



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA OBRA DE  
CONTROL  
DE UNA PRESA MEDIANTE  
ELEMENTO FINITO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERA CIVIL

PRESENTA:  
DANIELA YUNUÉN HERNÁNDEZ CASTRO

DIRECTOR DE TESIS:  
DR. JAIME RETAMA VELASCO



CIUDAD NEZAHUALCÓYOTL, EDO. DE MÉXICO,  
OCTUBRE, 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Agradecimientos

A la *Dirección General de Asuntos del Personal Académico* de la UNAM, por el apoyo brindado para el desarrollo del presente trabajo de tesis, a través del proyecto de investigación PAPIIT, número de registro **TA101317**, con título *Análisis no-lineal de vigas con zonas de plastificación y funciones spline*.

Un agradecimiento a la Facultad de Estudios Superiores Aragón que con orgullo es mi Alma Mater, gracias UNAM por todo el apoyo brindado.

Le agradezco al Doctor, Jaime Retama Velasco por la oportunidad de realizar este proyecto, por su paciencia y el conocimiento que adquirí en el desarrollo del mismo.

Dedicado a mis padres, Ester y Marco, gracias eternamente por todo, no solo por hacer posible llegar hasta aquí sino porque sé que aún cuento con su apoyo. Siempre les he admirado su gran ética profesional: la responsabilidad y dedicación principalmente, pero hay otros valores que nos han enseñado a mis hermanos y a mí y les agradezco por eso y por más; no los defraudaré. Los amo y siempre los amaré.

A mis hermanos que los amo, aunque somos muy diferentes y hemos demostrado que hasta en los momentos más difíciles de nuestras vidas hemos hecho posible seguir adelante y juntos, gracias por todos esos momentos que hemos disfrutado.

A mis mejores amigas, Angy, Yessi y Mirna, gracias por su apoyo cuando más lo he necesitado, por esos bonitos momentos que he vivido y compartido con ustedes, las quiero.

A cada uno de los profesores de carrera que me transmitieron su buena cátedra en mi estancia en la Facultad, a mis amigos que me acompañaron en el transcurso de estos años, tanto de ingeniería civil como de ingeniería mecánica.

**Daniela Yunuén Hernández Castro**  
Ciudad Nezahualcóyotl, Estado de Mexico  
Octubre, 2018



# Resumen

La seguridad estructural de las obras de infraestructura que son vitales para el desarrollo del país, es un tema de seguridad nacional que debe ser evaluada para distintos niveles y condiciones de operación.

Los proyectos hidroeléctricos, son obras de ingeniería por los que es importante evaluar su seguridad estructural durante su proceso de construcción, y para condiciones usuales, inusuales y extremas de operación. Estas condiciones consideran la ocurrencia de un sismo y la influencia de la disipación de calor, por efecto de la hidratación del cemento, en su comportamiento mecánico.

A través de los años se han desarrollado diferentes métodos numéricos que permiten incluir diferentes problemas multi-física, y su implementación en programas de computadora. Esto ha permitido simular el comportamiento real de las estructuras mediante modelos numéricos. Uno de estos métodos utilizados para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales en problemas complejos, es el método de los elementos finitos.

Así, el presente trabajo contiene conceptos necesarios sobre el modelado, con el método de los elementos finitos de estructuras masivas de concreto. Se presenta el caso de la obra de control de una presa; considerando su comportamiento mecánico y la influencia de un gradiente térmico, producto de la hidratación del cemento, para diferentes condiciones de construcción y operación con apoyo del software de computadora ANSYS.

De los análisis realizados se concluye que, para entender el comportamiento estructural de estructuras masivas de concreto, como lo es la estructura de control de una presa, es necesario utilizar un modelado mediante elementos finitos sólidos que permita considerar el problema multi-físico que tiene lugar en la construcción y operación de este tipo de obras. Esto permite conocer los estados de esfuerzo en puntos críticos de la estructura que ayuden a proponer un diseño óptimo; mitigando los efectos de agrietamiento inherentes a este tipo de estructuras.



# Abstract

The structural security of infrastructures, vital for the development of the country, is a national security issue that must be considered for various levels and operating conditions.

Hydroelectric projects are engineering structures for which it is important to evaluate their structural safety during their construction process, and for usual, unusual and extreme operating conditions. These conditions take into account the occurrence of an earthquake and the influence of heat dissipation, due to the cement hydration, on its mechanical behavior.

Through the years different numerical methods have been developed that allow to include multi-physical problems, and their implementation in computer programs. This has made it possible to simulate the real behavior of the structures by means of numerical models. One of these methods used for the approximation of solutions of differential equations in complex problems, is the method of finite elements.

Thus, the present work contains necessary concepts about modeling, with the finite element method, of massive concrete structures. The case of the control structure of a dam is presented; considering its mechanical behavior and the influence of a thermal gradient, product of cement hydration, for different construction and operation conditions with the support of ANSYS computer software.

From the analyzes it is concluded that, in order to understand the structural behavior of massive concrete structures, such as the control structure of a dam, it is necessary to use modeling using solid finite elements to consider the multi-physical problem that takes place in the construction and operation of this type of structures. This allows knowing the stress states at critical points of the structure that help to propose an optimal design; mitigating the effects of cracking inherent to this type of structure.



# Índice general

Resumen	IV
Abstract	VI
<b>1. Introducción</b>	<b>11</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	11
1.2. Justificación . . . . .	12
1.3. Objetivo . . . . .	13
1.4. Descripción de la tesis . . . . .	13
<b>2. Método de los elementos finitos</b>	<b>15</b>
2.1. Solución de problemas mediante el FEM . . . . .	16
2.2. Pasos del FEM . . . . .	17
2.2.1. Discretización. . . . .	17
2.2.2. Elegir la función de aproximación . . . . .	18
2.2.3. Definir la ley constitutiva entre las incógnitas . . . . .	20
2.2.4. Derivación de las ecuaciones del elemento . . . . .	21
2.2.5. Obtención de las ecuaciones del sólido . . . . .	21
2.3. Condiciones de frontera . . . . .	22
2.4. Sistema de coordenadas . . . . .	23
<b>3. Tipos de presas</b>	<b>27</b>
3.1. Presa . . . . .	27
3.2. Clasificación según su uso . . . . .	28
3.2.1. Almacenamiento . . . . .	28

3.2.2.	Derivación . . . . .	28
3.2.3.	Reguladoras . . . . .	29
3.2.4.	Generación de energía eléctrica . . . . .	29
3.3.	Clasificación según su proyecto hidráulico . . . . .	29
3.3.1.	Vertedoras . . . . .	29
3.3.2.	No vertedoras . . . . .	30
3.4.	Clasificación según los materiales . . . . .	30
3.4.1.	Tierra . . . . .	30
3.4.2.	Enrocamiento . . . . .	30
3.5.	Clasificación por su forma . . . . .	31
3.5.1.	Gravedad . . . . .	31
3.5.2.	Arco . . . . .	31
3.5.3.	Contrafuertes . . . . .	32
3.6.	Clasificación de las presas por el tipos de cortina . . . . .	32
<b>4.</b>	<b>Caso de estudio</b>	<b>35</b>
4.1.	Estructura de control . . . . .	35
4.2.	Pilas . . . . .	37
4.3.	Muros . . . . .	39
4.4.	Cimacio . . . . .	40
4.5.	Puente de maniobras . . . . .	42
<b>5.</b>	<b>Análisis estructural</b>	<b>45</b>
5.1.	Elementos finitos . . . . .	45
5.2.	Malla de elementos finitos . . . . .	48
5.3.	Propiedades de los materiales . . . . .	51
5.3.1.	Concreto . . . . .	51
5.3.2.	Acero . . . . .	51
5.4.	Condiciones de apoyo . . . . .	51
5.5.	Condiciones de carga . . . . .	53
5.5.1.	Cargas permanentes . . . . .	53
5.5.2.	Cargas variables . . . . .	53

5.5.3. Cargas accidentales . . . . .	54
5.5.4. Análisis modal . . . . .	56
5.6. Factores y combinaciones de carga . . . . .	56
5.7. Resultados . . . . .	60
5.7.1. Modos y frecuencias naturales . . . . .	60
5.8. Resultados de combinaciones de cargas . . . . .	66
<b>6. Conclusiones</b>	<b>73</b>
<b>A. Compuerta radial</b>	<b>75</b>



# Índice de figuras

2.1. Familia de elementos finitos . . . . .	19
2.2. Solución aproximada. . . . .	20
2.3. Condiciones de frontera o restricciones. . . . .	22
2.4. Desplazamiento del punto $g$ al punto $j$ . . . . .	24
2.5. Fuerzas, momentos y desplazamientos. . . . .	25
2.6. Tipos de ejes de coordenadas. . . . .	26
2.7. Numeración conjunta en elementos. . . . .	26
3.1. Presa Guri, Venezuela. . . . .	28
3.2. Presa de las tres gargantas, China. . . . .	29
3.3. C.H La Yesca, México . . . . .	31
3.4. Presa Hoover, Estados Unidos . . . . .	32
3.5. Clasificación de las presas por su cortina. . . . .	33
4.1. Ubicación de la obra de excedencias en la cortina. . . . .	36
4.2. Corte transversal de la estructura de control . . . . .	36
4.3. Vista 3D de la estructura de control . . . . .	37
4.4. Detalle de pilas, vista en planta . . . . .	38
4.5. Detalle de pilas, vista en 3D . . . . .	38
4.6. Detalle de muro izquierdo, vista en planta . . . . .	39
4.7. Detalle de muro derecho, vista en planta . . . . .	39
4.8. Detalle de muro, vista en 3D . . . . .	40
4.9. Cimacio, corte transversal . . . . .	41
4.10. Vista en 3D de la geometría del cimacio . . . . .	41
4.11. Puente de maniobras, corte transversal . . . . .	42

4.12. Puente de maniobras . . . . .	43
5.1. Geometría del elemento sólido 3D SOLID187, [24] . . . . .	46
5.2. Geometría del elemento sólido 3D SOLID186, [24] . . . . .	47
5.3. Modelo computacional de la estructura de control . . . . .	49
5.4. Malla de elementos finitos de la estructura de control . . . . .	49
5.5. Mallado de uno de los muros . . . . .	50
5.6. Mallado de una de las pilas . . . . .	50
5.7. Modelo de resortes de Winkler . . . . .	52
5.8. Apoyos elásticos del cimacio . . . . .	52
5.9. Camión de diseño HS-20 . . . . .	54
5.10. Grúa móvil DEMAG AC 435 . . . . .	55
5.11. Grúa pórtico . . . . .	55
5.12. Columna de agua sobre el cimacio . . . . .	56
5.13. Apoyos fijos para el análisis modal. . . . .	57
5.14. Primer modo de vibrar . . . . .	61
5.15. Segundo modo de vibrar . . . . .	61
5.16. Tercer modo de vibrar . . . . .	62
5.17. Cuarto modo de vibrar . . . . .	62
5.18. Quinto modo de vibrar . . . . .	63
5.19. Sexto modo de vibrar . . . . .	63
5.20. Séptimo modo de vibrar . . . . .	64
5.21. Octavo modo de vibrar . . . . .	64
5.22. Noveno modo de vibrar . . . . .	65
5.23. Décimo modo de vibrar . . . . .	65
5.24. Frecuencias naturales del análisis modal (Hz) . . . . .	66
5.25. Combinación de carga uno. . . . .	68
5.26. Combinación de carga dos. . . . .	68
5.27. Combinación de carga tres. . . . .	69
5.28. Combinación de carga cuatro. . . . .	69
5.29. Combinación de carga cinco. . . . .	70
5.30. Combinación de carga seis. . . . .	70

5.31. Combinación de carga siete. . . . .	71
5.32. Combinación de carga ocho. . . . .	71
A.1. Vista frontal en 3D de una compuerta radial . . . . .	75
A.2. Vista posterior 3D de una compuerta radial . . . . .	76



# Índice de tablas

5.1. Factores y combinaciones de carga . . . . .	59
5.2. Nomenclatura utilizada para el análisis estructural . . . . .	60
5.3. Valores mínimos y máximos de desplazamiento del análisis modal. . . . .	66
5.4. Frecuencias naturales . . . . .	67
5.5. Esfuerzos principales . . . . .	67



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes

Las estructuras deben cumplir la seguridad, funcionalidad, factibilidad económica y durabilidad. Un diseño estructural determina la forma, las dimensiones que debe tener la construcción para cumplir de manera adecuada el funcionamiento de la estructura, de tal manera que permita garantizar un buen comportamiento mecánico-estructural ante la acción de las cargas que estarán actuando durante el proceso constructivo y en diferentes condiciones a lo largo de su vida útil, sin que se experimente daño que puedan conducir al colapso total de las estructuras.

Una estructuración define la forma o tipo de elementos estructurales a utilizar y el tipo de material para su construcción. El análisis estructural está estrechamente ligado al diseño estructural; incluye la modelación de la estructura y el cálculo de deformaciones y esfuerzos internos de los elementos.

Los proyectos hidroeléctricos tienen la capacidad técnica de controlar y poner al servicio humano fuerzas naturales de gran magnitud [22]. Se captura el agua de un río mediante la cortina de una presa y se almacena en un embalse, el agua retenida se hace caer hasta las turbinas para convertir su energía potencial en energía eléctrica.

El desarrollo de un proyecto hidroeléctrico es un proceso cuidadoso, gradual y de largo plazo, en el que los estudios previos y las investigaciones de campo pueden tomar tiempo. Elegir un cauce, identificar el sitio adecuado, analizar el comportamiento del río y determinar su potencial de generación de energía es trabajo de numerosos especialistas en campos muy diversos [12].

Para que las obras hidráulicas alcancen su objetivo, deben estar conformadas de diferentes componentes que involucran distintos problemas para su diseño como los estudios de las condiciones topográficas y su composición geológica, el comportamiento sísmico de la zona, el régimen climático, así como prever los impactos y cambios derivados del proyecto en la estructura social y el medio ambiente son necesarios para determinar la factibilidad y elaborar los diseños de ingeniería del proyecto.

La construcción de un proyecto hidroeléctrico implica un esfuerzo gigantesco para mover montañas y reconstruirlas, transformar el entorno al tiempo que se protege la naturaleza y generar tanto la energía que impulsa un país como las mejoras sociales que elevan la calidad de vida de los habitantes locales.

Un desafío que enfrenta la comunidad de ingeniería es establecer procedimientos que demuestre que un modelo matemático puede representar la realidad física con precisión, que sean útiles y justificables en el diseño de la toma de decisiones y que los errores en la aproximación numérica sean mínimos [23].

En problemas de mecánica estructural se busca determinar la distribución de los esfuerzos en toda la estructura que se diseñará, y las deformaciones que se generarán en todo el sólido [16, 36]. Es necesario calcular los desplazamientos en ciertos puntos de la estructura para garantizar que no se violen las distancias especificadas. En algunos casos cuando la carga y la respuesta estructural dependen del tiempo, se calcula la respuesta máxima de tal forma que los desplazamientos, fuerzas internas y externas, que están en todas partes del sólido, satisfagan las condiciones de equilibrio, compatibilidad y ley constitutiva.

## 1.2. Justificación

Un estructura debe cumplir con ciertos requisitos para que su funcionalidad sea la requerida a lo largo de su vida útil. En las últimas décadas se han implementado métodos de análisis que permiten obtener soluciones numéricas aproximadas para una gran variedad de problemas de la Ingeniería Estructural, que involucran geometrías complejas, condiciones de frontera, carga y diferentes tipos de materiales [31].

La solución de estos problemas ha sido posible gracias a la aplicación de programas asistidos por computadora, basados en el *método de los elementos finitos* que han ayudado a un mejor análisis eficiente haciéndolo más preciso y con el menor de los errores [15].

En el presente trabajo se utiliza el programa computacional ANSYS para analizar el comportamiento mecánico de la estructura de control, *cimacio*, de una presa de arco gravedad sometida a cargas como estáticas y dinámicas, dando resultados de sus esfuerzos y deformaciones con ayuda del método del elemento finito.

Mediante el desarrollo de este tipo de trabajos de tesis, a nivel licenciatura, se busca que los estudiantes conozcan y apliquen el método de los elementos finitos a la solución de problemas prácticos de la ingeniería estructural, por medio del uso de programas computacionales y que le permitan obtener soluciones óptimas y consistentes con el problema a tratar.

## 1.3. Objetivo

El objetivo principal del presente trabajo de tesis es el desarrollo de un modelo numérico mediante el método de los elementos finitos, para estudiar el comportamiento mecánico de la estructura de control de una presa de arco gravedad, construida de concreto reforzado masivo. Para ello, se utiliza el software de computadora ANSYS. Los resultados obtenidos del estudio, esfuerzos y deformaciones para diferentes condiciones y combinaciones de carga, serán de utilidad para optimizar la geometría de la estructura; minimizando problemas patológicos inherentes al agrietamiento prematuro del concreto.

## 1.4. Descripción de la tesis

### Capítulo uno

En el primer capítulo se presenta una introducción sobre las estructuras como proyecto hidráulico, su análisis estructural y el diseño de presas. La justificación del método de elementos finitos aplicado en sólidos y el objetivo del presente trabajo.

### Capítulo dos

Este capítulo contiene el concepto de una presa y las partes por la que está compuesta. Se da una descripción de forma generalizada sobre la clasificación de las presas, ya sea por su uso, material, proyecto hidroeléctrico y/o por el tipo de cortina con base en el *ICOLD* y por parte de la *CONAGUA*.

### Capítulo tres

En este capítulo se hace la descripción del caso de estudio de la tesis. Se muestra la geométrica de los elementos que conforma la obra de control y su funcionamiento; así como sus propiedades de los materiales que lo conforman y las condiciones de carga.

### Capítulo cuatro

En este capítulo se presenta el modelo numérico, y su discretización con el método de los elementos finitos, para el análisis estructural. Se describe el modelo matemático, los elementos que lo conforman, tipos de carga, análisis modal y combinaciones de carga que se le realizó a la estructura por medio del programa computacional ANSYS, usando reglamentos del ACI, CFE y USACE.

## **Capítulo cinco**

Para el capítulo cinco, hace referencia al análisis estructural de la obra de control de la presa, considerando los elementos finitos sólidos en modelos de tercera dimensión. También hace hincapié a las condiciones de carga utilizadas, los factores de carga con sus respectivos resultados entre otros temas.

## **Capítulo seis**

Finalmente en este capítulo se presentan las conclusiones derivadas del modelado numérico mediante el método de los elementos finitos, con ayuda del software de computadora ANSYS.

# Capítulo 2

## Método de los elementos finitos

Fue propuesto y formulado en diferentes manifestaciones por matemáticos y físicos. Surgió a través de los avances en el análisis estructural de las aeronaves. En 1941, Hrenikoff presentó una solución de problemas de la elasticidad usando el “método de trabajo del marco” en el cual se representaba un medio elástico plano de barras y vigas [21]. En el periodo entre 1850 y 1875 surgen conceptos de análisis de marco principalmente Maxwell, Castigliano y Mohr que representa el inicio de la metodología del análisis estructural matricial, y tomó casi 80 años más tarde lo que subyace al análisis de elementos finitos[19].

Para 1920, Maney en los Estados Unidos y Ostenfeld en Dinamarca tomaron la idea básica de un análisis estructural de una armadura basado en parámetros de desplazamiento como incógnitas, esto representó los precursores de los conceptos del análisis estructural de matrices actualmente, aunque las limitaciones en el tamaño de los problemas pudieron ser manejados por otras fuerzas o desplazamientos desconocidos continuaron prevaleciendo hasta 1932 cuando Hardy Cross introdujo el método de distribución de momentos. Este método hizo factible la solución de problemas de análisis estructural que eran de un orden de magnitud más complejo que los problemas más sofisticados tratables por los enfoques anteriores. La distribución del momento se convirtió en el elemento básico de la práctica del análisis estructural durante los siguientes 25 años [19].

En 1943 McHenry utilizó una armadura de una dimensión con barras y vigas para la solución de esfuerzos en sólidos continuos y fue publicada en un periódico pero no fue reconocido por años [18].

Courant en 1943 usó interpolación polinomial por partes sobre subregiones triangulares y el principio de la energía potencial total mínima para modelar problemas de torsión aplicables a situaciones que no sean a la mecánica estructural y en 1956, Turner y otros investigadores obtuvieron matrices de rigidez para armaduras, vigas y otros elementos.

Las primeras computadoras digitales aparecieron a comienzos de la década de 1950, aunque el impacto real tanto de la teoría como de la práctica no era relevante, se emprendió la codificación de los procedimientos establecidos para análisis de marcos en un formato adecuado para la computadora, vinculando los conceptos de análisis de marco y análisis

continuo y obtuvieron los procedimientos resultantes en un formato matricial y así representar la influencia en el desarrollo del método de elementos finitos en los siguientes años [19, 30].

Clough fue el primero en emplear el término “elemento finito” en 1960 [14], Argyris y Kelsey en 1954, desarrollaron un método de análisis estructural matricial usando energía de deformación, este desarrollo ilustró el importante papel que jugarían los principios de energía en el método de elementos finitos [18].

Turner en 1956, fue de los primeros en realizar elementos bidimensionales derivando matrices de rigideces para los elementos de armadura, de vigas bidimensionales y rectangulares en tensión plana, definiendo el procedimiento conocido como método de rigidez directa para obtener la matriz de rigidez de la estructura total. En 1960 Turner consideró la deflexión y el análisis térmico y en 1962 los materiales no lineales por Richard H. Gallagher, para 1963, Gallagher y Padlog se ocuparon de los problemas de pandeo mientras que en 1968, Zienkiewicz entre otros extendieron el método a problemas de visco-elasticidad [18].

Melosh desarrolló en 1961 una matriz de rigidez de elemento de placa rectangular y en 1963, Grafton y Strome desarrollaron la matriz de rigidez para elemento curvilíneo en membranas axisimétricas y recipientes a presión.

E. Wilson en la década de 1960 desarrolló uno de los primeros programas de elementos finitos que se utilizó ampliamente pero estaba limitado a dos dimensiones, fue utilizado y modificado por grupos de investigadores académicos y laboratorios industriales que demostraron ser instrumental versátil de los elementos finitos para muchos usuarios [18].

La aplicación del método de los elementos finitos a problemas tridimensionales, para elementos tetraedros, fue dada por Martín en 1961, y los elementos tridimensionales fueron estudiados por Argyris en 1964. El caso especial de sólidos asimétricos fue considerado por Clough, Rashid y Wilson en 1965, Szabo y Lee en 1969 derivaron las ecuaciones de elasticidad, previamente conocidas usadas en análisis estructural, y en 1970 Zienkiewicz y Parekh hicieron lo propio para problemas transitorios.

