

## UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Instituto de Radioastronomía y Astrofísica

"PRUEBA DE RONCHI CON DIFRACCIÓN PARA PROBAR ESPEJOS CÓNCAVOS DE TELESCOPIOS"

> TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS (ASTRONOMÍA)

PRESENTA

MANUEL ANGEL BARDALES ZAVALA

TUTOR

DR. JUAN MANUEL NUÑEZ ALFONSO, INSTITUTO DE ASTRONOMÍA

ENSENADA, B.C., MÉXICO (DICIEMBRE) (2018)



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.





## UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## INSTITUTO DE ASTRONOMÍA

## "PRUEBA DE RONCHI CON DIFRACCIÓN PARA PROBAR ESPEJOS CÓNCAVOS DE TELESCOPIOS"

# TESIS

## PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN CIENCIAS (ASTRONOMÍA)

PRESENTA ING. MANUEL ANGEL BARDALES ZAVALA

ASESOR DR. JUAN MANUEL NUÑEZ ALFONSO

ENSENADA B.C. MÉXICO, DICIEMBRE DE 2018

### ABSTRACT

### "PRUEBA DE RONCHI CON DIFRACCIÓN PARA PROBAR ESPEJOS CÓNCAVOS DE TELESCOPIOS"

## MANUEL ANGEL BARDALES ZAVALA

### MAESTRÍA EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

#### DICIEMBRE 2018

#### ASESOR:

#### DR. JUAN MANUEL NUÑEZ ALFONSO

Presentamos un estudio sobre la evaluación cualitativa de espejos cóncavos usados como espejos primarios de telescopios. Aquí se ha usado la prueba de Ronchi como prueba óptica para realizar esta evaluación cualitativa que se basa en una comparación entre el ronchigrama experimental y su correspondiente ronchigrama simulado que toma en cuenta los principales parámetros de un espejo cóncavo tales como diámetro, radio de curvatura y su constante de conicidad.

Proponemos un método para obtener Ronchigramas simulados más similares a los reales. La hipótesis que hemos mantenido es que la presencia de difracción provocada por la rejilla de Ronchi no se ha considerado. Aquí hemos hecho un análisis de la presencia de difracción y su impacto en los ronchigramas que pueden llegar a tener una evaluación equivocada de la calidad de la superficie del espejo que se está evaluando. Se muestra una comparación de ronchigramas reales y simulados obtenidos de espejos primarios de telescopios astronómicos reflectores.

#### AGRADECIMIENTOS

A mi familia: mis padres, mi hermana y mi cuñado que siempre me apoyaron en todo.

Quiero agradecer principalmente al Dr. Juan Manuel Núñez Alfonso por invitarme a trabajar con él, por su paciencia ydedicación al guiarme durante la realización de este trabajo.

A los miembros del Jurado: Joel Herrera, Joel Castro, Julio Ramírez, Valeri Orlov y Fermín Granados por haber aceptado ser mis sinodales y tomarse el tiempo de revisar mi tesis.

A mis profesores: Laurence Sabin, Teresa García, Joel Castro, Manuel Núñez, Takamitsu Miyaji, Héctor Aceves, Tomás Verdugo, Serguei Jarikov, Michael Richer, Lester Fox, Elena Jiménez, Raul Michel, Carlos Román y Luis Aguilar por compartirme sus conocimientos y pasión por su trabajo en sus particulares maneras.

Al personal del IAUNAM-E por siempre tener las puertas abiertas y un trato amable. Sobre todo al personal de biblioteca la Sra. María Elena Jiménez y Georgina Puig.

A los técnicos: Benjamín García, José Luis Ochoa, Gerardo Sierra y Benjamín Martínez por su apoyo en el congreso SOMI XXXII.

A mis compañeros y amigos del postgrado por hacer más ameno este camino.

Al CONACyT por el apoyo brindado durante la realización de mi maestría.

## ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	.1
	1.1 Antecedentes	. 3
	1.2 Objetivos	.3
	1.3 Justificación	3
2.	FELESCOPIOS	.5
	2.1 Telescopios Astronómicos	.5
	2.2 Telescopios reflectores	7
	2.2.1 Telescopio Newtoniano	7
	2.2.2 Telescopio Cassegrain	8
	2.3 Calidad de imágenes	11
	2.3.1 Diseño óptico	11
	2.3.2 Fabricación de los espejos	12
	2.3.3 Alineación óptica	13
	2.3.4 Turbulencia atmosférica	14
	2.4 Resumen	17
3.	CARACTERIZACIÓN DE ESPEJOS CÓNCAVOS PARA	
	TELESCOPIOS	18
	3.1 Parámetros de un espejo cóncavo	18
	3.2 Formación de imágenes en espejos cóncavos	19
	3.3 Formación de imágenes en espejos cóncavos considerando la altura del	
	objeto	22

	3.4 Tipos	s de imágenes formadas por un espejo cóncavo	23
	3.4.1	Imagen real	23
	3.4.2	Imagen virtual	24
	3.4.3	Imagen en el infinito	26
	3.5 Núm	ero-F (F/#)	.26
	3.6 Repr	esentación matemática de una Superficie óptica	27
	3.7 Resu	men	29
4.	PRUEB	A DE RONCHI	.30
	4.1 Prue	ba de Ronchi	.30
	4.1.1	Simulación tradicional de ronchigramas	30
	4.2 Deter	rminación del tipo de espejo cóncavo	32
	4.2.1	Espejo esférico	35
	4.2.2	Espejo Parabólico	. 36
	4.2.3	Espejo Hiperbólico	38
	4.2.4	Espejo Elíptico	39
	4.3 Deter	rminación del radio de curvatura de un espejo cóncavo	.40
	4.4 Deter	rminación de defectos de pulido en un espejo cóncavo	.42
	4.4.1	Deformaciones en el centro del espejo (vado)	.42
	4.4.2	Deformaciones en el centro del espejo (Montículo central)	.44
	4.4.3	Deformación en forma anular (Anillo levantado)	44
	4.4.4	Deformación en forma anular (Anillo de vado)	45
	4.4.5	Deformación en el borde (caído)	46

	4.4.6	Deformación en el borde (elevado)	47
	4.5 Resu	men	50
5.	MEJOR	AS EN LA PRUEBA DE ESPEJOS CONCAVOS USANDO LA	A
	PRUEB	A DE RONCHI	51
	5.1 Pruel	ba de espejos cóncavos	51
	5.2 Nuev	o método de simulación de Ronchigramas	59
	5.2.1	Fenómeno de Difracción	59
	5.2.2	Simulación de ronchigramas con difracción	63
	5.3 Aplic	ación y Resultados	. 69
	5.4 Impa	cto en la calidad de una imagen por sobre corrección de pulido	78
	5.5 Alter	nativas para disminuir los efectos de difracción	83
	5.5.1	Prueba de Ronchi clásica usando una rejilla de baja frecuencia	84
	5.5.2	Prueba de Ronchi con rendija auxiliar	86
	5.6 Resu	men	92
6.	CONCL	USIONES	94
	REFER	ENCIAS	97
	APÉND	ICE A	101
	APÉND	ICE B	105
	APÉND	ICE C	.109
	APÉND	ICE D	.111

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Partes de un telescopio
Figura 2.2 Diseño óptico de un telescopio Newtoniano7
Figura 2.3 Diseño típico de un telescopio Cassegrain
Figura 2.4. Prueba del espejo primario del telescopio de 84 cm del OAN, durante el
proceso de pulido en las instalaciones del Instituto de Astronomía de la UNAM.
(Cortesía de D. Malacara y J.M Malacara)13
Figura 2.5 Casos típicos de desalineación óptica: a) Desplazamiento lateral y
b)Inclinación (tilt)14
<b>Figura 2.6</b> a) Efecto de la capa atmosférica en la propagación de un frente de onda de luz y b) imagen de un cúmulo globular obtenido con el telescopio de 84cm del OAN. 
Figura 3.1. Símbolo y parámetros de un espejo cóncavo19
<b>Figura 3.2.</b> Formación de imágenes de espejos cóncavos: a) objeto en∞, b) objeto en <i>2f</i> , c) objeto en <i>f</i>
Figura 3.3 Diagrama de rayos para un espejo cóncavo23
<b>Figura 3.4</b> Diagrama de rayos para un espejo cóncavo, mostrando la formación de una imagen real (se forma del mismo lado que el objeto, invertida y aumentada respecto del objeto)
<ul> <li>Figura 3.5 Muestra el diagrama de rayos para un espejo cóncavo, el objeto se localiza a una distancia menor que la distancia focal, y forma una imagen virtual (imagen esta derecha igual que el objeto y esta aumentada respecto del objeto)</li></ul>
Figura 3.7 (a) Número-F rápido, (b) número-F lento27

**Figura 4.5** ronchigramas simulados para un espejo parabólico cóncavo: a) rejilla y fuente colocadas antes del centro de curvatura (528.2 cm) y b) rejilla y fuente colocadas posterior al centro de curvatura (532.9 cm). (Diámetro de 84 cm, distancia focal de 528.7 cm, rejilla de Ronchi de 20 líneas por pulgada y la constante de conicidad de -1).......37

**Figura 4.7** Ronchigramas simulados para un espejo elíptico cóncavo: a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura (527.2 cm) y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura (532.9 cm). Diámetro de 84 cm, distancia focal de 528.7 cm, rejilla de Ronchi de 20 líneas/pulgada y la constante de conicidad de -0.5)......40

Figura 5.4 Dibujo esquemático del fenómeno de difracción con una rejilla.....61

**Figura 5.11**Ronchigramas correspondientes al espejo primario del telescopio de 84 cm (f/3.1) del OAN – SPM. (a) Ronchigrama experimental y (b) Ronchigrama simulado

### ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 2.1</b> Valores de la escala de placa para los telescopios de 84 cm, 2.1 m, 1.5 m y 1 m, así como el campo de visión que se observaría en un CCD de 2048x2048 píx
Tabla 2.2 Combinaciones ópticas para los telescopios de la familia Cassegrain11
Tabla 2.3 Mediciones del FWHM para estrellas de un cúmulo de estrellas16
Tabla 3.1: Formación de Imágenes en espejos cóncavos
Tabla 5.1 Correlación de ronchigramas simulados y experimentales
Tabla 5.2 Resultados obtenidos de la evaluación de 3 espejos primarios de
telescopios
Tabla 5.3 Parámetros usados para la simulación de superficies ópticas
<b>Tabla 5.4</b> Comparación de tamaño radial de una estrella obtenido de la simulaciónde un espejo primario de telescopio

# **CAPÍTULO** 1

# INTRODUCCIÓN

#### **1.1** Antecedentes

El diseño óptico juega un papel muy importante, ya que siempre se busca tener una calidad de imagen acorde con el tipo de estudios que se desee realizar, como es el caso de los telescopios. Las aberraciones pasivas cuando se tiene un solo elemento óptico pueden ser eliminadas incorporando otro elemento óptico<sup>1, 2</sup>. En el caso de los telescopios reflectores, esto se da a través de la combinación de diferentes tipos de espejos los cuales pueden ser esféricos, parabólicos, hiperbólicos, etc. En el caso del telescopio Newtoniano; este está formado por dos espejos: uno cóncavo parabólico y otro convexo, estos espejos pueden tener superficies esféricas o asféricas<sup>2</sup>. El otro parámetro importante cuando se está diseñando es el radio de curvatura de los espejos; en algunos telescopios la mitad de la longitud del radio de curvatura (distancia focal) determina la longitud del telescopio como es el caso del telescopio Newtoniano 3.

En los grandes telescopios la aberración causada por el espejo primario (superficie cóncava) es compensada por la aberración del espejo secundario (superficie convexa). Esta combinación de diferentes tipos de espejos colocados a la distancia correcta de acuerdo al diseño óptico, permite tener un sistema óptico libre de algunas aberraciones<sup>1, 4</sup>. Así que es imperativo identificar el tipo de superficie óptica y el radio de curvatura de los espejos.

Existen alternativas para identificar el tipo de superficie óptica y realizar la medición del radio de curvatura como lo son las pruebas ópticas interferométricas o las pruebas ópticas geométricas; en el caso de los interferómetros es una alternativa de alto costo y no es fácil de implementar; por el contrario dentro de las pruebas ópticas geométricas se encuentra la Prueba de Ronchi<sup>5, 6</sup> que es una prueba óptica fácil de implementar y de bajo costo.

Recientemente fue publicado<sup>7</sup> (Nuñez et al) un trabajo sobre la determinación de un criterio para la elección de la frecuencia de la rejilla cuando se usa la prueba de Ronchi y con esto poder distinguir entre una superficie asférica de una esférica. Sin embargo en las simulaciones realizadas el fenómeno de difracción no fue considerado. Cuando se usa la prueba de Ronchi se obtiene un patrón de franjas brillantes y obscuras conocido como ronchigrama: Se genera a partir de la interacción de la rejilla de Ronchi (placa de vidrio con líneas oscuras igualmente espaciadas) con los rayos de luz que se reflejan en el espejo bajo prueba, por tanto este ronchigrama proporciona información acerca de la superficie óptica del espejo que se está probando.

#### 1.2 Objetivos

Desarrollar un nuevo algoritmo para la simulación de ronchigramas que sean más parecidos a los experimentales, y que a su vez permita discriminar deformaciones que están asociadas a la forma en que se implementó la prueba, y no con defectos reales de la superficie del espejo que se está probando.

#### 1.3 Justificación

Cuando se desea realizar una evaluación cualitativa de la calidad óptica de un espejo cóncavo, una buena alternativa es usar la prueba de Ronchi, esta es una excelente opción usada en muchos talleres de óptica. La popularidad de esta prueba radica en dos principales virtudes: fácil de usar y no requiere de condiciones especiales para su implementación.

Normalmente esta evaluación se lleva a cabo comparando su patrón de franjas (ronchigrama) con el simulado que es el patrón de franjas que se espera que el espejo tenga en ese momento, la simulación toma en cuenta los parámetros de diseño del espejo. Este es una muy buena alternativa para cuando se desea tener una primera opinión acerca de la calidad de pulido de un espejo.

Naturalmente que se desea que el patrón de franjas simulado contemple las todas las condiciones en las que se realiza la prueba para evitar contradicciones al momento de evaluar (interpretación de las franjas) el espejo que se esté probando. Este puede ser una excelente alternativa para realizar pruebas a los espejos primarios de los nuevos telescopios que actualmente se están incorporando al OAN-SPM, ya que permitirá identificar y llevar registro de aquellos casos en los cuales los espejos del telescopio requieran de orientación preferencial para evitar la anulación de ciertas aberraciones o compensación de defectos en los espejos.

# **CAPÍTULO 2**

# TELESCOPIOS

#### 2.1 Telescopios Astronómicos

Los telescopios astronómicos<sup>1, 3</sup> tienen como objetivo colectar la luz de objetos que se encuentran en la esfera celeste, permitiendo tener información de estos objetos. La observación con los telescopios astronómicos puede realizarse en dos modalidades: con el ojo humano (astronomía recreativa, con el limitante que el ojo humano no puede realizar integración para poder ver objetos débiles) y con un detector electrónico (CCD, CMOS, etc...); en esta última modalidad es posible realizar integración de la luz colectada por el telescopio y por tanto permite ver objetos más débiles del cielo. El uso de los telescopios en la astronomía ha permitido tener un registro permanente de imágenes de diferentes objetos celestes con el que los astrónomos realizan alguna investigación en particular. Los telescopios han cobrado tal importancia que cada vez son más los que son destinados exclusivamente para realizar estudios en diferentes rangos del espectro electromagnético como lo son los rayos X, UV, visible, infrarrojo, etc.

