



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

COMPARACIÓN DE CRITERIOS TEÓRICOS Y
EXPERIMENTALES PARA EL CÁLCULO DEL
AIRE EN EL FONDO DE UNA RÁPIDA DE
DESCARGA

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniería Civil

PRESENTA

Jairo García Ramos

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Jesús Gracia Sánchez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA
COMITÉ DE TITULACIÓN
FING/DICyG/SEAC/UTIT/082/18

Señor
JAIRO GARCÍA RAMOS
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. JESÚS GRACIA SÁNCHEZ, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"COMPARACIÓN DE CRITERIOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES PARA EL CÁLCULO DEL AIRE EN EL FONDO DE UNA RÁPIDA DE DESCARGA"

- INTRODUCCIÓN
- I. CAVITACIÓN
- II. DISEÑO DEL AIREADOR
- III. CANALES DE DESCARGA CON AIREADORES
- IV. MODELO FÍSICO Y MATEMÁTICO
- V. ANÁLISIS DE RESULTADOS
- VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 18 de septiembre del 2018.
EL PRESIDENTE

M.I. GERMÁN LÓPEZ RINCÓN

GLR/MTH*gar.

1950

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHYSICS DEPARTMENT
5712 S. UNIVERSITY AVE.
CHICAGO, ILL. 60637

TO THE DIRECTOR OF THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY

FROM THE PHYSICS DEPARTMENT

- 1. QUANTUM MECHANICS
- 2. STATISTICAL MECHANICS
- 3. ELECTRODYNAMICS
- 4. OPTICS
- 5. THERMODYNAMICS
- 6. COSMOLOGY

THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY

CHICAGO, ILLINOIS

1950

PHYSICS DEPARTMENT



PHYSICS DEPARTMENT
5712 S. UNIVERSITY AVE.
CHICAGO, ILL. 60637

Dedicatoria

A mi madre Sofía:

Eres una mujer que simplemente me hace llenar de orgullo, te amo y no va haber manera de devolvarte tanto que me has ofrecido desde que incluso no hubiera nacido. Esta tesis es un logro más que llevo a cabo, y sin lugar a duda ha sido en gran parte gracia a ti; no sé en dónde me encontraría de no ser por tus ayudas, tu compañía, y tu amor.

Te doy mis sinceras gracias, amada madre.

– ❧ –

A mi padre Pedro:

Ha pasado muchos años desde que nací, desde ese momento e incluso antes que eso, ya estabas buscando maneras de ofrecerme lo mejor. Has trabajado duro, y sin importar si llegases cansado de su trabajo siempre tenías una sonrisa que ofrecer a tu familia. Las ayudas que me has brindado han formado las bases de gran importancia, ahora soy consciente de eso...

Muchas gracias padre.

– ❧ –

Familia, amigos, y personas especiales en mi vida, no son nada más y nada menos un solo conjunto: seres queridos que suponen benefactores de importancia inimaginable en mis circunstancias de humano. No podría sentirme más aminorado con la confianza puesta sobre mi persona, especialmente cuando he contado con su mejor apoyo desde que siquiera tengo memoria.

Este nuevo logro es en gran parte gracias a ustedes; he logrado concluir con éxito un proyecto que en un principio podría parecer tarea titánica e interminable. Quisiera dedicar mi tesis a ustedes, personas de bien, seres que ofrecen amor, bienestar, y los fines deleites de la vida.

Muchas gracias a aquellos seres queridos que siempre aguardo en mi alma.

Agradecimientos

Definitivamente ha sido un largo, arduo y difícil camino, sin embargo, aún sigo de pie atento a las oportunidades que se me presentan en la vida, por eso quiero agradecer:

A mis padres Sofía y Pedro:

Por ser los principales promotores de mis sueños, gracias a ellos por cada día de confiar y creer en mí y en mis expectativas, gracias a mi madre por sus palabras de aliento por motivarme y seguir adelante; gracias a mi padre por siempre desear y anhelar siempre lo mejor para mi vida, gracias por cada consejo y por cada una de sus palabras que me guiaron durante mi vida; gracias a los dos por todo el apoyo que me brindaron durante toda la carrera.

– ❧ –

Al Dr. Jesús Gracia Sánchez:

Por cada detalle y momento dedicado para aclarar cualquier tipo de duda que me surgiera, por el apoyo, consejos y por una guía en la realización de este trabajo.

– ❧ –

A mis sinodales:

Por su tiempo, dedicación e interés y ser parte de este trabajo, por sus valiosos comentarios que ayudaron a enriquecer la realización de esta tesis.

– ❧ –

A mi amiga Haydee Alejandra:

Tú, amiga, has estado a mi lado desde la primera vez que nos conocimos. El tiempo sigue pasando, y ahí estás, cerca de mí creciendo lo mejor que tiene, gracias por tu apoyo, por tus esfuerzos por mantener siempre viva la amistad.

Te doy gracias por cada uno de esos lindos detalles, que me has ofrecido, en el transcurso de este tiempo.

Gracias amiga.

– ❧ –

A mis hermanos Rubén, Iván, Naydelin y Evelyn:

Parece como si nunca hubiéramos estado en paz, siempre batallando por cualquier cuestión, sin embargo, siempre llegaron los momentos en los que nuestra lucha cesó e hicimos una tregua para lograr metas conjuntas.

Les agradezco no sólo por estar presentes aportando buenas cosas a mi vida, sino por los grandes lotes de felicidad y de diversas emociones que siempre me han causado.

Muchas gracias hermanos.

— ✨ —

Este es un momento muy especial que espero, perdure en el tiempo, no sólo en la mente de las personas a quienes agradecí, sino también a quienes invirtieron su tiempo para echarle una mirada a mi proyecto de tesis; a ello asimismo les agradezco con todo mi ser.

— ✨ —

Finalmente, pero no menos importante a la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ingeniería por ser mi Alma Máter, y de quien me sentiré orgulloso por toda la sabiduría que de ella he adquirido. La universidad me dio la bienvenida al mundo como tal, y antes de todo esto ni pensaba que fuera posible que algún día si quiera me topara con una de ellas.

Agradezco mucho la ayuda de mis maestros, mis compañeros, y a la universidad en general por todo lo anterior en conjunto con todos los copiosos conocimientos que me ha otorgado.

¡GOYA! ¡GOYA!

¡CACHUN, CACHUN, RA, RA!

¡CACHUN, CACHUN, RA, RA!

¡GOYA!

¡¡UNIVERSIDAD!!

“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”

“El trabajo nos libera de tres grandes males: el aburrimiento, el vicio y la pobreza.”

Voltaire

Voy a guardar intacto el recuerdo de este instante porque todo lo que existe ahora mismo nunca volverá a ser igual...

José Emilio Pacheco, Las batallas en el desierto. 1981.



ÍNDICE

<i>DEDICATORIA</i>	I
<i>AGRADECIMIENTOS</i>	III
LISTA DE FIGURAS	VII
LISTA DE TABLAS	IX
LISTA DE SÍMBOLOS	XI
RESUMEN	13
INTRODUCCIÓN	15
OBJETIVOS	15
OBJETIVO GENERAL	15
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
DECLARACIÓN DEL PROBLEMA	15
ÁMBITO DE ESTUDIO	15
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	16
PLANTEAMIENTO DE LA HIPÓTESIS	16
ANTECEDENTES	16
PANORAMA GENERAL	16
CAPÍTULO I. CAVITACIÓN	19
1.1. CARACTERÍSTICAS DE LA CAVITACIÓN	19
1.1.1. RUGOSIDAD DE LAS SUPERFICIES	19
1.1.2. FORMAS DE AIREACIÓN DEL FLUJO	20
1.1.3. PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE LA AIREACIÓN	21
1.1.4. AIREACIÓN VERSUS CAVITACIÓN	23
1.2. DAÑOS POR CAVITACIÓN	26
1.2.1. MODELO DE DAÑO	26
1.2.2. FACTOR QUE AFECTA EL DAÑO POR CAVITACIÓN EN UNA SUPERFICIE	27
CAPÍTULO II. DISEÑO DEL AIREADOR	33
2.1. JUSTIFICACIÓN PARA EL AIREADOR	33
2.2. TIPOS DE AIREADORES	33



2.3. DISEÑO DE RAMPA	34
CAPÍTULO III. CANALES DE DESCARGA CON AIREADORES	39
3.1. AIREACIÓN NATURAL	39
3.1.1. CONSIDERACIONES GENERALES	39
3.1.2. MECANISMO DE LA AIREACIÓN	39
3.1.3. ESTRUCTURA DEL FLUJO	40
3.1.4. ZONA SIN AIREACIÓN – PUNTO CRÍTICO	41
3.1.5. ZONA DE AIREACIÓN UNIFORME	42
3.2. AIREACIÓN ARTIFICIAL	45
3.2.1. CONSIDERACIONES GENERALES	45
3.2.2. TIPOS DE AIREADORES	45
3.2.3. MECANISMO DE LA AIREACIÓN Y ESTRUCTURA LONGITUDINAL DEL FLUJO	48
3.2.4. ZONAS DE TRANSICIÓN Y DE AIREACIÓN	49
3.2.5. ZONA DE FLUJO AIREADO EN EL FONDO	51
CAPÍTULO IV. MODELO FÍSICO Y MATEMÁTICO	53
4.1. MODELO FÍSICO	53
4.1.1. CONFIGURACIÓN DEL MODELO HIDRÁULICO	54
4.1.2. DESCRIPCIÓN DEL TIPO DE AIREADORES UTILIZADOS	54
4.2. MODELOS MATEMÁTICOS	59
4.2.1. MODELO MATEMÁTICO (BAI, Y OTROS, 2018)	59
4.2.2. MODELO MATEMÁTICO (KRAMER, 2004)	64
CAPÍTULO V. ANÁLISIS DE RESULTADOS	69
5.1. INTRODUCCIÓN	69
5.2. MODELO FÍSICO	69
5.3. MODELO MATEMÁTICO (BAI, Y OTROS, 2018)	80
5.4. MODELO MATEMÁTICO (KRAMER, 2004)	83
5.5. COMPARACIÓN DE RESULTADOS	84
CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	91
6.1. CONCLUSIONES GENERALES	91
6.2. RECOMENDACIONES	92
REFERENCIAS	93
ANEXO	97



LISTA DE FIGURAS

FIGURA I-1 AIREACIÓN NATURAL.	20
FIGURA I-2 AIREACIÓN ARTIFICIAL.	21
FIGURA I-3 TIRANTES.	22
FIGURA I-4 CAVITACIÓN.	24
FIGURA II-1 RUGOSIDADES TÍPICAS AISLADAS ENCONTRADAS EN ELEMENTOS DE ESTRUCTURAS HIDRÁULICAS.	19
FIGURA II-2 PRESA GLEN CANYON. TÚNEL IZQUIERDO DEL VERTEDOR SEPT. 1983. EL “GRAN AGUJERO” EN EL VERTEDOR TENÍA 11 METROS DE PROFUNDIDAD (FALVEY H. T., 1990).	27
FIGURA II-3 TASA DE DAÑOS POR CAVITACIÓN.	31
FIGURA II-4 COMPARACIÓN ENTRE EBULLICIÓN Y CAVITACIÓN.	32
FIGURA III-1 TIPOS DE AIREADORES.	33
FIGURA III-2 LONGITUD DE LA TRAYECTORIA DE CHORRO.	35
FIGURA III-3 COEFICIENTES DE LA TRAYECTORIA DE CHORRO.	37
FIGURA IV-1 ESTRUCTURA TRANSVERSAL DE LOS FLUJOS AIREADOS.	40
FIGURA IV-2 ESTRUCTURA LONGITUDINAL DE LOS FLUJOS AIREADOS.	41
FIGURA IV-3 ZONA DE AIREACIÓN UNIFORME. CONCENTRACIÓN MEDIA (C). COMPARACIÓN DE FÓRMULAS.	43
FIGURA IV-4 FLUJOS AIREADOS, VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN DE DARCY-WAEISBACH CON LA CONCENTRACIÓN MEDIA DE AIRE.	44
FIGURA IV-5 SISTEMAS DE CAPTACIÓN DE AIRE (FALVEY H. , 1990).	46
FIGURA IV-6 AIREADORES, REALIZACIONES.	47
FIGURA IV-7 ESTRUCTURA LONGITUDINAL DEL FLUJO EN UN AIREADOR, DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES Y CONCENTRACIONES EN EL FONDO.	49
FIGURA IV-8 AIREADORES, RECOMENDACIONES DE DISEÑO DE ESCALONES (FALVEY H. , 1990).	50
FIGURA V-1 AIREADORES DEL MODELO (RODAL, CARMONA, & ESTEVEZ, 1996).	54
FIGURA V-2 PERFIL DEL MODELO (RODAL, CARMONA, & ESTEVEZ, 1996).	55
FIGURA V-3 INSTALACIÓN DEL MODELO (RODAL, CARMONA, & ESTEVEZ, 1996).	55
FIGURA V-4 DIMENSIONES DEL AIREADOR DEL MODELO ACOTADO EN CENTÍMETROS.	56
FIGURA V-5 PUNTOS PARA EL ANÁLISIS DE CONCENTRACIÓN DEL AIRE EN EL MODELO.	56
FIGURA V-6 VISTA SUPERIOR CON LAS ZONAS Y PUNTOS DE ESTUDIO ACOTADO EN CENTÍMETROS.	57
FIGURA V-7 COORDENADA PERPENDICULAR A LA RÁPIDA (z) PARA GASTOS (Q) DE A) $0.5 m^3 / s$, B) $1 m^3 / s$ Y C) $1.5 m^3 / s$	58
FIGURA V-8 DEFINICIÓN DE LOS PRINCIPALES PARÁMETROS DE LA RÁPIDA.	59
FIGURA V-9 CONCENTRACIÓN DE AIRE EN EL FONDO C_{b0} EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA ADIMENSIONAL X_{90u} PARA VARIAS PENDIENTES A) $S_0 = 0\%$, B) $S_0 = 10\%$, C) $S_0 = 30\%$, Y D) $S_0 = 50\%$ (KRAMER, 2004).	65
FIGURA V-10 CONCENTRACIÓN DE AIRE EN EL FONDO C_{b0} EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA ADIMENSIONAL X_{90u} PARA VARIAS PENDIENTES A) $S_0 = 0\%$, B) $S_0 = 10\%$, C) $S_0 = 30\%$, Y D) $S_0 = 50\%$ (-) PENDIENTE m PARA (KRAMER, 2004).	66
FIGURA V-11 PENDIENTE m EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE FROUDE DEL FLUJO DE ENTRADA PARA A) $S_0 = 0\%$, $n = 14.42$, $R^2 = 0.99$, B) $S_0 = 10\%$, $n = 9.88$, $R^2 = 0.99$, C) $S_0 = 30\%$, $n = 8.79$, $R^2 = 0.97$ Y D) $S_0 = 50\%$, $n = 7.18$, $R^2 = 0.99$, (-) DE ACUERDO A LA ECUACIÓN (KRAMER, 2004).	67



FIGURA V-12 A) SUPERPOSICIÓN DE CURVAS $m = f(Fr_0)$ DE LA FIGURA PARA TODAS LAS PENDIENTES DE LA PLANTILLA, B) PARÁMETRO n DE LA FIGURA EN FUNCIÓN DE LA PENDIENTE DEL CANAL S_0 , $R^2 = 0.94$ (KRAMER, 2004).....	68
FIGURA VI-1 CONCENTRACIÓN DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ Y $z = 1\text{ cm}$ DE LA PLANTILLA PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3/\text{s}$	72
FIGURA VI-2 CONCENTRACIÓN DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ Y $z = 1\text{ cm}$ DE LA PLANTILLA PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3/\text{s}$	75
FIGURA VI-3 CONCENTRACIÓN DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ Y $z = 1\text{ cm}$ DE LA PLANTILLA PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3/\text{s}$	79
FIGURA VI-4 CONCENTRACIÓN DE AIRE CALCULADO CON (BAI, Y OTROS, 2018) A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ Y $z = 1\text{ cm}$ DE LA PLANTILLA PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3/\text{s}$	81
FIGURA VI-5 CONCENTRACIÓN DE AIRE CALCULADO CON (BAI, Y OTROS, 2018) A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ Y $z = 1\text{ cm}$ DE LA PLANTILLA PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3/\text{s}$	81
FIGURA VI-6 CONCENTRACIÓN DE AIRE CALCULADO CON (BAI, Y OTROS, 2018) A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ Y $z = 1\text{ cm}$ DE LA PLANTILLA PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3/\text{s}$	82
FIGURA VI-7 CONCENTRACIÓN DE AIRE CALCULADO CON (KRAMER, 2004) CERCA DE LA PLANTILLA DE LA PLANTILLA PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3/\text{s}$, $1\text{ m}^3/\text{s}$ Y $1.5\text{ m}^3/\text{s}$	83
FIGURA VI-8 COMPARACIÓN DE CONCENTRACIONES DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ ENTRE (BAI, Y OTROS, 2018), (KRAMER, 2004) Y EL MEDIDO EN LABORATORIO PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3/\text{s}$	85
FIGURA VI-9 ERROR CALCULADO USANDO (BAI, Y OTROS, 2018) Y (KRAMER, 2004) A UNA ALTURA DE $z = 0\text{ cm}$ PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3/\text{s}$	85
FIGURA VI-10 COMPARACIÓN DE CONCENTRACIONES DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ ENTRE (BAI, Y OTROS, 2018), (KRAMER, 2004) Y EL MEDIDO EN LABORATORIO PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3/\text{s}$	86
FIGURA VI-11 ERROR CALCULADO USANDO (BAI, Y OTROS, 2018) Y (KRAMER, 2004) A UNA ALTURA DE $z = 0\text{ cm}$ PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3/\text{s}$	86
FIGURA VI-12 COMPARACIÓN DE CONCENTRACIONES DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 0\text{ cm}$ ENTRE (BAI, Y OTROS, 2018), (KRAMER, 2004) Y EL MEDIDO EN LABORATORIO PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3/\text{s}$	87
FIGURA VI-13 ERROR CALCULADO USANDO (BAI, Y OTROS, 2018) Y (KRAMER, 2004) A UNA ALTURA DE $z = 0\text{ cm}$ PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3/\text{s}$	87
FIGURA VI-14 CONCENTRACIÓN DE CONCENTRACIONES DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 1\text{ cm}$ ENTRE (BAI, Y OTROS, 2018), (KRAMER, 2004) Y EL MEDIDO EN LABORATORIO PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3/\text{s}$	88
FIGURA VI-15 CONCENTRACIÓN DE CONCENTRACIONES DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 1\text{ cm}$ ENTRE (BAI, Y OTROS, 2018), (KRAMER, 2004) Y EL MEDIDO EN LABORATORIO PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3/\text{s}$	88
FIGURA VI-16 CONCENTRACIÓN DE CONCENTRACIONES DE AIRE A UNA DISTANCIA $z = 1\text{ cm}$ ENTRE (BAI, Y OTROS, 2018), (KRAMER, 2004) Y EL MEDIDO EN LABORATORIO PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3/\text{s}$	89



LISTA DE TABLAS

TABLA V-1 DIMENSIONES DE LOS PUNTOS DE ANÁLISIS.....	57
TABLA V-2 ALGUNAS ECUACIONES PARA ENCONTRAR LA LONGITUD DE LA CAVIDAD.....	63
TABLA VI-1 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 7 cm EN LA REGIÓN “A” PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3 / s$	69
TABLA VI-2 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 7 cm EN LA REGIÓN “B” PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3 / s$	70
TABLA VI-3 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 7 cm EN LA REGIÓN “C” PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3 / s$	70
TABLA VI-4 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 7 cm EN LA REGIÓN “D” PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3 / s$	70
TABLA VI-5 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 7 cm EN LA REGIÓN “E” PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3 / s$	71
TABLA VI-6 CONCENTRACIÓN MEDIA DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 7 cm PARA UN GASTO DE $0.5\text{ m}^3 / s$	71
TABLA VI-7 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 11 cm EN LA REGIÓN “A” PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3 / s$	72
TABLA VI-8 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 11 cm EN LA REGIÓN “B” PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3 / s$	73
TABLA VI-9 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 11 cm EN LA REGIÓN “C” PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3 / s$	73
TABLA VI-10 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 11 cm EN LA REGIÓN “D” PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3 / s$	74
TABLA VI-11 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 11 cm EN LA REGIÓN “E” PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3 / s$	74
TABLA VI-12 CONCENTRACIÓN MEDIA DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 11 cm PARA UN GASTO DE $1\text{ m}^3 / s$	75
TABLA VI-13 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 16 cm EN LA REGIÓN “A” PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3 / s$	76
TABLA VI-14 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 16 cm EN LA REGIÓN “B” PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3 / s$	77
TABLA VI-15 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 16 cm EN LA REGIÓN “C” PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3 / s$	77



TABLA VI-16 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 16 cm EN LA REGIÓN “D” PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3 / \text{s}$	78
TABLA VI-17 CONCENTRACIÓN DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 16 cm EN LA REGIÓN “E” PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3 / \text{s}$	78
TABLA VI-18 CONCENTRACIÓN MEDIA DE AIRE MEDIDO EN LA DIRECCIÓN x DESDE EL PUNTO P_1 AL P_8 Y EN LA DIRECCIÓN z DESDE 0 cm A 16 cm PARA UN GASTO DE $1.5\text{ m}^3 / \text{s}$	79
TABLA VI-19 LONGITUDES DE LA CAVIDAD (L) Y DE PRESIÓN MÁXIMA (L_m) CON CONCENTRACIÓN MÁXIMA DE AIRE (C_0)	80
TABLA VI-20 COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE A) (BAI, Y OTROS, 2018), B) (KRAMER, 2004) Y C) LAS MEDICIONES DE LABORATORIO.	84
TABLA VI-21 PRUEBAS.	90



LISTA DE SÍMBOLOS

A_a	m^2	Área del aireador;
A_w	m^2	Área de la sección transversal del agua;
b	m	Ancho de la rápida;
b_a	m	Ancho del aireador;
C	-	Concentración de aire;
\bar{C}	-	Concentración media de aire;
C_b	-	Concentración de aire en el fondo;
C_{bo}	-	Concentración de aire en el fondo aguas arriba;
C_m	-	Sección máxima concentración de aire;
C_n	-	Factor de presión;
C_p	-	Coefficiente de presión;
C_0	-	Sección máxima concentración de aire en $x = L$;
$C_{0,x=L_m}$	-	Sección máxima concentración de aire en $x = L_m$;
D_t	-	Coefficiente de difusividad del aire;
Fr_0	-	Número de Froude;
g	m/s^2	Aceleración de la gravedad;
H	m	Dimensión característica, altura de compensación, radio de cilindro, etc.
h_0	m	Profundidad del flujo en la entrada;
h_c	m	Tirante característico de una cierta concentración;
h_w	m	Profundidad del agua, tirante equivalente del agua;
h_{90u}	m	Profundidad del flujo de la mezcla uniforme, si no hay mejor información disponible $h_{90u} = h_{wu}$;
L	m	Longitud de la cavidad;
L_a	m	Longitud del aireador;
L_D	m	Distancia entre $x = 0$ y la intersección de la región aireada superior e inferior;
L_m	m	Distancia entre $x = 0$ y el punto de impacto $P = P_{\max}$;
L_k	m	Longitud de la nube de cavitación;
P	kg_f/m^2	Presión en el fondo;
P_v	kg_f/m^2	Presión de vapor del agua;
P_0	kg_f/m^2	Presión de referencia;
P_{\max}	kg_f/m^2	Presión máxima en el fondo;
Q	m^3/s	Gasto;
Q_a	m^3/s	Gasto de aire;
Q_w	m^3/s	Gasto de agua;



R^2	-	Correlación estadística;
S_0	-	Pendiente de la rápida;
t_r	m	Altura de la rampa;
t_s	m	Altura del escalón;
V_a	m^3	Volumen de aire;
V_c	m / s	Velocidad característica;
V_w	m^3	Volumen de agua;
V_0	m / s	Velocidad del agua;
x	m	Coordenada del sentido de la corriente a lo largo de la parte inferior de la rampa;
X_{90u}	-	Distancia adimensional en dirección del flujo;
z	m	Coordenada perpendicular;
z_m	m	Distancia desde la parte inferior al punto con $C = C_m$;

Símbolos griegos

α	$^\circ$	Ángulo inferior del canal;
β	-	Coefficiente de aireación;
$\Delta z_{C0.85}$	m	Distancia entre $0.85C_m$ y C_m ;
θ_0	$^\circ$	Ángulo de la rampa;
ρ_w	kg / m^3	Densidad del agua;
σ	-	Índice de cavitación del flujo;
σ_s	-	Índice de cavitación cuando comienza el daño;
ν	m^2 / s	Viscosidad cinemática del agua;
ω	-	Concentración de agua;

Subíndices

a	-	Aireador;
b	-	Fondo;
min	-	Mínimo;
u	-	Condiciones de flujo uniformes equivalentes al parámetro de flujo medido en el extremo aguas abajo del conducto;
w	-	Agua;
90	-	$C = 90\%$;
500	-	$500 l / s$;
1000	-	$1000 l / s$;
1500	-	$1500 l / s$;



RESUMEN

En este inicio de siglo, la construcción en México de grandes presas, ha traído consigo que los gastos de descarga sobre las obras de excedencias sean cada vez mayores. La consecuencia inmediata de esta acción es la erosión del material del vertedor debido al fenómeno de cavitación. La cavitación se produce cuando la capa de agua próxima al piso del vertedor se encuentra con imperfecciones que causan la separación de la capa límite. Por esta separación, se produce una disminución local de la presión de agua. Si esta subpresión es menor que la presión local de evaporación del agua, se genera la formación de burbujas de vapor que, al viajar a zonas con mayor presión, implotan generando consigo esfuerzos sobre el piso.

Este trabajo de investigación está formado por 6 capítulos en el que se explica de forma resumida las características más importantes de la aireación en una rápida de descarga. La aireación evita que se produzca el fenómeno conocido como cavitación el cual consiste en el desprendimiento de material debido a las altas velocidades y a las bajas presiones que se puede producir, para eso se han inventado dispositivos que permiten la entrada de aire en el fondo del canal que mitigan la cavitación.

En la introducción se plantea el objetivo de la tesis con la problemática que se desea resolver, se propone el uso de dos modelos matemáticos que permiten calcular la concentración de aire de forma más precisa, al mismo tiempo se da una pequeña introducción sobre la aireación en rápidas de descarga.

En el capítulo I se habla más sobre el fenómeno de la cavitación, se explica cuál es la relación que existe entre la cavitación y la rugosidad del canal. Sabemos que los daños que se produce por el fenómeno de cavitación son muchos así que fue necesario explicar cuáles son las principales causas que la generan ya que en esto intervienen factores como el efecto de la velocidad, el contenido de aire a lo largo de la rápida, la resistencia del material, el efecto que se produce al estar expuestos un largo periodo de tiempo, así mismo es muy importante ver en donde se localiza el daño que se produce y la intensidad de la cavitación.

En el capítulo II se resumen el diseño típico de un aireador y se ven las principales características que nos interesa, el aireador que se va a estudiar tiene una estructura muy similar, existen muchos tipos de diseños pero para este trabajo sólo nos enfocaremos en uno en particular, veremos porqué es necesario el uso de aireadores en canales de descarga a alta velocidad, también de una forma esquemática se presentan los tipos de aireadores junto con la rampa que se están utilizando para prevenir el efecto de la cavitación.

En el capítulo III estudiaremos los canales de descarga con aireadores, veremos cuál es la diferencia entre los canales con aireación natural y aireadores con aireación artificial. En la sección de aireación natural veremos que existe aireación pero que sólo se produce en la superficie por eso es necesario del uso de otros mecanismos de aireación que ayuden al canal airear el fondo de la rápida de descarga y para ello existen muchos dispositivos que ya han sido probados ya sea utilizando sólo un escalón, una rampa o una combinación entre ellos.



En el capítulo IV veremos las ecuaciones que serán utilizadas para calcular la concentración de aire que se produce en la rápida, nos enfocaremos en el estudio de los modelos matemáticos propuesta por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004), en la primera referencia vemos que para el estudio de la concentración de aire, el canal se divide en 4 zonas principales de estudio que son la zona de cavidad, impacto, equilibrio y lejana, nosotros nos enfocaremos en analizar la concentración sólo de la zona de equilibrio y lejana porque sólo se tienen esos datos medidos, en el modelo matemático propuesto por (Kramer, 2004) vemos que sólo es posible calcular la concentración de aire que produce da en el fondo de la rápida. En este capítulo explicaremos la configuración del modelo que se pretende analizar, y veremos los diagramas que indican los puntos en donde se realizaron las mediciones para poder hacer las comparaciones de la concentración de aire utilizando los modelos matemáticos propuestos por los autores.

En el capítulo V veremos el resultado final que se ha obtenido al calcular la concentración de aire con (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) que compararemos con los resultados que se obtuvieron con las mediciones realizadas en laboratorio haciendo uso del modelo de la rápida de Huites, para esto se hicieron tres ensayos con gastos (Q) de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$, $1 \text{ m}^3 / \text{s}$ y $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$, veremos las gráficas con las concentraciones a 0 cm y a 1 cm de la plantilla de la rápida, también analizaremos el margen de error que se tiene utilizando las distintas ecuaciones que se plantean.

Finalmente, en el capítulo VI se concluye analizando el modelo matemático que más se acerca con las mediciones hechas en laboratorio y porqué, veremos que una ecuación se acerca más a la concentración medida cuando el gasto va aumentando, aprovechando los resultados se dan algunas recomendaciones que serían útiles en el momento de hacer un diseño.



INTRODUCCIÓN

Objetivos

Objetivo general

- ✚ Comparar dos criterios teóricos con un experimental para calcular la concentración de aire en el fondo de una rápida de descarga usando un aireador.

Objetivos específicos

- ✚ Calcular la concentración de aire usando el criterio de (Kramer, 2004).
- ✚ Calcular la concentración de aire a 0 cm y a 1 cm del fondo de la rápida de descarga usando el criterio de (Bai, y otros, 2018).
- ✚ Medir la concentración de aire en la rápida de descarga del modelo Luis Donaldo Colosio (Huites), con un aireador.
- ✚ Identificar el criterio teórico que mejor se aproxime con los datos experimentales.

Declaración del problema

Los vertedores, las rampas y los desagües de fondo son estructuras hidráulicas importantes para la seguridad de la presa. Debido a las altas velocidades combinadas con bajas presiones, la cavitación puede ocurrir en el fondo del canal y causar daños importantes o poner en peligro la estabilidad de la presa, es necesario inducir aire en el fondo de la rápida para mitigar los daños que se puede producir, para ello es importante saber en qué cantidad se concentra el aire cerca de la plantilla y así poder decidir si es necesario adaptarle un dispositivo de aireación. (Peterka, 1953) evidenció que una concentración entre $\bar{C} = 5\%$ y 8% reduce el riesgo de cavitación casi por completo. Las propiedades elásticas del agua cambian drásticamente con la presencia de burbujas de gas, de ahí las suposiciones hidráulicas para los cálculos de flujo. En este trabajo se va a estudiar la concentración de aire en el fondo de la rápida de descarga de Huites con un aireador, se medirá y comparará con algunos modelos matemáticos para conocer la precisión de sus resultados.

Ámbito de estudio

El presente estudio se limita a analizar los resultados que se obtienen de la medición de concentración de aire a una distancia $z = 0\text{ cm}$ y 1 cm del fondo del modelo de la rápida de descarga de Huites y la comprobación por medio de los modelos matemáticos propuestos por (Kramer, 2004) y (Bai, y otros, 2018) en la zona de equilibrio y la zona lejana.



Metodología de la investigación

Planteamiento de la hipótesis

“La concentración de aire medido a 0 cm y a 1 cm del fondo de la rápida del modelo de Huites son muy parecidos a los resultados obtenidos en los modelos matemáticos propuestos por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) usando otros modelos de rápidas de descarga”

Variable independiente (x):	La concentración de aire medido a 0 cm y a 1 cm del fondo de la rápida del modelo de Huites.
Variable dependiente (y):	Son muy parecidos a los resultados obtenidos en los modelos matemáticos propuestos por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004).
Contexto general	“Si x, entonces y”

Por lo que se concluye que si los modelos matemáticos arrojan los mismos resultados o resultados muy parecidos a los que se han medido en el modelo de rápida de descarga, significa que puede ser utilizado en cualquier modelo hidráulico dado que las ecuaciones arrojan resultados muy precisos.

Antecedentes

Panorama general

Aunque los vertedores con aireadores han sido analizados experimentalmente por muchos investigadores, se han hecho pocos estudios sobre las propiedades del flujo aire-agua en el chorro inferior de los canales inclinados aguas abajo.

Debido a los flujos de alta velocidad que se presentan en estructuras hidráulicas de pendiente fuerte, existe una elevada probabilidad de que ocurran problemas de cavitación y por ende erosión en la superficie de contacto con el agua.

Existen varios estudios realizados a partir de 1915 hasta la actualidad, con diferentes autores que proponen varias teorías acerca del fenómeno de la cavitación y las posibles soluciones.

El fenómeno de cavitación se produce cuando la presión baja, es decir cuando hay presiones negativas iguales o menores que la presión de vapor de agua, esto genera burbujas en el flujo de agua. Las burbujas son trasladadas por medio del fluido, hacia las zonas donde la presión es hidrostática, el cambio de presión provoca la implosión de las burbujas; si esta implosión se produce en las cercanías o en la misma superficie de contacto, causaría daños debido a la presión elevada ejercida en la superficie de concreto de la estructura hidráulica. A causa de la cavitación, se produce la erosión del concreto convirtiendo la superficie lisa en irregular debido a su composición heterogénea de materiales. Este fenómeno altera las condiciones iniciales del flujo por lo que, si no son controladas, las consecuencias pueden llegar al punto de colapsar la estructura.

Existen varios métodos para evitar los fenómenos de cavitación y erosión, algunos de ellos se refieren a soluciones de tipo hidráulico y constructivo.



Las altas velocidades que se generan en gran parte de las estructuras hidráulicas de las presas originan, en algunos casos, una fuerte interacción entre el agua fluyente y el aire que la rodea, de manera que éste se introduce en el agua en forma de burbujas, mientras que en otras situaciones una insuficiente dotación de aire puede dar lugar a depresiones y a problemas de cavitación. Todas estas circunstancias, englobadas bajo la denominación de “aireación”, deben ser consideradas para el correcto diseño y funcionamiento de dichas estructuras.

Algunos de los órganos de desagüe de las presas en los que se producen el fenómeno de la aireación son: canales de descarga (rápidas), aliviaderos en pozo o escalonados, vertidos en caída libre, cubetas de lanzamiento y trampolines, desagües profundos en lámina libre o en carga, compuertas y válvulas.

De acuerdo con los casos mencionados, el flujo agua-aire en las estructuras hidráulicas de las presas puede analizarse según la siguiente clasificación: 1) Flujo en vertedores a cielo abierto, 2) Flujo en conducciones cerradas y 3) Flujo en caída libre, chorros.

En el primer y tercer caso el fenómeno de la aireación se suele conocer como “arrastre de aire”, ya que éste es transportado por la corriente, y en el segundo caso se emplea el concepto de “demanda de aire”, aludiendo así a las necesidades que de este elemento tiene la conducción.

El arrastre de aire, en unos casos, puede producirse de forma “natural”, bien a lo largo de toda la superficie del agua (aireación longitudinal) o bien localmente en las discontinuidades provocadas en dicha superficie por fenómenos puntuales, tales como el impacto sobre las misma de un chorro o la presencia de una pila (aireación local). En otras situaciones, cuando existen riesgos de cavitación o de depresiones, y la concentración de aire alcanzada con la concentración natural no es suficiente para prevenir estos fenómenos, hay que recurrir a la aireación “artificial” mediante dispositivos ad-hoc (aireadores), que introduzcan localmente aire adicional.

La demanda de aire en los conductos cerrados, si su funcionamiento es en lámina libre, puede producirse de forma “natural” a partir del aire existente en la zona no ocupada por el agua el cual penetra en el conducto desde su extremo de aguas abajo. Sin embargo, si las necesidades de aireación son superiores o no se quiere confiar solo en el que puede suministrar el proceso natural, como ocurre en la mayoría de los casos, ha de recurrirse a conductos y a dispositivos de aireación “artificial”.



CAPÍTULO I. CAVITACIÓN

1.1. Características de la cavitación

1.1.1. Rugosidad de las superficies

Al examinar la superficie de flujo de una estructura hidráulica, la superficie de flujo irregular y/o rugosidad de la superficie se puede caracterizar por lo general como perteneciente a una de las dos categorías principales (1) rugosidades singulares (aisladas) o (2) rugosidades uniformemente distribuidas. Las rugosidades singulares son irregularidades en una superficie que es grande en relación con la superficie irregular desde donde sobresalen. Una rugosidad uniformemente distribuida es una textura superficial que no contiene rugosidad singular. Entre estos dos extremos se encuentra una categoría de rugosidad singular de altura moderada en combinación con una rugosidad uniformemente distribuida que no se ha estudiado sistemáticamente.

A veces, la aspereza singular se conoce como asperezas locales. Ejemplos típicos de estos en estructuras hidráulicas incluyen:

- ✚ Desplazamiento en el flujo
- ✚ Desplazamiento fuera del flujo
- ✚ Vacíos o surcos
- ✚ Uniones sobresalientes

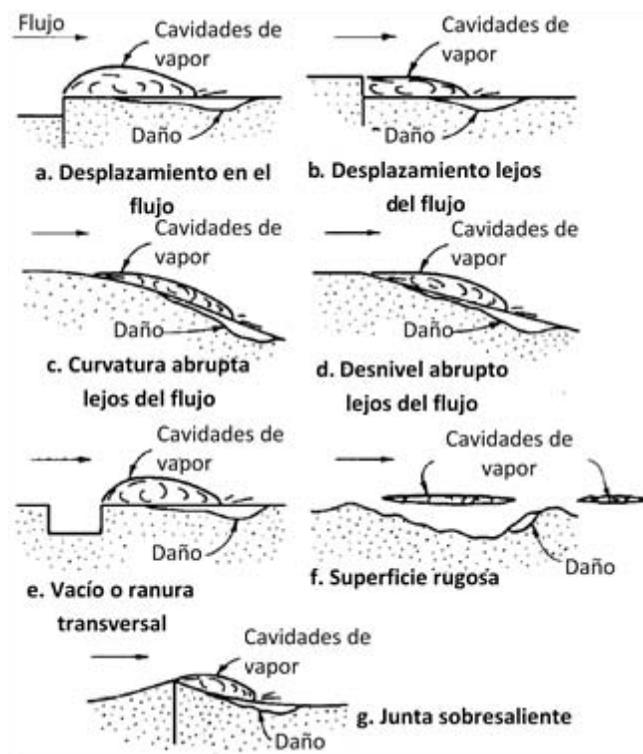


Figura I-1 Rugosidades típicas aisladas encontradas en elementos de estructuras hidráulicas (Falvey H. , 1990).

