



UNIVERSIDAD MICHAEL FARADAY

Incorporado a:

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

“EFECTO DEL ENTRENAMIENTO MUSICAL EN LA ARITMÉTICA NO
SIMBÓLICA.”

PRESENTA:

Lorena Martínez Sánchez

TESIS.

Para obtener el título de: LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

Asesor: Josafat Jonathan Sánchez Dueñas.

Ciudad de México.

Octubre 2018.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedico este trabajo a todo aquel que busca usar la ciencia y el conocimiento en
beneficio de la humanidad.

*«La música es el placer que experimenta la mente humana al contar sin darse
cuenta de que está contando»*

Gottfried Wilhelm von Leibniz.

Agradecimientos.

Agradezco, primeramente, a Dios por haberme otorgado la vida y de facultades necesarias para permitirme haber llegado hasta este momento importante de mi vida, al igual que me ha permitido conocer valiosas personas.

A mi padre el Sr. Luis Martinez por ser el pilar y ejemplo más valioso en mi vida, por haberme demostrado su cariño, otorgarme los cimientos y principios que me han formado como persona, por haber impregnado en mí su forma de ser y conocimientos y por sus atenciones en los momentos que lo necesité. A mi madre la Sra. Ma. Magdalena Sanchez por su apoyo incondicional, su cariño, su paciencia, por todos los cuidados, por su tenacidad y perseverante manera de ser, sus experiencias y los momentos agradables. A mi hermano Cristobal por apoyarme en todo momento y alegrarme con sus ocurrencias.

A mis amigos, compañeros de la universidad y del servicio social con quienes he compartido momento entrañables y emotivos, dentro y fuera del ámbito académico y laboral, gracias por su confianza, aprecio y amistad.

A mis profesoras la Lic. Alejandra Álvarez, la Lic. Laura Ramírez, la Lic. Enice Carrillo, la Lic. Pilar Negrete y la Mtra. Laura Cardiel que me otorgaron conocimiento, tiempo, dedicación, experiencias, potencializaron mis capacidades y con su acompañamiento hicieron más amena la carrera.

A la Mtra. Mónica Salazar por alentarme en estudiar la carrera de Psicología, su cariño, su confianza, sus consejos, por apoyo incondicional en los momentos que más lo he necesitado y su acompañamiento en estos años.

A la Lic. Donancy Carpio por sus conocimientos, su complicidad, sus consejos, su amistad, por las experiencias agradables junto a ella y escucharme.

A la Mtra. Belén Mendoza por sus enseñanzas en niños, sus atenciones, su paciencia, su franqueza, sus experiencias y consejos.

A la Mtra. Sandra Aidé Sánchez por su confianza, su ayuda, sus bromas, por los momentos agradables, por ser más que una profesora: una gran amiga para mí.

Al Mtro. Carlos Serrano por motivarme a hacer una tesis, por su ayuda en la producción de este trabajo, por todos los conocimientos en Neurociencias que han aportado en mi desarrollo profesional y personal, su apoyo incondicional, sus regaños, los momentos gratos y divertidos. Agradezco demasiado haberlo conocido, tenerlo como profesor y que sea un ejemplo a seguir para mí.

A mi asesor el Mtro. Jonathan Sánchez por guiarme y apoyarme en todo este proceso (sobre todo en los momentos de crisis), por sus valiosas enseñanzas a nivel profesional y personal, por potencializar mis capacidades, por su paciencia, sus múltiples conocimientos en Neurociencias, por preocuparse en mi bienestar, por los momentos agradables y darme la oportunidad de laborar con él. De igual forma, agradezco la oportunidad de haberlo conocido, tenerlo como profesor, como amigo y que sea un ejemplo a seguir para mí.

Al INJUVE y a mi coordinadora la Lic. Erika García por su confianza y experiencias gratas y divertidas a su lado, por darme la oportunidad de implementar mi trabajo y brindarme la ayuda en la recopilación de los participantes.

Gracias a todos los participantes, compañeros y amigos que me apoyaron con su participación en mis aplicaciones.

A la Universidad Michael Faraday, a la Universidad Nacional Autónoma de México y a la DGIRE por abrirme sus puertas, contribuir en mi preparación académica y por sus reconocimientos.

Índice.

Resumen.	VIII
Introducción.	IX
Capítulo 1. Procesamiento musical: una perspectiva cognoscitivista.	1
1.1. Procesamiento musical una definición conceptual.	1
1.2. Modelos cognoscitivos de procesamiento musical.	2
1.3. Bases biológicas del procesamiento musical.	6
1.3.1. Percepción y reconocimiento musical.	7
1.3.2. Producción, ejecución e interpretación musical.	9
1.3.3. Imaginería musical.	10
1.3.4. Memoria musical.	10
1.4. Habilidad musical y su relación con el desempeño académico.	12
1.4.1. Habilidad musical y su relación con la lectoescritura.	13
1.4.2. Habilidad musical y su relación con el desempeño matemático.	14
Capítulo 2. Procesamiento matemático: una perspectiva cognoscitivista.	19
2.1. Cognición numérica una definición conceptual.	19
2.1.2. Aritmética no simbólica una definición conceptual.	22
2.2. Desarrollo del pensamiento matemático.	25
2.3. Modelos cognoscitivos de procesamiento matemático.	42
2.3.1. Modelo de Procesamiento del Número de McCloskey, Caramazza y Basili.	45
2.3.2. Modelo de lectura de números de Cohen, Dehaene y Verstichel.	47
2.3.3. Modelo de triple código de Dehaene y Cohen.	50
2.3.4. Modelo de Nieder.	52
2.4. Bases biológicas del procesamiento matemático.	56
2.4.1. Lóbulo parietal.	56
2.4.1.1. Surco intraparietal.	57
2.4.1.1.1. Segmento horizontal del surco intraparietal	58
2.4.1.2. Giro angular.	60
2.4.2. Lóbulo frontal.	60
2.4.3. Ínsula.	62

2.4.4. Núcleos basales.	62
2.4.5. Corteza occipitotemporal ventral.	62
2.4.6. Corteza cingulada.	63
2.4.7. Corteza cerebelosa.	63
Capítulo 3. Metodología.	65
3.1. Planteamiento del problema.	65
3.2. Justificación.	65
3.3. Objetivo general.	66
3.4. Objetivos específicos.	66
3.5. Hipótesis.	66
3.5.1. Hipótesis experimental.	66
3.5.2. Hipótesis nula.	66
3.6. Variables.	67
3.7. Tipo de estudio.	67
3.8. Diseño de investigación.	67
3.9. Participantes/Sujetos.	67
3.9.1. Grupo experimental.	67
3.9.1.1. Criterios de inclusión del grupo experimental.	67
3.9.1.2. Criterios de exclusión del grupo experimental.	68
3.9.2. Grupo control.	68
3.9.2.1. Criterios de inclusión del grupo control.	68
3.9.2.2. Criterios de exclusión del grupo control.	69
3.10. Instrumentos y estímulos.	69
3.11. Procedimiento.	71
3.12. Análisis estadístico.	73
Capítulo 4. Resultados.	74
4.1. Características socio-demográficas de los grupos.	74
4.2. Instrumentos de evaluación cognoscitiva.	74
4.3. Tarea de aritmética no simbólica (Non-symbolic arithmetic tasks).	75
4.4. Tipo de escolaridad.	80

Capítulo 5. Discusión y conclusión.	83
Capítulo 6. Alcances y limitaciones.	87
Referencias.	88

Resumen.

ANTECEDENTES: En el año 2015 los estudiantes mexicanos obtuvieron un promedio de 408 puntos en el área de matemáticas en PISA, valor por debajo del promedio (490 puntos), situándose en el lugar número 56 de 70. Se ha reportado que la formación musical (con o sin instrumentos) impacta positivamente en las habilidades y logro matemático debido a que comparten procesos cognoscitivos y estructuras cerebrales similares. **OBJETIVO.** Analizar sí el entrenamiento musical formal tiene un efecto positivo en el desempeño de una tarea experimental que evalúa estimación de magnitud (aritmética no simbólica), medida mediante bloques de adición, sustracción y comparación. **MÉTODO.** Investigación cuasiexperimental de corte transversal. **MUESTRA.** Se evaluaron a 60 participantes (30 con entrenamientos musical formal y 30 controles), ambos grupos pareados por sexo, edad y escolaridad. **INSTRUMENTOS Y APARATOS.** Se aplicó a los participantes el Mini-mental State Examination, la Sub-escala de Vocabulario de la Escala de Inteligencia para Adultos Revisada de Wechsler versión IV y la tarea experimental computarizada de aritmética no simbólica programada con el Software OpenSesame 3.1. **RESULTADOS.** Se encontraron diferencias significativas entre grupos en el bloque de adición ($p \leq 0.000$), sustracción ($p \leq 0.000$) y comparación ($p \leq 0.000$), siendo el grupo con entrenamiento musical con mejor desempeño en tiempo de reacción y respuestas correctas en los tres bloques. Los participantes con grado de ingeniería desempeñaron mejor la tarea que los participantes con licenciatura, además se encontraron diferencias significativas al comparar los participantes con entrenamiento musical que estudian ingeniería ya que ejecutaron mejor la tarea ($p \leq 0.000$). **CONCLUSIÓN.** Los hallazgos del presente trabajo concuerdan con trabajos previos donde afirman que el entrenamiento musical tiene un impacto positivo en la cognición numérica. El desempeño de tareas que evalúan la numerosidad no simbólica es afectado por el nivel de escolaridad, lo cual concuerda con los resultados presentados.

Palabras clave: Aritmética no simbólica, sentido numérico, entrenamiento musical.

Introducción.

En la actualidad es insuficiente el estado del arte sobre el efecto que tiene el entrenamiento musical en la cognición numérica, ya que las investigaciones existentes se centran en el impacto que tiene la enseñanza musical (con o sin instrumento) en el logro matemático o en la escolarización de las matemáticas y no se enfocan en otros componentes matemáticos como en la aritmética no simbólica.

El procesamiento musical y matemático tienen diversos componentes en común; son universales, aparecen antes del lenguaje, son innatos, son magnitudes (uno es temporal y el otro numérico), están regidos por un conjunto de reglas, son dependientes de procesos madurativos y comparten la activación de algunas regiones cerebrales.

En esta investigación se abordan ambos procesos desde un enfoque cognoscitivista y desde la neuropsicología experimental, fundamentados en la hipótesis de modularidad que explica el funcionamiento de la cognición y sus alteraciones, mediante la destrucción de módulos de procesamiento o desconexión entre los mismos (modelo modular o fodoriano).

En el presente trabajo se evaluó la aritmética no simbólica a través del *Non-symbolic arithmetic tasks* en jóvenes que han recibido un entrenamiento musical formal y tuvo como objetivo analizar si el entrenamiento musical formal tiene un efecto positivo en el desempeño de una tarea que evalúa estimación de magnitud (aritmética no simbólica), dividida en tres bloques: adición, sustracción y comparación.

En el capítulo uno de este reporte se describe a detalle el procesamiento musical y los modelos que lo han descrito desde la perspectiva neuropsicológica y de las neurociencias, además del sustrato neuroanatómico y funcional que subyace a dicho proceso.

En el capítulo dos se da a conocer una revisión teórica sobre los diferentes modelos de procesamiento matemático existentes que explican cómo es que se procesa a nivel cognoscitivo y neurofuncional los dominios matemáticos,

adicionalmente se detallan los principales hitos del desarrollo en el procesamiento matemático.

En el capítulo tres se proporcionan los pormenores de la metodología empleada para la presente investigación.

En el capítulo cuatro se detalla el análisis estadístico empleado para obtener los resultados del trabajo, así como el uso de tablas y gráficas para hacer más explícito los hallazgos.

En el capítulo cinco se muestra la literatura discutida encontrada en esta investigación respecto a otras y se proporciona a la conclusión que se llegó en este trabajo.

Finalmente, en el capítulo seis se plasman los alcances y limitaciones encontrados en la investigación.

Capítulo 1. Procesamiento musical: una perspectiva cognoscitivista.

1.1. Procesamiento musical una definición conceptual.

La música ha estado presente como un lenguaje universal en todas las sociedades humanas, desde las más antiguas hasta las más recientes (Zatorre & Peretz, 2001), siendo una práctica comunicativa y expresiva cercana a cualquier individuo y habitual en cualquier cultura, sin exclusividad de ninguna clase social, siendo así parte de la vida cotidiana de todos los individuos que integran la sociedad (Hormigos y Cabello, 2004).

La música se ha considerado una forma de arte, un producto refinado de la cultura (Krumhansl, 1990), evolutivamente surgió de manera simultánea con el lenguaje debido a la necesidad de los seres humanos para comunicarse y cooperar entre sí (Zatorre & Peretz, 2001).

La música puede ser definida como la combinación de melodías, ritmos y armonías, o bien como, una sucesión de sonidos modulados para recrear el oído. También puede ser considerada como el arte de combinar los sonidos de la voz humana o de instrumentos, o de unos y otros a la vez, de suerte que produzcan deleite, conmoviendo la sensibilidad (Real Academia Española, 2001), dichas definiciones proponen a la música como un lenguaje organizado, un elemento cultural y un factor generador de emociones. Por otra parte, la música es la integración de todos sus componentes mediante un proceso cerebral complejo donde participan de forma simultánea múltiples redes neuronales, mismas que permiten percibir e interpretar música como la conocemos (Lozano-Cruz, Santos-Grapain, & García-García, 2013). Además de elemento cultural, también se puede definir a la música físicamente como un lenguaje basado en un sistema de reglas (longitud de ondas, frecuencia, duración, intensidad, altura, tempo y tiempo) (Cyrulnik, 2007).

Darwin (1871) planteó el enigma del origen de la música dentro de la evolución del ser humano, él manifestó que la música debe ser clasificada entre los dones más misteriosos que le han sido dados al ser humano, debido que la música

emerge de forma innata como precursor del lenguaje hablado (García-Casares, Berthier, Walsh, & González-Santos, 2011). Los bebés son sensibles a melodías y ritmos incluso desde la etapa intrauterina, posteriormente el individuo aprende que la música es un elemento integral de la cultura, a la par que favorece un estilo peculiar de comunicación y de relaciones sociales, teniendo la capacidad de expresar emociones a través de ella (Critchley & Henson, 1977; Griffiths, Rees, & Green, 1999; Zatorre & Peretz, 2001).

1.2. Modelos cognoscitivos de procesamiento musical.

Todas las personas sin ninguna afección neurológica nacen con la maquinaria cerebral necesaria para procesar música. Esto es perceptible en niños menores de un año, quienes son capaces de mostrar sensibilidad ante escalas musicales y la regularidad temporal, además les es más fácil procesar los intervalos consonantes que los disonantes, debido a que los consonantes tienen una sonoridad agradable al oído, un ejemplo son las canciones de cuna (Peretz & Zatorre, 2003; Trehub, 2003), igualmente son capaces de percibir una estructura tonal y breves interrupciones en una melodía. Estas acciones se dan en el infante antes del desarrollo lingüístico, evidenciando que los humanos tienen redes cerebrales exclusivas que procesan información musical (Peretz & Zatorre, 2003).

Actualmente la música, como materia, ha despertado el interés de los investigadores por su relación con otras funciones cognoscitivas, debido que tocar un instrumento musical requiere de diversos procesos, tales como atención, memoria, lenguaje y en el caso del funcionamiento ejecutivo se puede mencionar el comportamiento dirigido a metas, demandas de alternancia conductual y flexibilidad (Bialystok, 2011; Lakes & Hoyt, 2004; Schellenberg, 2011).

Las investigaciones basadas en pacientes con daño cerebral muestran que el procesamiento musical se lleva a cabo de forma modular. Esto significa que hay módulos mentales que cuentan con las siguientes características: especificidad neuronal, empaquetamiento de información, especificidad para una determinada área cognoscitiva, procesamiento automático, rapidez y, en algunos casos, carácter innato (Fodor, 1983). Peretz & Coltheart (2003) diseñaron un modelo que explica el

funcionamiento cognoscitivo de las habilidades musicales, a partir de un sistema de procesamiento (Figura 1). Dicho modelo propone una arquitectura funcional para el procesamiento musical, compuesto de varios módulos: la caracterización de cada caja (módulo de procesamiento) y las flechas representadas en el modelo. Este modelo ha sido proporcionado por el estudio detallado de pacientes neurológicos, cuyo daño cerebral condiciona a impedimentos selectivos o preservaciones de habilidades musicales específicas. De manera particular, los módulos de salida provienen principalmente del estudio de pacientes afásicos que pueden cantar (Hebert, Racette, Gagnon, & Peretz, 2003) y pacientes adultos con amusia congénita con habilidad de dar golpeteos rítmicos (Dalla Bella & Peretz, 2003).

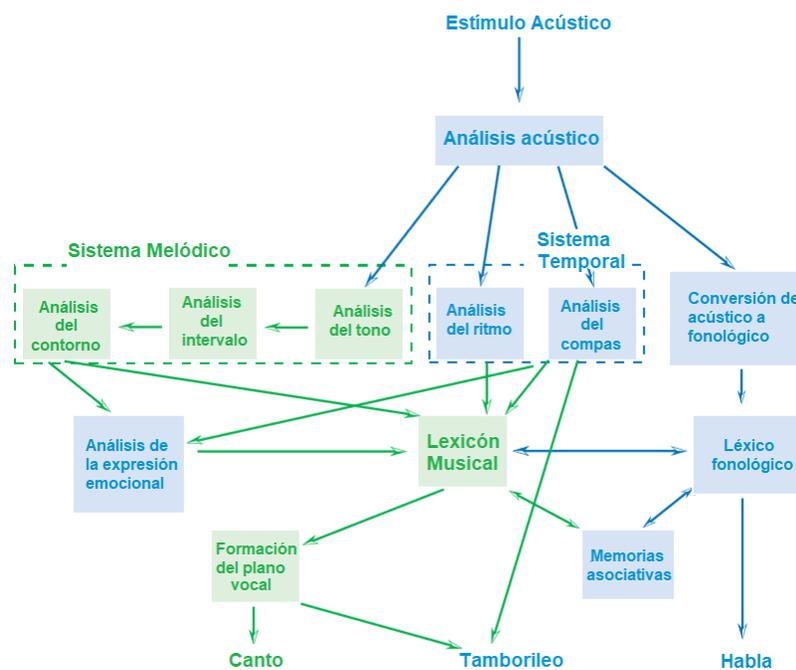


Figura 1. Modelo de procesamiento musical. Se muestra la representación de un proceso específico o módulo (recuadros o cajas), que son componentes de un proceso. Las flechas representan las vías de información (flujo o comunicación entre dichos componentes). Todos los componentes cuyos dominios parecen ser específicos de la música están en verde. Hay tres componentes en cursiva (análisis de ritmo, análisis de la métrica y análisis de expresión emocional) cuya especificidad en la música es actualmente desconocido. Adaptado de *Modularity of music processing*, (p. 690) por I. Peretz, M. Coltheart, Nature Neurosciences. Derechos reservados (2003).

El modelo de procesamiento musical toma como *input* (entrada) cualquier estímulo acústico, puesto que la percepción musical se organiza en dos sistemas

independientes: uno se encarga del procesamiento de la melodía y se ha denominado sistema melódico (SM); el otro sistema se encarga del procesamiento del tiempo y es denominado sistema temporal (ST). El SM permite diferenciar dos componentes fundamentales de la música: el tono (notas) e intervalos (distancia entre las notas), mientras que el ST permite enmarcar la melodía procesada en el tiempo a través de dos componentes: ritmo (pulsos) y métrica (acentos) (García-Casares et al., 2011). La ruta melódica tiene sus componentes esenciales en el giro temporal superior derecho (Alossa & Castelli, 2009), mientras que los núcleos basales y áreas en la corteza pre-motora están encargadas del control motor y de la percepción temporal (Figura 2), estos dos sistemas actúan en conjunto enviando información a través de redes neuronales distintas al léxico musical, lugar donde se encuentra toda la información musical que se percibe a lo largo de la vida. El léxico musical permite activar al léxico fonético para el canto (funciones motoras requeridas para la ejecución musical) y también activar la memoria asociativa para la recuperación de material no musical (García-Casares et al., 2011).

El módulo de codificación tonal se centraliza en la organización del tono para facilitar la percepción de escalas musicales, dicha organización simplifica la percepción, memoria y el funcionamiento de la música creando expectativas (Krumhansl, 1990). Los músicos utilizan este conocimiento tonal en la percepción musical de forma automática (Shepard & Jordan, 1984; Tilmann, Brachura, & Bigand, 2000).

El *output* (salida) de este primer análisis acústico podría ser, por ejemplo, la representación de una canción; en este caso el componente lírico se activa en paralelo con el sistema de procesamiento de lenguaje. La activación, ya sea, de la música o de los módulos de procesamiento de lenguaje están determinados por el aspecto del input (Coltheart, 2001), es decir, no hay un “portero o vigilante” que decida qué parte del patrón auditivo debe ser enviado al sistema de lenguaje o al sistema musical. Sólo los módulos especializados para la extracción de dicha información responderán a ese estímulo (así como la retina no responde cuando una onda de sonido pasa a través de ella, ni la cóclea cuando la luz brilla sobre ella).

El módulo de análisis del ritmo se ocupa de la segmentación de la secuencia en grupos temporales con base en los valores de duración sin tener en cuenta la periodicidad y está conectado con el léxico musical.

Tanto el sistema melódico como el temporal envían sus outputs al léxico musical o al módulo de análisis de la expresión emocional, puesto que el léxico musical contiene todas las representaciones de frases musicales específicas a las que el individuo o músico han estado expuestos durante su vida y el módulo emocional regularizará su comportamiento.

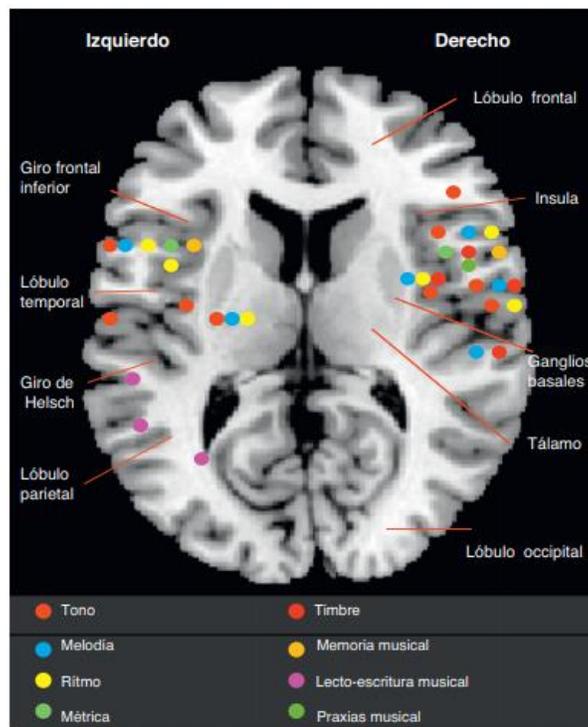


Figura 2. Imagen por resonancia magnética en proyección axial (MRicron: x 91, y 126, z 83). Donde se muestra la localización anatómica de los componentes que participan en el modelo cognitivo musical. Adaptado de *Modelo de cognición musical y amusia*, (p. 183) por N. García-Casares, M.L. Berthier Torres, S. Froudish Walsh, P. González-Santos, Neurología. Derechos reservados (2011).

El modelo de procesamiento musical guarda un registro de cualquier nuevo input musical. En consecuencia, el reconocimiento de una melodía familiar depende de un procedimiento de selección que tiene lugar en el léxico musical. Dentro del output léxico musical se puede alimentar a dos componentes diferentes: el módulo

del léxico fonológico y el módulo de memoria asociativa; el primero integra y planea la producción vocal de la canción, mientras que el segundo crea experiencias de dicha canción.

El sistema melódico lleva la información al módulo de análisis de expresión emocional, permitiendo al oyente reconocer y experimentar la emoción expresada para que pueda ejecutar la pieza musical (Peretz, 2001).

El módulo emocional también contribuye al reconocimiento a través del léxico musical. El análisis de la expresión emocional es un componente fundamental en el modelo porque la música tiene el poder de evocar fuertes respuestas emocionales, dependientes del modo (mayor o menor) y del tempo (lento o rápido) según las vías melódicas y temporales. Actualmente no está claro hasta qué punto este componente de expresión emocional es específico de la música, ya que hay pacientes que reconocen piezas musicales, pero no responden emocionalmente a ellas y al mismo tiempo que responden emocionalmente a otros medios artísticos.

1.3. Bases biológicas del procesamiento musical.

El sonido consiste en propagaciones alternativas de compresiones y rarefacciones que viajan a través de un medio elástico, es decir, el aire. Los sonidos transportan energía por el aire a una velocidad de alrededor de 340 m/s. Para oír, nuestros oídos deben captar esta energía mecánica, transmitirla al órgano receptor del oído y transformarla en señales eléctricas que el sistema nervioso analiza. Estas tres tareas constituyen las funciones respectivas del oído externo, oído medio y oído interno (Figura 3). La energía mecánica fluye a través del oído medio hasta el caracol donde causa la vibración de una membrana elástica. Un conjunto de 16,000 células ciliadas capta cada componente de la frecuencia del estímulo, la transforman en potenciales receptores y la codifican según un patrón de activación de las fibras del VIII par de nervio craneal (nervio vestibulococlear). Las complejas vías auditivas del tronco encefálico intervienen en determinadas funciones, como la localización del origen del sonido y envían la información auditiva a la corteza cerebral (Kandel, Schwartz, & Jessell, Thomas, 2001; Nobak, 1967).

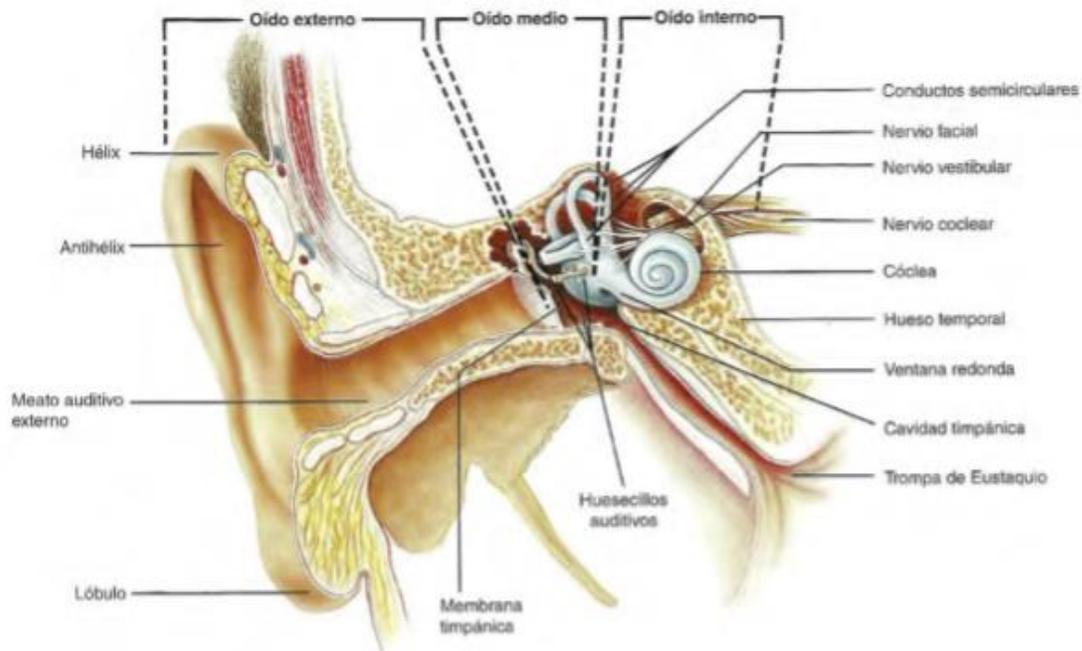


Figura 3. Estructura del oído humano. El oído externo, sobre todo la oreja, enfoca el sonido hacia el conducto auditivo externo. Los aumentos y las disminuciones alternativos de la presión del aire hacen vibrar el tímpano. Estas vibraciones viajan a través del oído medio lleno de aire gracias a los tres huesos diminutos y unidos entre sí: martillo, yunque y estribo. Las vibraciones del estribo estimulan al caracol: el órgano de la audición situado en el oído interno. Adaptado de *Ganong Fisiología Médica*, (p. 204) por K.E. Barret, S.M. Barman. S. Boitano, McGraw-Hill. Derechos reservados (2010).

1.3.1. Percepción y reconocimiento musical.

El procesamiento de la música comienza en el oído interno, donde la información acústica viaja a lo largo del par craneal VIII, en su porción coclear hasta el tallo cerebral (especialmente al colículo inferior) donde la periodicidad e intensidad del sonido se procesan por primera vez. Desde el tronco encefálico, la señal auditiva se transmite al tálamo y de allí, principalmente, a la corteza auditiva, asimismo a áreas límbicas: amígdala y corteza orbitofrontal medial (LeDoux, 2000).

La información pasa por el mesencéfalo hasta llegar al córtex auditivo, donde será procesada por el córtex auditivo primario (Áreas de Brodmann (AB) 41 y 42, incluida la parte media del giro temporal superior) y el córtex auditivo secundario (AB 22) (Izquierdo, Oliver, & Malmierca, 2009). La corteza auditiva primaria y sus áreas temporales superiores vecinas analizan las señales acústicas básicas del sonido, incluida la frecuencia, tono, nivel de sonido, variación temporal, movimiento

y ubicación espacial (Hall, Hart, & Johnsruide, 2003). La corteza auditiva izquierda tiene mejor resolución temporal, mientras que la corteza auditiva derecha presenta mejor resolución espectral (Ramnani & Passingham, 2001). La percepción musical está basada en dos procesamientos distintos por dos subsistemas neurales diferentes: organización temporal y organización tonal (Peretz & Zatorre, 2005).

La organización tonal implica diversas áreas auditivas primarias y secundarias, las cuales interaccionan con regiones de la corteza frontal, predominantemente en el hemisferio derecho (Drayna, Manichaikul, De Lange, Snieder, & Spector, 2001).

Una de cada 10,000 personas tiene tono absoluto (TA), principalmente músicos profesionales. El TA es la capacidad para identificar con precisión la posición de un determinado tono en la escala sin tener ningún tono como referente. Implicando que la persona cuente con una estrecha y fija categorización de tonos y posea un nombre para cada categorización. Para desarrollar la capacidad del TA se necesita estudiar música desde temprana edad; sí el aprendizaje no se lleva a cabo antes de los 9 ó 12 años, una persona con predisposición (factores genéticos) a desarrollar el TA nunca lo hará (Peretz, 2006; Peretz & Zatorre, 2003).

