



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA  
INSTITUTO DE GEOFÍSICA

SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA CONJUNTA DE PROPIEDADES PETROFÍSICAS  
CON CÓPULAS DE BERNSTEIN USANDO ATRIBUTOS SÍSMICOS COMO  
VARIABLES SECUNDARIAS A ESCALA DE REGISTROS DE POZO.

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRESENTA:  
DANIEL VÁZQUEZ RAMÍREZ

TUTOR:  
DR. MARTIN A. DIAZ VIERA (INSTITUTO MEXICANO DEL PETRÓLEO, IMP)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:  
DRA. ELSA LETICIA FLORES MÁRQUEZ (INSTITUTO DE GEOFÍSICA, UNAM)  
DR. GUILLERMO PÉREZ CRUZ (FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM)  
DRA. GRACIELA HERRERA ZAMARRÓN (INSTITUTO DE GEOFÍSICA, UNAM)  
DR. CARLOS ORTIZ ALEMAN (INSTITUTO MEXICANO DEL PETRÓLEO, IMP)

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. OCTUBRE 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

A mi madre por su apoyo incondicional.

A mi comité tutor por todos sus consejos y apoyo.

A los compañeros del grupo de grupo de modelación en ciencias de la tierra por sus aportaciones a este trabajo de investigación.

Al Centro Nacional de Información de Hidrocarburos (CNIH) y al Seminario Universitario sobre Investigación en Hidrocarburos (SUIH) por proporcionar la información petrolera E00-418 que contiene los registros geofísicos de los pozos Lackach-1 y Lackach-2DL analizados en esta tesis.

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN.</b>	<b>1</b>
1.1	ANTECEDENTES.	1
1.2	MOTIVACIÓN.	1
1.3	OBJETIVOS Y ALCANCES.	1
1.4	DESCRIPCIÓN DE LOS CAPÍTULOS.	2
<b>2</b>	<b>MODELACIÓN INTEGRAL GEOLÓGICO-PETROFÍSICA DE YACIMIENTOS.</b>	<b>3</b>
2.1	INTRODUCCIÓN.	3
2.2	MODELO ESTRUCTURAL.	3
2.3	MODELO ESTRATIGRÁFICO.	4
2.4	MODELO LITOLÓGICO.	5
2.5	HETEROGENEIDADES.	6
2.6	MODELO PETROFÍSICO.	7
<b>3</b>	<b>REVISIÓN DE LOS MÉTODOS GEOESTADÍSTICOS PARA LA SIMULACIÓN DE PROPIEDADES PETROFÍSICAS</b>	<b>9</b>
3.1	INTRODUCCIÓN.	9
3.2	SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA.	10
3.3	MÉTODO DE RECOCIDO SIMULADO.	13
<b>4</b>	<b>TEORÍA DE CÓPULAS Y MEDIDAS DE DEPENDENCIA.</b>	<b>16</b>
4.1	INTRODUCCIÓN A LAS CÓPULAS DE BERNSTEIN.	16
4.1.1	TEOREMA DE SKLAR.	16
4.1.2	LÍMITES DE FRÉCHET-HOEFFDING.	17
4.1.3	CÓPULA BIVARIADA.	18
4.2	CÓPULA DE BERNSTEIN.	19
4.3	MEDIDAS DE DEPENDENCIAS.	21
4.3.1	CORRELACIÓN LINEAL O DE PEARSON ( $r$ ).	21
4.3.2	CONCORDANCIA.	22
4.3.3	CORRELACIÓN DE SPEARMAN ( $\rho_s$ ).	22
4.3.4	CORRELACIÓN DE KENDALL ( $\tau$ ).	22
4.3.5	CONSIDERACIONES.	23
<b>5</b>	<b>MÉTODO DE CO-SIMULACIÓN DE PROPIEDADES PETROFÍSICAS CON CÓPULAS DE BERNSTEIN USANDO ATRIBUTOS SÍSMICOS COMO VARIABLES SECUNDARIAS</b>	<b>24</b>

<b>5.1</b>	<b>METODOLOGÍA DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO.</b>	<b>24</b>
<b>5.2</b>	<b>IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MÉTODO DE CO-SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA ESPACIAL BASADA EN CÓPULAS DE BERNSTEIN (BcSASim)</b>	<b>25</b>
5.2.1	ANÁLISIS EXPLORATORIO.	25
5.2.2	ANÁLISIS BIVARIADO DE LA DEPENDENCIA ESPACIAL.	25
5.2.3	ANÁLISIS ESTRUCTURAL.	25
5.2.4	ESTIMACIÓN Y SIMULACIÓN USANDO LA CÓPULA DE BERNSTEIN	26
5.2.5	SIMULACIÓN ESPACIAL USANDO EL MÉTODO DE RECOCIDO SIMULADO.	26
<b>5.3</b>	<b>IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MÉTODO DE CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANO (SGCoSim).</b>	<b>29</b>
5.3.1	MODELO DE CORREGIONALIZACIÓN LINEAL.	29
5.3.2	CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA.	30
<b>6</b>	<b>VALIDACIÓN EN UN CASO DE ESTUDIO: LACKACH-1</b>	<b>32</b>
<b>6.1</b>	<b>CONDICIONES DEL CASO DE ESTUDIO.</b>	<b>32</b>
<b>6.2</b>	<b>ANÁLISIS EXPLORATORIO.</b>	<b>32</b>
6.2.1	VARIABLE POROSIDAD TOTAL (PHIT).	32
6.2.2	VARIABLE IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP)	33
<b>6.3</b>	<b>ANÁLISIS ESTRUCTURAL.</b>	<b>34</b>
6.3.1	VARIABLE POROSIDAD TOTAL (PHIT).	34
6.3.2	VARIABLE IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP).	37
6.3.3	PARÁMETROS POR UTILIZAR DURANTE LA SIMULACIÓN POR SGCOSIM Y BcSASIM.	40
<b>6.4</b>	<b>CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA.</b>	<b>40</b>
6.4.1	MODELO DE CORREGIONALIZACIÓN LINEAL.	40
6.4.2	VARIABLE POROSIDAD TOTAL (PHIT).	41
<b>6.5</b>	<b>CO-SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA ESPACIAL BASADA EN CÓPULAS DE BERNSTEIN.</b>	<b>43</b>
6.5.1	ESTIMACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA CÓPULA CONDICIONAL DE BERNSTEIN.	43
<b>6.6</b>	<b>COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS BCSASIM Y SGCOSIM.</b>	<b>45</b>
<b>7</b>	<b>APLICACIÓN A CASOS DE ESTUDIO: POZO LACKACH-2DL.</b>	<b>51</b>
<b>7.1</b>	<b>DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS.</b>	<b>51</b>
<b>7.2</b>	<b>ANÁLISIS EXPLORATORIO.</b>	<b>51</b>
7.2.1	DATOS PETROFÍSICOS.	51
7.2.2	ATRIBUTOS SÍSMICOS.	55
<b>7.3</b>	<b>ANÁLISIS BIVARIADO DE PARES DE INTERÉS.</b>	<b>59</b>
<b>7.4</b>	<b>CASO POROSIDAD TOTAL (PHIT) - IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP).</b>	<b>61</b>
7.4.1	ANÁLISIS ESTRUCTURAL	61
7.4.2	CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANO.	65
7.4.3	CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BcSASIM USANDO CÓPULA CONDICIONAL Y NO CONDICIONADA	68
7.4.4	COMPARACIÓN CON EL MÉTODO SGCOSIM.	72
<b>7.5</b>	<b>CASO POROSIDAD EFECTIVA (PHIE) – IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP).</b>	<b>75</b>

7.5.1	ANÁLISIS ESTRUCTURAL.	76
7.5.2	CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA	79
7.5.3	CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BC <sub>S</sub> SIM USANDO CÓPULA CONDICIONAL Y NO CONDICIONADA	82
7.5.4	COMPARACIÓN CON EL MÉTODO SGCoSIM.	86
<b>7.6</b>	<b>CASO VOLUMEN DE ARCILLA (VCL) – COEFICIENTE DE POISSON (POISSON O <math>\sigma</math>)</b>	<b>89</b>
7.6.1	VARIABLE VOLUMEN DE ARCILLA (VCL).	89
7.6.2	CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA	92
7.6.3	CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BC <sub>S</sub> SIM USANDO CÓPULA CONDICIONAL Y NO CONDICIONADA	95
7.6.4	COMPARACIÓN CON EL MÉTODO SGCoSIM.	98
<b>7.7</b>	<b>CASO SATURACIÓN DE AGUA (SW) – COEFICIENTE <math>\lambda</math> (LAMBDA).</b>	<b>102</b>
7.7.1	VARIABLE SATURACIÓN DE AGUA (SW)	102
7.7.2	CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA	105
7.7.3	CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BC <sub>S</sub> SIM USANDO CÓPULA CONDICIONAL Y NO CONDICIONADA	108
7.7.4	COMPARACIÓN CON EL MÉTODO SGCoSIM.	112
<b>7.8</b>	<b>CASO FACIES POROSIDAD TOTAL (PHIT) - IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP).</b>	<b>114</b>
7.8.1	CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BC <sub>S</sub> SIM Y SGCoSIM PARA LA FACIES SS.	116
7.8.2	CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BC <sub>S</sub> SIM Y SGCoSIM PARA LA FACIES SS-SH.	122
7.8.3	CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BC <sub>S</sub> SIM Y SGCoSIM PARA LA FACIES SH-SS.	127
7.8.4	CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BC <sub>S</sub> SIM Y SGCoSIM PARA LA FACIES SH.	133
7.8.5	ANÁLISIS COMPARATIVO CON REGISTRO COMPLETO.	139
<b>7.9</b>	<b>COMPARATIVA ENTRE MÉTODOS DE SIMULACIÓN A PARTIR DE MÚLTIPLES SIMULACIONES.</b>	<b>142</b>
7.9.1	COMPARATIVA ENTRE LAS REALIZACIONES USANDO EL MÉTODO SGCoSIM.	142
7.9.2	COMPARATIVA ENTRE LAS REALIZACIONES USANDO EL MÉTODO BC <sub>S</sub> SIM CON CONDICIONAMIENTO.	143
<b>8</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.</b>	<b>146</b>
<b>9</b>	<b>REFERENCIAS</b>	<b>148</b>
<b>10</b>	<b>ANEXOS.</b>	<b>150</b>
<b>10.1</b>	<b>CÓDIGO SASIM MODIFICADO (DEUTSCH &amp; JOURNAL, 1998).</b>	<b>150</b>
<b>10.2</b>	<b>ATRIBUTOS SÍSMICOS.</b>	<b>151</b>
10.2.1	IMPEDANCIA ACÚSTICA.	151
10.2.2	COEFICIENTE DE REFLEXIÓN.	151
10.2.3	IMPEDANCIA DE CIZALLA.	152
10.2.4	COEFICIENTE Vp/Vs.	152
10.2.5	COEFICIENTE DE POISSON.	153
10.2.6	COEFICIENTE K	153
10.2.7	COEFICIENTE $\mu$	153
10.2.8	COEFICIENTE $\lambda$	153
<b>10.3</b>	<b>REGISTROS DE POZOS</b>	<b>154</b>
10.3.1	REGISTRO CALIPER.	154
10.3.2	POROSIDAD NEUTRÓN (NPHI)	154

10.3.3	REGISTRO SÓNICO DE ONDA COMPRESIONAL (DTCO).	154
10.3.4	POROSIDAD TOTAL (PHIT)	155
10.3.5	POROSIDAD EFECTIVA (PHIE)	155
10.3.6	DENSIDAD TOTAL (RHOB).	155

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.

<i>Ilustración 2-1 Esquema de evaluación del modelo petrofísico(Cannon, 2015).</i>	7
<i>Ilustración 2-2 Flujo de trabajo propuesto para el modelo geológico-petrofísico.</i>	8
<i>Ilustración 3-1 Ejemplo de transformación de un histograma asimétrico (izquierda) a uno simétrico (derecha) para obtener una distribución normal estándar.</i>	10
<i>Ilustración 3-2 A la izquierda, Scatterplot original, a la derecha, Scatterplot después de retirar los valores atípicos.</i>	11
<i>Ilustración 3-3 A la izquierda, semivariograma con tendencia, a la derecha, variograma después de aplicar la corrección de tendencia usando una transformación de polinomios.</i>	11
<i>Ilustración 3-4 Ejemplo del gráfico de correogionalización.</i>	12
<i>Ilustración 3-5 Ejemplo de las trayectorias que puede seguir el método de simulación secuencial Gaussiano.</i>	12
<i>Ilustración 3-6 Ejemplo del modelo numérico sugerido, en este caso es un scatterplot de cópula o de pseudo-observaciones.</i>	14
<i>Ilustración 3-7 Ejemplo de la función objetivo, en este caso un ajuste de modelo de variograma de tipo esférico.</i>	14
<i>Ilustración 4-1 Diagramas de contorno de las cópulas básicas (Nelsen, 2006).</i>	18
<i>Ilustración 4-2 Gráfico del dominio <math>I_2</math> de la cópula bivariada.</i>	19
<i>Ilustración 4-3 Representación gráfica de la función <math>F_{nx}</math> escalonada.</i>	19
<i>Ilustración 4-4 A la izquierda, gráfico de la pseudo-inversa de <math>F_{nx}</math>, a la derecha, polinomio suavizado por el polinomio de Bernstein (Hernandez Maldonado, 2014).</i>	21
<i>Ilustración 5-1 Diagrama de flujo de trabajo del método BcSaSim.</i>	24
<i>Ilustración 5-2 Diagrama de flujo de trabajo del método SGCoSim.</i>	25
<i>Ilustración 6-1 Histograma de la variable <math>Phit</math>.</i>	33
<i>Ilustración 6-2 Histograma de la variable <math>Ip</math>.</i>	33
<i>Ilustración 6-3 A la izquierda, representación gráfica de la curva de regresión de la mediana, a la derecha, semivariograma de la variable PHIT.</i>	34
<i>Ilustración 6-4 A la izquierda, representación gráfica de los modelos de variograma calculados automáticamente, a la derecha, representación gráfica del mejor modelo de variograma para la variable PHIT.</i>	35
<i>Ilustración 6-5 Representación gráfica del ajuste manual del variograma para la variable PHIT.</i>	35
<i>Ilustración 6-6 A la izquierda, representación gráfica de los datos originales, al centro, gráfico de los datos estimados por kriging y a la derecha la diferencia entre estos.</i>	36
<i>Ilustración 6-7 A la izquierda, histograma de la diferencia entre los datos originales y los datos estimados, a la derecha, Scatterplot entre los datos originales (PHIT) y los datos estimados (PHIT*).</i>	37
<i>Ilustración 6-8 A la izquierda, gráfico de la curva de regresión de la mediana, a la derecha, semivariograma.</i>	37
<i>Ilustración 6-9 A la izquierda, representación gráfica de los modelos de variograma calculados automáticamente, a la derecha, el mejor modelo de variograma ajustado automáticamente.</i>	38
<i>Ilustración 6-10 Mejor variograma calculado manualmente para la variable <math>Ip</math>.</i>	38
<i>Ilustración 6-11 A la izquierda, datos originales, al centro, datos estimados por kriging, a la derecha la diferencia entre estos.</i>	39
<i>Ilustración 6-12 A la izquierda, histograma de la diferencia entre los datos originales y los datos estimados, a la derecha, Scatterplot entre los datos originales y los datos estimados.</i>	40
<i>Ilustración 6-13 A la izquierda, variogramas de las variables <math>Ip</math> (arriba), PHIT(medio) e <math>Ip</math>-PHIT(abajo), a la derecha, ajustes de los modelos de variograma para las variables involucradas.</i>	41



Ilustración 6-14 A la izquierda, distribución espacial de la variable original (PHIT), variable simulada (PHIT_sim) y la diferencia entre estas (PHIT_sim_diff), a la derecha, Scatterplot entre la variable original (PHIT) y la variable simulada (PHIT_SGC).	42
Ilustración 6-15 Arriba, Scatterplots del par (Ip, PHIT) original, abajo, Scatterplots del par (Ip, PHIT) simulado.	43
Ilustración 6-16 A la izquierda histogramas de las variables Ip y Phit, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.	44
Ilustración 6-17 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 10000 muestras.	45
Ilustración 6-18 Gráficos obtenidos de los métodos BcSaSim y SGCoSim en diferentes intervalos.	50
Ilustración 6-19 Distribución espacial de los valores obtenidos por las simulaciones a 0.15 (superior izquierda), 0.9 (superior derecha), 4.5 (inferior izquierda) y 9 metros (inferior derecha)	50
Ilustración 7-1 Histogramas de las variables petrofísicas analizadas.	53
Ilustración 7-2 Scatterplots del análisis bivariado entre las variables petrofísicas.	55
Ilustración 7-3 Histogramas de los atributos sísmicos.	57
Ilustración 7-4 Scatterplots de los atributos sísmicos.	59
Ilustración 7-5 Scatterplots entre las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos, el recuadro rojo indica los Scatterplots de interés.	60
Ilustración 7-6 Scatterplots del par (Ip, PHIT), a la izquierda Scatterplot simple con las medidas de dependencia, a la derecha Scatterplot con línea de regresión.	62
Ilustración 7-7 A la izquierda, curva de regresión de la mediana, a la derecha, histograma de la variable PHIT.	62
Ilustración 7-8 Mejor ajuste del modelo de variograma para la variable PHIT.	63
Ilustración 7-9 A la izquierda, registro original de la variable PHIT, al centro, registro de la variable PHIT estimada, a la derecha, diferencia entre las variables.	64
Ilustración 7-10 A la izquierda, histograma de la diferencia entre PHIT-PHIT*, a la derecha, Scatterplot entre PHIT y PHIT*.	64
Ilustración 7-11 Superior, variograma de la variable Ip, centro, variograma de la variable PHIT, inferior, variograma cruzado entre Ip-PHIT.	65
Ilustración 7-12 A la izquierda, registros comparativos- entre la variable PHIT original, PHIT obtenida por co-simulación secuencial gaussiana, la diferencia entre estas y la desviación estándar respectivamente, a la derecha, Scatterplot entre PHIT original y PHIT obtenido por co-simulación secuencial gaussiano.	67
Ilustración 7-13 Superior izquierda, Scatterplot de la variable PHIT-Ip, superior derecha, Scatterplot con regresión lineal de la variable PHIT-Ip, inferior izquierda, Scatterplot obtenido de la co-simulación secuencial gaussiana entre PHIT-Ip, inferior derecha, Scatterplot entre PHIT-Ip obtenidas por el método de co-simulación secuencial gaussiano.	68
Ilustración 7-14 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Ip, a la derecha, histograma y FDA de la variable Phit.	68
Ilustración 7-15 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 1103 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.	70
Ilustración 7-16 A la izquierda histogramas de las variables Ip y Phit, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.	70
Ilustración 7-17 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9207 muestras.	71
Ilustración 7-18 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCoSim, y BcSaSim condicionado(F) y sin condicionamiento (FNC).	74
Ilustración 7-19 Distribución espacial de la variable Phit, de izquierda a derecha, Phit original, Phit por SGCoSim, diferencia Phit-Phit SGCoSim, Phit por BcSaSim condicional, diferencia Phit-Phit_BcSaSim_cond, Phit por BcSaSim no condicional y la diferencia Phit-Phit_BcSaSim_no_cond	75

<i>Ilustración 7-20 Scatterplots del par (Ip, PHIE), a la izquierda Scatterplot simple con las medidas de dependencia, a la derecha Scatterplot con línea de regresión.</i>	75
<i>Ilustración 7-21 A la izquierda, curva de regresión de la mediana, a la derecha, histograma de la variable PHIE.</i>	76
<i>Ilustración 7-22 Mejor ajuste del modelo de variograma para la variable PHIE.</i>	77
<i>Ilustración 7-23 A la izquierda, registro original de la variable PHIE, al centro, registro de la variable PHIE estimada por kriging, a la derecha, diferencia entre las variables.</i>	78
<i>Ilustración 7-24 A la izquierda, histograma de la diferencia entre PHIE-PHIE*, a la derecha, Scatterplot entre PHIE y PHIE*.</i>	78
<i>Ilustración 7-25 Superior, variograma de la variable Ip, centro, variograma de la variable PHIE, inferior, variograma cruzado entre Ip-PHIE.</i>	80
<i>Ilustración 7-26 A la izquierda, registros comparativos entre la variable PHIE original, PHIE obtenida por co-simulación secuencial gaussiana, la diferencia entre estas y la desviación estándar respectivamente, a la derecha, Scatterplot entre PHIE original y PHIE obtenido por co-simulación secuencial gaussiano.</i>	81
<i>Ilustración 7-27 Superior izquierdo, Scatterplot de la variable PHIE-Ip, superior derecha, Scatterplot con regresión lineal de la variable PHIE-Ip, inferior izquierda, Scatterplot obtenido de la co-simulación secuencial gaussiana entre PHIE-Ip, inferior derecha, Scatterplot entre PHIE-Ip obtenidas por el método de co-simulación secuencial gaussiano.</i>	82
<i>Ilustración 7-28 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Ip, a la derecha, histograma y FDA de la variable Phie.</i>	82
<i>Ilustración 7-29 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 674 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.</i>	84
<i>Ilustración 7-30 A la izquierda histogramas de las variables Ip y Phie, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.</i>	84
<i>Ilustración 7-31 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9207 muestras.</i>	85
<i>Ilustración 7-32 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con (F) y sin condicionamiento (FNC).</i>	88
<i>Ilustración 7-33 Distribución espacial de la variable Phie, de izquierda a derecha, Phie original, Phie por SGCosim, diferencia Phie-Phie SGCosim, Phie por BcSaSim condicional, diferencia Phie-Phie_BcSaSim_cond, Phie por BcSaSim no condicional y la diferencia Phie-Phie_BcSaSim_no_cond</i>	88
<i>Ilustración 7-34 Scatterplots del par (Poisson, VCL), a la izquierda Scatterplot simple con las medidas de dependencia, a la derecha Scatterplot con línea de regresión.</i>	89
<i>Ilustración 7-35 A la izquierda, curva de regresión de la mediana, a la derecha, histograma de la variable VCL.</i>	89
<i>Ilustración 7-36 Mejor ajuste del modelo de variograma para la variable VCL.</i>	90
<i>Ilustración 7-37 A la izquierda, registro original de la variable VCL, al centro, registro de la variable VCL estimada por kriging, a la derecha, diferencia entre las variables.</i>	91
<i>Ilustración 7-38 A la izquierda, histograma de la diferencia entre VCL-VCL*, a la derecha, Scatterplot entre VCL y VCL*.</i>	92
<i>Ilustración 7-39 Superior, variograma de la variable Poisson, centro, variograma de la variable VCL, inferior, variograma cruzado entre Poisson-VCL.</i>	93
<i>Ilustración 7-40 A la izquierda, registros comparativos entre la variable VCL original, VCL obtenida por co-simulación secuencial gaussiana, la diferencia entre estas y la desviación estándar respectivamente, a la derecha, Scatterplot entre VCL original y VCL obtenido por co-simulación secuencial gaussiano.</i>	94
<i>Ilustración 7-41 Superior izquierdo, Scatterplot de la variable VCL-Poisson, superior derecha, Scatterplot con regresión lineal de la variable VCL-Poisson, inferior izquierda, Scatterplot obtenido de la co-simulación secuencial gaussiana entre VCL-Poisson, inferior derecha, Scatterplot entre VCL-Poisson obtenidas por el método de co-simulación secuencial gaussiano.</i>	95

<i>Ilustración 7-42 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Poisson, a la derecha, histograma y FDA de la variable Vcl.</i>	96
<i>Ilustración 7-43 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 2171 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.</i>	97
<i>Ilustración 7-44 A la izquierda histogramas de las variables Poisson y Vcl, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.</i>	97
<i>Ilustración 7-45 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 11088 muestras.</i>	98
<i>Ilustración 7-46 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCoSim, y BcSaSim con y sin condicionamiento para la variable VCL.</i>	101
<i>Ilustración 7-47 Distribución espacial de la variable VCL, de izquierda a derecha, VCL original, VCL por SGCoSim, diferencia VCL-VCL_SGCoSim, VCL por BcSaSim condicional, diferencia VCL-VCL_BcSaSim_cond, VCL por BcSaSim no condicional y la diferencia VCL-VCL_BcSaSim_no_cond</i>	101
<i>Ilustración 7-48 Scatterplots del par (Lambda, SW), a la izquierda Scatterplot simple con las medidas de dependencia, a la derecha Scatterplot con línea de regresión.</i>	102
<i>Ilustración 7-49 A la izquierda, curva de regresión de la mediana, a la derecha, histograma de la variable SW.</i>	102
<i>Ilustración 7-50 Mejor ajuste del modelo de variograma para la variable SW.</i>	103
<i>Ilustración 7-51 A la izquierda, registro original de la variable SW, al centro, registro de la variable SW estimada por kriging, a la derecha, diferencia entre las variables.</i>	104
<i>Ilustración 7-52 A la izquierda, histograma de la diferencia entre SW-SW*, a la derecha, Scatterplot entre SW y SW*.</i>	105
<i>Ilustración 7-53 Superior, variograma de la variable Lambda, centro, variograma de la variable SW, inferior, variograma cruzado entre Sw y Lambda.</i>	106
<i>Ilustración 7-54 A la izquierda, registros comparativos- entre la variable SW original, SW obtenida por co-simulación secuencial gaussiana, la diferencia entre estas y la desviación estándar respectivamente, a la derecha, Scatterplot entre SW original y SW obtenido por co-simulación secuencial gaussiano.</i>	107
<i>Ilustración 7-55 Superior izquierdo, Scatterplot de la variable SW-Lambda, superior derecha, Scatterplot con regresión lineal de la variable SW-Lambda, inferior izquierda, Scatterplot obtenido de la co-simulación secuencial gaussiana entre SW-Lambda, inferior derecha, Scatterplot entre SW-Lambda obtenidas por el método de co-simulación secuencial gaussiano.</i>	108
<i>Ilustración 7-56 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Lambda, a la derecha, histograma y FDA de la variable Sw.</i>	109
<i>Ilustración 7-57 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 1899 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.</i>	110
<i>Ilustración 7-58 A la izquierda histogramas de las variables Lambda y Sw, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.</i>	110
<i>Ilustración 7-59 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 11088 muestras.</i>	111
<i>Ilustración 7-60 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCoSim, y BcSaSim con condicionamiento (F) y sin condicionamiento (FNC).</i>	114
<i>Ilustración 7-61 Distribución espacial de la variable Sw, de izquierda a derecha, Sw original, Sw por SGCoSim, diferencia Sw-Sw SGCoSim, Sw por BcSaSim condicional, diferencia Sw-Sw_BcSaSim_cond, Sw por BcSaSim no condicional y la diferencia Sw-Sw_BcSaSim_no_cond</i>	114
<i>Ilustración 7-62 A la izquierda, histograma de las facies clasificadas, a la derecha, boxplot conjunto de las facies clasificadas de la variable Phit del pozo Lackach-1</i>	115
<i>Ilustración 7-63 Distribución espacial de las facies encontradas en el intervalo estudiado, el color amarillo corresponde a la facies SS, el color naranja a la facies SS-SH y el color gris a la facies SH-SS.</i>	115

<i>Ilustración 7-64 A la izquierda, histograma y FDA de la variable <math>I_p</math>, a la derecha, histograma y FDA de la variable <math>Phit</math>.</i>	116
<i>Ilustración 7-65 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 674 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.</i>	117
<i>Ilustración 7-66 A la izquierda histogramas de las variables <math>I_p</math> y <math>Phit</math>, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.</i>	118
<i>Ilustración 7-67 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9207 muestras.</i>	119
<i>Ilustración 7-68 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con y sin condicionamiento de la facies SS.</i>	121
<i>Ilustración 7-69 A la izquierda, histograma y FDA de la variable <math>I_p</math>, a la derecha, histograma y FDA de la variable <math>Phit</math>.</i>	122
<i>Ilustración 7-70 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 694 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.</i>	123
<i>Ilustración 7-71 A la izquierda histogramas de las variables <math>I_p</math> y <math>Phit</math>, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.</i>	123
<i>Ilustración 7-72 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9917 muestras.</i>	124
<i>Ilustración 7-73 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con y sin condicionamiento.</i>	127
<i>Ilustración 7-74 A la izquierda, histograma y FDA de la variable <math>I_p</math>, a la derecha, histograma y FDA de la variable <math>Phit</math>.</i>	128
<i>Ilustración 7-75 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 525 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.</i>	129
<i>Ilustración 7-76 A la izquierda histogramas de las variables <math>I_p</math> y <math>Phit</math>, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.</i>	129
<i>Ilustración 7-77 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9917 muestras.</i>	130
<i>Ilustración 7-78 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con y sin condicionamiento.</i>	133
<i>Ilustración 7-79 A la izquierda, histograma y FDA de la variable <math>I_p</math>, a la derecha, histograma y FDA de la variable <math>Phit</math>.</i>	133
<i>Ilustración 7-80 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 48 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.</i>	134
<i>Ilustración 7-81 A la izquierda histogramas de las variables <math>I_p</math> y <math>Phit</math>, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.</i>	135
<i>Ilustración 7-82 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 1274 muestras.</i>	136
<i>Ilustración 7-83 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con y sin condicionamiento.</i>	138
<i>Ilustración 7-84 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con y sin condicionamiento en orden descendente.</i>	141
<i>Ilustración 7-85 Distribución espacial de los registros obtenidos al simular las facies, en el recuadro rojo esta el simulado por SGCosim y su diferencia, en el recuadro verde esta el simulado por BcSaSim por cópula condicional y su diferencia, en el recuadro azul esta el simulado por BcSaSim por cópula no condicional y su diferencia.</i>	141
<i>Ilustración 7-86 Distribuciones espaciales de los registros geofísicos de pozos. De izquierda a derecha: Vcl original, Vcl por SGCosim simulación 1, Vcl por SGCosim simulación 25, Vcl por SGCosim simulación 50, Vcl por SGCosim simulación 100.</i>	143

*Ilustración 7-87 Distribuciones espaciales de los registros geofísicos de pozos. De izquierda a derecha: Vcl original, Vcl por BcSaSim simulación 1, Vcl por BcSaSim simulación 25, Vcl por BcSaSim simulación 50, Vcl por BcSaSim simulación 100. \_\_\_\_\_ 144*

*Ilustración 10-1 Esquema del comportamiento del coeficiente de reflexión, el grafico derecho muestra el comportamiento del coeficiente de reflexión entre 3 estratos. \_\_\_\_\_ 152*

## ÍNDICE DE TABLAS.

<i>Tabla 6-1 Valores calculados de los parámetros geoestadísticos de la variable PHIT.</i>	32
<i>Tabla 6-2 Valores calculados de los parámetros geoestadísticos de la variable Ip.</i>	33
<i>Tabla 6-3 Valores calculados automáticamente de los modelos de variograma autorizados para la variable PHIT.</i>	34
<i>Tabla 6-4 Tabla comparativa entre los valores originales (Z), valores estimados por kriging (Z*) y la diferencia entre estos.</i>	36
<i>Tabla 6-5 Valores calculados automáticamente para los modelos de variograma de la variable Ip.</i>	38
<i>Tabla 6-6 Tabla comparativa entre los valores originales (Z), valores estimados por Kriging (Z*) y su diferencia.</i>	39
<i>Tabla 6-7 Parámetros considerados para realizar las simulaciones por BcSaSim y SGCosim para a validación del método.</i>	40
<i>Tabla 6-8 Valores de los ajustes de variograma para el analisis estructural multivariado.</i>	41
<i>Tabla 6-9 Tabla comparativa entre la variable original, la variable simulada, la desviacion estandar (SD) y la diferencia entre la variable original y la variable simulada.</i>	42
<i>Tabla 6-10 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Ip y Phit, los valores en rojo tienen la menor diferencia al original, los valores en verde indican que es igual al original.</i>	44
<i>Tabla 6-11 Tabla comparativa de los valores calculados para los parámetros estadísticos en los diferentes escenarios de submuestreo, los valores en rojo indican que el valor es el que tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican el valor es igual al original.</i>	47
<i>Tabla 7-1 Valores obtenidos del análisis estadístico univariado para las propiedades petrofísicas.</i>	52
<i>Tabla 7-2 Coeficientes de correlación del análisis bivariado entre las variables petrofísicas, el color azul indica correlación positiva, el color rojo indica correlación negativa, la intensidad del color indica el grado de correlación entre variables.</i>	54
<i>Tabla 7-3 Valores estadísticos de los atributos sísmicos calculados.</i>	56
<i>Tabla 7-4 Valores de los coeficientes de correlación entre las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos, el color azul indica correlación positiva, el color rojo indica correlación negativa, la intensidad del color indica el grado de correlación entre variables.</i>	58
<i>Tabla 7-5 Valores de correlación entre las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos, el color azul indica correlación positiva, el color rojo indica correlación negativa, la intensidad del color indica el grado de correlación entre variables, el cuadrante resaltado en líneas amarillas indica los valores de correlación de interés.</i>	61
<i>Tabla 7-6 Valores calculados de los modelos de variograma calculados automáticamente.</i>	63
<i>Tabla 7-7 A la izquierda, valores estadísticos de la variable original (Z), los valores estimados (Z*) y su diferencia.</i>	63
<i>Tabla 7-8 Parámetros usados en la co-simulación para el par (Phit, Ip).</i>	65
<i>Tabla 7-9 Valores de los variogramas de la Ilustración 7-11</i>	65
<i>Tabla 7-10 Valores de los parámetros geoestadísticos calculados para la variable PHIT, PHIT por simulación secuencial gaussiana (SGCosim) y la diferencia entre estos.</i>	66
<i>Tabla 7-11 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 674 y 9950 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original.</i>	69
<i>Tabla 7-12 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Ip y Phit, los números resaltados tienen la menor diferencia, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original, los números en verde indican que sus valores son iguales al original.</i>	71

Tabla 7-13 Tabla comparativa entre el metodo SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, , los números resaltados tienen la menor diferencia, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original, los números en verde indican que sus valores son iguales al original. __	72
Tabla 7-14 Valores de las medidas de dependencias original y simulados, los valores en rojo indican que tienen la menor diferencia respecto al original, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original. _____	73
Tabla 7-15 Valores calculados de los modelos de variograma calculados automáticamente. _____	76
Tabla 7-16 A la izquierda, valores estadísticos de la variable original (Z), al centro los valores estimados (Z*) y su diferencia a la derecha. _____	77
Tabla 7-17 Parámetros usados en la co-simulación del par (Phie, Ip). _____	79
Tabla 7-18 Valores de los variogramas de la Ilustración 7-24 _____	79
Tabla 7-19 Valores de los parámetros geoestadísticos calculados para la variable PHIE, PHIE por simulación secuencial gaussiana (SGCoSim) y la diferencia entre estos. _____	80
Tabla 7-20 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1305 y 9950 muestras para las variables Ip y Phie, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original. _____	83
Tabla 7-21 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Ip y Phie, los números resaltados tienen la menor diferencia, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original, los números en verde indican que sus valores son iguales al original. _____	85
Tabla 7-22 Tabla comparativa entre el metodo SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números resaltados tienen la menor diferencia, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original, los números en verde indican que sus valores son iguales al original. __	86
Tabla 7-23 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la variable Phie, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original. _____	86
Tabla 7-24 Valores calculados de los modelos de variograma calculados automáticamente. _____	90
Tabla 7-25 A la izquierda, valores estadísticos de la variable original (Z), los valores estimados (Z*) y su diferencia. _____	91
Tabla 7-26 Parámetros del variograma usados en la co-simulación para a variable VCL. _____	92
Tabla 7-27 Valores de los variogramas de la Ilustración 7-39 _____	92
Tabla 7-28 Valores de los parámetros geoestadísticos calculados para la variable VCL, VCL por simulación secuencial gaussiana (SGC) y la diferencia entre estos. _____	93
Tabla 7-29 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 2171 y 9950 muestras para las variables Poisson y Vcl, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	96
Tabla 7-30 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Poisson y Vcl, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	98
Tabla 7-31 Tabla comparativa entre el metodo SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los numeros en verde indican que el valor es igual al original, los numeros en rojo indican que es el valor con la menor diferencia respecto al original. _____	99
Tabla 7-32 Valores de las medidas de dependencias original y simulados del par (VCL, Poisson), los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original. _____	99
Tabla 7-33 Valores calculados de los modelos de variograma calculados automáticamente. _____	103
Tabla 7-34 A la izquierda, valores estadísticos de la variable original (Z), los valores estimados por kriging (Z*) y su diferencia. _____	104
Tabla 7-35 Parámetros usados en la co-simulación para el par (Sw, Lambda). _____	105
Tabla 7-36 Valores de los variogramas de la Ilustración 7-53 _____	105

Tabla 7-37 Valores de los parámetros geoestadísticos calculados para la variable SW, SW por simulación secuencial gaussiana (SGCoSim) y la diferencia entre estos. _____	107
Tabla 7-38 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 674 y 9950 muestras para las variables Lambda y Sw, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original. _____	109
Tabla 7-39 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Lambda y Sw, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	111
Tabla 7-40 Tabla comparativa entre el metodo SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	112
Tabla 7-41 Valores de las medidas de dependencias original y simulados, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original. _____	112
Tabla 7-42 Parametros usados para la co-simulacion del caso facies. _____	116
Tabla 7-43 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 674 y 9950 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	117
Tabla 7-44 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	118
Tabla 7-45 Tabla comparativa entre el metodo SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	119
Tabla 7-46 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la facies SS, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original. _____	120
Tabla 7-47 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 694 y 9950 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	122
Tabla 7-48 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1553 y 9318 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	124
Tabla 7-49 Tabla comparativa entre el metodo SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	125
Tabla 7-50 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la facies SS-SH, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original. _____	126
Tabla 7-51 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 525 y 9950 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	128
Tabla 7-52 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1071 y 9639 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	130
Tabla 7-53 Tabla comparativa entre el método SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original. _____	131
Tabla 7-54 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la facies SH-SS, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original. _____	131



<i>Tabla 7-55 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 48 y 9950 muestras para las variables <math>I_p</math> y <math>Phit</math>, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.</i>	134
<i>Tabla 7-56 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 48 y 1274 muestras para las variables <math>I_p</math> y <math>Phit</math>, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.</i>	135
<i>Tabla 7-57 Tabla comparativa entre el método SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.</i>	136
<i>Tabla 7-58 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la facies SH, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original.</i>	137
<i>Tabla 7-59 Tabla comparativa entre el método SGCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento con el registro completo, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.</i>	139
<i>Tabla 7-60 Tabla comparativa entre las realizaciones 1, 25, 50 y 100 usando el método SGCoSim para la variable Vcl.</i>	142
<i>Tabla 7-61 Tabla comparativa entre las realizaciones 1, 25, 50 y 100 usando el método BcSaSim para la variable Vcl.</i>	144
<i>Tabla 8-1 Tabla comparativa en términos de la diferencia entre el valor original y el simulado, los valores en azul corresponden al método (SGCoSim), los valores en verde son del método (BcSaSim condicionado) y los valores en rojo son del método (BcSaSim sin condicionado)</i>	146

# 1 INTRODUCCIÓN.

---

## 1.1 ANTECEDENTES.

El uso de datos petrofísicos y de atributos sísmicos en la industria petrolera han permitido la caracterización de los reservorios debido a su valor como herramientas predictivas. Para la evaluación de un reservorio se necesita saber cuál es la distribución espacial de los parámetros petrofísicos como la porosidad, permeabilidad, saturación, etc. (Li & Zhao, 2014).

