

24
102



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

RESPUESTA TEORICA Y EXPERIMENTAL DE
UN EDIFICIO DE 17 NIVELES SOBRE
SUELO BLANDO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A :
RICARDO MARTINEZ LAGUNES



CIUDAD UNIVERSITARIA, D. F.

1989

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	PAG.
CAPITULO 1: Introducción.	1
CAPITULO 2: Sistema de análisis seleccionado.	3
2.1. Antecedentes	
2.2. Descripción del programa utilizado	
CAPITULO 3: Características del edificio en geometría y materiales.	9
3.1. Antecedentes	
3.2. Tipo de estructura	
3.3. Condiciones del suelo	
3.4. Condiciones actuales del edificio	
CAPITULO 4: Análisis dinámico de un modelo matemático representativo.	18
4.1. Identificación de variables para la modelación	
4.2. Interacción suelo estructura	
4.3. Resultados obtenidos	
CAPITULO 5: Resultado de la medición de propiedades dinámicas en vibración ambiental.	35
5.1. Tipos de pruebas dinámicas	
5.2. El método de vibración ambiental	
5.3. Resultados obtenidos en el edificio	
CAPITULO 6: Estudio comparativo de resultados analíticos y experimentales.	46
6.1. Sensibilidad y error en el modelo	
6.2. Precisión de los resultados experimentales	

6.3. Resultados de la comparación

CAPITULO 7: Desplazamientos, aceleraciones y elementos mecánicos bajo acción sísmica.	52
7.1. Antecedentes sobre los métodos de análisis sísmico	
7.2. Descripción del análisis efectuado	
7.3. Resultados obtenidos	
CAPITULO 8: Instrumentación para registro de sismos intensos en el valle de México.	62
8.1. Antecedentes	
8.2. Descripción del equipo	
8.3. Instalación del equipo en el edificio	
CAPITULO 9: Comentarios finales.	67
REFERENCIAS.	70
ABREVIATURAS Y SIMBOLOS.	73
APENDICE A: Análisis pseudo-tridimensional.	
APENDICE B: Modos de vibrar.	
APENDICE C: Obtención de la matriz de rigideces a partir de los modos y frecuencias de vibración.	
APENDICE D: Cambio del marco de referencia de los modos de vibrar.	
APENDICE E: Cálculo de la rigidez de los resortes de interacción a partir de los modos de vibrar.	
APENDICE F: Torsión en el piso ficticio.	
APENDICE G: Error del período en función del error en las variables de entrada.	
APENDICE H: Coeficientes de participación.	

1. INTRODUCCION.

Los daños causados por los sismos de septiembre de 1985 en la ciudad de México, han hecho patente la necesidad de conocer mejor el comportamiento de los edificios bajo acciones dinámicas, principalmente aquellas debidas a sismo. En este sentido, se han realizado estudios de varios edificios de la ciudad que comprenden la determinación de propiedades dinámicas en forma experimental y la elaboración de modelos matemáticos representativos. El estudio comparativo de los resultados analíticos obtenidos a partir de los modelos y los resultados experimentales obtenidos de la observación de estructuras reales permitirán establecer criterios que conduzcan a un mejor diseño de estructuras resistentes a sismo. Gran parte de las investigaciones al respecto han sido llevadas a cabo por el Instituto de Ingeniería de la UNAM [ref 21 y 22].

Para la determinación experimental de las propiedades dinámicas de los edificios, se ha utilizado el método de vibración ambiental, una prueba sencilla basada en los pequeños movimientos que presenta una estructura debido al viento, microtemblores, paso de vehículos y demás actividades humanas. Es una prueba relativamente sencilla que se puede realizar sin suspender la operación del edificio. Por otro lado existe un programa de instrumentación de edificios para el registro de sismos intensos, para obtener información directa y estudiar el deterioro de edificios.

Se han elaborado modelos matemáticos elástico lineales tridimensionales, basados en programas existentes para ordenadores. Debido a que el método de vibración ambiental trabaja con movimientos sumamente pequeños de la estructura es válido suponer comportamiento elástico. Hasta la fecha, la mayor parte de los edificios modelados se encuentran en suelo duro; existe poca información respecto a edificios construidos sobre suelo blando, por lo que los trabajos elaborados con este tipo de edificios

resultarán sumamente enriquecedores.

En este trabajo se obtienen las propiedades dinámicas del edificio Plaza Córdoba, localizado en la colonia Roma, que corresponde a la zona de lago de la ciudad de México; la estructura es de concreto reforzado apoyada en pilotes de fricción. En primer lugar se hicieron en el edificio pruebas de vibración ambiental; se elaboró un modelo matemático representativo y se hizo una comparación de resultados. Finalmente utilizando el modelo se estimó la respuesta de la estructura ante sismo [ref 8].

Este proyecto, además de proporcionar mayor información referente al comportamiento de las estructuras, servirá para evaluar el funcionamiento de este edificio en particular, y en caso de ser necesario, proponer reestructuraciones para evitar daños a la estructura en sismos posteriores. En sismos previos el comportamiento del edificio no ha sido satisfactorio.

En el cuerpo de esta tesis se ha procurado no incluir fórmulas, ni demostraciones matemáticas con objeto de permitir una lectura más fluida. En cambio se han incluido apéndices con los desarrollos teóricos que sustentan al escrito.

2. SISTEMA DE ANALISIS SELECCIONADO

2.1. Antecedentes

Es común en el análisis estructural recurrir a un modelo matemático para describir la estructura y su comportamiento ante solicitaciones conocidas. Un modelo matemático debe reproducir la topología de la estructura, su sistema estructural y las propiedades que representen a los materiales que forman a la misma.

Un modelo ayuda a entender el comportamiento de un sistema o fenómeno natural. Se recurre a símbolos, fotografías y diagramas, así como planteamientos matemáticos y gráficas para representar aspectos de sistemas y fenómenos complicados. Ayuda en la toma de decisiones para estimar el comportamiento de soluciones alternas y la evaluación de soluciones antes de que se lleven a cabo.

En todo modelo habrá ciertas discrepancias con lo que se intenta representar. Habrá variables que no estén consideradas en el modelo; habrá algunas propiedades que tenga el prototipo y que no sea factible modelar matemáticamente.

En un modelo es necesario hacer simplificaciones de algunos aspectos del prototipo, ya que si no se eliminan algunos factores de comportamiento complicado, será prácticamente imposible desarrollar un modelo de predicción útil. Algunas discrepancias entre el modelo y la realidad no tienen gran relevancia práctica, y sin embargo, si dichas discrepancias son eliminadas pueden hacer que el modelo resulte sumamente complicado y costoso, a cambio de una pequeña mejora en la precisión.

Interesa en este estudio elaborar un modelo matemático predictivo para

obtener las propiedades dinámicas, es decir, periodos y modos naturales de vibrar, del edificio en cuestión y posteriormente la respuesta ante un sismo.

A continuación se describen brevemente los pasos necesarios para elaborar un modelo predictivo [ref 9].

1). En primer lugar, se selecciona un modelo potencialmente satisfactorio que represente adecuadamente el fenómeno a estudiar. Puede utilizarse un modelo especialmente preparado para ese problema, o bien que se seleccione un modelo existente. Se deben aclarar las hipótesis del modelo seleccionado, su precisión y el intervalo de aplicabilidad

2). En segundo lugar, se hacen algunas observaciones al prototipo, con las cuales se puedan comparar las predicciones del modelo. El modelo será más confiable mientras mayor sea la correlación entre los resultados observados en el prototipo y los que proporcione el modelo

3). Finalmente se deben comparar los resultados obtenidos y decidir si se usa el modelo tal como está o si es necesario hacer algunas modificaciones; se repetirá el proceso anterior hasta lograr que el modelo represente adecuadamente al fenómeno en estudio. La aplicabilidad de un modelo se debe evaluar al considerar el uso particular que se le dará; así cuando los costos de los errores son altos, o cuando se involucran vidas humanas, los modelos deben mostrar gran apego a la realidad. En otras situaciones un modelo burdo puede servir para los fines deseados

En este trabajo se utilizará un modelo existente y se harán algunas adaptaciones para incluir el efecto de interacción suelo-estructura, el cual es muy importante en el lugar en que se encuentra el edificio.

2.2 Descripción del programa utilizado

Para la modelación del edificio objeto de esta tesis, se utilizó el programa de análisis tridimensional elástico lineal TABS-77 (Three Dimensional Analysis of Building Systems), elaborado en la Universidad de California [ref 28]. Hoy en día existen versiones mejoradas del programa como lo es el SUPER-ETABS; sin embargo, se contó con el programa TABS-77 con capacidad suficiente para elaborar el modelo, el uso del SUPER-ETABS requirió demasiado tiempo de máquina. Además se consideró que el programa seleccionado era adecuado para la elaboración del modelo.

El modelo de un edificio se puede elaborar simplemente introduciendo los datos que pide el programa; pero la correcta modelación requiere de mucha experiencia y es necesario conocer las hipótesis en que se basa el programa.

En realidad un análisis tridimensional sólo se utiliza en estructuras muy importantes o en partes muy limitadas de una estructura, debido a que requiere una gran cantidad de memoria y tiempo de máquina. El programa TABS y sus versiones posteriores, efectúan un análisis pseudo-tridimensional o también llamado de 2 1/2 dimensiones, que hace simplificaciones al problema tridimensional, y resulta adecuado para la mayor parte de los edificios comunes. En este trabajo se utilizan en forma indistinta los términos tridimensional y pseudotridimensional para referirse a este tipo de análisis.

El programa obtiene los periodos fundamentales de vibración y las configuraciones modales de edificios formados por marcos y/o muros de cortante, también se puede realizar el análisis dinámico de la estructura en base a un espectro de diseño proporcionado, además de otras opciones.

El programa obtiene los periodos fundamentales de vibración y las

configuraciones modales de edificios formados por marcos y/o muros de cortante. También se puede realizar el análisis dinámico espectral de la estructura, además de otras opciones de análisis.

Se listan a continuación las principales hipótesis del programa:

- 1). Comportamiento elástico lineal del material de la estructura
- 2). En el análisis de columnas y paneles se consideran deformaciones por flexión, axiales y por cortante. En las vigas únicamente se consideran deformaciones por flexión y por cortante. Las diagonales sólo se deforman en su propio eje
- 3). El edificio se divide en marcos o muros de cortante planos (subestructuras bidimensionales), verticales, independientes, que sólo quedan unidos al nivel de piso. De cada subsistema se obtiene la matriz de rigideces lateral y luego se suman a las de los demás subsistemas para formar la matriz global del edificio, por ello se dice que es un sistema de análisis lateral
- 4). Para el análisis de una subestructura se considera que los nudos son rígidos y sólo se deforman los elementos. Además existe en cada elemento una zona rígida en la cual no se consideran deformaciones
- 5). Las columnas se empotran en la cimentación
- 6). Los pisos forman diafragmas rígidos en su propio plano
- 7). La masa del edificio se encuentra concentrada en los niveles de piso
- 8). Las fuerzas horizontales laterales se aplican al nivel de los pisos
- 9). El sistema coordinado que se utiliza para referir los desplazamientos laterales y giros del edificio, tiene su origen en el

centro de masa de cada piso. Por ello, debe tenerse precaución cuando los centros de masa no queden en un mismo eje vertical, ya que pueden aparecer configuraciones modales extrañas. En el apéndice D se indica un procedimiento para corregir las configuraciones modales en estos casos

Lo anterior limita al programa, e introduce las siguientes restricciones:

1). Ya que cada marco se analiza independientemente, no existe compatibilidad completa de deformaciones. Un elemento que pertenece a más de un marco no presenta las mismas deformaciones en ambos marcos (giro y deformación axial), ni los mismos esfuerzos; sin embargo las diferencias obtenidas son casi siempre pequeñas (ref 28)

2). Los marcos son estructuras rectangulares, en las que sólo existen elementos verticales (columnas), elementos horizontales sólo al nivel del piso (trabes), elementos diagonales que sólo pueden unir a dos nudos consecutivos, y paneles que van de piso a techo

3). Ya que los pisos son diafragmas rígidos, las trabes (elementos contenidos en el plano del piso) no admiten deformaciones en su propio eje. Aún cuando el programa permite poner elementos de propiedades nulas, se debe tener en cuenta que una trabe nula será un puntal rígido, y que los nudos que une tendrán el mismo desplazamiento lateral

4). Debido a que el programa es de análisis lateral, es decir, sólo se considera un grado de libertad por cada piso de cada subsistema plano, los giros en la base de los marcos quedan implícitos en la matriz de rigidez de cada marco; no existe en forma explícita un grado de libertad de giro de la base. Lo anterior complica la modelación de la interacción suelo estructura

En el apéndice A de este trabajo se hacen observaciones sobre el algoritmo de análisis empleado por el programa TABS-77, en dicho apéndice se explica la forma en que se forma la matriz de rigideces

pseudo-tridimensional en función de las matrices de rigidez de cada marco. En el apéndice B se describen las bases para la obtención de las propiedades dinámicas y en el apéndice C se muestra la relación existente entre matriz de rigidez y propiedades dinámicas.

La diferencia más importante del programa TABS-77 con su sucesor el SUPER-ETABS, es que en este último los subsistemas en que se divide la estructura se analizan como sistemas tridimensionales con compatibilidad completa de deformación en todos sus miembros; sin embargo, al igual que en el TABS-77, no existirá compatibilidad de deformación para los elementos de dos subsistemas diferentes. Resultan equivalentes los análisis efectuados en el TABS-77 y en el SUPER-ETABS, si para este último, la estructura se analiza considerando que la rigidez a torsión y la rigidez en flexión en el plano perpendicular de cada marco es nula para todas las trabes y columnas de la estructura.

3. CARACTERISTICAS DEL EDIFICIO EN GEOMETRIA Y MATERIALES

3.1. Antecedentes

El edificio Plaza Córdoba se localiza en la colonia Roma, que corresponde a la zona de lago de la ciudad de México (o zona III). Se trata de una estructura de concreto reforzado de 17 niveles destinada a oficinas. El edificio se diseñó con las normas de 1977, se empezó a construir en 1980 e inició operaciones en 1983.

Con una altura de 50m, la estructura ocupa un espacio de 53 x 32 m en planta, con un área total construida de 20,000 m². Los primeros 14 m del edificio, así como el sótano, son utilizados para estacionamiento. En esta zona las losas están a medio nivel unidas por rampas. En el resto del edificio (36 m por encima de la zona de estacionamientos) se reduce el área y se utiliza para alojar oficinas.

El cambio brusco de rigidez entre la zona de estacionamientos y el resto del edificio invita a pensar que los problemas que tenga el edificio se presentarán en esta zona de transición.

3.2. Tipo de estructura

La estructura se forma con losas reticulares de 45 cm de peralte, con un firme de 5 cm, apoyadas directamente en columnas rectangulares. Existen además muros de concreto con espesores entre 20 y 25 cm., para proporcionar rigidez lateral adicional a la estructura. La altura de entrepisos es de 2.60 m, excepto en la zona de estacionamientos en la cual se tienen losas defasadas con 1.3 m de distancia entre losas. Las crujeas

presentan claros próximos a 8 m. El concreto utilizado mostró una resistencia a la compresión de 300 kg/cm^2 , durante la etapa de construcción, en los primeros 4 niveles y de 250 kg/cm^2 para el resto de los elementos, según se indica en los planos estructurales.

En las figuras 3.1 y 3.2 se muestran una planta y un corte de la estructura.

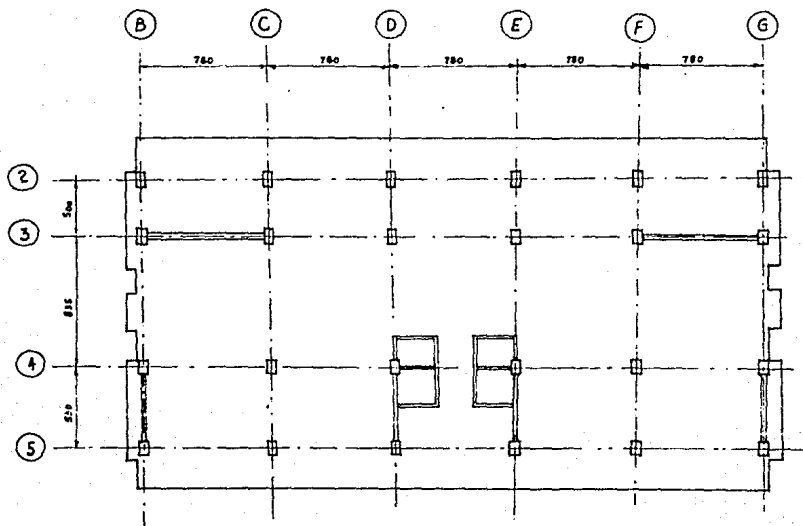


FIGURA 3.1. Planta del edificio.

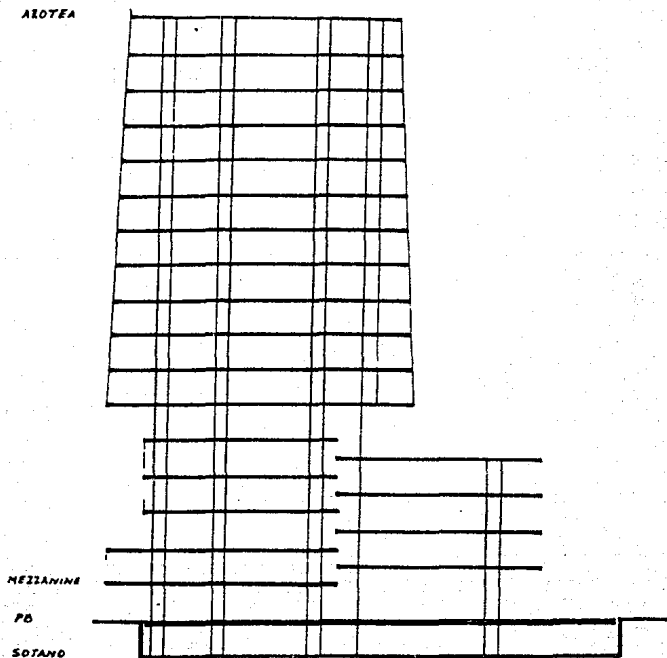


FIGURA 3.2. Corte del edificio N-S.

3.3. Condiciones del suelo

El valle de México es un depósito lacustre limitado al sur por los basaltos de la sierra de Chichinautzin, los depósitos en su parte superior muestran arcillas lacustres y en su parte inferior clásticos derivados de la acción de ríos, arroyos, glaciares y volcanes; se trata de rellenos complejos formados por materiales de muy diversas características. Sobre este complicado relleno se ha desarrollado la Ciudad de México. Hacia la mitad de este siglo, la mayoría de sus edificios y obras se construyeron sobre los rellenos correspondientes al borde de la planicie, compuestos por sedimentos transicionales, y en lo que va de la segunda mitad de la centuria, la gran ciudad se ha extendido aún más, rebasando los límites de la planicie y subiendo a los extensos flancos occidentales de la cuenca. (ref 15).

Por sus características, el suelo de la ciudad de México se divide en tres grandes zonas: la zona de lomas o zona dura formada por basaltos (o zona I), la zona de transición (o zona II) y la zona del lago formada por arcillas (o zona III). El edificio objeto de esta tesis se encuentra en la zona del lago (o zona III).

Las propiedades mecánicas, en particular de las zonas de lago y de transición, cambian constantemente; en pocos años se puede apreciar consolidación importante y cambio en las propiedades mecánicas del suelo. Las principales causas de estos constantes cambios son:

- 1). El bombeo profundo para el abastecimiento de agua potable
- 2). El efecto de sobrecarga de antiguos rellenos superficiales.
- 3). El peso de las estructuras.

4). El abatimiento del nivel freático por bombeo superficial durante la construcción de cimentaciones y sótanos.

Por lo anterior, siempre será necesario actualizar el conocimiento del subsuelo mediante estudios geotécnicos confiables.

La estratigrafía del suelo en el lugar del edificio se muestra en la figura 3.3 [ref 13]. El periodo natural de vibración del suelo en este lugar es de 2.4 segundos, según mediciones efectuadas de microtemblores, así como de movimientos fuertes [ref 10]. En la figura 3.4 se muestra el contenido de frecuencias de los espectros de Fourier del registro del sismo del 25 de abril de 1989 en Córdoba #58; se observa que el periodo dominante es 2.4 seg ($T= 1/f$, $f=0.42$ Hz); indicativo de que el suelo tiende a amplificar las ondas de este periodo al coincidir con el periodo natural de los estratos del subsuelo.

