplitud que la otra. El comportamiento de las temperaturas de pared responde a las necesidades de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  ya que durante la etapa de calentamiento de la cavidad 1,  $T_{1,W}$  es mayor a  $T_{2,W}$  teniendo una máxima de  $-0.4016^\circ\text{C}$ , mientras que para el caso del calentamiento de la cavidad 2 la máxima de  $\Delta T_W$  es de  $0.3658^\circ\text{C}$  ( $T_{2,W} > T_{1,W}$ ).

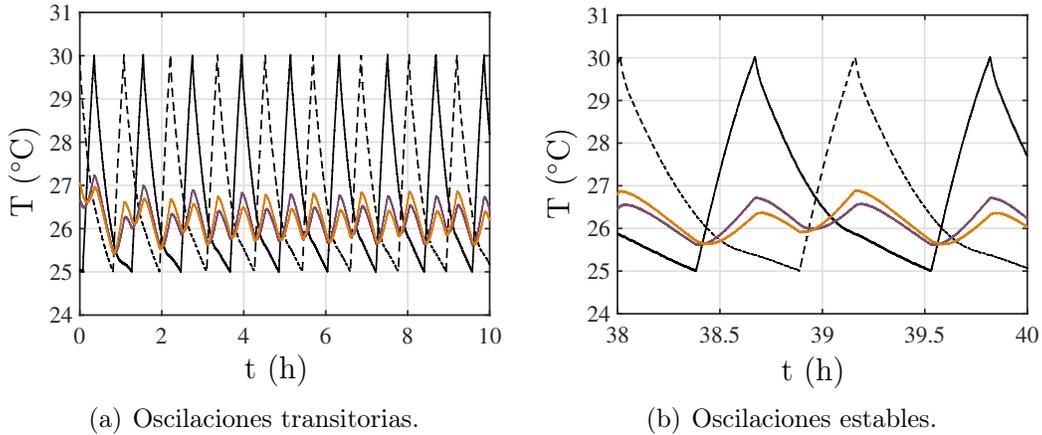


Figura 4.59: Pared común  $Co_2$ ,  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $B_1$ , —  $T_1(t)$ , - - -  $T_2(t)$ , línea morada  $T_{1,W}$ , línea naranja  $T_{2,W}$ .

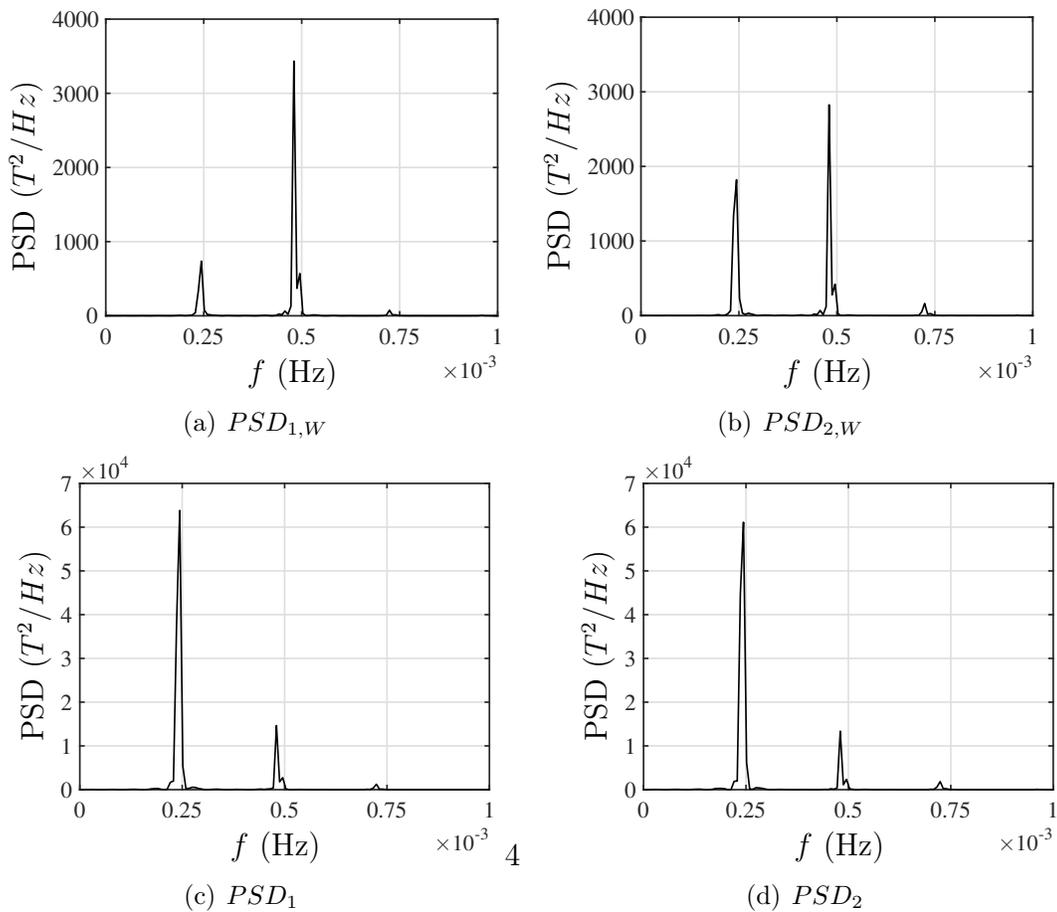


Figura 4.60: Pared común  $Co_2$ ,  $\Delta T = 1$  °C, condiciones iniciales  $B_1$ .

El análisis de PSD muestra que  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  tienen las mismas frecuencias, una dominante  $f_a = 4.8 \times 10^{-4}$  Hz y dos secundarias  $f_b = 2.44 \times 10^{-4}$  Hz y  $f_c = 7.24 \times 10^{-4}$  Hz, Figs. 4.60(a) y 4.60(b), las cuales no representan puntos de perturbación provocados por los instantes de encendido y apagado de los calentadores de las cavidades. Si bien, la frecuencia  $f_a$  tiene un mayor PSD y por ende es la dominante, es la frecuencia  $f_b$  la principal ya que  $f_a = 2 \times f_b$  y  $f_c = 3 \times f_b$  lo que significa que  $f_a$  y  $f_c$  son las armónicas de  $f_b$ . Por lo tanto,  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  oscilan a las mismas frecuencias que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  aun cuando estas últimas muestran que la frecuencia  $f_b$  es la de mayor PSD, Figs. 4.60(c) y 4.60(d).

Para una sincronización fuera-de-fase se recurre al caso con la pared  $Co_3$  con condiciones iniciales  $A$  y  $T_C = 23$  °C. En la Fig. 4.61 el comportamiento que tienen  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  con respecto a  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  muestra que las temperaturas de la pared se estabilizan después de su primera oscilación (Fig. 4.61(a)). Posteriormente una vez que se alcanzan oscilaciones estables se revela que en las diferencias de fase en  $T_L$  y  $T_U$  de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  la diferencia de temperatura tiene un mínimo y máximo de 0.18 °C y  $-0.25$  °C ( $T_1(t) > T_2(t)$ ) respectivamente, Fig. 4.61(b). Para este caso, las oscilaciones de  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  presentan una perturbación notoria en su trayectoria ascendente que se produce en el instante en que se apaga el calentador de cada cavidad, comportamiento que se presenta desde el inicio de la prueba experimental. Esa perturbación se presenta en todos los casos vistos en este trabajo, sin embargo, es más significativa en la pared  $Co_3$  debido a su alta capacitancia térmica que conlleva a valores altos de  $\Delta T_W$  retardando la recuperación de las

oscilaciones a dicha perturbación.

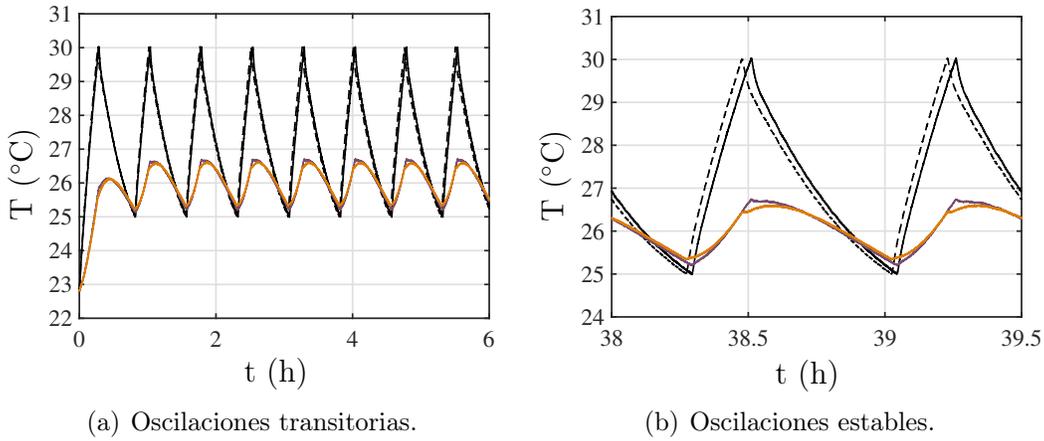


Figura 4.61: Pared común  $C_{O3}$ ,  $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = T_C = 23\text{ }^\circ\text{C}$ , —  $T_1(t)$ , - - -  $T_2(t)$ , línea morada  $T_{1,W}$ , línea naranja  $T_{2,W}$ .

