



2419
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

APLICACION DE LA TEORIA DE RAYOS A LA
SIMULACION DE LA RESPUESTA SISMICA
DE VALLES ALUVIALES

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A I
DAVID ARTURO ALVAREZ CUEVAS

MEXICO, D. F.

1989

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ÍNDICE

RESUMEN	1
ABSTRACT	2
1. INTRODUCCIÓN	3
2. ONDAS SÍSMICAS	7
2.1 Elementos de elastodinámica	7
2.1.1 Teoría de la elasticidad	7
2.1.2 Ecuación de onda	11
2.2 Tipos de ondas sísmicas	14
2.2.1 Ondas P	15
2.2.2 Ondas S	15
2.2.3 Ondas superficiales	16
2.3 Reflexión y refracción	18
2.3.1 Reflexión de ondas planas SH en frontera libre	19
2.4 Difracción	21
3. ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO	22
3.1 Convolución de funciones	22
3.2 Transformada discreta de Fourier y la FFT.	23
4. MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE AMPLIFICACIONES EN DEPÓSITOS DE SUELO BLANDO	25
4.1 Métodos experimentales	28
4.1.1 Observaciones de macrosismos	28
4.1.2 Microtemblores	29
4.1.3 Movimiento débil	29
4.1.4 Macrosismos	30

4.2 Métodos teóricos	30
4.2.1 Métodos analíticos	30
4.2.2 Métodos numéricos	30
5. TEORÍA DE RAYOS	33
5.1 Trazado de rayos	34
5.2 Coeficientes de transmisión y reflexión	39
5.3 Ejemplos de trazado cinemático de rayos	41
6. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE RAYOS EN CÁLCULOS DE AMPLIFICACIÓN	44
6.1 Superposición de haces gaussianos	46
7. COMPARACIÓN CON OTROS MÉTODOS Y SOLUCIONES HÍBRIDAS	53
8. CONCLUSIONES	63
RECONOCIMIENTOS	65
REFERENCIAS	66

RESUMEN

Se presenta un método de rayos para estudiar la respuesta sísmica en alta frecuencia de valles aluviales con geometría arbitraria, ante la incidencia de ondas SH. Con este propósito se esbozan los aspectos fundamentales de la elastodinámica, del análisis de Fourier y de la teoría de rayos.

El algoritmo permite resolver aproximadamente la ecuación de onda utilizando la superposición de haces gaussianos, construidos sobre el trazado cinemático de rayos dentro del depósito.

Para corroborar el método se comparan los resultados obtenidos en un depósito cosenoidal, ampliamente estudiado en la literatura especializada. Se calculan los sismogramas sintéticos para diferentes configuraciones de valles comparándolos con los generados aplicando otros métodos.

ABSTRACT

The aim of this work is to present a ray method to study the seismic response of alluvial valleys with arbitrary shape for high frequency. The seismic incident field is composed of SH waves. In order to describe the method, basic principles of elastodynamics, Fourier analysis and ray theory are briefly reviewed.

This method allows to approximately solve the wave equation using Gaussian beam superposition. The kinematic ray tracing is used as a framework to built up the solution.

Results are compared with those of a soft basin, which has been widely studied in the specialized literature. Synthetic seismograms are calculated for different configurations and compared with results from other methods in order to show the accuracy of the Gaussian beam superposition.

1. INTRODUCCIÓN

La humanidad, a través de su historia, ha padecido innumerables catástrofes naturales. Entre ellas, los movimientos sísmicos han cobrado millares de vidas, cuantiosas pérdidas económicas y, en ocasiones, considerables afectaciones socio-políticas. En nuestro país los sismos más importantes son producidos por la subducción de la placa de Cocos bajo la placa Norteamericana. Cuando las rocas ya no son capaces de soportar los esfuerzos tectónicos, se rompen súbitamente, liberando una fracción de la energía acumulada durante años en forma de ondas sísmicas. Estas ondas atraviesan diversas formaciones geológicas e irregularidades topográficas, cuyas propiedades mecánicas afectan la duración y amplificación del movimiento original. Diversos estudios han correlacionado las condiciones locales con la distribución de daños; el sismo de julio de 1963 en Skopje, Yugoslavia (Poceski, 1969) y los de septiembre de 1985 en la Ciudad de México (e.g. Sánchez-Sesma, 1987) son claros ejemplos. Es importante hacer notar, que en este último caso, el valle de México se encuentra a casi 400 km de la zona epicentral y, sin embargo, sufrió amplificaciones espectrales de 10 a 50 veces (Singh et al., 1988); mientras que ante una señal igual, en sitios ubicados a menos de 100 km, el movimiento pasaría prácticamente inadvertido (Jaime, 1988).

Las amplificaciones dinámicas en depósitos blandos generalmente se atribuyen a el contraste de impedancias entre los medios y a las resonancias de los estratos en ciertas frecuencias críticas. La irregularidad lateral, la heterogeneidad del medio y los efectos no lineales también influyen. La combinación de estos factores provoca atrapamiento, enfocamiento y amplificación del movimiento, así como la generación de ondas superficiales (e.g. Bravo, 1988). Cuando el depósito es un estrato horizontal, el atrapamiento afecta únicamente a las ondas de cuerpo que viajan

verticalmente. En depósitos con irregularidades laterales el atrapamiento de ondas afecta, además, a las ondas superficiales que se desarrollan en estas heterogeneidades (Bard, 1988).

Observaciones muestran que cuando los estratos son horizontales, el uso de modelos unidimensionales permite evaluar las amplificaciones locales en forma simple. Sin embargo, deben considerarse las irregularidades laterales que, por otra parte, dificultan la solución del problema, pues éstas producen múltiples reflexiones y refracciones, complicando los cálculos y requiriendo grandes recursos de cómputo.

El diseño de estructuras sismo-resistentes normalmente se basa en los espectros de respuesta, los cuales relacionan la respuesta máxima de un sistema elástico de un grado de libertad con amortiguamiento sometido a fuerzas o a movimientos específicos. A medida que se tenga un conocimiento más completo del comportamiento dinámico del suelo y las estructuras se podrán elaborar espectros de diseño más confiables que se reflejarán en construcciones más seguras e incluso más económicas.

Para una evaluación cuantitativa de los efectos dinámicos en valles aluviales se han desarrollado varios métodos que van desde las soluciones analíticas rigurosas hasta algoritmos numéricos que hacen uso de fuertes hipótesis simplificadoras. Dentro del primer grupo se tienen estudios para geometrias semicirculares (Trifunac, 1971) y semielípticas (Wong y Trifunac, 1974). Por lo que respecta a las soluciones numéricas, se han aplicado diversos métodos como el de diferencias finitas (Boore, 1972), el de elementos finitos (e.g. Streeter et al., 1974; Smith, 1975), el del número de onda discreto (e.g. Aki y Larner, 1970; Kawase y Aki, 1988), el uso de sistemas completos de soluciones (Treffitz, 1926), el uso de las ecuaciones integrales de frontera (Cruse y Rizzo, 1968; Sánchez-Sesma y Esquivel, 1979) y la teoría de rayos (e.g.

Červený, 1985a) entre otros.

La teoría de rayos permite un análisis más rápido y económico en alta frecuencia, observándose que sus resultados concuerdan bastante bien con métodos más rigurosos. Por ello se han emprendido investigaciones en las que se han desarrollado diferentes métodos. Hong y Heimberger (1978), Langston y Lee (1983), y Ziegler y Pao (1984) emplean variantes del método de rayos para estudiar la respuesta sísmica de modelos simples. Sánchez-Sesma *et al.* (1988) utilizan la teoría de rayos con un enfoque diferente evaluando la respuesta de cuñas y valles triangulares que cumplen determinadas condiciones geométricas.

Una poderosa solución que combina el método asintótico de rayos (Červený *et al.*, 1977) con la aproximación parabólica de la ecuación de onda (Tappert, 1976) ha sido propuesto por Babich (e.g. Babich y Popov, 1981). Este método, en el que se suman haces gaussianos, se basa en la construcción de un sistema de rayos desde una cierta fuente. En torno a cada rayo se establece una solución aproximada de la ecuación de onda que cumple una solución parabólica. Estas soluciones se denominan haces gaussianos y la suma de sus contribuciones permite obtener descripciones aproximadas del campo de onda. Por otra parte, este método de suma de haces gaussianos produce valores finitos en las caústicas y no requiere de antemano la localización de éstas. Su costo es comparable al de los métodos de rayos.

En el presente estudio se analiza, mediante la superposición de haces gaussianos, la respuesta sísmica en alta frecuencia de valles aluviales ante incidencia de ondas SH. La geometría arbitraria del depósito se aproxima mediante segmentos de rectas. Se pretende que este trabajo contribuya a comprender mejor el comportamiento sísmico de depósitos de suelo blando a un bajo costo. Para corroborar el método se compara la respuesta obtenida

con otros procedimientos.

A continuación se discuten algunos aspectos relevantes de la teoría de propagación de ondas sísmicas, del análisis de Fourier y de la teoría de rayos. Se presenta, también una descripción de algunos métodos para calcular la amplificación sísmica. Todo ello permitirá una clara comprensión del método que aquí se presenta. Finalmente, en los ejemplos se ilustran sus ventajas y limitaciones.

2. ONDAS SÍSMICAS

La ocurrencia de un sismo puede tener diversos orígenes, siendo los más importantes los provenientes de la actividad tectónica. En este caso el movimiento sísmico se produce cuando las rocas no son capaces de soportar los esfuerzos a los que están sometidos y se rompen súbitamente, liberando energía almacenada en la roca deformada. Esta energía se utiliza parcialmente en crear la falla (al romper la roca y vencer la fricción), mientras que otra parte permanece como esfuerzo residual y una pequeña fracción se libera en forma de ondas sísmicas.

La propagación de la perturbación sísmica depende de las propiedades del medio, el cual se considerará aquí como elástico-lineal, homogéneo e isótropo.

2.1 ELEMENTOS DE ELASTODINÁMICA

Para el estudio de la propagación de ondas sísmicas se supone un comportamiento elástico del medio. Esta hipótesis permite comprender ciertos fenómenos físicos importantes en el estudio sísmico.

2.1.1 Teoría de la elasticidad

La teoría de la elasticidad relaciona las fuerzas internas producidas en un medio continuo, como resultado de la aplicación de las fuerzas externas, con los cambios en tamaño y forma que sufre éste. Es decir, proporciona las relaciones esfuerzo-deformación para un medio continuo.

a) Esfuerzos

Considérese un elemento infinitesimal de volumen en un medio continuo sometido a la acción de esfuerzos (fig. 2.1). El primer subíndice de σ indica la dirección normal del plano en el que actúa el esfuerzo y el segundo designa su dirección. El estado de esfuerzos en un punto dentro de un medio continuo se caracteriza por su tensor (2.1), donde los esfuerzos con subíndice repetido son normales y los que difieren representan esfuerzos cortantes.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Se puede demostrar, por equilibrio de suma de momentos y sin considerar momentos por unidad de volumen, que $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$, $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$ y $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$, o bien $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$; es decir, el tensor de esfuerzos es simétrico.

b) Deformaciones

Quando un cuerpo es sometido a la acción de fuerzas externas, se producen en éste cambios en su forma y dimensiones que se denominan deformaciones. La deformación longitudinal en la dirección x se define como

$$\epsilon_{xx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}$$

Si u , v y w son los tres componentes del desplazamiento de un cuerpo en las direcciones x , y y z respectivamente, las deformaciones longitudinales se definen como:

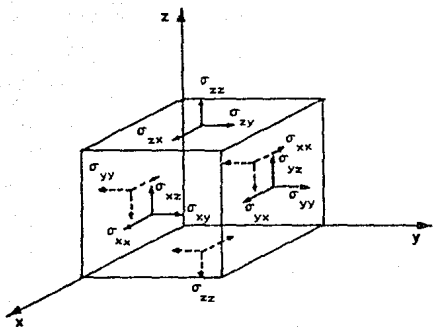


Figura 2.1 Componentes de los esfuerzos a los que es sometido un elemento diferencial de volumen.