El comportamiento del suelo puede determinarse por medio del programa SKAKE [ref 26], el cual permite determinar la manera en que se amplifica el movimiento producido por un sismo respecto al suelo duro. El programa nos permite obtener la señal que se produce en un suelo blando a partir de una señal en suelo duro. En este trabajo se sustituye este tipo de análisis por los espectros de Fourier que se han obtenido.

Las aceleraciones máximas del terreno en la Ciudad de México se presentan en el lugar en que se encuentra el edificio [ref 19]. Lo anterior hace que la estructura sea el mejor lugar para efectuar investigaciones respecto al comportamiento de estructuras desplantadas en suelo blando. La amplificación que existe en el lugar hace que tanto los movimientos pequeños como los fuertes se puedan registrar adecuadamente por medio de acelerógrafos en el edificio.

El edificio Plaza Córdoba tiene un cajón de cimentación apoyado en 266 pilotes de fricción, de sección triangular y de 27 m de longitud. La ventaja de este tipo de pilotes es que resulta fácil su almacenamiento; sin embargo su comportamiento en cimentaciones, donde se colocan dentro de

perforaciones cilíndricas, no ha sido adecuado.

La profundidad de los depósitos firmes profundos es de 35m. A partir de la expresión $G = 2(H/T_{\text{d}})^2$ de las NTC-87 [ref 16] se obtiene la rigidez G del suelo, donde H es la profundidad, en metros, de los depósitos firmes profundos y T_{d} es el período dominante del terreno. A partir de G se obtiene la velocidad de ondas de cortante en el suelo con la expresión $G = \rho v_{\text{d}}^2$, donde ρ es la densidad del suelo y v_{d} la velocidad de ondas de cortante en el mismo.

Para el lugar en que se encuentra el edificio Plaza Córdoba la densidad del suelo es $\gamma = 1.2 \text{ ton/m}^2$, $T_{\text{d}} = 2.4 \text{ seg}$, con lo que G resultó ser igual a 425 ton/m^2 y $v_{\text{d}} = 60 \text{ m/s}$.

3.4. Condiciones actuales del edificio

El sismo del 19 de septiembre de 1985 con magnitud 8.1 en la escala de Richter y el del 21 de septiembre de 1985 con magnitud 7.6 causaron daños en la estructura. Hubo ruptura de vidrios, falla de algunas columnas en el nivel de cambio de estacionamientos a oficinas y daños a los acabados en el edificio.

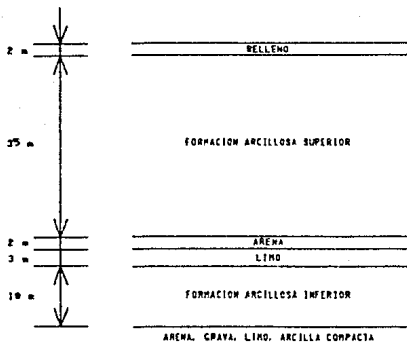


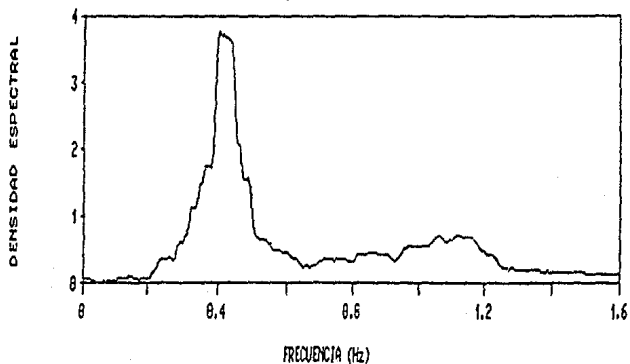
FIGURA 3.3. Estratigrafía del suelo

Posteriormente a los sismos de 1985 se llevaron a cabo algunas modificaciones a la estructura original, consistentes en la ampliación de algunas columnas y la adición de muros de concreto.

En el sismo del 25 de abril de 1989, con magnitud 6.8, también ocurrieron algunos daños menores: se rompieron algunos vidrios del edificio, se cayó el recubrimiento de muros y aparecieron algunas fisuras en muros y columnas. Al nivel de banqueta se formaron grietas alrededor del cajón de cimentación, indicativo de que el edificio sufrió movimientos significativos en su base; ello se atribuye al efecto de interacción del suelo con la estructura.

CONTENIDO DE FRECUENCIAS DEL SISMO DEL 25 DE ABRIL DE 1989
REGISTRADO EN CORDOBA #58, COL. ROMA (NIVEL TERRENO)

ESPECTRO DE FOURIER
CORDOBA #58 DIR N-S 25-IV-89



ESPECTRO DE FOURIER
CORDOBA #58 DIR E-V 25-IV-89

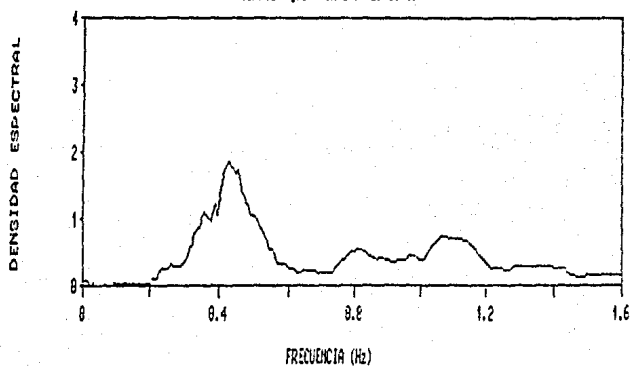


FIGURA 3.4. Espectros de Fourier en el lugar del edificio

Actualmente el edificio se encuentra en reparación. La aparición de daños sucesivos en el edificio indica la necesidad de revisar el sistema estructural y de cimentación para proponer medidas correctivas a fin de minimizar daños futuros. Mediciones recientes indican que la zona en la que se localiza el edificio presenta niveles de aceleración superiores a los que se observan en el resto de la ciudad. Debido a sus características dinámicas se ha propuesto instrumentar el edificio con sismógrafos digitales a fin de obtener registros de aceleración en diversos niveles, y comparar estos registros con aquellos que se obtengan de un modelo matemático representativo que se excite por los acelerogramas de sismos futuros en la zona.

4. ANALISIS DINAMICO DE UN MODELO MATEMATICO REPRESENTATIVO

4.1. Identificación de variables para la modelación

Para elaborar un modelo, es necesario identificar a las variables que intervienen en el fenómeno que se desea representar y seleccionar las variables significativas.

En este trabajo interesa desarrollar un modelo para calcular las propiedades dinámicas de un edificio (periodos fundamentales y formas modales), y con ellas evaluar los desplazamientos y elementos mecánicos provocados por sismo. Las propiedades dinámicas dependen de varios factores, a continuación se enumeran los que se han considerado más importantes:

1). La topología de la estructura, esto es, los elementos verticales (columnas y muros de cortante), horizontales (vigas y losas) y la manera en que éstos se conectan

2). El material que forma los elementos del sistema estructural, esto es: concreto, acero, ladrillo, roca y/o una combinación de estos

3). La masa del edificio y como se distribuye en elevación y en planta

4). La geometría del edificio (altura, dimensiones en planta) y sus irregularidades, si es que existen, en elevación y en planta

5). Los muros divisorios y elementos no estructurales del edificio, su construcción y la forma en que se conectan al sistema estructural

6). El tipo particular de suelo, así como el tipo de cimentación

7). La edad del edificio, la calidad del mantenimiento que ha recibido; el nivel y duración de las vibraciones debidas a su uso y medio ambiente

8). Cuando existen daños, su extensión, localización y severidad, y la importancia de los elementos dañados (losas, traveses, columnas, muros de cortante, muros divisorios)

9). Cuando se hayan realizado trabajos de reparación, alteración, o reforzamiento, la forma en que éstos se hizo.

10). La amplitud de la vibración del edificio.

Obviamente, en el modelo que se elaboró no fue posible incluir a todas estas variables. El modelo se desarrolló a partir de los datos obtenidos de los planos estructurales, características mencionadas en los incisos 1 al 4. Se contó también con los planos correspondientes a las reparaciones hechas al edificio después del sismo de 1985. Se consideró que la interacción suelo-estructura es sumamente importante, ya que el edificio se encuentra en una zona blanda; más adelante se explica el procedimiento seleccionado.

Las principales incertidumbres en el modelo se presentan al considerar la interacción suelo-estructura, cuando se trata de evaluar el cambio de rigidez de la estructura debido a la edad del edificio y debido a las vibraciones experimentadas previamente. Se utilizó la información disponible para elaborar un modelo que reproduzca en forma satisfactoria las propiedades dinámicas del edificio.

El modelo se comparó con los resultados del método experimental de vibración ambiental, que considera movimientos del edificio sumamente pequeños, por lo cual se considera que un modelo elástico lineal es aceptable.

Para la modelación, el edificio se dividió en 14 marcos planos: 9 en dirección N-S (dirección Y) y 5 en dirección E-W (dirección X). Los marcos resultaron ser de 24 pisos, por el piso ficticio y los medios niveles en el estacionamiento. Por lo tanto la matriz global de rigideces del edificio resultó ser de orden 72 [fig 4.1].

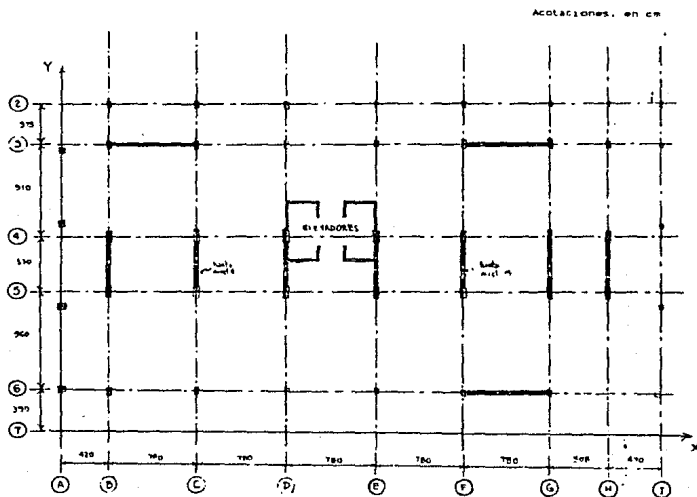


FIGURA 4.1. Marcos considerados en el modelo.

4.2. Interacción suelo-estructura

Ya que la estructura se apoya sobre suelo blando, es muy importante

considerar en el modelo la interacción entre el suelo y la estructura.

Para considerar la interacción suelo-estructura se utilizó el método del semi-espacio [ref 20], que supone resortes horizontales y resortes angulares en la base del edificio. La base del edificio tiene 6 grados de libertad, por lo tanto se requieren 6 resortes: dos resortes horizontales (dirección X y Y), un resorte vertical (dirección Z), dos resortes angulares verticales (alrededor del eje X y alrededor del eje Y), y un resorte angular horizontal (alrededor del eje Z). [fig. 4.2]

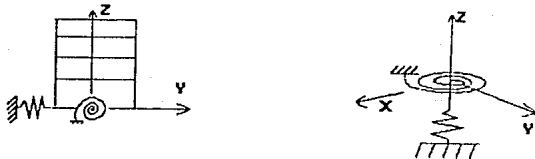


FIGURA 4.2. Resortes de interacción suelo-estructura.

Los resortes mencionados no se consideran de manera explícita en el programa TABS, por lo tanto fue necesario agregar un piso ficticio al edificio con el fin de proporcionar las rigideces de los resortes mencionados.

El piso ficticio puede ser formado por la adición de una trabe rígida en la base de cada marco y bajo ella se colocan columnas con momento de inercia prácticamente nulo (lo cual es equivalente a tener columnas articuladas), se incluye un resorte horizontal al nivel de cimentación (este resorte sí se puede poner en forma explícita en el programa [fig. 4.3]). Esta forma de piso ficticio representa adecuadamente a los resortes mencionados al principio, excepto el resorte angular en el plano horizontal del edificio o resorte de torsión.

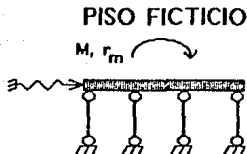


FIGURA 4.3. Piso ficticio sin torsión

Por la limitante mencionada, al piso ficticio descrito se le incluyeron cuatro marcos periféricos de un solo piso y se eliminaron los resortes horizontales considerados en el programa. Los cuatro marcos mencionados proporcionan tanto la rigidez lateral como la rigidez angular horizontal o de torsión en la base del edificio. Estos marcos están formados por columnas con áreas muy grandes que impiden deformaciones angulares en el plano de los mismos y momentos de inercia calculados como se indica en el apéndice F (fig 4.4).

Al parecer los marcos periféricos descritos restringen los desplazamientos angulares en la base del edificio, ya que las áreas de sus columnas son muy grandes; sin embargo, el método de análisis del programa, el cual se describió en el capítulo 2 y en el apéndice A, permite esta modelación, aun cuando físicamente parezca incorrecta.

Para este trabajo se ideó un método de evaluación de los resultados a partir de los modos de vibrar obtenidos, con el objeto de evaluar el funcionamiento del piso ficticio utilizado. En el apéndice E se describe el método y en el capítulo 6 se presentan los resultados de la evaluación.

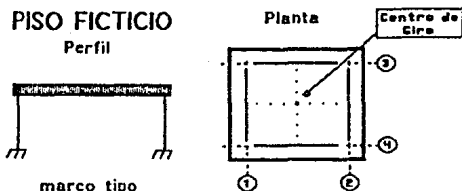


FIGURA 4.4. Marcos del piso ficticio para modelar el resorte angular horizontal.

Como se mencionó en el capítulo 2, el programa utilizado hace un análisis lateral, por lo que el grado de libertad de desplazamiento angular en la base del edificio queda implícito en el modelo; en el programa no importa la ubicación específica de los marcos, sólo su vector de dirección.

La rigidez de los resortes angulares en el plano vertical y los resortes horizontales se calcularon en base a las fórmulas que aparecen en las Normas Técnicas Complementarias (NTC-87) [ref 16] del RCDF-87. La rigidez del resorte angular horizontal se calculó de acuerdo con el modelo del semiespacio [Ref 20].

4.3. Resultados obtenidos

Una vez hecho el modelo matemático que representa a la estructura, se pueden obtener los períodos y modos de vibrar con dos tipos de análisis (dos opciones del programa). En la primera se restringen los giros en el plano horizontal (torsiones), como los desplazamientos laterales en una dirección: análisis unidireccional. La segunda recurre a un análisis tridimensional, en el que se permiten los tres grados de libertad por piso: desplazamiento en dirección X, dirección Y y torsión.

Los modos y períodos de vibración de la estructura corresponden a la solución al problema de valores y vectores característicos de la matriz de rigideces de la estructura, en el apéndice B se explica el procedimiento y en el apéndice C se muestra la correspondencia que existe entre la matriz de rigideces y los modos de vibrar.

En el primer tipo de análisis la matriz de rigideces es de orden igual al número de pisos de la estructura, a los modos obtenidos de esta matriz se les llamará unidireccionales en este texto. En el segundo tipo de corrida la matriz de rigideces es de orden igual a tres veces el número de pisos de la estructura (el procedimiento de obtención de esta matriz se explica en el apéndice A), es decir se tienen tres grados de libertad por cada piso; a los modos obtenidos de esta matriz se les llamará tridimensionales en este texto.

Con objeto de conocer la influencia del tipo de suelo en el periodo del edificio, se hicieron análisis unidireccionales para el modelo con diferentes velocidades de onda de cortante en el suelo. Velocidades de onda de cortante de 40 m/s corresponden a arcillas muy blandas, mientras que velocidades mayores a 2000 m/s corresponden a suelos duros. La rigidez al cortante del suelo se calculó como: $G = v_s^2 \rho$, donde G es la rigidez al cortante en el suelo, v_s es la velocidad de ondas de cortante y ρ la densidad del estrato, a partir de G se obtienen las rigideces de los resortes de interacción [ref 16].

En la figura 4.5 se grafican la velocidad de ondas de cortante del suelo contra los períodos de vibración de la estructura (expresados en forma adimensional como un cociente del periodo del edificio con base empotrada entre el periodo con interacción), tanto para la dirección E-W, como para la N-S. En las mismas figuras se muestran los períodos obtenidos con la expresión de las NTC-87 [ref 16] para suelo blando: $T^2 = T_0^2 + T_x^2 + T_r^2$.

En las gráficas se hace evidente la importancia de considerar el tipo de suelo en el análisis. Se observa buena aproximación de la fórmula de

las NTC-87 con el modelo.

En las tablas 4.1 y 4.2 y figuras 4.6 a 4.8 se muestran los modos y periodos de vibración de la estructura obtenidos con el modelo que representa a la estructura. Se incluyen los resultados del modelo sin piso ficticio (base empotrada), al considerarlo cimentado sobre una zona dura.

PERIODOS PARA EL MODELO EN DIRECCION X (E-W) (seg)			
MODO	CON INTERACCION	BASE EMPOTRADA	FORMULA NTC-87
1	1.60	1.14	1.76
2	0.63	0.30	-
3	0.23	0.14	-

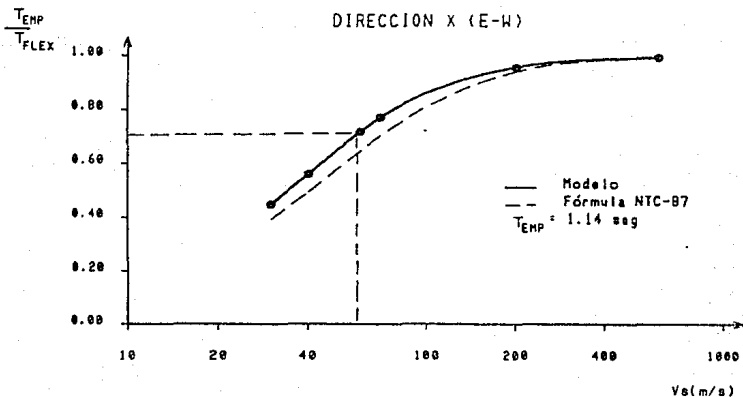
TABLA 4.1

PERIODOS PARA EL MODELO EN DIRECCION Y (N-S) (seg)			
MODO	CON INTERACCION	BASE EMPOTRADA	FORMULA NTC-87
1	1.74	1.18	1.95
2	0.65	0.28	-
3	0.23	0.13	-

TABLA 4.2

El módulo de elasticidad que se utilizó en el modelo fue $14,000\sqrt{f'c}$; las masas en el edificio se consideraron como las del edificio desocupado (sólo cargas muertas), ya que así se encontraba el edificio cuando se efectuaron las pruebas de vibración ambiental; los resortes interacción se calcularon de acuerdo con las NTC-87, con una rigidez al cortante del suelo $G = \rho v_s^2$, siendo v_s la velocidad de ondas de cortante del suelo e igual a 60 m/s, como se calculó en el capítulo 3.

INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA
DIRECCION X (E-W)



INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA
DIRECCION Y (N-S)

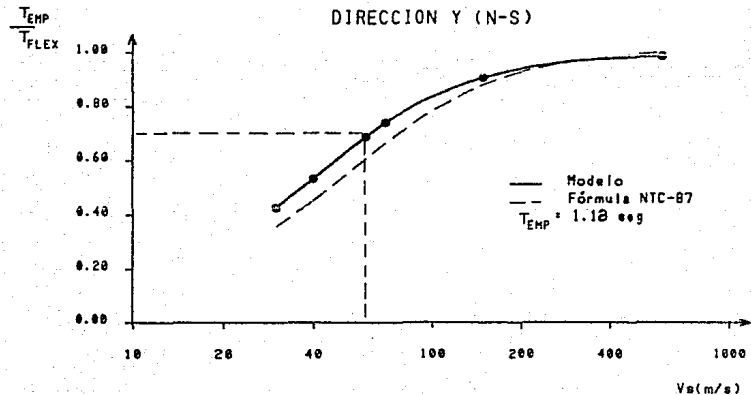


FIGURA 4.5. Variación del periodo de vibrar
con la velocidad de ondas de cortante del suelo

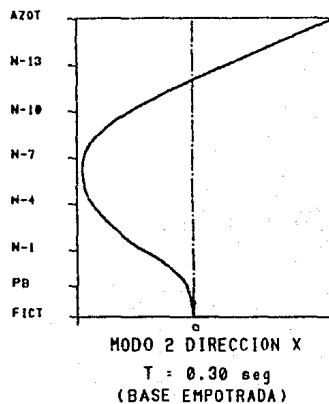
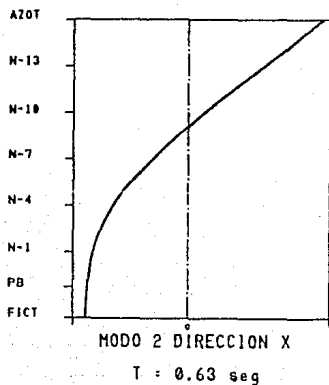
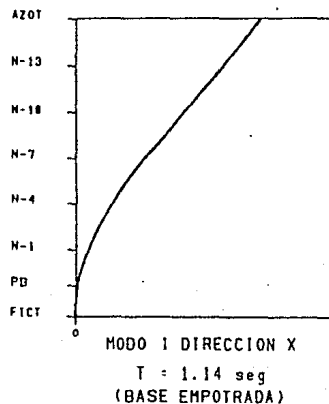
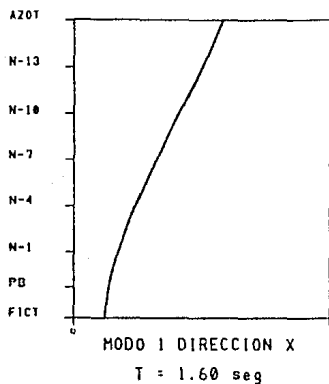
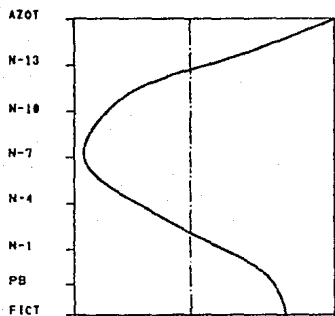
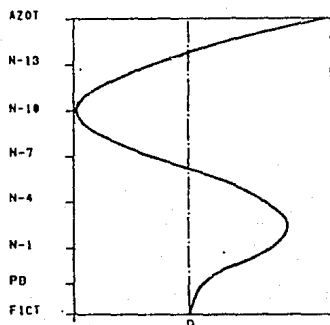


FIGURA 4.6. Configuraciones modales unidireccionales.



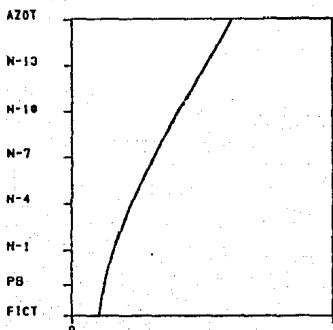
MODO 3 DIRECCION X

$T = 0.23$ seg



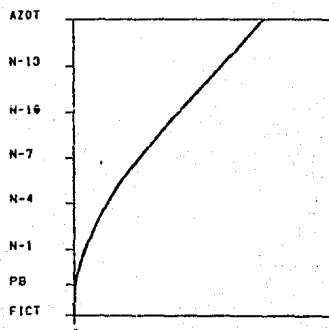
MODO 3 DIRECCION X

$T = 0.14$ seg
(BASE EMPOTRADA)



MODO 1 DIRECCION Y

$T = 1.74$ seg



MODO 1 DIRECCION Y

$T = 1.18$ seg
(BASE EMPOTRADA)

FIGURA 4.7. Configuraciones modales unidireccionales.

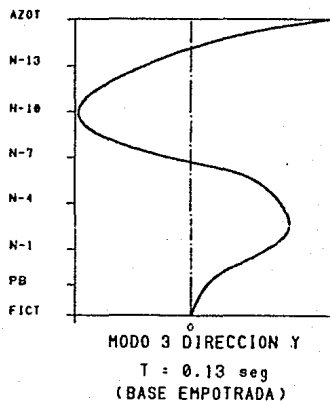
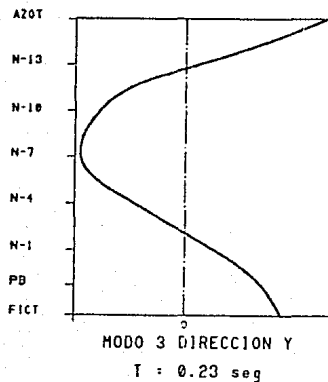
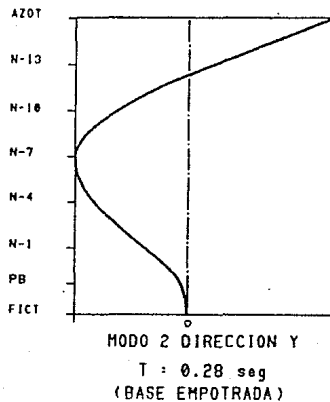
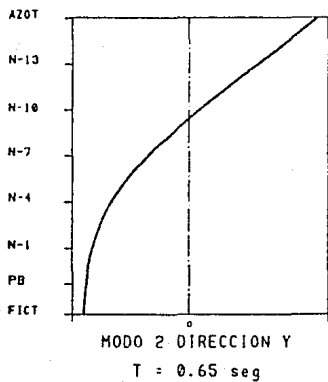


FIGURA 4.8. Configuraciones modales unidireccionales

Se observa que al considerar el efecto de interacción suelo estructura los periodos empotrados se incrementan 47 por ciento para primer modo, y 130 por ciento para modos superiores. Con lo que se hace patente la importancia de considerar para esta zona el efecto de interacción suelo estructura en el cálculo de los periodos.

En la tabla 4.3 y figuras 4.9 a 4.11 se presentan los modos y periodos tridimensionales. Para la obtención de los modos tridimensionales fue necesario hacer una corrección a las formas modales obtenidas con el programa, ya que como se mencionó en el capítulo 2, resultan modos extraños cuando los centros de masa del edificio no quedan en el mismo eje vertical.

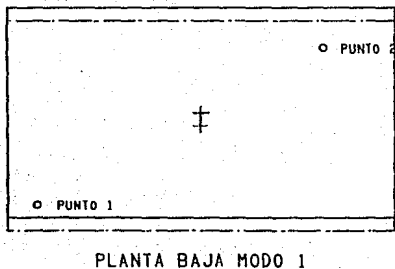
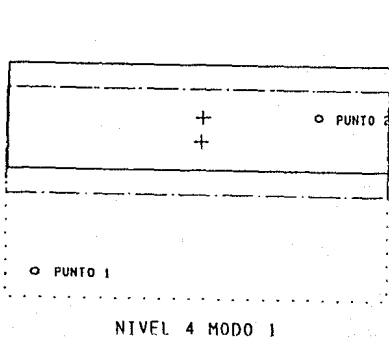
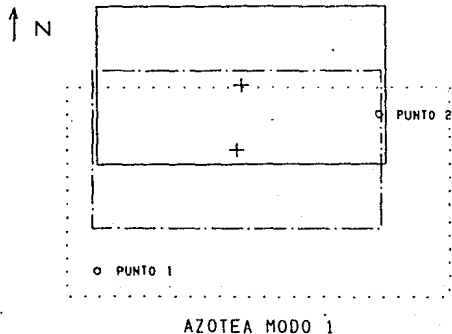
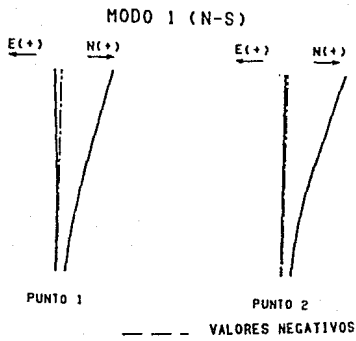
PERIODOS PARA EL MODELO TRIDIMENSIONAL (seg)			
MODO	CON INTERACCION	BASE EMPOTRADA	IDENTIFICACION
1	1.75	1.25	1 ^{er} modo flexión Y
2	1.62	1.18	1 ^{er} modo flexión X
3	1.29	1.05	1 ^{er} modo torsión
4	0.66	0.39	2 ^o modo flexión Y
5	0.64	0.29	2 ^o modo flexión X
6	0.44	-	2 ^o modo torsión

TABLA 4.3

En las figuras 4.9 a 4.11 se muestran los primeros 3 modos tridimensionales, tal como se verían en planta, con objeto de facilitar la comprensión de los resultados e identificar el acoplamiento que existe entre modos. En la esquina superior izquierda de las figuras se muestran las deformadas modales tal correspondientes a los puntos 1 y 2 de referencia; ello permitirá comparar el movimiento de los acelerómetros ubicados en dichos puntos. Se observa en las figuras que el modo de torsión está acoplado con el modo en dirección E-W; los demás modos muestran poco acoplamiento.

A cada modo se le ha dado una identificación de acuerdo a la

participación de cada dirección. Al comparar los resultados de la tabla 4.3 con las de las tablas 4.1 y 4.2 (modos unidireccionales), se observa que los periodos se incrementan debido a la rotación; sin embargo las diferencias de periodos no exceden de 2%. Surgen en el análisis tridimensional, nuevas formas modales, a las que se les ha identificado como modos de torsión, que no pueden ser encontrados en los análisis unidireccionales del modelo.



- CONTOURNO EN PLANTA BAJA
- CONTOURNO DEL PISO EN EL MODO
- CONTOURNO DEL PISO EN REPOSO
- PUNTOS AUXILIARES DE REFERENCIA

FIGURA 4.9. Configuraciones modales 3-D

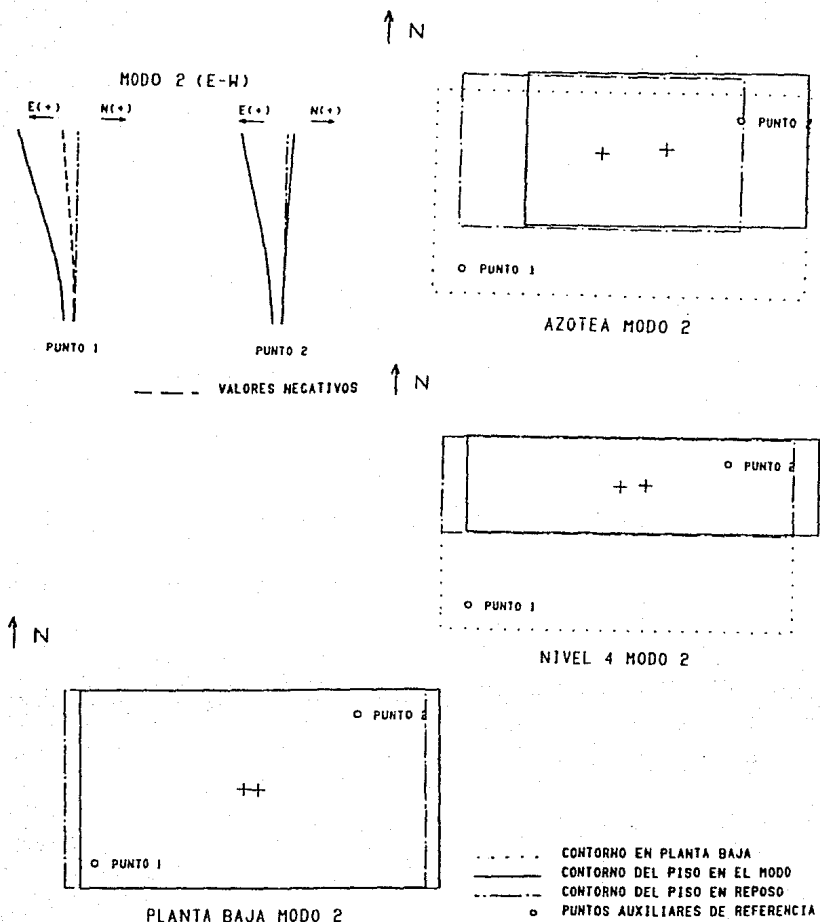
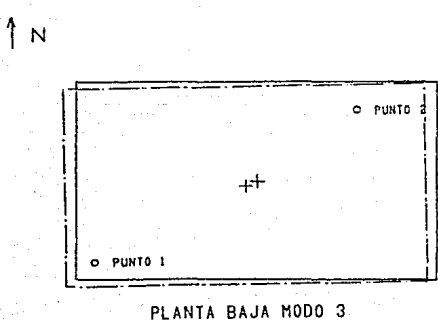
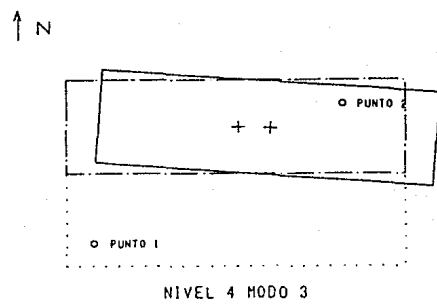
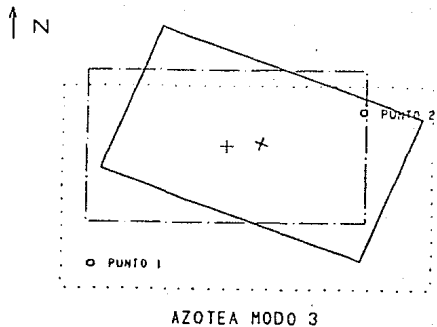
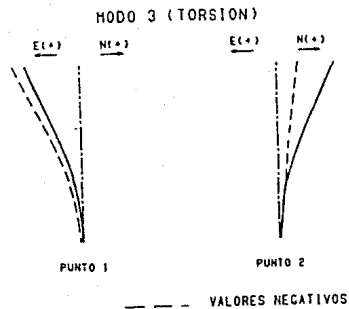


FIGURA 4.10. Configuraciones modales 3-D



- - - - - CONTORNO EN PLANTA BAJA
- CONTORNO DEL PISO EN EL MODO
- CONTORNO DEL PISO EN REPOSO
- PUNTOS AUXILIARES DE REFERENCIA

FIGURA 4.11. Configuraciones modales 3-D

5. RESULTADO DE LA MEDICION DE PROPIEDADES DINAMICAS EN VIBRACION AMBIENTAL.

La determinación experimental de propiedades dinámicas se hace por las siguientes razones:

- 1). Para ampliar el conocimiento general de las propiedades dinámicas de las estructuras.
- 2). Para observar la evolución de propiedades dinámicas de una estructura en el transcurso del tiempo.
- 3). Para verificar los resultados de los modelos matemáticos, o para ajustar los parámetros de éstos.

En el presente trabajo se hará énfasis al tercer punto.

5.1. Tipos de pruebas dinámicas.

Existe gran variedad de pruebas dinámicas para estructuras de tamaño real, que se podrían clasificar de la siguiente forma:

- 1). Pruebas de vibración libre
 - a). Con desplazamiento inicial
 - b). Con velocidad inicial
- 2). Pruebas de vibración forzada
 - a). Con excitadores mecánicos
 - b). Por excitaciones transitorias naturales
 - c). Con movimiento del terreno provocado por explosiones nu-

- cleares subterráneas
- d). Mediante cohetes controlados

3). Vibración ambiental.

Se presenta a continuación una breve descripción de dichas pruebas:

1). Vibración libre:

La forma más simple de prueba dinámica consiste en deformar una estructura mediante tensión aplicada por un cable, que se suelta súbitamente, lo que provoca que la estructura efectúe vibraciones libres alrededor de su posición de equilibrio estático. El periodo de vibración de la estructura se puede determinar directamente de los registros de aceleración - tiempo. La energía disipada por la estructura en movimiento provocará un decremento en la amplitud de las oscilaciones; el amortiguamiento de la estructura se puede determinar con el cociente de las amplitudes de dos ciclos sucesivos.

Otra forma de vibración libre consiste en proporcionar a la estructura una velocidad inicial. Esto puede ser logrado por medio de fuerzas de impacto, causadas por pesos que caen, por cartuchos explosivos o pequeños cohetes.

2). Vibración forzada.

Son métodos complicados y costosos; pero proporcionan información más completa y más precisa, lo que justifica su uso. El tipo más usual de prueba forzada es el de una excitación senoidal constante.

Quizás el mecanismo más utilizado en este tipo de prueba es una masa excéntrica que gira con velocidad angular ω , lo que genera una fuerza senoidal $m r \omega^2 \sin \omega t$, siendo m el valor de la masa rotativa y r la excentricidad. Si se hace un arreglo de dos masas, de forma que giren en sentidos contrarios, se logra que las componentes de la fuerza se cancelen en una dirección y se sumen en la dirección ortogonal. La resultante neta

que se aplica a la estructura es una fuerza de variación senoidal unidireccional.

La velocidad angular (frecuencia circular) se mantiene constante, mientras se efectúan las mediciones de la respuesta de la estructura; después se cambia la frecuencia circular del mecanismo, se repiten las mediciones y así sucesivamente hasta conformar una curva de frecuencia-respuesta. Al medir la amplitud del movimiento de la estructura en varias frecuencias, en el intervalo completo de las frecuencias naturales de la estructura, se pueden trazar las curvas de resonancia. De estas curvas se pueden obtener valores precisos de los periodos naturales y su amortiguamiento respectivo.

Existen también pruebas basadas en cargas transitorias tales como un impacto, una explosión, o un sismo real.

3). Vibración Ambiental.

Constantemente una estructura se mueve debido a microtemblores, vibraciones causadas por maquinaria, paso de vehículos, viento y demás actividades humanas. Aún cuando son muy pequeños, dichos movimientos pueden ser utilizados para medir las propiedades dinámicas de la estructura. Debido a los bajos niveles de vibración con que se trabaja en ocasiones del orden de 10 micras, se han desarrollado métodos de reducción de datos basados en técnicas de autocorrelación, para separar la información valiosa del ruido de fondo. En realidad, éste es un método de vibración forzada, ya que la excitación permanece durante todo el tiempo de la medición; sin embargo merece una clasificación aparte, dada la magnitud de los movimientos con que se trabaja y la forma en que se efectúa el análisis de los datos. Más adelante se tratará con mayor detalle esta prueba.

5.2. El método de vibración ambiental

La vibración ambiental constituye una prueba dinámica relativamente sencilla y de bajo costo que puede ser efectuada por un pequeño grupo de personas sin alterar el funcionamiento normal del edificio, además los resultados que se obtienen son similares a los de otras pruebas más complicadas [ref 2]. Lo anterior ha colocado a dicho método entre uno de los más utilizados hoy en día para la determinación de propiedades dinámicas de edificios.

Se ha dicho que la vibración ambiental la producen un gran número de fuentes de muy diversa índole, lo cual hace que la excitación (señal de entrada) esté constituida por una gran variedad de ondas de diferentes frecuencias con amplitudes semejantes (en un intervalo a esto se le puede considerar como ruido blanco). El edificio responderá a cada una de estas frecuencias de entrada de manera diferente; las ondas con frecuencias cercanas a la resonancia del edificio tendrán mayor amplificación que las demás. El análisis de la señal de salida nos permitirá encontrar las frecuencias que están siendo amplificadas y con esto se determinan los periodos naturales de vibración de la estructura. Las formas modales se obtienen comparando el movimiento entre uno y otro piso. También se puede obtener el amortiguamiento, pero no con muy buen éxito.

Resulta muy difícil obtener información del simple análisis de las gráficas de aceleración - tiempo, por ello se elaboran espectros de Fourier de las señales recibidas por los acelerómetros. Un espectro de Fourier es una gráfica que indica el contenido de frecuencias de una señal, esta gráfica muestra la descomposición de la señal en ondas senoidales de diferentes amplitudes. En el espectro se observan como picos las frecuencias dominantes de una señal.

En el método de vibración ambiental se utiliza un analizador de

espectros; este equipo obtiene los espectros de Fourier a partir de la señal que recibe de los acelerómetros, por medio de la transformada rápida de Fourier. La hipótesis del método es que el edificio se excita con una señal que tiene un contenido de frecuencias aproximadamente uniforme (su espectro se supone plano) y el edificio, por sus características dinámicas, hace que las ondas con frecuencias cercanas a su vibración natural se amplifiquen, produciendo una señal con frecuencias dominantes (espectro con picos).