En todos estos casos, la cavitación está formada por la turbulencia en la zona de corte; la acción es producida por el cambio repentino en la dirección del flujo en la irregularidad. La ubicación de la zona de corte se puede predecir a partir de la forma de la rugosidad. Dependiendo de la forma de la rugosidad, las burbujas de cavitación colapsarán dentro del flujo o cerca del límite del flujo.

La Figura I-1f representa la cavitación sobre una rugosidad distribuida. La cavitación ocurre dentro del flujo debido a la turbulencia generada por la rugosidad de la plantilla. La ubicación de la cavitación no es predecible; sin embargo, la cavitación siempre ocurre dentro del cuerpo del flujo para rugosidades distribuidas.

1.1.2. Formas de aireación del flujo

En el caso de los vertedores de aireación natural puede producirse como consecuencia de alguna de las siguientes circunstancias: a) Agitación superficial (aireación longitudinal) b) Vórtices de eje perpendicular al flujo (aireación local) y c) Vórtices de eje paralelo al flujo (aireación local).

La aireación artificial se produce mediante mecanismos más complejos que los presentes en la aireación natural, figurando, entre ellos, la agitación superficial y los vórtices de eje paralelo al flujo.

En los conductos cerrados, cuando su funcionamiento es en lámina libre, la aireación natural se produce también por agitación superficial o por vórtices de eje paralelo a la corriente. La aireación artificial al igual que en los aliviaderos, conlleva mecanismos más complejos. Lo mismo ocurre en el caso de los conductos en carga.

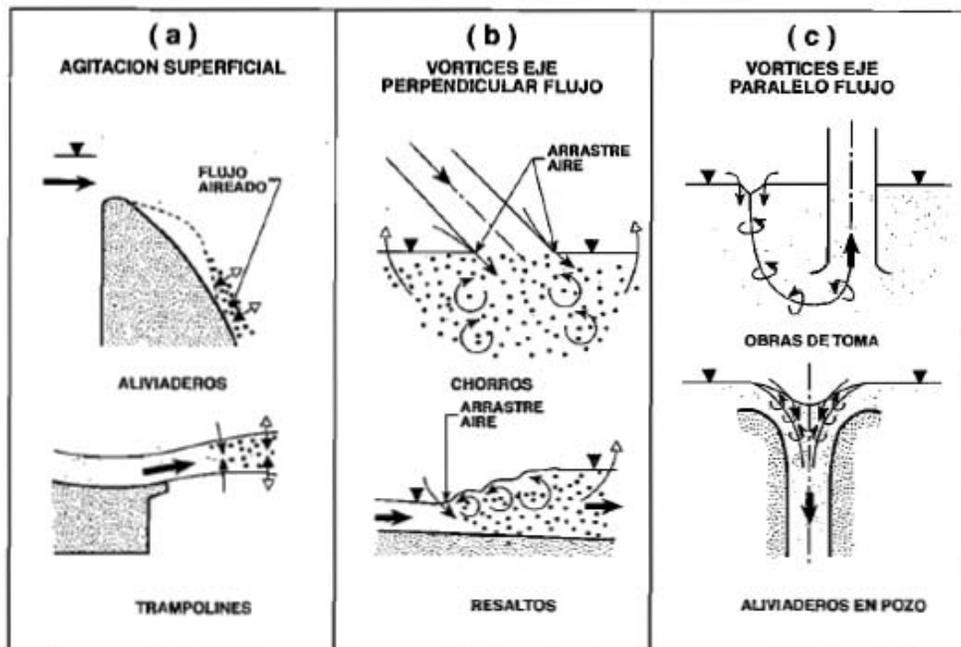


Figura I-2 Aireación natural.

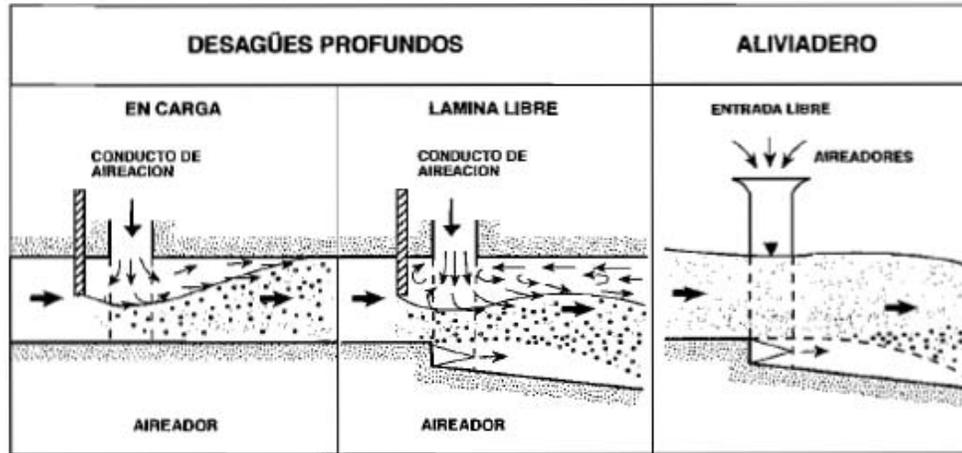


Figura I-3 Aireación artificial.

1.1.3. Parámetros característicos de la aireación

En el estudio de la aireación se emplean, con carácter general, varios parámetros para cuantificar el arrastre o la demanda de aire. Los de mayor interés son:

- + **Concentración de aire (C)**: Es la relación entre el volumen de aire existente en la mezcla agua-aire y el volumen total de ésta.

$$C = \frac{V_a}{V_a + V_w} = \frac{Q_a}{Q_a + Q_w} \quad (I.1)$$

Donde:

V_a = volumen de aire.

V_w = volumen de agua

Q_a = gasto de aire.

Q_w = gasto de agua

- + **Concentración de agua (ω)**: Es la relación entre el volumen de agua y el volumen de la mezcla.

$$\omega = \frac{V_w}{V_a + V_w} = \frac{Q_w}{Q_a + Q_w} \quad (I.2)$$

- ✚ **Coefficiente de aireación (β):** Es la relación entre el gasto de aire y el de agua existentes en la mezcla.

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} \quad (1.3)$$

Adicionalmente, y en especial para caracterizar los flujos aireados en lámina libre, se requiere introducir algunos conceptos relativos a la concentración de aire, al tirante y a la velocidad. Dichos conceptos son:

Concentración de aire

- ✚ **Concentración puntual o local (C):** Es la que existe en una determinada profundidad o en una zona localizada.
- ✚ **Concentración media (\bar{C}):** Es el promedio de las concentraciones puntuales que en cada sección transversal existen a diferentes profundidades.

Tirantes

La gran irregularidad superficial que se produce en los flujos aireados determina que junto al concepto tradicional y teórico de tirante emulsionado sean necesarios los siguientes:

- ✚ **Tirante emulsionado (h_e):** Es la correspondiente a la mezcla agua-aire supuesta uniforme su superficie.
- ✚ **Tirante característico de una cierta concentración (h_c):** Es el tirante correspondiente a la profundidad en la que se alcanza dicha concentración C . Es usual considerar concentraciones de aire entre el 90 y el 99%.
- ✚ **Tirante equivalente de agua (h_w):** Es con el que teóricamente fluiría el agua, supuesta independiente el aire, pero circulando a la velocidad media real de la mezcla agua-aire.

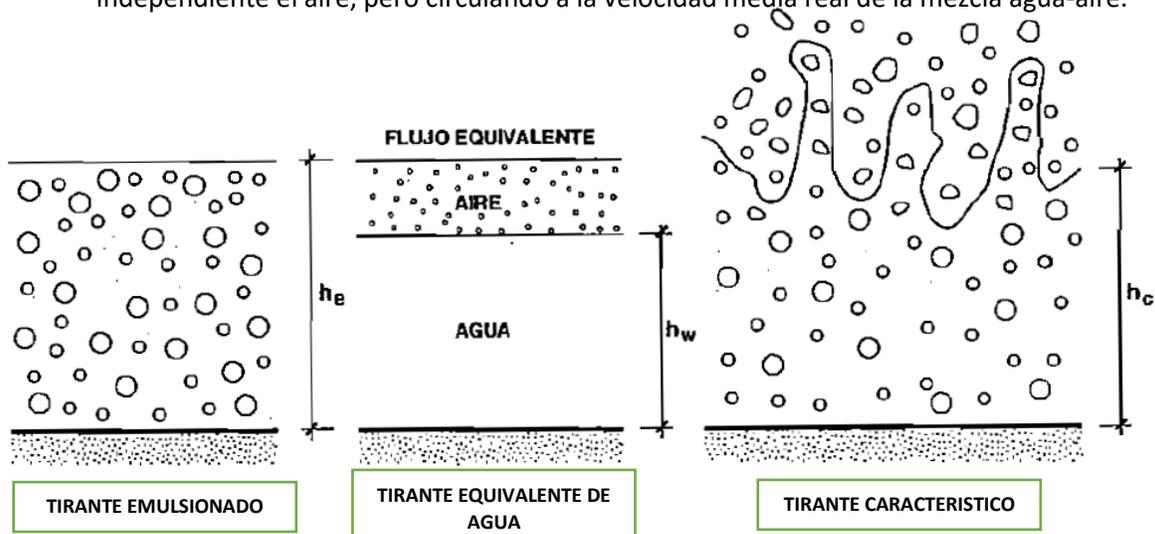


Figura I-4 Tirantes.

Velocidad



- ✚ Velocidad característica (V_c): Es la velocidad puntual a la profundidad en la que se alcanza la concentración C .

Entre los tirantes h_c , h_w y la concentración media \bar{C} se verifica la siguiente relación:

$$(1 - \bar{C})h_c = h_w \quad (1.4)$$

1.1.4. Aireación versus cavitación

1.1.4.1. Consideraciones generales

La cavitación en un líquido se produce cuando, a temperatura constante, la presión disminuye hasta alcanzar su tensión de vapor. En ese momento el fluido pierde su homogeneidad apareciendo alrededor de los “núcleos de cavitación” cavidades, de forma que el fluido se convierte en bifásico. Si la presión aumenta de nuevo las cavidades se hacen inestables y colapsan, recuperándose rápidamente el estado líquido y liberándose localmente cantidades importantes de energía que provocan daños en los materiales en contacto con el líquido cavitante (“erosión de cavitación”). De modo esquemático en la Figura I-5 se muestra el proceso descrito.

Existen circunstancias en las que la cavitación puede producirse con “presiones medias” superiores a la de vapor de agua. Este es el caso de los flujos altamente turbulentos, en las que la fluctuación instantánea de la presión puede ser tan fuerte que llegue a originar momentánea e instantáneamente presiones inferiores a la de vapor. Un caso singular de daños achacables a cavitación por flujos altamente turbulentos fue el colapso en 1974 de uno de los túneles de desagüe de la presa de Tarbela en Pakistán (Kenn & Garrod, 1981).

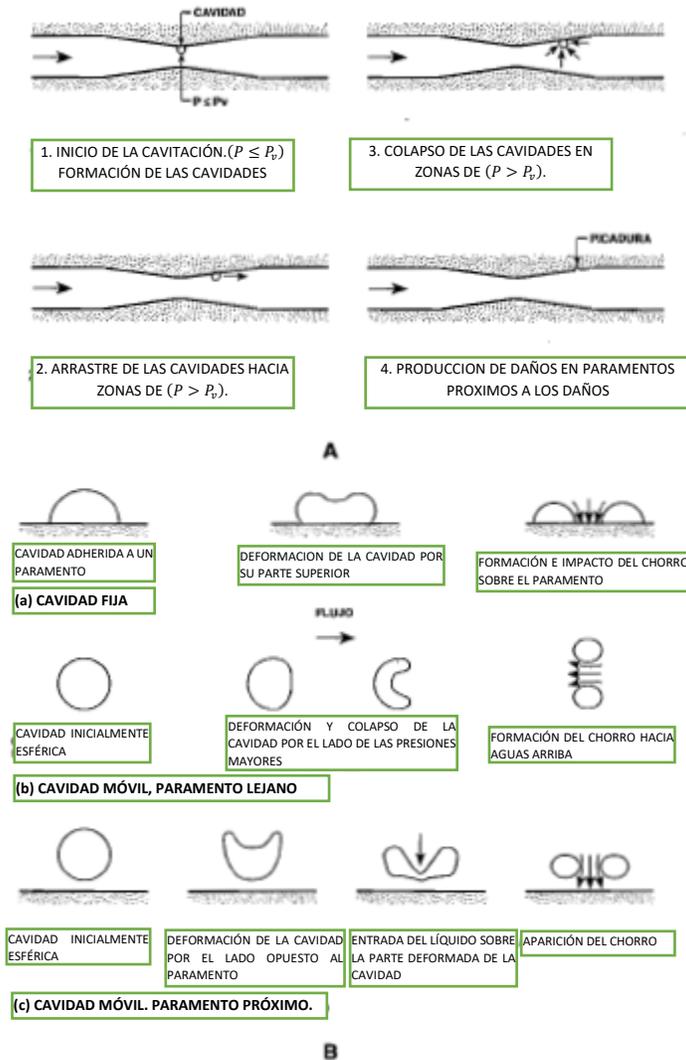


Figura I-5 Cavitación.

El efecto protector de la aireación frente la cavitación se fundamenta principalmente en los siguientes aspectos: se evitan presiones bajas, las cavidades formadas son mayores y las presiones de colapso menores, y se amortigua parte de la energía liberada en el colapso al transformarse el agua en un fluido bifásico (agua-aire) menos denso y más elástico.

1.1.4.2. Daños por cavitación

La magnitud de los daños depende de diversos factores: resistencia de los materiales, tiempo de exposición, velocidad de flujo o contenido de aire. Sobre estos dos últimos son de interés las siguientes consideraciones:



Velocidad de flujo

La velocidad de flujo es un factor fundamental en los daños, habiéndose determinado que estos crecen rápidamente al incrementarse a velocidad, siendo proporcional a: " V^n " con valores de n que oscilan de 4 a 7.

(Kenn & Garrod, 1981) y (Falvey H. T., 1990) dan como valor a partir del cual comienzan los daños en el hormigón es 30 m/s . (Novak, 1984) reduce esta cifra a 25 m/s , mientras que (Chanson H., 1992 b) para flujos exentos por completo de aire se refiere a 15 m/s . En cualquier caso, la velocidad máxima admisible está íntimamente ligada con el tipo de material de los paramentos, con su grado de terminación artificial y con la concentración de aire que tenga el flujo.

Concentración de aire

Diferentes autores, entre los que cabe destacar a (Peterka, 1953), a (Russel & Sheenan, 1974) y a (Falvey H. T., 1990), consideran que concentraciones de aire en las proximidades del hormigón del orden del 7–8% hacen que prácticamente no se produzcan daños por cavitación para velocidades próximas a los $30–35 \text{ m/s}$ y terminaciones "normales" del hormigón.

Este umbral del 7–8%, en lo que respecta a la velocidad de flujo y al grado de terminación de las superficies, ha hecho que la tendencia actual, como se ha indicado, sea la de compaginar velocidad y aireación del flujo con acabados de las superficies no excesivamente estrictos, cuya consecución y mantenimiento no presente exigencias difíciles de alcanzar en la práctica.

1.1.4.3. Prevención y corrección de daños

Entre las medidas que, por separado o conjuntamente, se pueden adoptar para disminuir o evitar los daños ocasionados por la cavitación, excepción hecha de la aireación del flujo que por su interés se comenta después, cabe citar las siguientes:

-  Adoptar diseños que no produzcan presiones reducidas.
-  Ejecutar las superficies de los paramentos con tolerancias acordes con las presiones, las velocidades y la concentración de aire existentes en el flujo.
-  Evitar bordes y dientes en zonas de velocidades elevadas y si han de disponerse, airearlos y/o blindarlos.
-  Disponer los paramentos, cuando sea posible, alejados de las zonas de posible cavitación (p.ej. desagüe sumergido de una válvula).
-  Emplear revestimientos más resistentes que el hormigón convencional.

La solución de airear artificialmente los flujos, cuando de forma natural no se alcanzan las concentraciones necesarias (7–8% en el fondo), es cada vez más utilizada. Su aplicación es fácil y de reducido coste si se adopta en el proyecto, complicándose si ha de utilizarse en obras dañadas o que de sus diseños se reduzcan riesgos de tal suceso.



1.2. Daños por cavitación

1.2.1. Modelo de daño

Generalmente hay varios mecanismos que están involucrados en el daño de estructuras hidráulicas. Por ejemplo, cuando la cavitación es producida por una forma irregular sobre la superficie, el daño superficial comenzará en el extremo aguas abajo de la nube de burbujas de cavitación colapsadas. Después de algún tiempo, se formará un agujero alargado en la superficie del concreto. A medida que pasa el tiempo, el agujero comienza a hacerse más grande con el flujo de alta velocidad que incide en el extremo aguas abajo del orificio. Este flujo crea altas presiones dentro de las diminutas grietas alrededor de los bloques de concreto o dentro de las grietas de temperatura que se forman durante el proceso de curado. Se crean diferenciales de presión entre la zona de impacto y el área circundante, lo que puede hacer que se rompa el agregado, o incluso trozos de concreto desde la superficie y arrastrados por el flujo. Este proceso de daños se puede considerar con precisión como erosión; mientras que la pérdida de material debido a la cavitación no es estrictamente erosión. Aquí, la erosión se define como abrasión, disolución o procesos de transporte. A medida que la erosión del flujo a alta velocidad continúa, las barras de refuerzo pueden quedar expuestas. Las barras pueden comenzar a vibrar, lo que puede provocar daños mecánicos (Ver Figura I-6). En la presa Bureau's Glen Canyon, se encontraron pedazos de concreto unidos al extremo del acero de refuerzo. En esta etapa, el flujo de alta velocidad que actúa sobre los grumos desgarran las barras de refuerzo del concreto, aunque el acero puede estar incrustado a una profundidad de 150 milímetros. Después que se haya penetrado en el revestimiento, la integridad de la estructura es la primera preocupación.



Figura I-6 Presa Glen Canyon. Túnel izquierdo del vertedor Sept. 1983. El “gran agujero” en el vertedor tenía 11 metros de profundidad (Falvey H. T., 1990).

1.2.2. Factor que afecta el daño por cavitación en una superficie

A medida que el flujo de alta velocidad pasa sobre una superficie, existe la posibilidad de que la superficie se dañe por cavitación. Varios factores que determinan si la superficie se dañará o no incluyen:



- ✚ Causa de la cavitación.
- ✚ Ubicación del daño.
- ✚ Intensidad de la cavitación.
- ✚ Magnitud de la velocidad del flujo.
- ✚ Contenido de aire del agua.
- ✚ Resistencia de la superficie al daño.
- ✚ El tiempo que la superficie está expuesta.

1.2.2.1. Causa de cavitación

La cavitación ocurrirá siempre que la presión local en el flujo de agua caiga por debajo de la presión de vapor. Por ejemplo, esto puede ocurrir durante la oleada descendente de una onda de golpe de ariete cuando la presión piezométrica en una tubería cae por debajo de la presión atmosférica. Sin embargo, las fuentes más comunes de cavitación en estructuras hidráulicas son irregularidades en la superficie de flujo. Los flujos de cizallamiento también crean cavitación. El chorro sumergido es un ejemplo de un flujo de cizallamiento. La cizalla se genera entre el chorro de alta velocidad y el flujo quiescente relativo que rodea al chorro. Los flujos de corte también ocurren en el flujo adyacente a la superficie de flujo. Los investigadores recién están empezando a estudiar las características de cavitación de los flujos de corte junto a un límite.

1.2.2.2. Localización del daño

El daño por cavitación siempre ocurre aguas debajo de la fuente de la cavitación (Stinebring, Holl, & Arndt, Two Aspects of Cavitation Damage in the Incubation Zone: Scaling by Energy Considerations and Leading Edge Damage, 1980) mostró un cilindro, con su extremo orientado hacia el flujo, que el daño comienza cuando la longitud de la nube de cavitación, L_k , estaba dada por:

$$\frac{L_k}{H} = 2 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma} \right)^{2.63} \quad (1.5)$$

Donde:

H = dimensión característica, altura de compensación, radio de cilindro, etc.

L_k = longitud de la nube de cavitación.

σ = índice de cavitación del flujo.

σ_s = índice de cavitación cuando comienza el daño, σ_s corresponde al índice de cavitación cuando $L_k/H = 1$.

(Stinebring, Holl, & Arndt, Two Aspects of Cavitation Damage in the Incubation Zone: Scaling by Energy Considerations and Leading Edge Damage, 1980) también mostró que el daño máximo



ocurre cerca del final de la nube de cavitación. Sus experimentos concuerdan relativamente bien con las observaciones de daños por cavitación en los vertederos del túnel de la presa Glen Canyon.

1.2.2.3. Intensidad de cavitación

La intensidad de cavitación es un parámetro extremadamente difícil de cuantificar. (Stinebring, Scaling of Cavitation Damage, 1976) observó que a medida que el índice de cavitación, σ , disminuye en relación con el índice incipiente, σ_s , la tasa de daño aumenta lentamente. Si el índice de cavitación disminuye aún más, se alcanza una zona donde la tasa de daño (expresada como hoyos por centímetro cuadrado por segundo) es inversamente proporcional al índice de cavitación. Disminuir aún más los resultados del índice en un punto que se reabsorbe donde la tasa de daño disminuye. A partir de esto, parece que la intensidad de cavitación aumenta y luego disminuye a medida que el índice de cavitación disminuye por debajo del valor del índice de cavitación incipiente.

1.2.2.4. Efecto de velocidad

Una suposición común es que existe un potencial de daño cuando la velocidad del flujo excede algún valor crítico. Existe alguna justificación para esta suposición. Por ejemplo, un valor típico del índice de cavitación incipiente para cambios bruscos en la geometría es del orden de 2.0. Si este valor se sustituye en la Ecuación 1.6, junto con la suposición de que la presión de referencia es igual a la presión barométrica a nivel del mar, la velocidad resultante es igual a 10 m/s. Por lo tanto, es prudente investigar la posibilidad de cavitación para velocidades superiores a 10 m/s.

$$\sigma = \frac{P_0 - P_v}{\rho V_0^2 / 2} = -(C_p)_{\min} \quad (1.6)$$

Donde:

σ = índice de cavitación.

P_0 = presión de referencia.

P_v = presión de vapor del agua.

ρ = densidad del agua.

V_0 = velocidad de referencia.

C_p = coeficiente de presión.

Si una superficie está expuesta a la cavitación, a una velocidad constante, durante un tiempo el material no se perderá de la superficie. Este periodo se conoce como la fase de incubación. La superficie luego entra en una fase de acumulación en donde la tasa de pérdida aumenta drásticamente con el tiempo. Esto es seguido por una fase de estado estacionario y la tasa de



pérdida es constante. La fase de estado estable puede estar precedida por una fase de atenuación en la que la tasa de pérdida disminuye.

1.2.2.5. Efecto del contenido de aire

Para valores bajos de concentración de aire, se ha encontrado que el daño varía inversamente con la concentración de aire (Stinebring, Scaling of Cavitation Damage, 1976). Las pruebas se llevaron a cabo a concentraciones de aire comprendidas entre 8×10^{-6} y 20×10^{-6} moles de aire por mol de agua. A altas concentraciones de aire, de alrededor de 0.07 moles de aire por mol de agua, se descubrió que el daño se eliminó completamente durante un periodo de prueba de 2 horas en una instalación de prueba tipo Venturi (Peterka, 1953).

En 1945, las suposiciones eran que el aire inyectado bajo un prisma de agua “actuaría como un amortiguador entre el agua de alta velocidad y el revestimiento del túnel” (Bradley, 1945). Se razonó que además que “el aire ayudaría a aliviar las presiones subatmosféricas” Ninguno de los axiomas es correcto.

Actualmente, dos teorías explican los efectos atenuantes de la aireación en el daño de la cavitación. Una teoría se basa en la presencia de gases no condensables en la bolsa de vapor que amortiguan o retardan el proceso de colapso. La segunda teoría se basa en el cambio en la velocidad sónica del fluido que rodea la burbuja de vapor que colapsa debido a la presencia de aire no disuelto.

De las dos teorías actuales, sobre el efecto del aire no disuelto en el agua, la teoría sobre el cambio de velocidad sónica parece ser la más válida. Los estudios han demostrado que la difusión de gases no disueltos en una cavidad de vapor se produce a un ritmo muy lento en relación con la velocidad de vaporización.

Debido a que el tiempo de crecimiento de la cavidad de vapor es corto, parece poco probable que haya suficiente gas (en la cavidad de vapor) para afectar significativamente la velocidad de colapso de la cavidad o las presiones generadas por el colapso.

1.2.2.6. Resistencia superficial al daño por cavitación

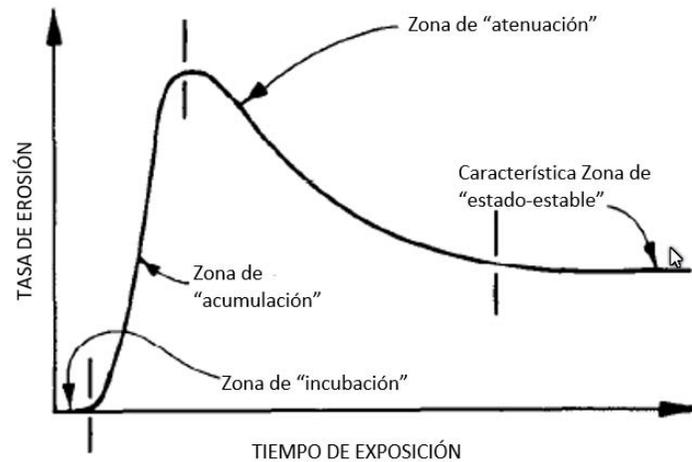
La resistencia de una superficie al daño depende de varios factores, incluida la resistencia máxima del material, la ductilidad y la homogeneidad. No está claro qué características de resistencia de un material son significativas al evaluar la resistencia de la superficie. Con los metales, la deformación de la superficie causada por el impacto del colapso de las burbujas produce fuerzas de tracción dentro del material. En superficies de concreto, las fuerzas de tensión también son posiblemente el factor significativo. Por lo tanto, la resistencia a la tracción y la resistencia a la compresión y al corte pueden ser el parámetro más importante. Las propiedades de resistencia y ductilidad se pueden combinar en un parámetro conocido como resiliencia (Rao, Martin, Rao, & Rao, 1981). La resiliencia se define como el área bajo la curva de tensión-esfuerzo de un material.

1.2.2.7. Efecto del tiempo de exposición

La tasa de erosión de cualquier superficie causada por la cavitación no es constante con el tiempo. Las observaciones han demostrado que en realidad ocurren varias a tasas diferentes. A cada índice se le ha dado un nombre específico (Heymann, 1967) como se observa en la Figura I-7a.

Al principio, comienza un periodo en el que no se produce pérdida de material. El periodo se conoce como la “zona de incubación”. En esta zona, las superficies de metal se vuelven picadas.

Después de la zona de incubación, la tasa de daño aumenta rápidamente durante un periodo llamado “zona de acumulación”. Esta tasa alcanza un pico. Dependiendo del tipo de instalación de prueba, la tasa de daños sigue una de dos tendencias. La tasa de daño disminuye a una “zona de atenuación”, que es seguida por una meseta de tasa de daño constante llamada “zona de estado estacionario”, o la tasa de daño alcanza una meseta de estado estacionario, que es seguida por una zona de atenuación como se observa en la Figura I-7b.



a. Curva característica tasa-tiempo según Thiruvengadam.



b. Curva característica tasa-tiempo según Plesset y Devine.

Figura I-7 Tasa de daños por cavitación (Falvey H. , 1990).

Entonces la cavitación es la formación de bolsas de vapor localizadas dentro del líquido, pero casi siempre en las proximidades de las superficies sólidas que limitan el líquido.

En contraste con la ebullición, la cual puede ser causada por la introducción de calor o por una reducción de la presión estática ambiente del líquido, la cavitación es una vaporación local del líquido, inducido por una reducción hidrodinámica de la presión. Figura I-8.

Esta zona de vaporización local puede ser estable o pulsante, y esto altera usualmente el campo normal del flujo. Este fenómeno se caracteriza, entonces por la formación de bolsas (de vapor y gas) en el interior y junto a los contornos de una corriente fluida en rápido movimiento.

La condición física fundamental para la aparición de la cavidad es, evidentemente, que la presión en el punto de formación de estas bolsas caiga hasta la tensión de vapor del fluido en cuestión.

Las consecuencias o, mejor dicho, los fenómenos acompañantes de la cavitación, tal como pérdida de sólidos en las superficies límites (llamado erosión por cavitación o PITTING), ruidos generados sobre un ancho espectro de frecuencias (frecuencia de golpeteo: 25000 c/s), vibraciones, pérdidas y alteraciones de las propiedades hidrodinámicas pueden -con pocas excepciones- ser consideradas como perjudiciales y por lo tanto indeseables. Por lo tanto, este fenómeno debe ser evitado o como mínimo, puesto bajo control.

Los efectos no perjudiciales de la cavitación incluyen su uso para limpieza, o en bombas de condensación donde la cavitación puede ser utilizada como regulador de flujo.

La cavitación destruirá toda clase de sólidos: los metales duros, concreto, cuarzo, metales nobles, etc.

Sin embargo, la cavitación no constituye un fenómeno inevitable, sino un efecto que debe ser juzgado y evaluado desde el punto de vista económico. (Marchegiani, 2006).

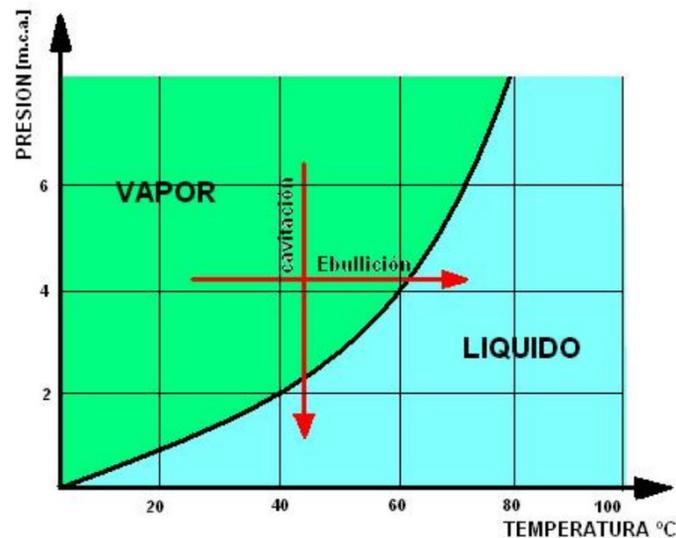


Figura I-8 Comparación entre Ebullición y Cavitación.

CAPÍTULO II. DISEÑO DEL AIREADOR

2.1. Justificación para el aireador

La experiencia de daños en los flujos en túneles y conductos de vertederos indica que el daño se vuelve significativo cuando las velocidades del agua superan los 30 metros por segundo. Esta velocidad corresponde a una altura aproximada de 45 metros. Desde el punto de vista del daño por cavitación, esta velocidad se puede considerar como el límite para flujos de alta velocidad o altos caudales.

Se sabe que cantidades extremadamente pequeñas de aire, dispersadas a través de un prisma de agua, reducirán significativamente la tendencia de la cavitación a dañar una superficie. (Peterka, 1953) descubrió que se necesitaba alrededor del 7.5 por ciento de aire para detener el daño en el concreto con una resistencia a la compresión de 28 días de aproximadamente 17 megapascales. (Semenkov & Lentiaev, 1973) descubrió que la cantidad de aire necesaria para proteger una superficie aumentaba a medida que disminuía la fuerza de la superficie. Ellos descubrieron que se necesitaba una concentración de aire del 3 por ciento para hormigón de 40 megapascales de resistencia y una concentración de aire de casi 10 por ciento para proteger el concreto de 10 megapascales de fuerza.

2.2. Tipos de aireadores

Los principales tipos de aireadores se muestran en la Figura II-1 y consisten en deflectores, ranuras, desviaciones y una combinación de estos.

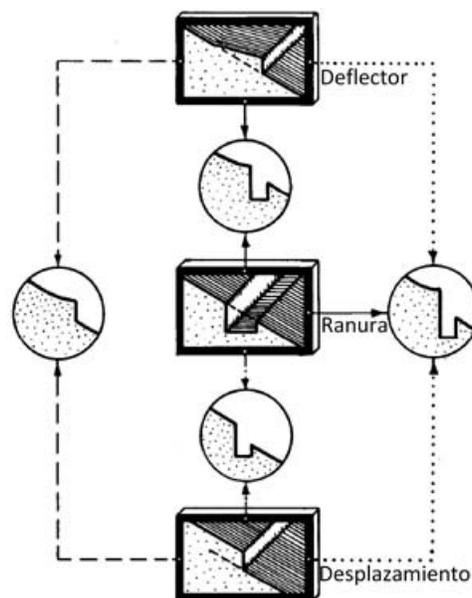


Figura II-1 Tipos de aireadores.

El propósito del deflector es levantar el flujo desde el límite inferior para que el aire pueda ser arrastrado por debajo de la superficie de flujo. De esta manera, el aire ingresa al flujo sin usar métodos mecánicos como bombas de aire que requieren energía. Las ranuras de aireación, las



ranuras o los conductos de aire se utilizan para distribuir el aire en todo el ancho del aireador. Finalmente, se utiliza un desplazamiento en pendientes planas para evitar que el aireador sea sumergido por una parte del flujo del chorro cuando golpea el límite aguas abajo.

El diseño de un aireador consiste en:

- ✚ Localizar el aireador.
- ✚ Proporción de la rampa o deflector.
- ✚ Dimensionando el conducto de suministro de aire y la ranura de aire.
- ✚ Dimensionar el desplazamiento aguas abajo.

Los objetivos del diseño del aireador son construir un dispositivo que proteja la superficie del flujo y no se autodestruya si el aireador se llena con agua.

2.3. Diseño de rampa

El objetivo de la rampa es levantar el flujo desde el límite inferior de la rampa o aliviadero. Al levantar el flujo lejos de la frontera, se forma una trayectoria libre permitiendo que la parte inferior de la lámina vertiente tome aire. Cuando el flujo vuelve a unirse con el límite, debería haber incorporado suficiente aire para proteger la superficie de flujo aguas abajo del daño por cavitación.

La trayectoria del agua es una función de:

- ✚ Altura de la rampa.
- ✚ Profundidad de flujo en la rampa.
- ✚ Pendiente de la rampa.
- ✚ Longitud de la rampa.
- ✚ La presión por debajo de la lámina de agua.
- ✚ Velocidad promedio en la rampa.
- ✚ Componente de velocidad de turbulencia transversal en la rampa.

Hay varios métodos disponibles para determinar la trayectoria del chorro. (Wei & DeFazio, 1982) usó un método de elementos finitos para resolver la ecuación de Laplace para el flujo sobre la rampa. Este método produce excelentes resultados tanto para rampas como para caídas libres. Además de resolver la trayectoria del chorro, se determina la distribución de la presión alrededor de la rampa. El conocimiento de la distribución de la presión es valioso para el diseño de las paredes en la proximidad de la rampa.

(Pan, Shao, & Shi, 1980) ignoraron la presión reducida bajo el chorro y desarrolló la ecuación de la trayectoria referida a la línea central del chorro. Luego, la ecuación resultante fue modificada por: (1) coeficientes para tener en cuenta la altura relativa de la rampa, (2) la pérdida de energía, y (3) un coeficiente de corrección de distancia para tener en cuenta la diferencia entre la ubicación del punto de impacto del centro del chorro y del borde inferior, $(L_c - L_i)$, como se muestra en la Figura II-2.

El ángulo de trayectoria debe ser corregido cuando la altura de la rampa es de menos de una décima parte de la profundidad de flujo o cuando el ángulo entre la rampa y el invertido es mayor que 2° . Debido a que (Pan, Shao, & Shi, 1980) ignoraron la presión reducida bajo el chorro, algunos de sus coeficientes determinados experimentalmente, sin duda, contenían efectos de pérdida de energía.

(Glazov, 1985) ignoró el efecto de la altura relativa de la rampa en la profundidad del flujo, pero incluyó el efecto de la presión reducida y la altura de desplazamiento en estas ecuaciones. En base a los estudios de Glazov Y Pan, un método preciso para la determinación de la trayectoria del chorro sin necesidad de un programa de diferencias finitas es utilizar una combinación de sus estudios. Las ecuaciones paramétricas de la lámina de agua son:

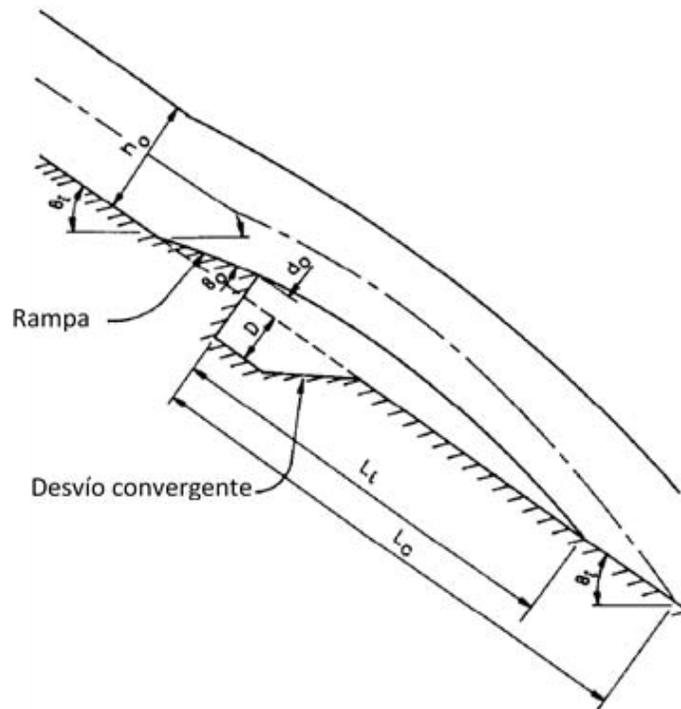


Figura II-2 Longitud de la trayectoria de chorro (Falvey H., 1990).

$$\frac{d^2x}{dt^2} + C_n^2 x = -C_n (gt + U_0 \sin \theta_e) \quad (II.1)$$

Y

$$\frac{d^2y}{dt^2} + C_n^2 y = C_n U_0 \sin \theta_e + g \quad (II.2)$$



Donde:

$$C_n = \text{factor de presión} = (P_a - P_j) / \rho q .$$

g = constante gravitacional.