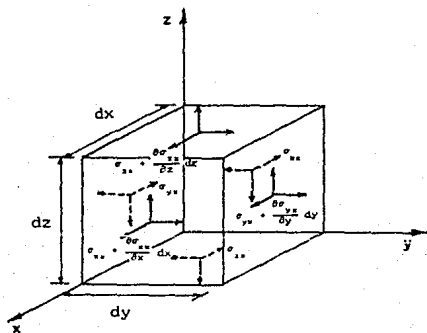


Figura 2.2 Distribución de esfuerzos del elemento de la figura 2.1 cuando éste es sometido a movimiento.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.2)$$

Un cuerpo, además, puede ser sometido a deformaciones angulares, las cuáles se expresan como

$$\begin{aligned} \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} &= \frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \\ \epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} &= \frac{1}{2} \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \\ \epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} &= \frac{1}{2} \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2.3)$$

Por otra parte, la rotación simple del cuerpo con respecto a los tres ejes coordenados está dada por

$$\begin{aligned} \theta_x &= \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \theta_y &= \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \theta_z &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned}$$

c) Ley de Hooke

Experimentalmente se ha observado que en la mayoría de los sólidos las deformaciones son linealmente proporcionales a los esfuerzos, mientras no se exceda el límite elástico. Matemáticamente se establece que cada uno de los seis componentes del esfuerzo es, en cada punto, una función lineal de los seis componentes de la deformación.

En un sólido isótropo con planos de simetría e independiente del sistema de referencia, las consideraciones anteriores permiten expresar las relaciones esfuerzo-deformación de la forma siguiente

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{xx} & \sigma_{xy} &= \mu \gamma_{xy} \\
 \sigma_{yy} &= \lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{yy} & \sigma_{yz} &= \mu \gamma_{yz} \\
 \sigma_{zz} &= \lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{zz} & \sigma_{zx} &= \mu \gamma_{zx}
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

donde $\Delta = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$, es la dilatación y representa el cambio de volumen en un cubo unitario (e.g. Popov, 1983; Kosky, 1963)

Las dos constantes elásticas λ y μ se conocen como las constantes de Lamé. μ es el módulo de rigidez al cortante, que da una medida de la resistencia a la deformación en cortante.

2.1.2 Ecuación de onda

Considérese un medio en movimiento, en que los esfuerzos son funciones continuas del espacio y del tiempo, como se muestra en la fig. 2.2

Debido a que las componentes de los esfuerzos varían a través de las caras, para obtener la fuerza actuante en cada cara se toma el valor de los esfuerzos en el centro de la cara por el área. Así en la dirección x se tendrá:

$$\begin{aligned}
 & \left[(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx) - \sigma_{xx} \right] dy dz + \left[(\sigma_{yx} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} dy) - \sigma_{yx} \right] dx dz + \\
 & + \left[(\sigma_{zx} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} dz) - \sigma_{zx} \right] dx dy = \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \right] dx dy dz
 \end{aligned}$$

Empleando la segunda Ley de Newton y despreciando las fuerzas de cuerpo (e.g. la gravedad), la expresión anterior se igualará con:

$$(\rho \, dx \, dy \, dz) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

donde ρ es la densidad de masa y u es el desplazamiento en la dirección x .

Estableciendo la igualdad se tiene la ecuación del movimiento en la dirección x ; con un proceso similar en las otras dos direcciones se puede escribir

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Usando las relaciones de elasticidad es posible obtener una ecuación, en función únicamente de los desplazamientos. En la dirección x la ecuación (2.5) se transforma, usando las igualdades (2.2), (2.3) y (2.4), (Telford et al., 1976), en:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \quad (2.6a)$$

Y análogamente en las otras dos direcciones

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 u \quad (2.6b)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 u \quad (2.6c)$$

donde $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$; $\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$

derivando las ecuaciones (2.6) con respecto a x, y y z respectivamente y sumándolas se obtiene

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Delta \quad (2.7)$$

donde $\alpha^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$, en que α representa la velocidad de propagación de las ondas de dilatación:

$$\alpha = \left[(\lambda + 2\mu)/\rho \right]^{1/2} \quad (2.8)$$

Derivando (2.6c) con respecto a y y restándole la derivada de (2.6b) con respecto a z se obtiene

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = \nabla^2 \theta_x \quad (2.9)$$

donde $\beta^2 = \mu/\rho$ y θ_x es la rotación a través del eje x. Así la perturbación asociada se propaga con velocidad β .

$$\beta = (\mu/\rho)^{1/2} \quad (2.10)$$

Expresiones similares se obtienen para θ_y y θ_z .

Con base a lo anterior, la forma general de la ecuación de onda

será:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \nabla^2 \psi \quad (2.11)$$

donde ψ es la función que designa el tipo de onda que se propaga y v es una constante que representa la velocidad de la onda.

2.2 TIPOS DE ONDAS SÍSMICAS

Una onda se define como una perturbación que viaja a través de un medio. Si esta perturbación produce un cambio de volumen, entonces $\psi = \Delta$ y si produce una rotación $\psi = \theta$.

Una solución parcial de la ecuación de onda (2.11) es:

$$\psi = f(x - vt) + g(x + vt) \quad (2.12)$$

que representa dos ondas viajando con velocidad v en sentidos opuestos. El primer término avanza en la dirección positiva del eje x y el segundo en la dirección negativa. Como ψ es independiente de y y z se le denomina onda plana. Por otra parte, $(x - vt)$ ó $(x + vt)$ representan las fases; cuando la fase es la misma se genera una superficie que se conoce como *frente de onda*, es decir, es el conjunto de todos los puntos en el espacio que son alcanzados simultáneamente por una onda. La línea que denota la dirección de propagación de la onda se denominará *rayo*.

Se ha establecido que las ecuaciones (2.7) y (2.9) son los dos casos particulares de la ecuación general de onda (2.11), en que deben satisfacerse las funciones Δ y θ , correspondientes a las dilataciones y rotaciones; es decir, en un medio elástico, homogéneo, isótropo y de extensión infinita, sólo se pueden transmitir estos dos tipos de onda. Sin embargo, durante un evento sísmico se producen, además, ondas superficiales generadas por las fronteras del medio.

2.2.1 Ondas P

Este tipo de ondas son las más veloces, es decir, son las primeras en llegar. Su movimiento típicamente se caracteriza por el desplazamiento de las partículas del medio en la dirección de propagación de la onda, produciendo en éste dilataciones y compresiones, pero sin cambio de forma de las partículas; por lo que, también se les denomina dilatacionales, compresionales, longitudinales o irrotacionales (ver fig. 2.3a). La ecuación (2.8) define la velocidad de propagación α que en las rocas graníticas y en el interior de la Tierra es mayor a los 5 km/s y 11 km/s respectivamente (Nava, 1987). Las ondas P son capaces de viajar en sólidos, líquidos y ser transmitidas en el aire como ondas sonoras, audibles si sus frecuencias son mayores de 15 Hz (Bolt, 1985).

2.2.2 Ondas S

Son aquellas en que las partículas del medio típicamente se desplazan perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda. Son las segundas en llegar, de ahí, su denominación de S y también se les conoce como transversales o de cortante (ver fig. 2.3b). No pueden viajar a través de los líquidos debido a que el esfuerzo cortante en éstos es nulo. Su velocidad de propagación está definida por β de la ecuación (2.10).

Las ondas P aunque viajan a mayor velocidad, tienen frecuencias más altas y amplitudes menores que las S; por ello éstas últimas son más dañinas. En una gran gama de rocas $\nu = 0.25$ y por lo tanto $\beta = \alpha/\sqrt{3}$ (Rosenblueth, 1988).

El análisis de la ondas de cortante conviene hacerlo polarizándolas en ondas SH (horizontales) y SV (verticales) como se muestra en la fig 2.4.

En el presente trabajo sólo se estudia la propagación de ondas SH, por lo que la ecuación de onda que se tratará se expresa como

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (2.13)$$

donde $\psi = \psi(x, z, t)$

2.2.3 Ondas Superficiales

Estas ondas son causadas por la interferencia de las ondas de cuerpo con la superficie libre y se propagan a menor velocidad que éstas. Se caracterizan porque en la superficie presentan amplitudes máximas que decrecen con la profundidad. En terremotos se aprecia su dispersión, es decir, las ondas de diferentes frecuencias viajan con diferentes velocidades. Los dos tipos principales son las ondas de Rayleigh y de Love.

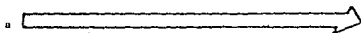
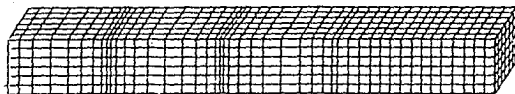
a) Ondas de Love

Las ondas de Love tienen un movimiento transversal paralelo a la superficie y se presume que se deben a que las propiedades elásticas y la densidad de las capas superficiales difieren de las del interior. Estas ondas pueden propagarse a través de la capa superficial sin penetrar. Son más lentas que las ondas de cuerpo, pero se desplazan a mayor velocidad que las de Rayleigh (1 a 4.5 km/s), (ver fig. 2.3c).

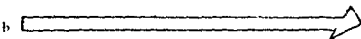
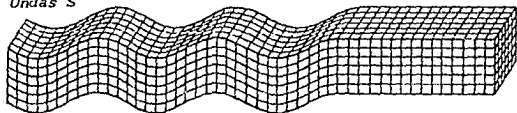
b) Ondas de Rayleigh

Este tipo de ondas se asemeja a las ondas superficiales de gravedad en los líquidos. Lord Rayleigh mostró que sus efectos decrecen rápidamente con la profundidad y que su velocidad, menor a las ondas de cuerpo, es del orden de 0.92β (1 a 4 km/s). Sin embargo, al propagarse en dos dimensiones, su decrecimiento es más

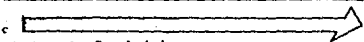
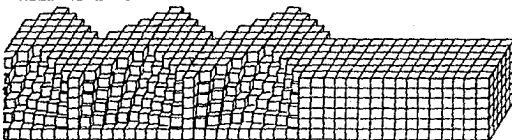
Ondas P



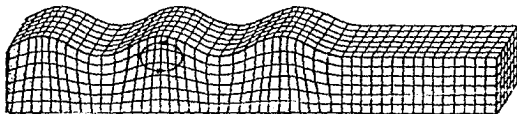
Ondas S



Ondas de Love



Ondas de Rayleigh



d

Figura 2.3 En la propagación de ondas sísmicas se producen principalmente: a) ondas compresionales (P), b) ondas de cortante (S); así como ondas superficiales: c) ondas de Love y d) ondas de Rayleigh.

lento que el de las ondas de cuerpo. El movimiento de las partículas del terreno se efectúa en forma de una elipse retrógrada con el eje mayor en posición vertical para las partículas en la superficie libre (ver fig 2.3d).

2.3 REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN

Cuando una onda que se transmite en un medio 1 encuentra un cambio brusco de las propiedades elásticas, medio 2, parte de la energía de la onda se reflejará, mientras que otra parte se refractará a el medio 2. Para poder encontrar las leyes de reflexión y refracción es necesario establecer el principio de Huygens, el cual dice que cada punto sobre un frente de onda puede ser considerado como un nuevo emisor de ondas.

La ley de reflexión nos indica que el ángulo de incidencia θ_1 es igual al de reflexión θ_1' . Y la ley de refracción o ley de Snell establece que

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{V_1} = \frac{\text{sen } \theta_2}{V_2} \quad (2.14)$$

donde θ_2 se conoce como ángulo de refracción.

Cuando $V_2 < V_1$ implica que $\theta_2 < \theta_1$. Sin embargo, si $V_2 > V_1$ y $\theta_1 = \text{angsen}(V_1/V_2)$, (angsen indica el ángulo cuyo seno es), entonces, $\theta_2 = 90^\circ$ y el rayo refractado viajará por la interfaz. El ángulo que cumple esta condición se conoce como ángulo crítico θ_c (sen $\theta_c = V_1/V_2$). Si el ángulo de incidencia es mayor que el crítico la Ley de Snell no se puede satisfacer y se produce una reflexión total (Telford et al., 1976).

2.3.1 Reflexión de ondas planas SH en frontera libre

En general, cuando una onda de cuerpo incide en la frontera entre dos semiespacios elásticos, una onda de cada tipo (P y S) se reflejará y refractará.

