



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERIA MECÁNICA – TERMOFLUIDOS

SIMULACIÓN DE FLUJO EXTENSIONAL EN CONTRACCIONES
SEMIHIPERBÓLICAS

MODALIDAD DE GRADUACIÓN: TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN INGENIERÍA

PRESENTA:
I.Q. KAREN YESENIA PÉREZ SALAS

TUTOR PRINCIPAL
DR. JUAN PABLO AGUAYO VALLEJO,
INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y TECNOLOGÍA, UNAM

CD.MX.. NOVIEMBRE 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Gabriel Ascanio Gasca
Secretario: Dr. Martín Salinas Vázquez
Vocal: Dr. Juan Pablo Aguayo Vallejo
1 er. Suplente: Dr. Octavio Manero Brito
2 do. Suplente: Dr. René Osvaldo Vargas Aguilar

Lugar donde se realizó la tesis: Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT), Instrumentación científica e industrial, Grupo de Ingeniería de Proceso.

TUTOR DE TESIS:

DR. JUAN PABLO AGUAYO VALLEJO

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi asesor, el Dr. Juan Pablo Aguayo Vallejo por darme la oportunidad de trabajar nuevamente con usted y ayudarme a concluir una etapa más en mi vida académica.

Agradezco al Dr. Gabriel Ascanio por el apoyo recibido y las aportaciones realizadas para hacer de este un mejor trabajo.

Agradezco a la Dr. María Soledad Córdova Aguilar, a la Dr. Inés Reyes Ocampo y a Andrés Barrios Rosales, por su invaluable ayuda con la realización de experimentos.

Agradezco al Dr. Martín Salinas Vázquez, a el Dr. Octavio Manero Brito y al Dr. René Osvaldo Vargas Aguilar por las observaciones para mejorar el trabajo.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca No. 448472 otorgada durante la realización de este trabajo.

DEDICATORIA

A mi mamá Yesenia

A mi papá Eloy

A mis hermanas

Lizeth y Naomi

"Cuando tienes curiosidad, encuentras muchas cosas interesantes que hacer". Walt Disney

Contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
Objetivo general	3
Objetivos particulares	3
2. MARCO TEÓRICO	4
2.1 Fundamentos teóricos	4
2.2 Clasificación de reómetros extensionales	11
2.2.1 Extensión de filamento (<i>Filament Stretching</i>)	11
2.2.2 Hilado (<i>Spinning</i>)	12
2.2.3 Flujos lubricados	13
2.2.4 Flujos en contracciones	14
2.3 Trabajos previos	16
2.4 Dinámica computacional de Fluidos.....	18
Método de volumen finito	18
Método de elemento finito	19
3. MODELADO MATEMÁTICO Y SIMULACIÓN	20
3.1 Descripción de la geometría semihiperbólica	20
3.2 Ecuaciones constitutivas para la viscosidad	29
3.3 Criterios de clasificación de flujo	32
3.4 Simulaciones.....	33
Análisis de independencia de malla Polyflow®	34
Análisis de independencia de malla Fluent®	35
Condición de deslizamiento	38
4. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	39
4.1 Determinación de viscosidad cortante	39

4.2 Descripción del reómetro de orificio	39
4.3 Calibración del viscosímetro extensional.....	42
<i>Fluidos newtonianos</i>	42
<i>Fluidos no newtonianos con tensoactivos.</i>	43
<i>Fluidos no newtonianos alimenticios.</i>	43
5. RESULTADOS	45
5.1 Caracterización de los fluidos	45
5.2 Caídas de presión, viscosidad extensional y Trouton	49
<i>Fluidos newtonianos</i>	49
<i>Fluidos no newtonianos con tensoactivos</i>	53
5.5 Perfiles de velocidad	60
5.6 Clasificación de flujo para fluidos newtonianos	62
6. CONCLUSIONES	64
7. TRABAJO FUTURO	66
8. BIBLIOGRAFIA.....	67
APÉNDICE	72

Índice de figuras

<i>Figura 1. Diagrama de clasificación de fluidos.</i>	5
<i>Figura 2. Deformación cortante.</i>	6
<i>Figura 3. Deformación extensional uniaxial.</i>	8
<i>Figura 4. Espectro de regiones de un líquido viscoelástico.</i>	11
<i>Figura 5. Deformación extensional. a) experimento ideal de elongación uniaxial, b) dificultades experimentales [2].</i>	12
<i>Figura 6. Esquema hilado [6].</i>	13
<i>Figura 7. Esquema de un flujo lubricado.</i>	14
<i>Figura 8. Contracción.</i>	15
<i>Figura 9. Esquema de la contracción semihiperbólica.</i>	20
<i>Figura 10. Viscosidad cortante de modelos inelásticos.</i>	31
<i>Figura 11. Comparación de mallas</i>	34
<i>Figura 12. Perfil de presión a la salida de la contracción</i>	35
<i>Figura 13. Comparación de mallas</i>	36
<i>Figura 14. Perfil de velocidades a la salida de la contracción</i>	36
<i>Figura 15. Estrategia de solución</i>	37
<i>Figura 16. Reómetro Anton Paar.</i>	39
<i>Figura 17. Esquema del arreglo experimental.</i>	40
<i>Figura 18. Arreglo experimental y la contracción semihiperbólica.</i>	41
<i>Figura 19. Curva de calibración de la bomba.</i>	42
<i>Figura 20. Viscosidad cortante de fluidos newtonianos.</i>	45
<i>Figura 21. Viscosidad cortante experimental y ajuste del fluido 3.</i>	46
<i>Figura 22. Viscosidad cortante experimental y ajustes del fluido 4.</i>	47
<i>Figura 23. Viscosidad cortante experimental y ajustes del fluido 5.</i>	48
<i>Figura 24. Viscosidad cortante experimental y ajustes del fluido 6.</i>	49
<i>Figura 25. Caída de presión fluido 1.</i>	50
<i>Figura 26. Curva de calibración.</i>	51
<i>Figura 27. Caída de presión fluido 2.</i>	52
<i>Figura 28. Trouton fluido 2.</i>	52
<i>Figura 29. Viscosidad extensional fluidos newtonianos</i>	53
<i>Figura 30. Caída de presión fluido 3.</i>	54
<i>Figura 31. Caída de presión del fluido 4</i>	55

<i>Figura 32. Caída de presión del fluido 5</i>	<i>57</i>
<i>Figura 33. Caída de presión del fluido 6</i>	<i>58</i>
<i>Figura 34. Viscosidad extensional de los fluidos no newtonianos.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 35. Trouton de fluidos no newtonianos.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 36. Perfiles de velocidad</i>	<i>61</i>
<i>Figura 37. Clasificación de flujo del fluido 1</i>	<i>62</i>
<i>Figura 38. Clasificación de flujo del fluido 2</i>	<i>63</i>

Índice de tablas

<i>Tabla 1. Caracterización de mallas en Polyflow®</i>	34
<i>Tabla 2. Caracterización de mallas en Fluent®</i>	35
<i>Tabla 3. Medidas de la geometría semihiperbólica</i>	41
<i>Tabla 4. Datos de los fluidos newtonianos</i>	45
<i>Tabla 5. Datos de los fluidos no newtonianos</i>	46
<i>Tabla 6. Parámetros del fluido 3</i>	46
<i>Tabla 7. Parámetros del fluido 4</i>	47
<i>Tabla 8. Parámetros del fluido 5</i>	48
<i>Tabla 9. Parámetros del fluido 6</i>	48
<i>Tabla 10. Resultados de caída de presión fluido 1</i>	50
<i>Tabla 11. Resultados de caída de presión fluido 2</i>	51
<i>Tabla 12. Resultados de caída de presión fluido 3</i>	53
<i>Tabla 13. Resultados de caída de presión fluido 4</i>	55
<i>Tabla 14. Resultados de caída de presión fluido 5</i>	56
<i>Tabla 15. Resultados de caída de presión fluido 6</i>	57

Nomenclatura

R_0	Radio de entrada
R_e	Radio de salida
L	Longitud
D	Diámetro
h	Altura
t	Tiempo
P	Presión
ρ	Densidad
q	Calor
H	Entalpía
Q	Flujo
μ	Viscosidad cortante
$\dot{\gamma}$	Rapidez de deformación
η_e	Viscosidad extensional
$\dot{\epsilon}$	Rapidez de extensión
Tr	Relación de Trouton
∇v	Gradiente de velocidad
$\underline{\underline{\tau}}$	Tensor de esfuerzos
ΔP	Caída de presión
ΔP_{exp}	Caída de presión experimental
ΔP_{sim-ns}	Caída de presión simulada, con condición de no deslizamiento
∇	
$\underline{\underline{\tau}}$	Derivada convectiva superior

1. INTRODUCCIÓN

En un gran número de industrias se requiere conocer apropiadamente el comportamiento de los fluidos para lograr un adecuado control de calidad, desarrollo de productos y diseño de procesos. Un procedimiento común para estudiar el comportamiento del fluido es determinar propiedades como viscosidad cortante; sin embargo, cuando un fluido fluye a través de una geometría con cambio abrupto (contracción-expansión) ocurrirá deformación extensional, generando la necesidad de determinar la viscosidad extensional.

La reología tiene como objetivo entender el comportamiento de fluidos no newtonianos, tales como: suspensiones, fluidos biológicos, emulsiones, alimentos, polímeros, entre otros. Generalmente estos fluidos se caracterizan por tener una desviación respecto a la ley de viscosidad de Newton y la ley de elasticidad de Hooke; la primera describe el comportamiento de los fluidos viscosos frente a un esfuerzo cortante y la segunda estudia la relación esfuerzo-deformación que se observa en sólidos elásticos. Este tipo de materiales se consideran viscoelásticos, los cuales presentan una combinación de efectos viscosos y elásticos.

Muchos fluidos utilizados en la industria y la mayoría de los fluidos alimenticios son viscoelásticos, lo cual significa que su respuesta a la deformación extensional tendrá un impacto en el comportamiento global del fluido.

La viscosidad extensional es una propiedad difícil de medir debido a la dificultad para lograr un flujo uniforme. Se han diseñado varias técnicas y equipos para determinar esta propiedad reológica, los cuales pueden ser clasificados como: prueba de tracción, estiramiento de filamentos, hilado de fibras, flujos con puntos de estancamiento, flujos convergentes y flujos a través de contracciones [1]; sin embargo, es importante

mencionar que hasta el momento, ninguna produce resultados completamente satisfactorios.

En el presente trabajo se estudió el flujo a través de una contracción semihiperbólica axisimétrica (4:1), utilizando fluidos newtonianos y no newtonianos.

Objetivo general

Analizar el comportamiento de fluidos newtonianos y no newtonianos al pasar por una contracción semihiperbólica; determinar la viscosidad extensional y llevar a cabo simulaciones mediante CFD, que permitan la comparación de resultados. Además, se analizará el parámetro de clasificación de flujo con y sin deslizamiento en la pared de la geometría.

Objetivos particulares

- Llevar a cabo los experimentos para determinar la viscosidad cortante de los fluidos de trabajo con el reómetro.
- Determinar experimentalmente la viscosidad extensional a través de una contracción semihiperbólica.
- Realizar la calibración del reómetro extensional.
- Para el caso de fluidos newtonianos, realizar las simulaciones con tres condiciones de frontera (no deslizamiento, deslizamiento parcial y deslizamiento total); así como determinar el parámetro de clasificación de flujo.
- Para el caso de fluidos no newtonianos se analizarán dos tipos de fluidos:
 - I. Fluidos comerciales que contiene tensoactivos.
 - II. Fluido alimenticio.Se analiza cada caso, realizando las simulaciones correspondientes y considerando un posible deslizamiento.
- Realizar una validación de las simulaciones con los resultados experimentales.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los fundamentos más relevantes en el campo de la viscosidad extensional uniaxial, los métodos para determinar experimentalmente esta propiedad y los antecedentes de la metodología empleada.

2.1 Fundamentos teóricos

Se considera al fluido como un cuerpo continuo en el que cada punto representa una δV , el cual tiene un número suficientemente grande de partículas de tal forma que las propiedades (presión, viscosidad, densidad, etc.) del fluido están distribuidas de forma continua y al mismo tiempo suficientemente pequeño para poderse describir mediante cálculo diferencial.

La característica que distingue a un fluido de un sólido es la incapacidad de resistir una deformación cuando es aplicado un esfuerzo cortante de manera continua.

El término reología fue introducido por Bingham en 1920, para designar al estudio de la deformación y flujo de la materia. La reología es el estudio de cómo los materiales fluyen en función de la rapidez de deformación y el tiempo. Tanto la temperatura, presión, velocidad y la duración de la deformación pueden afectar las propiedades reológicas de un material.

Los fluidos pueden ser clasificados de acuerdo con su comportamiento reológico en:

- I. Newtonianos: mantienen una viscosidad constante a condiciones de temperatura y presión dadas. Generalmente son fluidos con peso molecular bajo.
- II. No newtonianos: la viscosidad es función de la rapidez de deformación, a su vez, estos se clasifican de acuerdo con su

dependencia con el tiempo y la rapidez de deformación (ver figura 1).

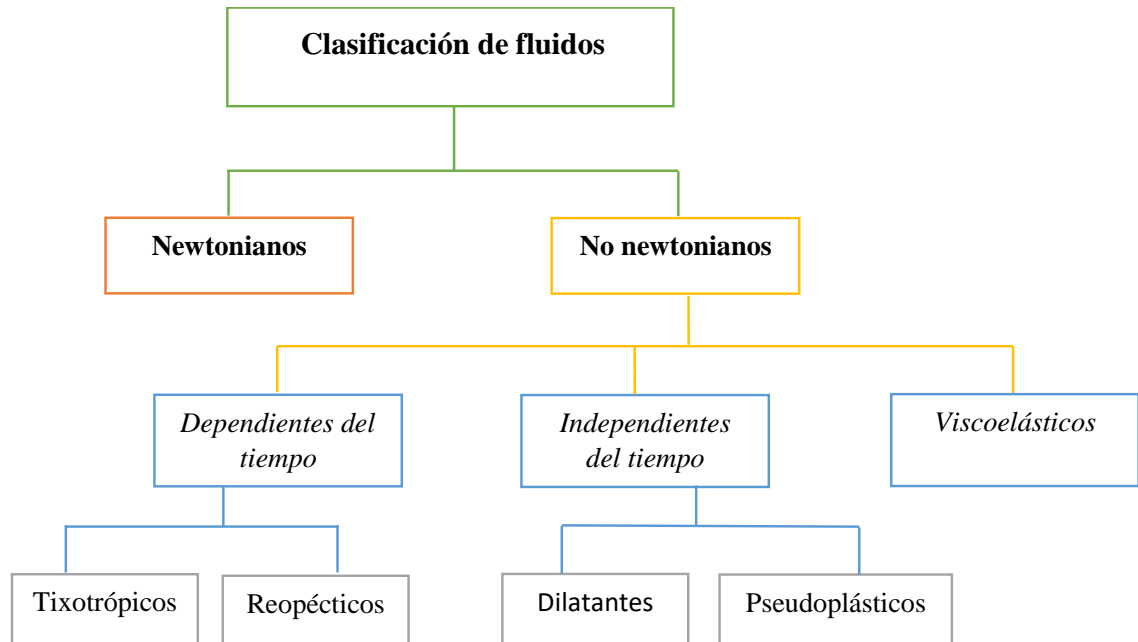


Figura 1. Diagrama de clasificación de fluidos. *Elaboración propia*

Es posible extraer propiedades reológicas de muchos tipos de flujos, sin embargo, la comparación de datos con los obtenidos por otros investigadores suele ser complicada; entonces, para evitar estas dificultades, se recomienda utilizar flujos estándar para extraer la información reológica requerida, que nos permita caracterizar cómo se comportará un fluido en distintas condiciones de flujo. Para que se pueda extraer esta información reológica, los flujos deben ser homogéneos (reométricos) [2].

Se les conoce como flujos estándar a aquellos flujos, que además de ser homogéneos, cumplen las siguientes consideraciones [2]:

- I. El flujo deberá ser suficientemente simple, de manera que la propiedad faltante (ya sea el perfil de velocidad o el esfuerzo) pueda calcularse a partir de las ecuaciones constitutivas propuestas.
- II. El flujo debe poderse estudiar experimentalmente.

El flujo estándar más conocido es el flujo cortante simple; el cual se ejemplifica mediante el flujo en placas paralelas separadas por una distancia h ; la placa superior se mueve con una velocidad constante U ; el fluido se encuentra entre las placas. Para que la placa superior mantenga una velocidad constante, se debe vencer la resistencia del fluido. En la figura 2 del lado izquierdo se muestra una representación esquemática del flujo, mientras que en el lado derecho se representa la deformación que sufre el fluido.

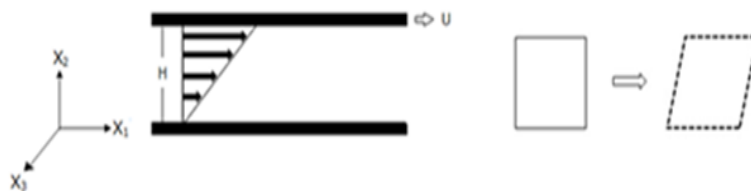


Figura 2. Deformación cortante. *Elaboración propia*

La ecuación constitutiva reológica más simple, es el modelo dado por la ley de viscosidad de Newton [2], expresado en forma tensorial mediante:

$$\underline{\underline{\tau}} = -\mu \underline{\underline{\dot{\gamma}}} \quad (2.1)$$

Donde $\underline{\underline{\tau}}$ es el esfuerzo cortante y $\underline{\underline{\dot{\gamma}}}$ la rapidez de deformación.

A los fluidos que cumplen con la ecuación anterior se les conoce como fluidos newtonianos.

El tensor de rapidez de deformación está dado por:

$$\underline{\dot{\gamma}} = [\nabla \underline{v} + (\nabla \underline{v})^T] \quad (2.2)$$

Para el caso de flujo cortante simple se impone la siguiente cinemática [2]:

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}_{123} = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}(t)x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{123} \quad \underline{\dot{\gamma}} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\epsilon}(t) & 0 \\ \dot{\epsilon}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

donde: $\dot{\epsilon} = \frac{\partial v_1}{\partial x_2}$.

Los subíndices de la ecuación indican: el primero la dirección del flujo, el segundo la dirección del gradiente y el tercero la dirección del eje neutro.

Con la cinemática dada en la ecuación 2.3, la ley de viscosidad de Newton se reduce a:

$$\tau_{12} = -\mu \dot{\gamma} \quad (2.4)$$

Este flujo estándar, nos permite entonces definir a la viscosidad cortante o comúnmente conocida solo por viscosidad:

$$\mu = -\frac{\tau_{12}}{\dot{\gamma}} \quad (2.5)$$

En el caso de un fluido que pudiera ser no newtoniano se usa η en vez de μ .

Existe otro tipo de viscosidad denominada viscosidad extensional η_e , la cual es una medida de la resistencia que presenta un fluido al ser deformado extensionalmente o 'estirado' (Ver figura 3).

