



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
INSTITUTO DE FÍSICA

**Análisis de los parámetros relevantes en procesos suprimidos y
prohibidos del modelo estándar**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
MARIANA BOLAÑOS DÁVILA

TUTOR PRINCIPAL
Dr. Genaro Toledo Sánchez
(Instituto de Física, UNAM)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR
Dra. Libertad Barrón Palos
(Instituto de Física, UNAM)

Dr. Roelof Bijker
(Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM)

Ciudad de México, (Enero) 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mi asesor, el Dr. Genaro Toledo Sánchez, por apoyarme siempre y tener tanta paciencia conmigo.

A los miembros de mi comité tutor, la Dra. Libertad Barrón Palos y el Dr. Roelof Bijker por estar al pendiente durante mis estudios y apoyarme hasta el último momento.

A mis sinodales, la Dra. Myriam Mondragón, la Dra. Aurore Courtoy, el Dr. Ángel Sánchez y el Dr. Iván Heredia, por sus valiosos comentarios para enriquecer este trabajo.

A CONACYT por el apoyo económico para realizar mi maestría.

Resumen

En este trabajo se estudian procesos suprimidos y prohibidos en el modelo estándar. En particular, se muestran procesos del tipo $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ los cuales involucran supresión a un lazo mezclada con acoplamiento de mezcla de CKM, además de la relación entre las masas de las partículas involucradas y los distintos canales para este proceso: analizado como dispersión los posibles canales por los que puede ocurrir son la caja del bosón W y los pingüinos del Z y el fotón; analizado como decaimiento, por invariancia de norma el canal del fotón está prohibido. Considerando mediciones recientes del decaimiento $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$, se exploran los efectos que tendría una cuarta familia de quarks, imponiendo cotas sobre la masa de estas nuevas partículas junto con el producto de sus acoplamientos (utilizando el ansatz de Froggatt-Nielsen) que sean consistentes con los errores experimentales. El resultado fue una región consistente con el ansatz Froggatt Nielsen, con una masa entre 600 GeV y 1 TeV, y el acoplamiento entre el cuarto quark y los otros quarks involucrados se analiza para una fase de 0° y 180° .

También se muestra el proceso $\tau^- \rightarrow l^+M^-M^-$. Éste es un proceso prohibido en el modelo estándar debido a que involucra violación de número leptónico y tiene implicaciones en la naturaleza de los neutrinos. Al estudiar el proceso para distintos mesones finales, tanto escalares como vectoriales, es posible explorar regiones para la masa del neutrino de Majorana involucrado junto con el producto de sus acoplamientos con los leptones cargados, de tal manera que sean consistentes con la razón de decaimiento experimental. Para elegir el valor más óptimo de la masa del neutrino de Majorana, se hizo un ajuste para distintos valores del ancho de decaimiento en función de ésta. El producto de los acoplamientos se eligió de tal manera que la razón de decaimiento sea consistente con las cotas experimentales; en el caso de los procesos que no tienen cota, los acoplamientos se eligieron de tal manera que la razón de decaimiento sea del mismo orden que las anteriores.

Índice general

Resumen	5
Introducción	9
1. El Modelo Estándar	11
1.1. Introducción	11
1.2. Rompimiento espontáneo de simetría	12
1.3. Masas fermiónicas	14
1.3.1. Neutrinos de Majorana	15
1.4. Matrices de Mezcla	16
1.4.1. Violación de CP	17
1.4.2. Violación de número leptónico	18
2. Proceso $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ como dispersión o decaimiento	21
2.1. Estatus experimental	21
2.2. Descripción del proceso $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ a un lazo	22
2.3. Proceso vía dispersión	28
2.4. Proceso vía decaimiento	29
2.5. Cuarta familia de quarks	32
3. Violación de número leptónico en decaimientos del τ	35
3.1. Descripción del proceso $\tau^- \rightarrow l^+ M_1^- M_2^-$ vía neutrino de Majorana	35
4. Conclusiones	47
Apéndice A. Constante de acoplamiento de mesones vectoriales con bosón W	49

Introducción

Los procesos suprimidos o prohibidos en el modelo estándar son escenarios ideales para buscar efectos de nueva física, ya que estos últimos no tienen que competir con efectos grandes provenientes del propio modelo. Experimentos tales como LHCb, Belle, Babar y en el futuro próximo Belle II, tendrán la capacidad de buscar estas señales con una precisión sin precedentes.

Este trabajo de tesis se enfoca en estudiar procesos suprimidos y prohibidos: El proceso prohibido $\tau^- \rightarrow l^+ M^- M^-$, donde M puede ser un mesón vectorial o escalar, tiene como principal ingrediente entender el papel de la masa y acoplamientos de los neutrinos de Majorana, además de las cotas a las razones de decaimiento que se pueden establecer a través del mismo, lo que servirá para tener un panorama más amplio de factibilidades de medición en experimentos como LHCb y Belle II.

El proceso suprimido que estudiaremos es de la forma $q\bar{q} \rightarrow l^+ l^-$. Dicho proceso es uno de los escenarios con alta precisión y que se espera sea mejorada en los próximos años. En este trabajo lo abordamos con la premisa de mostrar cómo aparecen los efectos de supresión y el papel de los diferentes canales involucrados. En particular es interesante mostrar que la fenomenología asociada a la dispersión o al decaimiento son muy diferentes y que ofrece escenarios para búsqueda de fenómenos nuevos.

En el primer capítulo se hace una revisión del Modelo Estándar, haciendo énfasis en la generación de términos masivos después del rompimiento espontáneo de simetría, e incluyendo un término de masa tipo Majorana, que da lugar a la violación de número leptónico en dos unidades. También se presentan las matrices de mezcla para los fermiones, las cuales brindan información para identificar procesos suprimidos.

En el segundo capítulo se presenta el proceso $q\bar{q} \rightarrow l^+ l^-$, haciendo un análisis sobre las distintas supresiones que están involucradas: acoplamientos CKM, distintos canales con distintas masas involucradas y estudiando las contribuciones vía dispersión y vía decaimiento. Estas supresiones pueden dar lugar a nueva física consistente con las mediciones experimentales, en particular, considerando una cuarta familia de quarks y mostrando la región de parámetros permitida por éstas.

En el tercer capítulo se estudia el proceso $\tau^- \rightarrow l^+ M^- M^-$ (donde los dos mesones finales pueden ser pseudoescalares, vectoriales o una combinación de ambos), el cual se considera prohibido ya que viola número leptónico. Se pre-

sentan los detalles del cálculo del ancho de decaimiento en función de la masa del neutrino de Majorana involucrado y los acoplamientos con los leptones cargados. Por último se muestran las regiones permitidas de estos parámetros que son consistentes con la razón de decaimiento experimental. Por último, en el capítulo 4 se muestran las conclusiones junto con las perspectivas.

Capítulo 1

El Modelo Estándar

En este capítulo se mostrarán los elementos básicos del Modelo Estándar necesarios para la realización del trabajo de tesis. Primero se presentará el lagrangiano de norma del Modelo Estándar, para identificar a los mediadores de las interacciones. A partir del rompimiento espontáneo de simetría se generarán las masas de estos mediadores y de los fermiones. En particular, para incluir términos masivos en el sector de neutrinos se considerará la extensión más sencilla del Modelo Estándar, la cual incluye neutrinos derechos y neutrinos de tipo Majorana. Después del rompimiento espontáneo de simetría en el sector de fermiones, los nuevos eigenestados de masa de los fermiones se traducen en matrices que permiten mezclas entre quarks tipo *up* y *down*, leptones cargados y neutrinos izquierdos, y entre leptones cargados y neutrinos de Majorana.

1.1. Introducción

El lagrangiano completo del modelo estándar se puede escribir de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{NORMA}} + \mathcal{L}_{\text{HIGGS}} + \mathcal{L}_{\text{YUKAWA}} + \mathcal{L}_{\text{FERMIONICO}} \quad (1.1)$$

El lagrangiano de norma incluye los términos cinéticos de los bosones de norma, es decir

$$\mathcal{L}_{\text{NORMA}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^i G^{\mu\nu i} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{\mu\nu i} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (1.2)$$

El primer término corresponde al grupo $SU(3)$ y se define como

$$G_{\mu\nu}^i = \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i - g_s f_{ijk} G_\mu^j G_\nu^k \quad (1.3)$$

G_ν^i son los 8 mediadores de la interacción fuerte, es decir, los gluones, g_s es la constante de acoplamiento fuerte y f_{ijk} es el factor de estructura del grupo.

El segundo término en el lagrangiano de la ecuación 1.2 corresponde al grupo $SU(2)_L$, definido como

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \quad (1.4)$$

W_ν^i son los 3 mediadores de la interacción débil, g es la constante de acoplamiento débil y ϵ_{ijk} es el tensor de Levi-Civita.

Para finalizar con el lagrangiano de norma, la definición del último término que corresponde al grupo $U(1)_Y$ es

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (1.5)$$

Al sustituir estas definiciones en el lagrangiano de norma se obtienen las interacciones permitidas entre los bosones. Como ejemplo, en la Figura 1.1, se muestran los diagramas correspondientes a los mediadores del grupo $SU(3)$ los cuales deben estar cargados (carga de color) pues interactúan entre sí. Lo mismo sucede con los mediadores de $SU(2)_L$ (carga débil), pero no así con el mediador de $U(1)$.

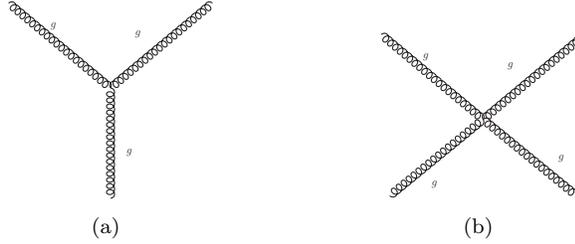


Figura 1.1: Interacciones entre los bosones de norma del grupo $SU(3)$

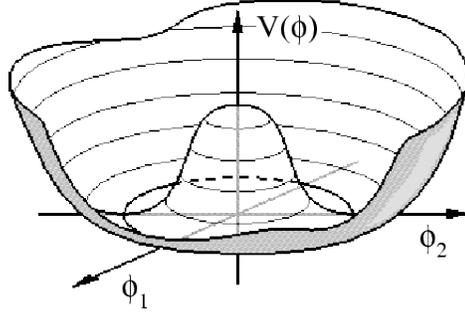
Para preservar la invariancia de norma local, los campos de norma tienen que ser no masivos, lo que en el caso del gluón es aceptable pero no con los campos de norma débiles. Algo similar ocurre con las masas de los fermiones (en el lagrangiano Fermiónico) al imponer que el campo débil solo actúe en la parte izquierda. Es por eso que el término de masa fermiónico de tipo Dirac rompe la invariancia de norma de $SU(2)_L$.

En resumen, todos los campos involucrados son no masivos, en contradicción con las observaciones, por lo tanto es necesario establecer un mecanismo para que éstos tengan masa. A continuación se describe el rompimiento espontáneo de simetría el cual permite recuperar las masas de los mediadores débiles y los fermiones, sin perder la invariancia del lagrangiano.

1.2. Rompimiento espontáneo de simetría

Debemos incluir un escalar complejo que interactúe débilmente (doblete de isospín), que no interactúe fuertemente (singlete de color) y con hipercarga de $1/2$, es decir, el Higgs, el cual se puede escribir a partir de 4 escalares reales

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 - i\phi_2 \\ \phi_3 - i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Figura 1.2: Potencial para $\lambda > 0$ y $\mu^2 < 0$

El lagrangiano que lo describe es

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \phi) (D^\mu \phi)^\dagger - V(\phi) \quad (1.7)$$

donde la derivada covariante y el potencial de Higgs están dados por:

$$D_\mu = \partial_\mu + i \frac{g}{2} \tau^j W_\mu^j + i \frac{g'}{2} B_\mu$$

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

En la derivada covariante aparecen τ^j , que son los generadores de $SU(2)$ y corresponden a las matrices de Pauli, y g' es la constante de acoplamiento de hipercarga. En el potencial aparecen dos parámetros. Se considera $\lambda > 0$ para garantizar la existencia de un mínimo, pero hay dos casos en cuanto a μ . Si $\mu^2 > 0$, entonces el término en el que aparece corresponde a un término de masa y no debería aparecer en el potencial, sin embargo cuando consideramos que $\mu^2 < 0$ este término corresponde a un término de interacción. En la Figura 1.2 se muestra la forma del potencial tomando este último caso. Notemos que $\phi = 0$ representa un mínimo local pero inestable. Al salir de esta inestabilidad estamos rompiendo la simetría y encontrando el mínimo estable. Buscando dónde se anula la derivada del potencial podemos obtener los mínimos, es decir

$$\frac{dV}{d\phi} = \phi (\mu^2 + 2\lambda\phi^2) = 0$$

cuyas soluciones son

$$\phi = 0$$

$$\phi^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv v^2$$

por convención escribimos al mínimo, considerando fluctuaciones alrededor de éste, como

$$\langle \phi \rangle_{min} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

Si sustituimos ϕ en el término cinético de 1.7 tendremos términos donde interviene h , los cuales representan interacciones, y términos donde sólo interviene v , los cuales serán términos de masa. Fijémonos sólo en estos últimos:

$$(D_\mu\phi)(D^\mu\phi)^\dagger \simeq \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \left(\frac{g}{2}\tau^j W_\mu^j + \frac{g'}{2}B_\mu \right)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Redefiniendo

$$W^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$$

$$\tau^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau^1 \pm i\tau^2)$$

y sustituyendo en la ecuación 1.9

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} gW_\mu^3 + g'B_\mu & \sqrt{2}gW^+ \\ \sqrt{2}gW^- & -gW_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

$$= \frac{v^2}{4} g^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ gg' & g^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{\mu 3} \\ B^\mu \end{pmatrix}$$

Para los bosones W^\pm tenemos un término de masa, pero no pasa lo mismo para W_μ^3 y B_μ pues la matriz no es diagonal. Sin embargo podemos diagonalizarla a partir de una rotación por un ángulo θ_W , es decir, redefiniendo de la siguiente manera

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + W_\mu^3 \cos \theta_W$$

En conclusión el rompimiento espontáneo de simetría nos genera términos de masas para los bosones de norma, los cuales son: $m_W = \frac{gv}{2}$, $m_A = 0$ y $m_Z = \sqrt{g^2 + g'^2} \frac{v}{2}$, además de nuevos estados físicos de los bosones.