De igual forma que en los casos anteriores, el análisis de PSD (Figs. 4.62(a) y 4.62(b)) para  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  arroja que ambas oscilan a una misma frecuencia dominante de  $3.74 \times 10^{-4}\text{ Hz}$ , la cual es del mismo valor en la sincronización de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . A la par, las temperaturas de pared también muestran una frecuencia secundaria de  $7.5 \times 10^{-4}\text{ Hz}$  que es aproximadamente del doble que la dominante por lo cual se asume que es una frecuencia armónica de  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$ .

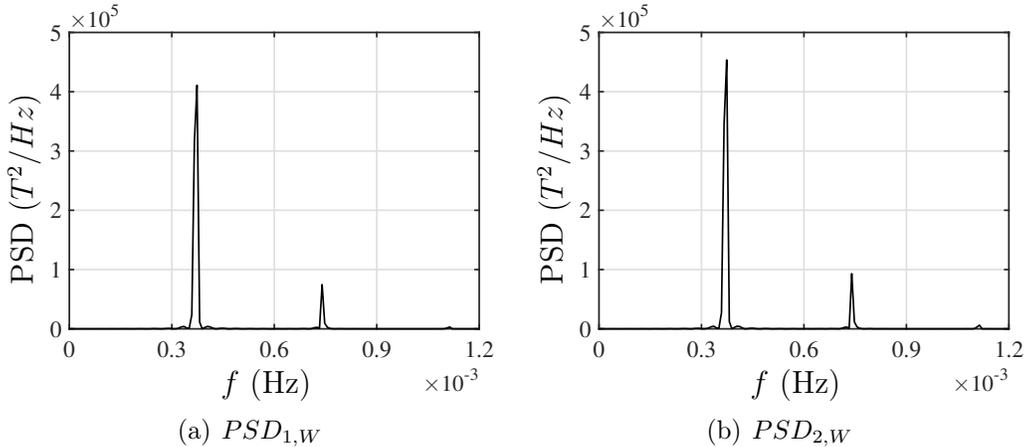


Figura 4.62: Pared común  $C_{O3}$ ,  $\Delta T = 2\text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $T_1(0) = T_2(0) = T_C = 23\text{ }^\circ\text{C}$ .

Dado que el caso con la pared común  $C_{O3}$  con condiciones iniciales  $B_1$  y  $T_C = 24\text{ }^\circ\text{C}$  no presentó la misma diferencia de fase que su homólogo la pared  $C_{O2}$ , a las mismas condiciones (cercano a la anti-fase), se presentan los resultados de  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  para  $C_{O3}$  a las condiciones antes mencionadas. En la Fig. 4.63 se muestra el comportamiento de  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$ , donde se observa que alcanzan estabilidad aproximadamente en el mismo tiempo que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  es decir a las 4 horas de iniciada la prueba experimental, Fig. 4.63(a). Una vez alcanzadas oscilaciones estables,  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  presentan una  $\Delta T_W = 0.15\text{ }^\circ\text{C}$  en  $T_L$  y una  $\Delta T_W = -0.65\text{ }^\circ\text{C}$  ( $T_1(t) > T_2(t)$ ) en  $T_U$ , el valor más alto encontrado en este trabajo. La forma de las oscilaciones de  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  presentan también una perturbación y que se debe de igual forma al efecto que tiene el apagado de los calentadores,

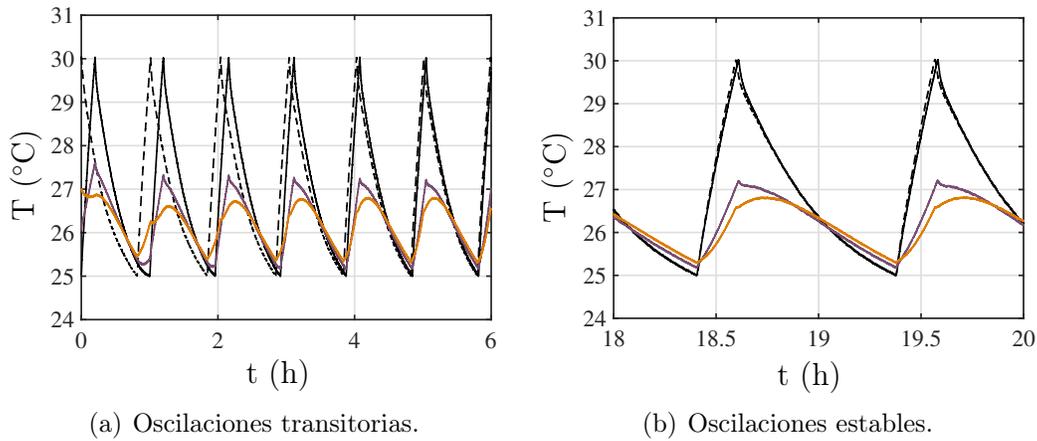


Figura 4.63: Pared común  $C_{o3}$ ,  $\Delta T = 1$  °C, condiciones iniciales  $B_1$ , —  $T_1(t)$ , - - -  $T_2(t)$ , línea morada  $T_{1,W}$ , línea naranja  $T_{2,W}$ .

véase Fig. 4.63(b), resaltando que este comportamiento y magnitud de  $\Delta T_W$  se presentan desde el inicio de la prueba experimental ya que  $\Delta T_W(0) = 0.93$  °C el cual se va atenuando por el ajuste de las oscilaciones hasta llegar al valor antes mencionado de  $\Delta T_W = -0.65$  °C.

El análisis de PSD hace ver que, una vez más,  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  oscilan a una única frecuencia de  $2.90 \times 10^{-4}$  Hz, la cual es del mismo valor que en sus pares  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ . De igual modo, las temperaturas de pared también comparten las mismas frecuencias armónicas con sus pares  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ :  $5.8 \times 10^{-4}$ ,  $8.55 \times 10^{-4}$  y  $11.44 \times 10^{-4}$ . Fig. 4.64.

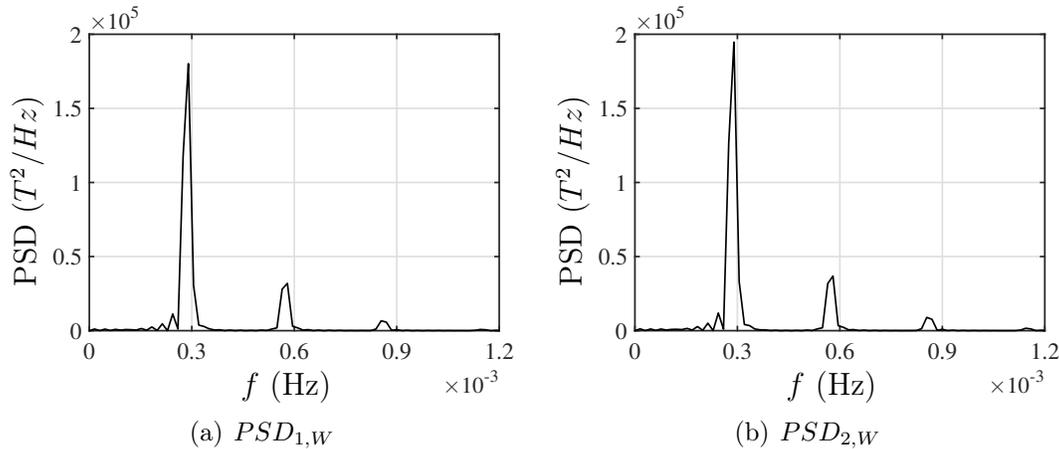


Figura 4.64: Pared común  $C_{o3}$ ,  $\Delta T = 1$  °C, condiciones iniciales  $B_1$ .

De los cuatro casos vistos en el análisis de  $T_{1,W}$  y  $T_{2,W}$  se asienta que la dinámica de la temperatura de la pared común es afectada significativamente por las condiciones iniciales de las temperaturas de control  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ , lo cual es razonable ya que los sistemas al estar acoplados y sincronizados deben mantener una simpatía con la pared común, lo cual significa que éste también se comporta como un oscilador donde su temperatura oscila a la misma frecuencia que las temperaturas de control  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$ ; esto sugiere también que la dinámica de la temperatura en cualquier punto dentro de las cavidades tendrá la misma frecuencia que las temperaturas de control sincronizadas y que además, estará también sincronizado dicho punto con su par a la posición de espejo en la otra cavidad, ejemplo:  $I_{11}$  con  $D_{13}$  véase Fig. 4.65.