Los músicos con TA tienen una asimetría más pronunciada del planum temporale que los músicos con tono relativo (TR) o controles no músicos (Keenan, Thangaraj, Halpern, & Schlaug, 2001; Schlaug, Jäncke, Huang, & Steinmetz, 1995), la asimetría del planum temporale ha sido sugerida como marcador de dominancia cerebral, debido que su dirección y tamaño se correlaciona con la destreza (Jäncke, Schlaug, Huang, & Steinmetz, 1994).

La organización temporal de una pieza musical se basa en dos relaciones fundamentales: fraccionar una secuencia en grupos basándose en su duración temporal y extracción de regularidad temporal subyacente o compás, involucrándose áreas auditivas, cerebelo, núcleos basales, córtex premotor dorsal y área motora suplementaria encargados del control motor y percepción temporal (Chen, Zatorre, & Penhune, 2006; Penhune, Zatorre, & Evans, 1998). Dichas interacciones mencionadas entre los sistemas auditivo y motor, sirven para el

análisis rítmico, puesto que son activadas cuando se escucha música, o bien, es imaginada (Soria-Urios, Duque, & García-Moreno, 2011b).

La percepción de características musicales como acordes, armonías, intervalos y ritmos, requieren un análisis sintáctico basado en reglas de patrones complejos de fluctuaciones espectrales y temporales dentro de la secuencia del sonido. Estos procesos tienen lugar en la corteza prefrontal inferior y medial, corteza premotora, parte anterior y posterior de la circunvolución temporal superior y el lóbulo parietal inferior (Janata, Birk, et al., 2002; Patel, 2003).

1.3.2. Producción, ejecución e interpretación musical.

La producción verbal, cantada o hablada, es mediada por el mismo sistema, pero la ruta para la producción del habla y producción melódica son distintas. Diversos estudios con tomografía por emisión de positrones (PET) han demostrado que esta diferencia entre canto y habla existe: dado que el canto implica un incremento en la actividad de estructuras motoras bilaterales con predominancia del hemisferio derecho, particularmente en regiones auditivas, insulares y premotoras (Perry et al., 1999).

Las activaciones cerebrales melódicas y rítmicas están disociadas por las proyecciones de la red visual dorsal (usadas para el procesamiento melódico) y por las proyecciones de la red verbal ventral (encargadas de actividades rítmicas) (Bengtsson & Ullén, 2006; Peretz & Kolinsky, 1993; Warren, 1999).

Percibir el ritmo de la música, moverse al ritmo de ella o producirla (cantar o tocar un instrumento) involucra redes sensoriomotoras del cerebro, incluyendo áreas en el cerebelo, núcleos basales, corteza motora y somatosensorial (Balasubramanian, Wing, & Daffertshofer, 2004; Loehr & Palmer, 2006).

El rendimiento musical requiere alta velocidad en el control de patrones de movimiento complejos en la retroalimentación auditiva continua (Bangert, Haeusler, & Altenmüller, 2001). Como requisito previo debe establecerse la integración audiomotora a niveles corticales y probablemente subcorticales, dicho acoplamiento audio-motor es comparable con el ciclo oral-auditivo en el procesamiento del

lenguaje que se establece durante el entrenamiento musical (Bangert et al., 2001; Haueisen & Knosche, 2001). A nivel comportamental, los dedos de los pianistas profesionales se mueven automáticamente cuando están escuchando una pieza de piano, así como cuando ejecutan una tarea de dictado de palabras, haciéndolo a mayor velocidad y con mejor ejecución en comparación de personas que no son músicos (Bangert et al., 2001; Umiltà et al., 2001).

1.3.3. Imaginería musical.

La imaginería musical se refiere al acto de representar música en nuestra cabeza o imaginar que estamos tocando un instrumento. Las áreas cerebrales implicadas en la percepción y realización del sonido, son las mismas encargadas de imaginarlo (Soria-Urios et al., 2011b).

La imaginería musical es posible por interacciones entre el córtex auditivo y el córtex frontal (Penhune & Doyon, 2005; Pope, Wing, Praamstra, & Miall, 2005; Rao, Mayer, & Harrington, 2001). Cuando se intenta recordar una canción se activa el córtex frontal, al mismo tiempo, el córtex auditivo aporta información necesaria para discernir entre el sonido imaginado y el real (Soria-Urios et al., 2011b). Cuando un músico imagina que está tocando una pieza familiar se activan los lóbulos frontales, cerebelo, lóbulo parietal y área motora suplementaria (Langheim, Callicott, Mattay, Duyn, & Weinberger, 2002).

1.3.4. Memoria musical.

El aprendizaje de un instrumento o una pieza musical implica que la persona sea consciente de que lo está realizando y automatice su ejecución por medio de dedicación y tiempo. La repetición, ensayos, ritmo y secuenciación son elementos esenciales, al igual que técnicas auditivas, kinestésicas y visuales, junto con reglas musicales, aunado el sentimiento e intencionalidad. Una vez aprendida e incorporada al repertorio y la pieza musical puede interpretarse automáticamente (Soria-Urios, Duque, & García-Moreno, 2011a).

Se ha reportado que la interpretación de piezas musicales son altamente dependientes del mantenimiento de información tonal en línea, es decir, memoria

de trabajo (tonal o del tono o para el tono), involucrando a la corteza auditiva derecha (Hikosaka, Nakamura, Sakai, & Nakahara, 2002), regiones inferiores y dorsolaterales de la corteza frontal (Griffiths, Johnsrude, Dean, & Green, 1999; Peretz, 2006).

Respecto a la lateralización hemisférica, cuando se trata de canciones conocidas por la persona (incluida la letra de la canción), la activación es bilateral implicando el componente melódico verbal. No obstante, si se trata de música instrumental, se activa el córtex auditivo derecho relacionado con el procesamiento tonal (Halpern, 2003).

La familiaridad con la pieza musical, juega un papel muy importante porque todas las personas cuentan con un léxico musical donde almacenan experiencias con canciones, piezas musicales, tonos, ritmos, entre otros elementos musicales (Peretz & Coltheart, 2003). Los oyentes no recuerdan cada detalle de la pieza sino sólo lo esencial que hace reconocerla. Estudios con neuroimagen han observado que el surco temporal superior derecho e izquierdo, el planum temporale, el área motora suplementaria y el giro inferofrontal izquierdo están envueltos en el reconocimiento de melodías familiares (Peretz et al., 2009).

Se ha concluido que el aprendizaje y la retención de melodías no familiares implican más al hemisferio derecho mientras que el reconocimiento de melodías familiares es dependiente del hemisferio izquierdo (Peretz, Radeau, & Arguin, 2004; Warren, Jennings, & Griffiths, 2005).

Al escuchar música se necesita del sistema atencional, posteriormente si al oyente le resulta familiar la melodía se activa la memoria de trabajo, que se extiende por áreas prefrontales (especialmente la corteza prefrontal dorsolateral), corteza cingulada y áreas parietales inferiores (Janata, Tillmann, & Bharucha, 2002; Patterson, Uppenkamp, Johnsrude, & Griffiths, 2002). Cuando la música maneja experiencias pasadas se activa el hipocampo, así como la intervención del área medial temporal involucrada en la memoria episódica (Janata, Tillmann, et al., 2002; Platel, Baron, Desgranges, Bernard, & Eustache, 2003).

La cartografía cerebral muestra que el entrenamiento musical mejora la memoria verbal y está asociada con la reorganización cortical en la región temporal izquierda. Existe una correspondencia significativa entre el entrenamiento musical durante la infancia (entre los 4-6 años) y el posterior desarrollo de habilidades que involucran la visualización espacial de información como: geometría y resolución de problemas matemáticos (Bilharz, Bruhn, & Olson, 2000).

1.4. Habilidad musical y su relación con el desempeño académico.

La educación musical en la niñez debe potenciarse desde el nacimiento, esta habilidad se va desarrollando en medida que el individuo interactúa con la música (Akoschky, Alsina, Días, & Giráldez, 2008; Bernal & Calvo, 2000). Existen grandes beneficios usando estrategias musicales para desarrollar o potencializar otras habilidades cognoscitivas, puesto que aumenta la velocidad de procesamiento en diversas tareas, ayuda y favorece procesos atencionales, memoria, lenguaje, cognición numérica, habilidades visuo espaciales y funciones ejecutivas (Hillie, Gust, Bitz, & Ulm, 2011; Jordana, 2008).

Se ha reportado mejor desempeño cognoscitivo en niños y adultos con formación musical respecto a aquellos sin contacto con la práctica musical (Schellenberg, 2004, 2006), tal es el caso del procesamiento lingüístico, funciones ejecutivas, praxias, memoria y atención. Esto se ha observado en investigaciones con diseños transversales y longitudinales (Jakobson, Lewycky, Kilgour, & Stoesz, 2008; Stoesz, Jakobson, Kilgour, & Lewycky, 2007).

La formación musical a temprana edad puede alterar plásticamente diversas funciones cerebrales, incluso se pueden observar estos hallazgos después de años de formación musical en el individuo (Icton, Alain, Otten, Ritter, & Achim, 2000; Näätänen et al., 1993; Russeler, Altenmüller, Nager, Kohlmetz, & Münte, 2001; Tervaniemi et al., 1999), teniendo un aumento en el volumen de materia gris y blanca en varias regiones cerebrales (Gaser & Schlaug, 2001; Keenan et al., 2001; Schlaug, 2001; Schlaug, Jäncke, Huang, Staiger, & Steinmetz, 1995; Schlaug, Jäncke, Huang, & Steinmetz, 1995). Estos cambios anatómicos parecen estar limitados a un período crítico dependiente de la edad en que se comenzó el

entrenamiento musical (Jäncke, Schlaug, & Steinmetz, 1997; Karni et al., 1995; Ohnishi et al., 2001). Del mismo modo existen modificaciones funcionales en el cerebro después de varios minutos de entrenamiento musical, donde se observa la inducción del reclutamiento neuronal en áreas de la corteza motora (Hund-Georgiadis & Von Cramon, 1999), establecimiento de un acoplamiento auditivo-sensoriomotor (Bangert et al., 2001) y cambios comportamentales en tareas o actividades escolares (Anvari, Trainor, Woodside, & Levy, 2002; Casas, 2001; May, 1985). Debido a estos hallazgos, el cerebro de un músico se podría considerar como un modelo de neuroplasticidad (Münste, Altenmüller, & Jäncke, 2002).

1.4.1. Habilidad musical y su relación con la lectoescritura.

Tanto la música como el lenguaje se basan en reglas y representaciones memorizadas, a nivel auditivo o visual. Estas habilidades se desarrollan exponencialmente hasta formar estructuras de orden superior (frases y melodías), compuestas por unidades básicas (letras/notas y palabras/frases musicales) y organizadas a partir de reglas de configuración jerárquica (Johansson, 2008).

La adquisición de la lectoescritura es uno de los aprendizajes más complicados a causa de que es altamente dependiente de la madurez. Además, es una de las tareas escolares más importantes, ya que es necesaria para el adquirir el resto de los demás aprendizajes (Fornaris, 2011).

Un componente que juega un rol importante en el desarrollo de la lectura y la música es el proceso auditivo (Banai & Ahissar, 2013; Magán-Hervás & Gétrudix-Barrio, 2016), y por ende, la música beneficia el proceso de lectoescritura puesto que comparten elementos rítmicos y fonológicos que muchas veces no son reconocidos en el lenguaje natural, pero que al agregar el componente musical son mejor reconocidos (Hillie et al., 2011; Lowe, 2006).

Las tareas de ritmo son importantes predictores en la adquisición del proceso de lectura en niños debido a la percepción del ritmo en la lectura y el procesamiento auditivo (Goswami, Huss Mead, Fosker, & Verney, 2013), no sólo en la ejecución sino en la capacidad de imitación, brindando una correspondencia rítmica y tonal en

ambos procesos. Así mismo, los niños que son capaces de diferenciar los sonidos musicales igual tienen la facultad de reconocer sonidos de letras y ubicarlas en el espacio del papel, de modo similar que en una partitura (Kajihara, Verdonschot, Sparks, & Stewart, 2013).

La percepción y desarrollo de las habilidades rítmicas así como de la conciencia fonológica son notables para las habilidades de identificación de palabras básicas, dado que apoya la apreciación y manipulación de intervalos de tiempo en el flujo de los sonidos (Moritz, Yampolsky, Papadelis, Thomson, & Wolf, 2013). De la misma forma las habilidades rítmicas benefician la memoria de trabajo y memoria a mediano plazo al momento de evocar, asociar y manipular la información (Moritz et al., 2013; Schellenberg & Weiss, 2013; Williamson, McDonald, Deutsch, Griffiths, & Stewart, 2010).

Se ha demostrado que la formación musical se relaciona significativamente con la capacidad lectora (Atterbury, 1985), por ejemplo la memoria tonal contribuye a potenciar el análisis de lectura (Barwick, Valentine, West, & Wilding, 1989); disminuye la impulsividad al leer; promueve respeto de signos y pausas (Foxton, Talcott, Witton, Brace, & McIntyre, 2003); fomenta habilidades de preliteración; crea conciencia fonológica y potencializa la asignación de símbolos visuales en palabras (es decir un aprendizaje visual-auditivo) (Moreno, Friesen, & Bialystok, 2011); estimula el procesamiento sintáctico, léxico y semántico (Hoch, Poulin-Charronnat, & Tillmann, 2011); hace más fina la discriminación tonal en el habla (Moreno, Marques, Santos, Santos, & Castro, 2009) y favorece funciones ejecutivas importantes en la lectoescritura, como fluidez verbal, velocidad de procesamiento, flexibilidad cognoscitiva, memoria de trabajo e inhibición (Douglas & Willatts, 1994).

1.4.2. Habilidad musical y su relación con el desempeño matemático.

La música aumenta funciones cerebrales superiores requeridas para matemáticas, ajedrez, ciencias e ingeniería (M. A. Davis, 2000; Gardiner, Fox, Knowles, & Jeffery, 1996), existiendo asociaciones entre la implementación de lecciones musicales y el rendimiento académico en matemáticas, lectura y ortografía en niños de 6 a 11 años (Hoch & Tillmann, 2012; Schellenberg, 2006).

Walsh (2003), en *A Theory Of Magnitude (ATOM)* propone que el tiempo, el espacio y los números están representados en el cerebro por un sistema de magnitud común, de acuerdo con esta perspectiva, el mismo sistema cognoscitivo no verbal estaría involucrado cuando un individuo estima qué tono dura más (tiempo), qué área es más grande (espacio) y qué grupo de artículos es más numeroso (número) (Stevens, 1957), por lo que una predicción de la ATOM es que el aumento algún dominio debería determinar el aumento de los demás dominios (Agrillo & Piffer, 2012). La forma en que se codifica la información temporal, espacial y numérica es uno de los temas actuales de la Neurociencia, dando pauta a generar más investigaciones en el campo (Dehaene & Brannon, 2010b).

Agrillo & Piffer (2012), retomando investigaciones que se han hecho sobre el efecto beneficioso del entrenamiento musical en habilidades auditivas, evaluaron a 27 personas (13 músicos y 14 no músicos) con una tarea de discriminación espacial (estimar cuál de dos líneas es más larga), tarea de discriminación numérica (estimar cuál de los dos grupos de puntos es más numeroso) y tarea de discriminación temporal (estimar cuál de los dos tonos dura más). Encontraron que los músicos fueron más precisos en la discriminación temporal, espacial y numérica, esta última sólo dentro del rango de subitización (la habilidad de establecer de manera rápida, precisa y confiable la cantidad de un grupo de 6 ó menos objetos presentados simultáneamente) (Kaufman, Lord, Reese, & Volkman, 1949), por lo que están de acuerdo con la existencia de un sistema de magnitud común, no obstante, dicho mecanismo no involucra todo el rango numérico. Concordando con trabajos donde los músicos superan a los no músicos en tareas auditivas como: discriminación tonal (Kishon-Rabin, Amir, Vexler, & Zaltz, 2001; Pantev et al., 1998); percepción rítmica (Kraus & Chandrasekaran, 2010; Rammsayer & Altenmüller, 2006); duración tonal (Rammsayer, 1999; Yee, Holleran, & Jones, 1994); y ATOM (Walsh, 2003).

Thornton (2013) comparó resultados de las pruebas de 6,966 estudiantes en lectura y matemáticas, encontrando puntuaciones significativamente más altas para estudiantes involucrados en clases musicales (aquellos que asistían a la banda escolar, coro y orquestas) contrastando con estudiantes que no participaban en

clases de música. Así mismo Willis (2016) encontró una conexión significativa entre la educación musical y los logros estudiantiles en matemáticas, para aquellos estudiantes que recibieron educación musical en la escuela.

Miendlarzweska & Trost (2013) sugieren una mejora en puntajes matemáticos después de un entrenamiento musical debido a que se estimula la discriminación auditiva (Moreno et al., 2011), memoria verbal de corto plazo (Forgeard, Winner, Norton, & Schlaug, 2008), funciones ejecutivas (Hannon & Trainor, 2007; Zuk, Benjamin, Kenyon, & Gaab, 2014) y la memoria de trabajo (Ribeiro & Santos, 2012), dichos procesos son fundamentales e importantes en matemáticas (Costa-Giomi, 1999). Así mismo se ha encontrado que el entrenamiento musical puede ser utilizado como una herramienta para producir cambios rápidos y permanentes en habilidades cognoscitivas (Yang, Lu, Gong, & Yao, 2016), sobre todo en las habilidades visuo espaciales y matemáticas (Rauscher et al., 1997; Rauscher & Shaw, 1998; Rauscher & Zupan, 2000; Ribeiro & Santos, 2012).

Nutley, Darki & Klingberg (2013) encontraron que el entrenamiento musical tiene una relación significativamente alta con pruebas de razonamiento, velocidad de procesamiento, memoria de trabajo y habilidad de cálculo. Por otra parte el entrenamiento musical impulsa funciones cognoscitivas apresuradamente; por ejemplo, Rauscher & Zupan (2000) encontraron que posterior a cuatro meses de entrenamiento musical los niños realizaron mejor las tareas temporoespaciales: actividades que requieren el uso de imágenes espaciales como el ordenamiento temporal de objetos. De igual manera Esteki (2013) evaluó las habilidades cognoscitivas antes y después de 16 sesiones de entrenamiento musical en 13 niñas cuyo rango de edad fue de 7 a 9 años. Los resultados obtenidos mostraron mayores puntajes en el CI verbal, no verbal y general, así mismo aumento la tasa de puntajes en pruebas de atención y numéricas.

En la mayoría de los estudios utilizan el entrenamiento musical para rehabilitar procesos cognoscitivos basándose en el uso de instrumentos musicales y con ello, la repetición y retroalimentación de su ejecución (Costa-Giomi, 1999),

ajustándose gradualmente la dificultad a medida que pasa el tiempo de aprendizaje y mejorar la ejecución (Graziano, Peterson, & Shaw, 1999; Klingberg, 2010; Rauscher & Zupan, 2000).

La formación musical no instrumental (NIMT) es un método novedoso para enseñar música e impactar positivamente en otros procesos escolares porque contiene una formación multimodal con una metodología explícita, es decir, comprende estrategias de enseñanza para reconocer propiedades musicales conscientizando al niño del material y no sólo se limita a proponer repetición de una secuencia de movimientos auditivos/motores sobre un instrumento particular como es el caso del piano (Klingberg, 2010; Ribeiro & Santos, 2015). Como resultado la NIMT promueve la estimulación cerebral multisensorial (Proverbio, Calbi, Manfredi, & Zani, 2014), provocando una mejoría en la integración audiovisual debido a actividades musicales (Ribeiro & Santos, 2012). La NIMT está basada en recursos ecológicos como el canto, solfeo, técnicas rítmicas y melódicas con métodos interpretativos (Ribeiro & Santos, 2012, 2017). Se dice que es ecológico en un sentido metafórico, ya que en las clases musicales utilizan métodos y materiales que aproximan a los niños a recursos del mundo real (Shadish, Cook, & Campbell, 2002). No obstante, en países que están en vías de desarrollo suelen tener una formación musical limitada y/o no disponen de recursos financieros para comprar instrumentos musicales o pagar un profesor especializado en música, por lo que la NIMT es una opción interesante para la rehabilitación, teniendo en cuenta que estimula funciones cognitivas de manera lúdica (Ribeiro & Santos, 2015) sin entrar directamente en el contexto tradicional del aprendizaje musical y matemático (Ribeiro, Tonoli, & Santos, 2016). Conjuntamente se ha reportado que la NIMT es útil para manejar la ansiedad matemática encontrándose comúnmente en niños con discalculia (Rubinsten & Tannock, 2010). Finalmente, la NIMT está basada en metodologías activas de aprendizaje musical, dado que combina música, movimientos y habla en las lecciones para hacerla análoga a un entorno donde los niños juegan (Goulart, 2000; Williamson et al., 2010). Algunas actividades que se realizan en la NIMT son la rotación mental, transcripción de sonidos y lectura de imágenes para producir sonidos: fortaleciendo habilidades que se requieren

principalmente en el reconocimiento de símbolos. Dichos hallazgos corroboran con estudios que utilizan el entrenamiento musical instrumental, demostrado su eficacia a corto plazo usando principios musicales que podrían mejorar habilidades cognitivas (Rauscher & Zupan, 2000), particularmente las matemáticas (Schellenberg, 2006).

Ribeiro & Santos en el 2017 evaluaron la cognición numérica de 223 niños brasileños de primaria (27 fueron diagnosticados con discalculía), aplicaron la NIMT en 14 sesiones, obteniendo los siguientes resultados: mejoría en comprensión de símbolos numéricos y su producción; podían contar sin equivocaciones de manera progresiva y hacia atrás; mejoraron la calificación de dictado del número; reconocían la posición del número en el espacio; realizaban ejercicios de cálculo mental; podían leer los números (simbólica o gráfica) y resolvían problemas aritméticos complejos. Asimismo y de manera indirecta, la NIMT potencializo la lectoescritura, concluyendo que la NIMT beneficia la cognición numérica y es una herramienta útil para la rehabilitación en niños con bajo rendimiento en matemáticas, a pesar de que existen diferencias en los efectos de la NIMT en niños con desarrollo matemático atípico o que padecen discalculia (Landerl, 2013), la NIMT es capaz de modificar el funcionamiento cerebral en un corto período de tiempo en los niños diagnosticados con discalculia (Ribeiro & Santos, 2012; Ribeiro et al., 2016).

Capítulo 2. Procesamiento matemático: una perspectiva cognoscitivista.

2.1. Cognición numérica una definición conceptual.

La historia de las matemáticas comienza con la invención de símbolos escritos para denotar números; la creación de los números imaginables fue hace 1,500 años, posteriormente su extensión a decimales permitiendo representar números con alta precisión (hace 450 años). Hace aproximadamente 50 años las computadoras introdujeron cálculos matemáticos en nuestra cultura de forma profunda que ya no se nota su presencia y hace 20 años las computadores potentes y rápidas están al contacto más fácilmente de los individuos. Demostrando que los números están en todas partes como 'sirvientes ocultos' que corren de un lado a otro entre bastidores: llevan, realizan, corrigen, programan, crean y destruyen (Stewart, 2008).

Las matemáticas se encuentran presentes en la vida cotidiana de cualquier persona puesto que son un lenguaje universal y se utilizan en actividades que van de lo simple a lo complejo. Los expertos matemáticos se apegan a la tradición filosófica del platonismo que establece a los objetos matemáticos en una realidad independiente fuera de la mente, por lo tanto, son considerados abstractos y anteriores a la evolución del cerebro humano (Dehaene, 2001b), siendo el conocimiento matemático un conjunto de medios específicos y disponibles que le permiten al individuo solucionar problemas y llevar a cabo con éxito tareas de la vida cotidiana (Guiot, 2009).

Se entiende por cognición numérica como el procesamiento de números y el cálculo. El procesamiento de números se puede dividir en dos componentes: la comprensión numérica que engloba el entendimiento de símbolos numéricos y producción numérica incluyendo la lectura, escritura y recuento numérico. Mientras que el cálculo es un sistema necesario para realizar operaciones matemáticas usando símbolos o palabras, por ejemplo: adición, sustracción, multiplicación y división (McCloskey, Caramazza, & Basili, 1985).

La cognición numérica ha recopilado fuerte evidencia sobre la facultad que tienen los humanos en captar cantidades numéricas, este proceso es comúnmente denominado "sentido numérico" o "number sense" (Dehaene, 1997) o sistema numérico aproximado (ANS) (Halberda, Mazocco, & Feigenson, 2008), siendo este un sistema temprano ontogenético y filogenético (Hauser, Dehaene, Dehaene-Lambertz, & Patalano, 2002; Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009).

El sentido numérico es la capacidad universal de representar y manipular magnitudes numéricas de forma no verbal en una línea numérica mental orientada espacialmente (Dehaene, 1997, 2001b), así como percibir el número de objetos que componen un grupo de forma aproximada y distinguir entre "mucho" y "poco", además de "equiparar" (Butterworth, 2005; Dehaene, 1997; Geary, 1995) las representaciones analógicas de la cantidad (Dehaene, 2001a). Esta cuantificación de elementos forma parte de la adaptación de cualquier organismo a su medio (Dehaene & Brannon, 2010a).

Algunos componente del sentido numérico son: subitización; estimación y comparación aritmética o numérica; descomposición de números en forma natural; desarrollo de estrategias para resolver problemas complejos; uso de números y métodos cuantitativos para comunicar e interpretar información; comprensión del sistema de números de base 10; precisión y sensibilidad para razonar cálculos; fluidez y flexibilidad numérica; intuir el efecto de operaciones numéricas; entender el significado numérico; reconocer números de referencia, patrones numéricos y errores; usar los números como referentes para medir cosas en el mundo real; entender relaciones múltiples entre números; inventar procedimientos para resolver operaciones; representar el mismo número de múltiples maneras dependiendo del contexto; usar expresiones equivalentes; y manipular representaciones análogas de cantidades numéricas (Berch, 2005; Dehaene, 1997; Dehaene, Dehaene-Lambertz, & Cohen, 1998; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004; Gersten, Jordan, & Flojo, 2005; Nieder, 2005; Nieder & Dehaene, 2009).

El sentido numérico se considera "intuitivo" por ser rápido, automático, inaccesible a la introspección (Dehaene, 2009) y aproximado porque obedece a la

ley de Weber a nivel conductual y neuronal (Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2004), puesto que a cuanto mayor numerosidad más aproximado es su procesamiento (Castronovo & Göbel, 2012). La “línea numérica mental” es una metáfora comprimida logarítmicamente refiriéndose a representaciones numéricas, que se pueden conceptualizar en cómo el procesamiento numérico obedece a la ley de Weber. En dicha metáfora las numerosidades se representan en un formato análogo mediante la superposición de las distribuciones Gaussianas de activación (Dehaene, 1997).

La ley de Weber es recurrente en la cognición numérica, debido a que se ha encontrado repetidamente: 1) En diferentes poblaciones y etapas de la vida: en occidente (Halberda & Feigenson, 2008; Martínez & Argibay, 2011; Whalen, Gallistel, & Gelman, 1999), en oriente (Khanum, Hanif, Spelke, Berteletti, & Hyde, 2016), culturas remotas (Frank, Everett, Fedorenko, & Gibson, 2008; Menninger, 1992; Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004), bebés pre-verbales (Feigenson et al., 2004; Lipton & Spelke, 2003; Xu & Spelke, 2000), niños (Droit-Volet, Clément, & Fayol, 2003; Feigenson & Carey, 2003; Feigenson, Carey, & Hauser, 2002; K. Jordan & Brannon, 2006) personas analfabetas (Barth et al., 2006) y en universitarios (Agrillo & Piffer, 2012; Castronovo & Göbel, 2012; Damas-López, 2009).

2) Así como en diferentes especies de animales: ratas (Church & Meck, 1984), monos y simios (Beran & Beran, 2004; Brannon & Terrace, 2000; Hauser, Carey, & Hauser, 2000), y en palomas (Xia, Emmerton, Siemann, & Delius, 2001).

3) En diferentes tareas: comparación (Piazza et al., 2004), estimación (Barth et al., 2006; Crollen, Castronovo, & Seron, 2011), operaciones aritméticas (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2010; Izard et al., 2009; McCrink & Spelke, 2010), en el uso de material numérico simbólico y no simbólico (Barth et al., 2006; Piazza, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2007), multiplicación (Damas-López, 2009; Greenwald, Abrams, Naccache, & Dehaene, 2003), en representaciones grandes y pequeñas (Balakrishnan & Ashby, 1992; Cordes, Gelman, Gallistel, & Whalen, 2001; Gordon,

2004), y tareas de subitización (Agrillo & Piffer, 2012; Balakrishnan & Ashby, 1992; Mandler & Shebo, 1982; Piazza, Mechelli, Butterworth, & Price, 2002)..

La omnipresencia de la ley de Weber se muestra a nivel neuronal en niños, adultos y en especies animales; las respuestas cerebrales se ajustan de manera similar a la numerosidad aproximada en adultos humanos (Piazza et al., 2004), en bebés pre-verbales (Izard, Dehaene-Lambertz, & Dehaene, 2008) y en monos (Nieder & Miller, 2004).

En el ser humano, el sentido numérico es la base sobre la cual se construye una capacidad numérica más compleja (Dehaene, 1997) y en consecuencia, depende de la escolarización (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, & Zorzi, 2010), aunado se relaciona con el logro matemático (Castronovo & Göbel, 2012; Lipton & Spelke, 2003; Pica et al., 2004; Xu & Spelke, 2000) debido a que el mapeo del sistema de representaciones no simbólicas es más preciso e impacta de mayor manera en el sistema simbólico por lo que se representan magnitudes numéricas precisas (Brankaer, Ghesquière, & De Smedt, 2014; Izard et al., 2009). La adquisición del conocimiento numérico simbólico es la base fundamental para el logro posterior de las matemáticas (Piazza, 2010), en particular la aritmética que se desarrolla en los años de preescolar (Fuson, 1984, 1988; Gelman & Gallistel, 1978).

Lo mencionado anteriormente ha llevado a sugerir al sentido numérico como una facultad determinada biológicamente con una larga historia evolutiva y un sustrato cerebral específico (Cochon, Cohen, Van de Moortele, & Dehaene, 1999; Dehaene et al., 1998; Nieder, 2005; Nieder & Dehaene, 2009), sugiriendo que la habilidad para decidir el valor numérico de manera no verbal fue importante precursor evolutivo para las habilidades numéricas simbólicas en el adulto humano (Dehaene, Dupoux, & Mehler, 1990) y siendo totalmente independiente al lenguaje (Dehaene, Molko, Cohen, & Wilson, 2004).

2.1. 2. Aritmética no simbólica una definición conceptual.