Sin embargo, tenemos problemas relacionados con la caracterización del reservorio debido a la incertidumbre de los datos. En los estudios realizados en las ciencias de la tierra se tiene información limitada. Éste puede ser un problema serio debido a las condiciones especiales que requieren algunos métodos para estimar, aproximar o simular ciertos parámetros de interés, por ejemplo, en trabajos recientes se ha modelado la relación de dependencia entre atributos sísmicos y propiedades petrofísicas usando métodos geoestadísticos de estimación como el cokriging (Grijalba-Cuenca et al. 2000); (Parra & Emery, 2013). Este enfoque requiere que exista una fuerte dependencia lineal entre las propiedades petrofísicas, lo cual es poco común en yacimientos con litologías complejas. Por otra parte, los métodos de estimación como el cokriging subestiman las dispersiones y valores extremos que existen en los datos, lo cual puede ser crítico para propiedades como la permeabilidad, donde lo más importante son los valores altos (camino preferenciales del flujo) o los muy bajos (sellos).

## 1.2 MOTIVACIÓN.

Considerando los modelos de dependencia que se obtienen al relacionar las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos, se propone usar el método de simulación estocástica aprovechando las cópulas. Por definición, una cópula es un conjunto de funciones que conjuntan o acoplan las funciones de distribución multivariada con sus funciones de distribución marginal y cuya función de distribución marginal es uniforme (Nelsen, 2006). Así, podemos representar las estructuras de dependencia entre una o varias propiedades petrofísicas con uno o varios atributos sísmicos, esto representa una ventaja muy importante, ya que las cópulas no requieren que la dependencia entre las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos sea lineal (Díaz-Viera et al., 2016).

## 1.3 OBJETIVOS Y ALCANCES.

Como parte de esta investigación, el objetivo es aplicar el método de co-simulación estocástica espacial usando cópulas de Bernstein en casos bivariados entre las propiedades petrofísicas ( $Phit$ ,  $Phie$ ,  $Ktimur$ ,  $Vcl$ ,  $Sw$ ) y atributos sísmicos ( $Vp$ ,  $Vs$ ,  $Ip$ ,  $Is$ ,  $\sigma$ ,  $K$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ ) obtenidos por registro geofísico de pozo.

Se demostrará que este método puede reproducir los parámetros estadísticos originales de una variable primaria de interés (propiedad petrofísica) a partir de la relación de dependencia con una variable secundaria (atributo sísmico) sin importar las propiedades de las distribuciones.

#### 1.4 DESCRIPCIÓN DE LOS CAPÍTULOS.

Este trabajo de investigación tiene 8 capítulos. En el capítulo 2 hay una breve descripción de la metodología de la modelación geológica-petrofísica, en la cual establecemos la relación entre la información geofísica, geológica, de producción, etc. En el capítulo 3 se dan los fundamentos matemáticos de los métodos de simulación secuencial Gaussiana y simulación por recocido simulado, sus ventajas y desventajas, además de su implementación. En el capítulo 4 están los fundamentos matemáticos de la teoría de cópulas y las medidas de dependencia. En el capítulo 5 se da una explicación más detallada de los métodos de simulación explicados en el capítulo 3 y su implementación computacional paso a paso. Para el capítulo 6 se hace la comparación entre el método de co-Simulación Estocástica Espacial basada en Cópulas de Bernstein y el método de co-simulación secuencial Gaussiano usando valores condicionales a 0.15, 0.9, 4.5 y 9 metros. En el capítulo 7 se ofrece la comparación usando ambos métodos de simulación con los pares con los mejores valores de dependencia, en este caso de estudio son los pares  $(\text{Phit}, \text{Ip})$ ,  $(\text{Phie}, \text{Ip})$ ,  $(\text{Vcl}, \sigma)$  y  $(\text{Sw}, \lambda)$ , además de un caso usando facies con las variables  $(\text{Phit}, \text{Ip})$ .

## 2 MODELACIÓN INTEGRAL GEOLÓGICO-PETROFÍSICA DE YACIMIENTOS.

---

### 2.1 INTRODUCCIÓN.

Los modelos geológicos son la parte fundamental del estudio de yacimientos, ya que estos nos permiten tener una idea espacial de las condiciones del subsuelo.

Para desarrollar estos modelos se usa información estática, la cual proviene de la exploración geológica-geofísica, esta pretende cuantificar las propiedades de interés para el proyecto, por lo tanto, la precisión de los resultados es determinante en la interpretación, ya que esta es usada en la toma de decisiones sobre las próximas operaciones y estudios que se realicen en el yacimiento.

Según Cosentino (2001), el modelo geológico se genera con 4 modelos relacionados entre sí, los cuales son:

1. Modelo estructural.
2. Modelo estratigráfico.
3. Modelo litológico.
4. Heterogeneidades.

### 2.2 MODELO ESTRUCTURAL.

El objetivo del modelo estructural es ofrecer una representación espacial de las fracturas, estratos y otros rasgos geológicos localizados en el subsuelo, estos pueden ser remarcados por planos dibujados a través de software especializado, los cuales servirán para establecer teorías relacionadas a su comportamiento tectónico, tipo de trampas y posibles zonas conflictivas.

Este modelo se genera a partir de información geofísica cualitativa, estudios geológicos en superficie y estudio de núcleos en los pozos si están disponibles. Desde el enfoque de la geofísica cualitativa, se usan los modelos obtenidos del procesamiento sísmico post-stack, ya que este tipo de procesamiento permite delinear la geología estructural del subsuelo (Grijalba-Cuenca et al., 2000). La información geológica nos permite tener una idea de los procesos sedimentarios que formaron el yacimiento, además, nos permite identificar las posibles zonas de trampa, fallas o fracturas localizadas en el subsuelo que pueden influir en los flujos.

Sin embargo, se pueden encontrar problemas relacionados a la información disponible del yacimiento, por ejemplo, la escala sísmica tiene una resolución muy baja en comparación a las resoluciones observadas a nivel de registro de pozo, errores relacionados a la conversión tiempo-profundidad, incertidumbre en la interpretación sísmica y de registro de pozos, etc. (Cosentino, 2001).

### 2.3 MODELO ESTRATIGRÁFICO.

La importancia de este modelo está relacionada con los flujos y su comportamiento a través de las unidades estratigráficas. Una correcta descripción de la geometría de los cuerpos sedimentarios puede ofrecer información sobre la interacción entre estas capas, lo cual es un requisito indispensable en la simulación de inyección o producción del yacimiento (Cosentino, 2001).

Para la creación del modelo es indispensable contar con núcleos de pozos e información sísmica, que en conjunto pueden ofrecer una buena perspectiva sobre el tipo de ambiente sedimentario. Sin embargo, este proceso puede ser muy ambiguo debido a las múltiples teorías que se pueden generar por la falta de datos y el tipo de procesamiento que se use en ellos.

Este modelo usa métodos de simulación, inversión o aproximación que intentan vincular la información sísmica con la obtenida en los pozos, y así establecer la distribución espacial de los estratos.

Las ventajas del modelo estratigráfico son:

1. Reducir el riesgo de errores de correlación entre unidades geológicas.
2. Es multidimensional, se puede estudiar e identificar a diferentes escalas.
3. Permite predecir la continuidad, conectividad y extensión de las facies.
4. Es aplicable en sistemas carbonatados y siliciclasticos.

El programa básico para construir la secuencia estratigráfica es (Li & Zhao, 2014):

1. Establecer la malla que controle la distribución del sistema sedimentario. En este caso se tienen 2 opciones, malla de capa proporcional, la cual cambia su grosor individualmente cuando el grosor cambia de forma lateral, y la malla de capa paralela, en esta las unidades no cambian lateralmente (Cosentino, 2001).
2. Generar las facies transicionales. Estas deben incluir el sistema de trayectoria y límites de secuencia que ayuden en la secuencia longitudinal.
3. Hacer la correlación de pozos.
4. Identificar los límites de secuencias sedimentarias de acuerdo con las formaciones encontradas en el cubo sísmico.
5. Hacer la interacción entre los datos de pozos y el cubo sísmico, así se calibran los datos sísmicos y los datos del pozo.

## 2.4 MODELO LITOLÓGICO.

En un proyecto ideal, este modelo usa exclusivamente la información obtenida de los núcleos, esto implica una correcta descripción de los ambientes sedimentarios. Si los datos son debidamente procesados, estos pueden ser usados en el modelado estocástico (Cosentino, 2001). Sin embargo, existen complicaciones relacionadas con la perforación que limitan o impiden la extracción de los núcleos, o bien, las pruebas de laboratorio podrían ser muy costosas. En estos casos, se propone el uso de modelos sintéticos que permita aproximar o simular el comportamiento de esos núcleos, esto se hace a partir de modelos de física de rocas en los cuales se usan los parámetros conocidos y algunas relaciones empíricas para plantear hipótesis sobre su comportamiento.

Para definir las facies encontradas en un yacimiento se debe:

- Definir los pozos clave. Estos cuentan con la mayor cantidad de información posible, la cual es confiable.
- Clasificación de facies. Esta se realiza con los núcleos, información litológica y propiedades petrofísicas de las rocas.
- Agregar otros pozos. Es indispensable cubrir la mayor parte del área de estudio, por lo tanto, es necesario usar la información de los pozos existentes en el yacimiento, aun si estos no tienen la cantidad de información similar al pozo clave.

Para obtener una relación entre los registros de pozos, se usan técnicas estadísticas, por ejemplo, para describir la distribución de las propiedades petrofísicas se pueden usar gráficos de dispersión (Scatterplots) y así establecer su dependencia. Por lo tanto, la interpretación litológica es puramente estadística (Cannon, 2015). A partir de los resultados obtenidos de la interpretación litológica-estadística se puede determinar si la litofacies es buena o es mala en el sentido del objetivo del proyecto, por ejemplo, para objetivos petroleros e hidrológicos, una litofacies arenosa altamente porosa es una litofacies buena mientras que una litofacies arcillosa con baja porosidad es mala.

Se puede usar el mismo concepto para relacionar las facies y los atributos sísmicos. El objetivo es determinar los tipos de facies sedimentarias basado en la información sísmica, así se predice el ambiente de depósito y su posible historia tectónica, además de su distribución espacial (Li & Zhao, 2014).

Sin embargo, el modelo estocástico puede contener errores que pueden afectar el resultado final, al menos 4 fuentes de incertidumbre están definidas en un modelo geológico (Cosentino, 2001). Las cuales son:

1. Incertidumbre relacionada a la calidad de datos e interpretación: estos errores tienen que ver con los dispositivos que se usaron y la

- experiencia del personal involucrado en el proyecto. Aunque está contemplado, puede tener un fuerte impacto en los resultados finales.
2. Incertidumbre relacionada a los modelos estructural y estratigráfico: estos errores esta relacionados a las superficies propuestas, ya que fueron creadas de forma determinística, además, el número de pozos dentro del área de estudio pueden afectar la teoría formulada sobre el ambiente de depósito.
  3. Incertidumbre relacionada al modelo estocástico: para la misma unidad geológica se puede proponer diferentes técnicas de modelado estocástico, cada modelo propone un resultado con diferente incertidumbre, da cierta prioridad a cada parámetro del yacimiento y no existen reglas generales sobre cual modelo debe ser usado en cada condición geológica.
  4. Incertidumbre relacionada a realizaciones equiparables: esta incertidumbre es explorada en el modelo estocástico, de todas las incertidumbres es la que menos afecta el resultado final.

## 2.5 HETEROGENEIDADES.

Las heterogeneidades en un yacimiento son características geológicas de diferentes escalas, que pueden tener o no un impacto en la caracterización estática. Un yacimiento es intrínsecamente heterogéneo y existen diferencias entre las litologías, texturas y clasificación, también existen fracturas, fallas, eventos diagenéticos, etc.

Los tipos de heterogeneidades se clasifican en (Cosentino, 2001):

- Fallas selladas, semi-selladas y libres
- Limites genéticos.
- Zonas permeables en las zonas genéticas.
- Baffles en unidades genéticas.
- Laminación cruzada.
- Heterogeneidades microscópicas, minerales y texturales.
- Fracturas abiertas y cerradas.

Dependiendo de sus dimensiones, estas tienen un impacto directo con el modelo final, por ejemplo, un modelo típico de yacimiento tiene un volumen de orden de  $\sim 10^9 m^3$ , mientras que un núcleo y un registro geofísico de pozo puede alcanzar detalles del orden de  $\sim 10^{-12} m^3$ , las heterogeneidades encontradas en cada uno de estos son variadas y en algunos casos no se cuenta con el detalle necesario para describirlos, por lo tanto, un estudio sísmico nunca llegara a tener la misma resolución que la obtenida con un análisis de núcleos. El especialista, comúnmente un petrofísico debe (Cannon, 2016):

- Ofrecer la media y desviación estándar de cada parámetro obtenido del pozo, por ejemplo: porosidad, saturación y permeabilidad.
- Realizar el análisis bivariado entre las propiedades y determinar su dependencia entre ambas.
- Ofrecer la correlación espacial de los parámetros del yacimiento.
- Indicar el valor de la incertidumbre.

## 2.6 MODELO PETROFÍSICO.

Este modelo es el más importante de todo el trabajo del modelado geológico-petrofísico, ya que ofrece un modelo cuantitativo de las propiedades petrofísicas relevantes a escala sísmica, además, este proceso permite vincular y calibrar los cubos sísmicos con los registros de pozos, permitiendo una mayor precisión en la distribución espacial. Sin embargo, este modelo no es solo el análisis de los registros, implica integrar la información de los núcleos, datos de perforación y la física de rocas (Cannon, 2015).

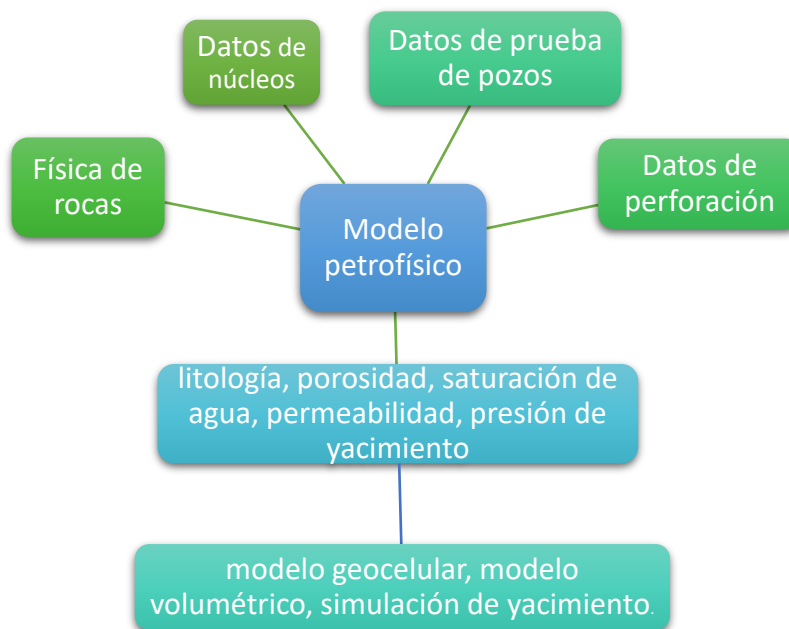


Ilustración 2-1 Esquema de evaluación del modelo petrofísico(Cannon, 2015).

Tomando en cuenta la Ilustración 2-1, en un modelo ideal se contaría con los 4 grupos de información necesarios para realizar el modelo petrofísico, sin embargo, en muchos casos la información está limitada. Para tratar de cubrir todos los requisitos y generar el modelo petrofísico se usa la física de rocas, en esta se evalúan algunos supuestos empíricos para obtener los parámetros elásticos, por ejemplo, los registros de pozos no calculan directamente la porosidad, permeabilidad o saturación de agua, miden otras propiedades, conductividad eléctrica, relaciones nucleares o velocidad acústica, por lo tanto se puede usar las ecuaciones de Gassmann para calcular el parámetro elástico de Bulk (K) en rocas



saturadas o no saturadas de fluido a partir de las velocidades obtenidas del registro acústico (Dvorkin, Gutierrez, & Grana, 2014).

Sin embargo, se tiene una diferencia de escalas entre los datos obtenidos a nivel de pozo y los datos disponibles en el cubo sísmico, lo cual genera incertidumbre, esta puede reducirse a través de muchas estrategias que permiten vincular las propiedades de las rocas con el cubo sísmico, las cuales se pueden dividir en 2 grupos (Mavko, Mukerji, & Dvorkin, 2009):

1. Modelo directo.
2. Modelo inverso.

Esta es relevante para este trabajo, ya que permite usar las herramientas estadísticas para reproducir la propiedad petrofísica a nivel de pozo y escalarla a nivel sísmico, sin embargo, este debe ser tratado con el mayor cuidado posible, ya que las relaciones empíricas que se usan en los modelos de física de rocas solo son válidas bajo ciertas condiciones especiales. Además, las relaciones de dependencia de las variables involucradas pueden no ser gaussianas, afectando la aplicación de ciertas metodologías que requieren de un coeficiente de correlación lineal muy alto.

Es importante que se tenga claro que la petrofísica no es igual a la física de rocas, según Mavko (et al., 2009) la física de rocas permite entender la relación entre los estudios geofísicos y las propiedades de las rocas, dando énfasis en la interpretación sísmica, mientras la petrofísica interpreta la formación y da mayor énfasis al pozo, dejando de lado la interpretación sísmica.

Por lo tanto, el flujo de trabajo para el modelo geológico-petrofísico descrito en los apartados 2.2 al 2.6 propuesto en los trabajos de Hernandez (2014) y Viera (et al., 2012) es el visualizado en la Ilustración 2-2.

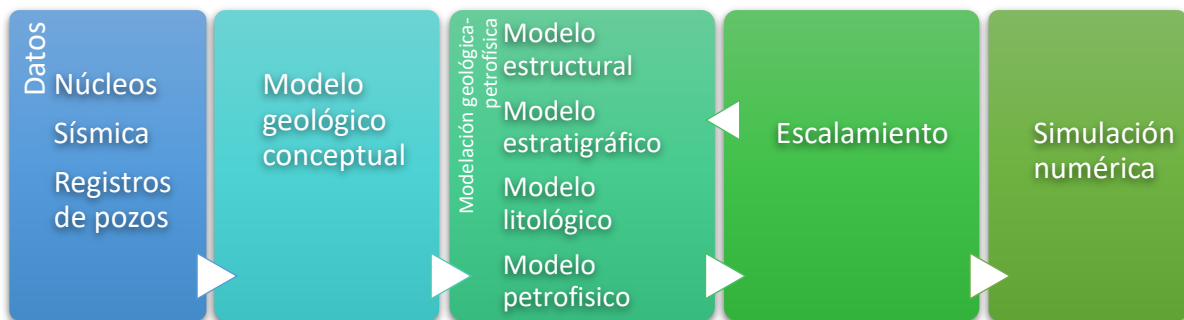


Ilustración 2-2 Flujo de trabajo propuesto para el modelo geológico-petrofísico.

### 3 REVISIÓN DE LOS MÉTODOS GEOESTADÍSTICOS PARA LA SIMULACIÓN DE PROPIEDADES PETROFÍSICAS

---

#### 3.1 INTRODUCCIÓN.

En cualquier problema que involucre la distribución espacial de alguna propiedad se usan herramientas estadísticas que revelen las condiciones de la función de distribución de probabilidad (FDP) de las funciones aleatorias (FA) involucradas en el modelado, el objetivo de la simulación es reproducir las propiedades estadísticas de la FDP a partir del uso de variogramas. Por lo tanto, previo a describir los métodos de simulación usados en este trabajo de investigación se hará una revisión a los conceptos básicos de la geoestadística. Según Díaz-Viera (2002) Se define como función aleatoria  $z(\underline{x})$  a un conjunto de puntos  $\underline{x}$  que pertenecen a un dominio en el espacio, mientras que el conjunto de variables aleatorias espacialmente distribuidas  $\{z(\underline{x}), \underline{x} \in \Omega\}$ .

Definida la FA en  $\mathbb{R}^3$ , el vector aleatorio  $\{z(\underline{x}_1), z(\underline{x}_2), z(\underline{x}_3), \dots, z(\underline{x}_n)\}$  se caracteriza por su función de distribución de probabilidad n-variada:

$$F_{z(\underline{x}_1), z(\underline{x}_2), \dots, z(\underline{x}_n)}(z_1, z_2, \dots, z_n) = \Pr[z(\underline{x}_1) \leq z_1, z(\underline{x}_2) \leq z_2, \dots, z(\underline{x}_n) \leq z_n] \quad (3-1)$$

Esta función es imposible de determinar en la práctica, por lo que solo se puede inferir los momentos de 1° y 2° orden de la FA.

El momento de 1° orden, conocido como la esperanza matemática o media se define como:

$$m(\underline{x}) = E[z(\underline{x})] \quad (3-2)$$

Y los momentos de 2° orden son:

- Varianza.

$$\sigma^2(\underline{x}) = Var[Z(\underline{x})] = E\left[\{Z(\underline{x}) - m(\underline{x})\}^2\right] \quad (3-3)$$

- Covarianza.

$$C(\underline{x}_i, \underline{x}_j) = E[\{Z(\underline{x}_i) - m(\underline{x}_i)\}\{Z(\underline{x}_j) - m(\underline{x}_j)\}] \quad (3-4)$$

- Semivariograma.

$$2\gamma(\underline{x}_i, \underline{x}_j) = Var[Z(\underline{x}_i) - Z(\underline{x}_j)] \quad (3-5)$$

$$\gamma(\underline{x}_i, \underline{x}_j) = \frac{1}{2}E\left[\{Z(\underline{x}_i) - Z(\underline{x}_j)\}^2\right] \quad (3-6)$$

Según las características de los métodos de simulación, estos momentos deben tener ciertas condiciones, por ejemplo, el método de simulación secuencial Gaussiano requiere que (3-2) sea simétrico para que la simulación pueda reproducir los parámetro estadísticos (Doyen, 2007). Otro punto a explicar en esta parte es la diferencia entre una estimación y una simulación, según (Díaz-Viera, 2002), una

estimación ofrece en cada punto  $\underline{x}$  un valores estimado  $Z^*(\underline{x})$  el cual es tan cercano como sea posible del valor real desconocido  $Z(\underline{x})$ , en este se espera que (3-2) no sea sesgado, es decir  $E[Z^2(\underline{x}) - Z(\underline{x})] = 0$ , y que (3-3) sea mínimo. La estimación no tiene que reproducir la variabilidad de los valores reales. Mientras que la simulación tiene como objetivo reproducir las propiedades estadísticas de la FA  $Z(\underline{x})$ , es decir, reproduce los mismos momentos experimentales de los valores originales.

### 3.2 SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA.

La simulación secuencial gaussiana ofrece una correcta distribución global de los valores simulados, este método de simulación es el más popular para simular las propiedades continuas de un reservorio (Doyen, 2007). Sin embargo, esta técnica tiene algunos defectos, por ejemplo, los valores estimados en los extremos lejanos a la zona donde se tiene un valor confiable o valor semilla no tienen similitud estadística por la falta de datos cercanos. La forma de la distribución se distorsiona conforme los cálculos se acercan a los extremos y debido a la máxima entropía se puede tener menos estructuras espaciales que las existentes en el reservorio (Deutsch, 2002).

Este método hace que las ecuaciones de Kriging (3-8) obliguen a la covarianza entre los datos originales y los estimados por Kriging a ser baja, donde se espera que la varianza de la función aleatoria estacionaria sea  $\sigma^2 = C(0)$ . Esto da como consecuencia un efecto de suavizado, el cual es más evidente en los lugares más alejados de los valores originales (Deutsch, 2002).

Hasta este punto solo se ha descrito el método de simulación secuencial Gaussiana para una variable tal como se explica en (Deutsch, 2002), sin embargo, el siguiente flujo de trabajo esta modificado para que este pueda funcionar en casos bivariados, los cuales fueron desarrollados en este trabajo.

- a) Transformar las FA univariadas originales a una distribución normal estándar (Ilustración 3-1).

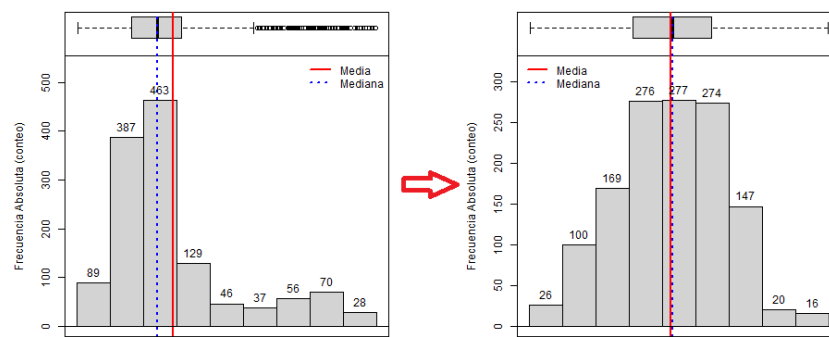


Ilustración 3-1 Ejemplo de transformación de un histograma asimétrico (izquierda) a uno simétrico (derecha) para obtener una distribución normal estándar.

b) En el caso bivariado, retirar los valores atípicos (Ilustración 3-2).

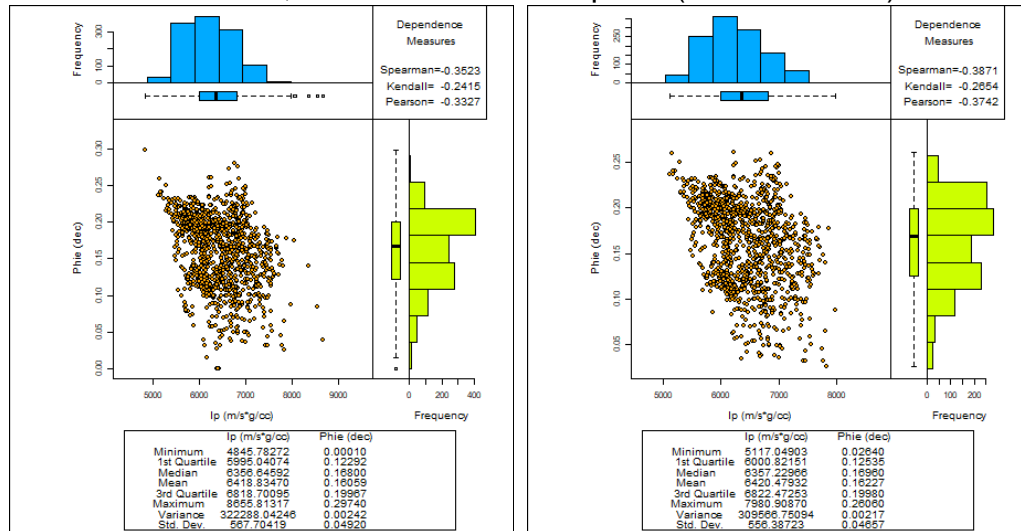


Ilustración 3-2 A la izquierda, Scatterplot original, a la derecha, Scatterplot después de retirar los valores atípicos.

c) Se calcula el variograma, si esta muestra evidencias de tendencia, se debe aplicar una transformación de polinomios para retirar el efecto de la tendencia, después se ajusta a un modelo de variograma válido, es de suma importancia que, en el caso bivariado, los modelos de variograma univariados sean iguales para usarlos en el modelo de correogionalización lineal (Ilustración 3-3).

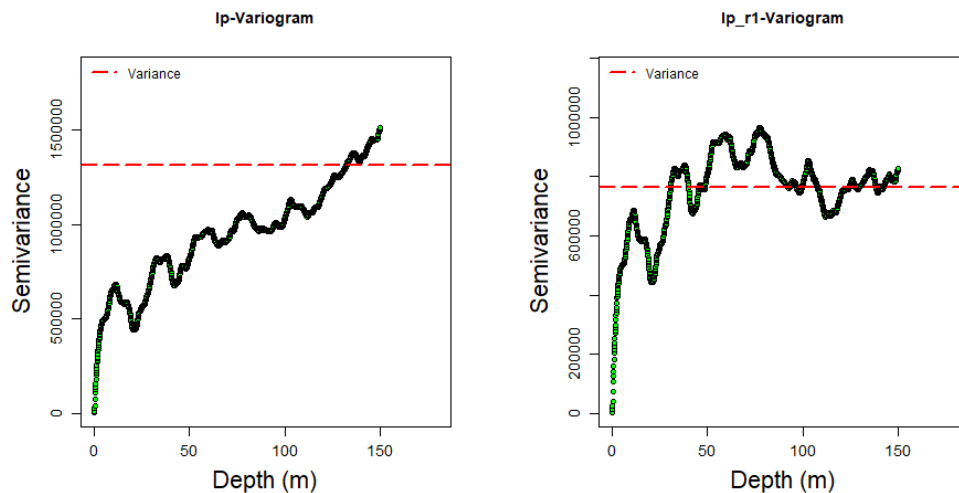


Ilustración 3-3 A la izquierda, semivariograma con tendencia, a la derecha, variograma después de aplicar la corrección de tendencia usando una transformación de polinomios.

d) Se calcula el modelo de correogionalización lineal entre ambas variables y se determina si el modelo propuesto es válido a través del cálculo del determinante de las matrices de correogionalización.

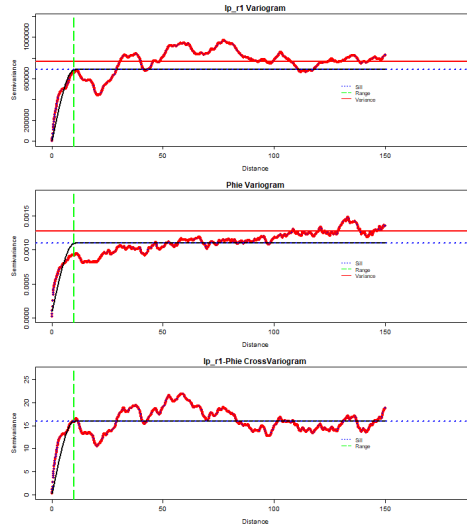


Ilustración 3-4 Ejemplo del gráfico de correlogramación.