P_a = presión atmosférica.

P_j = presión bajo el chorro.

q = descarga unitaria de agua.

U_0 = velocidad media de flujo en la rampa.

θ_e = ángulo entre la tangente a la lámina vertiente en la rampa y horizontal.

ρ = densidad del agua.

El ángulo, θ_e , se determina usando el factor A_r dado en la Figura II-3. Este ángulo, en términos de ángulo de inversión y de rampa, viene dado por:

$$\theta_e = \theta_i(1 - A_r) + A_r\theta_0 \quad (\text{II.3})$$

Donde:

A_r = coeficiente de trayectoria del chorro, de la Figura II-3.

θ_i = ángulo entre invertido y horizontal.

θ_0 = ángulo entre la rampa y horizontal.

Mediante la elección correcta del ángulo de inclinación y la altura de la rampa, es posible hacer que la trayectoria impacte en el canal inclinado en cualquier ubicación deseada. Generalmente, la trayectoria debe impactar aguas abajo del área que tiene el valor más pequeño del índice de cavitación del flujo.

Para una primera aproximación de la trayectoria del chorro, utilizar la siguiente ecuación:

$$\cos^2 \theta_0 (\tan \theta_i - \tan \theta_0) = \frac{gX_i}{2U_0^2} \quad (\text{II.4})$$

Donde:

X_i = distancia horizontal desde el final de la rampa al punto de impacto del chorro.

θ_i = ángulo entre el canal inclinado aguas abajo y la horizontal.

La Ecuación II.4 descuida tanto la reducción de la presión bajo la lámina inferior y el efecto de la altura relativa de la rampa.

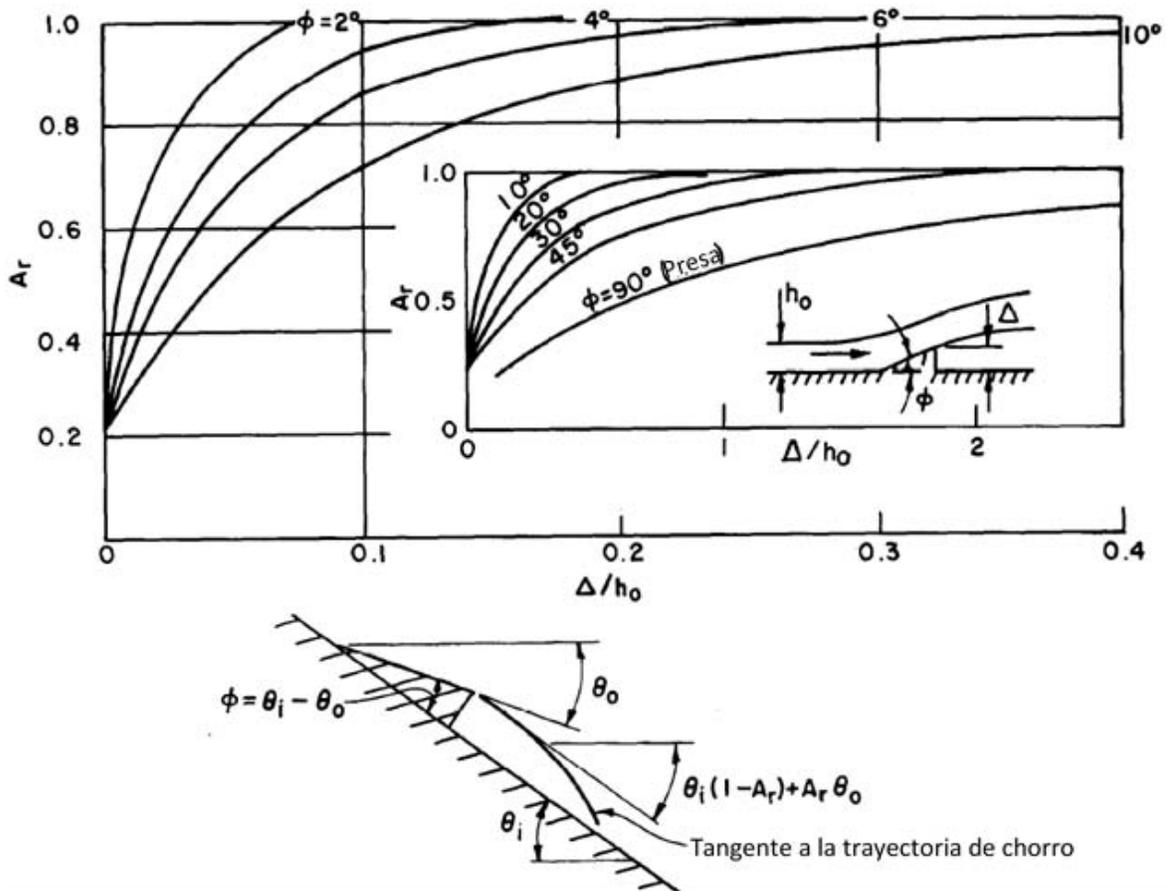


Figura II-3 Coeficientes de la trayectoria de chorro (Falvey H. , 1990).





CAPÍTULO III. CANALES DE DESCARGA CON AIREADORES

3.1. Aireación natural

3.1.1. Consideraciones generales

En los vertedores la aireación produce el entumecimiento de la lámina requiriéndose cajeros más altos que en los casos de flujos no aireados. Además, el arrastre de aire redonda en reducciones del rozamiento lo que puede provocar velocidades sensiblemente mayores. Estos inconvenientes, que deben ser considerados en los diseños de estas estructuras, quedan, en general compensados por la supresión de potenciales daños por cavitación.

En cualquier caso, el fenómeno de la aireación toma toda su importancia cuando se trata de aliviaderos grandes, que vierten caudales específicos elevados ($m^3/s*m$) y cuyo funcionamiento es frecuente.

3.1.2. Mecanismo de la aireación

El proceso de aireación continua que se produce en las rápidas de los aliviaderos tiene su origen en la gran turbulencia que existen en los flujos a altas velocidades. Como consecuencia de esta, en la superficie del agua se produce una gran agitación capaz de vencer la acción gravitatoria y la tensión superficial y proyectar así hacia el exterior gotas y rociones de agua.

Las gotas más pequeñas son mantenidas en suspensión por la turbulencia del aire próximo al flujo, las más grandes y los rociones retornan a la corriente horadando su superficie, de manera que al cerrarse de nuevo atrapan burbujas de aire, parte de la cuales son arrastradas por el flujo, mientras que otras, por efecto de la flotación y difusión, lo abandonan. De este modo aparecen las diferentes zonas en el flujo.

En general, el tamaño de las burbujas oscila entre 10 mm y 1 mm , o incluso menores si la turbulencia del flujo es muy elevada, lo que implica altas velocidades en la corriente.

En otros casos de aireación -vertidos en caída libre, trampolines, o cubetas de lanzamiento- el mecanismo se rige por pautas similares, siendo la turbulencia el fenómeno determinante; sin embargo, cada uno de ellos presenta sus particularidades.

3.1.3. Estructura del flujo

3.1.3.1. Estructura transversal

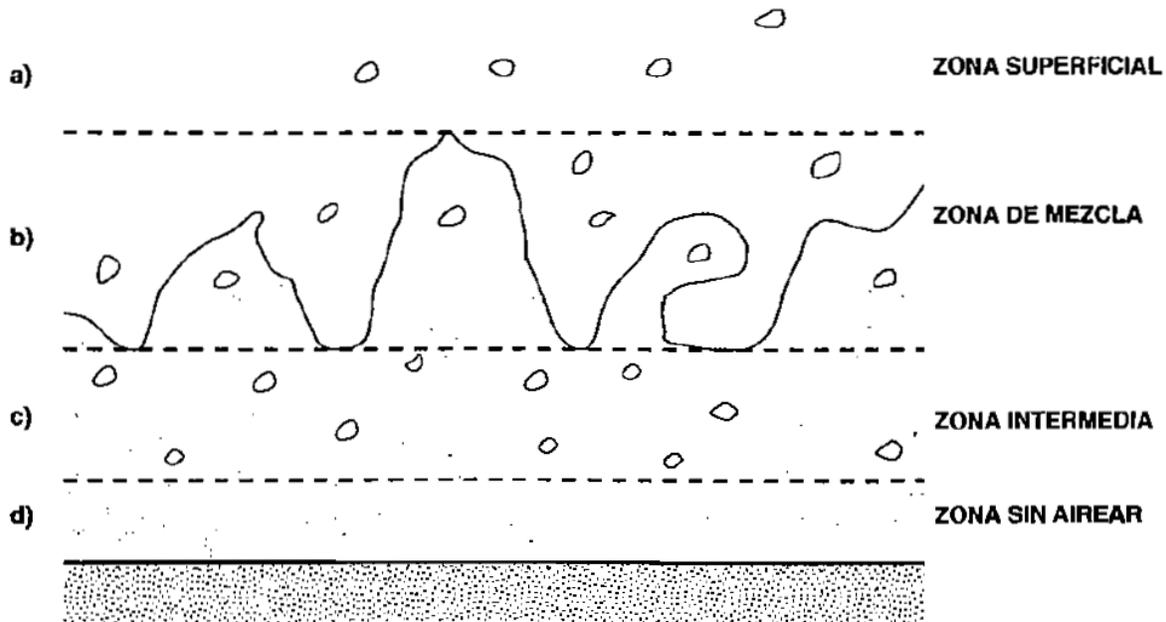


Figura III-1 Estructura transversal de los flujos aireados.

- a) **Zona superficial:** constituye la parte externa del flujo y está formada por aire con gotas de agua.
- b) **Zona de mezcla:** es la región donde se produce la máxima interacción agua-aire. El aire es atrapado por el agua en forma de burbujas y a su vez esta es lanzada al aire.
- c) **Zona intermedia:** se inicia donde la agitación superficial no alcanza.
- d) **Zona si airear:** se presenta cuando la aireación no ha llegado a desarrollarse por completo.

3.1.3.2. Estructura longitudinal

Longitudinalmente los flujos aireados pueden estructurarse en las siguientes zonas:

- 1) **Zona si aireación:** la turbulencia no es la necesaria para provocar el arrastre de aire, comenzando éste cuando la capa límite alcanza la superficie del fluido ("Punto crítico").
- 2) **Zona de aireación gradual:** el aire va penetrando en el agua sin que exista equilibrio entre el que entra y el que abandona la corriente. Se distinguen dos regiones según que el aire no haya llegado o si a la solera: "aireación parcial" y "aireación total".
- 3) **Zona de aireación uniforme:** la concentración de aire permanece constante mientras no se produzcan variaciones en la geometría de la rápida. Existe equilibrio entre el aire que entra y el que sale del flujo.

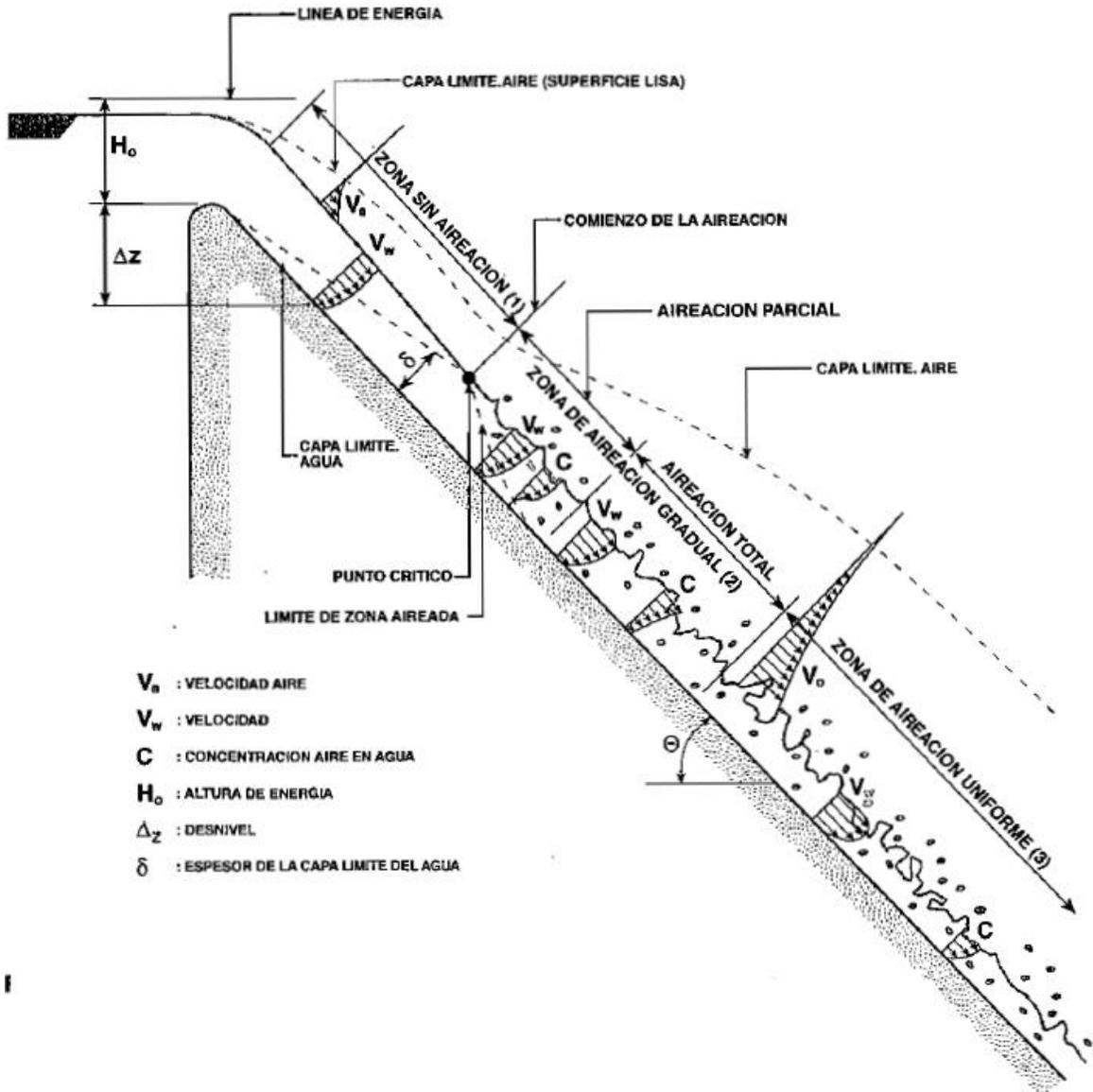


Figura III-2 Estructura longitudinal de los flujos aireados.

3.1.4. Zona sin aireación – Punto crítico

El proceso de aireación no se inicia hasta que a capa límite alcanza la superficie del agua, situación a partir de la cual este elemento pierde su apariencia cristalina para volverse blanco. Esto, de forma simplificada, se considera tiene lugar en un punto denominado “Crítico”. Sin embargo, dada la irregularidad del contorno de la capa límite y de la superficie del agua, en realidad la aireación comienza un poco antes de dicho punto, existiendo también aguas abajo del mismo zonas en las que el proceso aún no se ha iniciado.

La posición del Punto Crítico y las características del flujo en el mismo tirante y velocidad son principalmente función de la pendiente del aliviadero, de su rugosidad y del gasto circulante, de manera que incrementos en el gasto suponen desplazamiento del Punto Crítico hacia aguas



abajo; y por el contrario aumentos en la rugosidad, difíciles de conseguir en la práctica, lo mueven hacia aguas arriba. La influencia de la pendiente es menor que la de la rugosidad o caudal. En el caso de canales de descarga estrechos las capas límites laterales que se forman en los cajeros hacen que la aireación se produzca antes. Lo mismo ocurre en las proximidades de las pilas, cajeros o junto a posibles obstáculos interpuestos en la corriente.

3.1.5. Zona de aireación uniforme

3.1.5.1. Concentración de aire: media (\bar{C}) y de fondo (C_0)

Concentración media (\bar{C})

Las fórmulas propuestas para calcular la concentración media (\bar{C}) son muy numerosas, pudiéndose destacar las de (Hall, 1943), (Douma, 1943), (Falvey H. , 1990), (Wood, 1991). En general la disparidad de resultados entre ellas es notable según puede apreciarse en el ejemplo de la Figura III-3. Esto es achacable tanto al proceso de obtención de estas como a sus rangos de validez y a que cada autor calcula C refiriéndose a un cierto valor del calado característico (h_c)

Distribución [$C(y)$] y concentración en el fondo (C_0)

La distribución transversal de la concentración de aire [$C(y)$] ha sido determinada, a efectos prácticos, por (Wood, 1991) y la concentración en el fondo (C_0), de tanto interés en relación con la cavitación, puede calcularse, entre otras, mediante las expresiones propuestas por (Hager, 1991):

$$C_0 = 1.25 \left(\frac{\pi}{180} \theta \right)^3; \quad 0^\circ \leq \theta \leq 40^\circ \quad (\text{III.1})$$

$$C_0 = 0.65 \text{sen}(\theta); \quad 40^\circ < \theta < 80^\circ \quad (\text{III.2})$$

De los trabajos de este autor se deduce que concentraciones en el fondo del 7–8% , con las que, como ya se ha indicado, prácticamente no existen daños por cavitación, requieren concentraciones medias en la rápida del 30% y pendientes superiores a 21°. Estas cifras deben considerarse de modo orientativo y con plena validez únicamente en la zona de aireación uniforme.

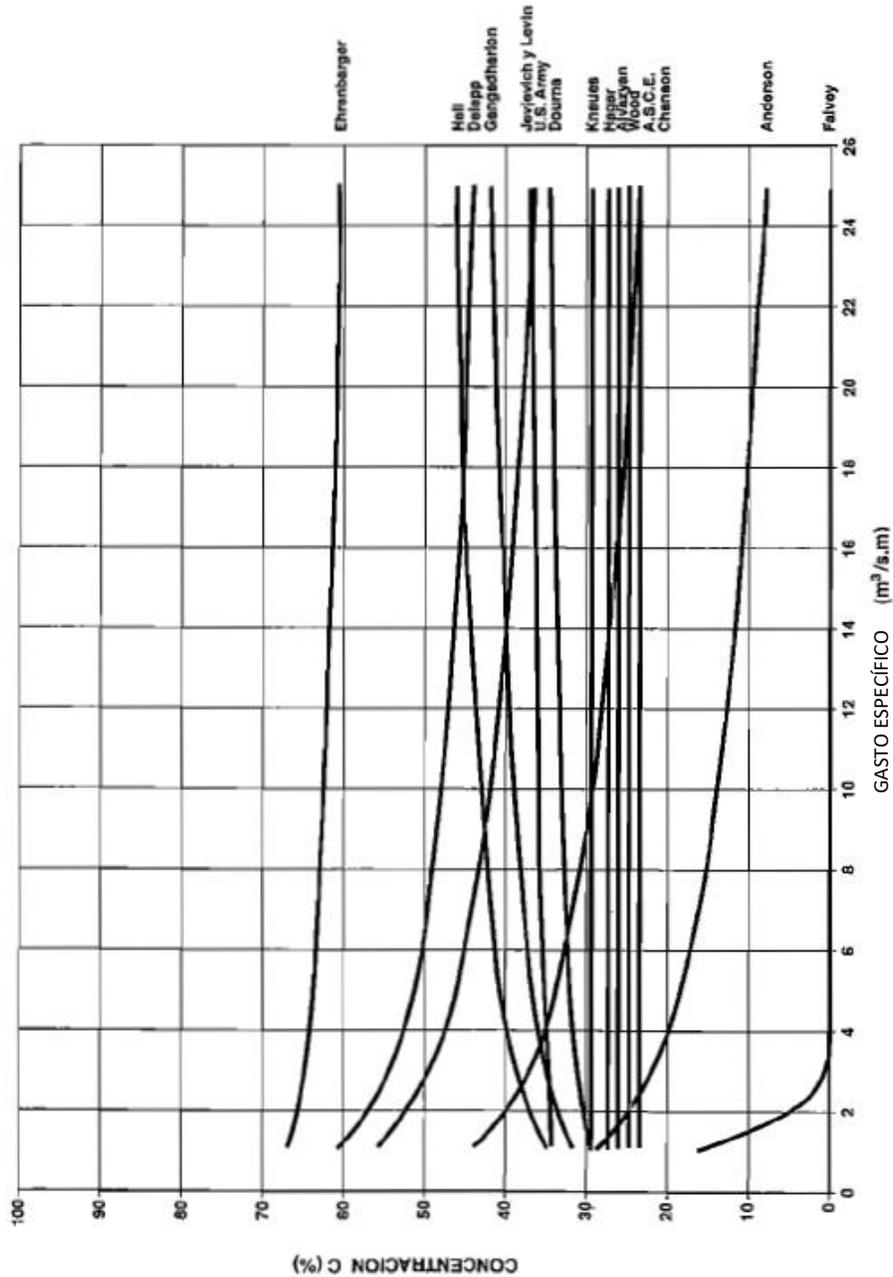


Figura III-3 Zona de aireación uniforme. Concentración media (C). Comparación de fórmulas.

3.1.5.2. Fricción, tirante y velocidad

Fricción

En relación con la fricción, (Wood, 1991) comprobó que el cociente entre el coeficiente de Darcy-Weisbach del flujo aireado “equivalente” (f_w) y del flujo sin airear (f) depende únicamente de la concentración media (\bar{C}) según se indica en la curva de la figura, la cual puede aproximarse con

la expresión (ICOLD, 1992), apreciándose como para valores de $\bar{C} > 30\%$ la disminución de f_w es ostensible.

$$\frac{f_w}{f} = \frac{1}{1+10\bar{C}^4} \quad (III.3)$$

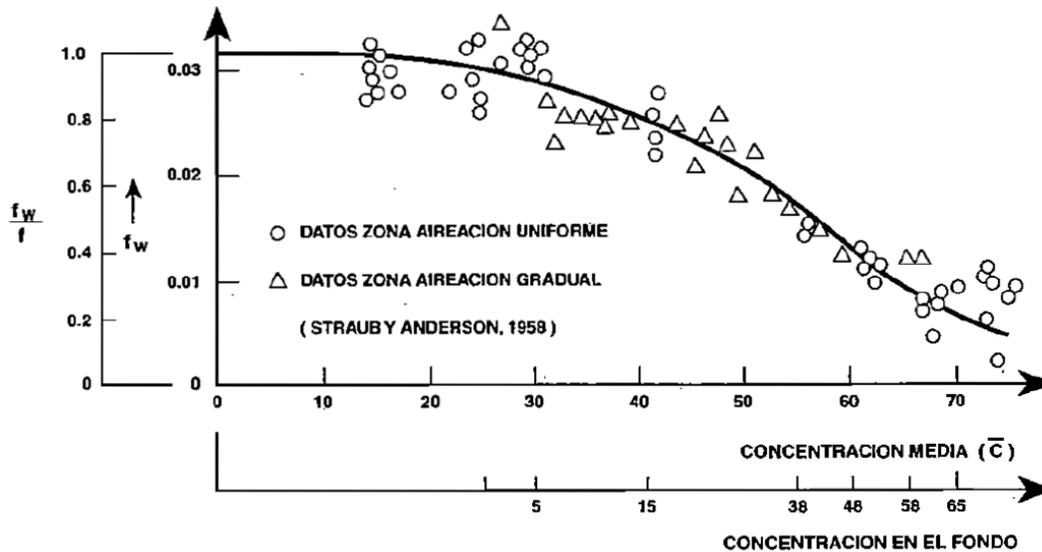


Figura III-4 Flujos aireados, variación del coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach con la concentración media de aire.

En lo que se refiere al coeficiente de rugosidad de Manning, el (U.S.B.R., 1977) propone adoptar el valor de 0.018 para dimensionar los cajeros de la rápida y 0.008 cuando se trata de las estructuras de disipación de energía.

Tirantes

El cálculo del tirante emulsionado (h_c) o del tirante característico (h_c) se realiza mediante la Ecuación I.4, el cual el tirante equivalente de agua (h_w) se determina de forma análoga a como se hace en el movimiento uniforme no aireado, adoptando el coeficiente de fricción “equivalente” (f_w).

Velocidad

La velocidad media de la mezcla (\bar{V}) es: q/h_w



3.2. Aireación artificial

3.2.1. Consideraciones generales

De entre las distintas opciones posibles para luchar contra la cavitación destaca la aireación artificial de la corriente. Con esta alternativa, en las zonas con riesgo de cavitación ($\sigma < 0.2 - 0.25$) y cuando la aireación natural no sea la suficiente para que en la solera se alcance concentraciones del 7–8%, se construyen dispositivos de aireación “aireadores”, los cuales succionan aire introduciéndolo en el flujo para así alcanzar dichas concentraciones.

Con los conocimientos actuales, que distan mucho de ser completos, el diseño de estos dispositivos ha de realizarse en una primera etapa en base a las formulaciones propuestas por diversos investigadores y a las reglas de buena práctica deducidas de las realizaciones existentes. Posteriormente su funcionamiento debe comprobarse en modelo reducido, requiriéndose para ello escalas grandes -1:20, 1:15 o mayores (May, 1987) e incluso en prototipo.

Los primeros aireadores se instalan en los años 60 en las presas norteamericanas de Grand Coulee, Yellowtail y otras, así como en las Soviéticas de Brask y Nurek. Posteriormente en los 70 sobresalen las de Mica (Canadá) y Toktogul (URSS) y San Roque (Filipinas). Mas recientemente el empleo de estos dispositivos se ha generalizado notablemente en las grandes presas.

3.2.2. Tipos de aireadores

Pueden considerarse tres tipos básicos: rampas, escalones y ranuras. En la práctica ninguno de ellos aisladamente satisface por completo los requisitos que se le exigen a estos dispositivos -suministro suficiente y homogéneo de aire, y generación de perturbaciones pequeñas en el flujo-, por ello suelen utilizarse de forma conjunta. Estos elementos se complementan, en muchos casos, con conductos de aducción de aire situados en los cajeros o en las pilas del vertedor.

Las ranuras, frecuentemente en los túneles y aguas debajo de las compuertas, presentan riesgos de potenciales anegamientos para gastos bajos, por lo que conviene dotarlas del correspondiente drenaje. Los escalones que contribuyen a subsanar este problema son adecuados con pendientes suaves ($< 20^\circ - 30^\circ$) y perturban el flujo menos que las rampas, aunque suministran menos aire que éstas. Son usuales rampas con alturas de 0.1 a 1 m y ángulos de 5° a 15° . La altura de los escalones suele variar entre 0.5 y 2 m. La profundidad de las ranuras oscila entre 0.20 y unos 2 m y su ancho entre 1 y 2 m.

En la Figura III-5 y Figura III-6 se presenta una panorámica de las ideas expuestas junto con algunos esquemas de aireadores existentes. (May, 1987), (Pinto N. , 1991) y (Falvey H. T., 1990) facilitan referencias de gran número de estas estructuras.

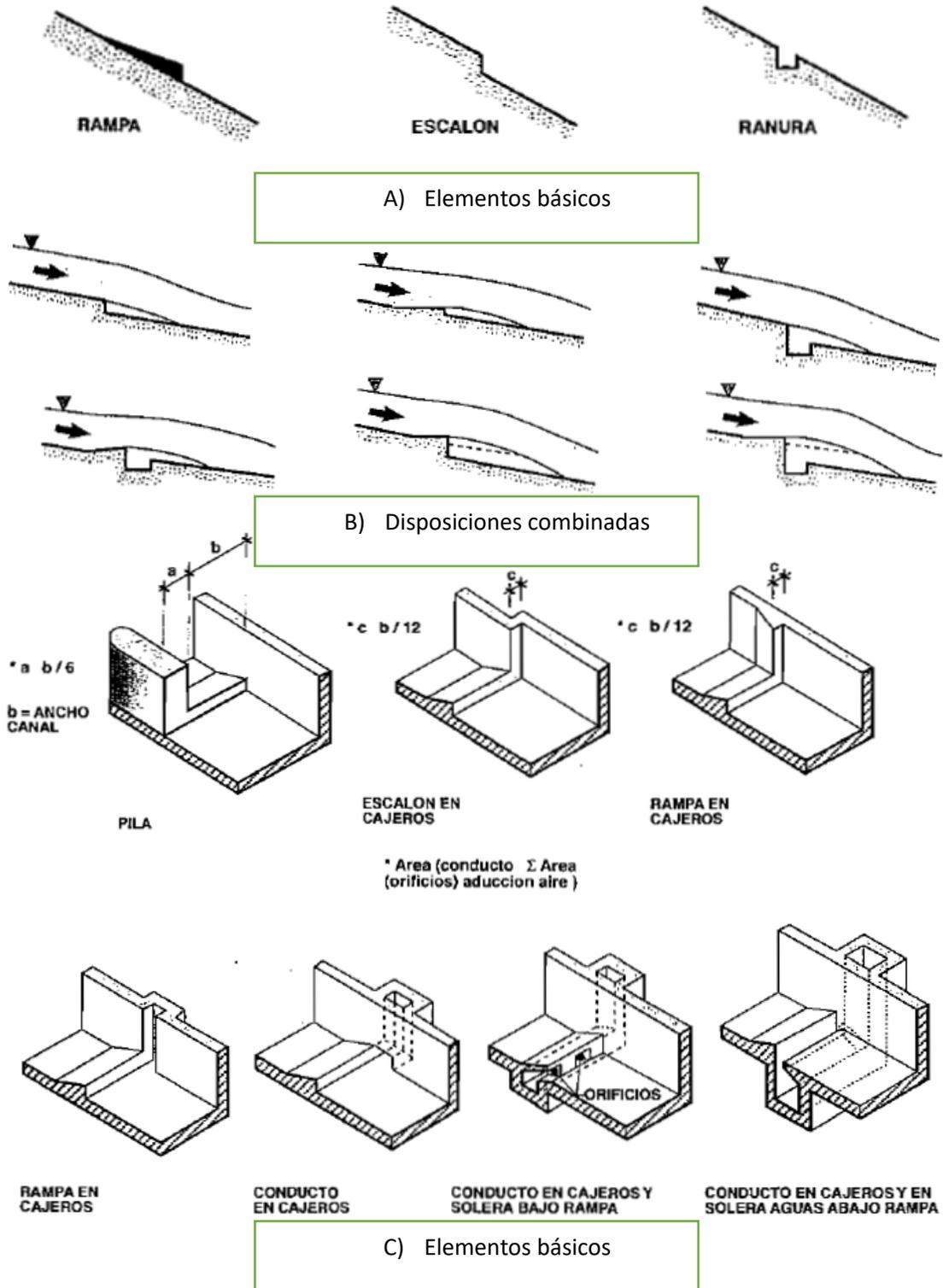


Figura III-5 Sistemas de captación de aire (Falvey H. , 1990).

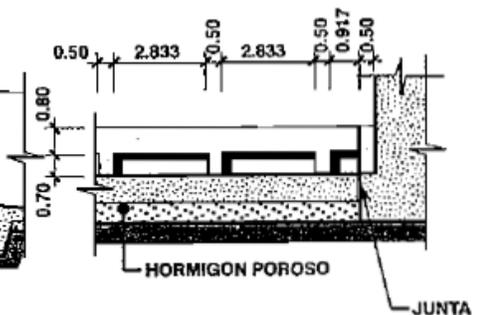
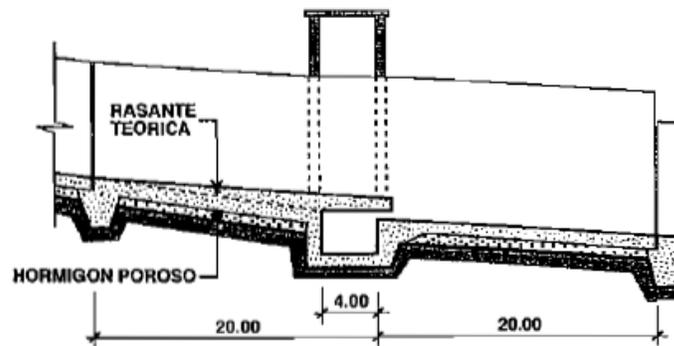
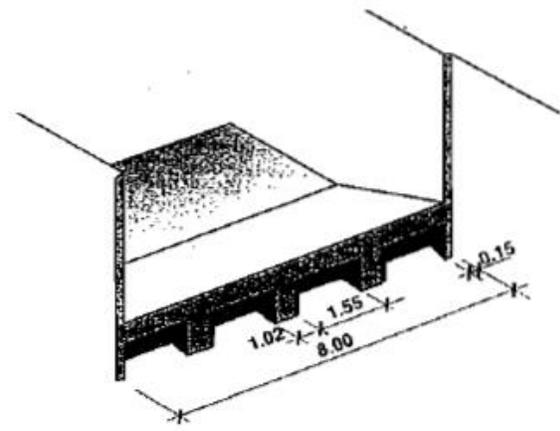
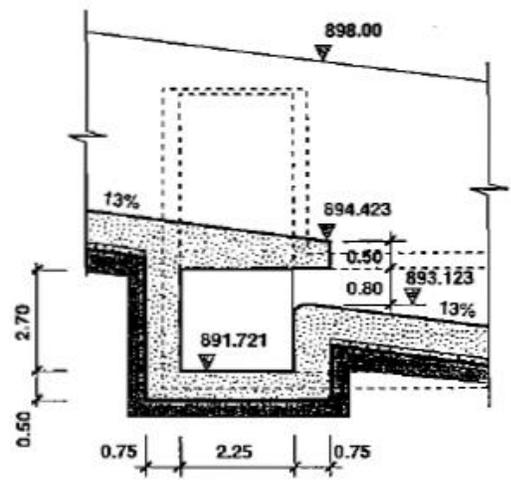
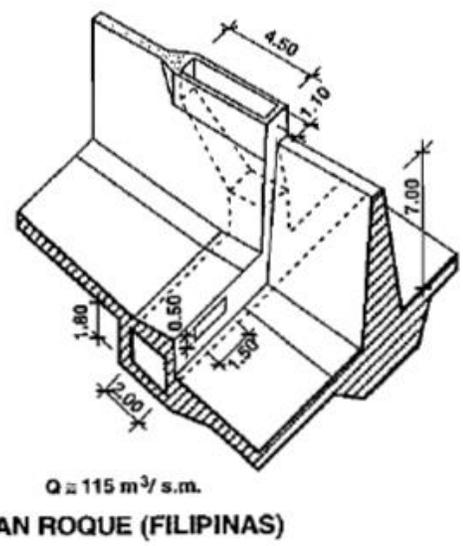


Figura III-6 Aireadores, realizaciones.



3.2.3. Mecanismo de la aireación y estructura longitudinal del flujo

En la Figura III-7 se muestra el proceso de aireación que se producen en un aireador, las diferentes zonas en las que se puede estructurar el flujo y la distribución de presiones y concentraciones en la solera de la rápida.

Dicho proceso se inicia cuando la lámina de agua se despega de la solera al sobrepasar la rampa o el escalón. En este momento aparece una cavidad bajo la corriente sometida a presiones inferiores a la atmosférica y aumenta la turbulencia del flujo, de manera que la diferencia de presión con la atmosférica produce una succión de aire, y la turbulencia, al vencerla tensión superficial del agua, hace que este arrastre el aire succionado produciéndose así la aireación del flujo a través de su contorno inferior. Correlativamente a esta aireación, por la superficie externa de la corriente también se produce un arrastre de aire como consecuencia del incremento de turbulencia mencionado. Entre ambas superficies queda una lengua sin airear que va disminuyendo progresivamente.

A medida que la lámina avanza y se va expandiendo continúa aumentando la turbulencia y el arrastre de aire. Cuando se produce el choque con la solera la turbulencia es máxima y a partir de esta zona de impacto el flujo continúa con movimiento gradualmente aireado, pudiendo alcanzarse o no situaciones de aireación uniforme en las zonas de aguas debajo de forma similar a como ocurre en la aireación natural.

Todo este proceso puede estructurarse en las zonas siguientes:

1. **Zona de aproximación:** La concentración de aire en la solera es nula o insuficiente ($C_0 < 7-8\%$).
2. **Zona de transición:** El flujo es desviado por la rampa (si no existe este elemento desaparece esta zona).
3. **Zona de aireación:** La lámina despega de la solera y se produce el arrastre de aire succionando desde los contornos superior e inferior de la corriente.
4. **Zona de flujo aireado en el fondo:** Se inicia con el impacto de la lámina sobre la solera, produciéndose un brusco cambio de presiones y una desaireación local, posteriormente el aire arrastrado comienza a distribuirse y el flujo agua-aire continúa en régimen de aireación natural.

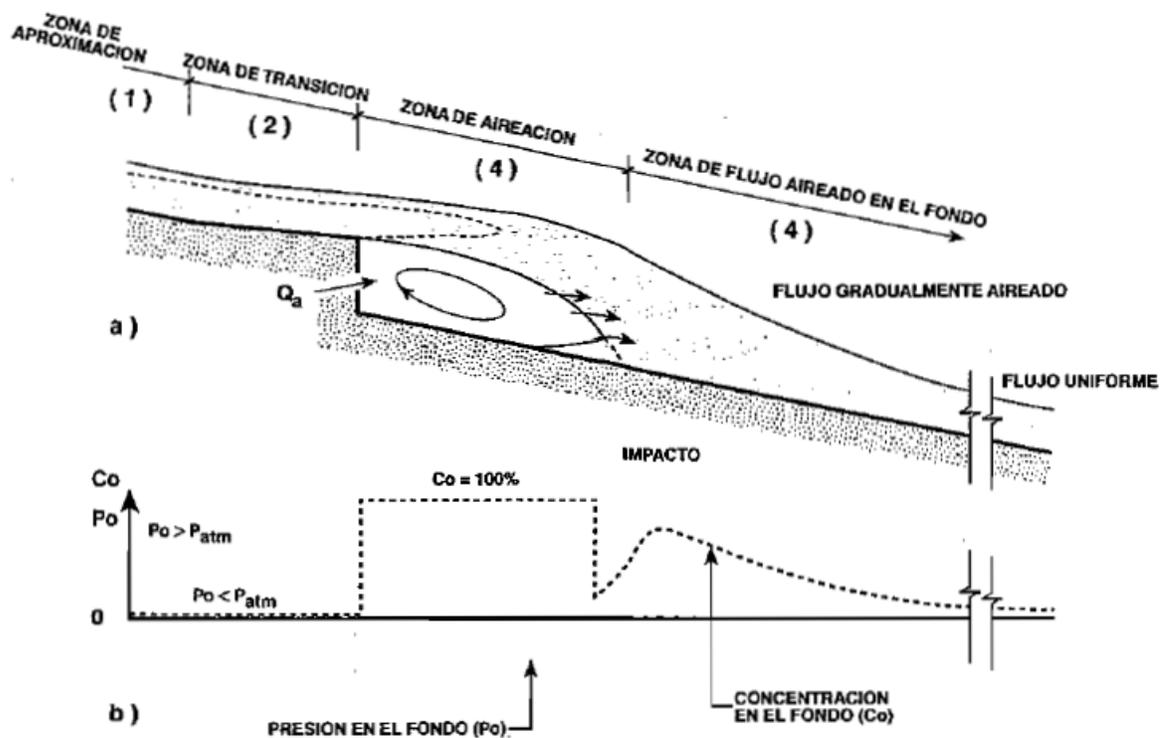


Figura III-7 Estructura longitudinal del flujo en un aireador, distribución de presiones y concentraciones en el fondo.