Desde un punto de vista muy general un telescopio se compone de dos partes: el objetivo (puede estar compuesto de lentes, espejos o una combinación de ambos) y el ocular<sup>8, 9</sup> (está compuesto de lentes).En la figura 2.1 se muestra el diseño conceptual básico de un telescopio.



Figura 2.1. Partes de un telescopio.

Para el caso de la observación astronómica con el ojo humano, tanto el objetivo como el ocular forman parte del telescopio. La amplificación del telescopio puede calcularse a través de la siguiente relación<sup>8, 9</sup>:

$$m = \frac{f_{ob}}{f_{oc}},\tag{2.1}$$

Ojo

donde  $f_{ob}$  corresponde a la distancia focal del objetivo y  $f_{oc}$  corresponde a la distancia focal del ocular.

En el caso de la observación astronómica con un detector electrónico, el ocular ya no es usado. Cuando se habla de un telescopio astronómico de uso científico únicamente es considerado la parte objetivo del telescopio.

Dependiendo de qué tipo de componentes ópticas forman la parte del objetivo de los telescopios, ellos se clasifican en: telescopios refractores (lentes), reflectores (espejos) y catadióptricos<sup>1, 10</sup> (lentes y espejos).

#### **2.2Telescopios reflectores**

Los telescopios reflectores están formados por espejos y son acoplados tomando en cuenta las leyes de reflexión de la luz.

#### 2.2.1 Telescopio Newtoniano

El telescopio Newtoniano<sup>3</sup> (propuesto por Isaac Newton en 1668, este fue el primer telescopio reflector) es uno de los telescopios más usados por los astrónomos aficionados ya que presenta un diseño óptico de los más sencillos, está formado por dos espejos: un espejo primario cóncavo y un espejo secundario plano (espejo diagonal), ver figura 2.2. El espejo primario es una superficie parabólica.



Figura 2.2 Diseño óptico de un telescopio Newtoniano

La distancia focal del sistema óptico es:

$$f_e = f_1, \tag{2.2}$$

donde  $f_e$  es la distancia focal efectiva<sup>10, 11</sup> del telescopio y  $f_1$  es la distancia focal del espejo primario.

#### 2.2.2 Telescopio Cassegrain

El telescopio Cassegrain<sup>4</sup> está formado por dos espejos, uno cóncavo (espejo primario) y el otro convexo (espejo secundario), ver figura 2.3. El espejo secundario es colocado frente al espejo primario y está situado dentro de la distancia focal del espejo primario. Aquí el espejo primario tiene un orificio por el cual pasan los rayos de luz que se reflejaron en el espejo primario y secundario, que formarán la imagen en el foco Cassegrain<sup>4,11</sup>.



Figura 2.3 Diseño típico de un telescopio Cassegrain

La distancia focal efectiva del telescopio Cassegrain (foco Cassegrain) se calcula a través de la siguiente relación<sup>10,11, 12</sup>:

$$f_e = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - S'},\tag{2.3}$$

donde  $f_e$  es la distancia focal efectiva del telescopio,  $f_1$  es la distancia focal del espejo primario,  $f_2$  es la distancia focal del espejo secundario y S es la separación entre espejos.

La determinación del campo de visión del telescopio está en función de la escala de placa del telescopio y del tamaño del detector (usualmente una cámara CCD por sus siglas en inglés Charge Coupled Device) que se esté usando.

La escala de placa de un telescopio es calculada a través de la siguiente relación<sup>13</sup>:

$$E_p = \frac{206265}{f_e} ["/mm], \qquad (2.4)$$

donde  $E_p$  es la escala de placa,  $f_e$  es la distancia focal efectiva del telescopio, medida en milímetros.

Por tanto el campo de visión del telescopio puede ser calculado usando la siguiente relación:

$$C_V = E_p * (Tamaño \ del \ detector \ en \ mm), \tag{2.5}$$

donde  $C_V$  es el campo de visión.

La tabla 2.1 muestra la escala de placa del sistema completo de los diferentes telescopios que se encuentran en el OAN-SPM, para el caso del telescopio de 2.1 m tenemos tres diferentes configuraciones que son: f/7.5, f/13.5 y f/30. Se muestra además el campo de visión que se observaría con un detector CCD científico de 2048x2048 píxeles con un tamaño de pixel de 13.5 µm, estos son parámetros reales de los CCD's científicos<sup>14</sup> que actualmente se utilizan en el OAN-SPM.

y 1 m, así como el campo de visión que se observaría en un CCD de 2048x2048 píx. Telescopio CCD Distancia Escala de Tamaño del Campo de focal placa ["/mm] (Píx x Píx) píxel [mm] visión (') efectiva [mm] 2.1 m (f/30) 63000 3.2742048x2048 0.0135 1.52.1 m (f/13.5) 2048x2048 28350 7.280.0135 3.3 2.1 m (f/7.5) 2048x2048 1575013.096 0.0135 6 1.5 m (f/13.05) 1957510.537 2048x2048 0.0135 4.8541 m (f/15.24) 13.5342048x2048 0.0135 6.234 152400.84 m (f/14.95) 1255816.4252048x2048 0.0135 7.56

Tabla 2.1 Valores de la escala de placa para los telescopios de 0.84 m, 2.1 m, 1.5 m

La combinación de distintos espejos cóncavos y convexos da origen a una familia de telescopios Cassegrain<sup>1, 4</sup>, ver tabla 2.2.

Telescopio	Primario	Secundario
Cassegrain Clásico	Parábola	Hipérbola
		<b>D</b> 4
Dall – Kirkham	Elipse	Esfera
Ritchey– Chrétien	Hipérbola	Hipérbola
Prossman Camichal	Fafora	Flipso
i ressinan – Gannener	Estera	Enpse

**Tabla 2.2** Combinaciones ópticas para los telescopios de la familiaCassegrain.

#### 2.3 Calidad de imagen

La calidad de la imagen esperada de un telescopio depende de varios factores: Diseño óptico, fabricación de los espejos, alineación óptica y la turbulencia atmosférica.

#### 2.3.1 Diseño óptico

En cuanto al diseño óptico, éste dependerá de las especificaciones requeridas por el tipo de ciencia que se quiere resolver: Se tomará en cuenta tanto el campo de visión del cielo que se desea observar así como las aberraciones que preferentemente se desean eliminar, y por supuesto costos. Normalmente los telescopios utilizan configuraciones de algunas de las variantes de la familia Cassegrain, como es el caso de los telescopios (84cm, 1.5m y 2.1m) del Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir, ellos utilizan la configuración de Ritchey-Chrétien<sup>4</sup> (los espejos primario y secundario son hipérbolas, ver tabla 2.2).

#### 2.3.2 Fabricación de los espejos

Durante la fabricación de espejos, el objetivo es alcanzar los requerimientos derivados del diseño óptico; por tanto es claro que mientras más cumpla el espejo fabricado con las características del diseño, mejores resultados de la calidad de las imágenes del telescopio, apegándose a lo proyectado por el diseño óptico. Cuando se está realizando la construcción de los espejos (proceso de pulido) de manera alternada se van probando para evaluar el avance del pulido; que se lleva a cabo usando pruebas ópticas o interferométricas. En la figura 2.4 se muestra una fotografía tomada durante las pruebas realizadas al espejo fue construido en el Instituto de Astronomía de la UNAM, en la década de los 60's, por A. Cornejo, Daniel Malacara y José Castro V<sup>10</sup>. La prueba usada fue la prueba de Ronchi<sup>5, 6, 7</sup> en la fotografía es posible ver los hilos muy cercanos a la superficie que describen las orillas de las franjas del ronchigrama.



**Figura 2.4.** Prueba del espejo primario del telescopio de 84 cm del OAN-SPM durante el proceso de pulido en las instalaciones del Instituto de Astronomía de la UNAM. (Cortesía de D. Malacara y J.M Malacara<sup>10</sup>).

#### 2.3.3 Alineación óptica

Esta es una de las razones más comunes en un telescopio por la que se puede presentar una degradación en la calidad de la imagen. Para evitar esta degradación de la imagen se busca hacer coincidir los ejes ópticos de los espejos primario y secundario, como es el caso de la figura 2.3 (para grandes telescopios la estructura mecánica del telescopio y las celdas de los espejos juegan un papel muy importante para tener una alineación óptica adecuada). En la figura 2.5 se muestran dos casos típicos de desalineación óptica, en el primer caso el espejo secundario presenta un desplazamiento lateral (Figura 2.5a) y en el segundo caso el espejo secundario presenta inclinación (tilt), ver Figura 2.5b.



**Figura 2.5** Casos típicos de desalineación óptica: a) Desplazamiento lateral y b) Inclinación (tilt).

#### 2.3.4 Turbulencia atmosférica

La turbulencia atmosférica<sup>1</sup> es uno de los factores más importantes que influyen en la degradación de la calidad de la imagen. Para rayos de luz que vienen de una estrella por considerarse que se encuentran al infinito al llegar a la tierra arriban como un frente de onda plano, pero al interaccionar con la atmósfera estos rayos sufren cambio en la dirección original, por tanto el frente de onda plano sufre deformaciones<sup>1</sup> (ver figura 2.6a), por esta razón cuando estos rayos son captados por un telescopio la imagen obtenida tiene un tamaño angular que dista mucho de poder alcanzar el límite de difracción de diseño del telescopio.

El "seeing" es el término usado en astronomía para cuantificar la turbulencia de la atmósfera<sup>1, 15</sup>. En astronomía el "seeing" está usualmente definido como el ancho a media altura (o bien FWHM por sus siglas en inglés Full Width Half Maximun) de una imagen estelar de larga exposición tomada en el plano focal de grandes telescopios;

$$FWHM = 0.976 \frac{\lambda}{r_o},\tag{2.6}$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz, y  $r_0$  es el parámetro de Fred.

En la figura 2.6b se muestra un cúmulo globular obtenido con el telescopio de 84cm del OAN. En esta imagen se han numerado 10 estrellas a las cuales se les ha medido el FWHM, los valores obtenidos están listados en la tabla 1, y como se observa estos valores distan mucho del límite de difracción que se tendría de acuerdo al diseño óptico de este telescopio de *0.149* segundos de arco.



**Figura 2.6** a) Efecto de la capa atmosférica en la propagación de un frente de onda de luz y b) imagen de un cúmulo globular obtenido con el telescopio de 84cm del OAN.

Estrellas	FWHM (segundos de arco)
1	1.13
2	1.13
3	1.13
4	1.15
5	1.13
6	1.08
7	1.04
8	1.18
9	1.17
10	1.16

Tabla 2.2 Mediciones del FWHM para estrellas de un cúmulo de estrellas.

#### 2.4 Resumen

En este capítulo se realizó una revisión de los telescopios astronómicos y los parámetros que determinan la calidad de imagen (y por consecuencia también la degradación), dentro de los más importantes están: el diseño óptico, la fabricación de espejos, la alineación óptica de los espejos y la turbulencia atmosférica.

De estos parámetros nuestro estudio está orientado a determinar la calidad de los espejos, y por tanto está más apegado a la fabricación de los espejos. Entonces, en el siguiente capítulo empezaremos a revisar los parámetros de los espejos cóncavos que son usados como espejos primarios de los telescopios astronómicos.

# **CAPÍTULO 3**

# CARACTERIZACIÓN DE ESPEJOS CÓNCAVOS PARA TELESCOPIO

#### 3.1 Parámetros de un espejo cóncavo.

Un espejo es una superficie óptica (vidrio, metal, etc.) que se encuentra pulida, normalmente son superficies esféricas o cónicas<sup>10</sup>. Para realizar un estudio de la formación de imágenes en espejos, es necesario mencionar algunas características principales de los espejos:

- *Diámetro del espejo:* La denotaremos con la letra D y es la distancia máxima entre los bordes del espejo.
- *Vértice del espejo:* La denotaremos con la letra V y es el punto que se encuentra en el punto de intersección entre el semidiámetro del espejo y eje óptico.
- *Centro de curvatura:* La denotaremos con la letra C y es un punto imaginario el cual es el centro de la esfera a la que pertenece el espejo, este se encuentra a la distancia del radio de curvatura del espejo.
- *Eje óptico:* Es la línea imaginaria que atraviesa el centro de curvatura del espejo y el vértice del espejo.

- *Distancia Focal:* La denotaremos con la letra, f, se localiza a la mitad de la distancia del radio de curvatura, esto es, se encuentra sobre el eje óptico entre el centro de curvatura y el vértice del espejo.
- Radio de curvatura: Es la distancia que existe entre el vértice del espejo y su centro de curvatura del espejo, se representa con la letra, r. Es importante mencionar que r=2f.

En la figura 3.1, se muestran los símbolos aceptados para indicar un espejo cóncavo.



Figura 3.1. Símbolo y parámetros de un espejo cóncavo.

#### 3.2 Formación de imágenes en espejos cóncavos.

Para conocer la formación de imágenes con espejos cóncavos se usa la fórmula de Gauss<sup>16</sup>. Si consideramos a la distancia de la imagen al espejo como  $S_i$ , la distancia del objeto al espejo como  $S_0$  y la distancia focal del espejo f están relacionadas entre sí por la fórmula de Gauss<sup>16</sup> para espejos cóncavos está dada por:

$$\frac{1}{s_o} - \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r},\tag{3.1}$$

donde r es el radio de curvatura del espejo y está relacionado con la distancia focal como: r=2f.

En los espejos cóncavos se tienen tres casos especiales de formación de imágenes que pueden analizarse usando la fórmula de Gauss. El primer caso es cuando se considera que el objeto está en el infinito (como es el caso de los objetos celestes); en ese caso la imagen se forma a la distancia focal del espejo cóncavo. En el segundo caso el objeto está situado a la distancia focal del espejo cóncavo, entonces su imagen se forma en el infinito (no tenemos imagen). En el último caso hemos considerado que el objeto se encuentra a dos veces su distancia focal (o bien en su radio de curvatura) y entonces su imagen se formará justo en esa misma distancia (en el mismo plano). En la tabla 3.1 hemos concentrado estos tres casos.

$S_o \rightarrow \infty$	$S_i = -f$
$S_o = f$	$S_i \rightarrow -\infty$
$S_o = 2f$	$S_i = -2f$

• Tabla 3.1: Formación de Imágenes en espejos cóncavos.

La figura 3.2, se muestran las representaciones gráficas de los tres casos especiales de la formación de imágenes de los espejos cóncavos.



**Figura 3.2.** Formación de imágenes de espejos cóncavos: a) objeto en  $\infty$ , b) objeto en 2f, c) objeto en f.

## 3.3 Formación de imágenes en espejos cóncavos considerando altura del objeto.

Para determinar la posición de la imagen utilizamos un diagrama de rayos<sup>17</sup>. La posición de la imagen es posible calcularla usando la fórmula de Gauss para espejos (ecuación 3.1), ver figura 3.3.

