

65
24



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia

**Evaluación del Crecimiento de Tres Razas
de Ovinos Utilizando la Función
Matemática de Richards.**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
MEDICO VETERINARIO ZOOTECNISTA
P R E S E N T A:**

Miguel Antonio Fustagueras Ramírez

Asesores.

**Ing. Agrónomo: José Luis Pablos Hach
Ing. Agrónomo: Luis León Landois Palencia
M.V.Z. Graciela Tapia Pérez**



MEXICO, D. F.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

1989



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O.

PAGINA.

Resumen.....	1
1. Introducción.....	3
2. Revisión de literatura.....	5
2.1. Descripción de la curva de crecimiento...10	
3. Material y métodos.....	19
3.1. Antecedentes.....	19
3.2. Población en estudio.....	19
3.3. Análisis estadístico.....	21
4. Resultados y discusión.....	24
4.1. Características del modelo y de sus estimadores.....	24
5. Conclusiones.....	30
6. Literatura citada.....	32
A P E N D I C E A.....	35
A P E N D I C E B.....	42

RESUMEN.

El presente trabajo consistió en analizar la información de registros de producción de tres razas de ovinos referentes a la edad y pesos de dichos animales, para que posteriormente se describiera su comportamiento por medio de un análisis de regresión no lineal, en específico por el modelo matemático de Richards, el cual va a presentar al crecimiento como una fase de aceleración y desaceleración del crecimiento, presentando una etapa inicial de tipo exponencial y una posterior de tipo cuadrático lo cual va a dar una imagen de la curva de crecimiento de tipo sigmoide.

Se comprobó que por medio de las curvas de crecimiento se pueden comparar las tasas de pesos y comportamiento de las razas en estudio demostrándose que para éste caso la raza Suffolk presenta un mejor comportamiento siguiendole la raza Dorset y por último la raza Tabasco que fue la que presentó un crecimiento más lento.

Para el caso de las hembras de la raza Suffolk se encontraron los siguientes valores para el modelo de Richards:

$$Y_t = 40 (1 \pm 0.3492879 e^{-0.0008 (\text{tiempo})})^8$$

Mientras que para el caso de los machos de la raza Suffolk los valores encontrados fueron los siguientes:

$$Y_t = 40 (1 \pm 0.34928779 e^{-0.0008 (\text{tiempo})})^8$$

Estos modelos resultaron ser altamente explicativos con un R^2 de 89.92 para el caso de las hembras y un R^2 de 98.61 para

1. INTRODUCCION.

A través del tiempo ha sido necesario conocer el crecimiento que presentan los animales, para ello se han estudiado un sin fin de técnicas y métodos para describir dicho incremento en el tamaño de los seres vivos. Entre estas técnicas tenemos a los modelos de regresión, los cuales nos van a permitir observar las distintas fases del crecimiento. Entre estos modelos de regresión, se cuenta con los denominados modelos de regresión no lineal, los cuales han sido utilizados por investigadores como Weierstrass (26) y Bolzano (2). Dichos autores representan al crecimiento en una forma de curva sigmoidea, con un crecimiento inicial de tipo exponencial seguido de uno de tipo cuadrático, (6,7).

Existe una variedad de modelos que se caracterizan porque presentan distintos parámetros para su interpretación zotécnica, así pues tenemos a los modelos de Bertalanffy, Brody, Gompertz, Logístico, éstos se diferencian de los otros por ser modelos triparamétricos, esto quiere decir que utilizan tres parámetros para realizar el ajuste de los datos. Otros modelos de importancia son los de Richards y Morgan-Mercer-Floding, éstos se caracterizan por poseer un cuarto parámetro para su ajuste que corresponde al punto de inflexión, este punto es el cambio entre la fase de aceleración y desaceleración del crecimiento, (14).

Se hizo un estudio comparativo entre dichos modelos y se concluyó que el que mejor ajuste presenta en el área pecuaria corresponde al modelo de Richards, (21).

Además este modelo posee la característica de tener una serie de indicadores zootécnicos, los cuales ayudan a su posterior interpretación, (9).

Para aplicar el modelo matemático de Richards, se eligió trabajar con los datos obtenidos de los registros de producción de borregos de las razas Dorset, Suffolk y Tabasco, ya que éstos forman parte de un proyecto de investigación por parte del *Departamento de Genética y Bioestadística, de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia, de la Universidad Nacional Autónoma de México.*

De éstos registros fueron evaluados los parámetros relacionados a la edad y peso corporal los cuales son los indicadores que sirven para realizar el ajuste a los modelos de regresión no lineal, (6, 7, 9, 17, 19).

2. REVISION DE LITERATURA.

El crecimiento consiste en un incremento del tamaño del cuerpo por aumento del número y del volumen de sus células. El crecimiento celular es un proceso complejo, en el transcurso del cual se sintetiza material mitocondrial, citoplásmico y nuclear. Cuando la célula alcanza un volumen determinado entra en mitosis para realizar un reparto equitativo de sus constituyentes entre las células hijas. La división celular es indispensable desde otro punto de vista: el aumento de volumen de la célula hace cada vez más difíciles los intercambios metabólicos, por lo que la división se hace necesaria para producir nuevas superficies de contacto, gracias a las cuales se reactivarán las reacciones metabólicas.

Después del nacimiento, el peso de los mamíferos experimenta una disminución pasajera (excepto en el cerdo) (14), volviendo a la normalidad al cabo de unos días. Esta pérdida se debe principalmente al incremento de los procesos oxidativos producidos por el paso a la vida aeróbica. A continuación viene el periodo de crecimiento postnatal de duración variable según la especie.

El aumento de peso durante la fase de crecimiento depende de factores hereditarios y aún más de la alimentación del individuo.

Para conseguir un crecimiento normal, se precisa que el sistema endocrino esté en perfecto estado de actividad funcional

(14). El lóbulo anterior de la hipófisis juega un papel fundamental pues elabora distintas hormonas estimulantes del crecimiento. La hormona somatotropa es la más importante para conseguir un desarrollo normal, su carencia provoca la detención del crecimiento y su exceso produce gigantismo; su acción principal es la síntesis protéica.

Adicionalmente el lóbulo anterior de la hipófisis regula también la actividad tiroidea mediante la hormona tireotropa de acción fundamental para el crecimiento.

Hay que considerar también que dentro del crecimiento interviene al mismo tiempo el desarrollo que va a ser el grado de complejidad que van adquiriendo los órganos durante el crecimiento del animal. Para el desarrollo óptimo se requiere un aporte adecuado de nutrientes, vitaminas y minerales.

Dentro del crecimiento hay que considerar a los factores ambientales tales como temperatura, precipitación pluvial, altura sobre el nivel del mar, fotoperíodo, latitud y longitud ya que éstos actúan en la fisiología del animal en términos de temperatura corporal y tasa respiratoria, esto a su vez afecta tanto el consumo de alimentos como el de agua lo que conlleva al animal a cambios en la productividad y deficiencia en la ganancia de peso y desarrollo. Hay un efecto secundario de los factores anteriores el cual actúa sobre la salud de los animales ya que pueden ser causa de enfermedades, y estas son una barrera para la producción eficiente, (10,11).