El primer libro de elementos finitos por Zienkiewicz y Cheung fue publicado en 1967. La implementación informática de los programas FEM surgió a principios de la década de 1970. Después de 1980, se desarrollaron nuevos paquetes de software comercial, lo que impulsó la aplicación del Método Elemento Finito a ingeniería estructural, transferencia de calor, mecánica de fluidos, aerodinámica y electrostática[29].

## 2.1. Solución de problemas mediante el FEM

Muchos fenómenos físicos en ingeniería y ciencia pueden describirse en términos de ecuaciones diferenciales, pero resolverlas mediante métodos analíticos clásicos es casi imposible. El método de elementos finitos o por sus siglas en inglés *FEM*, es un método numérico que proporciona una metodología sistemática donde la solución de las ecuaciones diferenciales y la distribución de las deformaciones en un cuerpo depende de las características

del sistema de fuerza y del cuerpo mismo, el objetivo es encontrar la distribución de esos esfuerzos utilizando desplazamientos o deformaciones llevando a cabo una aproximación matemática del problema.

Se busca la distribución de los esfuerzos en toda la estructura, la cual puede ser modelada por subdivisiones, de una geometría y de materiales arbitrarios cuyas propiedades varían en zonas específicas. El comportamiento es descrito por un conjunto de funciones que representan los esfuerzos o los desplazamientos en la región, se calculan los desplazamientos donde las cargas y la respuesta de la estructura depende del tiempo. Los esfuerzos calculados representan un sistema de fuerzas internas y externas que están en todas partes en equilibrio; las funciones son elegidas de forma que aseguren continuidad en el comportamiento a través de medio continuo. Se debe determinar el sistema de esfuerzos y desplazamientos que definan las ecuaciones que gobiernan el problema porque estipulan las condiciones de equilibrio y de compatibilidad.

Un problema continuo de cualquier dimensión posee infinitamente valores porque es una función de cada punto genérico en el cuerpo o en la región solución con un número infinito de incógnitas. La solución de las ecuaciones diferenciales parciales para una geometría complicada es imposible por medio de métodos clásicos como la separación de variables. Para poder modelar el comportamiento de una estructura con gran exactitud, tratar con geometría de uno, dos y tres dimensiones, la variación en las propiedades del material y restricciones estructurales, se reducen las ecuaciones diferenciales parciales de la estructura a sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, cuando se utiliza el FEM para su solución.

Se puede utilizar para calcular tensiones debido a incrementos de carga, calcular desplazamientos y modela el comportamiento del material no lineal de esfuerzo-deformación, es un análisis numérico para obtener soluciones aproximadas a los problemas de ingeniería, requiere determinar la distribución espacial de una o más variables dependientes, es una herramienta en la solución de un amplio rango y las aplicaciones van desde análisis térmicos de piezas industriales como chips electrónicos, dispositivos eléctricos, válvulas, tuberías, recipientes a presión, motores de automóviles y aviones, también es aplicable en el análisis por deformación y esfuerzo sísmico de presas, centrales eléctricas, ciudades y edificios de gran altura.

## **2.2. Pasos del FEM**

### **2.2.1. Discretización.**

Para resolver aproximadamente por medio del método de elemento finito se divide el cuerpo en varias regiones más pequeñas llamadas elementos finitos, las intersecciones de los lados de los elementos se llaman nodos o puntos nodales (a menudo se puede necesitar introducir un punto de nodo adicional a lo largo de las líneas nodales y planos nodales). Dependiendo de las dimensiones de análisis y del tipo de problema a resolver, se tiene un determinado número de grados de libertad. Para un problema de sólidos en tres dimensiones, se tienen

tres grados de libertad por nodo. Una regla fundamental en el proceso de discretización del continuo, es que la solución mejora a medida que el número de elementos en el modelo aumenta. El conjunto de elementos finitos y los puntos nodales se le conoce como *mall*.

El tamaño de los elementos influye en la convergencia de la solución; entre más pequeño el tamaño de los elementos, la solución final será más precisa, pero significará más tiempo de cálculo. Puede que se tenga que usar elementos de diferentes tamaños en el mismo cuerpo [18, 31].

Para el caso de problemas en tres dimensiones, es común, y altamente recomendable, utilizar elementos tetraedro y/o hexaedro. El número y el tamaño de los elementos depende del tipo de problemas a resolver y de la precisión deseada en los resultados, figura 2.1.

Las funciones de interpolación se definen en términos de los valores de las variables de campo en puntos específicos llamados nodos o puntos nodales. Los nodos se encuentran en los límites del elemento, donde están conectados los elementos adyacentes. Los valores nodales de la variable de campo y las funciones de interpolación de los elementos definen completamente el comportamiento de la variable de campo dentro de los elementos.

### 2.2.2. Elegir la función de aproximación

Para obtener la solución se asume de antemano un patrón que satisfaga las condiciones, leyes y principios del problema en cuestión. Los puntos nodales de los elementos son puntos estratégicos para describir funciones matemáticas, estos valores nodales de la variable de campo se convierten en incógnitas sobre el dominio del elemento y una vez que se encuentran estas incógnitas la función de interpolación define la variable en todo el conjunto de elementos.

Resolver las incógnitas en los elementos, que a menudo son polinomios de diferentes grados debido a la facilidad y simplificación que proporcionan en la formulación de elementos finitos, si  $u$  denota las incógnitas la función de interpolación se puede expresar de la siguiente manera:

$$u = N_1u_1 + N_2u_2 + N_3u_3 + \dots + N_mu_m \quad (2.1)$$

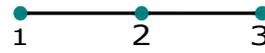
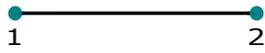
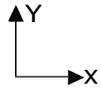
donde  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$  son valores de las incógnitas en los puntos nodales, y los desplazamientos  $N_1, N_2, N_3, \dots, N_m$  son funciones de interpolación, figura 2.2.

El concepto de elementos isoparamétricos se usa frecuentemente en elementos finitos lo que también implica expresar tanto los desplazamientos como el cambio de la geometría del elemento por medio de la misma función de interpolación  $N_i$ , en forma matricial los desplazamientos en algún punto de los elementos se pueden expresar como:

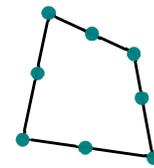
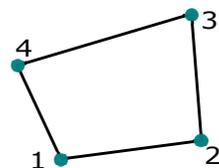
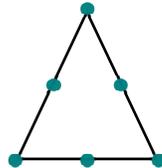
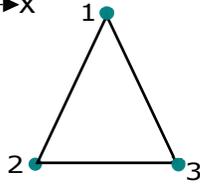
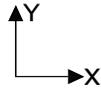
$$\{u\} = [N]\{q\} \quad (2.2)$$

Donde  $[N]$  es la matriz de las funciones de interpolación y  $\{q\}$  es un vector de fuerza. Uti-

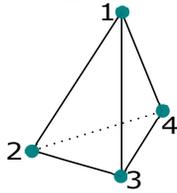
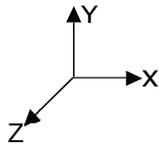
### UNA DIMENSIÓN



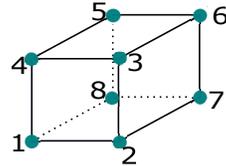
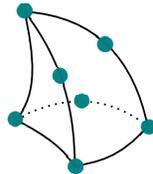
### DOS DIMENSIONES



### TRES DIMENSIONES



TETRAEDROS



HEXAEDROS

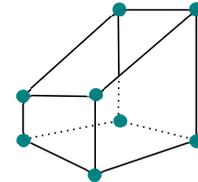


Figura 2.1: Familia de elementos finitos

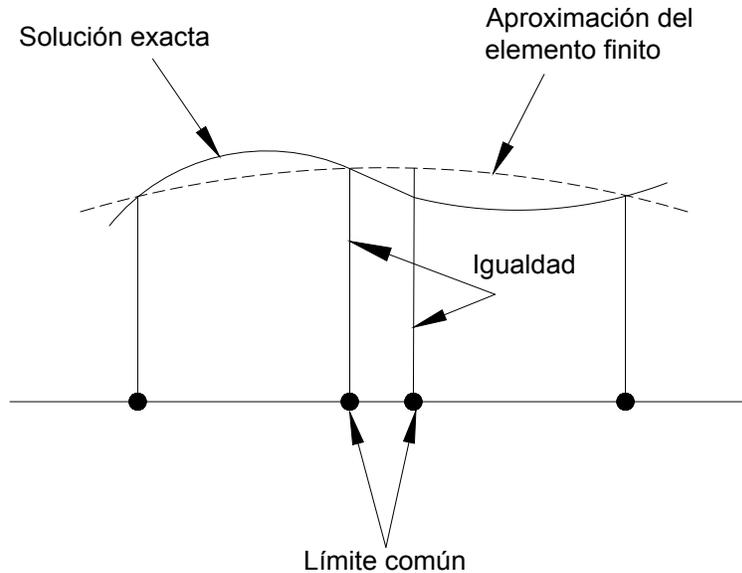


Figura 2.2: Solución aproximada.

lizando el concepto isoparamétrico donde las coordenadas de algún punto de los elementos se pueden expresar con la misma función de  $N_i$ :

$$\{x\} = [N]\{x_n\} \quad (2.3)$$

donde  $\{x_n\}$  contiene las coordenadas de los puntos nodales.

### 2.2.3. Definir la ley constitutiva entre las incógnitas

Se utiliza el principio de la energía potencial mínima para derivar las ecuaciones en el elemento. Para los problemas en una sola dimensión, la deformación  $\epsilon_x$  está dada por:

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (2.4)$$

donde  $u$  es la deformación en la dirección  $x$ . También se debe definir el esfuerzo mediante la ley constitutiva que relaciona las deformaciones con los esfuerzos, a través de la matriz constitutiva que contiene las propiedades del material. Esta ley constitutiva describe la respuesta o efecto (desplazamiento, deformación) en un sistema debido a la causa aplicada (fuerza), y es una de las partes más importantes del análisis de elementos finitos, las incógnitas dependen unas de otras y según la ley de Hooke, aplicable a sólidos con un comportamiento elástico y lineal, define la relación del esfuerzo-deformación en un cuerpo sólido. Para el caso unidimensional, esta relación viene dada como,

$$\sigma_x = E\epsilon_x \quad (2.5)$$

donde  $\sigma_x$  el esfuerzo en la dirección axial del elemento y  $E$  es el módulo de elasticidad de Young. Y si sustituimos  $\epsilon_x$  en la ecuación 2.4 a la ecuación 2.5, tenemos la expresión del esfuerzo en términos de desplazamientos como:

$$\sigma_x = E \frac{du}{dx} \quad (2.6)$$

#### 2.2.4. Derivación de las ecuaciones del elemento

Se puede obtener las ecuaciones en una forma general que definan el comportamiento de un elemento finito. Existen varias formas para derivar estas ecuaciones, entre ellas están el método de la energía potencial y el método de los residuos pesados. La aplicación de estos métodos conduce a ecuaciones que describen el comportamiento del elemento y en general se presentan de la siguiente manera:

$$[k]^e \{u\}^e = \{q\}^e \quad (2.7)$$

donde  $[k]^e$  es la matriz de rigidez en el problema de desplazamiento,  $\{u\}^e$  es el vector de incógnitas en los nodos y  $\{q\}^e$  es vector de fuerza en los nodos del elemento. En el método de elementos finitos existen de forma general, tres tipos de aproximaciones: el de los desplazamientos (o rigidez), el de las fuerzas (o equilibrio) y los métodos mixtos.

El primer método los desplazamientos en un elemento se derivan mediante el procedimiento basado en el principio de energía potencial mínima, mientras que en el método de esfuerzo las tensiones son incógnitas y es utilizado el principio de energía mínima complementaria, por último, en el caso del método mixto tanto los esfuerzos como los desplazamientos se toman como incógnitas, mientras que los principios variacionales especiales se usan para la derivación de las ecuaciones para el elemento.

#### 2.2.5. Obtención de las ecuaciones del sólido

Estas ecuaciones definen aproximadamente el comportamiento de todo el cuerpo o estructura, es necesario sumar las ecuaciones de la matriz de todos los elementos para encontrar las ecuaciones globales denominado método de rigidez directa que se basa en la ley que satisface la condición física para la compatibilidad o continuidad de los desplazamientos en los nodos y que pertenecen a dos o más elementos.

Los desplazamientos de dos puntos consecutivos deben tener valores idénticos y dependiendo del tipo y la naturaleza del problema es posible aplicar las condiciones de continuidad. Por ejemplo, para las deformaciones que ocurren en un plano puede ser suficiente para forzar la continuidad de los desplazamientos, para problemas de flexión, las propiedades físicas del cuerpo deformado bajo la carga requieren además de la continuidad de los desplazamientos, garantizar que las pendientes o la primera derivada de desplazamientos

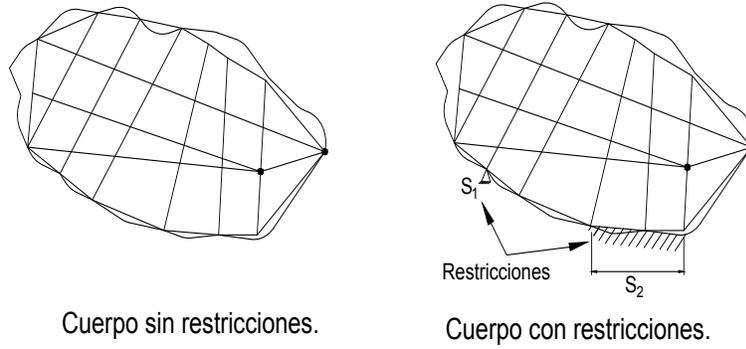


Figura 2.3: Condiciones de frontera o restricciones.

también sean continuas o compatibles en los nudos adyacentes, puede ser necesario satisfacer la compatibilidad de la curvatura o la segunda derivada. Como resultado de este procedimiento se obtiene una expresión para la rigidez de todo el cuerpo discretizado en la siguiente forma:

$$[K]\{U\} = \{Q\} \quad (2.8)$$

donde  $[K]$  es la matriz de rigidez,  $\{U\}$  es el vector de desplazamientos en los nodos y  $\{Q\}$  es el vector de fuerzas en los nodos. Las ecuaciones para la rigidez de los elementos se forman en relación con el sistema de coordenadas local por lo que es necesario que se transformen en el sistema de coordenadas global e introducir condiciones de frontera a la ecuación 2.8.

### 2.3. Condiciones de frontera

En el caso de los cuerpos, las restricciones son las condiciones de frontera para decidir cómo funcionará el cuerpo y deben existir para que la estructura o el cuerpo puedan pararse en el espacio de forma única. Estas condiciones se especifican comúnmente en términos de valores conocidos de las incógnitas en una parte de la superficie o límite  $S_1$  y/o gradientes o derivadas de las incógnitas en  $S_2$ , figura 2.3. El límite  $S_1$  es el punto final donde se dan los desplazamientos. Este tipo de restricción expresada en términos de desplazamientos a menudo se denomina condiciones de frontera esenciales [17].

Para la mayoría de las simulaciones reales, el desplazamiento se usa para describir el soporte o las restricciones en el sólido, por lo tanto, los valores de desplazamiento prescritos a menudo son cero. En tales casos, la condición de frontera se denomina condición de frontera homogénea, de lo contrario son condiciones de frontera no homogéneas. Las condición de frontera de fuerza, condiciones naturales, a menudo se escriben como:

$$\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{t}} \quad (2.9)$$

donde  $\mathbf{n}$  está dado por:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_x & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{n}_z & \mathbf{n}_y \\ \mathbf{0} & \mathbf{n}_y & \mathbf{0} & \mathbf{n}_z & \mathbf{0} & \mathbf{n}_x \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{n}_z & \mathbf{n}_y & \mathbf{n}_x & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$n_x$ ,  $n_y$  y  $n_z$  son los cosenos directores que definen un vector unitario normal a la superficie en la que se da la condición natural de frontera.

La condición de límite de desplazamiento y la condición de límite de fuerza suelen ser “complementarias” cuando los desplazamientos están especificados en una parte de la frontera, la fuerza en general no es conocida y cuando la fuerza es especificada en una parte de la frontera, los desplazamientos no son conocidos. En otras palabras; no se puede especificar ambas condiciones de frontera en el mismo grado de libertad.

## 2.4. Sistema de coordenadas

Es conveniente establecer las características de un elemento individual en un sistema de coordenadas que sea diferente en las fuerzas externas y desplazamientos del sistema ensamblado, se puede usar un sistema de coordenada diferente para cada elemento [36].

Antes de ensamblar las ecuaciones de elementos, se transforman las matrices de elementos y vectores derivados en el sistema de coordenadas local, así las ecuaciones elementales se relacionan a un sistema de coordenadas global. Un conjunto de ejes para una estructura en el estado no deformado, permanecen fijos a lo largo de la deformación de la estructura y los desplazamientos de los puntos del cuerpo están referenciados a ellos.

Una partícula localizada en el punto  $g$  cuando la estructura está en estado de reposo, figura 2.4, se le aplica un vector de fuerza con componentes  $f_{xg}$ ,  $f_{yg}$ ,  $f_{zg}$ . La partícula se desplaza a un punto en el espacio bajo la acción de esta fuerza, definida por el símbolo  $h$  y los desplazamientos traslacionales de la partícula están dados por  $u_g = x_h - x_g$ ,  $v_g = y_h - y_g$ ,  $w = w_h - w_g$  [19].

Las componentes del vector de fuerza se muestran como componentes vectoriales ubicados en el punto relevante del cuerpo no conformado. Los valores positivos de los componentes de fuerza y desplazamiento corresponden al sentido positivo de los ejes de coordenadas.

Los desplazamientos traslacionales por sí mismos no son suficientes para la descripción completa del desplazamiento de una estructura. En problemas en estructuras de viga, marcos, placas delgadas y caparazón delgado, generalmente se hace la suposición simplificada de que una línea normal a la línea media de la estructura inferior permanece normal a la línea media o en la superficie a medida que la estructura se deforma sometida a cargas, según sea el caso. Una medida de desplazamiento en los puntos de dichas estructuras es la rotación  $\theta$  de la normal con respecto al estado no deformado, esta rotación se supone igual

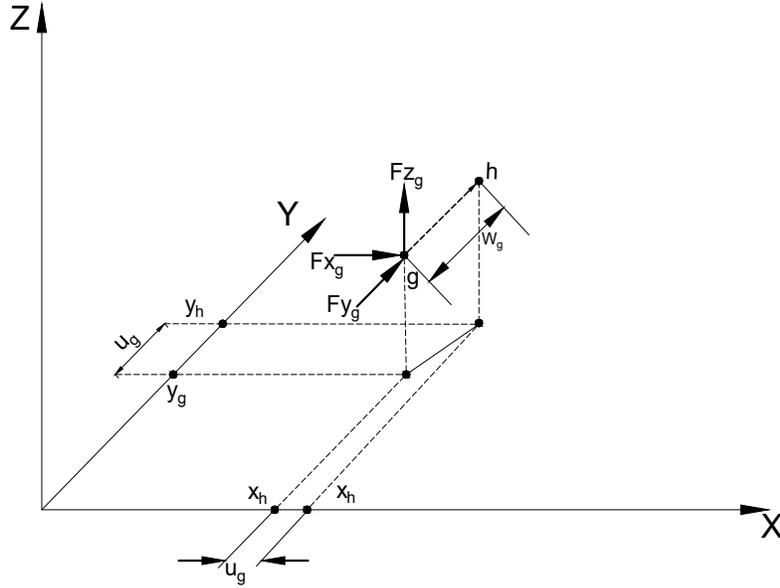


Figura 2.4: Desplazamiento del punto  $g$  al punto  $j$

a la pendiente de la línea media o superficie media, los desplazamientos angulares cuando se describen en el sistema de coordenadas, figura 2.5, para el punto  $j$ , están representados por:

$$\theta_{xj} = \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_j \quad \theta_{yj} = \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_j \quad \theta_{zj} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_j \quad (2.11)$$

Se define una rotación positiva en términos de la regla de la mano derecha; donde se agarra un eje con el pulgar apuntando en la dirección positiva del eje y los dedos se envuelven alrededor del eje en el sentido de una rotación positiva, esto es para el signo negativo de  $\theta_y$  y donde una rotación positiva da un desplazamiento negativo  $w$ . Los vectores de momento  $M_{xj}$ ,  $M_{yj}$  y  $M_{zj}$ , son cantidades de fuerza correspondientes a los desplazamientos angulares [19].

Las fuerzas y los desplazamientos se enumeran en las matrices de columna  $F$  y  $\Delta$ , respectivamente.