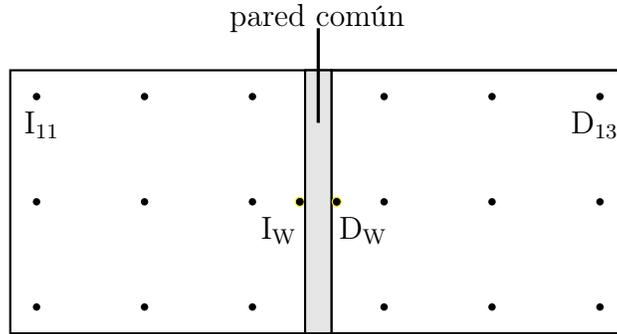
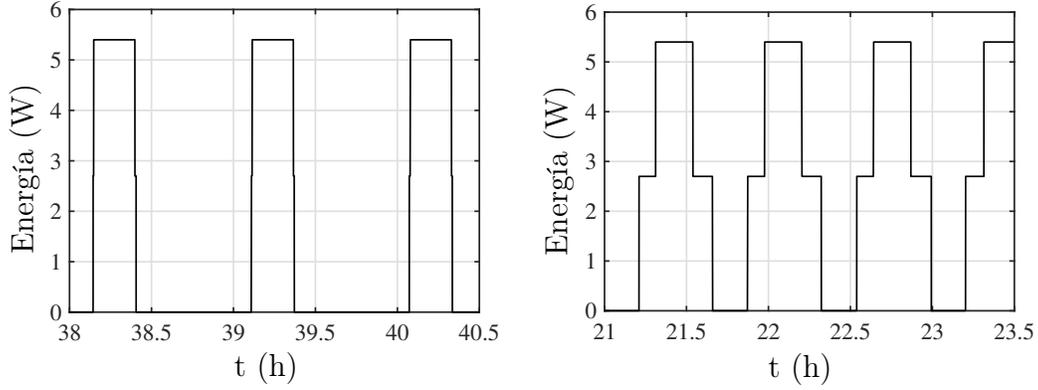


Figura 4.65: Termopares en cavidades.

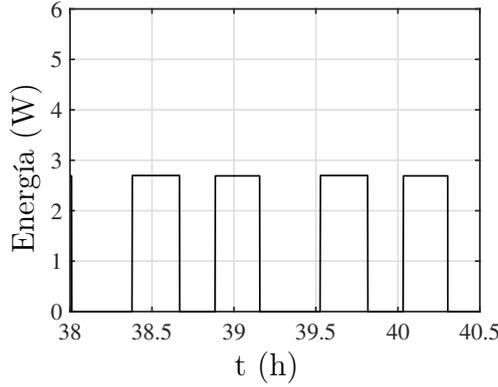
## 4.5. Consumo energético

Uno de los objetivos de este trabajo es ver la repercusión que tiene el fenómeno de sincronización térmica en el consumo energético de los sistemas acoplados. Como se recordará del Capítulo 2, cada cavidad tiene en la pared de calentamiento un calefactor que se programa para entregar 2.7 W de calor, y del cual, su encendido y apagado está en función de las temperaturas límites  $T_L$  y  $T_U$ . A lo largo de este capítulo se ha encontrado sincronización en-fase, fuera-de-fase y cercano a la anti-fase por lo cual se calcula el consumo energético total entre los dos calefactores para cada tipo de sincronización, mismas que se plasman en la Fig 4.66. Para la energía en la sincronización en-fase, se toma como ejemplo el caso de la pared común  $Co_1$  a condiciones iniciales  $A$  y  $T_C = 24$  °C, aquí, al no haber diferencia de fase, las etapas de calentamiento de las temperaturas  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  se encuentran sobrepuestas y por lo tanto los calentadores trabajan juntos en todo momento que dura el ciclo de calentamiento por lo cual el consumo de energía total es de 5.4 W, esto se visualiza en la Fig.4.66(a). Por otro lado, para una sincronización fuera-de-fase se toma como ejemplo el caso con pared común  $Co_1$  con condiciones iniciales  $A$  y  $T_C = 21$  °C. Para este tipo de sincronización,  $\Delta\phi$  en  $T_L$  es también un intervalo de tiempo en el cual solo uno de los calefactores trabaja; posteriormente cuando  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  alcanzan  $T_L$ , los dos calefactores trabajan juntos para elevar la temperatura a  $T_U$  donde llegado a este punto  $\Delta\phi$  vuelve a ser otro intervalo de tiempo en el que solo un calefactor trabaja (Fig. 4.66(b)).

Por último, para la sincronización cercana a la anti-fase, se vuelve a traer como ejemplo el caso de la pared común  $Co_2$  a condiciones iniciales  $B_1$  y  $T_C = 24$  °C. Para este caso, la diferencia de fase mayor a  $90^\circ$  tanto en  $T_L$  y en  $T_U$  provoca que, mientras el calefactor de una cavidad trabaja al aumentar la temperatura de  $T_L$  a  $T_U$  el otro se encuentra al mismo tiempo apagado debido a que la cavidad se encuentra enfriándose para llegar a  $T_L$ . Graficando el consumo de energía, Fig. 4.66(c) se refleja que en lugar de tener trabajando a los dos calefactores al mismo tiempo para mantener la temperatura dentro de los límites  $T_L$  y  $T_U$  en ambas cavidades, solo son necesarios 2.7 W ya que solo se necesita a un solo calefactor por cada oscilación de temperatura para mantener los límites en ambas cavidades.



(a) En-fase, pared común  $CO_2$ ,  $T_C = 24^\circ C$ , condiciones iniciales A. (b) Fuera-de-fase, pared común  $CO_1$ ,  $T_C = 21^\circ C$ , condiciones iniciales A.



(c) Cercano a anti-fase, pared común  $CO_2$ ,  $T_C = 24^\circ C$ , condiciones iniciales  $B_1$ .

Figura 4.66: Consumo de energía instantanea por tipo de sincronización térmica.

Aun cuando de la figura anterior muestra que la diferencia de fase puede llegar a conseguir algún ahorro energético es necesario realizar un análisis que incluya también a la temperatura de la cámara, ya que como se vio en la Sección 4.1, una mayor  $\Delta T$  tiene una alta transferencia de calor de las cavidades hacia la cámara lo que conlleva a mayores tiempos de trabajo de los calentadores. De lo anterior, se definen los parámetros de consumo de energía por ciclo  $EIC_1$  y  $EIC_2$  con unidades de  $W/Ciclo$  para las cavidades 1 y 2 respectivamente:

$$EIC_1 = \frac{P_1 \times t_{tc,1}}{\tau_1} \quad (4.1)$$

$$EIC_2 = \frac{P_2 \times t_{tc,2}}{\tau_2} \quad (4.2)$$

donde  $P_1$  y  $P_2$  son la potencia calorífica de los calentadores de las cavidades a las cuales se les dio un valor de 2.7 W;  $t_{tc,1}$  y  $t_{tc,2}$  son el tiempo de trabajo de los calentadores de las cavidades.  $\tau_1$  y  $\tau_2$  son los periodos de oscilación de  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  y con ello se incluye el efecto de la cámara de temperatura controlada en el consumo energético. El cálculo de las Ecs. 4.1 y 4.2 se hace para cada oscilación de temperatura una vez que  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  han alcanzado estabilidad. Dado que para la pared común  $CO_2$  fue donde se hicieron más pruebas experimentales y donde se encontró sincronización en-fase, fuera-de-fase y anti-fase se calculan  $EIC_1$  y  $EIC_2$  y su media estadística para todos los casos de dicha pared. Los resultados para  $EIC_1$  se grafican en la Fig. 4.67 donde:

- C:  $T_C = 21 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- D:  $T_C = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- E:  $T_C = 23 \text{ }^\circ\text{C}$
- F:  $T_C = 24 \text{ }^\circ\text{C}$

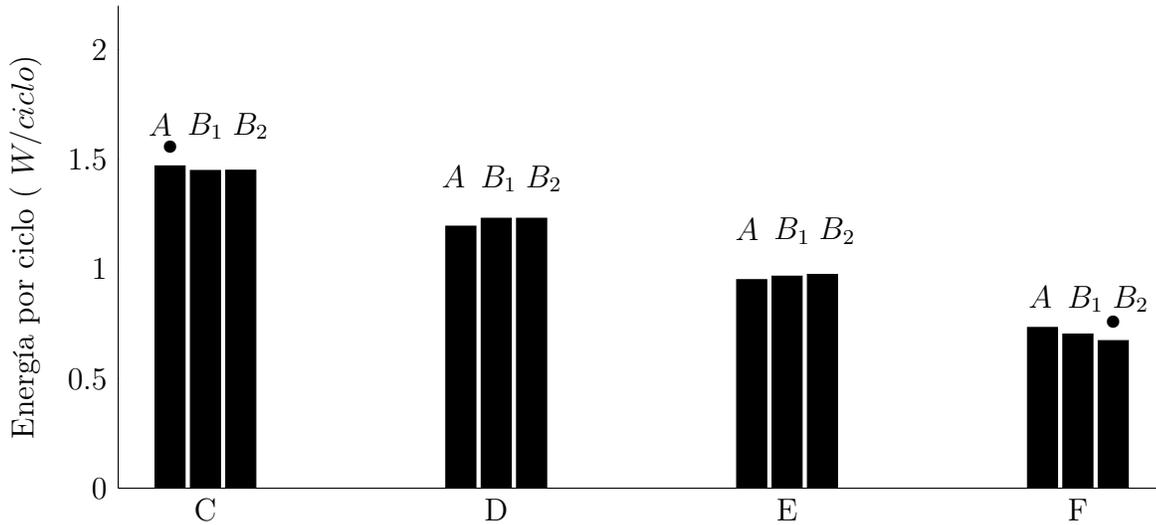


Figura 4.67: Consumo de energía por ciclo para la cavidad 1 usando la pared común  $Co_2$ . Condiciones iniciales  $A$ ,  $B_1$  y  $B_2$ .