Dentro de cualquier explotación de tipo pecuario los

condición general, ya que estos aumentan de peso en forma eficiente hasta los siete meses de edad, aunado a esto el peso corporal debe considerarse ya que los ovinos aumentan de peso con eficiencia hasta que alcanzan un 75% de su peso adulto después tienden a acumular grasa corporal,(8).

En términos generales la engorda de borregos (corderos) consiste en dos fases, la primera empieza cuando el cordero se desteta (aproximadamente 20 a 25 Kg. de peso vivo) y termina a los 30 ó 35 Kg., a ésta se le conoce como iniciación. La segunda fase o finalización, va de los 35 Kg. hasta los 55 Kg., que es el peso comercial. En las engordas intensivas se busca que los animales aumenten 20 Kg. a razón de 300 g., diarios, efectuándose la engorda en un periodo de 66 días aproximadamente. Pero en nuestro país no resulta costeable económicamente ya que se deben usar dietas altas en granos, lo que eleva los costos de producción; aunado al hecho de que no se cuenta con un consumidor dispuesto a pagar éste tipo de carne.

De acuerdo a las realidades de nuestro agro, es posible que una explotación rentable sea aquella que obtiene 100 ó 200 g., diarios, en periodos prolongados de engorda como de 100 a 200 días.

Hay que considerar los aspectos de tipo genético como la precocidad que tienen algunos animales para lograr una madurez sexual, crecimiento o cualquiera de las dos a una edad más temprana que el resto de los animales del hato,(1).

La producción de gemelos en las ovejas se desea con

cara cubierta de lana. En general una gran proporción de los mismos genes parecen ser causantes de las ganancias rápidas en todas las fases del período de crecimiento. La evidencia indica que la selección para un mayor peso del cuerpo para cualquier período de la vida debe mejorar éste carácter en cualquier otro período. Dado que el peso del cuerpo en toda la edad es heredable en mediano o alto grado, la selección para éste carácter debe ser efectiva y muy deseable. La consanguinidad está acompañada generalmente por declinación en el vigor. El peso al destete y el peso del cuerpo al año de edad disminuyeron de 1.36 Kg. a 1.81 Kg. por cada 10% de aumento de la consanguinidad, (15).

2.1. DESCRIPCION DE LA CURVA DE CRECIMIENTO.

El término curva de crecimiento refleja la relación entre la edad del animal y el peso corporal, la que se observa como una imagen sigmoidea, con un crecimiento inicial de tipo exponencial y uno posterior de tipo cuadrático, (7,19).

Dicha curva va a tener la característica de comportarse de distinta manera cuando se trate de hembras, que cuando se trate de machos, ya que los machos enteros van a tener un crecimiento más acelerado que las hembras y machos castrados, (23).

Brody (3) describe al crecimiento como un incremento en el peso vivo del animal, consistiendo éste en una etapa inicial de crecimiento acelerado seguido de una etapa de inhibición en la

anteriores. Que cada uno de los pesos puede considerarse como único y no marca relación importante entre dichas mediciones al interpolar y extrapolar la información.

Estas curvas permiten suponer el concepto de función de crecimiento y crecimiento continuo y se puede usar un método de análisis numérico para la interpolación y extrapolación de los datos creando así programas computacionales para la determinación de la edad con respecto al crecimiento.

Por último se abre una opción para la creación de una ecuación de crecimiento. Para usarse con técnicas de regresión.

Entre los modelos se tiene a los modelos polinomiales de alto orden, hasta de cuarto orden, así como los denominados polinomios ortogonales. Estos modelos establecen una serie de supuestos para su aplicación, los que generalmente no se cumplen en la práctica para ajustar curvas de crecimiento. Para una amplia exposición de estos modelos vease el libro de Draper y Smith, (7).

Otro tipo de modelos para ajustar curvas de crecimiento son los modelos no lineales y éstos tienen su origen en el siglo pasado, entre estos tenemos el modelo utilizado por Gompertz desde el año de 1825.

En el cuadro 2.1. se presentan los modelos no lineales empleados para ajustar las curvas de crecimiento en animales.

C U A D R O 2.1.

Principales modelos no lineales empleados para el ajuste de curvas de crecimiento en los animales.

A U T O R	M O D E L O
GOMPERTZ (1825)	$Y_t = \alpha e^{-(e^{-k(t-t')})}$ $t' = (1/k) \ln(\ln W_0/\alpha)$ $Y_t = \alpha e^{-(b e^{-kt})}$
ROBERTSON (1908)	$Y_t = \alpha / (1 + e^{-k(t-t')})$ $t' = (1/k) \ln(\alpha - W_0) / W_0$ $W_0 = e(kt)$ $0 < t < t'$ $Y_t = \alpha(1 + b e^{-kt})^{-1}$
BRODY (1937)	$Y_t = \alpha(1 - e^{-k(t-t')})$ $t' < t$ $Y_t = \alpha(1 - b e^{-kt})$
BERTALANFFY (1938)	$Y_t = \alpha(1 - b e^{-Mt})^3$
FITZHUG	$Y_t = \alpha(1 \pm b e^{-Mt})^m$ $b = (1 - [W_0/\alpha]^{1/M})$
NOTA: el signo positivo se usa cuando $M > 1$, y el negativo cuando $M < 0$.	
RICHARDS	$Y_t = \alpha(1 \pm b e^{-Mt})^m$ $m = (M-1/M) - 1$ En Gompertz M tiende a ∞ , en el logístico $M = -1$, en Brody ($t' < t$) $M = 1$ y en Bertalanffy $M = 3$.
MORGAN-MERCER-FLODING	$Y_t = bk + at^{m/k + t^m}$

(6,7,9,17,19)

Otros autores como Denise y col. (6), utilizaron dichas curvas en estudios con ganado de carne , dichos autores compararon los modelos de Richards y de Brody . Y también Fitzhugh (9), utilizó bovinos para su estudio utilizando la función de Richards.

De todos los modelos anteriores el que presenta un mejor ajuste en los animales domésticos es el modelo de Richards, el cual es un modelo tetraparamétrico, ya que posee cuatro parámetros para su ajuste los cuales son : α , β , k y M . Una de las propiedades que presentan los modelos de regresión no lineal es que es que en el proceso de estimación de los parámetros se requiere de valores iniciales de los mismos. El investigador debe proponer estos, y para tal fin existen métodos tales como los señala Draper y Smith, Denise, y Fitzhug, (6,7,9). En otras ocasiones el investigador con base en su conocimiento de los datos en cuestión, realiza una estimación heurística de ellos.

