



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

ESTIMACIÓN DE  
PROBABILIDADES EN  
AMBIENTES NO ESTACIONARIOS

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

PRESENTA  
ADRIANA LÓPEZ HERNÁNDEZ

DIRECTOR: DR. ARTURO BOUZAS RIAÑO  
REVISOR: DR. FLORENTE LÓPEZ RODRÍGUEZ  
SINODALES: DR. ÓSCAR ZAMORA ARÉVALO  
DR. VLADIMIR ORDUÑA TRUJILLO  
DR. ÁNGEL EUGENIO TOVAR Y ROMO



APOYADO POR PROYECTO PAPIIT: IN307214

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD.MX.

2019



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Agradecimientos

A mis papás, por su infinita paciencia durante este proceso.

A Diego, Isa, Gabriel y Jessi, por su apoyo incondicional.

A Melisa y Manu, porque sin ellos me habría tardado al menos otro año en titularme.

Al Doctor Bouzas y a todos en el Laboratorio 25, por brindarme su ayuda en todo momento.



# Resumen

Poco se sabe sobre la forma en la que las personas estiman cambios de probabilidad. Si bien es cierto que se han realizado inferencias sobre experimentos de elección, son pocos los estudios que se aproximan al proceso de manera directa. Anteriormente este problema se ha abordado mediante el análisis de cambios discretos en parámetros ocultos de probabilidad, preguntando a los sujetos directamente por sus estimados percibidos. El presente trabajo examina la capacidad de los participantes para rastrear cambios en el parámetro oculto de probabilidad de un proceso de Bernoulli, donde dicho parámetro cambia continuamente siguiendo una senoide y donde las condiciones iniciales fueron alteradas sin alertar a los sujetos. Los resultados de este trabajo muestran que los participantes son capaces de seguir con éxito los cambios continuos en el verdadero parámetro de probabilidad.

*Palabras clave:* probabilidad, probabilidad subjetiva, incertidumbre.



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>5</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>Marco Teórico</b>	<b>5</b>
Toma de decisiones . . . . .	5
Probabilidad subjetiva . . . . .	6
Entornos dinámicos . . . . .	7
Experimentos sobre estimación de probabilidad . . . . .	9
Evidencia empírica . . . . .	12
Cambios siguiendo una función sinusoidal . . . . .	16
Sobre el presente trabajo . . . . .	22
<b>Método</b>	<b>25</b>
Participantes . . . . .	25
Instrumento . . . . .	25
Procedimiento . . . . .	29
<b>Resultados</b>	<b>33</b>



<b>Discusión</b>	<b>55</b>
Ambientes regidos por senoide . . . . .	55
Ambientes estáticos . . . . .	60
Acumulado de estimaciones verdes . . . . .	64
<i>Lag</i> en la respuesta . . . . .	65
Transiciones de una condición a otra . . . . .	66
Consideraciones finales . . . . .	68
<b>Conclusiones</b>	<b>71</b>
<b>Referencias</b>	<b>75</b>
<b>Anexos</b>	<b>81</b>

# Índice de Figuras

<i>Figura 1.</i> Resultados de Robinson (1984) . . . . .	14
<i>Figura 2.</i> Resultados de Gallistel et. al. (2014) . . . . .	16
<i>Figura 3.</i> Sinusoide . . . . .	18
<i>Figura 4.</i> Ejemplo de sinusoide . . . . .	19
<i>Figura 5.</i> Estructura experimental de Estes (1984) . . . . .	20
<i>Figura 6.</i> Resultados de Estes (1984), bloque experimental . .	21
<i>Figura 7.</i> Resultados de Estes (1984), condiciones seno y espe- jo de seno . . . . .	22
<i>Figura 8.</i> Pantalla observada por los sujetos . . . . .	26
<i>Figura 9.</i> Pantalla observada por los sujetos (2) . . . . .	27
<i>Figura 10.</i> Grupo 1: Estimado y error ensayo a ensayo . . . . .	35
<i>Figura 11.</i> Grupo 1: Sujetos con mayor y menor error . . . . .	36
<i>Figura 12.</i> Grupo 1: Acumulado de verdes (individual) . . . . .	37
<i>Figura 13.</i> Grupo 2: Estimado y error ensayo a ensayo . . . . .	38
<i>Figura 14.</i> Grupo 2: Sujetos con mayor y menor error . . . . .	39
<i>Figura 15.</i> Grupo 2: Acumulado de verdes (individual) . . . . .	40

<i>Figura 16.</i> Grupo 3: Estimado y error ensayo a ensayo . . . .	41
<i>Figura 17.</i> Grupo 3: Sujetos con mayor y menor error . . . .	42
<i>Figura 18.</i> Grupo 3: Acumulado de verdes (individual) . . . .	43
<i>Figura 19.</i> Grupo 4: Estimado y error ensayo a ensayo . . . .	44
<i>Figura 20.</i> Grupo 4: Sujetos con mayor y menor error . . . .	45
<i>Figura 21.</i> Grupo 4: Acumulado de verdes (individual) . . . .	46
<i>Figura 22.</i> Distribución de error (datos originales y datos ajustados) . . . . .	49
<i>Figura 23.</i> Gráficas de caja (datos originales) . . . . .	51
<i>Figura 24.</i> Gráficas de caja (datos ajustados) . . . . .	52
<i>Figura 25.</i> Distribución de error (entre grupos) . . . . .	53
<i>Figura 26.</i> Distribución de estimados (PF) . . . . .	54

# Introducción

El mundo es un escenario complejo y es difícil conocer y procesar toda la información presente. Los organismos deben aprender a desempeñarse en el entorno para satisfacer sus necesidades, tomando en cuenta que las consecuencias de su comportamiento son probabilísticas. La investigación en psicología ha buscado describir e incluso modelar el comportamiento para así explicarlo y realizar predicciones.

Las propiedades de aquello que resulta biológicamente relevante para los organismos no son estacionarias. Los seres vivos se encuentran inmersos en un ambiente dinámico cuyos elementos cambian en función del tiempo. La ocurrencia de sucesos biológicamente importantes es probabilística y, con el tiempo, esta misma probabilidad también puede variar. Por ello y para conseguir adaptar su comportamiento, un organismo debe ser capaz de identificar y aprender sobre las propiedades estadísticas de este tipo de sucesos.

Por ejemplo, existen ciertas especies de antílopes que realizan migraciones debido a su necesidad para alimentarse. Estos anima-

les viven en llanuras donde la disponibilidad de plantas (su fuente de alimento) está determinada por la presencia de lluvia. De no identificar que el lugar de donde pueden obtener comida cambia a lo largo del año (a consecuencia de los distintos patrones de precipitación durante cada estación), los antílopes podrían no sobrevivir.

La probabilidad de ocurrencia de un evento puede cambiar de forma discreta o continua, siguiendo algún patrón o de manera aleatoria. Así, el valor de una empresa que cotiza en bolsa puede alterarse discreta y estocásticamente, mientras que los cambios climáticos estacionales pueden concebirse como continuos, además de que siguen un patrón que tiende a repetirse cada año. Cabe la posibilidad de que, al interactuar con el medio, los organismos logren aprender sobre este tipo de cambios.

Uno de los retos de los organismos es detectar el momento en el que se dan cambios en la ocurrencia de algún suceso biológicamente importante para ellos. Cuando se presenta una modificación en el valor del parámetro que determina su probabilidad o cuando se interrumpe la forma en la que éste había estado fluctuando hasta entonces, los organismos necesitan identificarlo y adaptarse a las nuevas contingencias ambientales. Volviendo al ejemplo de las estaciones: al introducirse la variable “calentamiento global” a la ecuación, ocurre un cambio en el patrón climatológico natural y la capacidad para reconocerlo es esencial para sobrevivir.

La detección de parámetros de probabilidad permite a los or-

ganismos elegir de forma óptima su comportamiento. Y en este sentido, una de las formas tradicionales en las que se ha estudiado la estimación de probabilidades es mediante tareas de elección. Cuando los eventos biológicamente importantes son probabilísticos, las elecciones óptimas deben tomar en cuenta la incertidumbre. Sin embargo, no es válido asumir que a partir de una elección se pueda inferir el proceso subyacente de estimación probabilística. Existen varios factores, adicionales a éste último, que determinan el resultado de las elecciones y es poca la literatura que trata la estimación de probabilidad por sí misma.

En este sentido, se debe medir directamente la probabilidad subjetiva. Resulta necesario hacer experimentos en los que la tarea del participante consista en hacer explícito su estimado del parámetro de probabilidad. Este tipo de experimentos debe considerar que los sujetos tan sólo tienen acceso a una muestra de las ocurrencias del evento, lo que tiene un impacto sobre sus cálculos. También se debe tomar en cuenta que factores como la tasa de aprendizaje, la medida en la que nueva evidencia tiene un efecto sobre el comportamiento, resultan cruciales.

El propósito del presente trabajo es estudiar la estimación subjetiva de probabilidades a través del tiempo con procedimientos de estimación directa, diferentes a los de elección. Se ha de estudiar en qué medida los seres humanos somos sensibles a lo probabilístico y cambiante del mundo, objetivo que es posible gracias al control que ofrece un ambiente de laboratorio.

Esta tesis busca responder, en primer lugar, si las personas son capaces de seguir cambios continuos en los valores de un parámetro oculto de probabilidad. También, se tratará de identificar cuanto demoran los participantes en reportar un determinado valor de probabilidad luego de que éste fuera presentado. Asimismo, este trabajo busca describir el desempeño de las personas ante una condición donde el parámetro de probabilidad presenta un valor fijo. Y, finalmente, se indagará acerca de los efectos de la exposición a una condición inicial sobre el desempeño de los sujetos al cambiar de contingencias (ya sea que se trate de una condición fija o continua). Para analizar los resultados será necesario tomar en consideración la información que posean los participantes en cada momento.

La presente tesis se divide de la siguiente manera: el primer capítulo cubrirá el marco teórico, una revisión de la literatura existente y relevante para justificar el trabajo. El experimento será descrito en el segundo capítulo, donde se detallará tanto el procedimiento como las características de los participantes y del entorno virtual con el cual interactuaron. En el capítulo 3 se hará la revisión de los datos obtenidos y, en el 4, la discusión de los resultados. Finalmente, las conclusiones sobre los alcances de esta tesis se presentarán en el quinto capítulo.

# Marco Teórico

## Toma de decisiones

Cuando un organismo toma una decisión, éste tiene que identificar sus posibles opciones y definir sus preferencias. Elegir implica optar por un curso de acción sobre otras trayectorias donde cada alternativa de acción está asociada a un conjunto de posibles resultados o consecuencias, y donde dichos resultados se asocian a una cierta probabilidad condicional (Tversky y Kahneman, 1985).

Existen múltiples teorías de elección para representar y entender el proceso que lleva a una decisión, según las cuales la deseabilidad subjetiva y la probabilidad de cada opción se combinan para asignarle un valor a cada alternativa. Aunque las distintas teorías difieren en la manera en la que se integra esta información, en términos generales se habla de reglas de elección para hacer comparaciones entre las opciones y actuar en consecuencia.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Ejemplos de teorías de elección son la teoría de la utilidad esperada (Schemaker, 1982) y la teoría del prospecto (Kahneman y Tversky, 1979).



Una decisión es resultado de un proceso complejo. De entrada, la deseabilidad de una misma opción varía entre personas; una misma alternativa no es igualmente gratificante para todos (Edwards, 1962). Además, ciertas propiedades del medio pueden ser más relevantes o salientes para algunas personas en determinadas circunstancias y esto puede determinar la información que toman en cuenta (Kenway, 2013). Para entender este proceso, las partes que lo constituyen se deben estudiar de manera directa e independiente en lugar de inferirse a partir de los resultados de la elección. Particularmente, un elemento importante de este proceso es la estimación de las probabilidades asociadas a las consecuencias del comportamiento.

## Probabilidad subjetiva

La evaluación que un espectador hace respecto a la ocurrencia de sucesos se puede entender como una escala que pondera probabilidades según su capacidad de controlar el comportamiento (Edwards, 1954) . La estimación subjetiva respecto a la ocurrencia de un evento parte de un conjunto de creencias iniciales, las cuales actualiza al obtener nueva información (Diaconis y Zabell, 1982). Aquí se toman en cuenta desde la información obtenida a partir de la experiencia personal y hasta posibles sesgos cognitivos.

Existe un fuerte interés por comprender el mecanismo mediante el cual una persona convierte la incertidumbre sobre su entorno en

valores de probabilidad. Excluyendo ambientes con alta entropía (eg. cuando la probabilidad es igual a 0.5) <sup>2</sup>, conforme incrementa la experiencia con los datos se esperaría una reducción tanto en el nivel de incertidumbre como en el margen de error de la respuesta comparada con el valor real. De la misma forma, si a un sujeto experto se le pregunta por su estimado *a priori* (su creencia antes de interactuar con el evento actual), se esperaría un pronóstico más preciso en contraste con las predicciones de un novato con nula experiencia en el ámbito.

## Entornos dinámicos

El mundo al que las personas se enfrentan día a día no es estático: las personas viven en un entorno dinámico donde el tiempo es una variable relevante. Además, al interactuar con él, sus propias acciones tienen consecuencias sobre los valores asociados a las variables ambientales. Por ello, estudios realizados sobre ambientes no estacionarios emulan al mundo real de mejor forma que escenarios estáticos.

La ocurrencia de un evento se puede dar con una cierta probabilidad y, a su vez, es posible que se modifique el valor del parámetro

---

<sup>2</sup>La entropía de un proceso es la cantidad de información contenida en dicho proceso (Gray, 2011). Entropía se refiere a una medida de orden; permite evaluar el grado de variación en un sistema. Cuando la entropía es máxima, el sistema es aleatorio y la adquisición de información no reduce la incertidumbre acerca de dicho sistema.

que determina dicha probabilidad a lo largo del tiempo. Esto es, los parámetros de probabilidad tienen también una probabilidad de cambio a través del tiempo y podrían modificarse en momentos y cantidades impredecibles (Gallistel, Liu, Krishan y Miller, 2014). Por ejemplo, si se considera la probabilidad de lluvia a lo largo del año, el factor calentamiento global ha llevado a que la distribución del parámetro que la determina cambie: es más probable ahora que llueva durante temporada de lluvias en contraste con las temporadas de lluvias en años pasados.

Tanto las circunstancias mismas como las recompensas que acompañan a un cierto curso de acción pueden variar de momento a momento. Por consiguiente, el éxito de una elección y cualquier otra conducta puede ser determinado por el nivel de conocimiento sobre las propiedades estadísticas del entorno. En particular, la aptitud de cada persona para estimar la probabilidad de diversas alternativas incide en la maximización de sus utilidades (Robinson, 1964). Para cualquier agente resulta crucial la habilidad de identificar y adaptarse a la volatilidad.

¿Cómo detecta un sujeto de que ha sucedido un cambio en los parámetros que determinan su entorno? Una posible explicación es que su estimado subjetivo de probabilidad no coincida con las observaciones que realiza en un determinado momento. Dependiendo de la experiencia que tenga con su medio, de la cantidad de observaciones incoherentes y del tamaño de la discrepancia entre su estimado y sus observaciones, el individuo podría determinar si se

trata de una alteración de este tipo o de un evento aislado.

## Experimentos sobre estimación de probabilidad

Los estudios tradicionales en psicofísica nos presentan la necesidad de separar discriminabilidad de sesgo. Al momento de preguntarle a los participantes si, por ejemplo, detectan o no un cierto estímulo, involucran un proceso de elección y la medición de la percepción se vuelve un proceso indirecto. Sin embargo, Stevens (1956, 1958) recalcó la importancia de tener métodos de estimación de magnitudes que sean representativos de una escala de sensación, como es el ajustar una luz para que sea igual de brillante que otra o cualquier otro procedimiento que permita a una persona comunicar sus impresiones cuantitativamente y con los menos sesgos posibles. Con esto, Stevens impulsó la medición directa de la percepción.

Existe un protocolo básico para el estudio de la percepción de probabilidades. Un escenario experimental clásico consiste en presentar aleatoriamente dos o más estímulos durante proporciones fijas de ensayos para ver si los sujetos logran predecir cuál será el siguiente (Edwards, 1961; Gardner, 1957). Otro experimento habitual consta en mostrar una ficha extraída de una de dos posibles urnas, cada una de las cuales contiene una proporción diferente de fichas de distinto color; los sujetos entonces deben elegir de cuál de ellas fue extraída la muestra (Wheeler y Beach, 1968).

No obstante, el proceso de elección es muy complejo y toma en cuenta un sinnúmero de factores además de los parámetros de probabilidad que subyacen al medio. De entrada, la relación entre las probabilidades objetiva y subjetiva varía dependiendo de las recompensas o los potenciales riesgos involucrados al tomar una decisión (Edwards, 1954). Además, una tarea basada en un procedimiento de elección no es un proceso análogo a la estimación probabilística debido a que sus resultados sólo pueden ser binarios y, para conocer ésta última, se requieren respuestas que supondrían componer el continuo entre 0 y 1 (Gallistel et. al., 2014).

Consecuentemente, el método para estudiar este problema ha ido evolucionando. Por ejemplo, algunos investigadores han incorporado barras marcadas del 0 al 1 donde los sujetos deben colocar marcadores para expresar su estimado de probabilidad (Peterson y Phillips, 1966; Peterson y Ulehla, 1964; Wheeler y Beach, 1968). De igual forma, otros experimentos han pedido a las personas verbalizar o escribir su estimado sobre la proporción de ocurrencia de un determinado evento en un ambiente experimentado previamente (Attneave, 1953; Erlick, 1964).

En general, un experimento sobre estadística descriptiva intuitiva consiste en mostrar un conjunto de datos a los participantes y pedirles sus estimados acerca de la media, la varianza, la correlación, o cualquier otro estadístico descriptivo (Peterson y Beach, 1967). De esta forma, para evaluar la estimación de probabilidad

aislada de una tarea de decisión es necesario hacer experimentos en los que los sujetos calculen una probabilidad y otorguen una respuesta explícita, en lugar de inferir dicho estimado a partir de sus elecciones.

La precisión es una medida que refleja qué tan buenos resultados tienen los sujetos en un experimento cuando deben estimar probabilidades de manera descriptiva. Al pedir a los participantes que calculen el parámetro de una distribución incierta después de ver muestras de ella, la correspondencia entre sus estimados y el valor real del parámetro sirve como dicha medida de precisión. Se dice que la respuesta de los sujetos es más precisa entre más pequeño sea su error de medida (Joint Committee for Guides in Metrology [JCGM], 2008).

Sin embargo, es importante considerar que debido a la naturaleza de este tipo de tareas (en las cuales existen cambios dinámicos en los valores de los parámetros), comparar el estimado de los sujetos en el momento  $t$  contra el valor real de probabilidad en ese mismo momento no es ideal. Los sujetos, al no conocer los valores del parámetro oculto, obtienen información sobre su ambiente a través de los elementos que van observando. En este sentido, ellos responden sólo después de haber realizado el muestreo que consideran necesario.

Cuando las personas no pueden predecir y rastrean los eventos pasados, se presenta un retraso o *lag* entre su estimado y el valor

que están evaluando. Al hablar de entornos fijos, este problema se resolvería ignorando los primeros ensayos en los que el participante se familiariza con su situación. Además, si se llegara a presentar un cambio discreto en el parámetro de probabilidad, se esperaría un periodo de reajuste y un correspondiente *lag* antes de que reportaran percibirlo.

Por otra parte, sería inverosímil estimar la probabilidad actual ante un entorno con una variación continua para el parámetro en cuestión. Si los sujetos enfrentan una distribución distinta momento a momento, la única muestra para un determinado valor de probabilidad sería la que se observa en el tiempo  $t$ ; para los tiempos  $t-1$  y  $t+1$  el valor del parámetro sería diferente. Como una observación no es muestra suficiente para hacer un estimado, se esperaría que las personas lo calcularan rastreando y promediando lo que han observado. No obstante, si dicho *lag* resultara ser igual a cero, los resultados indicarían que los sujetos son capaces de anticipar el siguiente estado (Innis y Staddon, 1971), y esto implicaría que tienen una noción sobre la estructura general del entorno.

## Evidencia empírica

Con la intención de estudiar la habilidad de las personas para estimar probabilidades, Robinson (1964) y subsecuentemente Gallistel et al. (2014) realizaron experimentos donde preguntaban a los sujetos directamente por su estimado. En el caso de Robinson (1964), la tarea de los sujetos consistía en ajustar una aguja pa-

ra indicar, momento a momento, la percepción que tenían sobre el valor del parámetro oculto que determinaba la frecuencia relativa con la que se encendía un par de luces. Dicho parámetro tomaba un determinado valor y se mantenía constante durante una serie de ensayos, pero podía cambiar en algún momento sin ninguna advertencia.