La propagación de las ondas SH está gobernada por la ecuación de onda en dos dimensiones $\psi = \psi(x, z, t)$, $u = w = 0$. (ecuación 2.13)

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} ; \quad \beta = \sqrt{\mu/\rho} \quad (2.13)$$

Para resolver la expresión anterior es necesario satisfacer las condiciones de frontera. En la superficie libre los desplazamientos deben ser iguales y las tracciones nulas. Así si $\psi^{(i)}$ es la onda incidente y $\psi^{(r)}$ es la onda reflejada (véase la figura 2.5)

$$\begin{aligned} \psi &= \psi^{(i)} + \psi^{(r)} \\ \frac{\partial \psi}{\partial z} &= 0 \quad \text{en } x = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Las ondas incidente y reflejada se pueden expresar como

$$\begin{aligned} \psi^{(i)} &= f[t - 1/\beta (x \sin \gamma - z \cos \gamma)] \\ \psi^{(r)} &= f[t - 1/\beta (x \sin \gamma + z \cos \gamma)] \end{aligned}$$

donde γ es el ángulo de incidencia. Cumpliendo las condiciones (2.14)

$$\psi = 2 f(t - \frac{x}{\beta} \sin \gamma) \quad (2.15)$$

ésto es, la amplificación del movimiento en la superficie es dos.

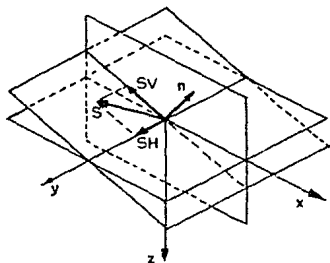


Figura 2.4 Polarización de las ondas de cortante en SH y SV.

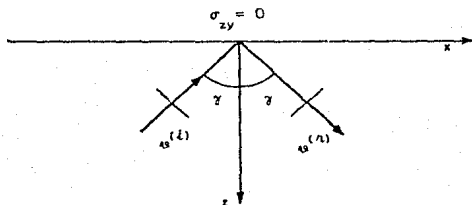


Figura 2.5 Reflexión de ondas SH en superficie libre, $\psi^{(i)}$ onda incidente, $\psi^{(r)}$ onda reflejada.

2.4 DIFRACCIÓN

Se entiende por difracción la interacción entre una onda y un objeto de cualquier clase y que no puede interpretarse como reflexión o refracción. Esto sucede cuando el radio de curvatura del objeto es comparable o menor que la longitud de onda. Dado que estas longitudes en las perturbaciones sísmicas son grandes, (mayores de 100 m), comparadas con las dimensiones geológicas, la difracción es un aspecto importante en ingeniería sísmica (Telford *et al.*, 1976).

Una limitación importante de la teoría de rayos, que se discute más adelante (Capítulo 5), es que no puede considerar la difracción.

3. ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO

En el estudio de la respuesta sísmica de valles aluviales se analizan los efectos producidos por una señal transitoria, que puede ser una onda elemental, o bien, un acelerograma. Para calcular la respuesta se emplea el análisis de Fourier. Este procedimiento es una útil herramienta matemática que simplifica el proceso de cálculo al trasladar el problema de el dominio del tiempo al de la frecuencia, donde el estudio es más sencillo. Posteriormente, aplicando la transformada inversa, se obtiene la respuesta del depósito en el tiempo.

Al emplear la transformada de Fourier se identifican las diferentes frecuencias y amplitudes de las ondas sinusoidales que combinadas generan la onda arbitraria. El par de transformadas se definen como (e.g. Newland, 1980)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.2)$$

donde $F(\omega)$ es la transformada de Fourier de $f(t)$, $t=\sqrt{T}$ y ω es la frecuencia. Para un estudio más detallado de las expresiones (3.1) y (3.2) véase Brigham, (1974).

3.1 CONVOLUCIÓN DE FUNCIONES

La convolución de dos funciones es un concepto físico muy importante definido por

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(t-\tau) d\tau = h(t)*f(t) \quad (3.3)$$

El teorema de la convolución entre la ecuación (3.3) y su transformada de Fourier constituye una poderosa herramienta de análisis. El teorema establece que si $F(\omega)$ y $H(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $f(t)$ y $h(t)$ respectivamente, entonces la convolución de las funciones $f(t)*h(t)$ tiene como transformada de Fourier $F(\omega)H(\omega)$. Es decir, la convolución de dos funciones en el dominio del tiempo se transforma en una multiplicación punto a punto en el dominio de la frecuencia.

Este resultado es de gran utilidad al analizar la respuesta sísmica de los depósitos.

3.2 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER Y LA FFT

Debido a que los cálculos numéricos se hacen mediante el auxilio de computadoras, es necesario discretizar las ecuaciones (3.1) y (3.2). Así, la transformada discreta de Fourier y la transformada inversa discreta serán respectivamente (e.g. Newland, 1980)

$$X_k = \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i(2\pi kr/N)} \quad k=0,1,2,\dots,(N-1)$$

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} X_r e^{i(2\pi kr/N)} \quad r=0,1,2,\dots,(N-1)$$

Si el muestreo de las funciones se hace con un intervalo Δ , se estimará un espectro hasta $1/2\Delta$ que es la llamada frecuencia de Nyquist. En la práctica se consideran confiables frecuencias menores, pues cerca de la de Nyquist se presenta una distorsión denominada *aliasing*.

Aplicando directamente la transformada discreta de Fourier con N muestras se requiere un tiempo de cómputo proporcional a N^2 , lo

que implica un excesivo tiempo de proceso, sobre todo cuando N es grande. Afortunadamente se ha desarrollado un algoritmo extraordinariamente eficiente denominado transformada rápida de Fourier (FFT) que reduce el tiempo de cálculo, siendo éste proporcional a $N \log_2 N$. (e.g. Newland, 1980).

La FFT se emplea en este trabajo para el análisis de la respuesta de los valles aluviales.

4. MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE AMPLIFICACIONES EN DEPÓSITOS DE SUELO BLANDO

Por razones fundamentalmente económicas la mayoría de los grandes asentamientos humanos como las ciudades de México, Tokio, Los Angeles, Caracas, Lima o Leninakan se ubican en los depósitos de suelo relativamente blandos generados por ríos o lagos. En muchos casos estos depósitos son jóvenes, suaves y superficiales. De ello se desprende la importancia de conocer los efectos de sitio. Ello, junto con estudios de sismicidad permite evaluar el riesgo sísmico. Los efectos locales deben considerarse en los estudios de zonificación sísmica y en la generación de reglamentos de construcción sísmo-resistente.

Se ha observado en diversos macrosismos que las condiciones locales pueden incrementar en varios grados las intensidades en las escalas de Mercalli (MM) y MKS, (Bard, 1988), aumentando la potencialidad destructiva del sismo y sus consecuentes daños humanos y materiales. Los registros experimentales y las investigaciones realizadas indican que los principales fenómenos responsables de la amplificación dinámica del movimiento son atrapamiento y enfocamiento de la energía sísmica producidos por los efectos del contraste de impedancias y la geometría entre la base y el suelo. Si el depósito es un estrato horizontal (modelo unidimensional) la propagación de ondas de cuerpo es suficiente para explicar el atrapamiento de energía; sin embargo, al existir irregularidades laterales (modelos bidimensionales y tridimensionales), las ondas superficiales que se desarrollan localmente pueden producir efectos importantes. Ello podría explicar ciertos patrones espaciales de resonancia. La figura 4.1, tomada de Bard (1988), muestra el comportamiento de un modelo unidimensional y dos bidimensionales.

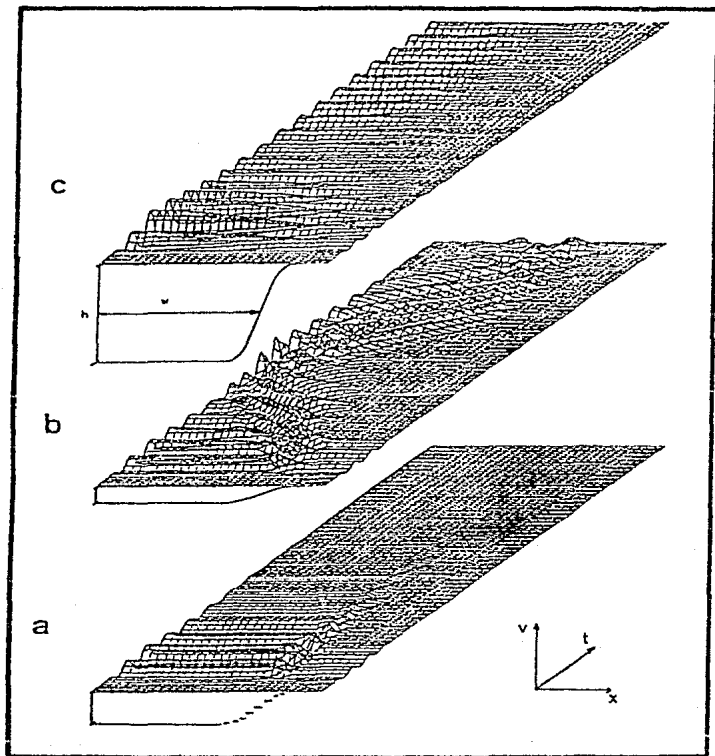


Figura 4.1 Comparación de la respuesta sísmica obtenida por modelos unidimensionales y bidimensionales. Se ilustran los desplazamientos (w) a través del tiempo (t) y a lo largo del depósito (x) ante la incidencia de ondas SH. El valle tiene una frecuencia característica $f_p = \beta/4h$

(h profundidad del depósito)

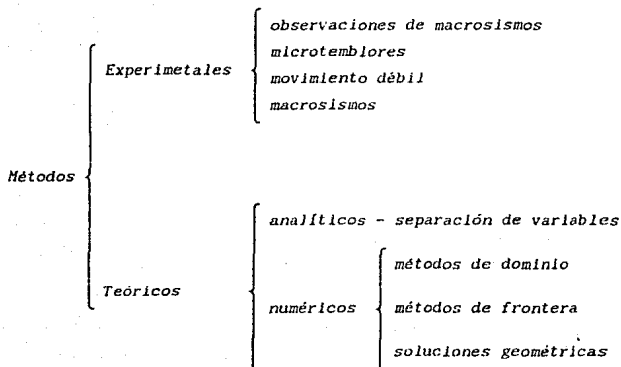
a) aproximación unidimensional (se considera únicamente la profundidad local)

b) modelo bidimensional para un valle superficial

c) modelo bidimensional para un valle profundo.

Como resultado de la combinación de los factores enunciados así como del amortiguamiento y las características de la onda incidente, en el dominio de la frecuencia los picos espectrales y las frecuencias asociadas están relacionadas con particulares patrones de resonancia del depósito, mientras que en el dominio del tiempo esos picos pueden interpretarse como amplificación del movimiento y/o alargamiento de la duración del mismo. Con respecto a los desplazamientos, las irregularidades laterales pueden inducir importantes movimientos diferenciales en distancias comparables a la longitud de onda predominante. Los sismos de interés en Ingeniería sísmica corresponden al rango de frecuencia de 0.1 Hz a 20 Hz y como las velocidades de las ondas sísmicas cerca de la superficie varían entre, digamos, 0.1 km/s y 3 km/s, dichas longitudes de onda pueden ser de decenas de metros a decenas de kilómetros (Sánchez-Sesma, 1987).

Los métodos desarrollados para estudiar estos fenómenos se pueden clasificar en dos grupos principales: los experimentales y los teóricos, de éstos últimos se han obtenido soluciones analíticas y numéricas. A continuación se presenta un breve esbozo de las técnicas propuestas, (véase el cuadro 4.2).



cuadro 4.2

4.1 MÉTODOS EXPERIMENTALES

4.1.1 Observaciones de macrosismos

Una vez sucedido un evento sísmico destructivo, es posible hacer un análisis detallado que permita apreciar cualitativamente las zonas más riesgosas, desde el punto de vista de ingeniería sísmica, buscando establecer la relación entre la distribución de daños y los rasgos topográficos y geotécnicos. En el diseño estructural es necesario conocer las aceleraciones del terreno, pero la interpretación de las intensidades en función de éstas no es sencilla.

4.1.2 Microtemblores

Diversos estudios muestran que existe una buena correlación entre las condiciones de sitio y los espectros de microtemblores; periodos cortos (menores a 0.2 seg) indican roca firme, mientras que los periodos largos señalan depósitos de suelo blando. Este método, sin embargo, tiene la desventaja de diferir de un sitio a otro (aún cercanos) debido a que las amplitudes espectrales dependen también de los efectos producidos por la fuente y la trayectoria de las ondas sísmicas. Otro problema que se presenta son las variaciones en las mediciones diurnas y nocturnas, lo que obliga a un mayor muestreo. Como señala Aki (1988), el método en sí, sólo es práctico en periodos largos (i.e. cuando la fuente y los efectos de trayectoria son los mismos para todos los sitios considerados).