El analizador de espectros utilizado en el edificio Córdoba recibe en forma simultánea la señal de dos acelerómetros, genera los espectros de Fourier para la señal de cada acelerómetro, e indica para cualquier frecuencia el ángulo de defasamiento entre las ondas de uno y otro canal y el coeficiente de correlación para indicar que la relación entre las señales de uno y otro canal. Proporciona además la función de transferencia entre densidades espectrales de los dos canales. Con esta información es posible obtener los periodos y modos de vibrar de la estructura.

El equipo utilizado en este tipo de pruebas lo forman: por lo menos dos acelerómetros para captar la señal, sus filtros y sus amplificadores; un analizador de espectros (el que se utilizó en el edificio era de dos canales, pero podrían ser más), y adicionalmente se puede utilizar una computadora para guardar y luego procesar la información recibida en el analizador de espectros [fig. 5.1]. Se requieren dos o tres personas para colocar los acelerómetros y conectar los cables, y una o dos personas más para operar el analizador de espectros y la computadora en su caso.

5.3 Resultados obtenidos en el edificio

Los niveles que se eligieron para la colocación de acelerómetros fueron: azotea, nivel 12, nivel 5 y sótano. En la azotea y el sótano los acelerómetros se colocaron en tres puntos para la obtención de modos de

torsión [fig. 5.2].

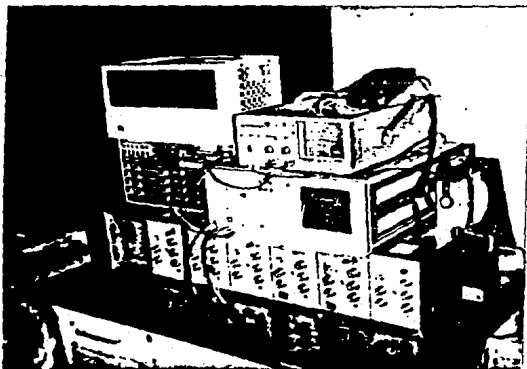


FIGURA 5.1. Equipo utilizado en la prueba de vibración ambiental.

En la tabla 5.1 y figura 5.3 se presentan los modos y periodos de vibración obtenidos experimentalmente, estos se han ordenado del de mayor al de menor periodo. La dirección X corresponde a la dirección Este-Oeste y la dirección Y a la Norte-Sur

PERIODOS OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE			
MODO	FRECUENCIA (Hz)	PERIODO (seg)	IDENTIFICACION
1	0.56	1.79	1 ^{er} modo flexión Y
2	0.56	1.79	1 ^{er} modo flexión X
3	0.80	1.25	1 ^{er} modo torsión
4	2.00	0.50	2 ^o modo flexión X
5	2.08	0.48	2 ^o modo flexión Y
6	2.48	0.40	2 ^o modo torsión

TABLA 5.1

En las figuras 5.4 y 5.5 se muestran algunos de los espectros de Fourier obtenidos en la prueba de vibración ambiental realizada en abril de 1988.

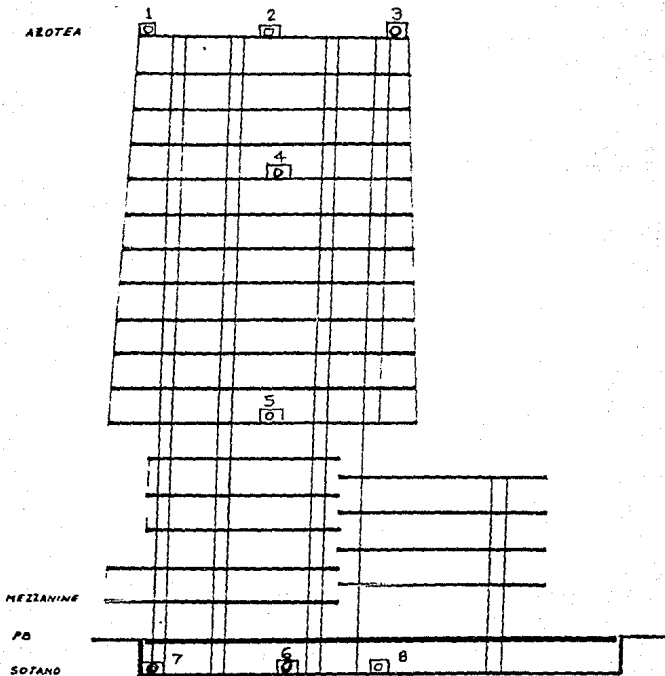
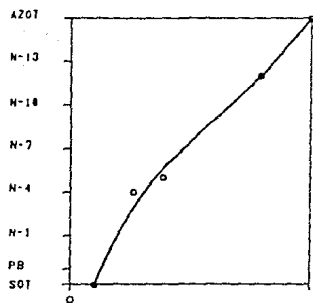
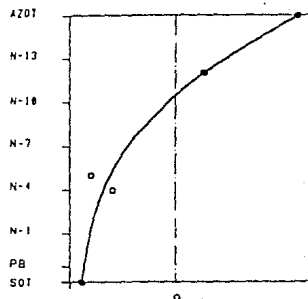


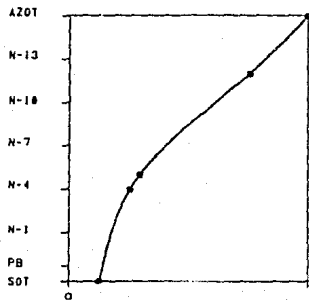
FIGURA 5.2. Ubicación de los acelerómetros



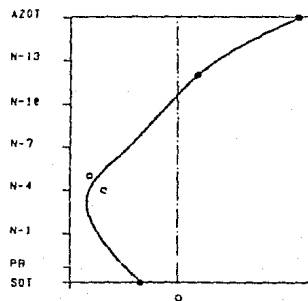
PRIMER MODO FLEXION X
 $T = 1.79 \text{ seg}$
 (EXPERIMENTAL)



SEGUNDO MODO FLEXION X
 $T = 0.50 \text{ seg}$
 (EXPERIMENTAL)



PRIMER MODO FLEXION Y
 $T = 1.79 \text{ seg}$
 (EXPERIMENTAL)



SEGUNDO MODO FLEXION Y
 $T = 0.48 \text{ seg}$
 (EXPERIMENTAL)

FIGURA 5.3. Configuraciones modales experimentales.

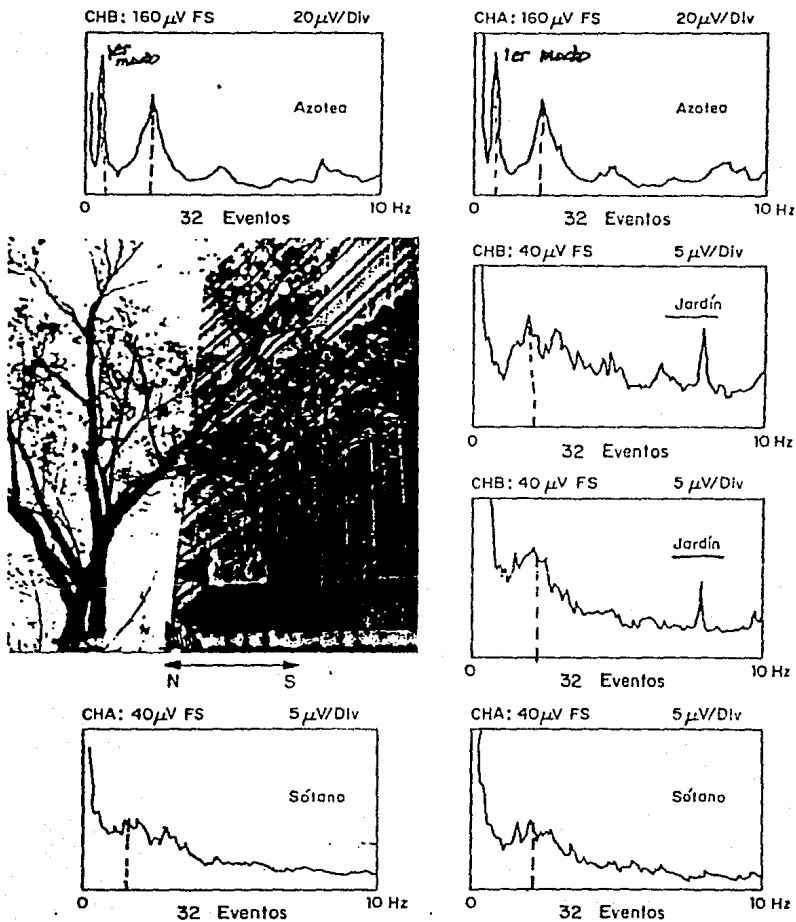


FIGURA 5.4. Espectros obtenidos en vibración ambiental N-S

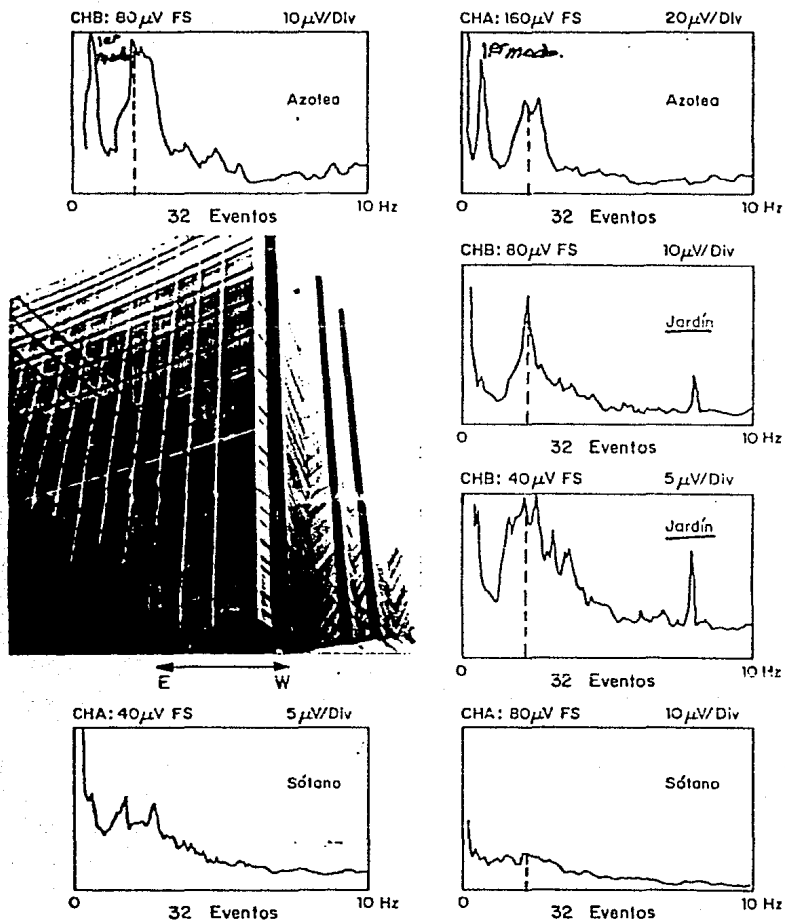


FIGURA 5.5. Espectros obtenidos en vibración ambiental E-W

6. ESTUDIO COMPARATIVO DE RESULTADOS ANALITICOS Y EXPERIMENTALES

De la observación de los resultados obtenidos en los capítulos 4 y 5 resulta difícil decidir si éstos son aceptables o no, por ello con objeto de tener más bases en la evaluación, en este capítulo se hace un análisis de la sensibilidad y error en los resultados. Los resultados de los capítulos 4 y 5 son puntuales, mientras que aquí se establecen intervalos.

6.1. Sensibilidad y error en el modelo.

Se debe aceptar que el modelo matemático de la estructura siempre tendrá error, debido tanto a las simplificaciones que se hagan en el modelo como al error que se tenga en las variables que alimentan al mismo, como son: el módulo de elasticidad del concreto, la masa en cada piso del edificio, la rigidez de los resortes de interacción, etc. En este subcapítulo se pretende hacer una evaluación de los resultados en función de cambios en los valores de las variables de entrada. La evaluación de los resultados se hará, por simplicidad, sólo para el periodo natural de vibración de la estructura en primer modo.

En el apéndice G se han deducido expresiones para el cálculo de la variación del periodo de la estructura en función de cambios pequeños en los datos (ecuaciones (1), (3), (4) y (5)). En dichas expresiones podemos ver, por ejemplo, que una variación de +10% en el módulo de elasticidad del concreto producirá una variación de aproximadamente un -5% en el periodo de la estructura con base empotrada, y una variación de un -2% en el periodo con interacción de la estructura. Se observa también que influyen para este último en la misma proporción tanto la masa del edificio, como la rigidez de los resortes de interacción, así como J y W' , que son el momento

de inercia neto del peso de la construcción respecto al eje centroidal de su base y el peso de la construcción al nivel de desplante de la estructura.

Tiene un poco más de sensibilidad el resultado a la variación de lo que se ha definido como "periodo unitario", que es el periodo que tendría la estructura con base empotrada, módulo de elasticidad unitario y masa unitaria en el piso 1 (un piso elegido para normalización) y las masas en los demás pisos expresadas como una fracción de m_1 . T_{unit} depende entonces de las características del sistema estructural, es decir, depende de que elementos estructurales existen en el edificio, la forma en que estos se conectan y las propiedades de los elementos en forma relativa. Depende también de la distribución de la masa (no de su valor, sino de su distribución únicamente).

Las variaciones aleatorias en los datos del modelo debidas al error se compensarán en algunas ocasiones, y se anularán en otras, por lo que las expresiones mencionadas no servirán para efectos del cálculo del error. En el apéndice G, expresiones (6), (7), (8) y (9) se presentan expresiones para el cálculo del error bajo la hipótesis de que la distribución de éste es normal con media 0%. En este subcapítulo se hará mención en forma casi indistinta a la desviación estándar y al error, ya que este último se expresa simplemente como un escalar multiplicado por la desviación estándar $e=k\sigma$, además al hablar del error y desviación estándar se hará siempre en términos relativos

Se han estimado grosso modo los valores para la desviación estándar de las variables en términos relativos como sigue: 15% para E (a partir de los datos del f'c del concreto), 10% para m_1 (por cifras significativas en los datos), 10% para k_x , 10% para k_r , 10% para W'_0 (por depender de m_1), 10% para J (por depender de m_1) y 5% para f_{unit} .

Entonces el error que ocurre con probabilidad del 68.3% (es decir la probabilidad de que la variable se encuentre entre $\mu+\sigma$ y $\mu-\sigma$) será (se utilizan la misma notación y expresiones del apéndice G): 8% para T_0 , 5%

para T_x y 5% para T_r , con lo que el error de T será de 3.6%

Lo anterior significa que siempre existirá un error en el modelo entre 0% y 3.6% con una probabilidad del 68.3%, por motivo únicamente del error en las variables de entrada; sin tomar en cuenta las incertidumbres propias del modelo. Por muy refinado que sea el modelo el error no se podrá reducir a menos que se calculen con mayor precisión los datos, o bien que se cambie la forma de modelar.

En lugar de presentar los resultados en forma puntual como se hizo en los capítulos 4 y 5, sería recomendable expresarlos como un intervalo en el cual se pueden encontrar con una probabilidad P_0 (una especie de principio de de incertidumbre). En lugar de decir que el resultado es R_0 , se dirá que el resultado es $R_0 \pm e$, donde $P [R_0 - e < R_0 < R_0 + e] = P_0$. Además se había dicho que se supondría que el error tendría una distribución normal con media $\mu = 0\%$ y desviación estándar σ . Resulta entonces que $e = k\sigma$. Para cada valor de P_0 existirá un valor de k que satisfaga dicha igualdad. Por ejemplo si $P_0 = 50\%$, $k = 0.6745$, si $P_0 = 90\%$, $k = 1.6449$, si $P_0 = 68.27\%$, $k = 1.000$, etc.

En resumen, se estima que el periodo de la estructura será $T \pm 3.6\%$, con una probabilidad del 68.3%, o bien (multiplicando e por $k = 1.6449$) $T \pm 5.9\%$, con una probabilidad del 90% (la estimación del error se hace en forma muy burda y sólo se incluyen las variaciones debidas al error en las variables de entrada, no se incluyen los errores propios de la modelación). Quizás esta forma de presentar los resultados parezca poco práctica; sin embargo conocer los resultados de esta forma (aún cuando P_0 no se conozca con precisión) es de suma importancia para la formulación de conclusiones acerca de los resultados que se obtengan. Los resultados puntuales no toman en cuenta las incertidumbres tenidas en su obtención.

Lo presentado hasta aquí nos permite tener una idea del orden de magnitud mínimo del error que se espera que tengan los resultados del modelo elaborado. Convendría hacer estudios más completos acerca del error en la modelación.

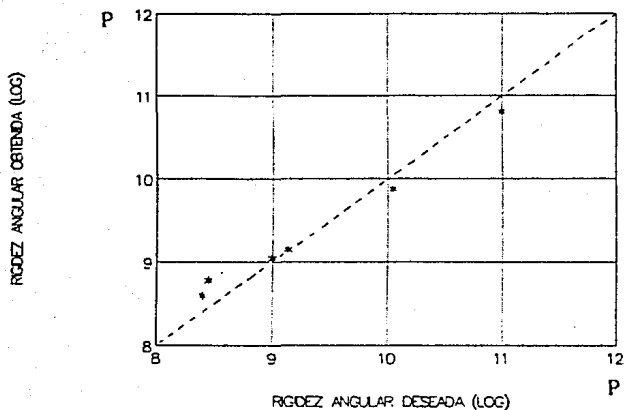
Se realizó, por otro lado, una evaluación del funcionamiento del piso ficticio en el modelo a partir de los modos de vibrar para diferentes rigideces de los resortes de interacción y el modo de vibrar para la estructura empotrada; en el apéndice E se describe el procedimiento completo. Mediante el mencionado análisis se encontró que la modelación de los resortes laterales con el piso ficticio fue bastante buena, no así para los resortes angulares, esto se debe principalmente a que el programa utilizado es de análisis lateral y no considera en forma directa efectos de movimiento de los pisos fuera del plano de los mismos. En la figura 6.1 se presenta una grafica log-log; en el eje de las abscisas las rigideces de los resortes angulares que se deseaban modelar y en el eje de las ordenadas las rigideces de los resortes angulares que se obtuvieron del analisis de los modos. Se observa buena correlación entre las dos magnitudes.

6.2 Precisión en los resultados experimentales.

En el analizador de espectros los valores de las frecuencias se determinaron con una aproximación de ± 0.04 Hz (los valores de las frecuencias van de 0.08 en 0.08 Hz en la ventana del analizador), por lo tanto las frecuencias obtenidas en forma experimental tendrán una desviación estándar de por lo menos 0.02 Hz (si la frecuencia natural del edificio se encuentra en algún valor de la ventana de 0.08Hz con la misma probabilidad entonces $\sigma = 0.08/\sqrt{12}$). Al considerar que la frecuencia medida para primer modo fue de 0.56 Hz, en términos relativos $\sigma = 4.1\%$, se puede afirmar que el período es $T^{\pm} 4.1\%$ con una probabilidad del 68.3%; al multiplicar por $k=1.6449$, el período es $T^{\pm} 6.7\%$, con una probabilidad del 90%.

En este edificio el modo con mayor participación es el primero, por lo que fue mucho más fácil la identificación de éste que los modos superiores. Esto porque los periodos modelado y experimental presentan mayor semejanza para primeros modos que para modos superiores.

COMPARACION



- - - VALORES IDEALES

* VALORES OBTENIDOS CON EL MODELO EFECTUADO

$$K_{\theta} = 10^{P-1} \text{ ton}_t\text{-m/rad}$$

*FIGURA 6.1. Comparación de rigideces modeladas y
deseadas en el piso ficticio.*

La coherencia, que relaciona las dos señales que recibe el analizador de espectros, como una medida de una correlación normalizada, con valores

entre 0 y 1), fue superior a 0.8 en la mayor parte de las pruebas. En el caso en que se colocó un acelerómetro en la azotea y otro en el sótano, se registraron coherencias muy bajas, lo cual resulta obvio debido a la gran separación entre los acelerómetros, y a la existencia de ruido en la señal.