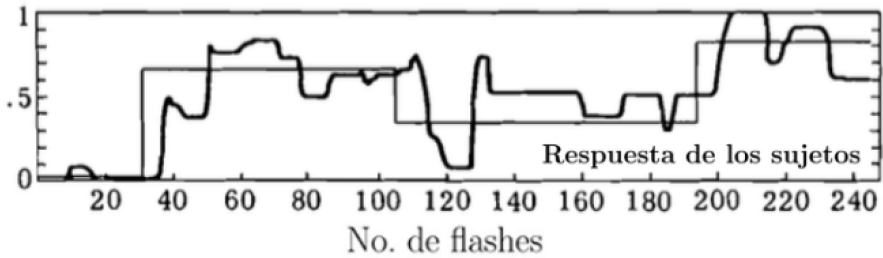
Se crearon dos tipos de bloques diferentes, uno donde el tamaño de los cambios en valor del parámetro era pequeño y otro en el que los cambios eran más grandes. El parámetro de probabilidad se modificaba de forma discreta en intervalos irregulares. En las instrucciones, se indicó a los sujetos que se presentarían cambios en las probabilidades ocultas pero no se les dijo qué tan amplios o frecuentes serían.

Robinson (1964) encontró que la respuesta característica de los participantes consistía en cambios rápidos en sus estimaciones, seguidos de periodos de pocos o ningún cambio (*Figura 1*). A pesar de que las personas inicialmente desconocían la existencia de los dos tipos de bloques y de que éstos estaban mezclados, los sujetos modificaban su método de estimación según el tipo de problema presentado.

En los resultados de este experimento se puede observar que los participantes son capaces de detectar el cambio en el valor del parámetro de probabilidad, pues sus estimados brincan poco después de que éste se presenta. Además, un vez que cambia el valor



de probabilidad, los sujetos colocan y mantienen la aguja alrededor de valores cercanos al del parámetro.



*Figura 1. Fragmento de la respuesta registrada por uno de los sujetos en el experimento de Robinson (1964), dentro de un bloque de cambios grandes. Sobre el eje de las abscisas se encuentran graficados el número de flashes observados (1 flash por segundo en este caso particular) y en el eje de las ordenadas, la probabilidad de que se encienda una de las luces. La línea delgada representa los valores reales del parámetro de probabilidad mientras que la línea gruesa, el estimado de los sujetos.*

Estos resultados implican que las personas son capaces de rastrear el valor de probabilidad ( $p$ ) y, además, pueden extraer información acerca de las secuencias que han experimentado. Asimismo, lo anterior podría significar que la percepción de la probabilidad oculta actual se construye tomando en cuenta los puntos en los que ha habido un cambio en el valor del parámetro. De esta forma, los participantes podrían obtener un *prior* que les provee información respecto al procesamiento del *input* actual.

Recientemente, Gallistel et. al. (2014) replicaron este estudio. Estos autores presentaron un ambiente virtual con el cual los participantes podían interactuar. En un monitor se mostraba una caja

cuyo interior permanecía oculto y los investigadores pidieron a los sujetos que estimaran la proporción de anillos verdes contenidos en ella. Los sujetos debían hacer esto a partir de muestras que tomaban una por una al presionar un botón.

Para registrar sus respuestas, los participantes debían ajustar con el cursor una barra deslizadora (también visible en la pantalla) que iba del 0% al 100%. Asimismo, se les proporcionó otro par de botones: uno que debían presionar si percibían un cambio en el valor de probabilidad de estos círculos verdes, y otro que les permitía cambiar de opinión respecto a esto último. Los sujetos eran libres de reajustar el deslizador y de presionar estos botones en cualquier momento durante la tarea.

Los experimentadores programaron sesiones en las que el valor del parámetro de probabilidad cambiaba de forma discreta y sin previo aviso. Los cambios eran esporádicos (la probabilidad de que el valor del parámetro cambiara era de 0.005 en cada ensayo) y ocurrían tras una serie de ensayos donde dicho valor se mantenía fijo.

Con este experimento, Gallistel y colaboradores (2014) encontraron que la media de las respuestas ensayo a ensayo representaba de forma cercana la probabilidad real oculta (*Figura 2*). Además, ellos notaron el mismo patrón de respuestas en todos sus participantes. Los sujetos detectaron los cambios rápidamente y reajustaron sus estimados a partir de las nuevas observaciones.

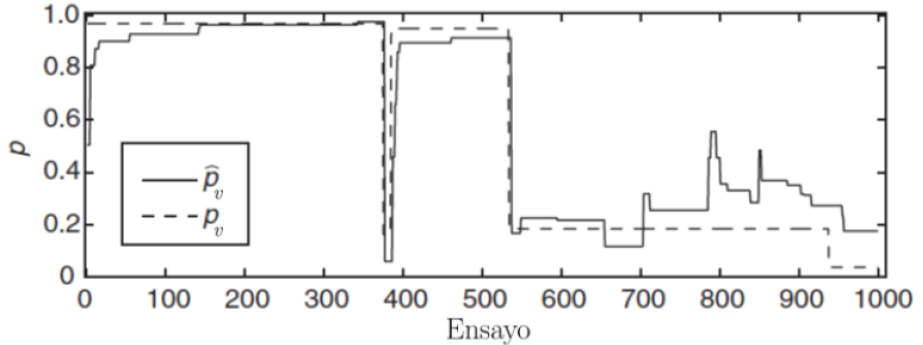


Figura 2. Respuestas, ensayo a ensayo, de uno de los participantes a lo largo de una sesión del experimento de Gallistel et. al. (2014). La línea continua representa las estimaciones hechas por el sujeto sobre el valor del parámetro de probabilidad de que el anillo fuera verde (denotado como  $\hat{p}_v$ ). Por su parte, la línea punteada representa la probabilidad real de que la observación fuera verde ( $p_v$ ).

Los dos experimentos descritos previamente son similares en cuanto a sus metodologías y resultados. Ambos presentan una serie de ensayos Bernoulli en los que la probabilidad de observar uno de los dos posibles eventos se mantenía fija; no es sino hasta un punto más adelante que el valor del parámetro cambia. Esto es, se manejan cambios de probabilidad discretos y repentinos. No obstante, ¿qué pasaría si el cambio fuera continuo y gradual?

## Cambios siguiendo una función sinusoidal

Estes (1984) realizó un experimento para, entre otros objetivos, estudiar el impacto de variar la probabilidad siguiendo cambios

continuos. El autor se propuso investigar si las personas eran capaces de identificar la forma en la que variaba la probabilidad de reforzamiento de dos opciones.

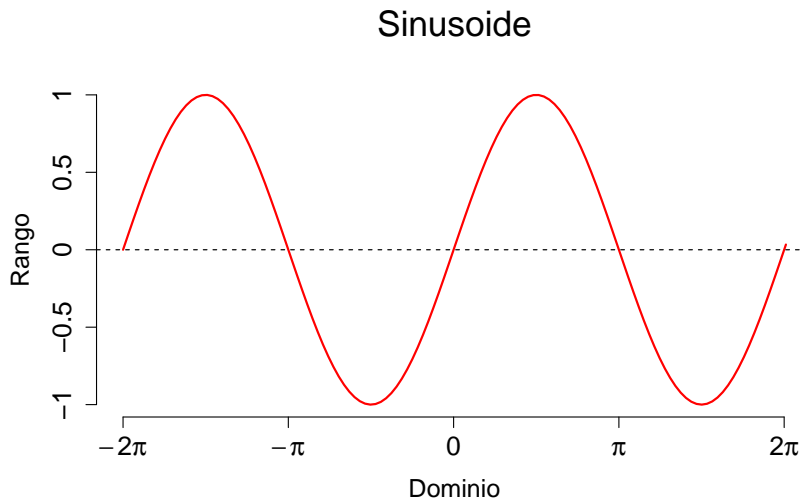
La experiencia en este tipo de entornos puede preparar a los sujetos para esperar el cambio, pero esto no necesariamente significa que conozcan la forma en la que éste se ha de manifestar. En primer lugar, la distancia que pueda haber entre un punto y otro puede no ser siempre la misma. Además, la dirección de los cambios puede ser aleatoria, estar sujeta a alguna regla o patrón, o incluso responder a una función de correspondencia entre conjuntos de elementos o variables contextuales.

Un ejemplo de una función continua es la función seno. Esta función incrementa o decrementa de manera gradual conforme se recorren los elementos del dominio. La senoide o curva sinusoidal es la línea que la representa gráficamente y describe una oscilación suave, con ciclos que se repiten de manera periódica (ver *Figura 3*). Su fórmula es:

$$y(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + \varphi\right),$$

donde  $A$  es la amplitud (o la distancia desde el punto medio hasta el punto más lejano de la onda),  $T$  el periodo (o el lapso entre dos puntos equivalentes en la onda), y  $\varphi$  es el desfase que pudiera haber sobre el eje de las abscisas.

La curva sinusoidal presenta cambios graduales; esto es, la mag-

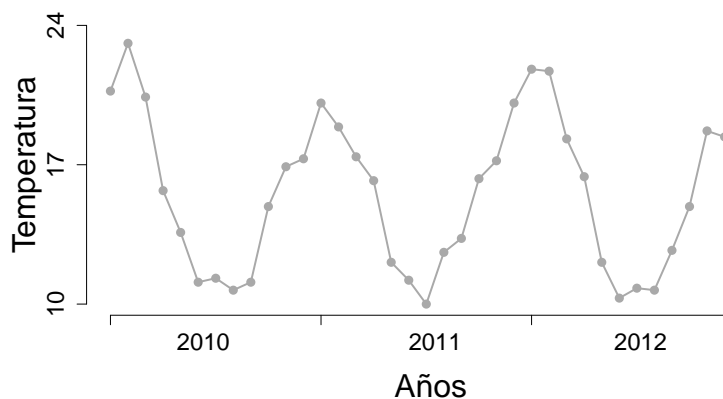


*Figura 3. Representación gráfica de la función seno. El rango de la curva sinusoidal va de  $[-1,1]$  y alcanza sus máximos y mínimos cada  $\pi$  unidades, comenzando en  $\pi/2$ . Su dominio está conformado por  $\mathbb{R}$ . Además, la sinusoide tiene una amplitud de 1 unidad, un periodo de  $2\pi$  unidades, y sigue una oscilación que pasa por el punto  $(0,0)$  a menos que presentara un desfase sobre el eje de las abscisas.*

nitud de variación de un ensayo a otro es pequeña. Asimismo, la direccionalidad de los cambios se mantiene constante hasta alcanzar algún punto crítico (ya sea máximo o mínimo), donde se invierte y mantiene hasta el siguiente punto crítico. Por estas razones, la experiencia podría tener un efecto sobre el desempeño de los sujetos. Si las personas son capaces de identificar que se encuentran ante este tipo de cambios, podrían aprender a esperarlos en lugar de sólo reaccionar ante una ventana pequeña de observaciones previas.

Este tipo de curvas son interesantes debido a que es posible en-

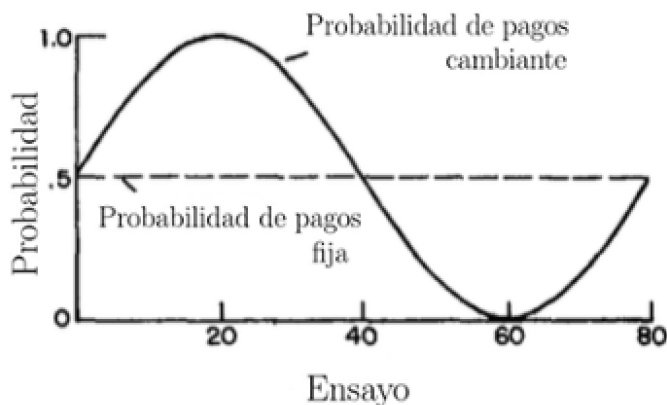
contrar en la naturaleza cambios que siguen el mismo patrón; tal es el caso de los ciclos circadianos que, a su vez, se sincronizan con las oscilaciones de luz y oscuridad diarias en el ambiente (Takahashi y Zatz, 1982). Otro ejemplo son las variaciones en la temperatura a través del tiempo (Mackintosh, 2001), como se puede ver en el ejemplo de la *Figura 4*. Entonces se puede observar que, ya sea interna o externamente, las personas están familiarizadas con cambios que siguen patrones sinusoidales.



*Figura 4.* Variación de la temperatura (medida en grados centígrados) en Tasmania, Australia, entre enero de 2010 y diciembre de 2012 (Bureau of Meteorology, 2017).

El experimento de Estes (1984) planteó una tarea de elección binaria bajo diferentes condiciones y con cambios de probabilidad ocultos. En este sentido, presentó una serie de ensayos en los cuales el participante podía escoger una de dos alternativas con probabilidades de recompensa independientes: una variaba en el tiempo

siguiendo una función seno (alternativa C) y la otra se mantuvo constante en 0.5 (alternativa V) (*Figura 5*). El experimento estaba conformado por 4 bloques de ensayos (compuestos por 80 ensayos cada uno), durante cada uno de los cuales la opción cambiante completaba un ciclo sinusoidal.



*Figura 5. Probabilidad de recompensa de las alternativas C y V a través de un bloque de ensayos en el experimento de Estes (1984).*

El experimento contó con dos grupos de participantes: un grupo control y otro que, al acercarse al final, enfrentó un bloque de ensayos en el cual la alternativa V fue fijada en  $p = 0.6$ . Igualmente, hubo un grupo que se enfrentó a la función seno y otro al que se le presentó dicha función pero invertida sobre el eje de las abscisas (el espejo de la función) para buscar si la direccionalidad del cambio tenía efecto alguno.

En las instrucciones se les explicó a los participantes que la vero-

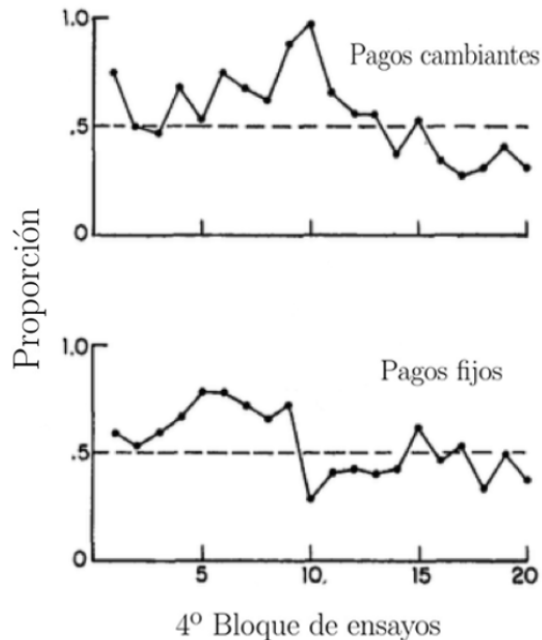


Figura 6. Proporción promedio de veces en que los sujetos eligieron la alternativa V durante el último bloque de ensayos (Estes, 1984). El pánel superior muestra las respuestas de los sujetos pertenecientes al grupo control; es decir, el grupo para el cual la alternativa V siempre presentó un patrón sinusoidal. El pánel inferior muestra las respuestas de los participantes en el grupo para el cual la alternativa V se fijó en 0.6 durante este último bloque.

similitud de obtener una ganancia dependería de la opción elegida. También se les indicó que la probabilidad del reforzador podría variar con el tiempo. La tarea de los sujetos era apostar por la opción que consideraran que tenía mayor probabilidad de otorgarles una ganancia en cada ensayo.

Los resultados de este último experimento plantean la posibili-



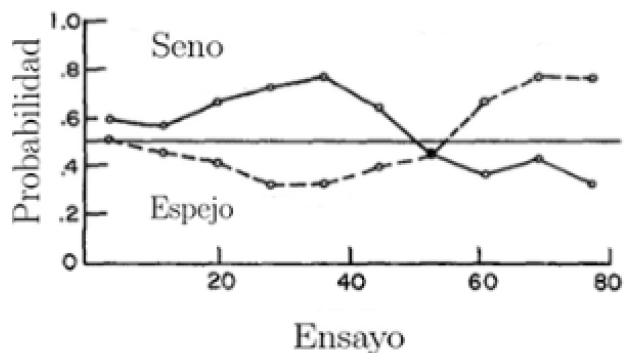


Figura 7. Promedio de los porcentajes de elecciones de la alternativa V que realizaron los sujetos en el grupo que experimentó la condición seno y los que experimentaron la condición espejo de seno (Estes, 1984).

dad de que las personas tengan no sólo la capacidad de seguir cambios discretos de un parámetro oculto de probabilidad, sino que también puedan hacerlo cuando éstos son continuos. Igualmente, estos resultados implican que la exposición a un patrón sinusoidal de cambios continuos puede afectar la precisión de los participantes al pasar a una condición distinta. Esto es, además de ser sensibles a los cambios, parece ser que las personas pueden percibir el patrón subyacente y esto resulta en un sesgo sobre la dirección de sus respuestas.

## Sobre el presente trabajo

Un punto a tener en cuenta es que Estes (1984) no sólo alteró el valor del parámetro, sino que también cambió la forma en la

que éste se modificaba. Esto es, pasó de un entorno con variaciones continuas a otro sin cambios. Sus descubrimientos se alinean con hallazgos previos que indican que las personas se adaptan más rápido a un ambiente nuevo que a cambios en uno pre-existente, especialmente si se dio un proceso de aprendizaje (Gaissmaier, Schooler y Rieskamp, 2006; Rakow y Miler, 2009).

No obstante, se debe recordar que el experimento de Estes (1984) no se trata de una aproximación directa hacia el estimado subjetivo del parámetro  $y$ , como se discutió anteriormente, las tareas de elección no son análogas a este proceso. Los datos que obtuvo podrían, por una parte, deberse a factores de confusión que son propios del proceso de toma de decisiones pero que no necesariamente se relacionan a la estimación subjetiva de probabilidades. Además, asumiendo que sí estuvieran relacionados, no se sabe si el efecto observado se deba a la forma en la que varían los valores del parámetro a través del tiempo (un patrón sinusoidal) o a la transición de un entorno a otro.

Por su parte, Robinson (1964) indagó un poco en esta noción al introducir bloques con pasos grandes y bloques con pasos pequeños. Sin embargo, la manera en la que el valor del parámetro se modificaba seguía siendo discreta; lo único que modificó fue el tamaño de los cambios. Los efectos sobre la habilidad para estimar parámetros de probabilidad cuando el parámetro varía de manera continua son inciertos y, por ello, surge la necesidad de profundizar más en el proceso.

La primer consideración a tomar al planear el presente trabajo es que la aproximación al estudio de la estimación de probabilidades debe ser directa y no hacerse por medio de un experimento de elección. Asimismo, como los experimentos de Robinson (1964) y Gallistel et. al. (2014) son concluyentes respecto al comportamiento de personas en entornos con cambios discretos, esta investigación se enfoca a estudiar el comportamiento de los sujetos bajo la condición de una variación continua de un ciclo sinusoidal. Finalmente, para indagar sobre los efectos de la exposición a dicho patrón y el posterior cambio de condiciones, se agregará un bloque similar al introducido por Estes (1984) al final de su experimento. Para ello, será necesario además realizar un contrabalanceo.

El objetivo general de este trabajo es la obtención de datos que ayuden a dilucidar cómo es que las personas estiman un parámetro oculto de probabilidad cuando su valor cambia de forma gradual y continua. En particular, se pretende estudiar el comportamiento de los participantes cuando el parámetro en cuestión sufre variaciones que siguen la función seno y, súbitamente, su valor se fija en un valor determinado (y viceversa). También se pretende estudiar el efecto que tiene pasar de una condición sinusoidal a una condición espejo de la función seno, con el propósito de ver si hay diferencias en la adaptación a nuevas contingencias cuando la transición ocurre de un entorno continuo a otro también continuo (en contraste con pasar de un entorno continuo a uno fijo).

# Método

## Participantes

Los participantes fueron 40 estudiantes de licenciatura de la Facultad de Psicología de la UNAM, con edades entre 18 y 21 años. Dichos participantes se presentaron de manera voluntaria al experimento y recibieron a cambio una recompensa académica: un punto sobre un examen parcial de la materia Aprendizaje y Conducta Adaptativa I.