- e) Ir a una localización (ver Ilustración 3-5) y aplicar el Kriging para obtener un Kriging estimado (3-8) y su correspondiente varianza (3-7).

$$Y^*(u) = \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \cdot Y(u_{\beta}) \quad (3-8)$$

$$\sigma_{SK}^2(u) = C(0) - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(u, u_{\alpha}) \quad (3-7)$$

- f) Se traza un residual aleatorio con media 0 y varianza  $\sigma_{SK}^2(u)$ .  
g) Se suman el Kriging estimado y el Kriging residual para obtener un valor simulado:

$$Y_s(u) = Y^*(u) + R(u) \quad (3-9)$$

- h) Se agrega el valor simulado al conjunto de datos iniciales para que la covarianza sea la correcta en las siguientes predicciones.  
i) Se repiten los pasos e) hasta la h) para todas las posiciones, preferentemente en una trayectoria regular como lo muestra la Ilustración 3-5.

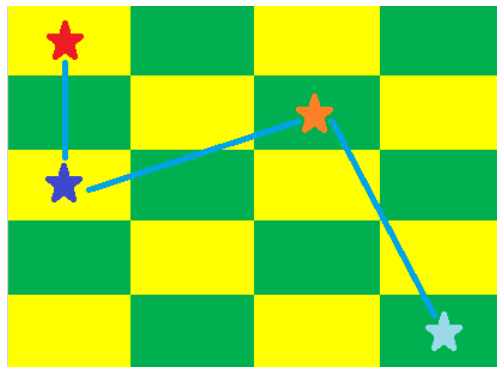


Ilustración 3-5 Ejemplo de las trayectorias que puede seguir el método de simulación secuencial Gaussiano.

### 3.3 MÉTODO DE RECOCIDO SIMULADO.

Según Deutsch & Journel (1998), el método de recocido simulado consiste en perturbar continuamente una imagen inicial hasta que esta reproduzca las características predefinidas descritas en una función objetivo. Este método es una técnica de optimización que ha sido adaptada a la geoestadística, el cual no es un algoritmo de simulación estocástica. Este se basa en la discriminación de las “perturbaciones” en los datos a partir de la siguiente condición:

$$P_{\{acepado\}} = \begin{cases} 1 & ; \text{si } O_{iniciales} \leq O_{nuevo} \\ e^{-\frac{O_{inicial}-O_{nuevo}}{t}} & ; \text{otra condicion} \end{cases} \quad (3-10)$$

En esta distribución de probabilidad todas las perturbaciones favorables son aceptadas y las perturbaciones no favorables son aceptadas con un exponencial. El objetivo es generar una función optimizada al mínimo a partir de una temperatura inicial alta e ir descendiendo hasta que se logre la convergencia, o bien, el número de perturbaciones máximas se alcanzó.

Para generar esa función óptima se empieza con una realización inicial en un mallado regular, generalmente de tipo cartesiano; este tipo de mallado puede describir mejor los eventos de tipo estratigráfico, facilitando la simulación. También se pueden usar mallados basados en objetos, especialmente si se desea modelar canales.

Para generar la primera realización se tienen 2 opciones: realización por valor aleatorio, la cual no considera las características de gran escala, evitando que se genere una imagen errónea. La otra opción es por algoritmo de simulación, la cual ofrece una imagen más realista en la realización inicial.

La función objetivo mide la vecindad de los datos o características deseadas, estos se colocan en una suma ponderada (3-11):

$$O = \sum_{i=1}^{N_c} \omega_i O_i \quad (3-11)$$

Donde  $N_c$  es el número de componentes,  $\omega_i$  son los pesos y  $O_i$  son las funciones objetivo, las cuales pueden ser variogramas, variogramas indicador, coeficiente de correlación o incluso histogramas; estos pueden ser mezclados para que los resultados sean más robustos, aunque puede significar una mayor demanda de recursos computacionales.

En el caso de este trabajo se usará el variograma (3-12) como la función objetivo.

$$O_i = O_\gamma = \sum_{j=1}^{n_h} \left[ \frac{\gamma(h_j) - \gamma^*(h_j)}{\gamma(h_j)} \right]^2 \quad (3-12)$$

Una de las ventajas del método de recocido simulado es que puede manejar múltiples puntos para medir la correlación espacial, sin embargo, esta puede encontrar dificultades si la distribución espacial es compleja. Al ser un método de optimización iterativa, el algoritmo se detiene hasta que se alcanza el mínimo que garantice que todos los datos sean reproducidos con el mismo nivel de certidumbre.

En resumen, el método de recocido simulado considera los siguientes pasos:

1. Se inicia con un modelo numérico, el cual es creado asignando un valor aleatorio en cada nodo de la malla.

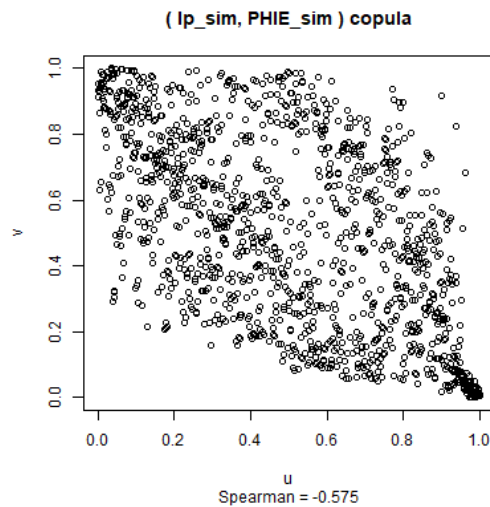


Ilustración 3-6 Ejemplo del modelo numerico sugerido, en este caso es un scatterplot de cópula o de pseudo-observaciones.

2. Se define una función objetivo, en este caso, el variograma seleccionado durante el análisis estructural univariado.

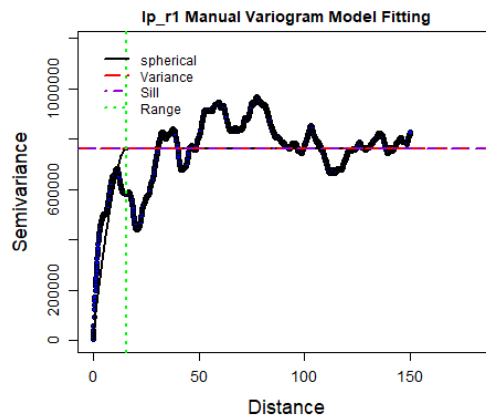


Ilustración 3-7 Ejemplo de la función objetivo, en este caso un ajuste de modelo de variograma de tipo esférico.

3. Se perturba la imagen dibujando un nuevo valor en una ubicación aleatoria.
4. La perturbación objetivo es aceptada si el valor de la función objetivo decrece, en caso contrario se puede aceptar la propuesta bajo una probabilidad.
5. Se continúa perturbando hasta llegar al valor mínimo en la función objetivo.



## 4 TEORÍA DE CÓPULAS Y MEDIDAS DE DEPENDENCIA.

---

### 4.1 INTRODUCCIÓN A LAS CÓPULAS DE BERNSTEIN.

Según Nelsen (2006), Una cópula es una función que acopla o conjunta la función de distribución multivariada con sus funciones de distribución marginales. Basado en esta simple definición podemos asociar 3 valores,  $F(x), G(y)$  y  $H(x, y)$ , donde cada par  $(F(x), G(y))$  esta unido en un cuadro unitario  $[0,1] \times [0,1]$  y cada par ordenado corresponde al valor  $H(x, y)$  en el intervalo  $[0,1]$ , por lo tanto, podemos mostrar la correspondencia asignando el valor de la función de distribución conjunta con cada par ordenado de los valores obtenidos de las funciones de distribución individuales, lo cual es una función cópula.

Previo a definir formalmente los parámetros de una cópula se deben desarrollar algunas definiciones básicas para facilitar la comprensión de las cópulas.

Un cuadro unitario  $I^2$  es generado por el producto  $I \times I$  donde  $I = [0,1]$ .

Definamos a  $R$  como una línea real ordinaria en el intervalo  $(-\infty, \infty)$ , por lo que  $\bar{R}$  es la línea extendida real en el intervalo  $(-\infty, \infty)$ , mientras que  $\bar{R}^2$  es un plano real extendido  $\bar{R} \times \bar{R}$ , lo cual es un producto cartesiano en los intervalos  $B = [x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$ .

Una 2-función de lugar real (2-place real function) es una función cuyo dominio  $Dom H$  es un subconjunto de planos  $\bar{R}^2$  y cuyo rango es un subconjunto de  $R$ .

#### 4.1.1 TEOREMA DE SKLAR.

Este teorema es la base de la teoría de cópulas, la cual nos ofrece los fundamentos de aplicación de cópulas en el área de la estadística. Según Nelsen (2006), el teorema de Sklar explica el objetivo de las cópulas en la relación entre las funciones de distribución multivariadas y sus respectivas marginales univariadas.

Siguiendo con la teoría de cópulas, las funciones de distribución deben ser funciones  $F$  en el dominio  $\bar{R}$  tal que:

1.  $F$  sea no-decreciente.
2.  $F(-\infty) = 0$  y  $F(\infty) = 1$ .

Y la función de distribución conjunta es una función  $H$  con dominio  $\bar{R}^2$  tal que

1.  $H$  es 2-creciente.
2.  $H(x, -\infty) = H(-\infty, y) = 0$  y  $H(\infty, \infty) = 1$

Sin embargo, estas condiciones no hablan de algún planteamiento probabilístico, incluso, solo se habla de funciones de distribución, pero nunca de variables aleatorias, que es la parte fundamental del análisis geoestadístico.

Incluso, se considera que, de todas las funciones de distribución involucradas, al menos 1 satisface las condiciones antes numeradas.

El teorema de Sklar nos dice que:

*Sea  $H$  una función de distribución conjunta de 2 variables aleatorias con marginales  $F$  y  $G$ , entonces existe una cópula  $C$  tal que para todo par  $x, y$  en  $\bar{R}$*

$$H(x, y) = C(F(x), G(y)) \quad (4-1)$$

*Si  $F$  y  $G$  son continuos, entonces la cópula  $C$  es única, de lo contrario, la cópula  $C$  solo estará determinada en  $RanF \times RanG$*

Además, este teorema nos ofrece otra ventaja:

*Si  $C$  es una cópula,  $F$  y  $G$  son funciones de distribución, entonces la función  $H$  es una función de distribución conjunta con marginales  $F$  y  $G$ .*

Cabe resalta que la palabra “cópula” se refiere a “unir” una función de distribución conjunta con sus marginales univariados.

#### 4.1.2 LÍMITES DE FRÉCHET-HOEFFDING.

Estos límites son una de las partes fundamentales de la aplicación de las cópulas. Según Jaworski (et al., 2010), estos límites aparecieron por primera vez en un artículo publicado por Frechet y modificado recientemente por Hoeffding, su uso forma parte de una formulación general sobre la forma de la cópula a través de los ejemplos básicos de cópula, los cuales son:

- Cópula independiente  $\Pi_d(u) = u_1, u_2, \dots, u_d$  asociado a un vector aleatorio  $U = U_1, U_2, \dots, U_d$  cuyas componentes son independientes y uniformemente distribuidos en  $I$ .
- Cópula de comonotonicidad  $M_d(u) = \min\{u_1, u_2, \dots, u_d\}$  asociado a un vector  $U = U_1, U_2, \dots, U_d$  uniformemente distribuida en  $I$  y tal que  $U_1 = U_2 = \dots = U_d$ .
- Cópula de contramonotonicidad  $W_2(u, v) = \max\{u + v - 1, 0\}$  asociada a un vector  $U = (X, Y)$  uniformemente distribuida en  $I$  y tal que  $X = 1 - Y$ .

Estas cópulas básicas, cuyos diagramas de contorno (Ilustración 4-1), se pueden extender para desarrollar casos superiores a 2 dimensiones, por ejemplo, las extensiones de cópulas bivariada  $M, \Pi$  y  $W$ .

Considerando que estas cópulas están en el dominio de  $I^2$ , las extensiones de cópulas están dadas por Embrechts (et al., 2003):

$$M^n(u) = \min(u_1, \dots, u_n) \quad (4-2)$$

$$\Pi^n(u) = u_1 \dots u_n \quad (4-3)$$

$$W^n(u) = \max(u_1 + \dots + u_n - n + 1, 0) \quad (4-4)$$

De estas 3 funciones, solo las funciones (4-2) y (4-3) son n-cóputas para todo  $n \geq 2$  mientras que la función (4-4) no es una n-cóputa para cualquier  $n \geq 3$ .

Derivado de esta extensión de cóputas surge el siguiente teorema:

*Si C es cualquier n-cóputa, entonces para cualquier u en  $I^2$*

$$W^n(u) \leq C(u) \leq M^n \quad (4-5)$$

Además, bajo la siguiente definición, si  $C_1$  y  $C_2$  son cóputas,  $C_1$  es más pequeña que  $C_2$  ( $C_1 < C_2$ ) para todo  $I^2$ .

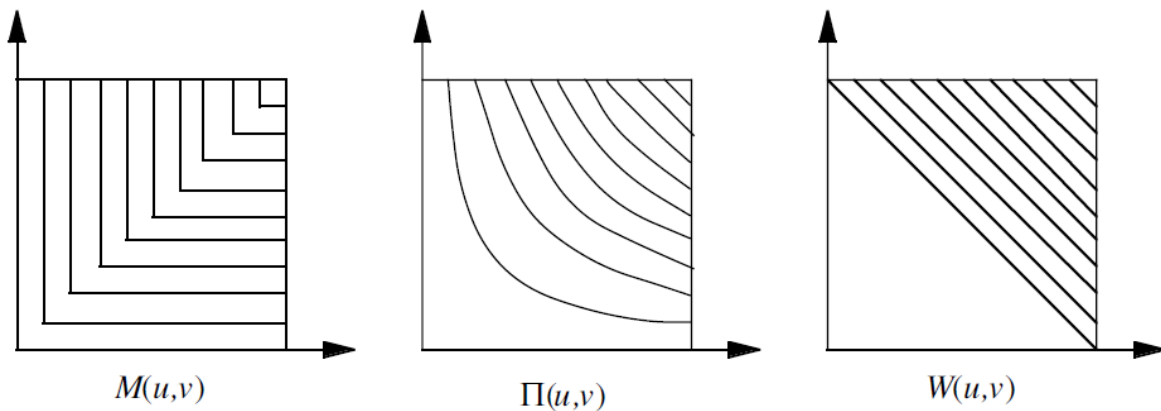


Ilustración 4-1 Diagramas de contorno de las cóputas básicas (Nelsen, 2006).

#### 4.1.3 CÓPUTA BIVARIADA.

Una cóputa 2-dimensional cuyo dominio es  $I^2$ , tiene las siguientes propiedades:

1. Para cada  $u, v$  en  $I$

$$C(u, 0) = 0 = C(0, v) \text{ y } C(u, 1) = u, C(1, v) = v \quad (4-6)$$

2. Para cada  $u_1, u_2, v_1, v_2$  en  $I$  tal que  $u_1 \leq u_2$  y  $v_1 \leq v_2$

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0 \quad (4-7)$$

Donde C es uniformemente continuo en el dominio  $[0,1]^2$ , este dominio lo podemos ver en (Ilustración 4-2) y (4-7), él cual es conocido como la función 2-creciente

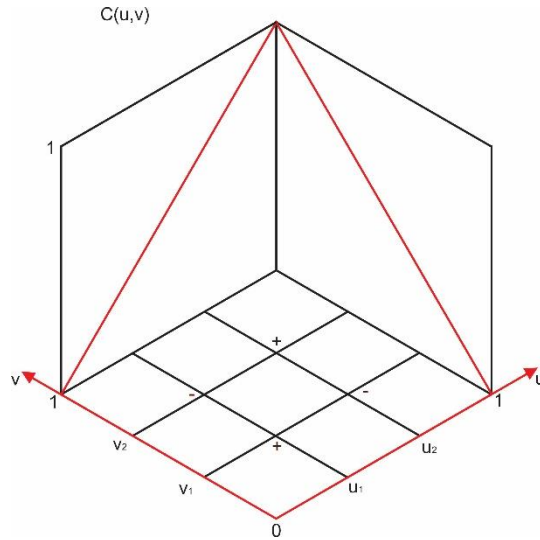


Ilustración 4-2 Grafico del dominio  $I^2$  de la cópula biviada.

#### 4.2 CÓPULA DE BERNSTEIN.

La cópula de Bernstein ofrece una estimación a la cópula a través del uso de la cópula empírica y los polinomios de Bernstein. La cópula empírica es una herramienta que vincula las observaciones iterativas de un fenómeno para generar una estimación empírica de la función de probabilidad marginal. Si  $S = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ , entonces la estimación empírica de la función de probabilidad marginal es (Hernandez Maldonado, 2014):

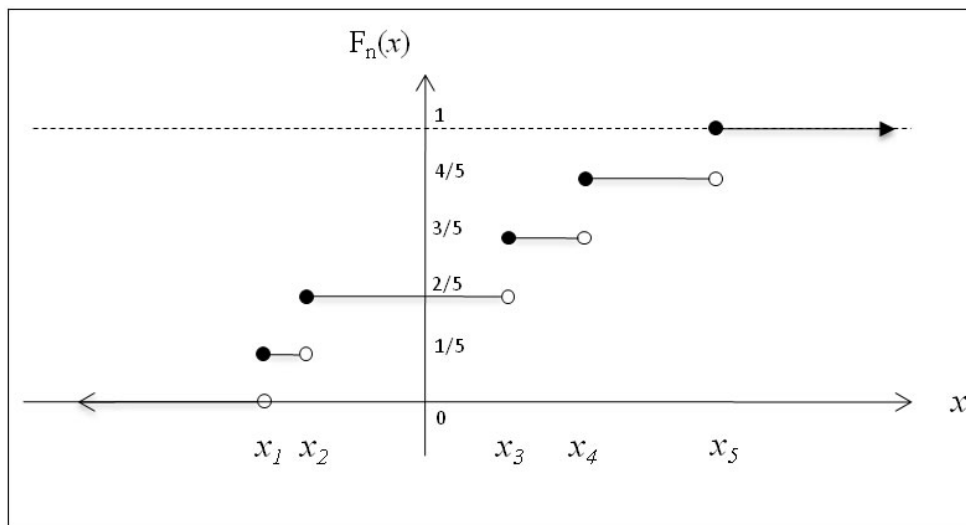


Ilustración 4-3 Representacion grafica de la función  $F_n(x)$  escalonada.

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbb{I}\{x_1 \leq x\} ; G_n(y) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbb{I}\{y_1 \leq y\} \quad (4-8)$$

Donde  $\mathbb{I}$  es una función indicadora, si el argumento es cierto, entonces  $\mathbb{I}$  vale 1, de otro modo  $\mathbb{I}$  vale 0. Por lo tanto, la cópula empírica se define como:

$$C_n\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}\right) = \frac{1}{n} \mathbb{I}\{\text{rank}(x_k) \leq i, \text{rank}(y_k) \leq j\} \quad (4-9)$$

De la Ilustración 4-3 podemos ver que la función  $F_n(x)$  es escalonada, lo cual es un problema dadas las condiciones básicas de la cópula, mencionadas en el apartado 4.1.1. Por lo tanto, se debe buscar un polinomio que pueda cambiar la condición de función no continua a continua, en este caso se propone el uso del polinomio de Bernstein. El polinomio de Bernstein se utiliza en la teoría de probabilidad con problemas de momentos estadísticos al ofrecer una estimación suavizada de la función marginal de cuantiles, la expresión matemática de este polinomio es:

$$\tilde{Q}_n(u) = \sum_{k=1}^n F_n^{-1}\left(\frac{i}{n}\right) \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \quad (4-10)$$

Previo al uso del polinomio de Bernstein se debe garantizar que la función este dentro del intervalo  $[0,1]$ . Sin embargo,  $F_n(x)$  no es propiamente una función, ya que existen múltiples  $x$  para  $F_n(x)$ , por lo tanto, se usa la pseudo-inversa de la función  $F_n^{-1}$ , la cual se puede ver en la Ilustración 4-4, en este caso se puede proponer un discriminante, por ejemplo, valor medio.

$$F_n^x = \begin{cases} x_{(1)} & \text{si } i = 0 \\ \frac{x_i + x_{i+1}}{2} & \text{si } i = 1, \dots, n-1 \\ x_{(n)} & \text{si } i = n \end{cases} \quad (4-11)$$

El

Conjuntando a  $C_n\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}\right) = \frac{1}{n} \mathbb{I}\{\text{rank}(x_k) \leq i, \text{rank}(y_k) \leq j\}$  (4-9) y (4-10) obtenemos la cópula de Bernstein como propone Sancetta & Satchell (2004).

$$\tilde{C}(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n C_n\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}\right) \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \binom{n}{j} v^j (1-v)^{n-j} \quad (4-12)$$

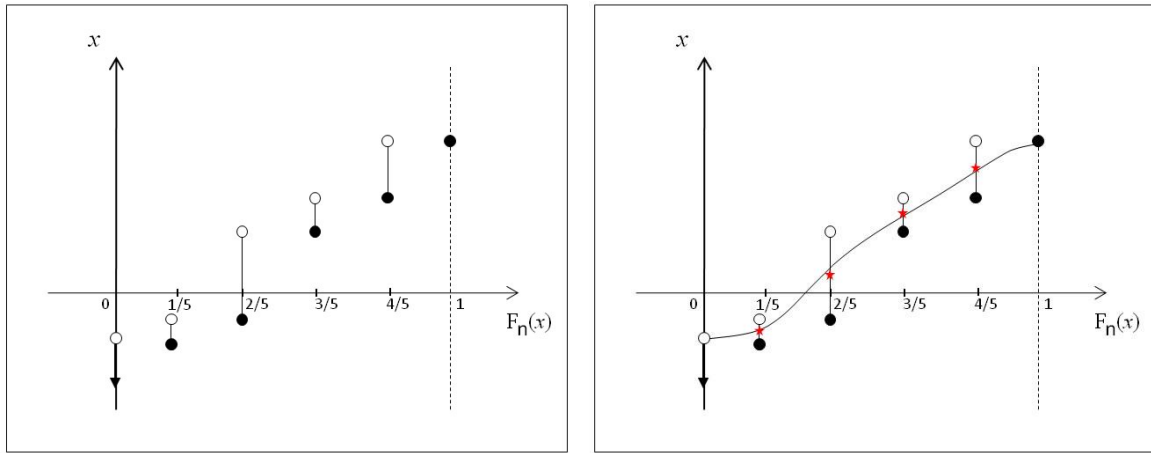


Ilustración 4-4 A la izquierda, grafico de la pseudo-inversa de  $F_n(x)$ , a la derecha, polinomio suavizado por el polinomio de Bernstein (Hernandez Maldonado, 2014).

### 4.3 MEDIDAS DE DEPENDENCIAS.

Según Embrechts (et al., 2003), las cópulas ofrecen una forma de estudiar y medir la dependencia entre variables aleatoria. Para medir la dependencia entre las variables se utilizan algunos métodos que calculan alguno de los momentos estadísticos de las variables involucradas, especialmente la varianza o covarianza. Entre estas medidas de dependencia encontramos 3 que son comunes, aunque existen más, estas ofrecen una buena perspectiva de la relación de dependencia.

Las medidas de dependencia son: Pearson ( $r$ ), Spearman ( $\rho_s$ ) y Kendall ( $\tau$ ).

#### 4.3.1 CORRELACIÓN LINEAL O DE PEARSON ( $r$ ).

Consideremos a  $(X, Y)^T$  como un vector de variables aleatorias con varianzas finitas diferentes de cero. El coeficiente de correlación de Pearson para dicho vector es:

$$r(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}} \quad (4-13)$$

Donde  $Cov(X, Y) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$  es la covarianza de  $(X, Y)^T$  y  $Var(X)$  y  $Var(Y)$  son las respectivas varianzas.

Para que esta medida de dependencia se pueda usar en cópulas se considera el siguiente teorema (Nelsen, 2006):

*Sea  $(X, Y)$  variables aleatorias continuas con cópula  $C_{XY}$ . Si  $\alpha$  y  $\beta$  son funciones estrictamente crecientes en el Ran  $X$  y Ran  $Y$  respectivamente, entonces  $C_{\alpha(X)\beta(Y)} = C_{XY}$ . Esto es.  $C_{XY}$  es invariante bajo transformaciones estrictamente crecientes de  $(X, Y)$ .*

Esta medida de dependencia resulta ser muy inestable, ya que necesita de condiciones muy especiales para que la medida sea útil, especialmente si se usa en el análisis multivariado. Esta correlación es fácilmente manipulable con

operaciones lineales, además, esta medida es escalar, lo cual dificulta la interpretación de la relación estructural de la dependencia (Embrechts et al., 2003), por lo que su uso se podría limitar solamente a casos donde la distribución es elíptica.

#### 4.3.2 CONCORDANCIA.

Previo a explicar la correlación de Spearman y Kendall debemos hablar de concordancia, consideremos que  $(x_i, y_i)$  y  $(x_j, y_j)$  son 2 observaciones de un vector  $(X, Y)$  de variables aleatorias continuas. Se dice que las observaciones son concordantes si  $(x_i < x_j)$  y  $(y_i < y_j)$ , y es discordante si  $(x_i > x_j)$  y  $(y_i < y_j)$  o  $(x_i < x_j)$  y  $(y_i > y_j)$  (Nelsen, 2006). Gracias a esta propiedad se puede considerar a la correlación de Spearman y Kendall como las mejores alternativas al coeficiente correlación lineal si el caso es medir la dependencia en distribuciones no elípticas.

#### 4.3.3 CORRELACIÓN DE SPEARMAN ( $\rho_s$ ).

Según Embrechts (et al., 2003), si Consideremos el vector aleatorio  $(X, Y)^T$ , el coeficiente de correlación de Spearman se define como:

$$\rho_s(X, Y) = 3(\mathbb{P}\{(X - \tilde{X})(Y - Y') > 0\} - \mathbb{P}\{(X - \tilde{X})(Y - Y') < 0\}) \quad (4-14)$$

Donde  $(\tilde{X}, \tilde{Y})^T$ ,  $(X, Y)^T$  y  $(X', Y')^T$  son copias independientes.

Para el caso de la cópula, si consideramos a  $(X, Y)^T$  como un vector aleatorio continuo con cópula C, entonces el coeficiente de correlación de Spearman esta dado por:

$$\rho_s(X, Y) = 3Q(C, \Pi) = 12 \iint_{[0,1]^2} uv dC(u, v) - 3 = \iint_{[0,1]^2} C(u, v) dudv - 3 \quad (4-15)$$

Por lo tanto, si  $X \sim F$  y  $Y \sim G$ , además,  $U = F(X)$  y  $V = G(Y)$ , entonces:

$$\begin{aligned} \rho_s(X, Y) &= 12 \iint_{[0,1]^2} uv dC(u, v) - 3 = 12\mathbb{E}(UV) - 3 \\ &= \frac{\mathbb{E}(UV) - 1/4}{1/12} = \frac{Cov(U, V)}{\sqrt{var(U)}\sqrt{var(V)}} = \rho(F(X), G(Y)) \end{aligned} \quad (4-16)$$

#### 4.3.4 CORRELACIÓN DE KENDALL ( $\tau$ ).

Consideremos el vector aleatorio  $(X, Y)^T$ , el coeficiente de correlación de Kendall está definido como:

$$\tau(X, Y) = \mathbb{P}\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) > 0\} - \mathbb{P}\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) < 0\} \quad (4-17)$$

Donde  $(\tilde{X}, \tilde{Y})^2$  es una copia independiente de  $(X, Y)^T$ , por lo tanto, la correlación de Kendall para  $(X, Y)^T$  es simplemente la probabilidad de la concordancia menos la probabilidad de la discordancia.

Para el caso de la cópula, si consideramos a  $(X, Y)^T$  como un vector aleatorio continuo con cópula  $C$ , entonces, la correlación de Kendall está dada por:

$$\tau(X, Y) = Q(C, C) = 4 \iint_{[0,1]^2} C(u, v) dC(u, v) - 1 \quad (4-18)$$

#### 4.3.5 CONSIDERACIONES.

Para que los coeficientes de correlación de Spearman rho ( $\rho_s$ ) y Kendall tau ( $\tau$ ) funcionen, Embrechts (et al., 2003) considera la siguiente definición:

Una medida real por concordancia  $\kappa$  entre 2 variable aleatorias continuas  $(X, Y)$  cuya cópula  $C$  puede ser medida de concordancia si cumple con las siguientes propiedades:

1.  $\kappa$  está definida para cada par  $X, Y$  considerados como variables aleatorias continuas.
2. La medida de dependencia estará en el intervalo  $-1 \leq \kappa_{X,Y} \leq 1$  donde  $\kappa_{X,X} = 1$  y  $\kappa_{X,-X} = -1$ .
3. La medida de concordancia es invariable, es decir  $\kappa_{X,Y} = \kappa_{Y,X}$ .
4. Si  $X$  e  $Y$  son independientes, entonces  $\kappa_{X,Y} = \kappa_{\Pi} = 0$ .
5.  $\kappa_{-X,Y} = \kappa_{X,-Y} = -\kappa_{X,Y}$ .
6. Si  $C$  y  $\tilde{C}$  son cópulas tal que el orden de concordancia  $C < \tilde{C}$ , entonces  $\kappa_C \leq \kappa_{\tilde{C}}$ .

Si  $\{(X_n, Y_n)\}$  es una secuencia de variables aleatorias continuas con cópulas  $C_n$ , y si  $\{C_n\}$  converge en cualquier punto de  $C$ , entonces  $\lim_{n \rightarrow \infty} \kappa_{C_n} = \kappa_C$ .



# 5 MÉTODO DE CO-SIMULACIÓN DE PROPIEDADES PETROFÍSICAS CON CÓPULAS DE BERNSTEIN USANDO ATRIBUTOS SÍSMICOS COMO VARIABLES SECUNDARIAS

## 5.1 METODOLOGÍA DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO.

Basándonos en lo visto en los apartados 3.3 y 4.1 podemos dar la metodología que se usara para este trabajo de investigación. El Método de Co-Simulación Estocástica Espacial basada en Cópulas de Bernstein, el cual es presentado por Díaz-Viera (et al., 2016), consta de 2 pasos principales:

- Se establece un modelo de dependencia entre una variable primaria y una variable secundaria usando una cópula de Bernstein.
- Se usa la estructura de dependencia espacial (variograma) de la variable primaria para predecir la primera usando la segunda variable como una variable condicional usando el método de recocido simulado.

La ventaja de este método es que ofrece un enfoque no paramétrico, no se requiere de una función o una dependencia específica. El flujo de trabajo propuesto está representado en la Ilustración 5-1.

También se usará el método de co-simulación secuencial gaussiano (ver apartado 3.2) como un método comparativo para verificar las ventajas y desventajas del método de Co-Simulación Estocástica Espacial basada en Cópulas de Bernstein. A partir de este capítulo y para evitar que el lector se confunda con los nombres de los métodos usados, se abreviaran los métodos, quedando el método de co-simulación secuencial gaussiano como (SGCoSim) y el método de Co-Simulación Estocástica Espacial basada en Cópulas de Bernstein como (BcSaSim).



Ilustración 5-1 Diagrama de flujo de trabajo del método BcSaSim.



*Ilustración 5-2 Diagrama de flujo de trabajo del método SGCosim.*

## 5.2 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MÉTODO DE CO-SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA ESPACIAL BASADA EN CÓPULAS DE BERNSTEIN (BCSASIM)

Para el método BcSaSim se ejecutaron los códigos modificados del método de recocido simulado de Deutsch & Journel (1998), los cuales están escritos en lenguaje FORTRAN. En R Studio se usaron los códigos desarrollados por Díaz-Viera (et al., 2016) para calcular la cópula de Bernstein condicionada y sin condicionamiento. El método SGCosim se implementó en R Studio usando las rutinas desarrolladas por Díaz-Viera & Hernández-Maldonado (2010).

### 5.2.1 ANÁLISIS EXPLORATORIO.

Para ambos casos de co-simulación se empezó con el análisis exploratorio de datos, en este vemos las limitaciones y ventajas que ofrece cada variable aleatoria analizada, además de su respectivo histograma.

### 5.2.2 ANÁLISIS BIVARIADO DE LA DEPENDENCIA ESPACIAL.

Al concluir el análisis exploratorio univariado se realiza el análisis exploratorio bivariado, en este obtenemos las medidas de dependencias de todas las variables analizadas, las cuales fueron mostradas en el apartado 4.3, además de un gráfico de dispersión o “Scatterplot”. Este grafico junto con las tablas de medidas de dependencia son importantes ya que su información nos permite tomar los mejores pares para realizar la co-simulación.

### 5.2.3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL.

Definidos los pares de interés se realiza el análisis estructural univariado para ambas variables. Se verifica que no exista tendencia a partir del cálculo del semivariograma, si existe alguna evidencia de tendencia se debe eliminar usando polinomios de tendencia y se analizan los residuos; realizado este paso el semivariograma se ajusta a un modelo de variograma valido dando mayor importancia a la variable de interés, por ejemplo, supongamos un caso bivariado ( $I_p$ ,  $Phit$ ), donde la variable que quiero simular es  $Phit$ , se debe realizar primero esta variable para calcular su variograma y que la variable  $I_p$  use el mismo modelo de variograma. Este paso es importante, ya que el modelo de correogionalización lineal para la SGCosim requiere que se use el mismo modelo de variograma con el mismo alcance. En el caso del método BcSaSim no es necesario que ambas variables usen el mismo tipo de modelo de variograma.

#### 5.2.4 ESTIMACIÓN Y SIMULACIÓN USANDO LA CÓPULA DE BERNSTEIN

Definidos los parámetros del modelo de variograma de la VA objetivo se hace la simulación BcSaSim, en este se implementaron 2 rutinas, una calcula la cópula condicional y la otra calcula la cópula sin condicionamiento. Para la cópula condicional se usaron los valores de la variable primaria como valores condicionales.

La rutina inicia con el ingreso de las 2 variables aleatorias, las cuales son depuradas, es decir, se eliminan los valores repetidos; esto con el fin de optimizar la simulación y cumplir con la condición 2-creciente vista en el apartado 4.1.1. Después se hace el análisis estadístico univariado el cual da como resultado una tabla de parámetros y el respectivo histograma con el gráfico de la función de distribución acumulativa. Se estandarizan ambas variables para cumplir con la condición establecida para el polinomio de Bernstein en el apartado 4.2. En el análisis estadístico bivariado se obtiene un gráfico tipo Scatterplot y un gráfico de pseudo-observaciones (ver el ejemplo de la Ilustración 3-6) que cumple con la condición de la Ilustración 4-2 Gráfico del dominio  $I^2$  de la cópula bivariada. Ilustración 4-2.