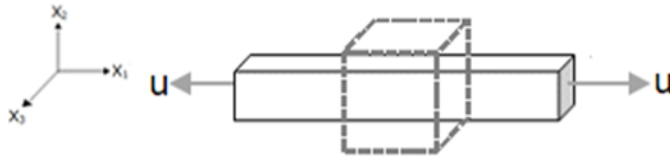


Figura 3. Deformación extensional uniaxial. *Elaboración propia*

Para el flujo extensional se impone la siguiente cinemática:

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}_{123} = \begin{pmatrix} -\frac{\dot{\epsilon}(t)}{2} x_1 \\ -\frac{\dot{\epsilon}(t)}{2} x_2 \\ \dot{\epsilon}(t) x_3 \end{pmatrix}_{123} \quad \underline{\dot{\gamma}} = \begin{pmatrix} -\dot{\epsilon}(t) & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\epsilon}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 2\dot{\epsilon}(t) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Sustituyendo la ecuación 2.6 en la ecuación 2.1 y reduciendo términos se obtiene la viscosidad extensional:

$$\eta_e = \frac{\tau_{33} - \tau_{11}}{\dot{\epsilon}} \quad (2.7)$$

donde $\dot{\epsilon}$ es la rapidez de extensión.

Para un fluido newtoniano se cumple que la viscosidad extensional es:

$$\eta_e = 3\mu \quad (2.8)$$

Mientras que, para fluidos viscoelásticos, la viscosidad está en función de la rapidez de extensión:

$$\begin{aligned} \eta_e &= \eta_e(\dot{\epsilon}) \\ \eta_e &> 3\eta \end{aligned} \quad (2.9)$$

Matemáticamente, lo anterior indica que la teoría de la viscoelasticidad lineal se basa en un principio de superposición. Esto implica que la

respuesta del material (deformación) en cualquier tiempo, será directamente proporcional al valor de la señal aplicada (esfuerzo) [3].

El comportamiento viscoelástico puede se puede medir experimentalmente mediante una prueba de esfuerzo oscilatorio de pequeñas amplitudes (SAOS por sus siglas en inglés), la cual consiste en aplicar una deformación sinusoidal cortante de baja amplitud para obtener la respuesta del esfuerzo medido de las funciones materiales conocidas como módulos de almacenamiento G' y de pérdida G'' .

Además, la velocidad para flujo cortante y el tensor rapidez de deformación se definen como:

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}_{123} = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}(t)x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{123} \quad \underline{\dot{\gamma}} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\epsilon}(t) & 0 \\ \dot{\epsilon}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

La velocidad está dada por:

$$\dot{\epsilon}(t) = \dot{\gamma}_0 \cos(\omega t) \quad (2.11)$$

Donde ω es la frecuencia y $\dot{\gamma}_0$ es amplitud constante. La función que define el desplazamiento es:

$$\gamma_{21}(t, t_{ref}) = \int_{t_{ref}}^t \dot{\gamma}_{21}(t') dt' \quad (2.12)$$

Sustituyendo la ecuación 2.11 en 2.10 y extrayendo el componente 21 obtenemos:

$$\gamma_{21}(0, t) = \int_0^t \dot{\gamma}_0 \cos(\omega t') dt' = \gamma_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.13)$$

La amplitud de onda es constante, por lo tanto, γ_0 es constante.

De la observación experimental, se sabe que:

$$-\tau_{21}(t) = \tau_0 \text{sen}(\omega t + \delta) \quad (2.14)$$

Donde δ es el ángulo de desfase. Utilizado la siguiente propiedad trigonométrica y sustituyendo la ecuación anterior:

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2.15)$$

$$-\tau_{21}(t) = \tau_0 \text{sen}(\omega t) \cos \delta + \tau_0 \cos(\omega t) \sin \delta$$

Dividiendo la ecuación anterior entre γ_0 :

$$\frac{-\tau_{21}}{\gamma_0} = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cos(\delta) \text{sen}(\omega t) + \frac{\tau_0}{\gamma_0} \text{sen}(\delta) \cos(\omega t) \quad (2.16)$$

Donde G' y G'' se definen como:

$$G'(\omega) = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cos(\delta) \quad G''(\omega) = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \text{sen}(\delta) \quad (2.17)$$

G' está en fase con la deformación y G'' está en fase con la rapidez de deformación. Sustituyendo la ecuación 2.17 en la ecuación 2.16 obtenemos:

$$\frac{-\tau_{21}}{\gamma_0} = G' \text{sen}(\omega t) + G'' \cos(\omega t) \quad (2.16)$$

En la figura 4 se muestra la respuesta general de líquidos estructurados en los cuales usualmente se pueden diferenciar regiones específicas. La primera región es conocida como viscosa o terminal, en ella predomina G' y prevalece el comportamiento viscoso. Todos los materiales tienen esta región, incluso los sólidos, pero el rango de frecuencias donde se observa es tan bajo que experimentalmente es difícil de detectar para estos materiales sólidos. La región de transición al flujo es llamada así porque se observa un cruce de los módulos, y para el modelo de Maxwell el

inverso de la frecuencia del cruce esta dado por el tiempo de relajación del fluido (λ). En la región gomosa, el comportamiento elástico predomina y el material se comporta como un sólido. En la región de transición también se puede observar un cruce, el cual es conocido como el segundo tiempo característico del material. La región vítrea se encuentra a frecuencias más altas, donde domina de nuevo G'' [4].

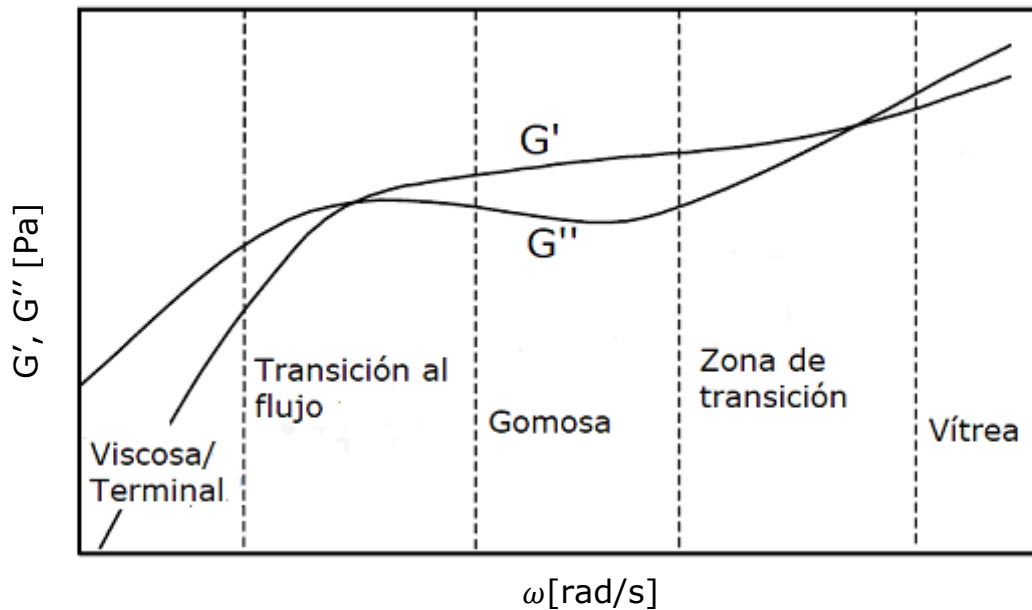


Figura 4. Espectro de regiones de un líquido viscoelástico [4].

2.2 Clasificación de reómetros extensionales

En esta sección se presentan los métodos experimentales para medir la viscosidad extensional.

2.2.1 Extensión de filamento (Filament Stretching)

Es un instrumento para medir viscosidad extensional de fluidos no newtonianos de viscosidad moderada como soluciones poliméricas. En estos dispositivos inicialmente se forma un puente líquido cilíndrico entre dos placas como se muestra en la figura 5. Las placas se separan de tal

manera que la muestra sea sujeta a una fuerte deformación extensional uniaxial. Se tiene una rapidez de extensión ideal uniaxial homogénea.

Algunas de las dificultades experimentales al utilizar esta técnica son: tener una muestra libre de burbujas e impurezas, estas pueden afectar la homogeneidad de la muestra de manera significativa, los bordes hacen que el fluido pierda homogeneidad, finalmente la gravedad, corrientes de aire y la tensión superficial afectan el flujo cuando se tiene periodos grandes ([5], [6]).

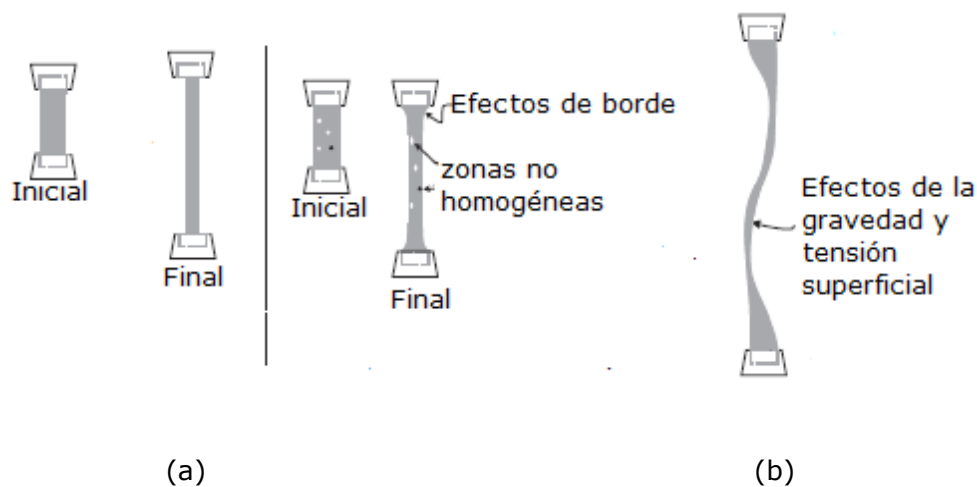


Figura 5. Deformación extensional. a) experimento ideal de elongación uniaxial, b) dificultades experimentales [2].

2.2.2 Hilado (*Spinning*)

Esta técnica consiste en un depósito en el cual se encuentra un fluido, este es extraído por un mecanismo de succión o giratorio que tira de él, de modo que involucra un comportamiento extensional significativo (ver figura 6). La debilidad de este método radica en que, a pesar de que el flujo puede ser estacionario en un sentido Euleriano (la velocidad a lo largo de una fibra no varía con el tiempo), no lo es en el sentido lagrangiano (la rapidez de deformación en un elemento del fluido cambia a lo largo de la fibra). Incluso si la rapidez de deformación es constante

en una porción de la fibra el elemento puede "recordar" las condiciones experimentadas en el depósito.

Este experimento ilustra el dilema al que se enfrentan los reólogos al medir la viscosidad extensional: es relativamente sencillo de realizar, la cinemática se puede determinar con moderada facilidad y una variable de esfuerzo adecuada se puede obtener de a través de las mediciones de fuerza en el tanque o en el dispositivo de tiro; sin embargo, no es posible una interpretación consistente de los datos experimentales en términos de la viscosidad extensional ([3], [7], [8]).

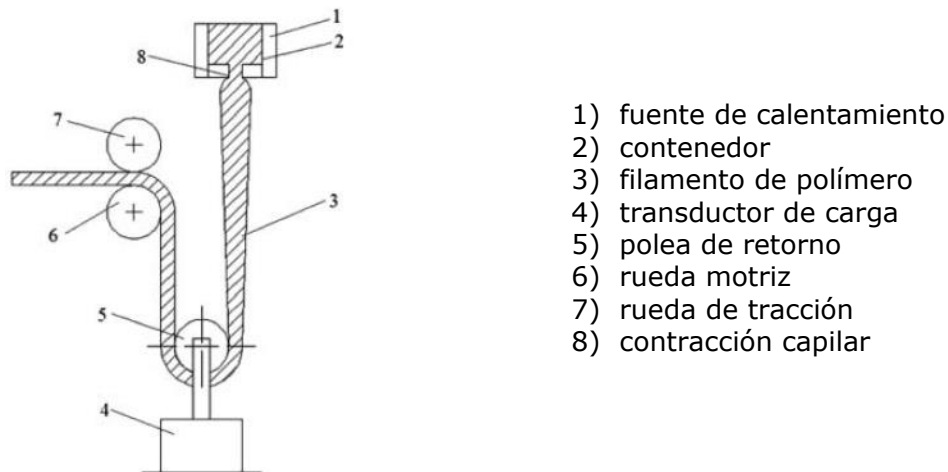


Figura 6. Esquema hilado [7].

2.2.3 Flujos lubricados

Es una técnica conveniente para eliminar el indeseado esfuerzo cortante inducido por las paredes del reómetro, por lo tanto, provee un flujo cercano al de extensión. Sin embargo, la condición de frontera de interfase entre la muestra y el lubricante es dependiente de las propiedades de la muestra. La interpretación de los datos experimentales no está libre de problemas y la técnica *per se*, está lejos de ser fácil de emplear.

La geometría de la sección de prueba está diseñada de tal manera que el flujo sea equivalente al flujo de extensión estacionario si hubiera deslizamiento total en las paredes (ver figura 7). Para facilitar esto, se aplican corrientes de líquidos newtonianos de baja viscosidad. Las mediciones de presión proveen el esfuerzo aplicado.

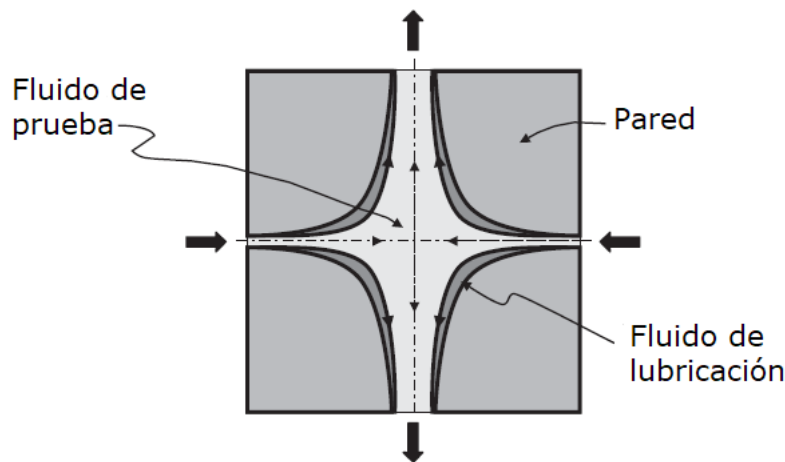


Figura 7. Esquema de un flujo lubricado [2].

Una técnica similar ha sido utilizada por Winter [9] para estudiar flujos extensionales biaxiales de polímeros fundidos. En este caso se emplean discos uniformes de muestra colocados entre dos placas paralelas circulares, los cuales se encuentran recubiertos de un lubricante de baja viscosidad; los platos se presionan juntos, y la relación entre la carga aplicada y la rapidez de aplastamiento se interpreta en términos de la viscosidad extensional biaxial.

2.2.4 Flujos en contracciones

Este método se basa en la medición de caída de presión a lo largo de un flujo que pasa por una contracción abrupta. Las desventajas de este método radican en la dificultad de tener un flujo homogéneo, así como

obtener una velocidad de elongación constante, además de la formación de vórtices en la contracción.

El flujo en una contracción abrupta tiene elementos de flujo cortante, debidos a la condición de no deslizamiento en las paredes, y elementos de flujo extensional, causados por una elongación de los elementos del flujo cerca de la línea central. En muchos fluidos se forman vórtices de recirculación en las esquinas, el flujo principal se da en forma de embudo cerca de la región central, como se muestra en la figura 8 [2].

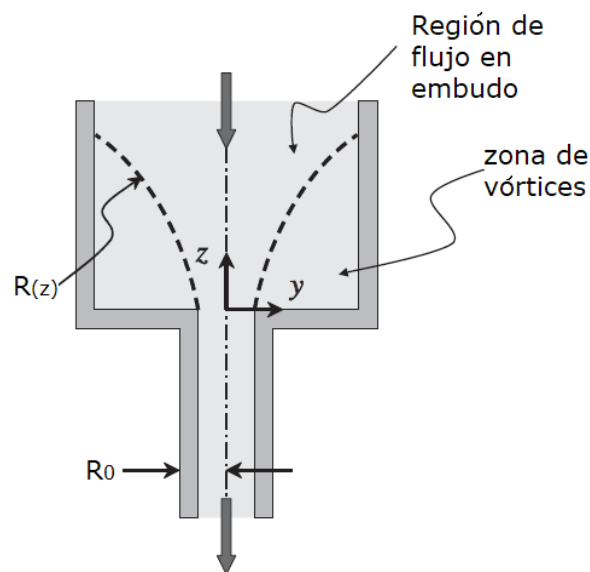


Figura 8. Contracción [2].

El método utilizado en el presente trabajo está basado en el flujo en contracción, pero utilizando un perfil semihiperbólico, más adelante se explicará a detalle en los capítulos 3 y 4.

2.3 Trabajos previos

En esta sección se presentan trabajos relevantes de flujo en contracciones.

Uno de los primeros en realizar estudios sobre viscosidad extensional fue F. T. Trouton en 1906 que, utilizando como fluidos brea, resina y cera de zapatos, llegó a la conclusión que, al comparar la viscosidad extensional y la cortante se obtiene una relación constante de tres, conocido como la relación de Trouton, $Tr = \eta_e / \eta$. Dicho cociente solo es válido para fluidos newtonianos, para fluidos viscoelásticos esta relación puede ser mucho mayor a tres [3].

En 1908 Fano estudió esta propiedad con soluciones de biopolímeros (clara de huevo, extracto de plantas y bilis), concluyó que los esfuerzos extensionales son responsables del enhebrado del líquido, mientras que la tensión superficial no desempeña ningún papel significativo [10].

El flujo a través de contracciones ha sido utilizado para medir la viscosidad extensional, relacionando la caída de presión con la velocidad del flujo para obtener la viscosidad de elongación que se desea medir. Fue reportado por primera vez por Metzner y Metzner [11], quienes evaluaron la viscosidad asumiendo que en la línea central el flujo es puramente extensional. Cogswell [12], realizó un análisis en el cual, asumiendo un comportamiento de ley de potencia, y con una geometría cono-cilíndrica, se aproxima la caída de presión para un cierto valor de rapidez de flujo. Teniendo en cuenta las ideas de Cogswell, Binding [13] mejoró y logró producir datos experimentales comparables con aquellos obtenidos con un reómetro comercial para soluciones de polímeros adelgazantes al corte. Binding y Jones [14], realizaron un análisis de resultados a partir de un reómetro de flujo convergente, concluyendo que se debe considerar el nivel de elasticidad de la muestra para aproximar el flujo extensional.

Lubansky et al. [15], basado en el análisis de Binding, obtuvieron una solución aproximada al flujo de fluidos de Boger a través de una contracción abrupta, además, estudiaron el efecto de elasticidad en la dinámica del vórtice y concluyeron que la variable que controla la caída de presión es la viscosidad extensional.

La geometría de contracción hiperbólica ha generado mucho interés para medir viscosidad extensional, debido a que se genera una velocidad extensional casi constante en el centro de esta. El flujo a través de este tipo de geometrías ha sido estudiado por Wang y James [16], quienes determinaron medidas de elongación experimentales para fluidos viscoelásticos a través de microcanales hiperbólicos planares. El flujo fue bifásico: teniendo un fluido newtoniano en la región anular y, en el centro, el líquido viscoelástico. Encontraron que, a una rapidez extensional fija, la viscosidad extensional aumenta aproximadamente el total de la deformación.