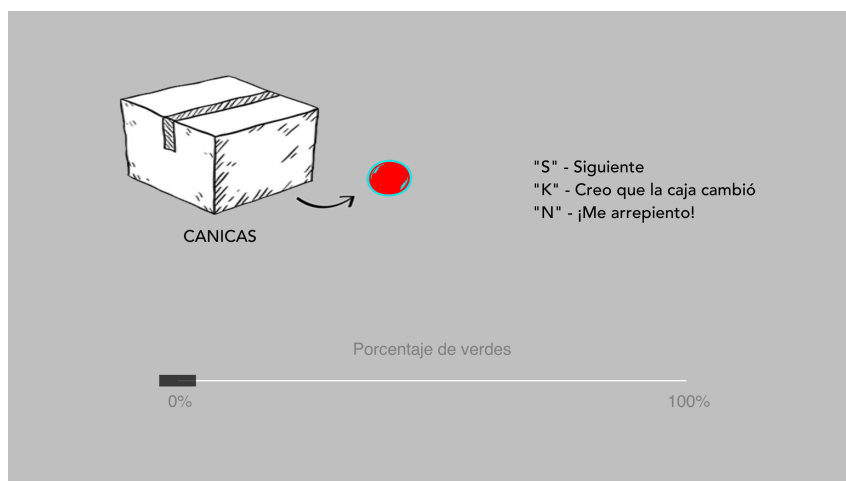
## Instrumento

Se programó un ambiente virtual similar al utilizado por Gallistel y colaboradores (2014)<sup>3</sup> utilizando Python, con salida de datos en Excel (Anexo 1). Se hizo uso del programa PsychoPy para realizar la interfaz gráfica (Peirce, 2007). Los participantes observaron la pantalla ilustrada en las *Figuras 8 y 9* en el monitor de una Ma-

---

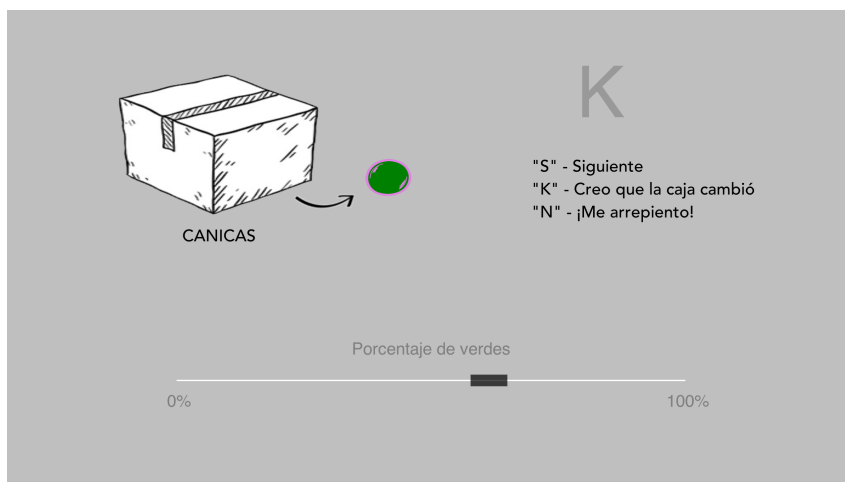
<sup>3</sup>Debido a que los participantes de aquel experimento reportaron prestar poca o nula atención al recuadro con retroalimentación gráfica que aparecía en su pantalla, éste no fue incluido en el presente experimento. Para más detalles sobre la metodología del autor, revisar el artículo de Gallistel et. al. (2014).

cintosh de 27 pulgadas y contaron tanto con un teclado QWERTY como con un *mouse* para registrar sus respuestas. Las respuestas de los participantes se obtuvieron de acuerdo a la posición del deslizador en cada ensayo, el cual podía ser ajustado por medio del cursor. Además, se registraron las veces que los sujetos presionaron alguna de las teclas habilitadas (“S”, “K”, “N”).



*Figura 8. Pantalla observada por los sujetos. La caja llamada “CANICAS” (a la izquierda) representa la población no conocida de canicas rojas y verdes de donde los sujetos tenían que tomar, de una en una, muestras en cada ensayo. La canica a un costado de la caja es la observación del ensayo actual; ésta podía ser de color verde o rojo. A la derecha se encuentra un recordatorio de las teclas que los sujetos podían reportar como respuesta. Presionar la tecla “S” ocasionaba que la canica actual regresara a la caja y que, en su lugar, apareciera la observación correspondiente al siguiente ensayo.*

La tarea de los participantes consistía en sacar canicas una por una de una caja cerrada. Los participantes no podían observar la



*Figura 9. Las teclas “K” y “N” no permitían al participante avanzar al siguiente ensayo, pero de ser presionadas ofrecían una confirmación gráfica provisional en la parte superior de la pantalla. Dicha confirmación aparecía en forma de la letra presionada y desaparecía cuando los sujetos avanzaban al próximo ensayo.*

población dentro de esta caja; únicamente podían tomar muestras de una por una en cada ensayo al presionar la tecla “S” (siguiente). Se utilizó muestreo con reemplazo, por lo que las canicas extraídas regresaban a la caja luego de ser observadas. De esta forma, una observación dada no modificaría por sí misma la probabilidad de obtener canicas rojas o verdes en ensayos subsecuentes.

En el presente experimento la canica correspondiente al siguiente ensayo no aparecía inmediatamente luego de presionar “S”. En lugar de eso, ésta contaba una demora de 1 segundo antes de mostrarse. Esta pausa se introdujo ya que, previamente, se ha encontrado que presentar una secuencia de eventos muy rápido puede

afectar la habilidad de las personas para asimilar esa información por separado, resultando en el agrupamiento de conjuntos de observaciones (Erlick, 1961). Esto es, se incluye una pausa con el fin de evitar un efecto de continuidad: se buscaba que los sujetos procesaran objetos discretos y no un continuo de color como consecuencia de presionar múltiples “S” rápidamente (Schreuder, 2014).

El contenido de la caja no era fijo. Las observaciones en cada ensayo podían ser de color verde o rojo, y la probabilidad de que adquirieran uno u otro color dependía de un parámetro preprogramado. En una primera sesión de práctica, la probabilidad de verde se asignó de manera aleatoria para evitar sesgar a los participantes. En la segunda parte del procedimiento, durante la sesión experimental, el parámetro  $p_v$  (probabilidad de verde) podía cambiar a través de los ensayos. Esto es, la probabilidad de cambio de  $p_v$ , denotada como  $p_c$ , tampoco era fija. El parámetro  $p_v$  podía variar de acuerdo a alguna de las siguientes condiciones:

1. Función seno. Se presentaron cambios de manera continua a través de los ensayos;  $p_v$  cambiaba de acuerdo a la siguiente función:

$$p_v(x+1) = \frac{1 + \sin\left(\frac{2\pi(x)}{n}\right)}{2},$$

donde  $x$  es la suma acumulada del número de ensayos hasta el ensayo  $x+1$ , y  $n$  es el número de ensayos totales que conforman un ciclo. A la función seno se le adiciona una unidad para recorrerla sobre el eje de las ordenadas y evitar así que el

resultado adquiriera valores negativos. Como el rango de posibles valores para  $p_v$  quedaría entre 0 y 2, se divide la ecuación entre 2 y de esta forma se limita su rango a valores entre 0 y 1. Además,  $n$  es variable a través del tiempo y por ello se multiplica  $x(\frac{2\pi}{n})$ , para obligar al resultado a entrar dentro del dominio  $(0, 2\pi]$ .

Durante esta condición,  $p_c= 1$  y el tamaño de los cambios fue  $\Delta_c \approx 0.019$ . Se determinó asignar a  $n$  el valor de 160 y presentar 3 ciclos consecutivos, para un total de 480 ensayos.

2. Probabilidad fija. Se fijó el valor de  $p_v$  en  $0.6^4$ . Durante esta condición,  $p_c= 0$ . Al igual que la condición “Función Seno”, ésta también tenía una duración de 480 ensayos.
3. Espejo de función seno. Se presentó la condición “Función seno” pero invertida sobre el eje de las abscisas.

## Procedimiento

En primer lugar, se hizo pública la invitación a participar en el experimento y se contactó a las personas interesadas. A cada uno de ellos se le asignó una hora y fecha diferente y se le citó de manera individual en un cubículo aislado para la realización de la tarea. Al llegar al lugar, cada participante firmó una carta de consentimiento informado con la cual hicieron explícita su intención de participar en el procedimiento.

---

<sup>4</sup>Al igual que en el cuarto bloque del experimento de Estes (1984).



La recompensa académica por participar en el experimento fue la misma para todos los sujetos. No obstante, en las instrucciones se les indicó que ésta dependería de su ejecución con el fin de que prestaran atención a la tarea y no se apresuraran sólo para terminar en el menor tiempo posible. Todos los participantes fueron sujetos válidos; esto es, ninguno se retiró antes de tiempo y todos realizaron la tarea según lo estipulado.

Se les dio a los participantes la instrucción de estimar la probabilidad de que la canica extraída de la caja “CANICAS” fuera verde. Asimismo, se les pidió ajustar un deslizador, el cual representaba la proporción percibida de canicas verdes en la caja. Estos ajustes podían ser realizados ensayo a ensayo o, si el participante consideraba que el valor de probabilidad no hubiera cambiado durante un cierto tiempo, tenía la opción de dejar el deslizador en una misma posición. Para pasar de un ensayo a otro, se les indicó que el presionar la tecla “S” ocasionaba que la canica actual regresara a la caja y que, en su lugar, apareciera la siguiente observación.

Asimismo, se les planteó a los sujetos la posibilidad de que el valor del parámetro de probabilidad sufriera cambios a lo largo del experimento. Esto es, se les dijo que en algún punto del experimento la caja podría ser intercambiada por otra caja con una distribución diferente de canicas rojas y verdes. En caso de que los participantes sintieran que esto hubiera ocurrido, debían reportarlo presionando la tecla “K”. No obstante, si tras un par de observaciones extra cambiaban de opinión respecto a haber percibido un

cambio, tenían la opción de presionar “N” y anular la “K” anterior.

El experimento consistió en una sola sesión de 960 ensayos que los participantes tardaron en promedio 40 minutos en completar. Como se mencionó en la sección anterior, antes de iniciar con la tarea experimental se les ofreció una sesión de práctica para que se familiarizaran con el instrumento. Las sesiones de práctica tomaron tanto tiempo como los sujetos necesitaron para entender y sentirse cómodos con la tarea. En promedio, estas sesiones tuvieron una duración de 3 minutos.

Los sujetos fueron asignados aleatoriamente a uno de 4 grupos, cada uno de los cuales fue expuesto a dos condiciones distintas:

- Grupo 1: Función seno - Probabilidad fija ( $N=10$ )
- Grupo 2: Función seno - Espejo de función seno ( $N=10$ )
- Grupo 3: Probabilidad fija - Función seno ( $N=10$ )
- Grupo 4: Espejo de función seno - Función seno ( $N=10$ )

Cada condición se presentó a lo largo de 480 ensayos; esto es, cada una duró media sesión. A los participantes no se les hizo saber a qué grupo pertenecían. Tampoco se les especificó cuántas veces se modificaría el valor del parámetro  $p_v$  ni se les señaló el momento en el cual algún cambio ocurrió; únicamente se les planteó que dicho cambio era una posibilidad. Para ver las instrucciones textuales que se dieron a los sujetos, revisar el Anexo 2.



# Resultados

El presente experimento fue diseñado con el propósito de estudiar el comportamiento humano ante una tarea de estimación de probabilidades. En esta sección se mostrarán los resultados obtenidos.

Se presentaron diferentes escenarios para observar la respuesta de los participantes ante cambios continuos del parámetro, ante un escenario con un valor fijo de probabilidad (PF), y ante el cambio en las características del escenario en sí. Cuando el parámetro variaba de manera continua los cambios podían presentarse siguiendo la función seno (FS) o el espejo de la función seno (EFS).

Para cada sujeto se registró ensayo a ensayo la posición final donde hubieran colocado el deslizador, así como el valor de probabilidad de observar “verde” correspondiente a cada ensayo. Además, se hizo el registro de las veces que los sujetos hubieran indicado detectar un cambio en la distribución de probabilidad de los elementos de la caja, de las veces que se hubieran arrepentido de hacer dicho reporte y del color observado en cada ensayo.

También se examinó el error de los estimados otorgados por los participantes al compararlos con el valor real que debían evaluar. Para explicar parte del error en sus respuestas, se planteó tomar en cuenta la cantidad de ensayos que tardaban en detectar los valores reales del parámetro.

En las *Figuras 10, 13, 16 y 19* se observan las respuestas de los sujetos agrupados dependiendo del grupo al cual pertenecieron. La gráfica de la primera fila muestra los valores que adquirió el parámetro de probabilidad real a través de los ensayos (línea naranja), además del conjunto superpuesto de los estimados realizados por todos los sujetos (cada uno representado por un tono diferente de azul) a través de los 960 ensayos. La gráfica de la segunda fila presenta el error de la estimación de los sujetos respecto a la probabilidad real ensayo a ensayo. Finalmente, la tercer gráfica muestra la suma acumulada del error que se muestra en la gráfica de la segunda fila.

Para observar con más detalle el desempeño de los sujetos, se presentan de manera individual las gráficas de los estimados ensayo a ensayo realizados por los sujetos con menor y con mayor error de cada grupo (*Figuras 11, 14, 17 y 20*). De igual manera y tomando al mismo par de sujetos, se incluyen gráficas para comparar la suma acumulada del estimado de verdes otorgado por el participante y la suma acumulada de las canicas verdes que observaron a lo largo del experimento (*Figuras 12, 15, 18 y 21*).

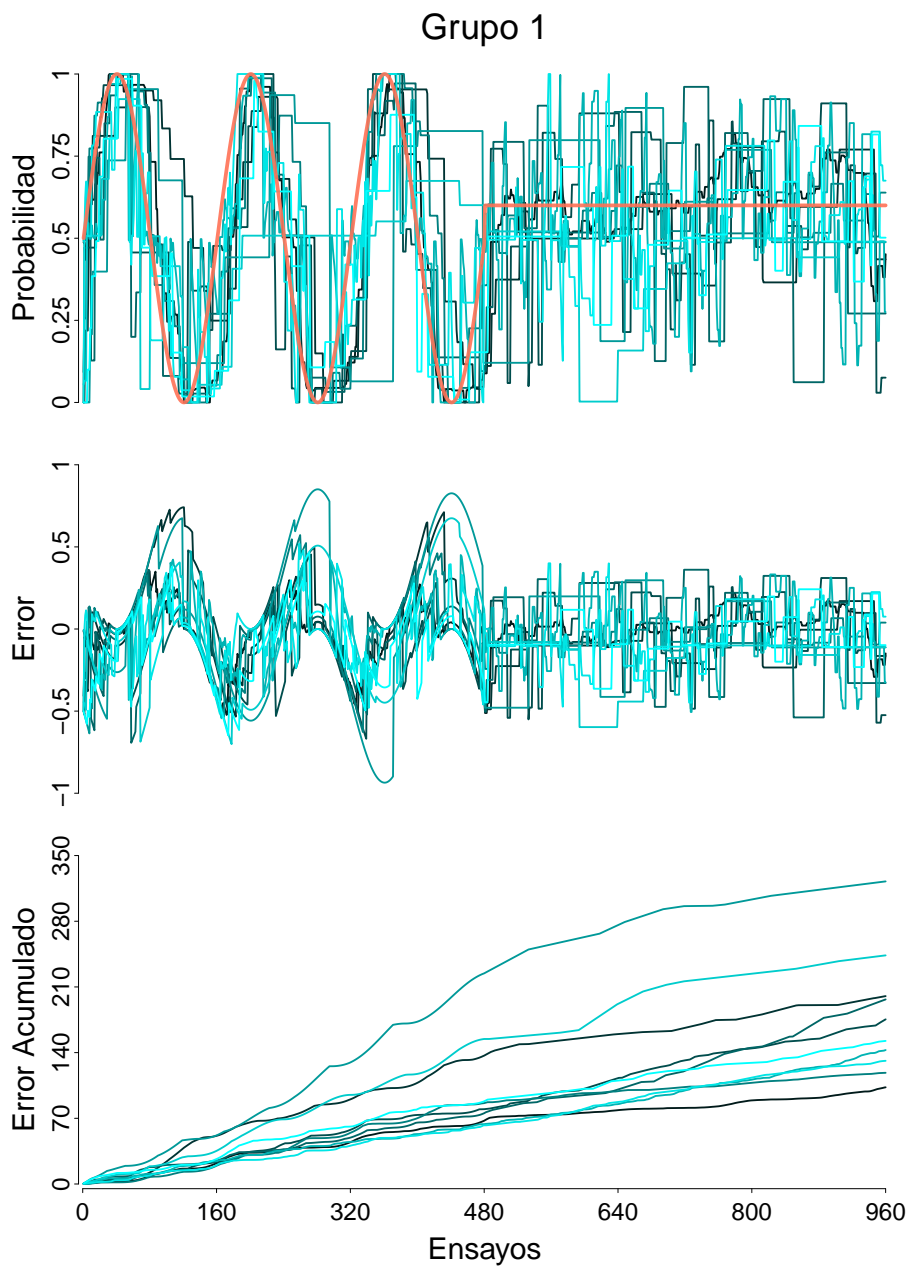


Figura 10. El valor estimado ensayo a ensayo, el error del estimado respecto a la probabilidad real, y el error acumulado a través de los ensayos para cada sujeto del Grupo 1.

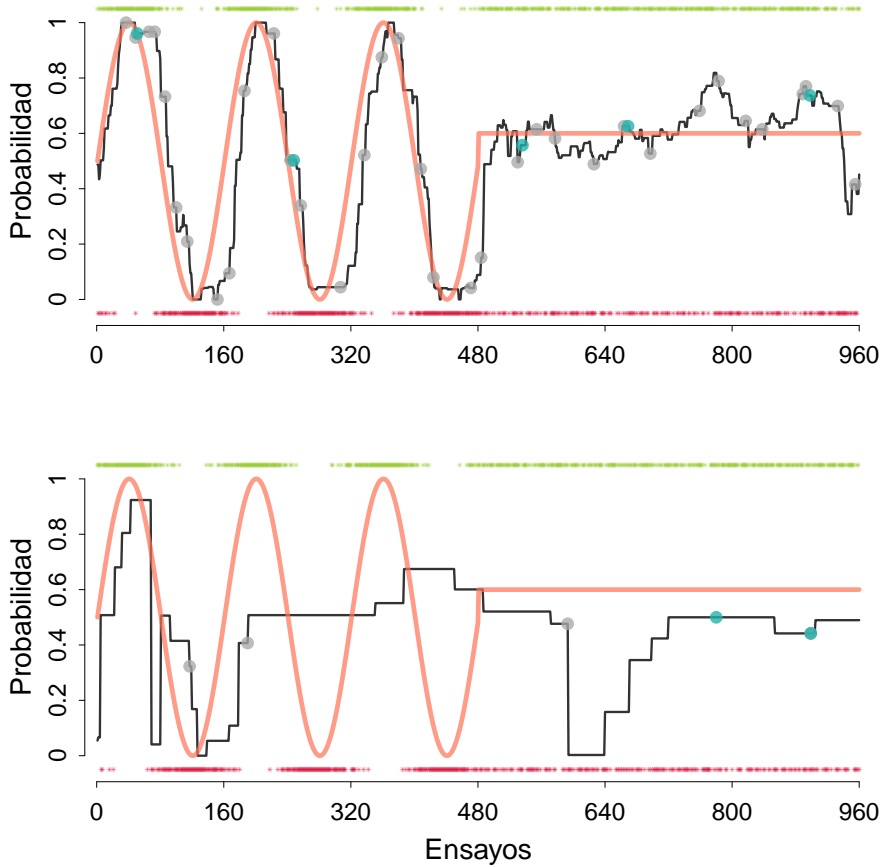


Figura 11. Gráficas de los sujetos pertenecientes al Grupo 1 que presentaron el menor (arriba) y el mayor (abajo) error durante el experimento. La línea naranja ilustra los valores reales del parámetro de probabilidad y la línea negra, los valores estimados por el sujeto. Los puntos grises muestran las veces que los sujetos reportaron detectar un cambio en el valor del parámetro y los puntos azules, las veces que se arrepintieron de su reporte previo sobre un cambio en este valor. Los asteriscos verdes en la parte superior representan ensayos donde el color de la canica observada fue verde, mientras que los asteriscos rojos en la parte inferior ilustran observaciones rojas.