De la gráfica antes mencionada se observa que los menores consumos de energía se presentan para  $T_C = 24 \text{ }^\circ\text{C}$ , donde para las condiciones iniciales  $B_2$  (del cual hubo una aproximación a sincronización anti-fase) se obtiene el menor consumo energético por ciclo  $0.673 \text{ W/Ciclo}$  en la cavidad 1 y  $0.612 \text{ W/Ciclo}$  en la cavidad 2—comparado a todos los demás casos; cabe resaltar que para esta misma temperatura de cámara existe un caso con sincronización en-fase y que igual presenta menor consumo de energía con respecto a los demás casos a temperaturas superiores de cámara. Por otro lado, los mayores consumos de energía por ciclo se dan para los casos con  $T_C = 21 \text{ }^\circ\text{C}$  aun cuando, a excepción de los casos con sincronización cerca de anti-fase, presenta las mayores  $\Delta\phi$  y por ende tiene los mayores intervalos de tiempo de inactividad de un calefactor con respecto al otro al alcanzar las temperaturas  $T_L$  y  $T_U$ . Por lo tanto, el consumo energético dada una pared común, disminuye al tener temperaturas  $T_C$  de cámara cercanas a la temperatura límite inferior  $T_L$  de las cavidades, es decir, una  $\Delta T = T_L - T_C = 1 \text{ }^\circ\text{C}$  además que con las condiciones iniciales  $B_1$  y  $B_2$ , es posible disminuir todavía más el consumo al conseguir sincronización cercana a anti-fase y valores de  $\tau$  más largos; tomando en cuenta que para algunos casos existe una diferencia de fase entre las señales de control ello no asegura que se consiga un ahorro de energía.

# Conclusiones

A partir de las pruebas experimentales y el análisis de sus resultados asentados en este trabajo se llega a las siguientes conclusiones:

Para el estudio del fenómeno de sincronización térmica en la convección natural entre dos recintos adyacentes que interactúan térmicamente por medio de una pared común se diseñó, construyó e implementó un arreglo experimental, con el cual fue posible modelar: los recintos adyacentes mediante cavidades, la temperatura exterior a dichos recintos por medio de una cámara de temperatura controlada, así como el sistema de control termostático para los recintos. Para el encendido y apagado de los calefactores de las cavidades se fijaron temperaturas límites: inferior  $T_L = 25\text{ °C}$  y superior  $T_U = 30\text{ °C}$ . De igual forma, gracias al sistema de control, fue posible usar diferentes condiciones iniciales para la puesta en marcha de los calentadores de las cavidades.

Los resultados obtenidos permitieron confirmar la existencia del fenómeno de sincronización térmica en recintos adyacentes ya que solo se había encontrado por medio de simulaciones numéricas en trabajos de otros autores. De igual forma, se hallaron los factores que influyen en el tipo de sincronización térmica que se presenta, tales como: la temperatura interior de la cámara de temperatura controlada  $T_C$  y las condiciones iniciales a la que son puestas en marcha las corridas experimentales, con lo que fue posible encontrar dos tipos de sincronización: en-fase y fuera-de-fase y un caso especial donde se aproximó a anti-fase.

Se encontró que, para una pared común dada, la temperatura exterior a los recintos adyacentes afecta tanto a la frecuencia, así como a la diferencia de fase de los sistemas sincronizados. Por el lado de la frecuencia, esta responde de manera significativa disminuyendo su valor a medida que se incrementa la temperatura de la cámara  $T_C$ , debido a que el intercambio de calor desde el interior de las cavidades a la cámara disminuye por el decaimiento de  $\Delta T = T_L - T_C$ , haciendo que conforme  $T_C$  se acerque a  $T_L$  el tiempo de calentamiento al interior de las cavidades disminuya y el tiempo de enfriamiento aumente; la suma de estos tiempos es el periodo de oscilación de los sistemas sincronizados el cual es el inverso de la frecuencia. De la misma manera, la diferencia de fase entre las temperaturas de control también se ven afectadas de manera importante, ya que, a bajas temperaturas de cámara,  $\Delta\phi$  es de mayor magnitud en comparación a las obtenidas al incrementar la temperatura de la cámara.

A decir de las condiciones iniciales, éstas tienen un efecto significativo sobre la diferencia de fase. Como se vio en la Sección 4.3 para una pared común dada, en cada temperatura de cámara,  $\Delta\phi$  aumenta al aplicar condiciones iniciales tipo  $B_1$  ( $T_1(0) = 25\text{ °C}$ ,  $T_2(0) = 30\text{ °C}$ ) y  $B_2$  ( $T_1(0) = 30\text{ °C}$ ,  $T_2(0) = 25\text{ °C}$ ) con respecto a las tipo  $A$  ( $T_1(0) = T_2(0) = T_C$ ); las condiciones iniciales tienen un efecto muy importante a tal grado que pueden obtenerse diferencias de fase

mayores a  $90^\circ$  lo que da paso a obtener una aproximación a sincronización anti-fase. Por otro lado, las condiciones iniciales no afectan a la frecuencia a la cual oscilan los sistemas sincronizados, con excepción para  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , donde las condiciones iniciales  $A$  y las condiciones  $B_1$  presentaron una diferencia del 16 %, mientras que, entre las condiciones iniciales  $A$  y  $B_2$  la frecuencia varió 18 %.

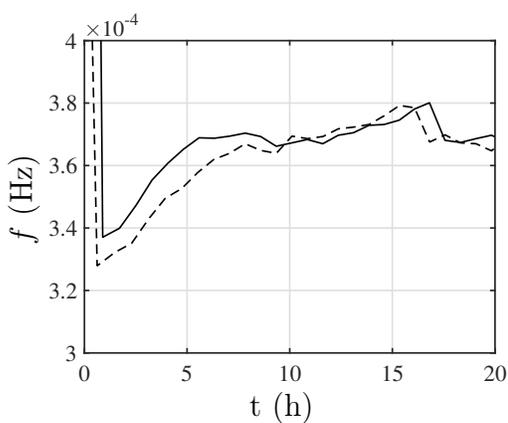
Las variaciones de las propiedades de la pared común tienen el efecto de cambiar la diferencia de fase para una temperatura de cámara y condiciones iniciales dadas. Independientemente del valor de la frecuencia de los sistemas sincronizados y para un cierto tipo de material de pared común, conforme el valor de la capacitancia térmica aumenta también lo hará la diferencia de fase. Sin embargo, los resultados también arrojan que  $\Delta\phi$  no aumenta indefinidamente a incrementos de  $C$  sino que existe un límite en el que la diferencia de fase regresa a valores cercanos a la sincronización en-fase, lo cual es razonable ya que la máxima diferencia de fase posible es de  $180^\circ$ .

Fue posible encontrar ahorro de energía en el fenómeno de sincronización estudiado en este trabajo, en el que se obtiene que el consumo energético dada una pared común, se beneficia no solo por el tipo de sincronización sino también por la temperatura que rodea a los recintos; por ejemplo, para una  $T_C = 21^\circ\text{C}$  se encontraron los máximos consumos de energía aun cuando esta temperatura provoca que exista una diferencia de fase entre las señales de control y por ende, un intervalo de tiempo de inactividad de alguno de los calentadores por lo cual, que exista una diferencia de fase entre las señales de control, no asegura que se consiga un ahorro de energía. Por otro lado, para  $T_C = 24^\circ\text{C}$ , se encontraron los menores consumos de energía, aun cuando se tienen un caso con sincronización en-fase en el cual los dos calentadores trabajan al mismo tiempo para elevar la temperatura de  $T_L$  a  $T_U$ ; de igual forma para esta misma  $T_C$  se obtuvo una aproximación a la sincronización anti-fase donde uno de los calentadores se encuentra trabajando mientras que el otro está totalmente apagado, obteniendo los menores consumos de energía comparado con todos los demás casos vistos en este trabajo.