Desde un punto de vista teórico, James [17], encontraron una solución analítica para flujos en canales convergentes a bajos número de Reynolds, la viscosidad extensional fue comparada con la obtenida mediante la ecuación constitutiva presentando una buena aproximación. Después, Feigl et al. [18] realizaron simulaciones numéricas para determinar la viscosidad de elongación, asumiendo deslizamiento completo en la pared, y concluyeron que la contracción convergente semihiperbólica puede ser utilizada eficientemente para obtener mediciones de esta propiedad, asumiendo deslizamiento dentro de la geometría. Ober et al. [19], realizaron experimentos de visualización en microcanales hiperbólicos planares, concluyendo que la contracción impone una velocidad de extensión casi uniforme en el centro de está.

Las contracciones hiperbólicas macroscópicas también han sido objeto de estudio. Tabatabaei et al. [20], realizaron un estudio numérico del exceso

de la caída de presión utilizando modelos estructurados en red. Nyström et al. [21]–[24] realizaron una serie de experimentos y simulaciones numéricas para fluidos newtonianos y fluidos viscoelásticos utilizando una contracción hiperbólica; los autores reportaron valores muy cercanos entre las caídas de presión medidas y las predichas para los fluidos de Boger. Webster et al. [25], determinaron que la rapidez de extensión en la línea central alcanza valores muy cercanos a una meseta en una distancia muy corta del inicio de la contracción. En Nyström et al. [26] la viscosidad extensional fue tomada del cálculo numérico de un punto en particular de la línea de simetría, y fue comparada con el valor del modelo WM-FENE-CR, dando resultados satisfactorios.

2.4 Dinámica de Fluidos Computacional

La dinámica de fluidos computacional (CFD por sus siglas en inglés), provee una solución cualitativa y cuantitativa de flujo de fluidos a través de modelado matemático, métodos numéricos y herramientas de software. Los tres elementos principales de los códigos de CFD son:

- Preprocesamiento empleado para delimitar la geometría, generar la malla, definir los parámetros de flujo.
- Método de solución utilizado para resolver las ecuaciones de gobierno del flujo definido en el paso anterior.
- Post-procesamiento usado para mostrar los datos en un formato gráfico.

Los métodos de solución son: volumen finito, elemento finito, diferencias finitas y métodos espectrales. En esta tesis se utilizó el *software* ANSYS, el cual utiliza los primeros dos métodos.

Método de Volumen finito

El método de volumen finito (FVM, por sus siglas en inglés), se basa en la discretización de la forma integral de las ecuaciones de conservación. Consiste en subdividir el dominio en un número finito de volúmenes de

control contiguos, aplicando las ecuaciones de conservación a cada volumen de control. En el centro de cada volumen de control se encuentra un nodo computacional en el cual se calculan los valores de las variables. Las ventajas de este método son dos: la primera, asegura que la discretización sea conservativa local y globalmente. La segunda, las mallas irregulares no requieren una transformación de coordenadas [27].

Método de Elemento finito

El método de elemento finito, (FEM, por sus siglas en inglés), es un método muy similar al método de volumen finito. El dominio se rompe en una serie de volúmenes discretos o elementos finitos, que generalmente no tienen estructura. La característica distintiva es que las ecuaciones son multiplicadas por una función peso antes de ser integradas sobre todo el dominio.

Una ventaja importante del método de elemento finito es la capacidad de tratar con geometrías arbitrarias, las mallas son fácilmente refinadas ya que, cada elemento es simplemente subdividido. La principal desventaja que comparte con cualquier otro método que utiliza mallas no estructuradas, es que las matrices de las ecuaciones linealizadas no están tan bien estructuradas como las que utilizan mallas regulares, lo cual dificulta encontrar métodos eficientes de solución [28].

3. MODELADO MATEMÁTICO Y SIMULACIONES

En este capítulo se describe detalladamente el proceso para obtener las ecuaciones que describen el comportamiento del fluido dentro de la contracción semihiperbólica (ver figura 9). Los modelos de viscosidad empleados y se analizan las ecuaciones para realizar la clasificación de flujo. Para las simulaciones se realiza un análisis de independencia de malla y se plantea una estrategia general de solución.

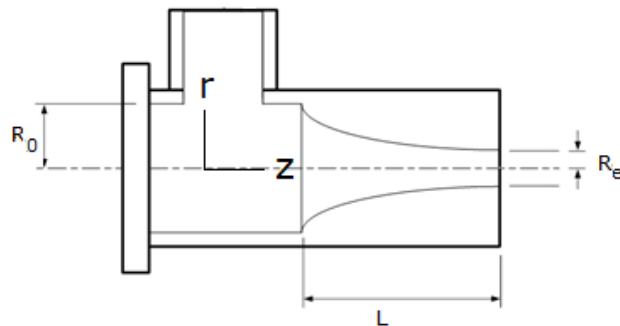


Figura 9. Esquema de la contracción semihiperbólica.¹

3.1 Descripción de la geometría semihiperbólica

Las ecuaciones de conservación que describen el flujo en la geometría son, conservación de masa, momentum y energía [29]:

$$\text{Materia:} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{v}) = 0 \quad (3.1)$$

¹ La figura fue proporcionada por Gabriel Ascanio, la cual forma parte de un artículo que será enviado próximamente, del cual soy coautora.

Momentum:
$$\rho \left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \underline{v} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \underline{\underline{\tau}} + \mu \nabla^2 \underline{v} \quad (3.2)$$

Energía:
$$\rho \frac{DH}{Dt} = -\nabla \cdot \underline{q} + \underline{\underline{\tau}} : \nabla \underline{v} + \frac{DP}{Dt} \quad (3.3)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, \underline{v} la velocidad del fluido, P es la presión, $\underline{\underline{\tau}}$ es el tensor de esfuerzos extra, H entalpía, \underline{q} flux de calor y D/Dt es la derivada material [18].

Las ecuaciones de conservación en coordenadas cilíndricas están sujetas a las siguientes consideraciones para simplificar el modelado:

1. Estado estacionario
2. Fluido incompresible.
3. No se adiciona calor al sistema $\underline{q} = \underline{0}$
4. θ eje neutro ($\partial / \partial \theta = 0$).
5. Flujo irrotacional.
6. $\tau_{rr} = \tau_{\theta\theta}$

En el sistema de referencia elegido la ecuación de continuidad es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (3.4)$$

El primer término se elimina debido a la suposición uno, y el tercer término por la suposición 4, la ecuación queda:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (v_z) = 0 \quad (3.5)$$

La velocidad de deformación extensional se define como:

$$\dot{\epsilon} = \frac{dv_z}{dz} \quad (3.6)$$

De la ecuación anterior es posible obtener v_z

$$v_z = \dot{\epsilon}z + c_1(r) \quad (3.7)$$

Sustituyendo la ecuación 3.7 en la ecuación 3.5, se obtiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\dot{\epsilon}z + c_1(r)) = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (rv_r) = -\dot{\epsilon}r \quad (3.9)$$

Integramos la ecuación para obtener v_r :

$$v_r = -\frac{\dot{\epsilon}r}{2} + c_2(z) \quad (3.10)$$

Al ser un flujo irrotacional se cumple $\nabla \times \underline{v} = 0$, desarrollando obtenemos:

$$\begin{aligned} \nabla \times \underline{v} &= \begin{bmatrix} \hat{e}_r & \hat{e}_\theta & \hat{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_r & rv_\theta & v_z \end{bmatrix} \\ &= \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} v_z - \frac{\partial}{\partial z} (rv_\theta) \right] \hat{e}_r + \left[\frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} v_r \right] \hat{e}_z + \left[\frac{\partial}{\partial r} v_z - \frac{\partial}{\partial z} v_r \right] \hat{e}_\theta = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Simplificando la ecuación debido a la suposición 4:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} v_z \right] \hat{e}_r + \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} v_r \right] \hat{e}_z + \left[\frac{\partial}{\partial r} v_z - \frac{\partial}{\partial z} v_r \right] \hat{e}_\theta = 0 \quad (3.12)$$

Igualando componentes:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} v_z = 0 \quad (3.13)$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} v_r = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} v_z - \frac{\partial}{\partial z} v_r = 0 \quad (3.15)$$

De las ecuaciones 3.13 y 3.14 se obtiene que v_z y v_r , no dependen de θ , lo cual es consistente con la observación de que es el eje neutro.

Sustituyendo las ecuaciones 3.7 y 3.10 en la ecuación 3.15, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial r} (\varepsilon' z + c_1(r)) = \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\varepsilon r}{2} + c_2(z) \right) \quad (3.16)$$

Simplificando la ecuación e igualando ambas a una constante a :

$$\frac{\partial}{\partial r} (c_1(r)) = \frac{\partial}{\partial z} (c_2(z)) = a \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= ar + b \\ c_2 &= az + d \end{aligned} \quad (3.18)$$

Donde b y d son constantes de integración. Aplicando condición de frontera, cuando $r = 0 : v_r = 0$, a y b son igual a 0 y la constante d es el valor de la velocidad inicial.

$$\begin{aligned} v_r &= -\frac{\dot{\epsilon}r}{2} \\ v_z &= \dot{\epsilon}z + d \end{aligned} \quad (3.19)$$

Conociendo la forma de las velocidades se puede obtener la viscosidad extensional y con esto corroborar este resultado. Para obtener el tensor rapidez de deformación se necesita calcular el gradiente y la transpuesta de este:

$$\underline{\nabla v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{\partial v_\theta}{\partial r} & \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial v_r}{\partial z} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad [\underline{\nabla v}]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} & \frac{\partial v_r}{\partial z} \\ \frac{\partial v_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Sustituyendo la ecuación 3.19 en 3.20 y simplificando, obtenemos:

$$\underline{\nabla v} = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{\epsilon}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\dot{\epsilon}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{bmatrix} \quad [\underline{\nabla v}]^T = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{\epsilon}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\dot{\epsilon}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.21 en la ecuación 2.2, para obtener la rapidez de deformación:

$$\underline{\dot{\gamma}} = \begin{bmatrix} -\dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & 2\dot{\epsilon} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Sustituyendo en la ecuación 2.1, obtenemos:

$$\underline{\underline{\tau}} = \begin{bmatrix} -\mu\dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\mu\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu\dot{\epsilon} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Reemplazando en la ecuación 2.7 para obtener la viscosidad extensional:

$$\eta_e = \frac{\tau_{33} - \tau_{11}}{\dot{\epsilon}} = \frac{2\mu\dot{\epsilon} + \mu\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} = 3\mu \quad (3.24)$$

La viscosidad extensional para fluidos newtonianos es tres veces la viscosidad cortante, con esto se comprueba que las ecuaciones obtenidas para las velocidades son correctas.

Al asumir estado estacionario, las líneas de corriente describen la forma de la contracción.

$$\frac{dr}{v_r} = \frac{dz}{v_z} \quad (3.25)$$

$$\frac{dr}{dz} = \frac{v_r}{v_z} = -\frac{1/2 \dot{\epsilon} r}{\dot{\epsilon} z + d} = -\frac{r}{2(z + d/\dot{\epsilon})} \quad (3.26)$$

El termino de $d/\dot{\epsilon}$ sigue siendo una variable, y puede ser nombrada como otra variable N . La ecuación queda:

$$\frac{dr}{dz} = -\frac{r}{2(z + N)} \quad (3.27)$$

Separando variables:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{dz}{2(z + N)} \quad (3.28)$$

Integrando ambos lados de la ecuación y despejando r :

$$r^2 = \frac{M}{z + N} \quad (3.29)$$

Aplicando condición de frontera en $z = 0 : R = R_0$, en $z = L : R = R_e$

$$R_0^2 = \frac{M}{N} \quad R_e^2 = \frac{M}{L + N} \quad (3.30)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, obtenemos [18], [30]:

$$N = \frac{R_0^2 L}{R_0^2 - R_e^2} \quad M = \frac{L R_0^2 R_e^2}{R_0^2 - R_e^2} \quad (3.31)$$

Las ecuaciones 3.30 y 3.31 nos describe la geometría semihiperbólica.

Ahora se analizará la ecuación de energía:

$$\rho \frac{DH}{Dt} = -\nabla \cdot \underline{q} + \underline{\tau} : \nabla \underline{v} + \frac{DP}{Dt} \quad (3.32)$$

La derivada material se define como:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \quad (3.33)$$

Aplicando la ecuación a la presión:

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla P \quad (3.34)$$

La ecuación de energía desarrollando los términos:

$$\rho \frac{DH}{Dt} = -\nabla \cdot \underline{q} + \underline{\tau} : \nabla \underline{v} + \frac{\partial P}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla P \quad (3.35)$$

El primer término se elimina debido a que la entalpía es constante, el segundo término se elimina porque $\underline{q} = 0$, el cuarto término se elimina debido a la suposición de estado estacionario. La ecuación se reduce a:

$$\underline{\tau} : \nabla \underline{v} + \underline{v} \cdot \nabla P = 0 \quad (3.36)$$

Desarrollando el primer término de la ecuación anterior:

$$\begin{aligned} \underline{\tau} : \nabla \underline{v} &= \begin{bmatrix} \tau_{rr} & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & \tau_{\theta\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\theta} & \tau_{zz} \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} -1/2 \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 \dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{bmatrix} \\ &= -1/2 \dot{\epsilon} \tau_{rr} - 1/2 \dot{\epsilon} \tau_{\theta\theta} + \dot{\epsilon} \tau_{zz} \end{aligned} \quad (3.37)$$

De la ecuación de *momentum* se sabe que la traza del tensor de esfuerzos es igual a cero:

$$Tr(\underline{\tau}) = \tau_{rr} + \tau_{\theta\theta} + \tau_{zz} = 0 \quad (3.38)$$

Una de las suposiciones hechas es:

$$\tau_{rr} = \tau_{\theta\theta} \quad (3.39)$$

Sustituyendo en la ecuación la ecuación anterior en la ecuación 3.38 obtenemos:

$$\tau_{rr} = 1/2 \tau_{zz} \quad (3.40)$$

Al sustituir la ecuación 3.40 en la ecuación 3.37 y simplificando:

$$\underline{\tau} : \nabla \underline{v} = 3/2 \dot{\epsilon} \tau_{zz} \quad (3.41)$$

Desarrollando el segundo término:

$$\underline{v} \cdot \nabla P = (v_r \hat{e}_r + v_\theta \hat{e}_\theta + v_z) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + \frac{\partial P}{\partial z} \hat{e}_z \right) \quad (3.42)$$

Simplificando términos:

$$\underline{v} \cdot \nabla P = -v_z \frac{dP}{dz} \quad (3.43)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.41 y 3.43 en la ecuación 3.36, obtenemos:

$$\frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz} = -v_z \frac{dP}{dz} \quad (3.44)$$

Sustituyendo v_z en la ecuación anterior:

$$\frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz} = -(\dot{\epsilon} z + d) \frac{dP}{dz} \quad (3.45)$$

Tomando en cuenta que:

$$v_z = \frac{dz}{dt} \quad (3.46)$$

Despejando dP_z de la ecuación 3.45 y sustituyendo dz , obtenemos:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{3 \dot{\epsilon} \tau_{zz} (\dot{\epsilon} z + d)}{2 (\dot{\epsilon} z + d)} dt \quad (3.47)$$

Integrando la ecuación anterior:

$$-\int_{P_0}^{P_e} \Delta P = \frac{3}{2} \int_{t_0}^{t_e} \dot{\epsilon} \tau_{zz} dt$$

$$-\Delta P = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz} (t_e - t_0) \quad (3.48)$$

La deformación de Hencky (ϵ_h) se define como:

$$\epsilon_h = \dot{\epsilon} (t_e - t_0) = \ln \left(\frac{A_0}{A_e} \right) = \ln \left(\frac{R_0^2}{R_e^2} \right) \quad (3.49)$$

Sustituyendo en la ecuación 3.47 en la ecuación 3.46, obtenemos:

$$-\Delta P = \frac{3}{2} \tau_{zz} \epsilon_h \quad (3.50)$$

Despejando τ_{zz} :

$$\tau_{zz} = -\frac{2}{3} \Delta P \epsilon_h \quad (3.51)$$

Sustituyendo en la ecuación de viscosidad extensional, y simplificando términos, llegamos a la ecuación que nos permite obtener la viscosidad extensional a partir de la caída de presión, la constante de Hencky y la rapidez de elongación:

$$\eta_e = \frac{\tau_{zz} - \tau_{rr}}{\dot{\epsilon}} = \frac{3}{2} \frac{\tau_{zz}}{\dot{\epsilon}} = -\frac{\Delta P}{\dot{\epsilon} \epsilon_h} \quad (3.52)$$

3.2 Ecuaciones constitutivas para la viscosidad

En esta sección se definen los modelos utilizados para caracterizar los fluidos utilizados en este trabajo.

Modelo newtoniano: se caracteriza por presentar viscosidad constante, representa la primera región newtoniana.

$$\mu = \eta_0 \quad (3.53)$$

Los fluidos no newtonianos inelásticos, pueden ser caracterizados por los siguientes modelos:

Ley de potencia: permite representar a un fluido con adelgazamiento o espesamiento al corte [2].

$$\eta = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (3.54)$$

donde K y n son parámetros de ajuste.

El parámetro n indica que comportamiento representará el fluido, si $n > 1$ el fluido es espesante, si $n = 1$ el fluido es newtoniano, y si $n < 1$ el fluido es adelgazante.

Modelo de Cross: este modelo representa fluidos con adelgazamiento al corte y la primera región newtoniana [31].

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^m} \quad (3.55)$$

donde η_0 es la viscosidad de la primera región newtoniana, λ y m son parámetros de ajuste.

Modelo de Bird-Carreau: este modelo representa fluidos con adelgazamiento al corte además de la primera y segunda región newtoniana [31].

$$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)(1 + \lambda^2 \dot{\gamma}^2)^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.56)$$

Donde η_0 es la viscosidad de la primera región newtoniana, η_∞ la viscosidad de la segunda región newtoniana, λ y n son parámetros de ajuste.

Modelo de Carreau-Yasuda: este modelo representa fluidos con adelgazamiento al corte además de la primera y segunda región newtoniana, es una variación del modelo de Bird-Carreau, en el cual se adiciona un exponente a , el cual permite un mejor ajuste entre la viscosidad de la primer región newtoniana y la zona de adelgazamiento [31].

$$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)(1 + \lambda\dot{\gamma}^a)^{\frac{n-1}{a}} \quad (3.57)$$

Donde η_0 es la viscosidad de la primera región newtoniana, η_∞ la viscosidad de la segunda región newtoniana, λ , n y a son parámetros de ajuste.

En la siguiente figura se presenta la gráfica de viscosidad vs. rapidez de deformación, en la cual se ejemplifican las zonas que pueden reproducir los modelos inelásticos.