Dehaene (2002) sugiere que las bases de la aritmética yacen en las habilidades de representación mental, la manipulación de la numerosidad y la

representación analógica del número. Las habilidades aritméticas se pueden evaluar a través de la magnitud, es decir, todo aquello que se puede medir mediante operaciones de comparación con estándares como el metro patrón (la unidad principal de longitud del Sistema Internacional de Unidades) (Nieder, 2005). No obstante, en la actualidad es más relevante la estimación de magnitud a través de habilidades no simbólicas, es decir, usando tareas de comparación no simbólica (*non-symbolic comparison tasks*) (Barth et al., 2006; Barth, La Mont, Lipton, & Spelke, 2005; Dehaene & Brannon, 2010a; Frith & Frith, 1972; Greenwald et al., 2003; Matilla et al., 2016).

En las operaciones aritméticas simbólicas el sujeto utiliza elementos numéricos en forma de símbolos (números arábigos), mientras que en las operaciones aritméticas no simbólicas se emplea la aproximación de conjuntos de elementos sin valor simbólico asociados a magnitudes, como conjuntos de puntos u otros elementos no asociados a números (Matilla et al., 2016; Venkatramana, Ansarib, & Cheea, 2005).

Una gran diferencia entre este procesamiento de magnitudes es que en el formato simbólico se espera que el individuo proporcione una respuesta exacta, por ejemplo $5+5$ siempre será 10 (números arábigos) y estará incorrecto si dice cualquier otra cantidad, es un proceso ya automatizado por la repetición y escolarización, y muchas veces el ambiente no está controlado por lo que el individuo puede usar distintas técnicas para llegar al resultado. Mientras que en el formato no simbólico el individuo tiene que estimar, comparar o equiparar aproximaciones de cantidad para llegar a un resultado, son operaciones que carecen de un lenguaje, por lo regular se utilizan conjuntos de puntos para presentar operaciones y resultados, obedece a modelos de procesamiento cognoscitivo (Dehaene & Cohen, 1995; Nieder, 2005) y el ambiente es controlado (mediante tiempos y equipo electrónico) con la finalidad de que el individuo no utilice las técnicas ya aprendidas (Matilla et al., 2016; Venkatramana et al., 2005).

Estas representaciones no simbólicas se analizan a través de tareas de comparación de magnitudes en las que se comparan conjuntos de puntos y se

caracterizan por el efecto ratio y efecto distancia, encontrando una ejecución más lenta y menos exacta cuando la distancia numérica entre los conjuntos es pequeña o la ratio es cercana a 1 (relación cuantificada entre dos magnitudes que refleja su proporción) (Barth et al., 2006, 2005; Matilla et al., 2016),

Aprender aritmética simbólica es difícil para la mayoría de los infantes (Baroody & Dowker, 2003), especialmente para los que están en desventaja económica (Case, Griffin, & Kelly, 1999). Sin embargo, las representaciones del número aproximado (aritmética no simbólica) están disponibles en adultos sin educación formal, bebés humanos, primates no humanos y niños en edad preescolar; quienes comparan y agregan números no simbólicos con un límite de proporción en la precisión (Feigenson et al., 2004). Por lo que los niños pueden usar dichas capacidades para resolver sumas y restas no simbólicas antes de aprender aritmética formal (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007), pero muchas veces no aprovechan estas habilidades cuando aprenden matemáticas en la escuela (Gilmore et al., 2010).

Se propone que el procesamiento de magnitud numérica, en específico la capacidad de mapear representaciones de magnitud no simbólica y simbólica, desempeña un papel importante en el desarrollo y rendimiento de las matemáticas (desde preescolar hasta universidad) (Castronovo & Göbel, 2012; Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011; Mundy & Gilmore, 2009).

Se ha sugerido que a lo largo del desarrollo, los niños aprenden a vincular representaciones de magnitud no simbólica con palabras numéricas y dígitos árabes (Griffin, 2003), por lo que existe una relación específica entre el desarrollo aritmético no simbólico de los niños y sus habilidades numéricas simbólicas al inicio de la escolarización y antes de cualquier instrucción formal en aritmética (Gilmore et al., 2010).

2.2. Desarrollo del pensamiento matemático.

La comprensión de cantidades, la discriminación numérica y sus interrelaciones son universales y compartidas por seres humanos adultos, niños preverbales y animales (Tabla1) (Cantlon, Brannon, Carter, & Pelphrey, 2006; Dehaene et al., 1998), dicha capacidad parece ser filogenéticamente antigua y ampliamente ventajosa para la supervivencia y la forma física (Brannon & Terrace, 1998; Feigenson et al., 2004; Nieder & Dehaene, 2009), dando crédito a la hipótesis de que el sentido numérico preverbal provee los cimientos necesarios para desarrollar las matemáticas formales (Barth et al., 2006; Dehaene, 1997, 2001a; Dehaene & Cohen, 1995; Nieder, 2005).

En términos de neurodesarrollo, la cognición numérica está compuesta de cinco sistemas que aumentan gradualmente de forma dinámica: (I) Sistema cardinal: innato en la representación numérica concreta; (II) Sistema lingüístico: asociado a un código verbal para el número de objetos o eventos; (III) Sistema árabe: relación entre números y dígitos árabes; desarrollando la simbolización numérica; (IV) Sistema visuo espacial: brinda ayuda y sostén al desarrollo de la línea numérica mental junto con la educación formal; y finalmente (V) el Sistema ordinal: tras su adquisición se convierte en el sistema central de representación numérica y pensamiento matemático (Von Aster & Shalev, 2007).

Tabla 1. Principales hitos en el desarrollo del procesamiento matemático, desde la primera infancia hasta los 23 años.

Edad	Hito	Descripción
Recién Nacido	Subitizar	Capaces de discriminar exactamente pequeños objetos (Feigenson et al., 2004).
	Aproximar	Distinguen difusamente conjuntos más grandes de objetos (Feigenson et al., 2004).
4 meses	Discriminación	Discriminan con éxito 2 contra 3, pero no 4 contra 6 artículos en tareas de habituación (Starkey & Cooper, 1980).
	Seguimiento de objetos	Parte de la competencia numérica se basa en los procesos de seguimiento de objetos (McCrink & Wynn, 2004; Xu & Spelke, 2000).
5 meses	Estimación de magnitud	Calculan y estiman resultados de operaciones aritméticas simples en pequeños números de artículos, indicando que los humanos están dotados innatamente de habilidades aritméticas (Wynn, 1992a).
	Aritmética rudimentaria	Participan en operaciones básicas de suma y resta con pequeños conjuntos de objetos (Wynn, 1992a).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
6 meses	Discriminación	Responden con éxito al número y discriminan numerosidades grandes que difieren en una razón de 2.0, 8 y 16 puntos (Xu & Spelke, 2000), discriminan una proporción de 1:2 (Xu & Arriaga, 2007) y discriminan 16 de 8 sonidos pero no 12 de 8 sonidos (Xu, 2003).
	Sistema de referencia externo	Tienen la capacidad de codificar la localización y distancia de un objeto (Learmonth, Newcombe, & Huttenlocher, 2001; Newcombe, Huttenlocher, & Learmonth, 1999).
8 meses	Discriminación	Discriminan características concretas del elemento representado; color, forma, tamaño, identidad y su trayectoria (Feigenson et al., 2002).
9 meses	Discriminación	Discriminan con éxito 12 de 8 sonidos, pero no 10 de 8 sonidos (Xu, 2003) y su límite de razón es de 2:3 (Lipton & Spelke, 2003, 2004).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
9 meses	Ordinalidad	Comienza a desarrollarse las relaciones “mayor qué” y “menor qué” entre los números (Brannon, 2002), también discriminan la dirección ordinal de las secuencias que varían de tamaño, sugiriendo que puede desarrollarse una capacidad para los juicios ordinales no numéricos antes de una capacidad numérica ordinal o juicio.
	Suma y resta	Pueden sumar y restar con éxito números de elementos que superan los límites de seguimiento de objetos, siempre y cuando se controlen el área y la longitud del contorno (McCrink & Wynn, 2004).
10 meses	Discriminación	Pueden discriminar numerosidades con proporción de 2:3 (Xu & Arriaga, 2007).
	Conteo	Las habilidades de conteo temprano están precedidas por un conocimiento más perceptivo de la numerosidad (Strauss & Curtis, 1981).
	Mayor/menor qué	Poseen una comprensión temprana de la relación mayor/menor qué (Feigenson et al., 2002).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
11 meses	Ordinalidad	Poseen la capacidad de apreciar relaciones superiores e inferiores entre los valores numéricos (Brannon, 2002).
12 meses	Discriminación	Escogen espontáneamente la cantidad más grande de cualquier conjunto y tienden a agregar más elementos a su propio conjunto (Feigenson et al., 2002).
13 meses	Reconocimiento numérico en el espacio	Cuentan con la facultad de reconocer que algo ha cambiado en una colección pequeña de objetos cuando, sin su conocimiento directo, uno de ellos ha sido eliminado o agregado a la colección (Dantzig, 1954).
14 meses	Búsqueda de objetos ocultos	Buscan cantidades de objetos ocultos, pero sólo 3 objetos, ya que cuando se ocultan 4 objetos, sólo recuperan uno y dejan de buscar, los bebés basan su búsqueda en el número exacto de objetos ocultos y no en variables continuas (Feigenson et al., 2002).
	Cálculo	Comienzan a calcular la extensión continua total de matrices de objetos pequeños (Feigenson et al., 2002).
Año y medio	Conservación del número	Entre el año y medio a los cuatro años de edad, los infantes comienzan a dominar la conservación del número (Cochon et al., 1999).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
2 años	Subitizar	Van perfeccionando la discriminación, representan y recuerdan pequeñas cantidades particulares de artículos (Starkey & Cooper, 1980).
	Aprendizaje de distancias	Codifican la distancia de los objetos o sitios que se encuentren lejanos y cercanos (Newcombe, Huttenlocher, Drummey, & Wiley, 1998).
	Clasificación	Agrupan objetos en función de un determinado criterio: color, forma, tamaño u otra característica (Feigenson et al., 2002).
	Sintaxis de determinantes	Poseen conocimiento de categoría sintáctica de determinantes, ya que respetan y distinguen el orden de los determinantes con respecto a los sustantivos y adjetivos (Brown & Bellugi, 1964; Gordon, 1987; Valian, 1986).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
2 años y medio	Numerosidad	Saben que las palabras numéricas se refieren a numerosidades y no a entidades individuales (Fuson, 1988; Wynn, 1992b).
	Seriación	Ordenamiento de objetos de acuerdo a un criterio, el niño lo hace comparando objetos con otros, ya sea similar o diferente, estableciendo relaciones asimétricas (Dolle, 1993).
	Semántica cuantitativa	Entienden los determinantes "un" y "algunos" (Soja, 1990).
	Semántica numérica	Saben que las palabras de conteo pertenecen a una sola clase semántica, ya que cuando se les pregunta "cuántos" de algo hay, responden con un número de palabras o "mucho" o "poco" (Fuson, 1984, 1988; Gelman & Gallistel, 1978; Wynn, 1990).
	Módulo geométrico	Ayuda al individuo a orientarse en el espacio sin que necesite otro tipo de información (Gallistel, 1990), dicho módulo es innato y a través de la experiencia el niño combina la información no geométrica con la geométrica (Hermer & Spelke, 1994).
3 años	Línea de números mentales	Es un producto del desarrollo neuroplástico (Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003): se comienzan las primeras apariciones de imágenes visuales, lenguaje y funciones de memoria de trabajo (Gelman & Gallistel, 2004; Houde & Tzourio-Mazoyer, 2003).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
3 años y medio	Detección de errores	Pueden detectar y corregir errores genuinos que cometen los personajes de una caricatura o de una historia al contar (Gelman & Meek, 1983).
	Conteo	Cuando se les pide el número de un conjunto, tienden a contar todos los artículos del montón y, posteriormente, cuentan de nuevo pero ahora se detienen en la cantidad que se les pedía, permitiéndoles dar el número correcto (Wynn, 1992b).
	Pluralidad	Comienzan a usar el plural correctamente en su habla espontánea y ya tienen la capacidad para dar más artículos cuando se les piden (Brown, 1973).
	Cardinalidad	Entienden cómo el sistema de conteo determina la numerosidad (aprendieron el principio de la palabra cardinal) y han adquirido los significados cardinales de todas las palabras en su rango de conteo (Wynn, 1992b).
	Conteo aritmético	Al resolver un problema aritmético, el niño ve en la suma o resta, n elementos de un conjunto con un número conocido, predice la respuesta y después cuenta los elementos en el conjunto resultante para verificar su predicción (Zur & Gelman, 2004).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
4 años	Copia de números	Muestran habilidad para copiar y extender patrones de números simples (Starkey, Klein, & Wakeley, 2004).
	Combinaciones numéricas	El reconocimiento y uso de patrones numéricos aumenta la habilidad de combinaciones y relaciones numéricas (Threfall & Frobisher, 1999), al tener dicha comprensión intuitiva de patrones numéricos, obtienen fácilmente respuestas de combinaciones conocidas para poder resolver problemas desconocidos (Gray & Tall, 1994; N. Jordan, Huttenlocher, & Levine, 1994).
4 años y medio	Estimación	Pueden estimar el tamaño del conjunto y usar puntos de referencia (Baroody & Gatzke, 1991).
	Procesamiento de magnitud	Eligen cuál es la cantidad mayor presentada en un conjunto, ya sea presentada simbólicamente (4-6) o no simbólicamente ('•••••-•••••') (Cantlon et al., 2006; Cantlon, Safford, & Brannon, 2010).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
5 años	Comparación	Comparan numerosidades presentadas en forma simbólica, ya sean matrices visuales o temporales (E. Temple & Posner, 1998).
	Mapeo numérico	Aprenden a mapear números simbólicos rápidamente en sus representaciones preexistentes de magnitud numérica, dicho mapeo es inicialmente logarítmico (Siegler & Opfer, 2003).
	Operaciones matemáticas	Resuelven problemas de suma y resta de pequeño valor (Gelman, 1990), usando el recuento verbal para llevar a cabo esta tarea (Gelman, 1990; N. Jordan, Kaplan, Oláh, & Locuniak, 2006; Zur & Gelman, 2004).
	Habilidades cuantitativas	Dichas habilidades son relevantes para el aprendizaje de operaciones aritméticas convencionales. Sin embargo, los niños tienen un éxito limitado al realizar problemas de cálculo presentados verbalmente, como problemas de historia y combinaciones de números "¿Cuánto es 2 y 3?" (Gelman, 1990; Ginsburg & Russell, 1981; Levine, Jordan, & Huttenlocher, 1992).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
5 años	Correspondencia	Establecen relaciones simétricas (de igualdad) entre un objeto y otro (Gelman & Gallistel, 1978).
	Espacio egocéntrico	Define la ubicación de coordenadas dentro de su espacio. Toma de referente su cuerpo como el centro y las ubicaciones las define como posiciones relativas a su centro (Newcombe & Huttenlocher, 2000), por ejemplo el 'esquema del reloj corporal': sirve para denominar izquierda-derecha; arriba-abajo; adelante-detrás (Rains, 2004).
6 años	Efecto de SNARC	El efecto de asociación espacial de códigos de respuesta (SNARC) hace referencia que existe una correlación con el procesamiento numérico y el cálculo (Schweiter, Weinhold, & Von Aster, 2005), debido a que se juzga la naturaleza par o impar de dígitos y puede medirse el tiempo de reacción del individuo para ejecutar la respuesta a partir del movimiento de la mano (Dehaene, Bossini y Giraux, 1993), existiendo diferencias en cada mano (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993), de forma que se generan respuestas más rápidas y con una menor frecuencia de errores para números pequeños con la mano izquierda con relación a los tiempos empleados con la mano derecha (Dehaene & Changeux, 1995; Dehaene & Cohen, 1995).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
6 años	Conteo	Integran su cantidad global y esquemas de conteo en una línea numérica mental (Siegler & Booth, 2004), durante la escolarización usan estrategias como el uso de dedos o contar en voz alta (Geary et al., 2009), conforme se utiliza se va interiorizando y se apoya progresivamente de la memoria (Butterworth, 2005; Geary, 2010).
	Se puede diagnosticar al niño con Trastorno específico del aprendizaje	Entre los 6 y 8 años, se puede diagnosticar al niño con dificultad matemática (discalculia) (315.1 (F81.2)). Este es un patrón de dificultades caracterizado por problemas de procesamiento de la información numérica, aprendizaje de operaciones aritméticas y cálculo correcto y fluido. Ya sea leve, moderado o severo (American Psychiatric Association, 2014).
	Aprendizaje formal de las matemáticas	Comienza el aprendizaje formal y educativo; comienzan a realizar operaciones a partir de clasificaciones, seriaciones y correspondencias que se construyen simultáneamente. La base de esta construcción se sustenta en la interacción con los objetos y en descubrir las características de los mismos, como: color, tamaño, forma, ubicación en el espacio y en el tiempo (Cardoso & Cerecedo, 2008; Guiot, 2009).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
6 años	Funciones Ejecutivas	Comienzan a emerger las funciones ejecutivas (Diamond, 2005), las cuales participan en el control, regulación y planeación eficiente de la conducta, permitiendo al sujeto involucrarse con éxito en conductas independientes, productivas y útiles para sí mismo (Lezak, 1994, 2004), alcanzando una meseta a principios-mediados de la adolescencia (Anderson, Anderson, Northam, Jacobs, & Mikiewicz, 2002; Diamond, Kirkham, & Amso, 2002; Huizinga, Dolan, & Van der Molen, 2006; Romine & Reynolds, 2005).
7 años	Efecto numérico de SNARC	Los niños pueden emitir más rápido un juicio sobre un número si la mano que usan para responder es congruente con el tamaño del número: la mano izquierda es más rápida para números más pequeños y la mano derecha es más rápida para números más grandes (Berch, Foley, Hill, & Ryan, 1999).
	Método deductivo	Ya dominado el método inductivo, empieza a desarrollarse el deductivo, que conlleva a formar series descendentes (Piaget, 1992).
	Memoria de trabajo verbal-ordenamiento	El niño incrementa su capacidad de retención de dígitos en orden progresivo, así como en orden inverso, permitiéndole una mayor velocidad en la ejecución aritmética (Diamond et al., 2002).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
8 años	Red parietal y prefrontal	Entre los 8 y 12 años, la cantidad de actividad neuronal es menor (Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003).
	Valor numérico	Aprenden, gradualmente, que los números en la secuencia de conteo tienen cantidades más grandes que los números anteriores y conllevan magnitudes, por ejemplo, 8 es más grande que 5 ó 6 y más pequeño que 9 (Griffin, Case, & Siegler, 1994).
	Rotación mental	Se perfecciona la capacidad de girar cifras en 2D ó 3D, de forma rápida y precisa en la imaginación (Linn & Petersen, 1985) ayudando en la resolución de problemas geométricos (Maeda & Yoon, 2013).
9 años	Mapeo numérico	El mapeo numérico se vuelve lineal por la escolarización matemática (Siegler & Opfer, 2003).
	Control inhibitorio	Entre los 9 y 10 años, los mecanismos de control inhibitorio alcanzan su máximo desempeño en las respuestas de procesamiento automatizadas (León-Carrión, García-Orza, & Pérez-Santamaría, 2004).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
9 años	Noción del tiempo	Comienza a tener una consciencia de temporalidad (Matute & Ardila, 2010; Piaget, 1992).
10 años	Memoria de trabajo visual	A esta edad alcanza su mayor esplendor la capacidad para mantener en la memoria de trabajo la identidad de los objetos mientras se realiza una tarea (Flores Lázaro, Ostrosky-Solís, & Lozano, 2008).
11 años	Aprendizaje formal de las matemáticas	Comienzan a elaborar agrupaciones numéricas y operacionales más complejas (Guiot, 2009).
12 años	Series lógicas	Se fusiona el método inductivo y el deductivo, lográndose mayor abstracción numérica (Piaget, 1992).
	Memoria de trabajo visuo espacial secuencial	Alcanza su máximo desempeño a partir de esta edad, ayudando en tareas aritméticas, cálculo mental y geometría (Luciana & Nelson, 2002).
	Flexibilidad cognitiva	Aparece la capacidad del individuo para inhibir una estrategia cognitiva o secuencia de acción y generar una respuesta alternativa, permitiéndole controlar esquemas de acción o pensamiento y generar alternativas para solucionar problemas o mejorar el desempeño cognoscitivo (Anderson, Anderson, Northam, Jacobs, & Catropa, 2001; Cinan, 2006).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
13 años	Secuencias inversas	Se automatiza a esta edad las restas consecutivas, por ejemplo, 40 menos 3. Los sujetos mantienen resultados parciales y operan con esta información (que cambia de manera continua), sin la ayuda de los dedos de las manos, operaciones u otros métodos (Burbaud et al., 2000; Wildgruber, Kischka, Ackermann, Klose, & Grodd, 1999).
	Planeación secuencial	En esta capacidad, el adolescente necesita la selección y secuenciación de esquemas de acción para resolver problemas que requieren movimientos contra intuitivos (que de modo aparente van en sentido “contrario” a la solución) y ordenados de manera secuencial. Los “retrocesos” representan pasos de preparación que sólo se pueden entender dentro de una secuencia de movimientos enfocados en el logro de un objetivo a largo plazo (Van den Heuvel et al., 2003).
14 años	Mapeo numérico	Mayor precisión en habilidades de mapeo, ya sean presentaciones numéricas no simbólicas o simbólicas (Mazzocco et al., 2011).
	Habilidades numéricas no simbólicas	Existe una relación con el aprendizaje de la aritmética simbólica, así como una correlación con el rendimiento escolar de matemáticas desde el preescolar (Halberda et al., 2008).

Continuación

Edad	Hito	Descripción
18 años	Discriminación	Pueden discriminar numerosidades con una proporción de 7:8 (Barth, Kanwisher, & Spelke, 2003; Van Oeffelen & Vos, 1982), son más rápidos para determinar cuál de dos dígitos arábigos es más grande cuando las numerosidades son pequeñas y/o más distantes entre sí (Moyer & Landauer, 1967).
	Tareas de suma no simbólicas	Los adultos de entre 18 y 35 años pueden realizar adiciones en representaciones numéricas no simbólicas, realizándolo de manera efectiva, incluso cuando las modalidades (visual o auditiva) y los formatos (espaciales o temporales) de los conjuntos sumadores difieren (Barth et al., 2003).
23 años	Efectos de distancia	En tareas de estimación de números simbólicos, los adultos son más lentos y más propensos a errores si esos números tienen un valor cercano (65 vs. 71) que si están más separados (65 vs. 91) (Dehaene & Akhavein, 1995; Dehaene et al., 1998, 1990; Holloway & Ansari, 2009; Moyer & Landauer, 1967). Estos efectos de distancia reflejan el rendimiento de comparación de números no simbólicos y sugieren una influencia del número aproximado (escolarización) en la comparación numérica exacta y simbólica (Defever, Sasanguie, Gebuis, & Reynvoet, 2011; Holloway & Ansari, 2009; Pinel, Dehaene, Riviere, & LeBihan, 2001).

2.3. Modelos cognoscitivos de procesamiento matemático.

Por medio de la neuropsicología se ha descrito el procesamiento matemático en el desarrollo normal y patológico (Abad, Bocanegra, Giraldo, & González, 2012). El desarrollo de la noción matemática tiene lugar en procesos cognoscitivos como la percepción, atención y memoria, siendo indispensable que el individuo reciba una enseñanza formal tomando en cuenta experiencias previas y al mismo tiempo, permitiéndole conocer símbolos, sintaxis y semántica propia de cada una de ellas (Guiot, 2009).

En los últimos años, el campo de las matemáticas ha tenido diversas investigaciones importantes sobre el desarrollo infantil y el rendimiento numérico en adultos; tanto el rendimiento numérico normal como sus trastornos adquiridos en la infancia. Cuando existe un desarrollo numérico patológico y no se trata en el momento o adecuadamente, este déficit seguirá presente a lo largo de la vida adulta (Kaufmann & Nuerk, 2005), dichas dificultades pueden presentarse a causas neurobiológicas o neurológicas, originando un trastorno llamado discalculia, el cual se expresan a manera de dificultad temprana en el desarrollo numérico: inversión de números, colocación inadecuada de números en operaciones, problemas de cálculo y geometría (Dehaene et al., 2004; Dowker, 2009; Matute & Orozco, 2011).

Inicialmente las alteraciones del cálculo se consideraban dentro de los trastornos del lenguaje porque tienden a presentarse comórbidos con la afasia. Sin embargo Henschen (1919) concluyó que las alteraciones del cálculo constituían un síntoma, después Berger (1926) estableció la distinción entre la acalculia primaria que denominó anaritmetría, y la acalculia secundaria, siempre estando acompañada de un déficit en la atención, memoria o lenguaje. Posteriormente se dividió la acalculia secundaria en acalculia aléxica y acalculia agráfica, siendo la primera un déficit en la lectura numérica y la segunda en la escritura de números (Hecaen, Angelergues, & Houillier, 1961), ulteriormente se define a la acalculia primaria como una incapacidad de reconocer el valor del número en su apropiada categoría numérica (unidades, decenas, centenas, entre otros) o como un déficit de manipulación numérica justo a la

pérdida del concepto de operaciones aritméticas e incapacidad para establecer el plan correcto para resolver un problema de cálculo (Hécaen & Albert, 1978).

De tal modo la discalculia se considera como un trastorno caracterizado por la alteración específica en las habilidades numéricas: procesamiento numérico, aprendizaje de reglas aritméticas, falta de comprensión en términos o signos matemáticos, incapacidad de reconocer símbolos numéricos, dificultad para alinear adecuadamente números, complejidad en insertar decimales o símbolos durante los cálculos, mala organización espacial en cálculo aritmético e incapacidad de aprender satisfactoriamente (American Psychiatric Association, 2014; OMS, 1992). Estas dificultades impiden a la persona tener un nivel de ejecución cercano a lo normal en matemáticas, incluso teniendo un CI dentro del rango promedio (Matute & Orozco, 2011) e interfieren significativamente con su rendimiento académico y social (American Psychiatric Association, 2014; OMS, 1992).

La Clasificación Internacional de Enfermedades décima revisión (CIE-10) incluye las categorías: “Trastorno específico de las habilidades matemáticas” para aquellos niños que poseen déficits en matemáticas y “Trastorno mixto de las habilidades escolares” cuando además hay problemas en lectura o escritura (OMS, 1992), a pesar de ello en la práctica aparecen frecuentemente asociados a otros retrasos del aprendizaje, como dificultades en la lectura (40-50% de niños con problemas en lectura muestran dificultades en matemáticas) y trastorno por déficit de atención con o sin hiperactividad (Campbell, 2005; Geary, 2010; Miranda-Casas, Meliá de Alba, Marco-Taverner, Roselló, & Mulas, 2006), a pesar de esto aún no están claros los mecanismos que subyacen a la presencia y coexistencia de estos problemas (Geary, 2010). Una característica importante en niños con retardo en el logro o dominio de las matemáticas, es dificultad en coordinar información procedente de diversas modalidades, por ejemplo, táctil y kinestésica o proveniente de diferentes canales sensoriales auditivo o visual (Farnham-Diggory, 1992).

Cerca del 3 al 8% de los alumnos de educación básica presentan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (Gracia-Bafalluy & Escolano-Pérez, 2014), siendo diversas causas, como la enseñanza inapropiada (Hammill, 1990), factores

ambientales, sociales, económicos, políticos, psicológicos (ansiedad o fobia) o del neurodesarrollo (Matute & Orozco, 2011; Mundia, 2012).

Estás dificultades se asocian a retraso académico (Cohen-Kadosh, Dowker, Heine, Kaufmann, & Kucian, 2013), observándose en el 3-8% de los alumnos (Geary et al., 2009; Miranda-Casas et al., 2006) llegando a conceptualizarse como dificultad matemática (Geary, Hamson, & Hoard, 2000), discalculia del desarrollo (Shalev et al., 2001) o dificultad del aprendizaje aritmético (Koontz & Berch, 1996). La discalculia ocurre en aproximadamente 5-6,5% de los niños en edad escolar (Gross-Tsur, Manor, & Shalev, 1996).

Aquellos individuos que presentan alguna complicación en la adquisición de los conceptos matemáticos exhibirán en la edad adulta ciertas desventajas a nivel académico y ocupacional, limitando su desarrollo profesional (Kaufmann et al., 2009; Michelle, Mazzocco, & Thompson, 2005), afectando su futuro acceso al mundo laboral (Cohen-Kadosh et al., 2013), al igual que a la sociedad en general y al desarrollo económico de un país (Butterworth, Varma, & Laurillard, 2011).

Existen diversos modelos teóricos que abordan las dificultades matemáticas, tal es el caso de los modelos cognoscitivos que se centran en diferencias individuales, provenientes de la Neuropsicología de corte Cognoscitivo (Mussolin et al., 2010; Rousselle & Noël, 2007). En la Neuropsicología Cognoscitivista se establece la distinción entre alteraciones de comprensión, recuperación o producción de números y por otro lado, dificultades del cálculo y sus propiedades (Cohen, Dehaene, & Verstichel, 1994; Dehaene & Cohen, 1995, 1997; Macaruso, Harley, & McCloskey, 1992; McCarthy & Warrington, 1990; McCloskey et al., 1985; Nieder, 2005). Warrington (1982) fue el primero en intentar abordar las alteraciones del cálculo desde la perspectiva neuropsicológica. A continuación, se describirán los modelos más característicos que explican las dificultades matemáticas en población neuropsicológica y, por ende, puede generar hipótesis con respecto al procesamiento adecuado de la información matemática.

2.3.1. Modelo de Procesamiento del Número de McCloskey, Caramazza y Basili.

McCloskey, Caramazza y Basili (McCloskey et al., 1985) proponen un modelo cognoscitivo de funcionamiento normal para explicar errores producidos por pacientes con acalculia. Basándose en el modelo de Macaruso, Harley & McCloskey (Macaruso et al., 1992), desarrollando una metodología de estudio en personas con alteraciones matemáticas, pudiéndose estudiar discalculias y procesos de adquisición de la matemática básica (C. M. Temple, 1992).

El modelo es modular y sus subcomponentes pueden ser alterados selectivamente como consecuencia de una lesión cerebral. El modelo es no serial, dicho de otra manera, la adquisición de un subcomponente no sólo es dissociable del resto, además no constituye un prerrequisito para las adquisiciones de los demás subcomponentes (Figura 4).