En un diagrama de rayos<sup>17</sup> se requiere trazar al menos dos rayos provenientes de un mismo punto del objeto (puede ser cualquier punto del objeto, excepto el que está sobre el eje óptico). Normalmente se utiliza el punto superior del objeto, para poder determinar la ubicación y altura de una imagen formada por un sistema óptico, en este caso un espejo cóncavo. La posición de la imagen y su altura está determinada por la intersección de dos de estos rayos reflejados<sup>17</sup>.

Los rayos que pueden ser usados para el diagrama de rayos son:

- **Rayo 1**: Es un rayo que parte desde el objeto, que es paralelo al eje óptico, y después de ser reflejado por el espejo pasa por el punto focal del espejo.
- Rayo 2: Es un rayo que parte desde el objeto (o fuente de iluminación), que se incide con un ángulo en el vértice del espejo y se refleja con el mismo ángulo de incidencia.
- Rayo 3: Es un rayo que parte desde el objeto (o fuente de iluminación), que pasa por el punto focal, y después de ser reflejado por el espejo sale paralelo al eje óptico.

En la figura 3.3, se muestra la formación de imagen para un espejo cóncavo, dado un objeto cuya altura es y es colocado entre la distancia focal y el radio de curvatura del espejo. Usando los tres rayos de acuerdo a las definiciones antes mencionadas, podemos ver que la imagen formada tiene una altura <sup>'</sup> y es invertida, por tanto se trata de una imagen real y aumentada<sup>16, 17</sup>.


Figura 3.3 Diagrama de rayos para un espejo cóncavo.

#### 3.4 Tipos de imágenes formadas por un espejo cóncavo.

Las imágenes que pueden obtenerse por un espejo cóncavo pueden clasificarse en: real, virtual, o no existe imagen (imagen en el infinito).

#### 3.4.1 Imagen real

La imagen real tiene las siguientes características que debe de cumplir:

- a) La imagen se forma en el mismo lado del objeto respecto al vértice del espejo.
- b) La imagen es invertida (diríamos que la vemos de cabeza).
- c) Se puede proyectar en una superficie (si colocamos una hoja en el plano imagen, entonces se puede observar los detalles de la imagen sobre la hoja).

En la figura 3.3, se considera un objeto de altura h es colocado entre la distancia focal y el radio de curvatura. Aquí es posible ver que se usaron tres rayos y después de reflejarse en el espejo convergen en un punto (conocido como plano imagen) dando lugar a la formación de una altura h'. La imagen esta invertida por lo tanto se trata de una imagen real y aumentada. En la figura 3.4, se muestra la formación de la imagen utilizando un diagrama de rayos para un espejo cóncavo donde el objeto está colocado a *2f* respecto del vértice del espejo. La imagen se forma justo a *2f*, es del mismo tamaño que el objeto y está invertida, por tanto se trata de una imagen real.



**Figura 3.4** Diagrama de rayos para un espejo cóncavo, mostrando la formación de una imagen real (se forma del mismo lado que el objeto, invertida y del mismo tamaño que el objeto).

#### 3.4.2 Imagen Virtual

La imagen virtual tiene las siguientes características

- a) La imagen está del lado opuesto al objeto (respecto al vértice del espejo)
- b) La imagen no está invertida.
- c) No se puede proyectar la imagen en una superficie porqué no existe el plano imagen físicamente (no es posible colocar una hoja de papel en el plano imagen).

En la figura 3.5, se muestra que el objeto de altura h es colocado a una distancia menor de la distancia focal y la imagen obtenida tiene una altura h'. La imagen es derecha (no invertida) y por lo tanto se trata de una imagen virtual y aumentada: El **rayo 1**, parte del objeto hacia el espejo como si proviniera de la misma dirección del punto focal, por lo que al reflejarse lo hace paralelo al eje óptico. El **rayo 2** parte del objeto y se refleja justo en el vértice por tanto este rayo sale con un ángulo respecto al eje óptico. Es importante ver que el rayo 1 y el rayo 2 reflejados del lado derecho del espejo divergen, por tanto nunca se interceptan y no podrán formar una imagen real.

Sin embargo, si ambos rayos reflejados se proyectan hacia atrás, entonces veremos que los rayos se interceptan, dando origen a una imagen virtual. Esta imagen está orientada igual que el objeto (imagen derecha), está del lado opuesto al objeto y está aumentada respecto del objeto.

En resumen el ojo humano observará una imagen virtual producida por la proyección de rayos hacia atrás y verá que los rayos provienen de una imagen derecha (no invertida) y aumentada<sup>16,17</sup>.



**Figura 3.5** Muestra el diagrama de rayos para un espejo cóncavo, el objeto se localiza a una distancia menor que la distancia focal, y forma una imagen virtual (imagen está derecha igual que el objeto y está aumentada respecto del objeto).

#### **3.4.3** Imagen en el infinito (no se forma imagen)

Cuando el objeto se encuentra colocado a la distancia focal de un espejo, entonces no se tiene imagen; en otras palabras, dado que del espejo emerge un haz colimado (rayos paralelos entre sí) se dice que la imagen está en el infinito, ver figura 3.6.



**Figura 3.6** Muestra el diagrama de rayos para un espejo, con el objeto localizado justo a la distancia focal del espejo. No forma imagen o se dice que la imagen está en el infinito.

#### 3.5 Número-F (F/#)

El número-F también denotado por, (F/#), describe la rapidez del sistema óptico<sup>16</sup>, esto es, que tan rápido se enfoca la luz una vez que es reflejada por el espejo. Mientras más pequeño sea el número-F el sistema óptico tendrá la capacidad de enfocar la luz más rápido. El número  $F/_{\#}$  se define como <sup>16</sup>:

$$F/_{\#} = \frac{f}{D},$$
 (3.2)

donde f es la distancia focal y D es el diámetro del sistema óptico. En la figura 3.7 se describe la diferencia entre un sistema "lento" y otro "rápido".



Figura 3.7. (a)Número-F rápido, (b) número-F lento.

#### 3.6 Representación matemática de una Superficie óptica

Las superficies esféricas y asféricas juegan un papel importante en los diseños de los telescopios. Las superficies ópticas con simetría rotacional alrededor del eje z se puede representar como<sup>10, 18, 19, 20</sup>:

$$Z(S) = \frac{cS^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2S^2}},$$
(3.3)

donde k es la constante de conicidad, S es la distancia desde el eje óptico hasta un punto sobre la superficie óptica bajo prueba y c es la curvatura (inverso del radio de curvatura) de la superficie óptica. En la ecuación (3.3), podemos ver que la constante de conicidad es la variable que determina el tipo de espejo, en la tabla 3.2 se muestran los diferentes tipos de superficies en función del valor de la constante de conicidad.

Superficie óptica	Constante de conicidad
Esfera	k = 0
Parábola	k = -1
Hipérbola	k < -1
Elipse	$-1 < k < 0 \ y \ k > 0$

Tabla 3.2 Tipo de superficie óptica.

La figura 3.8 muestra gráficamente los diferentes perfiles de las superficies ópticas obtenidas con la ecuación (3.3) para un mismo radio de curvatura (R = 150 mm) y mismo diámetro (150 mm), variando solamente la constante de conicidad: k = 2 (Elipse), k = 0 (Esfera), k = -0.5 (Elipse), k = -1 (Parábola) y k = -1.5 (Hipérbola).



Fig. 3.8 Perfiles de las superficies ópticas. Familia de cónicas con el mismo radio de curvatura y diferente constante de conicidad k.

#### 3.7 Resumen

En este capítulo hemos presentado los parámetros que caracterizan a las superficies ópticas que son usadas como espejos primarios de telescopios. Hemos realizado una revisión de la formación de imágenes para espejos cóncavos así como la representación en un diagrama de rayos. También se revisaron los tipos de imágenes que pueden formar y por último se realizó una distinción entre los diferentes tipos de espejos tomando en cuenta la constante de conicidad.

En el siguiente capítulo se abordará la prueba de Ronchi, que es una prueba óptica que es usada para determinar tanto el tipo de espejo cóncavo así como la calidad del pulido de un espejo cóncavo.

# **CAPÍTULO** 4

### **PRUEBA DE RONCHI**

#### **4.1 PRUEBA DE RONCHI**

La prueba de Ronchi<sup>5, 6, 7</sup> es una de las más usadas en la prueba de sistemas ópticos, y en particular de espejos cóncavos. Dado que es una prueba de fácil implementación y uso, es muy utilizada para validar los avances de pulido en espejos cóncavos primarios. Tradicionalmente en algunos talleres de óptica esto se lleva a cabo, comparando el ronchigrama simulado<sup>21, 22</sup> (para el caso de pequeños espejos, el ronchigrama simulado se pasa a una máscara de cartulina y es sobrepuesta sobre el espejo) y el ronchigrama obtenido experimentalmente.

En la siguiente sección se aborda la simulación de ronchigramas ya bien conocida, y se basa en el trazo de rayos.

#### 4.1.1 Simulación tradicional de ronchigramas

La prueba de Ronchi es implementada usando una rejilla de Ronchi y una fuente de iluminación<sup>5, 6, 7, 23</sup>. En la figura 4.1a se muestra un diagrama esquemático de los elementos que intervienen en la prueba de Ronchi aplicada a un espejo cóncavo y en la figura 41b se muestra otra perspectiva en el que se muestra el rayo reflejado partiendo del sistema coordenado (x, y) del espejo al plano de la rejilla (TAx,TAy). De esta manera el espejo proyecta un patrón de franjas detectables visualmente o por medio de una cámara CCD.

Se sabe que con la prueba de Ronchi obtenemos la aberración transversal, TA, la cual es determinada por la siguiente ecuación<sup>6</sup> (desarrollada por Malacara):



**Figura 4.1 a)** Diagrama esquemático de la prueba de Ronchi y b) Diagrama que muestra el rayo reflejado y su interacción con los dos planos del espejo y de la rejilla.

$$TA(S) = \frac{(l+L-2Z)\left[1 - \left(\frac{dZ}{dS}\right)^{2}\right] + 2\frac{dZ}{dS}\left[S - \frac{(l-Z)(L-Z)}{S}\right]}{\frac{l-Z}{S}\left[1 - \left(\frac{dZ}{dS}\right)^{2}\right] + 2\frac{dZ}{dS}},$$
(4.1)

donde S es la distancia desde el eje óptico a un punto sobre el espejo y Z es la sagita del espejo (definida matemáticamente por la ecuación 3.3). También l y L son las distancias medidas desde la fuente al espejo y desde el espejo a la rejilla de Ronchi respectivamente.

En la figura 4.2 se muestra un esquemático (panel superior) de la prueba de Ronchi aplicada a un espejo cóncavo usando el probador de Ronchi, además se muestra una vista frontal del probador de Ronchi (panel inferior) y la ubicación del LED y la rejilla dentro del probador de Ronchi. Esta prueba es usada para determinar el tipo de espejo cóncavo de una manera cualitativa, siendo además muy fácil y rápido de realizarse<sup>23</sup>.

#### 4.2Determinación del tipo de espejo cóncavo

En esta sección se describen los ronchigramas asociados a los diferentes tipos de espejos cóncavos. Aquí se implementó el programa para simular ronchigramas basado en la ecuación (4.1) que fue obtenida del trazo de rayos, en la figura 4.3 se muestra el diagrama de flujo de este algoritmo y fue escrito en MATLAB (el listado del programa es mostrado en el apéndice A).



**Figura 4.2** a) Arreglo experimental usado para probar un espejo cóncavo usando el probador de Ronchi b) Vista frontal del probador de Ronchi y c) Vista interna de posición de LED y rejilla de Ronchi dentro del probador de Ronchi.



**Figura 4.3** Diagrama de flujo del algoritmo para simular ronchigramas basado en el trazo de rayos con franjas rellenadas.

#### 4.2.1 Espejo Esférico

Para un espejo esférico perfecto, las franjas serán completamente rectas<sup>6</sup>, esto es de gran utilidad durante el pulido de los espejos especialmente durante la realización de la esfera <sup>21</sup>, porque en este caso la evaluación cualitativa de una línea recta es fácil de realizar, y además una posible distorsión de la franja puede ser detectada de manera rápida. Una característica de este tipo de espejos es que cuando el probador de Ronchi es colocado justo en la distancia del radio de curvatura del espejo entonces nos quedamos en una sola franja oscura o brillante<sup>6</sup>. En la figura 4.4 se muestran los ronchigramas simulados que corresponden a un espejo esférico cóncavo de 84 cm de diámetro y radio de curvatura de 528.7 cm para los casos en que la rejilla y la fuente comparten el mismo plano, y colocados en dos posiciones: antes del centro de curvatura y posterior al centro de curvatura. En ambos casos se consideró una rejilla de Ronchi con frecuencia de 20 líneas/pulgada y una constante de conicidad de 0.



(a)

(b)

**Figura 4.4** Ronchigramas simulados para un espejo esférico cóncavo perfecto a) Rejilla y fuente colocadas antes del centro de curvatura (526.4 cm) y b) Rejilla y fuente colocadas después del centro de curvatura (531 cm). (Diámetro de 84 cm, distancia focal de 528.7 cm y rejilla de Ronchi de 20 líneas por pulgada).

En los casos antes y después del centro de curvatura de la figura 4.4 los Ronchigramas son iguales ya que los rayos de luz cerca del centro de curvatura en un espejo esférico perfecto recorren la misma distancia, al no sufrir desviaciones debidas a aberraciones o defectos de pulido.

#### Espejo Parabólico

En este tipo de espejos las franjas del ronchigrama, ya no son líneas rectas. Estas franjas presentan una ligera forma curveada<sup>6, 23</sup>, lo que permite distinguirla de un espejo esférico. En la figura 4.5 se muestran los ronchigramas simulados para un espejo parabólico cóncavo de 84 cm de diámetro y radio de curvatura de 528.7 cm para los casos en que la rejilla y la fuente se colocan: a) antes del centro de curvatura y b) después del centro de curvatura. En ambos casos se consideró una rejilla de Ronchi con frecuencia de 20 líneas/pulgada y una constante de conicidad de -1. Es importante resaltar que es posible también determinar de manera fácil la posición antes del centro de curvatura (las franjas van cerrando hacia el centro del espejo) de la posición posterior al centro de curvatura (las franjas van cerrando hacia los bordes del espejo).



(a)

(b)

**Figura 4.5** ronchigramas simulados para un espejo parabólico cóncavo: a) rejilla y fuente colocadas antes del centro de curvatura (528.2 cm) y b) rejilla y fuente colocadas posterior al centro de curvatura (532.9 cm). (Diámetro de 84 cm, distancia focal de 528.7 cm, rejilla de Ronchi de 20 líneas por pulgada y la constante de conicidad de -1).

#### 4.2.2 Espejo Hiperbólico

En este tipo de espejos las franjas del ronchigrama, no son líneas rectas, presentan una forma curveada parecida a la forma presentada para el caso del espejo parabólico<sup>6, 23</sup>. Esto se debe a que el valor de la constante de conicidad en el caso parabólico y en el caso hiperbólico son muy cercanas entre sí, la forma de diferenciarlas es comparando directamente el ronchigrama experimental con su correspondiente ronchigrama simulado, lo que permite distinguirla de un espejo parabólico cóncavo (diámetro de 84 cm, radio de curvatura 528.7 cm, constante de conicidad de -1.5 y rejilla de Ronchi de 20 líneas/pulgada) para los casos en los que la rejilla y fuente se colocaron en las posiciones: a) antes del centro de curvatura y b) posterior al centro de curvatura. Es importante resaltar que es posible también determinar de manera fácil la posición antes del centro de curvatura (las franjas van cerrando hacia el centro del espejo) de la posición posterior al centro de curvatura de social espejo) de la posición posterior al centro de curvatura facia los bordes del espejo).