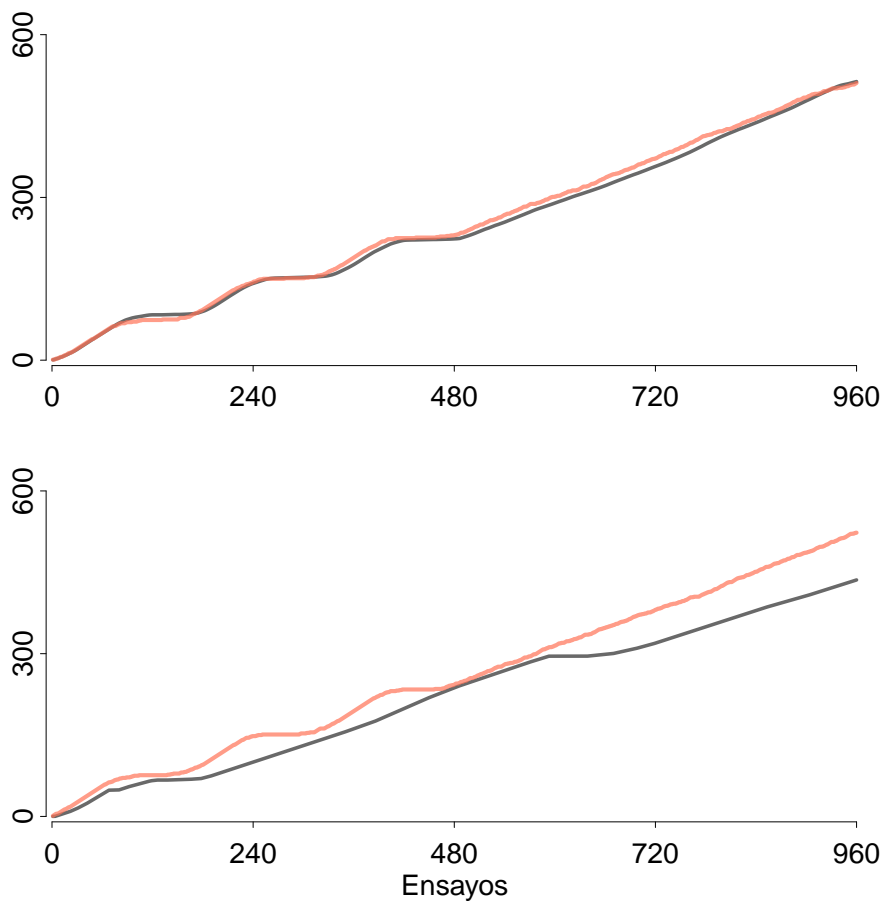


Figura 12. Gráficas de los sujetos pertenecientes al Grupo 1 que presentaron el menor (arriba) y el mayor (abajo) error durante el experimento. La línea naranja representa la suma acumulada de las canicas verdes presentadas a lo largo del experimento y la línea negra, la suma acumulada del estimado de observaciones verdes realizado por los sujetos.



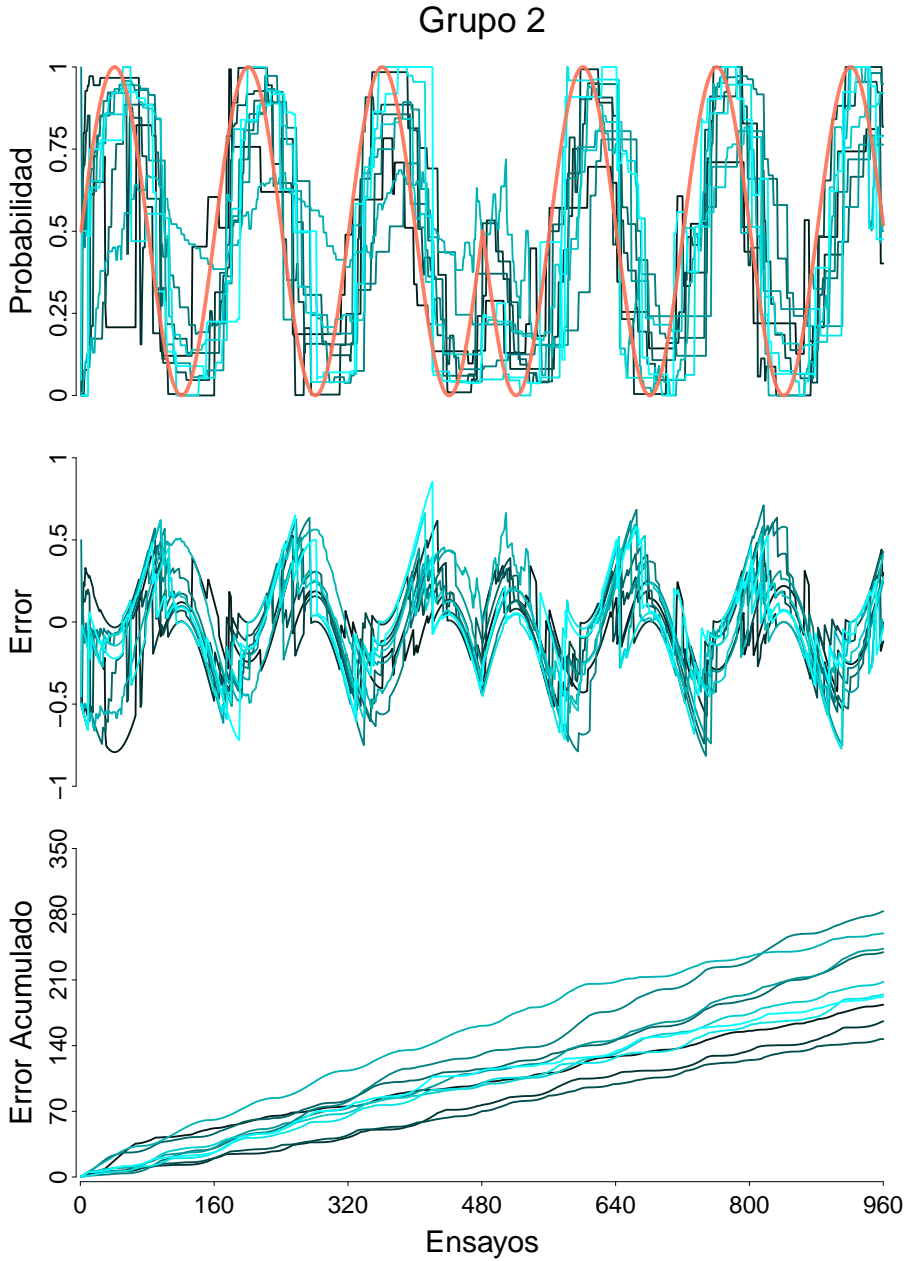


Figura 13. El valor estimado ensayo a ensayo, el error del estimado respecto a la probabilidad real, y el error acumulado a través de los ensayos para cada sujeto del Grupo 2.

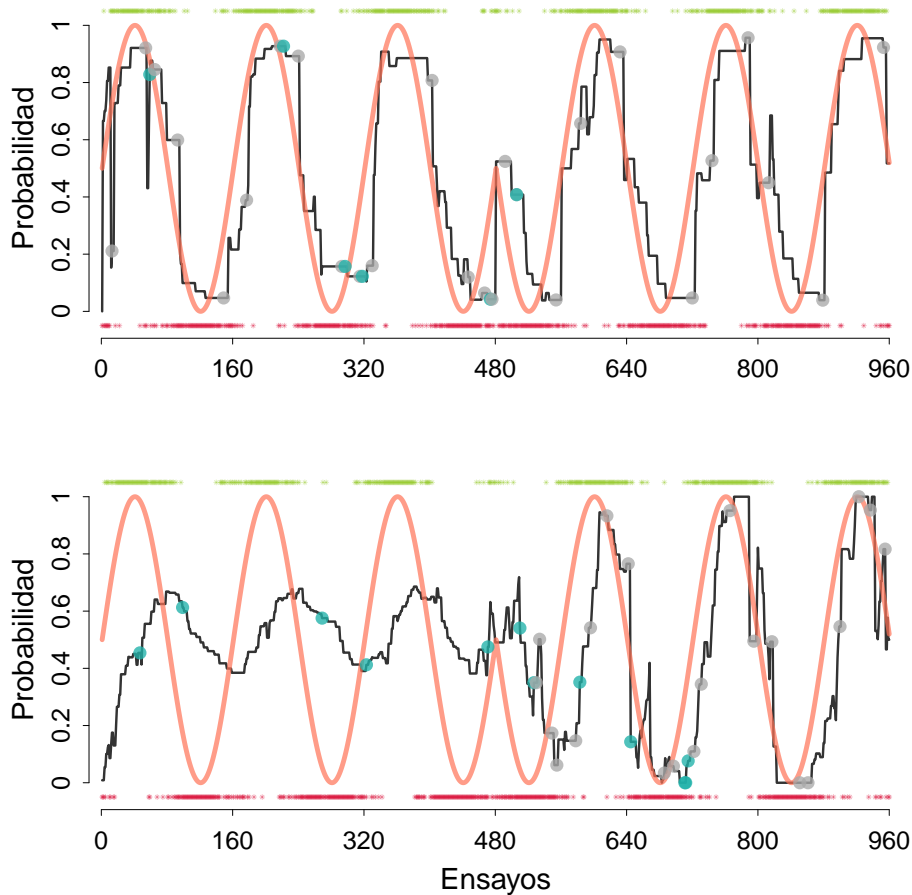


Figura 14. Gráficas de los sujetos pertenecientes al Grupo 2 que presentaron el menor (arriba) y el mayor (abajo) error durante el experimento. La línea naranja ilustra los valores reales del parámetro de probabilidad y la línea negra, los valores estimados por el sujeto. Los puntos grises muestran las veces que los sujetos reportaron detectar un cambio en el valor del parámetro y los puntos azules, las veces que se arrepintieron de su reporte previo sobre un cambio en este valor. Los asteriscos verdes en la parte superior representan ensayos donde el color de la canica observada fue verde, mientras que los asteriscos rojos en la parte inferior ilustran observaciones rojas.

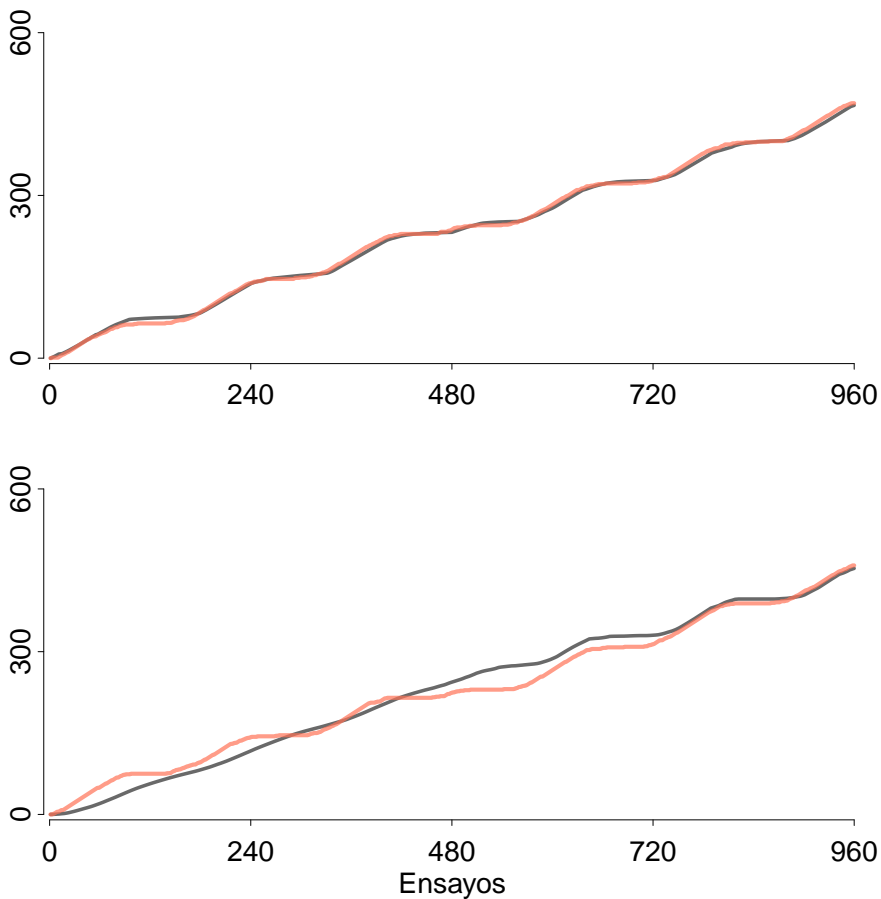


Figura 15. Gráficas de los sujetos pertenecientes al Grupo 2 que presentaron el menor (arriba) y el mayor (abajo) error durante el experimento. La línea naranja representa la suma acumulada de las canicas verdes presentadas a lo largo del experimento y la línea negra, la suma acumulada del estimado de observaciones verdes realizado por los sujetos.

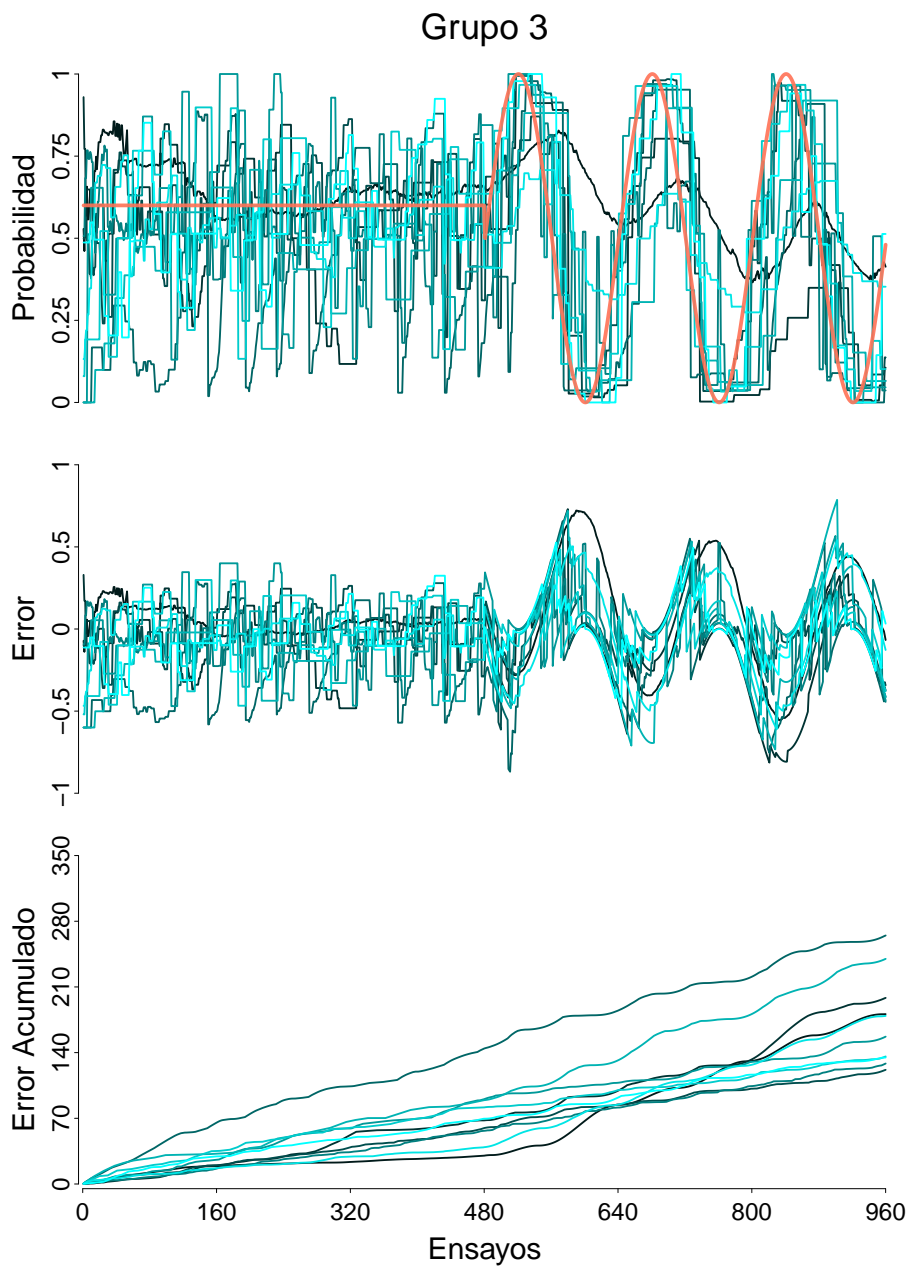


Figura 16. El valor estimado ensayo a ensayo, el error del estimado respecto a la probabilidad real, y el error acumulado a través de los ensayos para cada sujeto del Grupo 3.

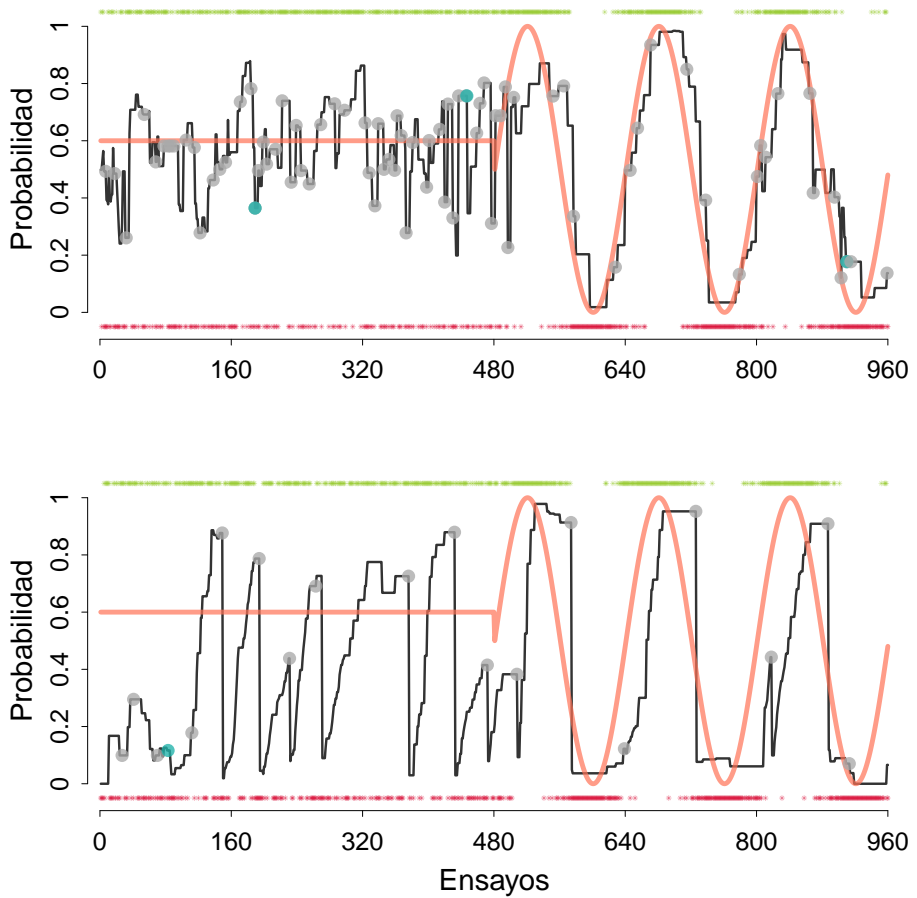


Figura 17. Gráficas de los sujetos pertenecientes al Grupo 3 que presentaron el menor (arriba) y el mayor (abajo) error durante el experimento. La línea naranja ilustra los valores reales del parámetro de probabilidad y la línea negra, los valores estimados por el sujeto. Los puntos grises muestran las veces que los sujetos reportaron detectar un cambio en el valor del parámetro y los puntos azules, las veces que se arrepintieron de su reporte previo sobre un cambio en este valor. Los asteriscos verdes en la parte superior representan ensayos donde el color de la canica observada fue verde, mientras que los asteriscos rojos en la parte inferior ilustran observaciones rojas.

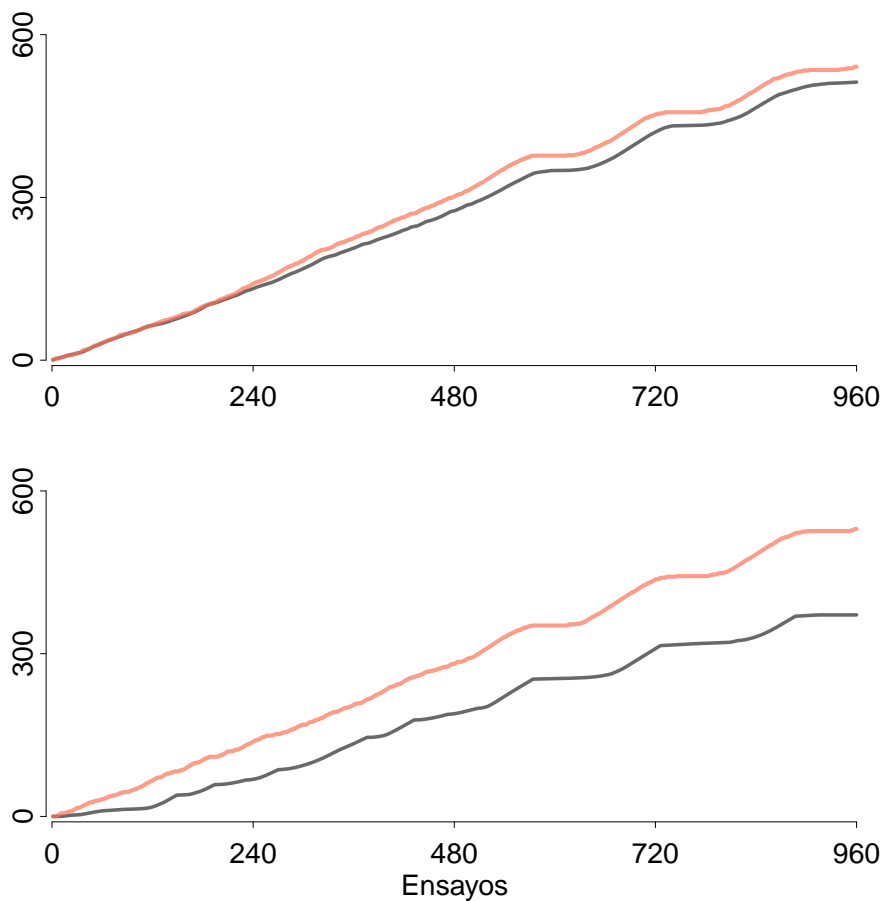


Figura 18. Gráficas de los sujetos pertenecientes al Grupo 3 que presentaron el menor (arriba) y el mayor (abajo) error durante el experimento. La línea naranja representa la suma acumulada de las canicas verdes presentadas a lo largo del experimento y la línea negra, la suma acumulada del estimado de observaciones verdes realizado por los sujetos.