Fitzhug y Denise, (6,9) proponen para el parámetro M las siguientes fórmulas:

$$\begin{array}{ll} M = (1-m) & \text{(según Denise)} \\ \text{y} & \\ M = (M-1/M) & \text{(según Fitzhug)} \end{array}$$

El peso a la madurez lo elige el investigador de acuerdo al comportamiento general de la raza en estudio.

Para el caso de ovinos, Romero (21) evaluó los modelos de Richards, Gompertz, Bertalanffy, Brody, Robertson,

d) Tasa absoluta de crecimiento a un momento dado (punto de inflexión). En éste caso nos da el grado de madurez alcanzada en un momento dado por el animal, ésto nos indica que se puede decir que corresponde en promedio para las hembras a los 101 días y para los machos a los 78 días, e indica el punto en que el incremento de peso llega a su máximo para empezar a estabilizarse. Este se calcula por la siguiente fórmula:

$$T.A.M. (\text{punto de inflexión}) = (M \cdot L/M-1) (Y_1)$$

e) Tasa absoluta de madurez a un momento dado (punto de inflexión). nos indica el grado de madurez alcanzado por el animal a un momento dado. Se calcula por la siguiente fórmula:

$$T.A.M. (\text{punto de inflexión}) = L (M-1/M)$$

f) Tasa relativa de crecimiento a un momento dado (punto de inflexión). Por último ésta corresponde al grado de crecimiento relativo del animal a un momento dado de tiempo. Y se calcula de la siguiente forma:

$$T.R.C. (\text{punto de inflexión}) = (M \cdot K/M-1)$$

Retomando las literales utilizadas en éstas fórmulas cada una correspondieria a los siguientes parámetros:

A es el peso que tiene el animal al llegar a su madurez

sexual.

k es la función de máximo grado de crecimiento y la talla a la madurez.

M corresponde al parámetro de inflexión para la función de Richards.

Por último Y_1 es un punto que corresponde al cambio de crecimiento y se puede observar gráficamente.

Los modelos de regresión no lineal como lo son los modelos de crecimiento presentan una técnica de ajuste del mismo modelo diferente a los de regresión lineal. Para una exposición más amplia del tema vease a Draper y Smith, (7).

3. MATERIAL Y METODOS.

3.1. ANTECEDENTES.

El estudio se realizó con animales del Centro Ovino del Programa de Extensión Agropecuaria (COPEA) de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la Universidad Nacional Autónoma de México., dicho centro se encuentra ubicado en Topilejo, D.F., a 19 ° al Oeste del Meridiano de Greenwich, a 2760 m. sobre el nivel del mar. Predomina el clima C (Wz) (W) (bi) i, que corresponde a un clima templado subhúmedo, el más húmedo de los templados con lluvias en verano, semifrío con verano fresco y largo, con una temperatura media anual de diez grados centígrados y una oscilación térmica menor de 5 ° C, posee una precipitación pluvial de 800 a 1200 mm., anuales. (10,11).

3.2. POBLACION EN ESTUDIO.

Se analizaron los pesos de borregos de las razas Suffolk, Dorset y Tabasco con el objeto de obtener sus pesos a diferentes edades. Castro (5) reporta que el hato de hembras Dorset provino de una cruce de absorción la que fué desarrollada en el Centro Nacional para la Enseñanza, Investigación y Extensión de la Zootecnia (CNEIZ) a través del Departamento de Genética y Bioestadística de la Facultad de Medicina Veterinaria y

Zootecnia de la Universidad Nacional Autónoma de México. Durante tres generaciones de 1969 a 1974. Proviene de un hato criollo con sementales de registro.

El hato de la raza Suffolk estaba compuesto en sus orígenes por veinte hembras y tres sementales de registro e importados de los Estados Unidos de Norteamérica al CCNEIEZ en 1976.

Con respecto a los borregos de la raza Tabasco (5), señala que inicialmente éste provino de un lote que fué mejorado genéticamente en el Centro Experimental de Paso del Toro, Veracruz, del Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrarias y Pecuarías de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH). Este hato fué cruzado con sementales de la raza Tabasco, que fueron seleccionados con base en su ganancia de peso dando origen al hato de ovinos de esta raza.

Con el fin de conocer el hato, Cadena (4) reporta que la alimentación y manejo que llevaron durante la etapa de postdestete, fué a base de forraje el cual se proporcionó en forma verde, henuficado o ensilado, y de acuerdo a la época del año, éste consistió de pasto, trigo, avena o maíz. Para iniciar a proveer éste alimento a las crías no se consideró una edad específica, puesto que al estar en el mismo alojamiento de sus respectivas madres, las crías empiezan a consumirlo desde temprana edad. Como suplemento alimenticio se utilizaron dos tipos de concentrado: El primero, denominado para iniciación, elaborado a base de grano (adicionado con 0.5% de bicarbonato de sodio para la prevención de

ácidos), el cual fué suministrado, de los 45 días a los 83 días de edad, a partir de los cuales se suministró paulatinamente el concentrado de finalización, compuesto principalmente de gallinaza y melaza el que se dió hasta los 180 días de edad. El consumo de agua y minerales fué ad libitum.

Con respecto a medicina preventiva, ésta consistió en la aplicación de vitaminas A, D y E, por vía parenteral al momento del destete, con el fin de prevenir su deficiencia y ayudar al desarrollo de las crías. También se aplicaron parasiticidas vía oral previo análisis parasitológico. La desparasitación externa se realizó por baño de aspersion.

3.3. ANALISIS ESTADISTICO.

El trabajo consistió en analizar la información de registros, disponible para el *Departamento de Genética y Bioestadística de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la Universidad Nacional Autónoma de México*. Se procedió a analizar la información proveniente de registros de producción, (4). Y se revisaron 98 registros de animales de la raza Dorset, siendo de éstos 53 hembras y 45 machos. 119 registros correspondieron a la raza Suffolk de los cuales 90 fueron hembras y 29 machos. Por último se obtuvieron los datos de 48 registros de animales de la raza Tabasco y a estos pertenecen 16 hembras y 32 machos, como se podrá observar es una población no homogénea.

Se obtuvieron los pesos y edades de cada una de las razas y sexos. Se procedió a obtener los promedios para cada edad disponible y con esto se tiende a alisar la curva de cada raza y sexo de los animales en estudio, además de que la ventaja de manejar con mayor facilidad dichos datos. Una vez que se obtuvieron los diferentes promedios se procedió a ajustar el modelo matemático de Richards con ayuda de un microcomputador y el paquete estadístico Statgraphics el cual posee la opción de regresión no lineal, (24,25).

Se procedió a proponer los valores iniciales de los coeficientes para cada una de las razas y sexos en estudio. Dichos valores iniciales del modelo de Richards se obtuvieron de acuerdo a los procedimientos propuestos por Fitchug y Denise (6,9), y de manera adicional se propuso heurísticamente el valor de α correspondiente al peso a la madurez. Así se podrán evaluar los resultados para hacer un ajuste adecuado de la curva de crecimiento. Dichos valores iniciales de los coeficientes se calculan tanto para hembras como para machos ya que en el crecimiento de los animales existe una variedad entre el desarrollo de los machos con respecto al de las hembras.