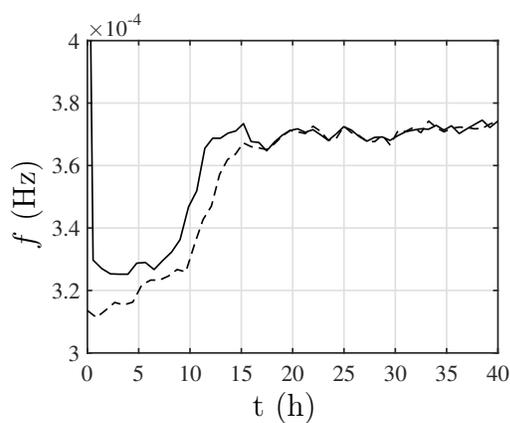
Dado que se pretende utilizar el fenómeno de sincronización térmica en el diseño de sistemas de control de temperatura en edificaciones, vale la pena mencionar que el fenómeno es muy sensible a los cambios de temperatura externa a los recintos; esto hace que sus aplicaciones se vean limitadas a las industrias que utilicen sistemas de control de temperatura de precisión tales como la industria farmacéutica o alimenticia, donde sus cuartos de producción (los recintos) están confinados dentro de naves industriales (cámara de temperatura controlada) en las cuales se regula su temperatura mediante sistemas de ventilación. Por otro lado, para obtener sincronización térmica en las industrias antes mencionadas, es necesario que se incluyan en las buenas prácticas de diseño y construcción, el tipo de puesta en marcha (condiciones iniciales) de los sistemas térmicos así como la selección adecuada de materiales para la pared común a la cual los cuartos de producción adyacentes interaccionarían térmicamente.

# Apéndice A

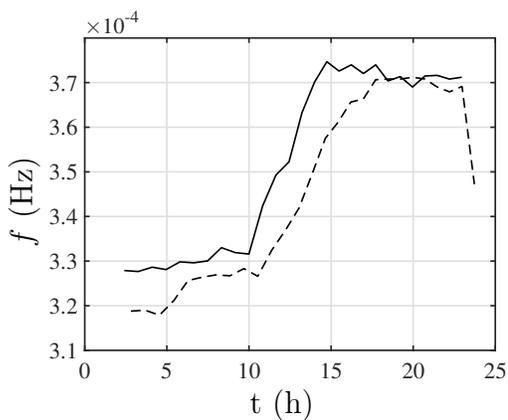
## Pared común $C_{o1}$



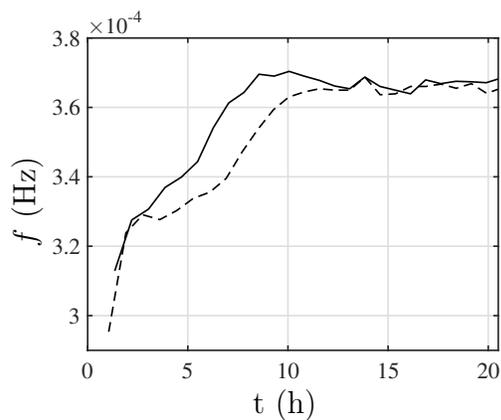
(a) Condiciones Iniciales  $B_1$ .



(b) Condiciones Iniciales  $B_2$ .

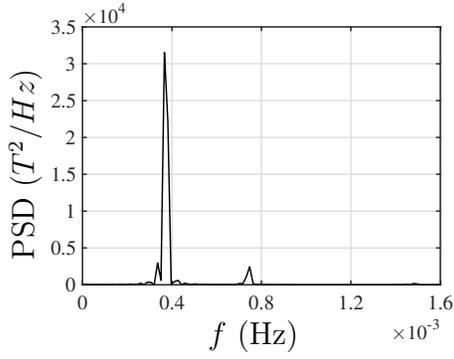


(c) Condiciones Iniciales  $B_2$ .

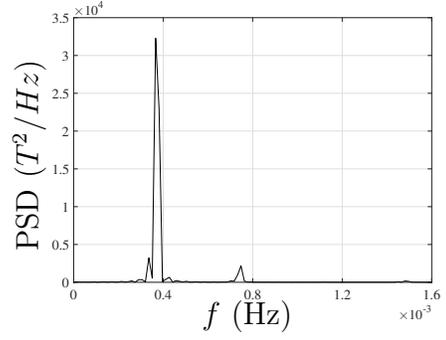


(d) Condiciones Iniciales  $B_2$ .

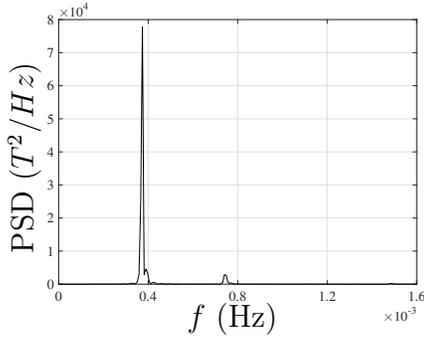
Figura A.1:  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , pared común  $C_{o1}$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.



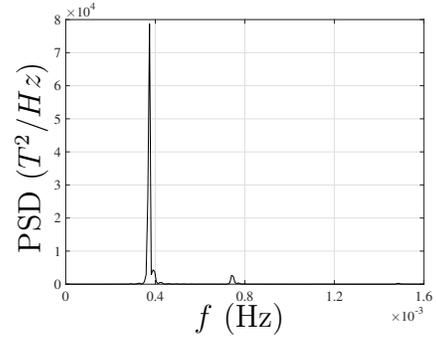
(a) PSD cavidad 1, Condiciones iniciales  $b_1$ .



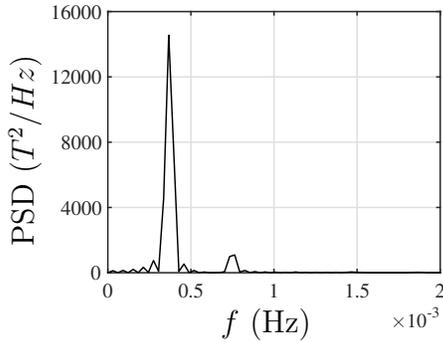
(b) PSD cavidad 2, Condiciones iniciales  $b_1$ .



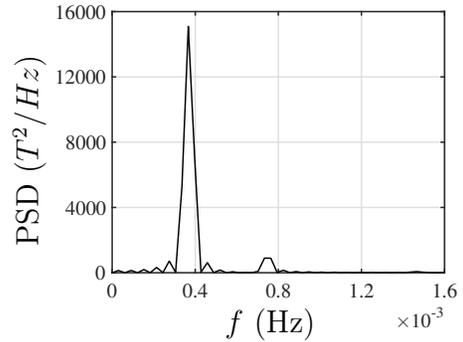
(c) PSD cavidad 1, Condiciones iniciales  $b_2$ .



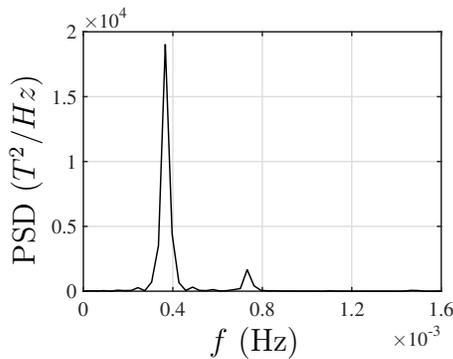
(d) PSD cavidad 2, Condiciones iniciales  $b_2$ .



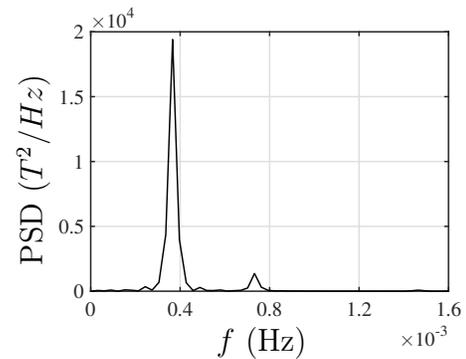
(e) PSD cavidad 1, Condiciones iniciales  $c_1$ .



(f) PSD cavidad 2, Condiciones iniciales  $c_1$ .

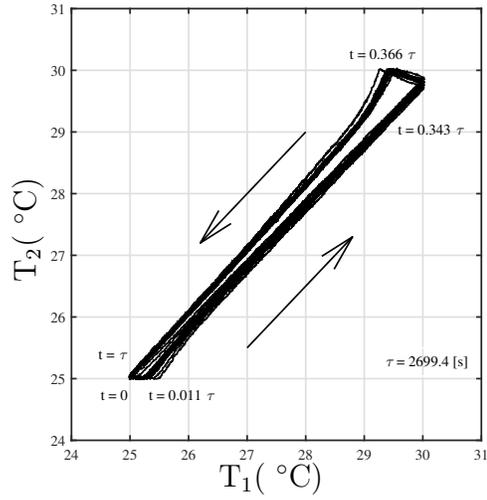


(g) PSD cavidad 1, Condiciones iniciales  $c_2$ .