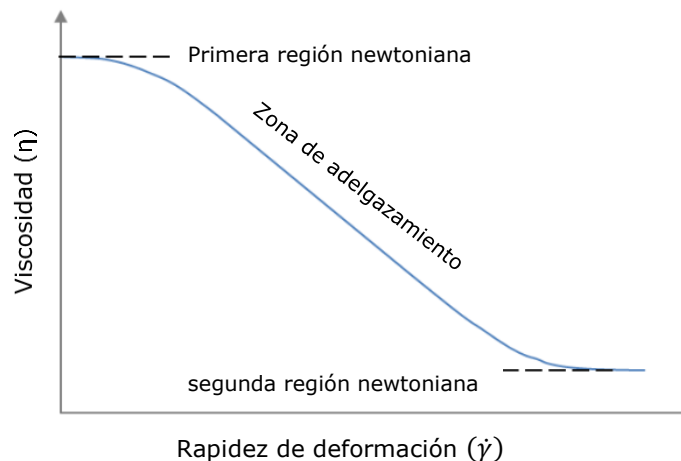


Figura 10. Viscosidad cortante de modelos inelásticos.

Para la caracterización de fluidos viscoelásticos se utilizó el siguiente modelo:

Modelo Phan-Thien/Tanner (PTT) -versión exponencial-: representa fluidos con adelgazamiento al corte y las dos regiones newtonianas [32].

$$f(\underline{\underline{\tau}}) \underline{\underline{\tau}} + \lambda \frac{\nabla}{\underline{\underline{\tau}}} = 2 \eta_p \underline{\underline{d}} \quad (3.58)$$

$$f(\underline{\underline{\tau}}) = e^{\frac{\epsilon \lambda}{\eta_p} tr(\underline{\underline{\tau}})}$$

donde $\frac{\nabla}{\underline{\underline{\tau}}}$ es la derivada convectiva superior y se define como:

$$\frac{\nabla}{\underline{\underline{\tau}}} = \frac{\partial \underline{\underline{\tau}}}{\partial t} + \underline{\underline{v}} \cdot \nabla \underline{\underline{\tau}} - [\nabla \underline{\underline{v}}]^T \cdot \underline{\underline{\tau}} - \underline{\underline{\tau}} \cdot [\nabla \underline{\underline{v}}] \quad (3.59)$$

3.3 Criterios de clasificación de flujo

El comportamiento de los fluidos viscoelásticos es muy diferente en flujo extensional y flujo cortante. A nivel industrial se presenta una combinación de estos flujos al tener un cambio de área, pasar por codos o válvulas, o en general, cuando el fluido sufre un cambio de dirección. El obtener información reológica tanto en corte como extensión, sería de gran relevancia para poder predecir el comportamiento del fluido.

Se define un flujo complejo como aquel que presenta deformación cortante, extensional y rotación de cuerpo rígido. Si la deformación extensional es muy significativa y el fluido presenta un comportamiento extensional distinto al cortante, entonces, la viscosidad extensional sería un factor decisivo que determine el comportamiento del fluido.

G. Astarita en su artículo "*Objective and generally applicable criteria for Flow classification*" [33] define un criterio que solo requiere información del campo de velocidades.

Para este se toma en cuenta solo la parte simétrica del tensor rapidez de deformación S_{ij} , la cual se define como [34]:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.53)$$

El tensor vorticidad w_{ij} , se define como:

$$w_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.54)$$

Para caracterizar el flujo en una contracción. El parámetro de velocidad cortante S^2 y la velocidad de rotación W^2 , son definidos respectivamente como:

$$S^2 = tr(S^2) = S_{mn}S_{nm} \quad (3.55)$$

$$W^2 = -tr(W^2) = -W_{mn}W_{nm}$$

La relación entre estas dos cantidades puede ser utilizada para medir la intensidad de la deformación:

$$R^2 = \frac{W^2}{S^2} = \frac{-W_{mn}W_{nm}}{S_{mn}S_{nm}} \quad (3.56)$$

La cual puede ser normalizada por [35]:

$$D = \frac{1 - R^2}{1 + R^2} \quad (3.57)$$

La escala D toma los siguientes valores límites, los cuales indican la deformación dominante:

$$D = \begin{cases} 1 & \text{Flujo extensional} \\ 0 & \text{Flujo cortante} \\ -1 & \text{Rotación de cuerpo rígido} \end{cases}$$

3.4 Simulaciones

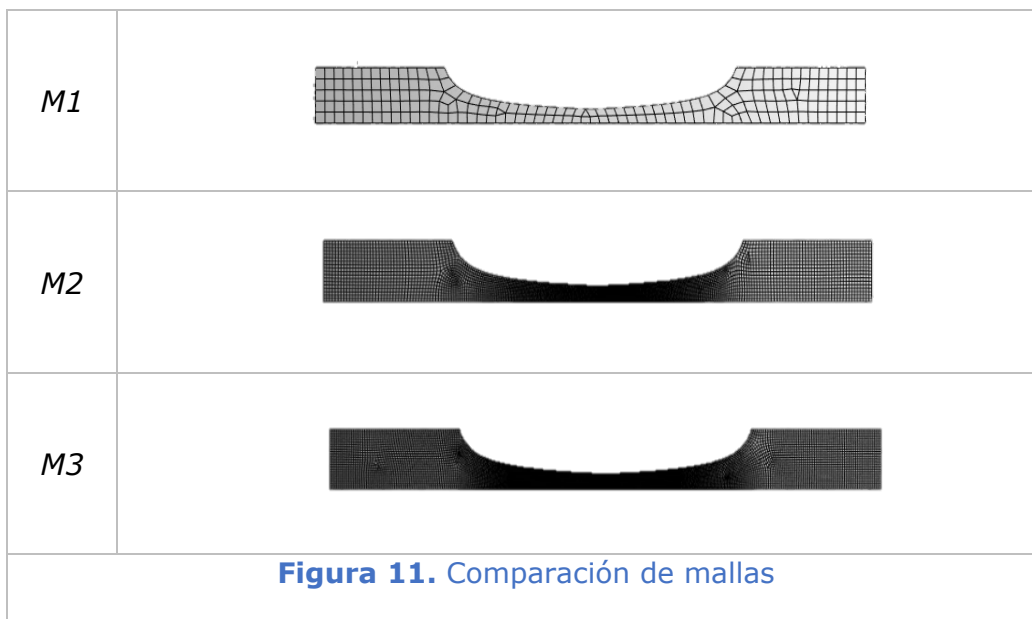
Para realizar las simulaciones de estos fluidos, se utilizaron las herramientas de *software* ANSYS Polyflow® y Fluent®.

Análisis de independencia de malla Polyflow®

Este análisis se realizó con el objetivo de asegurar que la malla elegida es adecuada, con el fin de que la solución no dependa de esta se compararon mallas de diferentes tamaños, por criterios de convergencia fue necesario hacer la contracción doble, es decir, contracción/expansión. La primera malla (*M1*) es una malla gruesa, la segunda (*M2*) es una malla intermedia con una mayor densidad de celdas dentro de la contracción, y la última malla (*M3*) es una malla refinada y con una cantidad mayor de celdas en el centro (ver figura 11), en la siguiente tabla 1 encuentran el número de nodos y elementos de cada una de las mallas.

Tabla 1. Caracterización de mallas en Polyflow®

	<i>Nodos</i>	<i>Elementos</i>
<i>M1</i>	542	207
<i>M2</i>	10,046	4,686
<i>M3</i>	17,334	8,222



En la siguiente figura se muestra una comparación el perfil de presión a la salida de la contracción con las mallas propuestas. La *M1* presenta

ligeras oscilaciones en el valor de la presión, mientras la *M2* y *M3* tiene un valor constante de presión y se superponen los resultados, por lo tanto, para las simulaciones se utilizará la *M2*.

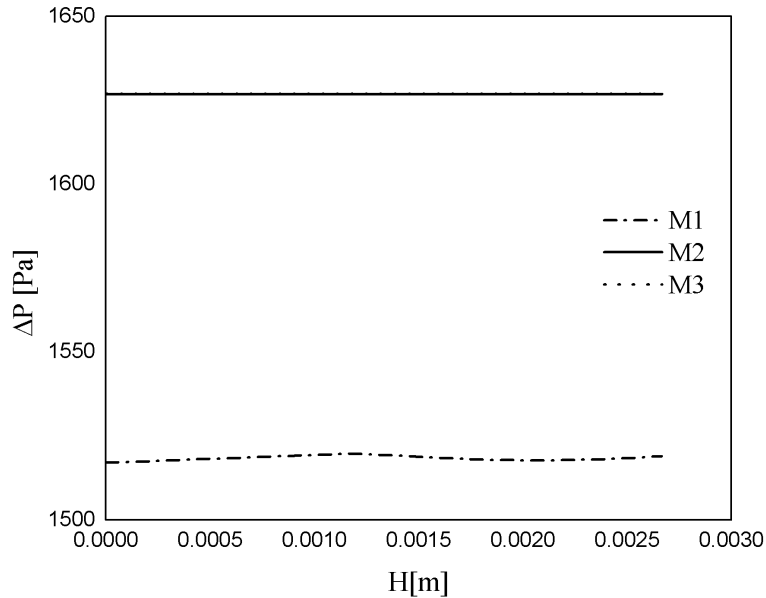


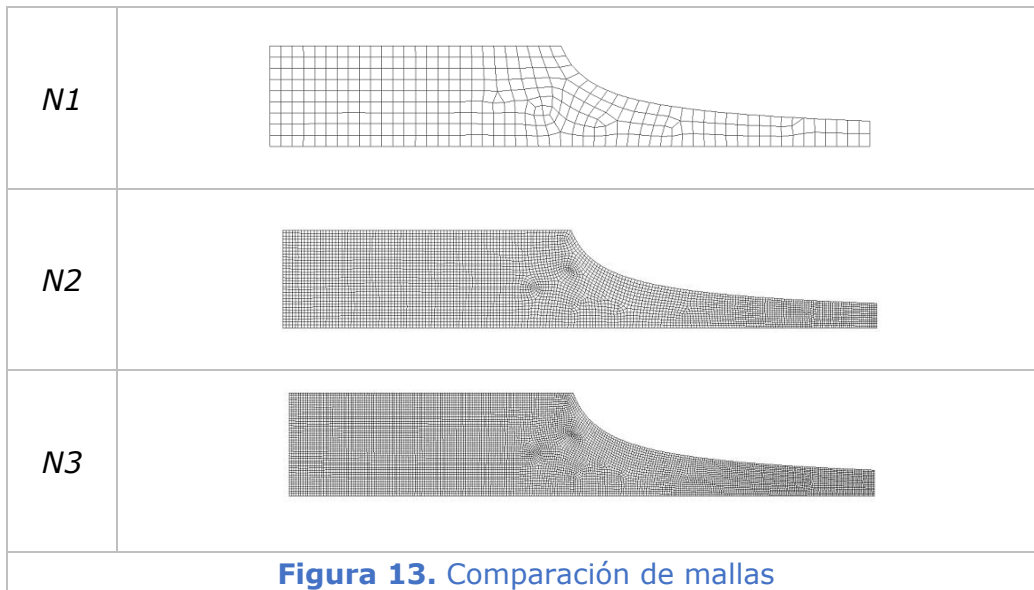
Figura 12. Perfil de presión a la salida de la contracción

Análisis de independencia de malla Fluent®

En este caso, como la presión a la salida es una condición de frontera, se utilizó como criterio de convergencia el perfil de velocidades a la salida de la contracción. La primera malla (*N1*) es una malla gruesa, la segunda (*N2*) es una malla intermedia, y la última malla (*N3*) es fina con un refinamiento al inicio de la curvatura de la contracción (ver figura 13), el número de nodos y elementos son presentados en la siguiente tabla.

Tabla 2. Caracterización de mallas en Fluent®

	<i>Nodos</i>	<i>Elementos</i>
<i>N1</i>	790	335
<i>N2</i>	10,406	4,971
<i>N3</i>	18,286	8,834



En la siguiente figura se muestra una comparación el perfil de velocidades a la salida de la contracción con las mallas propuestas. La *N1* no logra tener una tendencia del perfil casi parabólico esperado, mientras la *N2* y *N3* tiene el perfil semihiperbólico y se superponen los resultados, por lo tanto, para las simulaciones se utilizará la malla *N2*.

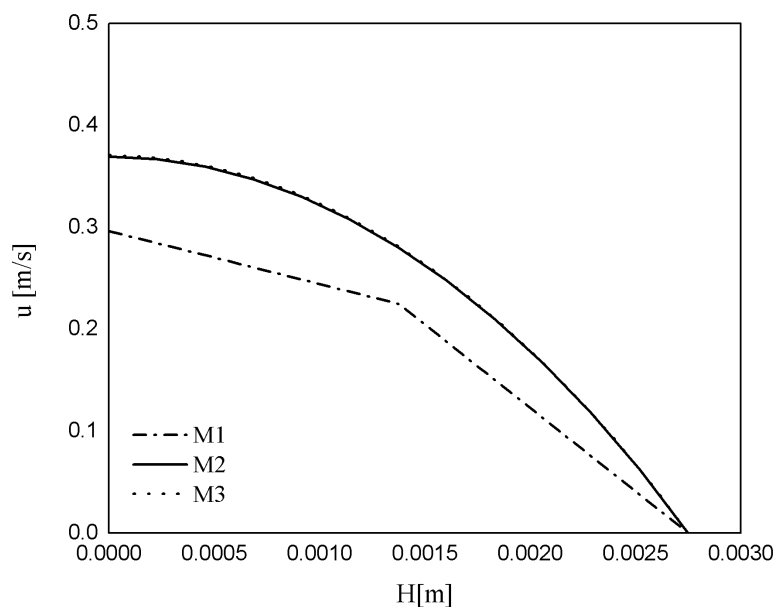


Figura 14. Perfil de velocidades a la salida de la contracción

Estrategia de solución

Los fluidos newtonianos fueron simulados con Fluent® debido a que este programa permite extraer los datos necesarios para hacer el análisis de clasificación de flujo. Mientras que los fluidos no newtonianos fueron simulados en Polyflow® debido a que este programa contiene las ecuaciones que permiten modelar este tipo de fluidos, así como la condición de no deslizamiento de Navier.

Una vez elegida la malla, se sigue la estrategia de solución que se muestra en la figura 15.

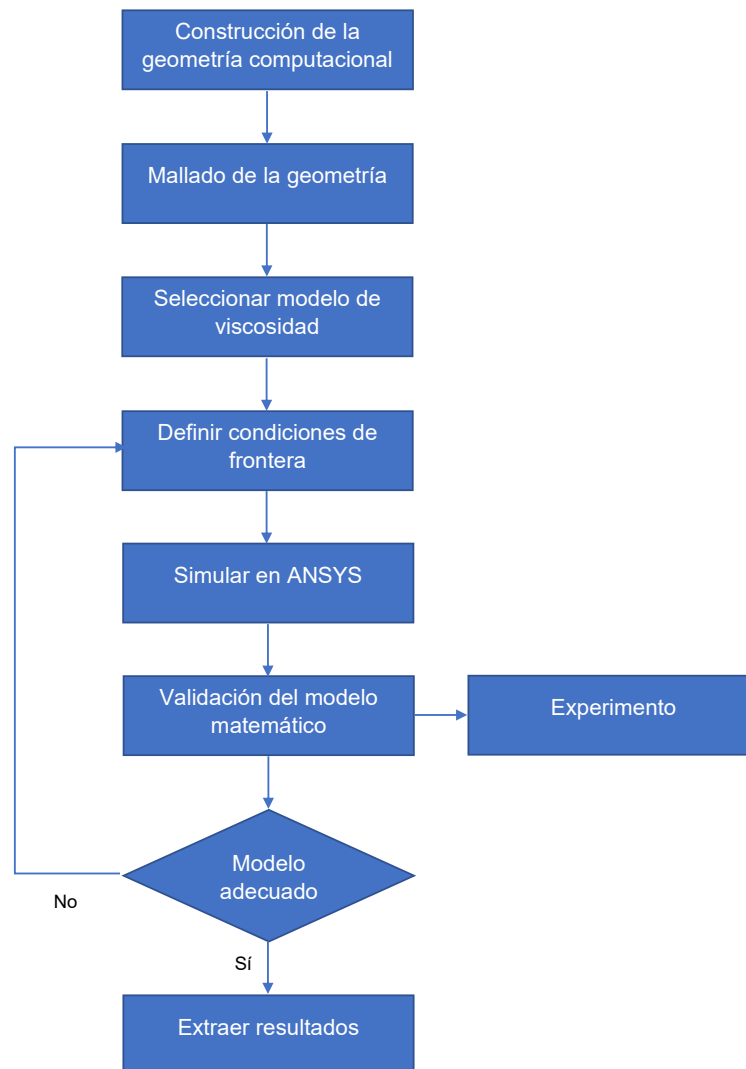


Figura 15. Estrategia de solución

Condición de deslizamiento

Con el fin de analizar el efecto de la condición de deslizamiento, la cual es una suposición fundamental de la teoría de estos equipos, las simulaciones se realizaron aplicando la ley de Navier, que no solo permite un deslizamiento total, sino un grado de deslizamiento parcial a lo largo de la pared de la geometría. Para realizar las simulaciones se utilizó el software ANSYS Polyflow®. Los parámetros de entrada para las simulaciones son: el flujo medido, la viscosidad y dos parámetros para la condición de Navier, la cual se puede expresar como [31]:

$$f_s = -F_{slip}(v_s - v_{wall})^{e_{slip}} \quad (3.58)$$

Donde v_s y v_{wall} son la velocidad tangencial a la superficie y la velocidad en la pared respectivamente, f_s es la fuerza cortante en la pared; F_{slip} y e_{slip} son parámetros gobiernan el grado de deslizamiento. En este trabajo se ajustó la $e_{slip} = 1$ para mantener un modelo matemático lineal, el parámetro $F_{slip} = 0$ equivale a un deslizamiento total en la pared y entre más grande sea este valor, menor será el nivel de deslizamiento [36].

La ley de Navier tiene una relación con la viscosidad del fluido y la derivada de la velocidad en la pared [37]–[39]:

$$F_s = \beta \eta \frac{dv}{dz} \quad (3.59)$$

Donde β coeficiente de deslizamiento de la ley de Navier, depende de cada material, η es la viscosidad del fluido.

4. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

En esta sección se describe el funcionamiento de los equipos experimentales utilizados para determinar la viscosidad cortante y extensional

4.1 Determinación de viscosidad cortante

Las propiedades de viscosidad cortante y los módulos elásticos y de pérdida de los fluidos se determinaron en un reómetro de esfuerzo controlado MCR 101 de Anton Paar®, empleando una geometría de cilindros concéntricos. Todas las mediciones se realizaron a temperatura ambiente (~ 23 °C).



Figura 16. Reómetro Anton Paar.

4.2 Descripción del reómetro de orificio

El reómetro de orificio consiste en un contenedor, un sistema de bombeo, una contracción y la instrumentación, el arreglo se muestra en la figura 17. El contenedor es un cono truncado de acero inoxidable con un diámetro de 0.17 m y una altura de 0.4 m, y una capacidad de 2 L. El sistema de bombeo consiste en una bomba de lóbulo de desplazamiento

positivo, fabricada en acero inoxidable 316 (grado alimenticio) capaz de bombear fluidos con una viscosidad máxima de 35 Pa s. La bomba es accionada por un motor DC de 560W acoplado a un engrane reductor de velocidad, con un radio de reducción de 60:1, de modo que la bomba puede ser operada a una velocidad y torque máximos de 29 rpm y 127 Nm, respectivamente. La ventaja de utilizar una bomba de lóbulos es que suministra una velocidad de flujo estable operando a presión constante.