**Figura 4.6** Ronchigramas simulados para un espejo hiperbólico cóncavo: a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura (528.2 cm) y b) Rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura (534.5 cm). Diámetro de 84 cm, distancia focal de 528.7 cm, rejilla de Ronchi de 20 líneas/pulgada y la constante de conicidad de -1.5).

#### 4.2.3 Espejo Elíptico

En este tipo de espejos las franjas del ronchigrama tampoco son líneas rectas. Estas franjas presentan una forma curveada y muy similar a la forma presentada para el caso del espejo hiperbólico. La forma de diferenciarlas es comparando directamente el ronchigrama experimental con su correspondiente ronchigrama simulado. En la figura 4.7 se muestran los ronchigramas simulados para un espejo elíptico cóncavo (diámetro de 84 cm, radio de curvatura 528.7 cm, constante de conicidad de -0.5 y rejilla de Ronchi de 20 líneas/pulgada) para los casos en que la rejilla y fuente fueron colocadas en las posiciones: a) antes del centro de curvatura y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro del curvatura. Es posible también determinar de manera fácil la posición antes del radio de curvatura (las franjas van cerrando hacia el centro del espejo) y la posición posterior al centro de curvatura (las franjas van cerrando hacia los bordes del espejo).



(a)

(b)

**Figura 4.7** Ronchigramas simulados para un espejo elíptico cóncavo: a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura (527.2 cm) y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura (532.9 cm). Diámetro de 84 cm, distancia focal de 528.7 cm, rejilla de Ronchi de 20 líneas/pulgada y la constante de conicidad de -0.5).

#### 4.3 Determinación del radio de curvatura de un espejo cóncavo

La determinación del radio de curvatura con la prueba de Ronchi, es muy rápido y fácil de realizar<sup>6, 23</sup>. Basándonos en el concepto de formación de imágenes abordado en el capítulo 2, el probador de Ronchi se busca ubicar cerca de la posición de formación de imagen de alguna fuente de luz, normalmente usamos una lámpara de

mano hasta encontrar su imagen, y procedemos a mover axialmente la fuente hasta que la imagen se aproxime al tamaño de la fuente. Posteriormente colocamos el probador de Ronchi en esa posición y es entonces que se podrán observar las franjas del ronchigrama (lo que ocurre en posiciones cercanas al centro de curvatura).

Una vez que se observan las franjas del ronchigrama, veremos que cuando estemos exactamente a la distancia del radio de curvatura (justo en la posición del centro de curvatura) tendremos el menor número de franjas. Esto es así porque corresponde al encuentro de la rejilla de Ronchi con el cono de luz más pequeño de la imagen formada. En el caso particular de un espejo esférico, las franjas desaparecen en su totalidad<sup>6</sup> (se observa todo brillante u oscuro, esto es porque estamos dentro de una sola franja). Una vez identificado el centro de curvatura se procede a medir la distancia del probador de Ronchi hasta el espejo, para después calcular el valor numérico del radio de curvatura. En la figura 4.8 se muestran los ronchigramas obtenidos en los que la rejilla y la fuente están colocados a la distancia del radio de curvatura (justo en el centro de curvatura) correspondiente a un espejo esférico cóncavo y a un espejo hiperbólico cóncavo.



(a)

(b)

**Figura 4.8** Ronchigramas simulados para la posición de la rejilla y fuente a la distancia del radio de curvatura del espejo cóncavo: a) Esférico y b) Hiperbólico.

#### 4.4 Determinación de defectos de pulido en un espejo cóncavo

Para poder identificar de manera rápida estas deformaciones consideraremos el caso de franjas del ronchigrama correspondientes a un espejo esférico cóncavo. Como hemos visto antes, el ronchigrama de un espejo esférico cóncavo se caracteriza por presentar franjas rectas e igualmente espaciadas. En las siguientes secciones se describen algunos casos típicos.

#### 4.4.1 Deformaciones en el centro del espejo (vado)

Esto es un defecto que afecta a la parte central del espejo, donde la superficie es menor que la superficie de una esfera. Es una zona en la que los rayos reflejados se enfocan después que los reflejados por el resto de la superficie. Se habla entonces de la presencia de un "vado" Central<sup>6</sup>. En la figura 4.9 se muestran los ronchigramas que muestran este defecto para los casos: a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura del espejo y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura del espejo.



**Figura 4.9** Ronchigramas simulados con deformaciones en la zona central (vado): a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura del espejo y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura del espejo.

#### 4.4.2 Deformaciones en el centro del espejo (Montículo central)

Es un defecto que afecta a la parte central del espejo, donde la superficie es mayor que la superficie de una esfera, entonces indica la presencia de un montículo central<sup>6</sup>. Es una zona en la que los rayos reflejados se enfocan antes que los reflejados por el resto de la superficie. En la figura 4.10 es mostrado los ronchigramas simulados que presentan este defecto; aquí la rejilla y la fuente comparten en el mismo plano y están colocados en las posiciones: a) antes del centro de curvatura del espejo y b) posterior al centro de curvatura del espejo.



**Figura 4.10** Ronchigramas simulados con deformaciones en la zona central (montículo central): a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura.

#### 4.4.3 Deformación en forma anular (Anillo levantado)

Es un defecto que indica la presencia de una elevación en un área delimitada por dos círculos concéntricos (corona circular o anillo): Generalmente la superficie es mayor que la superficie esférica restante. Es una zona en la que los rayos reflejados se enfocan en un punto más lejano del espejo que en el resto de la superficie. Un ronchigrama con este defecto correspondientes a al caso en el que la rejilla y la fuente están colocados antes del centro de curvatura se muestra en la figura 4.11



**Figura 4.11** Ronchigrama simulado con deformaciones en forma anular (levantado) sobre la zona central del espejo, caso en el que la rejilla y la fuente comparten el mismo plano y están colocados a una distancia antes del centro de curvatura.

#### 4.4.4 Deformación en forma anular (Anillo de vado)

Es un defecto en donde el área de una corona circular muestra un decaimiento en su superficie, inferior al resto de la superficie. Es una zona en la que los rayos reflejados se enfocan en un plano más alejado que los rayos que provienen del resto de la superficie. En la figura 4.12 se muestra un ronchigrama que presenta este defecto para el caso en que la rejilla y la fuente están colocados a una distancia posterior al centro de curvatura.



**Figura 4.12** Ronchigrama simulado con deformaciones en forma anular (vado) sobre el espejo, caso en el que la rejilla y la fuente están colocados a una distancia posterior al centro de curvatura del espejo.

#### 4.4.5 Deformación en el borde (caído)

Esto es un defecto que se manifiesta como una corona circular, en el que uno de los círculos concéntricos que lo limitan es el borde del espejo: La superficie tiene un decaimiento (menos material) en comparación con el resto de la superficie. Es una zona en la que los rayos reflejados se enfocan en un punto más alejado del espejo que en el resto de la superficie. Esto es un error común en el proceso de construcción y depende principalmente de la técnica de pulido usada. En la figura 4.13 se muestran ronchigramas con este problema, para los casos: a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura.



**Figura 4.13** Ronchigramas simulados con deformaciones en el borde del espejo (caído): a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura.

#### 4.4.6 Deformación en el borde (elevado)

Es un defecto en el cual la superficie de la corona circular limitada por el borde del espejo, se eleva por encima del resto de la superficie. Es una zona en la que los rayos reflejados se enfocan en un plano más cercano que los rayos reflejados del resto del espejo. Este error puede corregirse con una técnica adecuada de pulido. En la figura 4.14 se muestran los ronchigramas que presentan este defecto para los casos: a) rejilla y fuente colocados antes del centro de curvatura del espejo.



**Figura 4.14** Ronchigramas simulados con deformaciones en el borde del espejo (elevado): a) fuente y rejilla colocados antes del centro de curvatura del espejo y b) rejilla y fuente colocados posterior al centro de curvatura del espejo.

En la figura 4.15 se muestran ronchigramas obtenidos de un espejo esférico real el cual muestra defectos de pulido. Este fue obtenido usando el probador de Ronchi en el esquema mostrado en la figura 4.2, usando una rejilla de Ronchi de 50 líneas/pulgada. Se adquirieron imágenes en diferentes posiciones del probador de Ronchi. Usando una cámara CCD tipo PROSILICA GC650 (659 x 493 píxeles de 7.4 µm).

En el apéndice B, se muestra otra aplicación de la prueba de Ronchi que es la determinación de aberraciones ópticas en un sistema óptica, y en particular se

muestran las formas típicas que presentan los ronchigramas derivado de la presencia de alguna de estas aberraciones ópticas.





Deformaciones de borde



**Figura 4.15** Ronchigramas obtenidos de un espejo esférico cóncavo con deformaciones de pulido: a) b) y c).

#### 4.5 Resumen

En este capítulo se presentó la determinación de la forma de la superficie óptica para un espejo cóncavo usando la prueba de Ronchi, se hizo un análisis cualitativo del patrón de las franjas (o ronchigrama) haciendo referencia a las principales diferencias entre los diferentes tipos de espejos, así como la determinación de la presencia de defectos en un espejo cóncavo.

## **CAPÍTULO 5**

### MEJORAS EN LA PRUEBA DE ESPEJOS CÓNCAVOS USANDO LA PRUEBA DE RONCHI

En este capítulo presentamos dos mejoras en la prueba de espejos cóncavos usando la prueba de Ronchi, estas dos mejoras tienen la finalidad de evitar una interpretación inadecuada del ronchigrama cuando los efectos de difracción están presentes. Las mejoras planteadas son:

- A) En la primera mejora se presenta un nuevo método para generar ronchigramas artificiales en los que se puede predecir la presencia de efectos de difracción, haciendo estos ronchigramas más similares a los ronchigramas reales.
- B) En la segunda mejora se presenta un nuevo probador de Ronchi que permite obtener ronchigramas libres de efectos de difracción.

#### 5.1 Prueba de espejos cóncavos

Hemos visto que una manera de determinar la calidad de pulido de un espejo cóncavo, es comparando el ronchigrama experimental con su correspondiente ronchigrama simulado<sup>21</sup>.

Sin embargo, dado que ésta es una comparación directa desde un punto de vista cualitativo, vale la pena preguntarse si el ronchigrama simulado está considerando todas las condiciones con las que se está llevando a cabo la prueba experimental, para obtener el ronchigrama simulado más apegado a la realidad.

Cuando se busca determinar el tipo de espejo cóncavo (esférico o asférico), para espejos con número-F: F/5 o mayor, es necesario usar rejillas de Ronchi de alta frecuencia del orden de 100 líneas/pulgada o mayor frecuencia, esto dependerá del número-F del espejo que se desee probar, ya que como recientemente se ha encontrado un criterio para determinar la rejilla adecuada está dada por<sup>7</sup>:

Frecuencia de la rejilla = 12.5 
$$\binom{f}{\#}$$
 [líneas/in] (5.1)

En la prueba de Ronchi, el uso de una rejilla de Ronchi de mayor frecuencia trae como consecuencia la aparición de efectos de difracción<sup>6,7</sup>. Sin embargo en la simulación de trazos de rayos (por considerar la definición de rayo de luz en la que se omite la propiedad ondulatoria de la luz) no es considerado<sup>6</sup>, por tanto el ronchigrama simulado puede ser diferente al ronchigrama simulado que debería de obtenerse si se contemplaran estos fenómenos que se derivan de la propiedad ondulatoria de la luz.

Dado que los ronchigramas simulados son necesarios para comparar con los experimentales, es mejor que estén bien correlacionados entre sí. Los ronchigramas obtenidos mediante el uso de métodos tradicionales (trazo de rayos) no predicen la presencia de difracción, por lo que, la buena coincidencia sólo es posible en condiciones restringidas (en aquellas en la que se usa una frecuencia de la rejilla baja frecuencia del orden de 20 o 50 líneas/pulgada esto también dependerá del número-F del espejo que se desea probar).

En la Fig. 5.1 se muestra un ronchigrama real obtenido a partir de un espejo primario de un telescopio newtoniano (espejo parabólico de 11 cm de diámetro, f / 8.1) y su correspondiente ronchigrama simulado obtenido usando trazo de rayos. Aquí es evidente que los efectos de difracción (señalado con una flecha en una esquina de la figura 5.1a correspondiente al ronchigrama experimental) impiden una buena interpretación del ronchigrama, dado que la simulación por trazo de rayos no contempla este fenómeno. Y esto podría interpretarse como errores de pulido en la superficie.



(a)

(b)

**Figura 5.1** Ronchigramas correspondiente al espejo primario (espejo parabólico de 11cm de diámetro, f/8.1) de un telescopio Newtoniano: a) Ronchigrama real y b) Ronchigrama simulado. El probador de Ronchi fue ubicado intrafocal y la rejilla usada fue de 250 líneas /pulgada.

Con el fin de obtener una comparación cuantitativa entre el Ronchigrama simulado y el Ronchigrama experimental se ha utilizado el criterio de la correlación bidimensional<sup>21</sup> entre dos imágenes, dado por

$$C = \frac{\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A}) (B_{mn} - \bar{B})}{\sqrt{(\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})^2) (\sum_{m} \sum_{n} (B_{mn} - \bar{B})^2)}},$$
(5.2)

donde A y B son las matrices de los valores de intensidad asociados con los Ronchigramas simulados y experimentales, respectivamente;  $\overline{A}$  y  $\overline{B}$  se asocian a la intensidad media de los ronchigramas simulados y experimentales, respectivamente.

Cuando las imágenes son iguales, esperamos tener el mayor valor de la correlación y este se obtiene cuando las imágenes son iguales, esto es,

$$A_{mn} = B_{mn} \tag{5.3}$$

Entonces la ecuación de correlación se transforma en:

$$C = \frac{\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - A)(A_{mn} - A)}{\sqrt{(\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})^2)(\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})^2)}}$$
(5.4)

O bien

$$C = \frac{\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})^2}{\sqrt{(\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})^2)^2}}$$
(5.5)

Esto nos lleva a

$$C = \frac{\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})^2}{\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})^2}$$
(5.6)

Por lo tanto

Esto lleva a decir que el máximo valor de la correlación será 1.

Por otro lado el valor mínimo lo tendrá cuando las imágenes sean completamente diferentes, y se esperaría que fuera cero.

Si iniciamos entonces revisando cómo serían las imágenes cuando la correlación es cero, sustituyendo en la ecuación (5.2) tenemos:

$$0 = \frac{\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})(B_{mn} - \bar{B})}{\sqrt{(\sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A})^2)(\sum_{m} \sum_{n} (B_{mn} - \bar{B})^2)}}$$
(5.7)

Entonces

$$0 = \sum_{m} \sum_{n} (A_{mn} - \bar{A}) (B_{mn} - \bar{B})$$
(5.8)

Esto conduce a dos posibilidades

$$(A_{mn} - \bar{A}) = 0$$
 o  $(B_{mn} - \bar{B}) = 0$  (5.9)

O bien

$$A_{mn} = \bar{A} \qquad \text{o} \qquad A_{mn} = \bar{A} \tag{5.10}$$

Esto nos dice que se trata de una imagen totalmente lisa es el caso cuando cada pixel tendría el mismo valor que el promedio. Esto ocurriría únicamente para imágenes simuladas, y dado que las diferencias  $(A_{mn} - \overline{A})$  y  $(B_{mn} - \overline{B})$  están multiplicadas en el numerador y el denominador esto llevaría a una indeterminación puesto que tendríamos 0/0.