1.3. Masas fermiónicas

Siguiendo con el rompimiento espontáneo de simetría, veamos lo que sucede para las masas de los fermiones a partir del lagrangiano de *Yukawa*:

$$\mathcal{L}_Y = \sum_{m,n=1}^3 \bar{u}_{mL}^0 \Gamma_{m,n}^u \phi u_{nR}^0 + \sum_{m,n=1}^3 \bar{d}_{mL}^0 \Gamma_{m,n}^d \phi d_{nR}^0 + \sum_{m,n=1}^3 \bar{l}_{mL}^0 \Gamma_{m,n}^l \phi l_{nR}^0 \quad (1.10)$$

donde u se refiere al sector *up* de quarks, d al *down* y l a los leptones cargados, además el superíndice 0 hace referencia a los eigenestados de interacción y Γ^i son matrices arbitrarias conocidas como los acoplamientos de *Yukawa*. Notemos que en la ecuación 1.10 no aparece un término para los neutrinos pues en el Modelo Estándar éstos no tienen masa. Sin embargo, en experimentos como Super-Kamiokande o $\text{NO}\nu\text{A}$ se ha detectado la oscilación de neutrinos, lo que implica que éstos deben tener masa [3, 4].

La forma más sencilla de incluir un término de masa es agregar neutrinos derechos a la teoría, el cual se ve en la ecuación 1.10 como

$$\sum_{m,n=1}^3 \bar{\nu}_{m_L}^0 \Gamma_{m,n}^\nu \phi \nu_{n_R}^0$$

Sustituyendo el Higgs (ecuación 1.8) en 1.10 y agregando el término para neutrinos tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & \sum_{m,n=1}^3 \bar{u}_{m_L}^0 (M^u + \Gamma^u h) u_{n_R}^0 + \sum_{m,n=1}^3 \bar{d}_{m_L}^0 (M^d + \Gamma^d h) d_{n_R}^0 \\ & + \sum_{m,n=1}^3 \bar{l}_{m_L}^0 (M^l + \Gamma^l h) l_{n_R}^0 + \sum_{m,n=1}^3 \bar{\nu}_{m_L}^0 (M^\nu + \Gamma^\nu h) \nu_{n_R}^0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

donde $M^i \equiv \frac{\Gamma^i v}{\sqrt{2}}$ es una matriz de 3×3 (no necesariamente diagonal, real o hermitiana) de masas. Como no son diagonales, están permitidas las mezclas de familias y no están bien definidas las masas de los fermiones por lo que debemos diagonalizarlas, es decir, buscar matrices A^i , tales que $A_L^{i\dagger} M^i A_R^i = M_D^i$, donde $A_{L,R}^{i\dagger} A_{L,R}^i = 1$

1.3.1. Neutrinos de Majorana

Antes de diagonalizar la matriz de masas de neutrinos, generalizemos un poco más. Debido a que estamos tratando con partículas neutras, es posible agregar un término de masa Majorana, el cual involucra conjugación de carga:

$$\frac{1}{2} (\bar{\nu}_R^0)^c B^\nu \nu_R^0$$

B_ν es una matriz que representa el término de masa de Majorana para los neutrinos derechos. Reescribiendo el término de masa total para los neutrinos y considerando que $\bar{\nu}_L^0 M^\nu \nu_R^0 = (\bar{\nu}_R^0)^c M^{\nu\dagger} (\bar{\nu}_L^0)^c$, tenemos lo siguiente:

$$\frac{1}{2} \left(\bar{\nu}_L^0 M^\nu \nu_R^0 + (\bar{\nu}_R^0)^c (M^\nu)^T (\bar{\nu}_L^0)^c + (\bar{\nu}_R^0)^c B^\nu \nu_R^0 \right)$$

Es decir, en términos matriciales, la densidad lagrangiana del sector de neutrinos queda como sigue:

$$-\mathcal{L}_\nu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^0 & (\bar{\nu}_R^0)^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & M^\nu \\ M^{\nu\dagger} & B^\nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\bar{\nu}_L^0)^c \\ \nu_R^0 \end{pmatrix} + h.c. \quad (1.12)$$

La matriz de masas que aparece en esta ecuación representa el término de masa más general para los neutrinos, por lo que la definimos como

$$M_{Total}^\nu \equiv \begin{pmatrix} 0 & M^\nu \\ M^{\nu\dagger} & B^\nu \end{pmatrix}$$

Sustituyendo 1.12 en 1.11, buscaremos diagonalizar cada una de las matrices de masa.

En el sector de quarks y de leptones cargados, la matriz A^i representa un cambio de base que se traduce en nuevos eigenestados de masa:

$$i_L = A_L^{i\dagger} i_L^0 \text{ y } i_R = A_R^{i\dagger} i_R^0$$

donde i representa cada fermión cargado. De esta forma, la matriz de masa de estos fermiones queda como:

$$M_D^i = \begin{pmatrix} m_{f_1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{f_2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{f_3} \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

con f_i los fermiones cargados por familia.

Para diagonalizar la matriz del sector de neutrinos, se buscan una matriz A^ν , de $(3+n) \times (3+n)$ donde n es el número de neutrinos extra, tal que:

$$A^{\nu\dagger} M_{Total}^\nu A^\nu = \begin{pmatrix} m_\nu & 0 \\ 0 & M_N \end{pmatrix}$$

El polinomio característico de la matriz M_{Total}^ν resulta ser

$$\lambda = \frac{B^\nu \pm B^\nu \sqrt{1 - 4 \frac{M^{\nu 2}}{B^{\nu 2}}}}{2}$$

lo que implica que sus eigenvalores sean

$$m_\nu \sim \frac{M^{\nu 2}}{B^\nu}; \quad M_N \sim B^\nu \quad (1.14)$$

Si consideramos que los neutrinos derechos (mejor conocidos como estériles) son pesados, podemos concluir que los neutrinos izquierdos (también llamados activos) son ligeros, tal y como se ha encontrado en la práctica. A este mecanismo se le conoce como el mecanismo *seesaw*.

1.4. Matrices de Mezcla

La matriz A^ν puede parametrizarse de la siguiente forma:

$$A^\nu = \begin{pmatrix} U_{3 \times 3} & V_{3 \times n} \\ X_{n \times 3} & Y_{n \times n} \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

cuyos eigenestados de masa son de la forma:

$$\begin{pmatrix} (\bar{\nu}_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix} = A^\nu \begin{pmatrix} (\bar{\nu}_L^0)^c \\ \nu_R^0 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

es decir, los eigenestados de interacción de los neutrinos son una combinación lineal de los eigenestados de masa de los mismos como se muestra a continuación:

$$\bar{\nu}_L^0 = \bar{\nu}_L U^\dagger + \nu_R^c V^\dagger \quad (1.17)$$

$$\nu_R^0 = \bar{\nu}_L^c X^\dagger + \nu_R Y^\dagger \quad (1.18)$$

Al sustituir los nuevos eigenestados en el lagrangiano fermiónico junto con los bosones de norma W^\pm se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_F = \sum_{m=1}^F (\bar{q}_{mL,R} i \not{\partial} q_{mL,R} + \bar{l}_{mL,R} i \not{\partial} l_{mL}) - \frac{g}{2\sqrt{2}} (J_\mu^W W^{\mu-} + J_\mu^{W\dagger} W^{\mu+}) \\ - \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} J_Q^\mu A_\mu - \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} J_Z^\mu Z_\mu \end{aligned}$$

donde la corriente fermiónica, $J_\mu^{W\dagger}$, se define como

$$J_\mu^{W\dagger} = \bar{\nu}_L \gamma_\mu U^\dagger A_L^l l_L + \nu_R^c \gamma_\mu V^\dagger A_L^l l_L + \bar{u}_L \gamma_\mu A_L^{u\dagger} A_L^d d_L$$

La matriz $U_{PMNS} \equiv U^\dagger A_L^e$ (llamada así por Pontecorvo, Maki, Nakagawa y Sakata) corresponde a la mezcla entre neutrinos activos y leptones cargados; la matriz $V_{CKM} \equiv A_L^{u\dagger} A_L^d$ (llamada así por Cabibo, Kobayashi y Maskawa) corresponde a la mezcla entre quarks tipo *up* y *down*; la matriz $V^\dagger A_L^e$ corresponde a la mezcla entre neutrinos estériles y leptones cargados. Estas tres matrices son complejas, de tamaño $F \times F$, con $2F^2$ parámetros reales y permiten una mezcla entre familias de fermiones (F representa el número de familias); además deben ser unitarias, por lo que se pueden escribir en términos de $\frac{F(F-1)}{2}$ ángulos y $\frac{(F-1)(F-2)}{2}$ fases. En el Modelo Estándar hay 3 familias de leptones y de quarks, por lo que se tienen 3 ángulos y 1 fase para cada matriz.

Si ahora sustituimos lo anterior en el lagrangiano cargado tenemos

$$\mathcal{L}_{\text{cargado}} = \bar{u} \gamma^\mu V_{CKM} d W_\mu^+ + \bar{d} \gamma^\mu V_{CKM} u W_\mu^-$$

y si a éste le aplicamos conjugación de carga y paridad (CP):

$$\mathcal{L}'_{\text{cargado}} = \bar{d}(-\gamma^\mu) V_{CKM}^* u(-W_\mu^-) + \bar{u}(-\gamma^\mu) V_{CKM}^* d(-W_\mu^+)$$

Los dos lagrangianos tienen la misma estructura salvo por el término de CKM. Si imponemos que sean invariantes ante CP la matriz CKM debe ser real, lo cual se cumple sí y sólo sí se consideran 2 familias. Al considerar $F=3$ tenemos un término complejo que viola CP.

1.4.1. Violación de CP

Como ejemplo de violación de CP, consideremos los mesones neutros K^0 y \bar{K}^0 . Al ser mesones pseudoescalares tienen paridad -1 , es decir, si aplicamos el

operador paridad a cada estado se obtiene

$$P |K^0\rangle = -|K^0\rangle$$

y

$$P |\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$

Mientras que si aplicamos el operador de conjugación de carga

$$C |K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$$

y

$$C |\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$$

Si ahora aplicamos los dos operadores se tiene:

$$CP |K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad CP |\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$$

Es decir, no son eigenestados de CP.

Si ahora consideramos las siguientes combinaciones lineales de estos estados:

$|K_1\rangle \equiv \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}$ y $|K_2\rangle \equiv \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}$, y les aplicamos CP, se obtiene:

$$CP |K_1\rangle = \frac{-|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}} = -|K_1\rangle \quad CP |K_2\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}} = |K_2\rangle$$

Es decir, K_1 y K_2 sí son eigenestados de CP. Además, estos estados deberían decaer únicamente en estados que tengan el mismo eigenvalor pero no sucede así, ambos decaen en $\pi\pi$ y $\pi\pi\pi$. Aplicando CP a estos últimos tenemos:

$$CP |\pi^+\pi^-\rangle = |\pi^+\pi^-\rangle \quad CP |\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = -|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle$$

Lo anterior implica que existe violación de CP en este tipo de procesos. Además, el parámetro de violación de CP, en decaimientos de las mezclas K_1 y K_2 , es del orden de 10^{-3} [1].

Para analizar este proceso desde el marco del modelo estándar se muestra el diagrama de Feynman correspondiente en la Figura 1.3. En los vértices aparecen los elementos de CKM V_{qs} y V_{qd} , con $q = u, c, t$, responsables de la violación de CP ya que involucran al término complejo de dicha matriz.

1.4.2. Violación de número leptónico

Experimentalmente se ha observado que el número leptónico es una cantidad conservada en los procesos permitidos por el Modelo Estándar. El valor de dicha cantidad se asigna dependiendo del tipo de partícula: a cada lepton cargado positivamente y a cada neutrino les corresponde el valor de +1; a los leptones cargados negativamente y a los antineutrinos les corresponde el valor de -1; a cualquier partícula que no sea leptónica le corresponde el valor de 0.

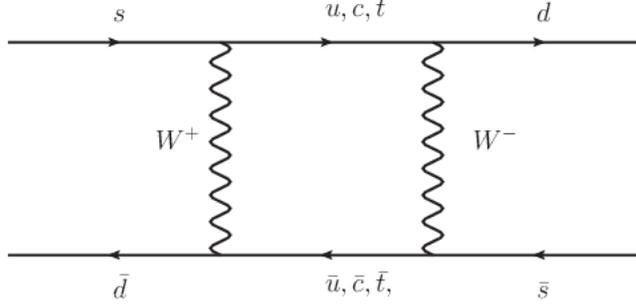


Figura 1.3: Violación de CP en sistemas de Kaones neutros

Al ser una cantidad conservada, existe una transformación de norma global en el sector leptónico

$$l \rightarrow e^{i\alpha} l$$

$$\nu \rightarrow e^{i\alpha} \nu$$

con α un escalar, que mantiene invariante el lagrangiano, es decir, α es una cantidad conservada y se le llama número leptónico, L .