6.3. Resultados de la comparación

Segun se puede observar de los resultados que se presentaron en los capitulos 4 y 5, las diferencias entre los periodos de primer modo modelado y experimental resultaron ser del 2.2% para la dirección Y, 9.5% para la dirección X y 3.2% para torsión; en modos superiores las diferencias son notablemente mayores, por cambio de impedancia de la cimentación. La diferencia entre el periodo del modelo y el periodo experimental se estima entre 0% y 9%, con una probabilidad del 90%, si se considera que las diferencias sólo se deben a la precisión de las variables (este valor se obtuvo como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los errores relativos de T experimental y del modelo, para una probabilidad del 90% [ref 1]).

Debido a que la diferencia de periodos en la dirección E-W (9.5%), es mayor a la diferencia máxima que se espera (con un nivel de confianza del 90%) por error en las variables (9.0%), se puede afirmar que el modelo tiene un periodo natural de vibración inferior al experimental. La diferencia se puede atribuir al error en los valores de las rigideces de los resortes de interacción, ya que en trabajos semejantes de edificios desplantados en suelo duro se ha observado un mucho mayor apego de los resultados analíticos y experimentales [ref 2 y 21]. Al parecer las fórmulas que propone el RCDF-87 nos llevan a valores de rigideces altas en los resortes; sin embargo las conclusiones al respecto sólo podrán ser dadas en base muchos otros estudios que se hagan con edificios construidos en suelo blando.

7.- DESPLAZAMIENTOS, ACELERACIONES Y ELEMENTOS MECANICOS BAJO ACCION SISMICA

7.1. Antecedentes sobre los metodos de análisis sísmico

Existen varias formas de estimar la respuesta de una estructura ante un sismo. A continuación se describen algunos de los principales métodos de análisis en uso actualmente.

1). Analisis Estático: es un método sumamente simple, el cual supone que en la base de la estructura el cortante es $V=ma$; donde V =cortante en la base, m =masa del edificio y a es la aceleración sísmica horizontal (los reglamentos proponen un valor para a). El cortante se distribuye en cada piso utilizando una regla simple, como puede ser, que las fuerzas en cada piso sean proporcionales a la altura y a la masa del piso. Este método es muy simple y se utiliza para el análisis de estructuras de poca altura.

2). Análisis Dinámico:

2.1). Método Paso a Paso o de Integración Directa: consiste en obtener la historia de la respuesta de la estructura a partir de la integración de la gráfica de aceleraciones en el tiempo de algún sismo característico. Se puede aplicar, tanto para comportamiento elástico, como para comportamiento inelástico de la estructura. Este es el método más preciso hasta la fecha; sin embargo es aún muy costoso (debido al tiempo que se requiere para llevarlo a cabo), y por ello no es muy utilizado.

2.2). Análisis Modal Normal: técnica más limitada que la integración directa, ya que depende de la separación artificial de los modos normales de vibración y de la combinación de fuerzas y desplazamientos asociados por superposición con un número elegido de ellos.

2.3). Técnica del Espectro de Respuesta (o Método Modal Espectral): es un caso particular del método anterior. Se determinan los modos de vibrar de una estructura y por medio de un espectro de respuesta, o el espectro de diseño, se obtienen las magnitudes de las respuestas máximas correspondientes a cada modo, después mediante alguna regla se superponen las respuestas de los distintos modos. Este método proporciona una envolvente de desplazamientos y elementos mecánicos en la estructura. Es un método veloz y por ende de poco costo. Es quizás el método dinámico más utilizado hoy en día para edificios. Este método se aplica principalmente en el intervalo elástico lineal.

Para calcular la respuesta del edificio en estudio se utilizó la técnica del espectro de respuesta. A continuación se proporcionan más detalles acerca del método.

Para el análisis se debe conocer, por un lado el movimiento del suelo durante el sismo y por otro lado el comportamiento de la estructura.

El movimiento del terreno se conoce a través de acelerogramas, que son registros de la aceleración del terreno contra el tiempo durante un sismo. Dichas curvas se obtienen por medio de acelerógrafos ubicados en algún o algunos lugares que se consideren representativos de la zona. Mediante integración de los acelerogramas se obtienen gráficas de velocidad y de desplazamiento contra el tiempo.

De los acelerogramas también se pueden obtener espectros de respuesta, que son gráficas que indican la respuesta máxima (desplazamiento, velocidad, aceleración, o cualquier otra magnitud de interés) de un sistema de un grado de libertad, sometido a la acción del acelerograma, para diversos periodos del sistema. La abscisa del espectro es la frecuencia natural (o bien el período) del sistema, y la ordenada, la respuesta máxima; se obtiene un espectro diferente para cada nivel de amortiguamiento del sistema. Interesa obtener espectros de aceleración, espectros de velocidades y espectros de desplazamiento, para describir la respuesta. La

aceleración espectral (S_a), el desplazamiento espectral (S_d) y la velocidad espectral (S_v) se relacionan entre sí aproximadamente mediante $S_u = \omega S_v = \omega^2 S_d$, donde ω es la frecuencia circular del sistema (véase apéndice B).

Para cada sismo se puede calcular un espectro de respuesta dado un nivel de amortiguamiento. Por medio de integraciones numéricas, con intervalos de tiempo pequeños, se calcula la respuesta de un sistema de un grado de libertad con una frecuencia determinada, este proceso "paso a paso" es aplicado hasta que se completa el registro del sismo. El mayor valor de la función de interés (aceleración, velocidad, desplazamiento, etc.) es guardado y define la ordenada espectral. Se varían los parámetros del sistema para cambiar la frecuencia natural, se repite el proceso y se obtiene una nueva ordenada espectral. Este proceso se realiza una y otra vez hasta que se ha cubierto todo el intervalo de frecuencias de interés y los resultados al ser graficados, definen el espectro de respuesta.

Los reglamentos de diseño recurren a envolventes teóricas de respuesta disponibles en la zona. Los espectros de diseño son son curvas simples que indican la aceleración máxima que se espera que adquiera un sistema para cada periodo de vibración del mismo; se asume un determinado amortiguamiento de la estructura, asociado al espectro de diseño.

Existe una probabilidad de que en la vida útil de la estructura se presente un sismo que le produzca aceleraciones mayores a las del espectro de diseño, es decir, al elaborar un espectro de diseño, se asume un nivel de riesgo, el cual puede variar según la importancia de la estructura que se diseña. Además, en un espectro de diseño se muestran las características del movimiento en una zona, y su forma es dependiente de las condiciones del movimiento de los estratos que forman el subsuelo.

La respuesta de la estructura se calcula bajo la hipótesis de que ésta se descompone en subsistemas simples de un sólo grado de libertad (los modos de vibrar, véase apéndice B), y que la respuesta máxima de cada subsistema simple a un sismo está dada por la ordenada espectral correspondiente al periodo de vibración del subsistema y multiplicada

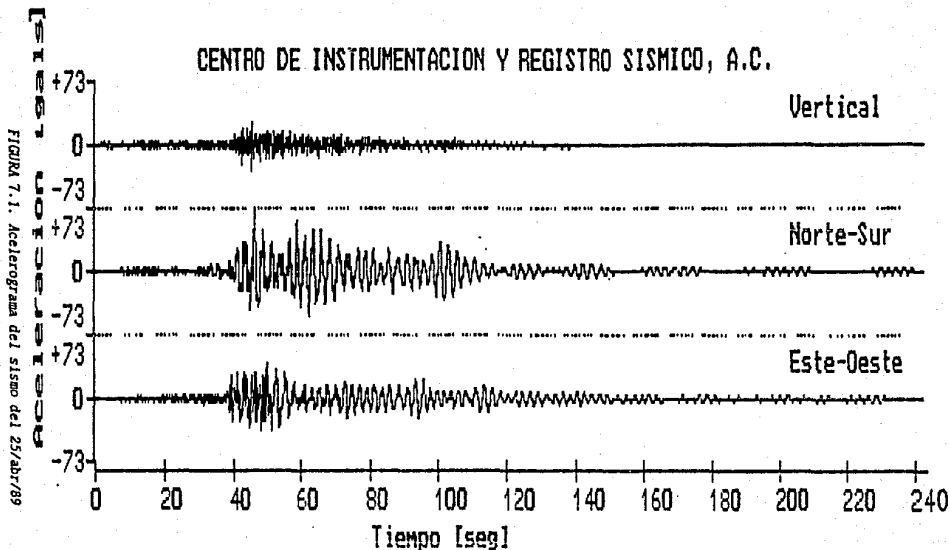
por un coeficiente de participación del modo (véase apéndice H). La respuesta total se obtiene de combinar, mediante criterios estadísticos, las respuestas máximas de cada subsistema o modo de vibrar.

7.2. Descripción del análisis efectuado.

De los acelerogramas del sismo del 25 de abril de 1989 (figura 7.1) registrados en Córdoba #58 (a menos de 100m del edificio en estudio), se obtuvieron los espectros de respuesta de aceleraciones para las direcciones N-S y E-W, con 5% de amortiguamiento (figura 7.2). En los espectros se observa que la mayor respuesta se presenta cuando el período es 2.4 seg, que corresponde al período natural del suelo en la zona. Además se observa otro máximo en el espectro que algunos autores consideran asociado a otros modos de vibrar. En el espectro para la dirección E-W los máximos no están bien definidos y sus ordenadas espectrales son menores al espectro obtenido en la dirección ortogonal.

Para el análisis modal espectral del edificio se consideró la combinación de las dos aceleraciones espectrales ortogonales al mismo tiempo; es decir, las fuerzas sísmicas se calcularon para cada modo como el producto de la aceleración espectral equivalente a la suma vectorial de las ortogonales, por el coeficiente de participación para la dirección equivalente, por el desplazamiento modal normalizado y por la masa correspondiente. La respuesta total del edificio se obtuvo como la raíz cuadrada de la suma de las fuerzas de cada modo elevado al cuadrado (ver apéndice H).

Lo anterior se hizo para los 6 primeros modos tridimensionales (que se consideraron como los más importantes). A continuación se incluyen en la tabla 7.1 las aceleraciones espectrales (S_u) para cada período en las dos direcciones ortogonales N-S y E-W, así como la aceleración espectral equivalente (suma vectorial de las dos anteriores) y su dirección.

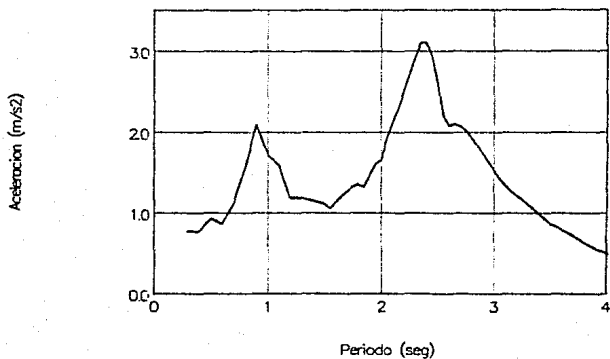


ACELEROGRAMA DEL SISMO DEL 25 DE ABRIL DE 1989

REGISTRADO EN CORDOBA #58, COL. ROMA (NIVEL TERRENO)

ESPECTRO DE RESPUESTA

CORDOBA #58 25/ABR/89 (N-S)



ESPECTRO DE RESPUESTA

CORDOBA #58 25/ABR/89 (E-W)

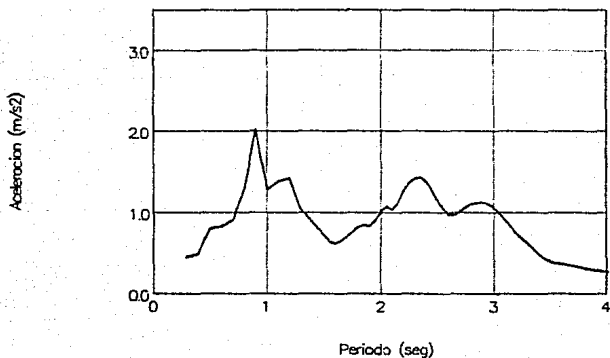


FIGURA 7.2. Espectros de respuesta para el sismo del 25/abr/89

T (seg)	Sa N-S (m/s ²)	Sa E-W (m/s ²)	Sa(EQUIV) (m/s ²)	ANGULO (grados)
1.75	1.33	0.76	1.53	29.7
1.62	1.16	0.63	1.32	28.4
1.29	1.18	1.11	1.62	43.2
0.66	1.13	0.79	1.38	34.7
0.64	1.09	0.74	1.31	34.2
0.44	0.76	0.56	0.95	36.6

TABLA 7.1

7.3. Resultados obtenidos.

Después de efectuar el análisis descrito en el capítulo anterior para el sismo del 25 de abril de 1989, se obtuvieron los desplazamientos y rotaciones en el plano horizontal que se presentan en la tabla 7.2; se incluyen en la tabla los cocientes de los desplazamientos entre dos pisos consecutivos, divididos por la altura del entrepiso.

MODELO CON INTERACCION SUELO ESTRUCTURA					
NIVEL	DESPX (cm)	DESPY (cm)	ROTACION (grados)	COCIENTES	
				ΔDESPX/h	ΔDESPY/h
AZOTEA	5.9	17.4	0.074	0.0011	0.0036
N-12	4.8	13.6	0.053	0.0012	0.0037
N-9	3.8	10.8	0.036	0.0012	0.0035
N-5	2.7	7.3	0.018	0.0010	0.0029
N-2	2.0	5.2	0.010	0.0007	0.0023
SOTANO	1.4	3.2	0.004	-	-
ΔDESP/altura total				0.0012	0.0035

TABLA 7.2

Se observa en la tabla que los cocientes de diferencias de desplazamientos de entrepisos no sobrepasan el valor de 0.006, que especifica Reglamento del Distrito Federal como límite máximo para lograr que los muros del edificio no sufran agrietamiento.

Al aplicar transformaciones semejantes a las del apéndice D se obtienen los desplazamientos en diferentes puntos de la estructura, bajo la hipótesis de que las losas son diafragmas rígidos en su plano. En la tabla 7.3 se incluyen los desplazamientos para los marcos perimetrales del edificio.

Puede apreciarse que los desplazamientos en estos marcos son mayores debido a las rotaciones del edificio; aún cuando las rotaciones son pequeñas, las diferencias de desplazamiento se pueden cuantificar como se muestra en la tabla 7.3

NIVEL	MARCO PERIMETRAL NORTE (cm)	MARCO PERIMETRAL PONIENTE (cm)	MARCO PERIMETRAL ORIENTE (cm)
AZOTEA	7.0	20.7	14.4
N-12	5.5	16.0	11.5
N-9	4.4	12.4	9.3
N-5	3.0	8.1	6.6
N-2	2.1	5.7	4.9
SOTANO	1.4	3.4	3.1

TABLA 7.3

En la tabla 7.4 se muestran las fuerzas, momentos en el plano horizontal y fuerzas cortantes aplicadas en los centros de masa de los mismos pisos.

MODELO CON INTERACCION SUELO ESTRUCTURA					
NIVEL	FX (ton)	FY (ton)	MOMENTO (ton/m)	VX (ton)	VY (ton)
AZÓTEA	95.9	214.8	506.9	95.9	214.8
N-12	68.1	161.0	313.1	409.2	938.2
N-9	52.1	125.8	233.0	579.9	1349.2
N-5	43.9	92.6	224.2	763.3	1763.9
N-2	43.0	80.7	270.5	1005.1	2189.1
SOTANO	92.9	146.8	345.9	1368.6	2770.1

TABLA 7.4

El peso total de la estructura es igual a 24,000 ton, por lo que los cortantes en la base del edificio son próximos al 12% del peso total de la misma.

Con fines de comparación, en las tablas 7.5 y 7.6 se presentan los desplazamientos, fuerzas, momentos y cortantes para el modelo con base empotrada.

MODELO CON BASE EMPOTRADA					
NIVEL	DESPX (cm)	DESPY (cm)	ROTACION (grados)	COCIENTES	
				Δ DESPX/h	Δ DESPY/h
AZÓTEA	5.0	4.6	0.239	0.0012	0.0013
N-12	3.6	3.2	0.168	0.0014	0.0013
N-9	2.5	2.3	0.105	0.0013	0.0010
N-5	1.3	1.0	0.048	0.0012	0.0007
N-2	0.5	0.4	0.018	0.0006	0.0006
ADESP/altura total				0.0010	0.0009

TABLA 7.5

MODELO CON BASE EMPOTRADA					
NIVEL	FX (ton)	FY (ton)	MOMENTO (ton/m)	VX (ton)	VY (ton)
AZOTEA	133.0	119.6	2010.1	133.0	119.6
N-12	95.1	79.1	1375.4	570.0	492.7
N-9	69.0	59.7	948.8	802.4	688.3
N-5	39.4	38.3	493.6	1233.0	874.9
N-2	17.7	20.4	361.6	1578.4	1011.2
SOTANO	-	-	-	1730.8	1104.8

TABLA 7.6

La respuesta del modelo empotrado resulta ser diferente a la del modelo con interacción. La respuesta del modelo con base empotrada resulta en ocasiones mayor y en ocasiones menor al modelo con interacción en la misma dirección; lo anterior depende de la forma del espectro de respuesta seleccionado y de las configuraciones modales de la estructura. Las diferencias pueden ser significativas, tal como se observa en las tablas 7.5 y 7.6.

Variaciones en el periodo de la estructura, debidas a los sismos intensos que ocurran en la vida útil de la estructura, harán que la respuesta también presente variaciones. Mediciones después del sismo del 25 de abril de 1989, mostraron incrementos notables en los periodos naturales de vibración del edificio, por lo que la respuesta en sismos posteriores será diferente a la que se obtenga con el modelo elaborado en este trabajo. Será necesario reevaluar algunos parámetros del modelo que se tiene, para representar adecuadamente a la estructura en su estado actual.

8. INSTRUMENTACION PARA REGISTRO DE SISMOS INTENSOS EN EL VALLE DE MEXICO

8.1. Antecedentes

La forma más directa de determinar el comportamiento de una estructura ante un sismo se logra mediante el registro del movimiento por medio de instrumentos ubicados dentro de la misma estructura. En este procedimiento es necesario la espera de resultados, por lo que los instrumentos tienen que quedar fijos en un sitio por un largo periodo, con sistemas automáticos de disparo, que permitan iniciar el registro al sobrepasarse un umbral prefijado.

Los desplazamientos que ocurren en el edificio debidos a la vibración ambiental son tan pequeños comparados con los que se presentan en un sismo; es de esperarse que las propiedades de la estructura sean las mismas en sismos pequeños, aunque podrían cambiar en sismos intensos [ref. 25].

En general se puede decir que el periodo de la estructura se incrementa durante un sismo intenso, debido a que ocurre un cierto deterioro en los elementos que la conforman, dependiendo de la magnitud y duración del sismo estos cambios serán mayores o menores. El cambio en el periodo puede ser usado para medir el deterioro en rigidez de una estructura.

La información que se obtenga de la instrumentación permitirá determinar la validez de pruebas dinámicas basadas en movimientos pequeños, como lo es la vibración ambiental. Se podrá también evaluar el modelo basado en propiedades elástico lineales, y quizás sea posible proponer cambios en algunos parámetros. Los cambios en las propiedades del suelo blando, debidas a los movimientos fuertes podrán también ser evaluados. Se podrán proponer modelos inelásticos y su validez podrá ser comprobada.

Se pretende obtener información, tanto del movimiento en terreno libre, como del movimiento dentro de la estructura. La información que se colectará comprende los siguientes puntos:

- 1). Fecha y hora exacta en que ocurre el sismo
- 2). Localización del hipocentro
- 3). Magnitudes del sismo (M_s , M_L , M_w , M_B , M_{JHA} , etc.)
- 4). Intensidad máxima
- 5). Dimensiones de la fuente (longitud de ruptura, ancho, radio y altura).
- 6). Momento sísmico y caída de esfuerzos
- 7). Características de la fuente (tipo de falla, desplazamientos, dirección de ruptura y desplazamiento, velocidad de ruptura)

Resultan de importancia particular los registros que se puedan obtener en el edificio Plaza Córdoba, ya que las características del suelo en la zona en que se encuentra el edificio hacen que las amplificaciones del movimiento sean las máximas registradas en la Ciudad de México [ref 19].