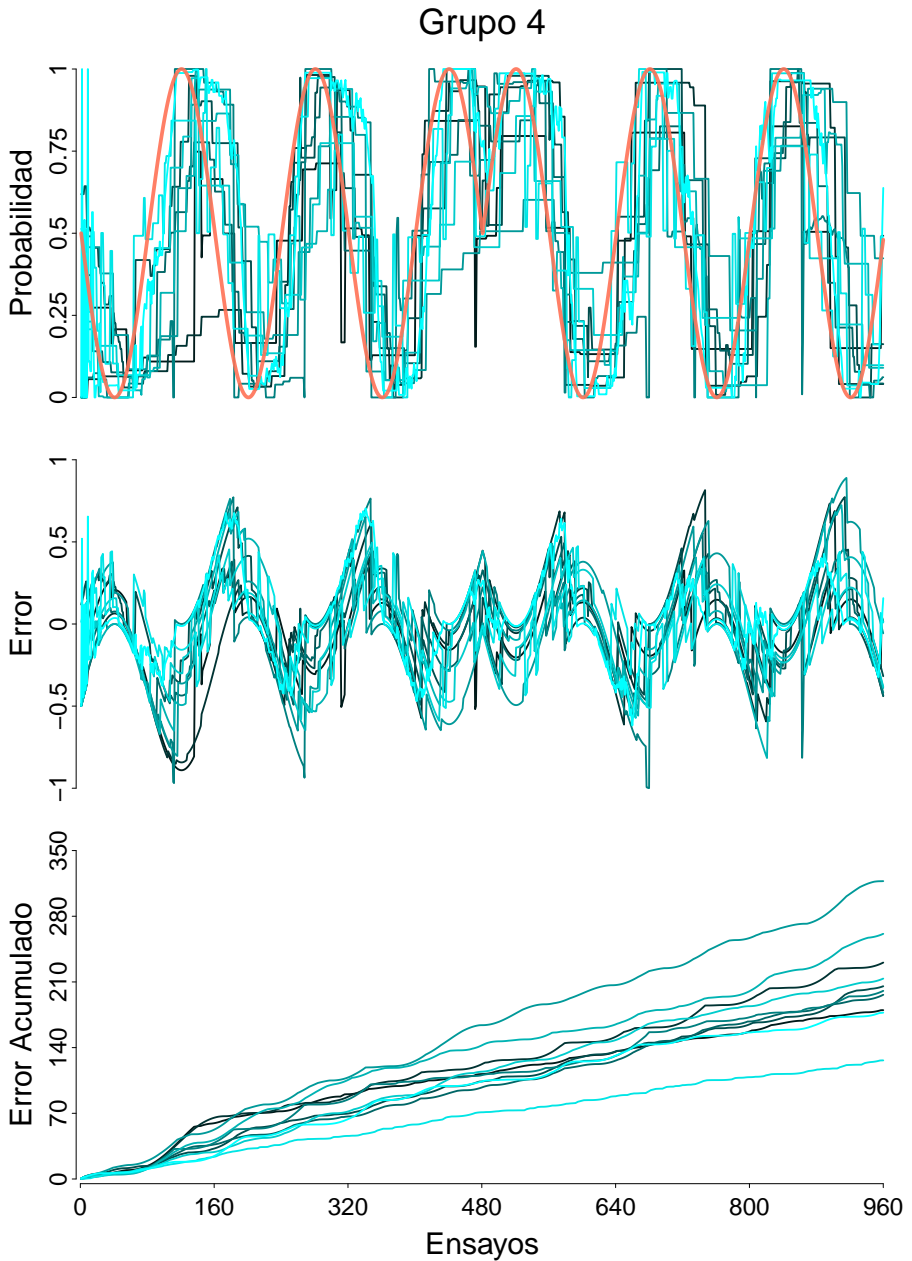


Figura 19. El valor estimado ensayo a ensayo, el error del estimado respecto a la probabilidad real, y el error acumulado a través de los ensayos para cada sujeto del Grupo 4.

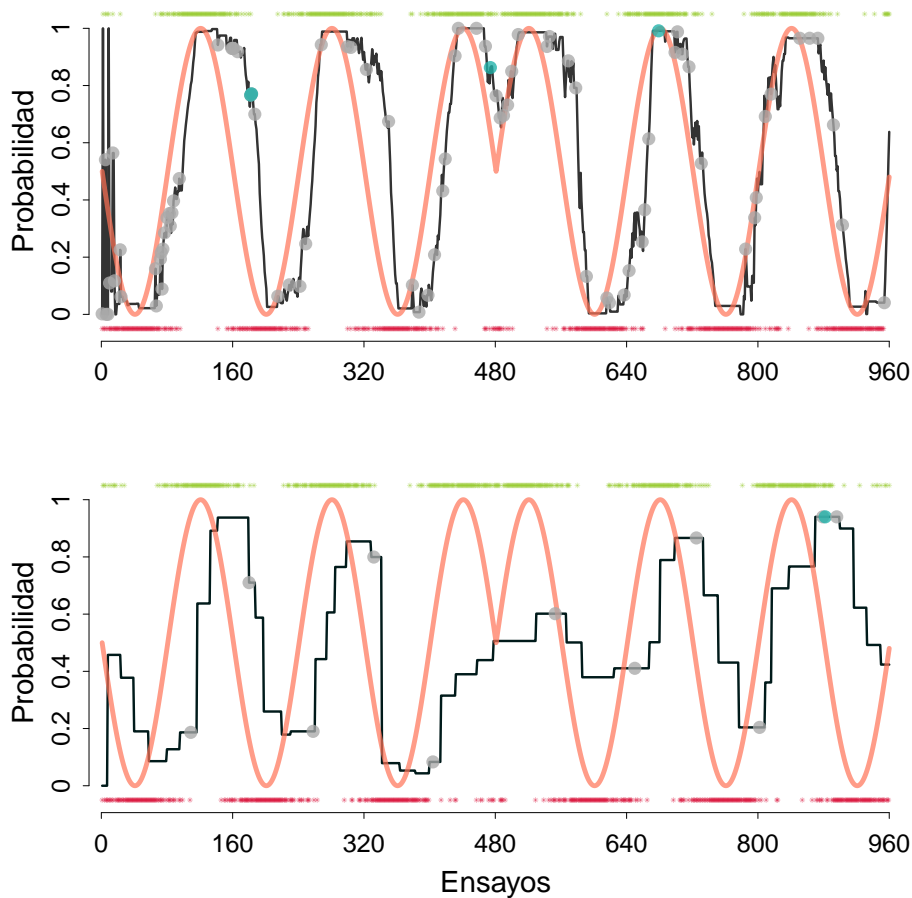


Figura 20. Gráficas de los sujetos pertenecientes al Grupo 4 que presentaron el menor (arriba) y el mayor (abajo) error durante el experimento. La línea naranja ilustra los valores reales del parámetro de probabilidad y la línea negra, los valores estimados por el sujeto. Los puntos grises muestran las veces que los sujetos reportaron detectar un cambio en el valor del parámetro y los puntos azules, las veces que se arrepintieron de su reporte previo sobre un cambio en este valor. Los asteriscos verdes en la parte superior representan ensayos donde el color de la canica observada fue verde, mientras que los asteriscos rojos en la parte inferior ilustran observaciones rojas.



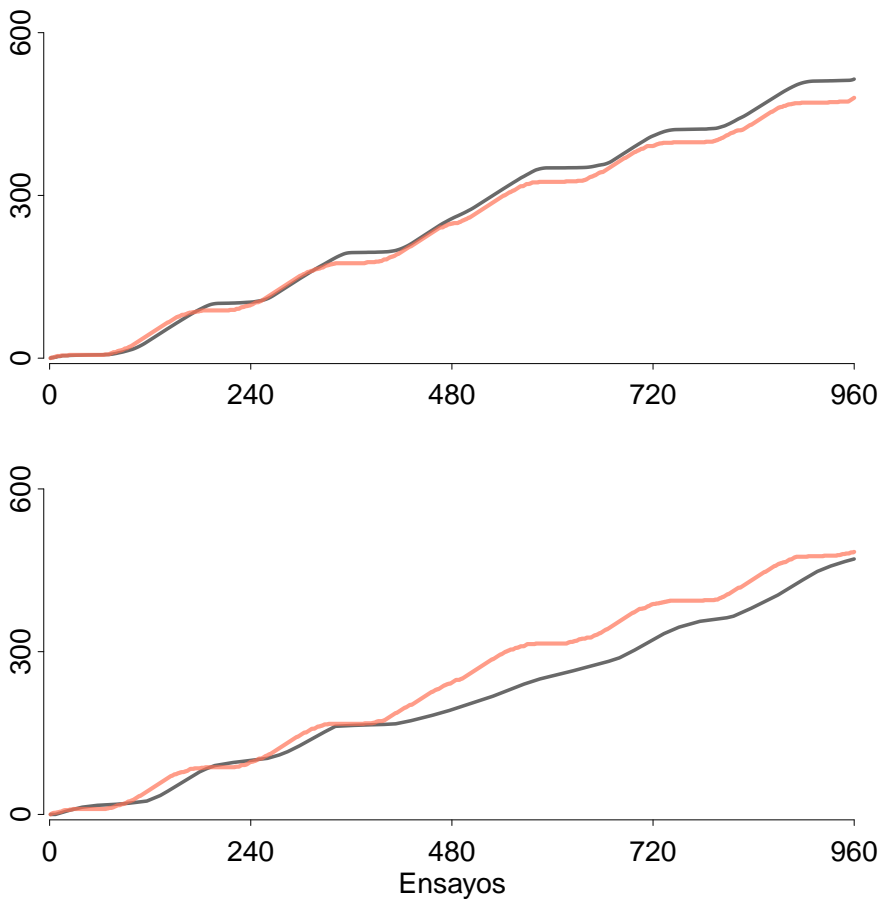


Figura 21. Gráficas de los sujetos pertenecientes al Grupo 4 que presentaron el menor (arriba) y el mayor (abajo) error durante el experimento. La línea naranja representa la suma acumulada de las canicas verdes presentadas a lo largo del experimento y la línea negra, la suma acumulada del estimado de observaciones verdes realizado por los sujetos.

Debido a que la distribución de canicas verdes no era constante es de esperarse que, al momento de otorgar sus estimados, los participantes presenten un retraso antes de detectar el valor del parámetro que se evalúan en cada momento. Por ello, si las gráficas de los valores estimados por los participantes (en las *Figuras 10, 13, 16 y 19*) se recorren sobre el eje de las abscisas un número  $x$  de ensayos (equivalente a dicho retraso o *lag*), se esperaría una reducción del error respecto a la probabilidad real, así como una reducción del error acumulado a través de los ensayos.

### Lag óptimo

	Grupo 1 (FS)	Grupo 2 (FS)	Grupo 2 (EFS)	Grupo 3 (FS)	Grupo 4 (EFS)	Grupo 4 (FS)
<b>1</b>	12	4	5	44	16	8
<b>2</b>	27	11	14	20	16	20
<b>3</b>	5	12	12	10	18	18
<b>4</b>	11	21	25	18	17	18
<b>5</b>	16	26	34	6	20	12
<b>6</b>	50	19	29	10	33	35
<b>7</b>	3	39	15	29	30	22
<b>8</b>	26	17	22	7	23	14
<b>9</b>	3	17	15	31	6	2
<b>10</b>	12	21	13	10	19	13

*Tabla 1. Retraso o lag ideal (medido en número de ensayos) que minimiza el error para cada participante. Dado que el propósito de tomar en cuenta el lag es reducir el error debido a variaciones continuas del parámetro de probabilidad, se omitieron las columnas relativas a la condición PF.*

Consecuentemente, se buscó el valor del *lag* que para cada sujeto explicara la mayor cantidad de error posible al ser tomado en

consideración. Esto es, se buscó minimizar la diferencia entre la probabilidad real de verde en el tiempo  $t$  y el estimado de probabilidad en el tiempo  $t-x$  al desfazar horizontalmente las gráficas de los estimados. La *Tabla 1* muestra el *lag* óptimo que, de ser tomado en cuenta, minimiza el error para cada uno de los participantes. Para ver las gráficas de las respuestas de los sujetos ajustadas de acuerdo a este *lag*, revisar el Anexo 3.

La *Figura 22* presenta las distribuciones de error para cada una de las condiciones de cambio continuo presentadas (FS y EFS), para cada uno de los grupos. En ellas, es posible apreciar y comparar entre la cantidad y la varianza en el error de los estimados originales y en el de los datos ajustados al tomar en consideración el *lag* que los sujetos presentan antes de detectar los valores que se encuentran evaluando.

Asimismo, se puede observar el desempeño de los sujetos frente a los diferentes valores que podía adoptar el parámetro oculto de probabilidad en estas condiciones. La *Figura 23* presenta las gráficas de caja para la distribución de las estimaciones hechas por los sujetos dados los valores de probabilidad que experimentaron. Aquí se puede observar la tendencia central y la variabilidad de las respuestas de cada grupo y en cada condición. La *Figura 24* muestra las gráficas de caja para los datos ajustados.

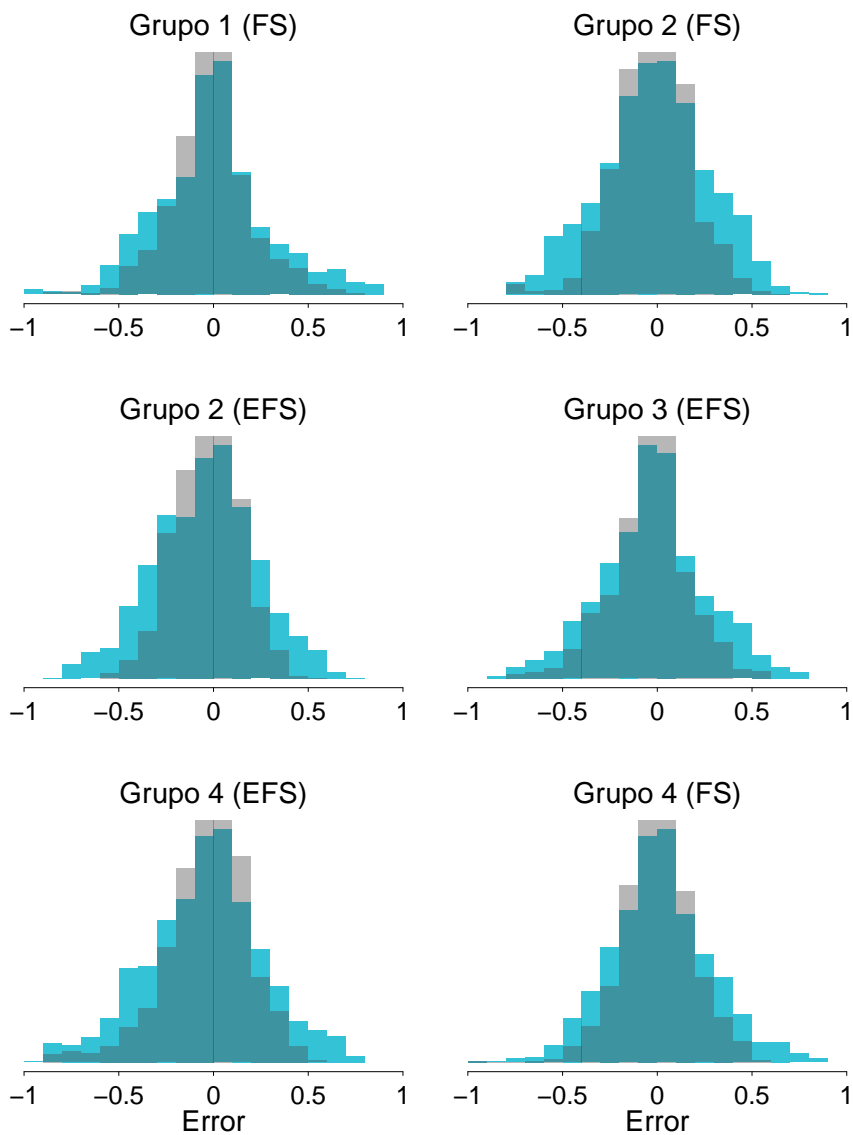


Figura 22. La distribución de error para los datos originales (azul) y para los datos ajustados sin tomar en cuenta el lag entre el estímulo observado y el estimado de cada participante (gris).

Al igual que en la *Tabla 1*, en estos gráficos se omitió la condición PF. Para fines de este experimento, tomar en consideración la presencia de un *lag* entre los valores estimados por los participantes y el valor real del parámetro a estimar no es relevante en el caso de una condición donde el ambiente no es dinámico. Además, aunque tomarlo en cuenta puede ayudar a reducir el error derivado del periodo de adaptación durante los ensayos iniciales, parte del objetivo de este trabajo es observar el comportamiento de los sujetos al momento de cambiar de una condición a otra.

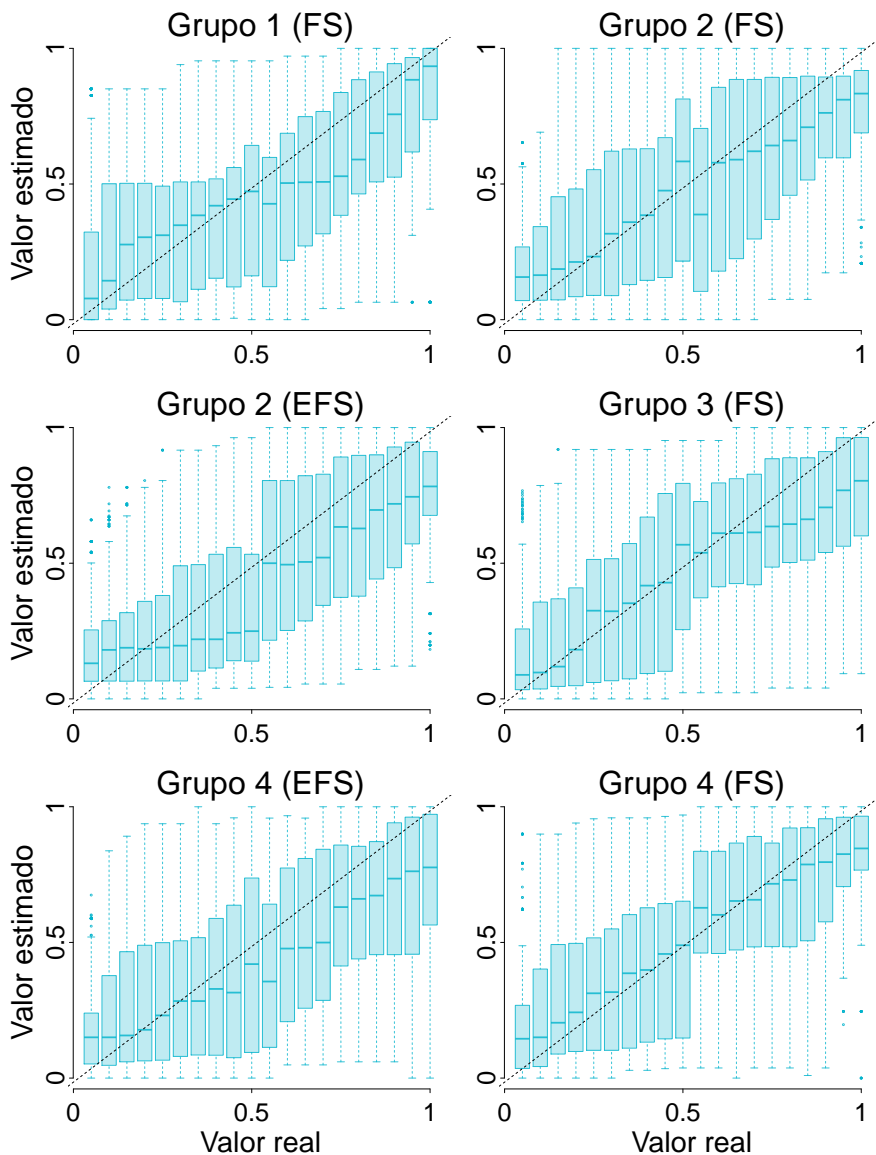


Figura 23. Gráficas de caja (con la mediana y el rango intercuantil) de los estimados originales contra los valores reales de probabilidad. La línea punteada representa la tendencia que seguirían los datos si éstos rastrearán fielmente el valor real del parámetro ensayo a ensayo.