Si aplicamos esta transformación en el término de masa de neutrinos se obtiene lo siguiente:

$$\bar{\nu}_L M^\nu \nu_R + \frac{1}{2} \bar{\nu}_R^c B^\nu \nu_R \rightarrow \bar{\nu}_L e^{-i\alpha} M^\nu e^{i\alpha} \nu_R + \frac{1}{2} \bar{\nu}_R^c e^{i\alpha} B^\nu e^{i\alpha} \nu_R \quad (1.19)$$

es decir

$$\bar{\nu}_L M^\nu \nu_R + \frac{1}{2} e^{2i\alpha} \bar{\nu}_R^c B^\nu \nu_R \quad (1.20)$$

El término de masa de los neutrinos de Majorana no mantiene invariante al lagrangiano. De hecho, cualquier proceso que involucre este tipo de neutrinos, implica una violación de número leptónico en dos unidades ($\Delta L = 2$).

Con esta revisión del modelo estándar se tienen los ingredientes necesarios para explicar los procesos suprimidos (en particular, por los valores de las entradas de CKM), y los procesos prohibidos (para el caso de neutrinos de Majorana, es posible escribir procesos utilizando el lagrangiano cargado, que violan el número leptónico en 2 unidades).

Capítulo 2

Proceso $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ como dispersión o decaimiento

En el presente capítulo se hará una revisión del proceso $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$, con quarks tipo *down*, considerando las contribuciones electrodébiles. Este proceso está suprimido en el modelo estándar, ya que sólo ocurre a nivel de lazo e involucra un cambio de sabor en la corriente neutra (FCNC). Como caso particular se considera el proceso $b\bar{s} \rightarrow \mu^+\mu^-$ vía dispersión y vía decaimiento (hadronizando). El papel de los distintos canales en dicho proceso, considerado como dispersión y como decaimiento, resultan favorecer distintos sistemas dependiendo de las masas involucradas. El proceso considerado como dispersión puede ocurrir por el canal de caja del mesón W y por dos pingüinos: el del Z y el del fotón, mientras que para el proceso considerado como decaimiento el canal del fotón se cancela, pues viola conservación de momento angular total, ya que es una partícula con espín 1 mientras que el mesón inicial es una partícula pseudoescalar con espín 0. Después de hacer el análisis, resulta que el canal del fotón domina en procesos vía dispersión, a pesar de la supresión por CKM, mientras que en procesos vía decaimiento, el canal de la caja resulta ser dominante con respecto al pingüino del Z. Además, se explorará el efecto de una cuarta familia, modelando el acoplamiento de los quarks con el ansatz de Fröggatt-Nielsen e imponiendo cotas para su masa, de tal forma que sean consistentes con la razón de decaimiento experimental.

2.1. Estatus experimental

Las recientes actualizaciones de aceleradores de partículas pretenden elevar la luminosidad para aumentar la detección de eventos y así poder disminuir los errores asociados a cada medición. Entre menor sea el error de una medición, es más fácil distinguir a qué contribución se debe esa medición. Es por eso que los experimentos con altas luminosidades están interesados en procesos suprimidos o prohibidos del modelo estándar: las nuevas contribuciones, en caso de encon-

trarse, podrían distinguirse de procesos suprimidos en el modelo estándar. Tal es el caso del decaimiento suprimido $B \rightarrow \mu\mu$, el cuál fue medido en 2015 por CMS y LHCb con una razón de decaimiento combinada de [6]:

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (3.9_{-1.4}^{+1.6}) \times 10^{-10} \quad \text{y} \quad \mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (2.8_{-0.6}^{+0.7}) \times 10^{-9} \quad (2.1)$$

LHCb obtuvo nuevas mediciones para dichos decaimientos en 2017 [8]:

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (1.6_{-1.4}^{+1.6}) \times 10^{-10} \quad \text{y} \quad \mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (2.7_{-0.5}^{+0.6}) \times 10^{-9} \quad (2.2)$$

lo cual es consistente con las predicciones del modelo estándar [8]:

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (1.06 \pm 0.09) \times 10^{-10} \quad \text{y} \quad \mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (3.57 \pm 0.17) \times 10^{-9} \quad (2.3)$$

Estas predicciones se obtuvieron considerando únicamente contribuciones de pingüino (con el bosón Z) y de caja (con el bosón W), e incluyendo contribuciones de QCD. Por otro lado, estos procesos pueden tener contribuciones fuera del modelo estándar, las cuales se han utilizado para definir los límites de los parámetros involucrados.

La supresión de estos procesos se debe principalmente a la interacción electrodébil entre los quarks, la cual se describe en el siguiente lagrangiano:

$$\mathcal{L}_{\text{EW}} = \frac{g}{\sqrt{2}} \frac{V_{ij}}{2} \bar{d}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_j W_\mu + \frac{g}{\cos \theta} j_\mu^0 Z^\mu + e j_\mu^{\text{em}} A^\mu + \text{h.c.} \quad (2.4)$$

Las transiciones cargadas son mediadas por el bosón de norma W y tienen una magnitud que depende de los quarks involucrados pues está pesada con el elemento CKM correspondiente (éste requiere la existencia de eigenestados de masa de quarks bien definidos). Las transiciones neutras dependen del acoplamiento de las corrientes j_μ^0 y j_μ^{em} con el bosón de norma Z y el fotón, respectivamente, y están pesadas con las cargas débil y electromagnética de los quarks involucrados.

Debido a la estructura de las corrientes neutras, se sabe que no existen transiciones neutras que cambien el sabor (FCNC, Flavor Changing Neutral Currents), sin embargo éstas pueden inducirse al tener contribuciones de lazo, como se muestra en las Figuras 2.1 y 2.2. Las corrientes están suprimidas debido a que los bosones mediadores son pesados, además de la presencia de elementos CKM cuando se consideran transiciones fuera de la diagonal.

2.2. Descripción del proceso $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ a un lazo

En esta sección, se explorarán las contribuciones del proceso $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ a un lazo, a partir del lagrangiano. Primero se analizarán los parámetros involucrados en el lazo, considerando contribuciones débiles y electromagnéticas para los tres posibles canales: el canal de la caja del bosón W y los pingüinos del bosón Z y del fotón. La contribución de dichos canales está suprimida por la corriente

neutra con cambio de sabor, sin embargo la principal causa de supresión ocurre hasta que se introducen los coeficientes de CKM involucrados, al considerar transiciones entre quarks fuera de la diagonal.

Consideremos el proceso general $b\bar{s} \rightarrow \mu\mu$ a orden más bajo en perturbación. Las contribuciones se deben a la caja (bosón de norma W) y dos pingüinos, y se describen por el siguiente lagrangiano efectivo [10]:

$$\mathcal{L} \approx \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(\chi 4\bar{s}_L \gamma_\mu b_L (\tilde{C} \mu_L \gamma^\mu \mu_L) + \frac{\alpha}{4\pi} \left[\tilde{H}_1 \bar{s}_L \gamma_\mu b_L + \tilde{H}_2 \square^{-1} \partial^\nu (m_s \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} d_L + m_b \bar{s}_R \sigma_{\mu\nu} b_R) \right] \bar{\mu} \gamma^\mu \mu \right) + \text{h.c.} \quad (2.5)$$

donde $\chi \equiv \frac{\alpha}{4\pi \sin^2 \theta_W}$. El primer término representa los diagramas de caja y de pingüino Z, mientras que el segundo término y el tercero representan el pingüino del fotón. Los coeficientes \tilde{C} , \tilde{H}_1 y \tilde{H}_2 son las contribuciones de los lazos integrados. Para poder comparar y revisar los detalles relevantes, primero se muestra la reproducción de los resultados obtenidos por Inami y Lim [10].

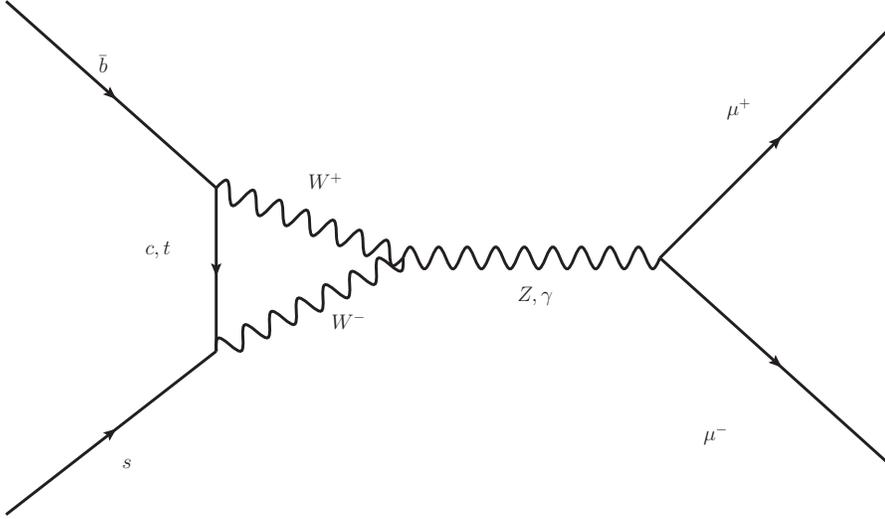
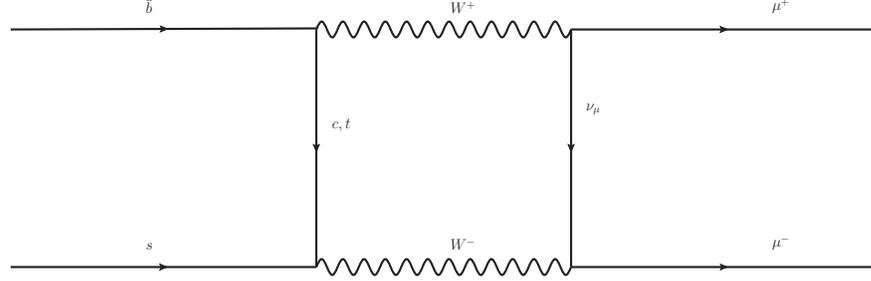


Figura 2.1: Diagrama de pingüino del proceso $b\bar{s} \rightarrow \mu\mu$

Contribuciones tipo caja W y pingüino Z

El coeficiente \tilde{C} debe resumir las contribuciones de todos los quarks, por lo que se puede definir como una suma de la contribución del quark j, pesado con su correspondiente elemento de CKM, es decir,

$$\tilde{C} \equiv \sum_{j=c,t} V_{js}^* V_{jb} \tilde{C}(x_j, x_1) \quad (2.6)$$


 Figura 2.2: Diagrama de caja del proceso $b\bar{s} \rightarrow \mu\mu$

donde los parámetros adimensionales x_i corresponden a la razón al cuadrado entre las masas del quark i y el bosón W , es decir, $x_i = \frac{m_i}{m_W}$. Debido a que $m_u \ll m_W$, se puede considerar que $x_1 = 0$.

Si el parámetro de norma se toma como $\xi = 1$, la función factorizada está dada por:

$$\bar{C}(x_j, 0) = \left[\frac{x_j}{4} - \frac{3x_j}{4(-1+x_j)} + \frac{3x_j^2 \ln(x_j)}{4(-1+x_j)^2} \right] \quad (2.7)$$

y puede separarse en las contribuciones Z y W como

$$\bar{C} = \Gamma_Z + \Gamma_{\square} \quad (2.8)$$

La contribución del bosón Z se escribe como:

$$\Gamma_Z = \frac{x_j}{4} - \frac{3}{8(x_j-1)} + \frac{3(2x_j^2 - x_j) \ln x_j}{8(x_j-1)^2} + \frac{x_j \ln x_j}{\xi x_j - 1} \left(\frac{3}{4(x_j-1)} + \frac{1}{8(\xi x_j - 1)} \right) - \frac{1}{8(\xi x_j - 1)} \left[1 + \left(\frac{1+5\xi}{\xi-1} - \frac{1}{\xi x_j - 1} \right) \ln \xi \right] - (x_j \rightarrow x_1).$$

Despejando de 2.8 podemos obtener la contribución de la caja, tomando $x_1 = 0$ y el límite $\xi \rightarrow 1$.

Contribución del pingüino γ

Análogamente se pueden calcular los coeficientes \tilde{H}_i como:

$$\tilde{H}_i \equiv \sum_{j=c,t} V_{js}^* V_{jb} \bar{H}_i(x_j, x_1) \quad (2.9)$$

cuya forma explícita se obtiene de los coeficientes de estructura en el vértice electromagnético

$$\bar{s} \Gamma_{\gamma\mu} b = \frac{e}{(4\pi)^2} \frac{g^2}{2M_W^2} V_{js}^* V_{jb} \bar{s} \left[F_1(q^2, \gamma_\mu - q_\mu \not{q}) \frac{1-\gamma_5}{2} + F_2 \sigma_{\mu\nu} i q^\nu \left(m_s \frac{1-\gamma_5}{2} + m_b \frac{1+\gamma_5}{2} \right) \right] b \quad (2.10)$$

donde q_μ es el cuadrimomento del fotón que, por conservación de momento, es igual a la suma del momento de los leptones finales.