Tomando en cuenta que en una cámara CCD, tiene pixeles calientes distribuidos de manera azarosa, entonces es de esperarse que el valor mínimo de correlación entre una imagen experimental y una simulada no será cero, se aproxima a cero sin llegar a serlo.

Por lo tanto, el valor de correlación puede tomar los siguientes valores: muy cercano a 0 hasta 1, asociadas a imágenes diferentes e iguales respectivamente<sup>21</sup>.

Esta correlación de imágenes ya se encuentra como parte de las librerías usadas en PYTHON por lo que se realizó un programa en PYTHON para hacer uso de estas librerías y realizar la correlación de imágenes, el programa sigue el diagrama de flujo mostrado en la figura 5.2 y el listado en del programa es mostrado en el apéndice C.

Para verificar el funcionamiento este algoritmo de correlación, se analizaron los 3 casos (ver tabla 5.1): el primer de ellos es el caso A y corresponde a la correlación dos ronchigramas simulados de espejos esféricos perfectos, por tanto la correlación alcanza su máximo valor de 1; el siguiente caso es el caso B y corresponde a un ronchigrama simulado de un espejo esférico perfecto y un ronchigrama simulado con efecto de borde, aquí la correlación obtenida fue de 0.74, naturalmente este decaimiento está relacionado con la zona del borde del espejo (que correspondería a mal pulido); el último caso es el caso C, aquí hemos usado los ronchigrams de la figura 5.1 que corresponde al espejo (parabólico) primario del telescopio Newtoniano y su correspondiente ronchigrama simulado, el valor del coeficiente de correlación calculado es 0.79. Aquí es evidente que los efectos de difracción impiden obtener una mejor correlación y por tanto una buena interpretación del ronchigrama, dado que la simulación por trazo de rayos no contempla este fenómeno.



Figura 5.2 Diagrama de flujo seguido para realizar la correlación bidimensional de imágenes.

Caso	Ronchigrama Simulado (Espejo Esférico perfecto)	Ronchigrama Simulado (Espejo Esférico perfecto)	Correlación
A			1
	Ronchigrama Simulado (Espejo Esférico perfecto)	Ronchigrama Simulado (Espejo Esférico con efecto de borde)	
В			0.74
	Ronchigrama Experimental (Espejo Parabólico)	Ronchigrama Simulado (Espejo Parabólico)	
с			0.79

Tabla 5 Correlación de ronchigramas simulados y experimentales
Nosotros proponemos un método alternativo que permite la inclusión de efectos de difracción sobre los ronchigramas simulados que son obtenidos por trazo de rayos, los detalles se presentarán en la siguiente sección.

#### 5.2 Nuevo método de simulación de Ronchigramas

En este nuevo método para simular ronchigramas hemos partido de la simulación tradicional de trazo de rayos<sup>6</sup> (donde la luz es considerada como rayo, y por tanto los fenómenos ondulatorios no son tomados en cuenta) descrita por la ecuación de la aberración transversal (ecuación 4.1 del capítulo 4). Además hemos incorporado el efecto ondulatorio de la luz, y con esto poder predecir la presencia de efectos de difracción de la luz, derivada de la interacción de la luz con la rejilla de Ronchi usada durante la ejecución de la prueba de Ronchi.

#### 5.2.1 Fenómeno de Difracción

Sabemos que los elementos que intervienen en el fenómeno de difracción<sup>24</sup> son: fuente emisor de luz, elemento difractivo y el observador (o plano de observación). Si analizamos el arreglo experimental de la prueba de Ronchi, veremos que estos elementos están presentes, por tanto es de esperarse que la presencia de difracción este presente de manera natural cada vez que realizamos la prueba de Ronchi<sup>6</sup>.

Ahora analizaremos cómo se da esta interacción; para esto hemos utilizado el nuevo probador de Ronchi el cual será descrito a detalle más adelante. Al nuevo probador de Ronchi se le ha incorporado una fuente de luz láser (longitud de onda de 650 nm) ubicado justo a un lado de la fuente de luz LED que originalmente usa el probador de Ronchi. En la figura 5.3 se muestra el arreglo esquemático usando el nuevo probador de Ronchi.



Espejo cóncavo

Figura 5.3 Arreglo óptico para probar espejos cóncavos usando el probador de Ronchi.

Cuando se desea determinar el tipo de espejo cóncavo para un espejo con un número-F mayor a (F/5), será necesario usar una rejilla de Ronchi de alta frecuencia del orden de 100 líneas/pulgada o mayor aún. De hecho, el número de líneas dependerá del número-F del espejo cóncavo que se desea probar<sup>7</sup>, entonces será posible ver los efectos de difracción.

Ahora, si nosotros encendemos el láser únicamente, podemos ver que el patrón de difracción está formado sobre la superficie del espejo (naturalmente la separación entre estos órdenes de difracción dependen de la longitud de onda de la luz). Si consideramos que la luz láser llega a la rejilla de Ronchi entonces los rayos de luz serán difractadas; Si dos rayos de luz que son difractados en la rejilla y viajan por la trayectorias  $r_1$  y  $r_2$  respectivamente hasta el punto "P" que se encuentra en el plano de observación localizado una distancia  $D_{RS}$  desde la rejilla de Ronchi, ver figura 5.4.



Plano de observación

Figura 5.4 Dibujo esquemático del fenómeno de difracción con una rejilla.

De la figura 5.4 podemos ver que del triángulo con hipotenusa en el plano de la rejilla de Ronchi el espaciamiento entre las líneas de la rejilla, d, y la diferencia de camino geométrico,  $\Delta r$ , están relacionados por:

$$Sen \ \theta = \frac{\Delta r}{d}.$$
 (5.2)

La diferencia de camino óptico (DCO) que existe entre ambos rayos puede ser calculada a través de la diferencia de recorrido geométrica multiplicada por el índice de refracción del medio (en este caso el aire n=1), esto es:

$$DCO = n \,\Delta r = d \,Sen \,\theta. \tag{5.3}$$

También sabemos que la diferencia de camino óptico y la diferencia de fase entre ambos rayos están dado por:

Diferencia de fase 
$$=\frac{2\pi}{\lambda} * (DCO).$$
 (5.4)

Por otro lado en el plano de observación sabemos que los máximos ocurren cuando la diferencia de fase es un múltiplo de  $2\pi$ , esto es:

$$2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} * (\text{DCO}), \tag{5.5}$$

o bien

$$DCO = m\lambda. \tag{5.6}$$

Entonces, igualando las ecuaciones (5.3) y (5.6) tenemos

$$Sen \ \theta = \frac{m\lambda}{d}.$$
 (5.7)

Por otro lado, si consideramos que la distancia entre el orden 0 y el orden 1 en el plano de observación es  $\Delta x$ , y tomamos en cuenta la distancia  $D_{RS}$  (distancia entre el plano de la rejilla y el plano de observación) entonces podemos encontrar la siguiente relación:

$$Tan \theta = \frac{\Delta x}{D_{RS}}.$$
(5.8)

Si consideramos que el ángulo  $\theta$  es pequeño, entonces podemos usar la aproximación  $Tan \theta \approx Sen \theta$ , y por consecuencia podemos igualar las ecuaciones (5.7) y (5.8) y obtenemos:

$$\Delta x = \frac{m\lambda \, D_{RS}}{d},\tag{5.9}$$

donde podemos ver que la separación entre el orden 0 y el orden 1 depende de la longitud de onda de la luz, de la separación entre el plano de la rejilla y el plano de observación, y más importante de la separación entre líneas de la rejilla (consecuentemente relacionada con la frecuencia de la rejilla) ya que está inversamente relacionada.

#### 5.2.2 Simulación de ronchigrama con difracción

Es importante mencionar que el resultado de la ecuación (9), es un resultado que concuerda con lo encontrado por otros autores<sup>6</sup> que consideran la interacción de una rejilla y una fuente de luz parcialmente coherente, concluyen que producen difracción provocando la aparición de pupilas desplazadas<sup>6</sup>.

De acuerdo a nuestro setup de la prueba de Ronchi, es posible reescribir la ecuación (5.9) tomando en cuenta que ahora el plano imagen será el espejo mismo, entonces la ecuación será

$$\Delta x = \frac{m \,\lambda \,L}{d} \tag{5.10}$$

donde L es la distancia de la rejilla al vértice del espejo.

Para verificar esta última ecuación (5.10), hemos usado el espejo primario de un telescopio Newtoniano usando la fuente de luz LED (con longitud de onda de 636 nm), el ronchigrama obtenido es mostrado en la figura 5.5a. Posteriormente, hemos usado una fuente de luz láser (localizado en el mismo plano del LED y justo detrás de la rejilla de Ronchi), así podemos ver un patrón de difracción (ver figura 5.5b) producido por la interacción entre la luz láser (longitud de onda de 650 nm) y rejilla de Ronchi. La medida del desplazamiento para ambos patrones la (Ronchigrama y patrón de difracción) fue el mismo valor,  $\Delta x$ , en este caso es 10.3 mm, este valor fue medido experimentalmente. Sin embargo los valores de desplazamientos calculados teóricamente eran: 11.1 mm (LED) y 11.4 mm (Láser). Es importante mencionar que el valor experimental para ambas fuentes es el mismo dado que el peso del pixel era de 1.3mm/pixel, esto mismo provoca que no se pueda distinguir la ligera diferencia entre ellas. Aquí la rejilla de Ronchi usada fue de 250 líneas/in y el probador de Ronchi fue localizado en 178.05 cm (antes del centro de curvatura del espejo bajo prueba).



**Figure 5.5** a) Ronchigrama Experimental obtenido con la luz LED y b) Patrón de difracción obtenido con la luz láser. Nota: El desplazamiento,  $\Delta x$ , medido experimentalmente fue el mismo para ambos patrones y su valor fue de 10.3 mm.

Este último resultado está de acuerdo con la ecuación (5.10), y podemos generalizarlo. En la figura 5.6, se muestra un dibujo esquemático de la pupila de salida difractada: Ahí el orden 0 (círculo de línea sólida) corresponde al diámetro real del espejo bajo prueba, los órdenes m = -1 y m = 1 corresponde al diámetro de la imagen virtual del espejo, ambos desplazados una distancia,  $\Delta x$ , respecto al orden 0.



**Figura 5.6** Dibujo esquemático que muestra la pupila principal del espejo cóncavo (Orden 0) y las dos pupilas desplazadas (correspondientes a los órdenes 1 y -1) que fueron inducidos por el efecto de difracción.

Ahora podemos realizar la incorporación del efecto de difracción en la simulación de los ronchigramas. Tomando en cuenta los resultados de este análisis, es necesario reescribir el programa de simulación de ronchigramas basado en la teoría de rayos (ecuación 4.1 de la aberración transversal desarrollada por Malacara<sup>6</sup>), esto nos lleva a contemplar los desplazamientos de la pupila correspondientes al orden 1 y -1. Entonces la aberración transversal con difracción, [*TA*]<sub>difraccion</sub> estará dada por:

$$[TA]_{difraccion} = TA[S(x - \Delta x, y)] + TA[S(x, y)] + TA[S(x + \Delta x, y)]$$
(5.11)

El diagrama de flujo usado para la simulación de ronchigramas tomando en cuenta los efectos de difracción es mostrado en la figura 5.7. El listado del nuevo programa realizado en MATLAB es mostrado en el apéndice D.



**Figura 5.7** Diagrama de flujo del nuevo algoritmo usado para simular ronchigramas contemplando los efectos de difracción de la luz.

Por otro lado, retomando la ecuación (5.10) podemos ver que  $\Delta x$  crece cuando:

a) L es más grande,

b) La frecuencia de la rejilla crece o cuando la longitud de onda crece.

Si el probador de Ronchi está muy cerca del radio de curvatura, $L \approx R$ , sabemos que R = 2f y considerando la definición del número-F:

$$F/_{\ddagger} = f/_D = \frac{2}{2} \left( \frac{f}{D} \right) = \frac{R}{2D},$$
 (5.12)

ahora podemos despejar el radio de curvatura:

$$R = 2D\left(\frac{F}{\#}\right),\tag{5.13}$$

entonces podemos reescribir la ecuación (5.10) en términos del número-F del espejo cóncavo, sustituyendo la ecuación (5.13) en la ecuación (5.10), obteniendo:

$$\Delta x = D\left[\frac{2\lambda}{d}\right](F/\#),\tag{5.14}$$

Esta última ecuación permite ver la relación que guarda el desplazamiento  $\Delta x$  en términos del número-F y del diámetro del espejo cóncavo bajo prueba. En la figura 5.8 se muestra una gráfica del desplazamiento  $\Delta x$  (en porcentaje del diámetro del espejo) esperado para diferentes valores del número-F y para diferentes frecuencias de la rejilla de Ronchi. En esta gráfica podemos ver que cuando la rejilla tiene una frecuencia de 25 o 50 líneas/pulgada, el desplazamiento esperado es menor del 3% del diámetro del espejo, además se observa que para ambas rejillas las pendientes descritas en función del número-F presentan la menor inclinación. En contraparte para rejillas con frecuencia de 100 líneas/pulgada o mayor, la pendiente es más grande y por tanto el desplazamiento esperado será mayor.



**Figura 5.8** Gráfica del desplazamiento  $\Delta x$  (en términos porcentuales del diámetro del espejo) para diferentes valores del número-F y para diferentes frecuencias de la rejilla de Ronchi.

#### 5.3 Aplicación y Resultados

En esta sección presentamos algunos ronchigramas experimentales con la finalidad de validar este método para simular los ronchigramas para espejos cóncavos usando trazos de rayos más efectos de difracción. Hemos evaluado tres espejos cóncavos que pertenecen a espejos primarios de telescopios reflectores.

Para cada caso se calculó el valor de correlación entre el ronchigrama experimental y su correspondiente ronchigrama simulado (usando el nuevo algoritmo que incluye difracción), es importante decir que este valor es un indicativo de que tan similares son ambos patrones de franjas (ronchigramas) lo que nos interesa para probar el nuevo algoritmo, pero también juega un papel importante el pulido del espejo, esto puede también traer consigo que el valor de la correlación no sea alto (alejado de 1).

Adicionalmente se calcula el desplazamiento teórico y es comparado con el desplazamiento calculado experimentalmente. A partir del desplazamiento teórico se calcula el impacto porcentual que se tendría respecto al diámetro del espejo y también es calculado el impacto en términos del área total del espejo.