3.2.4. Zonas de transición y de aireación

Se encuentran en estas dos zonas los elementos -rampa, escalón, ranura y conductos de aducción de aire- cuya conjunción permite conformar el aireador.

3.2.4.1. Rampa – Trayectoria de la lámina

La rampa debe diseñarse de forma que permita la aparición de una cavidad suficientemente grande para así poder suministrar el aire necesario. Para ello se requiere elegir adecuadamente el ángulo y la altura o la longitud de este elemento.

La trayectoria de la lámina, en la que además del ángulo y la altura de la rampa influyen otros factores como son el tirante, la velocidad, la turbulencia del flujo en la zona de aproximación y la presión reinante en la cavidad creada, ha sido objeto de estudio por parte de diferentes autores, pudiéndose destacarse entre otros el trabajo de (Falvey H. T., 1990).

3.2.4.2. Escalón

El escalón, además de determinar junto con la rampa el alcance de la lámina, debe impedir que el aireador quede anegado, convirtiéndose en tal caso en un contraproducente foco de cavitación. Para ello son convenientes recomendaciones de diseño que se indican en la Figura III-8.

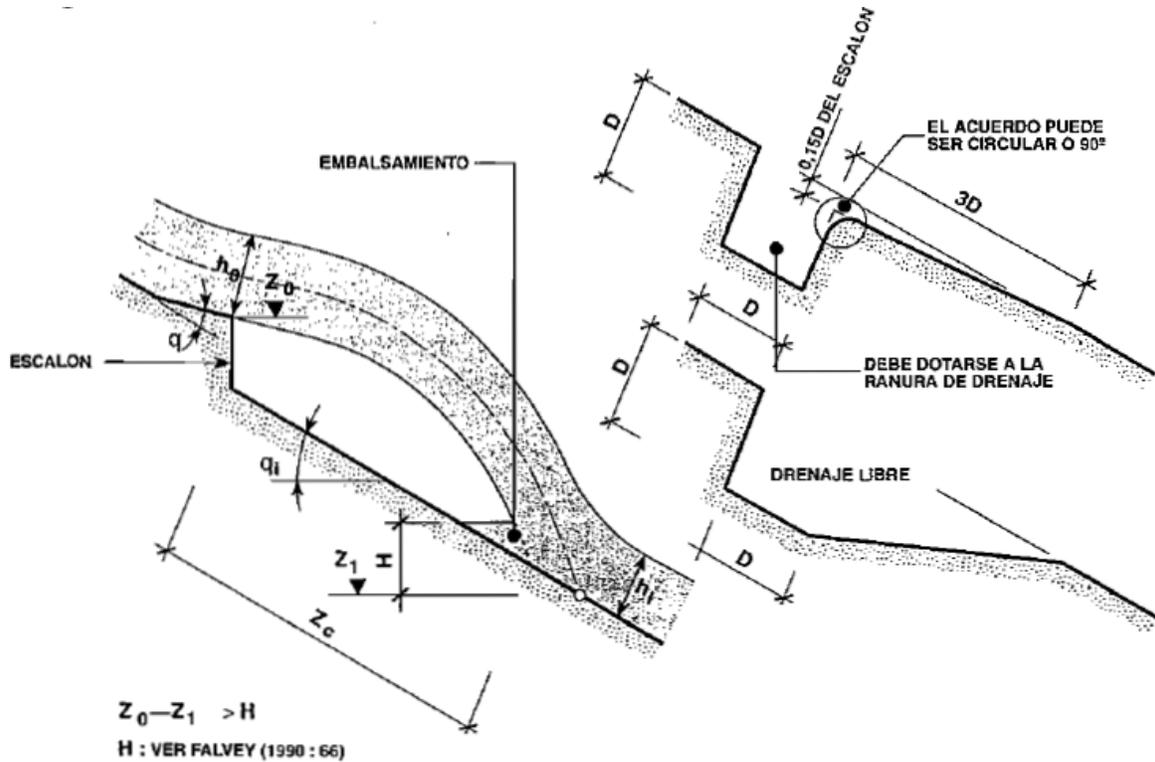


Figura III-8 Aireadores, recomendaciones de diseño de escalones (Falvey H. , 1990).

3.2.4.3. Demanda y suministro de aire – Conductos de aireación

El punto de funcionamiento de un aireador, de forma similar a como ocurre en los bombeos, viene determinado por la intersección de las curvas características correspondientes a la demanda de aire ($\beta = q_a / q_w$) y a la pérdida de carga en el sistema de aducción de aire ($\Delta p = P_{atmosférica} - P_{cavidad}$).

La demanda de aire que el flujo provoca en el aireador depende de la velocidad (V_0) y del tirante (h_0) de la corriente aguas arriba del mismo, de la longitud (L_c) y de la presión de la cavidad formada bajo la lámina (Δp), así como del tipo y geometría del aireador. Destacan entre todos estos factores la longitud de la cavidad (L_c) y la velocidad de la corriente (V_0). La cuantificación de esta demanda ha sido objeto de diversos estudios. (Pinto, Neidert, & Ota, 1982) proponen, de forma aproximada, calcular el caudal específico de aire arrastrado desde la cavidad (q_a) mediante la siguiente fórmula:

$$q_a = cV_0L_c \quad (III.4)$$

En la que el parámetro c adopta valores entre 0.012 y 0.033 dependiendo del sistema de aducción de aire que se considere. Otros métodos más completos son los propuestos por (Glazov, 1985) o por (Rutschmann & Hager, 1990).



El dimensionamiento de los conductos de aducción se realiza aplicando los teoremas de la conservación de la energía y de la continuidad. Suele considerarse el aire como un fluido incompresible y, al objeto de evitar depresiones excesivas, ruidos y vibraciones, se adopta, secciones tales que la velocidad máxima esté comprendida entre los 30 a 45 m/s y la depresión entre 0.5 a 2 $m.c.a.$ por debajo de la presión atmosférica.

3.2.5. Zona de flujo aireado en el fondo

A lo largo de esta zona, en la que el régimen es de aireación natural, se produce por un lado la pérdida progresiva del aire introducido por el aireador y por otro la ganancia o pérdida del que, por efecto de la aireación natural sea arrastrado desde la superficie de la lámina. El predominio de ganancias frente a pérdidas o viceversa determina que aguas abajo del aireador en el flujo incremente su grado de aireación o que vaya reduciéndose. En el primer caso no serán necesarios aireadores sucesivos, mientras que en el segundo caso, cuando la concentración en el fondo sea inferior a 7–8% y el número de cavitación menor que 0.2–0.25 se requerirá un nuevo dispositivo de aireación.

De estas consideraciones, y teniendo en cuenta la Ecuación III.1 y Ecuación III.2 propuestas por (Hager, 1991) para calcular la concentración de fondo (C_0), se infiere, a modo de orientación, que para pendientes inferiores a 20° varios aireadores pueden ser necesarios, mientras que para pendientes superiores a 30° no se necesitarán estos dispositivos, pues la aireación natural es suficiente para proteger la solera contra la cavitación, salvo que se requiera que el arrastre de aire comience en el origen de la rápida, en cuyo caso deberá colocarse un aireador en esta zona.

Ordenes de magnitud sobre las pérdidas de aire aguas debajo de un aireador referidas a la concentración media (\bar{C}) son: 0.4 a 0.8% por metro de rápida en el caso de tramos con pendiente constante y 1.2 a 1.5% por metro, si el tramo es cóncavo. Si las pérdidas se refieren a la concentración en el fondo (C_0) los valores oscilan entre 0.15–0.20% por metro, habiéndose llegado a medir en algún caso hasta 2.6% por metro.



CAPÍTULO IV. MODELO FÍSICO Y MATEMÁTICO

4.1. Modelo físico

El P.H. Luis Donaldo Colosio (Huites) mostrado en la Figura IV-1, se encuentra en el límite norte del estado de Sinaloa. Este consta de una cortina de 166 m de altura y su obra de excedencias está formada por un vertedor doble que tiene una plantilla con un tramo parabólico y una cubeta circular, Figura IV-2. En su diseño el vertedor se dividió en siete secciones con el fin de encontrar las zonas más críticas, con respecto al fenómeno de la cavitación. Los aireadores que se implementaron en las secciones 3 y 5 del vertedor, son del tipo escalón-rampa, donde la inyección de aire se produce por ductos colocados en las paredes laterales del vertedor. Los gastos para los cuales se diseñó el vertedor prototipo son de 2200 a 9500 m^3 / s (Salinas Vázquez, y otros, 2006).



Figura IV-1 P. H. Luis Donaldo Colosio, Huites, Sinaloa.

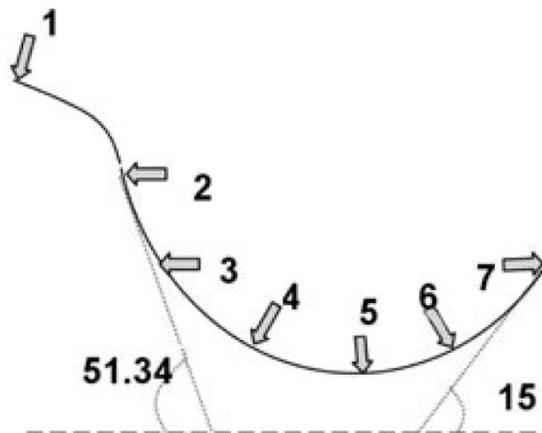


Figura IV-2 Esquema de los vertedores que se muestran en la margen izquierda de la presa (Salinas Vázquez, y otros, 2006).

4.1.1. Configuración del modelo hidráulico

Para estudiar y comprender mejor el funcionamiento de los aireadores, se construyó un modelo 1:21 de uno de los vertedores en el Laboratorio de Hidráulica del Instituto de Ingeniería, UNAM. El vertedor y los aireadores tienen las características mostradas en. Ambos aireadores del modelo son del tipo escalón-rampa. El ducto por donde entra el aire del ambiente al aireador se trata de una ranura en las paredes laterales de sección rectangular de 0.25 m por 0.072 m , para el aireador denominado 5 y de 0.112 m por 0.096 m para el aireador denominado 3. Cabe mencionar que el prototipo final tiene tres aireadores y no dos como en el modelo (Rodal, Carmona, & Estevez, 1996).

4.1.2. Descripción del tipo de aireadores utilizados

El esquema de protección contra cavitación se determinó utilizando la metodología propuesta por (Falvey H. T., 1990), resultando necesario la incorporación de dos aireadores. El prototipo finalmente se construyó con un tercer aireador cuya operación sólo será relevante para el caso en que las compuertas radiales del vertedor operen abiertas parcialmente (Rodal, Carmona, & Estevez, 1996). Se estudiará el únicamente comportamiento del aireador 1, el tipo de aireador seleccionado se muestra en la Figura IV-3 y corresponde a una desviación con una rampa parabólica que separa al flujo de su trazo base un ángulo $\alpha = 4^\circ$ respecto a la trayectoria a radio constante.

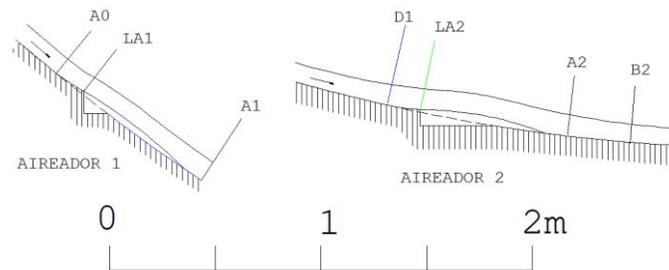


Figura IV-3 Aireadores del modelo (Rodal, Carmona, & Estevez, 1996).

El perfil de la geometría del modelo utilizado se indica en la Figura IV-4. En la Figura IV-5 se muestra un esquema isométrico de la instalación completa (omitiendo los motores y descargas de las bombas de alimentación), donde se pueden observar las dimensiones del modelo (Rodal, Carmona, & Estevez, 1996).

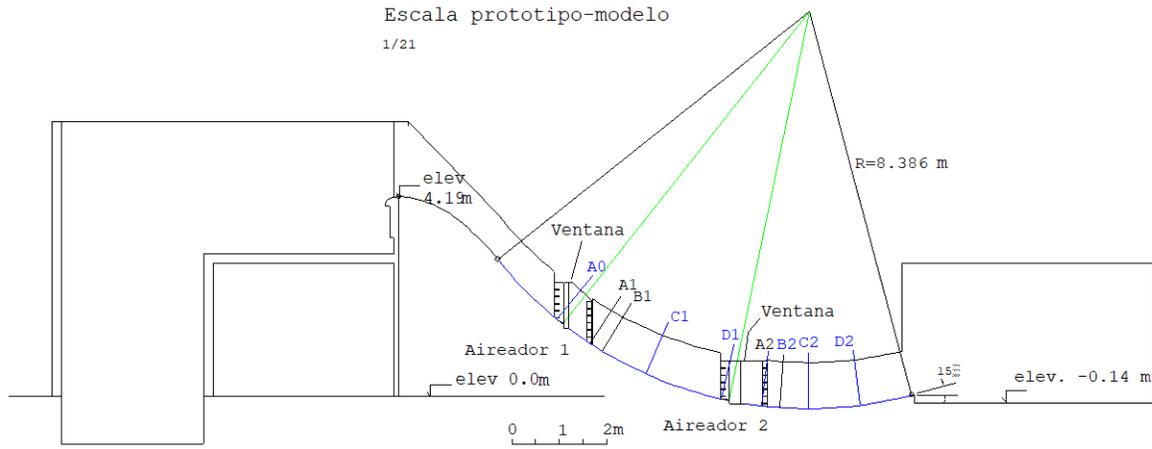


Figura IV-4 Perfil del modelo (Rodal, Carmona, & Estevez, 1996).

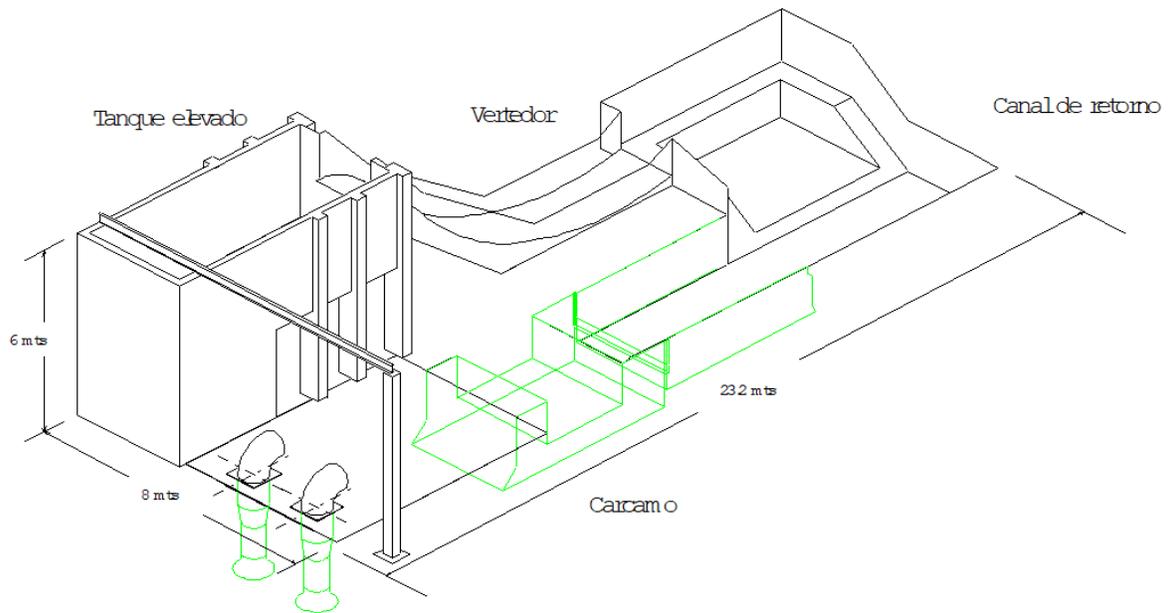


Figura IV-5 Instalación del modelo (Rodal, Carmona, & Estevez, 1996).

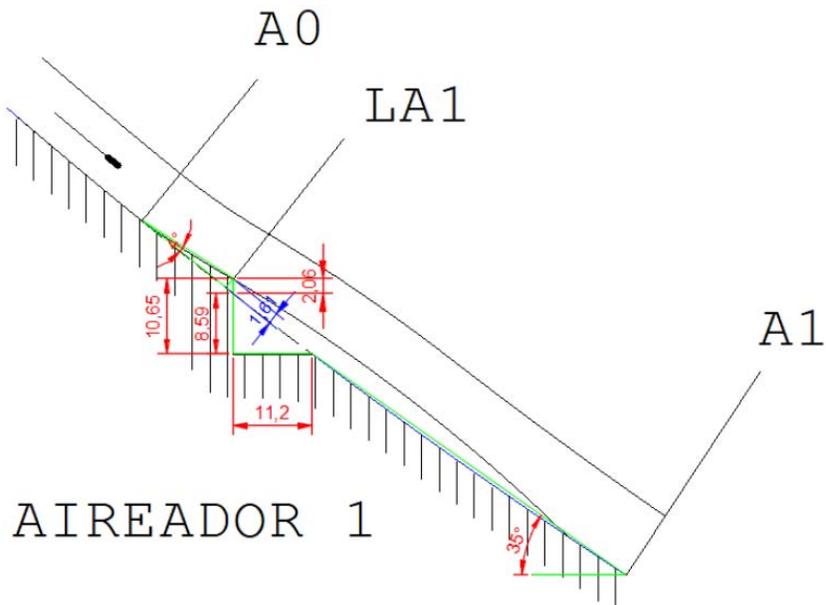


Figura IV-6 Dimensiones del aireador del modelo acotado en centímetros.

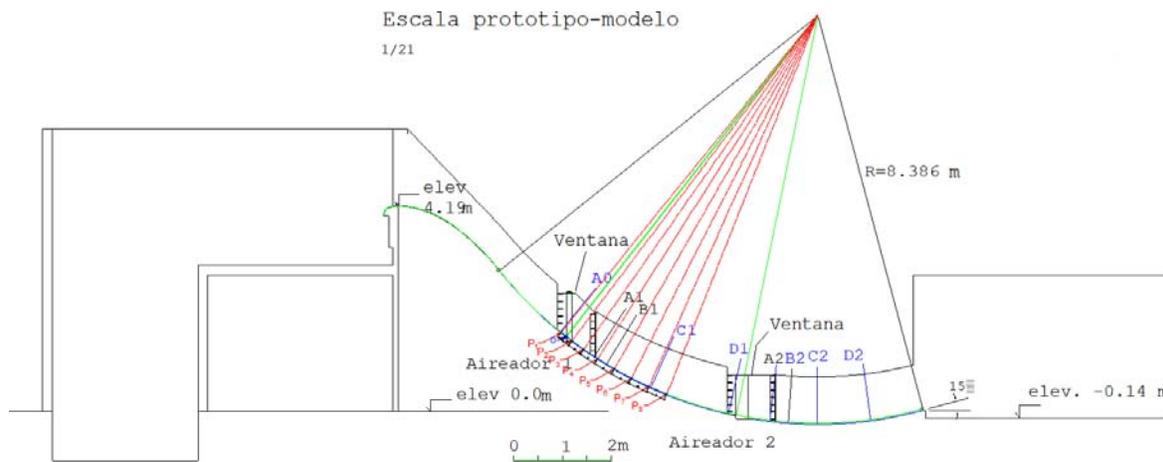


Figura IV-7 Puntos para el análisis de concentración del aire en el modelo.

Para obtener la concentración de aire en la rápida se dividió en 5 zonas y 8 puntos como se muestra en la Figura IV-8, las distancias desde el origen hasta los puntos de estudio se muestran en la Tabla IV-1.

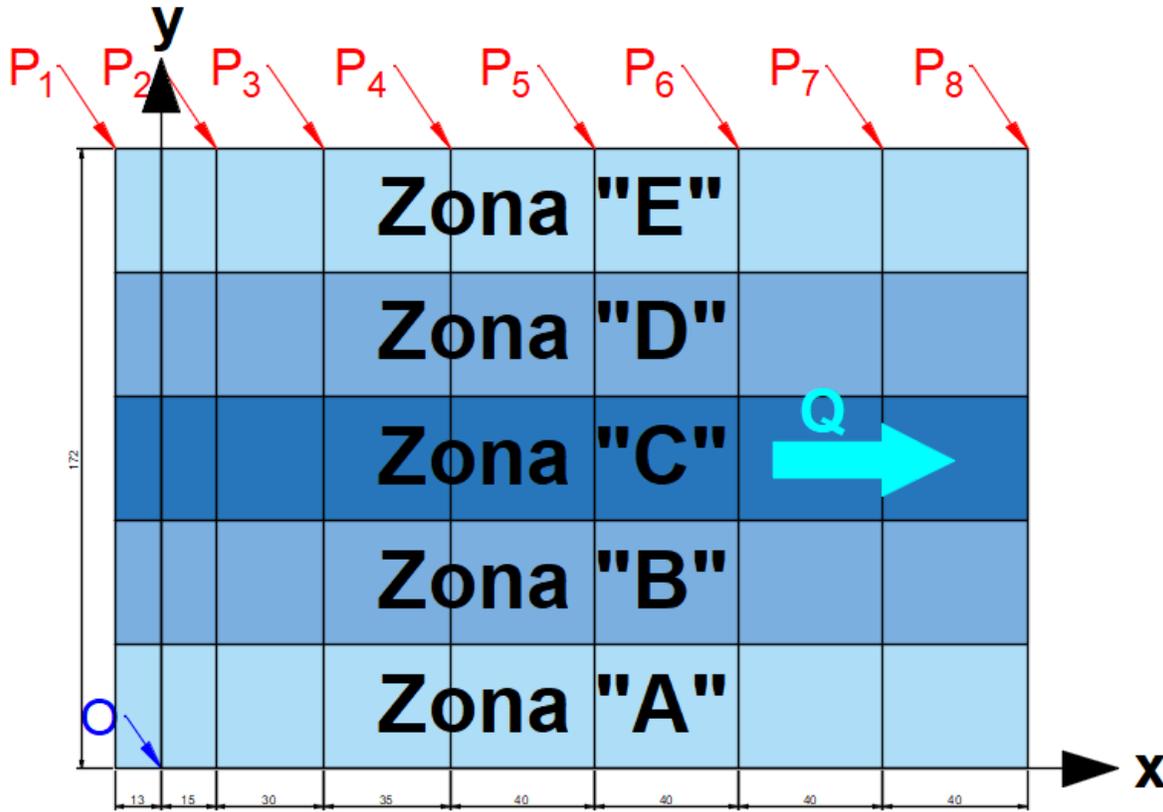


Figura IV-8 Vista superior con las zonas y puntos de estudio acotado en centímetros.

	Puntos de análisis							
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
$x[m]$	-0.13	0.15	0.45	0.80	1.20	1.60	2.00	2.40

Tabla IV-1 Dimensiones de los puntos de análisis.

Para encontrar las concentraciones de aire en la rápida se realizaron 3 ensayos con gastos (Q) de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$, $1 \text{ m}^3 / \text{s}$ y $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$, para cada gasto se midieron las concentraciones de aire en la dirección perpendicular (z) del aireador con tirantes característicos de 7 cm , 11 cm y 16 cm respectivamente (Figura IV-9).

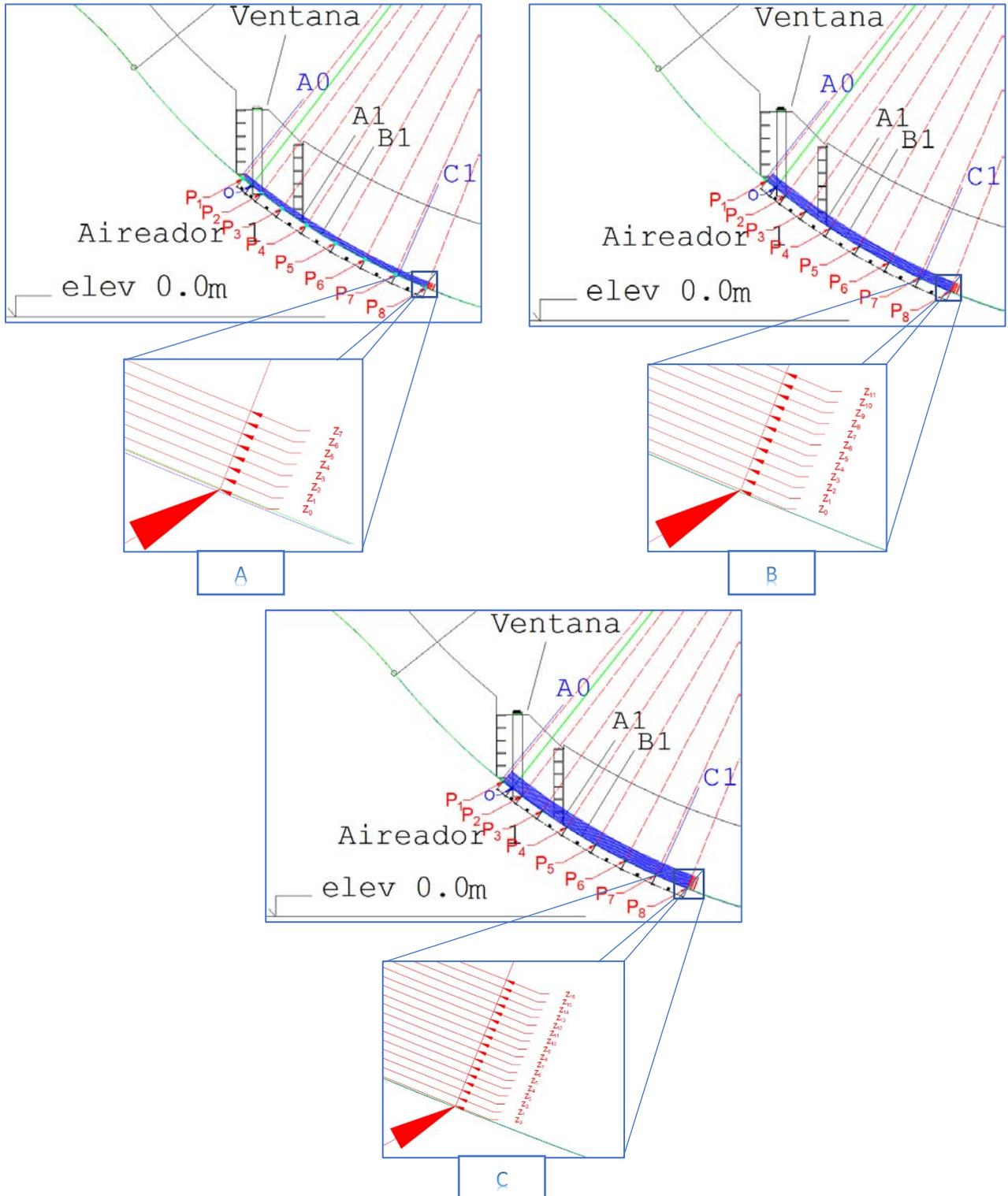


Figura IV-9 Coordenada perpendicular a la rápida (z) para gastos (Q) de A) $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$, B) $1 \text{ m}^3 / \text{s}$ y C) $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$

4.2. Modelos matemáticos

Una expresión analítica exacta para calcular la entrada de aire en el flujo de agua no existe. Sin embargo, la experimentación y el análisis dimensional ha permitido establecer las principales variables que influyen en el proceso.

Para conocer el comportamiento de la concentración de aire en el sentido del eje del conducto, es necesario establecer relaciones que incluyan entre otras variables a la distancia x y el gasto de aire q_a inducido por el aireador.

4.2.1. Modelo matemático (Bai, y otros, 2018)

(Bai, Zhang, Liu, & Wang, 2016) basándose en mediciones sistemáticas y el análisis de 1) la presión inferior de la rampa, 2) el coeficiente de arrastre de aire β (q_a / q_w), y 3) características de las burbujas, se introdujeron cuatro zonas aguas abajo del aireador del canal. Son los siguientes: 1) la zona de cavidad ($0 < x < L$); 2) la zona de impacto ($L < x < L_m$); 3) la zona de equilibrio ($L_m < L_D$); y 4) la zona lejana, donde x es la coordenada en sentido de la corriente, L es la longitud de la cavidad, L_m y L_D son las longitudes específicas.

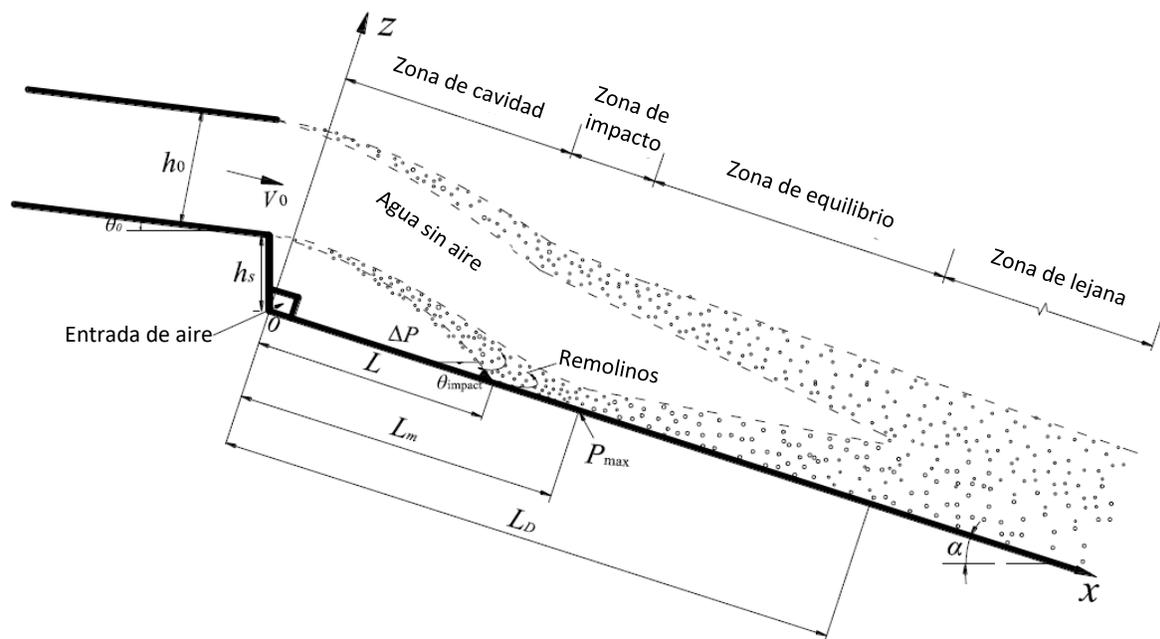


Figura IV-10 Definición de los principales parámetros de la rápida (Bai, y otros, 2018).

Con base a las pruebas realizadas por (Bai, y otros, 2018), se presentó una ecuación integral para calcular las distribuciones de la concentración de aire de cada zona.



4.2.1.1. Zona de cavidad

En la zona de cavidad, los datos de concentración de aire se correlacionan mejor mediante la resolución de la ecuación de difusión (Chanson H. , Air bubble entrainment in turbulent water jets discharging into the atmosphere, 1996).

$$C(x, z) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{z}{2 \sqrt{\frac{D_t}{V_0} x}} \right) \right] \quad (\text{IV.1})$$

Donde:

C = concentración de aire.

V_0 = velocidad media de la burbuja

D_t = coeficiente de difusividad del aire.

(Chanson H. , Air bubble entrainment in turbulent water jets discharging into the atmosphere, 1996) indicó que D_t podría expresarse como la Ecuación IV.2. La función $\operatorname{erf}()$ se define como la Ecuación IV.3.

$$D_t = \frac{V_0 x}{2.5634} \times \left[\tan(V_0^{0.63}) \right]^2 \quad (\text{IV.2})$$

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-t^2) dt \quad (\text{IV.3})$$

4.2.1.2. Zona de impacto y de equilibrio

En la investigación hecha por (Bai, y otros, 2018) muestra la Ecuación IV.4 para encontrar la concentración de aire en la zona de impacto ($L < x < L_m$) y en la zona de equilibrio ($L_m < x < L_D$). (Bai, Zhang, Liu, & Wang, 2016) encontraron que la gran cantidad de aire arrastrado a lo largo del chorro inferior en la zona de cavidad fue arrastrada sólo parcialmente en el flujo. Más abajo, este aire arrastrado permaneció invariable sobre una distancia particular y generó un especial flujo de corte turbulento aire-agua. (Pfister & Hager, Self-entrainment of air on the stepped spillways, 2011b) encontraron que la concentración de aire en la parte inferior se reduce drásticamente a lo largo de la región de la reinserción. (Chanson H. , Predicting oxygen content downstream of weirs,



spillways and waterways, 1995) mostró que las distribuciones de concentración de aire exhibieron un pico en la región de corte turbulento.

$$C(x, z) = C_m \times \exp\left(-0.1\left(\frac{z - z_m}{\Delta z_{C0.85}}\right)^2\right) \quad (\text{IV.4})$$

Donde:

C_m = concentración máxima de aire en la región de la capa de corte turbulento-medida a una distancia z_m desde la parte inferior.

$\Delta z_{C0.85}$ = distancia entre C_m y $0.85C_m$.

En la zona de impacto ($L < x < L_m$), el análisis de datos realizado por (Bai, y otros, 2018) indicaron que los valores de C_0 , C_m , z_m , y $\Delta z_{C0.85}$ son obtenidos como:

$$C_0 = 0.1(V_0 + 0.2) \quad (\text{IV.5})$$

Donde:

C_0 = sección de concentración máxima de aire en $x = L$.

$$\frac{C_m}{C_0} = \left(1 - \frac{x - L}{L}\right)^{1.9F_0 - 1.4} \quad (\text{IV.6})$$

$$\frac{z_m}{h_0 + h_s} = 1.08 \frac{L_m - x}{L_m} + 0.085 \quad (\text{IV.7})$$

$$\frac{\Delta z_{C0.85}}{h_0} = 0.023 \frac{x - L}{L} + 0.038 \quad (\text{IV.8})$$

En la zona de equilibrio ($L_m < x < L_D$), los datos analizados por (Bai, y otros, 2018) indicaron que los valores de C_m , z_m , y $\Delta z_{C0.85}$ son obtenidos como:

$$\frac{C_m}{C_{0,x=L_m}} = \left(\frac{x}{L_m}\right)^{-0.31F_0 + 0.55} \quad (\text{IV.9})$$



$$\frac{z_m}{h_0 + h_s} = 0.092 \frac{x - L_m}{L_m} + 0.032 \quad (\text{IV.10})$$

$$\frac{\Delta z_{C0.85}}{h_0} = 0.094 \frac{x - L_m}{L_m} + 0.038 \quad (\text{IV.11})$$

Donde $C_{0,x=L_m}$ = sección de concentración máxima de aire en $x = L_m$.

Para encontrar la longitud de cavidad, muchos investigadores han dado varios métodos para calcularlo (Wu & Ruan, 2008) y (Pfister & Hager, Chute aerator I: air transport characteristics, 2010a), ver Tabla IV-2.



Referencia	Ecuación de la longitud de la cavidad	Observación 1	Observación 2
(Pan et al, 1980)	$\frac{L}{h} = BC \sqrt{\frac{F^2 \cos(\alpha - A\theta)}{\cos^2(\alpha)}} \left[\sin(A\theta) + \sqrt{\sin^2(A\theta) + \frac{2g(t_r + 0.5h)}{V_0^2} \cos(\alpha) + \frac{t_r + 0.5h}{h} \tan(\alpha)} \right]$	<p>A es el factor de corrección del ángulo de emergencia; B y C son los factores de pérdida y conversión de la longitud de cavidad, respectivamente. A, B y C se obtienen de gráficas.</p>	Independiente del efecto de α_1 y α_2 .
(Rutschmann & Hager, 1990)	$L = \frac{F^2 \theta' h}{\cos(\alpha)} \left[1 + \sqrt{\frac{2(t_r + t_2) \cos(\alpha)}{(\theta' F)^2 h}} \right] (1 - 0.4 \sqrt{F_N})$	$\theta' = \theta \sqrt{\frac{\tanh\left(\frac{t_r}{h\theta}\right)}{h\theta}}$	Simple pero independientemente del efecto de α_1 y α_2 .
(Ni, 1993)	$\bar{\theta} = \theta' + \alpha_2 - \alpha_1 > 0$ $L = V_0 (t_1 + t_2) \cos(\bar{\theta}) + \frac{1}{2} g (t_1 + t_2)^2 \sin(\alpha_2) - \frac{0.28 F h}{2 \sin[\tan^{-1}(2y_{\max} / L_2)]}$ $\bar{\theta} = \theta' + \alpha_2 - \alpha_1 \leq 0$ $L = V_0 t_1 \cos(\bar{\theta}) + 0.5 t_1^2 \sin(\alpha_2) - 0.28 \frac{F h}{2 \sin(\beta)}$	$t_1 = \frac{V_0 \sin(\bar{\theta})}{g(\cos(\alpha_2) + P_N)}; t_2 = \sqrt{\frac{2(t_r + t_2 + V_0 t_1 \sin(\bar{\theta}))}{g(\cos(\alpha_2) + P_N)} - t_1^2}$ $L_2 = L_1 - L_3; \theta' = \theta \sqrt{\frac{\tanh\left(\frac{t_r}{h\theta}\right)}{h\theta}}$ $L_1 = V_0 (t_1 + t_2) \cos(\bar{\theta}) + \frac{1}{2} g (t_1 + t_2)^2 \sin(\alpha_2)$ $L_3 = V_0 t_1 \cos(\bar{\theta}) + 0.5 t_1^2 \sin(\alpha_2)$ $y_{\max} = 0.5 g (\cos(\alpha_1) + P_N) t_2^2$	Incluyendo varios factores, pero complejos.
(Chahson, 1995)	$L = V_0 T \cos(\theta) + \frac{1}{2} g T^2 \sin(\alpha)$	$T = \frac{V_0 \sin(\theta)}{g(\cos(\alpha) + P_N)} \left[1 + \sqrt{1 + 2(t_r + t_2) \frac{g(\cos(\alpha) + P_N)}{(V_0 \sin(\theta))^2}} \right]$	Independiente del efecto de α_1 y α_2 .
(Yang, Chen C. Z., & Yu, 1996)	$L = V_1 T \cos(\theta') + \frac{1}{2} g (\sin(\alpha) - 0.00625 F^2) T^2$	$V_1 = 0.908 V_0; \theta' = \theta \sqrt{\frac{\tanh\left(\frac{t_r}{h\theta}\right)}{h\theta}};$ $T = \frac{V_1 \sin(\theta')}{g(\cos(\alpha) + P_N)} \left[1 + \sqrt{1 + 2(t_r + t_2) \frac{g(\cos(\alpha) + P_N)}{(V_1 \sin(\theta'))^2}} \right]$	Simple pero independientemente del efecto de α_1 y α_2 .
(Wu, 2008)	$\frac{L}{h_0} = 0.77 F_0 (1 + \sin(\theta))^{1.5} \left[\sqrt{\frac{t_r + t_2}{h_0}} + F_0 \tan(\alpha) \right]$	$0 < L / h_0 < 50$	
(Kökçüner & Gögüs, 2002)	$\frac{L_{jet}}{h} = 0.28 F_0^{1.75} (1 + \theta)^{0.22} \left(\frac{t_r + t_2}{y} \right)^{0.44} \left(1 + \tan(\alpha) \frac{A_b}{A_w} \right)^{-0.087}$	$A_b = \text{área del aireador.}$ $A_w = \text{área del flujo de agua.}$	

Tabla IV-2 Algunas ecuaciones para encontrar la longitud de la cavidad.