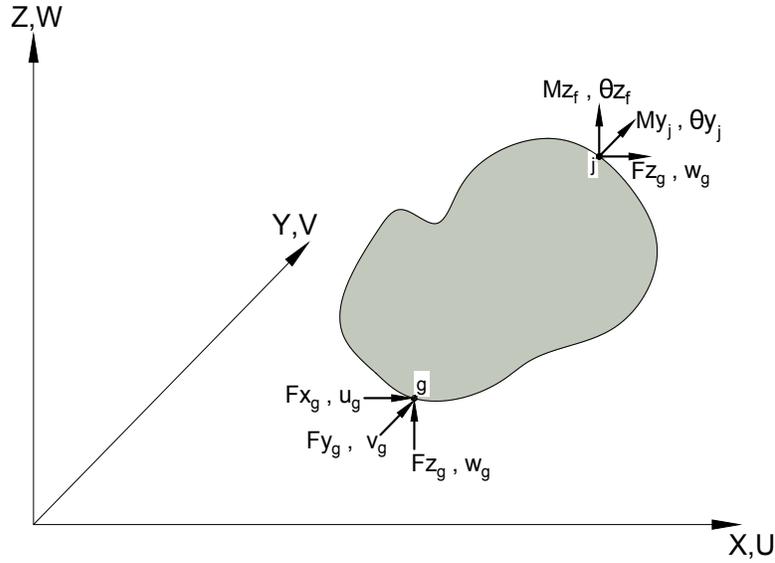


Figura 2.5: Fuerzas, momentos y desplazamientos.

$$\{ \mathbf{f} \} = \begin{Bmatrix} F_{xg} \\ F_{yg} \\ F_{zg} \\ F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{zj} \end{Bmatrix} \quad \{ \Delta \} = \begin{Bmatrix} u_g \\ v_g \\ w_g \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

Un vector en forma columna es ineficiente desde un punto de vista tipográfico, por ello, se enumeran estos contenidos en un vector de fila. La transposición de una matriz es definida como la matriz obtenida al intercambiar la fila y las columnas de la matriz que se transpone, cuando se transpone una matriz de columna, se proyecta un vector de fila y viceversa. Por lo tanto, alternativamente los vectores denotan la transposición por el superíndice  $T$  :

$$\begin{aligned} \{ f \} &= [F_{xg} \quad F_{yg} \quad F_{zg} \quad F_{xh} \quad F_{yh} \quad F_{zh}]^T \\ \{ \Delta \} &= [u_g \quad v_g \quad w_g \quad \theta_{xh} \quad \theta_{yh} \quad \theta_{zh}]^T \end{aligned} \quad (2.13)$$

En el análisis de elementos finitos, se distingue entre los ejes: *global*, *local* y de *unión*. Los ejes globales están establecidos para una estructura completa descrita por muchos elementos finitos. Los ejes locales, también llamados de *elementos*, se fijan a los elementos respectivos, los ejes de elemento se orientan de forma diferente dentro de una estructura; (de un elemento al siguiente). Los ejes de elemento están identificados por  $x^l$ ,  $y^l$ . Y los

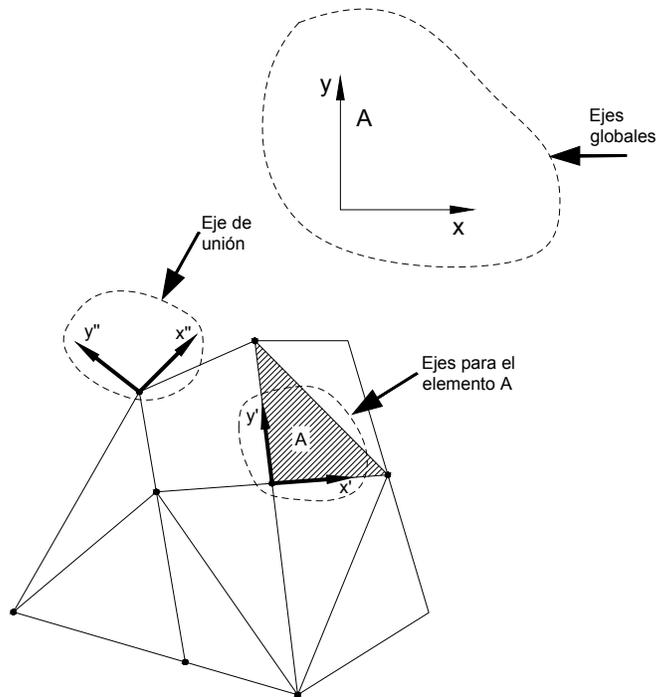


Figura 2.6: Tipos de ejes de coordenadas.

ejes de unión se definen en los puntos de conexión de los elementos, tienen una orientación diferente de algunos o todos los elementos que se juntan en las uniones. Estos ejes se indican como "biprimos", figura 2.6

La unión más cercana al origen de las coordenadas se designa como unión uno, procediendo en la dirección positiva  $x$  en el plano  $x, y$ , el siguiente punto se designa punto dos (pueden proceder en sentido antihorario). Se entiende como elementos planos a placas en tensión plana y/o curvatura o deformación plana en el plano  $x, y$ . La sección transversal de los elementos sólidos axisimétricos son excepciones, figura 2.7.

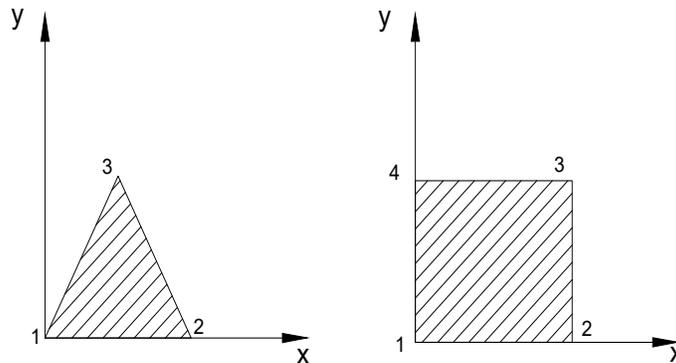


Figura 2.7: Numeración conjunta en elementos.

# Capítulo 3

## Tipos de presas

### 3.1. Presa

Para que exista una presa se requiere la existencia de una corriente aprovechable; las otras condiciones que determinan la selección del tipo de cortina son la cimentación de la boquilla, la morfología del sitio, la disponibilidad y costo de materiales [26].

La extracción anual de agua dulce en el mundo proveniente de lagos, ríos y acuíferos subterráneos, los caudales que escurren por un río varían continuamente en el tiempo y que hay épocas de varios meses en que los escurrimientos son reducidos y otras en que fluye el agua en abundancia. La única forma de regular, controlar, almacenar y aprovechar esos escurrimientos es con las presas [22, 25].

Una presa era construida con el propósito de suministro o riego de agua, conforme las civilizaciones se desarrollaban, se necesitaba un control de inundaciones, una mayor demanda de suministro de agua, riego de agua, control de sedimentos y energía. Una presa es una barrera hecha de piedra, concreto o materiales sueltos que se construye al paso de un río o arroyo. Las presas se pueden clasificar de acuerdo con la función que van a desempeñar, por el diseño hidráulico o por los materiales que están construidas [22, 28].

Las presas son un conjunto de estructuras que modifican el cauce de un río para modificar su escurrimiento hidráulico (el curso del agua), debe ser relativamente impermeable, aunque llegan a ser permeables. Las presas están conformadas por un vaso, cortina, obra de desvío, obra de toma y obra de excedencias [33], y representan el desarrollo ya sea de una región o de un país. Su objetivo es formar un almacenamiento, una derivación, dotación de agua para consumo humano, riego y energía eléctrica, también para control de inundaciones, para alcanzar su objetivo cada una de ellas involucra distintos problemas en el diseño del vaso de almacenamiento, el control de las descargas, las necesidades de operación y servicio, etc. [32] La estructura principal es una cortina que detiene el agua de forma segura y eficiente. Las presas cuentan con un vertedor de demasías, la obra de toma, diques, planta de generación y obras accesorias.

De acuerdo con el ICOLD (International Commission On Large Dams), las cortinas de



Figura 3.1: Presa Guri, Venezuela.

una presa se clasifican de acuerdo en:

## **3.2. Clasificación según su uso**

### **3.2.1. Almacenamiento**

Se construyen para embalsar agua en los periodos en que sobra para utilizarla cuando escasea y a través de válvulas o compuertas se dirigen a tuberías o canales de riego. A su vez, se clasifican de acuerdo con el objeto de almacenamiento, como para abastecimiento de agua, para la cría de peces y animales salvajes, para la generación de energía hidroeléctrica, irrigación, etc. El almacenamiento tiene a menudo influencia en el proyecto de la estructura y puede determinar la magnitud de las fluctuaciones del nivel que puedan retenerse en el vaso y el de volumen de filtraciones que se permitan [28].

### **3.2.2. Derivación**

Se construyen para proporcionar la carga necesaria para desviar el agua hacia zanjas, canales y otros sistemas de conducción al lugar en el que se van a usar. Es utilizada en los sistemas de riego, en la derivación de una corriente natural hacia un vaso de almacenamiento fuera del cauce natural de la corriente y para usos municipales e industriales.



Figura 3.2: Presa de las tres gargantas, China.

### **3.2.3. Reguladoras**

Tiene como objetivo retardar el escurrimiento de las avenidas y disminuir el efecto de las ocasionales lluvias. Estas a su vez se dividen en dos tipos; en una, el agua se almacena temporalmente y sale por una obra de toma con un gasto que no exceda de la capacidad del cauce de aguas abajo. El otro tipo suele llamarse de distribución o dique pues el agua se almacena el tiempo que sea posible y se deja filtrar en las laderas del Valle o por estratos de grava de la cimentación y su principal función es recargar los acuíferos.

### **3.2.4. Generación de energía eléctrica**

El agua almacenada como energía potencial, se conduce por medio de una tubería a una turbina hidráulica, la cual se convierte en energía eléctrica a través de un generador eléctrico, siendo el tipo de energía renovable más grande del mundo.

## **3.3. Clasificación según su proyecto hidráulico**

### **3.3.1. Vertedoras**

Deben estar hechas de materiales que no erosionen para descargar sobre sus coronas. Se debe emplear concreto, mampostería, acero y madera con excepción en las estructuras vertedoras muy bajas.

### **3.3.2. No vertedoras**

Se proyectan para que no rebase el agua por su corona. Permite ampliar la elección de materiales a las presas de tierra y las de enrocamiento. A menudo se combinan los dos tipos de presas para formar una estructura compuesta que considere una parte vertedora de concreto de gravedad con extremos formados por terraplenes.

## **3.4. Clasificación según los materiales**

La más común que se usa en la discusión de los procedimientos de construcción se basa en los materiales que forman la estructura. También el tipo básico del proyecto como presa de concreto de gravedad, o presa de concreto tipo arco [28].

### **3.4.1. Tierra**

En su construcción intervienen materiales en su estado natural que requieren el mínimo de tratamiento. Es posible que las presas de tierra continúen prevaleciendo sobre los demás tipos para fines de almacenamiento, pues el número de lugares favorables para las estructuras de concreto está disminuyendo como resultado de los numerosos sistemas de agua que se han emprendido, especialmente en las regiones áridas y semiáridas.

Las presas de tierra requieren estructuras complementarias que sirvan de vertedores de demasías, su principal desventaja es; si no tiene suficiente capacidad, el vertedor de demasías puede dañarse y destruirse por el efecto erosivo del agua que llegue a rebasarla. Pueden sufrir varios daños y fallar debido a las perforaciones hechas por animales cavadores.

### **3.4.2. Enrocamiento**

Se construyen con fragmentos de rocas de todos los tamaños que aseguran la estabilidad y una pantalla impermeable para darle estanqueidad. La pantalla puede ser una capa de suelo impermeable en el paramento de aguas arriba, una capa de concreto asfáltico, una losa de concreto, planchas metálicas o puede estar constituida por un núcleo fino de suelo impermeable, figura 3.3. Su característica principal es que son de suelos finos o arenosos con finos. Cayó en desuso por la ruptura de la losa cerca de la cimentación lo cual deben construirse un aliviadero de capacidad suficiente para prevenir este vertido. Las presas de desviación de muy poca altura son una excepción, se proyecta el paramento de escollera para que resista este efecto. Estas presas requieren unos cimientos tales que no se produzcan asentamientos suficientemente grandes como para romper la pantalla de impermeabilización. Los cimientos adecuados son: roca, arenas y arenas compactadas [28].



Figura 3.3: C.H La Yesca, México

## 3.5. Clasificación por su forma

### 3.5.1. Gravedad

Son adecuadas para sitios donde existe una base de roca sólida, aunque las estructuras bajas pueden estar fundadas sobre cimientos aluviales, resisten a su propio peso y a otras fuerzas a las que les son sometidas [33]. Son adecuadas para su uso como crestas de derrame por desbordamiento y suelen utilizarse como aliviaderos para represas de relleno de tierras, de relleno rocoso o como secciones de desbordamiento de presas de desviación. Las presas de gravedad pueden ser rectas o curvas en planta. La presa curva ofrece alguna ventaja tanto en costo como en seguridad. La curvatura de la presa permite que parte de la presa se ubique sobre una base más fuerte lo que requiere menos excavación. El concepto de construcción de presas de concreto usando CCR (concreto compactado con rodillo) ha sido desarrollado e implementado.

### 3.5.2. Arco

El término arco se usa para una estructura curva, masiva de concreto o de mampostería, la curvatura es convexa hacia aguas arriba, es ideal para lugares en los que la relación del ancho entre estribos a la altura no sea grande y donde los estribos sean de roca capaz de resistir el empuje de los arcos. La carga se distribuye por toda la presa hacia los extremos transmitiendo el empuje del agua hacia las laderas, su estabilidad es adquirida en su mayor parte al transmitir la presión hidráulica. Esta estructura necesita menos concreto que la de gravedad, son de gran hiperestaticidad [33].



Figura 3.4: Presa Hoover, Estados Unidos

### 3.5.3. Contrafuertes

Tienen una pared que soporta el agua y una serie de contrafuertes o pilares de forma triangular que sujetan la pared y reciben la carga mediante un muro que la transmite al terreno en una superficie reducida a la base. Este tipo de presas tienen de un 35 a 50 % del concreto que necesitaría una de gravedad de tamaño similar. Poseen dos elementos estructurales; una es la cubierta inclinada soportando el empuje hidráulico y machones, otra es los muros que soportan la cubierta transmitiendo cargas a la cimentación en los planos verticales que hacen soportar esfuerzos de flexión entre los contrafuertes. Pueden ser de pantalla y de arcos múltiples. Requieren un 60 % menos de concreto que las presas de gravedad, pero el aumento del encofrado y de las armaduras sobrepasan en muchos casos el ahorro de concreto, este tipo de estructuras son capaces de soportar el vertido sin mayor daño. El proyecto de presas de contrafuertes se basa únicamente en los conocimientos y criterios obtenidos por la experiencia.

## 3.6. Clasificación de las presas por el tipos de cortina

La cortina puede ser de cualquier material que soporte el empuje del agua, siempre que cumpla con los principios básicos de toda obra de ingeniería civil de: resistencia, deformabilidad, impermeabilidad y costo [26]. Las presas también pueden ser clasificadas por su tipo de cortina de acuerdo a CONAGUA, figura 3.5.

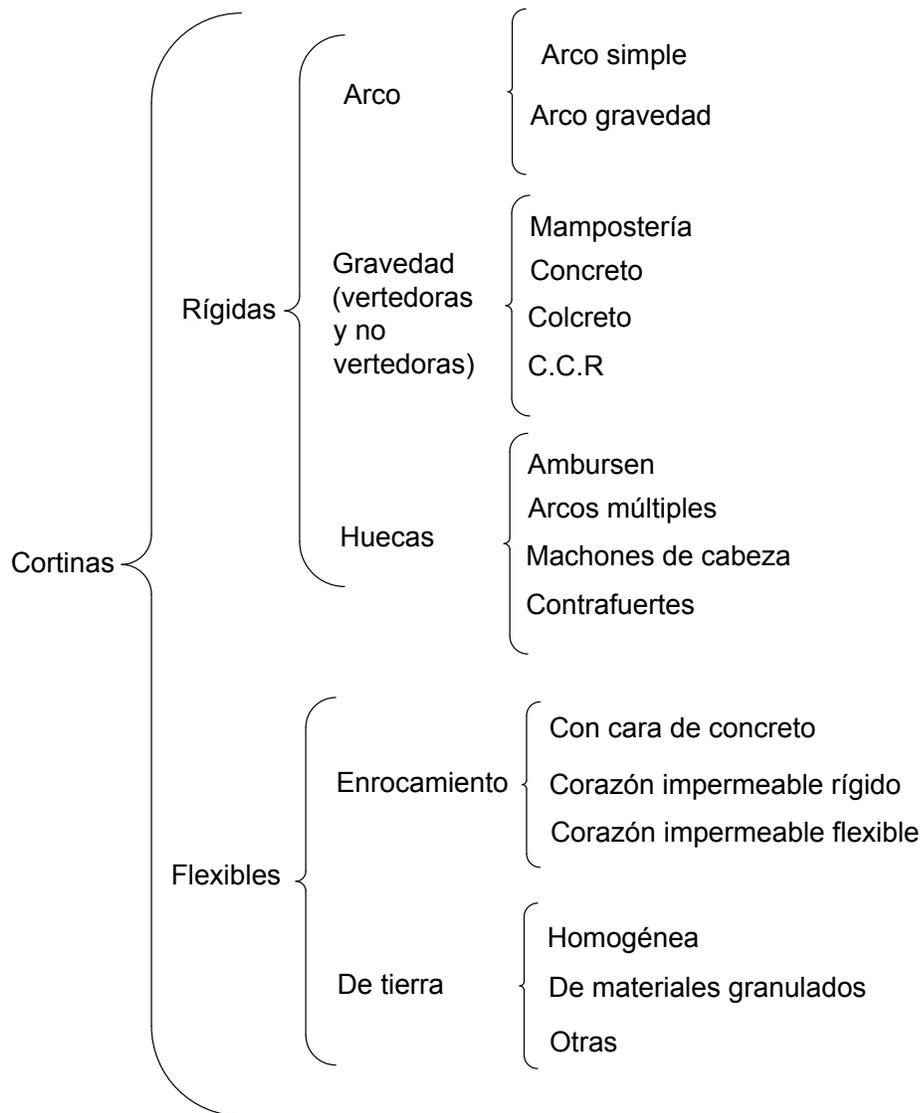


Figura 3.5: Clasificación de las presas por su cortina.



# Capítulo 4

## Caso de estudio

La obra de excedencia, es una estructura cuya función principal es la de permitir el control de las avenidas extraordinarias que pudieran presentarse a lo largo de la vida útil de un proyecto hidroeléctrico [32]. Esta obra se encuentra adosada en la parte central de la estructura de contención, *cortina*, como se muestra en la figura 4.1. Su operación garantiza el gasto necesario de operación de la central hidroeléctrica y la seguridad de la obra de contención [28]. La obra de excedencias consta de dos estructuras principales:

- a) **Estructura de control.** Permite regular el nivel del embalse y consta de: *cimacio, pilas, muros laterales, compuertas, losa puente y mecanismos para la operación de compuertas y agujas.*
  
- b) **Canal de descarga.** Es por donde se le da salida al excedente hidráulico, y está constituido por: *muros laterales, losa, aireadores y cubeta deflectora.*

### 4.1. Estructura de control

Como se puede observar en la figura 4.1, la estructura de control aloja un total de siete compuertas, con pilas intermedias, muros extremos, cimacio y, en la parte superior, el puente de maniobras. Las compuertas radiales son operadas por medio de un sistema de servomotores que se apoyan en el extremo de aguas abajo, ver muñones en la figura referida, de las paredes de las pilas y muros. Adicionalmente, se tienen las ranuras para la colocación de las agujas de cierre temporal que permiten dar mantenimiento a las compuertas radiales. En las figuras 4.2 y 4.3 se aprecian de mejor forma la localización de cada una de las partes que componen la *estructura de control*.

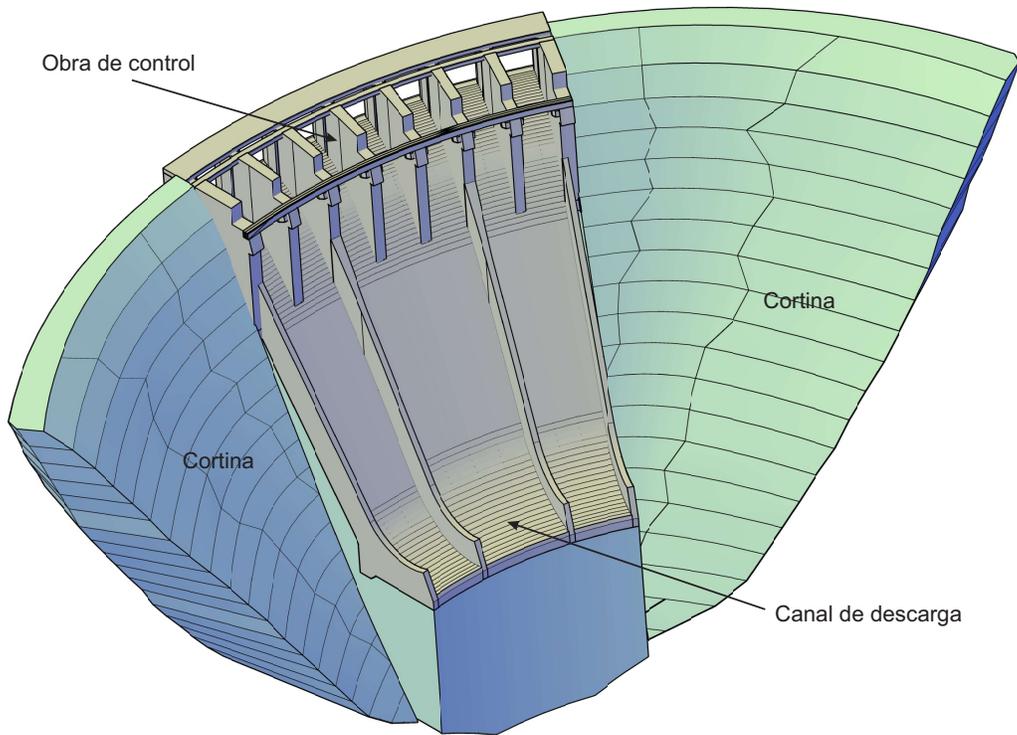


Figura 4.1: Ubicación de la obra de excedencias en la cortina.

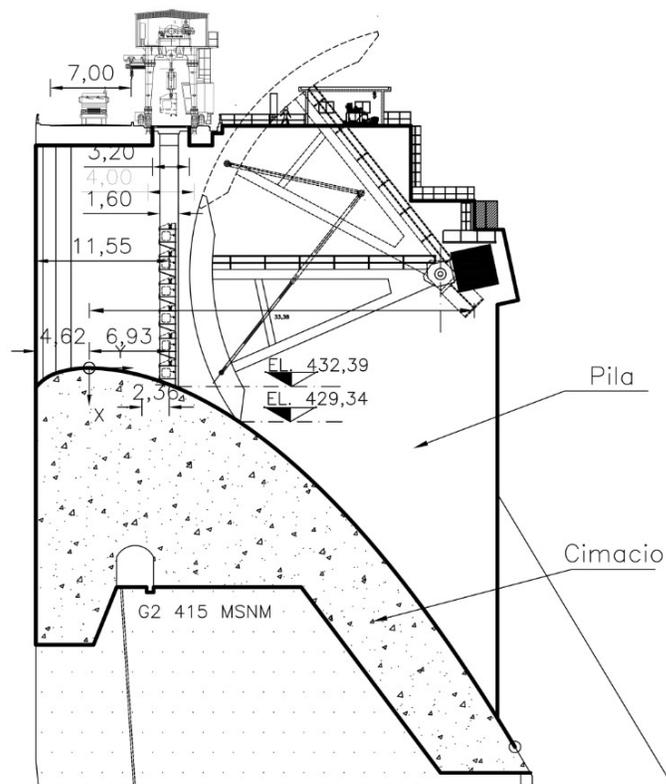


Figura 4.2: Corte transversal de la estructura de control

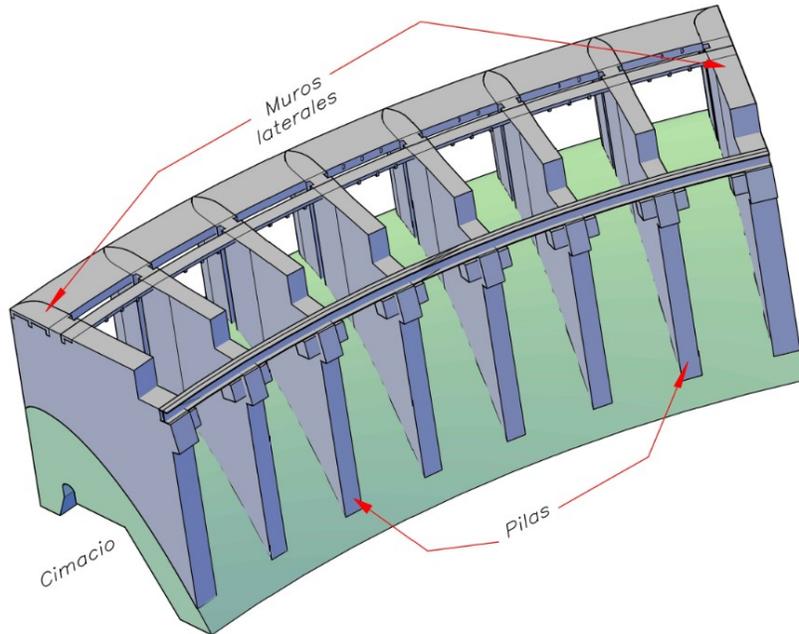


Figura 4.3: Vista 3D de la estructura de control

## 4.2. Pilas

En total se tienen seis pilas "tipo" de concreto reforzado, en la estructura de control. La longitud total de cada una de ellas es de 40.00 m y un ancho variable que va de los 3.70 m, aguas abajo, a los 4.50 m, aguas arriba. Las seis pilas están sobrepuestas en el cimacio, y permiten sostener el peso de los puentes de maniobras, equipo mecánico, y son apoyo de las agujas y compuertas radiales; estas últimas se apoyan en las vigas testeras que existen en ambas caras de las pilas, figura 4.5. La geometría en planta de una pila tipo se muestra en la figura 4.4, en la que se observa que la sección es variable. Esta geometría es para permitir el correcto funcionamiento de las compuertas y evitar posibles problemas de acuñamiento. Una vista en tres dimensiones (3D) se aprecia en la figura 4.5. En ella se observa que su altura va de los 20 m, aguas arriba, a los 60 m, en la parte de aguas abajo. En la misma figura es posible ver las ranuras en ambos lados de la pila para la colocación de las agujas temporales.