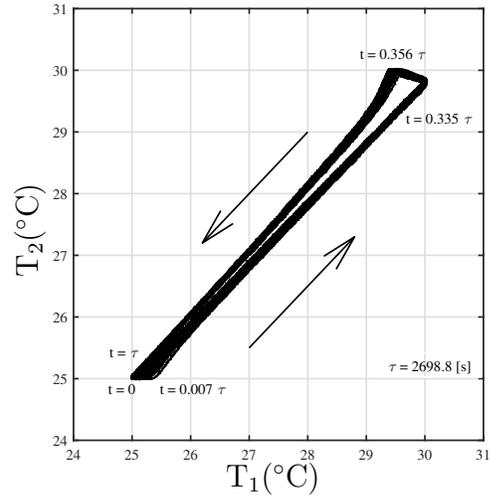


(h) PSD cavidad 2, Condiciones iniciales  $c_2$ .

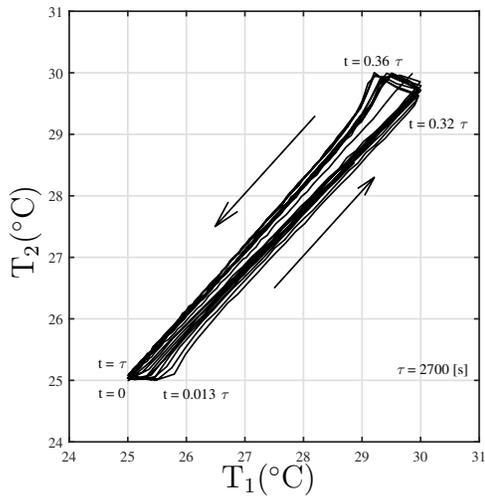
Figura A.2: Pared común  $Co_1$ ,  $T_C = 23$  °C.



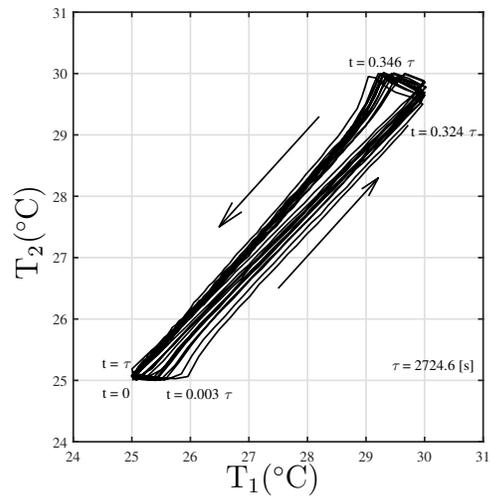
(a) Condiciones Iniciales  $B_1$ .



(b) Condiciones Iniciales  $B_2$ .



(c) Condiciones Iniciales  $C_1$ .



(d) Condiciones Iniciales  $C_2$ .

Figura A.3: Diagramas de fase,  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_1$

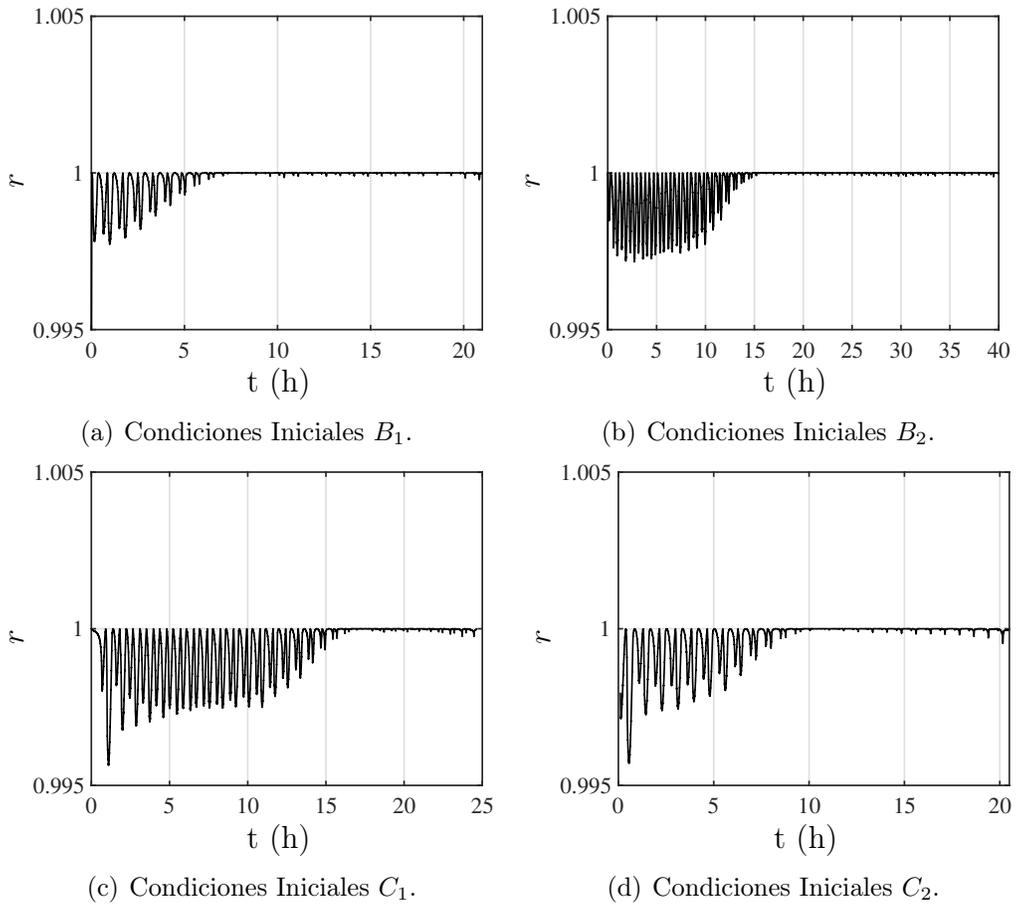


Figura A.4: Parámetro de Kuramoto de orden  $r$ .  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , pared común  $C_{O_1}$

# Apéndice B

## Acero Inoxidable (1.27 mm) y Cobre (4.76 mm)

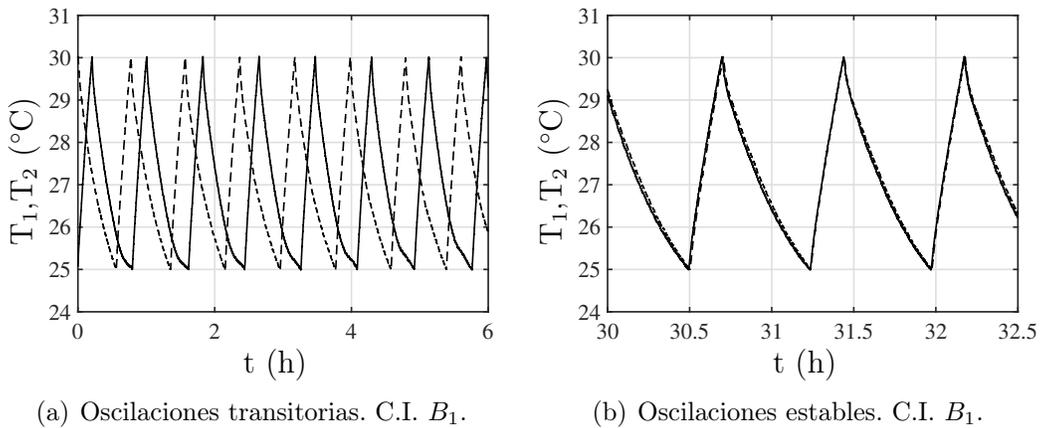


Figura B.1:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , pared común  $AI_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

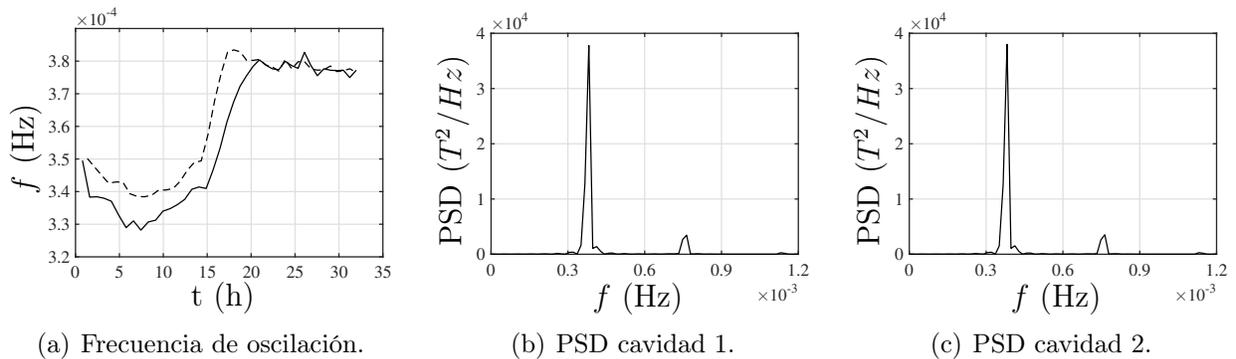
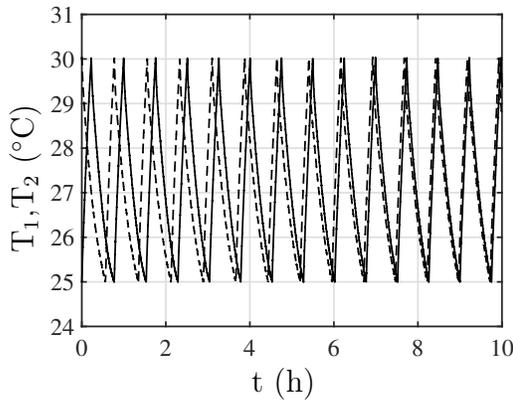
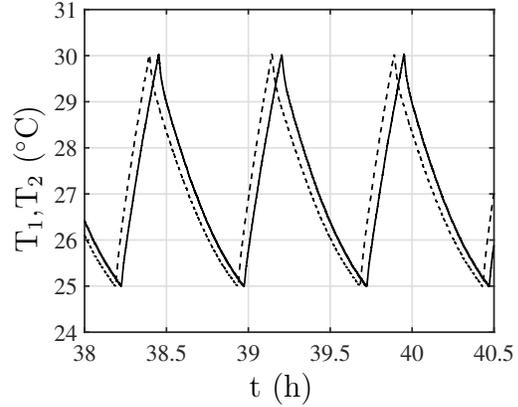