El análisis de datos mostró que L_m / L aumentaba con Fr_0 , que podría expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{L_m}{L} = 1 + 0.026Fr_0 \quad (IV.12)$$

Donde:

Fr_0 = número de Froude.

4.2.2. Modelo matemático (Kramer, 2004)

(Kramer, 2004) propone la Ecuación IV.13 para calcular la concentración de aire en el fondo de la rápida considerando los efectos del número de Froude y de la pendiente de la rampa, para encontrar el valor de C_{b0} se realizaron 4 pruebas en un canal con pendientes de $S_0 = 0\%$, 10% , 30% y 50% , con un número de Froude que varía de $4.5 \leq Fr_0 \leq 14.4$, cerca del aireador $X_{90u} \approx 0$ se obtuvo una concentración $C_{b0} \approx 5\%$ como se observa en la Figura IV-11.

$$C_b = C_{b0} e^{-(7.2*0.006^{S_0} + 6.6)Fr_0^{-2.50}X_{90u}}; \quad C_{b0} \geq C_b \geq C_{b,\min} \quad (IV.13)$$

Donde:

C_{b0} = concentración de aire en la parte inferior aguas arriba.

Fr_0 = número de Froude.

X_{90u} = distancia adimensional x / h_{90u} .

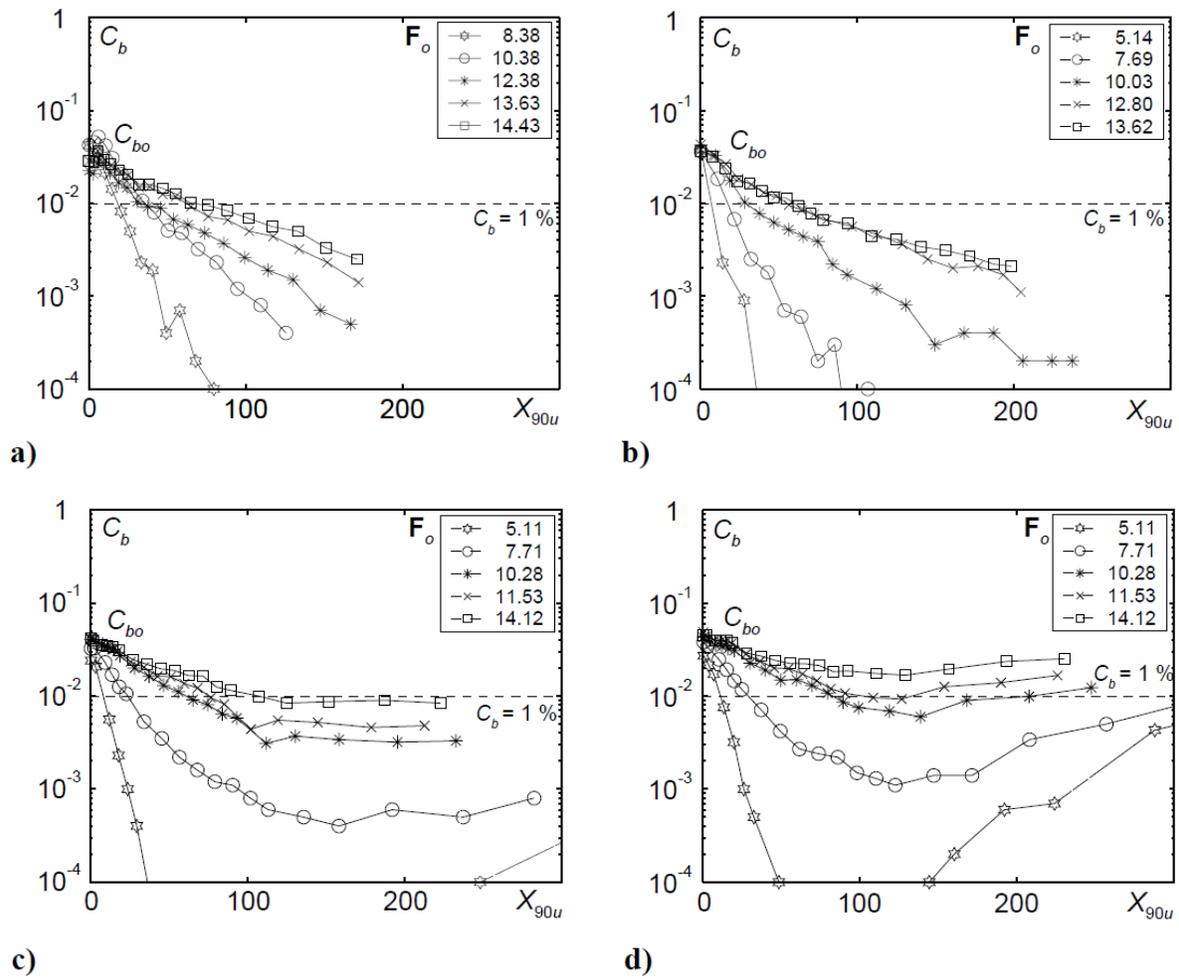


Figura IV-11 Concentración de aire en el fondo C_{b0} en función de la distancia adimensional X_{90u} para varias pendientes a) $S_0 = 0\%$, b) $S_0 = 10\%$, c) $S_0 = 30\%$, y d) $S_0 = 50\%$ (Kramer, 2004).

En la Figura IV-12 se muestran los mismos datos en forma semilogarítmica en donde la pendiente de las rectas que está en función del número de Froude obedece a la Ecuación IV.14.

$$C_b = C_{b0} e^{-mX_{90u}} \quad (IV.14)$$

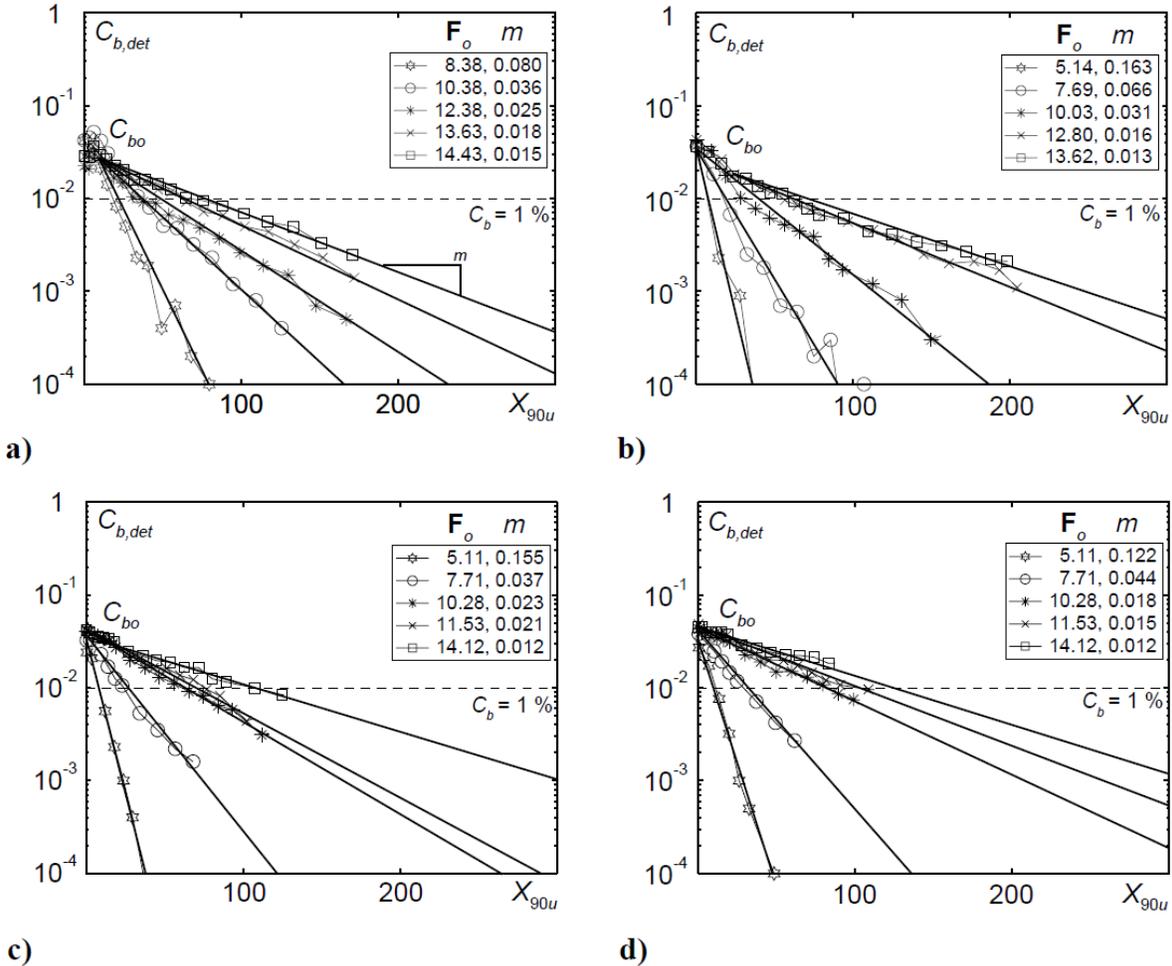


Figura IV-12 Concentración de aire en el fondo C_{b0} en función de la distancia adimensional X_{90u} para varias pendientes a) $S_0 = 0\%$, b) $S_0 = 10\%$, c) $S_0 = 30\%$, y d) $S_0 = 50\%$ (—) pendiente m para (Kramer, 2004).

El mejor ajuste para calcular la pendiente $m = f(Fr_0)$ en función del número de Froude es la Ecuación IV.15.

$$m = nFr_0^{-2.50} \quad (IV.15)$$

En la Ecuación IV.15 podemos ver un coeficiente n que depende exclusivamente de la pendiente del canal que tiene un rango que está entre $7.18 \leq n \leq 14.42$, la Figura IV-13 muestra algunas gráficas con el ajuste del coeficiente n .

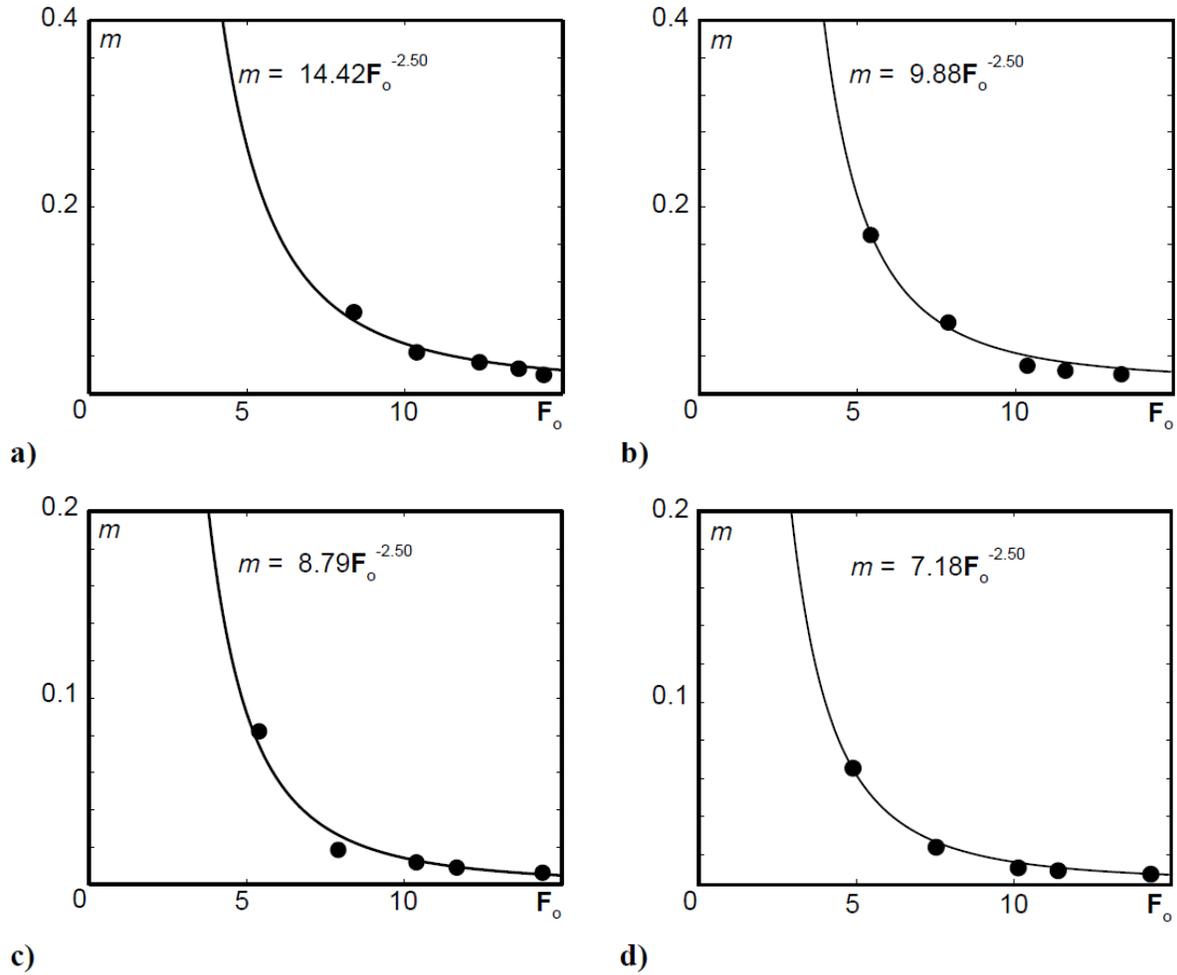


Figura IV-13 Pendiente m en función del número de Froude del flujo de entrada para a) $S_0 = 0\%$, $n = 14.42$, $R^2 = 0.99$, b) $S_0 = 10\%$, $n = 9.88$, $R^2 = 0.99$, c) $S_0 = 30\%$, $n = 8.79$, $R^2 = 0.97$ y d) $S_0 = 50\%$, $n = 7.18$, $R^2 = 0.99$, (—) de acuerdo a la ecuación (Kramer, 2004).

En la Figura IV-14a se muestran todas las curvas $m = f(Fr_0)$ en función del número de Froude que se obtiene de la figura. De acuerdo con la Figura IV-14b se ajusta el valor de n que tiene un rango que va de $7.18 \leq n \leq 14.42$ en función de la pendiente que es $S_0 \leq 50\%$. Finalmente se obtiene la Ecuación IV.16 $n = f(Fr_0, S_0)$ que mejor se ajusta.

$$n = 7.2 * 0.006^{S_0} + 6.6 \quad (\text{IV.16})$$

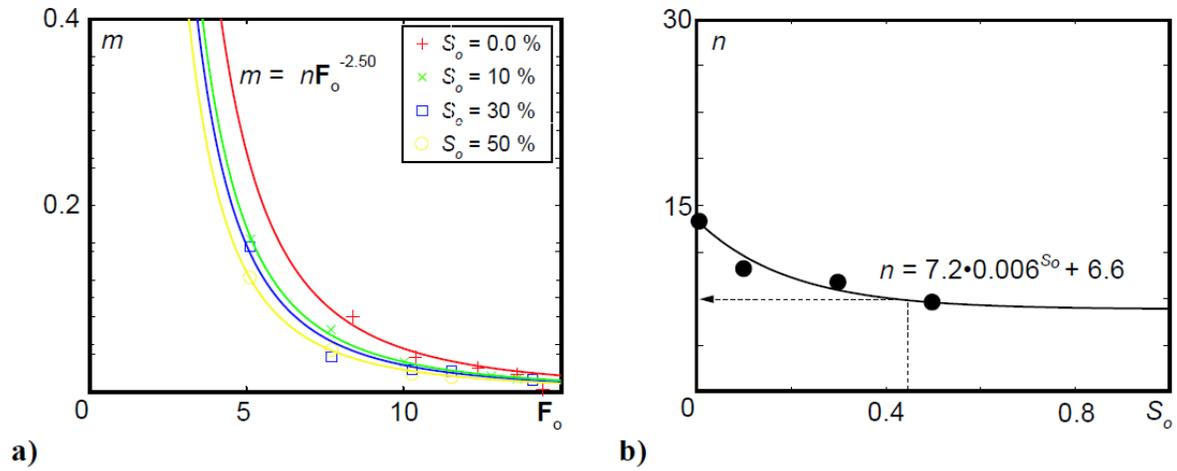


Figura IV-14 a) Superposición de curvas $m = f(Fr_0)$ de la figura para todas las pendientes de la plantilla, b)

Parámetro n de la figura en función de la pendiente del canal S_0 , $R^2 = 0.94$ (Kramer, 2004).

Al combinar la Ecuación IV.14, Ecuación IV.15 y la Ecuación IV.16 se obtiene Ecuación IV.13 que se utilizará para calcular la concentración de aire en el fondo de la rápida de descarga.



CAPÍTULO V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1. Introducción

El análisis de los resultados permite un mayor conocimiento de los parámetros que intervienen y nos da una mejor visión de los métodos empleados. En este capítulo se muestran por medio de tablas y gráficas la concentración de aire que fueron medidos en laboratorio, así como los que se calcularon utilizando los modelos matemáticos propuestos por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004). Primero se muestran en tablas las mediciones que se realizaron en laboratorio de acuerdo a la región de análisis como se observa en la Figura IV-8, luego se muestran las gráficas de concentración de aire calculada a 0 cm y a 1 cm del fondo de la rápida con (Bai, y otros, 2018) y finalmente se muestra la gráfica de concentración de aire calculado con la fórmula de (Kramer, 2004) utilizando gastos de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$, $1\text{ m}^3/\text{s}$ y $1.5\text{ m}^3/\text{s}$.

5.2. Modelo físico

En el modelo físico se realizaron tres pruebas utilizando distintos gastos, las mediciones de concentración de aire se realizaron en 5 regiones (A, B, C, D y E) como se muestran en la Tabla V-1, Tabla V-2, Tabla V-3, Tabla V-4 y Tabla V-5 para un gasto de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$, Tabla V-7, Tabla V-8, Tabla V-9, Tabla V-10 y Tabla V-11 para un gasto de $1\text{ m}^3/\text{s}$, Tabla V-13, Tabla V-14, Tabla V-15, Tabla V-16 y Tabla V-17 para un gasto de $1.5\text{ m}^3/\text{s}$, es preciso tener sólo una sola concentración de aire por cada gasto que sea fácil de manipular y realizar las comparaciones con los resultados obtenidos con los modelos matemáticos propuestos por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004), para ello es necesario calcular el promedio de concentraciones de aire los cuales se muestran en la Tabla V-6, Tabla V-12 y Tabla V-18. que son para gastos de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$, $1\text{ m}^3/\text{s}$ y $1.5\text{ m}^3/\text{s}$ respectivamente.

✚ Concentración de aire para un gasto de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$

Sección de medición, región A								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00283929	0.95072798	0.03668631	0.01255536	0.0121657	0.00775774	0.00654546	0.00642035
0.01	0.00290465	0.794175	0.16656977	0.05278842	0.04224345	0.0329311	0.0051494	0.01097907
0.02	0.00458393	0.35496628	0.19950549	0.07507135	0.07772256	0.03697093	0.01499131	0.01654822
0.03	0.01108198	0.06893631	0.188225	0.23086163	0.31860655	0.24632881	0.02396591	0.02300298
0.04	0.65590582	0.01934556	0.296475	0.54096454	0.69573198	0.83235	0.15134226	0.20734773
0.05	0	0.14309128	0.77221829	0.71369546	0	0	0.64778	0.79892387
0.06	0	0.77285756	0	0	0	0	0	0
0.07	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-1 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 7 cm en la región "A" para un gasto de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$.



Sección de medición, región B								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00277733	0.97880238	0.07817813	0.01900655	0.01815298	0.00783036	0.00740417	0.00630596
0.01	0.00247084	0.96550989	0.20765	0.07585175	0.04926726	0.03469778	0.00961848	0.01660756
0.02	0.00360407	0.68518256	0.22273842	0.10631803	0.08700536	0.06036905	0.02100667	0.03360596
0.03	0.00402209	0.27159939	0.15747439	0.13130298	0.1563	0.26688921	0.06009716	0.10234319
0.04	0.74810778	0.06454695	0.14072988	0.35215774	0.36477317	0.84173409	0.36351711	0.56486489
0.05	0	0.01575061	0.27584634	0.7139131	0.7339637	0	0.72661591	0.99041591
0.06	0	0.12573659	0.53285793	0	0	0	0	0
0.07	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-2 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 7 cm en la región "B" para un gasto de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$.

Sección de medición, región C								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00284821	0.99323415	0.22376342	0.01351915	0.0183006	0.00894941	0.00664115	0.00616964
0.01	0.00274884	0.98291342	0.3742122	0.07146727	0.04267927	0.0161756	0.01089941	0.01670582
0.02	0.00286131	0.68651488	0.24895122	0.10194244	0.06924702	0.0324343	0.02001919	0.02549703
0.03	0.00303372	0.261575	0.14633842	0.13481012	0.10928274	0.05839128	0.03856707	0.06995109
0.04	0.17102965	0.06168903	0.10220976	0.22174048	0.37546012	0.54045893	0.22674319	0.79126087
0.05	0.99352558	0.00778415	0.27442317	0.64872202	0.75432977	0	0.54131033	0
0.06	0	0.06845477	0.69926403	0	0	0	0	0
0.07	0	0.4973843	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-3 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 7 cm en la región "C" para un gasto de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$.

Sección de medición, región D								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00285175	0.98945596	0.18452917	0.0165369	0.0152256	0.00879822	0.00730244	0.00678721
0.01	0.00308314	0.90377708	0.34220366	0.0684311	0.04346647	0.02462268	0.01173125	0.0166608
0.02	0.00288838	0.48958274	0.24356464	0.10281037	0.06974822	0.03671395	0.02274881	0.022385
0.03	0.00286396	0.19138023	0.12700179	0.13681098	0.09954703	0.06210739	0.03512441	0.03778598
0.04	0.00264892	0.02409703	0.07047866	0.2071183	0.35295814	0.36223838	0.10411726	0.62037841
0.05	0.94976302	0.00537617	0.23317683	0.58018598	0.77787738	0	0.65862738	0
0.06	0	0.04767849	0.80449941	0	0	0	0	0
0.07	0	0.85673372	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-4 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 7 cm en la región "D" para un gasto de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$.



Sección de medición, región E								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00284405	0.93146686	0.01782317	0.01825357	0.01197387	0.00730989	0.00685524	0.00564167
0.01	0.0026875	0.71355349	0.17735291	0.05851369	0.03223198	0.01343691	0.01159821	0.01369405
0.02	0.00282143	0.32122969	0.17249535	0.08402857	0.05836905	0.02222256	0.02110596	0.02009405
0.03	0.00275233	0.08547733	0.14749628	0.1097221	0.07782907	0.03333431	0.0302875	0.02492074
0.04	0.00326429	0.00655175	0.0761605	0.22892143	0.44735715	0.22879652	0.04114524	0.06878637
0.05	0.99874048	0.05127442	0.35980174	0.77211278	0.95991429	0.93401105	0.37502174	0.632775
0.06	0	0.74368155	0	0	0	0	0	0
0.07	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-5 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 7 cm en la región "E" para un gasto de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$.

Sección de medición, promedio								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00283212	0.96873746	0.10819604	0.01597431	0.01516375	0.00812912	0.00694969	0.00626496
0.01	0.00277899	0.87198577	0.25359771	0.06541044	0.04197769	0.02437281	0.00979935	0.01492946
0.02	0.00335182	0.50749523	0.21745102	0.09403415	0.07241844	0.03774216	0.01997438	0.02362605
0.03	0.00475081	0.17579365	0.15330717	0.14870156	0.15231308	0.1334102	0.03760841	0.05160079
0.04	0.31619129	0.03524606	0.13721076	0.3101805	0.44725611	0.56111558	0.17737301	0.45052765
0.05	0.58840582	0.04465533	0.38309327	0.68572587	0.64521703	0.18680221	0.58987107	0.48442296
0.06	0	0.35168179	0.40732427	0	0	0	0	0
0.07	0	0.2708236	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-6 Concentración media de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 7 cm para un gasto de $0.5\text{ m}^3/\text{s}$.

En la Figura V-1 se muestran las concentraciones de aire promedio que se obtiene de la Tabla V-6 a una distancia $z = 0\text{ cm}$ y $z = 1\text{ cm}$ de la plantilla de la rápida de descarga a partir del punto (P_2) que se encuentra después del aireador, se puede observar que la concentración de aire disminuye abruptamente desde el punto (P_3) hasta llegar al punto (P_8).

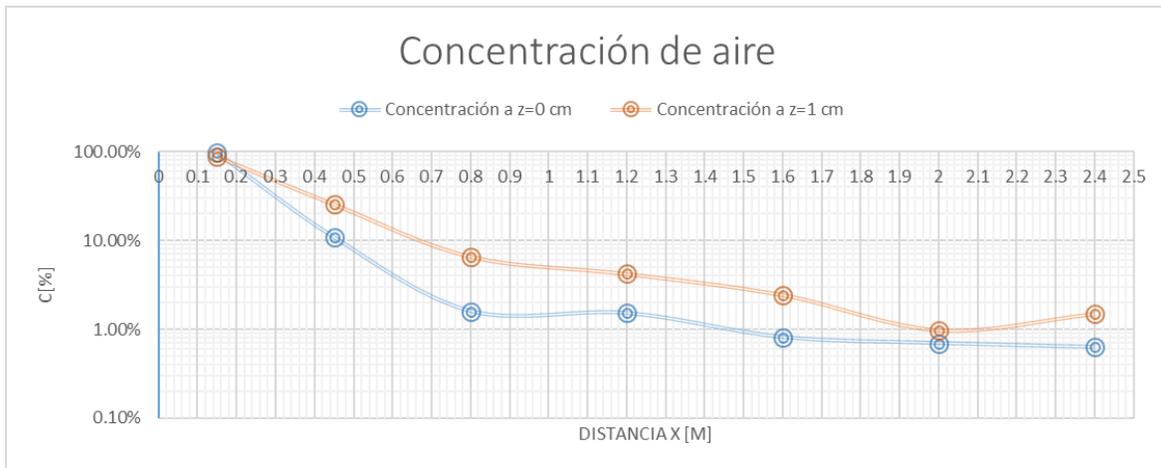


Figura V-1 Concentración de aire a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ y $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla para un gasto de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$

✚ Concentración de aire para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$

Sección de medición, región A								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.002925	0.93983405	0.09597443	0.02582093	0.00776037	0.00739563	0.006475	0.00391628
0.01	0.00288869	0.92924524	0.03458663	0.06874513	0.02405061	0.0318311	0.02791548	0.00929245
0.02	0.00312857	0.59422024	0.13600966	0.09953778	0.06608978	0.06178954	0.04369826	0.02909672
0.03	0.00420893	0.30303036	0.158175	0.11089149	0.08490132	0.06863971	0.05331279	0.04079375
0.04	0.00429583	0.05241846	0.14989767	0.11788011	0.08848838	0.07288389	0.05912389	0.04874643
0.05	0.00384881	0.00981965	0.10012841	0.10643404	0.09396421	0.12156556	0.06655476	0.0557337
0.06	0.00873334	0.00596105	0.0379381	0.09218663	0.10306723	0.37639148	0.194025	0.08233989
0.07	0.01015175	0.00794941	0.01721396	0.07094546	0.15261193	0.88121103	0.78548864	0.26344535
0.08	0.35498553	0.03251932	0.085445	0.3329256	0.44604268	0	0	0.57138309
0.09	0.86905	0.183775	0.39293842	0.86898587	0.84238797	0	0	0
0.1	0	0.60635729	0.78593182	0	0	0	0	0
0.11	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-7 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 11 cm en la región "A" para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.



Sección de medición, región B								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00279302	0.99720114	0.15259651	0.02856762	0.00867322	0.00800179	0.00620366	0.00454524
0.01	0.00283691	0.9976343	0.08411056	0.09063523	0.05109535	0.04117326	0.03085761	0.02537013
0.02	0.00288215	0.93589286	0.17683314	0.10722605	0.06116105	0.08567273	0.06691945	0.04392945
0.03	0.00291989	0.50282965	0.16704643	0.14315756	0.1050012	0.08767837	0.07659334	0.05767813
0.04	0.00381919	0.20910834	0.13049302	0.14189643	0.10453902	0.08637217	0.07895349	0.06841761
0.05	0.00696191	0.02624286	0.08633239	0.1366858	0.10936525	0.1335867	0.10229945	0.086625
0.06	0.00559302	0.00386607	0.03126861	0.11191524	0.10301369	0.32713393	0.32968261	0.25411726
0.07	0.01827917	0.0047125	0.01983334	0.09489464	0.13209076	0.88811797	0.82640956	0.58583537
0.08	0.10877143	0.00677262	0.02923978	0.05041778	0.28137614	0	0	0
0.09	0.88356482	0.02417024	0.09396137	0.18254892	0.78219783	0	0	0
0.1	0	0.17663261	0	0	0	0	0	0
0.11	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-8 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 11 cm en la región "B" para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.

Sección de medición, región C								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00290732	0.99311488	0.17375358	0.02849524	0.00842322	0.00658631	0.00587849	0.00403274
0.01	0.00286977	0.99388372	0.0963	0.08655611	0.05654286	0.04644659	0.03142557	0.01345698
0.02	0.00286726	0.84117857	0.21478978	0.12235953	0.07908476	0.07454302	0.06016957	0.03670953
0.03	0.00277442	0.47164477	0.19040291	0.12478489	0.08921846	0.07570341	0.067	0.03088476
0.04	0.00301403	0.18420834	0.13392614	0.12976047	0.08998393	0.07778163	0.06878	0.0399125
0.05	0.002925	0.02161072	0.05678239	0.11506919	0.09659245	0.08790298	0.14115686	0.04557561
0.06	0.00299167	0.00357917	0.02459048	0.08716223	0.09670682	0.14330171	0.43297898	0.07693222
0.07	0.00465582	0.00386726	0.0103983	0.0554983	0.09814167	0.36708864	0.93762715	0.64351722
0.08	0.02109107	0.00597442	0.0077108	0.07783245	0.14675333	0.88694189	0	0.98125235
0.09	0.86858805	0.01111905	0.03408667	0.383178	0.52189546	0	0	0
0.1	0	0.04723663	0.27435289	0	0	0	0	0
0.11	0	0.32043152	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-9 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 11 cm en la región "C" para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.



Sección de medición, región D								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00291608	0.99095238	0.13542094	0.02551421	0.00901919	0.00662558	0.006275	0.00428523
0.01	0.00296369	0.99093314	0.12024565	0.10690893	0.05711803	0.04692262	0.03600909	0.02456227
0.02	0.00334535	0.79878214	0.20704313	0.10926221	0.07336223	0.06800739	0.03918068	0.04140476
0.03	0.00303314	0.39423838	0.18312675	0.12484048	0.0926358	0.07687977	0.04956072	0.049012
0.04	0.00471548	0.14111845	0.10887441	0.11908012	0.09007727	0.07283353	0.06550392	0.05559028
0.05	0.0035061	0.01670976	0.05841548	0.11455698	0.09102559	0.08452945	0.08098239	0.06108241
0.06	0.00377798	0.00320834	0.01718125	0.10369535	0.10196861	0.19559611	0.31124643	0.20837977
0.07	0.00320488	0.00296012	0.00822387	0.06088372	0.10561281	0.72520349	0.94557032	0.8975875
0.08	0.02598334	0.00448036	0.00381359	0.03096919	0.24312558	0.9637603	0	0
0.09	0.66055915	0.00380349	0.08406334	0.29595583	0.75209688	0	0	0
0.1	0	0.01401607	0.26599197	0	0	0	0	0
0.11	0	0.49247223	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-10 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 11 cm en la región "D" para un gasto de $1\text{ m}^3/\text{s}$.

Sección de medición, región E								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00305852	0.94551964	0.09463182	0.02555298	0.00666429	0.00645714	0.00637683	0.00461364
0.01	0.00284048	0.95285834	0.05504946	0.08344205	0.04334826	0.03624391	0.03072907	0.01655756
0.02	0.00281489	0.87116667	0.09461548	0.09771222	0.06819114	0.06445931	0.04950147	0.03913085
0.03	0.00330915	0.43807143	0.15780117	0.1083971	0.07915349	0.06831556	0.05631453	0.04861518
0.04	0.00288453	0.2304381	0.15303631	0.11199489	0.08041454	0.07200389	0.05740333	0.05057907
0.05	0.00284303	0.05150833	0.12132679	0.11137557	0.08496137	0.07130106	0.06089723	0.05361111
0.06	0.0029125	0.00357733	0.05583864	0.09125976	0.08755523	0.15466188	0.07215715	0.08484768
0.07	0.00265978	0.00291159	0.01290427	0.0459506	0.10134834	0.5978566	0.1982221	0.45943721
0.08	0.00424346	0.00298688	0.00415065	0.03102976	0.27040058	0.91917361	0.75763379	0.94403125
0.09	0.0471221	0.0030256	0.00319465	0.9127875	0.84705259	0	0	0
0.1	0.99356643	0.02137273	0.084273	0	0	0	0	0
0.11	0	0.66400109	0.26	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-11 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 11 cm en la región "E" para un gasto de $1\text{ m}^3/\text{s}$.



z [m]	Sección de medición, promedio							
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00291999	0.97332442	0.13047545	0.02679019	0.00810805	0.00701329	0.0062418	0.00427863
0.01	0.00287991	0.97291095	0.07805846	0.08725749	0.04643102	0.04052349	0.03138736	0.01784787
0.02	0.00300764	0.80824809	0.16585824	0.10721956	0.06957779	0.0708944	0.05189388	0.03805426
0.03	0.0032491	0.42196292	0.17131045	0.1224143	0.09018205	0.07544336	0.06055627	0.04539676
0.04	0.00374581	0.16345833	0.13524551	0.1241224	0.09070063	0.07637502	0.06595293	0.05264918
0.05	0.00401697	0.02517826	0.08459709	0.11682431	0.09518177	0.09977715	0.09037814	0.06052557
0.06	0.0048017	0.00403839	0.03336341	0.09724384	0.09846231	0.23941702	0.26801803	0.14132336
0.07	0.00779028	0.00448017	0.01371474	0.06563454	0.1179611	0.69189555	0.73866355	0.56996453
0.08	0.10301496	0.01054672	0.02607196	0.10463495	0.27753966	0.55397516	0.15152676	0.49933334
0.09	0.66577682	0.04517867	0.12164889	0.52869122	0.74912614	0	0	0
0.1	0.19871329	0.17312306	0.28210993	0	0	0	0	0
0.11	0	0.29538097	0.052	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-12 Concentración media de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 11 cm para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.

En la Figura V-2 se muestran las concentraciones de aire promedio que se obtiene de la a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ y $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla da la rápida a partir del punto (P_2) que se encuentra después del aireador, se puede observar que la concentración de aire disminuye abruptamente desde el punto (P_3) hasta llegar al punto (P_8).

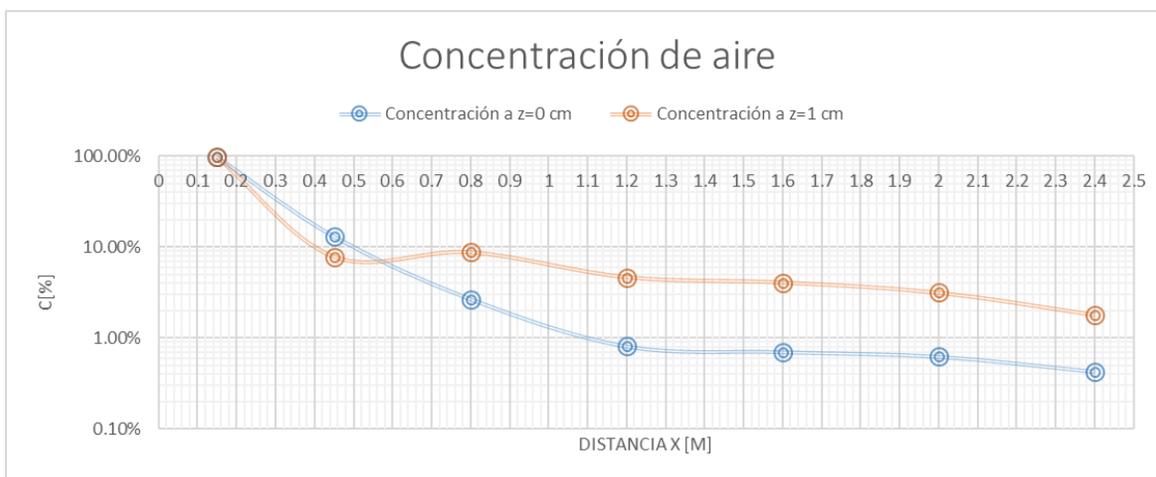


Figura V-2 Concentración de aire a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ y $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.