Cuando las compuertas están en operación, la carga hidrostática disminuye sobre el las paredes laterales de las pilas, pero existen empujes hidrodinámicos que pueden provocar problemas de vibración a la estructura, aguas abajo. Para mitigar este efecto desfavorable, se coloca una viga metálica en la parte superior de las pilas y muros, aguas abajo, como se aprecia en la figura 4.3.

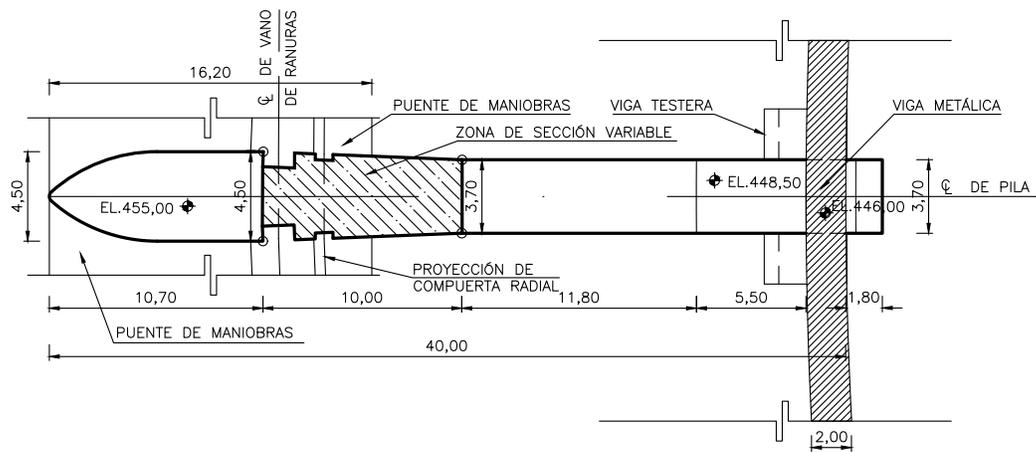


Figura 4.4: Detalle de pilas, vista en planta

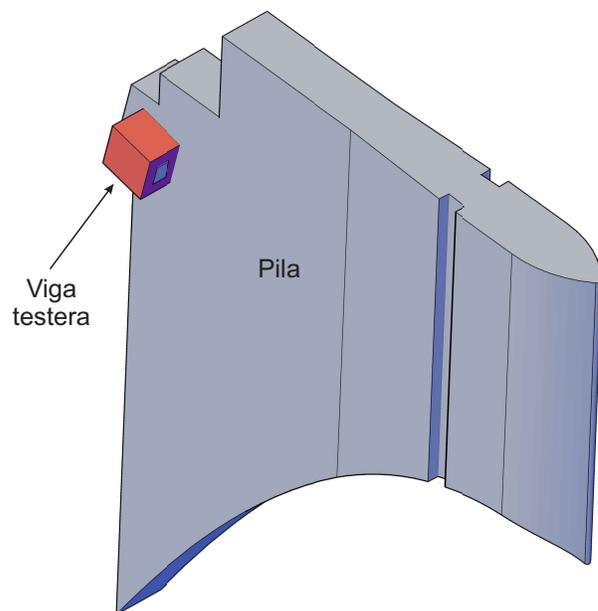


Figura 4.5: Detalle de pilas, vista en 3D

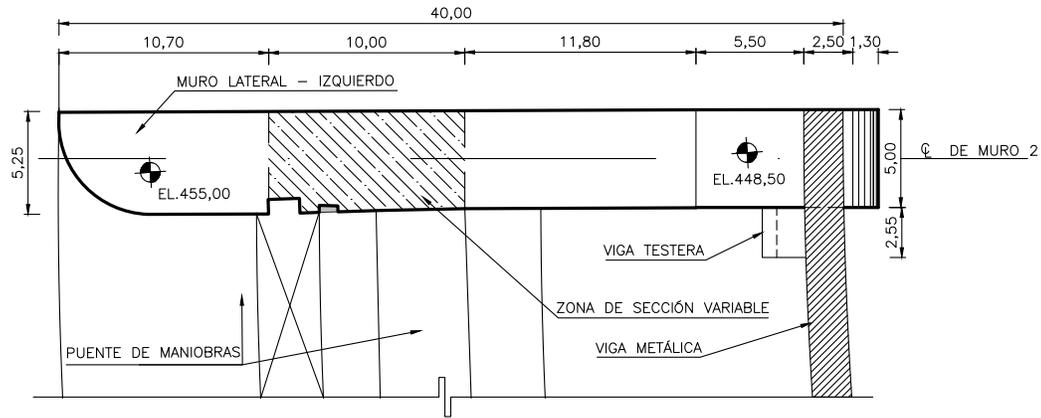


Figura 4.6: Detalle de muro izquierdo, vista en planta

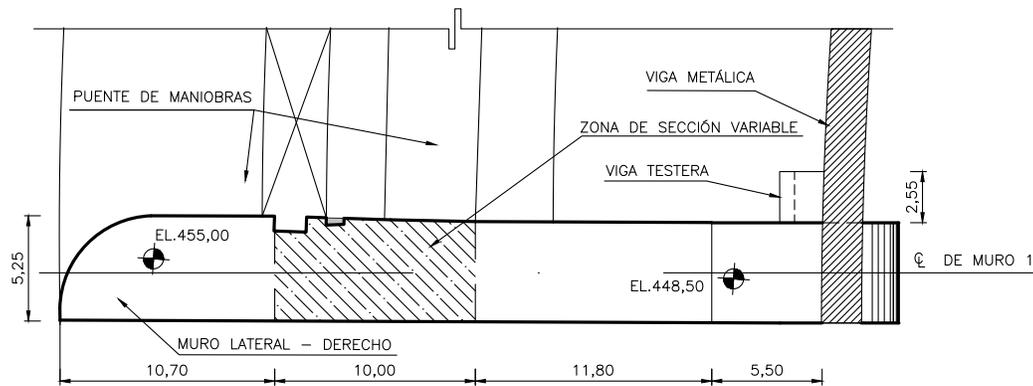


Figura 4.7: Detalle de muro derecho, vista en planta

### 4.3. Muros

En las partes extremas de la estructura de control, se tienen dos muros, *i.e.*, izquierdo y derecho, que están en contacto con la cortina; como se puede observar en la figura 4.1. La longitud total y las alturas de ambos muros es la misma que para las pilas, lo que cambia en la geometría en planta son los espesores que varían de 5.25 m, aguas arriba, a 5.00 m en la parte de aguas abajo. Los detalles de la variación del ancho y las ranuras para el alojamiento de las agujas, son los mismos que para el caso de las pilas. En la figura 4.6 se muestra un detalle en planta del muro izquierdo, y para el muro derecho, estos mismos detalles se tienen en la figura 4.7. En ambos casos se puede observar que también se tiene una viga testera en una de las caras de los muros, como lo muestra la figura 4.8, para permitir que las compuertas radiales se apoyen y puedan operar a través de los servomotores alojados en las casas de máquinas que están instaladas aguas abajo en pilas y muros.

Un detalle del muro derecho en tres dimensiones, se tiene en la figura 4.8. Se aprecia que al igual que las pilas, se tiene la misma variación de la geometría en la parte interna del muro. La parte externa es recta y es la que está en contacto con la cortina.

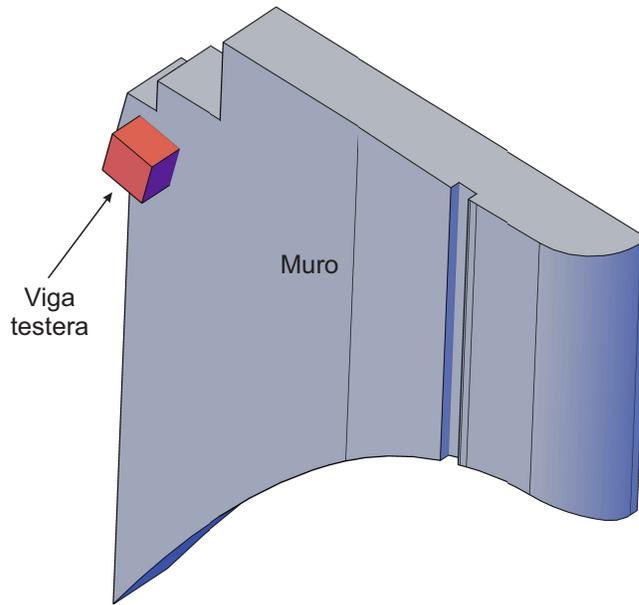


Figura 4.8: Detalle de muro, vista en 3D

Como se puede apreciar en las figuras de muros y pilas, se tiene una terminación en sus extremos de aguas arriba. Estas aristas redondeadas permiten reducir las pérdidas de carga por entrada y guiar mejor los filetes del líquido [32].

#### 4.4. Cimacio

Se define a la estructura del *cimacio*, en un proyecto hidroeléctrico, como una de las componentes de la obra de control que permite regular el nivel de diseño del agua de la presa. Permite verter de forma controlada el exceso de las avenidas al río de manera segura [20, 27]. En el proyecto de análisis de este trabajo de tesis, el cimacio tiene un perfil tipo Creager que conduce el exceso de agua en la presa, sin que se produzca erosión y deterioro en la estructura; evitando que el flujo no se desborde y que conserve su cauce natural. El cimacio sigue la forma de arco que tiene la cortina, por lo que su longitud es de 264 m, con alturas variables, aguas arriba y aguas abajo, figura 4.9. En la misma figura, se aprecia la localización de la galería de inspección.

Una vista en tres dimensiones del cimacio se tiene en la figura 4.10. En ella se observa de mejor forma, la geometría en arco que sigue el cimacio a lo largo de toda la parte superior de la cortina.

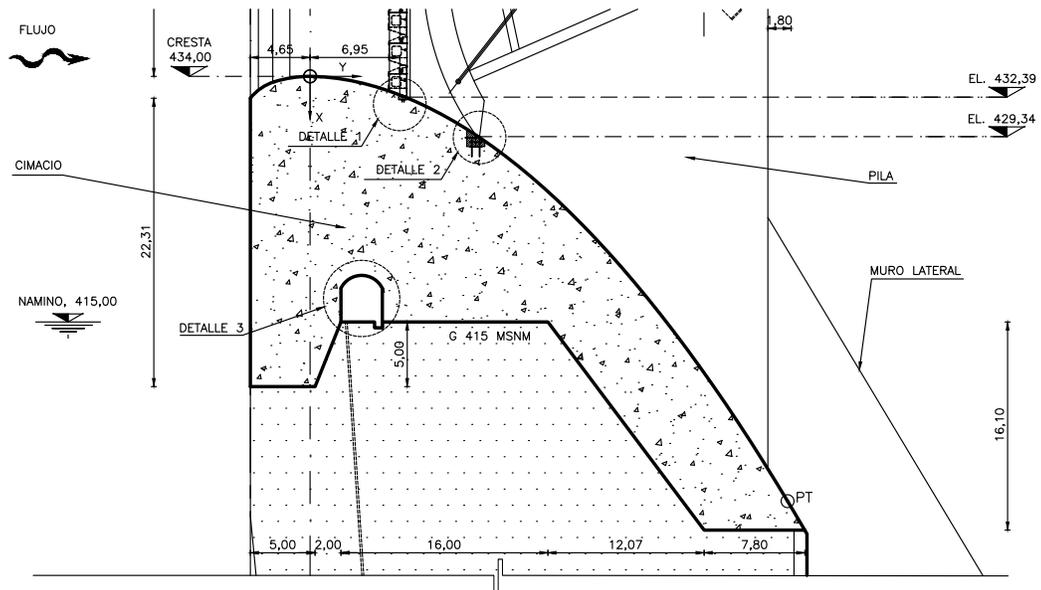


Figura 4.9: Cimacio, corte transversal

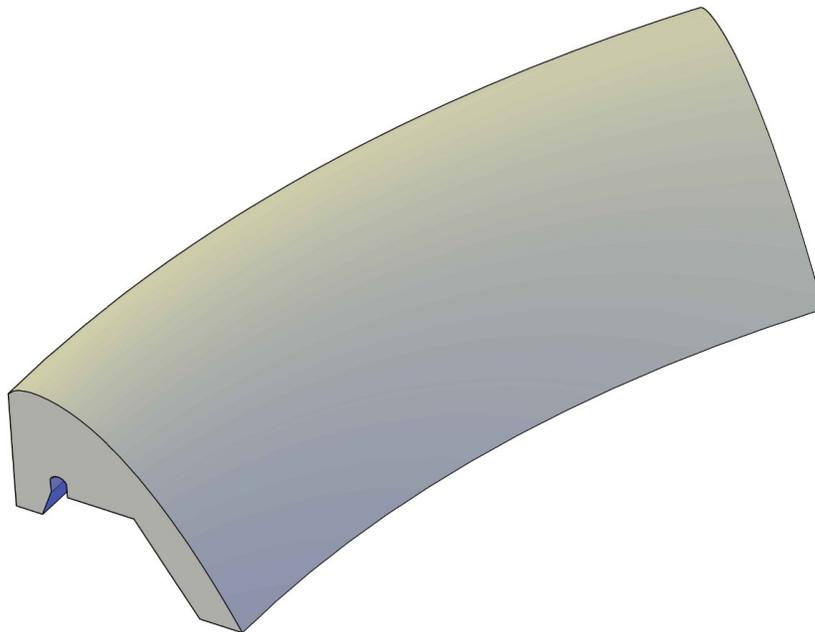


Figura 4.10: Vista en 3D de la geometría del cimacio

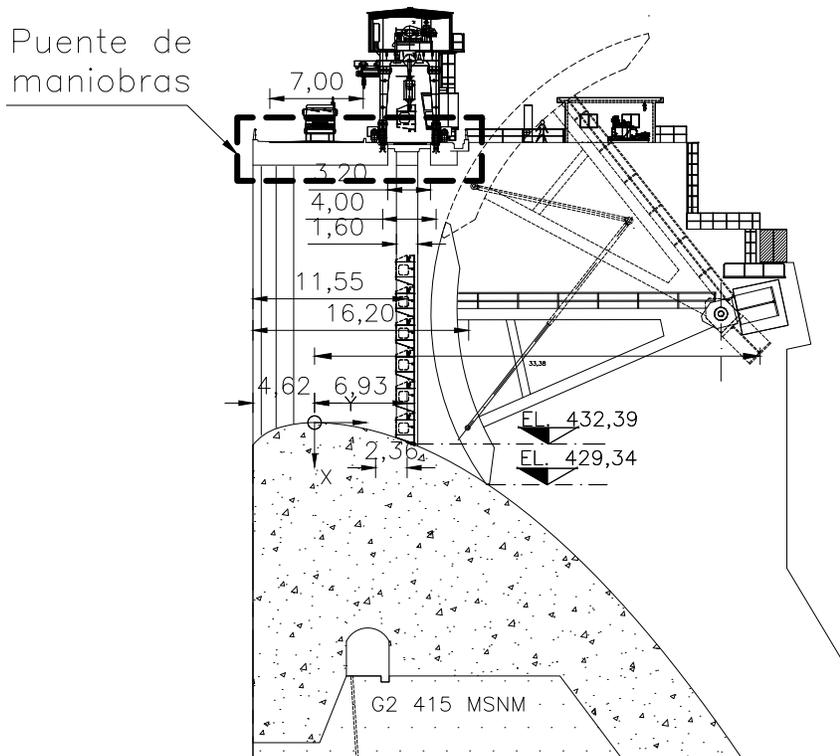


Figura 4.11: Puente de maniobras, corte transversal

## 4.5. Puente de maniobras

El puente de maniobras está ubicado, aguas arriba, en la parte superior de las pilas y muros laterales de la estructura de control, como se muestra en la figura 4.11. Transversalmente el puente de maniobras está compuesto por dos tableros independientes que permiten el tránsito de vehículos de una margen a la otra, y para la operación de las grúas que se utilizan para la operación de las agujas y la instalación de las compuertas.

El primer tablero, destinado al tráfico de vehículos y de las grúas móviles, es de un ancho de  $10.10\text{ m}$ . El segundo, destinado para la instalación de uno de los rieles que soportan la grúa pórtico, es de  $2.85\text{ m}$  de ancho. En la figura 4.12 se aprecia con mayor detalle y en tres dimensiones, la geometría y localización de los tableros.

Para realizar el análisis estructural, se consideró que los tableros están colados de forma monolítica con las pilas y los muros. Esto permite que el sistema cimacio-pilas/muros-puentes, trabajen en conjunto.

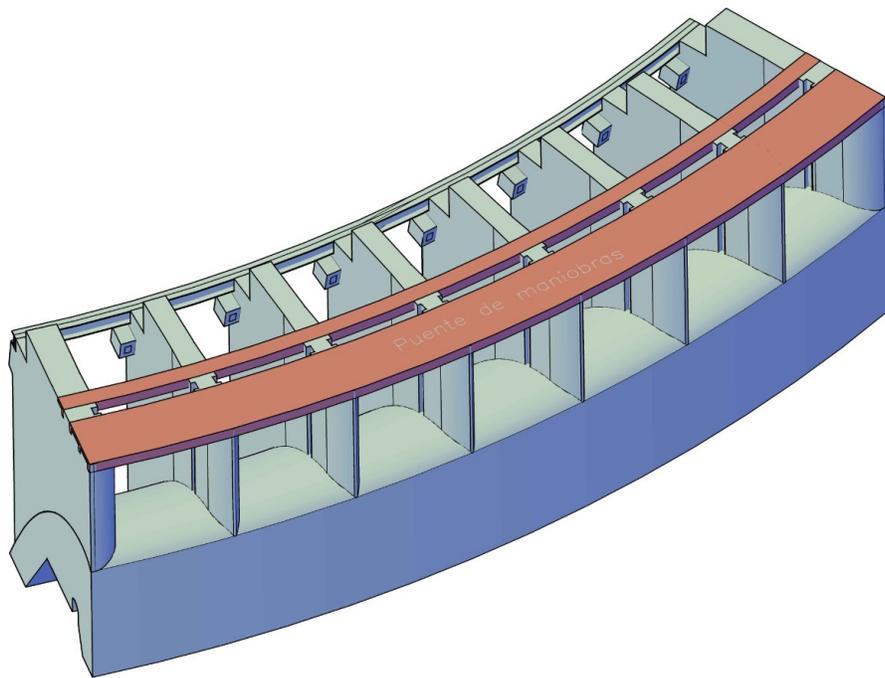


Figura 4.12: Puente de maniobras



# Capítulo 5

## Análisis estructural

En este capítulo se describe el modelo numérico utilizado para realizar el análisis estructural de la obra de control. Se utiliza el método de los elementos finitos para realizar el mallado del sólido continuo, en el programa de cómputo ANSYS. Como se comentó en el capítulo anterior, se consideró que la estructura estaba construida y colada de forma monolítica, por lo que no se tienen juntas constructivas a lo largo del cimacio y en la unión de las pilas/muros con el puente de maniobras.

El análisis estructural de la *estructura de control*, se desarrolló de acuerdo a las recomendaciones que hacen los manuales del USACE, acrónimo de su nombre en inglés US Army Corps of Engineers; *EM 1110-2-6053*, *ETL 1110-2-542* y *ETL 1110-2-365* [1, 2, 3]. Adicionalmente, se utilizó el *Manual de Diseño de Obras Civiles* de la **CFE** [13] y los *Reglamentos para Concreto* del **ACI**, ACI-207.1R y ACI-318 [4, 7].

### 5.1. Elementos finitos

Para realizar el análisis estructural, considerando solo las condiciones mecánicas de trabajo, de la obra de control, se realizó una discretización de la geometría por medio de elementos finitos sólidos. Para construir la malla del problema, se utilizaron elementos sólidos 3D tetraedros de segundo orden. A continuación se describe el elemento de acuerdo al manual de usuario de ANSYS [24].

#### **SOLID187**

El elemento sólido *SOLID187* es un elemento finito tetraedro de segundo orden, con 10 nodos. La interpolación de los desplazamientos de segundo orden permite la construcción de mallas para sólidos irregulares.

El elemento está definido por 10 nodos, cada uno de ellos con tres grados de libertad de desplazamiento, *i.e.*, traslación en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Es posible utilizar la formulación

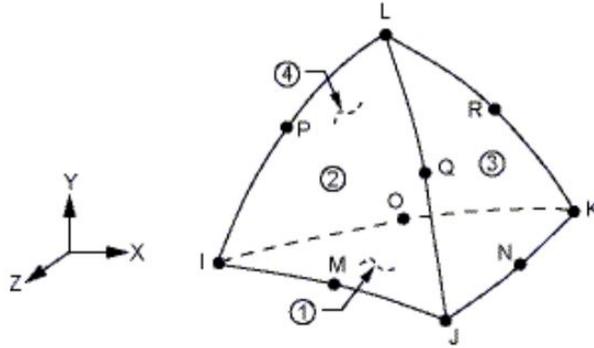


Figura 5.1: Geometría del elemento sólido 3D SOLID187, [24]

de grandes deformaciones para este elemento. En la figura 5.1 se muestra la geometría, la localización de los nodos, y el sistema de coordenadas para el elemento.