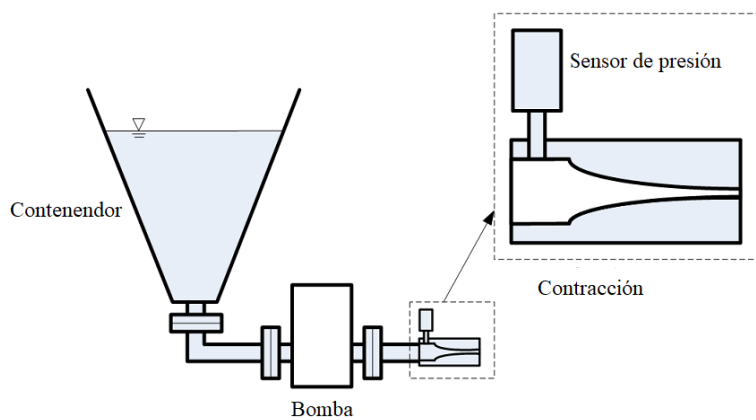


Figura 17. Esquema del arreglo experimental.²

El perfil semihiperbólico que se muestra en la figura 9, minimiza la formación de vórtices a la entrada de la contracción, de modo que no se considera una corrección por exceso de caída de presión. Es sabido que para contracciones, el flujo a lo largo de la línea central es puramente extensional; sin embargo, como se puede ver en Nyström *et al.* [40], para contracciones semihiperbólicas con fluido de Boger, la extensión a lo largo de la línea central alcanza un valor casi constante, la cual es una característica deseable para mediciones de viscosidad extensional.

² La figura fue proporcionada por Gabriel Ascanio, la cual forma parte de un artículo que será enviado próximamente, del cual soy coautora.

El diseño de la contracción para el reómetro de orificio fue fabricado en una impresora 3D (Polyjet®) con material VeroClear™. La relación de diámetros de la contracción es 4:1 el cual permite estudiar la viscosidad extensional en un intervalo de 1 s^{-1} a 11 s^{-1} . La medida de ésta se presenta en la tabla 3.

Tabla 3. Medidas de la geometría semihiperbólica

	4: 1
<i>Longitud (L), [m]</i>	0.034
<i>Radio de entrada (R₀), [m]</i>	0.011
<i>Radio de salida (R_e), [m]</i>	0.00276

El experimento consiste en hacer pasar un fluido por una contracción semihiperbólica, hacia un recipiente que se encuentra en condiciones atmosféricas, de modo que la caída de presión del fluido en la contracción es directamente la presión manométrica registrada en el sensor.



Figura 18. Arreglo experimental y la contracción semihiperbólica.

Se realizó una comprobación de la curva de calibración de la bomba, para la cual se utilizaron dos fluidos, uno newtoniano y otro no newtoniano, la cual se muestra en la figura 19. Independientemente del fluido con el que se trabaje, la bomba entrega el mismo flujo volumétrico.

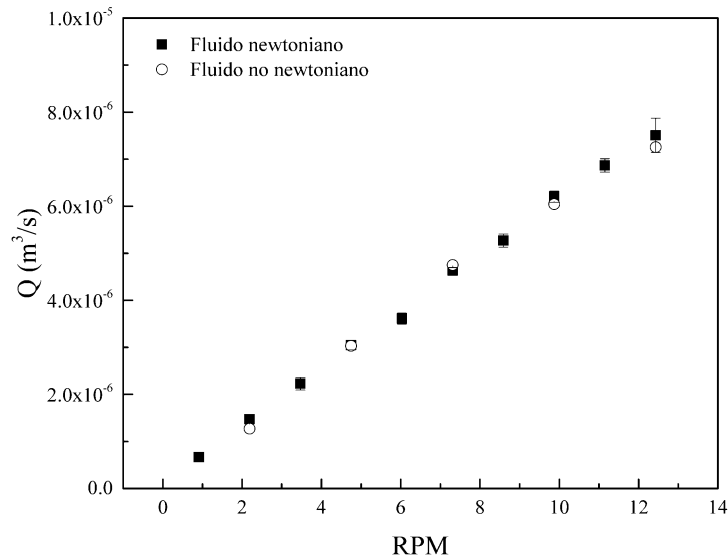


Figura 19. Curva de calibración de la bomba.

4.3 Calibración del viscosímetro extensional

Para realizar la calibración de fluidos es necesario hacer una distinción entre fluidos newtonianos, fluidos no newtonianos con tensoactivos y fluidos no newtonianos alimenticios.

Fluidos newtonianos

El procedimiento de calibración para estos fluidos consiste en obtener una ecuación que correlacione la caída de presión efectiva y la caída de presión experimental (ΔP_{exp}). La caída de presión efectiva (ΔP_{efec}) se calcula de manera tal que se satisfaga el valor de la relación de Trouton para el fluido newtoniano $Tr = 3$ [1], independientemente de la rapidez de corte o extensión; por lo tanto, para el fluido de calibración (*fluido 1*), la

viscosidad de extensión debe ser tres veces su viscosidad de corte a la misma temperatura.

Fluidos no newtonianos con tensoactivos.

Para este tipo de fluidos, se asume que los tensoactivos provocan un grado de deslizamiento considerable en la pared, por lo que no es necesario realizar una corrección debido al esfuerzo cortante en la pared [19], por lo que se utiliza la caída de presión medida por el sensor para calcular la viscosidad extensional.

Fluidos no newtonianos alimenticios.

El procedimiento de calibración de estos fluidos consiste en restar la contribución debida al esfuerzo cortante a la presión medida. La metodología fue reportada por Stading y Bohlin [41] donde la velocidad de extensión es calculada por:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{3n + 1}{n + 1} \frac{Q}{\pi} \frac{r_e^{-2} - r_0^{-2}}{H} \quad (4.1)$$

La deformación de Hencky está dada por:

$$\varepsilon_h = \frac{3n + 1}{n + 1} \ln \left(\frac{r_0^2}{r_e^2} \right) \quad (4.2)$$

Como el equipo experimental utilizado en este trabajo mide caída de presión, la diferencia de esfuerzos se calcula según lo descrito por Collier [42]:

$$\sigma_{meas} = - \frac{\Delta P}{\varepsilon_h} \quad (4.3)$$

Continuando con el procedimiento de Stading, antes de obtener a viscosidad extensional, se le resta al esfuerzo la contribución debida al corte:

$$\sigma_{meas} = \frac{4L \left(3 + \frac{1}{n}\right)^n \left(\frac{k}{\pi}\right)^n Q^n \left(\frac{1}{r_0^{3n+1}}\right) \left[\left(\frac{r_0^2}{r_e^2}\right)^{\frac{3n+3}{2}} - 1\right]}{(3n + 3) \left(\frac{r_0^2}{r_e^2} - 1\right)} \quad (4.4)$$

La viscosidad se obtiene:

$$\eta_e = \frac{\sigma_{shear} - \sigma_{meas}}{\dot{\epsilon}} \quad (4.5)$$

Las ecuaciones consideran que la respuesta del fluido al corte puede ser descrita mediante el modelo de ley de potencia, el cual es muy común en fluidos alimenticios utilizados en la industria. En las ecuaciones 4.1 a 4.5, n y K son el exponente y el parámetro de consistencia del modelo de ley de potencia respectivamente, Q es el flujo, L es la longitud de la contracción, r_0 el radio de entrada y r_e el radio de salida.

5. RESULTADOS

En esta sección se muestran los resultados del procesamiento de datos experimentales: calibración de los fluidos, la viscosidad extensional y la relación de Trouton. Así como el resultado de las simulaciones realizadas y la velocidad en la pared.

5.1 Caracterización de los fluidos

Se utilizaron dos fluidos newtonianos, glicerina (*fluido 1*) grado USP y una solución (*fluido 2*) de 80% w/w glucosa en agua. En la tabla 4 se muestran las propiedades físicas, mientras que en la figura 20, se presentan la gráfica de viscosidad de los fluidos.

Tabla 4. Datos de los fluidos newtonianos

	<i>Fluido 1</i>	<i>Fluido 2</i>
<i>Fluido</i>	Glicerina	Glucosa
<i>Densidad</i> [kg/m ³]	1,263	1,340
<i>Viscosidad</i> [Pa·s]	0.8551	0.6567

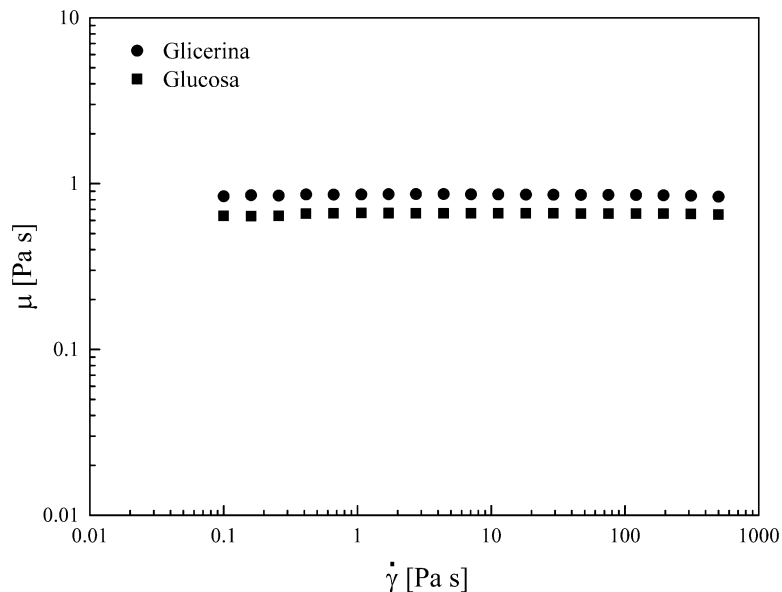


Figura 20. Viscosidad cortante de fluidos newtonianos.

Fueron utilizados cuatro fluidos no newtonianos, de los cuales tres tienen tensoactivos como característica común: detergente Persil (fluido 3), jabón de manos Blumen Cereza (fluido 4), shampoo Herbal Essences (fluido 5). Así como un fluido alimenticio: Yogurt griego (fluido 6), en la tabla 5 se presentan los datos estos.

Tabla 5. Datos de los fluidos no newtonianos

	Fluido 3	Fluido 4	Fluido 5	Fluido 6
Fluido	Persil	Blumen	Shampoo	Yogurt
Densidad [kg/m³]	940	1,259	1,000	1,000
Viscosidad [Pa·s]	Ver tabla 6	Ver tabla 7	Ver tabla 8	Ver tabla 9

La viscosidad del *fluido 3* puede ser obtenida aplicando un modelo Cross (ecuación 3.55), con los siguientes parámetros:

Tabla 6. Parámetros del *fluido 3*

Cross	
η_0 [Pa·s]	2.5500
λ	0.0196
m	0.9815

En la siguiente figura se muestra la viscosidad experimental y el ajuste.

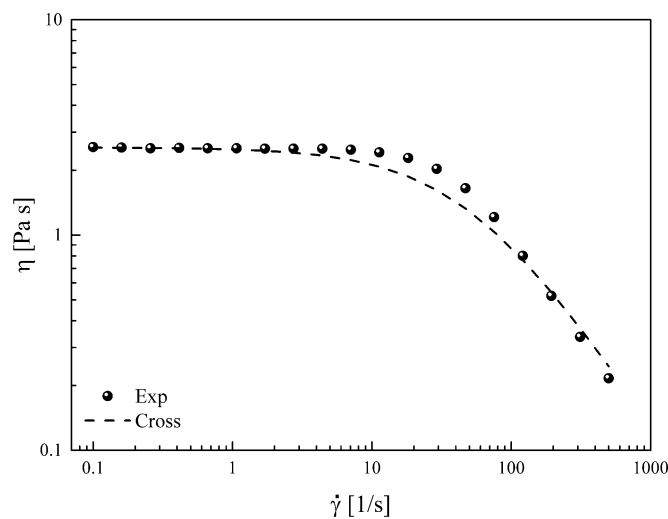


Figura 21. Viscosidad cortante experimental y ajuste del *fluido 3*.

Para el *fluido 4*, se puede realizar un ajuste como fluido no newtoniano inelástico utilizando el modelo Carreau-Yasuda (ecuación 3.57). O bien se puede ajustar el modelo de PTT (ecuación 3.58), para simular como un fluido no newtoniano viscoelástico. En la tabla 7 se muestran los parámetros de ajuste de los modelos.

Tabla 7. Parámetros del *fluido 4*

Carreau-Yasuda		PTT	
η_{∞} [Pa · s]	0.0045	η_p [Pa · s]	5.8883
η_0 [Pa · s]	5.8787	λ [s]	0.1125
λ	0.1477	ϵ	0.1500
n	0.0408	χ	0.0000
a	0.02234	a	0.0008

En la siguiente figura se muestra la viscosidad experimental, así como los ajustes realizados.

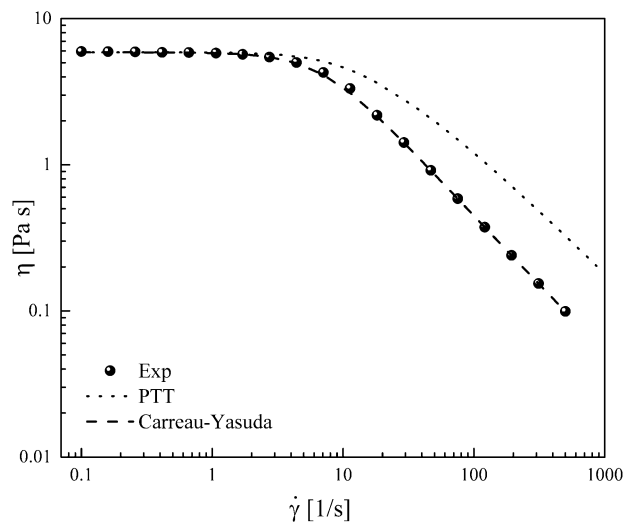


Figura 22. Viscosidad cortante experimental y ajustes del *fluido 4*.

La viscosidad del *fluido 5* puede ser obtenida ajustando el modelo Bird-Carreau (ecuación 3.56), para simular el fluido como no newtoniano inelástico, o ajustando PTT (ecuación 3.58), para simular como un fluido

viscoelástico, en la tabla 8 se muestran los parámetros de ajuste de los modelos.

Tabla 8. Parámetros del fluido 5

<i>Bird-Carreau</i>		<i>PTT</i>	
η_{∞} [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]	0.2420	η_p [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]	17.4
η_0 [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]	17.600	λ [s]	0.05
λ	0.2084	ϵ	0.59
n	0.0399	χ	0.00
		a	0.00

En la figura 23, se muestra la viscosidad experimental, así como los ajustes realizados.

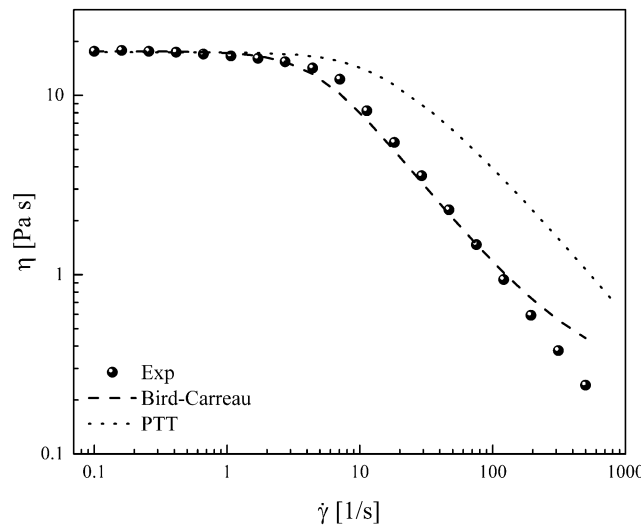


Figura 23. Viscosidad cortante experimental y ajustes del fluido 5.

La viscosidad del fluido 6, es un fluido adelgazante por lo puede ser ajustado con el modelo de ley de potencia (ecuación 3.54).

Tabla 9. Parámetros del fluido 6

Ley de Potencia	
k [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]	31.04
n	0.289

En la siguiente figura se muestra la viscosidad cortante experimental, así como el ajuste realizado con el modelo de ley de potencia.

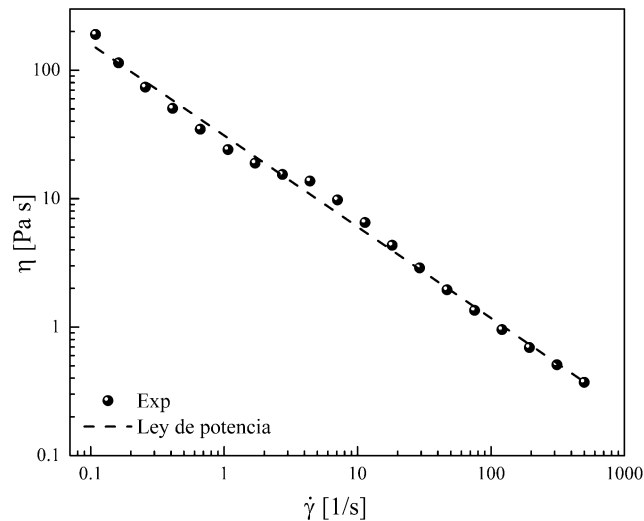


Figura 24. Viscosidad experimental y ajustes del fluido 6.

Las gráficas de G' y G'' de los fluidos se encuentran en el anexo A.

5.2 Caídas de presión, viscosidad extensional y Trouton

Se presentan los resultados de caídas de presión experimentales y simuladas de los fluidos utilizados, así como el Trouton obtenido.

Fluidos newtonianos

La simulación de flujo de fluidos newtonianos fue realizada con Fluent.

Para el fluido 1, se presentan los resultados de caída de presión experimental ΔP_{exp} , simulada con condición de no deslizamiento ΔP_{sim-ns} caída de presión con la calibración ΔP_{efec} y simulado con condición de deslizamiento total ΔP_{sim-s} . La caída de presión efectiva es más cercana al caso simulado con condición de deslizamiento total en la pared.

Tabla 10. Resultados de caída de presión *fluido 1*

Q [m^3/s] / 10^{-6}	ΔP_{exp} [Pa]	ΔP_{sim-ns} [Pa]	ΔP_{efec} [Pa]	ΔP_{sim-s} [Pa]
2.23	1,249	1,031	18.29	16.44
3.00	1,713	1,387	24.60	21.93
3.77	2,462	1,742	30.92	27.56
4.53	2,632	2,094	37.24	35.11
5.30	3,078	2,450	43.55	38.75
6.07	3,503	2,806	49.87	44.37
6.84	3,920	3,161	56.18	50.00

En la siguiente figura se muestra la caída de presión experimental y la desviación estándar, y la caída de presión simulada con no deslizamiento. El error mayor entre estas es del 30%.