Concentración de aire para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$

Sección de medición, región A								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00288036	0.49415233	0.02603512	0.01181098	0.00855793	0.00830349	0.0071375	0.00539432
0.01	0.00301607	0.28821131	0.1376506	0.08470427	0.05789268	0.02828293	0.02132619	0.02128988
0.02	0.00319465	0.11729583	0.13361548	0.10029939	0.06967866	0.0293506	0.02713929	0.02785417
0.03	0.0032971	0.02780536	0.10882683	0.09437317	0.07102196	0.03281726	0.03326727	0.03142966
0.04	0.00337103	0.00821745	0.07775596	0.08079939	0.0616372	0.03568512	0.03526105	0.03793512
0.05	0.00430175	0.00554432	0.05164048	0.07667273	0.06091646	0.04236012	0.04362268	0.03238968
0.06	0.00439244	0.02190305	0.02865179	0.05774878	0.06609878	0.04093512	0.03655756	0.03946512
0.07	0.00691105	0.02012683	0.01027679	0.04028274	0.05132805	0.04124432	0.04310549	0.05083631
0.08	0.01963125	0.02092733	0.00884941	0.03000793	0.05193232	0.03898095	0.05626012	0.09742384
0.09	0.02407619	0.042925	0.0251875	0.02042074	0.04849451	0.03803637	0.05000833	0.3232471
0.1	0.01932826	0.0521622	0.02347917	0.02709817	0.03547317	0.15230476	0.05732202	0.66567151
0.11	0.04722331	0.14032024	0.06346072	0.10661708	0.13013547	0.46732813	0.1672721	0
0.12	0.55702188	0.21020596	0.27725536	0.331775	0.39622866	0.66283334	0.39189389	0
0.13	0	0.2786517	0.72837024	0	0	0	0.88466293	0
0.14	0	0.47863023	0	0	0	0	0	0
0.15	0	0.59429634	0	0	0	0	0	0
0.16	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-13 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 16 cm en la región "A" para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.



Sección de medición, región B								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00286369	0.88006488	0.01925179	0.01653572	0.01131281	0.0086006	0.00731786	0.00630945
0.01	0.00293354	0.82483049	0.13568453	0.10892378	0.07402074	0.0263625	0.02207268	0.01561072
0.02	0.00277268	0.40029048	0.13275116	0.11278171	0.09112024	0.0331625	0.03092798	0.02476698
0.03	0.003015	0.2143875	0.0984314	0.09615976	0.09872134	0.03790063	0.03397857	0.03012035
0.04	0.00333125	0.03826525	0.06467262	0.07830671	0.08681464	0.04157798	0.03950814	0.03384524
0.05	0.00435688	0.00825536	0.03495714	0.06301829	0.06872617	0.04039948	0.04447798	0.03945655
0.06	0.00439878	0.00635774	0.01418453	0.06095244	0.0639622	0.03988069	0.04465417	0.04014643
0.07	0.00517266	0.01372679	0.01541905	0.04131281	0.03984702	0.04590732	0.04436964	0.04197977
0.08	0.00827871	0.02179643	0.02739762	0.0335311	0.03880183	0.05097866	0.04750834	0.04664205
0.09	0.00363081	0.04459025	0.01641965	0.03842439	0.05921891	0.04769268	0.04274465	0.095825
0.1	0.02352981	0.06030305	0.05586905	0.04755061	0.03965714	0.04037202	0.0603	0.22603445
0.11	0.0115625	0.0473875	0.07266608	0.14060183	0.30725976	0.06132617	0.1279881	0.72000291
0.12	0.05640774	0.10263095	0.33388036	0.46776891	0	0.26915218	0.68741459	0
0.13	0.58815	0.12251191	0.65519762	0.8129561	0	0	0	0
0.14	0	0.29432268	0	0	0	0	0	0
0.15	0	0.53556023	0	0	0	0	0	0
0.16	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-14 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 a P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 16 cm en la región "B" para un gasto de $1.5\text{ m}^3/\text{s}$.

Sección de medición, región C								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00272614	0.95032322	0.0963625	0.01252619	0.01163964	0.01014942	0.00870872	0.00655389
0.01	0.00269833	0.91489651	0.17597857	0.09769818	0.07478842	0.03236905	0.029175	0.02430739
0.02	0.00283489	0.57049405	0.14766488	0.11401369	0.08791829	0.02272035	0.03602667	0.0260375
0.03	0.0029125	0.25823605	0.102425	0.10018598	0.08866037	0.0287825	0.03747898	0.03178691
0.04	0.00305358	0.08111861	0.05954524	0.08860488	0.08269146	0.04734881	0.03818889	0.03286478
0.05	0.00386647	0.00625334	0.02434941	0.07807439	0.07437135	0.04565171	0.03929546	0.0356375
0.06	0.00423095	0.00405756	0.00899941	0.05573598	0.06346403	0.04762262	0.03866072	0.03816686
0.07	0.00326037	0.00313334	0.00593334	0.04419939	0.05850366	0.04487317	0.03991744	0.03904345
0.08	0.00340814	0.00327798	0.00415119	0.03391342	0.04744146	0.04282441	0.0405625	0.03914584
0.09	0.00344048	0.00444716	0.00384881	0.02000488	0.03726646	0.04194025	0.04160228	0.07389511
0.1	0.00378068	0.00434634	0.00484703	0.00970183	0.02537439	0.03857679	0.04375476	0.26912965
0.11	0.0058881	0.00663721	0.00671965	0.01978598	0.03444524	0.043075	0.07948989	0.56694703
0.12	0.04447396	0.00361188	0.01081861	0.09587317	0.07467619	0.03906136	0.471165	0
0.13	0.59318483	0.01476464	0.06600298	0	0.5304939	0.75224457	0	0
0.14	0	0.04000526	0.43642381	0	0	0	0	0
0.15	0	0.188725	0.89295595	0	0	0	0	0
0.16	0	0.5987947	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-15 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 a P_8 y en la dirección z , desde 0 cm a 16 cm en la región "C" para un gasto de $1.5\text{ m}^3/\text{s}$.



Sección de medición, región D								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00292321	0.95829085	0.03430119	0.01780427	0.01142439	0.00864593	0.00730715	0.00623921
0.01	0.00295655	0.9420875	0.17144762	0.10282439	0.0742131	0.02285244	0.02209556	0.01179375
0.02	0.0031433	0.84443215	0.15323691	0.11026429	0.08508274	0.03333842	0.03172046	0.01896591
0.03	0.00295398	0.44339167	0.11445953	0.09513171	0.08155488	0.0401372	0.03619573	0.01587445
0.04	0.00300058	0.18287858	0.07061488	0.08660976	0.07143842	0.04430549	0.03970893	0.02656647
0.05	0.00304762	0.04320175	0.03493929	0.06521951	0.06730061	0.04569345	0.04049227	0.02816221
0.06	0.00299709	0.00380117	0.01481429	0.0459006	0.05366891	0.04184313	0.04195488	0.02944405
0.07	0.00318452	0.0030256	0.00528988	0.03299696	0.04562622	0.0469689	0.04110305	0.03371786
0.08	0.0033275	0.00334756	0.0038907	0.01353111	0.03856769	0.04619208	0.04236512	0.03907675
0.09	0.00328954	0.00300445	0.00354584	0.00598354	0.02068036	0.04192063	0.04488631	0.05958833
0.1	0.00339313	0.0030125	0.00393215	0.00565549	0.03151131	0.04382744	0.04794329	0.37381744
0.11	0.00361072	0.00328036	0.01087262	0.01436707	0.09672927	0.03990366	0.47647981	0
0.12	0.00371548	0.00334524	0.01480179	0.03700686	0	0.23569306	0	0
0.13	0.01573542	0.00320233	0.02165239	0	0	0	0	0
0.14	0	0.00544892	0.54700238	0	0	0	0	0
0.15	0	0.32040666	0	0	0	0	0	0
0.16	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-16 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 a P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 16 cm en la región "D" para un gasto de $1.5\text{ m}^3/\text{s}$.

Sección de medición, región E								
z [m]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00337722	0.73947778	0.02054821	0.01297257	0.0088157	0.00868954	0.00726338	0.00572555
0.01	0.00279128	0.64911464	0.13786647	0.08708841	0.05143964	0.01993631	0.01612617	0.01246686
0.02	0.00322013	0.39438453	0.14028274	0.09655715	0.07200122	0.02635793	0.02428691	0.01985698
0.03	0.00299583	0.13773187	0.11263096	0.08774146	0.07677439	0.03223896	0.02992857	0.02307619
0.04	0.00332441	0.0201875	0.07186786	0.07741726	0.06979878	0.03837035	0.03366686	0.02785595
0.05	0.00318171	0.00349107	0.03308869	0.06298631	0.06926281	0.03934546	0.03448519	0.02985179
0.06	0.00312965	0.00345793	0.01054227	0.038225	0.061525	0.04201607	0.03769762	0.0325137
0.07	0.00311338	0.00365298	0.00475774	0.01877256	0.05212622	0.03950238	0.03857791	0.03307093
0.08	0.0030375	0.00315417	0.00346191	0.00846845	0.03969512	0.040185	0.03823256	0.03313453
0.09	0.00309167	0.00308096	0.00344583	0.0050506	0.02020179	0.03970625	0.04180119	0.03327977
0.1	0.00326012	0.00314762	0.00439817	0.02545915	0.01193476	0.04186	0.04882203	0.03515524
0.11	0.00334012	0.00318869	0.00394524	0.07652257	0.00595976	0.03169048	0.17159651	0.05363239
0.12	0.00535582	0.0032875	0.00459524	0.14877441	0.27632439	0.04079757	0.47649477	0.78210116
0.13	0.03189674	0.00396846	0.10913215	0	0	0.65356705	0	0
0.14	0	0.02561429	0.82488222	0	0	0	0	0
0.15	0	0	0	0	0	0	0	0
0.16	0	0	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-17 Concentración de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 a P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 16 cm en la región "E" para un gasto de $1.5\text{ m}^3/\text{s}$.



z [m]	Sección de medición, promedio							
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0	0.00295412	0.80446181	0.03929976	0.01432994	0.01035009	0.00887779	0.00754692	0.00604448
0.01	0.00287915	0.72382809	0.15172556	0.09624781	0.06647091	0.02596065	0.02215912	0.01709372
0.02	0.00303313	0.46537941	0.14151023	0.10678324	0.08116023	0.02898596	0.03002026	0.02349631
0.03	0.00303488	0.21631049	0.10735474	0.09471841	0.08334659	0.03437531	0.03416982	0.02645751
0.04	0.00321617	0.06613347	0.06889131	0.0823476	0.0744761	0.04145755	0.03726677	0.03181351
0.05	0.00375088	0.01334917	0.035795	0.06919425	0.06811548	0.04269004	0.04047471	0.03309954
0.06	0.00382978	0.00791549	0.01543845	0.05171256	0.06174378	0.04245952	0.03990499	0.03594723
0.07	0.00432839	0.00873311	0.00833536	0.03551289	0.04948623	0.04369922	0.0414147	0.03972966
0.08	0.00753662	0.01050069	0.00955016	0.0238904	0.04328768	0.04383222	0.04498573	0.0510846
0.09	0.00750574	0.01960956	0.01048952	0.01797683	0.0371724	0.04185923	0.04420855	0.11716706
0.1	0.0106584	0.02459434	0.01850511	0.02309305	0.02879015	0.0633882	0.05162842	0.31396166
0.11	0.01432495	0.0401628	0.03153286	0.0715789	0.1149059	0.12866468	0.20456528	0.26811646
0.12	0.13339497	0.0646163	0.12827027	0.21623967	0.14944585	0.2495075	0.40539365	0.15642023
0.13	0.2457934	0.0846198	0.31607107	0.16259122	0.10609878	0.28116232	0.17693259	0
0.14	0	0.16880427	0.36166168	0	0	0	0	0
0.15	0	0.32779765	0.17859119	0	0	0	0	0
0.16	0	0.11975894	0	0	0	0	0	0
x [m]	-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-18 Concentración media de aire medido en la dirección x desde el punto P_1 al P_8 y en la dirección z desde 0 cm a 16 cm para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.

En la Figura V-3 se muestran las concentraciones de aire promedio que se obtiene de la Tabla V-18 a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ y $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla da la rápida a partir del punto (P_2) que se encuentra después del aireador, se puede observar que la concentración de aire disminuye abruptamente desde el punto (P_3) hasta llegar al punto (P_8).

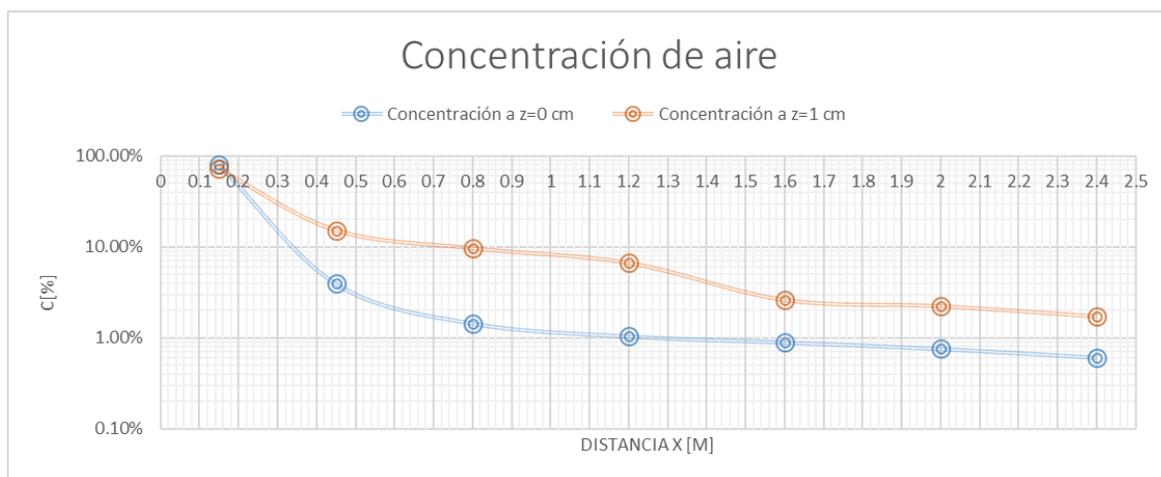


Figura V-3 Concentración de aire a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ y $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.



5.3. Modelo matemático (Bai, y otros, 2018)

Para realizar el cálculo de la concentración de aire usando (Bai, y otros, 2018) primero se ha calculado la longitud de la cavidad con las ecuaciones propuesta por otros investigadores que se muestran en la Tabla IV-2, la ecuación que más se aproxima para el cálculo de la longitud de la cavidad es la que propone (Kökpınar & Gögüs, 2002) ya que considera el área del aireador y el área del flujo de agua, las longitudes obtenidas se muestran en la Tabla V-19.

Sólo se consideran la ecuación que le corresponde a la zona de equilibrio el cual empieza a partir de la longitud de máxima presión de impacto (L_m) porque sólo tenemos datos medidos en laboratorio a partir de este punto para hacer la comparación, los resultados de la concentración de aire se muestran en la Tabla V-20 en donde se agrupan de acuerdo a los gastos ensayados.

Q [m ³ /s]	Longitud de cavidad (L) [m]	Longitud de presión máxima (L_m) [m]	Concentración máxima de aire (C_0) en la sección x=L
0.5	0.1895	0.2159	0.4539
1	0.2632	0.3016	0.5845
1.5	0.3161	0.3633	0.6757

Tabla V-19 Longitudes de la cavidad (L) y de presión máxima (L_m) con concentración máxima de aire (C_0).

En la Tabla V-19 se tienen las longitudes calculadas para poder usar la ecuación de (Bai, y otros, 2018), vemos que a medida que aumenta el gasto las longitudes también aumentan y esto está relacionado con el número de Froude, en los tres casos ninguno supera al punto (P_3) que está localizado a 0.45 m a partir del aireador, por lo tanto los cálculos y la comparación de resultados será a desde este punto.

En la Figura V-4, Figura V-5 y Figura V-6 se muestran en una gráfica semilogarítmica la concentración de aire obtenida a $z = 0 \text{ cm}$ y a $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla para los tres gastos ensayados.



Concentración de aire para un gasto de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$

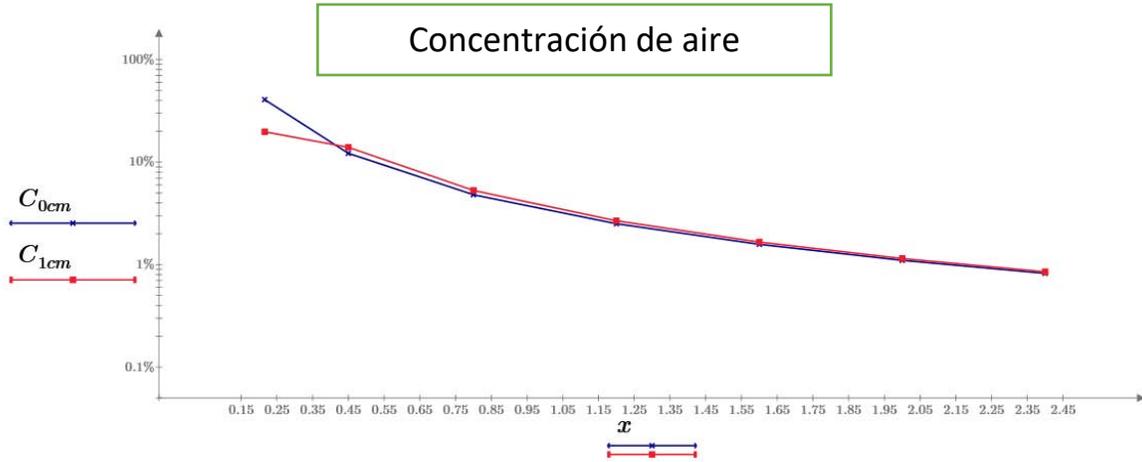


Figura V-4 Concentración de aire calculado con (Bai, y otros, 2018) a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ y $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla para un gasto de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.

Concentración de aire para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$

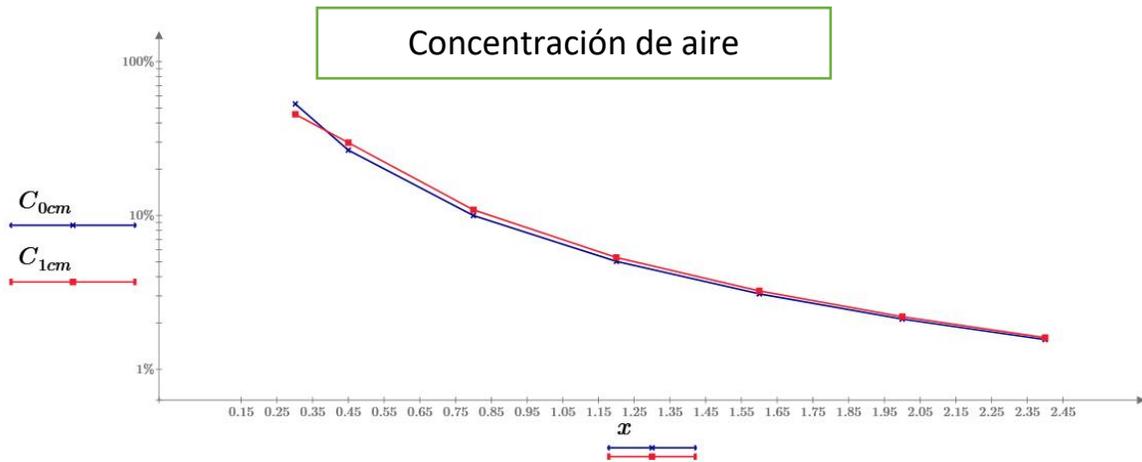


Figura V-5 Concentración de aire calculado con (Bai, y otros, 2018) a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ y $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.



Concentración de aire para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$

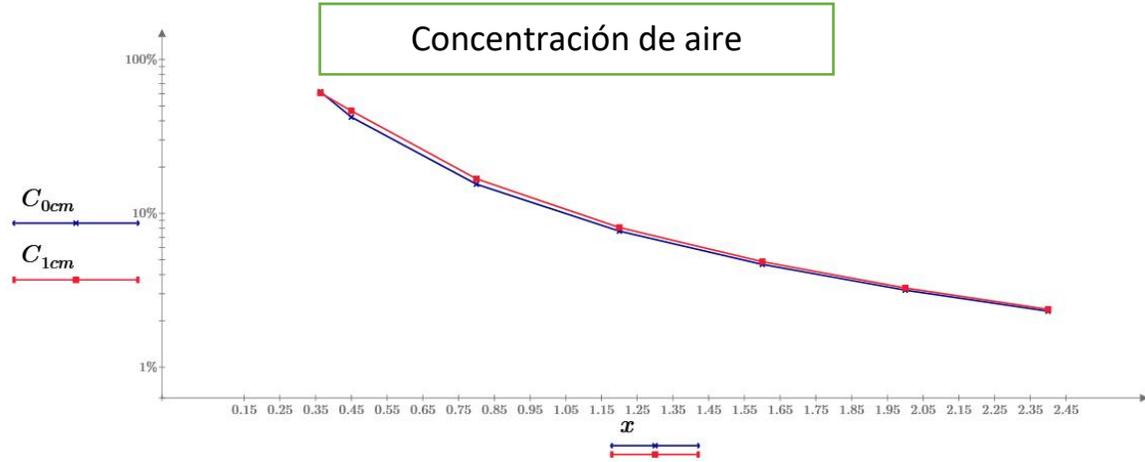


Figura V-6 Concentración de aire calculado con (Bai, y otros, 2018) a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ y $z = 1 \text{ cm}$ de la plantilla para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.



5.4. Modelo matemático (Kramer, 2004)

El modelo matemático propuesto por (Kramer, 2004) sólo sirve para calcular la concentración de aire en el fondo del aireador, no es posible calcular la concentración de aire en la coordenada (z) para poder comparar con las mediciones de laboratorio y los calculados con (Bai, y otros, 2018), entonces sólo se analizarán los resultados que se obtiene a $z = 0 \text{ cm}$ de la plantilla. En la Figura V-7 se muestra en una gráfica semilogarítmica los resultados que se obtienen, la concentración de aire se muestra de forma detallada en la Tabla V-20.

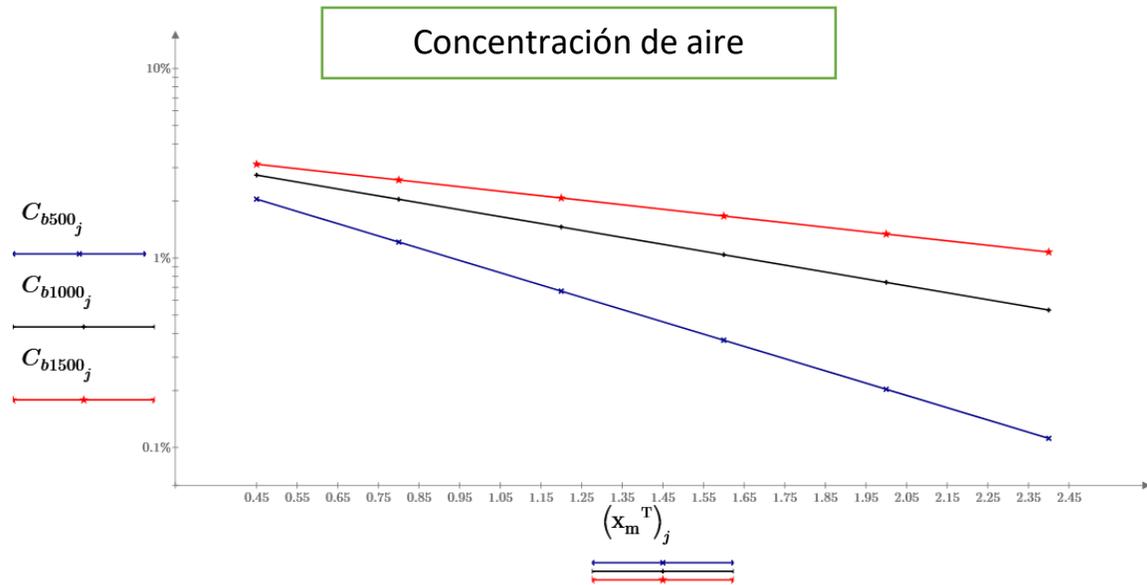


Figura V-7 Concentración de aire calculado con (Kramer, 2004) cerca de la plantilla de la plantilla para un gasto de $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$, $1 \text{ m}^3/\text{s}$ y $1.5 \text{ m}^3/\text{s}$.



5.5. Comparación de resultados

En la Tabla V-20 se muestra la concentración de aire calculado con las fórmulas propuestas por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) junto con los medidos en laboratorio.

Q[m ³ /s]	z[cm]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
0.5		(A) (Bai, y otros, 2018)							
	0	0.00000	0.00000	0.12185	0.04814	0.02507	0.01579	0.01103	0.00823
	1	0.00000	0.00000	0.13951	0.05297	0.02679	0.01661	0.01149	0.00852
		(B) (Kramer, 2004)							
	0	0.00000	0.00000	0.02045	0.01214	0.00669	0.00368	0.00203	0.00112
		(C) Laboratorio							
	1	0.00283	0.96874	0.10820	0.01597	0.01516	0.00813	0.00695	0.00626
1		(A) (Bai, y otros, 2018)							
	0	0.00000	0.00000	0.26604	0.09997	0.05033	0.03095	0.02123	0.01560
	1	0.00000	0.00000	0.29746	0.10887	0.05337	0.03235	0.02200	0.01607
		(B) (Kramer, 2004)							
	0	0.00000	0.00000	0.02740	0.02041	0.01458	0.01041	0.00744	0.00531
		(C) Laboratorio							
	1	0.00292	0.97332	0.13048	0.02679	0.00811	0.00701	0.00624	0.00428
1.5		(A) (Bai, y otros, 2018)							
	0	0.00000	0.00000	0.42262	0.15480	0.07666	0.04661	0.03169	0.02313
	1	0.00000	0.00000	0.46439	0.16780	0.08098	0.04856	0.03275	0.02377
		(B) (Kramer, 2004)							
	0	0.00000	0.00000	0.03127	0.02582	0.02074	0.01666	0.01339	0.01076
		(C) Laboratorio							
	1	0.00288	0.97291	0.07806	0.08726	0.04643	0.04052	0.03139	0.01785
A (0.5)	0	0.00000	0.00000	0.12185	0.04814	0.02507	0.01579	0.01103	0.00823
B (0.5)	0	0.00000	0.00000	0.02045	0.01214	0.00669	0.00368	0.00203	0.00112
C (0.5)	0	0.00283	0.96874	0.10820	0.01597	0.01516	0.00813	0.00695	0.00626
A (0.5)	1	0.00000	0.00000	0.13951	0.05297	0.02679	0.01661	0.01149	0.00852
B (0.5)	1	0.00000	0.00000	0.02045	0.01214	0.00669	0.00368	0.00203	0.00112
C (0.5)	1	0.00278	0.87199	0.25360	0.06541	0.04198	0.02437	0.00980	0.01493
A (1)	0	0.00000	0.00000	0.26604	0.09997	0.05033	0.03095	0.02123	0.01560
B (1)	0	0.00000	0.00000	0.02740	0.02041	0.01458	0.01041	0.00744	0.00531
C (1)	0	0.00292	0.97332	0.13048	0.02679	0.00811	0.00701	0.00624	0.00428
A (1)	1	0.00000	0.00000	0.29746	0.10887	0.05337	0.03235	0.02200	0.01607
B (1)	1	0.00000	0.00000	0.02740	0.02041	0.01458	0.01041	0.00744	0.00531
C (1)	1	0.00288	0.97291	0.07806	0.08726	0.04643	0.04052	0.03139	0.01785
A (1.5)	0	0.00000	0.00000	0.42262	0.15480	0.07666	0.04661	0.03169	0.02313
B (1.5)	0	0.00000	0.00000	0.03127	0.02582	0.02074	0.01666	0.01339	0.01076
C (1.5)	0	0.00295	0.80446	0.03930	0.01433	0.01035	0.00888	0.00755	0.00604
A (1.5)	1	0.00000	0.00000	0.46439	0.16780	0.08098	0.04856	0.03275	0.02377
B (1.5)	1	0.00000	0.00000	0.03127	0.02582	0.02074	0.01666	0.01339	0.01076
C (1.5)	1	0.00288	0.72383	0.15173	0.09625	0.06647	0.02596	0.02216	0.01709
x [m]		-0.13	0.15	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Tabla V-20 Comparación de resultados entre A) (Bai, y otros, 2018), B) (Kramer, 2004) y C) las mediciones de laboratorio.



Para entender las gráficas, se le ha asignado una simbología para cada caso de estudio, $(C_{0cm})_{j-1}$ le corresponde a la concentración de aire obtenida por (Bai, y otros, 2018) a $z = 0 \text{ cm}$ de la plantilla, C_{b_j} es la concentración de aire calculado con (Kramer, 2004) y finalmente $(C_{500.z0}^T)_j$, $(C_{1000.z0}^T)_j$ y $(C_{1500.z0}^T)_j$ concentraciones medidos en laboratorio para los gasto de 500 l/s , 1000 l/s y 1500 l/s respectivamente.

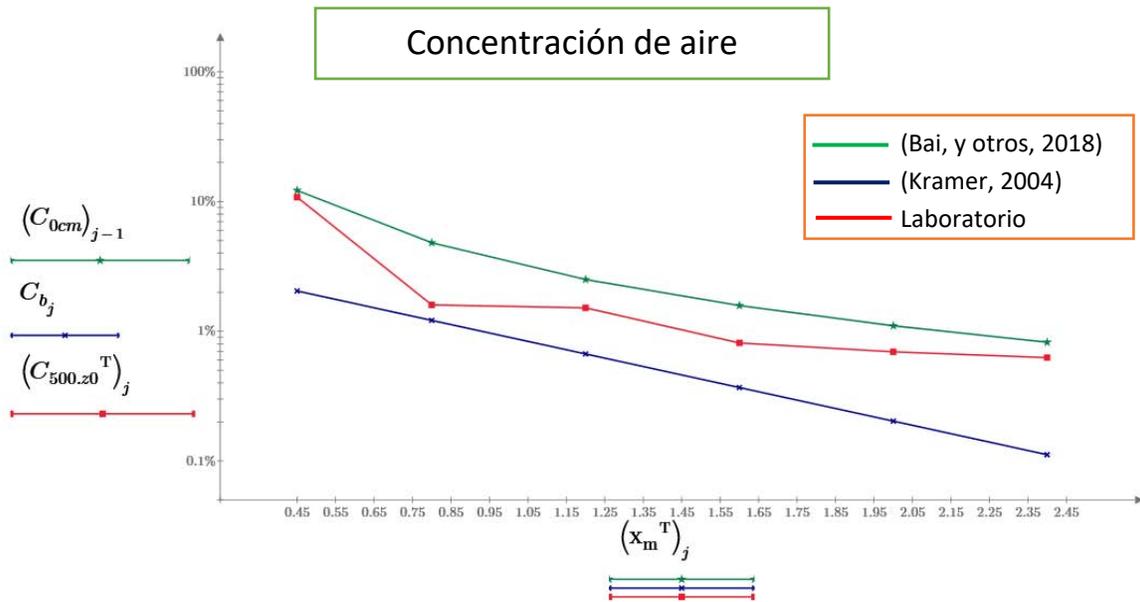


Figura V-8 Comparación de concentraciones de aire a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ entre (Bai, y otros, 2018), (Kramer, 2004) y el medido en laboratorio para un gasto de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.

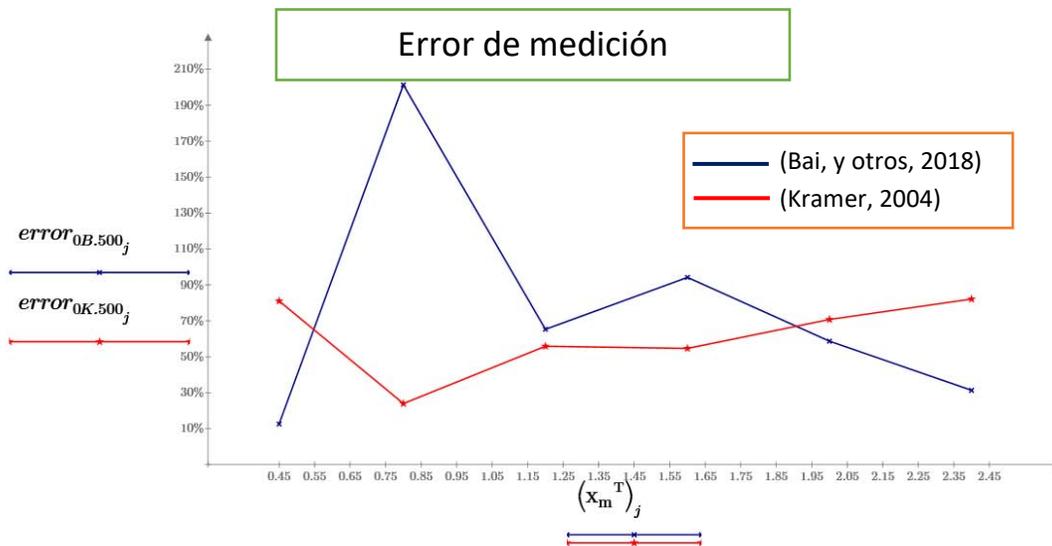


Figura V-9 Error calculado usando (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) a una altura de $z = 0 \text{ cm}$ para un gasto de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.

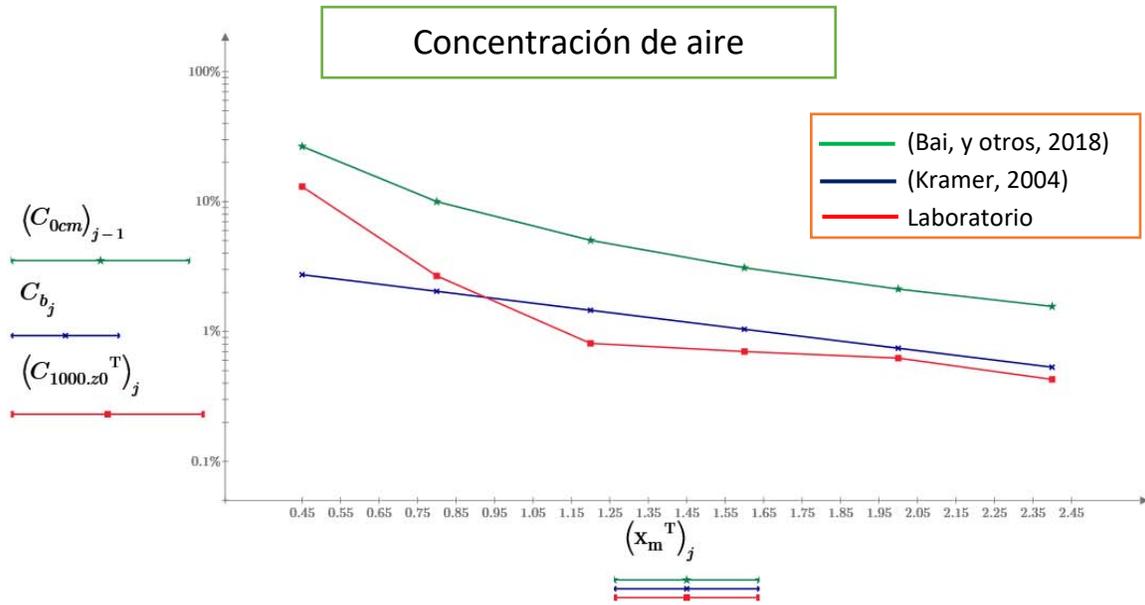


Figura V-10 Comparación de concentraciones de aire a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ entre (Bai, y otros, 2018), (Kramer, 2004) y el medido en laboratorio para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.

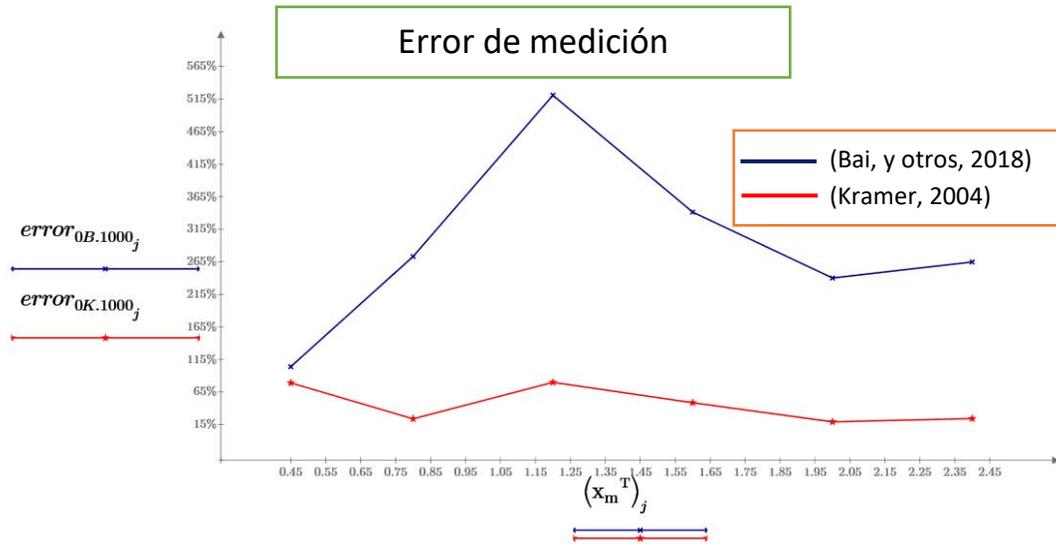


Figura V-11 Error calculado usando (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) a una altura de $z = 0 \text{ cm}$ para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.