Adicionalmente, los datos de entrada para el material a utilizar con el elemento, permite incluir materiales isótropos, ortótropos, y anisótropos. Es posible considerar fuerzas de superficie en la aplicación de las cargas. La formulación del elemento también permite considerar los efectos de los gradientes de temperatura que pudieran existir en el problema. A continuación se da un resumen de las características del elemento sólido *SOLID187*:

- **Nodos**

$I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R$

- **Grados de libertad**

$UX, UY, UZ$

- **Propiedades de los materiales**

- Isótropos
- Ortótropos
- Anisótropos

- **Fuerzas de superficie (Presiones):**

- Superficie 1 ( $J - I - K$ )
- Superficie 2 ( $I - J - L$ )
- Superficie 3 ( $J - K - L$ )
- Superficie 4 ( $K - I - L$ )

- **Fuerzas de cuerpo**

- Densidad. La densidad del sólido se da en las direcciones  $X, Y, Z$
- Temperatura en los nodos  
 $T(I), T(J), \dots, T(R)$

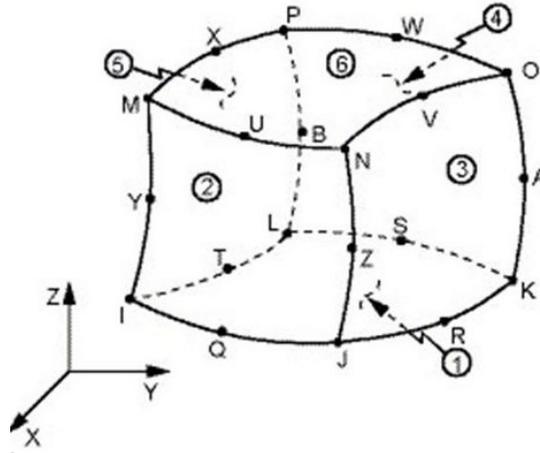


Figura 5.2: Geometría del elemento sólido 3D SOLID186, [24]

## SOLID186

El elemento sólido *SOLID186* es un elemento finito hexaedro de segundo orden, con 20 nodos. La interpolación de los desplazamientos de segundo orden permite la construcción de mallas para sólidos irregulares.

El elemento está definido por 20 nodos, cada uno de ellos con tres grados de libertad de desplazamiento, *i.e.*, traslación en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Es posible utilizar la formulación de grandes deformaciones para este elemento. En la figura 5.2 se muestra la geometría, la localización de los nodos, y el sistema de coordenadas para el elemento.

Adicionalmente, los datos de entrada para el material a utilizar con el elemento, permite incluir materiales isótropos, ortótropos, y anisótropos. Es posible considerar fuerzas de superficie en la aplicación de las cargas. La formulación del elemento también permite considerar los efectos de los gradientes de temperatura que pudieran existir en el problema. A continuación se da un resumen de las características del elemento sólido *SOLID186*:

- **Nodos**  
 $I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, A, B$
- **Grados de libertad**  
 $UX, UY, UZ$
- **Propiedades de los materiales**
  - Isótropos
  - Ortótropos
  - Anisótropos
- **Fuerzas de superficie (Presiones):**

- Superficie 1 ( $J - I - L - K$ )
- Superficie 2 ( $I - J - N - M$ )
- Superficie 3 ( $J - K - O - N$ )
- Superficie 4 ( $K - L - P - O$ )
- Superficie 5 ( $L - I - M - P$ )
- Superficie 6 ( $M - N - O - P$ )

- **Fuerzas de cuerpo**

- Densidad. La densidad del sólido se da en las direcciones  $X, Y$  Y  $Z$
- Temperatura en los nodos  
 $T(I), T(J), \dots, T(B)$

## 5.2. Malla de elementos finitos

En la figura 5.3 se muestra la construcción de la geometría de la estructura de control, en el programa ANSYS. Se observa que en el modelo se consideró todas las componentes que conforman la estructura, *i.e.*,

- Cimacio
- Pilas
- Muros
- Puente de maniobras
- Vigas testeras

La malla de elementos finitos de la estructura, está compuesta de elementos sólidos **SOLID186** (hexaedros) y **SOLID187** (tetraedros), como se observa en la figura 5.4. En la misma figura se muestra que solo se utilizan elementos hexaedros en el puente que se utiliza para instalar el riel sobre el que corre la grúa pórtico, aguas abajo; el restos de las partes de la obra de control, se discretizó mediante elementos finitos tetraedros, con la finalidad de poder tener una mejor transición entre las geometrías de estos cuerpos. La malla utilizada cuenta con 603, 396 **nodos** y 346, 105 **elementos** finitos sólidos de *segundo orden*. El tamaño característico de los elementos finitos utilizados, es de 0.50 *m*.

A continuación, en las figuras 5.5 y 5.6, se muestran las mallas de elementos finitos, con mayor detalle, para un muro y una pila, respectivamente. Se puede apreciar, de acuerdo a la escala, que en promedio se utilizaron de 4 a 6 elementos finitos en el espesor de estos elementos estructurales. Un mayor número de elementos, hubiera aumentado el tiempo de cómputo para resolver el problema, para cada una de las combinaciones de carga.

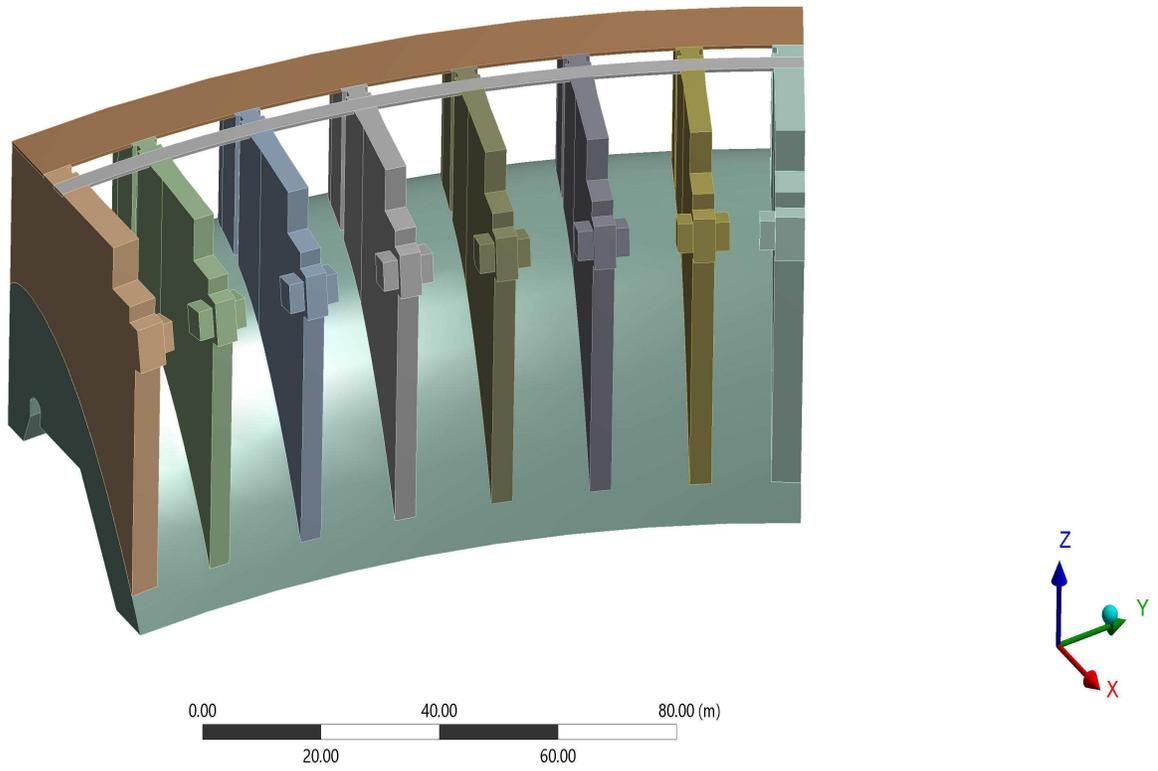


Figura 5.3: Modelo computacional de la estructura de control

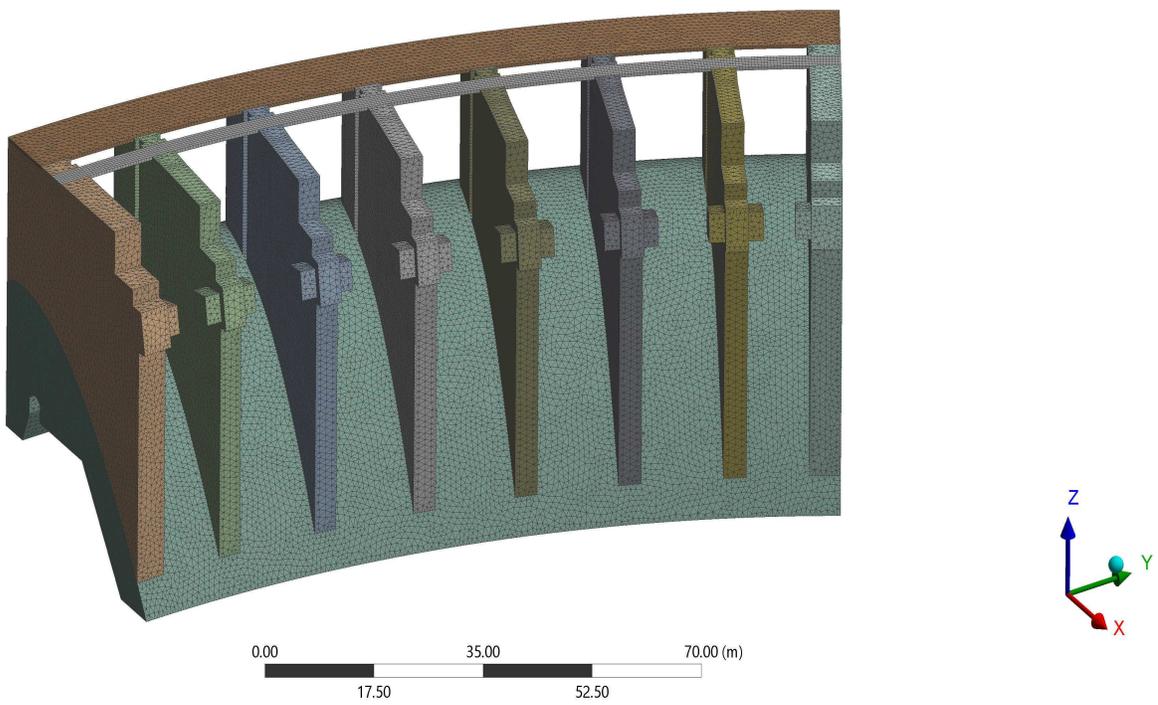


Figura 5.4: Malla de elementos finitos de la estructura de control

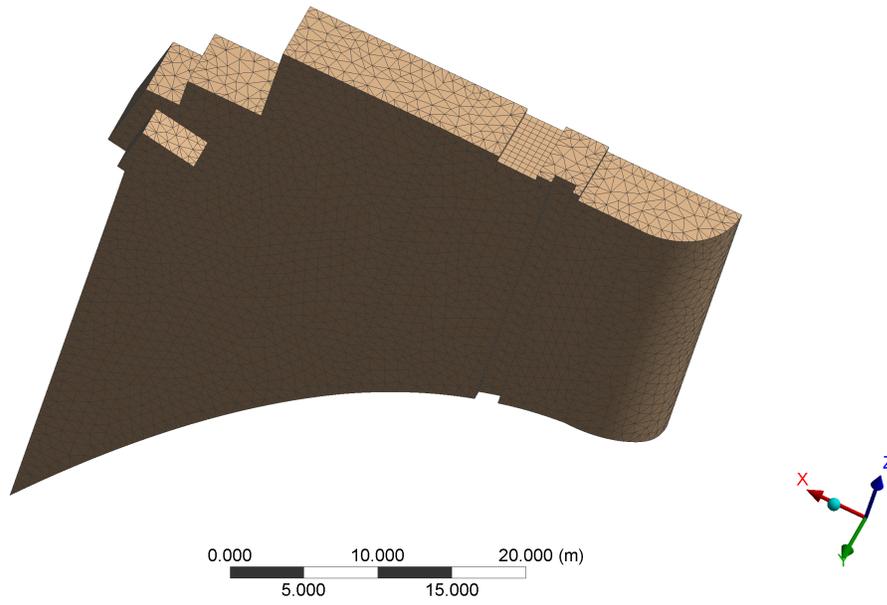


Figura 5.5: Mallado de uno de los muros

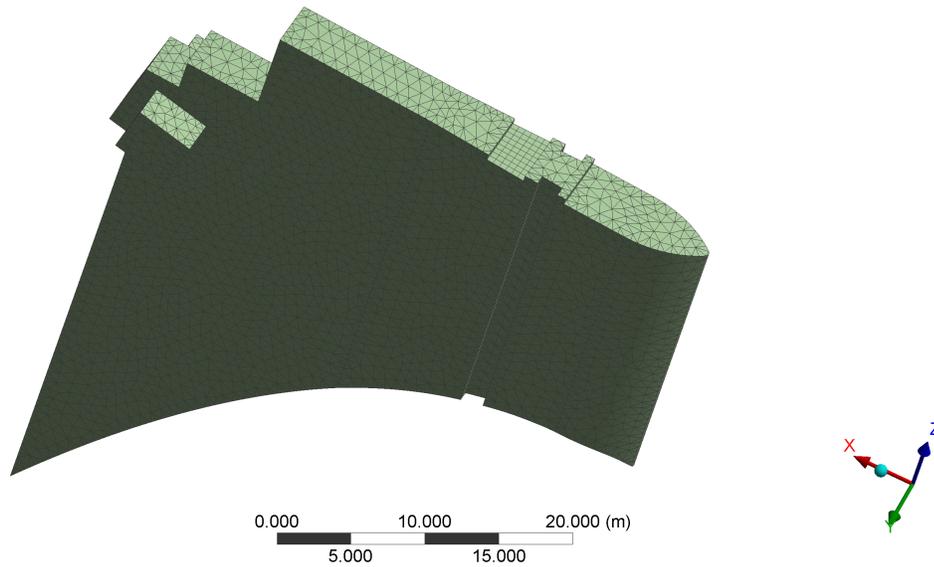


Figura 5.6: Mallado de una de las pilas

Para una descripción detallada sobre la teoría de los elementos finitos sólidos utilizados en la construcción de la malla, se refiere al lector a libros especializados en el *Método de los Elementos Finitos*, en su aproximación de desplazamientos [10, 15, 16, 19, 36]

## 5.3. Propiedades de los materiales

Las dimensiones geométricas de la estructura de control, demandan el colado de grandes volúmenes de concreto, por lo que es importante definir al **concreto masivo** antes de enumerar sus propiedades térmicas y mecánicas, y las del acero de refuerzo.

**Concreto masivo.** El concreto masivo es definido por el ACI como cualquier volumen de concreto con dimensiones lo suficientemente grandes como para exigir que se tomen medidas para permitir la disipación de calor por efecto del proceso de hidratación del cemento, y el cambio de volumen, para minimizar el agrietamiento [5].

### 5.3.1. Concreto

El concreto estructural que se utilizó para el análisis de los diferentes elementos que forman la estructura de control, tiene un peso volumétrico de  $2400 \text{ kg/m}^3$ . Las propiedades mecánicas varían dependiendo del elemento estructural. Para el cimacio, pilas y muros, el concreto tiene las siguientes propiedades: resistencia a compresión de  $300 \text{ kg/cm}^2$ , módulo de elasticidad  $E = 208970 \text{ kg/cm}^2$ , relación de Poisson  $\nu = 0.20$ , y coeficiente de expansión térmica  $\mu = 0.000011 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Para el puente de maniobras: resistencia a compresión de  $450 \text{ kg/cm}^2$ , módulo de elasticidad  $E = 25390 \text{ kg/cm}^2$ , relación de Poisson  $\nu = 0.20$ , y coeficiente de expansión térmica  $\mu = 0.000011 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

### 5.3.2. Acero

Se utiliza acero corrugado, para las barras de refuerzo, con: peso volumétrico  $\gamma_s = 7850 \text{ kg/m}^3$ , esfuerzo de fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ , módulo de elasticidad  $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$ , y relación de Poisson  $\nu = 0.30$ .

## 5.4. Condiciones de apoyo

Para modelar el contacto que se tiene entre la obra de control con la cortina de la presa, se considera la interacción estática, por efecto de la deformación del concreto de la cortina, a través de un sistema de apoyos elásticos con propiedades derivadas de un análisis de acuerdo a la teoría de los resortes de Winkler [8]. En la figura 5.7 se muestra esquemáticamente, la aplicación de este modelo para modelar la interacción entre la estructura y su base de apoyo.

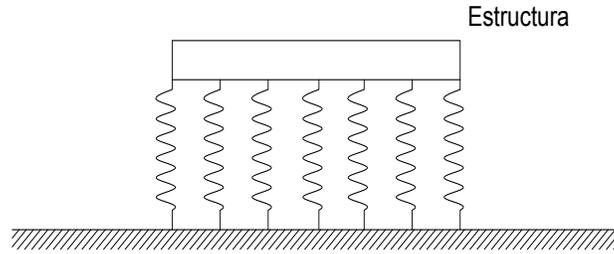


Figura 5.7: Modelo de resortes de Winkler

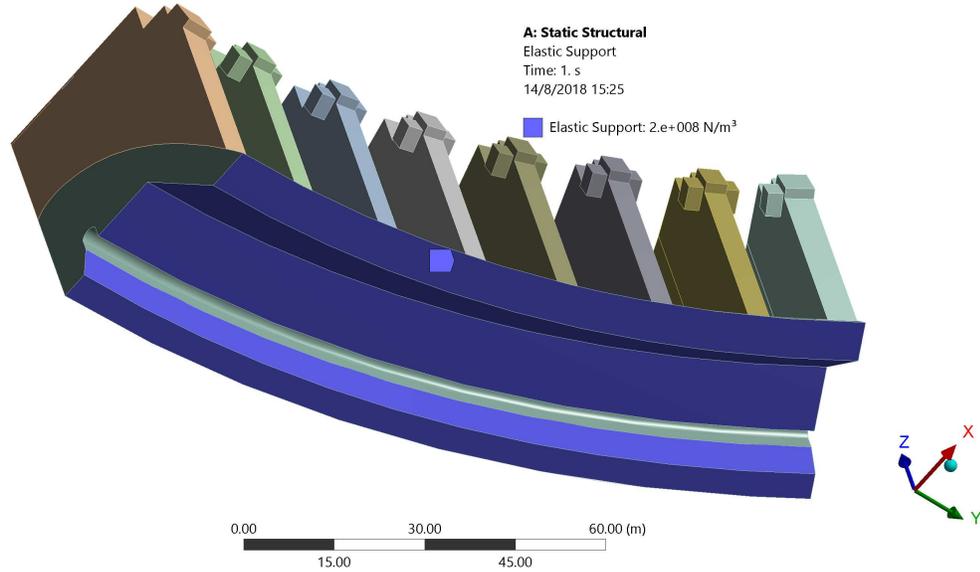


Figura 5.8: Apoyos elásticos del cimacio

Para obtener la rigidez  $k_i$  de los resortes, y con ello determinar el módulo de reacción del material de la cortina, se aplica el procedimiento de cálculo elástico descrito en el trabajo de tesis [8]. Con ello, las propiedades de los resortes elásticos se obtiene a partir de la ecuación,

$$k_i = \frac{E_s}{H} * s \quad (5.1)$$

donde  $E_s$  es el módulo de elasticidad del concreto de la cortina,  $H$  es la profundidad de la capa de concreto de la cortina que se desea considerar en el análisis de interacción, y  $s$  es la separación entre los resortes de Winkler. Con base en la fórmula 5.1 y a las propiedades del concreto CCR de la cortina, la rigidez discreta de los resortes obtenida es de  $k_i = 1420588444 \text{ N/m}^2$ . Con base a lo anterior los resortes de Winkler se colocaron en la base de la obra de control como en la figura 5.8.

## 5.5. Condiciones de carga

Las cargas que se deben considerar en el análisis y diseño estructural de la estructura de control, están basadas en las recomendaciones de los códigos de diseño aplicables a presas y que pueden variar dependiendo el proyecto hidroeléctrico. Las cargas consideradas deben tomar en cuenta, todas las acciones que se pudieran presentar durante la etapa de construcción y operación de la obra, a lo largo de su vida útil.

### 5.5.1. Cargas permanentes

Son aquellas cargas que estarán actuando de forma continua en la estructura, en la etapa de construcción y su operación, cuya intensidad puede considerarse como no dependiente del tiempo. En general, son las cargas debidas al peso propio de la estructura, y todo equipo mecánico y/o estructuras adicionales que deban instalarse para el correcto funcionamiento de la estructura de control. Corresponden a este tipo de cargas,

- Peso propio de la estructura ( $D_{ES}$ ).
- Peso de los equipo mecánicos e instalaciones de operación ( $D_O$ )

### 5.5.2. Cargas variables

Se clasifican como cargas variables, toda acción que actúe en la estructura de control, y cuya intensidad y superficie de aplicación son variables a lo largo del tiempo; es decir, su ocurrencia no es de carácter permanente. A continuación se numeran las cargas de tipo variable,

- Cargas vivas ( $L_T$ )
- Fuerzas transmitidas por las vigas testeras ( $R_T$ )
- Fuerzas por la interacción de los muros con la cortina ( $H_R$ )
- Cargas móviles por el tránsito del camión de diseño ( $HS - 20$ ), figura 5.9
- Peso de la grúa (DEMAG AC 435) sobre el puente de maniobras , figura 5.10
- Reacciones de las vigas de la grúa pórtico sobre las pilas ( $R_v$ ), figura 5.11
- Empujes hidrostáticos ( $E_w$ )
- Peso de la columna de agua sobre el cimacio ( $P_w$ ), figura 5.12
- Fuerzas transmitidas a la estructura por las compuertas radiales ( $R_{CE}$ )

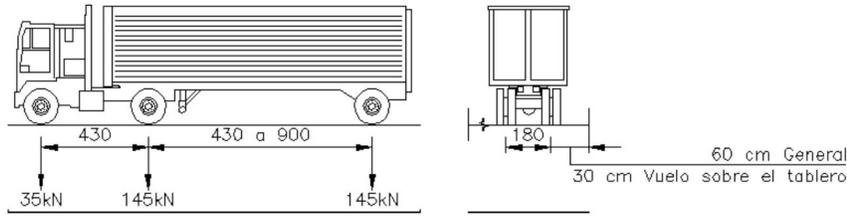


Figura 5.9: Camión de diseño HS-20

- Gradientes térmicos ( $T$ )

Conociendo el aumento de temperatura  $\Delta T(x, y, z)$  respecto a su estado original, se pueden obtener las deformaciones y esfuerzos térmicos en el continuo. En materiales isótropos, el aumento de temperatura  $\Delta T$  provoca una deformación unitaria volumétrica que sólo depende del coeficiente de expansión térmica del material  $\alpha$  [9, 35]. Estas deformaciones se toman en el análisis como deformaciones iniciales. Si el cuerpo está libre de deformarse *i.e.*, no se tienen restricciones, el gradiente térmico no genera esfuerzos térmicos, pero sí se deforma el cuerpo. Para el caso de tres dimensiones, el estado de deformaciones está dado por,

$$\varepsilon_0 = \alpha \Delta T [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad (5.2)$$

y la relación esfuerzo-deformación, ley de Hooke generalizada, está dada como

$$\sigma = \mathbf{C}(\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (5.3)$$

donde  $\mathbf{C}$  es la matriz constitutiva, elástica y lineal, del material.