4.1.3 Movimiento débil

El método es básicamente el mismo que el anterior, con la excepción de que el movimiento es generado por la sismicidad natural (pequeños temblores) o artificialmente (explosiones, pruebas nucleares). La mayoría de los inconvenientes señalados para microtemblores son superados, pero es necesario registrar por lo menos diez eventos para obtener un espectro confiable. Por otra parte, los efectos no lineales no se pueden considerar, pues para ello se necesitan movimientos fuertes. La principal ventaja reside en la simplicidad y autosuficiencia del método. Bard (1988) opina que este método es, entre otros, el que mejor se ajusta a una estimación confiable de los efectos locales y considera que la inversión inicial es rápidamente amortizable con los numerosos estudios de regionalización sísmica.

4.1.4 Macrosismos

Con la incidencia de un movimiento fuerte es factible utilizar el mismo principio enunciado, recabando información altamente confiable y aplicable. Sin embargo, para generar el espectro de diseño es necesario registrar varios macrosismos intensos, los cuales no son muy frecuentes.

4.2 METODOS TEÓRICOS

4.2.1 Métodos analíticos

Este tipo de soluciones hacen uso del método de separación de variables, obteniendo la respuesta exacta para incidencia de ondas SH en depósitos aluviales con geometría semicircular (Trifunac, 1971) y semielíptica (Wong y Trifunac, 1974). Los resultados señalan una alta sensibilidad al ángulo de incidencia y a la frecuencia actuante, así como al efecto de la irregularidad lateral que genera amplificaciones mucho mayores que las obtenidas unidimensionalmente (Sánchez-Sesma, 1987).

4.2.2 Métodos numéricos

Es práctica usual formular modelos que incluyan algunos aspectos de las condiciones locales de interés. En la mayoría de los casos se resuelve la ecuación de onda en forma aproximada. La flexibilidad, versatilidad y su relativo bajo costo de proceso (debido al creciente desarrollo de los sistemas de cómputo), además de no simplificar la estructura local o el campo de onda incidente (Moczo *et al.*, 1987), permiten un estudio paramétrico y una estimación de la respuesta del sitio. Un punto importante en la aplicación de este tipo de modelado, es conocer las hipótesis restrictivas y el rango de validez.

4.2.2.1 Métodos de dominio

Generalmente los suelos ante las excitaciones sísmicas fuertes llegan a presentar comportamientos no lineales. Discretizando el problema mediante las técnicas de elementos finitos (e.g. Streeter *et al.*, 1974; Smith, 1975; Joyner, 1975) y de diferencias finitas (e.g. Boore, 1972; Harmsen y Harding, 1981) es posible realizar el modelado en baja frecuencia de depósitos con geometría complicada. Sin embargo, aunque el método es teóricamente ilimitado, al aumentar la frecuencia se rebasa la capacidad de cómputo, elevando su costo.

4.2.2.2 Métodos de frontera

Estos métodos satisfacen aproximadamente las condiciones de frontera en modelos homogéneos y elástico-lineales. El método del número de onda discreto (Aki y Larner, 1970) representa el campo de desplazamiento mediante la superposición de ondas planas de amplitudes complejas desconocidas que se propagan en diversas direcciones. El campo de desplazamientos se obtiene, discretizando en una suma infinita, la integración sobre el número de onda horizontal. De esta forma y al aplicar las condiciones de continuidad de desplazamientos y tracciones en la interfaz, se genera un sistema de ecuaciones lineales simultáneas (e.g. Bouchon *et al.*, 1988).

El método de sistemas completos realiza una combinación lineal de funciones linealmente independientes que satisfacen aproximadamente las condiciones de frontera (e.g. Bravo y Sánchez-Sesma, 1983; Bravo y Sánchez-Sesma, 1988).

Otro método, de este grupo, hace uso de las ecuaciones integrales de frontera (e.g. Cruse y Rizzo, 1968; Kawase y Aki, 1988).

4.2.2.3 Métodos geométricos

Estos métodos utilizan la teoría de rayos para obtener la respuesta en el tiempo de valles sedimentarios con irregularidades laterales. Se permite una clara visualización de la física del problema, son económicos en términos de cómputo y proporcionan resultados confiables en alta frecuencia (Bravo, 1988), pero no consideran la difracción. Hong y HelMBERGER (1978), Lee y Langston (1983), Moczo *et al.*, (1987), Sánchez-Sesma *et al.* (1988), entre otros, han aplicado la teoría de rayos obteniendo resultados muy halagadores. Ello ha estimulado el interés por desarrollar este tipo de métodos. Una extensión de la teoría de rayos basada en la aproximación paraxial mediante la superposición de haces gaussianos propuesta por Babich (e.g. Babich y Popov, 1981) se emplea en este estudio para simular depósitos de suelo blando de geometría arbitraria.

5. TEORÍA DE RAYOS

La aplicación del método de rayos al análisis de la respuesta sísmica de depósitos blandos permite un estudio relativamente rápido y a un bajo costo. Es posible considerar la irregularidad lateral, con las limitaciones impuestas por la existencia de regiones de singularidad, e investigar la naturaleza física de cada haz de ondas interpretando las regiones que por efectos de interferencia o enfocamiento producen incrementos de amplitudes.

El algoritmo descompone el campo de onda incidente en ondas elementales o rayos, sobre los cuales fluyen las ondas sísmicas de alta frecuencia, por lo que la teoría de rayos cobra especial importancia en aquellos sitios en que tales frecuencias tienen un sentido práctico. Para su aplicación es necesario que la longitud de onda predominante sea mucho menor que cualquier dimensión de la estructura, como por ejemplo el radio de curvatura de las interfaces en los puntos de incidencia del rayo (Červený, 1985b). Se obtienen resultados razonables aún si las condiciones expuestas no son completamente satisfechas, aunque deben tomarse las reservas necesarias.

Durante el proceso de cálculo es posible estimar la importancia de la refracción, reflexión y conversión de ondas de cada rayo. Discretizado el campo se obtiene el trazado de rayos dentro del depósito, donde se visualiza las regiones causantes de los efectos de sitio. Dado que la descomposición se hace en un número finito de rayos y no se consideran ondas difractadas o las que no son del tipo de rayos (non-ray waves), el método no siempre representa fielmente el campo incidente (Moczo et al., 1987).

Las regiones de singularidad como las caústicas o las zonas de

transición entre rayos y la sombra geométrica limitan e incluso invalidan el método, pues estas zonas son muy importantes en la interpretación sísmica, ya que ahí las ondas de cuerpo alcanzan sus máximas amplitudes. Por otra parte, la gran sensibilidad a la aproximación y a los detalles menores del modelo (como las pequeñas oscilaciones en la velocidad, las interfaces artificiales y las zonas de no suavidad, frecuentemente son responsables del comportamiento anómalo de las amplitudes de los rayos (Červený, 1985b).

Otra dificultad se presenta cuando se requiere el uso de trazado de rayos de dos puntos (emisor-receptor), complicando el algoritmo y haciéndolo engorroso; más aún, si se requiere un gran número de rayos con varias reflexiones. Esta situación se agrava en el cálculo de la respuesta sísmica de valles sedimentarios con alto contraste de impedancias.

Como se podrá observar, existe un gran número de limitaciones, por lo que es conveniente buscar otros procedimientos más eficientes. La superposición de haces gaussianos es un método de rayos más poderoso a un costo similar.

5.1 TRAZADO DE RAYOS

Para obtener el campo de desplazamientos mediante el método de rayos es necesario construir el trazado cinemático de las trayectorias de los rayos. A continuación se expone el algoritmo utilizado para valles de sección arbitraria.

Sea un depósito de geometría irregular, discretizado en segmentos de rectas definidos por los puntos (x_k, z_k) y (x_{k+1}, z_{k+1}) con pendientes m_k , donde $0 < k < N$, y N es el número de puntos, como se muestra en la figura 5.1, en que las ondas SH inciden con un ángulo γ . Si se define el número de rayos que se desea trazar

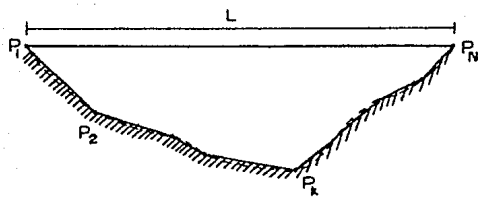


Figura 5.1 Discretización de un depósito de geometría arbitraria.

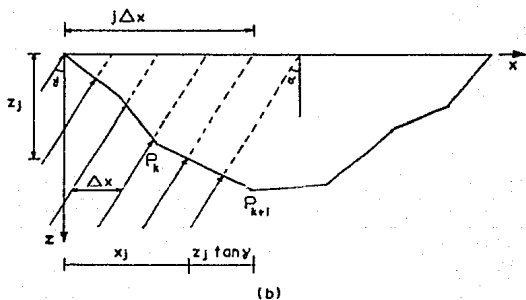
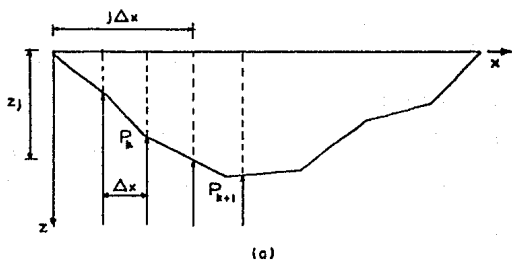


Figura 5.2 Localización de la incidencia de los rayos en la interfaz. a) $\gamma = 0^\circ$, b) $\gamma \neq 0^\circ$.

(NR), la separación entre estos será $\Delta x = L/NR$, donde L es la longitud del depósito.

Si la incidencia es vertical, (fig. 5.2a), los puntos de contacto entre rayos e interfaz serán

$$\begin{aligned} x_j &= j\Delta x \\ z_j &= m_k(x_j - x_k) + z_k \end{aligned} \quad x_k < x_j < x_{k+1}$$

donde x_j, z_j son los puntos en que los rayos interceptan al depósito ($0 < j < NR$). Por otra parte, si el ángulo de incidencia es diferente de cero (fig. 5.2b)

$$\begin{aligned} x_j &= \frac{(m_k x_k - z_k) \tan \gamma + j\Delta x}{m_k \tan \gamma + 1} \\ z_j &= (j\Delta x - x_j) / \tan \gamma \end{aligned} \quad x_k < x_j < x_{k+1}$$

Considerando que el depósito está constituido por sedimentos elástico-lineales, homogéneos e isotrópicos, entonces la propagación de las ondas sísmicas se efectuará a través de haces de rayos lineales. Utilizando ecuaciones paramétricas es posible definir la cinemática de las ondas. De esta forma, las expresiones para el rayo (r) y las rectas que aproximan la geometría del valle (t) se establecen por las ecuaciones 5.1 y 5.2 respectivamente

$$\begin{aligned} x &= x_1 + sr_x \\ z &= z_1 + sr_z \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} x &= x_k + \xi t_x \\ z &= z_k + \xi t_z \end{aligned} \quad (5.2)$$

donde

$$t_x = \frac{x_{k+1} - x_k}{\sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (z_{k+1} - z_k)^2}}$$

$$t_z = \frac{z_{k+1} - z_k}{\sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (z_{k+1} - z_k)^2}}$$

r_x y r_z son los cosenos directores del rayo con parámetro s . t_x y t_z son los cosenos directores de la recta que intercepta el rayo con parámetro ξ (en caso de ser superficie libre $t_x=1$, $t_z=0$). En el punto de incidencia (x_1, z_1) , el rayo transmitido seguirá una trayectoria

$$x = x_1 + s \operatorname{sen} \theta'$$

$$z = z_1 - s \operatorname{cos} \theta'$$

donde θ' es el ángulo de transmisión que depende de las propiedades de los medios y s es la distancia recorrida con respecto a un sistema de coordenadas centrado $s-r$ con origen en el punto de emisión (véase la fig. 5.3a)

Las reflexiones sucesivas dentro del depósito cumplirán la ley de Snell y se localizarán en los puntos

$$x_{1+1} = x_1 + s r_x$$

$$z_{1+1} = z_1 + s r_z$$

$$x_k < x_{1+1} < x_{k+1}$$

donde

$$s = \frac{(x_r - x_1)t_z - (z_r - z_1)t_x}{r_z t_x - r_x t_z}$$

que se obtiene al resolver los sistemas 5.1 y 5.2

Aplicando la ley de Snell se establece que, (véase la fig. 5.3b)

$$r \cdot t = r' \cdot t \quad (5.3)$$

$$r \cdot p + r' \cdot p = 0$$

donde p es un vector perpendicular a t y r' representa el rayo reflejado

Desarrollando 5.3

$$\begin{aligned} r_x t_x + r_z t_z - r'_x t_x - r'_z t_z &= 0 \\ -r_x t_z + r_z t_x - r'_x t_z - r'_z t_x &= 0 \end{aligned}$$

o bien

$$\begin{bmatrix} t_x & t_z \\ -t_z & t_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r'_x \\ r'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x & t_z \\ t_z & -t_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_z \end{bmatrix}$$

entonces

$$\begin{bmatrix} r'_x \\ r'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x^2 - t_z^2 & 2t_x t_z \\ 2t_x t_z & t_z^2 - t_x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_z \end{bmatrix}$$

$$r' = M r \quad (5.4)$$

donde M es la matriz de reflexión.