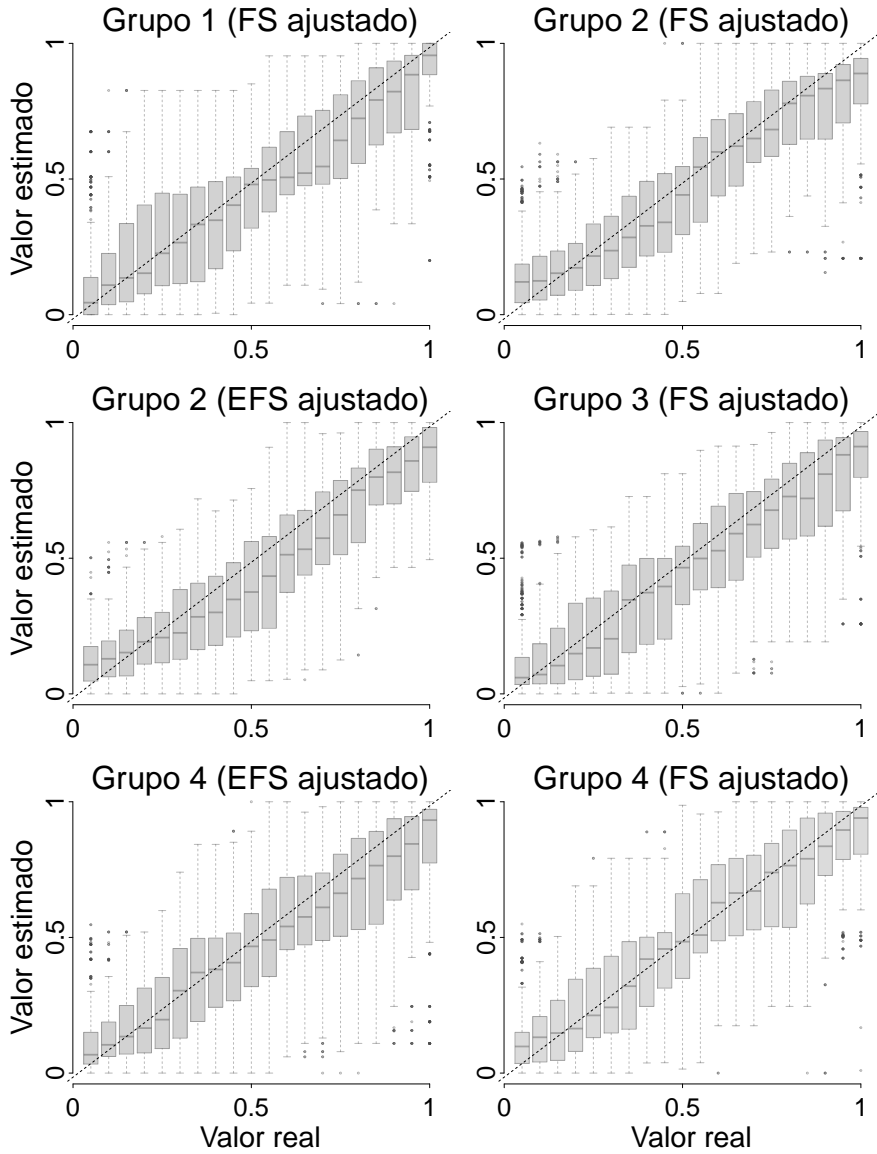
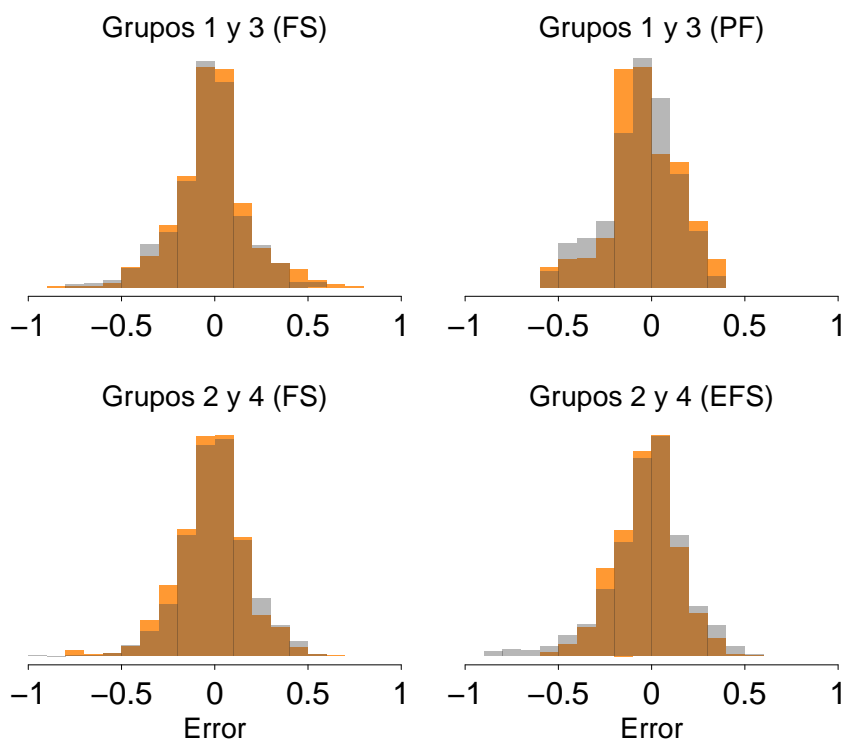


Figura 24. Gráficas de caja (con la mediana y el rango intercuantil) de los estimados ajustados contra los valores reales de probabilidad. La línea punteada representa la tendencia que seguirían los datos si éstos rastrearán fielmente el valor real del parámetro ensayo a ensayo.

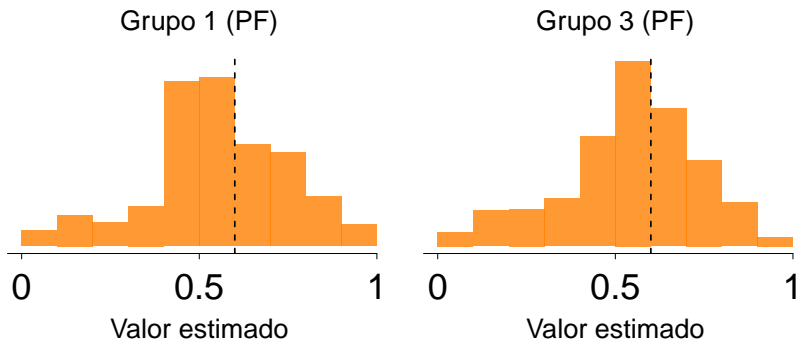
Las barras a continuación (*Figura 25*) permiten comparar una misma condición entre los grupos que las presentan en diferente orden. Esto es, se compara a cada grupo con su equivalente en el contrabalanceo: el Grupo 1 se contrasta con el Grupo 3, mientras que el Grupo 2 lo hace con el Grupo 4. Para esta comparación se tomaron en cuenta los datos ajustados.



*Figura 25.* La comparación de las distribuciones de error para los datos ajustados (excluyendo el lag) entre grupos, para cada condición. Los Grupos 1 y 2 están representados con color naranja; los Grupos 3 y 4, con color gris.



Finalmente, la *Figura 26* ilustra la distribución de las respuestas de los participantes ante la condición en la que el valor del parámetro de probabilidad se fijó en un valor estático ( $p_v = 0.6$ ). Este gráfico permite comparar el desempeño de los sujetos en la misma condición, al ser presentada en una posición diferente en la secuencia experimental.



*Figura 26.* La distribución de los valores de probabilidad estimados por todos los sujetos pertenecientes a los Grupos 1 y 3 durante la condición PF. La línea punteada marca el valor real que enfrentaron durante estos ensayos.

# Discusión

El objetivo de esta tesis fue evaluar el comportamiento de los participantes durante un experimento de estimación de probabilidad. La tarea de los sujetos consistió en extraer canicas de una caja y reportar cuál era la proporción de canicas color verde que ellos estimaban contenía dicha caja, además de reportar si percibían cambios en ese valor. A lo largo del experimento los sujetos enfrentaron ambientes donde el parámetro oculto que determinaba la probabilidad de verde podía permanecer fijo o modificarse de manera continua siguiendo una función sinusoidal.

## Ambientes regidos por senoide

En general, se observó que los estimados otorgados por los participantes parecían rastrear los cambios de probabilidad cuando se encontraban en una condición de cambios continuos. Ya fuera que estuvieran en un entorno regido por FS o por EFS, los sujetos ajustaron el deslizador que indicaba su estimado de manera cercana a los valores que se les presentaron. Esto se puede observar en el

primer renglón de las *Figuras 10, 13, 16 y 19*, donde la forma de líneas azules se asemeja a la línea naranja durante las secciones que seguían un patrón sinusoidal.

Las *Figuras 11, 14, 17 y 20* presentan ejemplos del estimado individual de dos participantes de cada grupo. En ellas se puede observar con más detalle la manera en la que los sujetos respondían ante el valor real de probabilidad. Exceptuando al sujeto con mayor error del Grupo 1 (*Figura 11*), las respuestas de todos parecen seguir el comportamiento de onda en las condiciones FS y EFS. Además, es posible encontrar semejanzas en la ejecución de los participantes de Robinson (1964) y Gallistel y colaboradores (2014).<sup>5</sup> Tanto para ambientes con cambios continuos como discretos, una posible explicación a la pauta de respuestas que otorgan los sujetos es que perciben y rastrean los cambios de probabilidad a los que se enfrentan.

Es importante señalar que, a diferencia del presente experimento, las tareas de estos otros dos autores permitían a los participantes acceder a más de una observación por cada valor del parámetro. En este sentido, les fue posible adquirir más información sobre la  $p_v$  frente a la que se encontraban en un determinado momento. Sin embargo, cada cambio en el valor de probabilidad implicaba incertidumbre y la necesidad de un reajuste en el estimador. El tipo de respuesta que Robinson (1964) y Gallistel et. al. (2014) encontraron se caracteriza por numerosos ajustes rápidos, seguidos de periodos

---

<sup>5</sup>Ver *Figuras 1 y 2*.

de pocos o ningún cambio en el estimado. Además, reportaron hallar respuestas de manera escalonada: los sujetos no actualizaban sus estimados ensayo a ensayo, sino que lo hacían en intervalos irregulares.

Por su parte, dado que en las condiciones FS y EFS los cambios fueron continuos, los sujetos exhibieron una pauta regular de ajustes en lugar de respuestas diferenciadas ante una situación de cambio o no-cambio. En otras palabras, no se dieron diferentes estilos de respuesta a través de la tarea; no obstante, sí se presentaron diferencias entre los participantes.

Cabe destacar que los estilos de respuesta identificados son los mismos que conforman el tipo de respuesta de los participantes de Robinson (1964) y Gallistel et. al. (2014). En este sentido, hubieron personas que ajustaban la posición del deslizador de manera más constante que otros (eg. sujeto con mayor error del Grupo 2; *Figura 14*). Otros participantes exhibieron ajustes en forma de pasos escalonados, donde se mantenían en un mismo valor durante varios ensayos antes de cambiar su estimado (eg. sujeto con mayor error del Grupo 4; *Figura 20*). Sin embargo, la mayoría de los participantes presentaron un comportamiento intermedio.

En mayor o menor medida, durante las condiciones FS y EFS todos los sujetos presentaron consistentes ajustes al deslizador sin necesariamente acompañarlos de un reporte de cambio en la distribución de canicas verdes. Esto podría indicar que los sujetos

realizaban un muestreo antes de disponerse a reportar la detección de un cambio. Dicha conducta tiene sentido bajo la lógica de que es necesario acumular suficientes observaciones para generar un estimado y, de esa forma, tener las bases para advertir un cambio.

Como los cambios en el valor del parámetro se daban de forma gradual, es difícil precisar en qué momento las personas podrían reportar la detección de alguno. En consecuencia, no es de extrañarse que no se encontrara una respuesta típica entre los participantes. Esto no sucede en el caso de la tarea de Gallistel et. al. (2014): la mayor cantidad de reportes de cambios advertidos en aquel experimento se daban alrededor de los escasos cambios en el valor del parámetro a través del experimento. Lo anterior, a su vez, coincidía con las zonas con más reajustes al estimado.

Los resultados del presente experimento respecto a la detección de cambios de probabilidad y el subsecuente arrepentimiento durante las condiciones FS y EFS son inconclusos. Algunos participantes, como el sujeto con menor error del Grupo 3 (*Figura 17*), reportaron cambios en la distribución de canicas con cierta periodicidad. Otros, como el sujeto con mayor error del Grupo 3 (*Figura 17*), reportaron percibir una nueva distribución de canicas en las zonas en las que la función sinusoidal que rige al parámetro subyacente alcanzaba un máximo o un mínimo y cambiaba de dirección. Asimismo, otra zona en la que algunos sujetos indicaron detectar un cambio fue cuando el valor real del parámetro cruzaba  $p_v = 0.5$ ; esto es, cuando la proporción de canicas verdes pasaba de ser mayor

a ser menor y viceversa (eg. sujeto con mayor error del Grupo 2; *Figura 14*).

En el segundo renglón de las *Figuras 10, 13, 16 y 19* y durante las condiciones FS y EFS del presente experimento, se observa menor precisión en los estimados durante los segmentos en los que el cambio en los valores reales tiene una pendiente más pronunciada. Asimismo, el error de los participantes parece disminuir en las secciones donde se presenta un cambio en la dirección de la curva. Sin embargo, esto no necesariamente se debe a que el desempeño de los sujetos sea mejor o peor en dichos momentos. Las personas no pueden adivinar cuál es el valor del parámetro actual debido a que éste no es constante; además, una observación sencilla no basta para estimarlo.

Dado que en el primer renglón de las Figuras arriba mencionadas la trayectoria de las curvas azules es similar a la naranja, se puede argumentar que el error en cuestión no es consecuencia de una mala valoración subjetiva sino de la existencia de una demora antes de que los sujetos detecten y reporten los valores del parámetro. Recordando el desempeño en los experimentos de Robinson (1964) y de Gallistel et. al. (2014) (*Figuras 1 y 2*, respectivamente), a los participantes les tomaba varios ensayos ajustar su estimado luego de presenciar un cambio en el valor del parámetro. De la misma forma, los sujetos del presente experimento se demoran en ajustar el deslizador cada que presencian cambios en el valor del parámetro. Como aquí dicha situación sucede de manera constante,

el resultado son demoras consistentes.

A partir de lo anterior se puede argumentar que los estimados que otorgan los participantes rastrean los valores del parámetro que se van presentando. En este sentido, los estimados que realizan en un determinado momento se referirían al conjunto de canicas que presenciaron en ensayos previos. Por ello, resulta importante tomar en consideración el tiempo de *lag* entre los valores reales y las estimaciones del parámetro, ya que éste que podría dar cuenta del aparente error en la precisión de los participantes.

## Ambientes estáticos

Como se advirtió en la sección anterior, las personas parecen rastrear los valores que van experimentando al encontrarse en ambientes donde éstos presentan variaciones continuas siguiendo una senoide. Por otra parte, cuando se trata de evaluar un valor fijo se esperaría que sus estimados eventualmente converjan a él. No obstante, esto no parece suceder en el presente experimento: el tipo de respuestas ante la condición PF fue inestable. A pesar de que se encontraban en un ambiente donde  $p_v = 0.6$  durante todos los ensayos, fueron pocos los sujetos que mantuvieron sus estimados cercanos a este valor (eg. sujeto con menor error del Grupo 1; *Figura 11*). La mayoría de las personas ajustaban el estimado de arriba a abajo y, aunque se movían alrededor del 0.6, no mostraron tendencia a converger a él; ejemplo de ello es el sujeto con menor

error del Grupo 3 (*Figura 17*).

Por el contrario, los resultados de los experimentos de Robinson (1964) y Gallistel et. al. (2014) mostraron que las respuestas de las personas podían converger a un cierto valor de probabilidad cuando el parámetro se mantenía estático. A pesar de que los momentos de cambio en  $p_v$  implicaban incertidumbre, la subsecuente adquisición de información lograba reducirla. La diferencia en el desempeño en éstos y en el presente experimento podría deberse a la estructura de sus tareas. A diferencia de lo que sucede aquí, los sujetos de Robinson (1964) y Gallistel et. al. (2014) podían aprender a esperar cambios discretos y episodios estáticos. Esto es, podían predisponerse a la aparición de probabilidades fijas y reaccionar acorde debido a la configuración del ambiente.

Una posible explicación sobre los resultados de la condición PF en el presente experimento es que el nivel de entropía es alto para el valor  $p_v = 0.6$ . En otras palabras, fijar el parámetro de probabilidad en ese punto resultó en mucha variación en el sistema y esto, a su vez, generó incertidumbre en los sujetos. Asimismo, la subsecuente adquisición de información al ir observando más ensayos no redujo el nivel de incertidumbre y es por ello que las respuestas de los sujetos no convergieron a un solo valor. El valor de probabilidad 0.6 se encuentra cerca de 0.5 donde la entropía sería máxima (la presentación de una canica verde o roja sería aleatoria); en cambio, un valor más cercano a los extremos (0 o 1) hubiera involucrado menos variabilidad (Nash, 1964; Shuford, 1961).



Algunos participantes mostraron más varianza que otros en sus respuestas. Estas personas alternaban el deslizador entre valores extremos (cercaos a 0 y a 1) mientras estimaban el valor del parámetro; tal es el caso del sujeto con mayor error del Grupo 3 (*Figura 17*). Asimismo, al igual que lo sucedido con las respuestas durante las condiciones FS y EFS, hubieron quienes ajustaron la posición del deslizador más constantemente (eg. sujeto con menor error del Grupo 3; *Figura 17*) y quienes presentaron ajustes más escalonados (eg. sujeto con mayor error del Grupo 1; *Figura 11*). Tanto la presencia de ajustes constantes al estimado como la selección de valores extremos podrían ser indicadores de que los sujetos dieran mayor peso a las observaciones más recientes mientras desestimaban el pasado. Sin embargo, no existe una relación aparente entre qué tan extremos son los valores seleccionados y qué tan frecuentes son sus ajustes.

Durante la condición PF, a excepción del sujeto con mayor error del Grupo 1 (*Figura 11*) todos los participantes reportaron detectar múltiples cambios en el valor de probabilidad de manera consistente. Esto es, sin importar las observaciones que acumularan, ellos seguían reajustando el deslizador y expresando percibir diferentes distribuciones de probabilidad. Asimismo, fueron pocas las veces que presionaron la tecla que indicaba que se arrepentían de ello. El participante con mayor error del Grupo 1 (*Figura 11*) fue el único que reportó detectar solamente un cambio en la distribución de canicas al ingresar a la condición PF; no obstante, más adelante se

retractó de ello.

Como se mencionó anteriormente, en el experimento de Gallistel et. al. (2014) los sujetos fueron más precisos al reportar cambios en el valor del parámetro: ellos registraron percibirlos cuando se encontraban en las zonas cercanas a los cambios verdaderos. Más en específico, los participantes detectaron dichos cambios poco después de que tuvieran lugar. Del mismo modo, el contar con la opción de arrepentimiento les permitió mejorar su desempeño al reducir la cantidad de falsas alarmas. Por el contrario, los resultados del presente experimento apuntan a que los participantes no lograron percatarse de que se encontraban en un ambiente estático.

Finalmente, cabe mencionar que en este experimento se busca tomar en cuenta el *lag* óptimo durante las condiciones FS y EFS ya que los estimados de los participantes se refieren a valores que observaron previamente y ante los cuales están reaccionando. A diferencia de lo que sucede en aquellas condiciones, al encontrarse en un ambiente con un valor de probabilidad fijo los sujetos no están siguiendo una variación continua sino que sus estimados apuntan al valor que enfrentan actualmente. Por consiguiente, para la condición PF no es relevante tomar en consideración dicha demora.

## Acumulado de estimaciones verdes

Resulta interesante ver el parecido entre las líneas que representan la suma acumulada de observaciones verdes y la suma acumulada del estimado del mismo color realizado por los participantes (*Figuras 12, 15, 18 y 21*). Lo que estas gráficas indican es que la proporción de canicas verdes que los sujetos perciben sigue de cerca a la cantidad de ensayos donde la canica que observan es, de hecho, verde.

Hay sujetos como el participante con mayor error del Grupo 3 (*Figura 18*) que en algún punto de la tarea se demoran en calcular o subestiman la cantidad de canicas verdes que observan; sin embargo, la forma de las líneas sigue siendo muy parecida. En las gráficas de la mayoría de los sujetos se puede ver claramente cómo es que la línea sigue los incrementos y decrementos en el acumulado de verdes a través de las condiciones FS y EFS. Incluso, es posible observar cómo es que sus respuestas se distinguen de las exhibidas ante la condición PF (eg. sujeto con menor error del Grupo 1, *Figura 12*).