Una característica del concreto masivo es su comportamiento térmico, producto de la generación interna de temperatura por el proceso de hidratación del cemento. Este fenómeno, además de la baja conductividad térmica del concreto, obliga a tomar medidas para permitir la disipación de temperatura, de manera natural o a través de procedimientos constructivos diseñados para este fin [6, 11]. Un método para enfriar la masa de concreto, es la instalación de serpentines de enfriamiento por los que se hace circular agua fría para extraer el calor de la masa de concreto.

Para este caso se aplicó un gradiente térmico, a toda la estructura, de  $11^\circ$ , esto multiplicado por el coeficiente de expansión térmica del concreto ( $0.000011^\circ C^{-1}$ ).

### 5.5.3. Cargas accidentales

Para efectos del presente trabajo de tesis, se consideran las cargas accidentales por efecto de la ocurrencia de un sismo, cuya distancia del epicentro al proyecto hidroeléctrico, pone en riesgo la operación y seguridad de las estructuras. El efecto del sismo se aplica a la masa

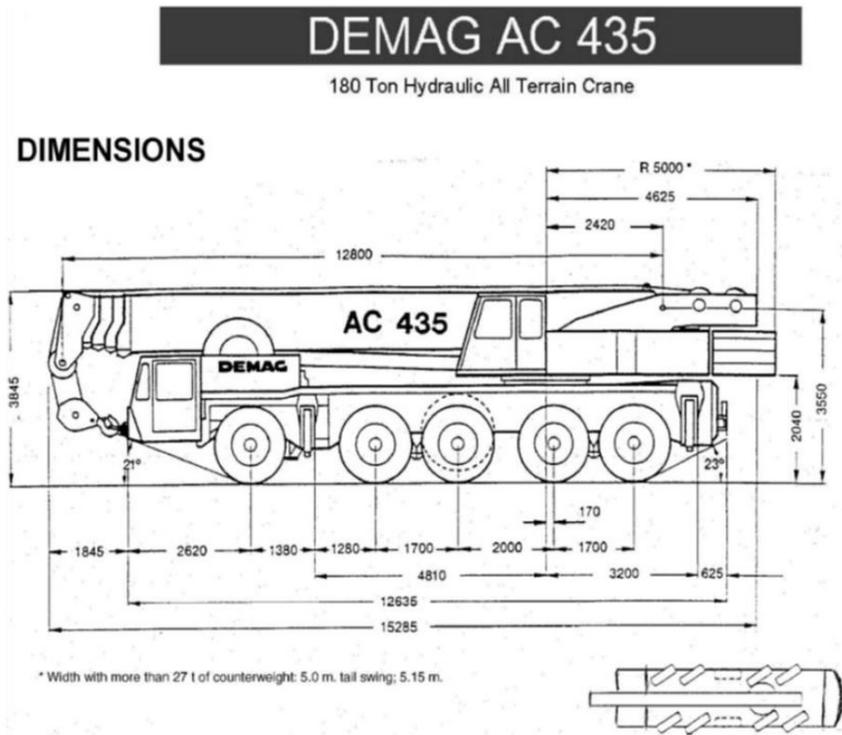


Figura 5.10: Grúa móvil DEMAG AC 435

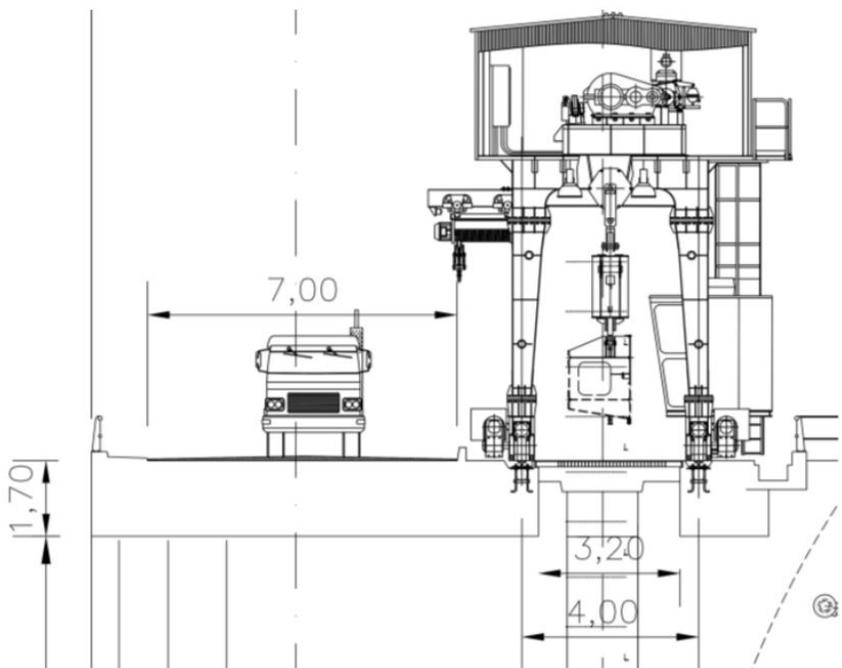


Figura 5.11: Grúa pórtico

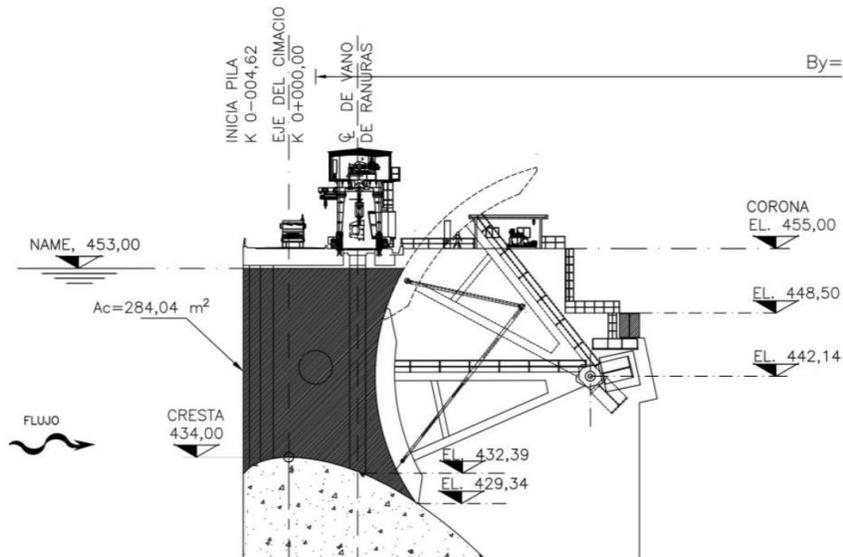


Figura 5.12: Columna de agua sobre el cimacio

de concreto, como al embalse que puede provocar fuerzas hidrodinámicas sobre la cortina y estructura de control. El espectro de sitio fue obtenido del manual de Obras Civiles de la CFE. Se desprecia las presiones que pudieran provocar los vientos a la estructura.

#### 5.5.4. Análisis modal

El análisis modal se utiliza para determinar las propiedades dinámicas de una estructura, *i.e.*, frecuencias naturales y modos de vibrar [24]. Estas propiedades dinámicas son importantes para el diseño de la estructura, bajo condiciones de carga dinámica. Si se requiere hacer un análisis *modal espectral* de la estructura, primero es necesario determinar sus modos fundamentales de vibrar. Es importante conocer estas frecuencias porque si las cargas dinámicas se aplican en estas frecuencias, la estructura puede entrar en una condición de resonancia que conducirá a una falla catastrófica. También es importante conocer las formas de vibrar para asegurarse de que las cargas no se apliquen en los puntos que causarían la condición de resonancia [34].

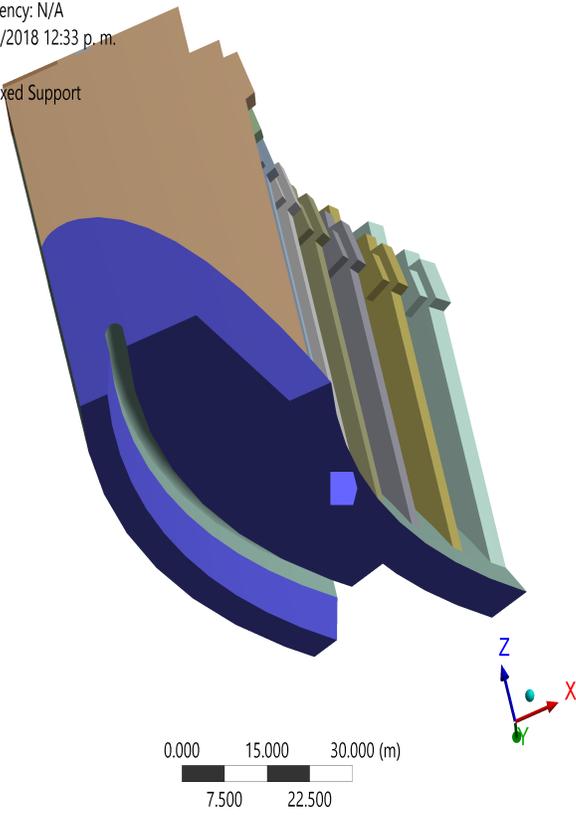
Para este análisis se le colocaron en la parte inferior y en los laterales del cimacio apoyos fijos como se muestra en la figura 5.13. Por el tipo de estructura y por la cantidad de nodos (603,396) solo se consideraron los primeros 20 modos de vibrar los cuales fueron seleccionados por ANSYS.

### 5.6. Factores y combinaciones de carga

Los factores y combinaciones de carga aplicables para el análisis estructural de la obra de control, se establecieron de acuerdo al documento de referencia [7]; en conjunto con las

**B: Modal**  
Fixed Support  
Frequency: N/A  
11/06/2018 12:33 p. m.

■ Fixed Support



**B: Modal**  
Fixed Support  
Frequency: N/A  
11/06/2018 12:33 p. m.

■ Fixed Support

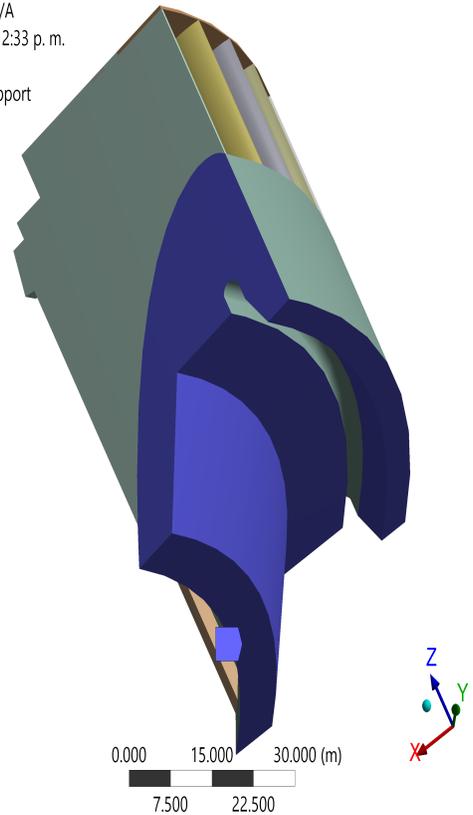


Figura 5.13: Apoyos fijos para el análisis modal.

consideraciones descritas en la referencia [3] para los factores de carga.

**Usual.** Son combinaciones de carga que actúan de manera normal, permanente, o condiciones que se tienen bajo la operación de la estructura, y cuyo periodo de retorno es igual o menor a 10 años; con una probabilidad de excedencia anual del 0.1. Las cargas permanentes se clasifican como cargas que actúan bajo condiciones usuales de operación. En esta condición se espera que la estructura se encuentre en el rango *elástico lineal*.

**Inusual.** A esta condición de carga corresponden, todas aquellas cargas que se presentan en la estructura debido a su operación y cuyo periodo de retorno es menor o igual a 750 años; con una probabilidad de excedencia anual de 0.0033. Son cargas debidas al proceso constructivo o al mantenimiento de la misma. Se espera que el comportamiento de la estructura, bajo este tipo de cargas, sea esencialmente elástico con el mínimo de daño.

**Extrema.** Estas cargas refieren a eventos altamente improbables y que pueden considerarse como condiciones de emergencia. Los eventos pueden asociarse con accidentes mayores que involucran impactos, explosiones o desastres naturales provocados por terremotos o inundaciones que tienen un periodo de retorno mayor a los 750 años; con una probabilidad de excedencia anual de 0.0013. Estas cargas también son el resultado de la combinación de eventos de carga inusual. Esperando que la estructura acomode cargas extremas sin experimentar alguna falla catastrófica pero también se esperan daños estructurales que afecten parcialmente las funciones operativas y la rehabilitación o el remplazo de la estructura.

Tabla 5.1: Factores y combinaciones de carga

Combinación	$D_{ES}$	$R_T$	$D_0$	$H_R$	$L_T$	$R_V$	$E_W$	$P_W$	$U_W$	$R_{CE}$	$E_{QX}$	$E_{QY}$	$E_{QZ}$	$E_{HW}$	$E_{HR}$	$C_I$	$T$
1	1.40																1.20
2	1.40	1.20	1.40	1.60		1.40				1.40							
3	0.90	1.20	0.90	1.60		0.90				0.90	1.00	0.30	0.70		1.00	1.00	
4	0.90	1.20	0.90	1.60		0.90				0.90	0.30	1.00	0.70		1.00	1.00	
5	1.20	1.20	1.20	1.60	1.60		1.20	1.20	1.60	1.20							
6	1.20	1.20	1.20	1.60	1.00		1.20	1.20	1.60	1.20	1.00	0.30	0.70	1.00	1.00	1.00	
7	1.20	1.20	1.20	1.60	1.00		1.20	1.20	1.60	1.20	0.30	1.00	0.70	1.00	1.00	1.00	
8	1.20	1.20	1.20	1.60	1.00		1.20	1.20	1.60	1.20							

Tabla 5.2: Nomenclatura utilizada para el análisis estructural

Nomenclatura	Descripción
$D_{ES}$	Peso propio de la estructura
$R_T$	Fuerzas transmitidas por las vigas testeras
$D_0$	Peso de la caseta de control
$H_R$	Interacción lateral del muro con la cortina
$L_T$	Cargas vivas (uniformes y móviles)
$E_W$	Empuje del agua
$P_W$	Peso de la columna de agua
$T$	Carga por temperatura
$R_{CE}$	Reacción de la compuerta sobre la estructura
$E_{HW}$	Empuje hidrodinámico
$C_I$	Cargas inerciales de la estructura

En la tabla 5.1 se muestran algunas de las combinaciones de cargas, y sus respectivos factores, que recomienda el manual del USACE. Para mayor referencia, se sugiere al lector la bibliografía citada para la construcción de las combinaciones de carga [3, 7]. A continuación en la tabla 5.2, se da una descripción de la simbología utilizada para denominar los diferentes tipos de carga que obran sobre la estructura de control.

## 5.7. Resultados

En esta sección se muestran los resultados derivados del análisis estructural de la *estructura de control* de una presa, modelada mediante el método de los elementos finitos, en tres dimensiones. Para fines del presente documento, sólo se muestran algunos de los resultados cualitativos del análisis. El modelo completo, contempla una gran cantidad de información que es imposible incluir en el documento.

### 5.7.1. Modos y frecuencias naturales

Con el análisis modal se determinaron características dinámicas de la estructura con base en los parámetros modales (frecuencias naturales, periodos y modos de vibrar) y dependen de la distribución de sus características de masa y rigidez. Los primeros 10 modos de vibrar se muestran en las figuras de la 5.14 a la 5.23.

Se puede observar que en los modos de vibrar mostrados, las deformaciones mínimas están ubicadas en el cimacio, cerca de los apoyos fijos y las deformaciones máximas están en el puente de maniobras o en las partes superiores de las pilas o muros. A continuación, en la tabla 5.3 se presentan los resultados de desplazamiento, de los diez primeros modos de vibrar de la estructura.