Al proponer estos coeficientes la máquina comienza a trabajar creando una serie de iteraciones, las cuales nos dan una serie de residuales, los cuadrados medios de residuales o del error y así el proceso se detiene hasta encontrar la convergencia de los estimadores en estudio, (21).

De cada modelo se obtuvo la tabla del análisis de la

varianza la que indica la significancia del modelo, así como la magnitud del cuadrado medio del error. También se consideró el coeficiente de determinación, R^2 , el cual indica la bondad de ajuste del modelo. El coeficiente R^2 presenta en teoría los valores entre cero y uno; de tal forma que mientras más cercano sea a uno, mayor es el ajuste obtenido. También se obtuvo la gráfica del modelo ajustado y los valores de los pesos promedio. Por último se consideró la matriz de correlaciones lineales que presentaban los estimadores en consideración.

Ya que se obtuvieron los coeficientes estimados se procedió a calcular las tasas de pesos promedio durante la vida del animal y las tasas promedio de pesos a un momento dado (al punto de inflexión (Y_i, t_i)).

4. RESULTADOS Y DISCUSION.

4.1. CARACTERISTICAS DEL MODELO Y DE SUS ESTIMADORES.

Se puede observar en el Cuadro 4.1 que por ser un modelo tetraparametrico se requiere de un menor número de iteraciones para lograr la convergencia y ajuste de la función, Romero, (21). Siendo para las hembras de la raza Dorset las que menor número de iteraciones tuvieron, siguiendole la raza Suffolk y Tabasco en ese orden. Para el caso de los machos la raza Tabasco fué la que menor número de iteraciones tuvo siguiendole la raza Dorset y por último la raza Suffolk.

En el Cuadro 4.2 se dan los valores iniciales calculados para las hembras y en el Cuadro 4.3 aparecen los valores iniciales para los machos, dichos valores fueron elaborados a partir de los cálculos hechos por Fitzhugh y Denise, (6,9).

Estos valores los va ajustando la máquina por medio de aproximaciones y de iteraciones.

Como se podra observar en el Cuadro 4.4, se aprecia que las hembras de la raza Tabasco es la que mejor ajuste presenta ya que posee un coeficiente de determinación R^2 del 97.78% , siguiendole en importancia la raza Dorset con un R^2 del 92.38% y la que presento un ajuste más bajo fué la raza Suffolk con un R^2 del 89.90% .

En el caso de los modelos ajustados para los machos, en el Cuadro 4.5 se puede observar que la raza que mejor ajuste presentó fué la raza Suffolk con un R^2 del 98.61% , siguiendole

en importancia la raza Dorset con un R^2 del 92.71 y por último la raza Tabasco con un R^2 del 88.09% .

Los parámetros del modelo presentan una interpretación biológica, es decir, cada parámetro mide algo. Se estableció que los parámetros de un modelo deben presentar una interpretación biológica y una propiedad deseable es que los estimadores sean no correlacionados entre ellos para que sean específicos en lo que se está representando.

En el caso de las hembras en el Cuadro 4.6 se presentan las matrices de correlación de los estimadores de los parámetros del modelo de Richards. En las tres razas los respectivos estimadores presentan valores altos de correlación. Esto contradice lo expuesto anteriormente. Fitzhugh, (9) reporta una situación similar en el ajuste del mismo modelo en bovinos.

Lo anterior, hace pensar que en realidad, el fenómeno de crecimiento es la interrelación de muchos factores y cada cosa está relacionada con cada otra cosa y al final de cuentas al representarlo mediante el modelo de Richards (aunque sea tetraparamétrico) esta es una sobresignificación del mismo fenómeno. Esto no quiere decir que el modelaje del crecimiento no sea bueno, sino que al contrario, lo que se gana es representar el complejo proceso del crecimiento con un modelo sencillo, como lo es el de Richards.

Para los machos sucede lo mismo que en el caso de las

hembras, solo que en la raza Suffolk presenta menor correlación entre los estimadores de los parámetros. En el Cuadro 4.9 se presentan las matrices de correlación de las razas en estudio.

En los Cuadros 4.6 y 4.7 se dan los valores ajustados para las diferentes razas y sexos de los animales en estudio.

Veamos primero el caso de las hembras. Recordando que el parámetro α representa el peso a la madurez, los resultados encontrados demuestran que la raza más pesada resultó ser la raza Tabasco y es la que presenta el valor estimado ajustado de α de 47.75 kg. En orden de magnitud sigue la raza Dorset con 44.94 kg. y por último la raza Suffolk con 27.18 kg. Los estimadores de α de las tres razas el más preciso, es decir, el que menos error estandar presenta es el de la raza Suffolk, en cambio el más alto es el correspondiente a la raza Tabasco.

El parámetro β que es el punto de inflexión de la curva de crecimiento, significa que β pequeño es la duración del tiempo de crecimiento exponencial, β presenta los valores mayores de cero por la naturaleza del modelo utilizado en este trabajo, mientras más pequeño sea éste, mayor es la etapa de crecimiento exponencial del animal. Son las hembras de la raza Suffolk las que presentan el menor valor del estimador de β de 0.35 y son las de la raza Dorset las que presentan el crecimiento exponencial más corto con el valor estimado de β igual a 0.90.

El parámetro k es el que indica la velocidad de crecimiento, es decir, valores de k altos corresponden a mayor velocidad de crecimiento y en este caso fue la raza Suffolk la

que mayor velocidad presentó con el doble de velocidad que las razas Dorset y Tabasco. Estas dos últimas presentaron valores similares de 0.0052 y 0.0065 respectivamente.

Finalmente el parámetro M es el que indica la forma sigmoide de la curva y su importancia radica en que es la base de la obtención de los coeficientes zootécnicos que se discuten posteriormente.

La representación gráfica de los estimadores de los parámetros de los modelos correspondientes a las hembras de las razas en estudio se presentan en las Gráficas 4.1 a 4.3.

Para el caso de los machos el parámetro α o peso a la madurez, le correspondió el valor más alto, a la raza Tabasco con 37.22 kg. siguiéndole en orden de magnitud la raza Dorset con 32.11 kg. y por último la raza Suffolk con 29.34 kg.

Con respecto al parámetro β o punto de inflexión de la curva de crecimiento, los machos de la raza Tabasco son lo que presentan un crecimiento exponencial más corto de 0.62.

El parámetro k que es el que indica la velocidad de crecimiento, correspondió a la raza Suffolk que es la que mejor ajuste presentó con 0.030, mientras que la raza Dorset y Tabasco presentaron valores de 0.0045 y 0.0051 respectivamente.

Por último, el parámetro M tiene la misma interpretación que en el caso de las hembras.

La representación gráfica de los estimadores de los parámetros de los modelos correspondientes a los machos de las razas en estudio se presentan en las Gráficas 4.4 a 4.6.