Dado que en el presente experimento se trabaja con un parámetro probabilístico, la proporción de observaciones presentada no garantiza reflejar el valor del parámetro. Esto es, aunque en un determinado momento  $p_v = 0.9$ , cabe la posibilidad de que la canica extraída sea roja. Para dar cuenta de posibles desatinos, en las *Figuras 11, 14, 17 y 20* se ilustra en la parte superior de las gráficas con asteriscos verdes los ensayos en los que la canica extraída fue

verde (en contraste con los asteriscos rojos en la parte inferior). Ahí se observa cómo, de manera general, la cantidad de canicas verdes observadas corresponde con el valor del parámetro de probabilidad (línea naranja) ensayo a ensayo. En este sentido, es posible hablar sobre lo que enfrentan los sujetos sin necesidad de hacer supuestos.

## ***Lag* en la respuesta**

Tal como se esperaba, se observó un tiempo de *lag* entre las respuestas de los participantes y lo que observaron durante las condiciones FS y EFS, el cual fue diferente para cada individuo (ver *Tabla 1*). Tomar en cuenta la presencia de esta demora ayudó a explicar parte del error que los sujetos presentaron ensayo a ensayo. Para más evidencia sobre la reducción total del error al considerar la demora en la respuesta de los sujetos, ver el Anexo 3.

La *Figura 22* muestra la reducción en el error y su varianza a causa de la exclusión del *lag* para cada grupo de participantes. En las gráficas pertenecientes a esta Figura es posible observar que el error se concentra más cerca de cero una vez que se toma en cuenta dicha información. De igual modo, al comparar los gráficos de la *Figura 23* con los de la *Figura 24* se percibe una disminución considerable en la variación de respuestas ante los posibles valores que tomaba el estimado. Lo anterior se deduce debido a que el rango intercuantil de los estimados ajustados está más condensado que el de los originales. Además, las medianas de los datos ajustados se

encuentran mejor alineadas con la línea que ilustra la tendencia de las respuestas si los valores del parámetro fueran rastreados perfectamente.

## Transiciones de una condición a otra

La *Figura 25* hace una comparación del error de los participantes de los diferentes grupos que presentaron las mismas condiciones pero en orden inverso. Es importante destacar que, debido a la pertinencia de considerar el *lag* en la respuesta, esta Figura toma en cuenta las respuestas ajustadas de los sujetos.

Durante las condiciones FS y EFS, donde se presentaban cambios continuos siguiendo una senoide, la distribución del error es casi idéntica. Esto implica la ausencia de un sesgo al pasar de una condición a otra, y viceversa. Tampoco parece existir efecto de orden como resultado de la transición de haber estado inmerso en un ambiente sinusoidal antes de pasar a uno estático, ni viceversa. Aunado a esto, la *Figura 26* otorga más evidencia de la similitud entre las respuestas durante la condición PF, independientemente de si se experimentaba después de la condición FS o no.

Como se señaló más arriba, los resultados durante la condición PF no se asemejan a los obtenidos por Robinson (1964) y Gallistel et. al. (2014) durante los lapsos en los que el parámetro se mantuvo fijo. Por otro lado, éstos parecen similares a los hallados por

Estes (1984) durante el cuarto bloque de su experimento. El autor argumentaba que la falta de convergencia del grupo experimental hacia el valor ahora fijo de probabilidad ( $p_v = 0.6$ ) se debía a que los sujetos habían generado una representación mental de la forma en la que el parámetro variaba previamente. No obstante, en el presente experimento se encontró un comportamiento similar en independencia de si la condición PF fuera la inicial o si estuviera precedida por la condición FS. Por ello, entender la falta de convergencia como resultado de un alto nivel de entropía en  $p_v = 0.6$  hace más sentido.

Asimismo, si la teoría de Estes (1984) fuera cierta se esperaría que el momento de transición de una condición a otra presentara más error. En el caso del paso de PF a FS y viceversa, es difícil saber si la magnitud del error en ese punto se debe a la transición *per se* o a la misma entropía inherente a PF. Por otro lado, esto debiera ser claro observando el cambio de FS a EFS y viceversa para los Grupos 2 y 4. Sin embargo, examinando las *Figuras 13 y 19* se observa que los sujetos no tuvieron complicaciones al cambiar de condición. En el primer renglón se puede ver que las respuestas de los participantes cambian abruptamente de dirección junto con las nuevas contingencias. Si ellos generaran un modelo mental de la estructura del ambiente que experimentaron hasta entonces, se esperaría que sus estimados siguieran la tendencia de la condición inicial. Aunado a ello, las gráficas del último renglón tampoco muestran incrementos súbitos en el error acumulado al llegar a este punto.

La *Figura 26* ilustra cómo, aunque los participantes tomaron muestras del rango completo de valores disponibles, la mayoría de los estimados rondan  $p_v = 0.5$ . A su vez, es posible observar una ligera tendencia por parte de los sujetos a colocar el deslizador en posiciones superiores a dicho valor. Esto es, existe un sesgo hacia reportar un mayor número de presentaciones verdes que de rojas. Lo anterior va de la mano con los resultados de las gráficas que muestran la suma acumulada de la proporción de verdes estimada por los sujetos (*Figuras 12, 15, 18 y 21*): los participantes parecen percibir y rastrear la proporción de verdes que se les presenta. No obstante, no parecen percatarse de la estructura que subyace al entorno.

## Consideraciones finales

El presente experimento muestra las ventajas de un procedimiento de estimación directa de probabilidad sobre uno de elección. En un experimento de elección, si los sujetos maximizaran sus respuestas elegirían consistentemente canicas verdes para todos los valores de  $p_v > 0.5$  y canicas rojas en la situación inversa. Otra posibilidad es que los participantes igualen probabilidades; esto es, que predigan los eventos en proporción a sus probabilidades de ocurrencia (Gaissmaier, Schooler y Rieskamp, 2006). No obstante, no se puede saber con certeza qué proceso están siguiendo o si su método es consistente a lo largo del experimento. Además,

como se mencionó al inicio, en ese tipo de tareas las respuestas sólo pueden ser binarias: los procesos de elección y de estimación de probabilidad no son equivalentes.

Este experimento consistió en una tarea descriptiva: los participantes observaron muestras de datos a partir de los cuales debían estimar la proporción de canicas verdes que conformaban una población oculta. Se utilizó como medida de precisión la correspondencia entre los estimados de los sujetos y el parámetro a calcular. Sin embargo, la tarea también puede entenderse como una de inferencia puesto que los participantes no reciben una descripción del mundo, sino que basan su estimado en la muestra a la que han tenido acceso (DuCharme y Peterson, 1969). Esto es, el estímulo que las personas perciben (la probabilidad observada) es distinto a la probabilidad real oculta.

Una tarea de inferencia estudia cómo se puede llegar a conclusiones sobre la estructura del medio a partir de muestras de información. Y, a diferencia de las tareas descriptivas, utiliza como criterio de un buen desempeño la ejecución de un modelo estadístico frente a la misma información (Peterson y Beach, 1967). Para el futuro se propone realizar el análisis de los resultados obtenidos en este experimento de manera similar a lo que Gallistel y colaboradores (2014) hicieron con sus datos. Los autores desarrollaron un modelo bayesiano de lo que un observador “ideal” haría ante las extracciones de la caja y, entonces, compararon las respuestas de sus participantes contra los resultados del modelo. A pesar de que



las extracciones representan de forma general al parámetro de probabilidad (asteriscos en las *Figuras 11, 14, 17 y 20*), el estimado de los sujetos se basa en observaciones que mantienen una relación estocástica con el parámetro que representan (Gallistel et. al., 2014). Por ello, la noción de tener a un “sujeto ideal” que represente la mejor respuesta dada la información observada resulta relevante.

Por último, cabe mencionar que a lo largo del experimento la mayoría de los sujetos reajustaban el deslizador inmediatamente después de presionar la tecla que indicaba la detección de un cambio. Sin embargo, un par de participantes incluyendo al sujeto con mayor error del Grupo 4 (*Figura 20*), ocasionalmente reportaron cambios en la distribución de canicas y no reajustaron su estimado sino hasta varios ensayos después. Por su parte, el sujeto con mayor error del Grupo 2 (*Figura 14*) reportó en varias ocasiones arrepentirse sin haber previamente reportado cambios. Debido a que su desempeño general fue similar al del resto de los participantes, lo anterior posiblemente sólo se deba a alguna confusión respecto a las instrucciones.

# Conclusiones

El mundo en el que vivimos es cambiante. Los elementos que lo conforman se modifican como consecuencia ya sea de las acciones de quienes lo habitan o por el simple paso del tiempo; variables probabilísticas subyacen a estos cambios. Y así como una persona puede tener un impacto sobre el medio, éste puede tener efectos sobre la conducta de los sujetos. Por ello, es indispensable conocer y tomar en cuenta sus propiedades dinámicas.

El objetivo del presente experimento ha sido ampliar la investigación en torno al proceso de estimación subjetiva de probabilidades. En primer lugar, se ha buscado saber si las personas son capaces de seguir cambios continuos y graduales en los valores de un parámetro oculto de probabilidad. Para responder a esta interrogante se desarrolló una tarea donde, ensayo a ensayo, los participantes manifestaron su estimado de un parámetro que variaba siguiendo una función sinusoidal. Los resultados mostraron que las personas no sólo son sensibles a estos cambios, sino que también parecen rastrear de cerca los valores reales de probabilidad y, en consecuencia, la proporción de canicas que están estimando.

Asimismo, se ha identificado la presencia de un *lag* entre los valores de probabilidad presentados y el correspondiente reporte de los sujetos. Aunque la cantidad de ensayos de demora fue distinta y muy variable entre participantes, ésta fue consistente intra-sujeto. Cabe destacar que tomar el *lag* en la respuesta en consideración permite hacer la comparación entre el estimado de las personas y el valor que se encuentran estimando.

Otra de las preguntas que este trabajo se planteó fue sobre los posibles efectos que tiene la exposición a una condición inicial sobre el desempeño de los participantes al cambiar de escenario. Para responderla, durante la tarea se presentaron tres condiciones distintas. Las primeras dos fueron condiciones en las que el parámetro de probabilidad variaba siguiendo una senoide, siendo la segunda el espejo de la primera sobre el eje de las abscisas. Los resultados mostraron que los sujetos no tienen problemas al brincar de una a otra, en independencia de cuál se presente primero.

La tercer condición presentada fue una donde el parámetro de probabilidad se mantuvo fijo en  $p_v = 0.6$ . Los resultados indicaron que los participantes no lograron percibir que el entorno era estático; sin embargo, el conjunto de sus respuestas mostraron una inclinación hacia el valor donde se fijó el parámetro. En cuanto a la transición de un entorno sinusoidal a uno con probabilidad fija, no se reportaron efectos de orden. Esto es, el desempeño en cada uno de ellas no se vio afectado por el cambio de condición.

Una limitación del presente experimento es que se probó un único valor para la condición donde la probabilidad era fija. En consecuencia, no se puede generalizar que el comportamiento observado sea inherente a cualquier ambiente estático. De hecho, los resultados obtenidos por Robinson (1984) y Gallistel y colaboradores (2014) mostraron que las personas son capaces de converger a varios valores cuando éstos se mantienen fijos durante una serie de ensayos. Por ello, se recomienda probar con nuevos valores que tengan un menor nivel de entropía que  $p_v = 0.6$ . Del mismo modo, para futuros experimentos se invita a probar pautas de cambio distintas a la senoide para corroborar si estos hallazgos se deben a la forma del patrón en sí o a sus características de gradual y continuo.

En general, este trabajo recalca la importancia metodológica de preguntar directamente por el estimado de los participantes cuando se trabaja con una tarea de estimación probabilística. Además, el experimento destaca la relevancia de planear experimentos menos artificiales. En este caso, la senoide representa una estructura de ambientes con los que las personas están familiarizados y estudiar su desempeño ante ella nos puede llevar a un mejor entendimiento sobre el comportamiento humano fuera del laboratorio.



# Referencias

Attneave, F. (1953). Psychological probability as a function of experienced frequency. *Journal of Experimental Psychology*. 46(2), 81-86. <http://dx.doi.org/10.1037/h0057955>

Bureau of Meteorology. (2017). Climate data online. *Commonwealth of Australia*. Recuperado de [http://www.bom.gov.au/jsp/ncc/cdio/weatherData/av?p\\_nccObsCode=36&p\\_display\\_type=dataFile&p\\_startYear=&p\\_c=&p\\_stn\\_num=091259](http://www.bom.gov.au/jsp/ncc/cdio/weatherData/av?p_nccObsCode=36&p_display_type=dataFile&p_startYear=&p_c=&p_stn_num=091259)

Diaconis, P. y Zabell, S. L. (1982). Updating subjective probability. *Journal of the American Statistical Association*. 77(380), 822-830. <http://dx.doi.org/10.2307/2287313>

DuCharme, W. M., y Peterson, C. R. (1969). Proportion estimation as a function of proportion and sample size. *Journal of Experimental Psychology*. 81(3), 536-541. <http://dx.doi.org/10.1037/h0027914>

- Edwards, W. (1954). The theory of decision making. *Psychological Bulletin*. 51(4), 380-417. <http://dx.doi.org/10.1037/h0053870>
- Edwards, W. (1961). Probability learning in 1000 trials. *Journal of Experimental Psychology*. 62(4), 385-394. <http://dx.doi.org/10.1037/h0041970>
- Edwards, W. (1962). Subjective probabilities inferred from decisions. *Psychological Review*. 69(2), 109-135. <http://dx.doi.org/10.1037/h0038674>
- Erlick, D. E. (1961). Judgments of the relative frequency of a sequential series of two events. *Journal of Experimental Psychology*. 62(2), 105-112. <http://dx.doi.org/10.1037/h0039852>
- Erlick, D. E. (1964). Absolute judgments of discrete quantities randomly distributed over time. *Journal of Experimental Psychology*. 67(5), 475-482. <http://dx.doi.org/10.1037/h0042698>
- Estes, W. K. (1984). Global and local control of choice behavior by cyclically varying outcome probabilities. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. 10(2), 258-270. <http://dx.doi.org/10.1037/0278-7393.10.2.258>
- Gaissmaier, W., Schooler, L. J., y Rieskamp, J. (2006). Simple predictions fueled by capacity limitations : When are they suc-

- cessful? *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. 32(5), 966-982. <https://dx.doi.org/10.1037/0278-7393.32.5.966>
- Gallistel, C. R., Liu, Y., Krishan, M., y Miller, R. (2014). The perception of probability. *Psychological Review*. 121(1), 96–123. <http://dx.doi.org/10.1037/a0035232>
- Gardner, R. A. (1957). Probability-learning with two and three choices. *The American Journal of Psychology*. 70(2), 174-185. <http://dx.doi.org/10.2307/1419319>
- Gray, R. M. (2011). *Entropy and Information Theory*. Nueva York, Estados Unidos: Springer.
- Innis, N. K., y Staddon, J. E. R. (1971). Temporal tracking on cyclic-interval reinforcement schedules. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*. 16(3), 411–423.
- Joint Committee for Guides in Metrology. (2008). *International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. Recuperado de [www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM\\_100\\_2008\\_E.pdf](http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf)
- Kahneman, D. y Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*. 47(2), 263-292. <http://dx.doi.org/10.2307/1914185>



- Kenway, L. (2013). Integrating salience and value in decision making. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 110 (40), 15853–15854. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.1315619110>
- Mackintosh, L. (2001). *Using trigonometric functions to model climate*. Recuperado de <https://www.niwa.co.nz/education-and-training/schools/resources/climate/modelling>
- Nash, H. (1964). The judgment of linear proportions. *The American Journal of Psychology*. 77(3), 480-484. <http://dx.doi.org/10.2307/1421022>
- Peirce, J. W. (2007). PsychoPy - Psychophysics software in Python. *Journal of Neuroscience Methods*. 162(1-2), 8-13. <http://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2006.11.017>
- Peterson, C. R., y Beach, L. R. (1967) Man as an intuitive statistician. *Psychological Bulletin*. 68(1), 29-46. <http://dx.doi.org/10.1037/h0024722>
- Peterson, C. R., y Phillips, L. D.(1966). Revision of continuous subjective probability distributions. *IEEE Transactions on Human Factors in Electronics*. 7(1), 19-22. <http://dx.doi.org/10.1109/THFE.1966.231979>

- Peterson, C., y Ulehla, Z. J. (1964). Uncertainty, inference difficulty, and probability learning. *Journal of Experimental Psychology*. 67(6), 523-530. <http://dx.doi.org/10.1037/h0046858>
- Rakow, T., y Miler, K. (2009). Doomed to repeat the successes of the past: History is best forgotten for repeated choices with nonstationary payoffs. *Memory & Cognition*. 37(7), 985-1000. <http://dx.doi.org/10.3758/MC.37.7.985>
- Robinson, G. (1964). Continuous estimation of time-varying probability. *Ergonomics*. 7(1), 7-21. <http://dx.doi.org/10.1080/00140136408930721>
- Schoemaker, P. J. H. (1982). The Expected Utility Model: Its variants, purposes, evidence and limitations. *Journal of Economic Literature*. 20(2), 529-563. <http://www.jstor.org/stable/2724488>
- Schreuder, D. A. (2014). *Vision and visual perception: The conscious base of seeing*. Bloomington, Estados Unidos: Archway Publishing.
- Shuford, E. H. (1961). Percentage estimation of proportion as a function of element type, exposure time, and task. *Journal of Experimental Psychology*. 61(5), 430-436. <http://dx.doi.org/10.1037/h0043335>

- Stevens, S. S. (1956). The direct estimation of sensory magnitudes: Loudness. *The American Journal of Psychology*. 69(1), 1-25. <http://dx.doi.org/10.2307/1418112>
- Stevens, S. S. (1958). Measurement and man. *Science*. 127(3295), 383-389. <http://dx.doi.org/10.1126/science.127.3295.383>
- Takahashi, J., y Zatz, M. (1982). Regulation of circadian rhythmicity. *Science*. 217(4565), 1104-1111. <http://dx.doi.org/10.1126/science.6287576>
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1985). The framing of decisions and the psychology of choice. En Covello, V. T., Mumpower, J. L., Stallen, P. J. M., Uppuluri, V. R. R. (Eds.), *Environmental Impact Assessment, Technology Assessment, and Risk Analysis*. Berlin: Springer-Verlag.
- Wheeler, G., y Beach, L. R. (1968). Subjective sampling distributions and conservatism. *Organizational Behavior and Human Performance*. 3(1), 36-46. [http://dx.doi.org/10.1016/0030-5073\(68\)90025-1](http://dx.doi.org/10.1016/0030-5073(68)90025-1)

# Anexo 1

Ejemplo de una de las hojas de datos arrojadas por el programa:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	trial	slider	color	PG	trial_RT	KN_keys	KN_RT	date	condition
2	1	0	green	0.50000196	5.2225399	None		0851_2016_	1
3	2	47.14	red	0.51963192	5.52276087	None		0851_2016_	1
4	3	47.14	green	0.5392316	0.70090485	None		0851_2016_	1
5	4	47.14	red	0.55877079	1.46952891	None		0851_2016_	1
6	5	47.14	red	0.57821935	1.16936111	None		0851_2016_	1
7	6	47.14	green	0.59754731	1.10260391	None		0851_2016_	1
8	7	47.14	green	0.61672486	0.65221691	None		0851_2016_	1
9	8	47.14	green	0.63572242	1.06924915	None		0851_2016_	1
10	9	47.14	green	0.65451071	3.42111397	['k']	[3.62143015]	0851_2016_	1
11	10	47.14	green	0.67306076	1.00259399	None		0851_2016_	1
12	11	47.14	red	0.69134395	4.65404797	None		0851_2016_	1
13	12	47.14	green	0.70933211	1.13463998	None		0851_2016_	1
14	13	47.14	green	0.72699749	1.08595896	None		0851_2016_	1
15	14	47.14	green	0.74431285	1.00245404	None		0851_2016_	1
16	15	47.14	green	0.7612515	1.369524	None		0851_2016_	1
17	16	47.14	green	0.77778732	0.75226092	None		0851_2016_	1
18	17	77.6	green	0.79389481	3.68789792	None		0851_2016_	1
19	18	77.6	green	0.80954913	0.60222793	None		0851_2016_	1
20	19	77.6	green	0.82472615	0.58549786	None		0851_2016_	1
21	20	77.6	green	0.83940246	1.20273709	None		0851_2016_	1
22	21	86.89	green	0.85355543	6.79046512	['k']	[3.08751511]	0851_2016_	1
23	22	86.89	green	0.86716324	0.60208607	None		0851_2016_	1
24	23	92.62	green	0.88020491	1.9684999	None		0851_2016_	1
25	24	92.62	green	0.89266033	1.55157995	None		0851_2016_	1
26	25	96.61	green	0.9045103	1.75307298	None		0851_2016_	1
27	26	96.61	green	0.91573653	1.15261507	None		0851_2016_	1
28	27	96.61	red	0.92632173	3.33782482	None		0851_2016_	1
29	28	96.61	green	0.93624957	3.00273991	['k']	[3.50468301]	0851_2016_	1
30	29	96.61	green	0.94550474	1.41948605	None		0851_2016_	1
31	30	96.61	green	0.95407297	0.45187402	None		0851_2016_	1
32	31	96.61	green	0.96194104	2.88745809	['n']	[2.70404815]	0851_2016_	1
33	32	96.61	green	0.96909684	0.46873903	None		0851_2016_	1
34	33	96.61	green	0.97552932	0.43535805	None		0851_2016_	1
35	34	96.61	green	0.98122856	0.51873302	None		0851_2016_	1
36	35	96.61	green	0.98618578	0.48397207	None		0851_2016_	1
37	36	96.61	green	0.99039334	0.81893301	None		0851_2016_	1
38	37	96.61	green	0.99384474	1.30269694	None		0851_2016_	1
39	38	96.61	green	0.99653466	0.41867113	None		0851_2016_	1
40	39	96.61	green	0.99845896	0.41876197	None		0851_2016_	1
41	40	96.61	green	0.99961467	0.35199189	None		0851_2016_	1
42	41	96.61	green	1	0.40205812	None		0851_2016_	1
43	42	96.61	green	0.99961437	0.35200191	None		0851_2016_	1
44	43	96.61	green	0.99961437	0.35200191	None		0851_2016_	1

La columna “trial” se refiere al número de ensayo, “slider” contiene la posición final del deslizador en cada ensayo, “color” el color observado (*green*: verde, *red*: rojo), “PG” la probabilidad real de

que la observación fuera verde, “trial\_RT” el tiempo de respuesta de los sujetos antes de presionar la tecla “S”. “KN\_keys” muestra si los participantes presionaron ya sea la tecla “K” o la tecla “N”; en caso de que no hubieran presionado alguna, se arroja el valor “None”. “KN\_RT” sólo arroja un valor cuando la columna anterior indica la presencia de alguna “K” o “N” y contiene el tiempo de respuesta que tomó a los sujetos presionar dichas teclas. La columna “date” contiene la hora y fecha en la que se corrió el experimento y “condition” hace referencia al grupo al que perteneció el participante en cuestión (Grupo 1: Función Seno - Probabilidad Fija; Grupo 2 : Función Seno - Espejo de Función Seno; Grupo 3: Probabilidad Fija - Función Seno; Grupo 4: Espejo de Función Seno - Función Seno).