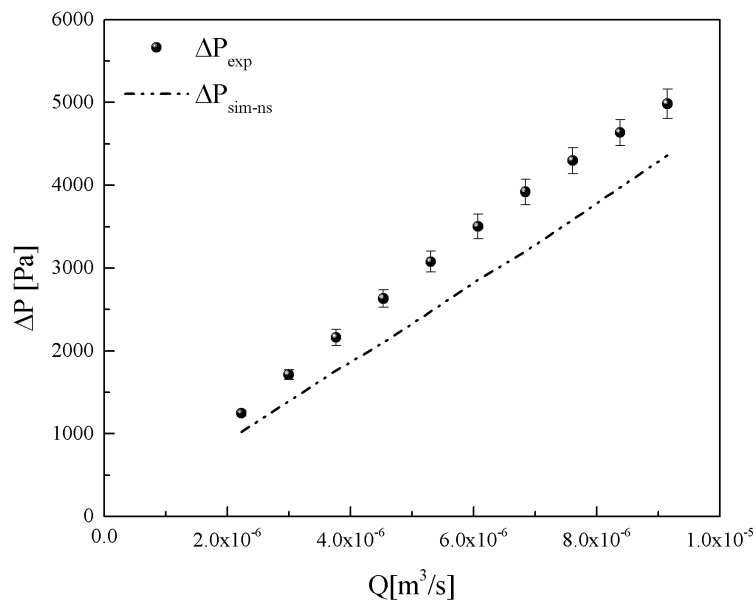


Figura 25. Caída de presión *fluido 1*.

Para realizar la calibración de fluidos newtonianos, se grafica la caída de presión efectiva y experimental (ver figura 26), y se realiza una regresión lineal para obtener una ecuación que correlaciona a estas variables.

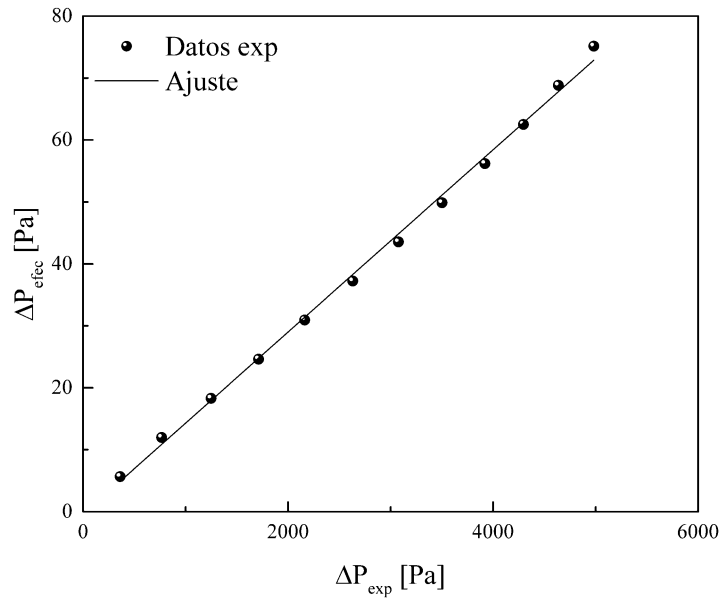


Figura 26. Curva de calibración.

El ajuste esta dado por la siguiente ecuación:

$$\Delta P_{efec} = 0.0147\Delta P_{exp} - 0.428 \quad R^2 = 0.997 \quad (5.1)$$

En la tabla 11 se muestran los resultados de la caída de presión de este fluido, el error entre el valor experimental y simulado con condición de no deslizamiento es del 13%. La caída de presión efectiva es más cercana al caso simulado con condición de deslizamiento total en la pared.

Tabla 11. Resultados de caída de presión *fluido 2*

$Q [m^3/s] / 10^{-6}$	$\Delta P_{exp} [Pa]$	$\Delta P_{sim-ns} [Pa]$	$\Delta P_{efec} [Pa]$	$\Delta P_{sim-s} [Pa]$
2.23	752	791	10.64	10.35
3.00	1,092	1,065	15.63	13.94
3.77	1,446	1,338	20.84	17.52
4.53	1,791	1,605	25.91	21.05
5.30	2,125	1,881	30.83	24.63
6.07	2,462	2,155	35.79	28.21
6.84	2,797	2,432	40.72	31.78

En la siguiente figura se muestra la caída de presión del *fluido 2* con su desviación estándar y la caída de presión simulada.

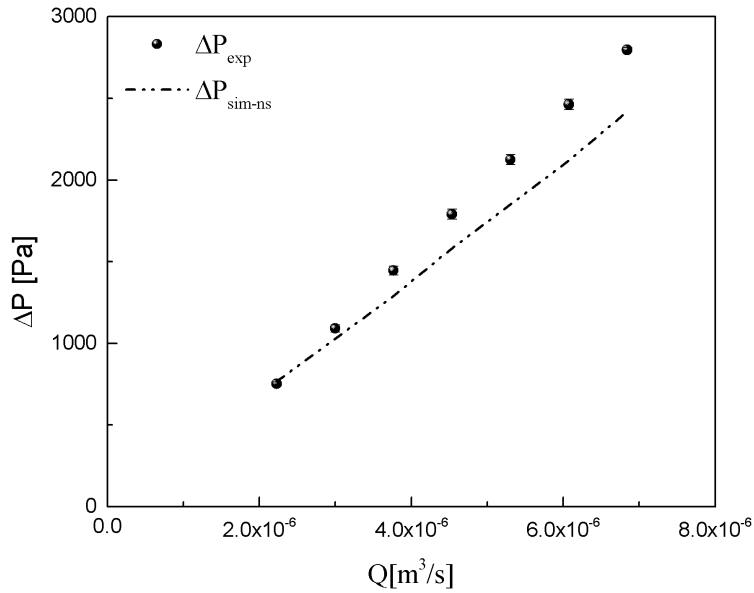


Figura 27. Caída de presión *fluido 2*.

La calibración realizada para fluidos newtonianos se comprobó obteniendo el Trouton del fluido 2. En la siguiente grafica (log-log) se muestra la línea base que corresponde al Trouton igual a 3 y el valor de Tr para el *fluido 2* da un valor muy cercano a 3 después del valor de rapidez de elongación 4, para velocidades bajas, existe una mayor diferencia entre el valor del Tr , aunque sigue siendo un valor mayor a 2.

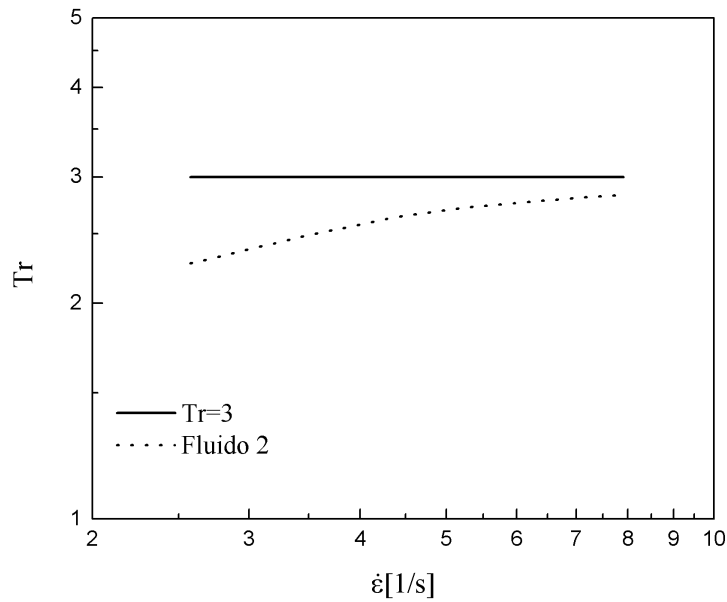


Figura 28. Trouton *fluido 2*.

En la siguiente figura se presenta la viscosidad extensional experimental en función de la rapidez de elongación. Se observa que ambos fluidos presentan una viscosidad extensional constante. Este tipo de fluidos tiene la misma tendencia de comportamiento en viscosidad cortante y extensional.

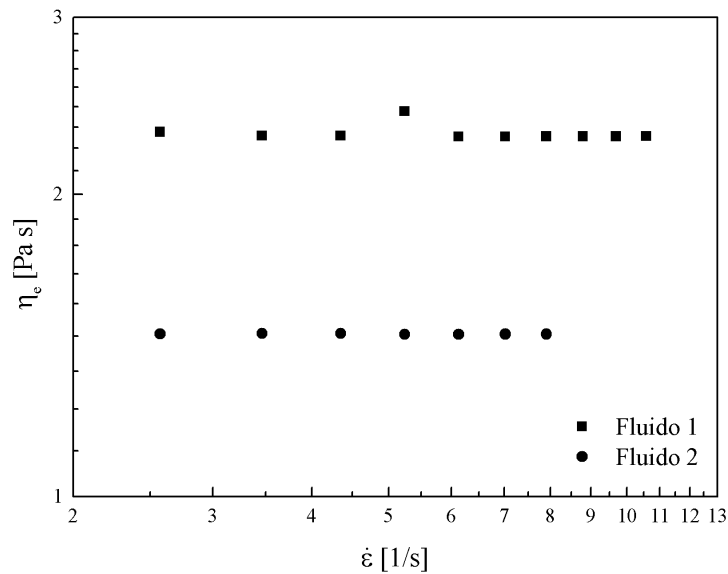


Figura 29. Viscosidad extensional fluidos newtonianos

Fluidos no newtonianos con tensoactivos

Los resultados de caída de presión de *fluido 3* se muestran en la tabla 12, este fluido fue simulado como fluido no newtoniano inelástico ajustando el modelo de Cross, debido a que con las pruebas SAOS para este fluido no se logró obtener el tiempo de relajación (ver anexo A, Figura A1).

Tabla 12. Resultados de caída de presión *fluido 3*

$Q [m^3/s] / 10^{-6}$	$\Delta P_{exp} [Pa]$	$\Delta P_{sim-ns} [Pa]$
2.23	1,487	1,327
3.00	1,618	1,505
3.77	1,711	1,639
4.53	1,755	1,741
5.30	1,838	1,824
6.07	1,888	1,887
6.84	1,976	1,951

En la siguiente figura se muestra la comparación de caída de presión experimental y simulada.

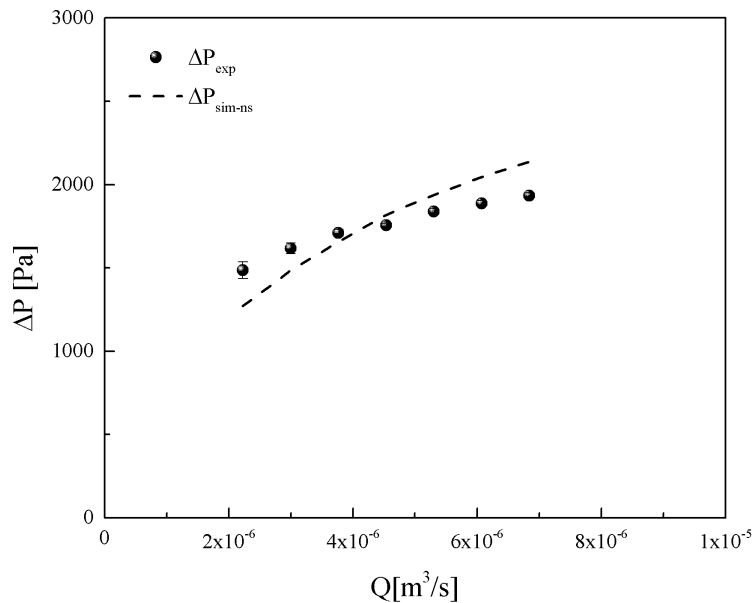


Figura 30. Caída de presión *fluido 3*.

Con este ajuste se logró obtener una aproximación a la caída de presión experimental con un error del 10%. La variación en la tendencia del comportamiento puede deberse a que se simuló como inelástico, aunque físicamente el fluido presenta un ligero grado de elasticidad, en el anexo A1 se muestra la gráfica de G' y G'' donde se observa que domina la parte viscosa, aunque la parte elástica no es cero.

En la tabla 13, se presentan los resultados de caída de presión experimental y simulada del *fluido 4*. Las simulaciones fueron realizadas con los modelos de Carreau-Yasuda con condición de no deslizamiento ($\Delta P_{C.-Y.-ns}$) y PTT con condición de deslizamiento parcial (ΔP_{PTT-ks}) y sin deslizamiento (ΔP_{PTT-ns}) en la pared.

Tabla 13. Resultados de caída de presión *fluido 4*

Q [m^3/s] / 10^{-6}	ΔP_{exp} [Pa]	$\Delta P_{C.-Y.-ns}$ [Pa]	ΔP_{PTT-ks} [Pa]	ΔP_{PTT-ns} [Pa]
2.23	1,190	1,054	1,005	1,853
3.00	1,312	1,131	1,247	2,054
3.77	1,450	1,188	1,455	2,218
4.53	1,622	1,242	1,637	2,350
5.30	1,850	1,291	1,801	2,481
6.07	2,178	1,331	1,950	2,592
6.84	2,595	1,373	2,085	2,693

En la siguiente figura se presentan los resultados de caída de presión y nos permite ver la tendencia de estos. La simulación como fluido inelástico presenta valores cercanos al experimental a flujos bajos, la simulación con PTT considerando no deslizamiento queda por arriba de los valores experimentales, por lo que se hace necesario realizar simulaciones considerando un deslizamiento parcial del fluido. Las simulaciones con deslizamiento parcial ($k = 1500$) presentan un mejor acercamiento a los resultados experimentales con un error menor al 20%. Se puede apreciar que, al considerar el deslizamiento parcial, se mantiene la tendencia de los resultados y solo disminuye el rango de presión.

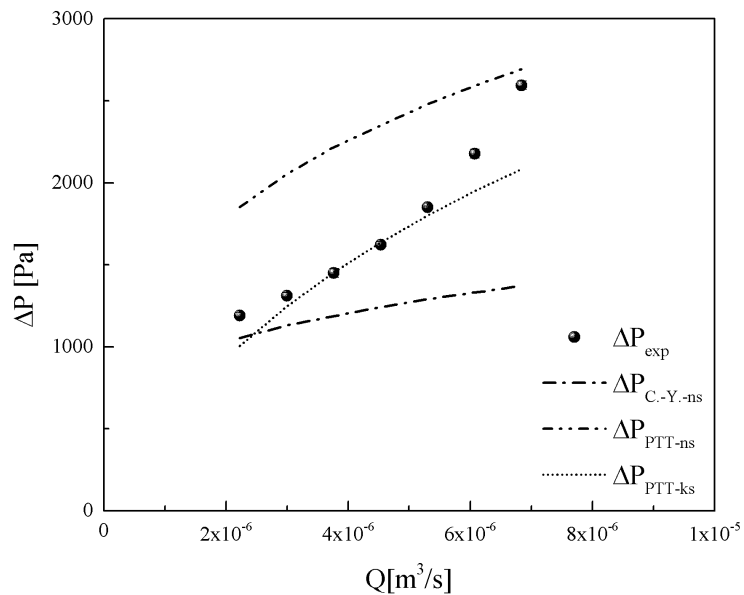


Figura 31. Caída de presión del *fluido 4*

Los resultados de caída de presión del *fluido 5* se presentan en la tabla 14. Las simulaciones fueron realizados dos ajustes para la viscosidad, el primero considera un modelo para fluidos no newtonianos inelásticos Bird-Carreau con condición de frontera de no deslizamiento ($\Delta P_{B.-C.-ns}$), el segundo modelo ajustado es PTT el cual considera el tiempo de relajación del fluido, fue simulado con dos condiciones de frontera, la primera fue la condición de no deslizamiento (ΔP_{PTT-ns}) y la segunda considera un deslizamiento parcial (ΔP_{PTT-ks}).

Tabla 14. Resultados de caída de presión *fluido 5*

$Q [m^3/s] / 10^{-6}$	$\Delta P_{exp} [Pa]$	$\Delta P_{B.-C.-ns} [Pa]$	$\Delta P_{PTT-ks} [Pa]$	$\Delta P_{PTT-ns} [Pa]$
3.00	2,951	2,582	2,161	7,367
3.77	3,157	2,718	2,561	7,771
4.53	3,323	2,849	2,952	8,118
5.30	3,468	2,973	3,328	8,420
6.07	3,611	3,094	3,693	8,686
6.84	3,755	3,211	4,040	8,925
7.61	3,923	3,327	4,375	9,142

En la figura 32 se muestra el comportamiento de la caída de presión en función del flujo con los modelos ajustados. Aunque el ajuste realizado con Bird-Carreau da una buena aproximación con la caída de presión experimental con un error del 20%, el considerar adherencia en la pared conlleva a un error debido a que los tensoactivos hacen que el fluido tenga un deslizamiento. El resultado de la caída de presión de las simulaciones realizadas con PTT, permiten tomar en cuenta el tiempo de relajación y considerar un deslizamiento parcial en la pared ($k = 1200$), lo cual permite simular el fluido real.

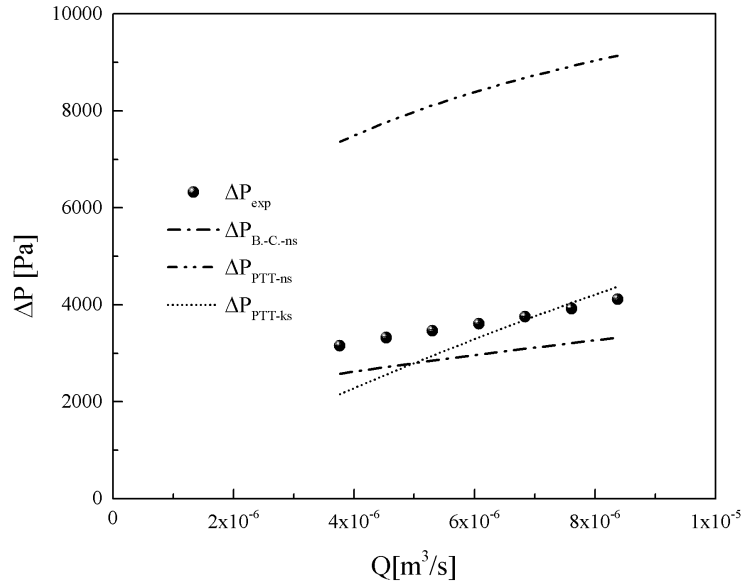


Figura 32. Caída de presión del *fluido 5*

En la tabla 15 se presentan los datos de caída de presión experimentales (ΔP_{exp}) y simulados con ley de potencia sin deslizamiento (ΔP_{sim-ns}), la caída de presión calibrada ($\Delta P_{calibrada}$) y la caída de presión simulada con ley de potencia y un deslizamiento parcial (ΔP_{sim-ks}) para el *fluido 6*.