En el modelo se distinguen dos sistemas: El sistema de procesamiento del número y el sistema del cálculo. El primer sistema está dividido en dos subsistemas: el subsistema de comprensión y el subsistema de producción; en ambos se admiten diferenciaciones entre el procesamiento del código arábigo en su dimensión léxica (dígito) y sintáctica (ubicación del dígito en la cadena de la cifra), así como el procesamiento del código verbal en su modalidad oral (fonológica) y escrita (ortográfica) con un sistema sintáctico común. El segundo sistema igual está dividido en dos subsistemas: subsistema para cálculo mental y subsistema para cálculo escrito: ambos incluyen la facultad de comprender signos matemáticos, acceso a datos aritméticos básicos (tablas y números) y dominio de algoritmos para operaciones básicas (mecanismos usados en cualquier operación). El modelo incluye un subsistema de cálculo con tres componentes de memoria a largo plazo; un componente para procesamiento de palabras o de símbolos que representan cada operación, un componente para hechos aritméticos y un componente para procedimientos de cálculo (McCloskey, 1992).

La capacidad de comprender y producir números puede diferenciarse de calcular (Cohn, 1961; Grewel, 1952, 1969; Hecaen et al., 1961; Henschen, 1919). El sistema de procesamiento numérico contiene mecanismos para comprender y producir

números, mientras que el sistema de cálculo consiste en hechos y procedimientos requeridos específicamente para realizar cálculos (McCloskey, 1992; McCloskey et al., 1985).

Dicho modelo permite interpretar la mayoría de los déficits de procesamiento de los números. Por añadidura, explica la transcodificación y sus alteraciones; la transcodificación hace referencia a la transformación de un formato numérico en otro formato: leer en voz alta números arábigos o escribir números arábigos al dictado. La transcodificación se hace a través de la representación semántica (McCloskey et al., 1985). Sin embargo, se ha considerado postular una ruta asemántica para la transcodificación (Cipolotti & Butterworth, 1995; Dehaene, 1992; Delôche & Seron, 1982) teniendo en cuenta que el modelo sería preciso para observar una doble disociación: (a) en pacientes que, a pesar de un déficit del procesamiento semántico numérico pueden transcodificar, y (b) en pacientes que pueden utilizar la ruta semántica pero no transcodifican por una ruta asemántica (Noël, 2001). Cuando la ruta semántica está intacta, puede utilizarse para transcodificar cualquier número, por lo que no se puede esperar encontrar este segundo caso, y tampoco se ha encontrado hasta la fecha ningún paciente que presente la primera disociación (Benedet, 2002).

La dificultad que presenta el modelo es el escaso desarrollo del sistema de comprensión a causa de que el significado es sólo abstracto/cuantitativo y la forma de explorar esta instancia se reduce a la comparación de magnitudes entre numerales (Jacubovich, 2006), al igual que la necesidad de incluir un componente para el conocimiento conceptual acerca de la aritmética (Hittmair-Delazer, Sailer, & Benke, 1995), por tanto se ha propuesto que la organización sería idiosincrásica (Noël, 2001).

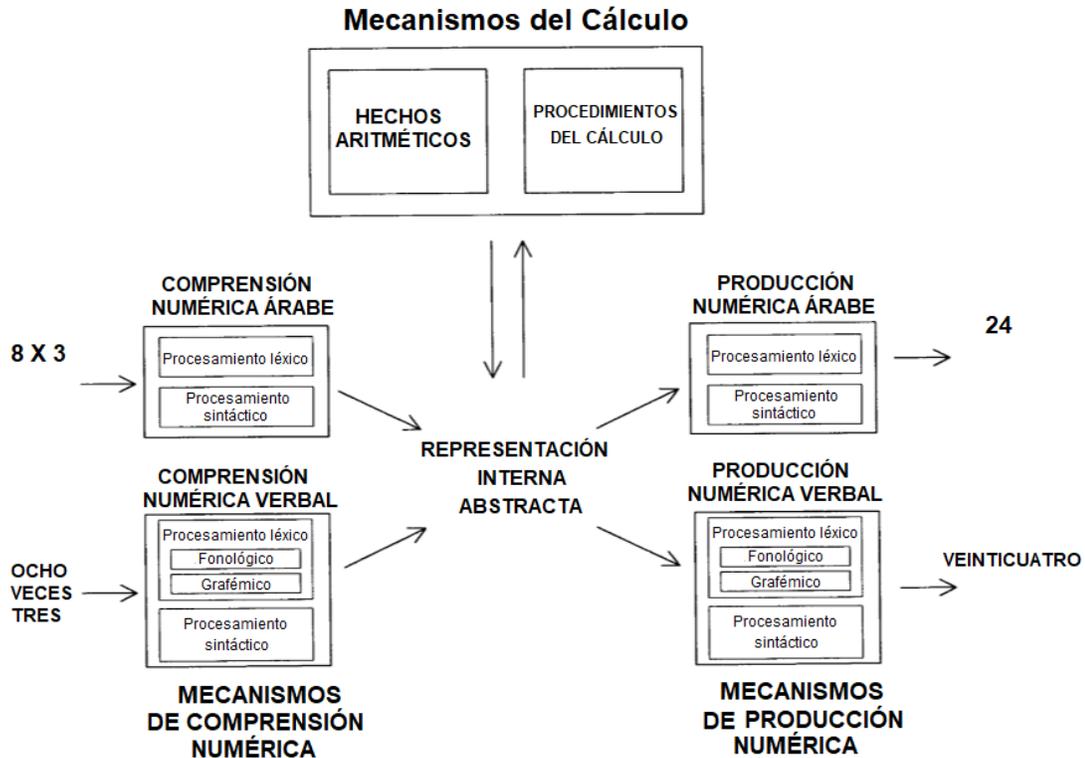


Figura 4. Modelo del procesamiento del número de McCloskey, Caramazza y Basili (1985). Adaptado de *Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia*, (p. 113) por M. McCloskey, Cognition. Derechos reservados (1992).

2.3.2. Modelo de lectura de números de Cohen, Dehaene y Verstichel.

El modelo propuesto por Cohen, Dehaene y Verstichel (Cohen et al., 1994) sitúa el conocimiento numérico no cuantitativo o léxico dentro del sistema semántico junto con la representación de la cantidad (Figura 5). En este sistema se encuentran “los archivos o registros semánticos que pueden especificar no sólo la magnitud aproximada del número, sino los referentes numéricos en bastantes dominios: fechas, edades, pesos, marcas, entre otros. Por otro lado, los numerales sólo poseerían una representación semántica genérica en términos de cantidades aproximadas”. En consecuencia, los significados de los números (cuantitativos y no cuantitativos) estarían localizados en un mismo sistema semántico.

Al igual que en el modelo del procesamiento de la lectura (Ellis & Young, 1988), se postula que la lectura del número arábigo involucra tres vías principales de

procesamiento: ruta de superficie no léxica, ruta semántica "profunda" y ruta léxico-semántica (Cohen et al., 1994).

En el modelo existen dos desviaciones importantes: La ruta no léxica y la ruta de lectura del número de superficie de comprensión numérica. La primera explica el hecho de que entendemos la cantidad representada por cualquier número arábigo (sea familiar o no), la preservación de esta ruta puede explicar el desempeño satisfactorio de comparación mayor-menor o al apuntar en una escala numérica, (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 1991). La segunda ruta hace referencia al funcionamiento de lectura de palabras, dicho de otro modo, se basa exclusivamente en regularidades grafofonémicas y no hace uso de información léxica. No obstante, en la lectura de números cada dígito no se traduce en uno o varios fonemas, sino en una o varias palabras numéricas. Pese a que la ruta de la superficie se representa como una sola flecha, en realidad, corresponde a un proceso de complejo acceso y composición léxica según reglas de sintaxis numérica (Dehaene & Cohen, 1991). Mas, no está claro el tipo de relación establecido entre la representación de la magnitud y el conocimiento enciclopédico como partes de un mismo sistema semántico, ya que ambos tipos de conocimiento son interdependientes o funcionalmente independientes y susceptibles de dañarse selectivamente (Seron & Noël, 1995) debido a lo cual se propone que las habilidades del cálculo son independientes de la recodificación numérica, así como del conocimiento numérico de tipo léxico (Salguero, Lorca, & Alameda, 2003).

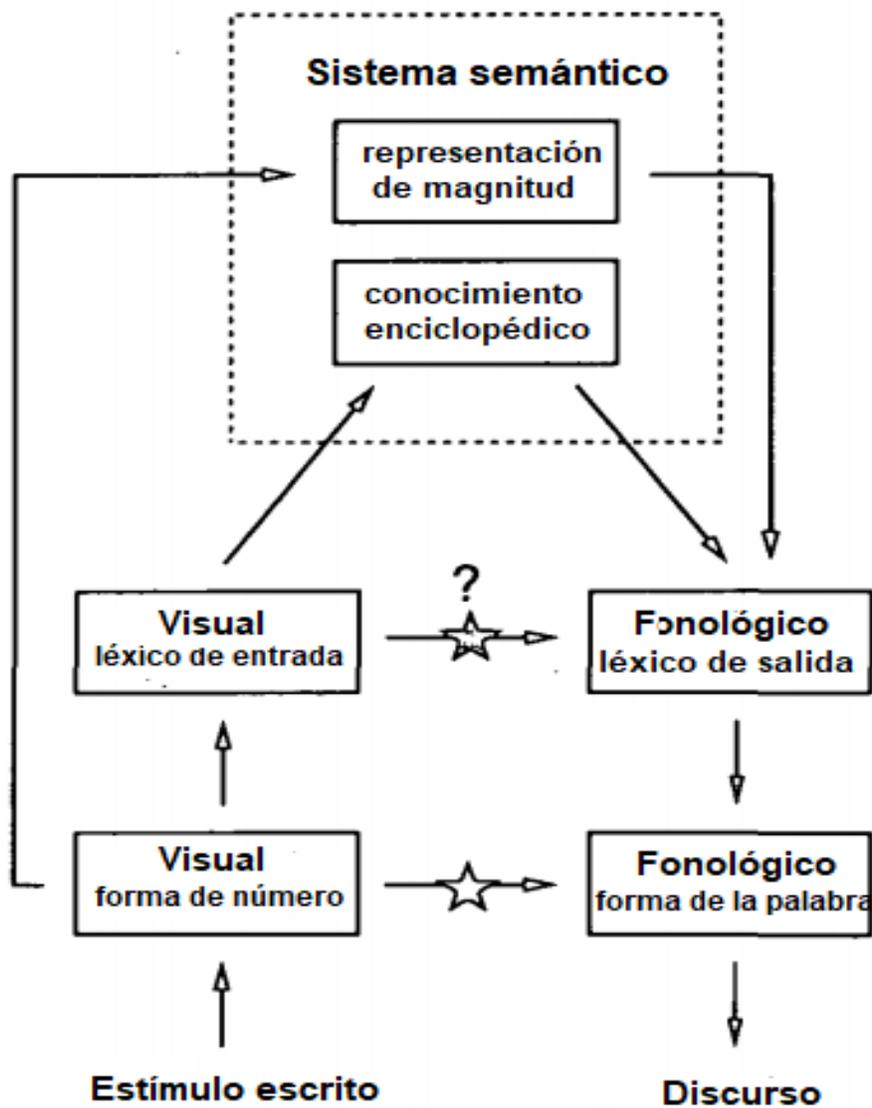


Figura 5. Modelo de la lectura de los números. Este modelo combina una ruta de superficie no léxica, una ruta semántica "profunda" y una ruta léxico-semántica. Asimismo, postula una vía semántica no léxica que permite el acceso a la magnitud asociada con cualquier número formado. Adaptado de *Number words and number non-words A case of deep dyslexia extending to arabic numerals*, (p. 276) por L. Cohen, S. Dehaene, P. Verstichel, *Brain*. Derechos reservados (1994).

2.3.3. Modelo de triple código de Dehaene y Cohen.

Dehaene y Cohen (Dehaene & Cohen, 1995) proponen el modelo de triple código o también llamado “modelo neuro-funcional”, puesto que tiene sustratos neuroanatómicos y cognoscitivos (Figura 6). Muestran propuestas similares al modelo de la lectura de números (Cohen et al., 1994; Dehaene & Cohen, 1997). Postulan tres hipótesis: (1) la representación mental numérica, (2) las dos vías asemánticas (forma visual arábica y estructura verbal de la palabra) y (3) una vía semántica (representación análoga de la magnitud):

1. Existencia de los tres formatos de manipulación mental: (I) en la representación analógica de la magnitud está incorporado el significado del número (cuantitativo y léxico): en este ámbito la cantidad o magnitud asociada con un número se recupera, a partir de ahí, puede ponerse en relación con otras cantidades. Involucra áreas parietales inferiores tanto derecha e izquierda, siendo activadas en tareas de procesamiento cuantitativo dependiendo de la magnitud y la distancia numérica; (II) la representación de números en formato verbal, o sea, son números representados como conjuntos de palabras: activando áreas perisilvianas del hemisferio izquierdo; (II) y la representación de números en formato arábigo: el número se plasma como cadenas de dígitos, teniendo una representación de carácter visuo espacial, activando sectores occipito-temporales inferiores de ambos hemisferios cerebrales.

2. Procedimientos diferentes de transcodificación: las transcodificaciones son asemánticas (rutas múltiples), apoyándose en estudios con pacientes con alteración de lectura en voz alta de números arábigos, pero teniendo conservación de representaciones semánticas subyacentes.

3. Procesamientos como recorridos específicos entre códigos fijos de entrada y salida, que a su vez están compuestos de cuatro elementos: (I) comparación de magnitudes: se realizan relevos entre números codificados como cantidades en una línea de números; (II) multiplicación y sumas sencillas (tablas de multiplicar), usando la asociación y memoria verbal entre números; (III) sustracción: se utiliza la representación de la cantidad; (IV) operaciones multidígito: se realizan operaciones

mentales usando el código arábigo visual y la representación visual de dígitos alineados.

El modelo permite explicar cómo el individuo manipula internamente las cantidades en la representación analógica de la magnitud, junto con la información de carácter enciclopédico o autobiográfico y de datos no cuantitativos, siendo la representación analógica la responsable de comparar magnitudes, así como la ejecución de operaciones de cálculo que requieren una elaboración semántica como la resta. En contraste, la recuperación de datos aritméticos procedentes de tablas, como es el caso de la multiplicación y suma, dependen directamente de la representación verbal de la palabra y en consecuencia se puede acceder a estos datos sin mediación semántica.

La representación analógica de la cantidad es responsable de dos actividades: manipulación interna de cantidades y conocimiento numérico léxico no cuantitativo. La primera está encargada de dos tipos de tareas: comprensión numérica que requiere acceder a la cantidad que representa un número y ponerla en relación con otras cantidades (tareas de comparación, proximidad, estimación y bisección); y operaciones aritméticas que requieren elaboración semántica (restas). La segunda es el conocimiento numérico de carácter enciclopédico y autobiográfico (Dehaene & Cohen, 1995, 1997).

El modelo predice una relación de dependencia funcional entre los dos tipos de tareas del primer grupo, por tanto, dependen de la manipulación interna de cantidades (como un mismo proceso). No obstante, las relaciones entre el conocimiento numérico léxico y la manipulación interna de cantidades no están claras en estas propuestas teóricas (Salguero-Alcañiz & Alameda-Bailén, 2010).

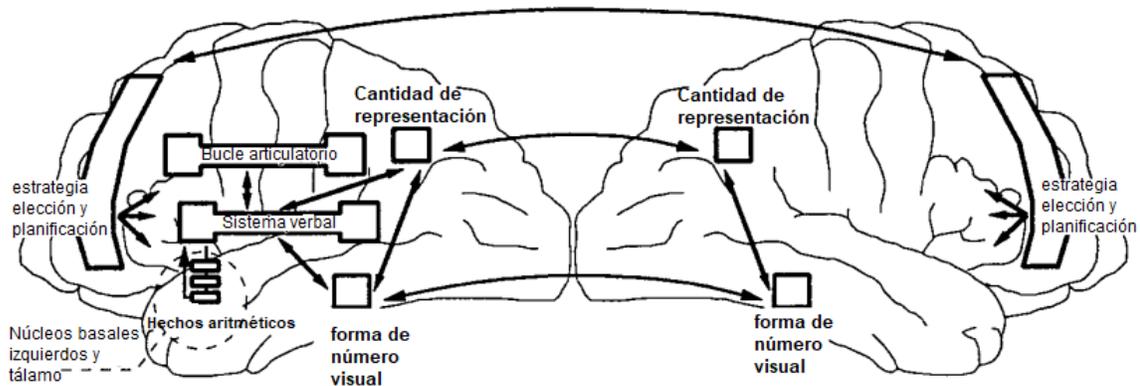


Figura 6. Representación esquemática, anatómica y funcional del modelo de código triple. Adaptado de *Towards an anatomical and functional model of number processing*, (p. 88) por S. Dehaene, L. Cohen, *Mathematical Cognition*. Derechos reservados (1995).

2.3.4. Modelo de Nieder.

El concepto del número abarca diferentes aspectos de la cognición numérica. Un ejemplo particular de estas asignaciones es la siguiente frase: "A pesar de un recorrido de setenta y ocho yardas por el número treinta y cuatro, los Bears perdieron por dos touchdowns y cayeron al sexto lugar" (Fuson & Hall, 1983). Esta frase muestra la clasificación del número en tres categorías: cardinal, ordinal y nominal (Wiese, 2003b). Y son mediadas por el contexto (Nieder, 2005).

El número cardinal (cardinalidad o numerosidad) es la asignación numérica cuantitativa y responde a las preguntas ¿Cuántos? y ¿Cuánto? se refiere a tamaños de conjuntos discretos (dos touchdowns) y medidas continuas (setenta y ocho yardas). El número ordinal (ordinalidad) se aplica al rango de un elemento individual en una secuencia (sexto lugar) y responde a la pregunta ¿Cuál? (Nieder, 2005). Entre tanto el número nominal (nominalidad) identifica objetos dentro de un conjunto usando números como nombres propios (número treinta y cuatro), éstas asignaciones son atípicas e incluso "no numéricas" (Fuson & Hall, 1983). Dichas clasificaciones son exclusivamente verbales y se encuentran únicamente en humanos lingüísticos (Nieder, 2005) (Figura 7).

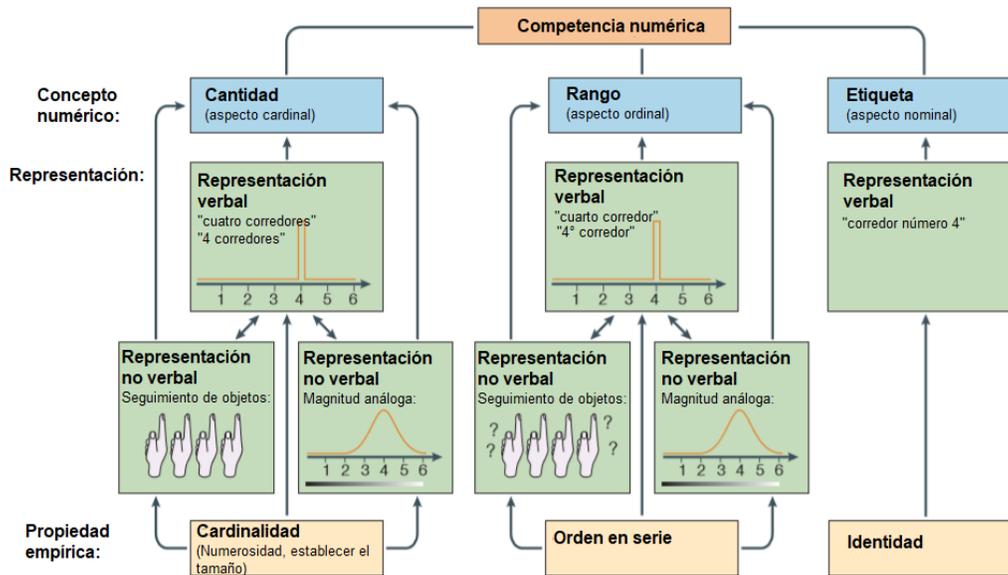


Figura 7. Modelo esquemático de cómo se representan las propiedades de los objetos de forma verbal y no verbal de acuerdo con los tres conceptos numéricos: cardinalidad, ordinalidad y nominalidad. Adaptado de *Counting on neurons: the neurobiology of numerical competence*, (p. 2) por A. Nieder, Nature Reviews Neuroscience. Derechos reservados (2005).

La cantidad numérica se refiere a la cardinalidad de los objetos (tamaño de un conjunto) y se representa de forma no verbal mediante la magnitud analógica o mecanismos de seguimiento de objetos (McCrink & Wynn, 2004; Xu & Spelke, 2000), entretanto el rango numérico se refiere al orden en serie representado por mecanismos de magnitud analógica en un nivel no verbal y, por último las etiquetas numéricas se refieren a la identidad de objetos, las cuales, son exclusivamente representadas mediante el lenguaje. Únicamente los humanos tienen la capacidad cognoscitiva para desarrollar un concepto numérico sistemático completo, puesto que gracias al lenguaje se pueden realizar representaciones verbales, vinculando números con objetos o eventos o personas (Wiese, 2003a).

La competencia numérica se encuentra en animales, bebés y adultos humanos, así pues no es dependiente del idioma para operar, aunque sin un lenguaje estará limitada a un modo aproximado (Dehaene & Changeux, 1993; Nieder, 2005), por eso las representaciones numéricas no verbales pueden comprometer una amplia red cortical, la corteza prefrontal y el surco intraparietal (Dehaene & Cohen, 1995; Dehaene & Mehler, 1992), experimentando una transformación cualitativa y

cuantitativa fundamental tan pronto como los niños aprenden a relacionarlas con el lenguaje (Hauser, Chomsky, & Fitch, 2002). Con base en la adquisición de herramientas numéricas (Wiese, 2003b) la competencia numérica verbal otorga facultades matemáticas y lógicas superiores al ser humano (Frege, 1884; Houde & Tzourio-Mazoyer, 2003).

Actualmente, se ha asumido ampliamente que dos sistemas no verbales se usan para evaluar la numerosidad (Feigenson et al., 2004; Hauser & Spelke, 2004): Sistema Numérico Aproximado (ANS) (Halberda et al., 2008) y el Sistema Numérico Exacto (ENS).

El primer sistema, Sistema Numérico Aproximado (ANS) también llamado sistema de magnitud analógica o *number sense* (Dehaene, 1997) trata la cardinalidad (número discreto de objetos) como análoga a las magnitudes continuas (Meck & Church, 1983), permitiendo a un animal o humano estimar tamaños de conjuntos. No tiene un límite superior del número de elementos que puede codificar, empero se vuelve sistemáticamente menos preciso con la cardinalidad creciente (Nieder, 2005), obedeciendo a la Ley de Weber (Nieder & Miller, 2003, 2004). Dentro de las representaciones de magnitud analógica se observan dos efectos específicos: efecto distancia numérica (la discriminación entre dos cardinalidades mejora al aumentar distancia numérica entre ellos) y efecto de magnitud numérica (la discriminación de dos numerosidades de una distancia numérica dada se vuelve más difícil a medida que los valores absolutos de los dos conjuntos aumentan) (Brannon & Terrace, 2000; Mechner, 1958; Nieder & Miller, 2003; Van Oeffelen & Vos, 1982).

La agudeza del ANS aumenta con la edad (Piazza & Izard, 2009) y alcanza una agudeza máxima durante la adultez temprana (Piazza et al., 2010), siendo su desarrollo impulsado principalmente por un proceso de maduración y no está delimitado por la cultura y/o nivel de educación matemática del individuo (Castronovo & Göbel, 2012), por lo que es crucial en la adquisición de habilidades numéricas y aritméticas subsiguientes (Dehaene, 1997; Gilmore et al., 2010; Verguts. & Fias, 2004).

El segundo sistema el Sistema Numérico Exacto (ENS) o “no verbal”, es un sistema de seguimiento de objetos (subitización) (Kaufman et al., 1949) que produce

representaciones relativamente discretas. Este sistema tiene una representación numérica semántica con mayor precisión para procesar números simbólicos (Buckley & Gillman, 1974) y realizar un seguimiento de un pequeño número de elementos: originalmente establecido en 6 (Kaufman et al., 1949), después restringido a 3 ó 4 elementos (Mandler & Shebo, 1982) y posteriormente asignándoles 'marcadores' (uso de dedos, punteros, símbolos, tokens o archivos) a elementos individuales (Kahneman, Treisman, & Gibbs, 1992). Basado en un número limitado de marcadores, este sistema sólo puede representar un número limitado de elementos y falla para números más grandes. De manera importante, los mecanismos de seguimiento de objetos pueden representar cardinalidad, sólo implícitamente mediante marcadores (Feigenson & Carey, 2003). Se ha encontrado que el ENS se desarrolla gradualmente en la escolarización de los niños; cuando van en primer año de primaria aún no se puede encontrar un efecto de congruencia de tamaño, comienza a estar presente en tercer grado y es significativamente robusta en quinto grado (Girelli, Lucangeli, & Butterworth, 2000; Rubinsten, Henik, Berger, & Shahar-Shalev, 2002).

La adquisición del sistema numérico simbólico y la aritmética, se asocian con mejores capacidades de mapeo entre las representaciones numéricas simbólicas y sus magnitudes correspondientes (Barth, Starr, & Sullivan, 2009; Lipton & Spelke, 2003; Mundy & Gilmore, 2009), acompañándose de un refinamiento en el ENS (Dehaene, 2009). El ENS es susceptible a la educación e influencia cultural, está significativamente relacionado con el logro de matemático: cuanto mayor es el rendimiento en matemáticas, más fuertes son las capacidades de mapeo y mejor anclado es el ENS (Ansari, 2008; Cohen Kadosh et al., 2007; Crollen et al., 2011; Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003).

En un punto del desarrollo (a partir del segundo grado de primaria) hay una relación simultánea de la representación numérica aproximada que es inmadura (la ANS) y un desarrollo tardío más maduro y preciso en la representación numérica lineal (el ENS) (Ansari, García, Lucas, Hamon, & Dhital, 2005; Cantlon et al., 2006). En contraste, en los adultos el ANS y el ENS son dos sistemas vinculados pero separados, dado que el ANS es para representaciones no simbólicas y el ENS para

representaciones simbólicas, conjuntamente la relación entre el logro matemático (el ENS) aumenta con el paso del tiempo y el efecto de distancia simbólica (el ANS) disminuye con la edad (Holloway & Ansari, 2009). No obstante, no excluye que pueda haber un período durante el desarrollo numérico en el que el ENS depende en gran medida del ANS (óptimamente desarrollado) (Castronovo & Göbel, 2012).

La educación y la adquisición del conocimiento de los números simbólicos desempeñan un papel crucial en el desarrollo del ANS y el surgimiento del ENS (Ashcraft & Moore, 2012; Siegler & Booth, 2004).

Los aportes actuales de la Neuropsicología Cognoscitiva con ayuda de imágenes funcionales, pruebas neuropsicológicas y casos clínicos de pacientes con procesamiento matemático deficitario, permiten corroborar los modelos propuestos y abrir nuevas interrogantes para profundizar en el conocimiento de esta área (Jacubovich, 2006). A pesar de esto el Modelo de procesamiento del número (McCloskey et al., 1985) y el Modelo del triple código (Dehaene & Cohen, 1995), son los que tienen mayor popularidad en la actualidad aunque algunos componentes requieren mejor especificación y otros plantean cuestiones que aún no han sido resueltas (Noël, 2001).

2.4. Bases biológicas del procesamiento matemático.

Múltiples estructuras cerebrales están encargadas de la cognición numérica, evidencia convergente de estudios en lactantes (Feigenson et al., 2004; Xu & Carey, 1996; Xu & Spelke, 2000), niños en edad preescolar (Cantlon et al., 2006), adultos (Ansari, 2008; Rosenberg-Lee, Chang, Young, Wu, & Menon, 2011), personas con discalculia (Ardila & Roselli, 2002; Dehaene & Cohen, 1991) y primates no humanos (Cantlon & Brannon, 2006; Nieder, Freedman, & Miller, 2002; Nieder & Miller, 2004). A continuación, se hace referencia de estructuras cerebrales que participan en el procesamiento matemático.

2.4.1. Lóbulo parietal.

El lóbulo parietal es la región con mayor relevancia en el procesamiento numérico. En este se han identificado dos regiones importantes y fundamentales

durante la realización de tareas numéricas y su grado de complejidad: el segmento horizontal del surco intraparietal (SHSIP) y el giro angular (Ardila & Roselli, 2002).

Ontogenéticamente existe un patrón madurativo de inicio frontal y progresivamente se especializa en estructuras parietales fundamentales en la adquisición del procesamiento numérico y durante la automatización de relaciones entre los símbolos numéricos y magnitudes representadas (Ansari et al., 2005). Durante el neurodesarrollo el cálculo presenta una progresiva especialización parietal, acompañada de una menor dependencia de recursos mnésicos y atencionales (Rivera, Reiss, Eckert, & Menon, 2005).

La aritmética aproximada se basa principalmente de representaciones cuantitativas implementadas por redes visuo espaciales del lóbulo parietal izquierdo y derecho, dichas representaciones están relacionadas con habilidades numéricas preverbales que se han establecido independientemente en diversas especies de animales y en bebés humanos (Dehaene, Spelke, Stanescu, Pinel, & Tsivkin, 1999).

El sistema parietal posterior superior está implicado en procesos atencionales necesarios para la resolución del cálculo de manera específica, activándose durante tareas de comparación numérica (Pinel et al., 2001), de cálculo aproximado (Dehaene et al., 1999), durante la realización de restas (Lee, 2000) y en tareas de contabilización (Piazza et al., 2002). Sin embargo, este sistema es multimodal y en consecuencia desempeña un papel importante en tareas visuo espaciales (Kaufman et al., 2008) y de memoria de trabajo espacial (Yeh, Kuo, & Liu, 2007).

2.4.1.1. Surco intraparietal.

El surco intraparietal (SIP) es la región con mayor participación en el procesamiento matemático debido que es sensible a manipulaciones de distancia numérica, tanto en niños como en adultos (Cohen Kadosh et al., 2007; Kaufman et al., 2008; Mussolin et al., 2010; Price, Holloway, Räsänen, Vesterinen, & Ansari, 2007). Se considera al SIP como el equivalente biológico del sentido numérico (Dehaene et al., 2003) siendo el origen ontogénico y filogenético del procesamiento numérico no simbólico, sirviendo como base de la construcción simbólica del número y las

matemáticas formales (Cantlon et al., 2006). El ENS tiene una ubicación en el SIP (Dehaene, 2009; Piazza & Izard, 2009; Siegler & Opfer, 2003; Verguts. & Fias, 2004).

Se ha demostrado una activación del SIP en tareas de comparación no simbólica (Price et al., 2007), tareas de comparación de números simbólicos (Mussolin et al., 2010) y de ordenamiento numérico (Kucian, Loenneker, Martin, & Von Aster, 2011). En niños con discalculia también una activación menos de SIP sugiriendo mecanismos compensatorios (Kaufmann et al., 2009).