Figura B.2:  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , Condiciones iniciales:  $B_1$ , pared común  $AI_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

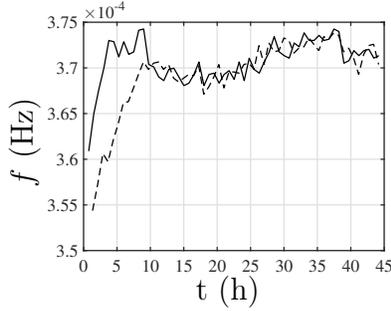


(a) Oscilaciones transitorias. C.I.  $B_1$ .

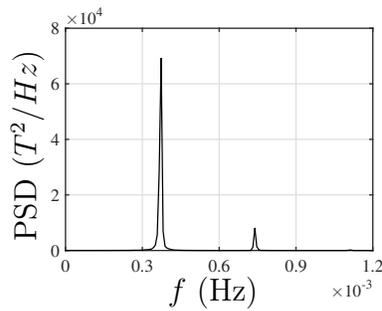


(b) Oscilaciones estables. C.I.  $B_1$ .

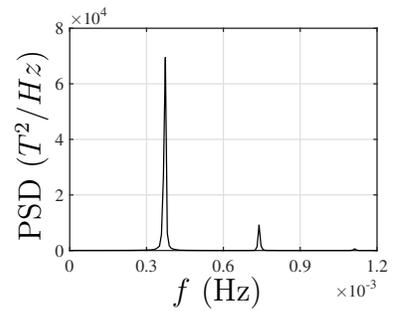
Figura B.3:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_3$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.



(a) Frecuencia de oscilación.

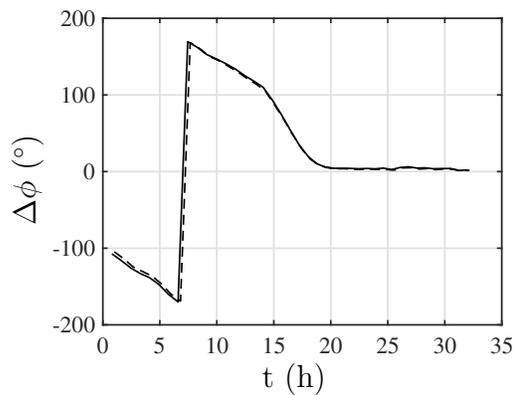


(b) PSD cavidad 1.

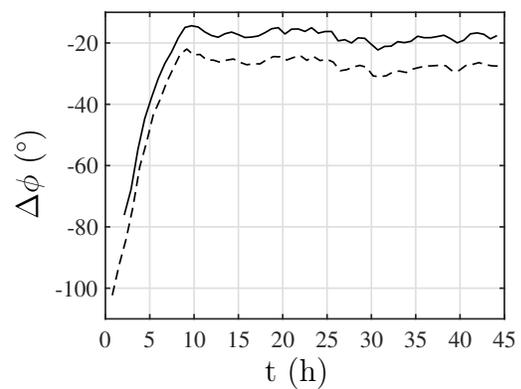


(c) PSD cavidad 2.

Figura B.4:  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $Co_3$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.



(a)  $Al_2$



(b)  $Co_3$

Figura B.5: Diferencia de fase  $\Delta\phi(t)$ , C.I.  $B_1$ ,  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ . — cuando la temperatura alcanza  $T_L$ , - - - cuando la temperatura alcanza  $T_U$

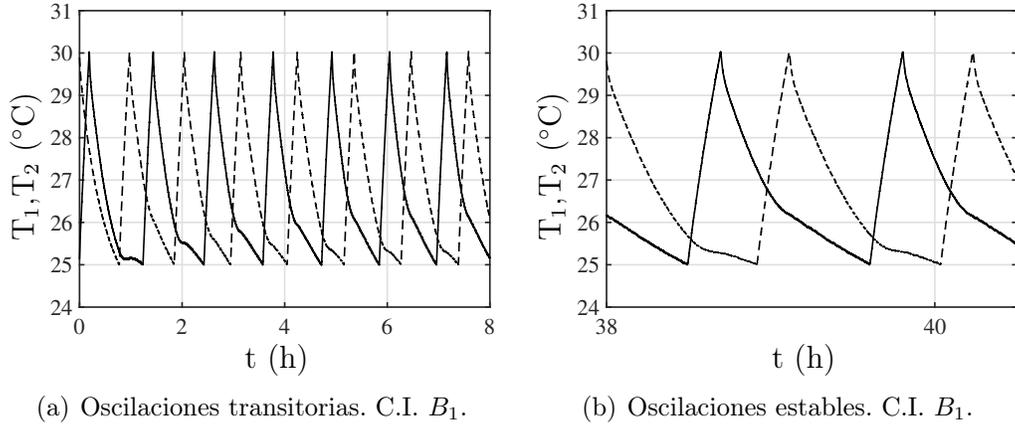


Figura B.6:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , pared común  $AI_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

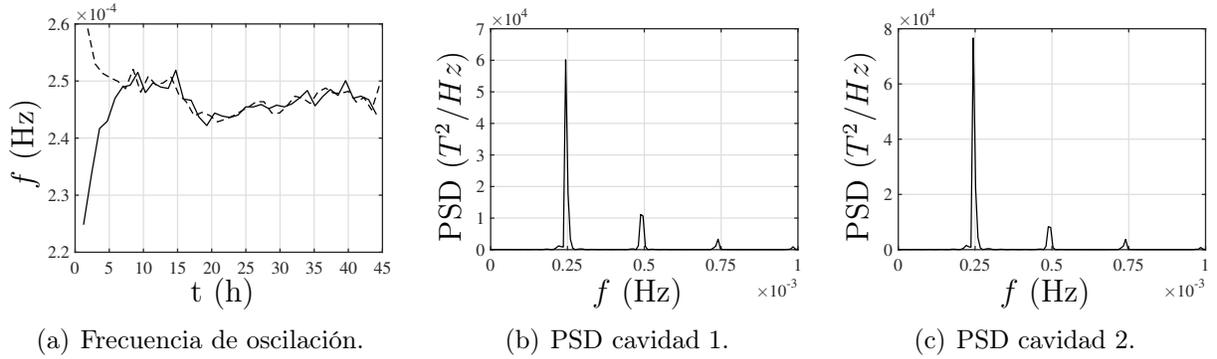


Figura B.7:  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $AI_2$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

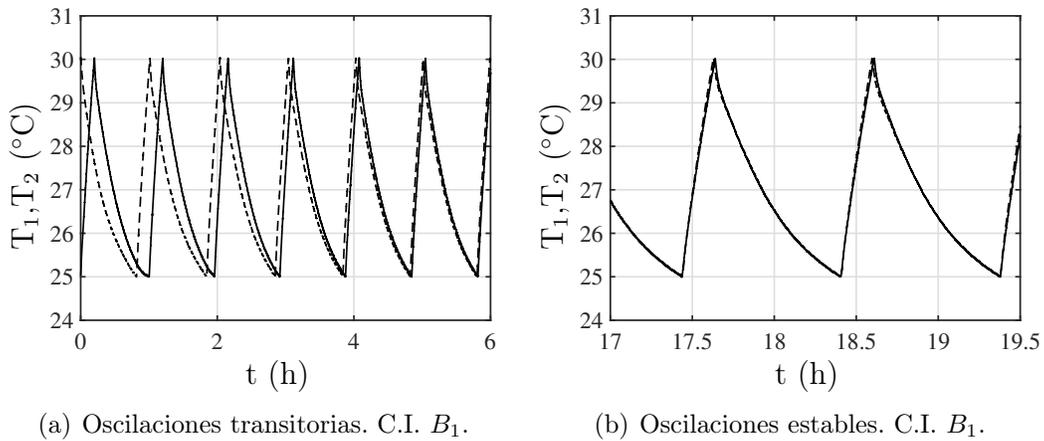


Figura B.8:  $T_1(t)$  y  $T_2(t)$  para  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ , pared común  $Co_3$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