Tabla 15. Resultados de caída de presión *fluido 6*

$Q [m^3 / s] / 10^{-6}$	$\Delta P_{exp} [Pa]$	$\Delta P_{sim-ns} [Pa]$	$\Delta P_{calibrada} [Pa]$	$\Delta P_{sim-ks} [Pa]$
0.689	1,198	1,481	702	635
1.46	1,597	1,840	981	1,090
2.23	1,953	2,080	1,257	1,419
3.00	2,381	2,265	1,622	1,671
3.77	2,695	2,420	1,885	1,875
4.53	3,141	2,552	2,286	2,046
5.30	3,564	2,671	2,669	2,196
6.07	3,881	2,778	2,951	2,329
6.84	4,181	2,875	3,218	2,448
7.61	4,489	2,965	3,496	2,557

En la figura 33 se puede ver la tendencia de la caída de presión del fluido, se observa que, a flujos bajos, la simulación con no deslizamiento da una

buena aproximación con la caída de presión experimental, pero a medida que el flujo aumenta el error entre la simulación y los datos experimentales aumenta, esto se debe a que a flujos mayores la contribución de la elasticidad del fluido toma mayor importancia, y con el modelo utilizado no es posible tomar en cuenta este efecto. Mientras que para el caso de la caída de presión calibrada y la caída de presión simulada con deslizamiento parcial ($k = 1800$), a flujos bajos se tiene una buena aproximación mientras que para flujos altos el error aumenta, esto puede deberse a que con el ajuste realizado no es posible tomar en cuenta el efecto elástico.

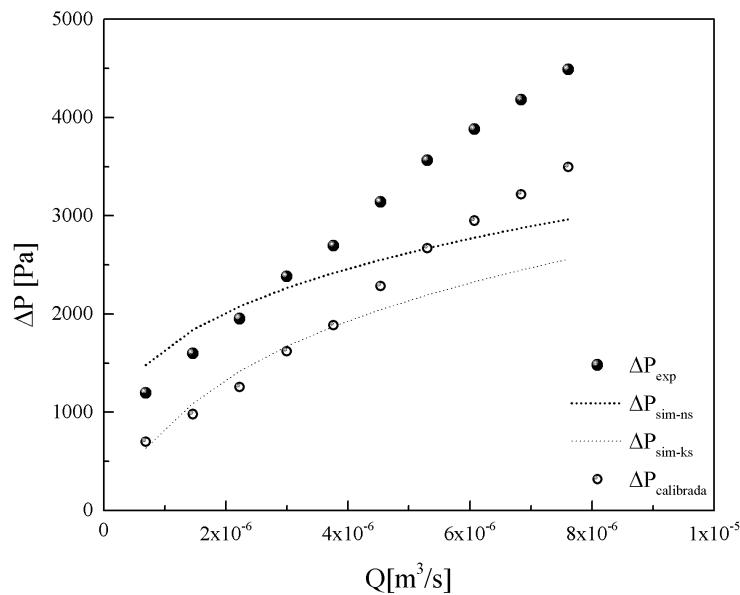


Figura 33. Caída de presión del fluido 6

En la figura 34 se muestran los resultados experimentales de la viscosidad extensional en función de la rapidez de elongación para los fluidos no newtonianos. El fluido 6, el cual es un fluido adelgazante al corte muestra una tendencia casi constante en la viscosidad extensional. Mientras que los demás fluidos los cuales tiene primera región newtoniana y

adelgazamiento en viscosidad cortante, muestran una tendencia decreciente en la viscosidad extensional.

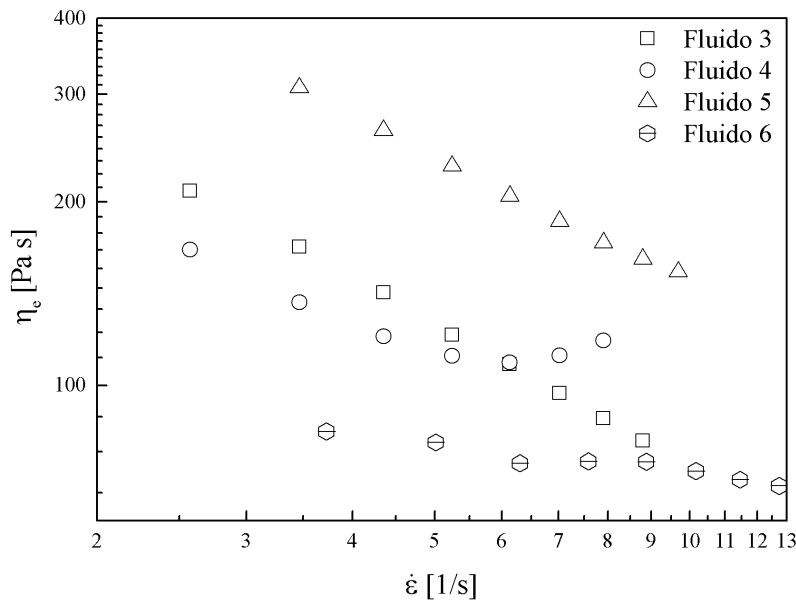


Figura 34. Viscosidad extensional de los fluidos no newtonianos

El Trouton de los fluidos no newtonianos se muestra en la figura 35. La tendencia de este depende de la relación de la viscosidad extensional y la viscosidad cortante. El valor de Trouton para estos fluidos es mayor a 3, con lo cual podemos corroborar nuestra forma de calibración tanto para los fluidos con tensoactivos como para el fluido alimenticio son aceptables. La tendencia de la viscosidad extensional se mantiene en el Trouton casi en todos los fluidos exceptuando el *fluido 6*, este tiene una tendencia ligeramente creciente.

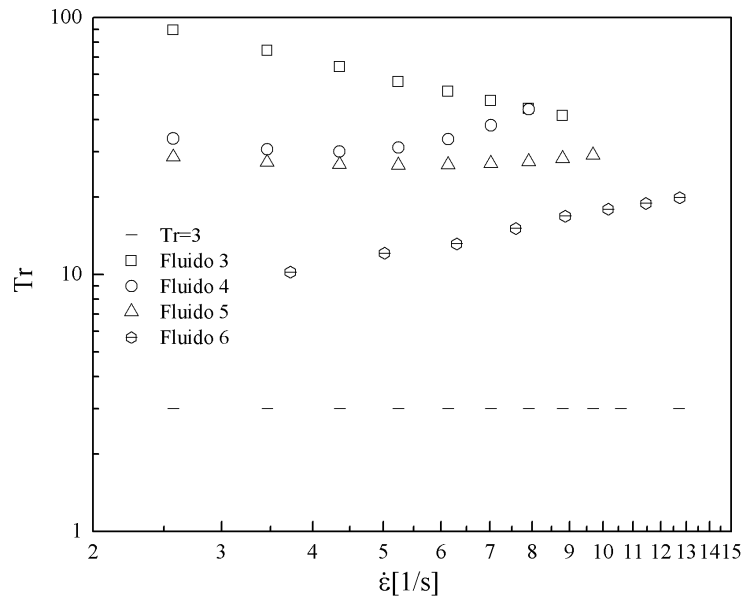


Figura 35. Trouton de fluidos no newtonianos

5.3 Perfiles de velocidad

En la figura 36, se muestra una comparación de perfil de velocidad de un fluido newtoniano (*fluido 1*) y uno no newtoniano (*fluido 5*) con un flujo de $Q = 6.84 \times 10^{-6}$. El fluido newtoniano fue simulado con condición de deslizamiento total, mientras que el fluido no newtoniano fue simulado con un deslizamiento parcial. Los perfiles de velocidad con condición de no deslizamiento mantienen la forma en ambos casos de estudio, la diferencia entre estos radica en que el fluido no newtoniano tiene una velocidad mayor. Los perfiles de velocidad con la condición de deslizamiento, para el fluido newtoniano se tiene un perfil plano en la entrada de la contracción (ver figura 36 a1), mientras que el fluido no newtoniano debido a que fue simulado con deslizamiento parcial, el perfil de velocidades presenta una ligera curvatura (ver figura 36 b1), pero la tendencia de la velocidad es más parecida a un perfil plano, que al perfil de no deslizamiento.

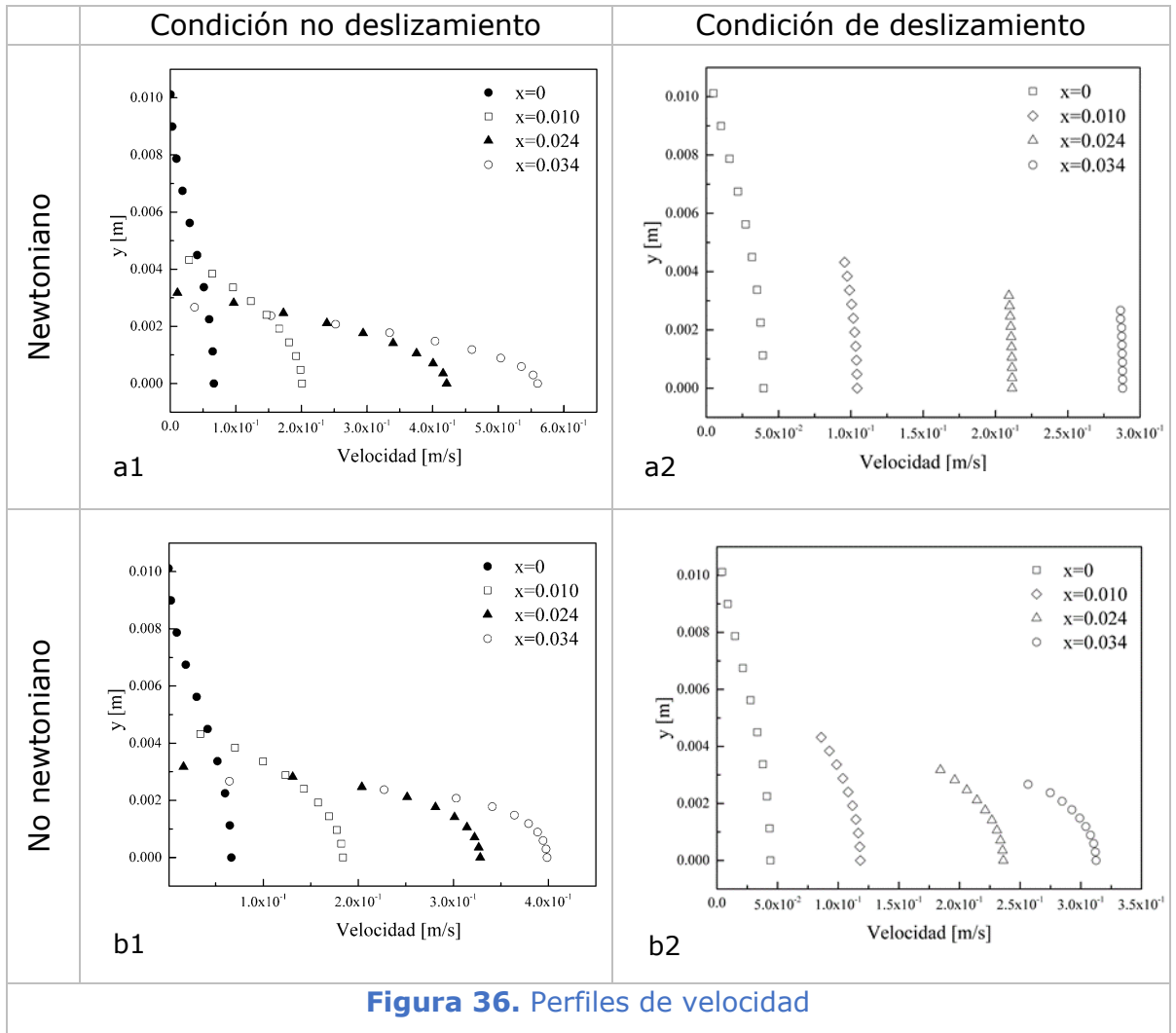
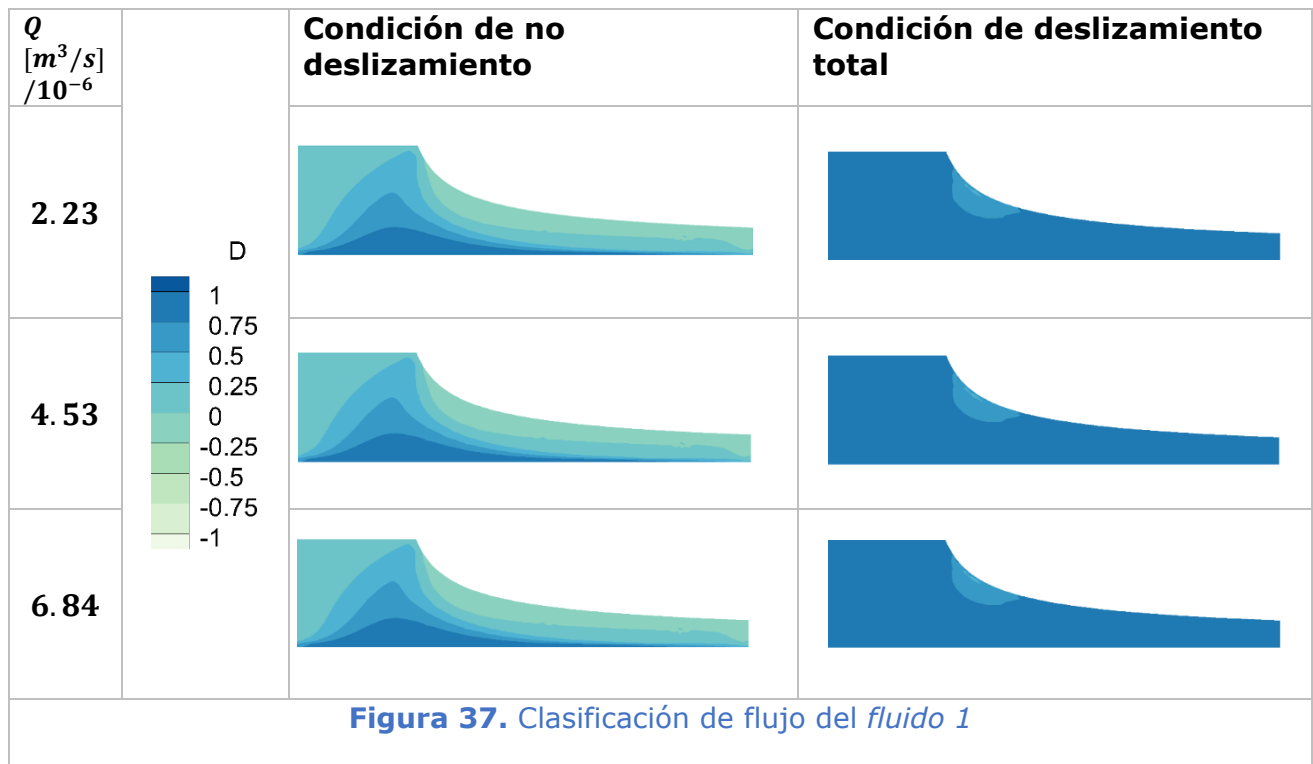
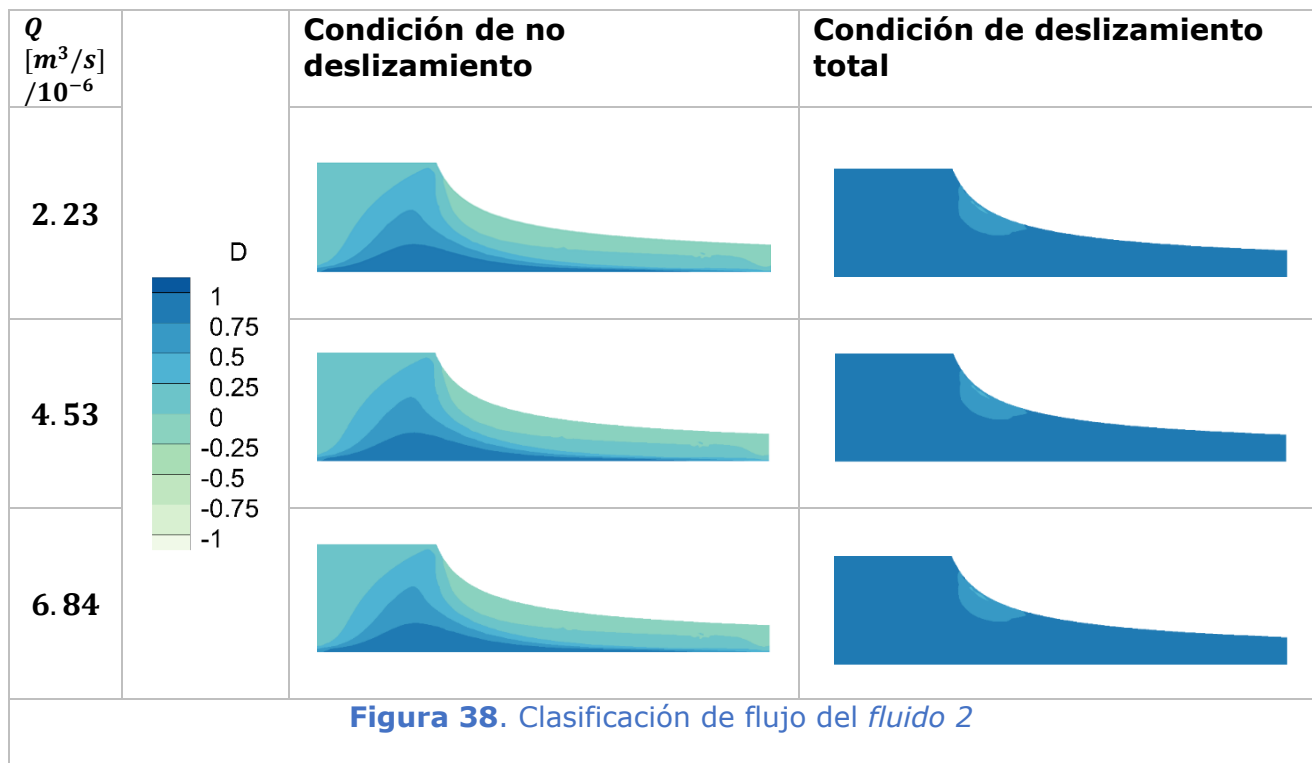


Figura 36. Perfiles de velocidad

5.4 Clasificación de flujo para fluidos newtonianos

Se realizó un estudio de clasificación de flujo para los fluidos newtonianos, con el fin de saber que deformación es la dominante en la contracción. En las figuras 37 y 38, se puede apreciar que para la condición de no deslizamiento se tiene un valor de $D = 0$ en la pared de la contracción, lo que nos indica un dominio de la viscosidad cortante, en el centro de la contracción se observa un valor de $D = 1$ lo que significa que se tiene un dominio de la viscosidad extensional. En el caso de la condición de deslizamiento total, se tiene que prácticamente en toda la contracción se domina la deformación extensional.





En este caso de estudio los fluidos tienen comportamientos muy similares, debido a esto, la clasificación de flujo es muy similar.

6. CONCLUSIONES

El viscosímetro permite obtener la viscosidad extensional a partir del flujo, caída de presión y viscosidad cortante. Se realizó la calibración del este equipo para fluidos newtonianos y no newtonianos.

La calibración de fluidos newtonianos causa que la caída de presión efectiva tienda a parecerse a la caída de presión simulada con la condición de deslizamiento total en la pared, es decir, nos obliga a considerar un deslizamiento notable. La calibración solo es válida para fluidos newtonianos, además, los fluidos a estudiar tienen que tener una viscosidad similar a la del fluido de calibración.