Dicho vértice está calculado a segundo orden en el momento externo de tal forma que se cumple

$$\bar{H}_1 \equiv -4F_1 - 8\Gamma_Z \quad \text{y} \quad \bar{H}_2 \equiv -4F_2 \quad (2.11)$$

donde

$$\begin{aligned} F_1 = & Q \left(\left(\frac{1}{12(x_j - 1)} + \frac{13}{12(x_j - 1)^2} - \frac{1}{2(x_j - 1)^3} \right) x_j \right. \\ & + \left. \left(\frac{2}{3(x_j - 1)} + \left(\frac{1}{2(x_j - 1)^4} - \frac{5}{6(x_j - 1)^3} + \frac{2}{3(x_j - 1)^2} \right) x_j \right) \ln x_j \right) \\ & - \left(\frac{7}{3(x_j - 1)} + \frac{13}{12(x_j - 1)^2} - \frac{1}{2(x_j - 1)^3} \right) x_j \\ & - \left(\frac{1}{6(x_j - 1)} - \frac{35}{12(x_j - 1)^2} - \frac{5}{6(x_j - 1)^3} + \frac{1}{2(x_j - 1)^4} \right) x_j \ln x_j \\ & - 2 \left(\frac{x_j \ln x_j}{\xi x_j - 1} \left(\frac{3}{4(x_j - 1)} + \frac{1}{8(\xi x_j - 1)} \right) - \frac{1}{8(\xi x_j - 1)} \left[1 + \left(\frac{1 + 5\xi}{\xi - 1} - \frac{1}{\xi x_j - 1} \right) \ln \xi \right] \right) \\ & - (x_j \rightarrow x_1) \end{aligned} \quad (2.12)$$

y

$$\begin{aligned} F_2 = & -Q \left(\left(\frac{3}{2(x_j - 1)^3} + \frac{3}{4(x_j - 1)^2} - \frac{1}{4(x_j - 1)} \right) x_j - \frac{3x_j^2 \ln x_j}{2(x_j - 1)^4} \right) \\ & + \left(\frac{3}{2(x_j - 1)^3} + \frac{9}{4(x_j - 1)^2} + \frac{1}{2(x_j - 1)} \right) x_j - \frac{3x_j^3 \ln x_j}{2(x_j - 1)^4} \end{aligned} \quad (2.13)$$

con Q la carga eléctrica en unidades de e .

Debido a que las funciones anteriores cuentan para las contribuciones de lazo, es interesante compararlas para tener intuición sobre el rol de los estados intermedios para inducir FCNC. En la Tabla 2.1 se muestran los valores de las funciones para los quarks s , c , b y t con las masas reportadas en [1], incluyendo una cuarta familia SM4 [11] con quarks adicionales llamados t' y b' , utilizando una masa de referencia de 1 TeV. En general, las contribuciones débiles aumentan con la masa, sin embargo sucede lo contrario para F_1 y \bar{H}_1 debido a que las cargas de los sectores *up* y *down* de los quarks son diferentes. Además de que son mucho mayores que las demás contribuciones.

En la Figura 2.3 se muestran las funciones \bar{C} y Γ_{Box} a 1 lazo en función de las masas de los quarks. La gráfica se muestra en escala logarítmica para apreciar una relación lineal entre la función combinada (línea negra) $\Gamma_Z + \Gamma_\square$ y la masa

Quark\Función	\bar{C}	Γ_Z	Γ_{box}	F_1	F_2	H_1	H_2
s	1.40×10^{-6}	-7.29×10^{-6}	8.69×10^{-6}	1.32	1.16×10^{-7}	-5.30	-4.66×10^{-7}
c	2.51×10^{-4}	-6.65×10^{-4}	9.17×10^{-4}	-5.61	1.46×10^{-4}	22.46	-5.85×10^{-4}
b	2.68×10^{-3}	-4×10^{-3}	6.68×10^{-3}	3.01	2.37×10^{-4}	-12.01	-9.48×10^{-4}
t	2.08	1.71	3.68×10^{-1}	-8.96	3.89×10^{-1}	22.2	-1.56
$b'(1 \text{ TeV})$	41.77	41.28	4.87×10^{-1}	2.73	3.83×10^{-1}	-341.17	-1.54
$t'(1 \text{ TeV})$	41.77	41.28	4.87×10^{-1}	-10.33	6.33×10^{-1}	-288.92	-2.53

Tabla 2.1: Valor de las distintas contribuciones a 1 lazo debido a los quarks, sin tomar en cuenta los acoplamientos CKM

de los quarks. Se puede apreciar que para quarks cuyas masas están por debajo de los 20 GeV, la función dominante es la de la caja (línea roja), mientras que la función del pinguino de Z domina para masas mayores. Las funciones F_1 , H_1 y F_2 , H_2 se muestran en las Figuras 2.4 y 2.5 respectivamente. En la primera se aprecia la dependencia de F_1 en la carga eléctrica de los quarks, mientras que en la segunda se aprecia que F_2 casi no tiene contribuciones de las masas de s , c y b pero cuando se trata de quarks pesados como t , t' y b' , muestra dependencia en el tipo de quark que se considera, ya sea tipo *up* o tipo *down*.

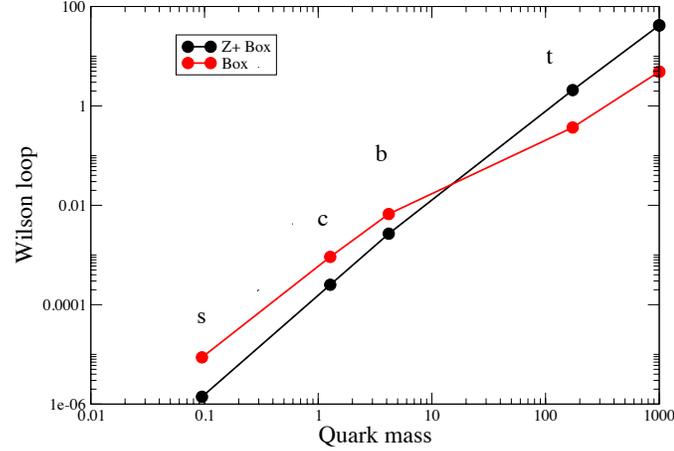


Figura 2.3: Funciones electrodébiles a 1 lazo (\bar{C} y Γ_{Box}) en función de las masas de los quarks, sin tomar en cuenta los acoplamientos CKM

Para incluir los acoplamientos CKM y extender los resultados de las funciones a un lazo a la cuarta familia, es necesario aproximar los acoplamientos CKM de ésta. Es por eso que utilizamos el ansatz de Froggat y Nielsen [12], quienes sugieren que la mezcla de quarks debe estar relacionada con las masas

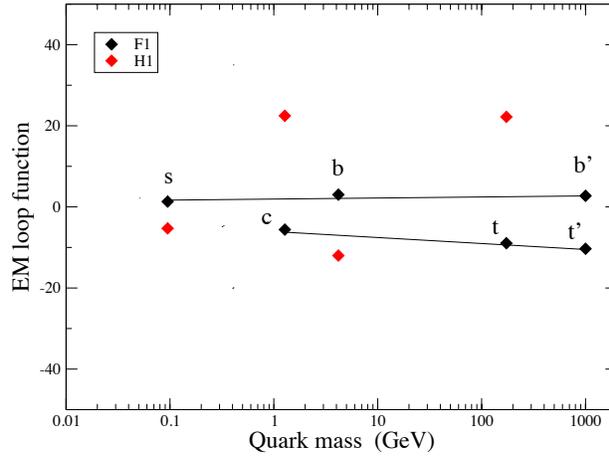


Figura 2.4: Funciones electromagnéticas F_1 y H_1 a 1 lazo en función de las masas de los quarks, sin considerar los acoplamiento CKM

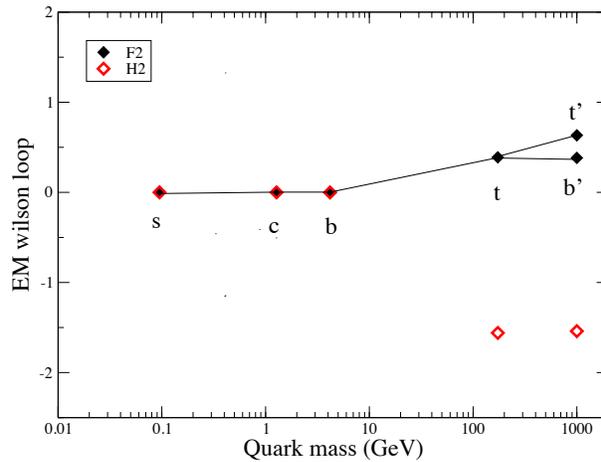


Figura 2.5: Funciones electromagnéticas F_2 y H_2 a 1 lazo en función de las masas de los quarks, sin considerar los acoplamiento CKM

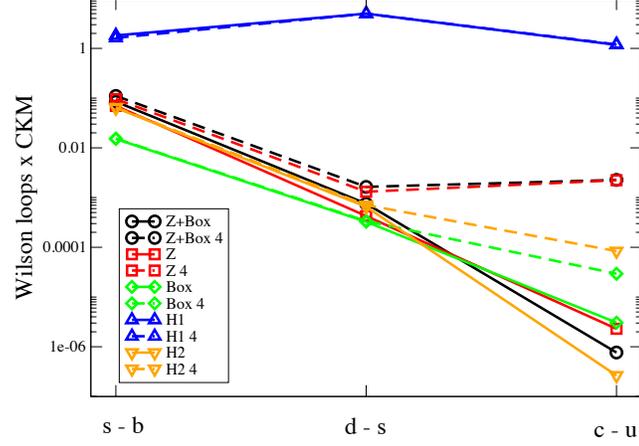


Figura 2.6: Contribuciones a un lazo considerando los acoplamientos CKM para los vértices efectivos $s - \bar{b}$, $d - \bar{s}$ y $c - \bar{u}$. La línea punteada conecta los valores para 4 familias mientras que la línea continua une los valores para 3 familias.

del quark ligero y el quark pesado como:

$$|V_{jq}| = \sqrt{\frac{m_q}{m_j}} \quad (2.14)$$

para $m_q \ll m_j$. Tomando en cuenta lo anterior, en la Tabla 2.2 se muestran las funciones combinadas junto con su correspondiente acoplamiento CKM. Los resultados anteriores también se muestran en la gráfica 2.6. Debido a que se combina la dependencia de los valores de las funciones del lazo \bar{C} , F_1 y F_2 (los coeficientes de Wilson) con la masa y los acoplamientos CKM, en la gráfica se aprecia que la existencia de la cuarta familia implica una dependencia en todas las transiciones, sin embargo ésta es mayor en la transición $c - u$. Por otro lado, la función H_1 es la de mayor contribución y no muestra dependencia ni en el tipo de transición, ni en la existencia de la cuarta familia.

2.3. Proceso vía dispersión

Para considerar las propiedades de las partículas iniciales y finales, se calculará la sección eficaz del proceso $q_1\bar{q}_2 \rightarrow l^+l^-$ sin tomar en cuenta las correcciones de QCD, ya que se espera que las contribuciones sean del mismo orden [13, 14] y se cancelen al hacer la razón entre ellas, y considerado tres estados hadrónicos distintos: $b\bar{s}$, $s\bar{s}$ y $c\bar{u}$.

Quark \ Función	\tilde{C}	$\tilde{\Gamma}_Z$	$\tilde{\Gamma}_{box}$	\tilde{H}_1	\tilde{H}_2
$s - \bar{b}$	8.48×10^{-2}	6.97×10^{-2}	1.51×10^{-2}	1.82	-6.36×10^{-2}
$s - \bar{b}$ (4)	1.11×10^{-1}	9.57×10^{-2}	1.54×10^{-2}	1.63	-6.52×10^{-2}
$d - \bar{s}$	7.53×10^{-4}	4.26×10^{-4}	3.27×10^{-4}	4.99	-6.53×10^{-4}
$d - \bar{s}$ (4)	1.64×10^{-3}	1.31×10^{-3}	3.38×10^{-4}	4.98	-7.07×10^{-4}
$c - \bar{u}$	7.65×10^{-7}	-2.30×10^{-6}	3.06×10^{-6}	-1.18	-2.64×10^{-7}
$c - \bar{u}$ (4)	2.26×10^{-3}	2.23×10^{-3}	2.94×10^{-5}	-1.20	-8.38×10^{-5}

Tabla 2.2: Valor de las contribuciones a un lazo, considerando los acoplamientos CKM para los vértices electrodébiles efectivos. Ver texto para más detalles.

La amplitud total del proceso incluye el canal de la caja y los dos pingüinos, es decir:

$$\mathcal{M}_{\text{Total}} = \mathcal{M}_{\square} + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_{\gamma} \quad (2.15)$$

Como caso particular, por tener una referencia, la sección eficaz se calcula en el polo del mesón pseudoescalar que contiene los quarks $q_1\bar{q}_2$, por lo que se utiliza su masa [1] como la energía de colisión en la producción del par de leptones. Por ejemplo, para los quarks $b\bar{s}$ se usa la masa del mesón B_s^0 (5366.89 ± 0.19 MeV); para los quarks $s\bar{s}$, la masa del mesón K^0 (497.611 ± 0.013 MeV); y para los quarks $c\bar{u}$, la masa de D^0 (1864.83 ± 0.05 MeV).

Para conocer de dónde proviene la mayor contribución, se calcularon las razones entre las diferentes secciones eficaces. Estos resultados se presentan en la Tabla 2.3, donde se puede apreciar que las contribuciones dependen del mesón inicial: para el proceso $b\bar{s} \rightarrow l^+l^-$ (altas energías) con $l = e, \mu, \tau$, la aportación dominante es la del canal del Z, sin embargo, el canal del fotón contribuye más que el canal de la caja; para los procesos $d\bar{s} \rightarrow l^+l^-$ y $c\bar{u} \rightarrow l^+l^-$ (bajas energías) con $l = e, \mu$ son dominados completamente por el canal del fotón. Las razones de las secciones eficaces entre los canales del fotón y el Z también se muestran gráficamente en la Figura 2.7. Las líneas punteadas representan el efecto de la cuarta familia mientras que las continuas representan tres familias. A estas energías no se nota el efecto de la cuarta familia.