En el Cuadro 4.8 se podrá observar la matriz de varianzas y covarianzas para las hembras, y en el Cuadro 4.9 para los machos.

Para evaluar a los estimadores obtenidos se hace por medio de los errores estandar correspondientes siendo el de mayor precisión el que presenta el menor error estandar aquí se puede ver que el mejor ajuste se obtiene con las hembras y machos de la raza Suffolk ya que son los que menores errores presentan, como se puede observar en los cuadros 4.10 y 4.11.

En los Cuadros 4.12 y 4.13 se muestran los indicadores zootécnicos para las hembras, y en los Cuadros 4.14 y 4.15 observamos estos mismos indicadores para los machos. En términos generales la tasa absoluta de madurez nos indica el grado de madurez por unidad de tiempo, reportada en porcentaje de madurez, es decir, indica la madurez alcanzada por el animal durante su crecimiento. Esta tasa es un poco mayor para las hembras que para los machos ya que estas tienden a alcanzar su madurez fisiológica antes que la de los machos.

La tasa absoluta de crecimiento instantaneo al punto de inflexión coincide con el crecimiento máximo del animal a un momento dado. Esta tasa es importante en la producción animal ya que indica el momento en que el crecimiento llega a su máximo para empezar a estabilizarse.

Por último, la tasa absoluta de madurez instantánea al punto de inflexión nos denota el grado de madurez alcanzado a un momento dado, en este caso es un promedio de 101 días para las

hembras y 78 días para los machos.

Como podrá observarse la raza que tuvo un mejor comportamiento fué la raza Suffolk, tanto para el caso de las hembras como para los machos ya que presentó un desarrollo más precoz que el resto de los animales en estudio, esto desde el punto de vista zootecnico nos interesa, pues se puede recomendar la crianza de estos animales como primera alternativa en la producción de ganado ovino, ya que alcanza su peso a la madurez más rápidamente así como el peso al mercado. Presentando de igual forma una segunda opción que sería el obtener lana para su procesamiento.

En el caso de la raza Dorset ésta fué la que se comportó en forma similar a la raza Suffolk pero siendo un poco más deficiente su comportamiento con respecto a ésta ya que no obtuvo el rendimiento esperado para su raza, pero también es una segunda alternativa para su producción y al igual que la raza Suffolk también puede ser aprovechada para obtener lana de buena calidad.

Por último la que tuvo un comportamiento más pobre fué la raza Tabasco que obtuvo un crecimiento más retardado con respecto a las otras dos razas en estudio y económicamente no conviene su explotación en forma intensiva ya que tardaría más en dejar ganancias que las otras dos, además de que ésta raza no tiene una lana para procesarla como las otras dos.

5. CONCLUSIONES

En base a los resultados obtenidos en el presente trabajo sobre el ajuste y discusión de las curvas de crecimiento del modelo de Richards en las tres razas en estudio, se concluye que:

5.1. Se comprobó que por medio de las curvas de crecimiento se pueden comparar las tasas de peso y comportamiento de las razas en estudio demostrándose que para éste caso la raza Suffolk presenta un mejor comportamiento siguiéndole la raza Dorset y por último la raza Tabasco que fué la que presentó un crecimiento más pobre.

5.2. Las curvas de crecimiento calculadas por la función de Richards, son de utilidad ya que por medio de éstas se puede hacer una elección de animales para desarrollar programas de mejoramiento genético que van a incrementar el crecimiento.

También es posible el hacer comparaciones en el comportamiento de padres e hijos para así poder planear los programas genéticos anteriormente mencionados.

5.3. Otra característica por la cual se recomienda el uso de las curvas de crecimiento, es que se puede evaluar económicamente el rebaño en estudio y así poder elegir a los animales en el momento en que serán destinados para el abasto. Por consecuencia calcular

el costo que tendrá la manutención de dichos animales durante su vida productiva.

5.4. El uso de las curvas de crecimiento se puede recomendar como un método de evaluación y una práctica de manejo para los animales para aplicar los programas de índole zootécnico más adecuado para la especie en estudio.

6. LITERATURA CITADA.

1. Agraz, G.A.A.: Caprinotécnica I. 2a. ed. LIMUSA. México, D.F. 1984.
2. Bolzano, B.: Paradojien des Unendlichen, In. Wissenschaftliche Klassiker in Faksimile-Drucken, vol. II. Berlin 1934.
3. Brody, S.: Bioenergetics and growth. Reinhold. Pub. Co. New York. 1945.
4. Cadena, F.M.L.: Productividad de Corderos en el Centro Ovino del Programa de Extensión Agropecuaria. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootécnica. Universidad Nacional Autónoma de México. Tesis de Licenciatura Facultad de Medicina Veterinaria y Zootécnica. Universidad Nacional Autónoma de México. México, D.F. 1983.
5. Castro, G.H.: Programa de mejoramiento genético en la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootécnica. Proyecto Tarsset. Memorias del curso de actualización aspectos de producción ovina. Universidad Nacional Autónoma de México. 1981.
6. DeNise, R.S.K.: Genetic and environmental aspects of the growth curve parameters in beef cows. *J. Anim. Sci.*, 61: 1431-1440 (1985).
7. Draper, N.R. y Smith, H.: Applied regression analysis. John Willey & Sons. Inc. 2a. ed. New York, U.S.A. 1981.
8. Escamilla, G.I.: Engorda Intensiva de Corderos. Memorias del curso de actualización aspectos de producción ovina.

Universidad Nacional Autónoma de México. 1981.