Cuando es superficie libre la ecuación 5.4 se transforma en

$$\begin{aligned} r'_x &= r_x \\ r'_z &= -r_z \end{aligned}$$

Debe hacerse notar que el sistema $s-r$ se desliza conforme al movimiento del rayo tomando como origen el último punto de reflexión.

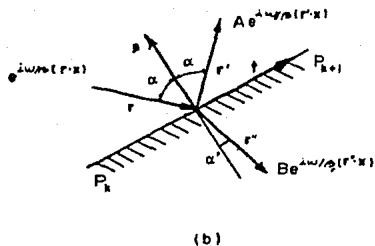
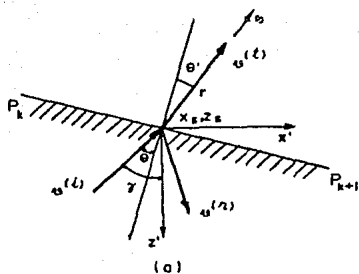


Figura 5.3 a) Refracción de la onda sísmica.

b) Reflexión interna de la misma onda en una pared del depósito.

5.2 COEFICIENTES DE TRANSMISIÓN Y REFLEXIÓN

Considerando que el desplazamiento tiene una dependencia armónica del tiempo

$$u(x, z, t) = u(x, z, \omega) e^{i\omega t}$$

donde $t = \sqrt{-1}$, t es el tiempo y ω es la frecuencia angular

Si el campo incidente se integra con la superposición de ondas planas armónicas y se omite por simplicidad el término $e^{i\omega t}$, el campo será (véase la fig. 5.3a)

$$u(t) = u_0 e^{-i\omega/\beta_r (x \sin \gamma - z \cos \gamma)}$$

que referido al sistema $x'-z'$ es

$$u^i(z) = u_0 u' e^{-i\omega/\beta_r (x_u \sin \gamma - z_u \cos \gamma)}$$

donde $u' = e^{-i\omega/\beta_r (x' \sin \gamma - z' \cos \gamma)}$. Y con respecto al sistema s-r se tiene finalmente

$$u^i(z) = u_0 u' e^{-i\omega/\beta_r (s \cos \theta + r \sin \theta)}$$

De la misma forma las ondas reflejada y refractada serán respectivamente

$$u^r(z) = u_0 u' C_r e^{-i\omega/\beta_r (-s \cos \theta + r \sin \theta)}$$

$$u^t(z) = u_0 u' C_t e^{-i\omega/\beta_r (s \cos \theta' + r \sin \theta')}$$

en que C_r es el coeficiente de reflexión, C_t es el coeficiente de transmisión, u_0 es la amplitud inicial y θ' es el ángulo con que se transmite el rayo al depósito [$\theta' = \text{ang } \sin(\beta/\beta_r \sqrt{1-\cos^2 \theta})$]

Iguando desplazamientos y tracciones en $s=0$, $r=0$

$$u^i(z) + u^r(z) = u^t(z)$$

$$\mu_r \frac{\partial u_r}{\partial s} = \mu \frac{\partial u_s}{\partial s}$$

se obtienen los coeficientes

$$C_t = \frac{2}{1 + \eta'}$$

$$C_r = \frac{1 - \eta'}{1 + \eta'}$$

(5.5)

donde $\eta' = \eta \frac{\cos \theta'}{\cos \theta}$; $\eta = \frac{\rho \beta}{\rho_r \beta_r}$, es la relación de impedancias.

Los coeficientes de reflexión de los rayos que se propagan dentro del valle se obtienen en forma similar (véase la fig. 5.3b)

$$A = \frac{\eta - \frac{\sqrt{1 - (\beta_r/\beta)^2 \sin^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha}}{\eta + \frac{\sqrt{1 - (\beta_r/\beta)^2 \sin^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha}} \quad \text{Im} \sqrt{\quad} \geq 0 \quad (5.6)$$

dato que $\cos \alpha' = \sqrt{1 - (\beta_r/\beta)^2 \sin^2 \alpha}$ puede resultar complejo, originando ondas inhomogéneas, entonces como

$$e^{i \cos \alpha'} = e^{i[\text{Re}(\cos \alpha') + i\text{Im}(\cos \alpha')]} = e^{i\text{Re}(\cos \alpha')} e^{-\text{Im}(\cos \alpha')}$$

la parte imaginaria debe ser mayor o igual que cero para que la onda refractada se atenúe con la distancia de la interfaz.

5.3 EJEMPLOS DE TRAZADO CINEMÁTICO DE RAYOS

En la interpretación sísmica es útil conocer la representación gráfica del trazado cinemático de rayos. En los diagramas se aprecia los efectos de la irregularidad lateral al localizar las zonas de enfocamiento, las caústicas y las regiones de sombra geométrica. Las figuras 5.4 y 5.5 muestran la cinemática de 50 rayos con 5 reflexiones de cada uno para diferentes configuraciones geométricas. Los depósitos triangulares tienen un ángulo de talud de a) 30° , b) 18° y c) 12.2° . El depósito trapecial d tiene una inclinación en sus taludes de 26.5° . En e se muestran los efectos de incluir una protuberancia que genera dos zonas de enfocamiento. Finalmente el diagrama f presenta la distribución de rayos en una geometría asimétrica. Las propiedades utilizadas en el cálculo de las trayectorias son: para los depósitos $\beta = 1000$ m/s, $\rho = 1800$ kg/m³; para la base $\beta_r = 2500$ m/s, $\rho_r = 2100$ kg/m³. En la fig. 5.4 la incidencia es vertical y en la fig. 5.5 ésta es de 20° .

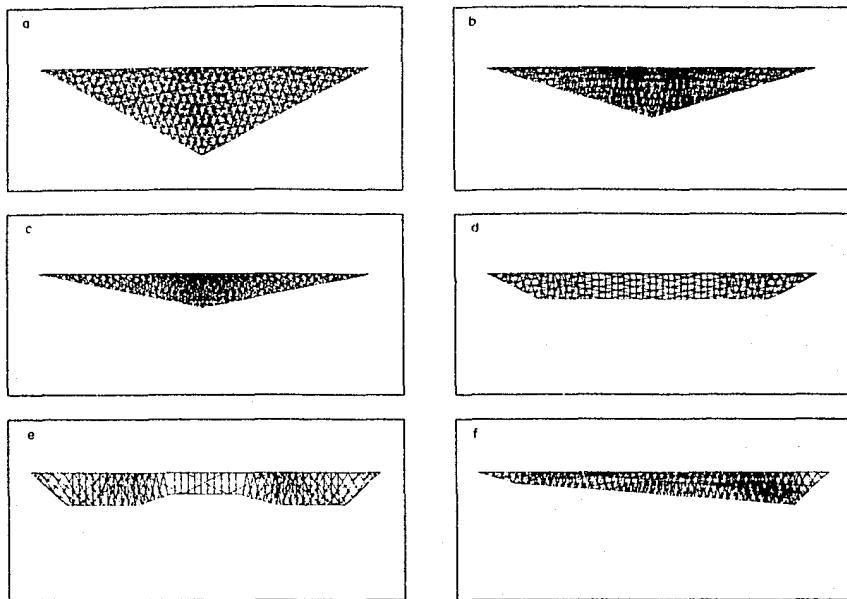


Figura 5.4 Diagramas del trazado cinemático de rayos en diferentes configuraciones geométricas. El ángulo de incidencia es de 0° .

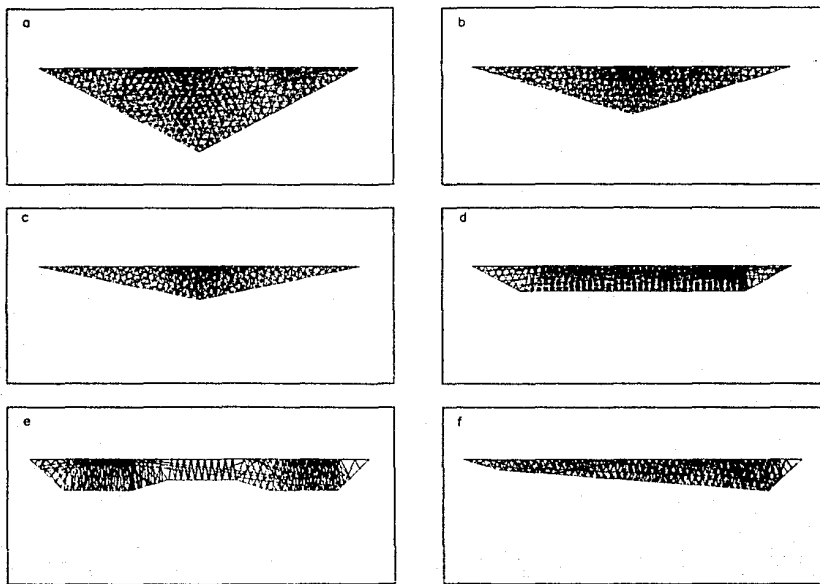


Figura 5.5 Diagramas del trazado cinemático de rayos en diferentes configuraciones geométricas. El ángulo de incidencia es de 20° .

6. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE RAYOS EN CÁLCULOS DE AMPLIFICACIÓN

La superposición de haces gaussianos es una extensión de la teoría de rayos. Esta técnica permite, entre otras aplicaciones, calcular las amplificaciones dinámicas de los depósitos de suelo blando. El procedimiento propuesto por Babich, (Babich y Popov, 1981), muestra grandes ventajas sobre los métodos tradicionales de rayos. Diversos estudios demuestran que los sismogramas sintéticos con base en la suma de haces gaussianos presentan una buena aproximación, aun en sitios con singularidades como son las regiones críticas o las caústicas. En éstas últimas se producen valores finitos y no se requiere su previa localización (Červený, 1985b). La amplitud de los haces decrece exponencialmente con el cuadrado de la distancia desde el centro del rayo, de tal manera que se genera la forma de una campana de Gauss (de ahí su nombre). Es decir, se producen implícitamente efectos de suavidad. Ésto es una ventaja fundamental, pues así, el método no es demasiado sensible a la aproximación del medio y a detalles menores del modelo. Por otra parte, no se requiere el trazado de rayos emisor-receptor y su costo es comparable a los otros métodos de rayos (Nowack y Aki, 1984).

El campo de desplazamientos se obtiene al resolver aproximadamente en coordenadas centradas (s, r) la ecuación de onda. Para hallar la solución se combina la teoría de rayos (Červený *et al.*, 1977) y la aproximación parabólica (Tappert, 1976). Conocido el trazado cinemático de los rayos (Capítulo 5), un receptor registrará la contribución significativa de los haces gaussianos en su entorno, por lo que los haces más alejados no necesitan ser considerados (véase la fig. 6.1).

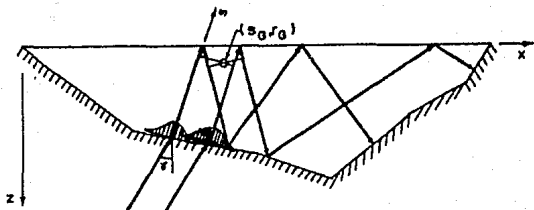
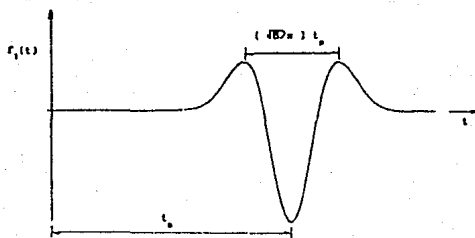
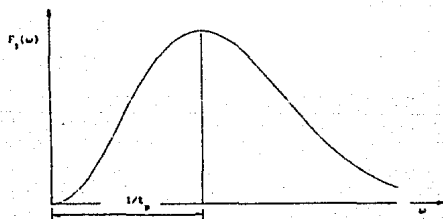


Figura 6.1 Un detector localizado en (s_0, r_0) registrará las contribuciones de los haces gaussianos en su entorno.



a) Representación de la señal f_1 en el dominio del tiempo

$$f_1(t) = c (a^2 - 0.5) e^{-a^2 t^2}$$



b) Representación de la señal f_1 en el dominio de la frecuencia

$$f_1(\omega) = -c \pi^{1/2} t_0^{-1/2} e^{-b^2 \omega^2} e^{-i\omega t_0}$$

Figura 6.2 Gráficas del pulso de Ricker. a) en el dominio del tiempo; b) en el dominio de la frecuencia.