El primer caso, con la finalidad de determinar si se trata de un espejo esférico o asférica hemos usado una rejilla de Ronchi de alta frecuencia (250 líneas/pulgada). Hemos aplicado la prueba de Ronchi a un espejo primario de un telescopio Newtoniano (espejo parabólico cóncavo, 11 cm de diámetro, 179 cm de radio de curvatura, f/8.1). En la figura 5.9 se muestra el ronchigrama experimental y su correspondiente ronchigrama simulado, aquí hemos usado una rejilla de Ronchi de 100 líneas/pulgada y en este caso el probador de Ronchi (Longitud de onda de 636 nm, medido con un espectrómetro) fue colocado fuera de foco (179.85 cm). En ambos ronchigramas podemos ver el efecto de difracción, aquí el valor de  $\Delta x$  es calculada usando la ecuación (5.11), en este caso el valor del desplazamiento fue de 4.5 mm (4.09 %del diámetro del espejo), el valor experimental del desplazamiento fue de 4.4 mm.

Por otro lado el valor de correlación entre ambos ronchigramas (experimental y simulado) fue de 0.91. Este valor alto es un indicativo que el ronchigrama experimental es muy similar al simulado, y esto también puede traducirse como que la superficie es muy bien pulido.



(a)



(b)

**Figura 5.9** Ronchigramas obtenidos para el espejo primario de un telescopio Newtoniano (espejo cóncavo parabólico, 11cm de diámetro y radio de curvatura de 179cm): (a) Experimental y (b) Simulado (trazo de rayo más efecto de difracción). El probador de Ronchi fue colocado después del centro de curvatura (179.85 cm) y la rejilla de Ronchi usada fue de 100 líneas/pulgada. En ambos casos los efectos de difracción son evidentes. Aqui el valor de la correlación fue de 0.91.

En la figura 5.10 se muestra el ronchigrama obtenido para el mismo espejo primario, solo que ahora se ha usado una rejilla de Ronchi de 250 líneas/pulgada y el probador de Ronchi fue colocado antes del centro de curvatura (178.6 cm). En ambos ronchigramas los efectos de difracción son más evidentes, aquí el valor de  $\Delta x$  teórico fue de 11.2 mm (10.18 % del diámetro del espejo) y el valor experimental fue de 11.6 mm, esto se debe a que la frecuencia de la rejilla de Ronchi es más alta. El valor de correlación (entre los ronchigramas experimental y simulado) fue de 0.93. Los ronchigramas experimentales fueron grabados usando una cámara CCD del tipo Prosilica GC650.



(a)



(b)

**Figura 5.10** Ronchigramas obtenidos para el espejo primario de un telescopio Newtoniano (espejo cóncavo parabólico de 11cm de diámetro, 179 cm de radio de curvatura): (a) Experimental and (b) Simulado (trazo de rayos más efecto de difracción). El probador de Ronchi fue colocado antes del centro de curvatura (178.6cm) y fue usada una rejilla de Ronchi de 250 líneas/pulgada. En ambos casos los efectos de difracción son evidentes. Aquí el valor de la correlación obtenida entre ambos ronchigramas fue de 0.93.

En el Segundo caso, hemos usado un espejo cóncavo hiperbólico (84 cm de diámetro, 528.7cm de radio de curvatura, f/3.1) que es el espejo primario del telescopio de 84 cm del Observatorio Astronómico Nacional (OAN) que se encuentra situado en la Sierra de San Pedro Mártir (SPM). En la figura 5.11, se muestran los ronchigramas experimental y simulado para este espejo, aquí el probador de Ronchi fue colocado después del centro de curvatura (529.1cm) y la rejilla de Ronchi usada fue de 100 líneas/pulgada. En ambos ronchigramas (experimental y simulado) los efectos de difracción alcanzan a evidenciarse tanto en el borde exterior del espejo como en el borde del orificio interno del espejo, aquí el valor de  $\Delta x$  fue de 13.2 mm (1.57% del diámetro del espejo) y su valor experimental fue de 16.1 mm. La correlación (entre los ronchigramas experimental y simulado) fue de 0.91. Los ronchigramas fueron grabados usando una cámara CCD del tipo STAR I.



(a)

(b)

**Figura 5.11**Ronchigramas correspondientes al espejo primario del telescopio de 84 cm (f/3.1) del OAN – SPM. (a) Ronchigrama experimental y (b) Ronchigrama simulado (trazo de rayos más efectos de difracción). El probador de Ronchi fue colocado después del centro de curvatura (529.1cm) y la rejilla de Ronchi usada fue de 100 líneas/pulgada. En ambos casos se evidencias los efectos de difracción; y el valor de la correlación obtenido fue de0.91.

Finalmente, hemos usado un espejo hiperbólico cóncavo (62 cm de diámetro, 282.2cm de radio de curvatura, f2.2), el cual es el espejo primario del telescopio reflector de 62 cm del Observatorio Severo Díaz Galindo situado en Cuxpala, Jalisco, México. En la figura 5.12, incisos a) y b) se muestran los ronchigramas experimental y simulado obtenidos para este espejo, aquí el probador de Ronchi fue colocado fuera de foco (283.26cm) y se usó una rejilla de Ronchi de 100 líneas/pulgada. En ambos ronchigramas es posible observar los efectos de difracción (en el caso experimental es más evidente en el borde del agujero interior del espejo); aquí el valor del desplazamiento teórico,  $\Delta x$ , fue de 7.1 mm (1.14% del diámetro del espejo) y su correspondiente desplazamiento experimental fue de 7.9 mm.

Por otro lado su valor de la correlación fue de 0.53. Este valor de correlación puede estar ligado a alguna variación de la constante de conicidad proporcionada, pero también a problemas (defectos) en la superficie: como es el lado del golpe que se puede ver en el lado superior derecho del espejo, así como problemas de pulido lo que ocasiona que las franjas presenten ligeras distorsiones. También se realizó el análisis únicamente a la zona central del ronchigrama, estos son mostrados en la figura 5.12 (c) y (d); y la correlación obtenida se incremento pasando a un valor de 0.86. Esto da un indicativo que la mayor diferencia entre ambos ronchigramas se encuentra en el resto del espejo. El ronchigrama experimental fue obtenido usando una cámara CCD (STAR I).

En la tabla 5.2, se muestra de manera concentrada los resultados obtenidos para cada espejo primario de los tres telescopios que fueron evaluados. De aquí podemos destacar, que el mayor desplazamiento ( $\Delta x$ ) registrado fue el que utilizó la rejilla de mayor frecuencia, consecuentemente tiene mayor área impactada; esto es de esperarse de acuerdo a la ecuación (5.10); también fue posible constatar que el efecto se vuelve más evidente cuando el número-f es más lento en este caso el espejo primario (f/8.1) del telescopio Newtoniano, esto también concuerda con lo esperado de acuerdo a la ecuación (5.14). Los resultados obtenidos de la correlación indican una gran similitud entre los ronchigramas experimental y simulado, pero también está directamente relacionado con la calidad del pulido del espejo ya que la forma del espejo lo determina la forma de las franjas del ronchigrama. Es por esta razón que la correlación más baja encontrada está relacionada con un pulido de menor calidad.

Espejo primario de telescopios	Rejilla lín/in	Δ <i>x</i> Τeó.	$\begin{array}{c} \Delta x \\ \mathbf{Exp.} \end{array}$	Impacto Porcentual Diámetro	Impacto del Área Total	Corr.
Parabólico	100	4.5 mm	4.4 mm	4.09 %	0.66 %	0.91
Telescopio Newtoniano f/8.1,D=11 cm						
Parabólico	250	11.2 mm	11.6 mm	10.18 %	4.44 %	0.93
Telescopio Newtoniano f/8.1,D=11 cm						
Hiperbólico	100	13.2 mm	16.1 mm	1.57 %	0.10 %	0.91
Telescopio 84cm del OAN-SPM f/3.1, D= 84cm						
Hiperbólico	100	7.1 mm	7.9 mm	1.14 %	0.06 %	0.53
Telescopio de 62cm de la Universidad de Guadalajara. f/2.2, D= 62cm						
Hiperbólico (zona central)						
Telescopio de 62cm de la Universidad de Guadalajara. f/2.2, D= 62cm						0.86

**Tabla 5.2** Resultados obtenidos de la evaluación de 3 espejos primarios de telescopios

Nota: Teo.- teórico, Exp. - Experimental, Corr.- Correlación











(b)

(d)

**Figura 5.12** Ronchigramas correspondientes al espejo primario (f/2.2) del telescopio reflector de 62 cm del Observatorio Astronómico Severo Díaz Galindo. El probador de Ronchi estuvo colocado fuera de foco: a) ronchigrama experimental y b) ronchigrama simulado, c) ronchigrama experimental zona central y d) ronchigrama simulado zona central. Correlaciones fueron de 0.53 y 0.86 correspondientes a los ronchigramas completos y a los ronchigramas de zona central.

#### 5.4 Impacto en la calidad de una imagen por sobre corrección de pulido

Es importante relacionar el impacto que se tendría en la calidad de la imagen de una estrella formada por un espejo en el cual se ha considerado que se ha realizado una sobre corrección derivado de una interpretación inadecuada del patrón de Ronchi dada la presencia de difracción en el ronchigrama.

Para determinar el impacto en la calidad de la imagen se realizaron un conjunto de simulaciones de un espejo cóncavo considerando algunos datos del espejo primario del telescopio de 2.1 m (radio de curvatura de 963.8 cm, diámetro 210.8 cm y constante de conicidad de -1.075) del OAN-SPM y considerando una rejilla de Ronchi de 200 líneas/pulgada. Los datos del espejo generado se incorporaron al software ZEMAX (Software de diseño óptico) para determinar la distribución de energía de una estrella en función de su radio, todo esto fue posible con la valiosa ayuda del Dr. Joel Herrera.

Se consideró como defecto de borde en la simulación como un cambio en la constante de conicidad en la periferia de la superficie, entre más pronunciado es el defecto mayor es el cambio de la constante de conicidad en los bordes. Aquí para efectos de la simulación hemos considerado definir a la constante de conicidad K1 que parte del centro del espejo hasta donde aparece el defecto de borde (semidiámetro del espejo -  $\Delta x$ ), y definimos la constante de conicidad K2 como la zona de la superficie del espejo que parte de donde aparece el efecto de borde (semidiámetro del espejo espejo -  $\Delta x$ ) hasta la orilla del espejo. En el primer caso el espejo no presenta defecto de borde ya que k1 = k2 (caso de simulación 1, ver tabla 5.3), en los dos siguientes casos k2 se incrementa (-1.079 y -1.095 correspondiendo a las simulaciones 2 y 3 respectivamente, ver tabla 5.3) provocando un defecto más pronunciado.

	Simulación 1	Simulación 2	Simulación 3				
Diámetro: 210.8 cm, Radio de Curvatura: 963.8cm, Rejilla: 400 Líneas/pulgada							
K1	-1.075	-1.075	-1.075				
K2	-1.075	-1.079	-1.095				

Tabla 5.3 Parámetros usados para la simulación de superficies ópticas.

En la figura 5.13 se muestra la superficie del espejo generada en un mallado de 801 x 801 puntos, aquí se considero una constante de conicidad de K2=-30, esto fue únicamente para poder evidenciar la zona que aparece afectada cuando una rejilla de 200 líneas/in es usada.



**Figura 5.13** Superficie del espejo generada, mostrando un cambio en la forma en el borde exterior, provocado en este caso por una constante de conicidad diferente al resto de la superficie óptica.

En la figura 5.14 se muestra la distribución de la energía en función del radio de la estrella obtenida como imagen, de aquí podemos ver que la energía encerrada alcanza el 50% y 90% a un radio de la mancha de aproximadamente 72µm y 92µm respectivamente.

En forma análoga para el caso de la simulación 2, en la figura 5.15 se muestra la grafica de la energía encerrada en función del radio de la estrella; de acuerdo con la grafica es posible ver que la energía encerrada alcanza el 50% y 90% a un radio de la mancha de aproximadamente 82µm y 120µm respectivamente.

En el caso de la simulación 3, su grafica energía encerrada en función del radio de la estrella es mostrada en la figura 5.16; de acuerdo con la grafica es posible ver que la energía encerrada alcanza el 50% y 90% a un radio de la mancha de aproximadamente 110µm y 175µm respectivamente.



**Figura 5.14** Simulación 1: Energía de la estrella encerrada en función del radio de la estrella (obtenida con el apoyo del Dr. Joel Herrera).



**Figura 5.15** Simulación 2: Energía de la estrella encerrada en función del radio de la estrella (obtenida con el apoyo del Dr. Joel Herrera).



**Figura 5.16** Simulación 2: a) Superficie del espejo generada y b) Energía de la estrella encerrada en función del radio de la estrella (obtenida con el apoyo del Dr. Joel Herrera).

Después de analizar estos tres casos podemos ver que al incrementarse la deformación en los bordes, la energía de la imagen de la estrella se distribuye en una superficie más grande, lo que provoca que la imagen de la estrella sea más extendida en el plano imagen, ver la tabla 5.4 que muestra la comparación del tamaño radial de la imagen de la estrella obtenida. Por tanto podemos ahora decir que una mala interpretación del Ronchigrama derivado de la presencia de difracción trae como consecuencia la degradación en la calidad de la imagen; y por tanto se pierde resolución.

**Tabla 5.4** Comparación de tamaño radial de una estrella obtenido de la simulaciónde un espejo primario de telescopio.

	Simulación 1	Simulación 2	Simulación 3
Tamaño Radial al 50%	72 µm	82 µm	110 μm
Tamaño Radial al 90%	92 µm	120 μm	175 μm

#### 5.5 Alternativas para disminuir los efectos de difracción

Aquí presentamos dos alternativas que pueden ser usadas para disminuir los efectos de difracción de la luz cuando se evalúa un espejo cóncavo usando la prueba de Ronchi y con esto evitar realizar un diagnostico erróneo del estado real de un espejo cóncavo.

#### 5.5.1 Prueba de Ronchi clásica usando una rejilla de baja frecuencia

Una de las alternativas para disminuir los efectos de difracción y poder realizar una evaluación cualitativa del ronchigrama y consecuentemente del espejo (evitando confundir efectos de difracción con errores reales del espejo provocado por problemas de pulido) es usar rejillas de Ronchi de baja frecuencia del orden de 25 líneas/pulgada. En la figura 5.17, se muestra el arreglo usado para probar uno de los espejos primarios de los telescopios del proyecto TAOS II adquiridos antes del aluminizado, aquí el nuevo probador de Ronchi fue usado con una rejilla de Ronchi de 25 líneas/pulgada.



(a)



(b)

**Figura 5.17** Pruebas al espejo primario de uno de los telescopios del proyecto TAOS-II: Fotografías obtenidas durante la aplicación de la prueba de Ronchi.

En la figura 5.18 (casos a y b), se muestran los ronchigramas experimental y simulado. La correlación obtenida fue de 0.80; aquí también hicimos el ejercicio de realizar una revisión en la zona central del espejo, los ronchigramas se muestran en la figura 5.18 casos c) y d); después de realizar la correlación que se obtuvo fue de 0.89. Lo que indica que donde existe mayor diferencia es en el resto del espejo.



**Figura 5.18 E**spejo primario de uno de los telescopios del proyecto TAOS-II: a) Ronchigrama experimental y b) Ronchigrama simulado, c) Ronchigrama experimental zona central y d) Ronchigrama simulado zona central. Los valores de correlación obtenida fueron: 0.80 y 0.89 para los ronchigramas completos y los ronchigrama de zona central del espejo respectivamente.