Terminado el proceso de análisis bivariado se genera la matriz de la cópula empírica  $C_n \left( \frac{i}{n}, \frac{j}{n} \right) = \frac{1}{n} \mathbb{I}\{rank(x_k) \leq i, rank(y_k) \leq j\}$  (4-9) y se realiza la simulación de observaciones bivariada a partir de la cópula de Bernstein (4-12) ajustada a la muestra original. Se realiza para 2 casos, uno simula la misma cantidad de observaciones de la variable original y otro simula una cantidad cercana o igual a las 10,000 observaciones. En este proceso se obtiene una tabla con los valores de los parámetros estadísticos originales y de los 2 modelos simulados, sus respectivos gráficos de dispersión, de pseudo-observaciones y una tabla con los valores obtenidos de la simulación de 10,000 muestras.

#### 5.2.5 SIMULACIÓN ESPACIAL USANDO EL MÉTODO DE RECOCIDO SIMULADO.

Según Deutsch & Journel (1998), el método de recocido simulado tiene como objetivo perturbar continuamente una imagen original hasta que encaje con las características predefinidas de una función objetivo. Una perturbación es aceptada si la función objetivo es baja, es decir, se considera que la simulación está completada cuando la función objetivo llega al valor más bajo posible o bien cuando el valor mínimo de la función objetivo es rechazado.

El código modificado está en un archivo de extensión .PAR el cual está en el anexo 10.1, desarrollado en el lenguaje de programación FORTRAN, fue ejecutado en el sistema operativo Ubuntu mate 12.04. Este archivo contiene toda la información necesaria para realizar la simulación espacial por recocido simulado. Inicia solicitando el tipo de funciones objetivo (línea 3), para el caso de código SASIM se puede usar una o la combinación de las siguientes funciones objetivo:

a) Histograma (hist).

En esta la realización simulada de la distribución acumulativa  $F^*(z)$  debe coincidir con la distribución acumulativa previamente especificada  $F(z)$  para un numero de valores  $z$

$$O_1 = \sum_z [F^*(z) - F(z)]^2 \quad (5-1)$$

b) Semivariograma (varg).

Esta captura la variabilidad espacial de 2 puntos en la realización, el semivariograma de la realización simulada  $\gamma^*(h)$  debe coincidir con el modelo de semivariograma previamente especificado  $\gamma(h)$ .

$$O_2 = \sum_h \frac{[\gamma^*(h) - \gamma(h)]^2}{\gamma(h)^2} \quad (5-2)$$

c) Semivariograma indicador (ivar).

Este permite la especificación explicita de la mayor o menor continuidad en los límites de los valores altos y bajos

$$O_3 = \sum_{j=1}^{n_0} \sum_h \frac{[\gamma_j^*(h_i) - \gamma_j(h_i)]^2}{\gamma_j(h_i)^2} \quad (5-3)$$

d) Coeficiente de correlación (corr).

En este se considera que la correlación entre la variable primaria simulada y una variable secundaria capturan algún tipo de correlación lineal. En este caso  $\rho^*$  es la correlación entre los valores primarios y secundarios en todos los nodos de la malla y  $\rho$  es el coeficiente de correlación objetivo.

$$O_4 = [\rho^* - \rho]^2 \quad (5-4)$$

e) Distribuciones condicionales (cpdf).

La relación entre la variable primaria simulada y una variable secundaria pueden ofrecer mucho más que un coeficiente de correlación lineal, en este caso la función objetivo se divide en clases, donde  $n_s$  es la clase secundaria y  $n_p$  es la clase primaria.  $f_i(j)$  es usada como la distribución condicional de la variable primaria

$$O_3 = \sum_{i=0}^{n_s} \sum_{j=0}^{n_p} [f_i^*(j) - f_i(j)]^2 \quad (5-5)$$

Definidas las funciones objetivo a usar, se establece si se tienen valores de peso para cada función objetivo (línea 4), se especifica si la función objetivo requiere

transformación logarítmica (línea 5), el número de realizaciones (línea 6) que hará el código y la malla que usara (líneas 7), 8) y 9), (NOTA: aunque el código puede manejar 3 ejes, en nuestro caso solo usaremos el eje Z). Para definir la malla, el código requiere de 3 valores, en valor de inicio ( $nx$ ), el intervalo entre valores ( $xmn$ ) y el número de intervalos en eje de la malla ( $xsiz$ ). Al dimensionar la malla, el código pide un número semilla (línea 10) y nivel de debugging (línea 11), este es importante, ya que el archivo de salida de extensión .dgb (línea 12) tiene el reporte de los cálculos que se realizaron en el proceso. También hay que definir el nombre del archivo que contiene los datos simulados (línea 13), el cual tiene extensión .out, su estructura es de 5 columnas, las cuales contienen la información de la posición  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , variable 1 y variable 2.

Hasta este punto se tiene la primera parte del método de recocido simulado, después de este se debe indicar los valores para los parámetros del recocido simulado (línea 15): temperatura inicial ( $t_0$ ), factor de reducción ( $redfac$ ), número máximo de perturbación ( $ka$ ) y valor mínimo de convergencia ( $Omin$ ); es importante que los 2 últimos parámetros sean tratados con sumo cuidado, ya que implementación computacional del método de recocido simulado puede seguir sin control. Después sigue el apartado donde se indica si la simulación se hará con valores condicionados (línea 19), si estos existen, deben ser ingresados en un archivo extensión .dat (línea 20), el cual debe contener 4 columnas, en estas se indica la posición  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y el valor de la variable primaria que se considera como valor condicional. También se debe ingresar la malla de la variable secundaria (línea 28) a través de un archivo de extensión .dat que consta de 4 columnas, en estas se indica la posición  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y el valor de la variable secundaria, el número de filas debe coincidir con el número de intervalos indicado en la malla inicial.

Definidos los parámetros de la simulación de recocido simulado se debe ingresar el archivo de extensión .dat (línea 32) el cual contiene los pares simulados por la cópula de Bernstein (ver apartado 5.2.4), la estructura de este archivo consta de 2 columnas, la primera columna contiene los valores simulados de la variable secundaria, y la segunda columna contiene los valores de la variable primaria.

Terminada esta parte se ingresan los parámetros de la o las funciones objetivo que fueron seleccionadas al inicio, en nuestro caso solo usamos el variograma. Primero indicamos el valor mínimo y máximo de la variable primaria (línea 34), después el número de variogramas (línea 37) y los valores de los parámetros de cada variograma (línea 39), los cuales son Nugget, el tipo de variograma ( $it$ ), la varianza ( $cc$ ) y los ángulos ( $ang1$ ,  $ang2$  y  $ang3$ ) (línea 40). Si es caso es tridimensional se indica los valores de rango máximo ( $a\_hmax$ ) y el rango mínimo ( $a\_hmin$ ) para cada eje, en nuestro caso específico solo se considera el eje  $z$  (línea 41).

Terminado el ingreso de los valores de cada parámetro se ejecuta el archivo de extensión .PAR a través de una terminal, en la terminal de Ubuntu se

redirecciona hacia el directorio donde se almaceno el archivo de extensión .PAR, esto se hace con el comando “cd /xxxx/xxxx/xxxx/BcSasim” (NOTA: las xxxx son el ejemplo del nombre de las carpetas). Después se escribe el comando “./bcsasim” (nota: si aparece el mensaje “acceso denegado”, se debe ejecutar todo como superusuario, esto se logra con el comando “sudo su” y después se anota “chmod +x bcsasim”). En la terminal nos ofrece un mensaje que pide el nombre del archivo que tiene los parámetros a usar, que en este caso es el archivo “BCSASIM.PAR”, es de suma importancia que el nombre sea escrito en mayúsculas, de lo contrario la terminal indicara que el archivo no existe, si todo salió bien se obtendrán los 2 archivos de salida de extensión .dgb y .out, los cuales contienen el reporte de la simulación y los valores simulados respectivamente.

### 5.3 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MÉTODO DE CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANO (SGCOSIM).

Para este método se usaron una serie de librerías desarrolladas en el proyecto RGEOSTAD por Díaz-Viera & Hernández-Maldonado (2010), en este se consideran los mismos pasos descritos en los apartados 5.2.1 al 5.2.3, sin embargo, se requiere que en el análisis estructural se retiren los valores atípicos con el fin de aumentar el coeficiente de correlación lineal y los variogramas de las variables a analizar, en este caso 2, sean evaluados usando el mismo modelo de variograma. Se da prioridad a la variable de interés, por ejemplo, si tengo el par (Phit, lp), y mi variable de interés es Phit, entonces se usará el modelo de variograma que mejor ajuste a la variable Phit en la variable lp.

#### 5.3.1 MODELO DE CORREGIONALIZACIÓN LINEAL.

Este paso es importante en el SGCoSim, ya que de este se obtendrán los parámetros que se usarán en la simulación, un modelo de corregionalización lineal este dado por:

$$C_{ii}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^s \sigma_{ij}^k \rho_k(\underline{h}) \quad (5-6)$$

Y en términos de las covarianzas:

$$\gamma_{ii}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^s \sigma_{ij}^k \gamma_k(\underline{h}) \quad (5-7)$$

El esquema general descrito en (Díaz-Viera, 2002) es el siguiente:

1. Modelar cada semivariograma simple  $\gamma_{ii}(\underline{h})$  y semivariograma cruzado  $\gamma_{ij}(\underline{h})$  a través del análisis estructural de una función aleatoria.

2. Determinar el número de estructuras anidadas de manera que sea mínima, es decir, que esta no supere las 3 estructuras bajo la siguiente consideración:
  - a) Si  $\sigma_{ij}^k > 0$  entonces  $\sigma_{ii}^k > 0$  y  $\sigma_{jj}^k > 0$ , es decir, una estructura  $\gamma_k(\underline{h})$  hace contribución al modelo anidado del variograma cruzado  $\gamma_{ij}(\underline{h})$ , entonces debe contribuir en el modelo de los variogramas simples  $\gamma_{ii}(\underline{h})$  y  $\gamma_{jj}(\underline{h})$ . De lo contrario es falso
  - b) Si  $\sigma_{ii}^k > 0$  y  $\sigma_{jj}^k > 0$  no implica nada sobre  $\sigma_{ij}^k$ , es decir, si una estructura  $\gamma_k(\underline{h})$  hace contribución a los modelos anidados de los variogramas simples  $\gamma_{ii}(\underline{h})$  y  $\gamma_{jj}(\underline{h})$ , dicha estructura puede contribuir o no en el modelo anidado del variograma cruzado  $\gamma_{ij}(\underline{h})$
  - c)  $\sigma_{ii}^k = 0$  entonces  $\sigma_{ij}^k = 0$ , es decir, si una estructura  $\gamma_k(\underline{h})$  no contribuye en el modelo anidado del variograma simple  $\gamma_{ii}(\underline{h})$ , entonces dicha estructura no puede contribuir en ninguno de los modelos anidados de los variogramas cruzados  $\gamma_{ij}(\underline{h})$  que involucran a la componente i.
3. Comprobar que todos los determinantes de los menores de orden dos son no negativos, para el caso de 2 variables  $Z_1(\underline{x})$  y  $Z_2(\underline{x})$  es:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11}(\underline{h}) & \gamma_{12}(\underline{h}) \\ \gamma_{21}(\underline{h}) & \gamma_{22}(\underline{h}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^0 & \sigma_{12}^0 \\ \sigma_{21}^0 & \sigma_{22}^0 \end{pmatrix} \gamma_0(\underline{h}) + \begin{pmatrix} \sigma_{11}^S & \sigma_{12}^S \\ \sigma_{21}^S & \sigma_{22}^S \end{pmatrix} \gamma_S(\underline{h}) \quad (5-8)$$

Donde  $\gamma_0$  es el modelo de Nugget y  $\gamma_1$  es el modelo de estructuras anidadas,  $\sigma_{11}$  y  $\sigma_{22}$  son los valores de las mesetas y nugget de los modelos de variograma simple,  $\sigma_{12}$  y  $\sigma_{21}$  son los valores de la meseta y Nugget del variograma cruzado

4. Verificar que todas las matrices de coregionalización sean positivas semidefinidas, en el caso contrario, hacer los cambios necesarios hasta satisfacer la condición o volver al paso 2, un ejemplo de esto puede verse en la Ilustración 6-13.

En este caso, el modelo de coregionalización lineal se hace con las librerías "ModelVariogram" y "Crossvariograma", para verificar si el modelo es positivo definido se usa un código sencillo con sentencia "if" el cual calcula los determinantes y nos indica si el modelo de coregionalización es válido o no.

### 5.3.2 CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA.

Obtenido y validado el modelo de coregionalización lineal se hace la co-simulación secuencial gaussiana, esta se realiza con la librería "SGCoSim\_OK" la cual usa Kriging ordinario, en esta se indica los valores de los parámetros mínimo, máximo, coordenadas (x, y), los valores obtenidos de las estructuras de variograma de la coregionalización lineal, intervalo de muestreo y el número de realizaciones que se harán, como resultado de la simulación, se calculan los valores estadísticos

de los valores obtenidos mediante la simulación, además de la distribución espacial resultante del ejercicio y su respectivo Scatterplot.

Este proceso se realiza para ambas variables y el código considera que la variable a simular es la variable primaria del par que se le indico, por ejemplo, si el par (Phit, Ip) es simulado bajo este método, empezara simulando la variable Phit, para simular la variable Ip se debe invertir la posición de (Phit, Ip) a (Ip, Phit), al final, se obtiene un Scatterplot con los valores simulados de ambas variables.



## 6 VALIDACIÓN EN UN CASO DE ESTUDIO: LACKACH-1

---

### 6.1 CONDICIONES DEL CASO DE ESTUDIO.

El pozo Lackach-1 se encuentra en un yacimiento de aguas profundas. Cuenta con 41 registros entre registros originales, petrofísicos y atributos sísmicos; se usó el intervalo de 3025 a 3218.95 metros, el intervalo de registro es de cada 15 centímetros. Revisando los datos se observó que en el intervalo 3035.8 a 3038.05 existe pérdida de datos en los registros PHIT, PHIE, KTIMUR, VCL y SW, esto representa el 1.16% de los datos totales, sin embargo, este segmento separa un intervalo de 3025 a 3035.8 correspondiente al 5.56% del total de los datos, aunque este último intervalo contiene datos, se considera que recuperarlos para integrarlos al análisis exploratorio podría ser perjudicial ya que el modelo espacial podría presentar alteraciones debido al intervalo con pérdida de datos. Por lo tanto, el intervalo de 3025 a 3038.05 será descartado para evitar los fenómenos antes descritos.

En este capítulo se hará una comparación entre el método de co-simulación secuencial gaussiano y el método de co-simulación estocástica espacial basada en cópulas de Bernstein, ambos casos se harán submuestreados a 0.15, 0.9, 4.5 y 9 metros para verificar la confiabilidad de los valores simulados.

### 6.2 ANÁLISIS EXPLORATORIO.

#### 6.2.1 VARIABLE POROSIDAD TOTAL (PHIT).

De la Tabla 6-1 podemos ver que la diferencia entre la media y la mediana es de 0.0013 unidades, mientras que la simetría es de -0.0998, por lo tanto la variable es casi simétrica, como lo demuestra el histograma de la Ilustración 6-1.

Muestras	1206		
Mínimo	0.1105	Rango	0.2417
1° Cuartil	0.1953	Rango Intercuartil	0.044
Mediana	0.2182	Varianza	0.001
Media	0.2171	Desviación Estándar	0.0311
3° Cuartil	0.2392	Coficiente de Simetría	-0.0998
Máximo	0.3522	Curtosis	3.1763

Tabla 6-1 Valores calculados de los parámetros geoestadísticos de la variable PHIT.

De este histograma (Ilustración 6-1) también podemos ver que tiene 5 valores atípicos, siendo los de la derecha los que posiblemente ejercen el mayor efecto en la casi simetría de la variable Phit.

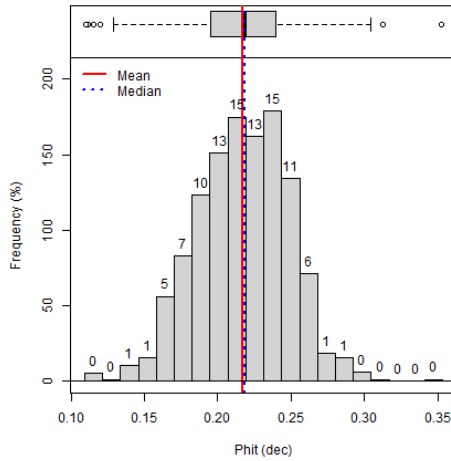


Ilustración 6-1 Histograma de la variable Phit.

### 6.2.2 VARIABLE IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP)

En la Ilustración 6-2 y la Tabla 6-2, podemos ver que la variable es asimétrica, pero no es grave. La diferencia entre la media y la mediana es de 64.189. Se puede notar en el histograma que los valores atípicos están a la derecha del gráfico.

Muestras	1206		
Mínimo	4845.783	Rango	3810.03
1° Cuartil	5995.041	Rango Intercuantil	823.66
Mediana	6356.646	Varianza	322288.042
Media	6418.835	Desviación Estándar	567.704
3° Cuartil	6818.701	Simetría	0.396
Máximo	8655.813	Curtosis	2.764

Tabla 6-2 Valores calculados de los parámetros geoestadísticos de la variable Ip.

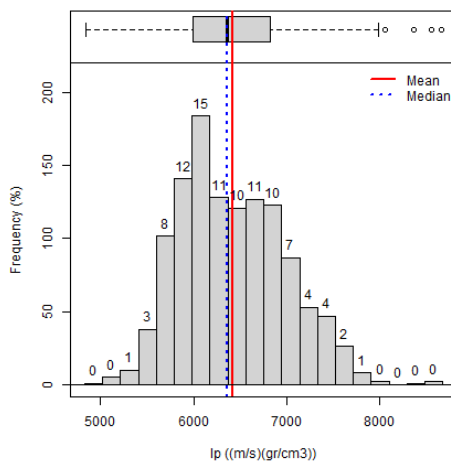


Ilustración 6-2 Histograma de la variable Ip.

### 6.3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL.

#### 6.3.1 VARIABLE POROSIDAD TOTAL (PHIT).

Para esta variable primero evaluaremos si el variograma tiene alguna evidencia de tendencia. En la Ilustración 6-3 no se observa algún tipo de tendencia en el semivariograma, aunque tiene algunas evidencias del “efecto Hole”

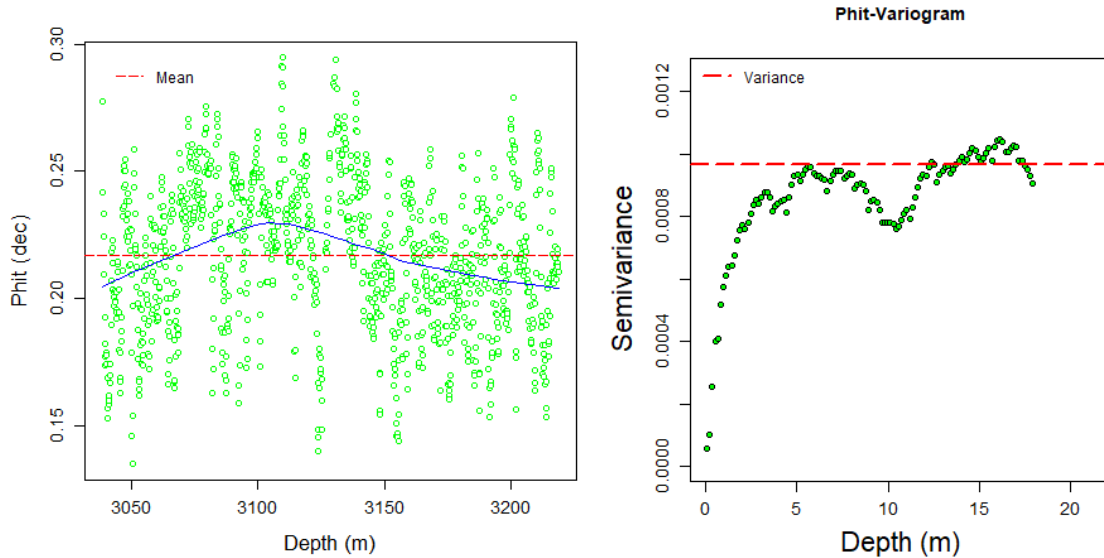


Ilustración 6-3 A la izquierda, representación gráfica de la curva de regresión de la mediana, a la derecha, semivariograma de la variable PHIT.

Por lo tanto, cumpliendo con las condiciones de simetría y ausencia de tendencia, se puede calcular el modelo de semivariograma. En la Tabla 6-3 podemos ver que el modelo esférico ofrece el menor error, sin embargo, debemos tener precaución con el rango reportado en el modelo gaussiano, ya que ningún modelo autorizado puede tener un rango con valor igual o menor a 0.

	<b>Nugget</b>	<b>Meseta</b>	<b>Rango</b>	<b>RMSE</b>
<b>Exponencial</b>	0	0.001894542	15.999991	0.0002954160
<b>Esférica</b>	0	0.000889741	1.980066	0.0000801173
<b>Gaussiana</b>	0	0.000740715	0	0.0001679570

Tabla 6-3 Valores calculados automáticamente de los modelos de variograma autorizados para la variable PHIT.

En la Ilustración 6-4 podemos ver que el modelo esférico se ajusta al variograma y ofrece el menor error.

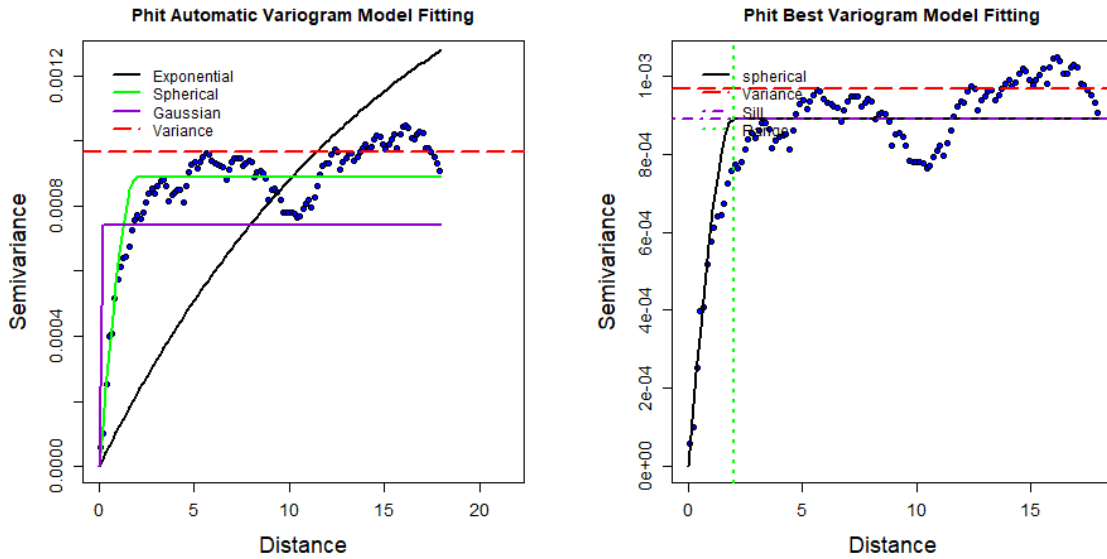


Ilustración 6-4 A la izquierda, representación gráfica de los modelos de variograma calculados automáticamente, a la derecha, representación gráfica del mejor modelo de variograma para la variable PHIT.

Después de realizar múltiples pruebas se determinó que los mejores valores para los parámetros del variograma se muestran en la Ilustración 6-5, se tiene que el Nugget tiene un valor de 0.00005, la meseta es de 0.0009 y el rango es de 2.6, se redujo el error de 0.0000801173 a 0.00007304712.

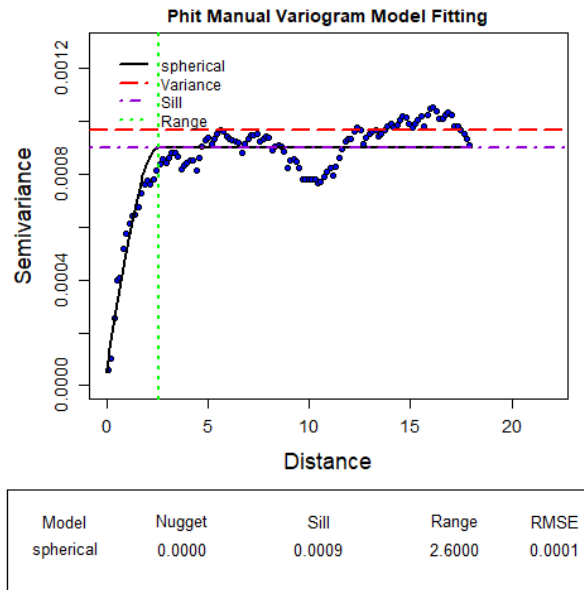


Ilustración 6-5 Representación gráfica del ajuste manual del variograma para la variable PHIT.

Después de obtener el mejor modelo de variograma se realiza el cálculo de los datos estimados como lo muestra la Tabla 6-4. De esta podemos ver que la diferencia de la media es de 0.00002, lo cual es muy cercano al cero y la varianza

es de 0.00004, por lo tanto, el modelo de variograma esférico si estima a la variable Phit.

	<b>Z</b>	<b>Z*</b>	<b>Z-Z*</b>
<b>Muestras</b>	1206	1206	1206
<b>Mínimo</b>	0.1105	0.11482	-0.02991
<b>1° Cuartil</b>	0.19528	0.19708	-0.00324
<b>Mediana</b>	0.2182	0.21673	0.00015
<b>Media</b>	0.21706	0.21704	0.00002
<b>3° Cuartil</b>	0.23922	0.2366	0.00342
<b>Máximo</b>	0.3522	0.30919	0.05411
<b>Rango</b>	0.2417	0.19437	0.08403
<b>Rango Intercuantil</b>	0.04395	0.03952	0.00666
<b>Varianza</b>	0.00097	0.00083	0.00004
<b>Desviación Estándar</b>	0.03109	0.02877	0.00607
<b>Simetría</b>	-0.09978	-0.04586	0.34749
<b>Curtosis</b>	3.17628	3.08892	9.59605

Tabla 6-4 Tabla comparativa entre los valores originales (Z), valores estimados por kriging (Z\*) y la diferencia entre estos.

Para comprobar la efectividad de la estimación, se graficaron los datos estimados y los datos originales. Como se puede ver en la diferencia de la Ilustración 6-6, esta no supera 0.02 unidades, lo cual es relativamente bajo, además, a grandes rasgos las gráficas son casi similares.

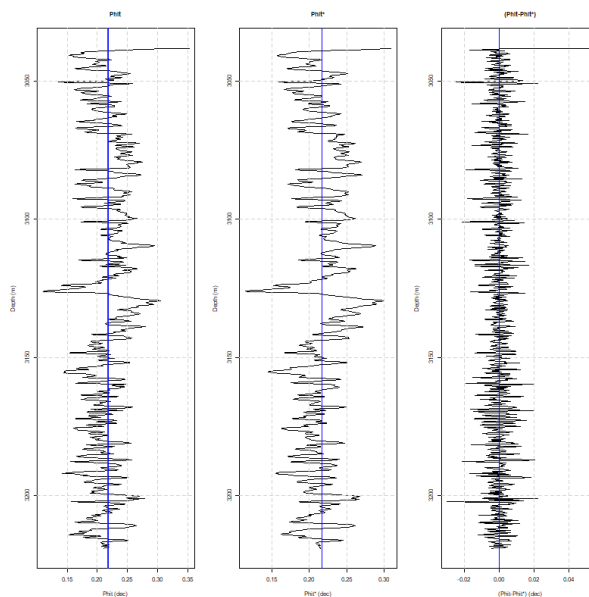


Ilustración 6-6 A la izquierda, representación gráfica de los datos originales, al centro, grafico de los datos estimados por kriging y a la derecha la diferencia entre estos.

Mientras que de la Ilustración 6-7 tenemos que el grado de correlación es de 0.989, lo cual es muy bueno y el histograma indica una buena simetría.

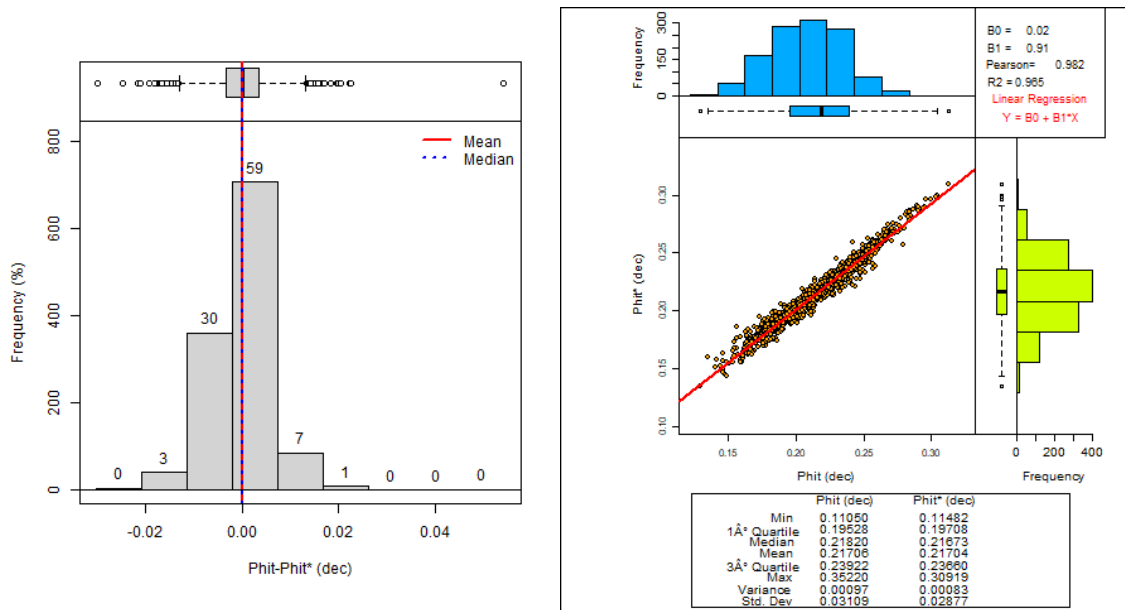


Ilustración 6-7 A la izquierda, histograma de la diferencia entre los datos originales y los datos estimados, a la derecha, Scatterplot entre los datos originales (PHIT) y los daos estimados (PHIT\*).

### 6.3.2 VARIABLE IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP).

Como se puede observar en la Ilustración 6-8, el semivariograma no muestra tendencias a pesar de que el grafico de regresión de la mediana muestra algunos indicios de tendencias por la forma de la línea de regresión de la mediana (línea azul).

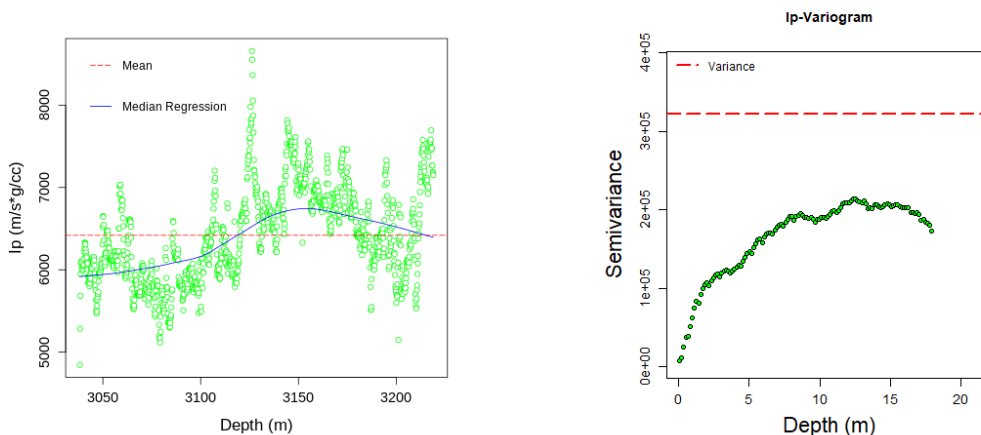


Ilustración 6-8 A la izquierda, grafico de la curva de regresión de la mediana, a la derecha, semivariograma.

Por lo que la variable Ip no necesita transformaciones. Considerando esta información podemos hacer el cálculo manual del modelo de variograma. Partiendo de los datos mostrados en la Tabla 6-5 se observa que el variograma exponencial ofrece el menor error, por lo que se usara este modelo para hacer el ajuste manual.

	Nugget	Meseta	Rango	RMSE
<b>Exponencial</b>	4735.653	201109.9	3.581242	10212.02
<b>Esférica</b>	94119.66	348569.5	63.854965	96474.77
<b>Gaussiana</b>	7884.029	157856.3	0	189291.2

Tabla 6-5 Valores calculados automáticamente para los modelos de variograma de la variable Ip.

Sin embargo, existe un problema con la representación gráfica del variograma ajustado automáticamente de la Ilustración 6-9. En principio el modelo exponencial sería el que ofrece el menor error, sin embargo, dado que nuestro objetivo es simular la variable Phit a partir de la variable Ip, se usará el mismo modelo de variograma de la variable Phit, el cual es el modelo esférico.

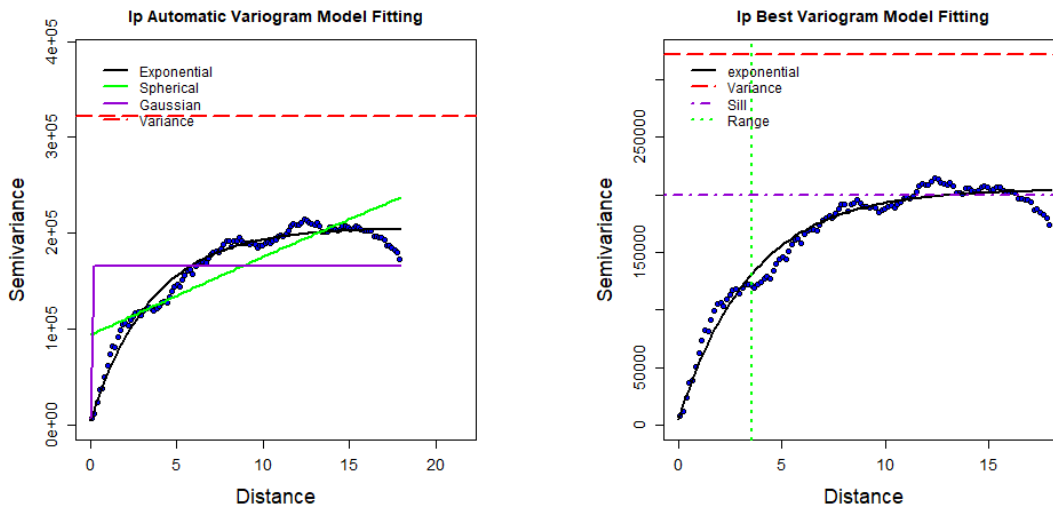


Ilustración 6-9 A la izquierda, representación gráfica de los modelos de variograma calculados automáticamente, a la derecha, el mejor modelo de variograma ajustado automáticamente.