6.1 SUPERPOSICIÓN DE HACES GAUSSIANOS

La ecuación reducida de onda (2.13) gobierna el movimiento en medios homogéneos para ondas de corte SH. En coordenadas centradas s-r se puede expresar como

$$\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + k^2 u = 0 \quad (2.13)$$

donde $k = \omega/\beta$ es el número de onda y ω la frecuencia circular. Considerando que el campo de desplazamientos tiene una dependencia armónica con el tiempo y aceptando que la dirección preferencial de propagación de la onda es el eje s, se puede escribir que

$$u(s, r, \omega) = f(s, r, \omega) e^{-i(\omega t - kr)} \quad (6.1)$$

Si además se acepta que la variación de f con respecto a s es suave. Esto es, $\partial^2 f / \partial s^2$ se desprecia, entonces (2.13) se puede expresar, considerando la ecuación (6.1), como

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + 2ik \frac{\partial f}{\partial s} = 0 \quad (6.2)$$

la cual es una ecuación parabólica. Una solución completa se obtiene a través de un sistema infinito de soluciones de haces o modos linealmente independientes, es decir, en términos de polinomios de Hermite (Nowack y Aki, 1984).

Tomando la solución más simple, que corresponde a la de orden cero, se tiene (Rodríguez et al., 1989)

$$\psi_G = \frac{C}{[1+i(s/s_c)]^{1/2}} \exp \left\{ iks - \frac{r^2}{L_H^2 [1+i(s/s_c)]} \right\} e^{-i\omega t} \quad (6.3)$$

donde ψ_G es un haz gaussiano básico que se puede interpretar como un paquete de rayos complejos (Červený, 1985b); s y r son las coordenadas del haz; $s_c = 1/2kL_H^2$ representa la distancia crítica desde la cual el haz se expande notoriamente; L_H es el semiancho inicial del haz en $s=0$; y C es una constante. Debe tomarse en cuenta que a cierta distancia el esparcimiento de los haces ya no produce una buena representación del campo, por lo que el rango de aplicación es limitado.

En la fig. 6.3 se ilustra la amplitud de un haz gaussiano, ahí se observa que el ancho y la amplitud varían a través de su recorrido por el rayo. La parte superior de la figura muestra el esparcimiento del haz en tres posiciones ($s=0$, $s=s_c$ y $s=3s_c$); en la parte inferior se aprecia una vista tridimensional. Esto sugiere que un haz gaussiano lleva efectos de dispersión, reflexión-transmisión y posiblemente disipación (Červený, 1985b).

Acopiando haces gaussianos es posible representar una onda plana e^{iks} como

$$e^{iks} = \int_{-\infty}^{\infty} g(s, r-\xi, \omega) d\xi \quad (6.4)$$

donde $g(s, r-\xi, \omega) = \psi_G$ cuando $C = 1/(\sqrt{\pi}L_H)$. Sustituyendo ψ_G y evaluando en $s = 0$ se obtiene

$$1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}L_H} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i[(r-\xi)/L_H]^2} d\xi \quad (6.5)$$

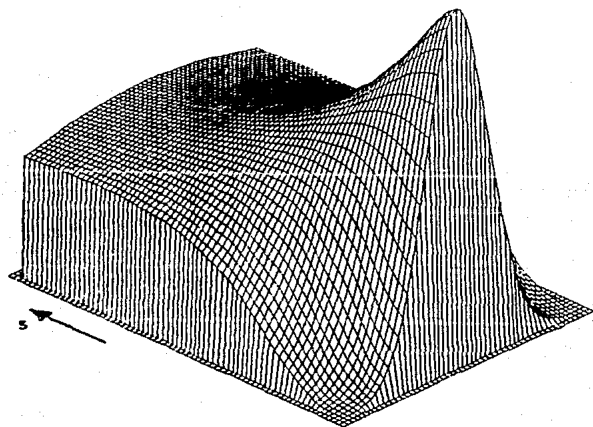
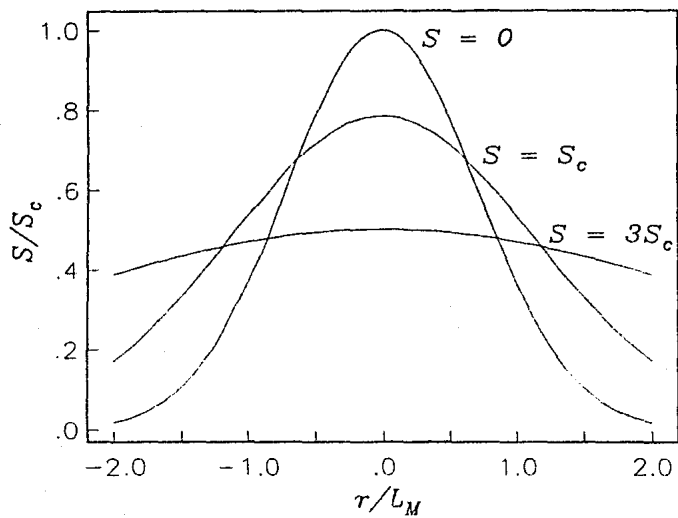


Figura 6.3 Amplitud de un haz gaussiano básico.

que es esencialmente la integral de Laplace. Por otra parte, la función delta de Dirac puede definirse como

$$\delta(r-\xi) = \lim_{L_H \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\pi} L_H} e^{-[(r-\xi)/L_H]^2} \quad (6.6)$$

Una de las propiedades más importantes de la función delta de Dirac permite que, para cualquier función $F(r)$, se pueda escribir la identidad

$$F(r) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \delta(r-\xi) d\xi$$

sustituyendo en esta igualdad la ecuación 6.6 y considerando la ecuación 6.3 se obtiene una expresión aproximada del campo v en términos de sus valores en $s=0$:

$$v(s, r, \omega) = \Delta\xi \sum_{j=-\infty}^{\infty} v(0, j\Delta\xi, \omega) g(s, r-j\Delta\xi, \omega) \quad (6.7)$$

donde $g(s, r, \omega) = v_0/(\sqrt{\pi} L_H)$

La ecuación (6.7) es una superposición de haces gaussianos. Para poder aplicarla es necesario considerar una densidad suficiente de rayos y se deben evitar desfases entre haces, buscando que el ángulo de emisión de los haces con respecto a la superficie inicial sea cercano a 90° (si bien valores cercanos a 60° todavía dan resultados aceptables). Al estudiarse una base deformable deben incluirse los coeficientes de transmisión y reflexión. Con base en esto, la ecuación (6.7) se puede reescribir como:

$$u(s, r, \omega) = \sum_{j=1}^{NR} \Delta \xi_j v_j \sum_{l=1}^{REF+1} \left[\prod_{k=1}^l A_k \right] g(s, r, \omega) \quad (6.8)$$

donde NR es el número de rayos, REF es el número de reflexiones de cada rayo. A_1 es el coeficiente de transmisión, A_k ($k = 2, 3, 4, \dots$) son los coeficientes de reflexión calculados por las ecuaciones (5.5) y (5.6) respectivamente. $v_j = \exp [i/\beta(x_j \sin \gamma - z_j \cos \gamma)]$ es la fase en el punto de contacto de cada uno de los rayos incidentes

La comprensión del comportamiento de una señal elemental permite establecer un primer juicio cualitativo del movimiento sísmico en un depósito. De esta forma se emplea como señal transitoria el pulso de Ricker cuya representación es

$$f_1(t) = c(a^2 - 0.5) e^{-a^2}$$

donde
$$a = \frac{\pi(t - t_a)}{t_p}$$

c es una constante de normalización; t_a es el tiempo de retraso de la señal; t_p es el periodo "característico" del pulso. En el dominio de la frecuencia la transformada de Fourier del pulso adquiere la amplitud máxima para la abscisa $1/t_p$.

La fig 6.2 (tomada de Bravo, 1988) muestra las gráficas en el dominio del tiempo y de la frecuencia del pulso de Ricker.

El cálculo de la respuesta en el tiempo se hace utilizando el análisis de Fourier, el cual permite expresar la señal $f(t)$ como

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

donde $F(\omega)$ es la transformada de Fourier de $f(t)$.

El campo de desplazamientos en el dominio del tiempo se calcula multiplicando punto a punto la señal y la función de transferencia, $H(\omega)$, en el dominio de la frecuencia. Finalmente, de este producto se obtiene la transformada inversa de Fourier.

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) H(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

La función de transferencia $H(\omega)$ para el caso en estudio corresponde a la suma de los haces gaussianos (ecuación 6.8).

Para evaluar la superposición de los haces gaussianos se realizaron pruebas de transparencia en un valle triangular con un talud a 18° para diferentes ángulos de incidencia. Los parámetros del pulso son $t_a = 2$ seg, $t_p = 1$ seg. Se empleó la transformada rápida de Fourier (FFT) con 512 puntos y se muestreó a cada 0.05 seg. En la fig. 6.4 se observan los sismogramas sintéticos calculados en 5 estaciones equiespaçadas. Puede decirse que para ángulos mayores de 30° con respecto al eje de propagación la composición de los haces deja de ser representativa del frente de onda. Esto se debe al desfaseamiento entre los haces.

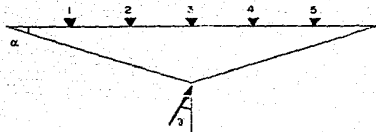
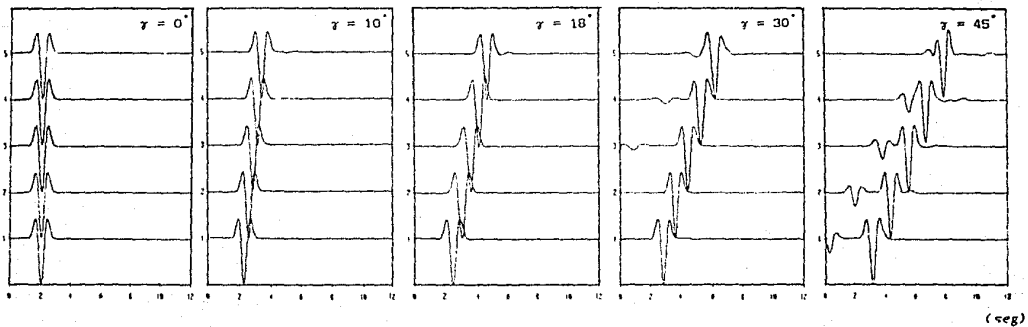


Figura 6.4 Sismogramas sintéticos calculados para un valle triangular ($\alpha=18^\circ$) con las mismas propiedades que el medio exterior (prueba de transparencia). La señal incidente es un pulso de Ricker ($t_c = 2$ seg, $t_p = 1$ seg).



(seg)

7. COMPARACIÓN CON OTROS MÉTODOS Y SOLUCIONES HÍBRIDAS

Con objeto de evaluar la confiabilidad de la técnica de suma de haces gaussianos se comparan los resultados con los obtenidos con otros métodos.

En la literatura especializada se ha estudiado ampliamente el modelo de un depósito de suelo blando (soft basin model). Se trata de un estrato con espesor variable de forma cosenoidal en una distancia horizontal de 50 km y profundidades máxima de 6 km en el centro y mínima de 1 km en los extremos. Los detectores se ubican en el centro y a cada cuatro kilómetros hacia los lados en la superficie libre. Las propiedades de los medios son $\beta=700$ m/s, $\rho=2000$ kg/m³ en el depósito y $\beta_r=3500$ m/s $\rho_r=3300$ kg/m³ en la base. La señal incidente es un pulso de Ricker con $t_0 = 20$ seg y $t_p = 17.143$ seg. La fig. 7.1 muestra la respuesta en el tiempo calculada por diferentes métodos: el del número de onda discreto, el de óptica geométrica, el de elementos finitos y el de haces gaussianos. En éste último caso se incluyen los cálculos por Nowack y Aki (Nowack y Aki, 1984) y los generados en este trabajo. Como se observa, la aproximación es sumamente buena. Esto muestra que al discretizar el valle en un número suficiente de puntos, la hipótesis de suavidad se cumple.