El SIP se ha relacionado con el procesamiento espacial y se ha planteado la existencia de una red neural común para el procesamiento numérico y espacial situada en dicho surco, en específico en las regiones laterales y ventrales, por tanto son claves en el procesamiento numérico y en el cálculo aritmético (Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2005).

El cálculo aproximado produce una activación bilateral del SIP, vinculándose con la estimación de magnitudes (Stanescu-Cosson et al., 2000), se ha confirmado gracias a estudios con tareas de multiplicación (Gruber, Indefrey, Steinmetz, & Kleinschmidt, 2001) y adición simple (Göbel, Rushworth, & Walsh, 2006). Las sumas de cantidades mayores requieren otras estrategias para su resolución e implican una representación abstracta de las cantidades (Dehaene & Cohen, 1995), por eso necesitan otras regiones de los lóbulos parietal y frontal. En tanto la realización de multiplicaciones no entrenadas respecto a entrenadas implica mayor activación del SIP izquierdo (relacionada con un procedimiento más cuantitativo y menos automatizado) y del giro frontal inferior (atribuible al uso de memoria de trabajo y planificación de la tarea) (Delazer et al., 2003).

2.4.1.1.1. Segmento horizontal del surco intraparietal

El SIP y, en concreto, el SHSIP sustenta las representaciones internas de las cantidades y la relación existente entre éstas (Serra-Grabulosa, Adán, Pérez-Pàmies, Lachica, & Membrives, 2010). De la misma forma se activa en tareas que implican al procesamiento numérico frente a otro tipo de estímulos como colores, letras (Egel, Sterzer, Russ, Giraud, & Kleinschmidt, 2003) u objetos en escalas no numéricas

(orientación de dos estímulos visuales) (Thioux, Pesenti, De Volder, & Seron, 2002). De la misma forma se activa cuando se comparan magnitudes de dos números al ser leídos o cuando los participantes estiman un resultado aproximado respecto cuando realizan un cálculo exacto (Dehaene et al., 1999).

El SHSIP es una región clave en la percepción de la numerosidad, debido que procesa información numérica y participa en la representación y procesamiento de series ordinales no numéricas, como la comparación entre letras según la posición que ocupan en el alfabeto (Fias, Lammertyn, Caessens, & Orban, 2007).

El SHSIP se activa en tareas donde se compara un grupo de estímulos simbólicos y no simbólicos (Fias, Lammertyn, Reynvoet, Dupont, & Orban, 2003), esto contribuye a la hipótesis sobre el involucro del SIP y el segmento horizontal en la representación interna de cantidades y del procesamiento abstracto de magnitudes sin diferenciar el formato (simbólico o no simbólico) de los estímulos (Dehaene et al., 1999; Serra-Grabulosa et al., 2010).

El SHSIP es un área especializada en la ejecución de tareas de cálculo porque manipula la complejidad aritmética y la velocidad de presentación de operaciones matemáticas (Menon, Rivera, White, Glover, & Reiss, 2000), activando la región inferior frontal izquierda, área vinculada a la memoria de trabajo y al procesamiento lingüístico (Gruber et al., 2001).

El SHSIP interviene en tareas de procesamiento numérico desde estadios muy tempranos del desarrollo, puesto que se han hallado activaciones en niños de 4 años (Cantlon et al., 2006) realizando tareas de detección automática de cambios de magnitud (Piazza et al., 2004), pero en niños con discalculia existe menor activación en el SIP y otras regiones (giro medio izquierdo y giro frontal derecho) en tareas relacionadas con cálculo aproximado, diferencias que no se observan durante la ejecución de problemas de cálculo exacto (Kucian et al., 2006). Así mismo, mediante la morfometría basada en vóxeles se ha reportado que adolescentes con discalculia tienen menor densidad de sustancia gris en el área del lóbulo parietal izquierdo (Isaacs, Edmonds, Lucas, & Gadian, 2001), dichos hallazgos anatómicos coinciden

con el centro de la estimación de magnitud (Dehaene et al., 1999) que justo es el área de mayor actividad en tareas de cálculo aproximado (Levy, Reis, & Grafman, 1999).

2.4.1.2. Giro angular.

El giro angular, especialmente el izquierdo, muestra una elevada activación en procesos mediados por el lenguaje (lectura o tareas verbales de memoria a corto plazo), desempeña funciones relacionadas en el procesamiento numérico y el cálculo, sobre todo en tareas que requieren un procesamiento verbal (Price, 1998). Dicha área forma parte del sistema lingüístico, contribuyendo al cálculo, dado que la resolución de una multiplicación dependen de componentes verbales (Serra-Grabulosa et al., 2010).

La activación del giro angular es mayor en tareas de cálculo exacto (hechos numéricos) que consisten en operaciones aritméticas sencillas y automatizadas almacenadas en la memoria verbal (Dehaene et al., 1999; Kalamán & Lefevre, 2007), por ejemplo, la realización de multiplicaciones no entrenadas produce mayor activación del giro angular izquierdo, relacionado con la automatización resultante del entrenamiento (Delazer et al., 2003).

El giro angular no sólo se encarga del procesamiento verbal de las cantidades, adicionalmente contribuye a la representación numérica espacial (Göbel, Walsh, & Rushworth, 2001).

2.4.2. Lóbulo Frontal.

El lóbulo frontal tiene un rol importante en el procesamiento aritmético, porque activa la corteza prefrontal, en específico la región lateral y ventral, vinculándose con la memoria de trabajo (mantenimiento provisional de los resultados intermedios), la planificación y ordenación temporal de los componentes de tareas, como comprobación de resultados y corrección de errores (Müller & Knight, 2006).

Durante la ejecución de operaciones aritméticas incorrectas existe mayor activación de la corteza prefrontal lateral izquierda y de los giros frontales medio e inferior, siendo el reflejo de la resolución de la interferencia creada entre el resultado calculado (en este caso el correcto) y el que aparecía en la operación: el incorrecto (Menon, Mackenzie, Rivera, & Reiss, 2002).

Existe participación del área temporal medial y la región prefrontal derecha en el almacenamiento y recuperación de información necesaria para la resolución de tareas de cálculo. El empleo y estimulación constante de dichas áreas permite resolver tareas aritméticas de forma rápida y eficiente (Pesenti et al., 2001).

La activación de la corteza prefrontal durante el desarrollo del procesamiento numérico entre niños y adultos es muy similar (O'Hare, Lu, Houston, Bookheimer, & Sowell, 2008). No obstante, existen diferencias en regiones corticales y el empleo de diferentes estrategias en la resolución de las tareas, tal es el caso de la resolución de tareas aritméticas simples, los adultos tienen mayor bilateralización frontal, mientras que en los niños la actividad prefrontal es menor (Kawashima et al., 2004). Entretanto en la resolución de tareas aritméticas complejas, los niños presentan mayor activación de la corteza prefrontal y menor activación de la corteza parietal izquierda, respecto a los adolescentes (Kawashima et al., 2004), concluyendo que los niños requieren mayor uso de memoria de trabajo y recursos atencionales para llevar a cabo las tareas de aritmética compleja (Rivera et al., 2005).

La corteza prefrontal interviene en la implementación de tareas numéricas con macacos y se ha constatado la existencia de neuronas que responden selectivamente a cambios en la numerosidad de estímulos en la corteza prefrontal y el SIP (Nieder et al., 2002) dichas neuronas constituyen una red funcional única donde se formaría el grado más abstracto de representación de las cantidades (Nieder, Diester, & Tudusciuc, 2006).

Procesar música y resolver problemas de álgebra desencadenan caminos cerebrales similares en la corteza prefrontal y el lóbulo parietal (Schmithorst & Holland, 2004), de igual manera el entrenamiento musical contribuye en la eficiencia de activaciones de áreas encefálicas como el planum temporale y la corteza prefrontal dorsolateral izquierda, consideradas importantes durante tareas de aritmética mental (Desmet et al., 2012).

2.4.3. Ínsula.

La ínsula anterior izquierda tiene una participación en el procesamiento numérico y el cálculo; en vista de que participa en la recuperación de hechos numéricos (Zago et al., 2001). La región frontoinsular izquierda interviene en la velocidad de presentación de los estímulos sin interacción entre la complejidad aritmética y la velocidad de exhibición de las tareas (Menon et al., 2000).

2.4.4. Núcleos basales.

El núcleo caudado colabora en el procesamiento numérico y del cálculo, a causa de que tiene una implicación en tareas de cálculo aritmético complejo (Menon et al., 2000), sobre todo cuando existe un entrenamiento previo para la resolución de problemas aritméticos (Ischebeck, Zamarian, Egger, Schocke, & Delazer, 2007), igualmente está relacionado con la manipulación y mantenimiento de información verbal no numérica (Lewis, Dove, Robbins, Barker, & Owen, 2004).

Existe mayor participación del núcleo caudado cuando los problemas son novedosos (no entrenados) respecto a los entrenados, observándose en pacientes con lesiones del cuerpo estriado habiendo un peor rendimiento en los problemas aritméticos complejos que requieren más de un paso para su resolución (Benke, Delazer, Bartha, & Auer, 2003).

A pesar de estos hallazgos, la implicación del núcleo caudado sigue siendo incierta, desconociéndose la relación específica en las tareas de cálculo, o bien, si su implicación en los circuitos frontosubcorticales intervienen en funciones ejecutivas y de memoria de trabajo que son vitales para resolver problemas aritméticos complejos (Alexander, DeLong, & Strick, 1986).

2.4.5. Corteza occipitotemporal ventral.

La corteza occipitotemporal ventral (COTV) desempeña un papel importante, aunque poco apreciado en el procesamiento de números (Ashkenazi, Black, Abrams, Hoefft, & Menon, 2013). Dentro de la COTV, la circunvolución fusiforme izquierda se activa constantemente en una amplia gama de tareas numéricas (Arsalidou & Taylor,

2011) en consonancia con su papel hipotético en el procesamiento de la estructura ortográfica (Binder, Medler, Westbury, Liebenthal, & Buchanan, 2006).

La COTV derecha tiene mayor participación en tareas donde se comparan números no simbólicos (Price et al., 2007), en tanto la COTV bilateral se activa en la resolución de problemas aritméticos (Ashkenazi, Rosenberg-Lee, Tenison, & Menon, 2012). Los individuos con discalculía, presentan una actividad atípica en el COTV, en el SIP, lóbulo parietal superior y corteza prefrontal durante tareas de comparación de números básicos (Cohen Kadosh et al., 2007).

2.4.6. Corteza cingulada.

La corteza cingulada desempeña un papel relevante en el procesamiento numérico activándose al realizar tareas aritméticas simples (Cowell, Egan, Code, Harasty, & Watson, 2000) o complejas (Kong et al., 2005; Rivera et al., 2005). Actúa como soporte, al estar implicada en funciones atencionales, de memoria de trabajo, toma de decisiones, monitorización y selección de respuestas que son necesarias para llevar a término el cálculo (Allman, Hakeem, Erwin, Nimchinsky, & Hof, 2001). La corteza cingulada anterior bilateral está involucrada en el monitoreo de errores, conflictos en la resolución de problemas aritméticos (Kerns et al., 2004) y actividades numéricas en niños (N. Davis et al., 2009; De Smedt & Boets, 2010).

2.4.7. Corteza Cerebelosa.

La corteza cerebelosa está relacionada con la recuperación de hechos numéricos (Zago et al., 2001) participando en la denominación mediante la confrontación visual (Etard et al., 1999), sugiriendo que la respuesta a operaciones simples implica un mecanismo similar, es decir, en ambos casos existe una sola respuesta válida que se asigna a un problema y corresponde a una única palabra (Serra-Grabulosa et al., 2010).

La corteza cerebelosa se activa durante la ejecución de multiplicaciones simples ya que se considera una red de representación motora digital, misma que se vincula en el aprendizaje de secuencias de movimientos realizados con los dedos (Seitz &

Roland, 1992) y con la manipulación de objetos en tercera dimensión (Binkofski et al., 1999).

Los estudios realizados de cognición numérica hasta la actualidad requieren la participación de una amplia red de estructuras cerebrales, siendo la más relevante el lóbulo parietal en el procesamiento aritmético, distintas zonas de esta región parecen desempeñar diferentes funciones. Concretamente, se ha hallado un aumento de la activación del SIP en tareas de cálculo aproximado respecto a cálculo exacto, lo que parece indicar la importancia de esta región en tareas que requieren una representación interna de las magnitudes.

Capítulo 3. Metodología.

3.1. Planteamiento del problema.

De acuerdo al Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, *INEE*, (2018), el desempeño en Matemáticas no es suficiente para que la población estudiantil alcance en un plazo razonable los niveles de aprendizaje esperados, mientras que la OCDE (2013) estima que son necesarios más de 25 años de educación Matemática para que el aprendizaje de los estudiantes mexicanos alcance el promedio de estudiantes de los países participantes en PISA; esto bajo el supuesto de que los estudiantes de los demás países no avanzaran durante ese tiempo, por lo cual se considera importante diseñar o utilizar nuevas estrategias. Tanto la música como la aritmética no simbólica son alternativas para potencializar las habilidades y el logro matemático. Por lo antes mencionado y utilizando las herramientas que proporciona la neuropsicología cognoscitiva experimental, se plantea la siguiente interrogante: ¿El entrenamiento musical formal tiene un efecto positivo en el desempeño de una tarea de estimación de magnitud (que evalúa aritmética no simbólica)?

3.2. Justificación.

De acuerdo a PISA (2015) los estudiantes mexicanos obtuvieron un promedio de 408 puntos en matemáticas, valor por debajo del promedio de la OCDE que son 490 puntos, situándose en el lugar número 56 de 70 lugares. En México, el 57% de los estudiantes no alcanzan el nivel básico de competencia matemática y sólo el 0.3% de los estudiantes tiene un nivel de excelencia. Existen diferencias de género en el rendimiento en matemáticas, los chicos superan a las chicas por 7 puntos; siendo mayor la diferencia entre estudiantes de alto desempeño (16 puntos). Diversas investigaciones han aportado que la formación musical (con o sin instrumentos) impacta de manera positiva en las habilidades y logro matemático debido a procesos cognoscitivos, estructuras cerebrales y características similares que comparten. No obstante, en la actualidad hay poca información sobre las aportaciones que hace el entrenamiento musical al proceso de aritmética no simbólica (estimación de magnitud), por lo que se pretende aportar conocimiento y nuevas metodologías sobre esta relación.

3.3. Objetivo general.

Analizar sí el entrenamiento musical formal tiene un efecto positivo en el desempeño de una tarea que evalúa estimación de magnitud (aritmética no simbólica), dividida en tres bloques: adición, sustracción y comparación.

3.4. Objetivos específicos.

- Caracterizar la ejecución de dos grupos (grupo 1: con entrenamiento musical formal y grupo 2: sin entrenamiento musical formal) en la tarea de estimación de magnitud, en cada uno de los tres bloques que la conforman (adición, sustracción y comparación).
- Comparar la ejecución (tiempo y precisión de respuesta) de los dos grupos (grupo 1: con entrenamiento musical formal y grupo 2: sin entrenamiento musical formal) en la tarea de estimación de magnitud, en cada uno de los tres bloques que la conforman (adición, sustracción y comparación).
- Determinar sí existe relación entre el tipo de escolaridad (carrera que estudian los participantes) y los resultados obtenidos en la tarea de estimación de magnitud.

3.5. Hipótesis,

3.5.1. Hipótesis experimental.

El grupo con entrenamiento musical presentará un mejor desempeño en la ejecución de la tarea que evalúa la estimación de magnitud (aritmética no simbólica) en términos de tiempo y porcentaje de respuestas correctas.

El sub grupo con entrenamiento musical que tiene nivel de ingeniería presentarán un mejor desempeño en la ejecución de la tarea que evalúa la estimación de magnitud (aritmética no simbólica) en términos de tiempo y porcentaje de respuestas correctas a diferencia de sus pares.

3.5.2. Hipótesis nula.

El grupo con entrenamiento musical no presentará un mejor desempeño en la ejecución de la tarea que evalúa la estimación de magnitud (aritmética no simbólica).

El sub grupo con entrenamiento musical que tiene nivel de ingeniería presentarán un desempeño inferior en la ejecución de la tarea que evalúa la estimación de magnitud (aritmética no simbólica) en términos de tiempo y porcentaje de respuestas correctas en comparación con sus pares.

3.6. Variables.

Variable independiente.

Entrenamiento musical formal (Variable de tipo dicotómica: presencia- ausencia).

Variable dependiente.

Tiempo y precisión de la respuesta de cada ensayo contestado en cada uno de los bloques que conforman la tarea de estimación de magnitud.

3.7. Tipo de estudio.

Cuasiexperimental de corte transversal analítico, dado que este tipo de diseños no tienen equivalencia inicial de grupos debido a falta de muestreo aleatorio, aunque se logra el rigor experimental y metodológico mediante la equivalencia de grupos por pareo de variables de interés (Hernandez Sampieri, Fernandez Collado, & Baptista Lucio, 2014).

3.8. Diseño de investigación.

Diseño de comparación de grupo experimental y grupo control.

3.9. Participantes/Sujetos.

3.9.1. Grupo experimental.

Participantes voluntarios (muestra no probabilística), jóvenes originarios de la Ciudad de México, estudiantes de la Casa de la Música Mexicana.

3.9.1.1 Criterios de inclusión del grupo experimental.

- Hombres y mujeres.
- Mayores de 18 años.

- Con un entrenamiento musical formal mínimo de un año (hayan asistido o asistan actualmente a clases de música y que toquen un instrumento musical).
- Escolaridad mínima de seis años, equivalente a primaria terminada.
- Que hayan obtenido un puntaje mayor de 24 puntos en la prueba del Minimal Cognitive Status Examination (MMSE).
- Que hayan obtenido un puntaje mayor de 40 aciertos (puntuación natural) o 14 puntos (puntuación escalar) en la Sub-escala de Vocabulario de la Escala de Inteligencia para Adultos Revisada de Wechsler (WAIS), versión IV.

3.9.1.2 Criterios de exclusión del grupo experimental.

- Participantes control.
- Con alteraciones sensoriales y/o motoras que impidan la ejecución de las pruebas y la tarea.
- Que presenten antecedentes de enfermedad neurológica o psiquiátrica.
- Que se encuentren bajo tratamiento farmacológico.
- Que hayan obtenido un puntaje menor a 24 puntos en el MMSE.
- Que hayan obtenido un puntaje menor a 40 puntos en la Sub-escala de Vocabulario del WAIS-IV.

3.9.2 Grupo control.

Participantes voluntarios originarios de la Ciudad de México, pareados por sexo, edad y escolaridad con la muestra experimental.

3.9.2.1. Criterios de inclusión del grupo control.

- Hombres y mujeres.
- Mayores de 18 años.
- Que no tengan entrenamiento musical o contacto con escuelas de música (que no hayan asistido o asistan actualmente a clases de música y que no toquen o hayan tocado un instrumento musical).
- Escolaridad mínima de seis años, equivalente a primaria terminada.
- Que hayan obtenido un puntaje mayor de 24 puntos en el MMSE.

- Que hayan obtenido un puntaje mayor de 40 aciertos (puntuación natural) o 14 puntos (puntuación escalar) en en la Sub-escala de Vocabulario del WAIS-IV.

3.9.2.2. Criterios de exclusión del grupo control.

- Participantes experimentales.
- Con alteraciones sensoriales y/o motoras que impidan la ejecución de las pruebas y la tarea.
- Que presenten antecedentes de enfermedad neurológica o psiquiátrica.
- Que se encuentren bajo tratamiento farmacológico.
- Que hayan obtenido un puntaje menor a 24 puntos en el MMSE.
- Que hayan obtenido un puntaje menor a 40 puntos en en la Sub-escala de Vocabulario del WAIS-IV.

3.10. Instrumentos y estímulos.

Mini-mental state examination (MMSE).

Se utilizó el MMSE como criterio de inclusión; es una prueba de tamizaje o screening que mide diferentes áreas cognitivas: orientación temporal y espacial; capacidad de fijación, atención, cálculo, memoria, nominación, repetición, comprensión, lectura, escritura y praxias. Inicialmente cada una de estas áreas se evalúan a través de un ítem (ensayo) con alto grado de dificultad, sí el sujeto no logra responder, se continua la evaluación con una serie de reactivos adicionales por cada área, los cuales se presentan en orden progresivo de dificultad (Folstein, Fetting, Lobo, Niaz, & Capozzoli, 1984; Folstein, Folstein, & McHugh, 1975; Folstein, Folstein, McHugh, & Fanjiang, 2001). La consistencia interna del instrumento oscila entre 0.82-0.84, su fiabilidad interjueces es de 0.83 en pacientes con demencia, 0.95 en pacientes con trastornos neurológicos y 0.84-0.99 en ancianos (Folstein et al., 1975) Se utilizó la versión de Reyes, et al. (2004) estandarizada para población mexicana.

Sub-escala de Vocabulario de la Escala de Inteligencia para Adultos Revisada de Wechsler.

Se utilizó la Sub-escala de Vocabulario como criterio de inclusión; esta es una Sub-escala de la prueba de inteligencia para adultos WAIS-IV y determina la integridad de la habilidad mental general del individuo al nivel de su escolaridad, consta de 30 palabras y el puntaje máximo es de 57 aciertos. Las medidas generales de inteligencia verbal y no verbal se correlacionan altamente con esta escala y su tiempo de aplicación es de entre 15 a 20 minutos (Wechsler & Psychological Corporation, 1981). Los análisis de confiabilidad evidenciaron un coeficiente de 0.95 para el método de división por mitades, y de 0,93 para el Alfa de Cronbach. Esta prueba está estandarizada en población mexicana.

Tarea de aritmética no simbólica (Non-symbolic arithmetic tasks).

La tarea experimental está basada en el procedimiento de Barth, et al. (2006). Es una tarea de modalidad visual y de aplicación automatizada por computadora con una duración de 35 minutos. Los ensayos están constituidos por arreglos de puntos azules (Código RGB: R: 0 G: 158 B: 203) sobre un fondo gris (Código RGB: R: 255 G: 255 B: 255), distribuidos de forma pseudoaleatoria de modo que los puntos no se tocan ni superponen. El tamaño del punto fue constante en todos los ensayos (0.4 cm de diámetro). Las numerosidades que presentaba cada arreglo de puntos (arreglos base para la operación) variaron de 9 a 72 puntos. Todas las imágenes tenían una dimensión de 1000x600 píxeles. La tarea se dividió en 3 bloques de 56 ensayos cada uno: adición, sustracción y comparación. Dentro de cada bloque los 56 ensayos a su vez se dividieron en cuatro rangos intercuartílicos: fácil, moderadamente fácil, moderadamente difícil y difícil: de acuerdo a esto el arreglo de prueba (donde contestaban) tenía una numerosidad de ± 10 si correspondía al rango fácil o moderadamente fácil, mientras que para el rango moderadamente difícil y difícil correspondía a una numerosidad de ± 20 . Cada arreglo se presentaba durante 500 ms, precedidos de un punto de fijación de color negro en la parte central de la pantalla (500 ms de duración) y proporcionando 2000 ms para responder. Es importante mencionar que, en los bloques de adición y sustracción, después de la palabra Test,

aparecía una pantalla en blanco por 500 ms para evitar la fijación de imagen y así retroalimentar al participante que seguía un nuevo ensayo.

3.11. Procedimiento.

Se llevó a cabo un estudio piloto con 9 participantes sanos para garantizar la efectividad de los parámetros experimentales: características físicas y semánticas de los estímulos, tiempo de exposición de los estímulos y el registro de las respuestas. De igual forma se analizaron las respuestas conductuales con el fin de revisar el desempeño de los participantes en las tareas de estimación de magnitud (aritmética no simbólica).

Se evaluaron a 30 participantes (con entrenamiento musical) y 30 sujetos control (sin entrenamiento musical) pareados por sexo, edad y escolaridad en el Laboratorio de Neurociencias Cognoscitivas de la Universidad Michael Faraday.

Todos los participantes fueron evaluados en una sesión con una duración aproximada de 60 minutos con la finalidad de determinar si el participante era candidato para participar en el estudio. Esta sesión se realizó en el Laboratorio de Neurociencias Cognoscitivas de la Universidad Michael Faraday, en ella solamente estuvieron presentes el participante y la psicóloga. Se aplicó el MMSE (Reyes et al., 2004) y la Sub-escala de Vocabulario del WAIS-IV (Wechsler & Psychological Corporation, 1981). El participante se incluyó en el estudio sólo si cubría todos los criterios de inclusión y ninguno de exclusión.

Posteriormente se implementó la tarea experimental. Todos los estímulos fueron presentados en una PC con una pantalla de 15.5 pulgadas, sobre un fondo gris con un contraste moderado y al centro de la pantalla. El ángulo visual vertical de las imágenes fue de 75° y el horizontal entre 2.5° y 3.5°. La presentación de los estímulos y captación de los datos conductuales (tipo y tiempo de respuesta) fueron controlados por el Software OpenSesame 3.1 (Mathôt, Schreij, & Theeuwes, 2012), para poder captar las respuestas en los bloques de adición y sustracción se colocaron etiquetas en las teclas “Z” y “M” con los símbolos “>” y “<”, respectivamente. Para el bloque de

comparación se utilizó la tecla “A” donde se colocó una etiqueta con un círculo azul y la tecla “L” con una etiqueta con un círculo rojo.

Antes de que los participantes comenzarán a contestar cada bloque, se les aplicó 8 ensayos de práctica, con la finalidad de conocer el experimento y dilucidar cualquier duda. Para el bloque de adición (Figura 8) y sustracción (Figura 9) la instrucción era similar: el participante debía estimar si la suma/resta de los dos conjuntos de círculos azules presentados era mayor o menor que la cantidad de círculos de un tercer conjunto (ensayo de respuesta), si el sujeto consideraba que su respuesta era “mayor que” debía oprimir la tecla con el símbolo “>”, o bien, si la respuesta era menor que debía oprimir la tecla con el símbolo “<” durante la presentación del tercer conjunto. Mientras que en el bloque de comparación (Figura 10) la instrucción fue que observara cuidadosamente el conjunto de círculos azules presentados, ya que sería ocluido por una caja negra y posteriormente, saldría otro conjunto de círculos rojos, por lo que debía comparar si había mayor cantidad de puntos rojos o azules, si el sujeto consideraba que era mayor el conjunto azul debía oprimir la tecla con círculo azul, o bien, la tecla con círculo rojo si pensaba que el conjunto rojo era mayor.



Figura 8. Esquema de tarea de adición no simbólica.



Figura 9. Esquema de tarea de sustracción no simbólica.

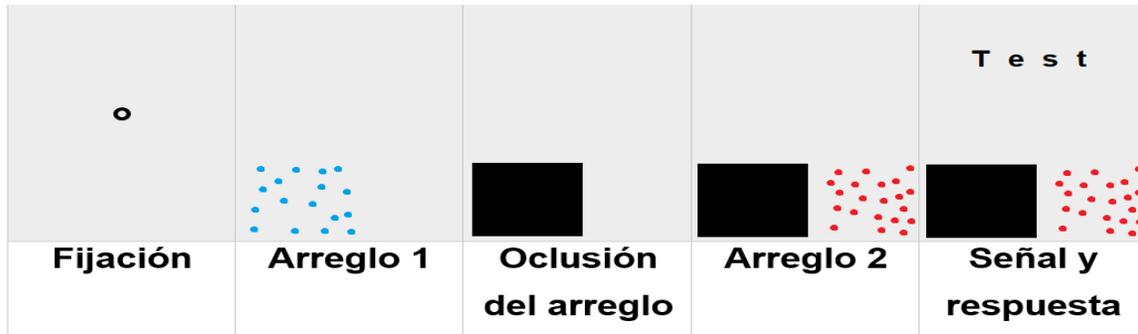


Figura 10. Esquema de tarea de comparación no simbólica.

3.12. Análisis estadístico.

Se obtuvieron puntajes de la ejecución de los instrumentos de evaluación cognoscitiva de acuerdo a los parámetros de calificación de cada uno. Para la tarea de aritmética no simbólica (Non-symbolic arithmetic tasks) se registraron datos de la ejecución como tiempo y precisión de la respuesta. Para el análisis estadístico se utilizó SPSS Versión 18.

Con el objetivo de referir las características socio-demográficas de los participantes en ambos grupos, así como para describir los puntajes de los instrumentos de evaluación cognoscitiva se usó estadística descriptiva.

Con el fin de conocer si la variable dependiente cumple el supuesto de igualdad de varianzas para poder implementar estadística paramétrica o no paramétrica se utilizó la prueba de Levene. Para determinar si existen diferencias significativas entre el grupo experimental y el control, así como conocer las diferencias entre el tipo de escolaridad (carrera que estudian los participantes) y el desempeño en la tarea de aritmética no simbólica. Se utilizó t de student para muestras independientes en los casos que se cumplió el supuesto de homocedasticidad, en los casos contrarios se usó U de Mann Whitney.

Capítulo 4. Resultados.

4.1. Características socio-demográficas de los grupos.

En el estudio fueron incluidos un total de 60 participantes y cada grupo estuvo constituido por 30 de ellos. Dado que los grupos estuvieron pareados por sexo, edad y escolaridad, no difieren entre sí (Tabla 2). Los dos grupos estudiados estuvieron formados por 13 (43%) mujeres y 17 (57%) hombres. El grupo de participantes con entrenamiento musical tuvieron un promedio de edad de 22 (DE=2.31) años y una escolaridad de 14.73 (DE=1) años, mientras que el grupo de participantes sin entrenamiento tuvieron un promedio de 21.83 (DE=2.18) años y una escolaridad de 14.93 (DE=1) años. Todos tuvieron, como mínimo, licenciatura o ingeniería.

Tabla 2. Comparación de edad y escolaridad entre ambos grupos para comprobar que están pareados (no hay diferencias significativas entre grupos).

	Grupo con entrenamiento musical (n=30)	Grupo sin entrenamiento musical (n=30)	<i>t (gl)</i>	<i>p</i> ≤ (0.05)
Edad media (DE)	22 (2.31)	21.83 (2.18)	0.287 (58)	0.775
Escolaridad media (DE)	14.73 (1)	14.93 (1)	-0.739 (58)	0.463

4.2. Instrumentos de evaluación cognoscitiva.

Para determinar sí el participante iba a ser incluido en el estudio se aplicó el MMSE y el sub-test de Vocabulario de la Escala de Inteligencia Wechsler versión IV. Todos los participantes incluidos en el estudio cumplieron con todos los criterios de inclusión y ninguno de exclusión (Tabla 3).

Tabla 3. Puntajes obtenidos por ambos grupos en el MMSE y el sub-test de Vocabulario de la Escala de inteligencia Wechsler.