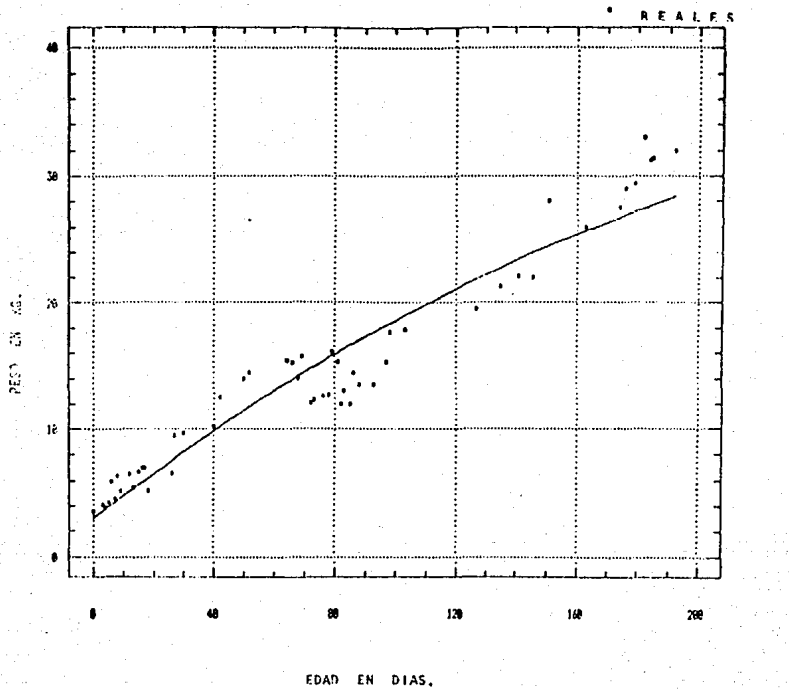
9. Fitzhugh, A.H.: Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *J. Anim. Sci.*, 42: 1036-1049 (1974).
10. Flores, M.A.: Bromatología Animal. 2a.ed. LIMUSA. México, D.F. 1981.
11. García, M.E.: Modificación al sistema de clasificación climática de Köppen. 3a.ed. *Offset Larios, S.A.* México, D.F. 1981.
12. Grossman, M. y Bohren, B.B.: Comparison of proposed growth curve functions in chickens. *J. Paper.* 46: 259-274 (1982).
13. Karuse, G.F., Siegel, F.B. y Hurst, D.C.: A probability structure for growth curves. *J. Biometrics.* 23: 217-225 (1967).
14. Kolb, E.: Fisiología veterinaria. 2a.ed. *Acribia.* Zaragoza, España. 1974.
15. Lasley, F.J.: Genética del mejoramiento del ganado. 1a.ed. *UTHEA.* México, D.F. 1979.
16. Leighton, A.T., Jr., Siegel, F.B. y Siegel, H.: Body weight and surface area of chickens. *Growth.* 30: 229-238 (1966).
17. Parks, R.J.: A theory of feeding and growth of animals. 1a.ed. *Springer-Verlag. Berlin Heidelberg.* New York 1982.
18. Preston, R.L.: What is need to break through the efficiency barrier in beef cattle. *Feedstuffs.* 20: (1968).
19. Ratkowsky, A.D.: Nonlinear regression modeling. 1a.ed. *Marcel Dekker Inc.* New York 1983.
20. Robertson, T.B.: The Chemical basis of growth and senescence.

- 1a.ed. *J. B. Lippincott Co.* Philadelphia, U.S.A. 1923.
21. Romero, T.F.: Selección de un modelo de regresión no lineal para describir el crecimiento en ovinos. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootécnica. Universidad Nacional Autónoma de México. Tesis de licenciatura Facultad de Medicina Veterinaria y Zootécnica. Universidad Nacional Autónoma de México. México, D.F. 1989. (en prensa).
22. Sang, J.H.: Analysis of the growth of selected lines of Brown Leghorn. XII th. World's Poultry Congress, Proc. 49-51 (1962).
23. Shimada, M.A. y Cuarón, I.J.A.: Alimentación de los bovinos en corrales de engorda. *Consultores en Producción Animal, S.C.* 1a.ed. México, D.F. 1986.
24. Statistical Analysis System Institute.: Statistical Analysis System (SAS). 6a. versión. *SAS Institute Inc.* North Carolina 1986.
25. Statistical Graphics Corporation.: Statistical Graphics (STATGRAPHICS). versión 2.6. *Mc.Graw Hill.* New York 1987.
26. Weierstrass, K.: *Mathematische Werke.* 1a.ed. *Akademie.* Berlin 1872.

A P E N D I C E

A.

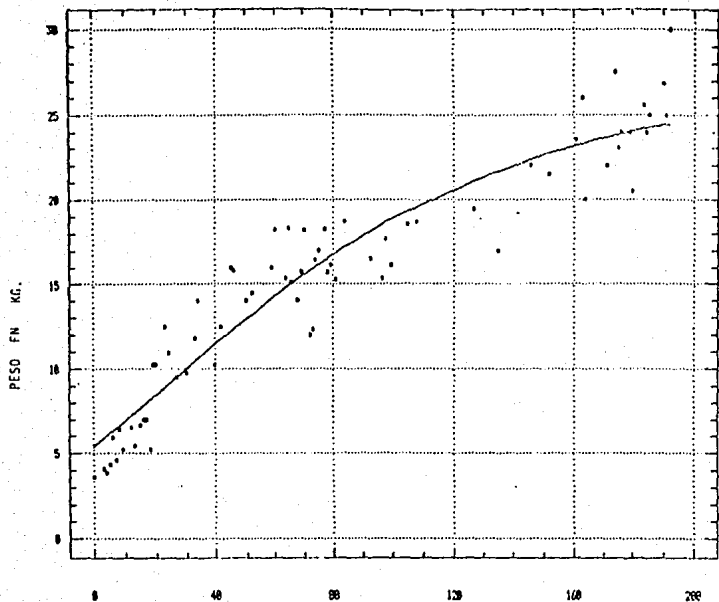
G R A F I C A 4.1
PARA LOS DATOS REALES Y AJUSTADOS
DE LAS HEMBRAS DE LA RAZA
DORSET.



GRAFICA 4.2
PARA LOS DATOS REALES Y AJUSTADOS
DE LAS HEMBRAS DE LA RAZA
SUFFOLK.