En la fig. 7.2 se estudia la composición de la respuesta en el tiempo según el número de reflexiones. El campo de desplazamientos se registra en el centro del depósito. La representación en el tiempo es aceptable, a pesar de la formación de las caústicas. También se presenta la respuesta global del valle, calculada en 50 estaciones equiespaciadas. Aquí pueden observarse los frentes de ondas superficiales que cruzan el depósito. Este efecto causado por la irregularidad lateral, produce importantes amplificaciones en la respuesta sísmica.

Kawase y Aki analizan mediante un método de frontera un depósito trapecial (fig. 5.4d), con el cual pretenden simular la respuesta sísmica del valle de México (Kawase y Aki, 1988). En su estudio utilizan $\beta=1000$ m/s y $\beta_r=2500$ m/s para las velocidades de las ondas en el depósito y la base, respectivamente. Asimismo, desprecian el contraste de densidades, pues consideran que no es significativo. La señal transitoria es un pulso de Ricker con $t_s=6$ seg y $t_p=4$ seg. Sus cálculos requirieron del auxilio de una supercomputadora CRAY X-MP.

Con los mismos parámetros se empleó la superposición de haces gaussianos. La comparación de resultados se observa en la fig. 7.3. El cálculo de los sismogramas sintéticos se efectuó en un computadora Burroughs-7800. Lo que significa un importante ahorro en tiempo de cómputo. En este ejemplo también están presentes los frentes de ondas superficiales que cruzan el depósito. En los sismogramas se observan diferencias en las amplitudes y en los registros entre los 14 y 20 seg. El hecho de que el método de suma de haces gaussianos sea de alta frecuencia y que la frecuencia del pulso incidente sea de apenas 0.25 Hz explica en parte las diferencias. Además, debe tomarse en cuenta la gran dispersión geométrica de los haces en bajas frecuencias y la importante difracción generada en los vértices en este rango de frecuencia.

Para considerar la disipación de energía por amortiguamiento se ha supuesto que éste es de tipo viscoelástico "histerético". Así el módulo de rigidez al cortante se expresa como $\mu = \mu_0(1+i/Q)$, donde Q es el factor de amortiguamiento. Entonces, la velocidad de la onda será compleja

$$\beta = \sqrt{\mu/\rho} = \sqrt{\mu_0/\rho} \sqrt{1+i/Q} = \beta_0 [1 + i/(2Q)]$$

Es conveniente hacer notar que a pesar de la suavidad y esparcimiento intrínsecos de los haces, los efectos de la difracción no son completamente representados. Las diferencias entre estos resultados podrían considerarse como una medida del error.

En la fig. 7.4 se muestran los sismogramas sintéticos calculados con una variante del método del número de onda discreto (Sánchez-Sesma *et al.*, 1989) así como los calculados con la superposición de haces gaussianos. Se estudia un depósito irregular de 10 km de longitud, los sedimentos en la parte superficial tienen un espesor de 1 km y en la parte más profunda de 2 km. Los taludes son a 45° . El modelo pretende representar la existencia de la falla Mixuca en el valle de México. Sin embargo, los conocimientos actuales de la geología y de las propiedades de los depósitos son aun insuficientes. Los detectores están ubicados a cada kilómetro. Nótese que la irregularidad lateral combinada con los cambios de profundidad son en gran parte responsables del incremento en la amplitud de la respuesta. En la fig. 7.5 se ilustra el mismo depósito, pero excluyendo la sección profunda. El factor de amortiguamiento es $Q=10$.

El hecho de que para alta frecuencia el método de mejores resultados queda de manifiesto al observar los sismogramas calculados con diversos periodos característicos del pulso de Ricker. En $t_p=2$ seg las semejanzas son mayores. Nuevamente la difracción es una parte importante responsable de varias de las diferencias entre resultados. En los taludes a 45° se generan amplias zonas de sombra geométrica.

Para representar la difracción recientemente se ha desarrollado una combinación entre un método integral de frontera y el de superposición de haces gaussianos para describir la difracción de ondas SH en depósitos cilíndricos circulares (Benites y Aki,

1989). Los cálculos muestran una excelente aproximación.

Dado que el método presentado es aplicable en altas frecuencias, al querer conocer la respuesta en bajas frecuencias, es necesario efectuar el mezclado híbrido de funciones de transferencia, conjuntando este procedimiento con otro confiable en bajas frecuencias (e.g. Bravo, 1988).

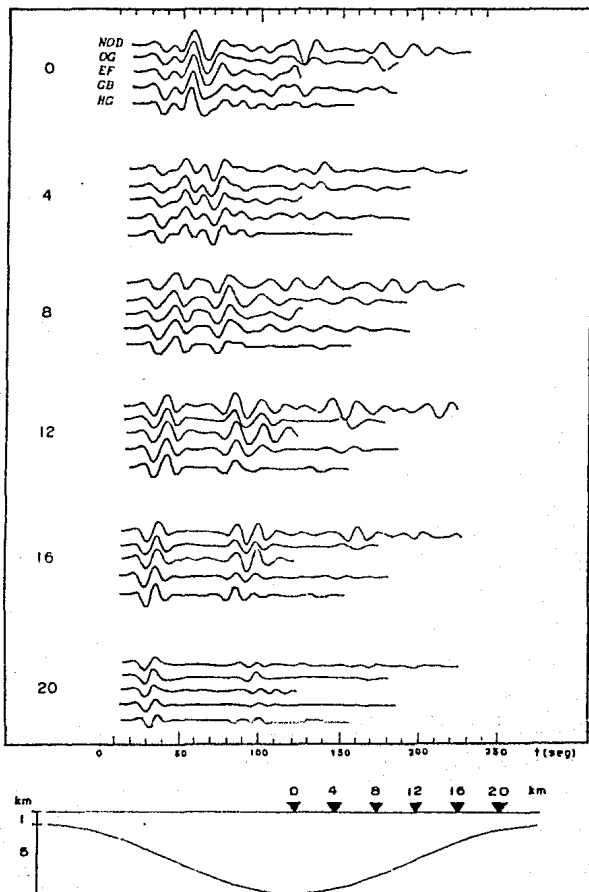
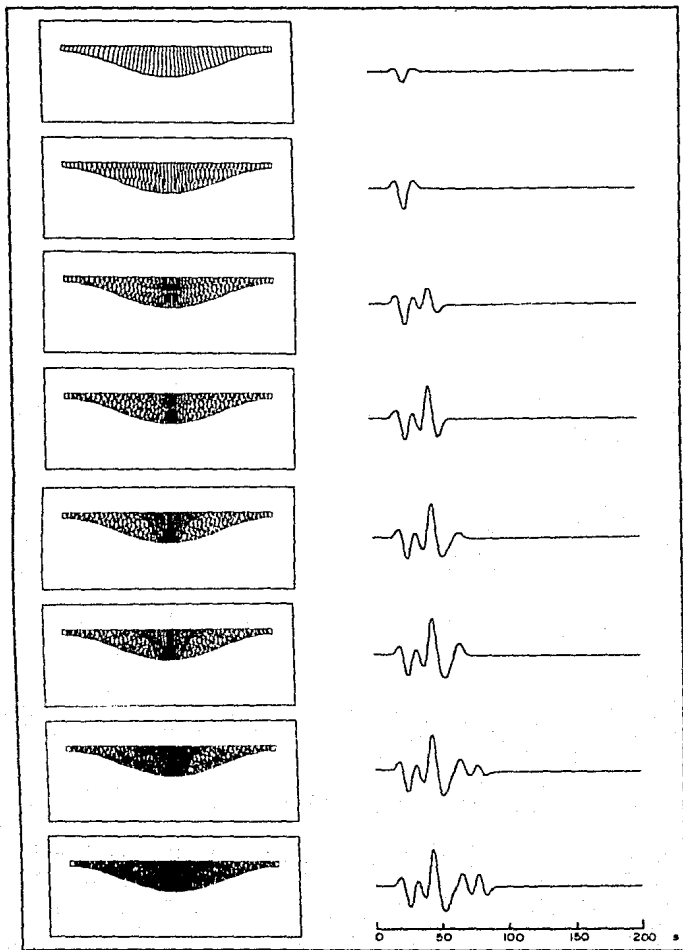


Figura 7.1 Sismogramas sintéticos calculados con diferentes métodos: NOD- número de onda discreto, OG- óptica geométrica, GB- haces gaussianos y HG- haces gaussianos calculados a partir de aproximar el depósito con rectas



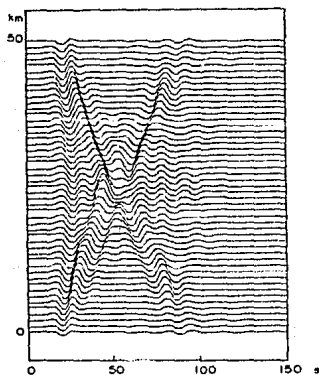
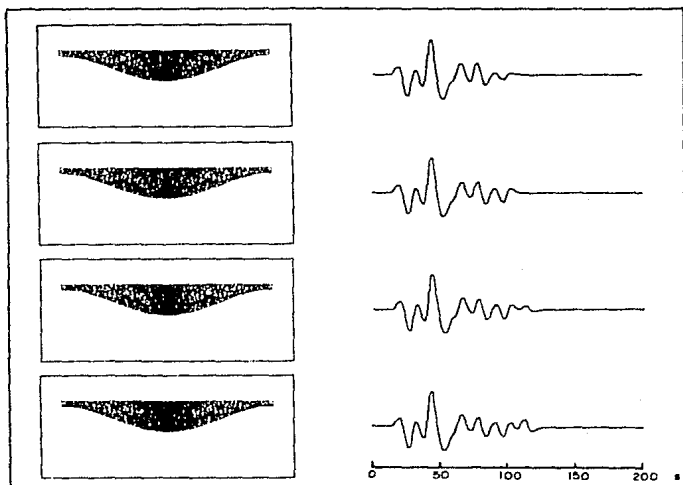


Figura 7.2 Composición de la respuesta en el tiempo, según el número de reflexiones. Los sismogramas están calculados en el centro del depósito. A la izquierda se muestra la respuesta global del valle.

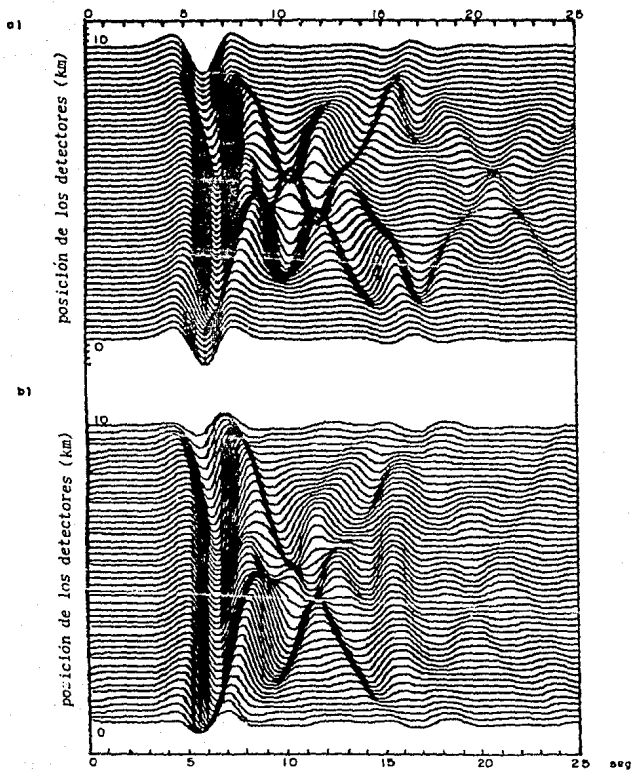


Figura 7.3 Comparación de los sismogramas calculados para un depósito trapecial (fig. 5.4d). a) DWBEN, b) haces gaussianos.