2.4. Proceso vía decaimiento

Los procesos de dispersión y decaimiento se diferencian por el número de grados de libertad que involucra cada uno. Si ahora consideramos el proceso de decaimiento, el elemento de matriz hadrónica se parametriza como:

$$\langle 0 | \bar{q}_2 \gamma_\mu \gamma_5 q_1 | P(q) \rangle = i f_P q_\mu \quad (2.16)$$

donde q es el momento del mesón pseudoescalar P y f_P es la constante de decaimiento del mesón, la cual resume las interacciones de los quarks.

Proceso\Razón	σ_γ/σ_Z	σ_\square/σ_Z	$\sigma_\square/\sigma_\gamma$
$\sigma(b\bar{s} \rightarrow e^+e^-)_{M_{B_s^0}}$	3.35×10^{-1}	4.7×10^{-2}	1.4×10^{-1}
$\sigma(b\bar{s} \rightarrow e^+e^-)_{M_{B_s^0}} (4)$	1.81×10^{-1}	2.59×10^{-2}	1.43×10^{-1}
$\sigma(b\bar{s} \rightarrow \mu^+\mu^-)_{M_{B_s^0}}$	3.35×10^{-1}	4.69×10^{-2}	1.4×10^{-1}
$\sigma(b\bar{s} \rightarrow \mu^+\mu^-)_{M_{B_s^0}} (4)$	1.81×10^{-1}	2.59×10^{-2}	1.43×10^{-1}
$\sigma(b\bar{s} \rightarrow \tau^+\tau^-)_{M_{B_s^0}}$	4.67×10^{-1}	4.69×10^{-2}	1.0×10^{-1}
$\sigma(b\bar{s} \rightarrow \tau^+\tau^-)_{M_{B_s^0}} (4)$	3.01×10^{-1}	2.59×10^{-2}	8.41×10^{-2}
$\sigma(d\bar{s} \rightarrow e^+e^-)_{M_{K^0}}$	3.64×10^4	5.81×10^{-1}	1.60×10^{-5}
$\sigma(d\bar{s} \rightarrow e^+e^-)_{M_{K^0}} (4)$	3.87×10^3	6.68×10^{-2}	1.73×10^{-5}
$\sigma(d\bar{s} \rightarrow \mu^+\mu^-)_{M_{K^0}}$	4.79×10^4	5.78×10^{-1}	1.21×10^{-5}
$\sigma(d\bar{s} \rightarrow \mu^+\mu^-)_{M_{K^0}} (4)$	5.1×10^3	6.68×10^{-2}	1.31×10^{-5}
$\sigma(c\bar{u} \rightarrow e^+e^-)_{M_{D^0}}$	6.98×10^7	1.78	2.5×10^{-7}
$\sigma(c\bar{u} \rightarrow e^+e^-)_{M_{D^0}} (4)$	74.06	1.74×10^{-4}	2.34×10^{-6}
$\sigma(c\bar{u} \rightarrow \mu^+\mu^-)_{M_{D^0}}$	7.09×10^7	1.78	2.5×10^{-7}
$\sigma(c\bar{u} \rightarrow \mu^+\mu^-)_{M_{D^0}} (4)$	75.22	1.74×10^{-4}	2.31×10^{-6}

Tabla 2.3: Razón entre las distintas secciones eficaces para la producción de pares de leptones, permitidas por la energía de colisión. (4) hace referencia a la contribución debida a la existencia de la cuarta familia. El subíndice de las secciones eficaces hace referencia a la energía a la que fueron calculadas, es decir, la masa del mesón indicado en cada caso.

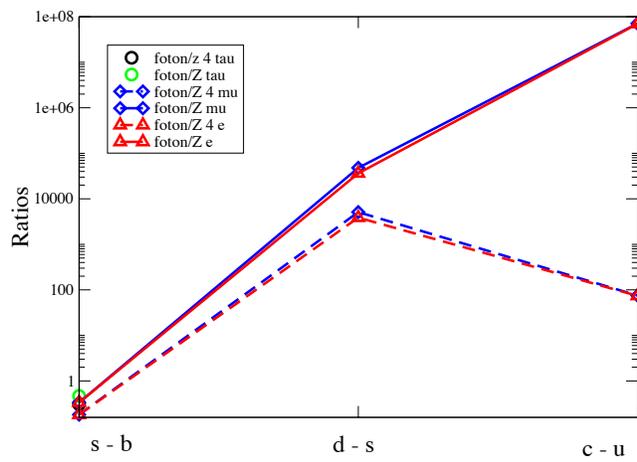


Figura 2.7: Razones de las secciones eficaces entre los canales del fotón y el Z para el proceso $q_1 \bar{q}_2 \rightarrow l^+ l^-$. Las líneas continuas sólo consideran tres familias. Las líneas punteadas incluyen la existencia de la cuarta familia. A estas energías, el sabor de los leptones no implica ninguna diferencia.

Cuando consideramos un decaimiento, es importante considerar la invariancia de norma del vértice leptónico electromagnético que impone que $p^\mu \Gamma_{\gamma\mu}(q) = 0$, con $\Gamma_{\gamma\mu}(q)$ definida en la ecuación 2.10. Esto implica que la contribución del canal del fotón se cancela automáticamente en la amplitud de probabilidad del proceso. Otra forma de ver la cancelación es por medio de la conservación de momento angular total debido a que el fotón intermediario tiene espín 1. A pesar de que los bosones de norma W y Z también tienen espín 1, sus contribuciones no se cancelan debido a que son bosones masivos, es decir, tienen una componente de espín 0. Por lo tanto, el decaimiento a este orden se lleva a cabo por el canal del Z y el de la caja. Esta aproximación se conoce como contribución de corta distancia ya que se utiliza una corriente de quarks con las correcciones de QCD incluidas. Sin embargo, se sabe que para el decaimiento $K \rightarrow l^+l^-$ la contribución de corta distancia es despreciable y el proceso es dominado por la contribución de larga distancia (bajas energías). En particular se ha analizado el decaimiento $K_L \rightarrow \mu\mu$, debido al intercambio de dos fotones [15], utilizando χ PT. Esta contribución es prácticamente la única en la razón de decaimiento experimental [16]:

$$\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (3.84 \pm 0.05) \times 10^{-6}$$

$$\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow e^+e^-) = (0.0879_{-0.041}^{+0.057}) \times 10^{-10}$$

Otro ejemplo es el decaimiento $D \rightarrow l^+l^-$, donde sólo se tienen límites experimentales [17, 18]

$$\mathcal{B}(D^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) < 6.2 \times 10^{-9}$$

$$\mathcal{B}(D^0 \rightarrow e^+e^-) < 7.9 \times 10^{-8}$$

En este trabajo no se incluyen contribuciones a largas distancias. Eso puede ser parte de un estudio más amplio.

2.5. Cuarta familia de quarks

Respecto a la existencia de una cuarta familia de quarks, su evidencia puede considerarse dentro del error experimental de la razón de decaimiento. De ser así, los valores de la masa de éstos y el producto de los elementos de CKM $V_{stl}V_{btl}$ están limitados por éste. Para encontrar los límites, basta suponer que la sección transversal total (σ_4) es la contribución de las tres familias (σ_3) más la contribución de la cuarta ($\bar{\sigma}_4 = \sigma_4 - \sigma_3$), por lo que la desviación de la tercera familia es

$$1 + \frac{\bar{\sigma}_4}{\sigma_3} \tag{2.17}$$

y el segundo término depende de la relación entre el error de la razón de decaimiento experimental y el valor central, es decir:

$$\mathcal{B}_{\text{experimental}} = \mathcal{B}_{\text{central}} \pm \mathcal{B}_{\text{error}} \rightarrow 1 \pm \frac{\mathcal{B}_{\text{err}}}{\mathcal{B}_{\text{cent}}} \quad (2.18)$$

Con estas condiciones se obtuvieron los posibles valores de la masa del quark pesado y del producto de los elementos de CKM que son consistentes con lo anterior, pero al no tener información sobre la fase de la cuarta familia respecto a la tercera, se hizo un análisis para fase normal (NP, 0°) y fase invertida (IP, 180°), el cual se muestra en la Figura 2.8. El valor de la masa se exploró entre 600 GeV y 1 TeV. El límite inferior se fijó considerando estudios que muestran que están excluidos valores menores [19]. La región azul corresponde al análisis de NP, la roja al análisis de IP y la línea negra es el ansatz de Froggatt-Nielsen. La región azul se traslapa con una fracción de la región roja y es consistente con F-N por lo que se puede concluir que, en caso de ser válido, se necesita que no haya fase relativa. La región en blanco que está entre IP y NP está permitida para cualquier otro valor de la fase relativa.

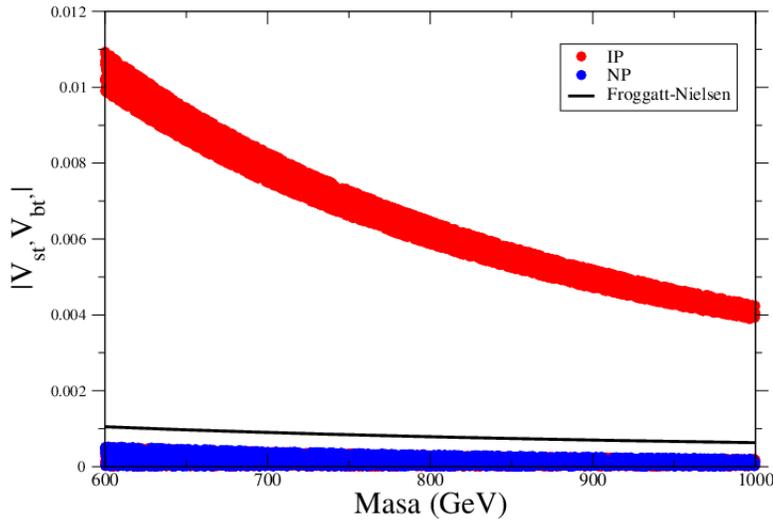


Figura 2.8: Regiones permitidas de la masa del quark pesado de la cuarta familia (t') y del producto de los elementos de CKM, $V_{st'} V_{bt'}^{-1}$, para una fase normal (azul) y una fase invertida (rojo). La línea negra corresponde al ansatz de Froggatt-Nielsen.

En este capítulo se estudiaron las contribuciones en el proceso $q\bar{q} \rightarrow l^+ l^-$ a un lazo. A partir del lagrangiano se determinaron los parámetros involucrados

en el vértice, los cuales dependen del canal considerado; los canales permitidos en este tipo de procesos vía dispersión son el de la caja del bosón W y los pingüinos del bosón Z y el fotón. Se calcularon los distintos coeficientes involucrados en el lagrangiano, en función de las masas de los quarks, sus cargas eléctricas y los acoplamientos CKM, dando como resultado una dependencia directa entre las contribuciones débiles y las masas, y una dependencia inversa entre las contribuciones electromagnéticas y las masas. Al considerar el proceso como un decaimiento, el canal del fotón se cancela por invariancia de norma y el canal de la caja resulta ser el dominante. También se consideró la existencia de una cuarta familia, donde se utilizó el ansatz de Fröggatt-Nielsen para modelar el acoplamiento con los demás quarks, y se exploró el efecto de una fase relativa entre los acoplamientos. Se obtuvieron regiones, para la masa y el producto de los acoplamientos, consistentes con las razones de decaimiento experimentales y con el ansatz cuando no existe fase relativa entre ellos.

Capítulo 3

Violación de número leptónico en decaimientos del τ

En este capítulo se estudiará el decaimiento $\tau^- \rightarrow l^+ M_1^- M_2^-$, donde los mesones finales pueden ser pseudoescalares, vectoriales o una mezcla de éstos. Dicho decaimiento está prohibido en el modelo estándar debido a que involucra violación de número leptónico, lo cual puede ser explicado con la presencia de neutrinos de Majorana.

A partir del diagrama de Feynman de este proceso, se obtendrá la razón de decaimiento en términos de la masa del neutrino de Majorana y sus acoplamientos con los fermiones cargados involucrados. Se escogerán los valores de éstos que favorezcan el proceso y que sean consistentes con las cotas experimentales que se tienen. Para el caso donde al menos un mesón es vectorial, no se tienen cotas experimentales, sin embargo, se considerarán los parámetros que resulten en una razón de decaimiento del orden de las existentes. PDG [1] reporta algunas cotas superiores de la razón de decaimiento de este tipo de procesos, mostradas en la Tabla 3.1, y se espera que se mejoren dichas cotas en experimentos como LHCb y Belle II.

3.1. Descripción del proceso $\tau^- \rightarrow l^+ M_1^- M_2^-$ vía neutrino de Majorana

Consideremos el proceso $\tau^-(P_\tau) \rightarrow l^+(P_L) M_1^-(P_1) M_2^-(P_2)$, donde las P 's representan el momento asociado de cada partícula, cuyo diagrama de Feynman se ilustra en la Figura 3.1. Para calcular la amplitud de este proceso, tomaremos en cuenta que los mesones finales M_1 y M_2 pueden ser pseudoescalares, vectoriales o una mezcla de cada uno. En el caso particular en el que los dos mesones

Proceso	Branching ratio
$\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- \pi^-$	$< 2.0 \times 10^{-8}$
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \pi^- \pi^-$	$< 3.9 \times 10^{-8}$
$\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- K^-$	$< 3.2 \times 10^{-8}$
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \pi^- K^-$	$< 4.8 \times 10^{-8}$
$\tau^- \rightarrow e^+ K^- K^-$	$< 3.3 \times 10^{-8}$
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^- K^-$	$< 4.7 \times 10^{-8}$

Tabla 3.1: Cotas experimentales de las razones de decaimiento para distintos decaimientos del τ , reportadas en el PDG [1].