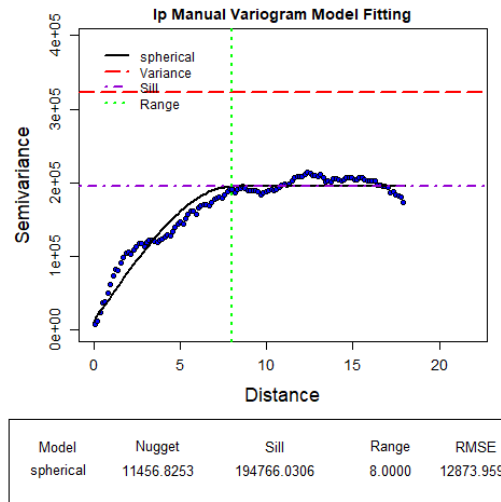


Ilustración 6-10 Mejor variograma calculado manualmente para la variable Ip.

Después de hacer varios ajustes, la propuesta vista en la Ilustración 6-10 es la que ofrecería un buen equilibrio entre los puntos muestreados y la pendiente de

ascendencia, donde se pudo reducir el error a 12873.9593, con la meseta a 194766.0306 y el rango a 8 unidades, mientras que el Nugget es de 11456.8253.

Por lo tanto, se procede a calcular los valores estimados. Basándonos en la Tabla 6-6, podemos ver que la diferencia de la media es de -0.15783, lo cual es bastante cercana a cero, la varianza es baja, sin embargo, no es cercana a cero.

	<b>Z</b>	<b>Z*</b>	<b>Z-Z*</b>
<b>Muestras</b>	1206	1206	1206
<b>Mínimo</b>	4845.78272	5227.47827	-1191.01269
<b>1° Cuartil</b>	5995.04074	5977.32896	-43.82204
<b>Mediana</b>	6356.64592	6351.75668	-2.24427
<b>Media</b>	6418.8347	6418.99254	-0.15783
<b>3° Cuartil</b>	6818.70095	6808.33681	41.86581
<b>Máximo</b>	8655.81317	8255.64566	620.69006
<b>Rango</b>	3810.03045	3028.16739	1811.70275
<b>Rango Intercuantil</b>	823.66021	831.00785	85.68784
<b>Varianza</b>	322288.0425	301373.6421	10248.99952
<b>Desviación Estándar</b>	567.70419	548.97508	101.23734
<b>Simetría</b>	0.39581	0.42418	-1.06408
<b>Curtosis</b>	2.76444	2.59184	25.79742

Tabla 6-6 Tabla comparativa entre los valores originales (Z), valores estimados por Kriging (Z\*) y su diferencia.

Graficando los datos estimados y comparándolos con los datos originales, como se ve en la Ilustración 6-11, la curva estimada presenta una buena cantidad de detalles, sin embargo, esta parece estar suavizada. También se pueden destacar que la diferencia entre los datos no es superior a 500 unidades.

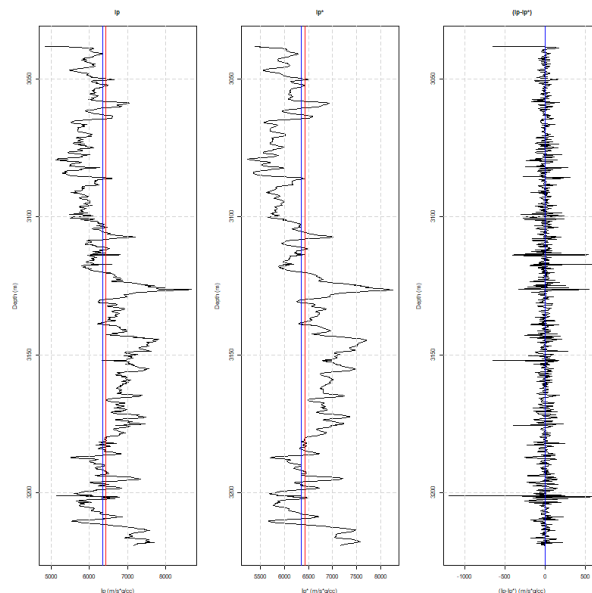


Ilustración 6-11 A la izquierda, datos originales, al centro, datos estimados por kriging, a la derecha la diferencia entre estos.



De la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** podemos ver que el Scatterplot tiene un grado de correlación de 0.984, lo cual es muy bueno.

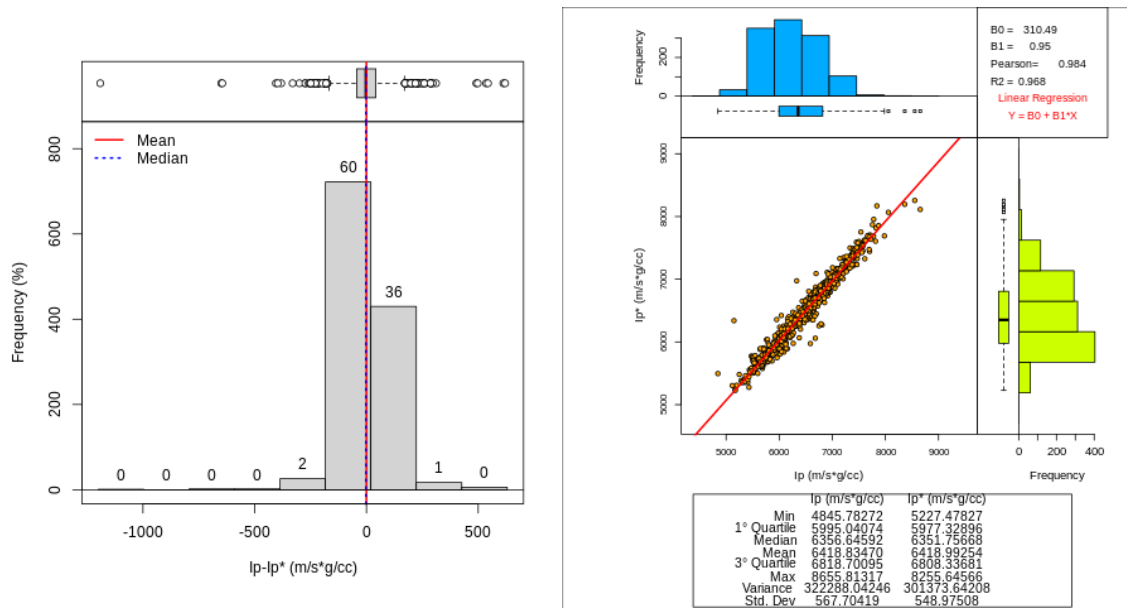


Ilustración 6-12 A la izquierda, histograma de la diferencia entre los datos originales y los datos estimados, a la derecha, Scatterplot entre los datos originales y los datos estimados.

### 6.3.3 PARÁMETROS POR UTILIZAR DURANTE LA SIMULACIÓN POR SGCOSIM Y BCSASIM.

Después de realizar el análisis estructural univariado, se llegó a la conclusión de establecer los valores de los parámetros que se usaran en los métodos de simulación descritos en la Tabla 6-7.

Método.	BcSaSim	SGCoSim
<b>Malla</b>	180.75 metros dividido en intervalos de 0.15 metros con submuestreo a 0.9, 4.5 y 9 metros	
<b>Parámetros del variograma</b>	Modelo esférico, Nugget 0.00005, meseta 0.0009, rango 2.6.	
<b>Modelo de dependencia</b>	Modelo de cópula de Bernstein	Coefficiente de correlación de -0.4193
<b>Software</b>	BcSaSim (GSLIB)	RGEOSTAD (Díaz-Viera & Hernández-Maldonado, 2010)

Tabla 6-7 Parámetros considerados para realizar las simulaciones por BcSaSim y SGCoSim para a validación del método.

## 6.4 CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA.

### 6.4.1 MODELO DE CORREGIONALIZACIÓN LINEAL.

Para realizar la simulación se debe realizar un ajuste de variogramas multivariado, esto para obtener el mejor modelo posible relacionado con las variables Ip y PHIT. En la Tabla 6-8 y la Ilustración 6-13, los ajustes de los modelos de variograma se realizaron usando los datos obtenidos del análisis estructural

univariado para las variables Ip y PHIT, se hicieron cambios a algunos parámetros, por ejemplo, el valor de Nugget de la variable PHIT cambio a 0.00005 unidades. En el caso del ajuste de la variable Ip, se decidió cambiar la meseta a 143327.8272 debido a que el variograma presenta un crecimiento después de la primera zona de estabilización del variograma.

	Modelo	Nugget	Meseta	Rango
<b>Ip</b>	Esférico	1456.8253	124766.0306	2.6
<b>PHIT</b>	Esférico	0.00005	0.0009	2.6
<b>Ip-PHIT</b>	Esférico	0.001	5.7	2.6

Tabla 6-8 Valores de los ajustes de variograma para el analisis estructural multivariado.

Los valores obtenidos de los determinantes para validar el modelo son: para el determinante de Nuggets es de 0.07284027, mientras que el valor del determinante de mesetas es de 72.33422. De (6-1) y (6-2) podemos comprobar que el modelo de correionalización es válido.

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 1456.825 & 0.001 \\ 0.001 & 0.00005 \end{vmatrix} = 0.07284027 \quad (6-1)$$

$$\gamma_1(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 123309.2053 & 5.699 \\ 5.699 & 0.00085 \end{vmatrix} = 72.33422 \quad (6-2)$$

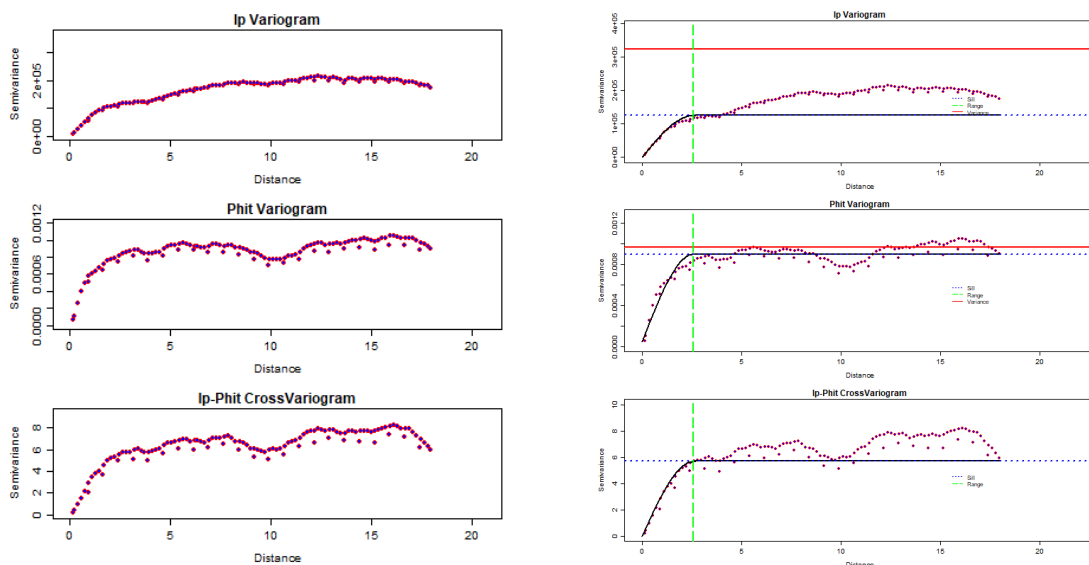


Ilustración 6-13 A la izquierda, variogramas de las variables Ip (arriba), PHIT(medio) e Ip-PHIT(abajo), a la derecha, ajustes de los modelos de variograma para las variables involucradas.

#### 6.4.2 VARIABLE POROSIDAD TOTAL (PHIT).

Como vemos en la Tabla 6-9, la diferencia entre la media original y la media simulada es de cero, mientras que la varianza es de 0.0003, esto indica que al menos para estos parámetros, la simulación fue exitosa. Para el caso de los demás parámetros los valores son bajos.

	PHIT	PHIT SGC	PHIT SD	Diferencia PHIT
Muestras	1206	1206	1206	1206
Mínimos	0.1105	0.1239	0.0035	0.0134
1° cuantil	0.1953	0.1989	0.0035	0.0036
Mediana	0.2182	0.2163	0.0035	-0.0019
Media	0.2171	0.2171	0.0036	0
3° cuantil	0.2392	0.2355	0.0035	-0.0037
Máximo	0.3522	0.309	0.0077	-0.0432
Rangos	0.2417	0.1851	0.0041	-0.0566
Rango intercuantil	0.0439	0.0367	0	-0.0072
Varianzas	0.001	0.0007	0	-0.0003
Desviación estándar	0.0311	0.027	0.0002	-0.0041
Coefficiente de variación	0.1432	0.1246	0.0514	-0.0186
Simetría	-0.0998	0.0341	20.5136	0.1339
Curtosis	3.1763	3.195	448.7367	0.0187

Tabla 6-9 Tabla comparativa entre la variable original, la variable simulada, la desviación estándar (SD) y la diferencia entre la variable original y la variable simulada.

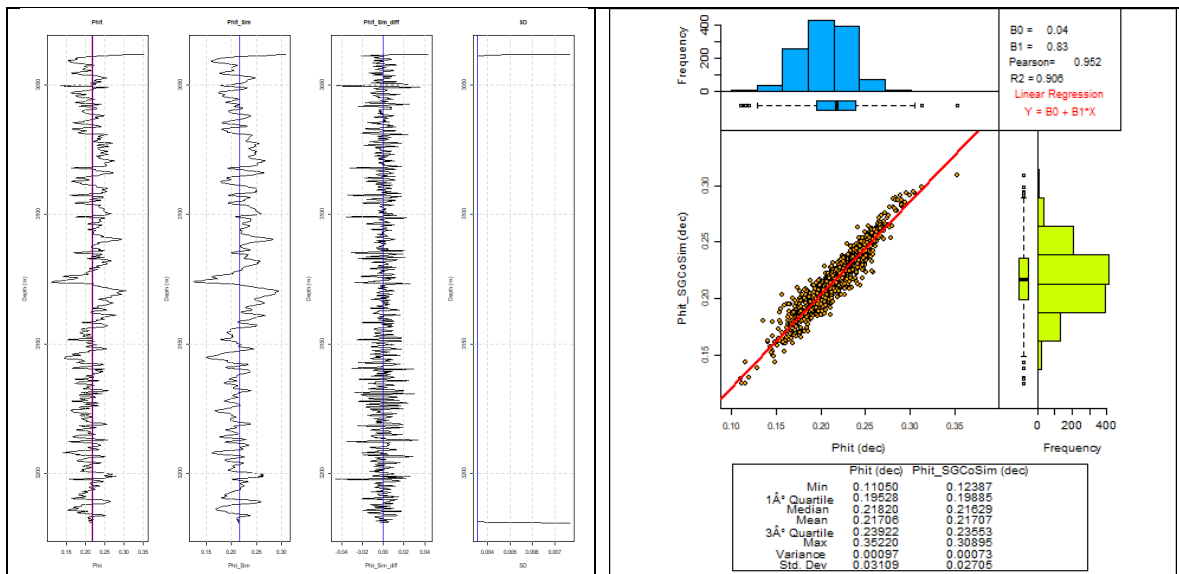


Ilustración 6-14 A la izquierda, distribución espacial de la variable original (PHIT), variable simulada (PHIT\_sim) y la diferencia entre estas (PHIT\_sim\_diff), a la derecha, Scatterplot entre la variable original (PHIT) y la variable simulada (PHIT\_SGC).

Sin embargo, en la Ilustración 6-14, se puede observar que la distribución espacial de la variable simulada está ligeramente suavizada. El Scatterplot entre la variable original y la variable simulada tiene una buena correlación, aunque este no representa la realidad de la distribución espacial. Por lo que haciendo un análisis de los Scatterplots mostrados en la Ilustración 6-15, existen algunas sucesiones de puntos muy acentuados en el Scatterplot simulado en la zona de la esquina superior derecha, aunque algunos de estos aparecen en el Scatterplot original, los pares no son tan abundantes ni presentan ese tipo de comportamiento, por lo que la simulación bivariada no puede considerarse como exitosa.

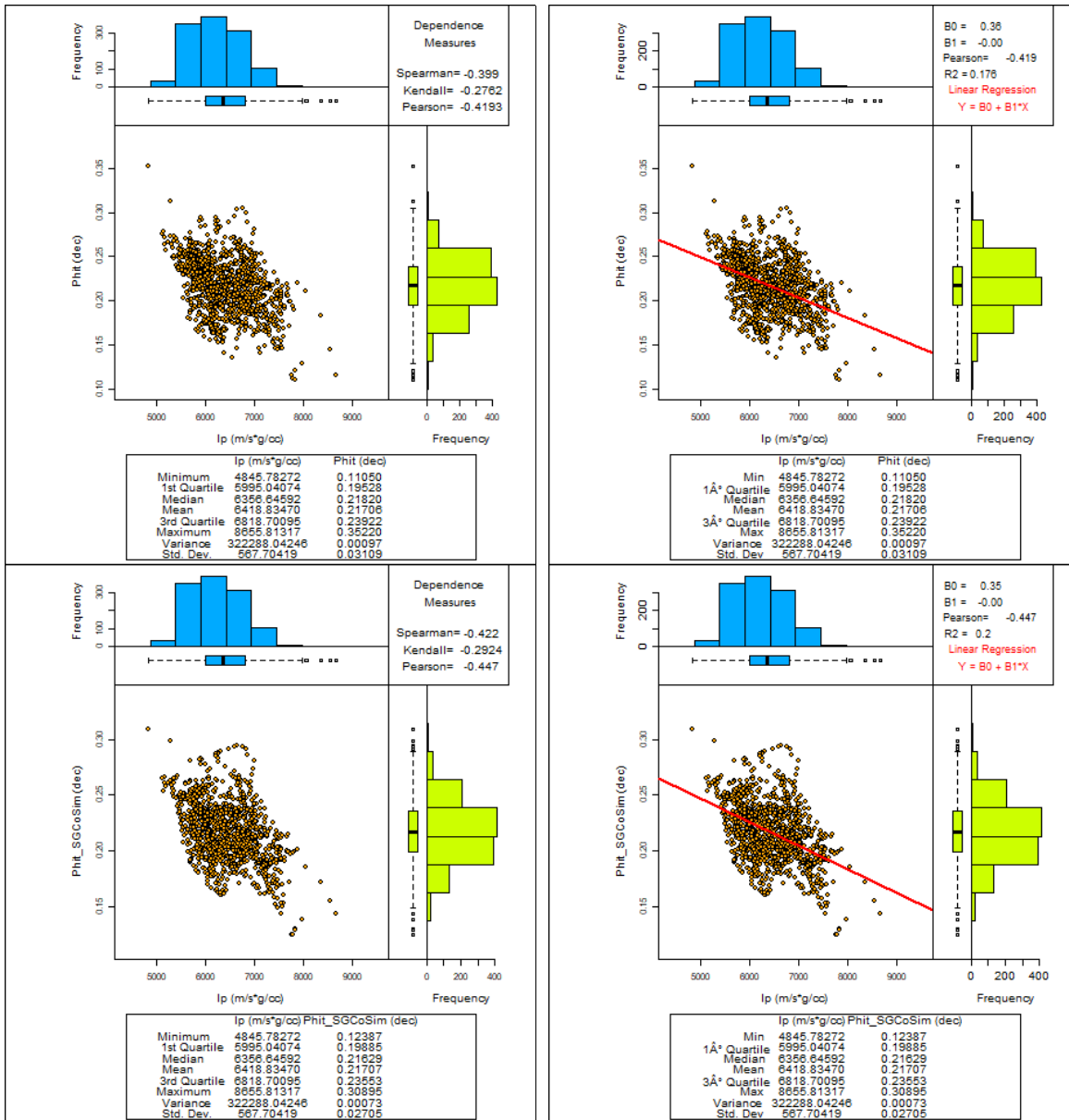


Ilustración 6-15 Arriba, Scatterplots del par (Ip, PHIT) original, abajo, Scatterplots del par (Ip, PHIT) simulado.

## 6.5 CO-SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA ESPACIAL BASADA EN CÓPULAS DE BERNSTEIN.

### 6.5.1 ESTIMACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA CÓPULA CONDICIONAL DE BERNSTEIN.

Como podemos ver en la Ilustración 6-16, ambos histogramas son asimétricos, el grafico de pseudo-observaciones muestra una fuerte dispersión de los valores, con una aparente concentración en la esquina superior izquierda.

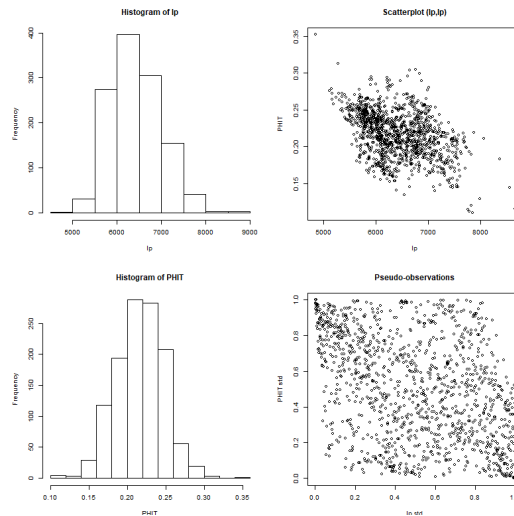


Ilustración 6-16 A la izquierda histogramas de las variables  $I_p$  y  $Phit$ , a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

Al analizar la Tabla 6-10 podemos ver que, al simular 10,000 valores con la cópula condicional de Bernstein nos permite acercarnos a los valores de los parámetros originales con diferencias muy bajas, y en algunos casos, los valores obtenidos de algunos parámetros son iguales a los originales sin la necesidad de retirar los valores atípicos.

	$I_p$	$I_p$ simulado	$I_p$ simulado	$PHIT$	$PHIT$ simulado	$PHIT$ simulado
<b>Muestras</b>	1206	1206	10000	1206	1206	10000
<b>Mínimo</b>	4845.7827	5063.867	4845.783	0.1105	0.1128	0.1105
<b>1° cuartil</b>	5995.0407	5986.927	5994.984	0.1953	0.1975	0.1961
<b>Mediana</b>	6356.6459	6344.438	6356.646	0.2182	0.2198	0.218
<b>Media</b>	6418.8347	6407.004	6418.835	0.2171	0.218	0.2171
<b>3° cuartil</b>	6818.701	6793.758	6819.26	0.2392	0.2401	0.239
<b>Máximo</b>	8655.8132	8560.175	8655.813	0.3522	0.3118	0.3498
<b>Rango</b>	3810.0305	3496.308	3810.031	0.2417	0.199	0.2393
<b>Rango Intercuartil</b>	823.6602	806.831	824.2764	0.0439	0.0426	0.0429
<b>Varianza</b>	322288.043	322684.7	322047.5	0.001	0.0009	0.001
<b>Desviación estándar</b>	567.7042	568.0534	567.4923	0.0311	0.0304	0.0314
<b>Coficiente de variación</b>	0.0884	0.0887	0.0884	0.1432	0.1396	0.1448
<b>Simetría</b>	0.3958	0.4235	0.3958	-0.0998	-0.313	-0.0978
<b>Curtosis</b>	2.7644	2.8321	2.7644	3.1763	2.9421	3.326

Tabla 6-10 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables  $I_p$  y  $Phit$ , los valores en rojo tienen la menor diferencia al original, los valores en verde indican que es igual al original.

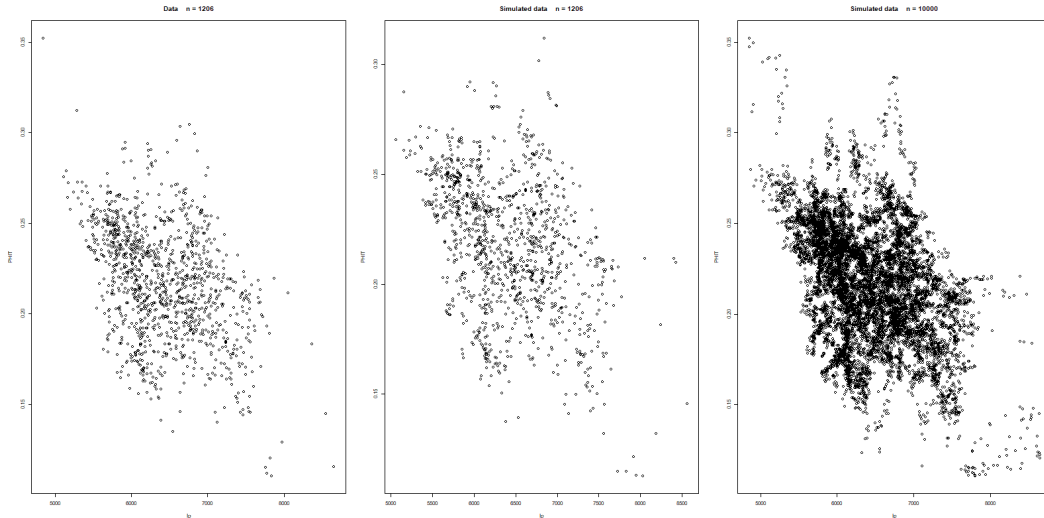


Ilustración 6-17 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 10000 muestras.

Mientras que en la Ilustración 6-17 podemos ver que la simulación de datos usando cópula de Bernstein presenta pocas diferencias al original, por lo tanto, se puede sugerir la simulación de 10,000 observaciones para un mejor muestreo del evento.

### 6.6 COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS BCSASIM Y SGCOSIM.

Para el proceso de comparación de los resultados en los diferentes se usarán las Ilustración 6-18, Ilustración 6-19 y la

	PHIT	PHIT BcSaSim 0.15 m	Phit SGCoSim 0.15 m	PHIT BcSaSim 0.9 m	Phit SGCoSim 0.9 m	PHIT BcSaSim 4.5 m	Phit SGCoSim 4.5 m	PHIT BcSaSim 9 m
Muestras	1206	1206	1206	1206	1206	1206	1206	1206
Mínimos	0.1105	0.1105	0.12401	0.1291	0.13787	0.13622	0.15328	0.13
1° cuartil	0.19528	0.19528	0.1989	0.19588	0.20031	0.19556	0.20307	0.19
Mediana	0.2182	0.2182	0.21633	0.21786	0.21533	0.21712	0.21669	0.21
Media	0.21706	0.21706	0.21707	0.21691	0.21708	0.2172	0.21688	0.21
3° cuartil	0.23922	0.23922	0.23556	0.24128	0.23301	0.23917	0.23159	0.24
Máximo	0.3522	0.3522	0.30886	0.3522	0.31979	0.3522	0.33742	0.35
Rangos	0.2417	0.2417	0.18485	0.2231	0.18191	0.21598	0.18414	0.21
Rango intercuartil	0.04395	0.04395	0.03666	0.0454	0.0327	0.04361	0.02853	0.04
Varianzas	0.00097	0.00097	0.00073	0.0009	0.00063	0.00088	0.00051	0.00
Desviación estándar	0.03109	0.03109	0.02702	0.03001	0.02502	0.02967	0.02261	0.02
Simetría	-0.09978	-0.09978	0.0351	-0.12769	0.15432	-0.01924	0.51739	-0.06
Curtosis	3.17628	3.17628	3.19684	2.70919	3.42758	2.7542	6.17505	2.62

Tabla 6-11.

Para el caso del submuestreo original de 0.15 metros, se puede ver que el método BcSaSim es exacto en los valores de los parámetros originales; al igual que la distribución espacial, Scatterplot, cópula y variograma. En el caso del método SGCoSim tiene valores muy acercados, sin embargo, para ser un caso condicionado este no se acerca en mucho a los valores originales, además de presentar algunas trayectorias en el Scatterplot. También se puede observar que las medidas de dependencia obtenidas en esta simulación son ligeramente altas.

En el caso del submuestreo a 0.9 metros, el método BcSaSim tiene los valores más acercados al original; el Scatterplot, cópula y variograma tiene valores diferentes solo hasta la 3° cifra significativa. La distribución espacial tiene una buena similitud al original. En el caso del método SGCoSim se empiezan a notar múltiples suavizados, los valores de los parámetros ya muestran diferencias fuertes y las tendencias en el Scatterplot son notorias; incluso los valores de las medidas de dependencias muestran un fuerte efecto del método gaussiano.

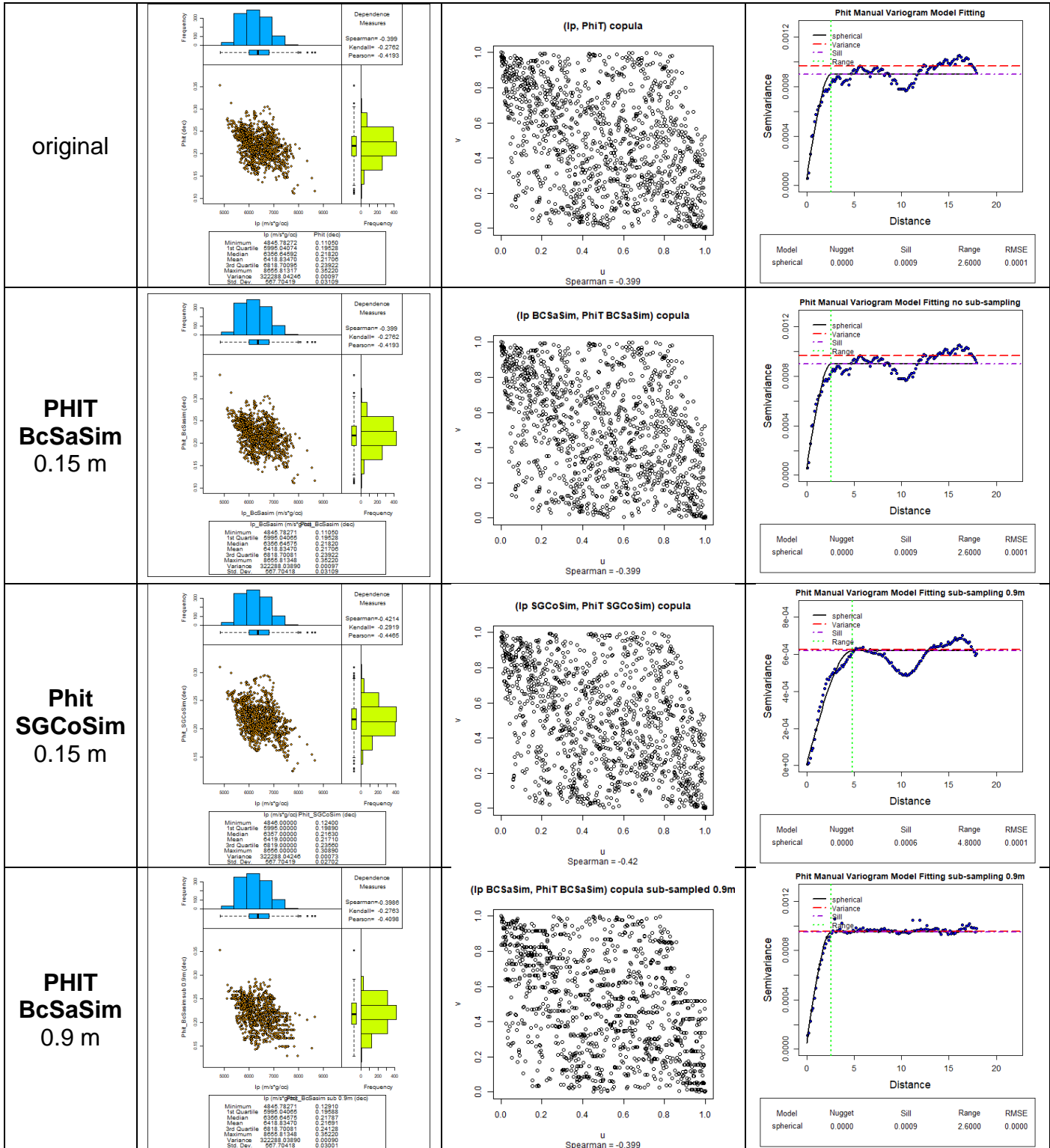
Para el caso del submuestreo a 4.5 metros. El método de simulación BcSaSim se puede ver que presenta las diferencias más bajas respecto al original; incluso algunos parámetros son iguales a los originales. El Scatterplot presenta buenas similitudes, mientras que el variograma sigue respetando el rango y la meseta originales; la distribución espacial luce un poco más “ruidosa”, esto es por el efecto nugget, el cual es más alto. En el caso del método SGCoSim se nota que las diferencias son más altas, el Scatterplot es completamente diferente al original, incluso la distribución espacial está fuertemente suavizada, al punto de considerar que el método aproxima los valores condicionales. Los valores obtenidos en las medidas de dependencias son aún más altas que el caso anterior.