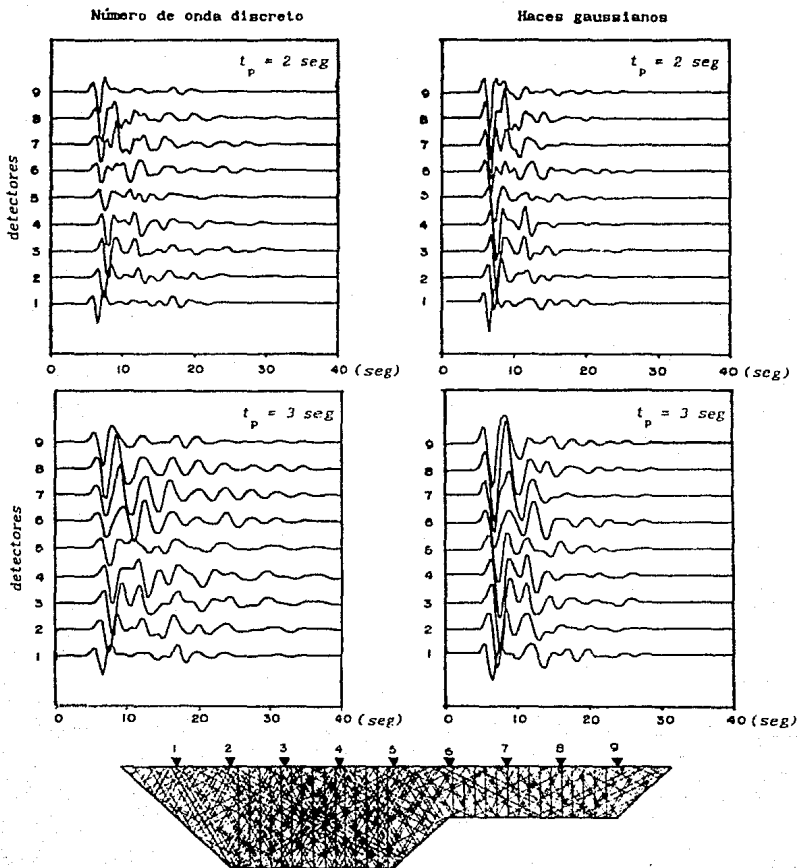


Figura 7.4 Comparación de la respuesta sísmica del depósito que se ilustra entre un método del número de onda discreto (DWN) y el de superposición de haces gaussianas.

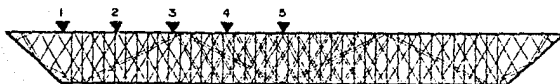
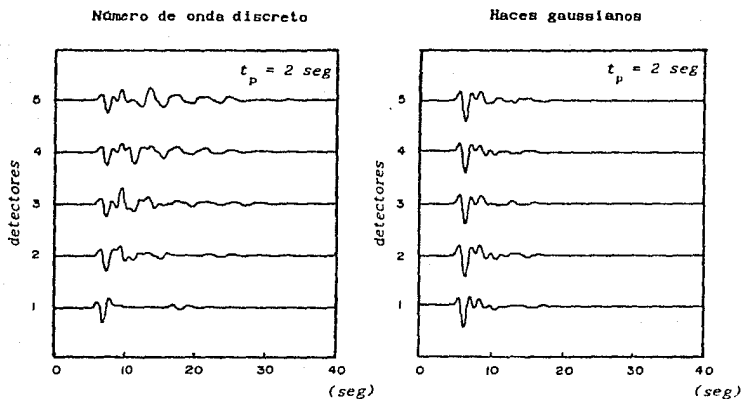


Figura 7.5 Comparación de la respuesta sísmica de un depósito de sección trapecial entre un método del número de onda discreto (DWN) y el de superposición de haces gaussianos.

8. CONCLUSIONES

El estudio de la respuesta sísmica de valles aluviales requiere, entre otros puntos, del conocimiento de la ecuación de onda, del análisis de Fourier y de la teoría de rayos. Con base en ésta idea se discutieron los conceptos fundamentales.

Se revisaron los métodos más importantes para cálculos de amplificación local, y se aplicó una técnica de superposición de haces gaussianos para calcular el campo de desplazamientos en alta frecuencia. Esta técnica es una extensión de la teoría de rayos. Con el objeto de evaluar la confiabilidad del método propuesto se estudió la composición del frente de onda para diversos ángulos de desfase entre haces. Los resultados son razonables para ángulos menores de 30° entre el eje de propagación (s) y la recta normal a la base del depósito en el punto de emisión.

La construcción de la respuesta sísmica requiere del trazado cinemático de rayos. Para ello, se desarrolló un programa para calcular el diagrama de rayos en configuraciones con geometría arbitraria. El análisis de la cinemática de los rayos es un punto recomendable. La identificación de las zonas de enfocamiento, caústicas y sombra geométrica es importante en la interpretación sísmica.

La técnica de suma de haces gaussianos posee grandes ventajas con respecto a los métodos tradicionales de rayos. En las comparaciones se observó que la aplicación del método produce resultados aceptables. Los requerimientos de cómputo son relativamente modestos y la visualización de los diagramas de rayos permite una mejor comprensión de la física del problema. Sin embargo, su aplicación está limitada a altas frecuencias, pues la representación de la difracción, muy importante en bajas frecuencias, es pobre. En la aplicación de ésta técnica es

recomendable tener presente los efectos de la difracción para esas frecuencias.

La combinación de la suma de haces gaussianos con algún otro procedimiento, por ejemplo un método de frontera, permitirá una apropiada construcción del campo de desplazamientos. Es de esperarse que en estudios posteriores la técnica presentada en todo el rango de frecuencias de interés se perfeccione y produzca mejores aproximaciones en la respuesta de los modelos.

RECONOCIMIENTOS

Agradezco todo el apoyo brindado por Francisco. J. Sánchez-Sesma. Sus sugerencias fueron determinantes en la elaboración de este trabajo.

Expreso también mi reconocimiento a M. A. Bravo por todas sus críticas, siempre constructivas.

Un franco agradecimiento a mis compañeros y amigos José Luis Rodríguez, Jalme Ramos, Jean F. Heitz, Martha Suarez y Miguel Santoyo por su invaluable colaboración.

Asimismo deseo agradecer al Instituto de Ingeniería por todas las facilidades otorgadas.

Este trabajo formó parte del proyecto 8744 del Instituto de Ingeniería de la UNAM, parcialmente financiado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT).

REFERENCIAS

- Aki, K. (1988). Local site effects on strong ground motion. *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II- Recent Advances in Ground Motion Evaluation*, Junio 27-30, Park City, Utah.
- Aki, K., y Larner, K. L. (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, **70**, 933-954.
- Babich, V. M. y Popov, M. M. (1981). Propagation of concentrated sound beams in a three-dimensional inhomogeneous medium, *Sov. Phys. Acoust.*, **27**, 459-462.
- Bard, P.-Y. (1988). Understanding effects of local conditions on ground motion and accounting for them in earthquake hazard studies, *Seminar on the prediction of Earthquakes (Lisbon, Portugal)*, ONU.
- Benites, R. y Aki, K. (1989). Boundary integral-Gaussian beam method for seismic wave scattering: SH waves in two-dimensional media, *J. Acoust. Soc. Am.*, **86**, No. 1, 375-386.
- Bolt, B. A. (1985). *Terremotos, Ediciones Orbis, S.A., Barcelona, España.*
- Boore, D. M. (1972). Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials in *Methods in computational physics II*. (Ed. B. A. Bolt), Academic Press, New York.

- Bouchon, M., Campillo, M. y Gaffet, S. (1989). A boundary integral equation-discrete wave number representation method to study wave propagation in multilayered media having irregular interfaces. *Bull. Seism. Soc. Am.*, en prensa.
- Bravo, M. A. (1988). Respuesta sísmica en depósitos estratificados de suelo blando. *Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM.*
- Bravo, M. A. y Sánchez-Sesma, F. J. (1983). Respuesta sísmica de irregularidades topográficas como un problema de difracción. *Informe técnico*, I. I., UNAM, México.
- Bravo, M. A. y Sánchez-Sesma, F. J. (1988). Seismic response of alluvial valleys for incident P, SV and Rayleigh waves, *Soil Dyn. and Earthquake Eng.*, en prensa.
- Brigham, E. O. (1974). The Fast Fourier Transform, *Prentice-Hall, Inc.*, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Cruse, T. A. y Rizzo, F. J. (1968). A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamics problem. I., *J. Math. Anal. Appl.*, 22, 244-259.
- Červený, V., Molotkov, I. A. y Pšenčík, I (1977). Ray Method in Seismology, *Karlova Univerzita, Praga.*
- Červený, V. (1985a). The application of ray tracing to the numerical modeling of seismic wavefields in complex structures. In: Seismic shear waves, G. Dohr, ed. pp 1-124. *Handbook of geophysical exploration, Section 1. Seismic exploration*, K. Helbig y S. Treitel, eds. London: Geophysical Press.
- Červený, V. (1985b). Gaussian beam synthetic seismograms. *J. Geophys. Res.* 58, 44-72.

Harmson, S. C. y Harding, S. T. (1981). Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 655-670.

Hong, T. L. y Helmlberger, D. V. (1978). Glorified optics and wave propagation in non planar structures, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **67**, 1313-1330.

Jaime, A. (1988). Geotécnia y Sismicidad del Valle de México, *Serie del Instituto de Ingenieria, UNAM*, D-29.

Joyner, W. B. (1975). A method for calculating nonlinear seismic response in two dimensions, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **61**, 1755-1770.

Kawase, H. y Aki, K. (1988). A study on the response of a soft basin for incident S, P, and Rayleigh waves in conjunction with the long duration observed in Mexico, City. *Bull. Seism. Soc. Am.*, en prensa.

Kolsky, H. (1963). Stress waves in solids, *Dover Publications, Inc.*, New York.

Lee, J. J. y Langston, C. A. (1983). Wave propagation in a three-dimensional circular basin, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 1637-1655.

Moczo, P., Bard P.-Y. y Pšenčík, I (1987). Seismic response of two-dimensional absorbing structures by the ray method, *J. Geophys. Res.*, **62**, 38-45.

Nava, A. (1987). Terremotos, *La ciencia desde México*, **34**, Fondo de Cultura Económica, México.

Newland, D. E. (1980). An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis, *Longman*, London.

Nowack, R. y Aki, K. (1984). The Two-Dimensional Gaussian Beam Synthetic Method: Testing and Application, *J. Geophys. Res.* 89, 7797-7819.

Popov, E. P. (1983). Introducción a la mecánica de sólidos, *Limusa, México.*

Poceski, A. (1969). The ground effect of the Skopje July 26, 1963 earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 59, 1-29.

Rodríguez Z., J. L., Sánchez-Sesma, F. J., Santoyo, M. A. y Bravo, M. A. (1989). Use of gaussian beams to model refraction of elastic waves by two dimensional inclusions of arbitrary shape, 4th *International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Oct. 23-26, Mexico City, México.

Rosenblueth, E. (1986). Características de los sismos. Diseño de estructuras resistentes a sismos, ed. E. Rosenblueth, *INCYC, México.*

Tappert, F. D. (1976). The parabolic approximation method, wave propagation and underwater acoustics, *Lect. Notes Phys.*, 70, 224-287.

Telford, W. M., Geldart, L. P., Sheriff, R. E. y Keys, D. A., (1976). *Applied Geophysics, Cambridge University Press.*

Trifunac, M. D. (1971). Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 61, 1755-1770.

Sánchez-Sesma, F. J. (1987) Site effects on strong ground motion, *Soil. Dyn. and Earthquake Eng.*, 6, 124-132.

Sánchez-Sesma, F. J. y Esquivel J. A. (1979). Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 69, 1107-1120.

Sánchez-Sesma, F. J., Chávez-García, F. J. y Bravo, M. A. (1988) Seismic Response of a class of alluvial valleys for incident SH waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 83-95.

Sánchez-Sesma, F. J., Heltz, J.F. y Bravo, M. A. (1989). Ground motion on stratified alluvial basins, 4th *International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Oct. 23-26, Mexico City, México.

Singh, S. K., Mena, E. y Castro, R. (1988). Some effects of source characteristics on the 19 September, 1985, Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico, City from strong motion data, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 451-477.

Smith, W. D. (1975). The application of finite elements analysis to body wave propagation problems, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 42, 747-768.

Streeter, V. L., Wylie, E. B. y Richard, F. E., Jr (1974). Soil motion computations by characteristics method, *Proc. Am. Soc. Civil Eng., J. Geotech. Eng. Div.*, 100, 247-263.

Treffitz, E. (1926). Ein Gegenstruck zum Ritzchen Vergaren, *Proc. 2nd. Int. Congress on Applied Mechanics*, Zurich, Suiza.

Wong, H. L., Trifunac, M. D. (1974). Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 64, 1389-1408.