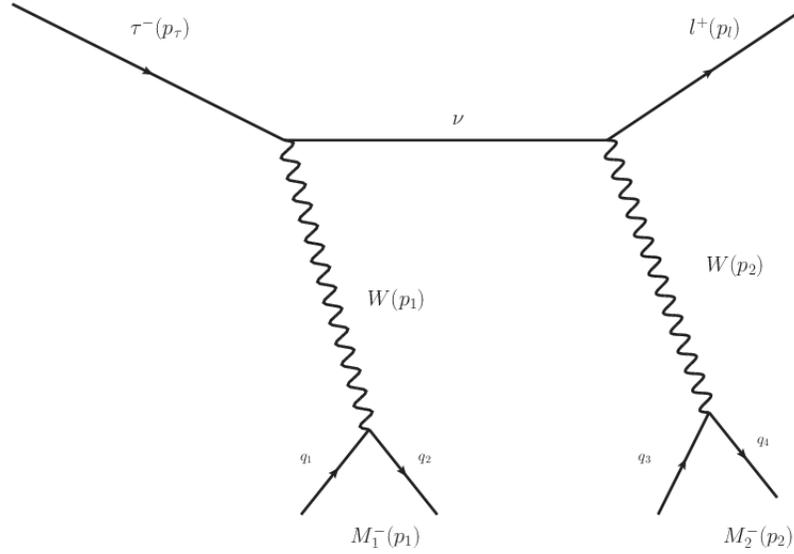


Figura 3.1: Diagrama de Feynman del proceso $\tau^- \rightarrow l^+ M_1^- M_2^+$

finales son pseudoescalares (al cual se hará referencia como PP) la amplitud de decaimiento está dada por [20]:

$$i\mathcal{M} = 2G_F^2 V_1 V_2 f_1 f_2 V_{\tau 4} V_{e 4} m_4 \left(\frac{\bar{v}_\tau \not{p}_1 \not{p}_2 P_R v_e}{(p_\tau - p_1)^2 - m_4^2 + i\Gamma_4 m_4} \right) + (p_1 \leftrightarrow p_2) \quad (3.1)$$

donde V_i y f_i son el elemento de matriz de CKM y la constante de decaimiento correspondiente al meson i respectivamente, $V_{\tau 4} V_{e 4} m_4$ son los elementos de matriz de PMNS, P_R es el proyector derecho definido como $\frac{1+\gamma_5}{2}$, m_4 es la masa del neutrino de Majorana, Γ_4 es el ancho de decaimiento de éste y el término $(p_1 \leftrightarrow p_2)$ surge al considerar el intercambio de las partículas finales. Análogamente, la amplitud para el caso donde los mesones son un vectorial y

3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO $\tau^- \rightarrow L^+ M_1^- M_2^-$ VÍA NEUTRINO DE MAJORANA 37

un pseudoescalar (al cual se hará referencia como PV) está dada por:

$$i\mathcal{M} = G_F^2 V_1 V_2 f_1 g_2 V_{\tau 4} V_{e 4} m_4 \left(\frac{\bar{v}_\tau \not{\epsilon}_1 \not{\epsilon}_2 P_R v_e}{(p_\tau - p_1)^2 - m_4^2 + i\Gamma_4 m_4} \right) + (p_1 \leftrightarrow p_2) \quad (3.2)$$

donde ϵ_2 es el vector de polarización del mesón vectorial y g_2 es la constante de acoplamiento de éste con el bosón W . El cálculo de esta constante se muestra en el apéndice A.

Cuando los dos mesones finales son vectoriales (al cual se hará referencia como VV) la amplitud se escribe como

$$i\mathcal{M} = G_F^2 V_1 V_2 g_1 g_2 V_{\tau 4} V_{e 4} m_4 \left(\frac{\bar{v}_\tau \not{\epsilon}_1 \not{\epsilon}_2 P_R v_e}{(p_\tau - p_1)^2 - m_4^2 + i\Gamma_4 m_4} \right) + (p_1 \leftrightarrow p_2) \quad (3.3)$$

Cada g_i se calcula, como en el caso anterior, en el apéndice A. Para poder escribir las amplitudes al cuadrado, se definen las siguientes cantidades invariantes:

$$m_{12}^2 = (p_\tau - p_e)^2 = (p_1 + p_2)^2 \quad (3.4)$$

$$m_{2e}^2 = (p_2 + p_e)^2 = (p_\tau - p_1)^2 \quad (3.5)$$

$$m_{1e}^2 = (p_1 + p_e)^2 = (p_\tau - p_2)^2 \quad (3.6)$$

Por conservación de momento, estas cantidades cumplen con la relación

$$m_{12}^2 + m_{2e}^2 + m_{1e}^2 = m_\tau^2 + m_e^2 + m_1^2 + m_2^2$$

es decir, una de estas cantidades se puede escribir en términos de las otras dos. Sin pérdida de generalidad

$$m_{1e}^2 = m_\tau^2 + m_e^2 + m_1^2 + m_2^2 - m_{2e}^2 - m_{12}^2$$

En términos de estas masas invariantes, la amplitud al cuadrado sumada sobre polarizaciones tiene la forma

$$\mathcal{M}^2 = \bar{\mathcal{M}}_1^2 + \bar{\mathcal{M}}_2^2 + 2 \text{Re}(\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^\dagger)$$

donde \mathcal{M}_i son las dos amplitudes que resultan del posible intercambio de partículas finales. La razón de decaimiento resultante del término cruzado, en todos los casos revisados en el presente trabajo, resulta ser del orden de 10^{-39} por lo que no se consideran de aquí en adelante. Por simplicidad, a continuación se muestra el primer término de la amplitud cuadrada para cada proceso considerado.

PP:

$$\begin{aligned} & \frac{4m_4\pi}{\Gamma_4} (V_{P_1} f_{P_1} V_{P_2} f_{P_2} G_F^2 V_{\tau 4} V_{l 4})^2 \\ & (m_1^2 (2m_2^4 + m_2^2 (-m_{2e}^2 + 2m_e^2 + m_\tau^2) + (m_{2e}^2 - m_e^2) (m_e - m_\tau) (m_e + m_\tau)) \\ & \quad - (m_{2e}^2 - m_\tau^2) (m_{12}^2 (m_{2e}^2 - m_e^2) + m_2^4 + m_2^2 (m_e - m_\tau) (m_e + m_\tau))) \end{aligned}$$

PV:

$$\frac{4m_4\pi}{\Gamma_4 m_2^2} (V_{P_1} f_{P_1} V_{V_2} g_{V_2} G_F^2 V_{\tau 4} V_{l_4})^2 \\ (m_1^2 (2m_2^4 + m_2^2 (m_\tau^2 - 3m_{2e}^2)) + (m_{2e}^2 - m_e^2) (m_e - m_\tau) (m_e + m_\tau)) \\ - (m_{2e}^2 - m_\tau^2) (m_{12}^2 (-2m_2^2 + m_{2e}^2 - m_e^2) + m_2^2 (m_2^2 - 2m_{2e}^2 + m_e^2 + m_\tau^2))$$

VV:

$$\frac{4m_4\pi}{\Gamma_4 m_1^2 m_2^2} (V_{V_1} g_{V_1} V_{V_2} g_{V_2} G_F^2 V_{\tau 4} V_{l_4})^2 \\ (2m_1^4 (m_2^2 - m_{2e}^2 + m_e^2) + m_1^2 (-2m_{12}^2 (2m_2^2 - m_{2e}^2 + m_e^2) \\ + m_2^2 (-3m_{2e}^2 + 2m_e^2 + 3m_\tau^2) + (m_{2e}^2 - m_e^2) (2m_{2e}^2 - m_e^2 - m_\tau^2)) \\ - (m_{2e}^2 - m_\tau^2) (m_{12}^2 (-2m_2^2 + m_{2e}^2 - m_e^2) + m_2^2 (m_2^2 - 2m_{2e}^2 + m_e^2 + m_\tau^2)))$$

donde V_{P_i} es el elemento CKM correspondiente al mesón pseudoescalar i , V_{V_i} es el elemento CKM correspondiente al mesón vectorial i , f_{P_i} es la constante de decaimiento del mesón pseudoescalar i , g_{V_i} es la constante de acoplamiento del mesón vectorial i con el bosón W y V_{l_4} es el parámetro de mezcla entre los leptones cargados y el neutrino pesado de Majorana.

El ancho de decaimiento para cada proceso depende de dos integrales dobles, cada una de la forma

$$\int \frac{dm_{12}^2 dm_{2e}^2}{(m_{2e}^2 - m_4^2) + (\Gamma_4 m_4)^2} \quad (3.7)$$

con $\Gamma_4 = 10^{-11} |V_{\tau 4} V_{l_4}|$ GeV [20]; y sabemos por la fórmula de Sokhotsky que [23]:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \mp \frac{\epsilon}{x^2 + \epsilon^2} = \mp \pi \delta(x) \quad (3.8)$$

por lo que la integral 3.7 se reduce a

$$\int \frac{dm_{12}^2 dm_{2e}^2 \pi \delta(m_{2e}^2 - m_4^2)}{\Gamma_4 m_4} \quad (3.9)$$

El resultado de la integral anterior (*Narrow Width Approximation*) obliga a que la diferencial del ancho de decaimiento sea lineal en m_{12}^2 , la masa invariante de los dos mesones.

En las Figuras 3.2, 3.3 y 3.4, se muestra este comportamiento para distintos valores de la masa del neutrino de Majorana permitidos por la cinemática del proceso, donde se utilizó un valor para el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana del orden de $10^{-11} |V_{\tau 4} V_{l_4}|$ GeV, explorando el intervalo del producto de los acoplamientos entre 10^{-3} y 10^{-6} , [24]. Por propósitos ilustrativos la región mostrada no necesariamente es la permitida cinemáticamente, sino la que

3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO $\tau^- \rightarrow L^+ M_1^- M_2^-$ VÍA NEUTRINO DE MAJORANA 39

permite apreciar las distintas rectas simultáneamente. Por ilustración sólo se presenta una familia de rectas para cada caso considerado, es decir, cuando las partículas finales son pseudoescalares, vectoriales o una combinación. Las ecuaciones de las rectas restantes están descritas en la Tabla 3.2, donde se muestran los valores de las pendientes y ordenadas de las rectas para los distintos procesos estudiados en este trabajo, y para algunos valores de las masas del neutrino. Con este comportamiento lineal, si se logra detectar el decaimiento y es posible medir la masa invariante de los dos mesones, se puede identificar la masa del neutrino involucrado en el proceso.

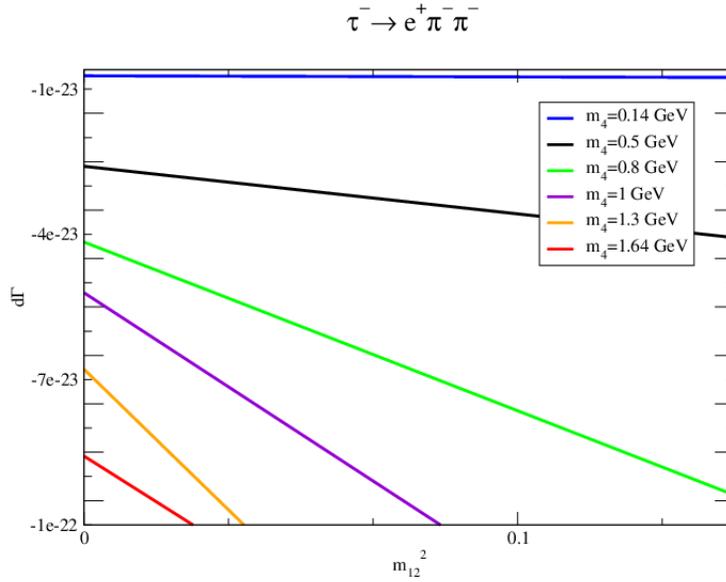


Figura 3.2: Dependencia lineal del diferencial de ancho de decaimiento en la masa invariante de los dos mesones, en el proceso $\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- \pi^-$, para distintas masas del neutrino de Majorana. la región mostrada no necesariamente es la permitida cinemáticamente, sino la que permite apreciar las distintas rectas simultáneamente.

En las Figuras 3.5, 3.6 y 3.7 se muestra el diferencial del ancho de decaimiento después de integrar sobre m_{2e}^2 , pero sin fijar la masa del neutrino, es decir, en función de m_4^2 y la masa invariante de los dos mesones, para distintos procesos.