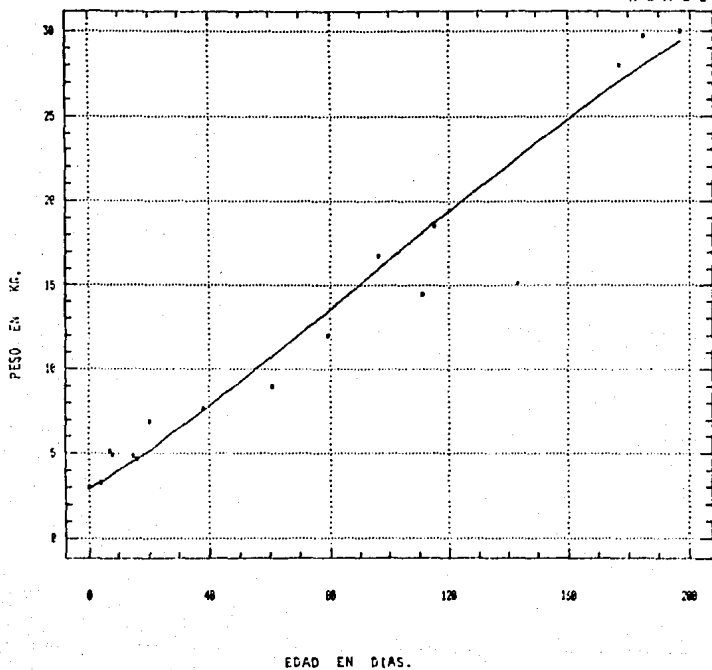
— AJUSTADOS

• REALES



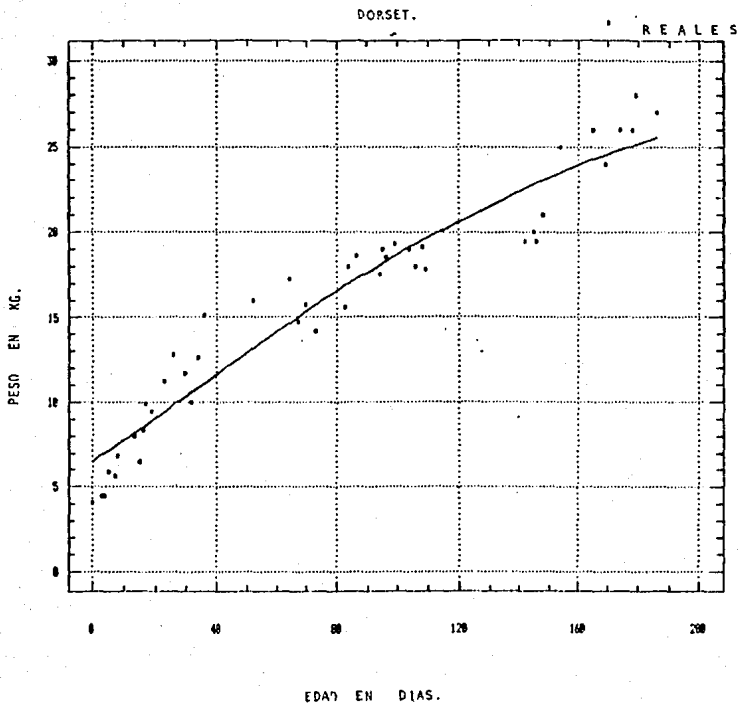
EDAD EN DIAS.

GRAFICA 4.3
 PARA LOS DATOS REALES Y AJUSTADOS
 DE LAS HEMBRAS DE LA RAZA — AJUSTADOS
 TABASCO. REALES



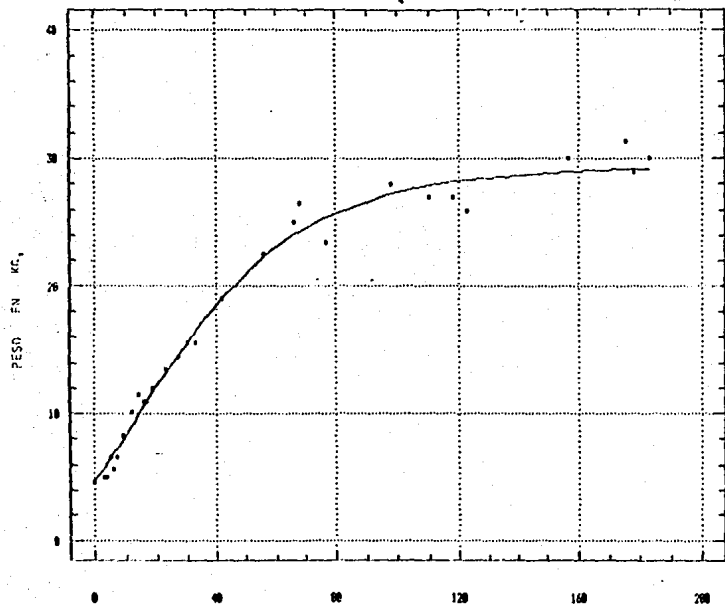
GRAFICA 4.4
PARA LOS DATOS REALES Y AJUSTADOS
DE LOS MACHOS DE LA RAZA

— AJUSTADOS



GRAFICA 4.5
 PARA LOS DATOS REALES Y AJUSTADOS
 DE LOS MACHOS DE LA RAZA SUFFOLK.

— AJUSTADOS
 • REALES



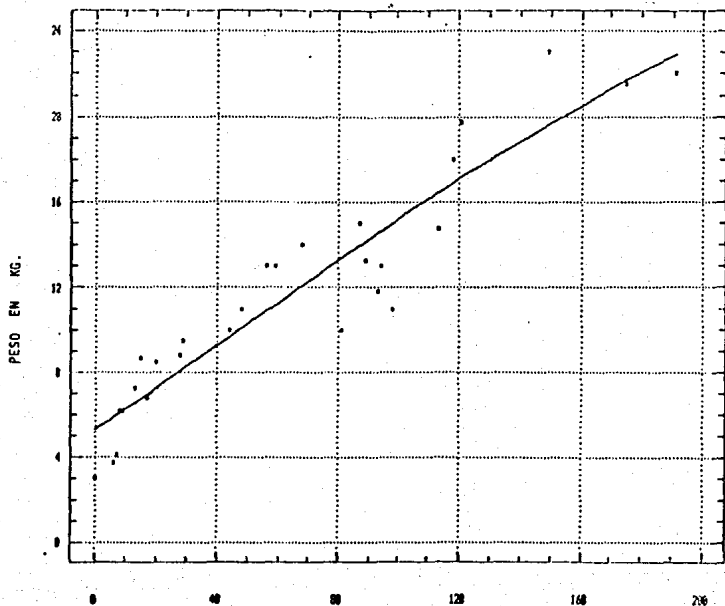
EDAD EN DIAS

GRAFICA 4.6
 PARA LOS DATOS REALES Y AJUSTADOS
 DE LOS MACHOS DE LA RAZA

— AJUSTADOS

TABASCO

• REALES



EDAD EN DIAS.

A P E N D I C E

B.

CUADRO 4.1.

NUMERO DE ITERACIONES REQUERIDAS PARA LOGRAR LA CONVERGENCIA DEL MODELO. (PARA HEMBRAS Y MACHOS).

RAZA	NUMERO DE ITERACIONES	
	HEMBRAS	MACHOS
DORSET	4	5
SUFFOLK	5	10
TABASCO	8	2

CUADRO 4.2.
COEFICIENTES CALCULADOS PARA EL MODELO DE RICHARDS
PARA LAS HEMBRAS DE LAS RAZAS DORSET, SUFFOLK Y TABASCO.

R A Z A	E S T I M A D O R E S			
	α	β	k	M
DORSET	40.00	0.900	0.0055	1.02
SUFFOLK	40.00	0.3492879	0.0055	5.00
TABASCO	40.00	0.611	0.0069	2.10

CUADRO 4.3.
VALORES CALCULADOS PARA EL MODELO DE RICHARDS
PARA LOS MACHOS DE LAS RAZAS DORSET, SUFFOLK Y TABASCO.

R A Z A	E S T I M A D O R E S			
	α	β	k	M
DORSET	40.00	0.3492879	0.0055	5.00
SUFFOLK	40.00	0.34928779	0.0055	5.00
TABASCO	40.00	0.6405091	0.0055	2.10

CUADRO 4.4.
NUMERO DE OBSERVACIONES, COEFICIENTE DE DETERMINACION
Y SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR PARA LAS HEMBRAS.

R A Z A	Número de observaciones	Coefficiente de determinación R^2	Cuadrado medio del error.
Dorset	53	0.923836	279.635
Suffolk	90	0.899059	315.725
Tabasco	16	0.977886	30.298

CUADRO 4.5.
NUMERO DE OBSERVACIONES, COEFICIENTE DE DETERMINACION
Y SUMA DEL CUADRADO DEL ERROR PARA LOS MACHOS.