	Grupo con entrenamiento musical \bar{x} (DE)	Grupo sin entrenamiento musical \bar{x} (DE)
MMSE	29.23 (0.89)	29.03 (0.80)
Sub-test de Vocabulario de la Escala de inteligencia Wechsler IV	46 (3.38)	43 (3.06)

4.3. Tarea de aritmética no simbólica (Non-symbolic arithmetic tasks).

La prueba de Levene demostró que hay homocedasticidad en las variables dependientes de los bloques de adición y sustracción, pero no en comparación. Esto es debido a que el bloque de comparación está compuesto por un menor número de participantes. Por ende, se utilizará t de Student para los bloques de adición y sustracción y U de Mann Whitney para el bloque de comparación (Tabla 4).

Tabla 4. Prueba de Levene para las variables dependientes de la Tarea de aritmética no simbólica. Las medias que se calculan son totales por bloque.

		\bar{x} (DE)	Estadístico de Levene (F)	gl	$p \leq (0.05)$
Bloque de adición	RC (n=60)	33.52 (13.64)	3.245	58	0.077
	TR (n=60)	1234.61 (381.64)	3.691	58	0.060
Bloque de sustracción	RC (n=60)	34.68 (13.82)	3.273	58	0.076
	TR (n=60)	1183 (374)	0.265	58	0.609
Bloque de comparación	RC (n=34)	37.59 (14.46)	10.969	32	0.002*
	TR (n=34)	955.35 (443.16)	5.327	32	0.028*

*Se rechaza la H_0 de homocedasticidad y se asumen varianzas diferentes.

En el bloque de adición el grupo con entrenamiento musical tuvo mayor número de respuestas correctas ($\bar{x}=44.73$, $DE=9.75$) a diferencia del grupo sin entrenamiento musical ($\bar{x}=22.30$, $DE=4.85$). En el tiempo de respuesta, el grupo experimental tuvo menor latencia al responder a cada ensayo ($\bar{x}=1036.52$, $DE=291.30$), a diferencia del grupo control ($\bar{x}=1432.70$, $DE=65.89$), es decir, el grupo control tardó más tiempo en responder cada ensayo (Figuras 11 y 12). Al hacer un análisis de t de Student se encontraron diferencias significativas entre ambos grupos en número de respuestas correctas ($p=0.000$) y tiempo de reacción ($p=0.000$) (Tabla 5).

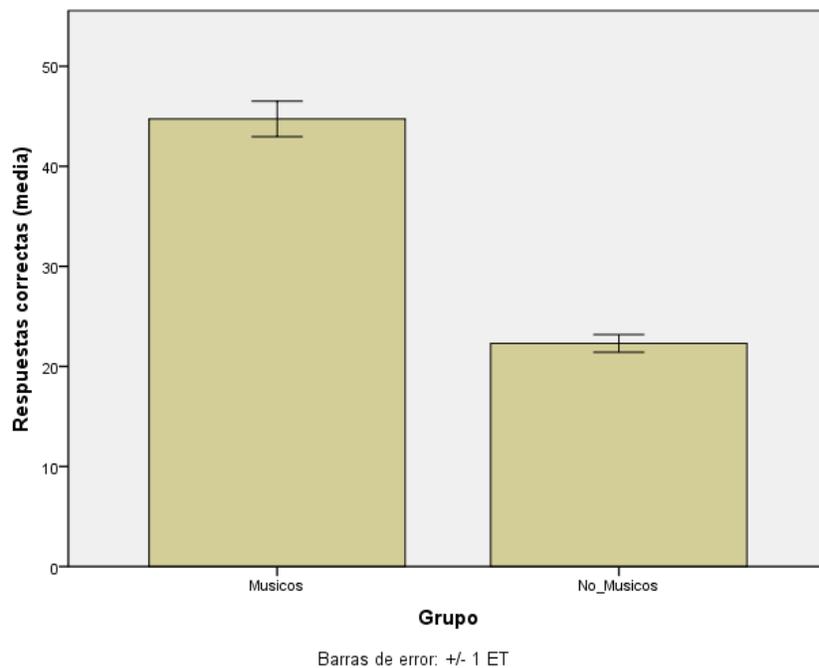


Figura 11. Gráfico que muestra el promedio de respuestas correctas en el bloque de adición de ambos grupos.

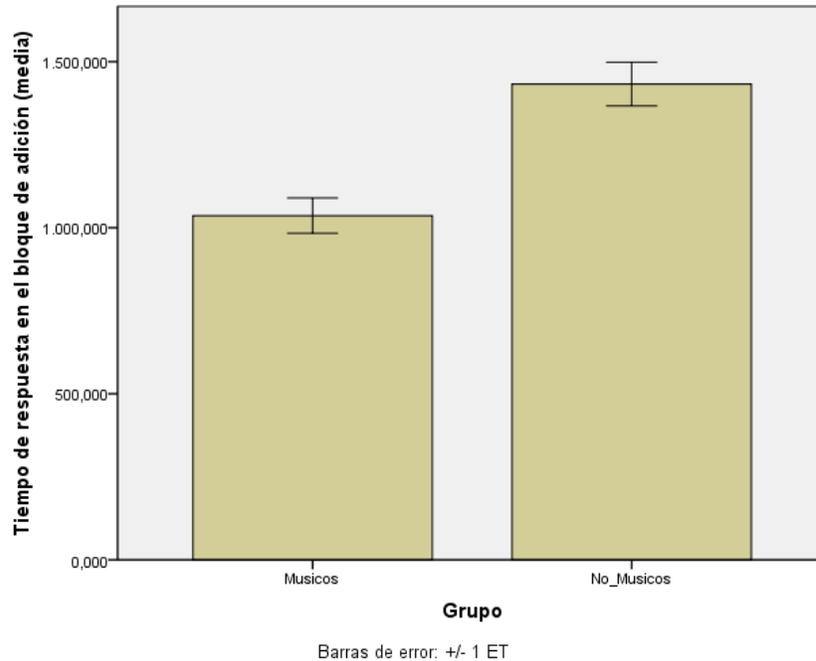


Figura 12. Gráfico que muestra el promedio de tiempo de reacción (en milisegundos) en el bloque de adición de ambos grupos.

Tabla 5. Diferencias significativas entre ambos grupos en las variables de respuesta correcta y tiempo de respuesta en el bloque de adición.

	Grupo con entrenamiento musical (n=30)	Grupo sin entrenamiento musical (n=30)	<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i> ≤ (0.05)
Respuestas correctas \bar{X} (DE)	44.73 (DS 9.75)	22.30 (DS 4.85)	11.281	58	0.000
Tiempo de respuesta (ms) \bar{X} (DE)	1036.52 (291.30)	1432.70 (DS 360.94)	-4.678	58	0.000

En el bloque de sustracción se observó que el grupo con entrenamiento musical tuvo un mejor desempeño ($\bar{x}=46.27$, $DE=9.638$) a diferencia del grupo control que tuvo menor número de respuestas correctas ($\bar{x}=23.10$, $DE=4.302$). En el bloque de sustracción, el grupo experimental tardó menos tiempo ($\bar{x}=958.54$, $DE=292.86$) que el grupo control ($\bar{x}=1407.46$, $DE=307.69$) (Figuras 13 y 14). Al comparar las medias se encontraron diferencias significativas en el desempeño de ambos grupos en número de respuestas correctas ($p=0.000$) y tiempo de reacción ($p=0.000$) (Tabla 6).

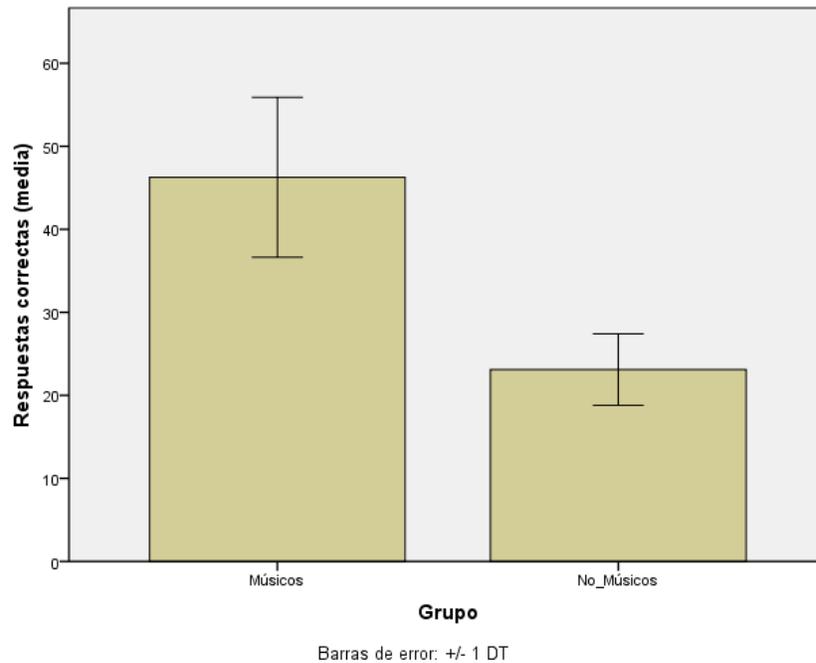


Figura 13. Gráfico que muestra el promedio de respuestas correctas en el bloque de sustracción de ambos grupos.

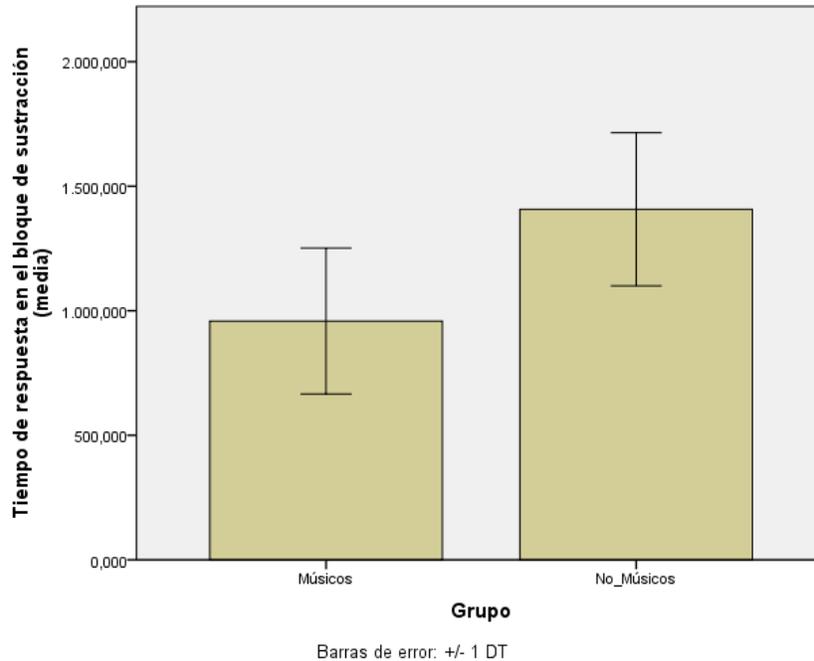


Figura 14. Gráfico que muestra el promedio de tiempo de reacción (en milisegundos) en el bloque de sustracción de ambos grupos.

Tabla 6. Diferencias significativas entre ambos grupos en las variables de respuesta correcta y tiempo de respuesta en el bloque de sustracción.

	Grupo con entrenamiento musical (n=30)	Grupo sin entrenamiento musical (n=30)	<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i> ≤ (0.05)
Respuestas correctas \bar{X} (DE)	46.27 (DS 9.638)	23.10 (DS 4.302)	12.022	58	0.000
Tiempo de respuesta (ms) \bar{X} (DE)	958.54 (DS 292.86)	1407.46 (DS 307.69)	-5.788	58	0.000

La distribución de los resultados (tiempos de reacción y número de respuestas correctas) en el bloque de comparación no tuvo homocedasticidad en su distribución (Tabla 4), por esa razón, se decidió utilizar estadística no paramétrica para conocer si había diferencias significativas entre ambos grupos. Al realizar una U de Mann-whitney se encontró que el grupo experimental (Md=50, R=15) y el grupo control (Md=24, R=27) tuvieron diferencias significativas en el número de respuestas correctas ($Z = -$

4.951, $p=0.000$). En el caso de tiempo de reacción, también se encontraron diferencias significativas ($Z=3.978$, $p=0.000$) entre el grupo experimental ($Md=663.8571$) y el grupo control ($Md=1324.804$).

4.4. Tipo de escolaridad.

Durante la aplicación de la tarea experimental al grupo de participantes con entrenamiento musical, se detectó que había una distribución dicotomizada en el tipo de escolaridad, dicho de otra manera, hubo un grupo que estudiaba o tenía grado de ingeniería en diferentes áreas y otro grupo de licenciaturas variadas. En función de este hallazgo se buscó influencia del tipo de escolaridad en el desempeño de la tarea de aritmética no simbólica. Para analizar probables diferencias, se realizó un análisis del desempeño del grupo experimental y el grupo control en la tarea de aritmética no simbólica, tomando como variable de agrupación la escolaridad y el entrenamiento musical (Tabla 7, Tabla 8 y Tabla 9).

Tabla 7. Distribución de los grupos de entrenamiento musical y sin entrenamiento musical, divididos a partir de la variable tipo de escolaridad (ingenieros y licenciados) en el bloque de adición.

	Grupo con entrenamiento musical (n=30)		Grupo sin entrenamiento musical (n=30)	
	Ingenieros (n=14)	Licenciados (n=16)	Ingenieros (n=14)	Licenciados (n=16)
Respuestas correctas Md (R)	49 (15)	44 (39)	21 (12)	22 (20)
Tiempo de respuesta (ms) Md (R)	865.302 (819.139)	1147.583 (839.667)	1498.883 (1169.446)	1642.741 (1003.661)

Tabla 8. Distribución de los grupos de entrenamiento musical y sin entrenamiento musical, divididos a partir de la variable tipo de escolaridad (ingenieros y licenciados) en el bloque de sustracción.

	Grupo con entrenamiento musical (n=30)		Grupo sin entrenamiento musical (n=30)	
	Ingenieros (n=14)	Licenciados (n=16)	Ingenieros (n=14)	Licenciados (n=16)
Respuestas correctas Md (R)	49.5 (11)	47 (34)	21.5 (17)	22.5 (14)
Tiempo de respuesta (ms) Md (R)	862.285 (750.732)	938.160 (1133.804)	1481.991 (1176.553)	1479.071 (912.446)

Tabla 9. Distribución de los grupos de entrenamiento musical y sin entrenamiento musical, divididos a partir de la variable tipo de escolaridad (ingenieros y licenciados) en el bloque de comparación.

	Grupo con entrenamiento musical (n=17)		Grupo sin entrenamiento musical (n=17)	
	Ingenieros (n=10)	Licenciados (n=7)	Ingenieros (n=10)	Licenciados (n=7)
Respuestas correctas Md (R)	52 (9)	49 (11)	23 (27)	24 (26)
Tiempo de respuesta (ms) Md (R)	605.107 (618.125)	673.767 (471.500)	1283.535 (1405.036)	1407.554 (1013.107)

Para comprobar si había diferencias significativas se utilizó U de Mann-Whitney para cada uno de los bloques, dado que la n es muy pequeña para utilizar estadística paramétrica, además de que no hay homocedasticidad entre grupos. Se hicieron comparaciones únicamente entre los grupos de ingenieros para saber si el tipo de escolaridad (orientada al área matemática como especialidad), influía en el desempeño de la tarea de aritmética no simbólica, o sea, únicamente se compararon ingenieros con entrenamiento musical e ingenieros sin entrenamiento musical. En la

tarea de adición se encontró que el grupo experimental y el grupo control tuvieron diferencias significativas en el número de respuestas correctas ($Z=-4.596$, $p=0.000$) y en los tiempos de reacción ($Z=3.142$, $p=0.002$). En la tarea de sustracción se encontraron diferencias significativas en el número de respuestas correctas ($Z=-4.589$, $p=0.000$) y en los tiempos de reacción ($Z=3.491$, $p=0.000$). Finalmente, en la tarea de comparación también existieron diferencias significativas en el número de respuestas correctas ($Z=-3.784$, $p=0.000$) y en los tiempos de reacción ($Z=3.175$, $p=0.001$).

Capítulo 5. Discusión y conclusión.

El presente trabajo tuvo como objetivo analizar si el entrenamiento musical formal tiene un efecto positivo en el desempeño de una tarea que evalúa estimación de magnitud (aritmética no simbólica), dividida en tres bloques: adición, sustracción y comparación.

Se corroboró la hipótesis de investigación afirmando que los grupos serán diferentes en cuanto a ejecución y tiempo de respuesta, siendo el grupo con entrenamiento musical el que presentó mejor desempeño en los bloques de adición, sustracción y comparación; concordando con Esteki (2013), Miendlarzewska & Trost (2013), Nutley, et al. (2013), Ribeiro (2012, 2017; 2016), Schellenberg (2004, 2006, 2011), Thornton (2013) y Willis (2016) que afirman que el entrenamiento musical tiene un impacto positivo en la cognición numérica.

Se encontró que los dos grupos (con y sin entrenamiento musical) lograron comprender y realizar la tarea, además tuvieron una ejecución adecuada, demostrando que la agudeza del ANS aumenta con la edad y alcanza su mayor esplendor durante la adultez acorde con las investigaciones de Piazza, et al. (2010, 2009), siendo la unidad de análisis un grupo de adultos jóvenes.

Se ha reportado que el entrenamiento musical potencializa habilidades como la práctica de ajedrez y coadyuva a mejorar las habilidades matemáticas para desempeñarse en áreas de ciencias e ingeniería. El presente trabajo encontró que los participantes con ingeniería tuvieron mejor desempeño en la tarea de aritmética no simbólica que los participantes con licenciatura, además se encontraron diferencias entre los mismos ingenieros, es decir, los participantes con entrenamiento musical que estudian ingeniería ejecutaron mejor la tarea que sus pares sin entrenamiento musical. Estos se asocian a las investigaciones de M.A: Davis (2000) y Gardiner, et al. (1996) donde refieren que la práctica musical mejora el funcionamiento cerebral, lo cual, puede estar explicando dichos hallazgos.

Xu & Spelke (2000), Berteletti, et al. (2010), Lipton & Spelke (2003) y Pica, et al. (2004) han reportado que el desempeño de tareas que evalúan la numerosidad no

simbólica es afectado preponderantemente por el nivel de escolaridad y el logro matemático, traducido en términos de tipo de escolaridad (estudiantes de ingeniería tienen mayor logro matemático que estudiantes de carreras no relacionadas a las matemáticas), los hallazgos obtenidos concuerdan completamente con esta hipótesis.

Los resultados encontrados concuerdan con lo reportado por Dehaene (1997); el sentido numérico es un proceso primitivo y la base sobre la que se construyen capacidades numéricas más compleja, siendo un fundamento para todas las habilidades matemáticas.

De igual manera, se coincide con los trabajos de Ansari (2008), Izard et al. (2009), Cohen Kadosh et al. (2007) y Brankaer, et al. (2014), quienes refieren al sentido numérico como una habilidad que puede hacerse más fina y precisa en función de la madurez y la exposición a las matemáticas formales, en otros términos, una persona que estudia ingeniería es más concisa en el mapeo del sistema de representaciones no simbólicas para representar magnitudes numéricas precisas, relacionándose con los hallazgos de la investigación.

Es importante señalar que, en la revisión teórica, únicamente se encontró un trabajo de investigación que estudió a músicos y los compararon con participantes controles (sin estudios musicales), a diferencia de nuestro trabajo Agrillo & Piffer (2012) sólo estudiaron la subitización, pero no la estimación, además, sólo estudiaron el proceso de comparación, adicionalmente, tuvieron una muestra menor. Aunque sus hallazgos fueron similares a los de la investigación en el bloque de comparación.

Se corroboran los hallazgos de Moyer & Landauer (1967), Dehaene & Akhavein (1995), Dehaene et al. (1998, 1990) y Holloway & Ansari (2009) en cuanto a la evolución ontogénica del procesamiento de estimación, se comienza a decrementar el desempeño en tareas de estimación a partir de los 23 años en adelante, ya que el grupo control se encuentra en el mismo rango de edad y estuvo caracterizado por una ejecución más propensa a errores en otras palabras, con un mayor intervalo de latencia entre la presentación del estímulo y la evocación de la respuesta. Como se hizo referencia anteriormente, los participantes con entrenamiento musical fueron más rápidos y precisos, esto puede ser indicador de que la exposición formal a la música y

la estimulación musical potencialmente son un factor de preservación de las funciones cognoscitivas tal y como lo han mencionado Stoesz et al. (2007), Jordana (2008), Jakobson et al. (2008) y Hillie et al. (2011), aunado a las investigaciones de Münte et al. (2002) y Yang et al. (2016) que postulan a la estimulación musical como un factor neuroprotector y precursor de neuroplasticidad.

En función de los resultados descritos se puede interpretar, de manera teórica y basados en el modelo de Nieder (2005), la existencia del módulo de Representación no verbal de magnitud análoga, ya que todos los participantes tuvieron la capacidad de responder adecuadamente a la tarea sin el uso de símbolos o signos numéricos con una carga semántica o verbal.

El reporte que se presenta aporta conocimiento teórico y empírico basado en modelos de procesamiento cognoscitivo sobre el sentido numérico de Dehaene & Cohen (1995) y de Nieder (2005), así como de su participación en la aritmética no simbólica, adicionalmente de haber estudiado el impacto que tiene el entrenamiento musical en dichos procesos.

Es importante señalar que este estudio se restringió a hacer un análisis transversal de una población adulta y sana a diferencia de la gran mayoría de investigaciones revisadas en el estado del arte, que se especializan en el estudio de poblaciones lactantes (Xu & Arriaga, 2007; Xu & Carey, 1996; Xu & Spelke, 2000), infantiles (Barth et al., 2006, 2005; Feigenson & Carey, 2003; Feigenson et al., 2002, 2004), analfabetas (Barth et al., 2006, 2003) y pacientes con trastornos específicos del aprendizaje (discalculia) (Dehaene & Cohen, 1991; Lee, 2000).

Así mismo, para el diseño, construcción e implementación de la tarea experimental, se retomó la metodología y lenguaje de programación empleados en otros países por Barth, et al. (2003; 2006), lo cual aporta mayor precisión y validez a los resultados aquí presentados.

El presente estudio proporcionó mayor comprensión en las habilidades numéricas no simbólicas y su relación con el entrenamiento musical formal. Partiendo del hecho de que México no tiene el desempeño suficiente en Matemáticas,

encontrándose en la posición 56 de 70 en la prueba de PISA y de acuerdo a la OCDE se necesitan más de 25 años de educación Matemática para alcanzar el promedio en PISA, los hallazgos derivados de este estudio pueden ayudar a los especialistas de la educación a potencializar las habilidades matemáticas en los alumnos, mediante el uso de la práctica musical.

Capítulo 6. Alcances y limitaciones

El presente estudio proporciona información referente en la relación del procesamiento aritmético no simbólico con la práctica musical y se restringió a analizar el entrenamiento musical como variable dicotómica (presente/ausente) en un diseño de tipo transversal. El desarrollo de un estudio de corte longitudinal que registre el tiempo en que los participantes han practicado música y lo relacione con el desempeño de tareas de aritmética no simbólica, aportaría información puntual sobre la evolución del sentido numérico en esta población específica.

La investigación que aquí se reporta se centró únicamente en el procesamiento de la aritmética no simbólica. Se ha reportado que otros procesos, tanto matemáticos como de otros dominios cognoscitivos son influídos por la práctica musical, como son: las habilidades lectoras, escritura, metalenguaje, procesos visuo espaciales, funcionamiento ejecutivo, atención y memoria. Se espera en un futuro relacionar el procesamiento musical con otros procesos cognoscitivos y cómo influye en las habilidades escolares, además de realizar mediciones con variables electrofisiológicas y de neuroimagen para dar un sustento neurocientífico al trabajo.

Referencias.

- Abad, D., Bocanegra, Y., Giraldo, C., & González, L. (2012). Caracterización neuropsicológica de los trastornos específicos del aprendizaje en una muestra de niños pereiranos. *Revista Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias*, 12 (2), 27–42.
- Agrillo, C., & Piffer, L. (2012). Musicians outperform nonmusicians in magnitude estimation: evidence of a common processing mechanism for time, space and numbers. *Q J Exp Psychol*, 65 (12), 2321–2332.
- Akoschky, J., Alsina, P., Días, M., & Giráldez, A. (2008). *La música en la escuela infantil (0-6)*. Barcelona: Graó.
- Alexander, G. E., DeLong, M. R., & Strick, P. L. (1986). Parallel organization of functionally segregated circuits linking basal ganglia and cortex. *Annual Review of Neuroscience*, 9, 357–381.
- Allman, J. M., Hakeem, A., Erwin, J. M., Nimchinsky, E., & Hof, P. (2001). The anterior cingulate cortex. The evolution of an interface between emotion and cognition. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 935, 107–117.
- Alossa, N., & Castelli, L. (2009). Amusia and musical functioning. *Eur Neurol*, 61 (5), 269–277.
- American Psychiatric Association. (2014). *Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales (DSM-5)*, 5ª Ed. Madrid: Editorial Médica Panamericana.
- Anderson, V. A., Anderson, P., Northam, E., Jacobs, R., & Mikiewicz, O. (2002). Relationships between cognitive and behavioral measures of executive function in children with brain disease. *Child Neuropsychology*, 8 (4), 231–40.
- Anderson, V. A., Anderson, P., Northam, P., Jacobs, R., & Catropa, C. (2001). Development of executive functions through late childhood and adolescence in an Australian Sample. *Developmental Neuropsychology*, 20 (1), 385–406.
- Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation

in the brain. *Nature Reviews Neuroscience*, 9 (4), 278–291.

Ansari, D., García, N., Lucas, E., Hamon, K., & Dhital, B. (2005). Neural correlates of symbolic number processing in children and adults. *Neuroreport*, 16, 1769–1773.

Anvari, S. H., Trainor, L. J., Woodside, J., & Levy, B. A. (2002). Relations among musical skills, phonological processing, and early reading ability in preschool children. *Journal of Experimental Psychology*, 83(2), 111–130.

Ardila, A., & Roselli, M. (2002). Acalculia and dyscalculia. *Neuropsychology Review*, 12, 179–231.

Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). Is $2+2=4$? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *NeuroImage*, 54 (3), 2382–2393.

Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2012). Cognitive processes of numerical estimation in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111, 246–267.

Ashkenazi, S., Black, J. M., Abrams, D. A., Hoefft, F., & Menon, V. (2013). Neurobiological Underpinnings of Math and Reading Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 46 (6), 549–569.

Ashkenazi, S., Rosenberg-Lee, M., Tenison, C., & Menon, V. (2012). Weak task-related modulation and stimulus representations during arithmetic problem solving in children with developmental dyscalculia. *Developmental Cognitive Neuroscience*, 2, S152–S166.

Atterbury, B. (1985). Musical differences in learning-disabled and normal achieving readers, aged seven, eight and nine. *Psychology of Music*, 13, 114–123.

Balakrishnan, J. D., & Ashby, F. G. (1992). Subitizing: magical numbers or mere superstition. *Psychological Research*, 54, 80–90.

Balasubramanian, R., Wing, A. M., & Daffertshofer, A. (2004). Keeping with the beat: movement trajectories contribute to movement timing. *Experimental Brain Research*, 159, 129–134.

Banai, K., & Ahissar, M. (2013). Musical Experience, Auditory Perception and Reading-

- Related Skills in Children. *PLoS ONE*, 8(9), 1–12.
- Bangert, M., Haeusler, U., & Altenmüller, E. (2001). On practice: how the brain connects piano keys and piano sounds. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 930, 425–428.
- Baroody, A. J., & Dowker, A. (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Baroody, A. J., & Gatzke, M. R. (1991). The estimation of set size by potentially gifted kindergarten-age children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 59–68.
- Barret, K. E., Barman, S. M., & Boitano, S. (2010). *Ganong Fisiología Médica*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España.
- Barth, H., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2003). The construction of large number representations in adults. *Cognition*, 86, 201–221.
- Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., Dehaene, S., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2006). Non-symbolic arithmetic in adults and young children. *Cognition*, 98(3), 199–222. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2004.09.011>
- Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., & Spelke, E. S. (2005). Abstract number and arithmetic in preschool children. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 102 (39), 14116–14121.
- Barth, H., Starr, A., & Sullivan, J. (2009). Children's mappings of large number words to numerosities. *Cognitive Development*, 24, 248–264.
- Barwick, J., Valentine, E., West, R., & Wilding, J. (1989). Relations between reading and musical abilities. *British Journal of Educational Psychology*, 59, 253–257.
- Benedet, M. J. (2002). *Fundamento teórico y metodológico de la Neuropsicología Cognitiva*. Madrid: Imsero.
- Bengtsson, S. L., & Ullén, F. (2006). Dissociation between melodic and rhythmic processing during piano performance from musical scores. *NeuroImage*, 30, 272–

284.

- Benke, T., Delazer, M., Bartha, L., & Auer, A. (2003). Basal ganglia lesions and the theory of fronto-subcortical loops. Neuropsychological findings in two patients with left caudate lesions. *Neurocase*, 9, 70–85.
- Beran, M. J., & Beran, M. M. (2004). Chimpanzees remember the results of one-by-one addition of food items to sets over extended time periods. *Psychology Science*, 15, 94–99.
- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333–339. <https://doi.org/10.1177/00222194050380040901>
- Berch, D. B., Foley, E. J., Hill, R. J., & Ryan, P. M. (1999). Extracting parity and magnitude from Arabic numerals: developmental changes in number processing and mental representation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74.
- Berger, H. (1926). Über Rechenstörungen bey Herderkrankungen des Grosshirns. *Archives Für Psychiatrie Und Nervenkrankheiten*, 78, 238–263.
- Bernal, J., & Calvo, M. L. (2000). *Didáctica de la música. La expresión musical en la educación infantil*. Archidona, Málaga: Aljibe.
- Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Developmental of Psychology*, 46 (2), 545–551.
- Bialystok, E. (2011). How does experience change cognition? Evaluating the evidence. *British Journal of Psychology.*, 102, 303–305.
- Bilharz, T. D., Bruhn, R. A., & Olson, J. E. (2000). The effect of early music training on child cognitive development. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 20, 615–636.
- Binder, J. R., Medler, D. A., Westbury, C. F., Liebenthal, E., & Buchanan, L. (2006). Tuning of the human left fusiform gyrus to sublexical orthographic structure. *NeuroImage*, 33 (2), 739–748.