### 5.5.2 Prueba de Ronchi con rendija auxiliar

Otra alternativa que permite evitar los efectos de difracción en el ronchigrama experimental se muestra en esta sección.

Para entender el funcionamiento de esta alternativa, iniciamos realizando un experimento: aquí incorporamos un segundo láser (láser-2, con longitud de onda de 650 nm) el cual es colocado en la parte superior del probador de Ronchi (ver figura 5.19), este segundo láser se dirige al espejo cóncavo bajo prueba (sin pasar por la rejilla de Ronchi) de manera paralela al láser del probador de Ronchi que pasa por la rejilla de Ronchi (y del cual el patrón de difracción ya ha sido observado).



Espejo Cóncavo

**Figura 5.19** Arreglo óptico para probar un espejo cóncavo usando el probador de Ronchi y dos fuentes de luz láser.

Cuando nosotros observamos a través del probador de Ronchi, veremos la existencia de un doble patrón de difracción, ver figura 5.20.

El primer patrón corresponde al láser-1 del probador de Ronchi (ubicado a un lado del LED) que sabemos que al pasar a través de la rejilla de Ronchi se difracta y forma el patrón de difracción en el plano del espejo cóncavo bajo prueba. Aún más podemos decir que si colocamos una hoja blanca sobre el espejo el patrón de difracción se forma sobre esta hoja, por tanto podemos decir que este patrón es real.

Por otro lado, el segundo patrón de difracción se forma en la dirección en donde el punto del láser-2 llega al espejo analizando la separación de ambos patrones de difracción encontramos que la separación entre sus respectivos ordenes son iguales. Esto es de entenderse ya que los elementos que intervienen en el fenómeno de difracción son iguales (longitud de onda del láser, frecuencia de la rejilla, separación entre rejilla al plano de observación).

Sin embargo, si realizamos el ejercicio de introducir una hoja blanca para tratar de captar uno de los órdenes de difracción nos damos cuenta que esta no se forma en la hoja, esto nos lleva a concluir que este patrón de difracción es virtual, y como ocurre en los casos de formación de imágenes virtuales usando un diagrama de rayos, se da por la interacción de los rayos proyectados hacia atrás.

Este último hecho es uno de las más importantes, porque podemos ver ahora que si apagamos ambos láseres es posible ver que toda la pupila de entrada del espejo cóncavo (periferia del espejo cóncavo) bajo prueba que sufre difracción.

Por lo tanto, cuando realicemos la prueba de Ronchi usando una rejilla de 100 líneas o más es de esperarse la presencia de imágenes desplazadas de la pupila de entrada y se deben a efectos de difracción. Cuando se usa la prueba de Ronchi en su modo clásico usando el probador de Ronchi, hemos visto que cuando se usa una rejilla de alta frecuencia arriba de 100 líneas/pulgada o más, los efectos de difracción son bastante fuertes, y si no se tiene suficiente experiencia en la evaluación de un Ronchigrama puede cometerse el error de asociar estos efectos de difracción con errores de pulido del espejo.



(a)

(b)

**Figura 5.20** Patrones de difracción virtual y real obtenidos sobre un espejo cóncavo: a) espejo esférico y b) espejo parabólico.

En la figura 5.21, se muestran los ronchigramas obtenidos para un espejo esférico cóncavo (diámetro de 13 cm, radio de curvatura de 99.1cm) aquí una rejilla de Ronchi de 100 líneas/pulgada para diferentes posiciones del probador de Ronchi. Notemos que en todos los casos los efectos de difracción muy cercanos al borde del espejo son bastante evidentes.





**Figura 5.21** Ronchigramas para un espejo esférico cóncavo para diferentes posiciones del probador de Ronchi: a) Radio de curvatura, b) posterior al centro de centro de curvatura (5 franjas) c) posterior al centro de curvatura (20 franjas).

Una alternativa que proponemos es el uso de la prueba de Ronchi incorporando una rendija auxiliar por el cual se harán pasar los rayos después de reflejarse en el espejo cóncavo bajo prueba. Para realizar esta modificación al arreglo experimental hemos modificado el probador de Ronchi con la posibilidad de incorporar una rendija (rendija con apertura variable). En la figura 5.22 se muestra un arreglo esquemático de la prueba realizada en este modo de operación. En la figura 5.23 se muestran los ronchigramas para el mismo espejo esférico cóncavo obtenido para tres posiciones del probador de Ronchi. De los resultados es posible ver que el efecto de difracción ha disminuido notablemente, por lo que ésta es una excelente alternativa para poder evaluar los problemas de pulido que pueda presentar el espejo que se esté evaluando.



**Figura 5.22** Arreglo óptico usado cuando se está probando un espejo cóncavo: a) Arreglo óptico de la prueba de Ronchi completo b) Probador de Ronchi y cámara CCD y c) Espejo cóncavo bajo prueba.



(a)

(b)



(c)

**Figura 5.23** Ronchigramas del espejo cóncavo usando una modificación en la prueba de Ronchi usando una rendija variable colocada en el mismo plano de la rejilla para los rayos reflejados por el espejo cóncavo bajo prueba: a) Posición cercana al radio de curvatura, b) posición posterior al centro de curvatura (8 franjas) y c) posterior al centro de curvatura (13 franjas).

#### 5.6 Resumen

En este capítulo se ha presentado la evaluación de la calidad de la superficie óptica de espejos cóncavos que son usados como espejos primarios de telescopios de uso astronómico. Se ha analizado la evaluación comparando el ronchigrama experimental con su correspondiente ronchigrama simulado usando como parámetro cuantitativo el valor de la correlación cruzada obtenido usando ambos ronchigramas.

Hemos analizado el fenómeno de difracción que se encuentra presenta en la prueba de Ronchi y que no es tomado en cuenta al realizar la simulación de ronchigramas. Así mismo se ha realizado un análisis geométrico de la presencia de la difracción y en base a los resultados obtenidos se realizo un nuevo programa para simular ronchigramas el cual refleja un incremento en los valores de correlación obtenidos con el algoritmo de trazo de rayos con franjas rellenadas presentando en el capítulo 4.

También para dos espejos primarios hicimos una revisión del espejo completo y otra revisión de la zona central del espejo; esto referenciado de la comparación a través de la correlación de imágenes que nos proporciona un dato numérico. En ambos casos encontramos que cuando se considera únicamente la zona central del espejo, se obtiene una mejora directa en el valor de la correlación.

Además se analizó el impacto que tendría una evaluación equivocada por presencia de difracción en el patrón de Ronchi, de aquí es posible decir que dependiendo de la frecuencia de la rejilla utilizada y de la rapidez del espejo puede estimarse el área que se vería afectada del total del espejo. Y una mala interpretación podría inducir a realizar una sobre corrección por pulido y esto a su vez provocaría un incremento en el tamaño de la imagen (perdiendo resolución).

Por último, se presentaron dos alternativas que pueden ayudar a disminuir el impacto de la presencia de la difracción cuando se evalúa un espejo primario de telescopio usando la prueba de Ronchi. Una está basada en el uso de rejillas de baja frecuencia y la otra está en el uso del nuevo probador de Ronchi, que en una de sus modalidades hace uso de rendija variable que se le ha incorporado.

# **CAPÍTULO 6**

## CONCLUSIONES

En esta tesis se ha presentado un estudio sobre la evaluación cualitativa de espejos cóncavos usados como espejos primarios de telescopios, en este caso hemos usado los espejos primarios que son parte de: un telescopio newtoniano, telescopio de 84cm del Observatorio Astronómico Nacional en San Pedro Mártir y el telescopio de 62cm del Observatorio Severo Díaz Galindo. Aquí se ha usado la prueba de Ronchi como prueba óptica para realizar esta evaluación cualitativa que se basa en una comparación entre el ronchigrama experimental y su correspondiente ronchigrama simulado que toma en cuenta los principales parámetros de un espejo cóncavo tales como diámetro, radio de curvatura y su constante de conicidad (que determina el tipo de espejo).

En esta tesis hemos abordado la forma actual en que se lleva a cabo la simulación de ronchigramas partiendo del análisis geométrico de la prueba de Ronchi usando trazo de rayos (desarrollado por Malacara), nosotros la hemos retomado y hemos anexado un rellenado en las franjas permitiendo ser más parecido a los reales.

Esta comparación entre ronchigramas experimental y simulado se lleva a cabo a través de la correlación de imágenes bidimensional (esta también es usada por otros colegas y es un buen parámetro para comparar dos algoritmos de simulación de ronchigramas), este nos proporciona una información numérica de que tan
parecidas son dos imágenes, en nuestro caso es el comparativo de las franjas de los ronchigramas experimental y simulado; también es importante decir que el valor de correlación también está relacionado con el pulido del espejo, porque un espejo mal pulido tiende a tener variaciones en la forma de las franjas o incluso en el número de ellos. En el desarrollo de la tesis se mostraron tres casos (dos simulados y uno experimental) en los que es posible ver la variación de la correlación en función de deformaciones de las franjas del ronchigrama.

También se generaron y analizaron ronchigramas simulados obtenidos por el algoritmo basado en la teoría de rayos (con franjas rellenadas), y hemos mostrado ronchigramas para diferentes casos en los que se evidencian problemas en la superficie óptica del espejo y que son fácilmente identificables de manera cualitativa en el ronchigrama.

Una de las aportaciones de esta tesis fue el desarrollo del algoritmo para simulación de ronchigramas, pero considerando los efectos de difracción de la luz. Lo que se traduce en un corrimiento de pupila del espejo que se está evaluando, esto a su vez permite que los ronchigramas sean más parecidos a los experimentales, lo que es posible medir usando la correlación de imágenes, en uno de los casos experimentales esto llego a ser hasta una mejoría del 20%.

Aquí lo más importante, es que con esto se evita una mala interpretación de las franjas, porque podría atribuirse a deformaciones en el espejo (en los bordes del espejo) por el proceso de pulido y con esto inducir a una sobre corrección del espejo trayendo consigo una degradación en la calidad de la imagen como fue mostrado y por tanto perdiendo resolución, aquí se analizó que si consideramos el borde del espejo afectado (por un área provocado por la difracción de una rejilla de difracción de 200 líneas/in), como si se tuviera una pequeña variación de 0.004 en la constante de conicidad, esto provocaría un decaimiento en la calidad de la imagen pasando a incrementarse el radio que determina el tamaño de la estrella (medido sobre la energía de la estrella encerrada al 50%) alrededor de 14%, y si esta variación en la constante de conicidad fuera de 0.020 entonces se tendría una degradación hasta del 52% en el incremento del radio que determina el tamaño de la estrella medido al 50% de la energía encerrada.

Otra de las aportaciones de la tesis es que motivó a construir un nuevo probador de Ronchi el cual además de la fuente de luz LED, ha incorporado una fuente de luz laser, una rendija variable. Esto permitió trabajar en otra modalidad de la prueba de Ronchi que permite hacer una revisión de las franjas ronchigrama libre de los efectos de difracción. El nuevo probador de Ronchi trabajando en estas nuevas modalidades pueden ser retomadas como trabajos futuros.

# REFERENCIAS

- D. Malacara, Z. Malacara, "Astronomical Telescopes" in Handbook of Optical Design, 2<sup>nd</sup>. Edition, (Marcel Dekker, New York 2004), Chap. 14.
- Rutten & Van Venrooij "Designing Telescope Optics" in *Telescope Optics*, 4<sup>th</sup>
   Edition (Willmann-Bell, Richmond 1999), Chap. 21
- Rutten & Van Venrooij "Newtonian Telescope" in *Telescope Optics*, 4<sup>th</sup> Edition (Willmann-Bell, Richmond 1999), Chap. 5.
- Rutten & Van Venrooij "The Cassegrain Telescope" in *Telescope Optics*, 4<sup>th</sup>
   Edition (Willmann-Bell, Richmond 1999), Chap. 7.
- 5.- V. Ronchi, "Forty years of history of a grating interferometer," Appl. Opt.3, 437-451 (1964).
- A. Cornejo-Rodriguez, "Ronchi Test," in Optical Shop Testing, 3rd ed., D. Malacara, ed. (Wiley, New Jersey, 2007), pp. 317-360.
- 7.- Juan Manuel Núñez, Isbak Valdivieso, Javier Salinas-Luna, Adriana Nava, J. H. Castro-Chacón"Relationship between the f-number (f/#) and the ruling frequency for a better discrimination of optical surfaces with the classical Ronchi test", J. Astron. Telesc. Instrum. Sys.1(3) 034004 (August 27, 2015).
- B.- Daniel Malacara, Juan Manuel Malacara, "Cómo funciona el telescopio" en Telescopios y Estrellas, 4<sup>a</sup> Edición (Fondo de Cultura Económica, México DF, 1995), Capítulo 2.

- 9.- D. Malacara, Z. Malacara, "Visual systems, Visual Telescopes and Afocal systems" in *Handbook of Optical Design*, 2<sup>nd</sup>. Edition, (Marcel Dekker, New York 2004), Chap. 15.
- 10.- Daniel Malacara, Juan Manuel Malacara, "Los telescopios astronómicos" en *Telescopios y Estrellas*, 4<sup>a</sup> Edición (Fondo de Cultura Económica, México DF, 1995), Capítulo 3.
- 11.- Rutten & Van Venrooij "First order optics and Mirrors" in *Telescope Optics*, 4<sup>th</sup>
   Edition (Willmann-Bell, Richmond 1999), Chap. 3
- 12.- E. de la Fuente, J. M. Nuñez, S. Zazueta, S. E. Ibarra, B. García, B. Martínez, J. L. Ochoa, G. Sierra, F. Lazo, D. Hirart, L. Corral, J. L. Flores, J. Almaguer, S. Kemp, S. G. Navarro, A. Nigoche-Netro, G. Ramos-Larios, J. P. Phillips, A. Chávez, G. García-Torales, O. Blanco, T. Oceguera-Becerra, D. de Alba, and R. Bautista *Optics and the mechanical system of the 62-cm telescope at the "Severo Díaz Galindo" Observatory in Guadalajara, Jalisco, México*Proceedings of SPIE Ground-based and Airborne Telescopes IV, Vol. 8444, 84444L (Amsterdam Netherlands, 2012).
- 13.- Juan Manuel Núñez, Gerardo Sierra y María Pedrayes "Pruebas de funcionalidad de la montura mecánica usada para la lente de campo del espectrógrafo ESOPO", CI-2010-08Publicaciones Internas del IA-UNAM (2010).
- 14.- http://132.248.4.250/~sectec/web/instrumentos/ccds/ccds.html

- 15.- J. M. Núñez, J. Bohigas, F. Lazo, D. Hiriart, T. Calvario, O. Escoboza and F.P. Guillén, "Intercalibration of the San Pedro Mártir and CTIO DIMM units," Vol. 43, Pag. 283-290, RevMexAA (2007).
- 16.- E. Hetch, A. Zajac, "Optica geométrica teoría paraxial" en *Óptica*, (Addison Wesley, Wilmington, 1986).
- 17.- Paul G. Hewitt "Lentes" en *Física Conceptual*, 3<sup>a</sup> edición (Addison Wesley, México, 1999) Cap. 30.
- Eustace L. Dereniak, Teresa D. Dereniak, "Mirrors" in Geometrical and Trigonometric optics, 1<sup>st</sup> Ed.(Cambridge, New York, 2008), Chap. 8.
- 19.- D. Malacara, Z. Malacara, "Mathematical Representation of Optical Surfaces" in Handbook of Optical Design, 2<sup>nd</sup>. Edition, (Marcel Dekker, New York 2004), Appendix 2.
- 20.- D. Malacara, "Mathematical Representation of an Optical Surface and Its Characteristics," in *Optical Shop Testing*, 3rd ed., D. Malacara, ed. (Wiley, New Jersey, 2007), Chap. 18
- 21.- Daniel Aguirre-Aguirre, Brenda Villalobos-Mendoza, Fermín S. Granados-Agustín, Rafael Izazaga-Pérez, Manuel Campos-García, María Elizabeth Percino-Zacarías, Alejandro Cornejo-Rodríguez "Substructured Ronchi gratings from the linear combination of classical gratings" Opt. Eng. 53(11), 114111 (2014).