La integral sobre la masa invariante de los dos mesones, m_{12}^2 , tiene como límites:

$$m_{12max}^2 = (m_\tau - m_e)^2 \quad (3.10)$$

$$m_{12min}^2 = (m_1 + m_2)^2 \quad (3.11)$$

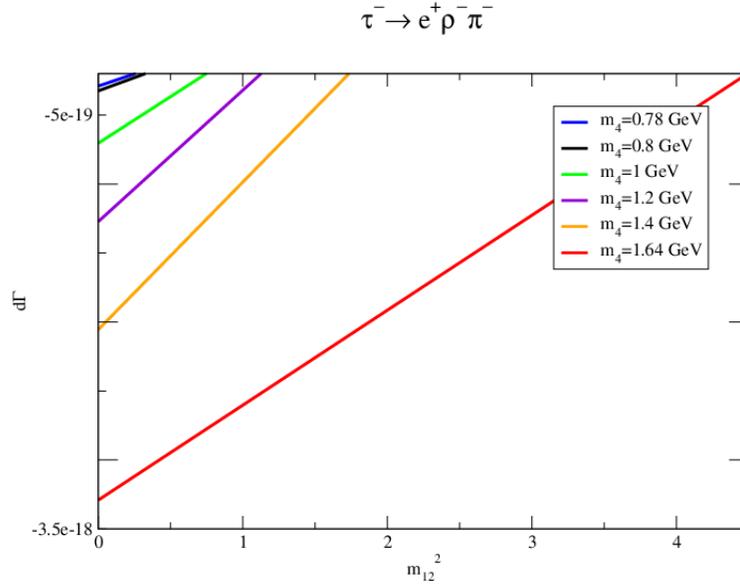


Figura 3.3: Dependencia lineal del diferencial de ancho de decaimiento en la masa invariante de los dos mesones, en el proceso $\tau^- \rightarrow e^+ \rho^- \pi^-$, para distintas masas del neutrino de Majorana. la región mostrada no necesariamente es la permitida cinemáticamente, sino la que permite apreciar las distintas rectas simultáneamente.

Para poder evaluarla, es necesario elegir un valor para la masa del neutrino Majorana que resulte en un máximo en el ancho de decaimiento y así garantice mayor probabilidad de observar cada proceso. Es por esto que se hizo un ajuste cuadrático para algunos valores del ancho de decaimiento en función de la masa, y se eligió el máximo. Un ejemplo de los ajustes cuadráticos que se hicieron se ilustra en la Figura 3.8. Por otro lado, el valor para $|V_{\tau 4} V_{l 4}|$ en general se determina a partir del *branching* experimental. En el presente trabajo se hace el cálculo del *branching ratio* teórico a partir de las amplitudes anteriores y se eligen los valores de $|V_{\tau 4} V_{l 4}|$ que hacen que éste sea consistente con los valores experimentales. Sin embargo, la restricción más fuerte para estos parámetros se pueden obtener del doble decaimiento beta sin neutrinos, el cuál no se discutirá en este trabajo. Por último, el ancho de decaimiento del neutrino que típicamente se considera es del orden de $\Gamma_4 \approx 10^{-11} |V_{\tau 4} V_{l 4}|$ GeV, lo que hace que la aproximación de ancho corto sea válida para los cálculos.

Al evaluar la última integral del ancho diferencial en los límites anteriores, con el valor de la masa del neutrino de Majorana que lo hace máximo, y dividir el resultado entre el ancho total de decaimiento del τ se obtiene la razón de

3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO $\tau^- \rightarrow L^+ M_1^- M_2^-$ VÍA NEUTRINO DE MAJORANA 41

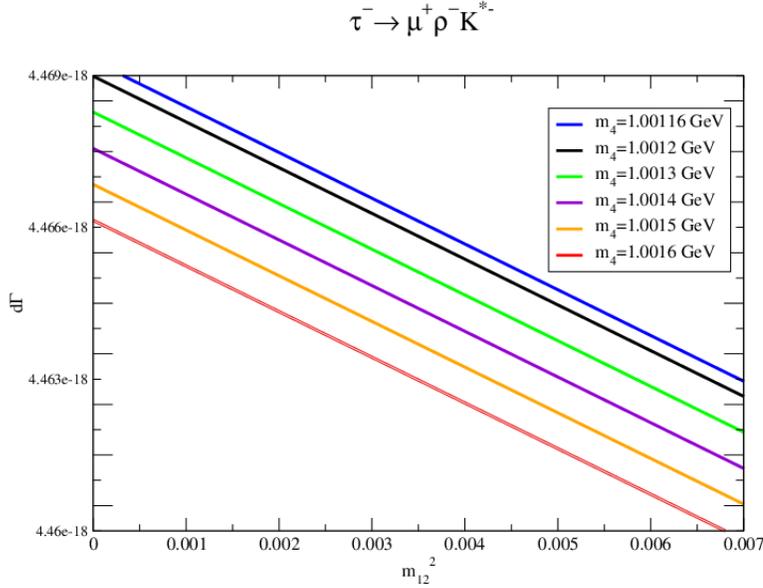


Figura 3.4: Dependencia lineal del diferencial de ancho de decaimiento en la masa invariante de los dos mesones, en el proceso $\tau^- \rightarrow \mu^+ \rho^- K^{*-}$, para distintas masas del neutrino de Majorana. la región mostrada no necesariamente es la permitida cinemáticamente, sino la que permite apreciar las distintas rectas simultáneamente.

decaimiento de cada proceso. Los resultados se muestran en la Tabla 3.3.

En este capítulo se estudió el proceso $\tau^- \rightarrow l^+ M_1^- M_2^+$, considerando todos los procesos permitidos cinemáticamente, es decir, procesos con los dos posibles leptones y con mesones finales pseudoescalares, vectoriales y una mezcla de éstos. Se calculó la razón de decaimiento de cada uno y se comparó con las cotas experimentales para poder encontrar el valor de los elementos de mezcla PMNS involucrados, $|V_{\tau 4} V_{l 4}|$, consistentes con los experimentos. Además, se hizo un análisis del ancho de decaimiento en función de la masa del neutrino de Majorana, para encontrar el máximo y así garantizar que la probabilidad de observar cada proceso sea máxima. Se encontró que el diferencial de ancho de decaimiento tiene una dependencia lineal con la masa invariante de los mesones finales, lo que permitiría identificar la masa del neutrino involucrado en cada proceso, en caso de detectarlo y poder medir la masa invariante. También se obtuvo el comportamiento entre el diferencial del ancho de decaimiento en función de la masa del neutrino de Majorana y la masa invariante de los mesones. Para distintas masas del neutrino de Majorana se obtuvo el ancho de decaimiento de cada proceso, se hizo un ajuste cuadrático y se eligió el máximo para

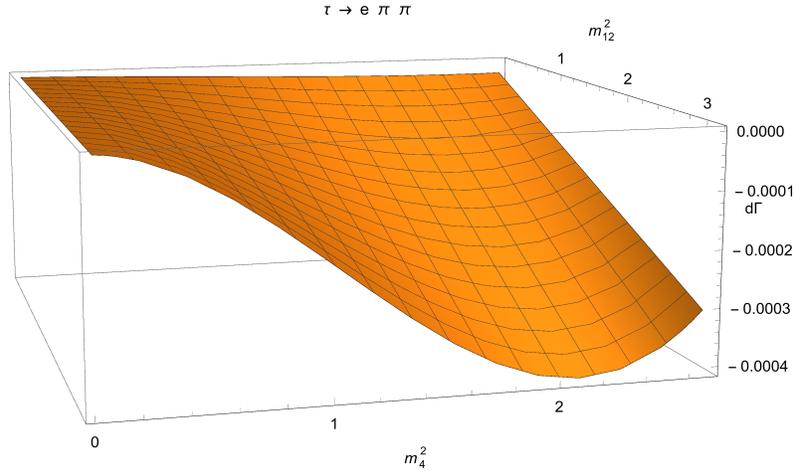


Figura 3.5: $d\Gamma$ en función de la masa invariante de los dos mesones y la masa del neutrino de Majorana para el proceso $\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- \pi^-$

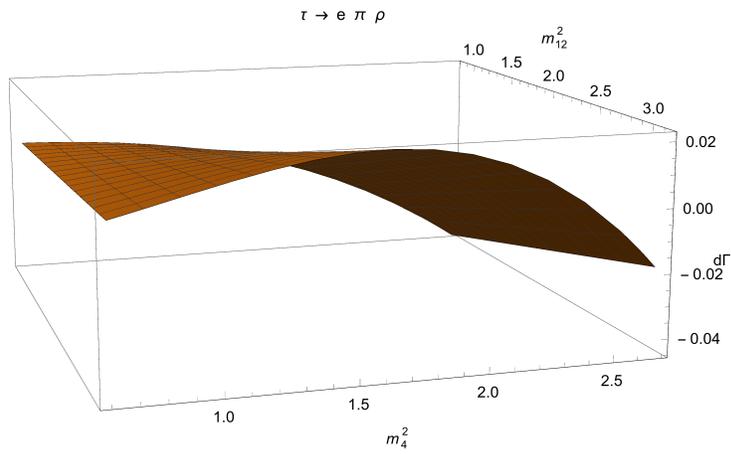


Figura 3.6: $d\Gamma$ en función de la masa invariante de los dos mesones y la masa del neutrino de Majorana para el proceso $\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- \rho^-$

así calcular la razón de ancho de decaimiento y explorar los valores del producto de acoplamiento entre el neutrino y los leptones cargados que sean consistentes con las cotas experimentales. Los procesos que involucran unos o dos mesones

3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO $\tau^- \rightarrow L^+ M_1^- M_2^-$ VÍA NEUTRINO DE MAJORANA 43

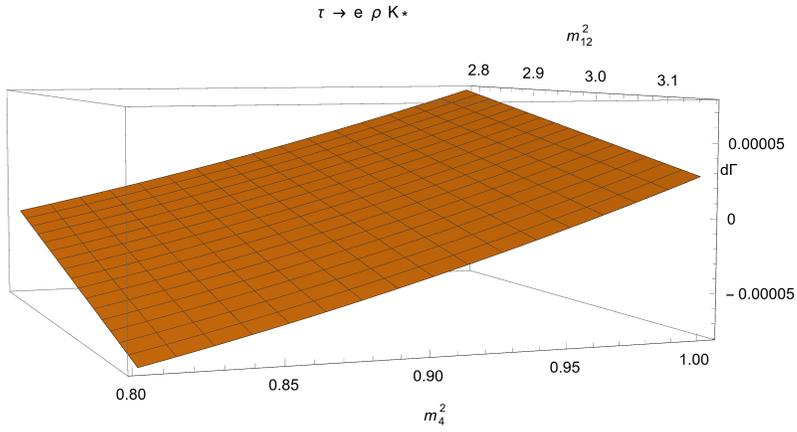


Figura 3.7: $d\Gamma$ en función de la masa invariante de los dos mesones y la masa del neutrino de majorana para el proceso $\tau^- \rightarrow e^+ \rho^- K^{*-}$

vectoriales no tienen ninguna cota experimental, por lo que se eligió el valor del parámetro de mezcla que resulte en una razón de decaimiento del orden de las otras, y que no supere la cota de 10^{-3} consistente con datos electrodébiles [24].

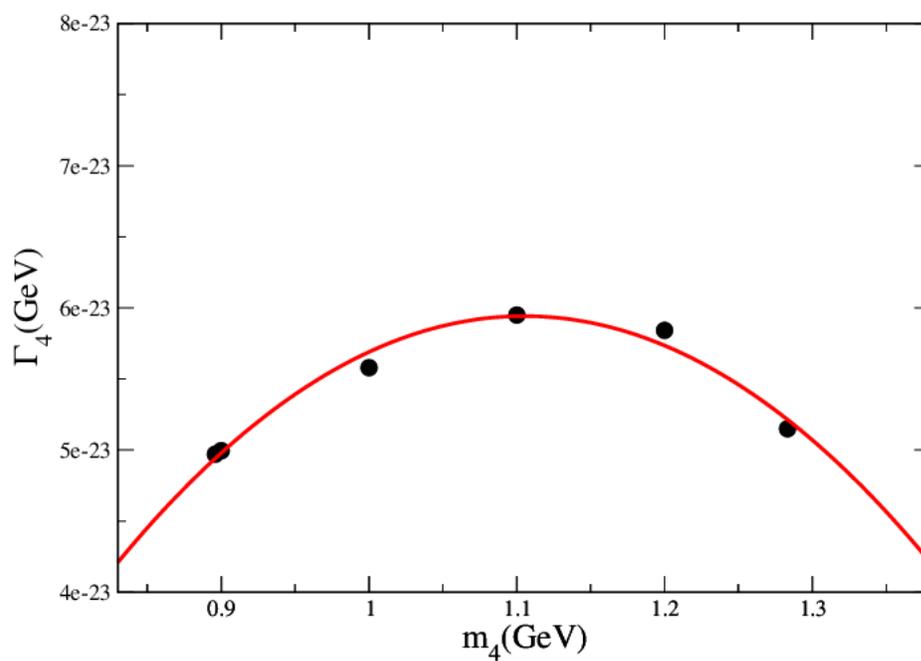


Figura 3.8: Ajuste cuadrático del ancho de decaimiento en función de la masa del neutrino, para el proceso $\tau^- \rightarrow e^+ K^- K^{*-}$. La función que se ajusta a estos datos (línea roja) es $-2.292 \times 10^{-22} x^2 + 5.065 \times 10^{-22} x - 2.204 \times 10^{-22}$, la cual resulta tener un máximo en $m_4 = 1.045$ GeV de $\Gamma_4 = 0.702 \times 10^{-22}$ GeV.