R A Z A	Número de observaciones.	Coefficiente de determinación R^2	Cuadrado medio del error.
Dorset	44	0.927117	141.083
Suffolk	29	0.984104	32.985
Tabasco	32	0.880999	95.732

CUADRO 4.6.
 VALORES AJUSTADOS PARA EL MODELO DE RICHARDS
 PARA LAS HEMBRAS DE LAS RAZAS DORSET, SUFFOLK Y TABASCO

R A Z A	E S T I M A D O R E S			
	α	β	k	M
DORSET	44.9438870	0.9004164	0.0052292	1.1569020
SUFFOLK	27.1767255	0.3568554	0.0131756	3.6458333
TABASCO	49.7496816	0.6645117	0.0065184	2.5896133

CUADRO 4.7.
VALORES AJUSTADOS PARA EL MODELO DE RICHARDS
PARA LOS MACHOS DE LAS RAZAS DORSET, SUFFOLK Y TABASCO

R A Z A	E S T I M A D O R E S			
	α	β	k	M
DORSET	32.1179357	0.3355180	0.0095504	3.9102935
SUFFOLK	29.3427809	0.3707272	0.0305497	3.9330135
TABASCO	39.2200676	0.6274921	0.0051775	2.0212444

ESTA TESIS NO DEBE
 SALIR DE LA BIBLIOTECA

CUADRO 4.8.
 MATRIZ DE CORRELACIONES DE LOS ESTIMADORES DE LOS
 PARAMETROS DEL MODELO DE RICHARDS PARA LAS HEMBRAS
 DE TRES RAZAS DE BORREGOS.

DORSET

	a	b	k	M
a	1	0.962216	0.9938681	-0.9592955
b	0.962216	1	-0.9836955	-0.9984153
k	-0.9938681	0.9836881	1	0.9835956
M	-0.9592955	-0.9984153	0.9835956	1

SUFFOLK

	a	b	k	M
a	1	0.9236765	-0.9726817	-0.9238077
b	0.9236765	1	-0.9818295	-0.999928
k	-0.9726817	-0.9818295	1	0.9826172
M	-0.9238077	-0.999928	0.9826172	1

TABASCO

	a	b	k	M
a	1	0.9757599	-0.9944846	-0.9734222
b	0.9757599	1	0.9923259	-0.9998178
k	-0.9944846	-0.9923259	1	0.9913912
M	-0.9734222	-0.9998178	0.9913912	1

CUADRO 4. 9.

MATRIZ DE CORRELACIONES DE LOS ESTIMADORES DE LOS
PARAMETROS DEL MODELO DE RICHARDS PARA LOS MACHOS
DE TRES RAZAS DE BORREGOS

DORSET

	a	b	k	M
a	1	0.9558836	-0.9867701	-0.954218
b	0.9558836	1	-0.9893577	-0.9979641
k	-0.9867701	-0.9893577	1	0.988751
M	-0.954218	-0.9999641	0.988751	1

SUFFOLK

	a	b	k	M
a	1	0.5758597	-0.7359804	0.5791539
b	0.5758597	1	-0.9320144	-0.9996289
k	-0.7359804	-0.9320144	1	0.9383078
M	0.5791539	-0.9996289	0.9383078	1

TABASCO

	a	b	k	M
a	1	0.9796572	-0.9944701	-0.9743847
b	0.9796572	1	-0.9948368	-0.999661
k	-0.9944701	-0.9948368	1	0.99244
M	-0.9743847	-0.999661	0.99244	1

CUADRO 4.10
ERRORES ESTANDAR PARA LOS COEFICIENTES CALCULADOS
PARA LAS HEMBRAS.

RAZA	ERRORES ESTANDAR			
	α	β	k	M
DORSET	29.5500989	0.3046486	0.0088845	1.1413971
SUFFOLK	4.0519190	1.3566332	0.0102412	16.892738
TABASCO	51.8886532	1.4079553	0.0136165	8.7846919

CUADRO 4.11.
ERRORES ESTANDAR PARA LOS COEFICIENTES CALCULADOS
PARA LOS MACHOS

RAZA	ERRORES ESTANDAR			
	α	β	k	M
DORSET	12.8056243	2.0590348	0.0135418	28.5442992
SUFFOLK	0.63156039	0.48358474	0.00609519	6.30545471
TABASCO	76.6150632	2.6813534	0.0223961	12.6605867

CUADRO 4.12.
INDICADORES ZOOTECNICOS PARA LAS HEMBRAS.
TASAS DE PESOS PROMEDIO DURANTE LA VIDA DEL ANIMAL.

R A Z A	TASA ABSOLUTA DE CRECIMIENTO	TASA ABSOLUTA DE MADUREZ	TASA RELATIVA DE CRECIMIENTO
DORSET	0.1034764	0.00230234	0.038957
SUFFOLK	1.0374535	0.0381743	0.1815535
TABASCO	0.1004708	0.00201952	0.010619

CUADRO 4.13.
INDICADORES ZOOTECNICOS PARA LAS HEMBRAS.
TASAS INSTANTANEAS AL PUNTO DE INFLEXION (Yt, tr).*

R A Z A	TASA ABSOLUTA DE CRECIMIENTO	TASA ABSOLUTA DE MADUREZ	TASA RELATIVA DE CRECIMIENTO
DURSEY (110, 20)*	0.008857	0.00082205	0.008857
SUFFOLK (100, 18)*	0.1815335	0.054413	0.1815335
TABASCO (95, 15)*	0.010619	0.00300977	0.010617

* Yt corresponde a días al punto de inflexión y tr a el peso al punto de inflexión los cuales se detectaron en forma gráfica.

CUADRO 4.14.
INDICADORES ZOOTECHNICOS PARA MACHOS
TASAS DE PESOS PROMEDIO DURANTE LA VIDA DEL ANIMAL.

R A Z A	TASA ABSOLUTA DE CRECIMIENTO	TASA ABSOLUTA DE MADUREZ	TASA RELATIVA DE CRECIMIENTO
DORSET	0.0879279	0.00273765	0.0128319
SUFFOLK	0.2567427	0.00874977	0.0409655
TABASCO	0.0674509	0.00179198	0.0102472

CUADRO 4.15.
INDICADORES ZOOTECNICOS PARA MACHOS.
TASAS INSTANTANEAS AL PUNTO DE INFLEXION (Y_i, t_i)

R A Z A	TASA ABSOLUTA DE CRECIMIENTO	TASA ABSOLUTA DE MADUREZ	TASA RELATIVA DE CRECIMIENTO
DORSET (85, 19) *	0.0128319	0.00404306	0.0128319
SUFFOLK (60, 24) *	0.0409655	0.019213	0.0409655
TABASCO (90, 14) *	0.0102472	0.00257829	0.0102472

* Y_i corresponde a días al punto de inflexión y t_i a peso al punto de inflexión los cuales se detectaron en forma gráfica.