- 22.- Alberto Cordero-Dávila, Juan Manuel Nuñez-Alfonso, E. Luna-Aguilar and Carlos I Robledo-Sanchez, "Only one fitting for the bironchigrams," Vol. *Appl. Opt.*40, 5600-5609 (2001).
- J. M. Nuñez, A. Cordero, S. Vergara and J. Cuautle, "Improved Ronchi tester," Appl. Opt. 40, 501-505 (2001).
- 24. K.J. Gasvik, "Diffraction" in *Optical Metrology*, 3rd ed (Wiley, New York, 2012) Chap. 4.

## Apéndice A

#### Simulación de ronchigramas para espejos cóncavos por trazo de rayos

clearall

nlp=80;%Lineas por pulgada

dl=2.54/(4\*nlp);

%npp=0;

di=20.5; %Diametro del espejo (todo en cm)

ymx=di/2;

r1=273.1; % radio de curvatura paraxial del espejo

c1=1/r1;

k1=-1;%constante de conicidad del espejo

lr=271.45; %posicion de la rejilla

lf=271.45; %posicion de la fuente

ptsy=1000;%puntos para y (PRECISION Y) original 250

ptsx=51;%numeromaximo de franjas en x original 51

limsre=1+1/(ptsy/9);%original 1, sirve para rellenar mejor el centro

limregion=1;%original 10000, OJO ajustar si no se ven bien las

%franjas (tERCER FIGURA), mayor num de franjas disminuir este valor... poner y qitar ceros

ramx=sqrt(1-(k1+1)\*c1^2\*ymx^2);

%Aqui graba ymx,k1,lf,nlp y r1 an el archivo roesp.dat

zmx=c1\*ymx^2/(1+ramx);

npp=1; %este se suma de 4 en 4 porque

X=0;%zeros(1,17529);%17529 es el valor final de npp

Y=0;%zeros(1,17529);

n=1;

for j=1:ptsy %Controla las y

y1=j\*ymx/ptsy;

%aqui manda a la subrutina 1470, esta es la linea 1170

%sub 1470

```
ra1=sqrt(1-(k1+1)*c1^2*y1^2);
```

```
z1=c1*y1^2/(1+ra1);
```

z1p=c1\*y1/ra1;

```
ccc=((lf-z1)/y1)*(1-z1p^2)+2*z1p;
```

```
aaa=(1-z1p^2-(2*z1p/y1)*(lf-z1))/ccc;
```

```
bbb = ((lf - 2*z1)*(1 - z1p^2) + 2*z1p*(y1 + (lf - z1)*z1/y1))/ccc;
```

t=aaa\*lr+bbb;

tro=aaa\*zmx+bbb;

%Fin sub 1470

tre=t;

for I=1:2:ptsx % maxnum de franjas

sre=I\*dl/tre;

ifabs(sre)<=limsre %era > 1 linea 1210

cre=sqrt(1-sre^2);

x=tro\*sre;

y=tro\*cre;

%%%Grabar en archivo, X Y??

X(npp)=x;%cuadrante 1

Y(npp)=y;

```
npp=npp+1;
\operatorname{end}
end
end
%Calcularcirculo
R = di/2;
tita = (0:0.01:2.01*pi);
x = R*cos(tita);
y = R*sin(tita);
figure(1);
plot(X(1:npp-1),Y(1:npp-1),'.k',-X(1:npp-1),Y(1:npp-1),'.k', ...
  -X(1:npp-1),-Y(1:npp-1),'.k',X(1:npp-1),-Y(1:npp-1),'.k','MarkerSize',.51);
hold on
plot(x,y,'-k','LineWidth',12); %Circuloparaacotar
hold off
%axis equal;
axis([min(x) max(x) min(y) max(y)])
axis off;
axissquare;
title('franjas principales recortadas con pupila..siguegetframe')
%COMIENZA PROCESO DE IMAGENES.....
f = getframe;
                     %Capture screenshot
[im,map] = frame2im(f); %Return associated image data
ifisempty(map)
                      %Truecolor system
rgb = im;
```

else %Indexed system rgb = ind2rgb(im,map); %Convert image data end gris = rgb2gray(rgb);%convert to gray %%%%Script para hacer cuadraada la matriz gris\*\*\*\*\*\* [sxsy]=size(gris);%Cuadrar matriz en muchos px ifsx>sy gris=gris(floor(sx/2-(sy)/2):floor(sx/2+(sy)/2)+1,:); end ifsy>sx gris=gris(:,floor(sy/2-(sx)/2):floor(sy/2+(sx)/2)+1); end [sxsy]=size(gris);%Cuadrar matriz en pocos px ifsx>sy gris=cat(2,gris,zeros(sx,sx-sy)); end ifsy>sx gris=cat(1,gris,zeros(sy-sx,sy)); end limx=(length(gris));%Dimension Matriz Cuadrada apertura=int32(limx/3.8); %Sin hueco central apertura =0 %rellenar imagen de griss P0=pupil(limx,limx,0); gris0=P0.\*double(gris(:,:,1));

#### **Apéndice B**

#### **B1.-** Aberraciones Ópticas

Son las deformaciones que sufre la imagen provocada por las desviaciones no deseadas que sufren los rayos de luz después de ser colectados por un sistema óptico (espejos, lentes, etc.).Las aberraciones ópticas más importantes son: Aberración esférica, aberración de astigmatismo y aberración de coma.

#### B1.1 Aberración esférica

Se produce cuando los rayos marginales (rayos de una zona alejada del eje óptico) y paraxiales (rayos de una zona cercana del eje óptico) forman la imagen de un objeto que está en el infinito, en diferentes puntos focales. Los rayos paraxiales forman su imagen en un punto focal más alejado que los rayos marginales. Esto se debe a la simetría esférica de la superficie óptica. En las figuras B1 y B2 se muestran los ronchigramas que se obtendrían para los casos en los que la rejilla tiene las líneas verticales y horizontales respectivamente.



**Figura B1.-** a) Orientación de la rejilla, b) ronchigrama antes del centro de curvatura, c) ronchigrama posterior al centro de curvatura.



**Figura B2.-** a) Orientación de la rejilla, b) ronchigrama antes del centro de curvatura, c) ronchigrama posterior al centro de curvatura.

### B1.2 Aberración de coma

Es parecido a la aberración esférica, pero en esta ocasión se produce cuando los rayos procedentes de la fuente de luz no llegan paralelos con el eje óptico, sino oblicuos. Esto provoca que la imagen tenga una forma de una coma ortográfica, de ahí su nombre. En las figuras B3 y B4 se muestran los ronchigramas que se obtendrían para los casos en los que la rejilla tiene las líneas verticales y horizontales respectivamente.



Figura B3.- a) Orientación de la rejilla, b) ronchigrama antes del centro de curvatura, c) ronchigrama posterior al centro de curvatura.



Figura B4.- a) Orientación de la rejilla, b) ronchigrama antes del centro de curvatura, c) ronchigrama posterior al centro de curvatura.

#### **B1.3** Astigmatismo

El astigmatismo se presenta cuando la superficie óptica tiene una curvatura en una dirección horizontal y otra curvatura diferente en dirección vertical. Esto trae como consecuencia que se tengan dos planos focales (en los cuales parte de los rayos están enfocados y otros desenfocados). En las figuras B5 y B6 se muestran los ronchigramas que se obtendrían para los casos en los que la rejilla tiene las líneas verticales y horizontales respectivamente.



(a) (b) (c) **Figura B5.-** a) Orientación de la rejilla, (b) Ronchigrama en foco tangencial, c) después del foco tangencial.



**Figura B6.-** a) Orientación de la rejilla, (b) Ronchigrama en foco sagital, c) después del foco sagital.

# Apéndice C

# Correlación de ronchigramas experimentales

Programa escrito en Python usado para realizar la correlación cruzada de dos imágenes

con formato fits.
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-
#PROGRAMA QUE CALCULA LA CORRELACION CRUZADA DE IMAGENES
#COMO EJECUTAR: ./correlacion.py archivo1.fits archivo2.fits
import sys
from pylab import *
import numpy
import os
import pyfits
from pylab import *
from scipy import signal
import numpy as np
from scipy import stats
**************************
archivo1_in=sys.argv[1]
hdudata1 = pyfits.getdata(archivo1_in)
nom1=archivo1_in
archivo2_in=sys.argv[2]
hdudata2 = pyfits.getdata(archivo2_in)
nom2=archivo2_in
# calculando la correlación entre dos vectores.

os.system('clear')

x=hdudata1.shape[1]

y=hdudata1.shape[0]

x2=hdudata2.shape[1]

y2=hdudata2.shape[0]

print ""

print "Archivo 1: ", nom1

print "dimensiones de Archivo 1:",nom1,x,y

print ""

print "Archivo 2: ", nom2

print "dimensiones de Archivo 2:",x2,y2

print ""

suma1=numpy.sum(hdudata1[:,:],axis=1)

suma2=numpy.sum(hdudata2[:,:],axis=1)

# calculando la correlación

cor=np.corrcoef(suma1, suma2)

# Envia a pantalla el valor de la correlación obtenida

print 'la correlacion es:',cor

print "

print "

## **Apéndice D**

# Nueva simulación de ronchigramas para espejos cóncavos usando trazo de rayos e incluyendo el fenómeno de difracción.

clearall %clc lambda=0.0000635;% en cm nlp=100;%Lineas por pulgada dl=2.54/(4\*nlp); %npp=0; di=84; %Diametro del espejo (todo en cm) ymx=di/2; r1=528.7; % radio de curvatura paraxial del espejo c1=1/r1; k1=-1;%constante de conicidad del espejo lr=529.2; %posicion de la rejilla lf=529.2; %posicion de la fuente dy=(lambda\*r1\*nlp)/(2.5);delta=dy/di;% Desplazamiento % de todo el ronchigrma del segundo ronchigrama en la imagen final ptsy=500000;%puntos para y (PRECISION Y) original 250 ptsx=51;%numeromaximo de franjas en x original 51 limsre=1+1/(ptsy/9);%original 1, sirve para rellenar mejor el centro limregion=1000;%original 10000, OJO ajustar si no se ven bien las

```
ccc=((lf-z1)/y1)*(1-z1p^2)+2*z1p;
```

```
aaa=(1-z1p^2-(2*z1p/y1)*(lf-z1))/ccc;
```

```
bbb = ((lf - 2*z1)*(1 - z1p^2) + 2*z1p*(y1 + (lf - z1)*z1/y1))/ccc;
```

t=aaa\*lr+bbb;

tro=aaa\*zmx+bbb;

%<br/>Fin sub 1470

tre=t;

```
for I=1:2:ptsx % maxnum de franjas
```

sre=I\*dl/tre;

```
ifabs(sre)<=limsre %era > 1 linea 1210
```

cre=sqrt(1-sre^2);

x=tro\*sre;

```
y=tro*cre;
```

```
%%%Grabar en archivo, X Y??
```

X(npp)=x;%cuadrante 1

Y(npp)=y;

npp=npp+1;

 $\operatorname{end}$ 

 $\operatorname{end}$ 

 $\quad \text{end} \quad$ 

%Dibujar circulo

R = di/2;

```
tita = (0:0.01:2.01*pi);
```

x = R\*cos(tita);

```
y = R*sin(tita);
```

figure(1);

```
plot(X(1:npp-1),Y(1:npp-1),'.k',-X(1:npp-1),Y(1:npp-1),'.k', ...
```

```
-X(1:npp-1),-Y(1:npp-1),'.k',X(1:npp-1),-Y(1:npp-1),'.k','MarkerSize',3);
```

hold on

```
plot(x,y,'-k','LineWidth',2); %Circulo para acotar
```

hold off

```
axis([min(x) max(x) min(y) max(y)])
```

axis off;

axissquare;

title('franjas principales recortadas con pupila..siguegetframe')

```
%COMIENZA PROCESO DE IMAGENES.....
```

```
f = getframe; %Capture screen shot
```

```
[im,map] = frame2im(f); %Return associated image data
ifisempty(map)
                    %Truecolor system
rgb = im;
else
                %Indexed system
rgb = ind2rgb(im,map); %Convert image data
end
gris = rgb2gray(rgb);%convert to gray
\%\%\%Script para hacer cuadrada la matriz gris*******
[sxsy]=size(gris);%Cuadrar matriz en muchos px
ifsx>sy
gris=gris(floor(sx/2-(sy)/2):floor(sx/2+(sy)/2)+1,:);
end
ifsy>sx
gris=gris(:,floor(sy/2-(sx)/2):floor(sy/2+(sx)/2)+1);
end
[sxsy]=size(gris);%Cuadrar matriz en pocos px
ifsx>sy
gris=cat(2,gris,zeros(sx,sx-sy));
end
ifsy>sx
gris=cat(1,gris,zeros(sy-sx,sy));
end
limx=(length(gris));%Dimension Matriz Cuadrada
apertura=int32(limx/4.5); %Sin hueco central apertura =0
%rellenar imagen de griss
```

```
P0=pupil(limx,limx,apertura);
gris0=P0.*double(gris(:,:,1));
gris1=bwmorph(gris0,'thicken',2);%Exxtraerlineas
P1=P0.*double(gris1);
[L Ne]=bwlabel(P1);%etiquetarregiones
ny=floor(limx/2);
baw=L;
rvalor=0;
value=0;
n=1;
ban=0;
n1=1;
%Rutina para binarizar las franjas intercalando brillante y oscura
for n=2:Ne
inde=L==n;
if sum(L(inde))>limregion&& ban==0
baw(inde)=0;
ban=1;
else if sum(L(inde))>limregion&& ban==1
baw(inde)=1;
ban=0;
end
end
```

 $\operatorname{end}$ 

%Limpiar las orillas baw1=baw>1; baw(baw1)=0; %Degraadarimagen RELLENO ronchi1=bwdist(baw,'euclidean'); P0=pupil(limx,limx,apertura); Pronchi=P0.\*double(ronchi1); figure(2); imagesc(Pronchi); axis square axis off colormap gray title('Pronchi rellenadas') %Desplazar imagenesdesp\*limx este valor debe cambiar Pronchi1 = imtranslate(Pronchi,[floor(delta\*limx),0],'FillValues',0); Pronchi2 = imtranslate(Pronchi,[floor(-delta\*limx),0],'FillValues',0); %Genera imagen final P0=pupil(limx,limx-4,apertura); PR0=P0.\*double(Pronchi+Pronchi1+Pronchi2); figure(3); imagesc(PR0); axis square axis off colormap gray title('Rellenos y desplazados') %clear