B.2. Descripción del equipo

Los registros se obtendrán por medio de acelerógrafos digitales DA-333 de estado sólido. Estos acelerómetros revisan continuamente el movimiento de la estructura y convierten la aceleración detectada en un voltaje, cuando la amplitud de la señal excede un umbral predeterminado (a escoger entre 0.1 y 10 por ciento de la escala total), el aparato empieza a grabar con una memoria de pre-evento (a escoger entre 0 y 15 segundos) con 200 muestras por segundo. Los datos de aceleración se guardan en una memoria CMOS RAM, con una capacidad de 20 minutos de registro.

La información se puede recobrar de diversas formas. El instrumento puede operar de la manera tradicional y grabar la información hasta que se

cumple el periodo de revisión, cuando la información es extraída. Se puede utilizar un ordenador digital para transferir la información de la memoria del acelerómetro a un disco flexible y llevarlo a la oficina para su análisis.

Otra forma de extraer la información es por medio de un modem y una línea telefónica. En forma remota se puede obtener la siguiente información:

- Aceleración máxima
- Hora de ocurrencia del evento
- Duración del evento
- Número de eventos
- Memoria utilizada

Además de los acelerógrafos descritos, se instalarán medidores de desplazamientos relativos [fig 8.1], entre dos niveles del edificio.

8.3. Instalación del equipo en el edificio

Se instalarán en el edificio Plaza Córdoba un total de 12 sensores, que se colocarán como se indica:

- 3 en el sótano
- 2 en el nivel 4
- 2 en el nivel 5
- 2 en el piso 12
- 2 en la azotea

Uno en el Jardín, para identificar la señal del sitio en terreno libre fuera del edificio.

En todas los pisos se localizará un acelerómetro cerca del centro de torsión, en la zona de elevadores, y el otro o los otros acelerómetros en las esquinas del piso.

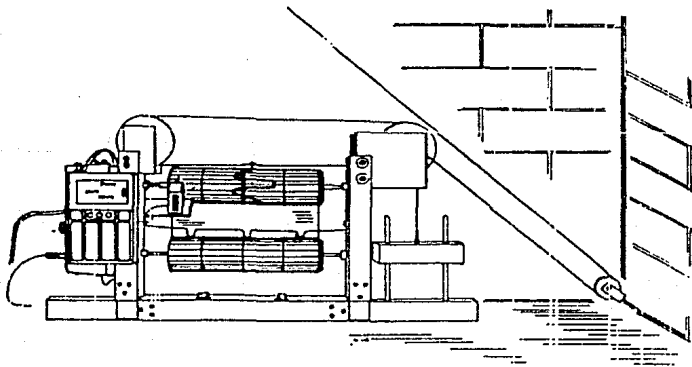
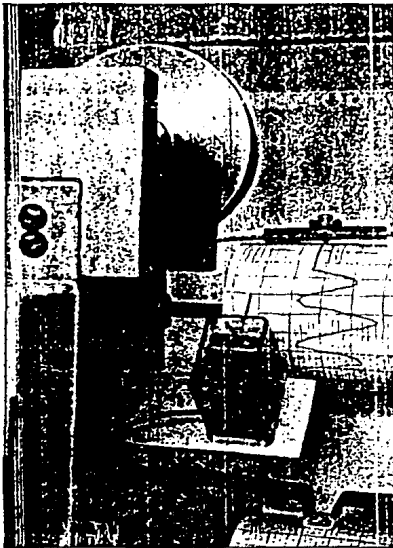


FIGURA 8.1. Registrador de desplazamientos relativos

Adicionalmente se instalarán 2 registradores de desplazamientos relativos en los niveles 4 y 5, zona de cambio de estacionamientos a oficinas

9. COMENTARIOS FINALES.

Se ha obtenido buena correlación entre los resultados que arroja el modelo y los obtenidos en forma experimental. Aún en la determinación del modo de torsión los resultados son semejantes. Los mejores resultados se obtuvieron para el primer modo de la estructura, generalmente en los modos superiores se tienen problemas para su identificación en forma experimental, ya que la participación de estos modos en el movimiento del edificio es pequeña. Además es necesario tomar en cuenta que la rigidez del suelo varía con el período de vibración de la estructura (impedancia), por lo que resulta difícil su modelación.

Resulta de suma importancia, según lo demuestran los resultados del modelo con base empotrada y con resortes, el considerar el fenómeno de interacción suelo-estructura en la zona en que se encuentra el edificio. Dicho fenómeno tan importante se empieza a incluir en las normas en 1987; antes de esta fecha no era mencionado.

También existen variaciones en las propiedades dinámicas de la estructura al analizarla en forma plana y al hacerlo como un sistema tridimensional, aunque estos cambios no fueron significativos para el edificio en estudio.

En el RCDF-87 se considera a la estructura como plana y sólo se proponen valores para los resortes de interacción angulares y laterales y no se incluye el valor del resorte de torsión por interacción. Esto no es muy importante si la estructura es de muchos pisos; sin embargo sí resulta importante en estructuras de pocos pisos.

Un aspecto importante que no se tomó en cuenta en el modelo es la variación de la rigidez, tanto de la superestructura como del suelo, debida a las vibraciones experimentadas por el edificio. Mediciones realizadas en

el mes de junio de 1989 revelan cambios sustanciales en los períodos naturales de vibración de la estructura por motivo del sismo que experimentó el edificio el 25 de abril de 1989 (magnitud $M_s=6.8$). Será muy importante determinar si dichos cambios en los periodos se deben a daños estructurales graves, a cambios en la rigidez del suelo, o bien a alguna otra variable.

El cambio detectado en el período explica el hecho de que en los resultados analíticos se haya obtenido una respuesta baja, en relación a los daños que realmente ocurrieron en el edificio; es decir, el sismo produjo cambios en la estructura que no fueron modelados.

Sería conveniente en investigaciones posteriores, aún cuando los costos fueran mayores (debido a tiempo y quizás a la necesidad de más y mejor equipo), la determinación de las configuraciones modales en forma experimental con un mayor número de puntos. Es posible que para determinar la configuración modal de un edificio sea suficiente con colocar acelerómetros en 2 ó 3 pisos del mismo; sin embargo, debido a variaciones en la intensidad con que sopla el viento, cambios en la cantidad del tráfico y actividad humana, etc., es deseable que existan más puntos para obtener resultados más confiables. Los modos se podrían obtener del ajuste (visual o matemático) de una curva a los datos obtenidos.

La ventaja de una estimación más detallada de los modos en forma experimental consiste en que a partir de ellos sería posible evaluar parámetros como: rigideces laterales y angulares del suelo, pseudorigideces de entrepiso, error respecto a los modos obtenidos analíticamente, etc. Si además de lo mencionado en el párrafo anterior se colocan dos o tres acelerómetros en cada planta del edificio sería posible la determinación del acoplamiento de modos y la determinación de los centros de cortante en cada piso. Todo esto es muy importante especialmente en estructuras desplantadas en suelo blando, donde las incertidumbres surgen, tanto por la evaluación de la superestructura, como de los parámetros de interacción suelo-estructura.

El periodo de la estructura es cercano al periodo del suelo; además se encuentra en la rama ascendente del espectro de respuesta de la zona, por lo que es posible que variaciones en el periodo debido a deterioro de la estructura durante un sismo hagan que la estructura incremente su respuesta significativamente. El comportamiento de la estructura deberá revisarse continuamente y será necesario que se efectúen cambios en la cimentación para garantizar la seguridad del edificio.

REFERENCIAS

[1] Borrás García, H et al.-Apuntes de Probabilidad y Estadística.-Facultad de Ingeniería, UNAM.-México 1985.

[2] Bouwkamp, J.G. et al.-Dynamic Properties of an Eight-Story Prefabricated Panel Building.- College of Engineering, Univ. of California Berkeley, USA, 1980. F-UC-80-30

[3] Brinker, Russell C y Wolf, Paul R.- Topografía Moderna (capítulo 2, Teoría de la Medición y los Errores).-Edit. Harla, México D.F. 1982, 6ª edición.

[4] Clough, Ray W. y Penzien, Joseph.- Dynamics of Structures.-Mc Graw Hill, USA 1975 TA654 C55.

[5] Cuaderno de Trabajo de Algebra Lineal.-Facultad de Ingeniería, UNAM.- México 1982.

[6] Dowrick, D.J.-Diseno de Estructuras Resistentes a Sismos, para Ingenieros y arquitectos.- Mexico 1984.-Edit. Limusa.TA65B.44D6718

[7] Garcia Ranz, F.-Respuesta Sísmica de Edificios Considerando la Interacción Suelo-Estructura.-VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica (MEMORIAS).-Quéretaro Qro., nov. 1987.

[8] Inestabilidad de estructuras, proyecto 8767 del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

[9] Krick, Edward.-An Introduction to Engineering.-USA, 1976.-Editorial John Wiley & Sons.-Cap. 9 y 10.

[10] Lermo J., Rodriguez M. y Singh S. K.- Periodos Naturales de sitios en el valle de Mexico obtenidos de mediciones de microtemblores y datos de movimientos sismicos fuertes.- Earthquake Spectra EERI, The 1985 Mexico Earthquake Nov 4-4 parte B pp 653-674.

[11] Lipschutz, S.-Algebra Lineal, teoria y problemas.-Serie Schaum McGraw Hill, México 1970.

[12] Manual de Diseño de Obras Civiles.-ESTRUCTURAS tomo C.2.1 Análisis de Estructuras.- Comisión Federal de Electricidad.- México D.F. 1982.

[13] Marsal, Raúl y Mazari, Marcos.- El Subsuelo de la Ciudad de Mexico.- Facultad de Ingeniería, UNAM.- México, D.F. 1962.- TA710 M45 ej. 2

[14] Mell, Roberto y Bazan, E.-Manual de Diseño Sísmico de Edificios.- Editorial Limusa.- México, D.F., 1987

[15] Mooser, Federico; Tamez, Enrique et al.- Características Geológicas y Geotécnicas del Valle de Mexico.- Comisión de Vialidad y Transporte Urbano.- Mexico, septiembre de 1986.

[16] Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.- Departamento del Distrito Federal.-México 1987

[17] Panayotis, Carydis y Mouzakis, Harris.- Small Amplitud Vibration Measurements of Buildings Undamaged, Damaged, and Repaired After the Earthquakes.- Earthquake Spectra, Vol 2, No. 3 1986.

[18] Paz, Mario.-Structural Dynamics, theory and computation.-New York USA, 1980. TA654 P38

[19] Revista Ingeniería Sísmica N° 35 (NOTAS TÉCNICAS).- Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, A.C.-Enero-abril 1989.

[20] Rodríguez Cuevas, N.-Estabilidad de Estructuras Esbeltas Apoyadas sobre Pilotes de Fricción.-XII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos(MEMORIAS).- Querétaro 1984.

[21] Rodríguez Cuevas, N.-Análisis Experimental de Vibraciones en Edificios.-V Congreso Nacional de Ingeniería Estructural (MEMORIAS).-Veracruz, Ver., mayo de 1986.

[22] Rodríguez Cuevas, N.-Medición de Propiedades Dinámicas de Estructuras Esbeltas para Análisis de Estabilidad contra Volteo.-VI Congreso de Ingeniería Estructural (MEMORIAS).-Puebla, marzo de 1988.

[23] Rodríguez Cuevas, N.-Instrumentación de Edificios y su Importancia en la Normatividad Sísmica.-III Simposio Nacional sobre Ingeniería Sísmica (MEMORIAS).-Guadalajara, Jal. oct 1988.

[24] Rosenbluth E., Newmark N.M.-Fundamentos de Ingeniería Sísmica.-Mexico 1976.-Edit. Diana. TA654.6 N472

[25] Tanaka, T et al.- Period and Damping of Vibration in Actual Buildings During Earthquakes.- Earthquake Research Institute.- Sept 30 1969.- Bulletin of the Earthquake Research Institute.

[26] Schnabel, Per B. et al.-SHAKE, a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites.- Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley 1972.

[27] U.S. Strong Motion Earthquake Instrumentation.- Proceedings of the U.S. National Workshop on Strong Motion Earthquake Instrumentation.- Published at the California Institute of Technology, Pasadena California.

[28] Wilson, E.L. et al.-Three Dimensional Analysis of Building Systems (Extended Version).-Berkeley, California USA, abril de 1975.

[20] Rodríguez Cuevas, N.-Estabilidad de Estructuras Esbeltas Apoyadas sobre Pilotes de Fricción.-XII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos(MEMORIAS).- Querétaro 1984.

[21] Rodríguez Cuevas, N.-Análisis Experimental de Vibraciones en Edificios.-V Congreso Nacional de Ingeniería Estructural (MEMORIAS).-Veracruz, Ver., mayo de 1986.

[22] Rodríguez Cuevas, N.-Medición de Propiedades Dinámicas de Estructuras Esbeltas para Análisis de Estabilidad contra Volteo.-VI Congreso de Ingeniería Estructural (MEMORIAS).-Puebla, marzo de 1988.

[23] Rodríguez Cuevas, N.-Instrumentación de Edificios y su Importancia en la Normatividad Sísmica.-III Simposio Nacional sobre Ingeniería Sísmica (MEMORIAS).-Guadalajara, Jal. oct 1988.

[24] Rosenblueth E., Newmark N.M.-Fundamentos de Ingeniería Sísmica.-Mexico 1976.-Edit. Diana. TAB54.6 N472

[25] Tanaka, T et al.- Period and Damping of Vibration in Actual Buildings During Earthquakes.- Earthquake Research Institute.- Sept 30 1969.- Bulletin of the Earthquake Research Institute.

[26] Schnabel, Per B. et al.-SHAKE, a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites.- Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley 1972.

[27] U.S. Strong Motion Earthquake Instrumentation.- Proceedings of the U.S. National Workshop on Strong Motion Earthquake Instrumentation.- Published at the California Institute of Technology, Pasadena California.

[28] Wilson, E.L. et al.-Three Dimensional Analysis of Building Systems (Extended Version).-Berkeley, California USA, abril de 1975.

ABREVIATURAS Y SIMBOLOS USADOS EN ESTE TRABAJO

A menos que dentro del texto se indique lo contrario, las siguientes abreviaturas y símbolos significan lo siguiente:

NTC-87= Normas Técnicas Complementarias 1987

RCDF-87= Reglamento de Construcciones del D. F. 1987.

[] = los corchetes indican una matriz.

$\bar{1}$ = Vector con todos sus elementos iguales a 1. Su dimensión es según se necesite.

A = Área de la columna o trabe.

E = Módulo de elasticidad del concreto de la estructura.

$\bar{\phi}_i$ = Modo i de vibrar de la estructura.

$\{\phi\} = [\bar{\phi}_1, \bar{\phi}_2, \bar{\phi}_3, \dots, \bar{\phi}_n]$ = matriz de modos de vibrar.

G = Módulo de rigidez al cortante del suelo.

g = aceleración de la gravedad = 9.81 m/s^2 .

$\bar{h} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix}$, donde: h_i es la altura del piso i
 n es el número de pisos del edificio.
El piso i es el más alto.

I_{xx} = Momento de inercia de una columna respecto a un eje centroidal paralelo a X-X.

I_{yy} = Momento de inercia de una columna respecto a un eje centroidal paralelo a Y-Y.

[I] = matriz identidad de tamaño según se necesite.

J = momento de inercia neto del peso de la construcción con respecto al eje centroidal de su base y perpendicular a la dirección que se analiza.

k_x = rigidez del resorte horizontal lineal de interacción suelo estructura en la dirección X.

k_y = rigidez del resorte horizontal lineal de interacción suelo estructura en la dirección Y.

[M] = matriz de masas.

S = ordenada espectral.

S_a = ordenada espectral de aceleración.

S_d = ordenada espectral de desplazamiento.

S_v = ordenada espectral de velocidad.

T = periodo de vibración de la estructura en segundos, primer modo.

T_0 = periodo base empotrada, primer modo.

T_x = periodo estructura rigida, sólo se permite traslación en la cimentación por interacción suelo-estructura.

T_r = periodo estructura rigida, sólo se permite giro en la cimentación por interacción suelo-estructura.

ω_i = frecuencia circular de vibración en el modo $i = \frac{2\pi}{T}$

$$[W] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

W'_o = peso de la construcción al nivel de desplante de la estructura, incluyendo el peso de sus cimientos.

ANALISIS PSEUDOTRIDIMENSIONAL O $2\frac{1}{2}D$

A base de vectores, transformaciones lineales, bases y matrices, a continuación se presenta el método para efectuar el análisis pseudotridimensional lineal de un edificio [refs. 14 y 28]. El objetivo de este apéndice es presentar una visión de conjunto de las ecuaciones que sirven de base al método. Se hace hincapie en que el análisis pseudotridimensional consiste sólomente en un cambio de bases vectoriales para las matrices de rigidez de los sistemas planos. El método es la base de la forma de operar del programa TABS-77.

En primer lugar se divide a la estructura en subsistemas planos (marcos o muros de cortante), véase fig. A.1. Existe para cada subsistema plano una transformación lineal que relaciona al vector de desplazamientos laterales con un vector de fuerzas horizontales:

$$\bar{F}_1 = T_1(\bar{d}_1)$$

donde: \bar{F}_1 = vector de fuerzas laterales del subsistema 1

\bar{d}_1 = vector de desplazamientos subsistema 1

T_1 = transformación lineal que relaciona a \bar{d}_1 con \bar{F}_1

T_1 es una transformación lineal, ya que $T_1(\bar{0}) = \bar{0}$, $T_1(k\bar{v}) = k T_1(\bar{v})$ y $T_1(\bar{v} + \bar{w}) = T_1(\bar{v}) + T_1(\bar{w})$, donde \bar{v} y \bar{w} son vectores pertenecientes al mismo espacio vectorial de \bar{d}_1 .

Los vectores \bar{d}_1 y \bar{F}_1 se pueden referir cada uno a una base vectorial y de esta forma representarlos como vectores de coordenadas respecto a su base (cada vector será una combinación lineal de los elementos de la base vectorial). Lo anterior permite encontrar una matriz de transformación $[K_B^A]_1$, tal que:

SUBSISTEMA i

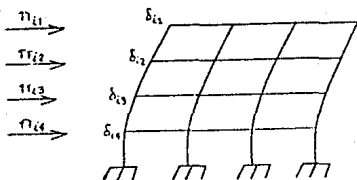


FIGURA A.1. Subistema bidimensional

$$\bar{F}_{1B} = [K_B^A]_i \bar{d}_{1A} \quad \dots \quad (1)$$

siendo:

\bar{F}_{1B} = vector de coordenadas de \bar{F}_i respecto a la base B_1 . $\bar{F}_{1B} = (\pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{13}, \dots, \pi_{1n})$, donde n es el número de pisos del edificio.

\bar{d}_{1A} = vector de coordenadas de \bar{d}_i respecto a la base A_1 . $\bar{d}_{1A} = (\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1n})$

$[K_B^A]_i$ = matriz de transformación de T_i (comúnmente conocida como matriz de rigidez lateral del subistema).

Supóngase que A_1 y B_1 son bases formadas por vectores unitarios de la forma $(1, 0, 0, \dots, 0)$, la descripción de los vectores que forman a estas bases será:

$A_1 = \{(\text{desplazamiento piso } 1 = 1 \text{ unidad, desplazamiento en los demás pisos nulo}), (\text{desplazamiento piso } 2 = 1 \text{ unidad, desplazamiento en los demás pisos nulo}), \dots, (\text{desplazamiento piso } n = 1 \text{ unidad, desplazamiento en los demás pisos nulo})\}$. $A_1 = \{ \bar{a}_{11}, \bar{a}_{12}, \bar{a}_{13}, \dots, \bar{a}_{1n} \}$.

$B_1 = \{(\text{fuerza piso } 1 = 1 \text{ unidad, fuerza en los demás pisos } 0)\}$.

nula), (fuerza piso 2 = 1 unidad, fuerza en los demás pisos nula), . . . , (fuerza piso n = 1 unidad, fuerza en los demás pisos nula)}. $B_1 = \{ \bar{b}_{11}, \bar{b}_{12}, \bar{b}_{13}, \dots, \bar{b}_{1n} \}$.

Las fuerzas y desplazamientos que se mencionan al describir los vectores de las bases A_1 y B_1 están en la dirección del plano que contiene al subsistema 1. El vector \bar{d}_1 se forma como una combinación lineal de los vectores de la base A_1 : $\bar{d}_1 = \delta_{11} \bar{a}_{11} + \delta_{12} \bar{a}_{12} + \delta_{13} \bar{a}_{13} + \dots + \delta_{1n} \bar{a}_{1n}$. De forma análoga: $\bar{F}_1 = \pi_{11} \bar{b}_{11} + \pi_{12} \bar{b}_{12} + \pi_{13} \bar{b}_{13} + \dots + \pi_{1n} \bar{b}_{1n}$.