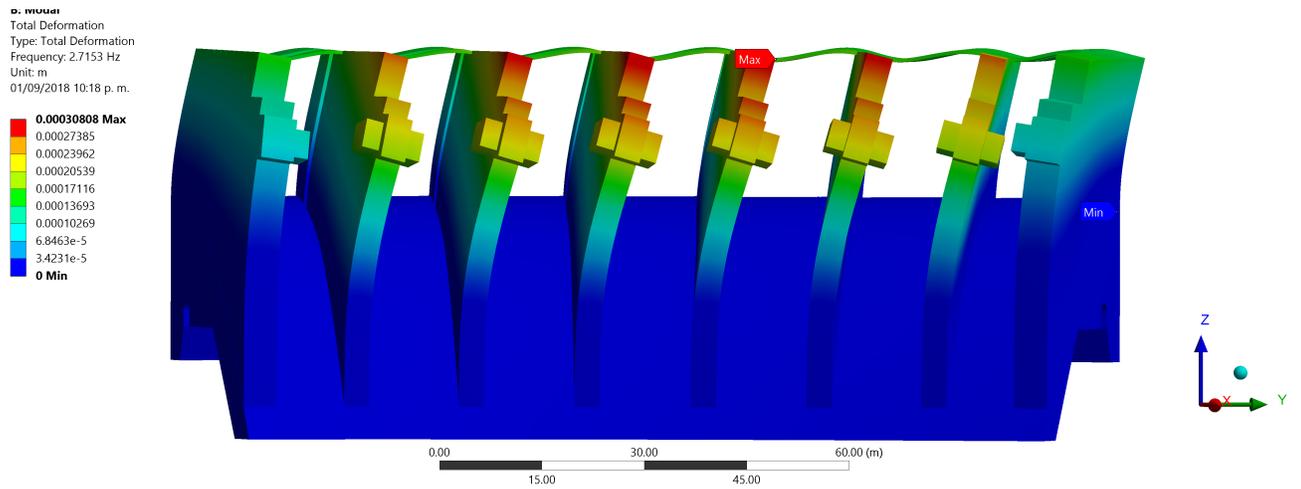


Figura 5.14: Primer modo de vibrar

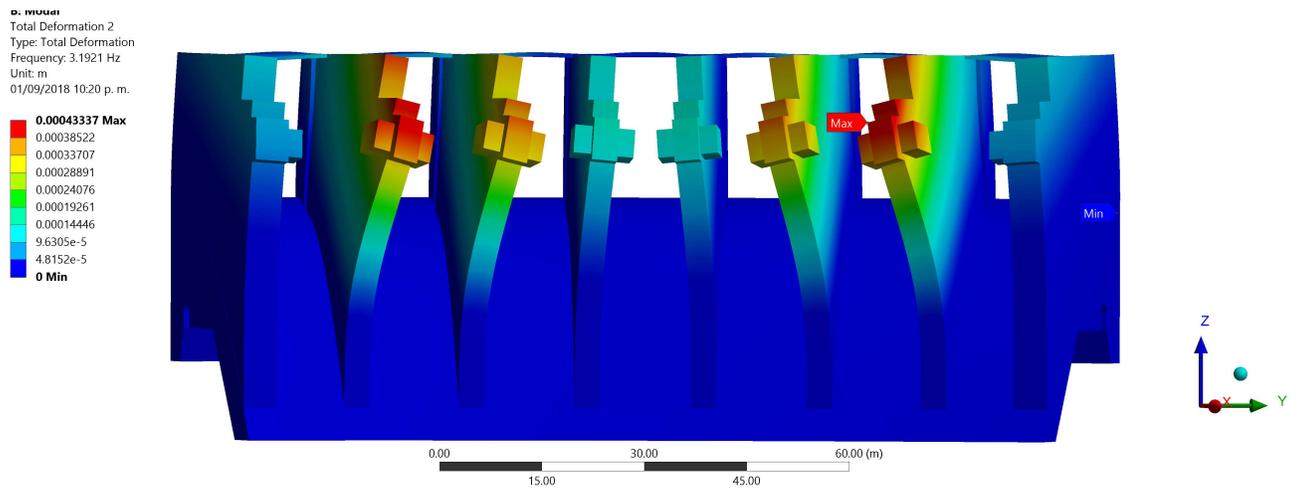


Figura 5.15: Segundo modo de vibrar

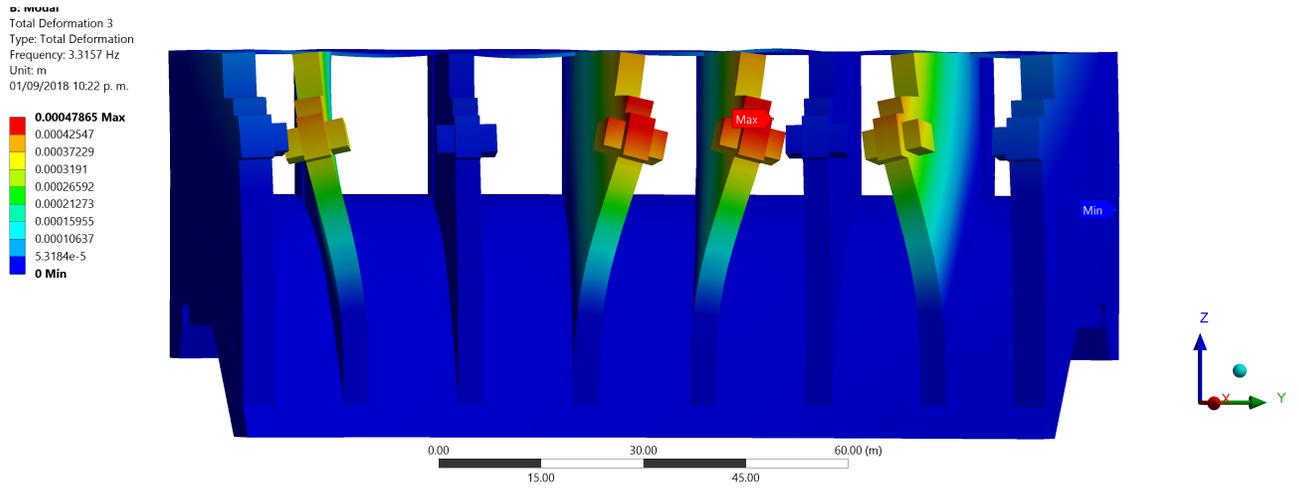


Figura 5.16: Tercer modo de vibrar

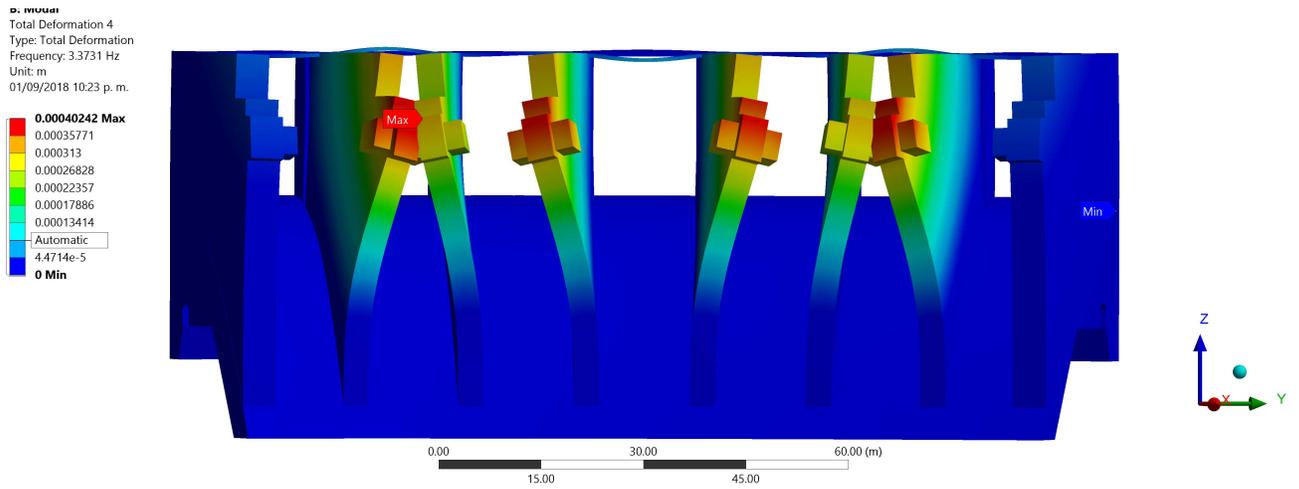


Figura 5.17: Cuarto modo de vibrar

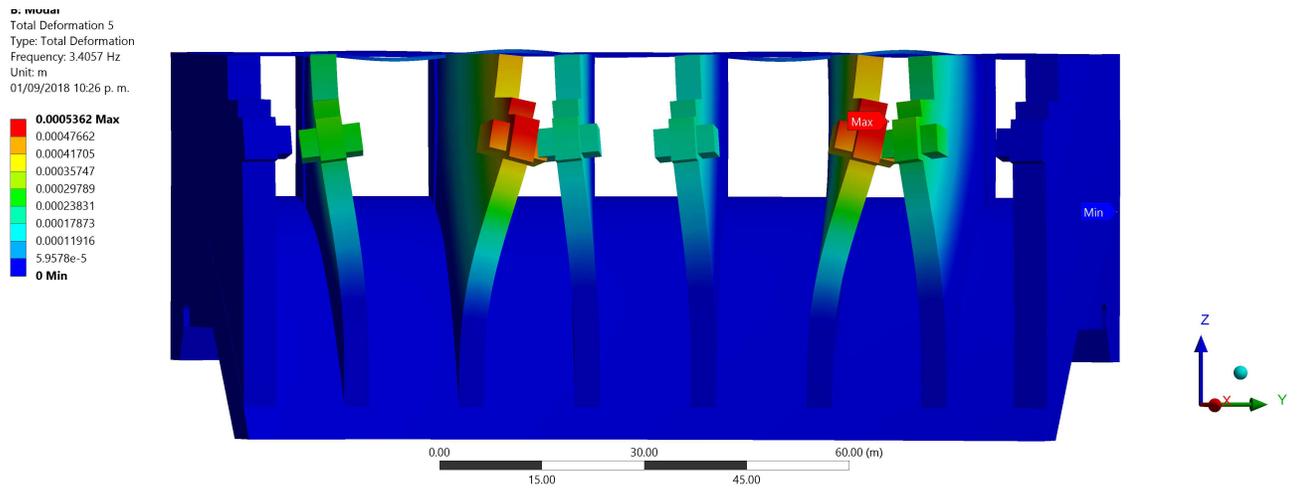


Figura 5.18: Quinto modo de vibrar

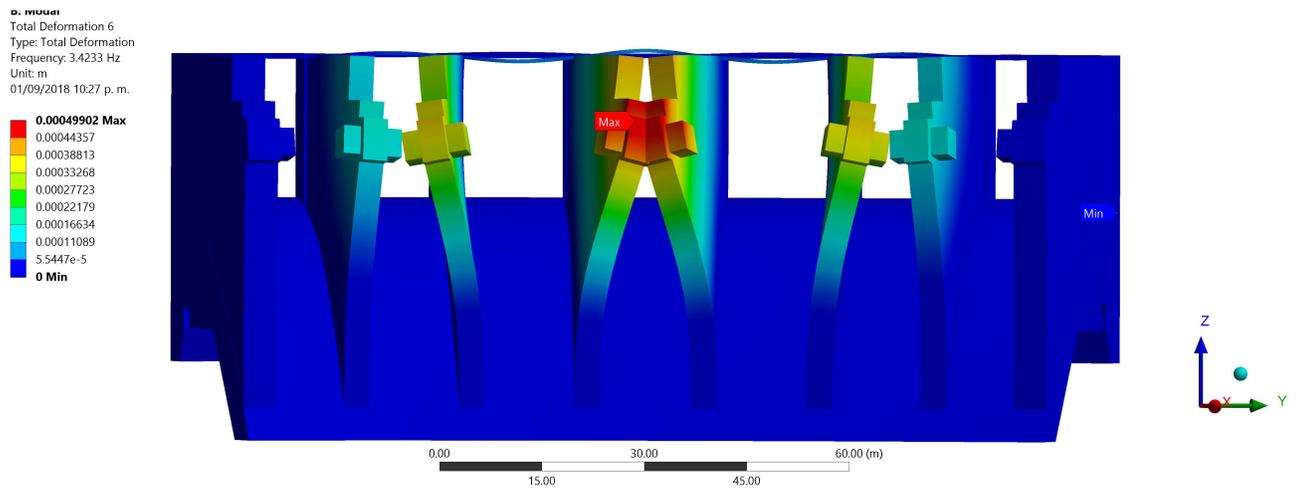


Figura 5.19: Sexto modo de vibrar

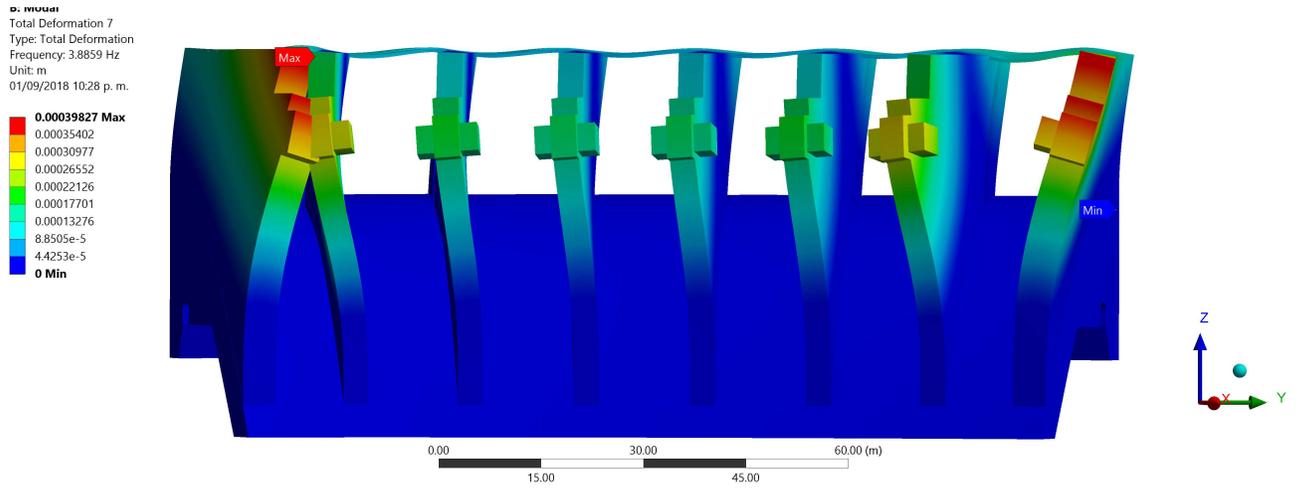


Figura 5.20: Séptimo modo de vibrar

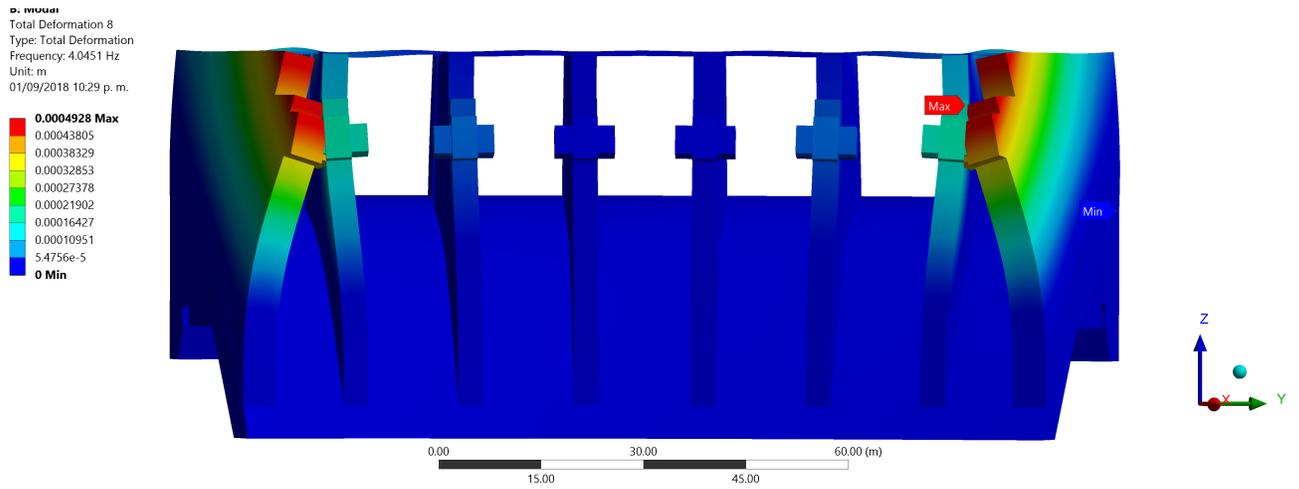


Figura 5.21: Octavo modo de vibrar

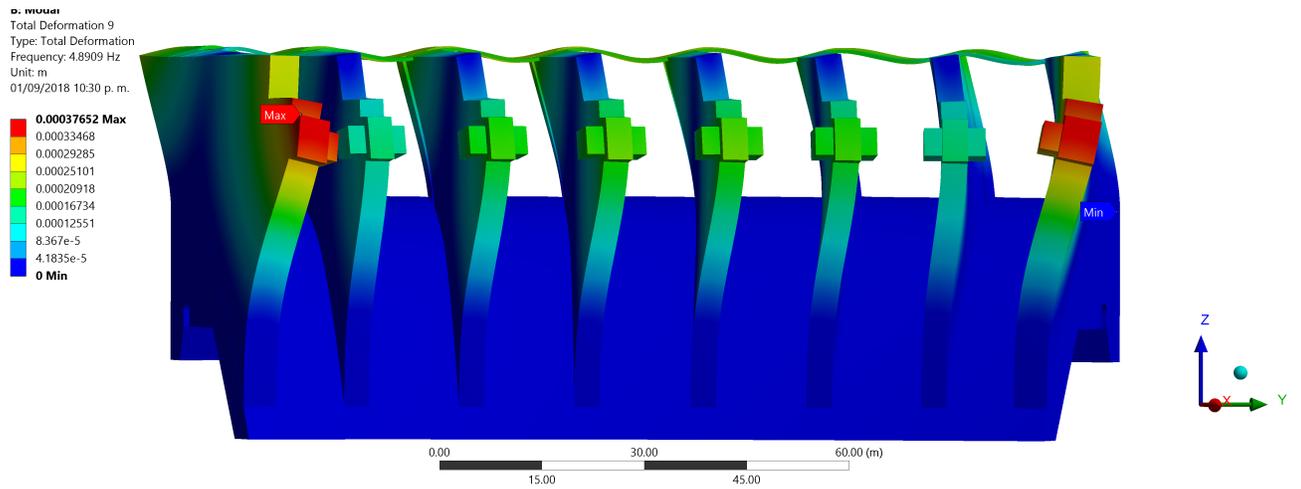


Figura 5.22: Noveno modo de vibrar

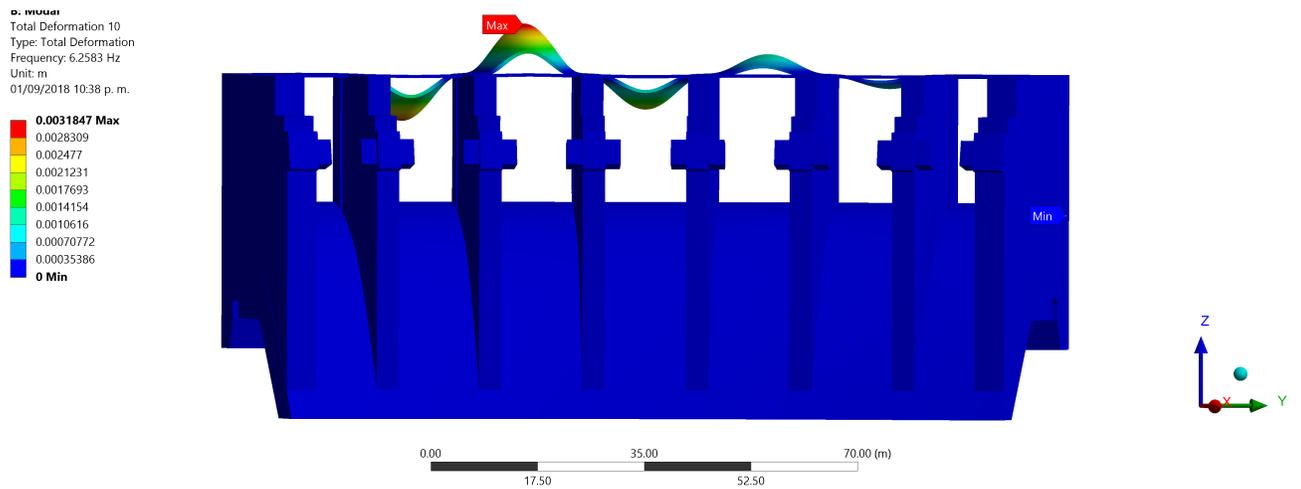


Figura 5.23: Décimo modo de vibrar

Tabla 5.3: Valores mínimos y máximos de desplazamiento del análisis modal.

Análisis modal	Mínimo	Máximo
1	$3.4231e^{-5}$	0.00030808
2	$4.8152e^{-5}$	0.00043337
3	$5.3184e^{-5}$	0.00047865
4	$4.4714e^{-5}$	0.00040242
5	$5.9578e^{-5}$	0.0005362
6	$5.5447e^{-5}$	0.00049902
7	$4.4253e^{-5}$	0.00039827
8	$5.4756e^{-5}$	0.0004928
9	$4.1835e^{-5}$	0.00037652
10	0.00035386	0.0031847

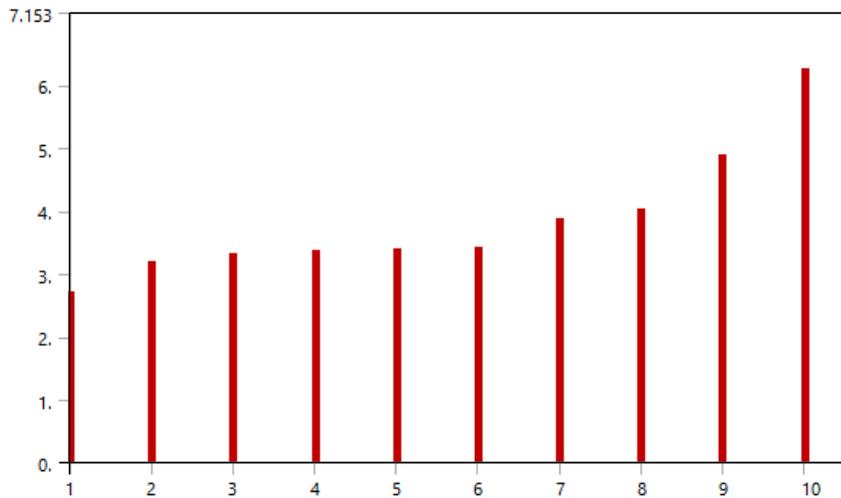


Figura 5.24: Frecuencias naturales del análisis modal (Hz)

Con base en los resultados anteriores se obtuvieron sus frecuencias naturales como se muestran en la figura 5.24 y en la tabla 5.4.

## 5.8. Resultados de combinaciones de cargas

De acuerdo con las combinaciones de carga mencionadas anteriormente y realizando el análisis, se obtuvieron los correspondientes estados de esfuerzos principales, ver tabla 5.5, para cada una de ellas. Cabe mencionar que se le colocaron apoyos fijos en la parte inferior o en la base del cimacio.

Las combinaciones dos y tres son las que presentan los esfuerzos principales máximos, en cambio, la combinación ocho es la que presenta los esfuerzos principales mínimos.

Tabla 5.4: Frecuencias naturales

<b>Modos</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>
1	2.7153
2	3.1921
3	3.3157
4	3.3731
5	3.4057
6	3.4233
7	3.8859
8	4.0451
9	4.8909
10	6.2583
11	6.2675
12	6.2779
13	6.2968
14	6.4701
15	6.4701
16	7.1343
17	7.1385
18	7.1427
19	7.1471
20	7.1530

Tabla 5.5: Esfuerzos principales

<b>Combinación de cargas</b>		
	<b>Máxima (Pa)</b>	<b>Mínima (Pa)</b>
1	5.5229e6	-1.294e6
2	5.5285e6	-1.237e6
3	5.5285e6	-1.237e6
4	1.7956e7	-2.6008e6
5	1.7945e7	-2.5995e6
6	1.7963e7	-2.6018e6
7	1.741e7	-2.4626e6
8	1.6096e7	-2.7292e6

**D: Combinación de carga 1 (Inusual de construcción)**

Maximum Principal Stress  
Type: Maximum Principal Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
21/06/2018 11:05 a. m.

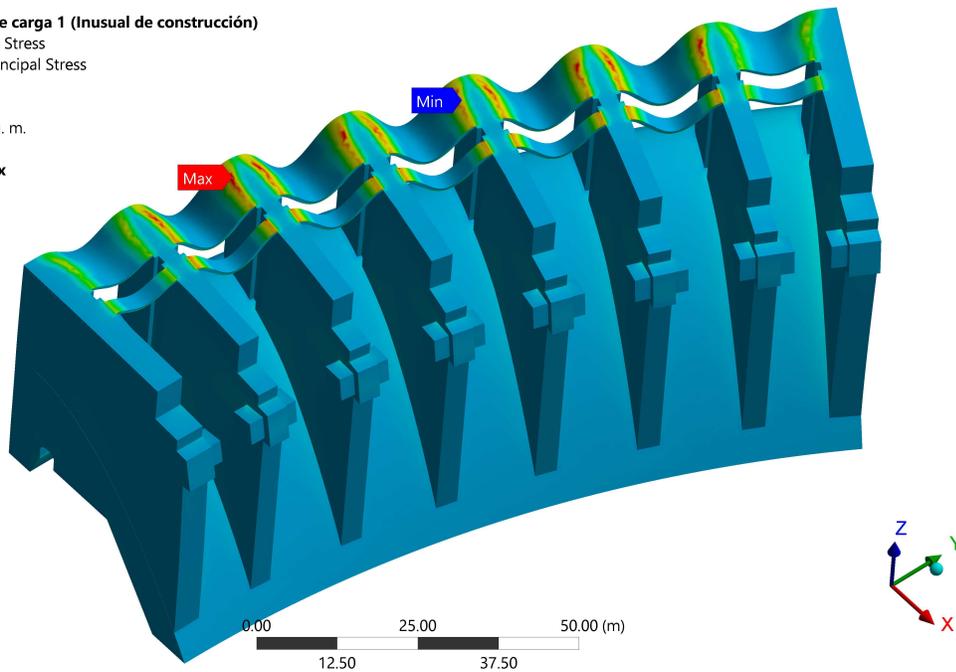
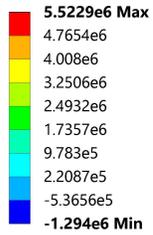


Figura 5.25: Combinación de carga uno.

**E: Combinación de carga 2 (Extrema de construcción A)**

Maximum Principal Stress  
Type: Maximum Principal Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
21/06/2018 11:16 a. m.

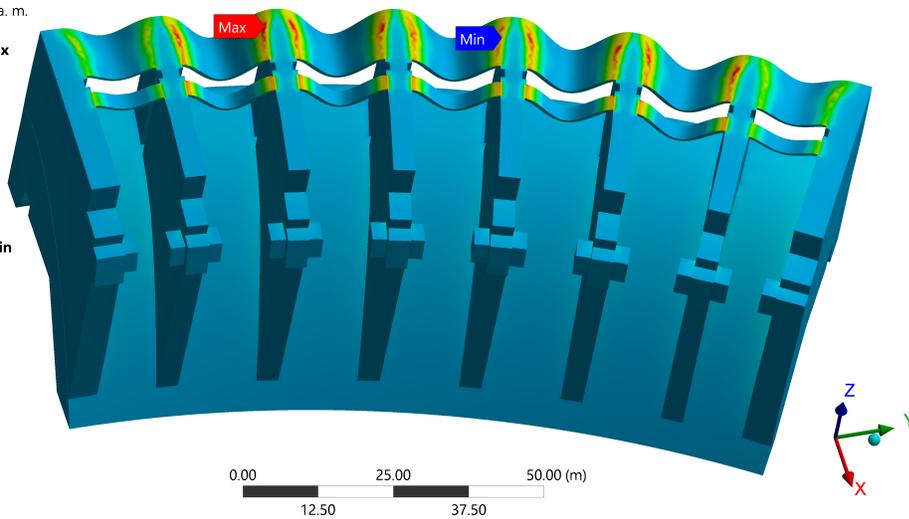
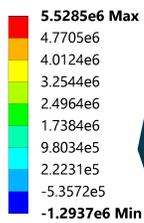


Figura 5.26: Combinación de carga dos.