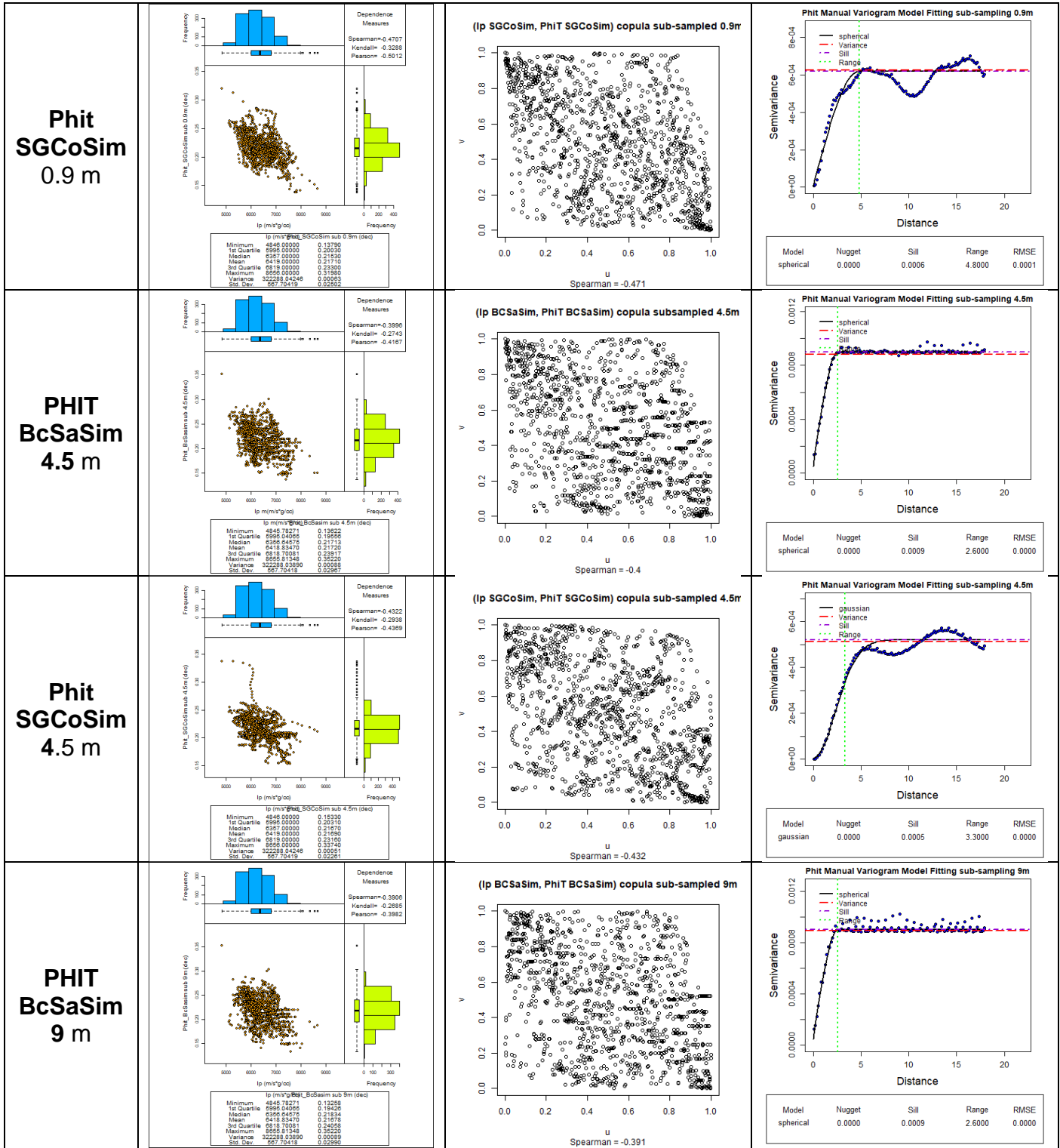
En el caso del submuestreo a 9 metros se puede ver que el método BcSaSim tiene las diferencias más bajas. Incluso, si comparamos las diferencias obtenidas en los demás casos se puede concluir que es estable; el variograma sigue respetando los parámetros originales y el Scatterplot es similar al original a pesar de la reducida cantidad de valores condicionales. Para el caso SGCoSim, las diferencias son aún más fuertes; el Scatterplot ya no tiene semejanza al original, incluso el variograma tiene una mayor forma al modelo gaussiano, la distribución espacial es más suavizada. Los valores en las medidas de dependencias disminuyeron drásticamente; lo cual indica que ya no hay algún tipo de relación al caso original.

	PHIT	PHIT BcSaSim 0.15 m	Phit SGCoSim 0.15 m	PHIT BcSaSim 0.9 m	Phit SGCoSim 0.9 m	PHIT BcSaSim 4.5 m	Phit SGCoSim 4.5 m	PHIT BcSaSim 9 m	Phit SGCoSim 9 m
Muestras	1206	1206	1206	1206	1206	1206	1206	1206	1206
Mínimos	0.1105	0.1105	0.12401	0.1291	0.13787	0.13622	0.15328	0.13258	0.15436
1° cuartil	0.19528	0.19528	0.1989	0.19588	0.20031	0.19556	0.20307	0.19426	0.21734
Mediana	0.2182	0.2182	0.21633	0.21786	0.21533	0.21712	0.21669	0.21834	0.22591
Media	0.21706	0.21706	0.21707	0.21691	0.21708	0.2172	0.21688	0.21678	0.22476
3° cuartil	0.23922	0.23922	0.23556	0.24128	0.23301	0.23917	0.23159	0.24058	0.23036
Máximo	0.3522	0.3522	0.30886	0.3522	0.31979	0.3522	0.33742	0.3522	0.33847
Rangos	0.2417	0.2417	0.18485	0.2231	0.18191	0.21598	0.18414	0.21962	0.18411
Rango intercuartil	0.04395	0.04395	0.03666	0.0454	0.0327	0.04361	0.02853	0.04632	0.01301
Varianzas	0.00097	0.00097	0.00073	0.0009	0.00063	0.00088	0.00051	0.00089	0.00033
Desviación estándar	0.03109	0.03109	0.02702	0.03001	0.02502	0.02967	0.02261	0.0299	0.01807
Simetría	-0.09978	-0.09978	0.0351	-0.12769	0.15432	-0.01924	0.51739	-0.06576	0.90495
Curtosis	3.17628	3.17628	3.19684	2.70919	3.42758	2.7542	6.17505	2.62747	11.56956

Tabla 6-11 Tabla comparativa de los valores calculados para los parámetros estadísticos en los diferentes escenarios de submuestreo, los valores en rojo indican que el valor es el que tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican el valor es igual al original.







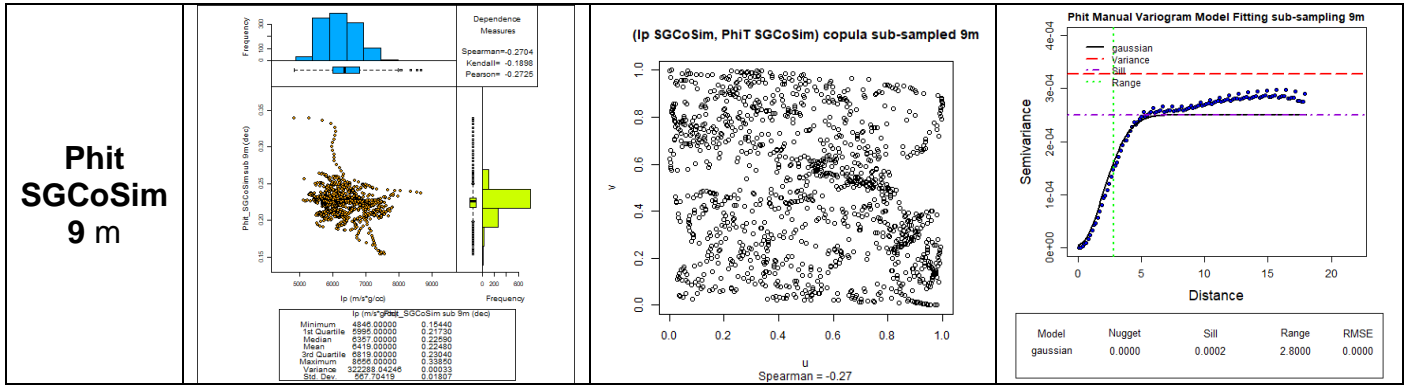


Ilustración 6-18 Gráficos obtenidos de los métodos BcSaSim y SGCosim en diferentes intervalos.

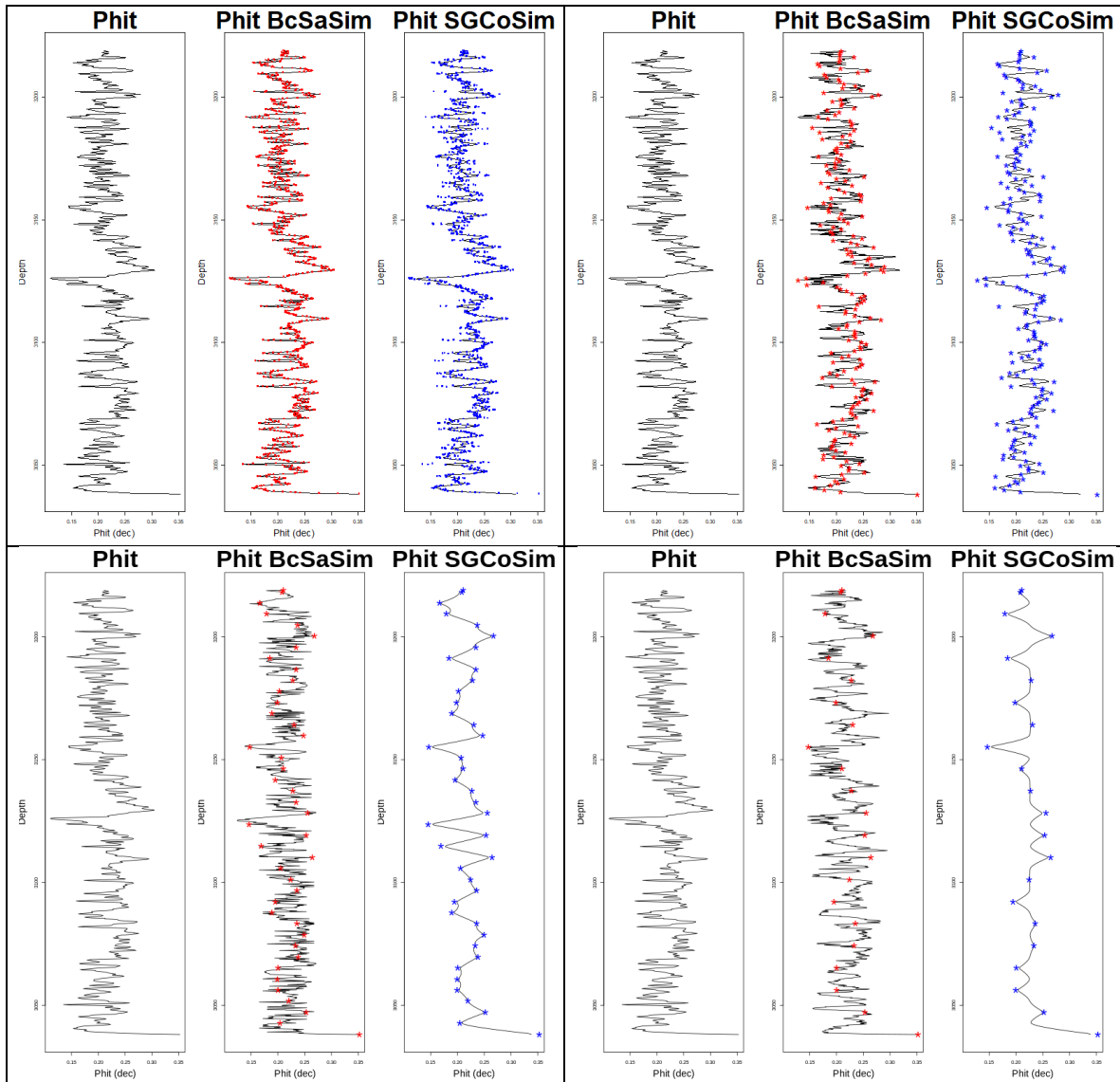


Ilustración 6-19 Distribución espacial de los valores obtenidos por las simulaciones a 0.15 (superior izquierda), 0.9 (superior derecha), 4.5 (inferior izquierda) y 9 metros (inferior derecha)

## 7 APLICACIÓN A CASOS DE ESTUDIO: POZO LACKACH-2DL.

---

### 7.1 DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS.

El pozo Lackach-2DL, al igual que el pozo Lackach-1, se encuentra en un yacimiento de aguas profundas. Cuenta con 30 registros, entre estos están los obtenidos directamente del pozo, los de tipo petrofísico y atributos sísmicos, los últimos calculados a partir de las fórmulas de la sección 10.2. Cada registro está en el intervalo 2998.7 a 3404.5 metros, muestreado a 0.1 metros. Dado que no hay otra información sobre las condiciones del pozo se considerará que este es totalmente vertical. El total de muestras disponibles es de 4059.

Sin embargo, se tiene pérdida de datos en el intervalo 3032.5 a 3034.7 en los registros de porosidad total (PHIT), porosidad efectiva (PHIE), permeabilidad (Ktimur), volumen de arcilla (Vcl), saturación de agua (Sw), volumen de feldespato (Vfeldes), volumen de limonita (Vlime), volumen de plagioclasa (Vplagioclasa), volumen de piritita (Vpirita), y volumen de arena (Vsand). Para evitar problemas de continuidad en el procesamiento se reducirá los datos y se considerará solo el intervalo 3035 a 3404.5, esto es 363 muestras, lo cual es 8.94% del total de las muestras.

### 7.2 ANÁLISIS EXPLORATORIO.

#### 7.2.1 DATOS PETROFÍSICOS.

Para este reporte solo se consideraron los registros petrofísicos PHIT, PHIE, KTIMUR, VCL, SW. Es importante resaltar que las cifras significativas que se tienen de estas variables son 4, las cuales están contenidas en la información proporcionada por la CNIH, se desconoce si estas cifras fueron obtenidas por algún modelo empírico.

##### 7.2.1.1 Análisis univariado.

De la Tabla 7-1 podemos ver que solo las variables PHIT, PHIE y VCL tienen las mejores condiciones de simetría, mientras que Ktimur necesita de una transformación logarítmica, ya que la diferencia entre la media y la mediana es más alta, después de la transformación la variable pudo registrar mejores valores de simetría pasando de 14.62 a 0.14, considerando los coeficientes de simetría, las variables VCL, logKtimur y PHIE son las de mejor simetría, mientras que las variables PHIT y Sw son asimétricas, pero sin que esta sea grave. Para el caso de a variable Ktimur el coeficiente de simetría indica que la variable es fuertemente asimétrica.

Esto se ve confirmado en la Ilustración 7-1, solo en el caso del histograma VCL se puede observar que la simetría puede ser engañosa, ya que en la parte

izquierda del histograma se nota una carga más fuerte en el centro, mientras que a la derecha la vista se podría notar que es ascendente, las variable PHIE y LogKtimur equilibran sus valores atípicos en los extremos de sus gráficos, las variables Ktimur y Sw muestran mayor carga de datos en sus extremos, lo cual les vale su fuerte asimetría, aunque en el caso de la variable Sw, su boxplot indica que solo los valores más alejados son considerados como valores atípicos, para el caso de la variable PHIT su asimetría se debe a una mayor carga de valores atípicos en la parte izquierda del gráfico.

	PHIT	PHIE	KTIMUR	LogKtimur	VCL	Sw
Muestras	3696	3696	3696	3696	3696	3696
Mínimo	0.062	0.0379	0.0088	-4.733	0	0.0704
1° Cuartil	0.2147	0.1395	2.11667	0.7498	0.1582	0.73438
Mediana	0.2295	0.165	5.4204	1.6902	0.2108	0.91645
Media	0.22197	0.16307	26.61637	1.7264	0.21911	0.84074
3° Cuartil	0.2414	0.1893	15.01553	2.7091	0.28475	1
Máximo	0.2939	0.2936	3622.7906	8.195	0.4442	1
Rango	0.2319	0.2557	3622.7818	12.928	0.4442	0.9296
Rango Intercuantil	0.0267	0.0498	12.89885	1.9592	0.12655	0.26562
Varianza	0.00114	0.00127	22285.19951	2.2883	0.00716	0.03847
Desviación Estándar	0.03376	0.03569	149.28228	1.5127	0.08459	0.19615
Coefficiente de Simetría	-1.8105	-0.3028	14.6258	0.1471	0.01678	-1.3135
Curtosis	6.99698	3.32805	265.12451	4.5382	2.5749	4.12082

*Tabla 7-1 Valores obtenidos del análisis estadístico univariado para las propiedades petrofísicas.*

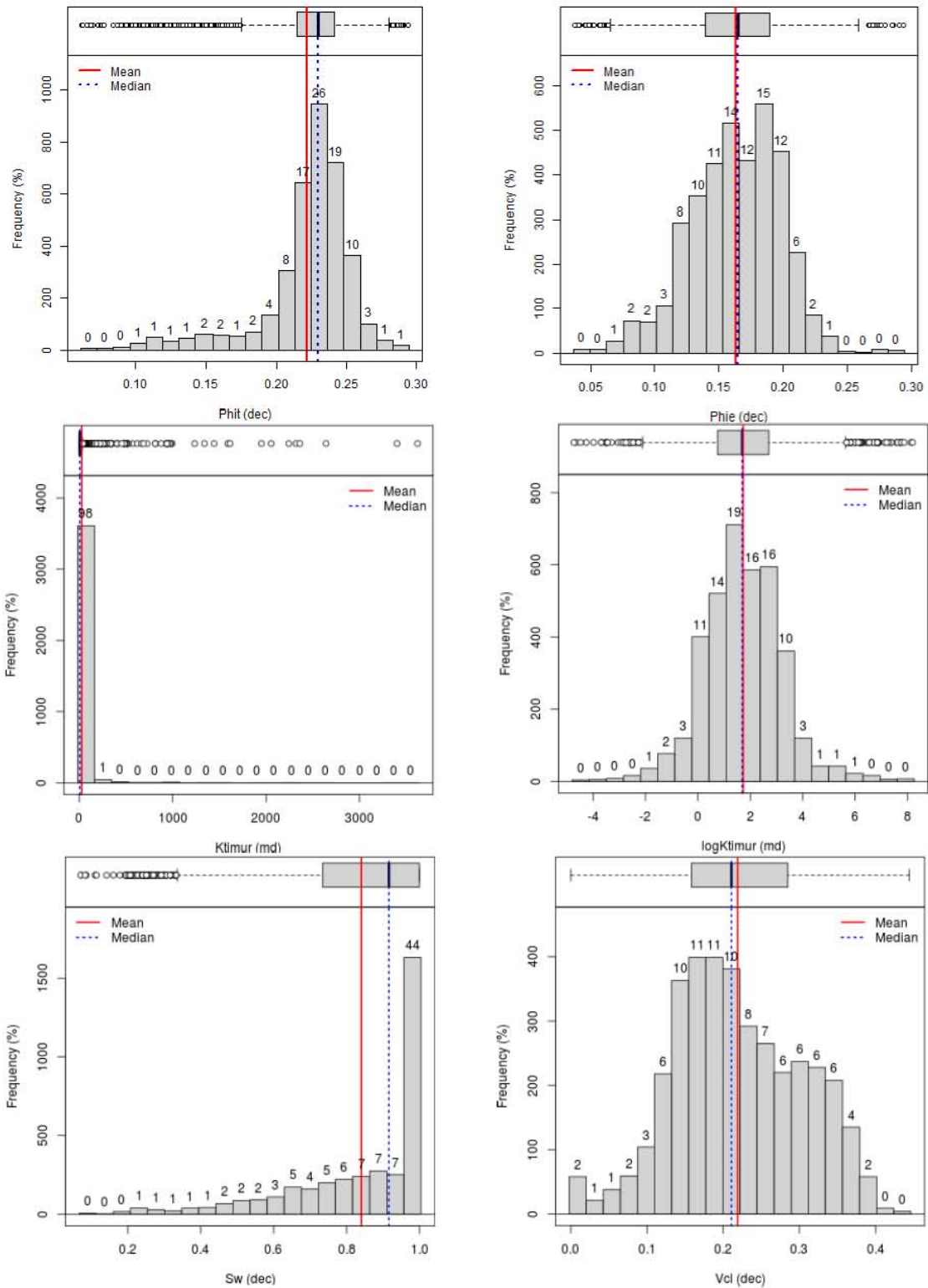


Ilustración 7-1 Histogramas de las variables petrofísicas analizadas.

### 7.2.1.2 Análisis bivariado.

De la Tabla 7-2 podemos ver que las variables PHIE y LogKtimur tiene los mejores valores de correlación con las demás variables, mientras que Sw muestra los peores valores de correlación entre las variables.

	Coeficiente	PHIT	PHIE	KTIMUR	LOGKTIMUR	VCL	Sw
Phit	Pearson	1.0000	0.7889	0.1142	0.6690	0.2260	-0.0994
	Kendall	1.0000	0.5656	0.4706	0.4706	0.0478	-0.1075
	Spearman	1.0000	0.7537	0.6511	0.6511	0.0802	-0.1533
Phie	Pearson	0.7889	1.0000	0.2865	0.9344	-0.4192	-0.3329
	Kendall	0.5656	1.0000	0.8160	0.8160	-0.3864	-0.1817
	Spearman	0.7537	1.0000	0.9468	0.9468	-0.4767	-0.2573
Ktimur	Pearson	0.1142	0.2865	1.0000	0.4281	-0.2825	-0.3913
	Kendall	0.4706	0.8160	1.0000	1.0000	-0.4247	-0.2582
	Spearman	0.6511	0.9468	1.0000	1.0000	-0.5243	-0.3555
Log Ktimur	Pearson	0.6690	0.9344	0.4281	1.0000	-0.4934	-0.5182
	Kendall	0.4706	0.8160	1.0000	1.0000	-0.4247	-0.2582
	Spearman	0.6511	0.9468	1.0000	1.0000	-0.5243	-0.3555
Vcl	Pearson	0.2260	-0.4192	-0.2825	-0.4934	1.0000	0.3914
	Kendall	0.0478	-0.3864	-0.4247	-0.4247	1.0000	0.1926
	Spearman	0.0802	-0.4767	-0.5243	-0.5243	1.0000	0.2660
Sw	Pearson	-0.099	-0.3329	-0.3913	-0.5182	0.3914	1.0000
	Kendall	-0.107	-0.1817	-0.2582	-0.2582	0.1926	1.0000
	Spearman	-0.153	-0.2573	-0.3555	-0.3555	0.2660	1.0000

Tabla 7-2 Coeficientes de correlación del análisis bivariado entre las variables petrofísicas, el color azul indica correlación positiva, el color rojo indica correlación negativa, la intensidad del color indica el grado de correlación entre variables.

Sin embargo, de los scatterplots vistos en la Ilustración 7-2 en muchos casos se puede ver que las nubes son más bien de tipo triangular. Cuando las variables se relacionan a Ktimur sin transformación, estas toman la tendencia logarítmica. Otro punto que notar es que los valores reportados por la medida de correlación de Pearson son bastante inestables, podemos poner como ejemplo la correlación entre Ktimur y LogKtimur es de 0.2865, cuando en este caso debió ser de 1, como lo indican las medidas de correlación de Spearman y Kendall.

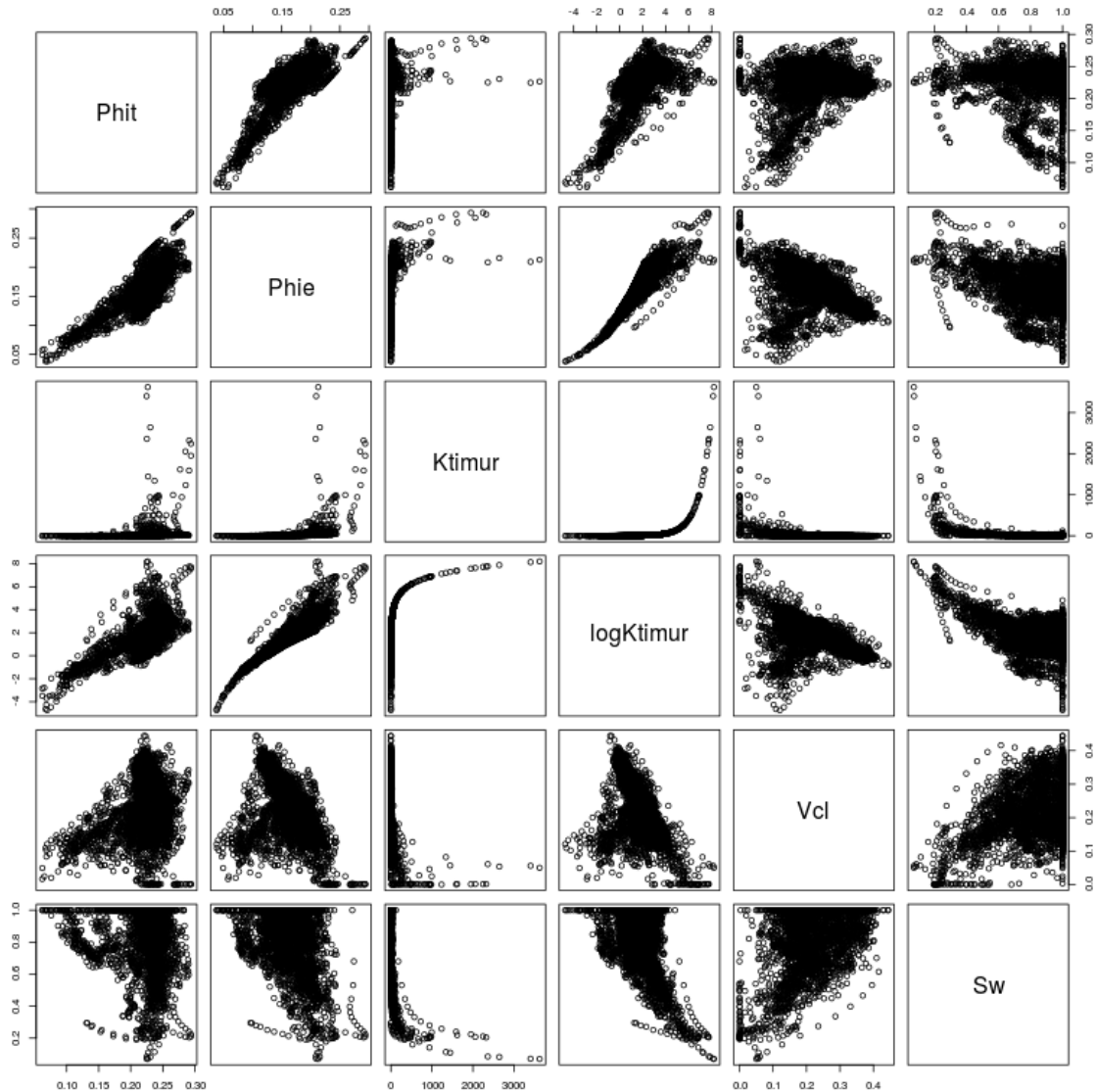


Ilustración 7-2 Scatterplots del análisis bivariado entre las variables petrofísicas.

## 7.2.2 ATRIBUTOS SÍSMICOS.

Los atributos sísmicos seleccionados son: velocidad de onda P ( $V_p$ ), velocidad de onda S ( $V_s$ ), impedancia acústica ( $I_p$ ), impedancia de cizalla ( $I_s$ ), coeficiente de Poisson (Poisson o  $\sigma$ ), módulo de bulk ( $K$ ), módulo de corte ( $Mu$  o  $\mu$ ) y módulo de Lamé (Lambda o  $\lambda$ ), los cuales fueron calculados a partir de las fórmulas de la sección 10.2.

### 7.2.2.1 Análisis univariado.

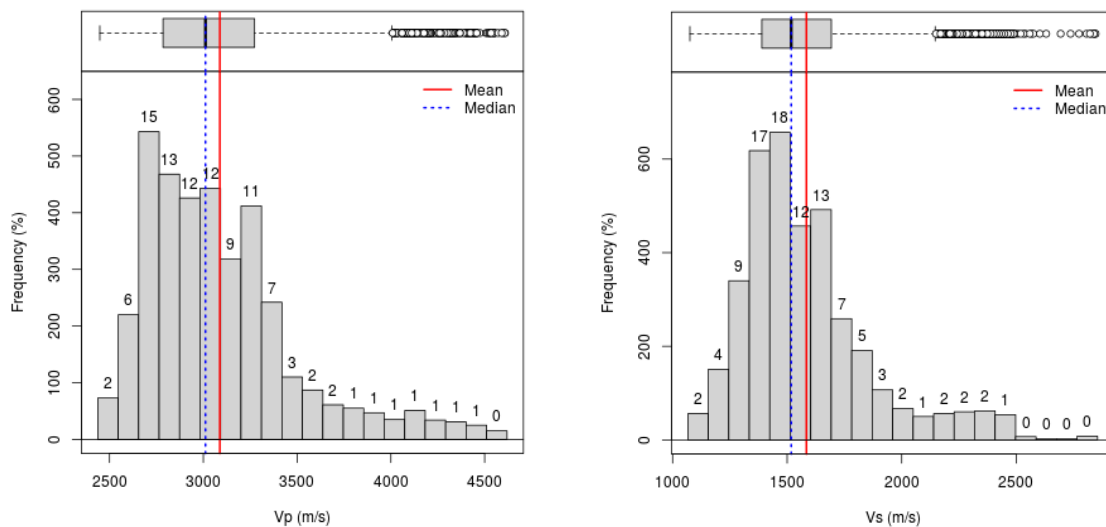
De la Tabla 7-3 solo las variables Poisson y Lambda tienen las mejores diferencias entre la media y la mediana, las demás tienen valores que podrían considerarse asimétricos, sin llegar a ser graves, sin embargo, al ver los valores del coeficiente de simetría y los histogramas de la Ilustración 7-3 podemos ver que la diferencia entre la media y mediana no es confiable para definir la simetría de las



variables, ya que en todos los casos se nota una fuerte alteración de los outliers, se sugiere que todas las variables sean transformadas a log normales si se busca tener mejores resultados al usar el método SGCoSim.

	Vp	Vs	Ip	Is	Poisson	K	MU	LAM BDA
Muestras	3696	3696	3696	3696	3696	3696	3696	3696
Mínimo	2448.10	1075.50	5086.01	2300.87	0.06	7.00	2.49	1.77
1° Cuartil	2785.12	1389.36	6157.01	3124.65	0.29	11.08	4.34	7.94
Mediana	3011.44	1517.78	6809.56	3369.36	0.32	13.72	5.11	10.12
Media	3088.09	1584.12	6968.28	3575.66	0.32	14.14	5.88	10.22
3° Cuartil	3273.17	1692.71	7321.62	3776.39	0.35	15.87	6.40	11.95
Máximo	4608.55	2846.00	11661.46	7214.33	0.42	36.71	20.53	30.23
Rango	2160.45	1770.50	6575.46	4913.46	0.36	29.70	18.04	28.46
Rango Intercuantil	488.05	303.35	1164.61	651.74	0.06	4.79	2.06	4.01
Varianza	165004	81985.9	1310303	574791.1	0.00	17.05	6.61	9.84
Desviación Estándar	406.21	286.33	1144.69	758.15	0.04	4.13	2.57	3.14
Simetría	1.24	1.31	1.56	1.78	-0.76	1.42	2.16	0.99
Curtosis	4.58	4.91	5.77	6.43	4.25	5.97	8.27	5.99

Tabla 7-3 Valores estadísticos de los atributos sísmicos calculados.



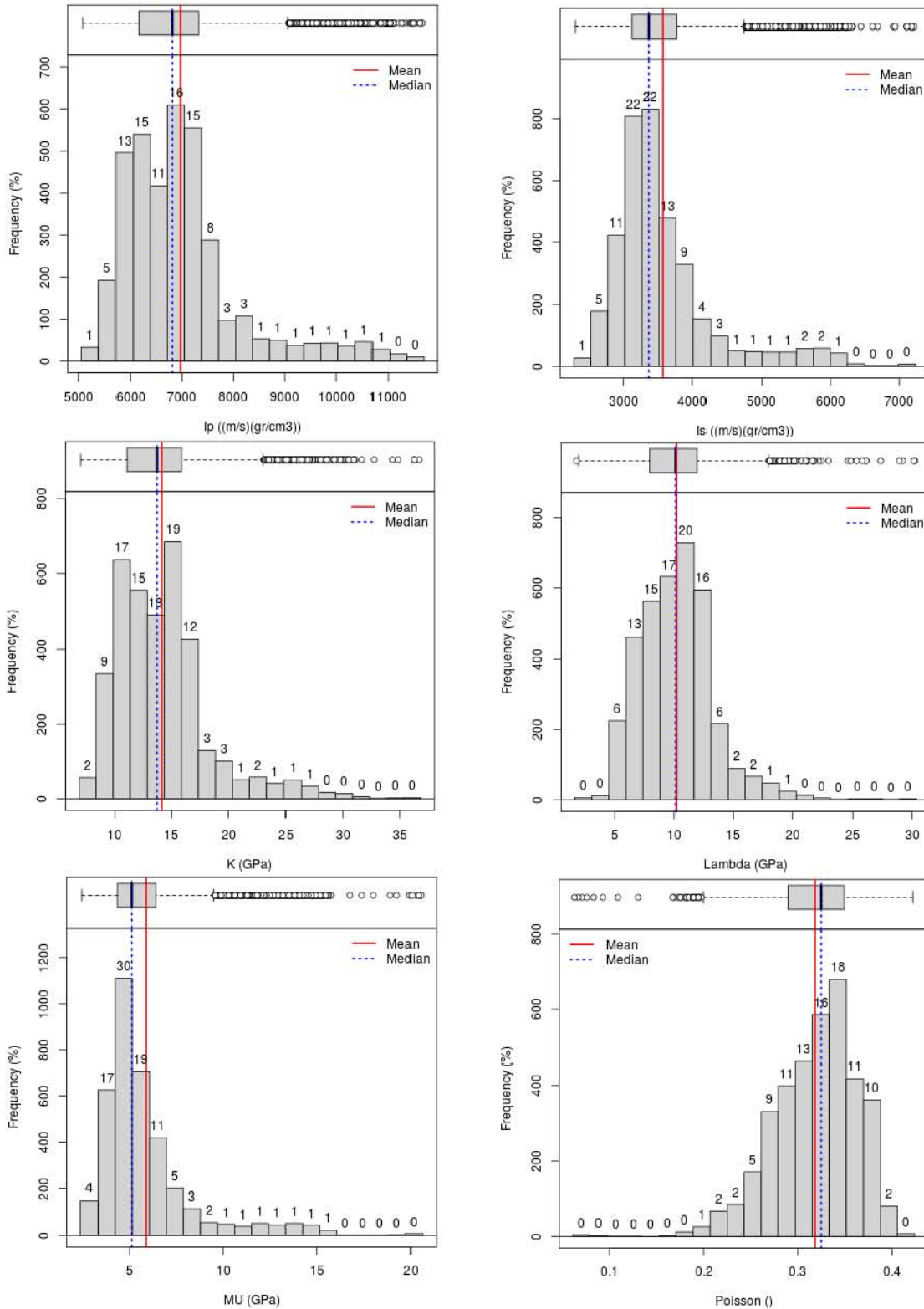


Ilustración 7-3 Histogramas de los atributos sísmicos.