3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO $\tau^- \rightarrow L^+ M_1^- M_2^-$ VÍA NEUTRINO DE MAJORANA 45

	m_4 (GeV)	Pendiente	Ordenada
$\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- \pi^-$	0.141	-2.233×10^{-23}	-7.264×10^{-23}
	1.637	-5.655×10^{-21}	-8.580×10^{-22}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \pi^- \pi^-$	0.245	-1.006×10^{-22}	-1.263×10^{-22}
	1.637	-5.632×10^{-21}	-8.519×10^{-22}
$\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- K^-$	0.442	-7.197×10^{-23}	-1.223×10^{-22}
	1.637	-4.282×10^{-22}	-4.576×10^{-22}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \pi^- K^-$	0.599	-1.195×10^{-22}	-1.480×10^{-22}
	1.637	-4.264×10^{-22}	-4.543×10^{-22}
$\tau^- \rightarrow e^+ K^- K^-$	0.494	-5.449×10^{-24}	-1.574×10^{-23}
	1.283	-4.947×10^{-23}	-4.417×10^{-23}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^- K^-$	0.599	-9.046×10^{-24}	-1.904×10^{-23}
	1.283	-4.913×10^{-23}	-4.380×10^{-23}
$\tau^- \rightarrow e^+ \rho^- K^-$	0.776	-5.078×10^{-22}	2.617×10^{-21}
	1.283	5.155×10^{-21}	-1.054×10^{-20}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \rho^- K^-$	0.881	4.170×10^{-22}	1.092×10^{-21}
	1.283	5.094×10^{-21}	-1.042×10^{-20}
$\tau^- \rightarrow e^+ \rho^- \pi^-$	0.776	3.534×10^{-19}	-2.901×10^{-19}
	1.637	6.885×10^{-19}	-3.292×10^{-18}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \rho^- \pi^-$	0.881	4.898×10^{-19}	-4.487×10^{-19}
	1.637	6.855×10^{-19}	-3.268×10^{-18}
$\tau^- \rightarrow e^+ K^{*-} K^-$	0.896	2.287×10^{-23}	-1.865×10^{-23}
	1.283	3.423×10^{-22}	-1.059×10^{-21}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^{*-} K^-$	1.001	1.032×10^{-22}	-2.214×10^{-22}
	1.283	3.381×10^{-22}	-1.047×10^{-21}
$\tau^- \rightarrow e^+ K^{*-} \pi^-$	0.896	3.910×10^{-20}	-5.310×10^{-20}
	1.637	5.182×10^{-20}	-3.502×10^{-19}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^{*-} \pi^-$	1.001	5.035×10^{-20}	-7.530×10^{-20}
	1.637	5.160×10^{-20}	-3.478×10^{-19}
$\tau^- \rightarrow e^+ K^{*-} \rho^-$	0.890	-1.888×10^{-20}	5.090×10^{-20}
	1.002	-1.316×10^{-20}	4.429×10^{-20}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^{*-} \rho^-$	1.001	-1.357×10^{-20}	4.469×10^{-20}
	1.002	-1.354×10^{-20}	4.466×10^{-20}
$\tau^- \rightarrow e^+ \rho^- \rho^-$	0.776	-2.927×10^{-19}	7.767×10^{-19}
	1.002	-1.118×10^{-19}	6.061×10^{-20}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \rho^- \rho^-$	0.881	-2.308×10^{-19}	7.221×10^{-19}
	1.002	-1.181×10^{-19}	6.11×10^{-19}

Tabla 3.2: Valores de las pendientes y ordenadas de la diferencial del ancho de decaimiento en función de la masa invariante de los dos mesones, para el valor mínimo y máximo que puede tomar la masa del neutrino de Majorana

	m_4 (GeV)	$ V_{\tau 4} V_{l 4} $	Br
$\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- \pi^-$	1.301	10^{-6}	6.125×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \pi^- \pi^-$	0.868	10^{-4}	3.425×10^{-8}
$\tau^- \rightarrow e^+ \pi^- K^-$	1.215	10^{-4}	8.345×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \pi^- K^-$	1.217	10^{-4}	6.395×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow e^+ K^- K^-$	1.283	10^{-3}	5.577×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^- K^-$	1.283	10^{-3}	3.910×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow e^+ \rho^- K^-$	1.236	10^{-4}	9.213×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \rho^- K^-$	1.127	10^{-4}	7.857×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow e^+ \rho^- \pi^-$	1.282	10^{-6}	9.436×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \rho^- \pi^-$	1.258	10^{-6}	9.001×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow e^+ K^{*-} K^-$	1.105	10^{-3}	2.621×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^{*-} K^-$	1.045	10^{-3}	3.094×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow e^+ K^{*-} \pi^-$	1.306	10^{-5}	6.088×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^{*-} \pi^-$	1.244	10^{-5}	5.985×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow e^+ K^{*-} \rho^-$	1.002	10^{-4}	8.260×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ K^{*-} \rho^-$	1.002	10^{-3}	4.458×10^{-10}
$\tau^- \rightarrow e^+ \rho^- \rho^-$	1.002	10^{-6}	9.786×10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ \rho^- \rho^-$	1.002	10^{-6}	5.223×10^{-9}

Tabla 3.3: Modos de decaimiento en función del valor de la masa del neutrino, sus correspondientes elementos de mezcla y la razón de decaimiento calculada a partir de éstos, consistente con las cotas experimentales. En los procesos que no tienen cotas reportadas, se eligieron los parámetros que resulten en una razón de decaimiento del mismo orden que las que sí están reportadas.

Capítulo 4

Conclusiones

En el presente trabajo se han estudiado procesos suprimidos y prohibidos en el modelo estándar. Para entender a qué se debe lo anterior, en el primer capítulo se mostró cómo el rompimiento espontáneo de simetría da lugar a transiciones entre quarks tipo *up* y *down*, y entre fermiones cargados y neutros. Dichas transiciones en el sector de quarks pueden ser tan pequeñas que son las responsables de la supresión en procesos que las involucren. En el sector leptónico, para que existan estas transiciones, es necesario incluir neutrinos derechos y, por invariancia de norma, neutrinos tipo Majorana. Debido a esta extensión del modelo estándar, procesos que involucran este tipo de transiciones se consideran prohibidos.

En el segundo capítulo se estudió un ejemplo de proceso suprimido en el modelo estándar por corrientes neutras con cambio de sabor: $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$. Para entender a qué se debe la supresión, se analizaron los distintos canales involucrados considerando el proceso vía dispersión y vía decaimiento, es decir, el canal de la caja del mesón W y los pingüinos del Z y el fotón. El canal del fotón resulta ser dominante cuando se consideran quarks ligeros, mientras que los canales de la caja del bosón W y el pingüino del Z predominan para masa grandes. También se mostró que, al considerar los elementos de CKM en el lazo, la supresión se hace más evidente para éstos dos últimos. Al considerar el proceso vía decaimiento, el canal del fotón está prohibido por conservación de momento angular total, por lo que sólo contribuyen los canales del W y del Z. También se exploró el efecto de una cuarta familia de quarks, utilizando el ansatz de Fröggatt-Nielsen para el acoplamiento CKM e imponiendo los valores de la razón de decaimiento para elegir consistentemente la masa del quark pesado. Considerando la cuarta familia, los procesos estudiados resultan estar menos suprimidos cuando se consideran los quarks c y u en el estado inicial. La región permitida de los parámetros de las masas y el producto de los acoplamientos resulta ser consistente con el ansatz antes mencionado.

En el tercer capítulo se estudió el proceso $\tau^- \rightarrow l^+M_1^-M_2^+$, el cual está prohibido en el modelo estándar ya que involucra violación de número leptónico en dos unidades, lo que implica que los neutrinos sean de tipo Majorana. A partir del

diagrama de Feynman del proceso correspondiente se escribió la amplitud de decaimiento considerando tres casos distintos: cuando los dos mesones finales son pseudoescalares, vectoriales y una combinación. Se encontró una dependencia lineal entre el diferencial del ancho de decaimiento y la masa invariante de los dos mesones finales para distintos valores de la masa del neutrino, lo que permitiría, en caso de detectar el proceso y poder medir la masa invariante de los mesones, identificar la masa del neutrino involucrado en dicho proceso. Se calculó el ancho de decaimiento para todos los procesos cinemáticamente permitidos con distintos valores de la masa del neutrino, y a partir de estos resultados se hizo un ajuste cuadrático para identificar el valor de ésta que favorece cada proceso. Además, se eligió el valor del producto de las mezclas entre neutrinos de Majorana y fermiones cargados que sean consistentes con las cotas experimentales de la razón de decaimiento, para cada proceso. Los valores de la masa que favorecen cada proceso resultan estar en el intervalo de $[0.868, 1.306]$ GeV, mientras que el producto de los acoplamientos está en el intervalo de $[10^{-6}, 10^{-3}]$. Los procesos que involucran uno o dos mesones vectoriales no tienen cota experimental, pero los parámetros se eligieron de tal manera que la razón de decaimiento sea del mismo orden que el resto de los procesos reportados.

Apéndice A

Constante de acoplamiento de mesones vectoriales con bosón W

Para calcular el acoplamiento de un mesón vectorial V con un bosón W debemos considerar el proceso $\tau \rightarrow V\nu_\tau$ cuyo ancho de decaimiento es [21], [22]

$$\Gamma(\tau \rightarrow V\nu) = \frac{(g_V V_{CKM} G_F)^2 m_\tau (1-r)^2 (1+2r)}{16\pi r} \quad (\text{A.1})$$

donde $r = \frac{m_V}{m_\tau}$ y g_V , que surge del vértice de acoplamiento $V - W$ definido como $W^{\alpha\beta} = g_V V_{CKM} g^{\alpha\beta}$, es el acoplamiento que buscamos. Despejando éste y utilizando el *branching* experimental de cada proceso junto con la expresión

$$\Gamma(\tau \rightarrow V\nu) = \frac{hc \times 10^{15}}{\tau_\tau c} \mathcal{B}$$

obtenemos los resultados mostrados a continuación.

$$\begin{aligned} g_{K^*} &= 0.339 \text{ GeV}^2 \\ g_\rho &= 0.283 \text{ GeV}^2 \end{aligned}$$

Bibliografía

- [1] K.A. Olive et al. (Particle Data Group), *Chin. Phys. C*, **38**, 090001 (2014).
- [2] <http://www.fuw.edu.pl/~dobaczew/maub-42w/node12.html>
- [3] R. Wendell et al. (The Super-Kamiokande Collaboration), *Atmospheric neutrino oscillation analysis with subleading effects in Super-Kamiokande I, II, and III*. *Phys. Rev. D* **81** (2010), 092004.
- [4] M.D.Messier, *First neutrino oscillation measurements in NOνA*. *Nucl. Phys. B* **908** (2016) 151.
- [5] C. Bobeth et al., *$B_{s,d} \rightarrow l^+l^-$ in the Standard Model with reduced theoretical uncertainty*. *Phys. Rev. Lett.* **112** (2014) 101801.
- [6] CMS & LHCb Collaboration, *Observation of the rare $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ decay from the combined analysis of CMS and LHCb data*. *Nature* **522** (2015), 68-72.
- [7] LHCb Collaboration, *Measurement of the $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ branching fraction and effective lifetime and search for $B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ decays*. *Phys. Rev. Lett.* **118** (2017), 19180.
- [8] M. Beneke et al., *Enhanced electromagnetic correction to the rare B-meson decay $B_{s,d} \rightarrow \mu^+\mu^-$* . *Phys. Rev. Lett.* **120** (2018), 011801.
- [9] C. Bobeth et al, *QCD corrections to $\bar{B} \rightarrow X_{d,s}\nu\bar{\nu}$, $\bar{B}_{d,s} \rightarrow l^+l^-$, $K \rightarrow \pi\nu\bar{\nu}$ and $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$ in the MSSM*.
- [10] T. Inami & C. S. Lim, *Effects of Superheavy Quarks and Leptons in Low-Energy Weak Processes $K_L \rightarrow \mu\bar{\mu}$, $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ and $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$* *Prog. Theor. Phys.* **65** (1981), 297.
- [11] Paul H. Frampton, P. Q. Hung and Marc Sher, *Quarks and leptons beyond the third generation*. *Phys. Rep.* **330** (2000) 263.
- [12] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, *Hierarchy of quark masses, cabibbo angles and CP violation*. *Nucl. Phys. B* **147**(1979)277.

- [13] Mikolai Misiak and Jorg Urban, QCD corrections to FCNC decays mediated by Z-penguins and W-boxes. *Phys. Lett. B* **451** (1999), 161.
- [14] Bobeth, C. et al., QCD Corrections to $B \rightarrow X_{d,s}\nu\bar{\nu}$, $B_{d,s} \rightarrow l^+l^-$, $K \rightarrow \pi\nu\bar{\nu}$ and $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$ in the MSSM. *Nucl. Phys. B* **630** (2002), 87.
- [15] D. Gomez Dumm and A. Pich, Long-Distance Contributions to the $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$ Decay Width. *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998), 4633.
- [16] BNL E871 Coll., First Observation of the Rare Decay Mode $K_L^0 \rightarrow e^+e^-$. *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998), 4309; Improved Branching Ratio Measurement for the Decay $K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$, *ibíd* **84** (2000) 1389.
- [17] R.Aij et al., LHCb Collab., Search for the rare decay $D^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$. *Phys. Lett. B* **725**, 15 (2013).
- [18] M. Petric et al., Belle Collab., Search for leptonic decays of D^0 mesons. *Phys. Rev. D* **81**, 091102 (2010).
- [19] O. Eberhardt et al., *Phys. Rev. Lett.* **109**, (2012) 241802.
- [20] A. Atre et al., *The search for heavy Majorana neutrinos*, *JHEP* **05** (2009) 030.
- [21] Tsai, Y.-S. *Decay Correlations of Heavy Leptons in $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$* . *Phys. Rev. D* **4**, 2821 (1971).
- [22] Lichard, P. *Some implications of meson dominance in weak interactions*. *Phys. Rev. D* **55**, 5385 (1997).
- [23] Vladimirov, V.S., *Equations of Mathematical Physics*. New York: Dekker, 1971.
- [24] F. del Aguila et al., *Effects of new leptons in electroweak precision data*. *Phys. Rev. D* **78** (2008) 013010.