Se realizó un análisis de clasificación de flujo con fluidos newtonianos, el cual nos permite comprobar que en la contracción semihiperbólica existe una deformación extensional dominante en el centro independientemente de la condición de frontera aplicada en las simulaciones, si el fluido presenta un deslizamiento total, la deformación extensional domina en toda la geometría, pero si el fluido no presenta deslizamiento considerable, la deformación extensional solo domina en el centro de la geometría, mientras que la caída de presión y por tanto la viscosidad extensional son efecto del flujo en toda la geometría y no solo en la línea central, por lo tanto, mostrarían el efecto de la presencia de la deformación cortante, arrojando mediciones erróneas en cuanto a viscosidad extensional se refiere.

Para fluidos no newtonianos fue necesario realizar una subclasificación entre fluidos que contenían tensoactivos y fluidos alimenticios. La naturaleza de los primeros da origen a un deslizamiento en la pared, mientras que a los segundos es necesario restarle la contribución cortante a la viscosidad extensional, esta calibración tiene la restricción que solo es válida para fluidos alimenticios que puedan ser ajustados con ley de

potencia la cual es común para estos, y se puede utilizar la corrección de Stading para realizar la calibración.

En el caso de los fluidos no newtonianos con tensoactivos (*fluidos 4 y 5*) se realizó un análisis de la condición de frontera con deslizamiento parcial utilizando la ley de Newton la cual nos permite obtener una aproximación del comportamiento del fluido más real. El porcentaje de deslizamiento de los fluidos es aproximadamente del 90%.

Para el fluido alimenticio (*fluido 6*), con el deslizamiento parcial se puede obtener el porcentaje de deslizamiento en la pared después de realizar la calibración el cual es de aproximadamente 70%, lo cual puede indicar que los efectos de corte en la pared no fueron eliminados del todo, aún con la calibración. Para comprobar si existen efectos cortantes significativos después de realizar la calibración es necesario aplicar la clasificación de flujo, en la cual podríamos ver en qué áreas está dominando que deformación y si es suficiente la calibración para omitir los efectos de la viscosidad cortante.

7. TRABAJO FUTURO

Como puntos de mejora a del equipo se recomienda:

- Mejorar el sistema de adquisición de datos.
- Que la interfaz permita al usuario elegir las RPM.
- Realizar un monitoreo de presión a lo largo de la contracción y no solo en la entrada de esta.
- Utilizar un volumen de fluido para operar el equipo.
- Realizar la adaptación de un control de temperatura del fluido.

Como puntos de mejora al trabajo se recomienda:

- Ajustar un espectro de tiempos de relajación en los fluidos viscoelásticos, con el fin de poder tener un mejor modelado del fluido.
- Determinar el nivel de deslizamiento en la pared de forma experimental.
- Aplicar la clasificación de flujo a fluidos viscoelásticos, para poder determinar las zonas de dominio de la viscosidad extensional en la contracción.
- Comprobar aplicando clasificación de flujo, si el deslizamiento natural de los fluidos no newtonianos con tensoactivos es suficiente para eliminar los efectos de viscosidad cortante en la pared de la geometría.
- Comprobar la calibración de Stading aplicando clasificación de flujo.

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] Petrie Christopher J.S., "Extensional viscosity: A critical discussion," *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 137, no. 1–3, pp. 15–23, 2006.
- [2] F. A. Morrison, *Understanding Rheology*, Oxford University Press, 2001.
- [3] H. A. Barnes, J. F. Hutton, and K. Walters, *An Introduction to Rheology*. R.U., 1989.
- [4] H. A. Barnes, *Handbook of elementary rheology*, vol. 331, no. 6019. Wales: The University of Wales, 2000.
- [5] A. Bach, H. K. Rasmussen, and O. Hassager, "Extensional viscosity for polymer melts measured in the filament stretching rheometer," *J. Rheol.*, vol. 47, no. 2, pp. 429–441, 2003.
- [6] G. H. McKinley and T. Sridhar, "Filament-Stretching Rheometry of Complex Fluids," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 34, no. 1, pp. 375–415, 2002.
- [7] J. Yang, J. Z. Liang, and F. J. Li, "Melt strength and extensional viscosity of low-density polyethylene and poly(butylene succinate) blends using a melt-spinning technique," *J. Macromol. Sci. Part B Phys.*, vol. 51, no. 9, pp. 1715–1730, 2012.
- [8] N. S. Ramesh and S. T. Lee, "Blowing Agent Effect on Extensional Viscosity Calculated from Fiber Spinning Method for Foam Processing," *Cell. Plast.*, vol. 36, pp. 374–385, 2000.
- [9] H. H. Winter, C. W. Macosko, and K. E. Bennett, "Orthogonal stagnation flow, a framework for steady extensional flow experiments," *Rheol. Acta*, vol. 18, no. 3, pp. 323–334, 1979.

- [10] G. Fano, "Contributo allo studio dei corpi filanti (Contribution to the study of thread-forming materials)," *Arch. di Fisiol.*, vol. 5, pp. 365–370, 1908.
- [11] A. B. Metzner and A. P. Metzner, "Stress levels in rapid extensional flows of polymeric fluids," *Rheol. Acta*, vol. 9, no. 2, pp. 174–181, 1970.
- [12] F. N. Cogswell, "Converging flow of polymer melts in extrusion dies," *Polym. Eng. Sci.*, vol. 12, no. 1, pp. 64–73, 1972.
- [13] D. M. Binding, "An approximate analysis for contraction and converging flows," *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 27, no. 2, pp. 173–189, 1988.
- [14] D. M. Binding and D. M. Jones, "On the interpretation of data from converging flows rheometes," *Rheol. Acta*, vol. 28, pp. 215–222, 1989.
- [15] A. S. Lubasnsky, D. V. Boger, C. Servais, A. S. Burbidge, and J. J. . Cooper-White, "An approximate solution to flow through a contraction for high Trouton ratio fluids," in *Journal of Non-Newtonian Fluid Mech.*, vol. 144, no. 2–3, p. 4., 2009.
- [16] J. Wang and D. F. James, "Lubricated extensional flow of viscoelastic fluids in a convergent microchannel," *J. Rheol. (N. Y.)*, vol. 55, no. 5, pp. 1103–1126, 2011.
- [17] D. F. James, "Flow in a Converging Channel at Moderate Reynolds Numbers," *AIChE*, vol. 37, pp. 59–64, 1991.
- [18] K. Feigl, F. X. Tanner, B. J. Edwards, and J. R. Collier, "A numerical study of the measurement of elongational viscosity of polymeric fluids in a semihyperbolically converging die," *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 115, no. 2–3, pp. 191–215, 2003.

- [19] T. J. Ober, S. J. Haward, C. J. Pipe, J. Soulages, and G. H. McKinley, "Microfluidic extensional rheometry using a hyperbolic contraction geometry," *Rheol. Acta*, vol. 52, no. 6, pp. 529–546, 2013.
- [20] S. Tabatabaei, J. E. López-Aguilar, H. R. Tamaddon-Jahromi, M. F. Webster, and R. Williams, "Modified Bautista–Manero (MBM) modelling for hyperbolic contraction–expansion flows," *Rheol. Acta*, vol. 54, no. 11–12, pp. 869–885, 2015.
- [21] D. Zatti, J. Wiklund, G. Vignali, and M. Stading, "Hyperbolic contraction measuring systems for extensional flow," in *Annual Transactions of the Nordic Rheology Society*, 2009, vol. 21, no. 3, p. 4.
- [22] S. H. Hashemabadi and S. M. Mirnajafizadeh, "Analytical solution of Simplified Phan-Thien Tanner fluid between nearly parallel plates of a small inclination," *Journal of Applied Sciences*, vol. 7, no. 9, pp. 1271–1278, 2007.
- [23] O. Bautista, S. Sánchez, J. C. Arcos, and F. Méndez, "Lubrication theory for electro-osmotic flow in a slit microchannel with the Phan-Thien and Tanner model," *J. Fluid Mech.*, vol. 722, pp. 496–532, 2013.
- [24] H. S. Lee and S. J. Muller, "A differential pressure extensional rheometer on a chip with fully developed elongational flow," *J. Rheol. (N. Y.)*, vol. 61, no. 979, 2017.
- [25] M. Nyström, H. R. Tamaddon-Jahromi, M. Stading, and M. F. Webster, "Extensional Flow through Hyperbolic Contraction Studied Both Numerically and Experimentally," in *Annual Transactions of the Nordic Rheology Society*, vol. 21, no. 3, pp. 15–20, 2013.
- [26] M. Nyström, H. R. Tamaddon Jahromi, M. Stading, and M. F.

Webster, "Extracting extensional properties through excess pressure drop estimation in axisymmetric contraction and expansion flows for constant shear viscosity, extension strain-hardening fluids," *Rheol. Acta*, vol. 55, no. 5, pp. 373–396, 2016.

- [27] M. P. Joel H. Ferziger, *Computational Methods for Fluid Dynamic*. 2002.
- [28] T. Cebeci, J. P. . Shao, F. Kafyeke, and E. Laurendeau, *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. 2005.
- [29] R. B. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Transport phenomena*. United States America, 2002.
- [30] E. Muñoz-Díaz, F. J. Solorio-Ordaz, and G. Ascanio, "A numerical study of an orifice flowmeter," *Flow Meas. Instrum.*, vol. 26, pp. 85–92, 2012.
- [31] "Manual Polyflow 17.2," 2016.
- [32] J. P. Aguayo, H.R. Tamaddon-Jahromi, M.F. Webster, "Extensional response of the pom-pom model through planar contraction flows for branched polymer melts," *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 134, pp. 105-126, 2006.
- [33] G. Astarita, "Objective and generally applicable criteria for flow classification," *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 6, no. 1, pp. 69–76, 1979.
- [34] G. Mompean, "On predicting abrupt contraction flows with differential and algebraic viscoelastic models," *Comput. Fluids*, vol. 31, no. 8, pp. 935–956, 2002.
- [35] J. M. Ottino, *The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos, and Transport*. Cambridge: University Press, 1989.

- [36] D. R. Arda and M. R. Mackley, "Sharkskin instabilities and the effect of slip from gas-assisted extrusion," *Rheol. Acta*, vol. 44, no. 4, pp. 352–359, 2005.
- [37] D. C. Tretheway and C. D. Meinhard, "Apparent fluid slip at hydrophobic microchannel walls," *Phys. Fluids*, vol. 14, no. 3, p. L9, 2002.
- [38] F. T. Ferrás, L. L.; Nóbrega, J.M.;Pinho, "Implementation of slip boundary conditions in the finite volume method: new techniques," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 72, pp. 724–747, 2012.
- [39] L. L. Ferrás, A. M. Afonso, M. A. Alves, J. M. Nóbrega, O. S. Carneiro, and F. T. Pinho, "Slip flows of Newtonian and viscoelastic fluids in a 4:1 contraction," *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 214, pp. 28–37, 2014.
- [40] D. Zatti, J. Wiklund, G. Vignali, and M. Stading, "Simulation of extensional flow through contractions towards a measuring system for extensional viscosityZatti, Davide; Wiklund, Johan; Vignali, Giuseppe; Stading, Mats;," in *Annual Transactions of the Nordic Rheology Society*, 2009, vol. 19, p. 4.
- [41] D. Zatti, J. Wiklund, G. Vignali, and M. Stading, "Determination of extensional rheological properties by hyperbolic contraction flow," in *AIP Conference Proceedings*, 2008, vol. 1027, p. 4.
- [42] S. Collier, J. R.; Romanoschi, Ovidiu; Petrovan, "Elongational Rheology of Polymer Melts and Solutions," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 69, pp. 2357–2367, 1998.

APÉNDICE

A. Módulos de almacenamiento (G') y de pérdida (G'')

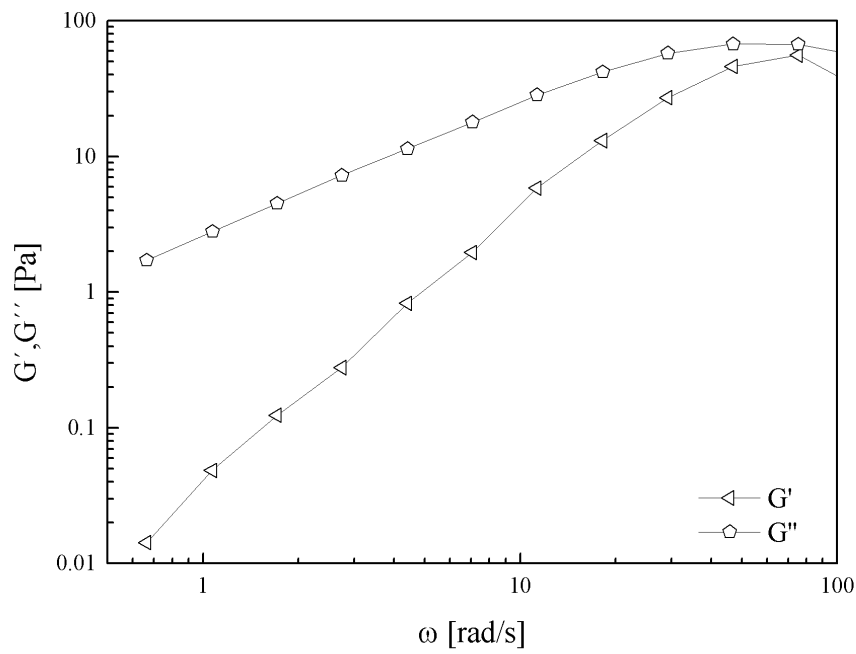


Figura A1. Fluido 3

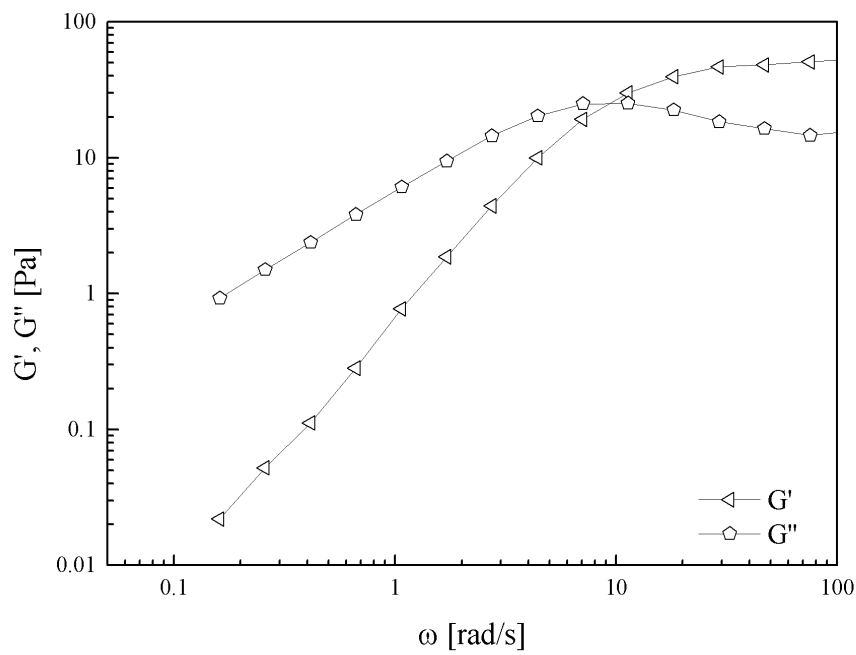


Figura A2. Fluido 4

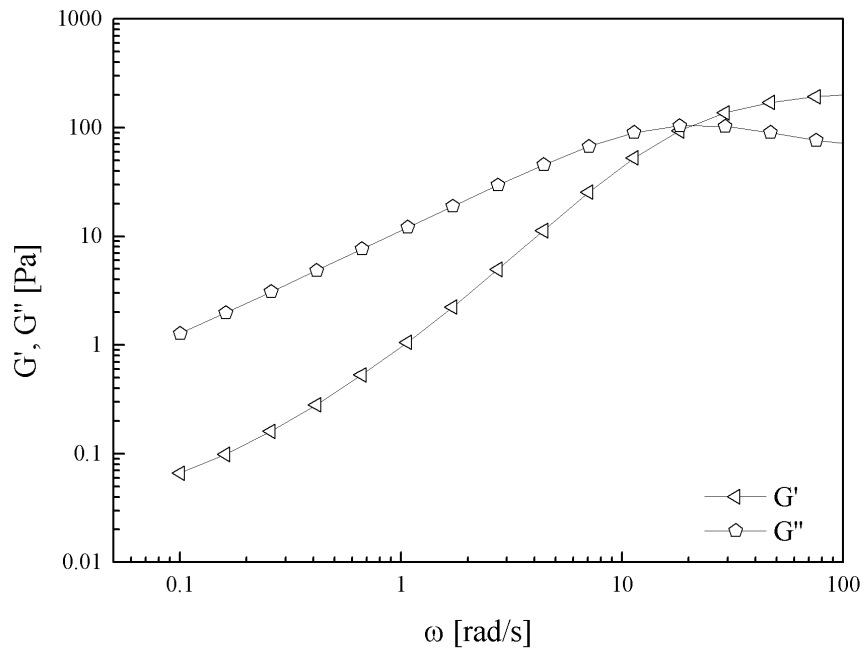


Figura A3. Fluido 5

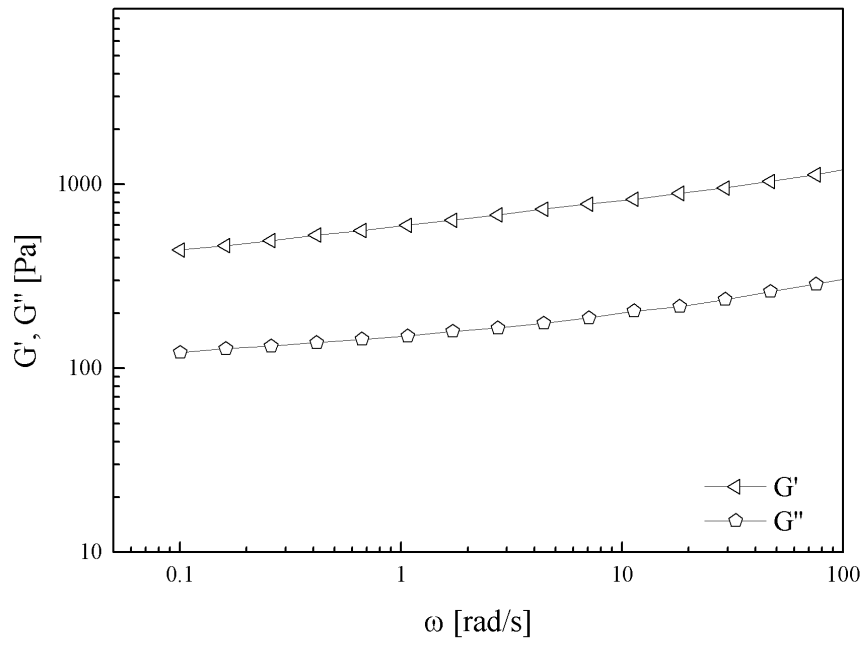


Figura A4. Fluido 6