### 7.2.2.2 Análisis bivariado.

Usando la Tabla 7-4, se puede observar que solo la variable Poisson es la que ofrece los menores valores de correlación, en los demás casos los valores de

correlación superan el 0.4, solo las variables Vp e Ip ofrecen los mejores valores de correlación. De la Ilustración 7-4 podemos confirmar que las correlaciones con la variable Poisson son malas, la nube de puntos luce más dispersa en comparación con los Scatterplots de las demás variables, otro punto a destacar de las correlaciones entre las variables es su fuerte rechazo a otras variables, por ejemplo, la variable lambda no tiene una buena correlación con la variable Vs, esto se debe a la naturaleza propia de la variable lambda, ya que esta describe la compresión de la roca, mientras que la variable Vs se deriva de la capacidad de cizalla de la roca.

		Vp	Vs	Ip	Is	Poisson	K	MU	Lambda
<b>Vp</b>	Pearson	1.00	0.88	0.97	0.90	-0.26	0.93	0.89	0.74
	Kendall	1.00	0.60	0.83	0.65	-0.11	0.73	0.63	0.54
	Spearman	1.00	0.79	0.96	0.84	-0.16	0.90	0.82	0.73
<b>Vs</b>	Pearson	0.88	1.00	0.85	0.98	-0.68	0.67	0.98	0.35
	Kendall	0.60	1.00	0.52	0.86	-0.51	0.34	0.93	0.14
	Spearman	0.79	1.00	0.70	0.97	-0.69	0.49	0.99	0.22
<b>Ip</b>	Pearson	0.97	0.85	1.00	0.91	-0.24	0.94	0.89	0.75
	Kendall	0.83	0.52	1.00	0.62	-0.05	0.79	0.57	0.60
	Spearman	0.96	0.70	1.00	0.80	-0.08	0.93	0.76	0.78
<b>Is</b>	Pearson	0.90	0.98	0.91	1.00	-0.62	0.73	0.99	0.42
	Kendall	0.65	0.86	0.62	1.00	-0.43	0.42	0.93	0.22
	Spearman	0.84	0.97	0.80	1.00	-0.60	0.59	0.99	0.33
<b>Poi- sson</b>	Pearson	-0.26	-0.68	-0.24	-0.62	1.00	0.06	-0.62	0.42
	Kendall	-0.11	-0.51	-0.05	-0.43	1.00	0.15	-0.47	0.35
	Spearman	-0.16	-0.69	-0.08	-0.60	1.00	0.20	-0.65	0.47
<b>K</b>	Pearson	0.93	0.67	0.94	0.73	0.06	1.00	0.72	0.92
	Kendall	0.73	0.34	0.79	0.42	0.15	1.00	0.38	0.80
	Spearman	0.90	0.49	0.93	0.59	0.20	1.00	0.54	0.94
<b>MU</b>	Pearson	0.89	0.98	0.89	0.99	-0.62	0.72	1.00	0.40
	Kendall	0.63	0.93	0.57	0.93	-0.47	0.38	1.00	0.18
	Spearman	0.82	0.99	0.76	0.99	-0.65	0.54	1.00	0.28
<b>Lambda</b>	Pearson	0.74	0.35	0.75	0.42	0.42	0.92	0.40	1.00
	Kendall	0.54	0.14	0.60	0.22	0.35	0.80	0.18	1.00
	Spearman	0.73	0.22	0.78	0.33	0.47	0.94	0.28	1.00

Tabla 7-4 Valores de los coeficientes de correlación entre las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos, el color azul indica correlación positiva, el color rojo indica correlación negativa, la intensidad del color indica el grado de correlación entre variables.

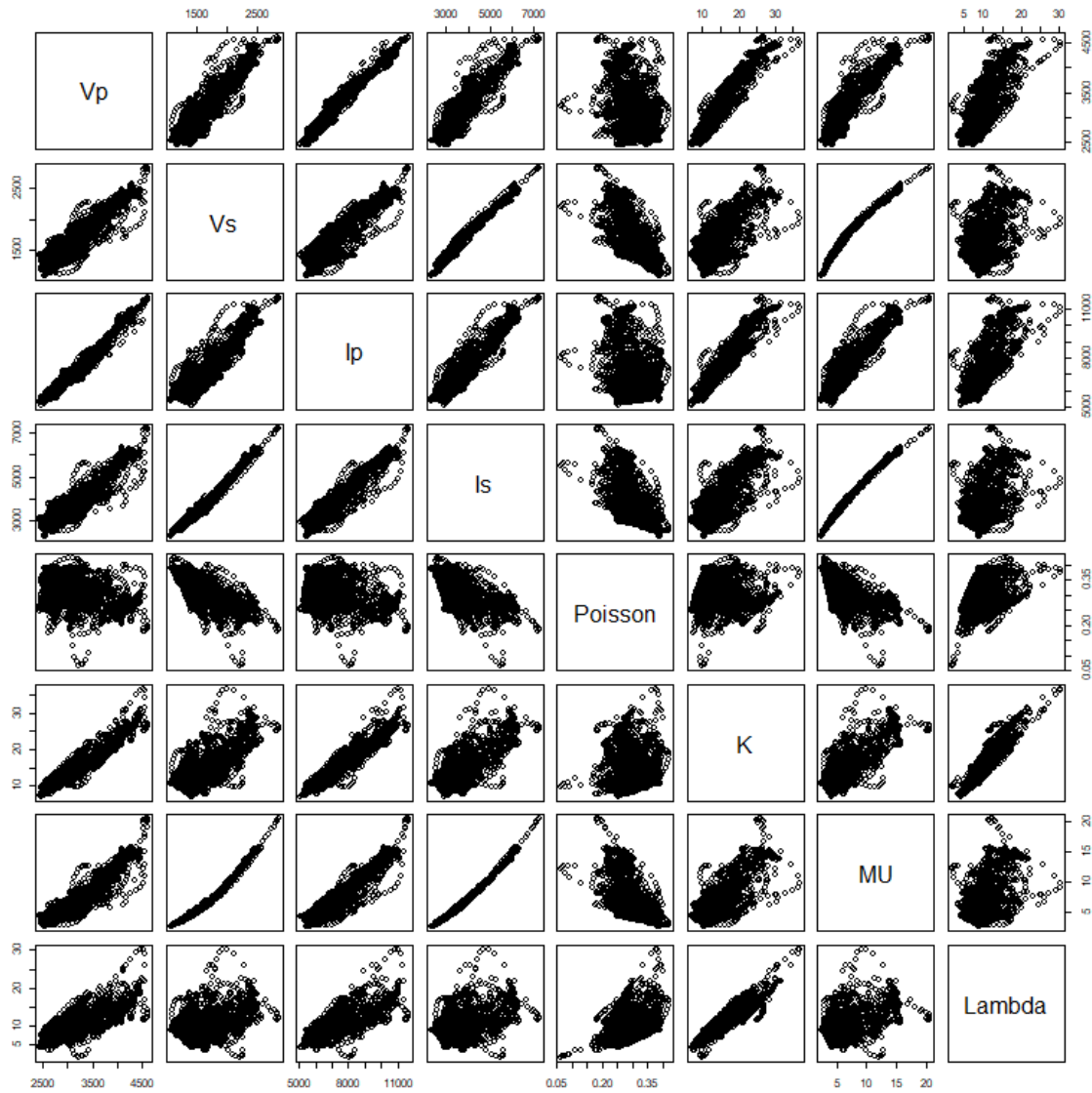


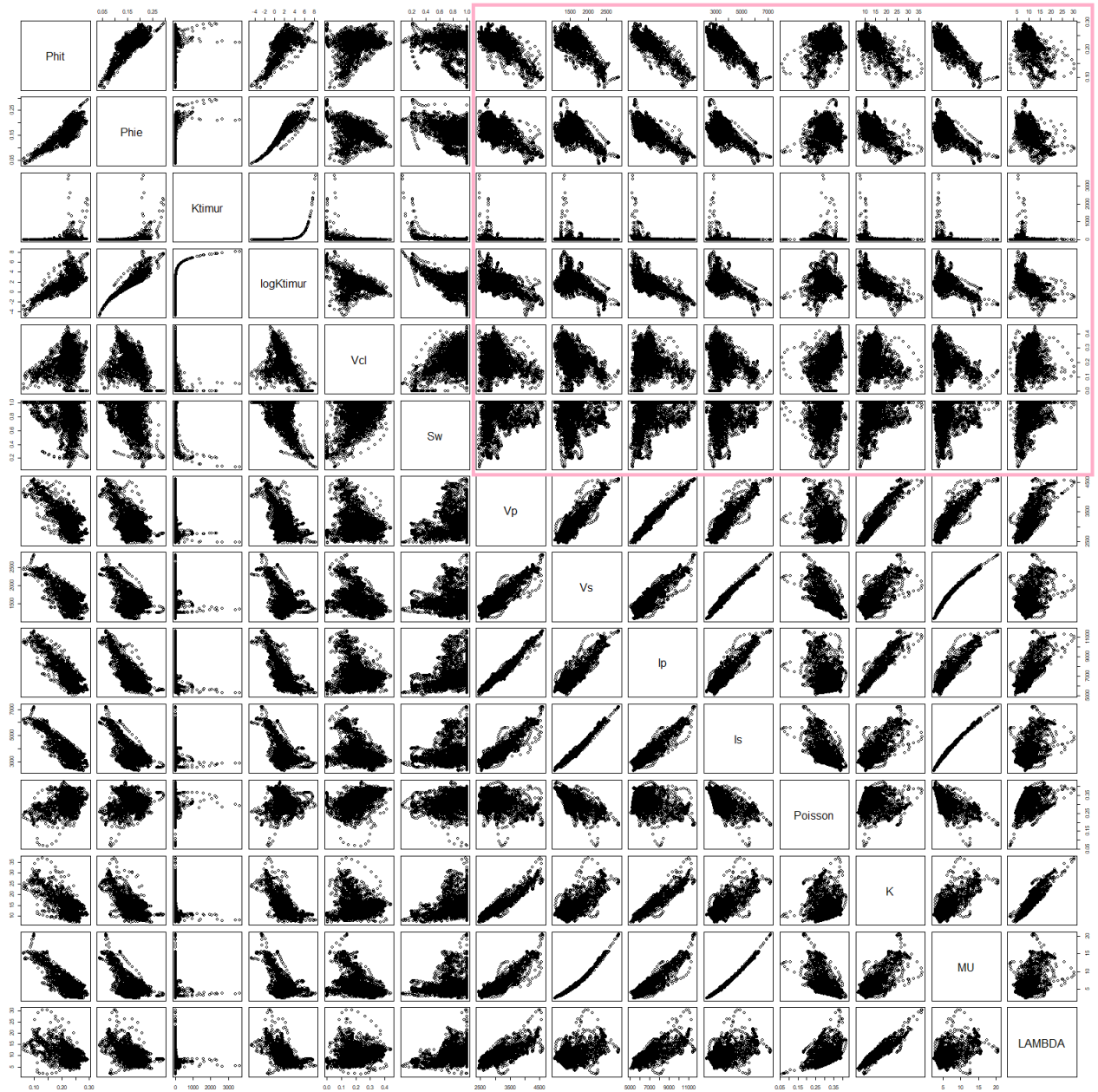
Ilustración 7-4 Scatterplots de los atributos sísmicos.

### 7.3 ANÁLISIS BIVARIADO DE PARES DE INTERÉS.

Realizando un análisis bivariado entre las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos como lo muestra la Ilustración 7-5 y la Tabla 7-5, solo se obtuvieron resultados aceptables entre las variables petrofísicas, PHIT, PHIE y LogKtimur, y los atributos sísmicos Vp, Ip, Is, K, Mu y Lambda, en los demás casos los valores de correlación no superaban el 0.25, lo cual es una correlación baja, solo hubo un par de casos donde la correlación fue menor al 0.1, en estos, los casos estaban relacionados con su variable antagónica.

De estas, las combinaciones (Ip, PHIT), (Is, PHIT), (K, PHIT), (Lambda, PHIE), (Ip, PHIE), (K, LogKtimur) e (Ip, LogKtimur) son los mejores pares

basándonos en la medida de correlación de Spearman con valores de correlación superiores al 0.5.



*Ilustración 7-5 Scatterplots entre las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos, el recuadro rojo indica los Scatterplots de interés.*

	coeficiente	Phit	Phie	Ktimur	Log Ktimur	Vcl	Sw	Vp	Vs	Ip	Is	Poisson	K	MU	LAMBDA
Phit	Spearman	1.00	0.75	0.65	0.65	0.08	-0.15	-0.56	-0.40	-0.71	-0.55	0.09	-0.62	-0.48	-0.52
	Pearson	1.00	0.79	0.11	0.67	0.23	-0.10	-0.75	-0.72	-0.86	-0.83	0.32	-0.74	-0.81	-0.53
	Kendall	1.00	0.57	0.47	0.47	0.05	-0.11	-0.41	-0.28	-0.53	-0.40	0.05	-0.45	-0.34	-0.37
Phie	Spearman	0.75	1.00	0.95	0.95	-0.48	-0.26	-0.38	-0.07	-0.58	-0.26	-0.22	-0.58	-0.16	-0.57
	Pearson	0.79	1.00	0.29	0.93	-0.42	-0.33	-0.53	-0.38	-0.69	-0.54	-0.03	-0.65	-0.50	-0.58
	Kendall	0.57	1.00	0.82	0.82	-0.39	-0.18	-0.26	-0.05	-0.42	-0.18	-0.17	-0.42	-0.12	-0.41
Ktimur	Spearman	0.65	0.95	1.00	1.00	-0.52	-0.36	-0.34	-0.02	-0.53	-0.19	-0.26	-0.55	-0.10	-0.56
	Pearson	0.11	0.29	1.00	0.43	-0.28	-0.39	-0.13	-0.08	-0.16	-0.11	-0.04	-0.15	-0.09	-0.15
	Kendall	0.47	0.82	1.00	1.00	-0.42	-0.26	-0.24	-0.02	-0.38	-0.14	-0.20	-0.39	-0.08	-0.40
Log Ktimur	Spearman	0.65	0.95	1.00	1.00	-0.52	-0.36	-0.34	-0.02	-0.53	-0.19	-0.26	-0.55	-0.10	-0.56
	Pearson	0.67	0.93	0.43	1.00	-0.49	-0.52	-0.50	-0.32	-0.64	-0.47	-0.10	-0.62	-0.44	-0.57
	Kendall	0.47	0.82	1.00	1.00	-0.42	-0.26	-0.24	-0.02	-0.38	-0.14	-0.20	-0.39	-0.08	-0.40
Vcl	Spearman	0.08	-0.48	-0.52	-0.52	1.00	0.27	-0.20	-0.53	-0.05	-0.39	0.61	0.05	-0.46	0.20
	Pearson	0.23	-0.42	-0.28	-0.49	1.00	0.39	-0.25	-0.46	-0.15	-0.36	0.53	-0.05	-0.39	0.15
	Kendall	0.05	-0.39	-0.42	-0.42	1.00	0.19	-0.14	-0.36	-0.03	-0.27	0.43	0.04	-0.32	0.14
Sw	Spearman	-0.15	-0.26	-0.36	-0.36	0.27	1.00	0.16	-0.08	0.21	0.00	0.33	0.27	-0.04	0.34
	Pearson	-0.10	-0.33	-0.39	-0.52	0.39	1.00	0.17	-0.02	0.20	0.03	0.31	0.27	0.00	0.35
	Kendall	-0.11	-0.18	-0.26	-0.26	0.19	1.00	0.10	-0.06	0.14	0.00	0.23	0.19	-0.03	0.24
Vp	Spearman	-0.56	-0.38	-0.34	-0.34	-0.20	0.16	1.00	0.79	0.96	0.84	-0.16	0.90	0.82	0.73
	Pearson	-0.75	-0.53	-0.13	-0.50	-0.25	0.17	1.00	0.88	0.97	0.90	-0.26	0.93	0.89	0.74
	Kendall	-0.41	-0.26	-0.24	-0.24	-0.14	0.10	1.00	0.60	0.83	0.65	-0.11	0.73	0.63	0.54
Vs	Spearman	-0.40	-0.07	-0.02	-0.02	-0.53	-0.08	0.79	1.00	0.70	0.97	-0.69	0.49	0.99	0.22
	Pearson	-0.72	-0.38	-0.08	-0.32	-0.46	-0.02	0.88	1.00	0.85	0.98	-0.68	0.67	0.98	0.35
	Kendall	-0.28	-0.05	-0.02	-0.02	-0.36	-0.06	0.60	1.00	0.52	0.86	-0.51	0.34	0.93	0.14
Ip	Spearman	-0.71	-0.58	-0.53	-0.53	-0.05	0.21	0.96	0.70	1.00	0.80	-0.08	0.93	0.76	0.78
	Pearson	-0.86	-0.69	-0.16	-0.64	-0.15	0.20	0.97	0.85	1.00	0.91	-0.24	0.94	0.89	0.75
	Kendall	-0.53	-0.42	-0.38	-0.38	-0.03	0.14	0.83	0.52	1.00	0.62	-0.05	0.79	0.57	0.60
Is	Spearman	-0.55	-0.26	-0.19	-0.19	-0.39	0.00	0.84	0.97	0.80	1.00	-0.60	0.59	0.99	0.33
	Pearson	-0.83	-0.54	-0.11	-0.47	-0.36	0.03	0.90	0.98	0.91	1.00	-0.62	0.73	0.99	0.42
	Kendall	-0.40	-0.18	-0.14	-0.14	-0.27	0.00	0.65	0.86	0.62	1.00	-0.43	0.42	0.93	0.22
Poisson	Spearman	0.09	-0.22	-0.26	-0.26	0.61	0.33	-0.16	-0.69	-0.08	-0.60	1.00	0.20	-0.65	0.47
	Pearson	0.32	-0.03	-0.04	-0.10	0.53	0.31	-0.26	-0.68	-0.24	-0.62	1.00	0.06	-0.62	0.42
	Kendall	0.05	-0.17	-0.20	-0.20	0.43	0.23	-0.11	-0.51	-0.05	-0.43	1.00	0.15	-0.47	0.35
K	Spearman	-0.62	-0.58	-0.55	-0.55	0.05	0.27	0.90	0.49	0.93	0.59	0.20	1.00	0.54	0.94
	Pearson	-0.74	-0.65	-0.15	-0.62	-0.05	0.27	0.93	0.67	0.94	0.73	0.06	1.00	0.72	0.92
	Kendall	-0.45	-0.42	-0.39	-0.39	0.04	0.19	0.73	0.34	0.79	0.42	0.15	1.00	0.38	0.80
MU	Spearman	-0.48	-0.16	-0.10	-0.10	-0.46	-0.04	0.82	0.99	0.76	0.99	-0.65	0.54	1.00	0.28
	Pearson	-0.81	-0.50	-0.09	-0.44	-0.39	0.00	0.89	0.98	0.89	0.99	-0.62	0.72	1.00	0.40
	Kendall	-0.34	-0.12	-0.08	-0.08	-0.32	-0.03	0.63	0.93	0.57	0.93	-0.47	0.38	1.00	0.18
LAMBDA	Spearman	-0.52	-0.57	-0.56	-0.56	0.20	0.34	0.73	0.22	0.78	0.33	0.47	0.94	0.28	1.00
	Pearson	-0.53	-0.58	-0.15	-0.57	0.15	0.35	0.74	0.35	0.75	0.42	0.42	0.92	0.40	1.00
	Kendall	-0.37	-0.41	-0.40	-0.40	0.14	0.24	0.54	0.14	0.60	0.22	0.35	0.80	0.18	1.00

Tabla 7-5 Valores de correlación entre las propiedades petrofísicas y los atributos sísmicos, el color azul indica correlación positiva, el color rojo indica correlación negativa, la intensidad del color indica el grado de correlación entre variables, el cuadrante resaltado en líneas amarillas indica los valores de correlación de interés.

## 7.4 CASO POROSIDAD TOTAL (PHIT) - IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP).

### 7.4.1 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Este par destaca por ser uno de los pares con mejor medida de correlación analizados. En la Ilustración 7-6 podemos ver el Scatterplot de las variables a analizar, en este observamos que el coeficiente de Spearman es de -0.419, como se puede ver la mayoría de los outliers se encuentran en la parte inferior derecha.

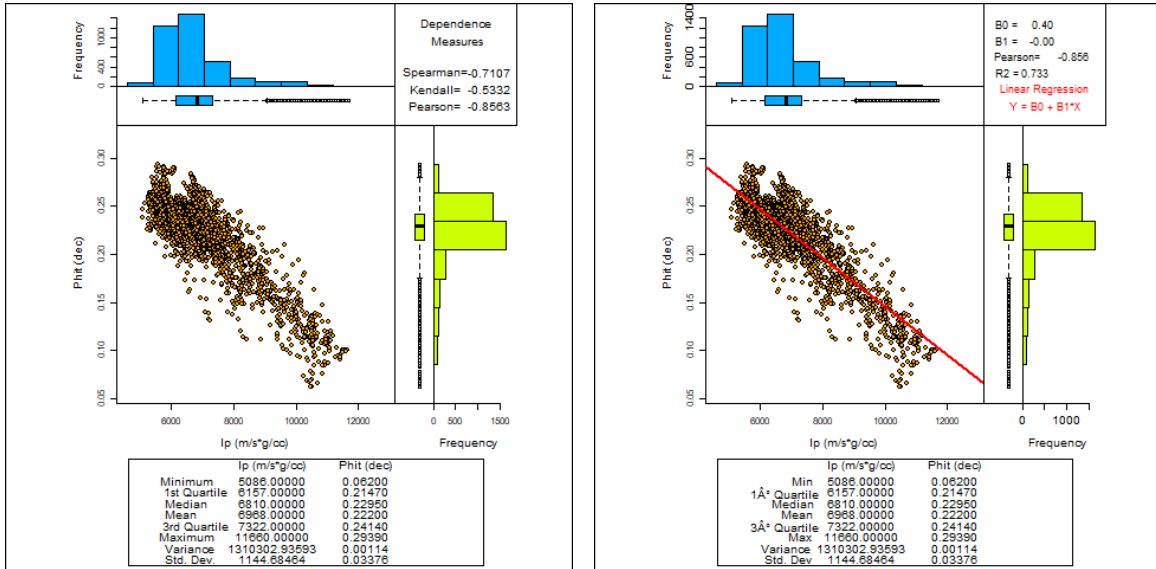


Ilustración 7-6 Scatterplots del par (Ip, PHIT), a la izquierda Scatterplot simple con las medidas de dependencia, a la derecha Scatterplot con línea de regresión.

#### 7.4.1.1 Variable porosidad total (PHIT).

Previo a realizar el ajuste del modelo de variograma, se hace el análisis del semivariograma para verificar la tendencia, como se puede ver en la Ilustración 7-7 podemos ver que el variograma no muestra evidencias de tendencia, por lo tanto, no será necesario usar algún tipo de polinomio de tendencia.

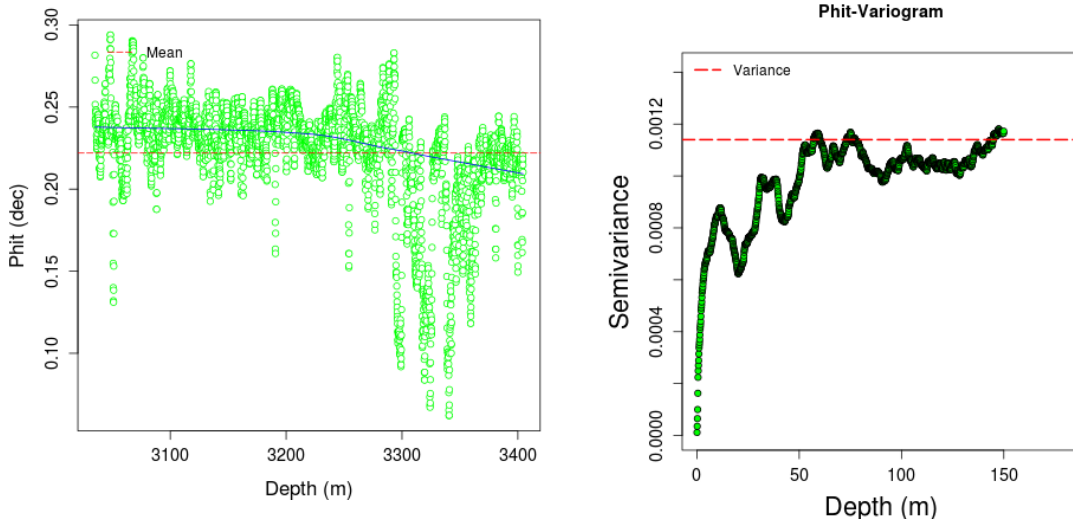


Ilustración 7-7 A la izquierda, curva de regresión de la mediana, a la derecha, histograma de la variable PHIT.

#### 7.4.1.1.1 Calculo del variograma.

Al no encontrar tendencia en el variograma podemos realizar el cálculo de los modelos de variograma automáticamente, de la Tabla 7-6, el modelo esférico ofrece el menor error.

	Nugget	Meseta	Rango	RMSE
Exponencial	0	0.00233061	147	0.00033757
Esférico	0	0.00137249	147	0.00033526
Gaussiano	3.965E-05	0.00251973	147	0.00153439

Tabla 7-6 Valores calculados de los modelos de variograma calculados automáticamente.

Como se puede ver en la Ilustración 7-8 el ajuste manual pudo mejorar el error de 0.00033526 a 0.0002, se cambió el rango a 16, meseta a 0.0011 y Nugget a 0.00001, estos valores contrastan con los valores obtenidos automáticamente, los cuales no ajustan al semivariograma original.

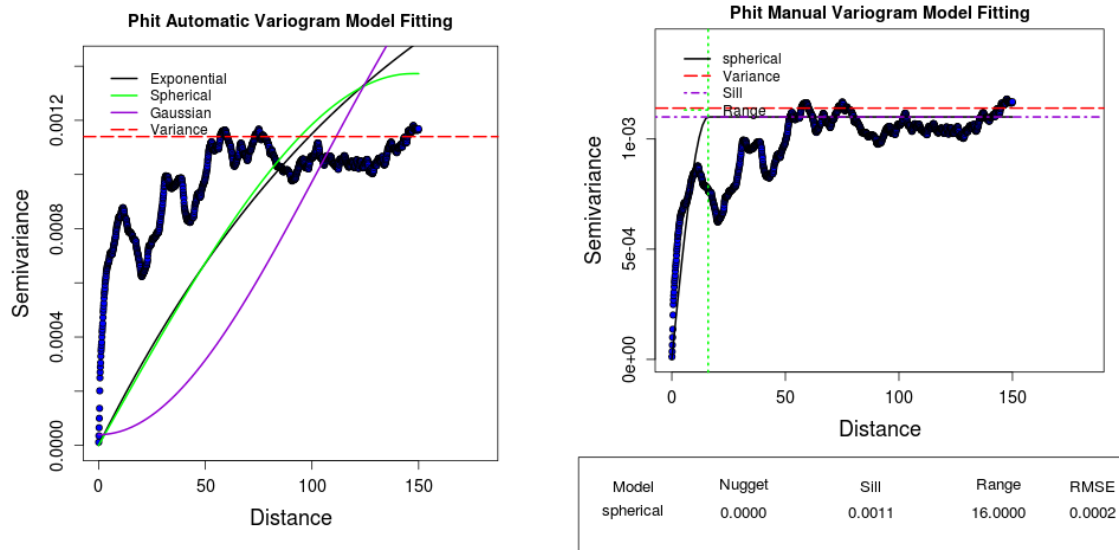


Ilustración 7-8 Mejor ajuste del modelo de variograma para la variable PHIT.

	Z	Z*	Z-Z*
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696
<b>Mínimo</b>	0.062	0.06373	-0.00173
<b>1° Cuartil</b>	0.2147	0.21488	-0.00018
<b>Mediana</b>	0.2295	0.2293	0.0002
<b>Media</b>	0.22197	0.22197	0
<b>3° Cuartil</b>	0.2414	0.24119	0.00021
<b>Máximo</b>	0.2939	0.29255	0.00135
<b>Rango</b>	0.2319	0.22882	0.00308
<b>Rango Intercuartil</b>	0.0267	0.02631	0.00039
<b>Varianza</b>	0.00114	0.00112	0.000020
<b>Desviación Estándar</b>	0.03376	0.03344	0.00032
<b>Simetría</b>	-1.81095	-1.83008	0.01913
<b>Curtosis</b>	6.99698	7.05459	-0.05761

Tabla 7-7 A la izquierda, valores estadísticos de la variable original (Z), los valores estimados (Z\*) y su diferencia.



Determinado el mejor variograma se realiza la validación cruzada, de la información disponible en la Tabla 7-7, en la cual podemos ver que el momento de 1° orden es exacto, el momento de 2° orden tiene una diferencia de 0.00002 lo cual desde el punto de vista de los parámetros estadísticos la variable estimada podría considerarse como bien estimada, los demás parámetros presentan diferencias muy bajas con excepción del coeficiente de simetría y la curtosis, los cuales son elevados. De la Ilustración 7-9 podemos ver que la distribución espacial de la variable PHIT estimada es muy similar a la variable PHIT original, a diferencia del análisis estructural de la variable Ip, la distribución espacial no presenta grandes variaciones

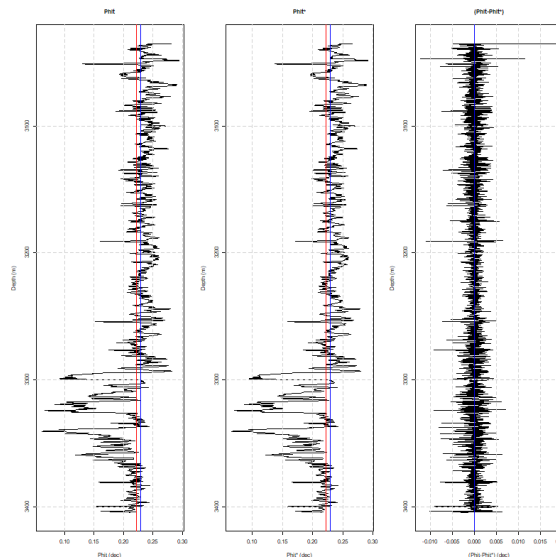


Ilustración 7-9 A la izquierda, registro original de la variable PHIT, al centro, registro de la variable PHIT estimada, a la derecha, diferencia entre las variables.

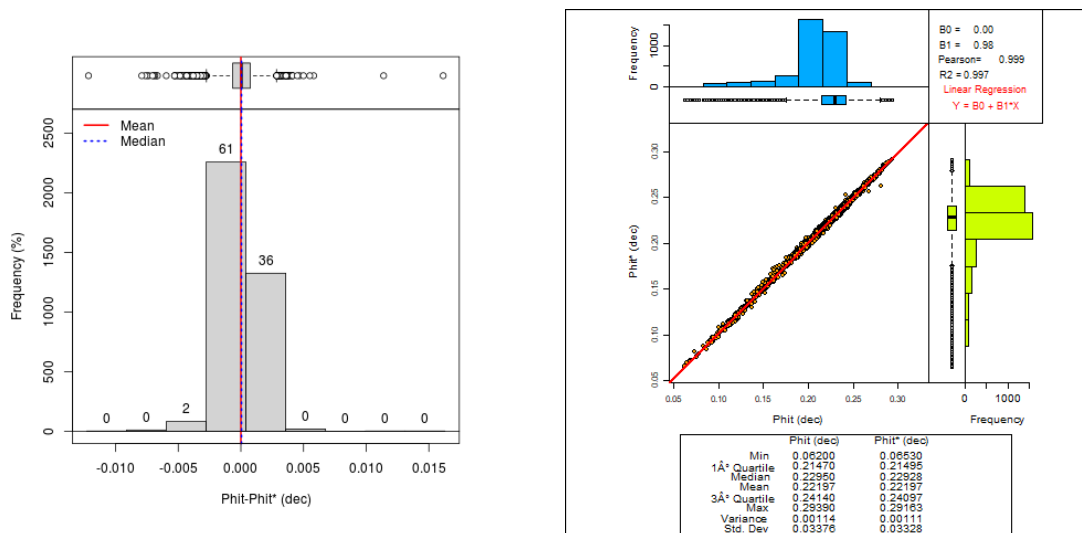


Ilustración 7-10 A la izquierda, histograma de la diferencia entre PHIT-PHIT\*, a la derecha, Scatterplot entre PHIT y PHIT\*.

De la Ilustración 7-10 podemos ver que el histograma es bueno, la cantidad de outliers que presenta son pocos y están bien distribuidos, mientras que el Scatterplot muestra una buena correlación entre PHIT y PHIT\*.

Por lo tanto, en la Tabla 7-8 tenemos la información que usaremos para realizar las co-simulaciones.

Método.	BcSaSim	SgCoSim
Malla	369.5 metros dividido en intervalos de 0.1 metros	
Parámetros del variograma	Modelo esférico, Nugget 0.00005, meseta 0.0011, rango 16.	
Modelo de dependencia	Modelo de cópula de Bernstein	Coefficiente de correlación de -0.8563
Software	BcSaSim (GSLIB)	RGEOSTAD (Díaz-Viera & Hernández-Maldonado, 2010)

Tabla 7-8 Parámetros usados en la co-simulación para el par (Phit, Ip).

#### 7.4.2 CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANO.

##### 7.4.2.1 Modelo de correogionalización lineal.

De la información en la Tabla 7-9, vemos el modelo de variograma es esférico. Se tuvo que cambiar el valor del Nugget en la variable Phit, debido al valor obtenido al calcular (7-1), el cual era muy bajo. Los rangos se mantuvieron iguales en todos los casos.

Variable	Modelo	Nugget	Meseta	Rango
Ip	Esférico	7643.920951	687952.9	16
PHIT	Esférico	0.0001	0.0011	16
Ip-PHIT	Esférico	0.02	21	16

Tabla 7-9 Valores de los variogramas de la Ilustración 7-11

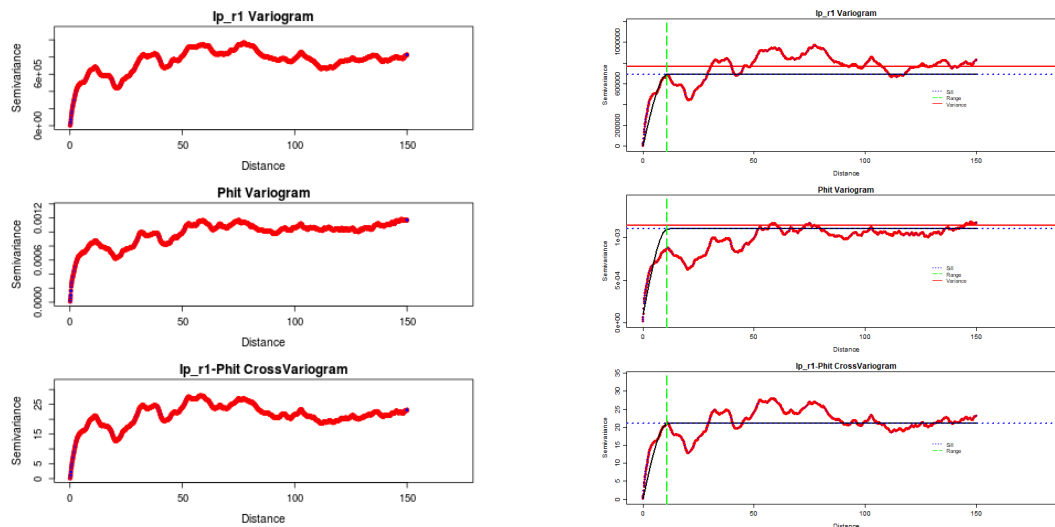


Ilustración 7-11 Superior, variograma de la variable Ip, centro, variograma de la variable PHIT, inferior, variograma cruzado entre Ip-PHIT.