## Anexo 2

Las instrucciones que se les dieron a los participantes antes de iniciar el experimento (previo a la sesión de práctica) fueron las siguientes:

La caja CANICAS contiene un número desconocido de canicas verdes y rojas. Tu tarea es estimar la proporción de canicas VERDES contenidas en ella, con base en canicas que irás observando una por una al extraerlas de la caja. A lo largo del experimento, la caja de canicas puede ser reemplazada con una caja NUEVA y no se te avisará explícitamente si ha ocurrido un cambio. Si crees que la caja ha cambiado, deberás indicarlo y proceder a estimar el porcentaje de canicas VERDES en la nueva caja.

### PROCEDIMIENTO:

1. Comienza adivinando. Con el cursor ajusta el deslizador sobre la barra “Porcentaje de verdes” para indicar tu estimado. Presiona la tecla “S” para avanzar al siguiente ensayo.
2. En cada ensayo subsecuente se tomará una canica de la caja CANICAS; dicha canica será elegida al azar.
3. Podrás modificar tu estimado del porcentaje de canicas VERDES dentro de la caja o podrás dejarlo sin cambios. Si decides no cambiar el estimado, presiona “S” para sacar una nueva canica.
4. Si sientes que el porcentaje de VERDES no es lo que habías

estimado, ajusta el indicador sobre la barra y luego presiona “S”.

5. Siempre que presiones “S” la canica REGRESARÁ a su caja. Este procedimiento se repetirá en cada ensayo.
6. Si sientes que la caja CANICAS no es la misma que antes, presiona la tecla “K”.
7. Si te arrepientes de haber presionado “K” (si sientes que te equivocaste y la caja NO cambió) presiona la tecla “N”.

NOTA:

- No hay un mínimo ni un máximo de veces posibles para indicar cambios de caja o para arrepentirse; presiona “K” y “N” las veces que consideres necesario.
- Tampoco hay un límite de tiempo para arrepentirse después de haber presionado “K”.
- Si presionas ya sea “K” o “N” las respuestas se registrarán y tú permanecerás en el ensayo actual.

TEN EN CUENTA QUE:

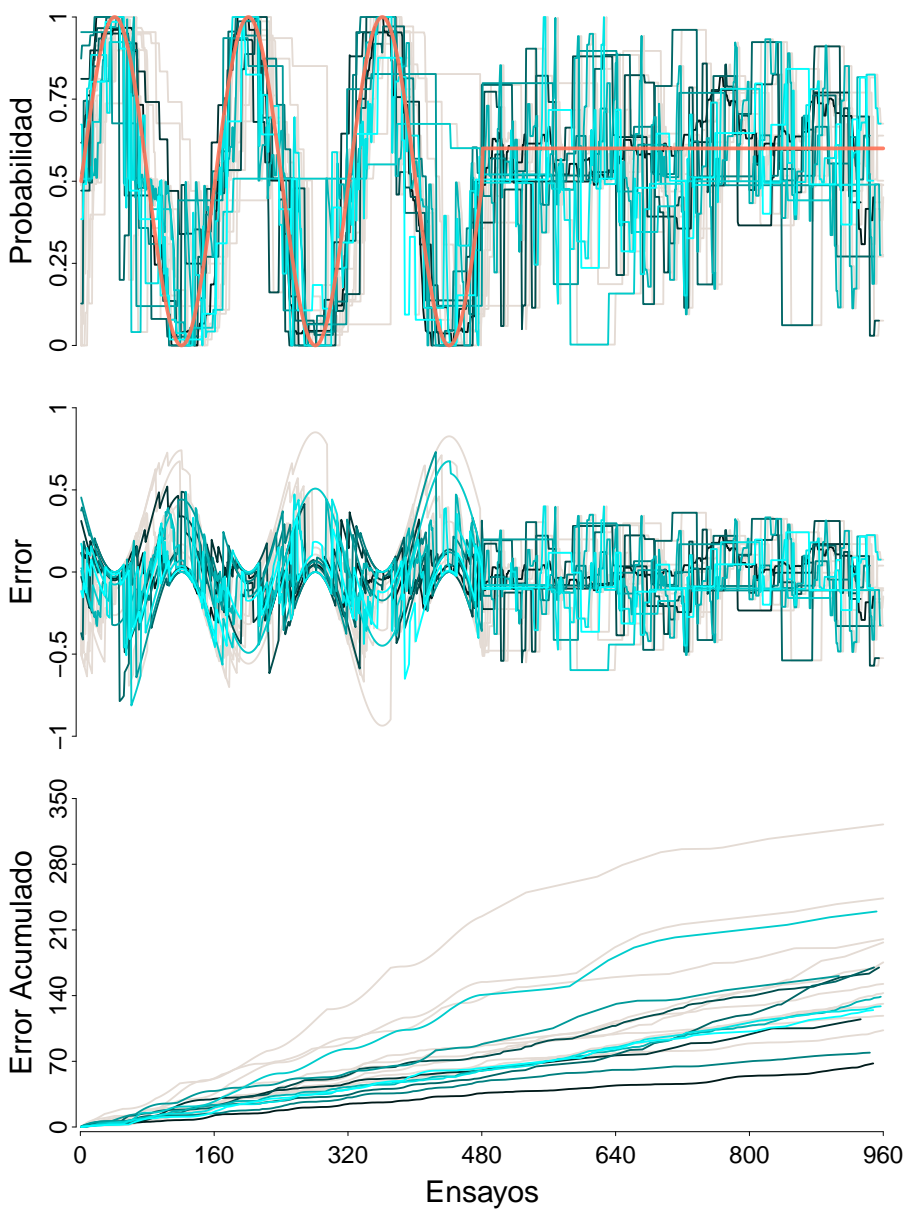
- Ya que las canicas siempre regresan a su caja, es posible que una determinada canica sea tomada de la caja en más de una ocasión.
- Luego de que presiones la tecla “S” debes esperar algunos segundos para que aparezca la siguiente canica.

## Anexo 3

En las Figuras a continuación se pueden observar las gráficas de los estimados de los participantes ensayo a ensayo (primera fila), el error que presentaban en cada momento (segunda fila) y el error acumulado a lo largo del experimento (tercera fila), ajustadas al excluir el *lag* particular de cada individuo. Al igual que las *Figuras 10, 13, 16 y 19*, estas gráficas muestran los datos correspondientes a todos los participantes (cada uno representado por un tono diferente de azul), divididos dependiendo del grupo al cual pertenecieron. En la primera gráfica, la relativa a los estimados de los sujetos, se ilustran también los valores que adquirió el parámetro de probabilidad real a través de los ensayos (línea naranja). Las gráficas originales (anteriores al ajuste) se incluyen en el fondo con fines comparativos (líneas en gris).

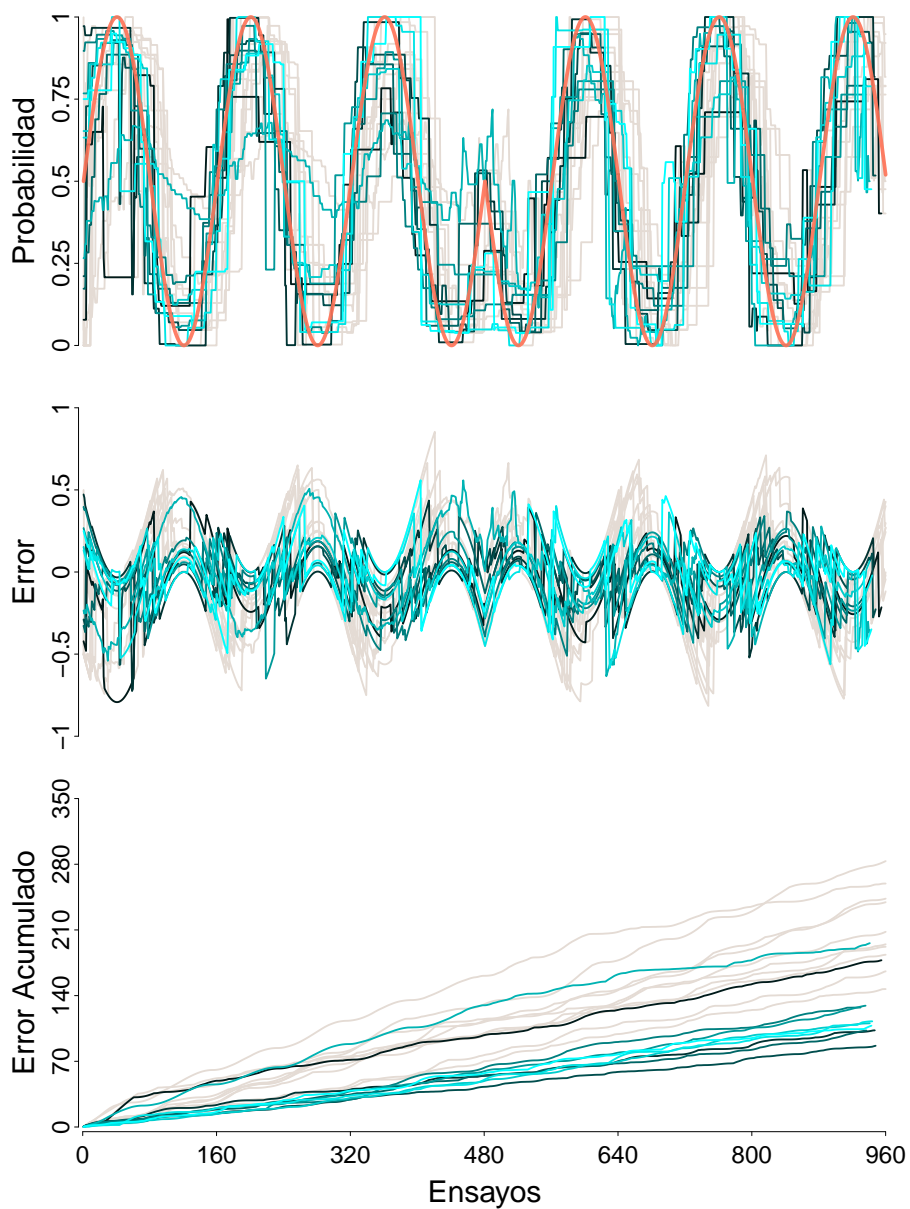


### Grupo 1 (ajustado)



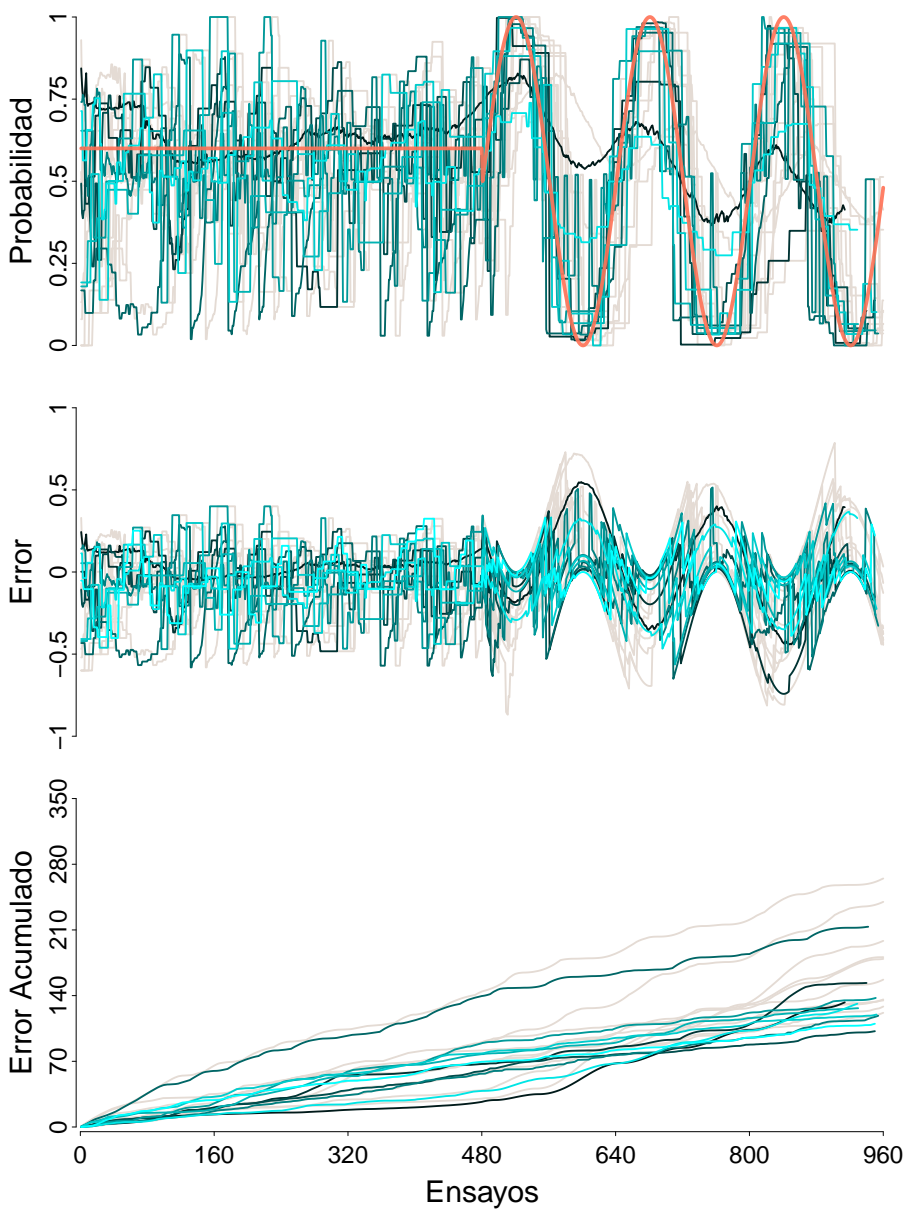
*Grupo 1. El valor estimado ensayo a ensayo, el error del estimado respecto a la probabilidad real, y el error acumulado a través de los ensayos para cada sujeto del Grupo 1, ajustando de acuerdo al lag de cada sujeto.*

## Grupo 2 (ajustado)



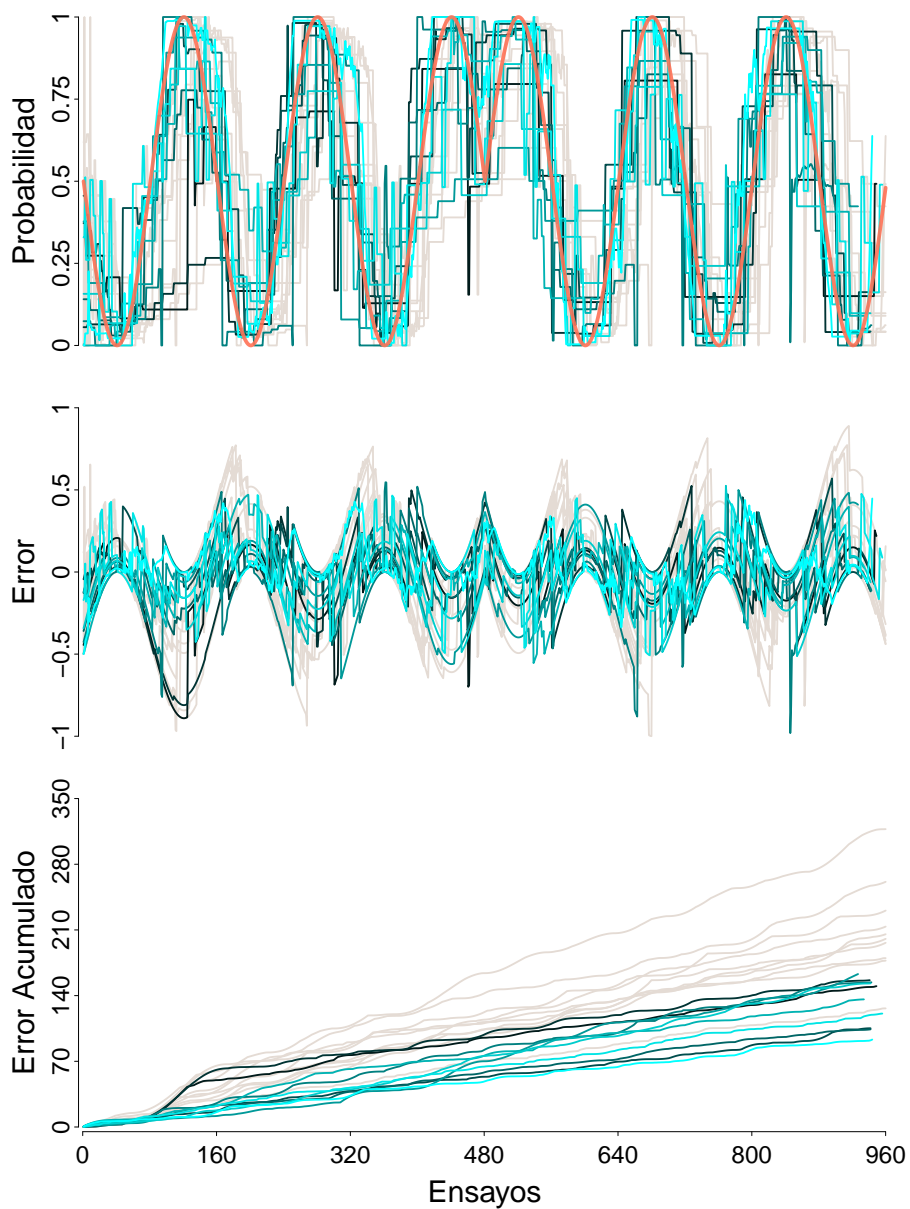
*Grupo 2. El valor estimado ensayo a ensayo, el error del estimado respecto a la probabilidad real, y el error acumulado a través de los ensayos para cada sujeto del Grupo 2, ajustando de acuerdo al lag de cada sujeto.*

### Grupo 3 (ajustado)



*Grupo 3. El valor estimado ensayo a ensayo, el error del estimado respecto a la probabilidad real, y el error acumulado a través de los ensayos para cada sujeto del Grupo 3, ajustando de acuerdo al lag de cada sujeto.*

### Grupo 4 (ajustado)



*Grupo 4. El valor estimado ensayo a ensayo, el error del estimado respecto a la probabilidad real, y el error acumulado a través de los ensayos para cada sujeto del Grupo 4, ajustando de acuerdo al lag de cada sujeto.*