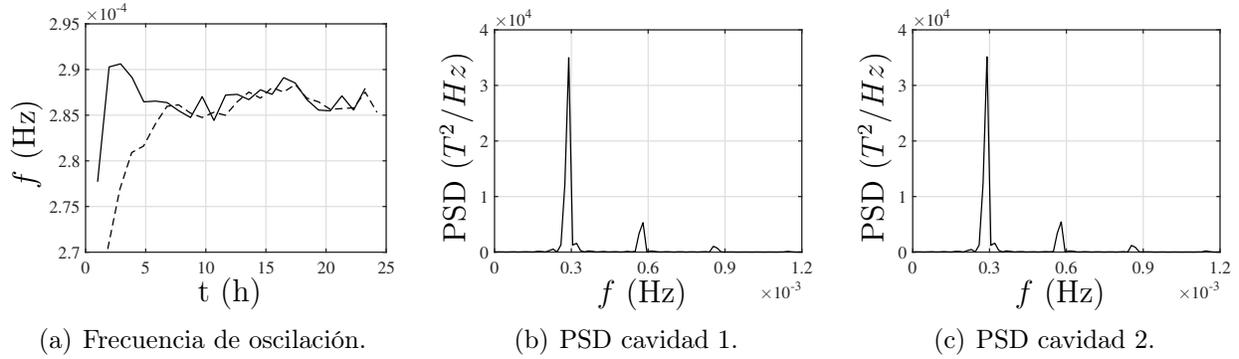


Figura B.9:  $\Delta T = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ , condiciones iniciales  $B_1$ , pared común  $Co_3$ . — cavidad 1, - - - cavidad 2.

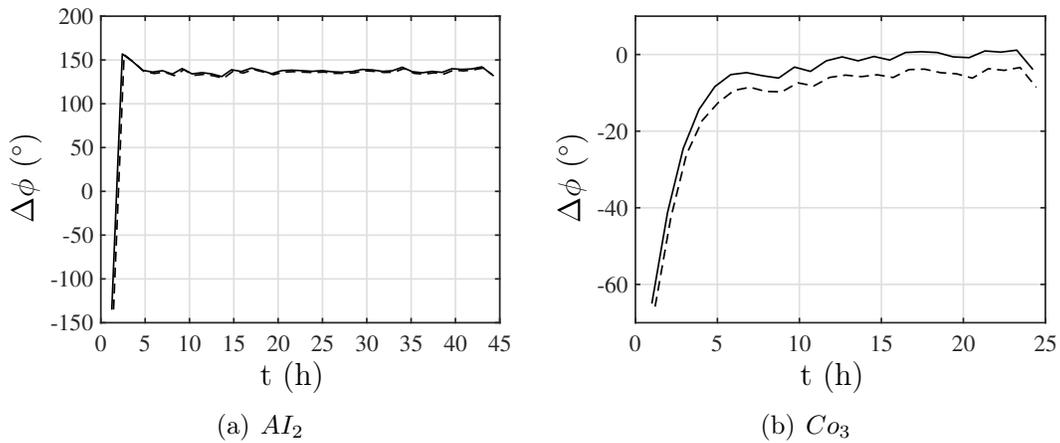


Figura B.10: Diferencia de fase  $\Delta\phi(t)$ , C.I.  $B_1$ ,  $\Delta T = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ . — cuando la temperatura alcanza  $T_L$ , - - - cuando la temperatura alcanza  $T_U$

## Apéndice C

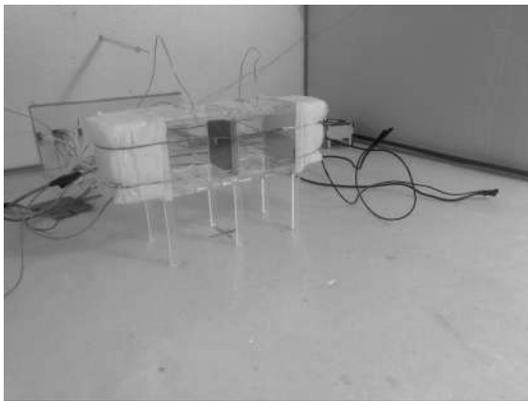
### Arreglo experimental.



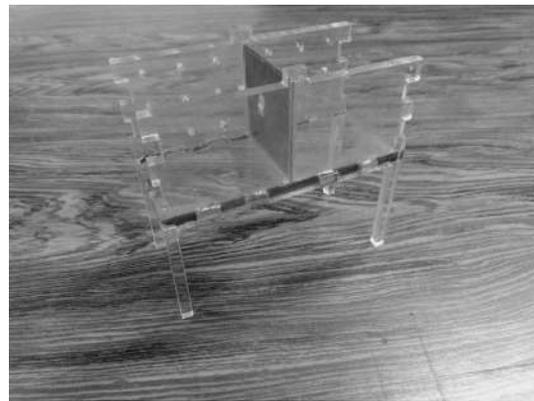
Figura C.1: Cámara de temperatura controlada con arreglo de cavidades en su interior.



Figura C.2: Fuentes de potencia de precisión y adquisición de datos de NI.



(a) Arreglo de cavidades, Pared común: cobre de 4.76 mm de espesor.



(b) Lámina de acero inoxidable AIS304 de 1.27 mm de espesor.

Figura C.3: Arreglo de cavidades con pared común en su interior

# Bibliografía

- [1] C. Huygens. Letter to de Sluse. Letter No. 1333 of February 24, 1665, page 241. In *Oeuvres Complète de Christiaan Huygens. Correspondence*. Vol. 5, pp. 1664-1665. Société Hollandaise des Sciences, Martinus Nijhoff, La Haye, 1673.
- [2] J. Buck and E. Buck. Synchronous fireflies. *Scientific American*, 234(5):74–85, 1976.
- [3] S.H. Strogatz and I. Stewart. Coupled oscillators and biological synchronization. *Scientific American*, 269(6):102–109, 1993.
- [4] L. Glass. Synchronization and rhythmic processes in physiology. *Nature*, 410:277–284, 2001.
- [5] M. Bennett, M.F. Schatz, H. Rockwood, and K. Wiesenfeld. Huygens’s clocks. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Math. Phys. Eng. Sci.*, 458(2019):563–579, 2002.
- [6] A. Stefański and T. Kapitaniak. Synchronization of mechanical systems driven by chaotic or random excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 260(3):565–576, 2003.
- [7] M. Senator. Synchronization of two coupled escapement-driven pendulum clocks. *Journal of Sound and Vibration*, 291(3):566–603, 2006.
- [8] K. Czolczynski, P. Perlikowski, A. Stefanski, and T. Kapitaniak. Clustering of Huygens’ clocks. *Progress of Theoretical Physics*, 122(4):1027–1033, 2009.
- [9] J.C. Jáuregui, M. Sen, and C.S. López-Cajún. Experimental characterization of synchronous vibrations of blades. In *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2011, Vol. 6, Pts A and B*, pages 821–828, 2012.
- [10] C.A. González-Cruz, J.C. Jáuregui-Correa, C.S. López-Cajún, A. Domínguez-González, and M. Sen. Experimental analysis of synchronization and dynamics in an automobile as a complex system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 60-61:472–484, 2015.
- [11] C.A. González-Cruz, J.C. Jáuregui-Correa, A. Domínguez-González, and A. Lozano-Guzmán. Effect of the coupling strength on the nonlinear synchronization of a single-stage gear transmission. *Nonlinear Dynamics*, 85(1):123–140, Jul 2016.
- [12] C.M. Verrelli. Synchronization of permanent magnetic electric motors: New nonlinear advances results. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 13(1):395–409, 2012.
- [13] J. Wang and A. Chen. Partial synchronization in coupled chemical chaotic oscillator. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 233(8):1897–1904, 2010.

- [14] L.M. Pecora, T.L. Carroll, G.A. Johnson, D.J. Mar, and J.F. Heagy. Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts and applications. *Chaos*, 7(4):520–543, 1997.
- [15] T. Maxworthy. The flickering candle: transition to a global oscillation in a thermal plume. *Journal of Fluid Mechanics*, 390:297–323, 1999.
- [16] W. Cai and M. Sen. Synchronization of thermostatically controlled first-order systems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51(11):3032–3043, 2008.
- [17] M. Sen. Effect of walls on synchronization of thermostatic room-temperature oscillations. *Journal of the Mexican Society of Mechanical Engineering*, 4(3):81–88, 2012.
- [18] A. Pikovsky, M. Rosenblum, and J. Kurths. *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences*. Cambridge University Press, 2001.