Los elementos de A_1 y los elementos de B_1 son iguales al número de grados de libertad de los vectores \bar{d}_1 y \bar{F}_1 , que equivale al número de pisos del edificio. Esto hace que la matriz $[K_B]_1$ sea de orden $n \times n$, donde n es el número de pisos del edificio, si en cada subsistema el número de pisos es diferente dichas matrices tendrán renglones y columnas de ceros.

Ahora interesa obtener la transformación lineal (o matriz de transformación) que relacione al vector de desplazamientos globales con el vector de fuerzas de la estructura como un todo:

$$\bar{P} = G(\bar{e})$$

donde: \bar{P} = vector de fuerzas laterales global, incluye momentos porque es tridimensional.

\bar{e} = vector de desplazamientos globales, incluye giros de cada piso en su propio plano.

G = transformación lineal global del edificio.

De igual forma que se hizo con los subsistemas, aquí será conveniente referir a los vectores \bar{P} y \bar{e} respecto a una base vectorial. Refierase \bar{P} a la base Q y \bar{e} a la base C , a continuación se describen los elementos de estas bases:

$Q = \{ \text{(desplaz. en el piso 1, dirección } X = 1 \text{ unidad, demás desplaz. y giros nulos)}, \text{(desplaz. en el piso 1,}$

dirección Y = 1 unidad, demás desplaz. y giros nulos), (giro en el piso 1 = 1 unidad, demás desplaz. y giros nulos), (desplaz. en el piso 2, dirección X = 1 unidad, demás desplaz. y giros nulos) . . . así hasta completar los n pisos). $Q = \{ \bar{q}_{x1}, \bar{q}_{y1}, \bar{q}_{\theta 1}, \bar{q}_{x2}, \bar{q}_{y2}, \bar{q}_{\theta 2}, \dots, \bar{q}_{xm}, \bar{q}_{ym}, \bar{q}_{\theta n} \}$. Donde n es el número de pisos del edificio.

$C = \{$ (Fuerza en el piso 1, dirección X = 1 unidad, demás fuerzas y momentos nulos), (Fuerza en el piso 1, dirección Y = 1 unidad, demás fuerzas y momentos nulos), (Momento en el piso 1 = 1 unidad, demás fuerzas y momentos nulos), (Fuerza en el piso 2, dirección X = 1 unidad, demás fuerzas y momentos nulos) . . . así hasta completar los m pisos). $C = \{ \bar{c}_{x1}, \bar{c}_{y1}, \bar{c}_{\theta 1}, \bar{c}_{x2}, \bar{c}_{y2}, \bar{c}_{\theta 2}, \dots, \bar{c}_{xm}, \bar{c}_{ym}, \bar{c}_{\theta n} \}$.

Para establecer las bases Q y C se requiere un sistema coordenado cartesiano en cada piso. Por conveniencia se escoge el origen del sistema coordenado de cada piso en el centro de masa del mismo (así la matriz de masas resulta ser una matriz diagonal). Las bases vectoriales Q y C fueron diseñadas bajo la hipótesis de que los pisos del edificio son diafragmas rígidos, y por ende el edificio sólo tiene 3 grados de libertad por piso.

Entonces existirá una matriz de transformación tal que:

$$\bar{P}_C = [C_C^0] \bar{e}_Q \quad \dots \quad (2)$$

donde: \bar{P}_C = vector de coordenadas de \bar{P} respecto a la base C (3n elementos, donde n = número de pisos del edificio).

\bar{e}_Q = vector de coordenadas de \bar{e} respecto a la base Q (3n elementos, donde n = número de pisos del edificio).

$[C_C^0]$ = matriz de transformación de tamaño 3n x 3n (matriz de rigidez lateral del edificio).

Para encontrar $[C_C^0]$ es necesario encontrar a las matrices de cambio de bases, es decir, se debe encontrar la relación entre los vectores de las bases A_1 y B_1 y los vectores de las bases Q y C .

El subsistema i del edificio estará definido por su distancia r_{1j} al centro de masa en el piso J , y por su ángulo ϕ_1 respecto al eje X . Las fuerzas y desplazamientos en dicho subsistema se podrán expresar como fuerzas y momentos, o desplazamientos y giros respecto al centro de masa del piso (figura A.2). Lo anterior nos permite encontrar las buscadas relaciones entre bases:

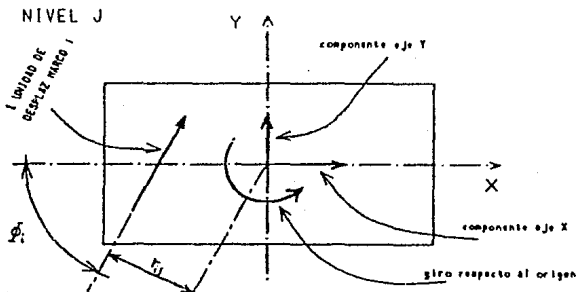


FIGURA A.2. Ejes coordenados

La relación entre los vectores de Q y A_1 está dada por:

$$\bar{a}_{1j} = \bar{q}_{xj} \cos \phi_1 + \bar{q}_{yj} \sin \phi_1 + r_{1j} \bar{q}_w$$

La relación entre los vectores de las bases C y B_1 está dada por las siguientes expresiones:

$$\bar{c}_{xj} = \bar{b}_{1j} \cos \phi_1$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_{y_j} &= \bar{b}_{-1j} \cos \phi_1 \\ \bar{c}_{x_j} &= \bar{b}_{1j} \cos \phi_1 \end{aligned}$$

En forma matricial el cambio de base resulta ser:

$$\bar{d}_{1A} = [N_A^0]_1 \bar{e}_{10} \quad \dots (3)$$

$$\bar{F}_{1C} = [M_C^B]_1 \bar{F}_{1B} \quad \dots (4)$$

$$\text{donde: } [N_A^0]_1 = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & \text{sen} \phi_1 & r_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi_1 & \text{sen} \phi_1 & r_{12} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$[M_C^B]_1 = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & 0 & \dots \\ \text{sen} \phi_1 & 0 & \dots \\ r_{11} & 0 & \dots \\ 0 & \cos \phi_1 & \dots \\ 0 & \text{sen} \phi_1 & \dots \\ 0 & r_{12} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Las matrices $[N_A^0]_1$ y $[M_C^B]_1$ son matrices de cambio de base y sus dimensiones son $(n \times 3n)$ y $(3n \times n)$ respectivamente, además una matriz es la transpuesta de la otra. El subíndice 1 denota que corresponden al subsistema 1, ya que estas matrices son diferentes para cada subsistema.

Las fuerzas y momentos de cada marco se suman, de forma que: (utilizando la ecuación (4)).

$$\bar{P}_C = \sum_{V_i} [M_C^B]_1 \bar{F}_{iB}$$

Sustituyendo (1) y (3) en esta última ecuación se llega a:

$$\bar{P}_C = \sum_{V_i} ([M_C^B] [K_B^A] [N_A^0])_i \bar{e}_0 \quad \dots (5)$$

De la ecuación (2) se llega a que:

$$[C_C^0] = \sum_{V_i} ([M_C^B] [K_B^A] [N_A^0])_i = \sum_{V_i} ([M_C^B] [K_B^A] [M_0^B]^T)_i$$

$[C_C^0]$ es nombrada matriz de rigidez lateral del edificio (tridimensional), esta matriz representa a la transformación lineal G definida anteriormente. Si el edificio es estable la matriz $[C_C^0]$ tendrá inversa. Nótese que el hecho de que $[C_C^0]$ tenga inversa no implica que necesariamente $[K_B^A]_i$ tenga que ser no singular, ya que al sumarse varias matrices en la ecuación (5) dicha singularidad podría desaparecer.

Es importante notar que para la obtención de $[C_C^0]$ sólo se requieren transformaciones geométricas y las matrices de rigidez laterales de cada subsistema plano, esto es debido a que los pisos se consideran como diafragmas rígidos en su plano. Como se ha visto, la obtención de la matriz de rigideces global se logra a partir de un cambio de bases y una suma para las matrices de rigidez lateral de los subsistemas (marcos o muros de cortante) que forman al edificio.

Una vez calculada la matriz $[C_C^0]$, la obtención de modos y periodos de vibración es un problema de valores y vectores característicos de dicha matriz. En el apéndice B se explica el procedimiento.

MODOS DE VIBRAR

En este apéndice se explica brevemente la manera de obtener los modos y periodos de vibración de una estructura a partir de su matriz de rigideces y su matriz de masas (refs. 4 y 14).

La ecuación dinámica general para un sistema de un sólo grado de libertad (fig. B.1) es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P(t)$$

donde m = masa del sistema.

c = amortiguamiento.

k = rigidez del sistema.

$P(t)$ = fuerza externa excitadora.

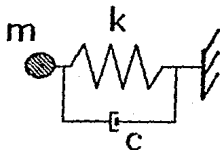


FIGURA B.1.

Si se supone que $c=0$ y que $P(t)=0$, la ecuación resulta ser:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad \dots (1)$$

que es la ecuación para un sistema no amortiguado de un grado de libertad en vibración libre. Se trata de una simplificación de la ecuación general presentada al principio. La solución de la ecuación (1) es:

$$x = c_1 \text{sen}(\omega t) + c_2 \text{siendo } \omega^2 = \frac{k}{m}$$

Si para $t=0$, la masa parte del reposo $\Rightarrow x(0)=0$

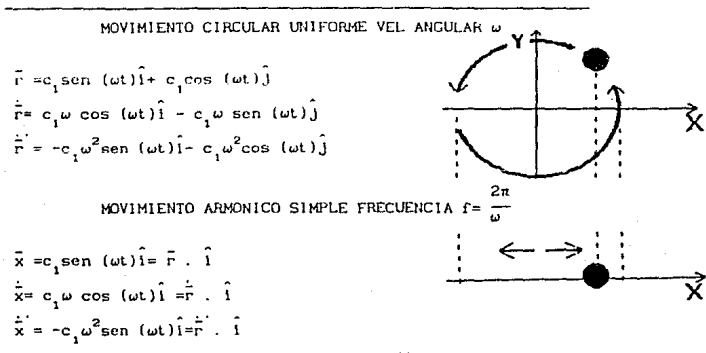
$$\Rightarrow x = c_1 \text{sen}(\omega t) \quad \dots (2)$$

$$\dot{x} = c_1 \omega \cos(\omega t) = \omega x \quad \dots (3)$$

$$\dot{x}' = -c_1 \omega^2 \text{sen}(\omega t) = -\omega^2 x \quad \dots (4)$$

y al sustituir en (1). $m\omega^2 x + kx = 0$

El movimiento descrito por x se llama armónico simple y sus ecuaciones son las proyecciones del movimiento circular uniforme de velocidad angular ω (véase la tabla).



Para un sistema de n grados de libertad resulta una ecuación análoga a (1) en forma matricial:

$$[M]\ddot{\bar{x}} + [K]\bar{x} = \bar{0} \quad \dots (5)$$

donde: $[M]$ = matriz de masas.

$[K]$ = matriz de rigidez lateral.

\bar{x} = vector de desplazamientos.

Convendrá expresar el movimiento del sistema de varios grados de libertad como una combinación lineal de subsistemas de un sólo grado de libertad. Para representar al sistema se requerirán tantos subsistemas como grados de libertad tenga éste.

Sea $\bar{\phi}_1$ la deformada del sistema para moverse con la frecuencia

circular ω_1 (subsistema de modo $\bar{\phi}_1$ y frecuencia ω_1). Entonces, como el subsistema es de sólo un grado de libertad, serán válidas las ecuaciones (2), (3) y (4). =>

$$\ddot{\bar{\phi}}_1 = \omega_1^2 \bar{\phi}_1 \text{ para toda } t, \text{ siempre } \bar{\phi}_1 \neq 0$$

Al sustituir en (5) resulta:

$$[M]\omega_1^2 \bar{\phi}_1 + [K]\bar{\phi}_1 = 0.$$

$$\text{o bien } [K]\bar{\phi}_1 = [M]\omega_1^2 \bar{\phi}_1 \quad \dots (6)$$

notese que no se ha respetado el signo en la ecuación, para hacer que los desplazamientos y las fuerzas coincidan en sentido.

Al utilizar la matriz $[\phi]$ y $[W]$, (definidas en símbolos y abreviaturas), la ec. (6) se puede escribir en forma más general (incluyendo todos los modos a la vez) como:

$$[K][\phi] = [M][\phi][W] \quad \dots (7)$$

Al premultiplicar por $[M]^{-1}$ resulta:

$$([M]^{-1}[K])[\phi] = [\phi][W] \quad \dots (8)$$

La determinación de $[\phi]$ y $[W]$, es un problema de obtención de vectores propios, vectores característicos ó eigenvectores de la matriz $([M]^{-1}[K])$ correspondientes a los valores propios, valores característicos ó eigenvalores ω_1^2 .

Si el sistema coordinado tiene su origen en el centro de masas de cada piso, la matriz de masas $[M]$ será diagonal y su inversa se forma simplemente con el inverso multiplicativo de los elementos de la diagonal. Si la matriz de rigideces proviene de un análisis tridimensional como el del apéndice A, entonces $[M]$ incluirá masas rotacionales de inercia

respecto al centro de masas (si es que se escogio éste como origen del sistema coordinado).

Existe actualmente una gran variedad de programas para ordenador que permiten hacer operaciones con matrices e incluso obtener los valores y vectores característicos de una matriz cualquiera. Dados $[M]$ y $[K]$ resulta sencillo obtener $[\phi]$ y $[W]$.

OBTENCION DE LA MATRIZ DE RIGIDECES A PARTIR DE
LOS MODOS Y FRECUENCIAS DE VIBRACION

El presente apéndice se ha incluido para mostrar la estrecha relación que existe entre los modos de vibrar y la matriz de rigideces laterales.

Los vectores característicos $\bar{\phi}_1$ podrán ser de cualquier magnitud, es decir $\bar{\phi}_1 \cdot \bar{\phi}_1 = c$, donde c es cualquier escalar no nulo. Si se normaliza $\bar{\phi}_1$ de tal forma que $\bar{\phi}_1^T [M] \bar{\phi}_1 = 1$, ó en forma más general:

$$[\phi]^T [M] [\phi] = [1] \quad \dots (1)$$

Resulta entonces que:

$$[\phi]^{-1} = [\phi]^T [M] \quad \text{y además} \quad ([\phi]^T)^{-1} = [M] [\phi]$$

Teniendo en cuenta esta propiedad se puede premultiplicar la ecuación (7) del apéndice B por $[\phi]^T$. Entonces:

$$\begin{aligned} [\phi]^T [K] [\phi] &= [\phi]^T [M] [\phi] [W] \\ \therefore [\phi]^T [K] [\phi] &= [W] \quad \dots (2) \end{aligned}$$

La ecuación (2) es una característica de los modos normalizados de acuerdo con (1). Si ahora se postmultiplica la misma ecuación (7) del apéndice B por $[\phi]^T [M]$ entonces se llega a que:

$$\begin{aligned} [K] [\phi] [\phi]^T [M] &= [M] [\phi] [W] [\phi]^T [M] \\ \therefore [K] &= [M] [\phi] [W] [\phi]^T [M] \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Como se ve en la ec. (3), es posible obtener la matriz de rigideces laterales de la estructura a partir de los modos normalizados, las frecuencias circulares de vibración de la estructura y la matriz de masas

de la misma. Si experimentalmente fuera posible la determinación de todos estos parámetros podría encontrarse la matriz de rigideces de la estructura y compararla con la obtenida a partir de un modelo matemático basado en la geometría y propiedades mecánicas de los elementos estructurales.

CAMBIO DEL MARCO DE REFERENCIA DE LOS MODOS DE VIBRAR

El programa TABS considera que el origen del sistema coordenado para referir los desplazamientos del piso está en el centro de masas de cada piso. Lo anterior hace que la matriz de masas sea diagonal y permite simplificaciones en el cálculo de modos de vibrar. Sin embargo, si los centros de masa de cada piso no quedan en un mismo eje vertical, los modos de vibrar tendrán formas no usuales y su interpretación será difícil. Por ello se recurre a un cambio de origen del sistema coordenado. A continuación se presenta el método para efectuar dicho cambio de coordenadas.

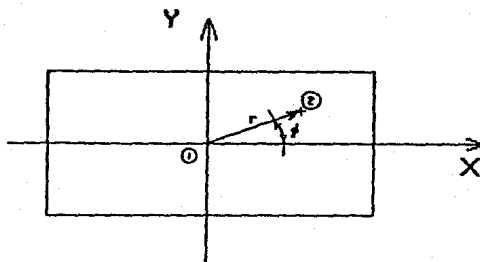


FIGURA D.1. Cambio de origen del sistema coordenado

Supóngase que se conoce el movimiento que ha sufrido el piso en base a las coordenadas Δx_1 , Δy_1 y $\Delta \theta_1$, que indican respectivamente la traslación del piso en la dirección del eje X, del eje Y y rotación en radianes. Interesa ahora conocer el movimiento del piso en base a las coordenadas

Δx_2 , Δy_2 y $\Delta \theta_2$, que están referidas al punto 2. (fig D.1)

Se observa que el giro en el punto 1 es igual al giro en el punto 2
 $\therefore \Delta \theta_2 = \Delta \theta_1$

Sean las coordenadas del punto 1 antes del movimiento (PX_1, PY_1) y las coordenadas del punto 2 (PX_2, PY_2) . Se observa que:

$$PX_2 = PX_1 + r \cos \phi \quad \dots (1)$$

$$PY_2 = PY_1 + r \sin \phi \quad \dots (2)$$

Después del movimiento las coordenadas del punto 1 son (PX'_1, PY'_1) y las del punto 2 son (PX'_2, PY'_2) , en donde:

$$PX'_1 = PX_1 + \Delta x_1 \quad \dots (3)$$

$$PY'_1 = PY_1 + \Delta y_1 \quad \dots (4)$$

De la observación de las ecuaciones (1) y (2) se llega a que:

$$PX'_2 = PX'_1 + r \cos(\phi + \Delta \theta_1) \quad \dots (5)$$

$$PY'_2 = PY'_1 + r \sin(\phi + \Delta \theta_1) \quad \dots (6)$$

Por definición: $\Delta x_2 = PX'_2 - PX_2$ y $\Delta y_2 = PY'_2 - PY_2$

Y finalmente al sustituir en estas dos ecs. (5) y (6), después (3) y (4) y por último (1) y (2) para llegar a:

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 + r \cos(\phi + \Delta \theta_1) - r \cos \phi$$

$$\therefore \Delta x_2 = \Delta x_1 + r \cos \phi (\cos \Delta \theta_1 - 1) - r \sin \phi \sin \Delta \theta_1$$

Si por simplicidad se hace $KX = r \cos \phi$ y $KY = r \sin \phi$

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 + KX (\cos \Delta \theta_1 - 1) - KY (\sin \Delta \theta_1) \quad \dots (7)$$

Análogamente se obtiene que:

$$\Delta y_1 = \Delta y_1 + KY (\cos \Delta \theta_1 - 1) + KX (\sin \Delta \theta_1) \quad \dots (8)$$

Si se considera que $\Delta \theta$ es pequeño resultan suficientemente precisas las expresiones:

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 - KY (\Delta \theta)$$

$$\Delta y_2 = \Delta y_1 + KX (\Delta \theta)$$

CALCULO DE LAS RIGIDEZES DE LOS RESORTES DE INTERACCION
A PARTIR DE LOS MODOS DE VIBRAR

Interesa evaluar el funcionamiento del piso ficticio, que es quizas el punto con mayor incertidumbre en el modelo. Para determinar las rigideces de los resortes angular y lateral que realmente se están modelando se calculan los cortantes y momentos del modo j haciendo que la fuerza en el piso i sea $F_i = \omega_j^2 m_i x_{ij}$. La rigidez del resorte lateral será el cociente del cortante en la base dividido por el desplazamiento modal lateral en la base, y la rigidez del resorte angular el de la suma de momentos de volteo en la base del edificio dividido por la deformación angular modal en la base.