**F: Combinación de carga 3 (Extremal de construcción B)**

Maximum Principal Stress  
Type: Maximum Principal Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
21/06/2018 11:22 a. m.

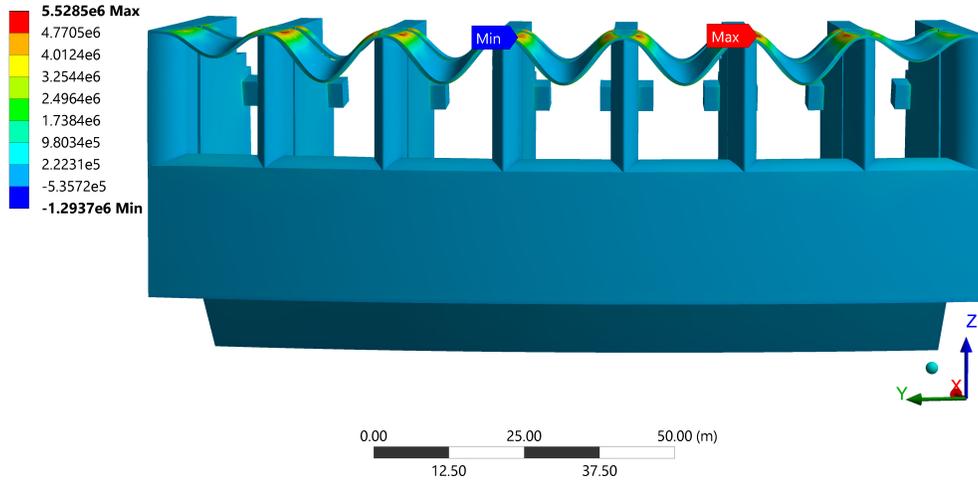


Figura 5.27: Combinación de carga tres.

**G: Combinación de carga 4 (Usual de operación)**

Maximum Principal Stress  
Type: Maximum Principal Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
21/06/2018 11:25 a. m.

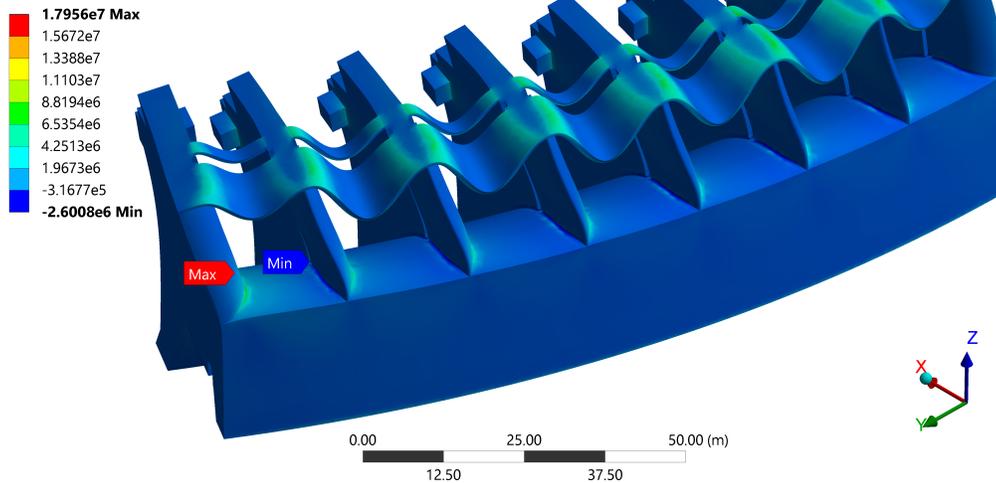


Figura 5.28: Combinación de carga cuatro.

**H: Combinación de carga 5 (Extrema de operación A)**

Maximum Principal Stress  
Type: Maximum Principal Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
21/06/2018 11:30 a. m.

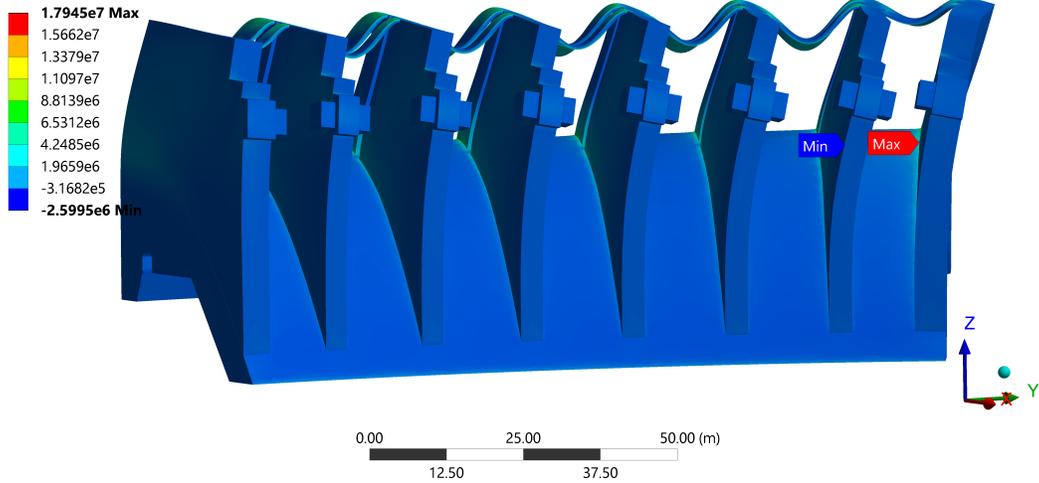


Figura 5.29: Combinación de carga cinco.

**I: Combinación 6 (Extrema de operación B)**

Maximum Principal Stress  
Type: Maximum Principal Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
21/06/2018 12:36 p. m.

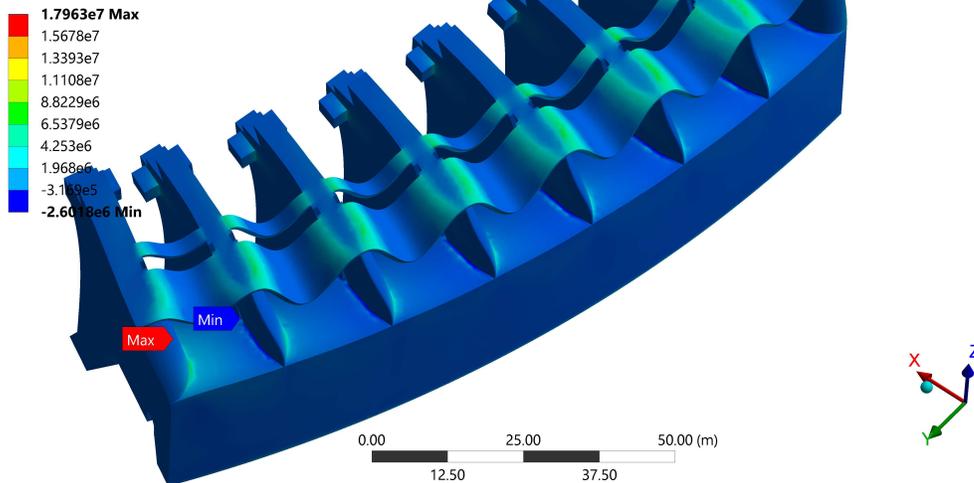


Figura 5.30: Combinación de carga seis.

**J: Combinación de carga 7 (Extrema operación A)**

Maximum Principal Stress  
Type: Maximum Principal Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
21/06/2018 01:30 p. m.

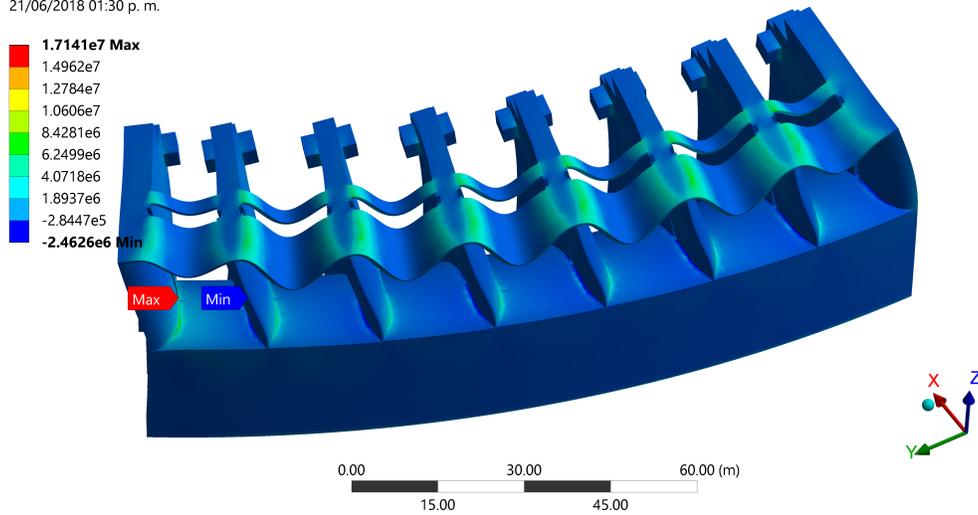


Figura 5.31: Combinación de carga siete.

**K: Combinación de carga 8 (Extrema operación B)**

Maximum Principal Stress  
Type: Maximum Principal Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
21/06/2018 01:27 p. m.

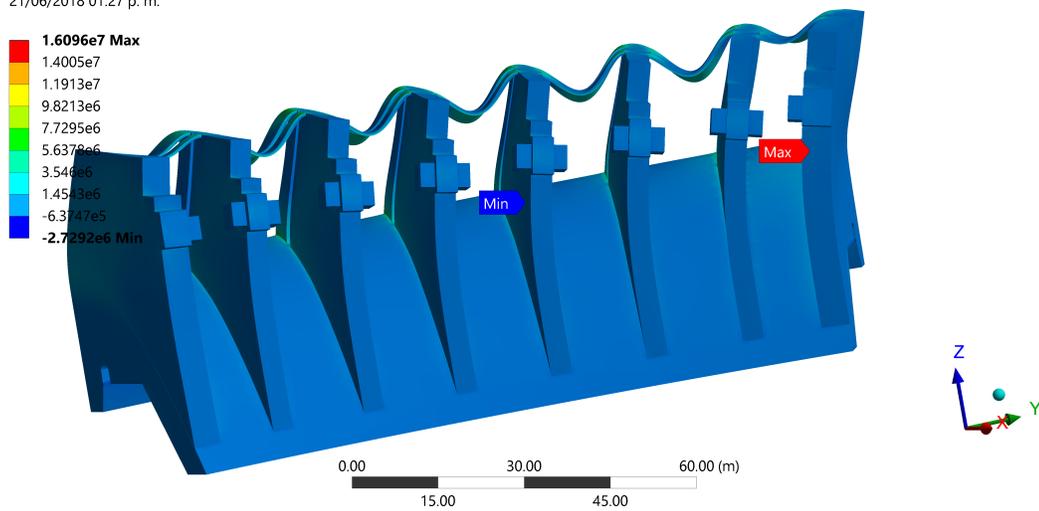


Figura 5.32: Combinación de carga ocho.



# Capítulo 6

## Conclusiones

Al haber realizado el análisis de la estructura de control por medio del método de los elementos finitos, y utilizado el programa de computadora **ANSYS**, se concluye los siguientes puntos:

- En la actualidad existen varios métodos para evaluar estructuras grandes, el método de elementos finitos demostró ser una forma confiable para la solución en problemas tridimensionales o sólidos.
- Los resultados dados por Ansys tienen validación de una solución más aproximada al comportamiento real de la estructura. El método de elementos finitos se vuelve la única alternativa de cálculo para la práctica en la ingeniería y más en estructuras importantes y/o complejas porque tratar con una solución analítica es imposible.
- Un programa computacional ayuda a un mejor análisis porque reduce el margen de error y en cuestiones de tiempo es más eficiente. Ansys es un programa en el que cualquier estructura de cualquier forma puede ser analizada.
- La aplicación del método de elementos finitos por medio de Ansys, no solamente permitió observar la simulación del comportamiento de la estructura, sino que con el resultado del análisis facilita la corrección de algún problema que pueda presentar la estructura real en su vida útil.
- Se pudo ver diferentes tipos de análisis como el estático, modal espectral, análisis térmico y combinaciones de carga, los cuales son requeridos para que una estructura cumpla su funcionalidad. Aunque el tamaño del modelo y la complejidad de la estructura; junto con otros parámetros utilizados para realizar el análisis modal, se calcularon los primeros modos de vibrar de la estructura.
- Todo resultado de este trabajo es una simulación al comportamiento real de la estructura, por lo que no se considera como una solución exacta sino una aproximación porque existe un margen de error.

- Aunque Ansys es una herramienta muy útil por la precisión que otorga, entre más complejo sea el modelo más memoria requerirá para realizar cualquier tipo de análisis por ello también depende del procesador de la computadora.
- Ansys es un programa multi-física para análisis de sistemas complejos y que dan resultados más precisos para todo tipo de problemas en ingeniería que debería implementarse como curso a nivel licenciatura.

# Apéndice A

## Compuerta radial

En las figuras A.1 y A.2, se muestra la geometría típica en tres dimensiones de una compuerta radial. Las vigas testeras son elementos estructurales adosadas a las paredes laterales de pilas y muros de la estructura de control. Se localizan en la parte de aguas abajo de pilas y muros, y permiten transmitir las fuerzas ejercidas por las compuertas radiales a la estructura de control.

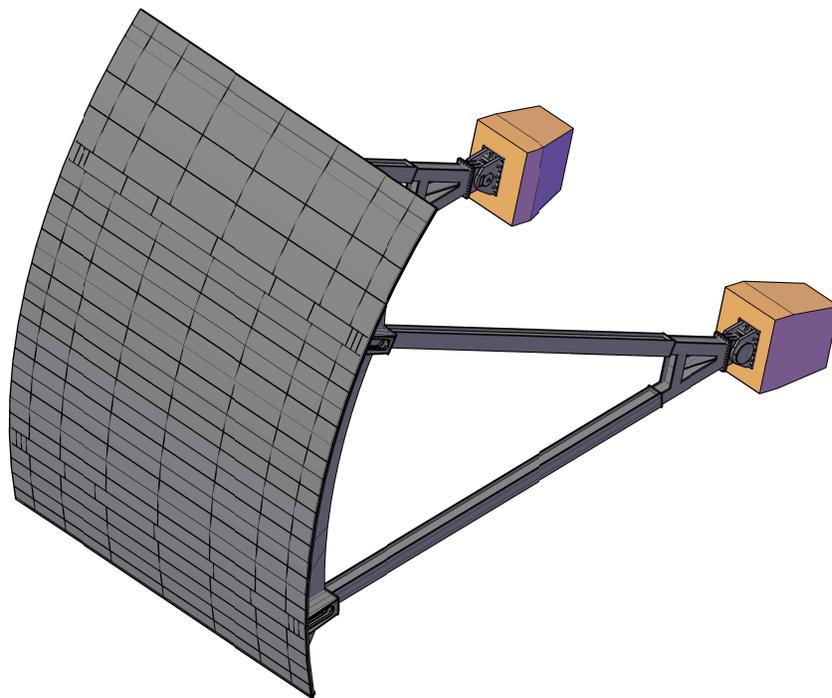


Figura A.1: Vista frontal en 3D de una compuerta radial

Debido a los grandes esfuerzos que se presentan en el concreto de las vigas testeras, su diseño por lo general se hace en concreto postensado para evitar problemas de agrietamiento local que pudieran poner en riesgo la operación de las compuertas.

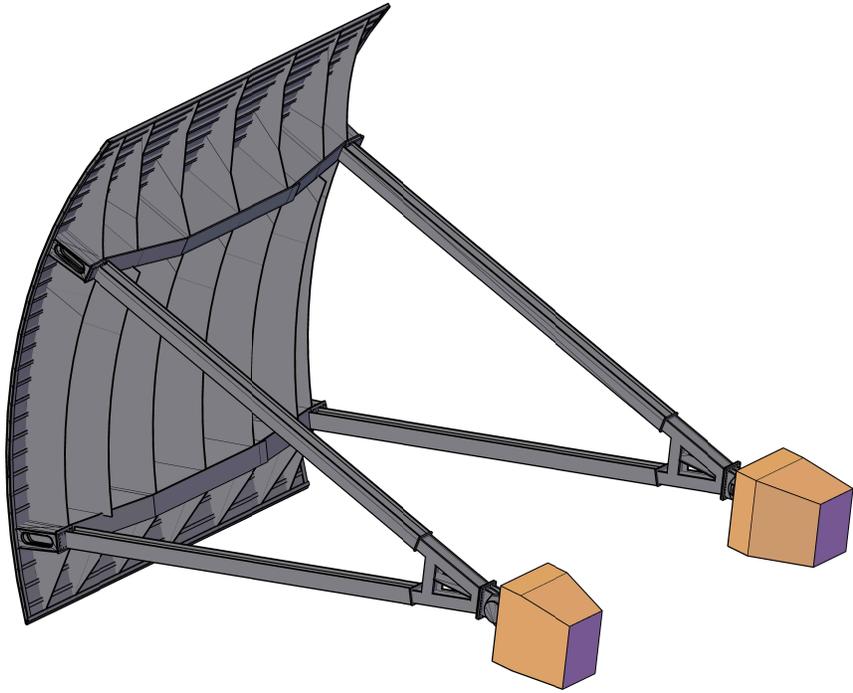


Figura A.2: Vista posterior 3D de una compuerta radial

Para el caso de estudio del presente trabajo de tesis, se consideró un ancho de la compuerta radial de  $15.50\text{ m}$  y una altura de  $20.00\text{ m}$ , con un peso total de  $180\text{ ton}$ .

# Bibliografía

- [1] ETL 1110-2-365. *Nonlinear, incremental structural analysis of massive concrete structures*. US Army Corps of Engineers, USA, 1994.
- [2] ETL 1110-2-542. *Thermal studies of mass concrete structures*. US Army Corps of Engineers, USA, 1997.
- [3] EM 1110-2-6053. *Earthquake design and evaluation of concrete hydraulic structures*. US Army Corps of Engineers, USA, 2007.
- [4] ACI 207.1R-05. *Guide to mass concrete*. American Concrete Institute, USA, 2005.
- [5] ACI 207.2R-07. *Report on thermal and volume change effects on cracking of mass concrete*. American Concrete Institute, USA, 2007.
- [6] ACI 308R-01. *Guide to curing concrete*. American Concrete Institute, USA, 2008.
- [7] ACI 318-14. *Building code requirements for structural concrete and commentary*. American Concrete Institute, USA, 2014.
- [8] C. Aron and E. Jonas. *Structural element approaches for soil-structure interaction*. Chalmers University of Technology, Goteborg, Suecia, 2012.
- [9] D.H. Bacon. *Basic heat transfer*. Butterworths, London, 1989.
- [10] K.J. Bathe. *Finite element procedures*. Klaus-Jurgen Bathe, USA, 2014.
- [11] Z. Bofang. *Thermal stresses and temperature control of mass concrete*. Butterworth-Heinemann, New York, 2014.
- [12] CFE. *El cajón: un prodigio entre montañas*. Comisión Federal de Electricidad, México, 2014.
- [13] CFE. *Manual de diseño de obras civiles*. Comisión Federal de Electricidad, México, 2015.
- [14] T.R. Chandrupatla and A.D. Belegundu. *Introduction to finite elements in engineering*. Prentice-Hall, New Jersey, 2002.

- [15] X. Chen and Y. Liu. *Finite element modeling and simulation with Ansys Workbench*. CRC Press, Boca Raton, 2014.
- [16] R.D. Cook, D.S. Malkus, M.E. Plesha, and R.J. Witt. *Concepts and applications of finite element analysis*. John Wiley, USA, 2002.
- [17] C.S. Desai. *Elementary finite element method*. Prentice-Hall, New Jersey, 1979.
- [18] J. Fish and T. Belytschko. *A first course in finite elements*. John Wiley, Chichester, England, 2007.
- [19] R.H. Gallagher. *Finite element analysis. Fundamentals*. Prentice-Hall, New Jersey, 1975.
- [20] K.M. Ghosh. *Analysis and design practice of hydraulic concrete structures*. PHI Learning, Delhi, 2015.
- [21] A. Hrennikoff. Framework method and its techniques for solving plane stress problems. *Journal of Applied Mechanics*, pages 219–248, 1941.
- [22] Fundación ICA. *La fuerza del agua. Presas en América Latina*. Ingenieros Civiles Asociados, México, D.F, 2004.
- [23] I.A. MacLeod. *Modern structural analysis. Modelling process and guidance*. Thomas Telford, London, 2005.
- [24] ANSYS manual. *Mechanical APDL structural analysis guide*. ANSYS Inc., USA, 2013.
- [25] J.A. Maza. *La necesidad de construir presas*. Comisión Federal de Electricidad, Distrito Federal, 2004.
- [26] R. Murillo. Cortinas de presas. In *Memorias del XXII Congreso Nacional de Hidráulica*, Acapulco Guerrero, 2012. Asociación Mexicana de Hidráulica.
- [27] P. Novak, A.I.B. Moffat, C. Nalluri, and R. Narayanan. *Hydraulic structures*. Taylor and Francis, London, 2007.
- [28] Bureau of Reclamation. *Desing of small dams*. The Bureau of Reclamation of the U.S. Department of Interior, USA, 1987.
- [29] D.G. Pavlou. *Essentials of the finite element method for mechanical and structural engineers*. Academic Press, London, 2015.
- [30] J.S. Przemieniecki. *Theory of matrix structural analysis*. Dover publications, New York, 1985.
- [31] S.S. Rao. *The finite element method in engineering*. Butterworth-Heinemann, New York, 2011.

- [32] G. Sotelo. *Diseño hidráulico de estructuras*. Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1994.
- [33] F. Torres. *Obras hidráulicas*. Limusa, Distrito Federal, 1987.
- [34] Altair University. *Practical aspects of finite element simulation. A study guide*. Altair University, USA, 2015.
- [35] J.H. Lienhard V and J.H. Lienhard IV. *A heat transfer textbook*. Phlogiston Press, Cambridge, 2011.
- [36] O.C. Zienkiewicz, R.L Taylor, and J.Z. Zhu. *The finite element method. Its basis and fundamentals*. Butterworth-Heinemann, New York, 2013.