- Binkofski, F., Buccino, G., Stephan, K. M., Rizzolatti, G., Seitz, R. J., & Freund, H. J. (1999). A parieto-premotor network for object manipulation: evidence from neuroimaging. *Experimental Brain Research*, *128*, 210–213.
- Brankaer, C., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2014). Children's Mapping between Non-Symbolic and Symbolic Numerical Magnitudes and Its Association with Timed and Untimed Tests of Mathematics Achievement. *PLoS ONE*, *9* (4), 1–11.
- Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, *83*, 223–240.
- Brannon, E. M., & Terrace, H. S. (1998). Ordering of the numerosities 1–9 by monkeys. *Science*, *282*, 746–749.
- Brannon, E. M., & Terrace, H. S. (2000). Representation of the numerosities 1–9 by rhesus monkeys (*Macaca mulatta*). *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, *26*, 31–49.
- Brown, R. (1973). *A first language*. Cambridge, MA: Harvard Univ. Press.
- Brown, R., & Bellugi, U. (1964). Three processes in the child's acquisition of syntax. *Harvard Educational Review*, *34*, 133–151.
- Buckley, P. B., & Gillman, C. B. (1974). Comparisons of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, *103*, 1131–1136.
- Burbaud, P., Camus, O., Guehl, D., Bioulac, B., Caille, J., & Allard, M. (2000). Influence of cognitive strategies on the pattern of cortical activation during mental subtraction. A functional imaging study in human subjects. *Neuroscience Letters*, *16* (1), 76–80.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, *46*, 3–18.
- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science*, *332*, 1049–1054.
- Campbell, J. I. D. (2005). *Handbook of mathematical cognition*. New York: Taylor &

Francis.

- Cantlon, J. F., & Brannon, E. M. (2006). Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans. *Psychological Science, 17* (5), 401–406.
- Cantlon, J. F., Brannon, E. M., Carter, E. J., & Pelphrey, K. A. (2006). Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children. *PLOS Biology, 4* (5), 844–854.
- Cantlon, J. F., Safford, K. E., & Brannon, E. K. (2010). Spontaneous analog number representations in 3-year-old children. *Developmental Science, 13*, 289–297.
- Cardoso, E., & Cerecedo, M. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación, 47* (5), 1–11.
- Casas, M. V. (2001). ¿Por qué los niños deben aprender música? *Colombia Médica, 32*(4), 197–204.
- Case, R., Griffin, S. A., & Kelly, W. M. (1999). Social class gradients in mathematical ability and their responsiveness to compensatory education. In *Tomorrow's society, today's children: The health and developmental wealth of nations*. (p. 125–150.). New York: Guilford.
- Castronovo, J., & Göbel, S. M. (2012). Impact of High Mathematics Education on the Number Sense. *PLoS ONE, 7* (4), 1–19.
- Chen, J. L., Zatorre, R. J., & Penhune, V. B. (2006). Interactions between auditory and dorsal premotor cortex during synchronization to musical rhythms. *NeuroImage, 32*, 177–181.
- Church, R. M., & Meck, W. H. (1984). The numerical attribute of stimuli. In *Animal cognition*. (p. 445–464.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cinan, S. (2006). Age-related changes in concept formation, rule switching, and perseverative behaviors: A study using WCST with 12 unidimensional target cards. *Cognitive Development, 21* (3), 377–382.
- Cipolotti, L., & Butterworth, B. (1995). Towards a multiroute model of number

- processing: Impaired number transcoding with preserved calculation skills. *Journal of Experimental Psychology: General*, 25, 375–390.
- Cochon, F., Cohen, L., Van de Moortele, P. F., & Dehaene, S. (1999). Differential Contributions of the Left and Right Inferior Parietal Lobules to Number Processing. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 11 (6), 617–630.
- Cohen-Kadosh, R., Dowker, A., Heine, A., Kaufmann, L., & Kucian, K. (2013). Interventions for improving numerical abilities: Present and future. *Trends in Neuroscience and Education*, 2, 85–93.
- Cohen Kadosh, R., Cohen Kadosh, K., Schuhmann, T., Kaas, A., Goebel, R., Henik, A., & Sack, A. T. (2007). Virtual dyscalculia induced by parietal-lobe TMS impairs automatic magnitude processing. *Current Biology*, 17 (8), 689–693.
- Cohen, L., Dehaene, S., & Verstichel, P. (1994). Number words and number nonwords. A case of deep dyslexia extending to Arabic numerals. *Brain*, 117, 267–279.
- Cohn, R. (1961). Dyscalculia. *Archives of Neurology*, 4, 301–307.
- Coltheart, M. (2001). Assumptions and methods in cognitive neuropsychology. In *The handbook of cognitive neuropsychology: What deficits reveal about the human mind*. (pp. 3–21). New York, NY, US: Psychology Press.
- Cordes, S., Gelman, R., Gallistel, C. R., & Whalen, J. (2001). Variability signatures distinguish verbal from nonverbal counting for both large and small numbers. *Psychonomic Bulletin and Review Journal*, 8, 698–707.
- Costa-Giomi, E. (1999). The effects of three years of piano instruction on children's cognitive development. *Journal of Research in Music Education*., 47, 198–212.
- Cowell, S. F., Egan, C. F., Code, C., Harasty, J., & Watson, J. D. G. (2000). The functional neuroanatomy of simple calculation and number repetition: a parametric PET activation study. *NeuroImage*, 12, 565–573.
- Critchley, M. N., & Henson, R. A. (1977). Music and the brain: Studies in the neurology of music. In *Behavioral neurology and neuropsychology*. (p. 277–288.).

Springfield: McGraw-Hill.

- Crollen, V., Castronovo, J., & Seron, X. (2011). Under-and over-estimation: A bidirectional mapping process between symbolic and non-symbolic representations of number? *Experimental Psychology*, *58* (1), 39–49.
- Cyrulnik, B. (2007). *De cuerpo y alma. Neuronas y afectos: la conquista del bienestar*. Barcelona: Gedisa.
- Dalla Bella, S., & Peretz, I. (2003). Congenital amusia infers with the ability to synchronize with music. *Annals of the New York Academy of Sciences.*, *999*, 166–169.
- Damas-López, J. (2009). ¿Qué código subyace a las Multiplicaciones? Evidencias de una tarea de magnitud con priming enmascarado. *Escritos de Psicología*, *2* (3), 27–34.
- Dantzig, T. (1954). *Number: The Language of Science*. New York, The Free Press.
- Darwin, C. R. (1871). *The descent of man, and selection in relation to sex*. (1st editio). London: John Murray.
- Davis, M. A. (2000). Learning. the beat goes on. *Childhood Education.*, *76*, 148–154.
- Davis, N., Cannistraci, C. J., Rogers, B. P., Gatenby, J. C., Fuchs, L. S., Anderson, A. W., & Gore, J. C. (2009). Aberrant functional activation in school age children at-risk for mathematical disability: A functional imaging study of simple arithmetic skill. *Neuropsychologia*, *47*, 2470–2479.
- De Smedt, B., & Boets, B. (2010). Phonological processing and arithmetic fact retrieval: Evidence from developmental dyslexia. *Neuropsychologia*, *48*, 3973–3981.
- Defever, E., Sasanguie, D., Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2011). Children's representation of symbolic and nonsymbolic magnitude examined with the priming paradigm. *Journal of Experimental Child Psychology*, *109* (2), 174–86.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, 1–42.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*. New

York: Oxford University Press.

Dehaene, S. (2001a). Author's response: Is number sense a patchwork? *Mind and Language*, 16, 89–100.

Dehaene, S. (2001b). Précis of «the number sense». *Mind and Language*, 16, 16–36.

Dehaene, S. (2002). Neuroscience. Single-neuron arithmetic. *Science*, 297, 1652–1653.

Dehaene, S. (2009). Origins of mathematical intuitions: the case of arithmetic. *The Year in Cognitive Neuroscience: Annals of the New York Academy of Sciences*, 1156, 232–259.

Dehaene, S., & Akhavein, R. (1995). Attention, automaticity, and levels of representation in number processing. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 21 (2), 314–26.

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The Mental Representation of Parity and Number Magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122, 371–396.

Dehaene, S., & Brannon, E. (2010a). *Space, Time and Number in the Brain*. Oxford University Press.

Dehaene, S., & Brannon, E. M. (2010b). Space, time, and number: A Kantian research program. *Trends in Cognitive Sciences*, 14 (12), 517–519.

Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: a neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5, 390–407.

Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1995). Neuronal Models of Prefrontal Cortical Functions. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 769 (1), 305–320.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, 29, 1045–1054.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83–120.

- Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral Pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33, 219–250.
- Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the human and animal brain. *Trends in Cognitive Neuroscience*, 21, 355–361.
- Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology Human*, 16, 626–41.
- Dehaene, S., & Mehler, J. (1992). Cross-linguistic regularities in the frequency of number words. *Cognition*, 43, 1–29.
- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L., & Wilson, A. (2004). Arithmetic and the brain. *Current Opinion in Neurobiology*, 14, 218–224.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487–506.
- Dehaene, S., Spelke, E., Stanescu, R., Pinel, P., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioural and brain-imaging evidence. *Science*, 284, 970–974.
- Delazer, M., Domahs, F., Bartha, L., Brenneis, C., Lochy, A., Trieb, T., & Benke, T. (2003). Learning complex arithmetic. A fMRI study. *Cognitive Brain Research*, 18, 76–88.
- Delôche, G., & Seron, X. (1982). From one to 1: An analysis of a transcoding process by means of neuropsychological data. *Cognition*, 12, 119–149.
- Desmet, C., Imbo, I., De Brauwer, J., Brass, M., Fias, W., & Notebaert, W. (2012). Error adaptation in mental arithmetic. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 65, 1059–1067.
- Diamond, A. (2005). Attention deficit disorder (attention deficit hyperactivity disorder

without hyperactivity): A neurobiologically and behaviorally distinct disorder
Attention deficit-hyperactivity disorder (with hyperactivity). *Developmental
Psychopathology*, 17, 803–825.

Diamond, A., Kirkham, N., & Amso, D. (2002). Conditions under which young children
can hold two rules in mind and inhibit a prepotent response. *Developmental of
Psychology*, 38 (3), 352–362.

Dolle, J. M. (1993). *Para comprender a Jean Piaget*. México: Trillas.

Douglas, S., & Willatts, P. (1994). The Relationship Between Musical Ability and
Literacy Skills. *Journal of Research in Reading.*, 17, 8–18.

Dowker, A. (2009). What works for children with mathematical difficulties? The
effectiveness of intervention schemes. *London: University of Oxford*, 3, 1–52.

Drayna, D., Manichaikul, A., De Lange, M., Snieder, H., & Spector, T. (2001). Genetic
correlates of musical pitch recognition in humans. *Science.*, 291, 1969–1972.

Droit-Volet, S., Clément, A., & Fayol, M. (2003). Time and number discrimination in a
bisection task with a sequence of stimuli: a developmental approach. *Journal of
Experimental Child Psychology*, 84, 63–76.

Egel, E., Sterzer, P., Russ, M. O., Giraud, A. L., & Kleinschmidt, A. (2003). A
supramodal number representation in human intraparietal cortex. *Neuron*, 37,
719–725.

Ellis, A. W., & Young, A. (1988). *Human Cognitive Neuropsychology*. Londres:LEA.

Esteki, M. (2013). Effectiveness of Music Training on reorganization of brain and poor
intellectual abilities in female students with dyscalculia (7–9 years old). *Education.
Global Journal of Arts.*, 3, 6–10.

Etard, O., Mellet, E., Papathanassiou, D., Benali, K., Houdé, O., Mazoyer, B., &
Tzourio-Mazoyer, N. (1999). Picture naming without Broca's and Wernicke's area.
Neuroreport, 11, 617–621.

Farnham-Diggory, S. (1992). *The learning disabled child*. Cambridge, MA: Harvard

University Press.

- Feigenson, L., & Carey, S. (2003). Tracking individuals via objectfiles: evidence from infants' manual search. *Developmental Science*, *6*, 568–584.
- Feigenson, L., Carey, S., & Hauser, M. (2002). The representations underlying infants' choice of more: object-files versus analog magnitudes. *Psychology of Science*, *13*, 150–156.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Science*, *8*, 307–314.
- Fias, W., Lammertyn, J., Caessens, B., & Orban, G. A. (2007). Processing of abstract ordinal knowledge in the horizontal segment of the intraparietal sulcus. *Journal of Neuroscience*, *27*, 8952–8956.
- Fias, W., Lammertyn, J., Reynvoet, B., Dupont, P., & Orban, G. A. (2003). Parietal representation of symbolic and nonsymbolic magnitude. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *15*, 47–56.
- Flores Lázaro, J. C., Ostrosky-Solís, F., & Lozano, A. (2008). Batería de funciones ejecutivas, presentación. *Revista Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias*, *8* (1), 151–158.
- Fodor, J. (1983). *The modularity of mind*. Cambridge: MIT Press.
- Folstein, M. F., Fetting, J., Lobo, A., Niaz, U., & Capozzoli, K. (1984). Mini.Mental State: A practical method for grading the cognitive state of patients for the clinician. *Cancer*, *53*, 2250–2257.
- Folstein, M. F., Folstein, S. E., & McHugh, P. R. (1975). "Mini-mental state". A practical method for grading the cognitive state of patients for the clinician. *Journal of Psychiatric Research*, *12*(3), 189–198.
- Folstein, M. F., Folstein, S. E., McHugh, P. R., & Fanjiang, G. (2001). *Mini-mental state examination user's guide*. Odessa, FL: Psychological Assessment Resources.
- Forgeard, M., Winner, E., Norton, A., & Schlaug, G. (2008). Practicing a Musical

- Instrument in Childhood is Associated with Enhanced Verbal Ability and Nonverbal Reasoning. *PLoS ONE*, 3, 35–66.
- Fornaris, M. (2011). Factores necesarios para la adquisición de la lectoescritura. *Cuadernos de Educación y Desarrollo.*, 3(30), 1–17.
- Foxton, J. M., Talcott, J. B., Witton, C., Brace, H., & McIntyre, F. (2003). Reading skills are related to global, but not local, acoustic pattern perception. *Nature Neuroscience.*, 6, 343–344.
- Frank, M. C., Everett, D., Fedorenko, E., & Gibson, E. (2008). Number as a cognitive technology: evidence from Pirahã language and cognition. *Cognition*, 108, 819–824.
- Frege, G. (1884). *The Foundations of Arithmetic. A Logic Mathematical Enquiry into the Concept of Number*. Oxford: Blackwell.
- Frith, C. D., & Frith, U. (1972). The solitaire illusion: An illusion of numerosity. *Perception & Psychophysics*, 11, 409–410.
- Fuson, K. C. (1984). More complexities in subtraction. *Journal of Research in Mathematics Education*, 15, 214–225.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: SpringerVerlag.
- Fuson, K. C., & Hall, J. W. (1983). *The Development Mathematical Thinking*. New York: Oxford University Press.
- Gallistel, C. R. (1990). *The Organization of Learning*. Cambridge, MA: MIT Press.
- García-Casares, N., Berthier, M., Walsh, S., & González-Santos, P. (2011). Modelo de cognición musical y amusia. *Neurología*, 28, 179–186.
- Gardiner, M. F., Fox, A., Knowles, F., & Jeffery, D. (1996). Learning Improved by Arts Training. *Nature.*, 381, 1–21.
- Gaser, C., & Schlaug, G. (2001). Brain structures differ between musicians and non-musicians. *NeuroImage*, 13, 1168.

- Geary, D. C. (1995). Reflections of evolution and culture in children's cognition: Implications for mathematical development and instruction. *The American Psychologist, 50*, 24–37.
- Geary, D. C. (2010). Mathematical disabilities: reflections on cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Learning and Individual Differences, 20*, 130–133.
- Geary, D. C., Bailey, D. H., Littlefield, A., Wood, P., Hoard, M. K., & Nugent, L. (2009). First-grade predictors of mathematical learning disability: a latent class trajectory analysis. *Cognitive Development, 29*, 411–29.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: a longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 77*, 236–263.
- Gelman, R. (1990). Structural Constraints on Cognitive Development: Introduction to a Special Issue of Cognitive Science. *Cognitive Science, 14*, 3–9.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard Univ. Press.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (2004). Language and the origin of numerical concepts. *Science, 306*, 441–443.
- Gelman, R., & Meek, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition, 15*, 343–359.
- Gersten, R. M., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38* (4), 293–304.
- Gilmore, C., McCarthy, S. E., & Spelke, E. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition, 115*(3), 394–406.
- Gilmore, C., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge

- withou instruction. *Nature*, 447, 589–591.
- Ginsburg, H. P., & Russell, R. L. (1981). Social class and racial influences on early mathematical thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46, 1–69.
- Girelli, L., Lucangeli, D., & Butterworth, B. (2000). The development of automaticity in accessing number magnitude. *Journal of Experimental Child Psychology*, 76 (2), 104–122.
- Göbel, S. M., Rushworth, M. F., & Walsh, V. (2006). Inferior parietal rTMS affects performance in addition task. *Brain*, 42, 774–781.
- Göbel, S. M., Walsh, V., & Rushworth, M. F. (2001). The mental number line and the human angular gyrus. *NeuroImage*, 14, 1278–1289.
- Gordon, P. (1987). *Determiner and adjective categories in children’s grammar*. Society for Research in Child Development Conference, Baltimore, MD.
- Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: evidence from Amazonia. Cardinality judgments in humans without a verbal number concept are astonishingly poor and reminiscent of the discrimination performances of animals. *Science*, 306, 496–499.
- Goswami, U., Huss Mead, M., Fosker, T., & Verney, J. P. (2013). Perception of patterns of musical beat distribution in phonological development dyslexia: Significant longitudinal relations with word reading and reading comprehension. *Cortex*, 49(5), 1363–1376.
- Goulart, D. (2000). *Dalcroze, Orff, Suzuki e Kodály: Semelhanças e, diferenças, especificidades*. Rio de Janeiro, RJ: Conservatório Brasileiro de Música do Rio de Janeiro.
- Gracia-Bafalluy, M., & Escolano-Pérez, E. (2014). Aportaciones de la neurociencia al aprendizaje de las habilidades numéricas. *Revista de Neurologia*, 58 (2), 69–76.
- Gray, E. M., & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: A “proceptual” view

- of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (2), 116–140.
- Graziano, A. B., Peterson, M., & Shaw, G. L. (1999). Enhanced learning of proportional math through music training and spatial-temporal training. *Neurological Research*, 21, 139–152.
- Greenwald, A. G., Abrams, R. L., Naccache, L., & Dehaene, S. (2003). Long-Term Semantic Memory Versus Contextual Memory in Unconscious Number Processing. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 29, 235–247.
- Grewel, F. (1952). Acalculia. *Brain*, 75, 397–407.
- Grewel, F. (1969). *The acalculias. Handbook of clinical neurology*. New York: Wiley.
- Griffin, S. A. (2003). The development of math competence in the preschool and early school years: cognitive foundations and instructional strategies. In *Mathematical Cognition*. (p. 1–32.). Connecticut: Information Age Publishing.
- Griffin, S. A., Case, R., & Siegler, R. S. (1994). Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice. In *Rightstart: Providing the central conceptual prerequisites for first formal learning of arithmetic to students at risk for school failure*. (p. 25–49.). Cambridge, MA: MIT Press.
- Griffiths, T. D., Johnsrude, I., Dean, J. L., & Green, G. G. (1999). A common neural substrate for the analysis of pitch and duration pattern in segmented sound? *Neuroreport*, 10, 3825–3830.
- Griffiths, T. D., Rees, A., & Green, G. G. R. (1999). Disorders of human complex sound processing. *Neurocase*, 5, 365–378.
- Gross-Tsur, V., Manor, O., & Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 38, 25–33.
- Gruber, O., Indefrey, P., Steinmetz, H., & Kleinschmidt, A. (2001). Dissociating neural

- correlates of cognitive components in mental calculation. *Cerebral Cortex*, 11, 350–359.
- Guiot, M. (2009). Estudio de los comportamientos notacionales en niños preescolares (4 a 6 años) respecto al sistema de notación numérico convencional. *Facultad de Psicología, Universidad Veracruzana-Xalapa*, 5 (5), 1–21.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the «number sense»: the approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental of Psychology*, 44 (5), 1457–1465.
- Halberda, J., Mazocco, M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455 (2), 665–668.
- Hall, D. A., Hart, H. C., & Johnsrude, I. S. (2003). Relationships between human auditory cortical structure and function. *Audiology & Neurotology*, 8, 1–18.
- Halpern, A. R. (2003). *Cerebral substrates of musical imagery*. New York: Oxford University Press.
- Hammill, D. D. (1990). On Defining Learning-Disabilities: An Emerging Consensus. *Journal of Learning Disabilities*, 23, 74–84.
- Hannon, E. E., & Trainor, L. J. (2007). Music acquisition: effects of enculturation and formal training on development. *Trends in Cognitive Sciences.*, 11, 466–472.
- Hauelsen, J., & Knosche, T. R. (2001). Involuntary motor activity in pianists evoked by music perception. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 13, 786–792.
- Hauser, M. D., Carey, S., & Hauser, L. B. (2000). Spontaneous number representation in semi-free-ranging rhesus monkeys. *Proceedings of the Royal Society of London: Biological Science*, 267, 829–833.
- Hauser, M. D., Chomsky, N., & Fitch, W. T. (2002). The faculty of language: what is it, who has it, and how did it evolve? *Science*, 298, 1569–1579.
- Hauser, M. D., Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Patalano, A. (2002). Spontaneous number discrimination of multi-format auditory stimuli in cotton-top

- tamarins. *Cognition*, 86, B23–B32.
- Hauser, M. D., & Spelke, E. S. (2004). *The Cognitive Neurosciences III*. Massachusetts: MIT Press, Cambridge.
- Hebert, S., Racette, A., Gagnon, L., & Peretz, I. (2003). Revisiting the dissociation between singing and speaking in expressive aphasia. *Brain.*, 126, 1838–1850.
- Hécaen, H., & Albert, M. L. (1978). *Human neuropsychology*. New York: Wiley.
- Hecaen, H., Angelergues, R., & Houillier, S. (1961). Les varieties cliniques des acalculies au tours des lesions retrorolandiques: Approche statistique du probleme. *Revue Neu-Rologique*, 105, 85–103.
- Henschen, S. E. (1919). Uber Sprach, Musik, und Rechenmechanismen und ihre Lokalisationen in Grosshim. *Zeitschrift Für Die Gesamte Neurologie Und Psychiatrie*, 52, 273–298.
- Hermer, L., & Spelke, E. S. (1994). A geometric process for spatial reorientation in young children. *Nature*, 370, 57–59.
- Hernandez Sampieri, R., Fernandez Collado, C., & Baptista Lucio, M. del P. (2014). *Metodología de la investigación. Metodología de la investigación*. <https://doi.org/ISBN-978-92-75-32913-9>
- Hikosaka, O., Nakamura, H., Sakai, K., & Nakahara, H. (2002). Central mechanisms of motor skill learning. *Curr. Opin. Neurobiol*, 12, 217–222.
- Hillie, K., Gust, K., Bitz, U., & Ulm, T. (2011). Associations between music education, intelligence and spelling ability in elementary school. *Advances in Cognitive Psychology.*, 7, 1–6.
- Hittmair-Delazer, M., Sailer, U., & Benke, T. (1995). Impaired arithmetic facts but intact conceptual knowledge. A single case study of dyscalculia. *Cortex*, 31, 139–147.
- Hoch, L., Poulin-Charronnat, B., & Tillmann, B. (2011). The Influence of Task-Irrelevant Music on Language Processing: Syntactic and Semantic Structures. *Frontiers in Psychology*, 2, 112.

- Hoch, L., & Tillmann, B. (2012). Shared structural and temporal integration resources for music and arithmetic processing. *Acta Psychologica, 140*, 230–235.
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: the numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology, 103* (1), 17–29.
- Houde, O., & Tzourio-Mazoyer, N. (2003). Neural foundations of logical and mathematical cognition. *Nature Reviews Neuroscience, 4*, 507–514.
- Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews of Neuroscience, 6*, 435–448.
- Huizinga, M., Dolan, C. V., & Van der Molen, M. W. (2006). Age-related change in executive function: Developmental trends and a latent variables analysis. *Neuropsychologia, 44* (11), 2017–2203.
- Hund-Georgiadis, M., & Von Cramon, D. Y. (1999). Motor-learning related changes in piano players and non-musicians revealed by functional magnetic-resonance signals. *Exp. Brain Res, 125*, 417–425.
- Icton, T. W., Alain, C., Otten, L., Ritter, W., & Achim, A. (2000). Mismatch negativity: different water in the same river. *Audiol. Neurootol, 5*, 111–139.
- INEE. (2018). *La educación obligatoria en México. Informe 2018*. México: INEE.
- Isaacs, E. B., Edmonds, C. J., Lucas, A., & Gadian, D. G. (2001). Calculation difficulties in children of very low birthweight: a neural correlate. *Brain, 124*, 1701–1707.
- Ischebeck, A., Zamarian, L., Egger, K., Schocke, M., & Delazer, M. (2007). Imaging early practice effects in arithmetic. *NeuroImage, 36*, 993–1003.
- Izard, V., Dehaene-Lambertz, G., & Dehaene, S. (2008). Distinct cerebral pathways for object identity and number in human infants. *Public Library of Science Biology, 6* (2), e 11.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract

- numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 106 (25), 10382–10385.
- Izquierdo, M., Oliver, D., & Malmierca, M. (2009). Mecanismos de plasticidad (funcional y dependiente de actividad) en el cerebro auditivo adulto y en desarrollo. *Revista de Neurología.*, 48, 42–429.
- Jacobovich, S. (2006). Modelos actuales de procesamiento del número y el cálculo. *Revista Argentina de Neuropsicología*, 7, 21–31.
- Jakobson, L. S., Lewycky, S. T., Kilgour, A. R., & Stoesz, B. M. (2008). Memory for verbal and visual material in highly trained musicians. *Music Perception Journal.*, 26, 41–55.
- Janata, P., Birk, J. L., Van Horn, J. D., Leman, M., Tillmann, B., & Bharucha, J. J. (2002). The cortical topography of tonalstructures underlying Western music. *Science.*, 298, 2167–2170.
- Janata, P., Tillmann, B., & Bharucha, J. J. (2002). Listening to polyphonic music recruits domain-general attention andworking memory circuits. *Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience.*, 2, 121–140.
- Jäncke, L., Schlaug, G., Huang, Y., & Steinmetz, H. (1994). Asymmetry of the planum parietale. *Journal for the Rapid Communication of Research in Neuroscience*, 5 (9), 1161–1163.
- Jäncke, L., Schlaug, G., & Steinmetz, H. (1997). Hand skill asymmetry in professional musicians. *Brain and Cognition*, 34, 424–432.
- Johansson, B. B. (2008). Language and Music: what do they have in common and how do they differ? A neuroscientific approach. *European Review.*, 16 (4), 413–427.
- Jordan, K., & Brannon, E. (2006). A common representational system governed by Weber's law: nonverbal numerical similarity judgements in 6-year-olds and rhesus macaques. *Journal of Experimental Child Psychology*, 95, 215–229.
- Jordan, N., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (1994). Assessing early arithmetic abilities:

- Effects of verbal and nonverbal response types on the calculation performance of middle- and low-income children. *Learning and Individual Differences*, 6 (4), 413–432.
- Jordan, N., Kaplan, D., Oláh, L. N., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: a longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77, 153–175.
- Jordana, M. (2008). La contribución de la música en la estimulación de procesos de adquisición del lenguaje. *Eufonía, Didáctica de La Música.*, 43, 49–62.
- Kahneman, D., Treisman, A., & Gibbs, B. (1992). The reviewing of object files: object-specific integration of information. *Cognitive Psychology*, 24, 175–219.
- Kajihara, T., Verdonschot, R. G., Sparks, J., & Stewart, L. (2013). Action-perception coupling violinist. *Frontiers in Human Neuroscience.*, 7, 1–6.
- Kalaman, D., & Lefevre, J. A. (2007). Working memory demands of exact and approximate addition. *European Journal of Cognitive Psychology*, 19, 187–212.
- Kandel, E. R., Schwartz, J. H., & Jessell, Thomas, M. (2001). *Principios de Neurociencia.* ((4a ed., 1). Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España.
- Karni, A., Meyer, G., Jezard, P., Adams, M. M., Turner, R., & Ungerleider, L. G. (1995). Functional MRI evidence for adult motor cortex plasticity during motor skill learning. *Nature*, 377, 155–158.
- Kaufman, L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology*, 62, 498–525.
- Kaufman, L., Vogel, S. E., Wood, G., Kremser, C., Schocke, M., Zimmerhack, L. B., & Koten, J. W. (2008). A developmental fMRI study of nonsymbolic numerical and spatial processing. *Cortex.*, 44, 376–385.
- Kaufmann, L., & Nuerk, H. C. (2005). Numerical development: current issues and future perspectives. *Psychology of Science*, 42, 142–170.
- Kaufmann, L., Vogel, S. E., Starke, M., Kremser, C., Schocke, M., & Wood, G. (2009).

- Developmental dyscalculia: Compensatory mechanisms in left intraparietal regions in response to nonsymbolic magnitudes. *Behavioral and Brain Functions*, 5, 35.
- Kawashima, R., Taira, M., Okita, K., Inoue, K., Tajima, N., Yoshida, H., ... Fukuda, H. (2004). A functional fMRI study of simple arithmetic: a comparison between children and adults. *Cognitive Brain Research*, 18, 227–233.
- Keenan, J. P., Thangaraj, V., Halpern, A. R., & Schlaug, G. (2001). Absolute pitch and planum temporale. *NeuroImage*, 14, 1402–1408.
- Kerns, J. G., Cohen, J. D., MacDonald, A. W., Cho, R. Y., Stenger, V. A., & Carter, C. S. (2004). Anterior cingulate conflict monitoring and adjustments in control. *Science*, 303, 1023–1026.
- Khanum, S., Hanif, R., Spelke, E. S., Berteletti, I., & Hyde, D. C. (2016). Effects of Non-Symbolic Approximate Number Practice on Symbolic Numerical Abilities in Pakistani Children. *PLoS ONE*, 11 (10), 1–14.
- Kishon-Rabin, L., Amir, O., Vexler, Y., & Zaltz, Y. (2001). Pitch discrimination: Are professional musicians better than non-musicians? *Journal of Basic and Clinical Physiology and Pharmacology*, 12 (2), 125–143.
- Klingberg, T. (2010). Training and plasticity of working memory. *Trends in Cognitive Neuroscience.*, 14, 317–324.
- Kong, J., Wang, C. H., Kwong, K., Vangel, M., Chua, E., & Gollub, R. (2005). The neural substrate of arithmetic operations and procedure complexity. *Cognitive Brain Research*, 22, 397–405.
- Koontz, K. I., & Berch, D. B. (1996). Identifying simple numerical stimuli: processing inefficiencies exhibited by arithmetic learning disabled children. *Mathematical Cognition*, 2, 1–24.
- Kraus, N., & Chandrasekaran, B. (2010). Music training for the development of auditory skills. *Nat Rev Neurosci.*, 11, 559–605.