Un método para obtener los desplazamientos angular y lateral en la base del edificio es el que se indica a continuación. El procedimiento se basa en el método de mínimos cuadrados.

Si \bar{x} = modo de vibrar con interacción.

\bar{y} = el modo de vibrar empotrado.

Δ = desplazamiento lateral en la base.

θ = desplazamiento angular en la base (radianes)

c_i es un escalar

Si se considera que la cimentación es rígida es posible suponer que:

$$\bar{x} = c_i \bar{y} + \Delta \bar{i} + \theta \bar{h} \quad \dots (1)$$

Si se acepta que existirá un error por muy pequeño que éste pueda ser entonces la ec. (1) se convierte en:

$$\bar{x} - c_i \bar{y} - \Delta \bar{i} - \theta \bar{h} = \bar{e} \quad \dots (2)$$

donde \bar{e} es un vector de errores. Se requerirá que la magnitud de dicho vector sea mínima. $|\bar{e}| = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2}$. Igualmente es posible trabajar con la magnitud de \bar{e} al cuadrado $|\bar{e}|^2 = \bar{e} \cdot \bar{e} = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2$. Por lo que la ec. del error al cuadrado queda como:

$$\bar{e} \cdot \bar{e} = (\bar{x} - c_1 \bar{y} - \Delta \bar{l} - \vartheta \bar{h}) \cdot (\bar{x} - c_1 \bar{y} - \Delta \bar{l} - \vartheta \bar{h})$$

Se puede demostrar que el mínimo de $|\bar{e}|^2$ se presenta cuando sus derivadas parciales respecto a cada variable son nulas (las segundas derivadas son positivas)

Así pues

$$\frac{\partial |\bar{e}|^2}{\partial c_1} = 0 \quad \text{donde} \quad \frac{\partial |\bar{e}|^2}{\partial c_1} = 2(-\bar{x} \cdot \bar{y} + c_1 \bar{y} \cdot \bar{y} + \Delta \bar{l} \cdot \bar{y} + \vartheta \bar{h} \cdot \bar{y})$$

$$\frac{\partial |\bar{e}|^2}{\partial \Delta} = 0 \quad \text{donde} \quad \frac{\partial |\bar{e}|^2}{\partial \Delta} = 2(-\bar{x} \cdot \bar{l} + c_1 \bar{y} \cdot \bar{l} + \Delta \bar{l} \cdot \bar{l} + \vartheta \bar{h} \cdot \bar{l})$$

$$\frac{\partial |\bar{e}|^2}{\partial \vartheta} = 0 \quad \text{donde} \quad \frac{\partial |\bar{e}|^2}{\partial \vartheta} = 2(-\bar{x} \cdot \bar{h} + c_1 \bar{h} \cdot \bar{y} + \Delta \bar{l} \cdot \bar{h} + \vartheta \bar{h} \cdot \bar{h})$$

Se ha formado un sistema de 3 ecs. con 3 incógnitas que puede escribirse matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \bar{y} \cdot \bar{y} & \bar{y} \cdot \bar{l} & \bar{y} \cdot \bar{h} \\ \bar{y} \cdot \bar{l} & \bar{l} \cdot \bar{l} & \bar{h} \cdot \bar{l} \\ \bar{y} \cdot \bar{h} & \bar{h} \cdot \bar{l} & \bar{h} \cdot \bar{h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ \Delta \\ \vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \cdot \bar{y} \\ \bar{x} \cdot \bar{l} \\ \bar{x} \cdot \bar{h} \end{bmatrix}$$

Nota: que $\bar{l} \cdot \bar{l} = N$ donde N es el número de pisos del edificio.

De la solución del sistema de ecuaciones resultan los valores de c_1 , Δ y ϑ y a partir de ellos y los cortantes y momentos modales se obtienen las rigideces de los resortes de interacción.

TORSION EN EL PISO FICTICIO

Sea el piso que se muestra en la figura F.1, con las columnas que se indican.

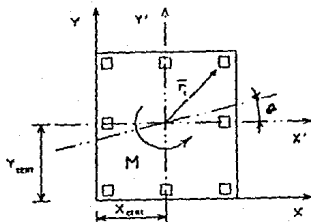


FIGURA F.1. Planta piso ficticio

Las columnas tendrán las propiedades E, I_{xx}, I_{yy}, h , con λ muy grande (para evitar deformaciones axiales). Si se considera que las traveses son infinitamente rígidas, entonces la rigidez lateral de cada columna será:

$$k_{col} = \frac{12EI}{h^3} \dots (1)$$

Por lo tanto la rigidez lateral del sistema será la suma de las rigideces laterales de las columnas = $\sum k_{col}$.

$$k_x = \sum \frac{12EI}{h^3} y_i^2 \dots (2)$$

$$k_y = \sum \frac{12EI_{xxi}}{h^3} \dots (3)$$

De la figura: $\bar{\Delta}_1 = \theta |\bar{r}_1| \hat{s}_1$
 donde:

- $\bar{\Delta}_1$ = es el vector de desplazamiento de la columna i
- θ = es el ángulo que giró el piso en su plano (θ peq)
- \bar{r}_1 = vector de posición de la columna i (resp. centro de giro)
- \hat{s}_1 = vector unitario perpendicular a \bar{r}_1 . (paralelo a $\bar{\Delta}_1$)

Si $\bar{r}_1 = x'_1 \hat{i} + y'_1 \hat{j}$ entonces:

$$|\bar{r}_1| = \sqrt{x'^2_1 + y'^2_1}$$

Por definición $|\hat{s}_1| = 1$ y $\hat{s}_1 \cdot \bar{r}_1 = 0$

$$\hat{s}_1 = \frac{-y'_1 \hat{i} + x'_1 \hat{j}}{\sqrt{x'^2_1 + y'^2_1}}$$

Las componentes del vector $\bar{\Delta}_1$ serán:

$$\Delta_{x1} = \theta |\bar{r}_1| \hat{s}_1 \cdot \hat{i} = \theta (-y'_1 \hat{i} + x'_1 \hat{j}) \cdot (\hat{i} + 0 \hat{j}) = -\theta y' \quad (4)$$

$$\Delta_{y1} = \theta |\bar{r}_1| \hat{s}_1 \cdot \hat{j} = \theta (-y'_1 \hat{i} + x'_1 \hat{j}) \cdot (0 \hat{i} + \hat{j}) = \theta x' \quad (5)$$

El momento M que produce el desplazamiento angular θ sera igual a:

$$M = \sum_{v1} k_{x1} |\Delta_{x1}| |y'_1| + \sum_{v1} k_{y1} |\Delta_{y1}| |x'_1|$$

Sustituyendo las ecs. (4), (5) y luego (1) llegamos a:

$$M = \sum_{v1} k_{x1} \theta y'^2_1 + \sum_{v1} k_{y1} \theta x'^2_1 \quad , \text{ entonces:}$$

$$k_i = \frac{M}{\phi} = \sum_{y_i} \frac{12EI}{h^3} y_i^2 - \sum_{x_i} \frac{12EI}{h^3} x_i^2 \quad \dots (6)$$

Para que lo anterior sea valido, el centro de giro debe estar en las coordenadas que se supuso (X_{CENT}, Y_{CENT}) , para ello:

$$\sum k_{x_i} \Delta_{x_i} = 0$$

Sust. y eliminando constantes: $\sum I_{yy_i} y_i' = 0 \quad \dots (7)$

Para la otra dirección $\sum I_{xx_i} x_i' = 0 \quad \dots (8)$

Si el piso ficticio solo tuviera 4 columnas, dispuestas de acuerdo con la figura F.2, se podrán encontrar expresiones mas simples para la modelación que se desea efectuar.

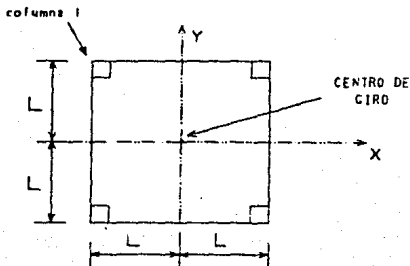


FIGURA F.2. Planta piso ficticio 4 columnas

Si definimos c_r , c_x y c_y como:

$$c_r = k_r \left(\frac{h^3}{12E} \right), \quad c_x = k_x \left(\frac{h^3}{12E} \right) \quad \text{y} \quad c_y = k_y \left(\frac{h^3}{12E} \right)$$

A partir de las ecs. (2),(3),(6),(7) y (8) se obtiene L , I_{xx} e I_{yy} en función de las rigideces de los resortes de interacción: k_x , k_y y k_r :

$$L = \sqrt{\frac{c_r}{c_x + c_y}}, \quad I_{yy} = \frac{c_x}{4} \quad \text{y} \quad I_{xx} = \frac{c_y}{4}$$

El piso propuesto aquí es sencillo y fácil de calcular para simular los resortes laterales y de torsión para interacción del suelo. Se hicieron pruebas del piso con el programa SUPER-ETABS con buenos resultados.

ERROR DEL PERIODO EN FUNCION DEL
ERROR EN LAS VARIABLES DE ENTRADA

En primer lugar se buscará una expresión que permita calcular la variación del periodo en función de la variación de las variables de entrada. Se acepta, para estos fines, que la fórmula que se propone en las NTC-87 para la estimación del periodo de una estructura con interacción suelo estructura, es válida:

$$T = \sqrt{T_0^2 + T_x^2 + T_r^2}$$

Se encuentra ΔT por medio de la diferencial total, es decir se supondrá que $\Delta T \approx dT$, bajo la hipótesis de que ΔT es pequeño.

$$dT = \frac{\partial T}{\partial T_0} dT_0 + \frac{\partial T}{\partial T_x} dT_x + \frac{\partial T}{\partial T_r} dT_r$$

Efectuando las parciales y dividiendo por T.

$$\frac{dT}{T} = \frac{T_0 dT_0}{T_0^2 + T_x^2 + T_r^2} + \frac{T_x dT_x}{T_0^2 + T_x^2 + T_r^2} + \frac{T_r dT_r}{T_0^2 + T_x^2 + T_r^2}$$

En este caso se puede considerar que T_0 , T_x , T_r son aproximadamente del mismo orden, entonces:

$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{3} \left(\frac{dT_0}{T_0} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{dT_x}{T_x} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{dT_r}{T_r} \right) \dots (1)$$

La expresión anterior permite calcular la variación de T en términos relativos de las variaciones de T_0 , T_x , T_r también en términos relativos; siempre que las variaciones sean pequeñas. Ahora se evaluará la variación de T_0 , T_x y T_r en función de las otras variables.

Se puede demostrar (véanse los apéndices A y B) que:

$$T_0 = \sqrt{\frac{m_1}{E}} T_{unit} \quad \dots (2)$$

siendo m_1 la masa del edificio en el piso 1 (con fines de normalización únicamente), E es el módulo de elasticidad del concreto y T_{unit} el periodo del edificio suponiendo que las masas en cada piso son fracciones de m_1 y el módulo de elasticidad vale uno.

Entonces se obtiene:

$$\frac{dT_0}{T_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{dm_1}{m_1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{dE}{E} \right) + \frac{dT_{unit}}{T_{unit}} \quad \dots (3)$$

Se obtienen expresiones semejantes para T_x y para T_r , suponiendo válidas las ecs. de las NTC-87. (se usará la misma nomenclatura que en las normas)

$$T_x = 2\pi \left(\frac{W_0}{gk_x} \right)^{1/2} \quad T_r = 2\pi \left(\frac{J}{gk_r} \right)^{1/2}$$

$$\frac{dT_x}{T_x} = -\frac{1}{2} \frac{dk_x}{k_x} + \frac{1}{2} \frac{dW_0'}{W_0'} \quad \dots (4)$$

$$\frac{dT_r}{T_r} = -\frac{1}{2} \frac{dk_r}{k_r} + \frac{1}{2} \frac{dJ}{J} \quad \dots (5)$$

Se supondrá que el error relativo de cada una de las variables que intervienen tiene una distribución normal con media $\mu = 0\%$ y una cierta desviación estándar σ . Entonces podemos expresar la probabilidad de que ocurra un error relativo con valor e de la siguiente forma:

$$P(-k\sigma < e < k\sigma) = P_0$$

Siendo k un escalar. Para cada valor de P_0 existirá un valor de k que satisfaga dicha igualdad. Por ejemplo si $P_0 = 50\%$, $k = 0.6745$, si $P_0 = 90\%$, $k = 1.6449$, si $P_0 = 68.27\%$, $k = 1.000$, etc.

Se estima el valor de los errores relativos en función de la desviación estándar del error relativo de T en función de la desviación estándar del error relativo de cada variable. Se puede demostrar que la varianza de una combinación lineal es $\sigma_{(ax+by)}^2 = a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2$. Resulta que $\sigma_{(ax+by)} = \sqrt{a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2}$, de la ec. (1) se calcula el error como :

$$e(T) = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 e(T_0)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 e(T_x)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 e(T_r)^2} \quad \dots (6)$$

donde $e(T)$, $e(T_0)$, $e(T_x)$, $e(T_r)$ son los errores asociados a una probabilidad P_0 , para las variables T, T_0 , T_x y T_r respectivamente. De igual manera de las ecs. (3), (4) y (5) resulta que:

$$e(T_0) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 e(m_1)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 e(E)^2 + e(T_{\text{unit}})^2} \quad \dots (7)$$

$$e(T_x) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 e(k_x)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 e(W_0')^2} \quad \dots (8)$$

$$e(T_r) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 e(k_r)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 e(J)^2} \quad \dots (9)$$

COEFICIENTES DE PARTICIPACION PARA ANALISIS DINAMICO

Para el modo i de vibrar de la estructura, la deformada envolvente (valores máximos) del modo será:

$$\bar{z}_{\max i} = S_i \frac{1}{\max(\phi_i)} \bar{\phi}_i \quad \dots (1)$$

donde:

S_i = ordenada espectral (del espectro de respuesta, o de diseño en su caso, de desplazamientos) correspondiente al periodo de vibración del modo i .

$\max(\bar{\phi}_i)$ = escalar de mayor valor absoluto en el vector $\bar{\phi}_i$ con todo y su signo.

Cualquier deformada de la estructura se podrá expresar como una combinación lineal de los modos de vibración de la estructura:

$$\bar{E} = \alpha_1 \bar{\phi}_1 + \alpha_2 \bar{\phi}_2 + \alpha_3 \bar{\phi}_3 + \dots + \alpha_n \bar{\phi}_n \quad \dots (2)$$

donde:

\bar{E} = vector de deformaciones laterales de la estructura.

α_i = escalares.

Supongamos ahora que tenemos un espectro tal que para todos los modos de vibrar, la ordenada espectral es la misma y es $S_{\text{única}}$, entonces la deformada máxima de la estructura será:

$$\bar{E}_{\max} = \begin{bmatrix} S_{\text{unica}} \\ S_{\text{unica}} \\ \vdots \\ S_{\text{unica}} \end{bmatrix} \quad \dots (3)$$

y se podrá expresar como una combinación lineal de las deformadas máximas de cada modo que serán, de acuerdo con (1):

$$\bar{z}_{\max 1} = S_{\text{unica}} \frac{1}{\max(\phi_1)} \bar{\phi}_1 \quad \dots (4)$$

de acuerdo con (2):

$$\bar{E}_{\max} = k_1 \bar{z}_{\max 1} + k_2 \bar{z}_{\max 2} + \dots + k_n \bar{z}_{\max n} \quad \dots (5)$$

donde: k_1 es un escalar.

$$\text{Sea entonces } c_1 = \frac{k_1}{\max(\phi_1)} \quad \dots (6)$$

el coeficiente de participación del modo 1.

Entonces a partir de las ecuaciones (3), (4), (5) y (6)

$$\text{llegamos a: } \begin{bmatrix} S_{\text{unica}} \\ S_{\text{unica}} \\ \vdots \\ S_{\text{unica}} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n c_i S_{\text{unica}} \bar{\phi}_i \quad \dots (7)$$

Podemos escribir (7) como:

$$S_{\text{unica}} \bar{1} = S_{\text{unica}} \sum_{i=1}^n c_i \bar{\phi}_i$$

$$\therefore \bar{1} = \sum_{i=1}^n c_i \bar{\phi}_i$$

En forma matricial general:

$$[\phi] \bar{c} = \bar{1} \quad \dots (8)$$

donde $\{\phi\} = \{ \bar{\phi}_1 \bar{\phi}_2 \bar{\phi}_3 \dots \bar{\phi}_n \}$ y $\bar{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$

Si los modos de vibrar están normalizados de tal forma que $\{\phi\}^T[M]\{\phi\} = [I]$ (véase apéndice C). Entonces premultiplicando (8) por $\{\phi\}^T[M]$ resulta que: $\bar{c} = \{\phi\}^T[M] \bar{1}$ y en forma escalar:

$$c_i = \sum_{j=1}^n m_j \phi_{ij} \dots (9)$$

donde ϕ_{ij} es el elemento j del modo i normalizado

Se habló de deformadas, por lo que las ordenadas espectrales S_i deberán ser de un espectro de desplazamientos o bien de un espectro de aceleraciones dividido por ω^2 , que es como generalmente se hace. $S_d = \frac{S_a}{\omega^2}$ (ver ec. (4) apéndice B)

Así pues, tendremos que para cualquiera que sea la forma del espectro de diseño, el vector de deformaciones máximas de la estructura será:

$$\bar{E}_{\max} = c_1 \frac{S_{a1}}{\omega_1^2} \bar{\phi}_1 + c_2 \frac{S_{a2}}{\omega_2^2} \bar{\phi}_2 + \dots + c_n \frac{S_{an}}{\omega_n^2} \bar{\phi}_n \dots (10)$$

donde S_{a1} es la ordenada espectral correspondiente a la frecuencia circular ω_1 . Si \bar{E}_{\max} como se definió en (10) es utilizado para diseño, esto daría valores muy conservadores, ya que no todos los modos tienen sus deformaciones máximas al mismo tiempo durante un sismo. Basados en la teoría de probabilidades algunos autores proponen que la envolvente de desplazamientos se calcule como:

$$\bar{E}_{\max} = \sqrt{(c_1 \frac{S_{a1}}{\omega_1^2})^2 \bar{\phi}_1^2 + (c_2 \frac{S_{a2}}{\omega_2^2})^2 \bar{\phi}_2^2 + \dots + (c_n \frac{S_{an}}{\omega_n^2})^2 \bar{\phi}_n^2}$$

aún cuando c_i sea calculado con la ecuación (8). Esta ecuación es similar a la del cálculo del error de una suma presentada en el apéndice G.

En el caso tridimensional el coeficiente de participación del modo i para una dirección θ , será: $c_{\theta} = c_y \cos\theta + c_x \sin\theta$. Siendo c_x y c_y los coeficientes de participación en las direcciones ortogonales X y Y , respectivamente y θ el ángulo que forma la fuerza sísmica con el eje Y . En este caso ϕ_i es tridimensional, es decir, tiene desplazamientos en X , en Y y rotaciones.

ACRADECIMIENTOS

Agradezco al Prof. Nefthali Rodríguez Cuevas su dirección durante la elaboración de esta tesis. Al M.I. Ricardo González Alcorta por sus sugerencias respecto al trabajo, y por su ayuda a lo largo del proyecto en que se basa esta tesis. Al Ing. Ricardo Martínez Hilleary por sus comentarios respecto al primer borrador de este trabajo. Un agradecimiento especial a mis compañeros becarios del Instituto de Ingeniería, ya que gracias a los conocimientos que me compartieron fue posible la realización de este trabajo.

Esta tesis se terminó de imprimir el
20 de agosto de 1980, en México, D.F.
La edición consta de 27 ejemplares.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Prof. Neftali Rodríguez Cuevas su dirección durante la elaboración de esta tesis. Al M.I. Ricardo González Alcorta por sus sugerencias respecto al trabajo, y por su ayuda a lo largo del proyecto en que se basa esta tesis. Al Ing. Ricardo Martínez Hilleary por sus comentarios respecto al primer borrador de este trabajo. Un agradecimiento especial a mis compañeros becarios del Instituto de Ingeniería, ya que gracias a los conocimientos que me compartieron fue posible la realización de este trabajo.

Esta tesis se terminó de imprimir el
20 de agosto de 1980, en México, D.F.
La edición consta de 27 ejemplares.