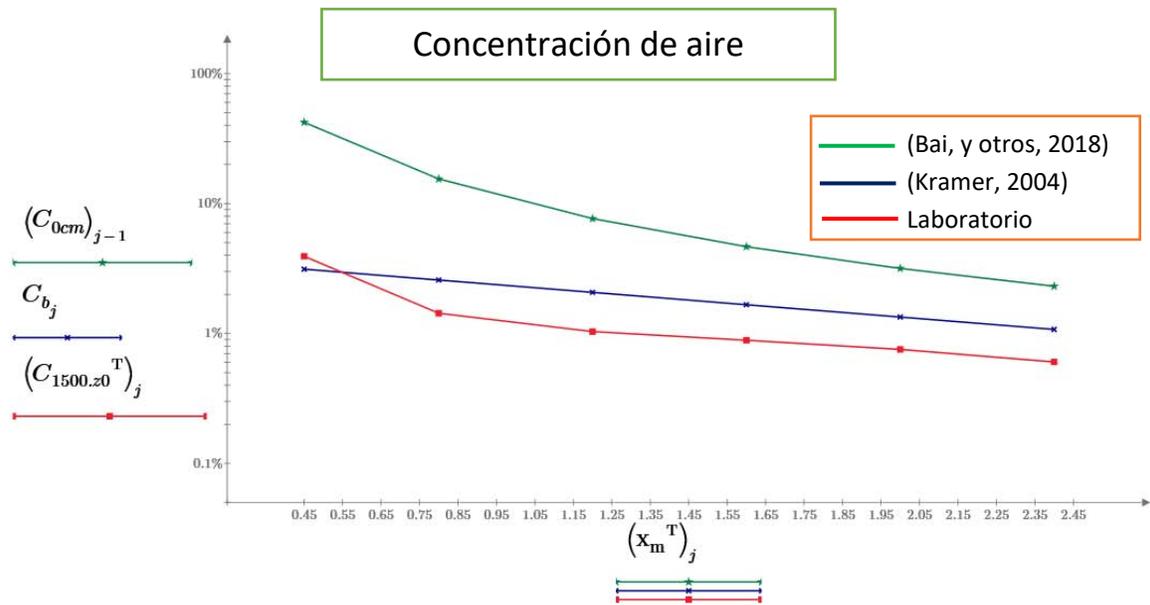


Figura V-12 Comparación de concentraciones de aire a una distancia $z = 0 \text{ cm}$ entre (Bai, y otros, 2018), (Kramer, 2004) y el medido en laboratorio para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.

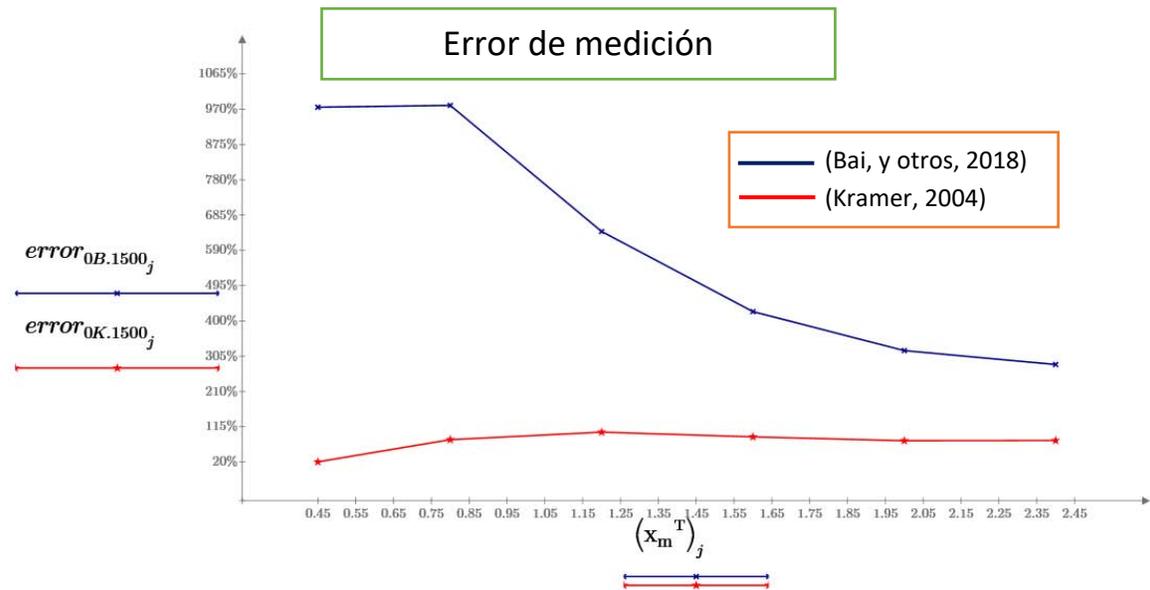


Figura V-13 Error calculado usando (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) a una altura de $z = 0 \text{ cm}$ para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.

En la Figura V-14, Figura V-15 y Figura V-16 la simbología para cada caso de estudio, $(C_{1cm})_{j-1}$ le corresponde a la concentración de aire obtenida por (Bai, y otros, 2018) a $z = 1 \text{ cm}$ de



la plantilla, C_{b_j} es la concentración de aire calculado con (Kramer, 2004) cerca de la plantilla y finalmente $(C_{500.z1}^T)_j$, $(C_{1000.z1}^T)_j$ y $(C_{1500.z1}^T)_j$ para los gasto de 500 l/s , 1000 l/s y 1500 l/s respectivamente.

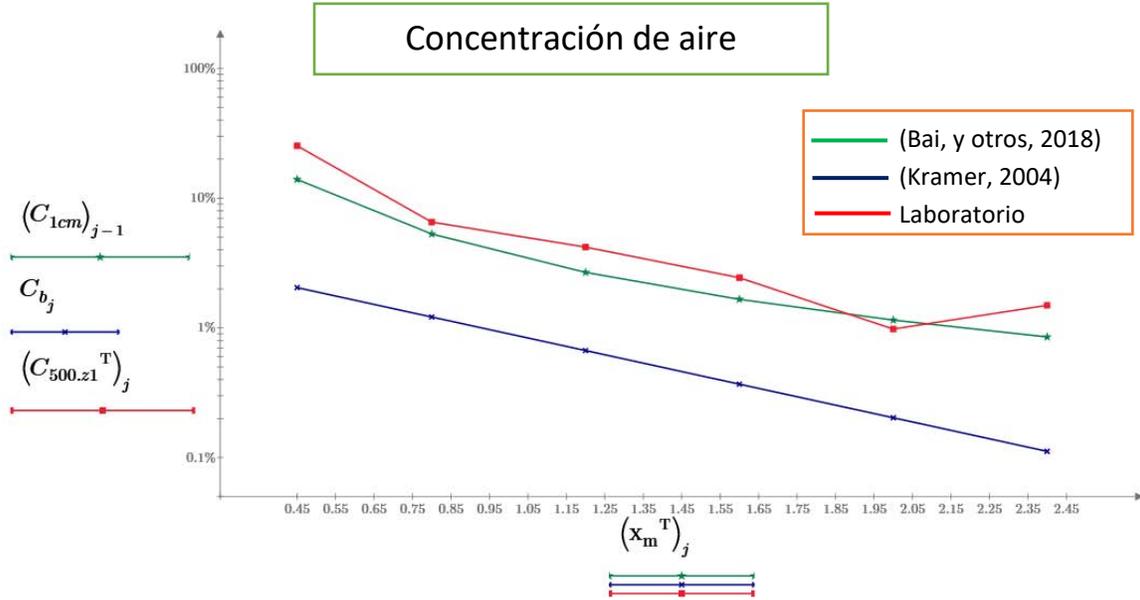


Figura V-14 Concentración de concentraciones de aire a una distancia $z = 1 \text{ cm}$ entre (Bai, y otros, 2018), (Kramer, 2004) y el medido en laboratorio para un gasto de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.

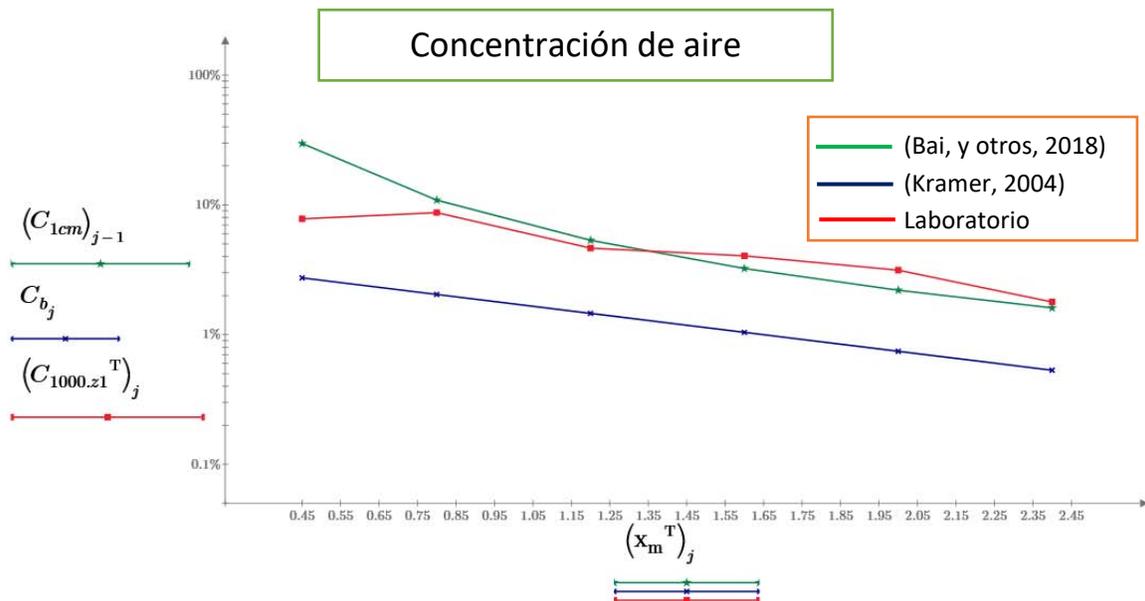


Figura V-15 Concentración de concentraciones de aire a una distancia $z = 1 \text{ cm}$ entre (Bai, y otros, 2018), (Kramer, 2004) y el medido en laboratorio para un gasto de $1 \text{ m}^3 / \text{s}$.

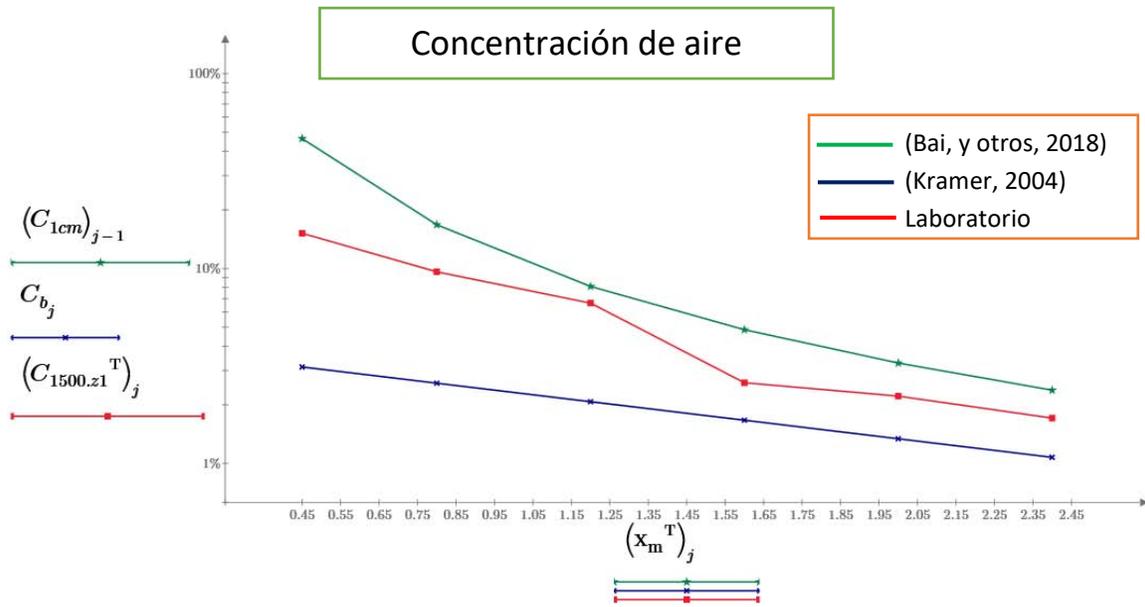


Figura V-16 Concentración de concentraciones de aire a una distancia $z = 1 \text{ cm}$ entre (Bai, y otros, 2018), (Kramer, 2004) y el medido en laboratorio para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$.

En la Figura V-8, Figura V-10 y Figura V-12 se tienen las gráficas de las concentraciones de aire en el fondo de la rápida para gasto de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$, $1 \text{ m}^3 / \text{s}$ y $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$ respectivamente, se puede observar que mientras mayor es el gasto, la ecuación (Kramer, 2004) es el que más se acerca con las mediciones hechas en laboratorio, pero al analizar la concentración de aire a una distancia $z = 1 \text{ cm}$ del fondo de la rápida y en todos los puntos para un gasto de $0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$ y $1 \text{ m}^3 / \text{s}$ se comporta mejor la ecuación de (Bai, y otros, 2018) como se observa en la Figura V-14, Figura V-15 y Figura V-16.

Para cada método y con los gastos ensayados se calcularon los errores que se obtienen con las fórmulas propuestas con respecto a las mediciones realizadas en laboratorio, vemos un comportamiento muy interesante para cada caso, a medida que aumenta el gasto el error de medición que se obtiene con la ecuación propuesta por (Bai, y otros, 2018) aumenta de forma abrupta mientras que con la expresión propuesta por (Kramer, 2004) se mantiene dentro del rango del 0 a 120%, de forma estricta ninguna modelo matemático podría usarse para calcular de forma confiable la concentración de aire porque los errores son excesivos, se toleraría un margen de error máximo de 10%, el amplio rango de error que se calculó puede ser ocasionado por la geometría del modelo, los modelos matemáticos propuestos por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) fueron calibrados para rápidas de descarga rectas y no cóncavas como es la geometría del modelo de Huites, para geometrías cóncavas es preciso encontrar un modelo matemático que se adapte mejor con los resultados medidos en laboratorio.



Si se desea tomar la condición más desfavorable la ecuación de (Kramer, 2004) es el que más se adapta a las mediciones de laboratorio.

En la Tabla V-21 se muestran los principales datos que se utilizaron para el cálculo de la concentración de aire, entre los cuales se incluyen el gasto, el ancho del canal, la velocidad del agua, el número de Froude, el tirante, el tirante normal, el ángulo del canal y el ángulo de la rampa.

	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3
Gasto (m ³ /s)	0.500	1.000	1.500
Ancho del canal	1.720	1.720	1.720
Velocidad (m/s)	4.339	5.645	6.557
Número de Froude	5.353	5.616	5.741
Tirante (m)	0.067	0.103	0.133
Tirante normal (m)	0.028	0.043	0.056
Ángulo del canal	35°	35°	35°
Ángulo de la rampa	4°	4°	4°

Tabla V-21 Pruebas.

La concentración de aire en el fondo de la rápida de descarga es muy importante para evitar el fenómeno de cavitación, sabemos que mientras mayor es la concentración de aire la probabilidad que se produzca el desprendimiento de material por el efecto de la presión negativa y las altas velocidades es menor, algunos autores consideran que la concentración de aire que se encuentra muy cerca de la plantilla en un orden del 7–8% hacen que prácticamente no se produzcan daños por cavitación, otros autores mencionan que una concentración entre 1–2% ayudan a reducir sustancialmente la erosión, también depende de la resistencia del concreto entre otros factores que fueron mencionados en capítulos anteriores.

En el anexo se muestra la memoria de cálculo que se siguió para calcular las concentraciones de aire, se ha tomado como modelo representativo para un gasto de $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$ porque es ahí donde se puede apreciar mejor los resultados, para los otros gastos se siguieron los mismo procedimientos por lo tanto no era necesario repetirlo.



CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones generales

La investigación del modelo hidráulico del vertedor del P. H. Luis Donaldo Colosio (Huites) permitió comparar los resultados del modelo matemático propuesto por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) analizando sólo la entrada de aire del chorro inferior. Los resultados revelaron que la descarga de aire aumentó en la zona de cavidad y disminuyó bruscamente en la zona de impacto, y luego permaneció invariable antes de que la región de aireación inferior se cruzara con la región de aireación superior conocido como la zona lejana.

El modelo ha sido dividido en 4 regiones: la zona de cavidad, la zona de impacto, la zona de equilibrio y la zona lejana como lo propone el autor. Sólo se ha analizado el comportamiento de la concentración de aire de la zona de equilibrio porque es donde más nos interesa conocer la posible aparición del fenómeno de cavitación, la ubicación del inicio de la zona lejana fue imposible apreciarlo físicamente por el tipo de material en que está construido el modelo, existen ecuaciones para calcularlos pero sólo funcionan para rápidas rectas.

El modelo ha sido ensayado con tres diferentes gastos ($0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$, $1 \text{ m}^3 / \text{s}$, $1.5 \text{ m}^3 / \text{s}$) observándose un comportamiento en el flujo de agua muy similar, pero con diferentes concentraciones de aire. En los cálculos analíticos haciendo el uso de los modelos matemáticos propuestos por (Bai, y otros, 2018) y (Kramer, 2004) podemos observar que a gastos mayores la ecuación que más se acerca a las concentraciones medidas en laboratorio es la de (Kramer, 2004), se comprobó que existen menos errores entre las mediciones hechas en laboratorio y los resultados que se obtuvieron haciendo uso del modelo de Kramer. Los altos rangos de errores que se observaron pudo haber sido ocasionado por errores de medición en laboratorio o por la geometría del modelo analizado, hay que recordar que los modelos matemáticos propuestos por los autores fueron calibrados para rápidas de descarga rectas con un ángulo de inclinación constante y no para geometrías cóncavas como el que se tiene en el modelo de Huites, el ángulo es variable a lo largo de la sección longitudinal, el comportamiento del agua junto con el aire que transporta son muy distintos para ambos casos, es necesario realizar más investigaciones y encontrar un modelo matemático que se adapte a los modelos de tipo cóncavo ya que así se podrían obtener resultados más precisos.

Sabemos que para que no exista daño en el fondo de la rápida, la concentración de aire en el fondo debe estar comprendido entre $7-8\%$, otros investigadores mencionan que entre $1-2\%$ ayuda a reducir sustancialmente la erosión por cavitación tal y como se ha mencionado en capítulos anteriores. De acuerdo con los cálculos y con las mediciones de laboratorio de las concentraciones de aire, podemos observar que a lo largo de los puntos de estudio (P_2 a P_8) se observaron concentraciones menores al 2% a partir del punto (P_4) que se encuentra a una distancia de 0.8 m del aireador.

De acuerdo a todo lo anterior, la literatura revisada y con los resultados obtenidos podemos concluir que existe una alta probabilidad de que se produzca cavitación aunque el prototipo lleva años funcionando y no se ha tenido problemas de este tipo pero es necesario recordar que aquí no



solo influye la cantidad de aire que se tiene, también están otros factores como la resistencia del material, la velocidad del agua entre otros como se mencionó en el capítulo I, así que es necesario realizar más investigaciones para averiguar qué sucede en realidad. Los modelos matemáticos propuestos no pueden usarse para rápidas de descarga de tipo cóncavo u otras geometrías dado que estos modelos fueron calibrados sólo para rápidas con sección longitudinal rectos y no dan la opción de ajustarlo a modelos de rápidas de diferente geometría, los errores calculados son considerables como se observó en el capítulo V reafirmando así esta idea.

6.2. Recomendaciones

Unas de las primeras consideraciones de carácter general pueden concretarse en los siguientes aspectos:

- ✚ Con los acabados y las resistencias del hormigón que hoy son “usuales” en los vertedores, una concentración de aire en la plantilla (C_0) próxima al 8% puede considerarse como un valor aceptable para que no se produzcan daños por cavitación, siempre que las velocidades del flujo no sean muy elevadas ($V < 30 - 35 \text{ m/s}$).
- ✚ Si la aireación en el fondo es insuficiente, velocidades de $20 - 25 \text{ m/s}$, pueden ser peligrosos, e incluso si no existe aire, según algunos autores, este umbral puede disminuir a los 15 m/s .
- ✚ De modo orientativo puede indicarse que si $C_0 < 8\%$ y el número de cavitación (σ) es inferior a $0.2 - 0.3$, existe riesgos de cavitación, siendo lo habitual recurrir a la aireación artificial de la lámina mediante la disposición de aireadores en el canal de descarga.
- ✚ En el caso de los tramos con pendientes fuertes ($\alpha \geq 30^\circ$), cuando existan riesgos de cavitación y la aireación sea escasa (rápidas de longitud insuficiente para alcanzar de forma natural la aireación necesaria), la construcción de un aireador en el comienzo de la zona donde existan tales riesgos, en general, resolverá el problema sin que suelen requerirse aireadores sucesivos.
- ✚ La ubicación de los aireadores además de estar condicionada por los valores de σ y C_0 , también se ve afectada por el perfil de la rápida. En este sentido, los cambios de pendiente son potenciales puntos para colocar los aireadores, evitándose así las curvas de transición verticales.
- ✚ En general los aireadores son fruto de la combinación de los dispositivos básicos: rampa, escalón y ranura, al objeto de aprovechar las ventajas de cada una de ellas y lograr así un funcionamiento conjunto mejor. Sus dimensiones deben ser mayores conforme aumente la velocidad del flujo.



Referencias

- Bai, R., D., P., Liu, S., Tian, Z., Wang, W., & Zhang, F. (2018). Experimental Investigation of Air-Water Flow Properties of Offset Aerators. *Int. J. Multiphase Flow*.
- Bai, R., Zhang, F., Liu, S., & Wang, W. (2016). Air concentration and bubble characteristics downstream of a chute aerator. *Int. J. Multiphase Flow*, 87, 156-166.
- Bradley, J. (1945, October). Study of Air Injection into the Flow in the Boulder Dam Spillway Tunnels - Boulder Canyon Project. (B. o. HYD-186, Ed.)
- Chanson, H. (1992 b, abril). Entrainment d'air dans le écoulements à surface libre: application aux évacuateurs de crues de barrage. *La Houille Blanche* No 4. 277-286.
- Chanson, H. (1995 b). Predicting the filling of ventilated cavities behind spillway aerators. *J. Hidraul. Res.*, 33 (3), 361-372.
- Chanson, H. (1995). Predicting oxygen content downstream of weirs, spillways and waterways. *Proc., Intitution of Civil Engineers, Water and Maritime Engineering*, 20-30.
- Chanson, H. (1996). Air bubble entrainment in turbulent water jets discharging into the atmosphere. *Aust. Civ. Eng. Trans*, 39(1), 39-48.
- Douma, J. (1943). Discussion of Hall. *108*, 1462-1473.
- Falvey , H. (1990). Cavitation in chutes and spillways. Denver, EEUU.
- Falvey, H. T. (1990). Cavitation in chutes and spillways. *Engineering monograph No 42. Buereau of Reclamation*.
- Glazov, A. (1985). Calculation of the Air-Capturing Ability of a Flow Behind an Aerator Ledge.
- Hager, W. (1991, abril). Uniform aerated chute flow. *Journal of Hydraulic Division*, 117, HY4, 528-533.
- Hall, L. S. (1943). Open channel flow at higt velocities. *108*, 1394-1434.
- Heymann, F. (1967). On the Time Dependence of the Rate od Erosion Due to Impingement or Cavitation. *Erosión by Cavitation or Impingement*, 70-110.
- Hinze, J. (1975). *Turbulence* (Second Edition ed.). McGraw-Hill.
- ICOLD. (1992). Spillways. Shockwaves and air entrainment. *Boletín No 81*.
- Kenn, M., & Garrod, M. (1981). Cavitation damage and the Tarbela Tunnel collapse of 1974. In *Part I. Proceeding of Institute of Civil Engineers* (pp. 65-89). United Kingdom: Imperial College of Science and Technology.
- Kökpınar, M., & Gögüs, M. (2002). *High-speed jet flows over spillways aerators* (Vol. 29). Can J Civ Eng.



- Kramer, K. (2004). *Development of Aerated Chute Flow*. Zürich, ETH-Zentrum: Versuchsanstalt für Wasserbau Hydrologie und Glaziologie der Technischen Hochschule Zürich Eidgenössischen.
- Marchegiani, A. (2006). Cavitación. *Universidad Nacional del Comahue*, 27.
- May, R. (1987). *Cavitation in hydraulic structures: occurrence and prevention*. Report research SR79, Oxfordshire OX10 8 BA, Hydraulic Research Wallingford, United Kingdom.
- Ni, H. (1993). Mechanism of air entrainment and estimation of cavity length. *J. Release Works High-speed Flow (in chinese)*, (2), 1-8.
- Novak, P. (1984). *Development un hydraulic engineering. Volumen 2. Elsevier ed. Applied Science Publishers L.T.D.* New York.
- Pan, S., Shao, Y., & Shi, Q. (1980). The self-aeration capacity of a water Jet over the aeration ramp. *J. Hydraulic Eng. (in Chinese)*, (5), 13-22.
- Peterka, A. (1953). The effect of entrained air on cavitation piting. Joint Meeting Paper. Minneapolis, Minnessota: IAMR/ASCE.
- Pfister, M., & Hager, W. (2010a). Chute aerator I: air transport characteristics. *J. Hydraulic.Eng.*, 136 (2), 352-359.
- Pfister, M., & Hager, W. (2011b). Self-entrainment of air on the stepped spillways. *Int. J. Multiphase Flow*, 37(2), 99-107.
- Pinto, N. (1991). Air entrainment in free surface flows. *Desing Manual No 4(5)*, 115-131.
- Pinto, N., Neidert, S., & Ota, J. (1982). Aeration at high velocity flows. In *Water Power and Dam Cosntruction* (pp. 34-38 y 42-44).
- Rao, P., Martin, C., Rao, B., & Rao, N. (1981). Estimation of Cavitation Eosion With Incubation Periods and Material Properties. *Journao fo Testing and Evaluation*, 189-197.
- Rodal, E., Carmona, R., & Estevez, N. (1996). Descripción de las mediciones de concentración de aire en modelo físico de los aireadores del vertedor de la presa Huites. *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 14.
- Russel, S., & Sheenan, G. (1974). Effect of entrained air on cavitation damage. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. I.
- Rutschmann, P., & Hager, W. (1990, junio). Air entrainment by spillway aerators. *Journal of Hydraulic División*, 116 HY7, 765-782.
- Salinas Vázquez, M., Vicente, W., García, M., Val, R., Carrizosa, E., Rodríguez, A., & Palacio, A. (2006, Enero). Modelo numéricos para la simulación del comportamiento de aireadores en vertedores de grandes presas. (C. Escalante Sandoval, Ed.) *Asociación Mexicana de Hidráulica, A. C.*(35), 19-29.
- Semenkov, V., & Lentiaev, L. (1973, May). Spillway with Nappe Aeration. *Gidrotekhnicheskoe Stroitel'stvo*, 5, 16-20.



- Stinebring, D. (Agosto de 1976). En *Scaling of Cavitation Damage* (pág. 160). Pennsylvania: State University.
- Stinebring, D., Holl, J. W., & Arndt, R. E. (1980, Diciembre). Two Aspects of Cavitation Damage in the Incubation Zone: Scaling by Energy Considerations and Leading Edge Damage. *102*, 481-485. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*.
- U.S.B.R. (1977). *Desing of small dams*. Bureau of Reclamation. Denver, EEUU.
- Wei, C., & DeFazio, F. (1982). *Simulation of Free Jet Trajectories for the Desing of Aeration Devices on Hydraulic Structures*. England.
- Wood, I. R. (1991). Air entrainment in free-surface flows. In *Desing Manual N° 4, IAHR, A. A.* (pp. 55-84). Rotterdam, Netherlands: Balkema Published.
- Wu, J., & Ruan, S. (2008). Cavity length below chute aerators. *Sci. China Tech. Sci.*, *51* (2), 170-178.
- Yang, Y., Chen C. Z., & Yu, Q. (1996). A mathematical model for self-aeration capacity of free jet onthe aerator. *J. Hidraul. Eng. (in Chinesse)*, (3), 13-21.





ANEXO

(Memoria de cálculo)



Memoria de cálculo

Datos: $Q := 1.5$, $h_0 := 0.16$

- Rugosidad del canal: $n = 0.012$
- Pendiente del canal: $\alpha = 35^\circ$
- Gasto: $Q = 1.5$
- Ancho del canal: $b = 1.72$
- Aceleración de la gravedad: $g = 9.807$
- Densidad del agua: $\rho_w = 1000$
- Pendiente de la rampa: $\theta = 4^\circ$
- Tirante de agua: $y := h_{1500} = 0.133$ $h_0 := y$
- Velocidad del agua: $V_0 := \frac{Q}{y \cdot b} = 6.557$ $V_{0.1500} := V_0$

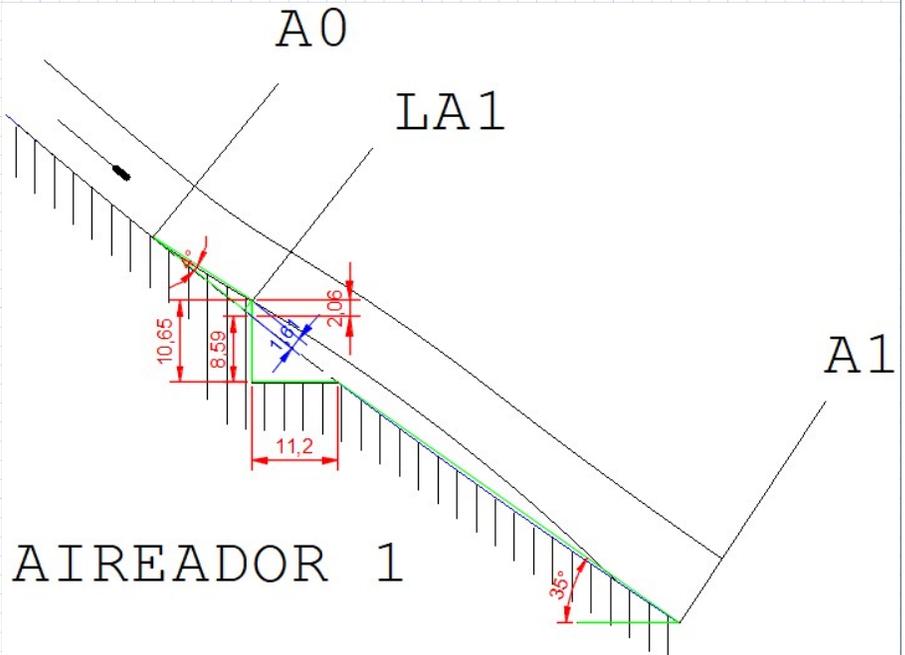
Solver Restricciones Valores de prueba

$$y_n := 1$$

$$Q = \frac{b}{n} \cdot (b \cdot y_n) \cdot \left(\frac{b \cdot y_n}{b + 2 \cdot y_n} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot S_0^{\frac{1}{2}}$$

Solver $y_{n.1500} := \text{find}(y_n) = 0.056$

- Aireador:**
- Longitud del aireador: $L_a = 0.112$
 - Ancho del aireador: $b_a = 0.096$
 - Altura de la rampa: $t_r = 0.016$
 - Altura del escalón: $t_s = 0$



Zona de impacto y de equilibrio

$$Fr_0 := \frac{V_0}{(g \cdot y)^{0.5}} = 5.741$$

Se calcula la longitud de cavidad usando las ecuaciones propuestas por otros investigadores:

$$Fr_{0.1500} := Fr_0$$

Ecuación 1

$$i := 1 \dots 4$$

$$L_1 := \left| \begin{array}{l} A_a \leftarrow 2 \cdot L_a \cdot b_a \\ A_w \leftarrow b \cdot y \\ y \cdot \left(0.28 \cdot Fr_0^{1.75} \cdot (1 + \theta)^{0.22} \cdot \left(\frac{t_r + t_s}{y} \right)^{0.44} \cdot \left(1 + \tan(\alpha) \cdot \frac{A_a}{A_w} \right)^{-0.087} \right) \end{array} \right| = 0.316$$

Ecuación 2

$$L_2 := \left\| \begin{array}{l} T \leftarrow \frac{t_r + t_s}{y} \\ T_r \leftarrow \frac{t_r}{y} \\ T_s \leftarrow \frac{t_s}{y} \\ \theta_m \leftarrow \left(\tanh \left(\frac{T_r}{\theta} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \theta \\ \lambda_j \leftarrow \frac{\theta_m \cdot Fr_0^2}{\cos(\alpha)} \cdot \left(1 + \left(1 + \frac{2 \cdot T \cdot \cos(\alpha)}{\theta_m \cdot Fr_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \\ L_j \leftarrow \lambda_j \cdot y \\ L_j \end{array} \right\| = 0.807$$

Ecuación 3

$$L_3 := \left\| \begin{array}{l} L \leftarrow y \cdot \left(0.77 Fr_0 \cdot (1 + \sin(\alpha))^{1.5} \cdot \left(\sqrt{\frac{t_s + t_r}{y}} + Fr_0 \cdot \tan(\theta) \right) \right) \\ \text{if } 0 < \frac{L}{y} < 50 \\ L \end{array} \right\| = 0.87$$

Ecuación 4

$$\frac{\Delta}{y} = 0.121 \quad Fr_0^2 = 32.965$$

$$L_4 := \left\| \begin{array}{l} h \leftarrow y \\ A \leftarrow 0.96 \\ B \leftarrow 0.63 \\ C \leftarrow 0.43 \\ h \cdot B \cdot C \cdot \left(Fr_0^2 \cdot \frac{\cos(\alpha - A \cdot \theta)}{(\cos(\alpha))^2} \cdot \left(\sin(A \cdot \theta) + \sqrt{(\sin(A \cdot \theta))^2 + \frac{2 \cdot g \cdot (t_r + 0.5 \cdot h) \cdot \cos(\alpha)}{V_0^2}} \right) \right. \\ \left. + \frac{t_r + 0.5 \cdot h}{h} \cdot \tan(\alpha) \right) \end{array} \right\| = 0.402$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.316 \\ 0.807 \\ 0.87 \\ 0.402 \end{bmatrix} \quad \text{Vemos que la ecuación 1 se adapta mejor al modelo, por lo tanto:}$$

$$L := \min(L) = 0.316$$

$$L_m := L \cdot (1 + 0.026 \cdot Fr_0) = 0.363$$

$$C_0 := 0.1 \cdot (V_0 + 0.2) = 0.676$$

$$L_{1500} := L \quad L_{m.1500} := L_m \quad C_{0.1500} := C_0$$

Memoria de cálculo

Zona de equilibrio $L_m < x < L_D$

$$L_m = 0.363$$

$$x_m = [-0.13 \quad 0.15 \quad 0.45 \quad 0.8 \quad 1.2 \quad 1.6 \quad 2 \quad 2.4]$$

Puntos en el eje "x": $x := \begin{bmatrix} L_m \\ 0.45 \\ 0.8 \\ 1.2 \\ 1.6 \\ 2 \\ 2.4 \end{bmatrix}$

Se sustituyen valores en las ecuaciones:

$$C_m := C_0 \cdot \left(\frac{x}{L_m} \right)^{-0.31 \cdot Fr_0 + 0.055}$$

$$z_m := (h_0 + h_s) \cdot \left(0.092 \cdot \frac{x - L_m}{L_m} + 0.032 \right)$$

$$\Delta z_{C0.85} := h_0 \cdot \left(0.094 \cdot \frac{x - L_m}{L_m} + 0.038 \right)$$

Se tiene:

$$x = \begin{bmatrix} 0.363 \\ 0.45 \\ 0.8 \\ 1.2 \\ 1.6 \\ 2 \\ 2.4 \end{bmatrix}$$

$$C_m = \begin{bmatrix} 0.676 \\ 0.467 \\ 0.173 \\ 0.086 \\ 0.052 \\ 0.036 \\ 0.026 \end{bmatrix}$$

$$z_m = \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.008 \\ 0.021 \\ 0.036 \\ 0.051 \\ 0.067 \\ 0.082 \end{bmatrix}$$

$$\Delta z_{C0.85} = \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.008 \\ 0.02 \\ 0.034 \\ 0.048 \\ 0.061 \\ 0.075 \end{bmatrix}$$

Ahora se calcula la concentración de aire en el eje "z" para cada punto de "x":

$$i := 1 \quad x_i = 0.363 \quad C_{eq0.363}(x, z) := C_{m_i} \cdot e^{\left(-0.1 \cdot \left(\frac{z - z_{m_i}}{\Delta z_{C0.85_i}} \right)^2 \right)}$$

$$i := 2 \quad x_i = 0.45 \quad C_{eq0.45}(x, z) := C_{m_i} \cdot e^{\left(-0.1 \cdot \left(\frac{z - z_{m_i}}{\Delta z_{C0.85_i}} \right)^2 \right)}$$

$$i := 3 \quad x_i = 0.8 \quad C_{eq0.8}(x, z) := C_{m_i} \cdot e^{\left(-0.1 \cdot \left(\frac{z - z_{m_i}}{\Delta z_{C0.85_i}} \right)^2 \right)}$$

$$i := 4 \quad x_i = 1.2 \quad C_{eq1.2}(x, z) := C_{m_i} \cdot e^{\left(-0.1 \cdot \left(\frac{z - z_{m_i}}{\Delta z_{C0.85_i}} \right)^2 \right)}$$

Memoria de cálculo

$$i:=5 \quad x_i = 1.6 \quad C_{eq1.6}(x, z) := C_{m_i} \cdot e^{\left(-0.1 \cdot \left(\frac{z - z_{m_i}}{\Delta z_{C0.85_i}} \right)^2 \right)}$$

$$i:=6 \quad x_i = 2 \quad C_{eq2}(x, z) := C_{m_i} \cdot e^{\left(-0.1 \cdot \left(\frac{z - z_{m_i}}{\Delta z_{C0.85_i}} \right)^2 \right)}$$

$$i:=7 \quad x_i = 2.4 \quad C_{eq2.4}(x, z) := C_{m_i} \cdot e^{\left(-0.1 \cdot \left(\frac{z - z_{m_i}}{\Delta z_{C0.85_i}} \right)^2 \right)}$$

Finalmente se obtiene la concentración de aire calculado con la fórmula de (Bai y otros, 2018) que se muestra en la siguiente tabla:

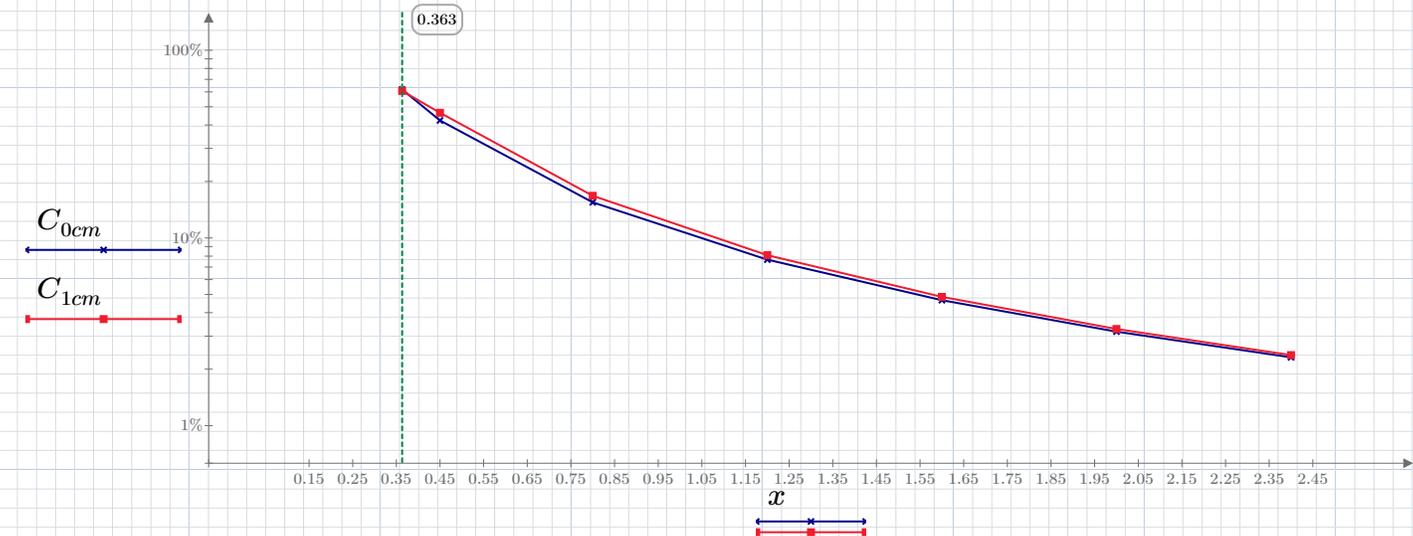
Concentración de aire (C) calculado con (Bai y otros, 2018)							
z [m]	L	P3	P4	P5	P6	P7	P8
0.00	0.61809	0.42262	0.15480	0.07666	0.04661	0.03169	0.02313
0.01	0.60712	0.46439	0.16780	0.08098	0.04856	0.03275	0.02377
0.02	0.27255	0.37442	0.17309	0.08406	0.05015	0.03366	0.02433
0.03	0.05592	0.22149	0.16991	0.08574	0.05133	0.03441	0.02483
0.04	0.00524	0.09614	0.15872	0.08594	0.05208	0.03499	0.02524
0.05	0.00022	0.03062	0.14109	0.08466	0.05238	0.03539	0.02557
0.06	0.00000	0.00715	0.11935	0.08195	0.05222	0.03561	0.02582
0.07	0.00000	0.00123	0.09607	0.07795	0.05160	0.03564	0.02597
0.08	0.00000	0.00015	0.07359	0.07287	0.05054	0.03548	0.02603
0.09	0.00000	0.00001	0.05365	0.06693	0.04906	0.03513	0.02600
0.10	0.00000	0.00000	0.03721	0.06042	0.04722	0.03461	0.02588
0.11	0.00000	0.00000	0.02457	0.05360	0.04504	0.03391	0.02566
0.12	0.00000	0.00000	0.01543	0.04672	0.04258	0.03305	0.02536
0.13	0.00000	0.00000	0.00923	0.04002	0.03991	0.03204	0.02498
0.14	0.00000	0.00000	0.00525	0.03369	0.03707	0.03090	0.02451
0.15	0.00000	0.00000	0.00284	0.02787	0.03413	0.02963	0.02396
0.16	0.00000	0.00000	0.00146	0.02266	0.03115	0.02828	0.02335
x [m]	0.36	0.45	0.8	1.2	1.6	2	2.4

Memoria de cálculo

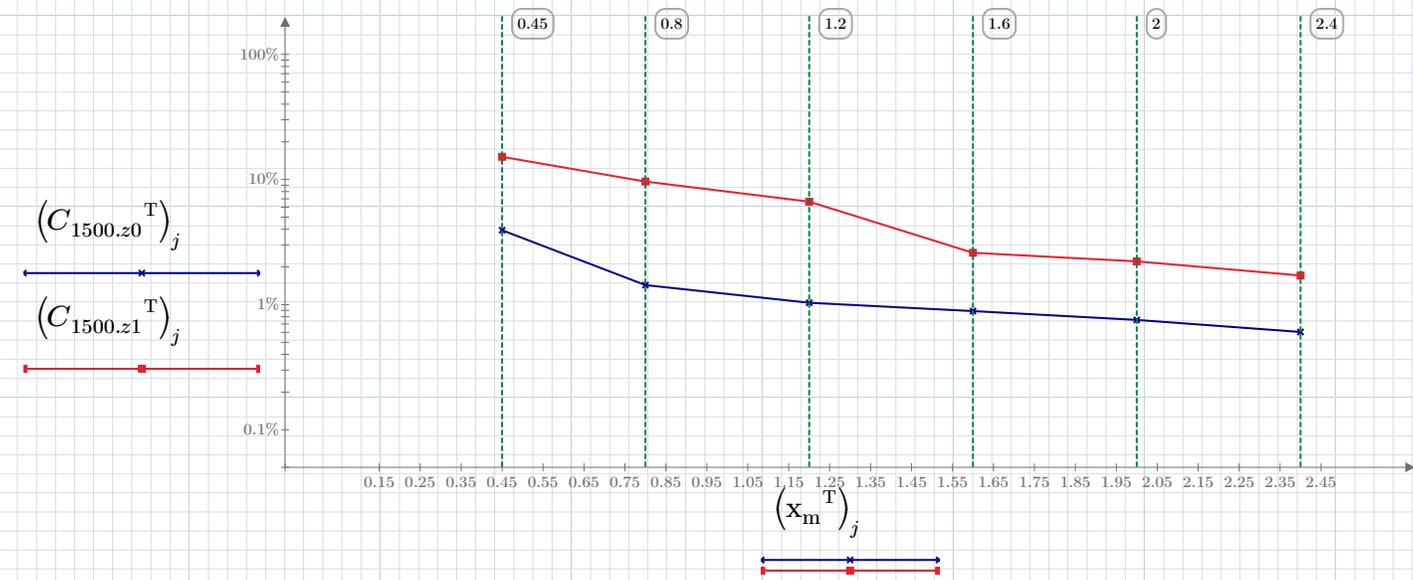
Sólo nos interesa la concentración de aire a una distancia $z=0$ cm y $z= 1$ cm de la plantilla, por lo tanto:

Concentración de aire calculado con la ecuación (Bai, y otros, 2018) a 0 y 1 cm:

$$\begin{matrix}
 \begin{bmatrix} 0.363 \\ 0.45 \\ 0.8 \\ 1.2 \\ 1.6 \\ 2 \\ 2.4 \end{bmatrix} \\
 C_{1500.0cm_j} := C_{0cm_{j-1}} \\
 C_{1500.1cm_j} := C_{1cm_{j-1}}
 \end{matrix}
 \quad
 C_{0cm} :=
 \begin{bmatrix} C_{eq0.363}(x,z)_1 \\ C_{eq0.45}(x,z)_1 \\ C_{eq0.8}(x,z)_1 \\ C_{eq1.2}(x,z)_1 \\ C_{eq1.6}(x,z)_1 \\ C_{eq2}(x,z)_1 \\ C_{eq2.4}(x,z)_1 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix} 61.8094\% \\ 42.26212\% \\ 15.48033\% \\ 7.66646\% \\ 4.66094\% \\ 3.16938\% \\ 2.31302\% \end{bmatrix}
 \quad
 C_{1cm} :=
 \begin{bmatrix} C_{eq0.363}(x,z)_2 \\ C_{eq0.45}(x,z)_2 \\ C_{eq0.8}(x,z)_2 \\ C_{eq1.2}(x,z)_2 \\ C_{eq1.6}(x,z)_2 \\ C_{eq2}(x,z)_2 \\ C_{eq2.4}(x,z)_2 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix} 60.71195\% \\ 46.43941\% \\ 16.78036\% \\ 8.09793\% \\ 4.85599\% \\ 3.27469\% \\ 2.3767\% \end{bmatrix}$$

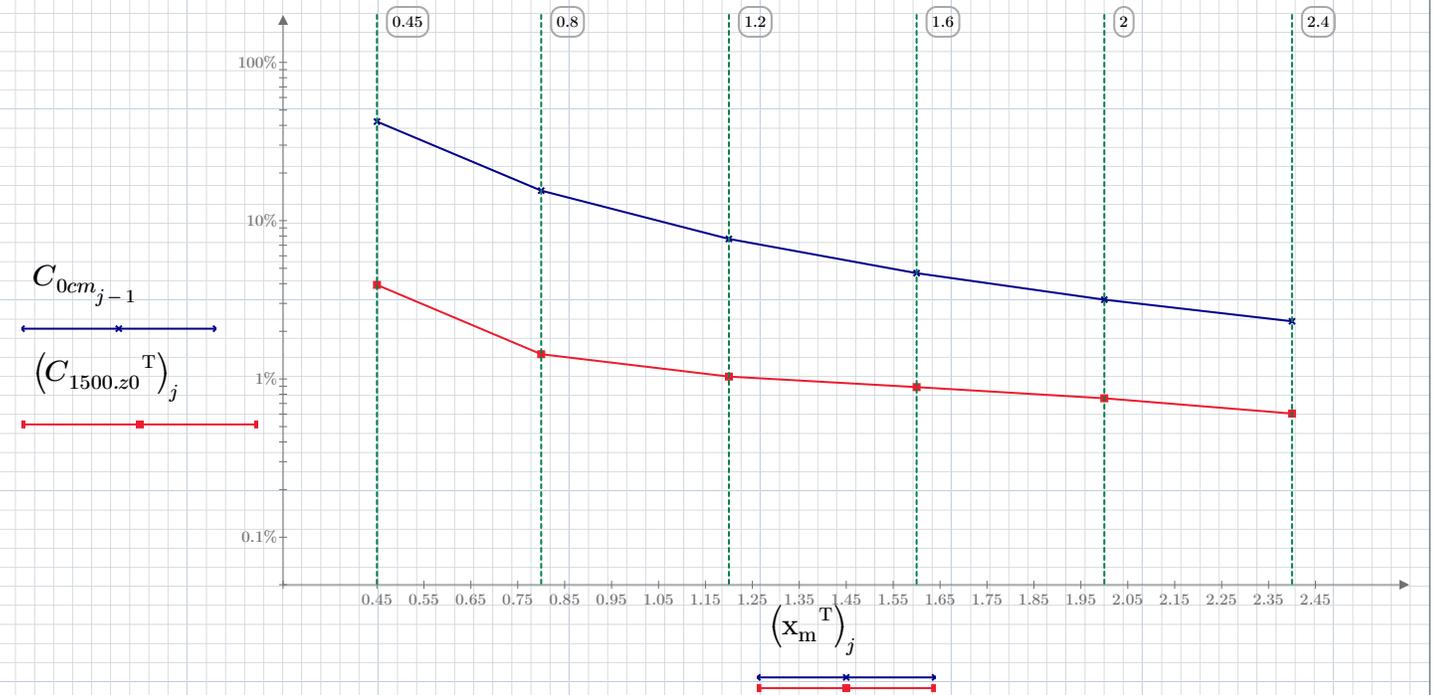


Concentración de aire medido a 0 y 1 cm:



Memoria de cálculo

Comparación de concentración de aire calculado con la ecuación (Bai, y otros, 2018) y medido a 0 cm:



$$error_{1_j} := \frac{\| (C_{1500.z0^T})_j - (C_{0cm})_{j-1} \|}{(C_{1500.z0^T})_j} = \begin{bmatrix} 975.379\% \\ 980.278\% \\ 640.714\% \\ 425.011\% \\ 319.956\% \\ 282.666\% \end{bmatrix}$$

$$error_{0B.1500_j} := error_{1_j}$$

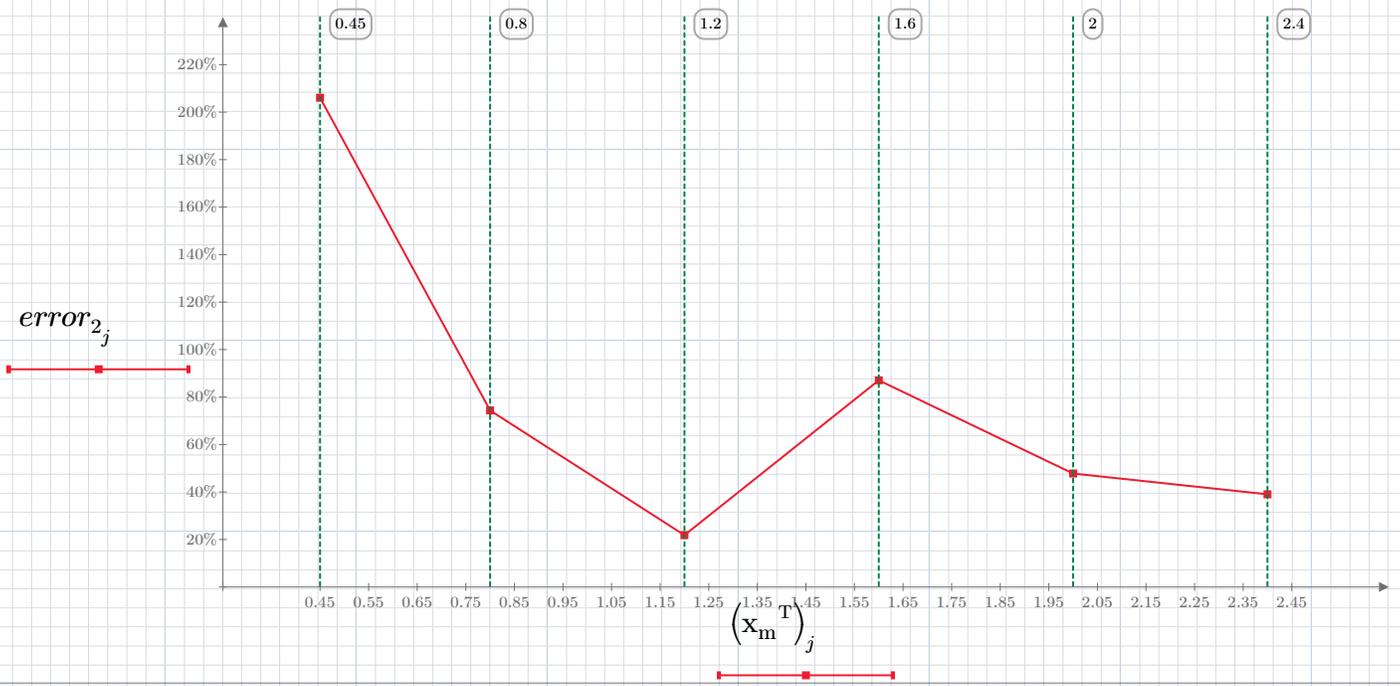


Memoria de cálculo

Comparación de concentración de aire calculado con la ecuación (Bai, y otros, 2018) y medido a 1 cm:



$$error_{2_j} := \frac{\| (C_{1500.z1}^T)_j - (C_{1cm})_{j-1} \|}{(C_{1500.z1}^T)_j} = \begin{bmatrix} 206.075\% \\ 74.345\% \\ 21.827\% \\ 87.052\% \\ 47.781\% \\ 39.039\% \end{bmatrix}$$



Memoria de cálculo

Concentración de aire calculado con la ecuación (Kramer, 2004):

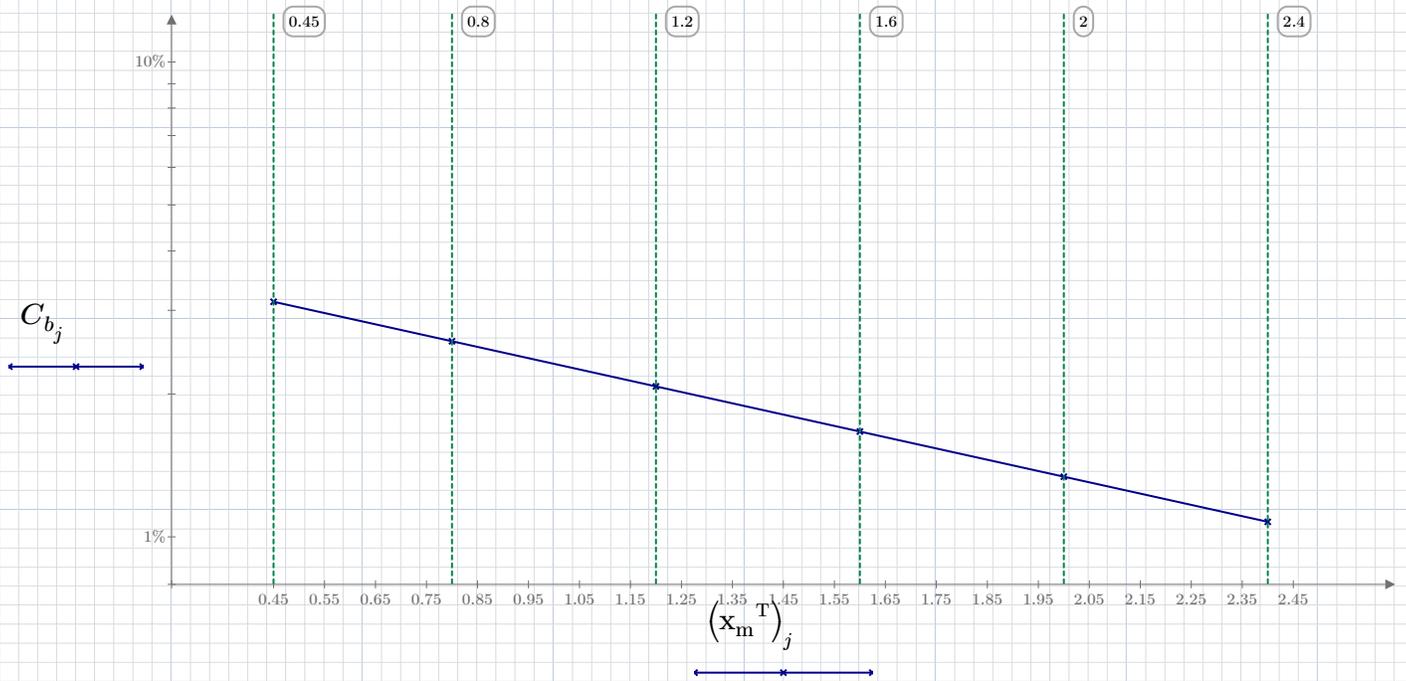
Datos:

$$C_{b0} := 0.04 \quad S_0 := \alpha = 0.611 \quad h_{90u} := h_0 = 0.16$$

$$X_{90u_j} := \frac{(x_m^T)_j}{h_{90u}} = \begin{bmatrix} 2.813 \\ 5 \\ 7.5 \\ 10 \\ 12.5 \\ 15 \end{bmatrix}$$

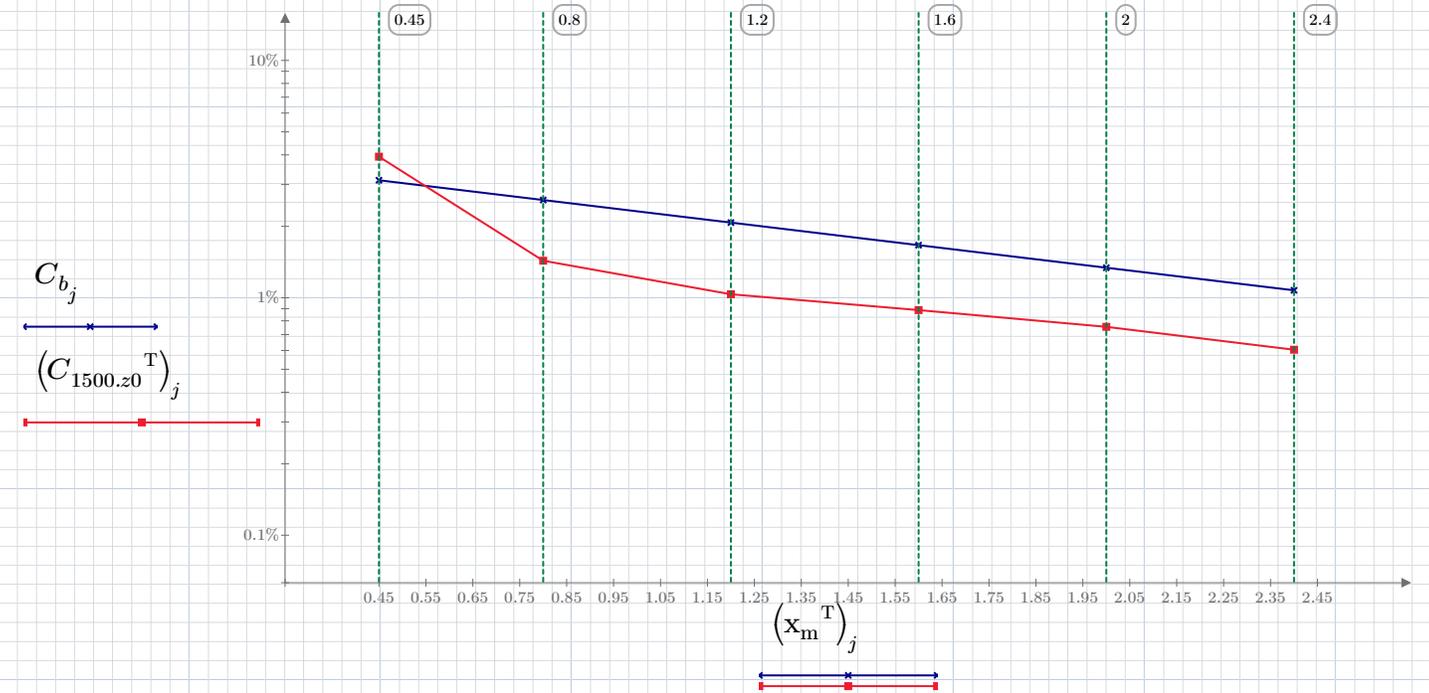
$$C_{b_j} := C_{b0} \cdot e^{-\left(7.2 \cdot 0.006^{S_0} + 6.6\right) Fr_0^{-2.5} \cdot X_{90u_j}} = \begin{bmatrix} 3.127\% \\ 2.582\% \\ 2.074\% \\ 1.666\% \\ 1.339\% \\ 1.076\% \end{bmatrix}$$

$$C_{b1500} := C_b$$

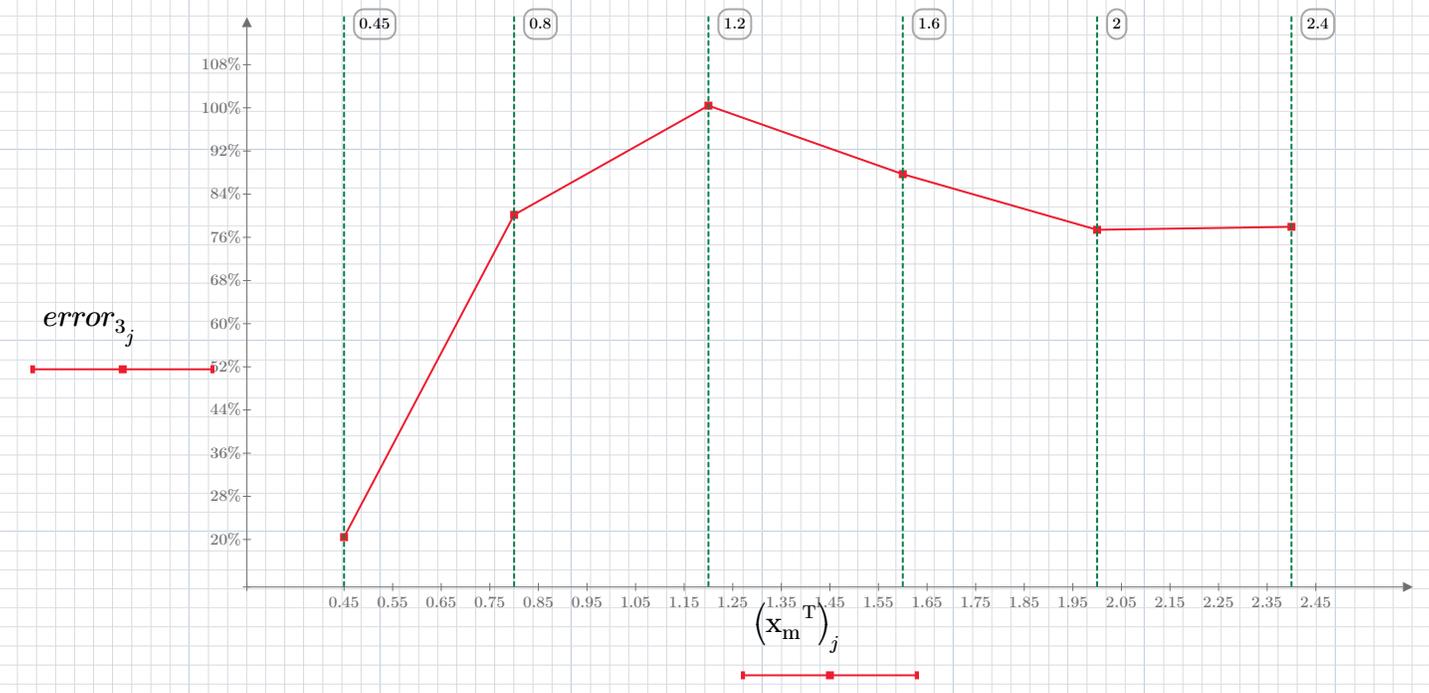


Memoria de cálculo

Comparación de concentración de aire calculado con la ecuación (Kramer, 2004) y medido a 0 cm:

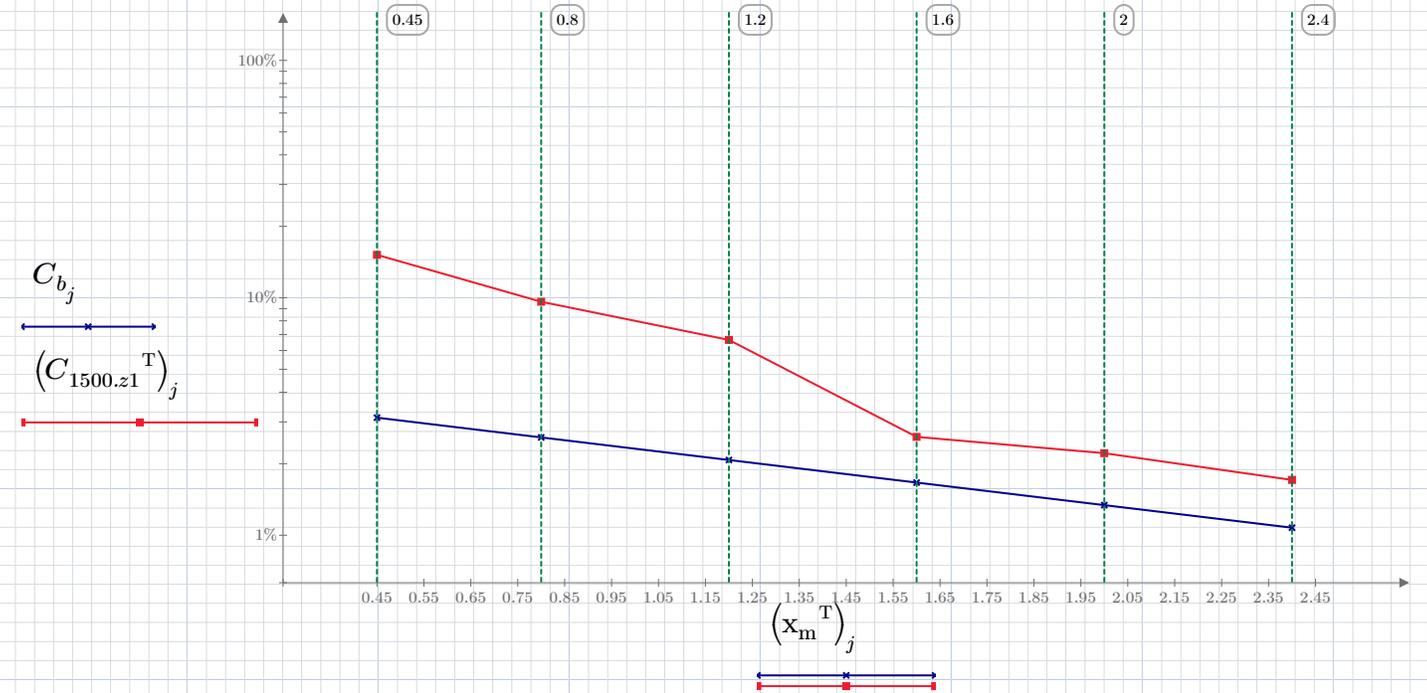


$$error_{3_j} := \frac{\| (C_{1500.z0^T})_j - C_{b_j} \|}{(C_{1500.z0^T})_j} = \begin{bmatrix} 20.436\% \\ 80.169\% \\ 100.406\% \\ 87.708\% \\ 77.398\% \\ 77.948\% \end{bmatrix} \quad error_{0K.1500_j} := error_{3_j}$$



Memoria de cálculo

Comparación de concentración de aire calculado con la ecuación (Kramer, 2004) y medido a 1 cm:

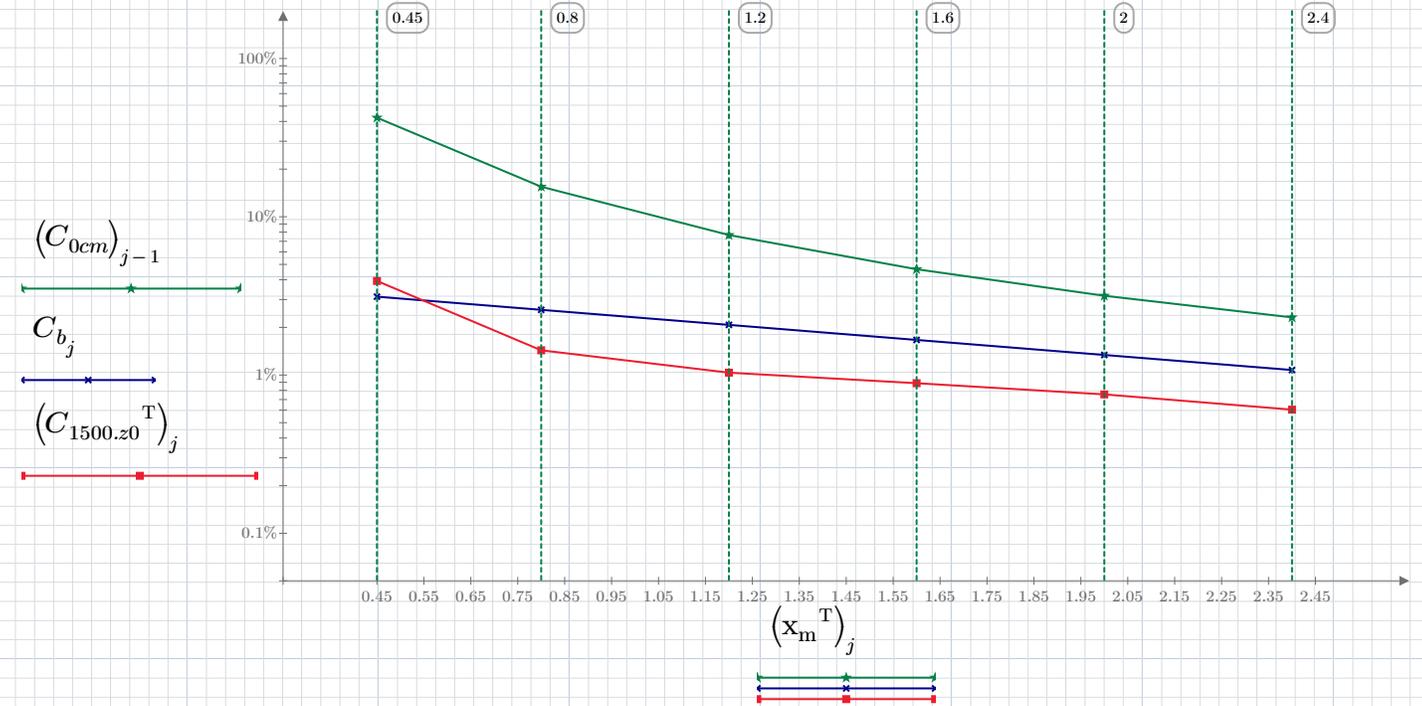


$$error_{4_j} := \frac{\| (C_{1500.z1}^T)_j - C_{b_j} \|}{(C_{1500.z1}^T)_j} = \begin{bmatrix} 79.391\% \\ 73.175\% \\ 68.795\% \\ 35.809\% \\ 39.582\% \\ 37.076\% \end{bmatrix}$$

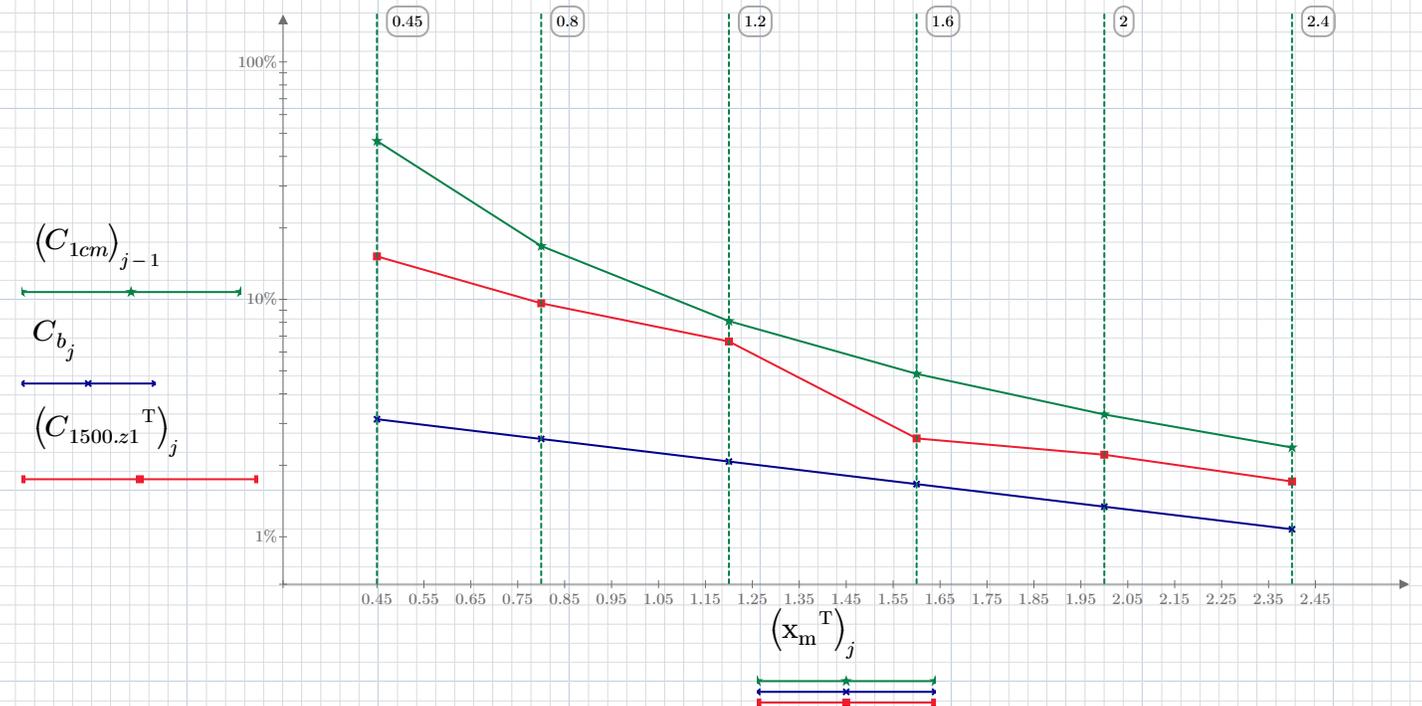


Memoria de cálculo

Comparación de concentración de aire calculado con la ecuación (Bai, y otros, 2018), (Kramer, 2004) y medido a 0 cm:



Comparación de concentración de aire calculado con la ecuación (Bai y otros, 2018), (Kramer, 2004) y medido a 1 cm:



Memoria de cálculo

Si usamos la condición más desfavorable:

$$\begin{aligned}
 Des := & \left\| \begin{aligned}
 & A \leftarrow \sum_{j=3}^8 (C_{1500.z_1}^T)_j \\
 & B \leftarrow \sum_{j=3}^8 C_{0cm_{j-1}} \\
 & C \leftarrow \sum_{j=3}^8 C_{b_j} \\
 & \text{if } (A < B \wedge A < C) \\
 & \quad \left\| \text{“Laboratorio”} \right. \\
 & \quad \text{else if } (B < A \wedge B < C) \\
 & \quad \quad \left\| \text{“(Bai, y otros, 2018)”} \right. \\
 & \quad \quad \text{else if } (C < A \wedge C < B) \\
 & \quad \quad \quad \left\| \text{“(Kramer, 2004)”} \right.
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Por lo tanto concluimos que la ecuación para calcular la concentración de aire para la condición más desfavorable usando un gasto de $Q = 1.5 \frac{m^3}{s}$ y a una distancia $z_1 = 0$ m es: $Des = \text{“Laboratorio”}$

Si revisamos la ecuación que más se acerca con las mediciones hechas en laboratorio a una distancia $z_1 = 0$ m:

$$\begin{aligned}
 Ec := & \left\| \begin{aligned}
 & A \leftarrow \sum_{j=1}^8 (error_1)_j \\
 & B \leftarrow \sum_{j=1}^8 (error_3)_j \\
 & \text{if } (A < B) \\
 & \quad \left\| \text{“(Bai, y otros, 2018)”} \right. \\
 & \quad \text{else if } (B < A) \\
 & \quad \quad \left\| \text{“(Kramer, 2004)”} \right.
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Por lo tanto concluimos que la ecuación para calcular la concentración de aire y el que más se acerca a las mediciones hechas en laboratorio para un gasto de $Q = 1.5 \frac{m^3}{s}$ y a una distancia $z_1 = 0$ m es: $Ec = \text{“(Kramer, 2004)”}$