- Krumhansl, C. L. (1990). *Cognitive foundations of music pitch*. New York: Oxford University Press.
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Mengia, D., Martin, E., & Von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study. *Behavioral of Brain Functions*, 2, 31–47.
- Kucian, K., Loenneker, T., Martin, E., & Von Aster, M. (2011). Non-symbolic numerical distance effect in children with and without developmental dyscalculia: A parametric fMRI study. *Developmental Neuropsychology*, 36 (6), 741–762.
- Lakes, K., & Hoyt, W. (2004). Promoting self-regulation through school-based martial arts training. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 25, 283–302.
- Landerl, K. (2013). Development of numerical processing in children with typical and dyscalculic arithmetic skills- a longitudinal study. *Frontiers in Psychology*, 4, 459.
- Langheim, F. J., Callicott, J. H., Mattay, V. S., Duyn, J. H., & Weinberger, D. R. (2002). Cortical systems associated with covert musical rehearsal. *NeuroImage*, 16, 901–908.
- Learmonth, A., Newcombe, N., & Huttenlocher, J. (2001). Toddlers' use of metric information and landmarks to reorient. *Journal of Experimental Child Psychology*, 80, 225–244.
- LeDoux, J. (2000). Emotion circuits in the brain. *Annu RevNeurosci*, 23, 155–184.
- Lee, K. M. (2000). Cortical areas differentially involved in multiplication and subtraction: a functional magnetic resonance imaging study and correlation with a case of selective acalculia. *Cognition*, 83, 63–68.
- León-Carrión, J., García-Orza, J., & Pérez-Santamaría, F. J. (2004). Development of the inhibitory component of the executive functions in children and adolescents. *International Journal of Neuroscience*, 114 (10), 1291–311.
- Levine, S. C., Jordan, N., & Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 53, 721992–103.

- Levy, L. M., Reis, I. L., & Grafman, J. (1999). Metabolic abnormalities detected by 1H-MRS in dyscalculia and dysgraphia. *Neurology*, *53*, 639–641.
- Lewis, S. J., Dove, A., Robbins, T. W., Barker, R. A., & Owen, A. M. (2004). Striatal contributions to working memory: a functional magnetic resonance imaging study in humans. *European Journal of Neuroscience*, *19*, 755–760.
- Lezak, M. D. (1994). *Neuropsychological Evaluation*. New York: Oxford University Press.
- Lezak, M. D. (2004). *Neuropsychological Evaluation (4a. ed.)*. New York: Oxford University Press.
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: a meta-analysis. *Child Development*, *56*, 1479–1498.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: large number discrimination in human infants. *Psychology of Science*, *15*, 396–401.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2004). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, *5*(3), 271–290.
- Loehr, J. D., & Palmer, C. (2006). Cognitive and biomechanical influences in pianists' finger tapping. *Exp. Brain Res*, *178*, 518–528.
- Lowe, A. (2006). The co-construction of a music/arts/language learning model. *Journal of Border Educational Research.*, *5*, 71–81.
- Lozano-Cruz, O., Santos-Grain, S., & García-García, F. (2013). The brain and music. *Rev Med Uv*, *13*, 17–22.
- Luciana, M., & Nelson, C. A. (2002). Assessment of neuropsychological function through use of the Cambridge neuropsychological testing automated battery: performance in 4 to 12 year old children. *Developmental Psychology*, *22* (3), 595–624.
- Macaruso, P., Harley, W., & McCloskey, M. (1992). Assessment of acquired dyscalculia. In *Cognitive Neuropsychology in Clinical Practice*. (p. 405–434.). Oxford University

Press: New York.

- Maeda, Y., & Yoon, S. Y. (2013). A meta-analysis on gender differences in mental rotation ability measured by the Purdu espacial visualization tests: visualization of rotations (PSVT: R). *Educational Psychology Review*, 25, 69–94.
- Magán-Hervás, A., & Gértrudix-Barrio, F. (2016). Influencia de las actividades audio-musicales en la adquisición de la lectoescritura en niños y niñas de cinco años. *Revista Electrónica Educare*, 21(1), 1. <https://doi.org/10.15359/ree.21-1.15>
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: an analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111, 1–22.
- Martínez, J., & Argibay, P. F. (2011). Non-symbolic addition in preschool children from Argentina. *Archivos Argentinos de Pediatría*, 109 (5), 406–411.
- Mathôt, S., Schreij, D., & Theeuwes, J. (2012). OpenSesame: An open-source, graphical experiment builder for the social sciences. *Behav Res.*, 44, 314–324.
- Matilla, L., Orrantia, J., San Romualdo, S. L., Sánchez, M. R., Muñoz, D., & Verschaffel, L. (2016). Relaciones entre procesamiento numérico simbólico y ejecución matemática. *RUA: Psicología y Educación: Presente y Futuro*, 504–512.
- Matute, E., & Ardila, A. (2010). *Neuropsicología del Desarrollo Infantil*. Mexico: Manual Moderno.
- Matute, E., & Orozco, J. (2011). Bases neuropsicológicas del desarrollo de las habilidades de cálculo. In *Tópicos en Ciencias Biológicas*. (p. 125–138.). Mérida, Yucatán: Universidad Anáhuac Mayab.
- May, W. V. (1985). Musical style preferences and aural discrimination skills of primary grade school children. *Journal of Research in Music Education*, 33, 7–22.
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability. *Child Development*, 82 (4), 1224–1237.
- McCarthy, R., & Warrington, E. K. (1990). *Cognitive Neuropsychology*. Londres:

Academic Press.

- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, *44*, 107–157.
- McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive Mechanisms in Number Processing and Calculation: Evidence from Dyscalculia. *Brain and Cognition*, *4*, 171–196.
- McCrink, K., & Spelke, E. S. (2010). Core multiplication in childhood. *Cognition*, *116* (2), 204–16.
- McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, *15*, 776–781.
- Mechner, F. (1958). Probability relations within response sequences under ratio reinforcement. *Journal of the Experimental Analysis Behavior*, *1*, 109–121.
- Meck, W. H., & Church, R. M. (1983). A mode control model of counting and timing processes. *Journal of Experimental Psychology Animal Behavior Processes*, *9*, 320–334.
- Menninger, K. (1992). *Number Words and Number Symbols. A Cultural History of Numbers*. Nueva York: Dover Publications.
- Menon, V., Mackenzie, K., Rivera, S. M., & Reiss, A. L. (2002). Prefrontal cortex involvement in processing incorrect arithmetic equations: evidence from event-related fMRI. *Human Brain Mapping*, *16*, 119–130.
- Menon, V., Rivera, S. M., White, C. D., Glover, G. H., & Reiss, A. L. (2000). Dissociating prefrontal and parietal cortex activation during arithmetic processing. *NeuroImage*, *12*, 357–365.
- Michelle, M., Mazzocco, M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice*, *20*, 142–155.
- Miendlarzewska, E. A., & Trost, W. J. (2013). How musical training affects cognitive development: Rhythm, reward and other modulating variables. *Frontiers in*

Neuroscience., 7, 279–308.

- Miranda-Casas, A., Meliá de Alba, A., Marco-Taverner, R., Roselló, B., & Mulas, F. (2006). Dificultades en el aprendizaje de matemáticas en niños con trastorno por déficit de atención e hiperactividad. *Revista de Neurología*, 42, S163–S170.
- Moreno, S., Friesen, D., & Bialystok, E. (2011). Effect of musical training on promoting preliteracy skills: preliminary causal evidence. *Music Perception.*, 29, 165–172.
- Moreno, S., Marques, C., Santos, A., Santos, M., & Castro, S. L. (2009). Musical training influences linguistic abilities in 8-year-old children: more evidence for brain plasticity. *Cerebral Cortex.*, 19, 712–723.
- Moritz, C., Yampolsky, S., Papadelis, G., Thomson, J., & Wolf, M. (2013). Links between early rhythm skills, musical training, and phonological awareness. *Reading and Writing*, 26(5), 739–769.
- Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215, 1519–1520.
- Müller, N. G., & Knight, R. T. (2006). The functional neuroanatomy of working memory: contributions of human brain lesion studies. *Neuroscience*, 139, 51–58.
- Mundia, L. (2012). The assessment of math learning difficulties in a primary grade-4 child with high support needs: mixed methods approach. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 4 (2), 347–366.
- Mundy, E., & Gilmore, C. K. (2009). Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 490–502.
- Münste, T. F., Altenmüller, E., & Jäncke, L. (2002). The musician's brain as a model of neuroplasticity. *Nature Reviews Neurosciences*, 3 (6), 473–478.
- Mussolin, C., De Volder, A., Grandin, C., Schlogel, X., Nassogne, M. C., & Noël, M. P. (2010). Neural correlates of symbolic number comparison in developmental dyscalculia. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 22 (5), 860–874.

- Näätänen, H., Tiitinen, K., Alho, M., Huotilainen, R. J., Ilmoniemi, J., & Simola, R. (1993). Tonotopic auditory cortex and the magnetoencephalographic (MEG) equivalent of the mismatch negativity. *Psychophysiology*, *30*, 537–540.
- Newcombe, N., & Huttenlocher, J. (2000). *Making space: The development of spatial representation and reasoning*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Newcombe, N., Huttenlocher, J., Drummey, A. B., & Wiley, J. (1998). The development of spatial location coding: Place learning and dead reckoning in the second and third years. *Cognitive Development*, *13*, 185–200.
- Newcombe, N., Huttenlocher, J., & Learmonth, A. (1999). Infants' coding of location in continuous space. *Infant Behavior and Development*, *22*, 483–510.
- Nieder, A. (2005). Counting on neurons: the neurobiology of numerical competence. *Nature Reviews Neuroscience*, *6* (3), 177–190.
- Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of number in the brain. *Annual Review of Neuroscience*, *32*, 185–208.
- Nieder, A., Diester, I., & Tudusciuc, O. (2006). Temporal and spatial enumeration processes in the primate parietal cortex. *Science*, *313*, 1431–1435.
- Nieder, A., Freedman, D. J., & Miller, E. K. (2002). Representation of the quantity of visual items in the primate prefrontal cortex. *Science*, *297*, 1708–1711.
- Nieder, A., & Miller, E. K. (2003). Coding of cognitive magnitude: compressed scaling of numerical information in the primate prefrontal cortex. *Neuron*, *37*, 149–157.
- Nieder, A., & Miller, E. K. (2004). A parieto-frontal network for visual numerical information in the monkey. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *101* (19), 7457–7562.
- Nobak, C. R. (1967). *The Human Nervous System: Basic Elements of Structure and Function*. New York: McGraw-Hill.
- Noël, M. P. (2001). Numerical cognition. In *The handbook of cognitive neuropsychology*. (p. 495–518.). Philadelphia: Psychology Press.

- Nutley, S. B., Darki, F., & Klingberg, T. (2013). Music practice is associated with development of working memory during childhood and adolescence. *Frontiers in Human Neuroscience.*, 7, 926.
- O'Hare, E. D., Lu, L. H., Houston, S. M., Bookheimer, S. Y., & Sowell, E. R. (2008). Neurodevelopmental changes in verbal working memory load-dependency: an fMRI investigation. *NeuroImage*, 42, 1678–1685.
- OCDE. (2013). OCDE (2013). Mexico Country Note, PISA 2012.
- OCDE. (2015). PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education.
- Ohnishi, T., Matsuda, H., Asada, T., Aruga, M., Hirakata, M., Nishikawa, M., ... Imabayashi, E. (2001). Functional anatomy of musical perception in musicians. *Cerebral Cortex*, 11, 754–760.
- OMS. (1992). *CIE-10. Décima revisión de la clasificación internacional de las enfermedades. Trastornos mentales y del comportamiento. Descripción clínicas y pautas para el diagnóstico.* Madrid. Ed. Méditor.
- Pantev, C., Oostenveld, R., Engelien, A., Ross, B., Roberts, L. E., & Hoke, M. (1998). Increased auditory cortical representation in musicians. *Nature*, 392, 811–814.
- Patel, A. D. (2003). Language, music, syntax and the brain. *Nature Neuroscience.*, 6, 674-681-.
- Patterson, R. D., Uppenkamp, S., Johnsrude, I. S., & Griffiths, T. D. (2002). The processing of temporal pitch and melody information in auditory cortex. *Neuron*, 36, 767–776.
- Penhune, V. B., & Doyon, J. (2005). Cerebellum and M1 interaction during early learning of timed motor sequences. *NeuroImage*, 26, 801–812.
- Penhune, V. B., Zatorre, R. J., & Evans, A. C. (1998). Cerebellar contributions to motor timing: a PET study of auditory and visual rhythm reproduction. *Journal of Cognitive Neuroscience.*, 10, 752–765.
- Peretz, I. (2001). Music Perception and Recognition. In *The handbook of cognitive*

neuropsychology: What deficits reveal about the human mind. (p. 519–540.). New York, NY, US: Psychology Press.

Peretz, I. (2006). The nature of music from a biological perspective. *Cognition.*, *100*(1), 132.

Peretz, I., & Coltheart, M. (2003). Modularity of music processing. *Nature Neuroscience*, *6*(7), 688–691. <https://doi.org/10.1038/nn1083>

Peretz, I., Gosselin, N., Belin, P., Zatorre, R., Plailly, J., & Tilmann, B. (2009). Music lexical networks: the cortical organization of music recognition. *Annals of the New York Academy of Sciences.*, *1169*, 256–265.

Peretz, I., & Kolinsky, R. (1993). Boundaries of separability between melody and rhythm in music discrimination: A neuropsychological perspective. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A*, *46*, 301–325.

Peretz, I., Radeau, M., & Arguin, M. (2004). Two-way interactions between music and language: evidence from priming recognition of tune and lyrics in familiar songs. *Mem Cognit.*, *32*, 142–152.

Peretz, I., & Zatorre, J. (2005). Brain organization for music processing. *Annals of the New York Academy of Sciences.*, *5156*, 89–114.

Peretz, I., & Zatorre, R. (2003). *The cognitive neuroscience of music.* New York: Oxford University Press.

Perry, D. W., Zatorre, R., Petrides, M., Alivisatos, B., Meyer, E., & Evans, A. (1999). Localization of cerebral activity during simple singing. *NeuroReport.*, *10*, 3979–3984.

Pesenti, M., Zago, L., Crivello, F., Mellet, E., Samson, D., Duroux, B., ... Tzourio-Mazoyer, N. (2001). Mental calculation in a prodigy is sustained by right prefrontal and mental temporal areas. *Nature Neuroscience*, *1*, 103–107.

Piaget, J. (1992). *Seis estudios de Psicología.* Lima: Blacavo.

Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations.

Trends in Cognitive Neuroscience, 14, 542–551.

- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ... Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116, 33–41.
- Piazza, M., & Izard, V. (2009). How humans count: numerosity and the parietal cortex. *The Neuroscientist*, 15 (3), 262–273.
- Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, 44, 547–555.
- Piazza, M., Mechelli, A., Butterworth, B., & Price, C. J. (2002). A subitizing and counting implemented as separate or functionally overlapping processes? *NeuroImage*, 15, 435–446.
- Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, 53, 293–305.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306 (5695), 499–503.
- Pinel, P., Dehaene, S., Riviere, D., & LeBihan, D. (2001). Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task. *NeuroImage*, 14, 1013–1026.
- Platel, H., Baron, J. C., Desgranges, B., Bernard, F., & Eustache, F. (2003). Semantic and episodic memory of music are subserved by distinct neural networks. *NeuroImage*, 20(1), 244–256.
- Pope, P., Wing, A. M., Praamstra, P., & Miall, R. C. (2005). Force related activations in rhythmic sequence production. *NeuroImage*, 27, 909–918.
- Price, Holloway, I., Räsänen, P., Vesterinen, M., & Ansari, D. (2007). Impaired parietal magnitude processing in developmental dyscalculia. *Current Biology*, 17, 1042–1043.

- Price, M. C. (1998). The functional anatomy of word comprehension and production. *Trends in Cognitive Science*, 2, 281–288.
- Proverbio, A. M., Calbi, M., Manfredi, M., & Zani, A. (2014). Audio-visuomotor processing in the Musician's brain: An ERP study on professional violinists and clarinetists. *Scientific Reports.*, 5866, 1–10.
- Rains, G. (2004). *Principios de Neuropsicología Humana (1° Ed.)*. México: McGraw-Hill.
- Rammsayer, T. H. (1999). Neuropharmacological evidence for different timing mechanisms in humans. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 53 (3), 273–286.
- Rammsayer, T. H., & Altenmüller, E. (2006). Temporal information processing in musicians and nonmusicians. *Music Perception*, 24 (1), 37–48.
- Ramnani, N., & Passingham, R. E. (2001). Changes in the human brain during rhythm learning. *J. Cogn. Neurosci*, 13, 952–966.
- Rao, S. M., Mayer, A. R., & Harrington, D. L. (2001). The evolution of brain activation during temporal processing. *Nature Neuroscience*, 4, 317–323.
- Rauscher, F. H., & Shaw, G. L. (1998). Key components of the mozart effect. *Perceptual and Motor Skills.*, 86, 835–841.
- Rauscher, F. H., Shaw, G. L., Levine, L. J., Wright, E. L., Dennis, W. R., & Newcomb, R. L. (1997). Music training causes long-term enhancement of preschool children's spatial-temporal reasoning abilities. *Neurological Research.*, 19, 2–8.
- Rauscher, F. H., & Zupan, M. A. (2000). Classroom keyboard instruction improves kindergarten children's spatial-temporal performance: A field experiment. *Early Childhood Research Quarterly.*, 15, 215–228.
- Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española. (22.a ed.)*. Madrid: Espasa Calpe.
- Reyes, S., Beaman, P., García-Peña, C., Villa, M. A., Heres, J., Córdova, A., & Jagger,

- C. (2004). Validation of a modified version of the Mini-Mental State Examination (MMSE) in Spanish. *Aging Neuropsychology and Cognition*, 11, 1–11.
- Ribeiro, F. S., & Santos, F. H. (2012). Treino Musical e Capacidade da Memória Operacional em Crianças, as Iniciantes, Veteranas e Sem Conhecimentos Musicais. *Psicologia: Reflexão e Crítica.*, 25, 400–408.
- Ribeiro, F. S., & Santos, F. H. (2015). *Métodos específicos para impulsionar a memória operacional*. Artmed: São Paulo.
- Ribeiro, F. S., & Santos, F. H. (2017). Enhancement of numeric cognition in children with low achievement in mathematics after a non-instrumental musical training. *Research in Developmental Disabilities*, 62, 26–39. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2016.11.008>
- Ribeiro, F. S., Tonoli, M. C., & Santos, F. H. (2016). Non-Instrumental Musical Training in Children with Developmental Dyscalculia: Effects on Working Memory Capacity and Numerical Cognition Systems Frontiers. *In Press*.
- Rivera, S. M., Reiss, A. L., Eckert, M. A., & Menon, V. (2005). Developmental changes in mental arithmetic: evidence for increased functional specialization in the left inferior parietal cortex. *Cerebral Cortex*, 15, 1779–1790.
- Romine, C. B., & Reynolds, C. R. (2005). A model of the development of frontal lobe functioning: findings from a meta-analysis. *Applied Neuropsychology*, 12 (4), 190–201.
- Rosenberg-Lee, M., Chang, T. T., Young, C. B., Wu, S., & Menon, V. (2011). Functional dissociations between four basic arithmetic operations in the human posterior parietal cortex: A cytoarchitectonic mapping study. *Neuropsychologia*, 49 (9), 2592–2608.
- Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: a comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102, 361–395.
- Rubinsten, O., Henik, A., Berger, A., & Shahar-Shalev, S. (2002). The development of

- internal representations of magnitude and their association with Arabic numerals. *Journal of Experimental Child Psychology*, 81 (1), 74–92.
- Rubinsten, O., & Tannock, R. (2010). Mathematics anxiety in children with developmental dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 6, 46.
- Russeler, J., Altenmüller, E., Nager, W., Kohlmetz, C., & Münte, T. F. (2001). Event-related brain potentials to sound omissions differ in musicians and non-musicians. *Neuroscience*, 308, 33–36.
- Salguero-Alcañiz, M. P., & Alameda-Bailén, J. R. (2010). Diferencias neuroanatómicas y funcionales entre razonamiento numérico y cálculo: evidencia de doble disociación. *Análisis y Modificación de Conducta*, 36(153–154), 33–42.
- Salguero, M. P., Lorca, J. A., & Alameda, J. R. (2003). Procesamiento numérico y cálculo: evidencia de un caso desde la neuropsicología cognitiva. *Revista de Neurología*, 36, 817–820.
- Schellenberg, E. G. (2004). Music lessons enhance IQ. *Psychological Sciences*, 15, 511–514.
- Schellenberg, E. G. (2006). Long-term positive associations between music lessons and IQ. *Journal of Educational Psychology*, 98, 457–468.
- Schellenberg, E. G. (2011). Examining the association between music lessons and intelligence. *British Journal of Psychology*, 102, 283–302.
- Schellenberg, E. G., & Weiss, M. . W. (2013). *Music and cognitive abilities*. USA: Elsevier-Academic Press.
- Schlaug, G. (2001). The brain of musicians. A model for functional and structural adaptation. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 930, 281–299.
- Schlaug, G., Jäncke, L., Huang, Y., Staiger, J. F., & Steinmetz, H. (1995). Increased corpus callosum size in musicians. *Neuropsychologia*, 33.
- Schlaug, G., Jäncke, L., Huang, Y., & Steinmetz, H. (1995). In vivo evidence of structural brain asymmetry in musicians. *Science*, 267, 699–701.

- Schmithorst, V. J., & Holland, S. K. (2004). The effect of musical training on the neural correlates of math processing: A functional magnetic resonance imaging study in humans. *Neuroscience Letters*, *354*, 193–196.
- Schweiter, M., Weinhold, Z. ., & Von Aster, M. (2005). Die Entwicklung räumlicher Zahlenrepräsentationen und Rechenfertigkeiten bei Kindern. *Zeitschrift Fur Neuropsychologie*, *16*, 105–113.
- Seitz, R. J., & Roland, P. E. (1992). Learning of sequential finger movements in man: a combined kinematic and positron emission tomography (PET) study. *European Journal of Neuroscience*, *4*, 154–165.
- Seron, X., & Noël, M. P. (1995). Transcoding numbers from the Arabic code to the verbal one or vice versa: how many routes? *Mathematical Cognition*, *1*, 215–243.
- Serra-Grabulosa, J. M., Adán, A., Pérez-Pàmies, M., Lachica, J., & Membrives, S. (2010). Bases neurales del procesamiento numérico y del cálculo. *Revista de Neurología*, *50*, 39–46.
- Shadish, W. R., Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and quasiexperimental designs for generalized causal inference*. Belmont, CA: Wadsworth Cengage Learning.
- Shalev, R. S., Manor, O., Karem, B., Ayali, M., Badichi, N., Friedlander, Y., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of Learning Disabilities*, *34*, 59–65.
- Shepard, R., & Jordan, D. (1984). Auditory illusions demonstrating that tones are assimilated to an internalized musical scale. *Science.*, *226*, 1336–1334.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, *75*, 428–444.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychology of Science*, *14*, 237–242.

- Soja, N. (1990). Semantic inferences: The role of count/mass syntax. *Papers and Reports on Child Language Development*, 29, 9.
- Soria-Urios, G., Duque, P., & García-Moreno, J. M. (2011a). Música y cerebro: fundamentos neurocientíficos y trastornos musicales. *Música y cerebro: fundamentos neurocientíficos y trastornos musicales. Rev Neurol*, 52(1), 45–55.
- Soria-Urios, G., Duque, P., & García-Moreno, J. M. (2011b). Música y cerebro (II): Evidencias cerebrales del entrenamiento musical. *Revista de Neurología*, 53(12), 739–746.
- Stanescu-Cosson, R., Pinel, P., Van de Moortele, P. F., Le Bihan, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Cerebral bases of calculation processes: impact of number size on the cerebral circuits for exact and approximate calculation. *Brain*, 123, 2240–2255.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210, 1033–1035.
- Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, P. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 99–120.
- Stevens, S. S. (1957). On the psychophysical law. *Psychological Review*, 64 (3), 153–181.
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*. Barcelona: Crítica.
- Stoesz, B. M., Jakobson, L. S., Kilgour, A. R., & Lewycky, S. T. (2007). Local processing advantage in musicians: Evidence from disembedding and constructional tasks. *Music Perception Journal.*, 25, 153–165.
- Strauss, M., & Curtis, L. (1981). Infant Perception of Numerosity. *Child Development*, 52, 1146–1152.
- Temple, C. M. (1992). Developmental dyscalculia. In *Handbook of Neuropsychology*

(pp. 211–222).

- Temple, E., & Posner, M. I. (1998). Brain mechanisms of quantity are similar in 5-year-old children and adults. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, *95*, 7836–7841.
- Tervaniemi, M., Kujala, A., Alho, K., Virtanen, J., Ilmoniemi, R. J., & Näätänen, R. (1999). Functional specialization of the human auditory cortex in processing phonetic and musical sounds: a magnetoencephalographic (MEG) study. *NeuroImage*, *9*, 330–336.
- Thioux, M., Pesenti, M., De Volder, A., & Seron, X. (2002). Category-specific representation and processing of number and animal names across semantic tasks: a PET study. *NeuroImage*, *13*, 617.
- Thornton, T. (2013). A comparison of state assessment scores between music and nonmusic students. *Applications of Research in Music Education*, *32*, 5–11.
- Threfall, J., & Frobisher, L. (1999). Patterns in processing and learning addition facts. In *Pattern in the teaching and learning of mathematics*. (pp. 39–46). London: Cassell.
- Tilman, B., Brachura, J. J., & Bigand, E. (2000). Implicit learning of a tonality: A self-organizing approach. *Physical Review*, *107* (4), 885–913.
- Trehub, S. E. (2003). The developmental origins of musicality. *Nature Neuroscience*, *6*, 669–673.
- Umiltà, M. A., Kohler, E., Gallese, V., Fogassi, L., Fadiga, L., Keysers, C., & Rizzolatti, G. (2001). A neurophysiological study. *Neuron*, *31*, 155–165.
- Valian, V. (1986). Syntactic categories in the speech of young children. *Developmental Psychology*, *22*, 562–579.
- Van den Heuvel, O. A., Groenewegen, H. J., Barkhof, F., Lazeron, R., Van Dyck, R., & J.D., V. (2003). Frontostriatal system in planning complexity: a parametric functional magnetic resonance version of tower of London task. *NeuroImage*, *18*

(2), 367–374.

Van Oeffelen, M. P., & Vos, P. G. (1982). A probabilistic model for the discrimination of visual number. *Perception & Psychophysics*, *32*, 163–170.

Venkatramana, V., Ansarib, D., & Cheea, M. W. L. (2005). Neural correlates of symbolic and non-symbolic arithmetic. *Neuropsychologia*, *43* (5), 744–753.

Verguts., T., & Fias, W. (2004). Representation of number in animals and humans: a neural model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *16* (9), 1493–1504.

Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, *49*, 868–873.

Walsh, V. (2003). A theory of magnitude: common cortical metrics of time, space and quantity. *Trends in Cognitive Science*, *7*, 483–488.

Warren, J. D. (1999). Variations on the musical brain. *Journal of the Royal Society of Medicine.*, *92*, 571–575.

Warren, J. D., Jennings, A. R., & Griffiths, T. D. (2005). Analysis of the spectral envelope of sounds by the human brain. *NeuroImage*, *24*, 1052–1057.

Warrington, E. K. (1982). The fractionation of arithmetical skills: A single case study. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *34* (A), 31–51.

Wechsler, D., & Psychological Corporation. (1981). *WAIS-R : manual : Wechsler adult intelligence scale-revised*. New York: Psychological Corporation/Harcourt Brace Jovanovich, Publishers.

Whalen, J., Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1999). Nonverbal counting in humans: The psychophysics of number representation. *Psychological Science*, *10*, 130–137.

Wiese, H. (2003a). Iconic and non-iconic stages in number development: the role of language. *Trends in Cognitive Neuroscience*, *7*, 385–390.

Wiese, H. (2003b). *Numbers, Language, and the Human Mind. A book that describes the human number faculty, merging verbal and non-verbal psychological findings into a major linguistic–philosophical concept*. Cambridge: Cambridge University

Press.

- Wildgruber, D., Kischka, U., Ackermann, H., Klose, U., & Grodd, W. (1999). Dynamic pattern of brain activation during sequencing of word strings evaluated by fMRI. *Cognitive Brain Research*, 7, 285–294.
- Williamson, V. J., McDonald, C., Deutsch, D., Griffiths, T. D., & Stewart, L. (2010). Faster decline of pitch memory over time in congenital amusia. *Advances in Cognitive Psychology*, 6, 15–22.
- Willis, C. G. (2016). *Impact of music education on mathematics achievement scores among middle school students*. Washington: Walden University.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155–193.
- Wynn, K. (1992a). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749–750.
- Wynn, K. (1992b). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220–251.
- Xia, L., Emmerton, J., Siemann, M., & Delius, J. D. (2001). Pigeons Learn to link numerosities with symbols. *Journal of Comparative Psychology*, 115, 83–91.
- Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: evidence for two systems of representations. *Cognition*, 89, B15–B25.
- Xu, F., & Arriaga, R. I. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 103–108.
- Xu, F., & Carey, S. (1996). Infant's metaphysics: The case of numerical identity. *Cognitive Psychology*, 30 (2), 111–153.
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month old infants. *Cognition*, 74, B1–B11.
- Yang, H., Lu, J., Gong, D., & Yao, D. (2016). How do musical tonality and experience affect visual working memory? *Neuroreport*, 27, 94–98.
- Yee, W., Holleran, S., & Jones, M. R. (1994). Sensitivity to event timing in regular and

irregular sequences: Influences of musical skill. *Perception and Psychophysics*, 56, 461–471.

Yeh, Y. Y., Kuo, B. C., & Liu, H. L. (2007). The neural correlates of attention orienting in visuospatial working memory for detecting feature and conjunction changes. *Brain Research*, 1130, 146–157.

Zago, L., Pesenti, M., Mellet, E., Crivello, F., Mazoyer, B., & Tzourio-Mazoyer, N. (2001). Neural correlates of simple and complex mental calculation. *NeuroImage*, 13n, 314–327.

Zatorre, R., & Peretz, I. (2001). The biological foundations of music. *Annals of the New York Academy Sciences*, 930, 461.

Zuk, J., Benjamin, C., Kenyon, A., & Gaab, N. (2014). Behavioral and neural correlates of executive functioning in musicians and non-musicians. *Public Library Of Science*, 9, 1–16.

Zur, O., & Gelman, R. (2004). Young children can add and subtract by predicting and checking. *Early Childhood Research Quarterly*, 19 (1), 121–137.