De la Ilustración 7-11 tenemos los 3 variogramas que se necesitan para continuar con el análisis estructural bivariado. Se puede observar que el ajuste fue lo más cercano posible al variograma original, incluso se puede ver la pestaña que se dejó en el análisis estructural univariado de la variable Phit.

De (7-1) y (7-2) podemos comprobar que el modelo de correionalización es valido

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 7643.9209 & 0.2 \\ 0.2 & 0.0001 \end{vmatrix} = 0.724392 \quad (7-1)$$

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 680308.9646 & 20.8 \\ 20.8 & 0.001 \end{vmatrix} = 247.668964 \quad (7-2)$$

#### 7.4.2.2 Variable porosidad total (PHIT) calculada por SGCosim.

Con la información de la Tabla 7-10, tenemos que la media es igual al valor original, los demás parámetros tienen diferencias respecto al original bajas. Sin embargo, de la Ilustración 7-12 podemos ver que la distribución espacial de los datos simulados no es buena, incluso la curva se nota muy suavizada y algunos picos de interés se vieron omitidos. La diferencia entre el registro simulado y el registro original se ve demasiado alterado, resaltando los picos que se perdieron durante la simulación, incluso cuando se comparan los datos originales y los datos simulados usando un Scatterplot se puede ver que está disperso, por lo que el método de simulación para esta variable resulto no ser el mejor.

	PHIT	PHIT por SGCosim	PHIT SD	Diferencia PHIT
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696	3696
<b>Mínimos</b>	0.062	0.0853	0.003	-0.0432
<b>1° cuantil</b>	0.2147	0.2161	0.003	-0.0038
<b>Mediana</b>	0.2295	0.2292	0.003	0.0003
<b>Media</b>	0.222	0.222	0.003	0
<b>3° cuantil</b>	0.2414	0.2402	0.003	0.0044
<b>Máximo</b>	0.2939	0.2837	0.0055	0.0255
<b>Rangos</b>	0.2319	0.1985	0.0025	0.0687
<b>Rango intercuantil</b>	0.0267	0.0241	0	0.0083
<b>Varianzas</b>	0.0011	0.001	0	0.0001
<b>Desviación estándar</b>	0.0338	0.0316	0.0001	0.0078
<b>Coefficiente de variación</b>	0.1521	0.1424	0.0252	-3062.6971
<b>Simetría</b>	-1.811	-1.9532	27.1752	-0.6966
<b>Curtosis</b>	6.997	7.4307	803.6741	5.601

Tabla 7-10 Valores de los parámetros geostatísticos calculados para la variable PHIT, PHIT por simulación secuencial gaussiana (SGCosim) y la diferencia entre estos.

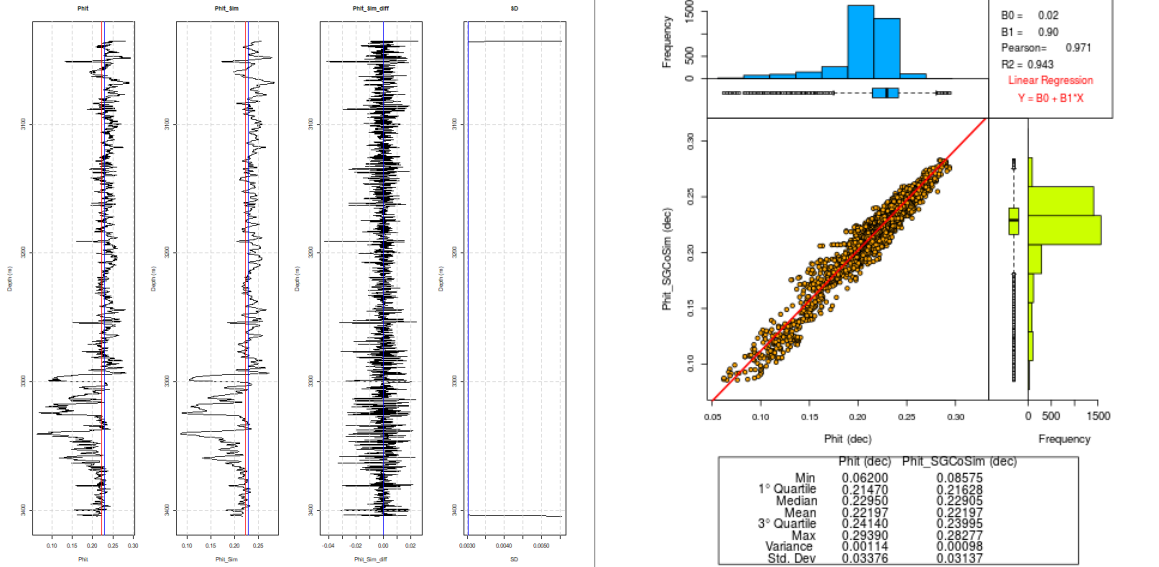
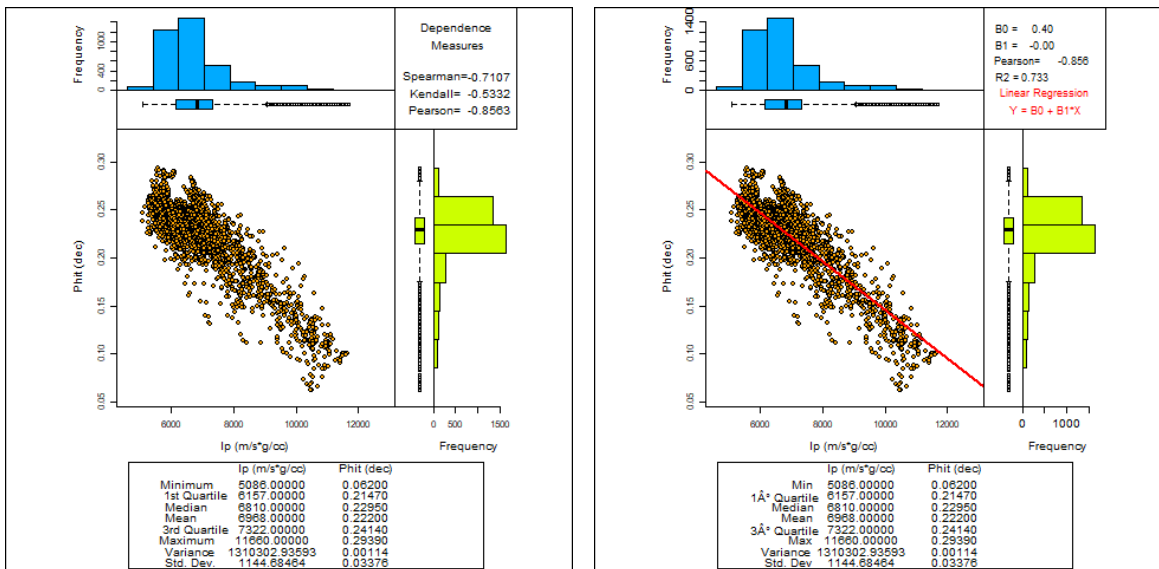


Ilustración 7-12 A la izquierda, registros comparativos- entre la variable PHIT original, PHIT obtenida por co-simulación secuencial gaussiana, la diferencia entre estas y la desviación estándar respectivamente, a la derecha, Scatterplot entre PHIT original y PHIT obtenido por co-simulación secuencial gaussiano.

### 7.4.2.3 caso bivariado.

Usando los datos de la Ilustración 7-13 se pueden observar los efectos de la simulación secuencial gaussiana. En comparación del Scatterplot con las variables originales, las variables simuladas no describen adecuadamente el fenómeno, de hecho, se considera que la simulación está muy estilizada, incluso se puede notar que algunas sucesiones de puntos parecieran tener trayectoria.



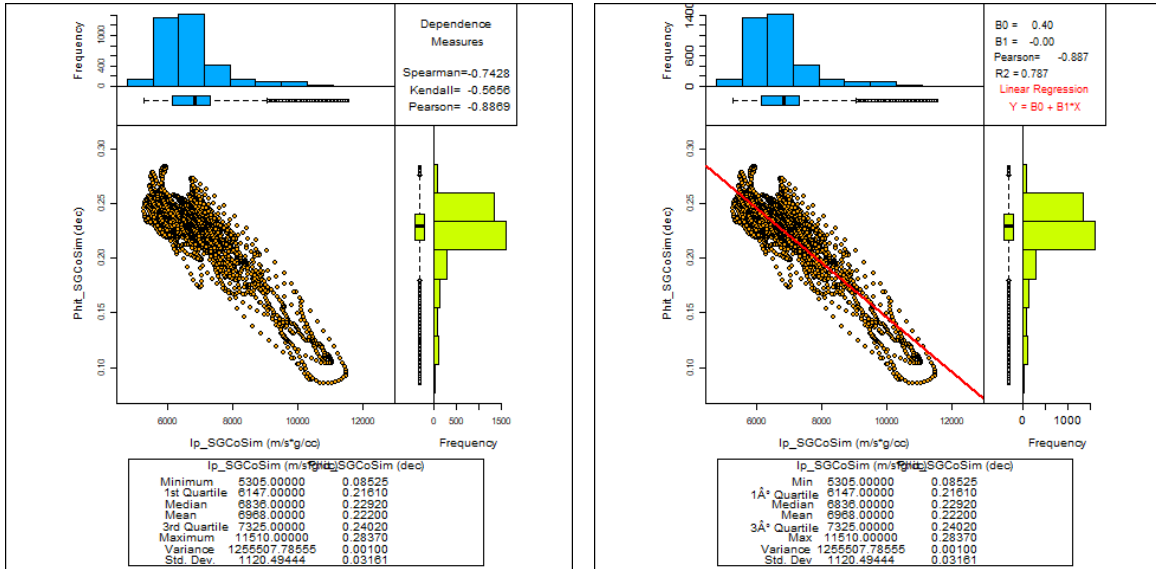


Ilustración 7-13 Superior izquierda, Scatterplot de la variable PHIT-Ip, superior derecha, Scatterplot con regresión lineal de la variable PHIT-Ip, inferior izquierda, Scatterplot obtenido de la co-simulación secuencial gaussiana entre PHIT-Ip, inferior derecha, Scatterplot entre PHIT-Ip obtenidas por el método de co-simulación secuencial gaussiano.

### 7.4.3 CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BCSASIM USANDO CÓPULA CONDICIONAL Y NO CONDICIONADA

#### 7.4.3.1 Simulación usando cópula de Bernstein no condicional

Para esta parte las muestras fueron filtradas para retirar los valores repetidos, en este caso las variables se redujeron a 1103 muestras.

De la Ilustración 7-14 podemos ver que ambos histogramas no son simétricos. Las diferencias entre la media y la mediana de ambas variables son altas, incluso los histogramas presentan mayores muestras hacia los extremos de las gráficas.

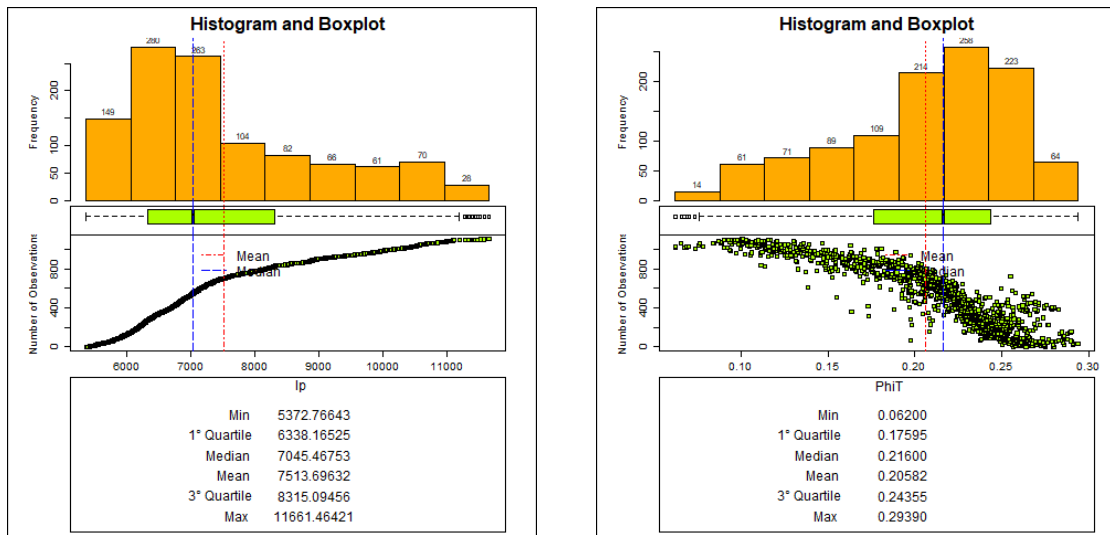


Ilustración 7-14 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Ip, a la derecha, histograma y FDA de la variable Phit.

Realizando la simulación por cópula de Bernstein no condicional a 1103 y 9950 muestras. La Tabla 7-11 muestra que los resultados con la menor diferencia respecto a la original están en la simulación de 1103 muestras en ambas variables, lo cual está visto en los números resaltados en rojo. A pesar de que el número de muestras es bajo en comparación las muestras originales, se pudo acercarse a los valores originales de 1° y 2° orden.

	Ip	IP simulado	Ip simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
Muestras	1103	1103	9950	1103	1103	9950
Mínimo	5372.7664	5214.849	5087.731	0.062	0.0632	0.0627
1° cuartil	6338.1653	6131.931	6158.6069	0.176	0.2139	0.215
Mediana	7045.4675	6809.3623	6819.7722	0.216	0.2285	0.229
Media	7513.6963	6977.8048	6964.4236	0.2058	0.2205	0.2219
3° cuartil	8315.0946	7356.2783	7323.25	0.2436	0.2408	0.2412
Máximo	11661.4642	11484.9216	11651.7197	0.2939	0.2913	0.2934
Rango	6288.6978	6270.0727	6563.9887	0.2319	0.2281	0.2307
Rango Intercuartil	1976.9293	1224.3473	1164.6432	0.0676	0.0269	0.0262
Varianza	2317589.17	1405476.48	1283899.09	0.0025	0.0012	0.0011
Desviación estándar	1522.363	1185.5279	1133.0927	0.0496	0.0347	0.0334
Coefficiente de variación	0.2026	0.1699	0.1627	0.2412	0.1571	0.1504
Simetría	0.9079	1.5391	1.5981	-0.713	-1.814	-1.8625
Curtosis	2.795	5.5592	6.015	2.77	6.716	7.322

Tabla 7-11 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 674 y 9950 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original.

En los demás parámetros se puede observar que las diferencias son fuertes, por ejemplo, en ambas variables el parámetro curtosis es demasiado alto, incluso superando el valor original 3 veces. Mientras que el “rango intercuartil” se nota que el valor simulado se redujo a casi la mitad.

Comparando los scatterplots de la Ilustración 7-15 se puede notar que los scatterplots de los valores simulados son parecidos al original. Sin embargo, en el caso del Scatterplot de 1103 valores no tiene similitud a pesar de que en la Tabla 7-11 muestra que tiene los valores más cercanos al original.

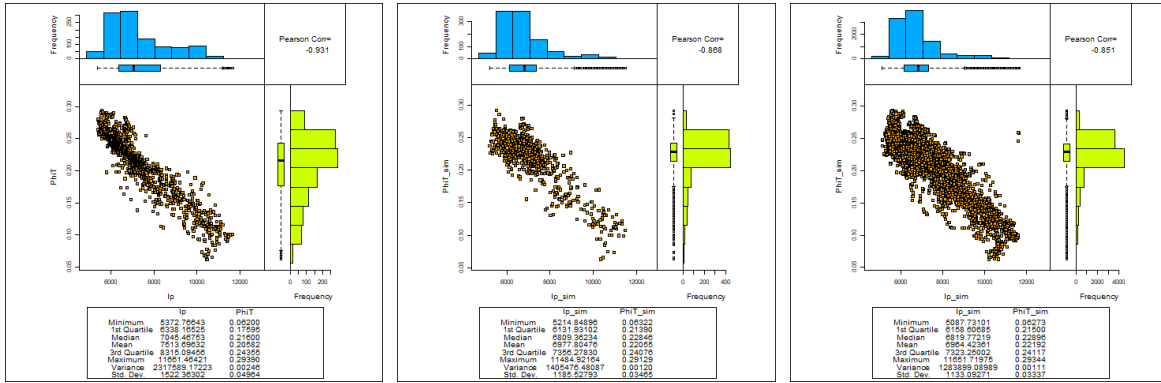


Ilustración 7-15 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 1103 valores simulados, a la izquierda, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.

### 7.4.3.2 Simulación usando cópula de Bernstein condicional.

Como podemos ver en la Ilustración 7-16, ambos histogramas son totalmente asimétricos. Incluso en el histograma de la variable Phit se podría considerar el uso de la transformada lognormal para normalizar la variable. Dado que eso no es necesario para usar el método BcSaSim se dejará sin cambios. Otro aspecto a notar es la gráfica de pseudo-observaciones, la cual tiene una mayor acumulación de valores en la parte inferior derecha, al aplicar la simulación por cópula podemos notar en la Tabla 7-12 que la simulación de 7392 muestras presenta los valores con la menor diferencia respecto al original, incluso en algunos parámetros los valores son iguales, especialmente en la variable Ip, en el caso de la variable Phit la “mediana” y “mínimo” son iguales al original.

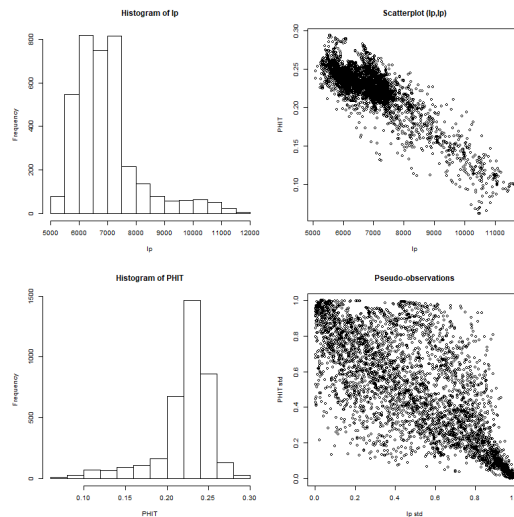


Ilustración 7-16 A la izquierda histogramas de las variables Ip y Phit, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

	Ip	IP simulado	Ip simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
Muestras	3696	3696	7392	3696	3696	7392
Mínimo	5086.007	5092.781	5086.007	0.062	0.0671	0.062
1° cuartil	6157.005	6136.877	6157.005	0.2147	0.2151	0.2145
Mediana	6809.557	6801.85	6809.557	0.2295	0.2297	0.2295
Media	6968.284	6935.426	6968.284	0.222	0.2225	0.2219
3° cuartil	7321.617	7282.795	7321.617	0.2414	0.2411	0.2415
Máximo	11661.46	11615.12	11661.46	0.2939	0.2926	0.2936
Rango	6575.457	6522.338	6575.457	0.2319	0.2255	0.2316
Rango Intercuartil	1164.612	1145.917	1164.612	0.0267	0.026	0.027
Varianza	1310303	1221481	1310126	0.0011	0.001	0.0012
Desviación estándar	1144.685	1105.206	1144.607	0.0338	0.0323	0.034
Coefficiente de variación	0.1643	0.1594	0.1643	0.1521	0.1453	0.1531
Simetría	1.5617	1.5591	1.5617	-1.8109	-1.7579	-1.8217
Curtosis	5.7657	5.8694	5.765	6.997	6.863	7.0173

Tabla 7-12 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Ip y Phit, los números resaltados tienen la menor diferencia, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original, los números en verde indican que sus valores son iguales al original.

Observando la Ilustración 7-17 podemos ver que la simulación de datos usando cópula de Bernstein presenta pocas diferencias al original. Por lo tanto, se puede sugerir la simulación de 7392 observaciones para un mejor muestreo del evento.

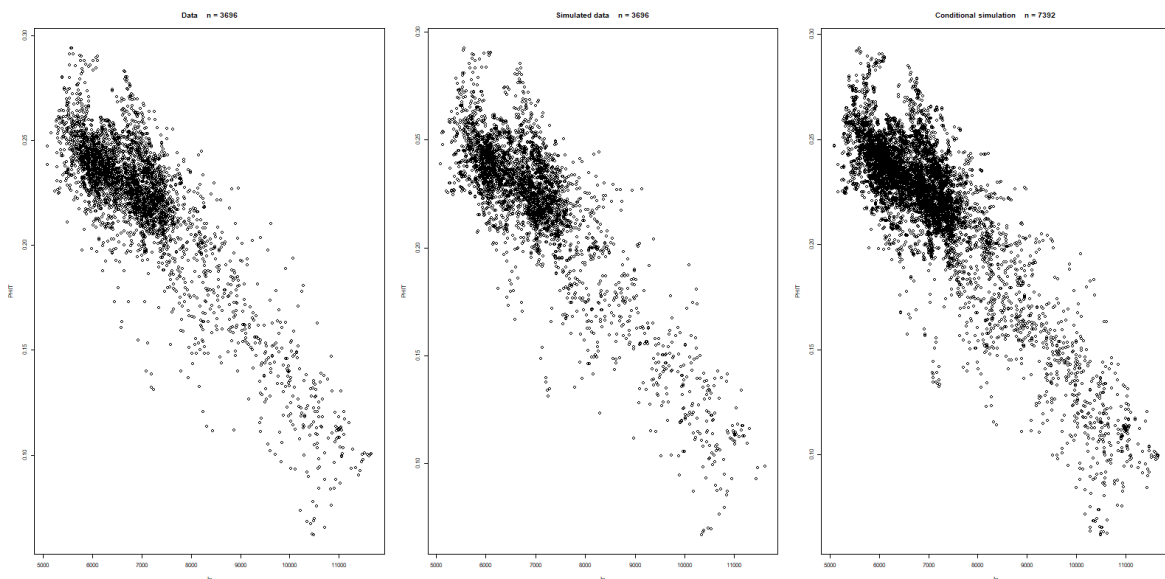


Ilustración 7-17 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9207 muestras.



#### 7.4.4 COMPARACIÓN CON EL MÉTODO SGCOSIM.

Como podemos ver en la Tabla 7-13. La simulación usando SGCosim tiene valores cercanos al original; se podría considerar que la simulación es aceptable. Sin embargo, la simulación por BcSaSim con valores no condicionados tiene valores aún más cercanos al original, a pesar de que la Tabla 7-11 muestra que los valores no son buenos. Otro punto que resaltar son los valores obtenidos para la simulación por SGCosim, donde podemos ver que la “media” es igual al original. Mientras que los demás parámetros tienen mayores diferencias, este efecto fue discutido en el apartado 3.2. Para el caso de la simulación por BcSaSim condicionada podemos ver que los valores son cercanos a los originales, pero no lo suficiente para que la simulación sea considerada como una buena opción; a pesar de que los valores de los parámetros mostrados en la Tabla 7-12 indicaban que se podrían obtener una buena simulación. Sin embargo, se podría considerar para trabajos futuros.

	PHIT	PHIT SGCosim	PHIT BcSaSim condicionado	PHIT BcSaSim sin condicionado
Muestras	3696	3696	3696	3696
Mínimos	0.062	0.0853	0.071	0.0626
1° cuartil	0.2147	0.2161	0.2134	0.2138
Mediana	0.2295	0.2292	0.2297	0.2295
Media	0.222	0.222	0.2217	0.2217
3° cuartil	0.2414	0.2402	0.2422	0.2419
Máximo	0.2939	0.2837	0.2937	0.2908
Rangos	0.2319	0.1985	0.2227	0.2282
Rango intercuartil	0.0267	0.0241	0.0288	0.0281
Varianzas	0.0011	0.001	0.0013	0.0013
Desviación estándar	0.0338	0.0316	0.036	0.0355
Coeficiente de variación	0.1521	0.1424	0.1625	0.1599
Simetría	-1.811	-1.9532	-1.5573	-1.6299
Curtosis	6.997	7.4307	5.876	6.1871

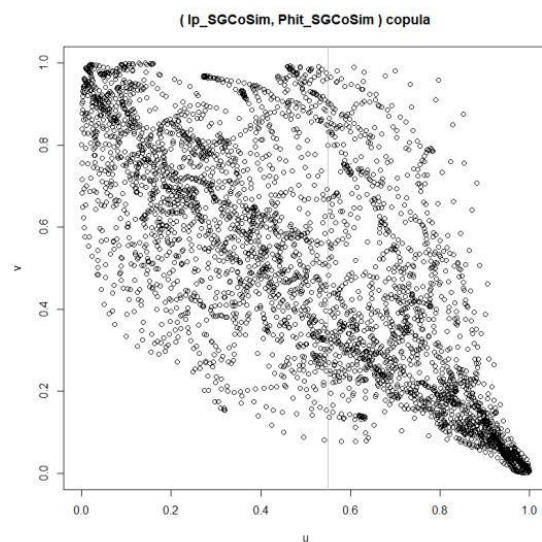
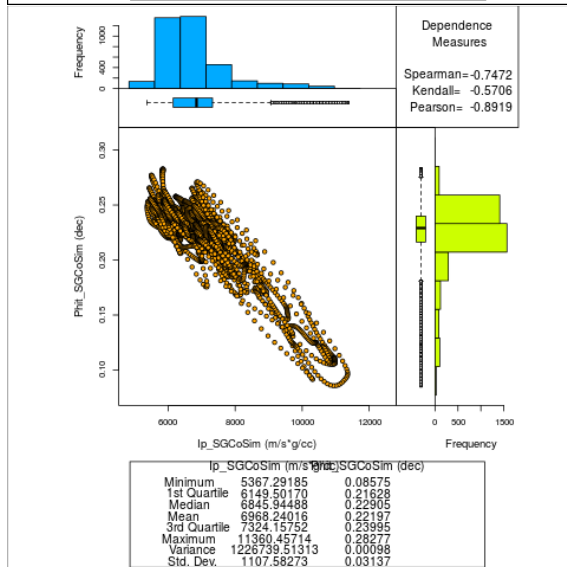
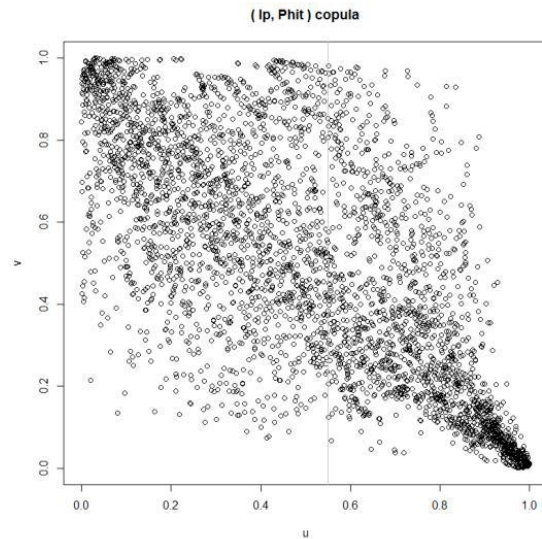
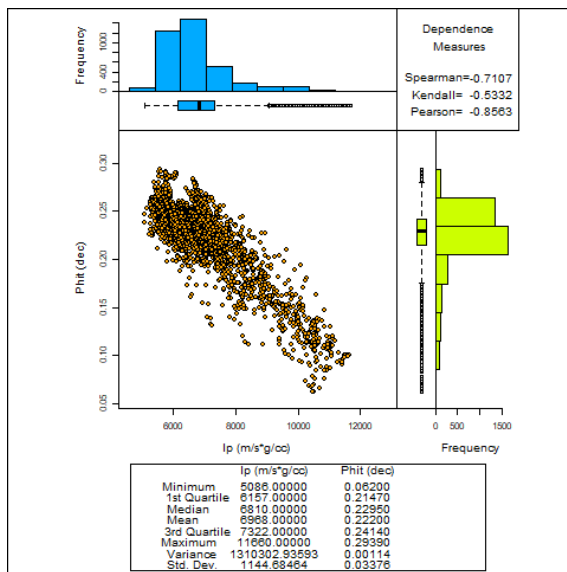
Tabla 7-13 Tabla comparativa entre el metodo SGCosim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, , los números resaltados tienen la menor diferencia, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original, los números en verde indican que sus valores son iguales al original.

En el aspecto de la relación de dependencia, podemos ver en la Tabla 7-14 que todas las simulaciones muestran sobre-dependencia. Siendo el caso de simulación BcSaSim no condicional el que tiene la menor sobre-dependencia de todas las medidas de dependencia.

Medida de dependencia	Original	SGCoSim	BcSaSim condicional	BcSaSim no condicional
<b>Spearman</b>	-0.419	-0.7472	-0.7135	<b>-0.7015</b>
<b>Kendall</b>	-0.3004	-0.5706	-0.5297	<b>-0.5213</b>
<b>Pearson</b>	-0.7383	-0.8919	-0.833	<b>-0.8204</b>

Tabla 7-14 Valores de las medidas de dependencias original y simulados, los valores en rojo indican que tienen la menor diferencia respecto al original, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original.

Viendo los Scatterplots y los gráficos de cópulas de la Ilustración 7-18, observamos que los gráficos obtenidos por BcSaSim son muy similares al original tanto en el Scatterplot como el grafico de cópula, en el caso del Scatterplot por SGCoSim se pueden notar algunas trayectorias, el mismo fenómeno se puede ver en el gráfico de cópula, dándole una forma redondeada a la nube de puntos.



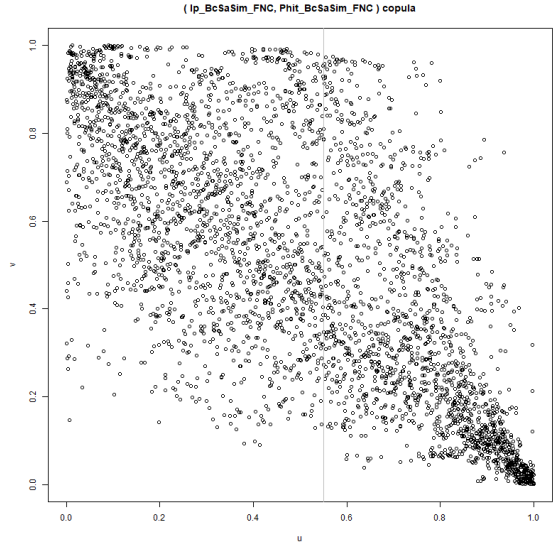
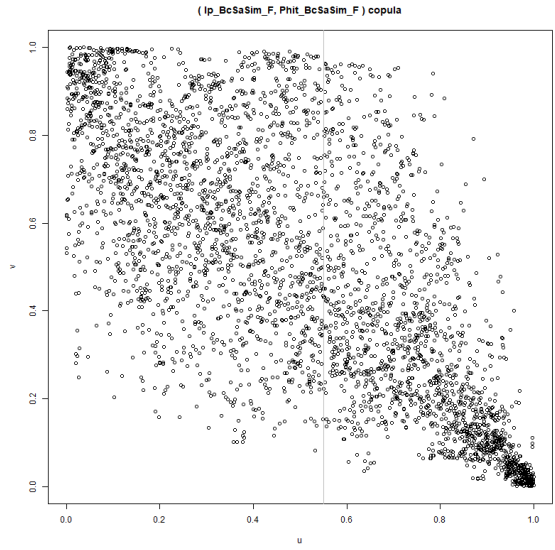
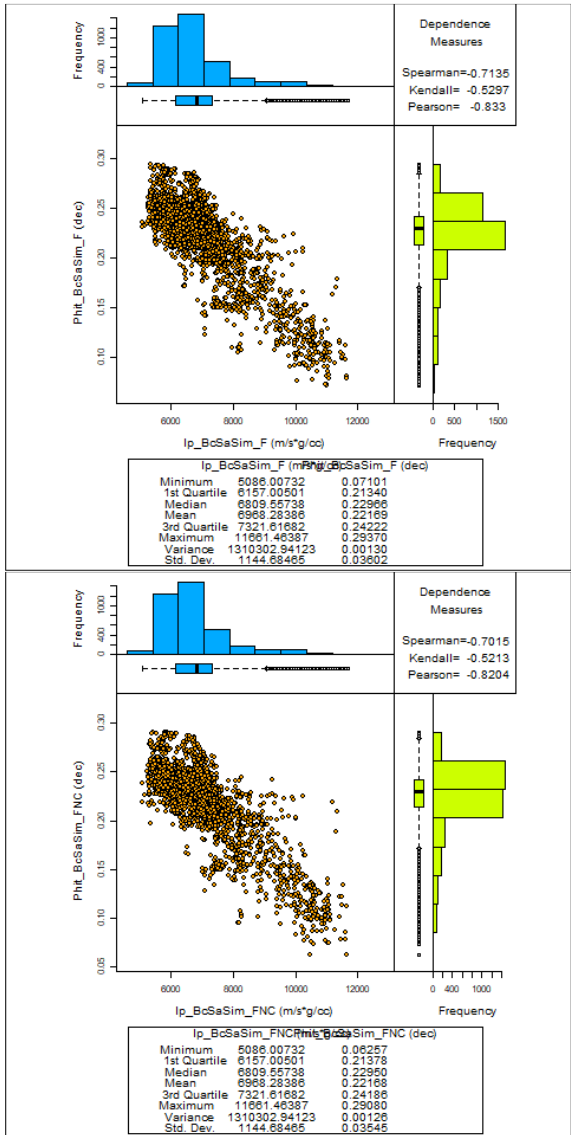


Ilustración 7-18 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim condicionado(F) y sin condicionamiento (FNC).

Al observar la Ilustración 7-19, las 3 simulaciones tienen rangos de diferencia que van entre el  $\pm 0.05$ . Sin embargo, se puede ver que el registro geofísico de pozos de la simulación SGCosim está suavizada. Las simulaciones BcSaSim con y sin condicionamiento muestran mayor similitud al registro geofísico de pozos original, especialmente en el caso de BcSaSim condicional.

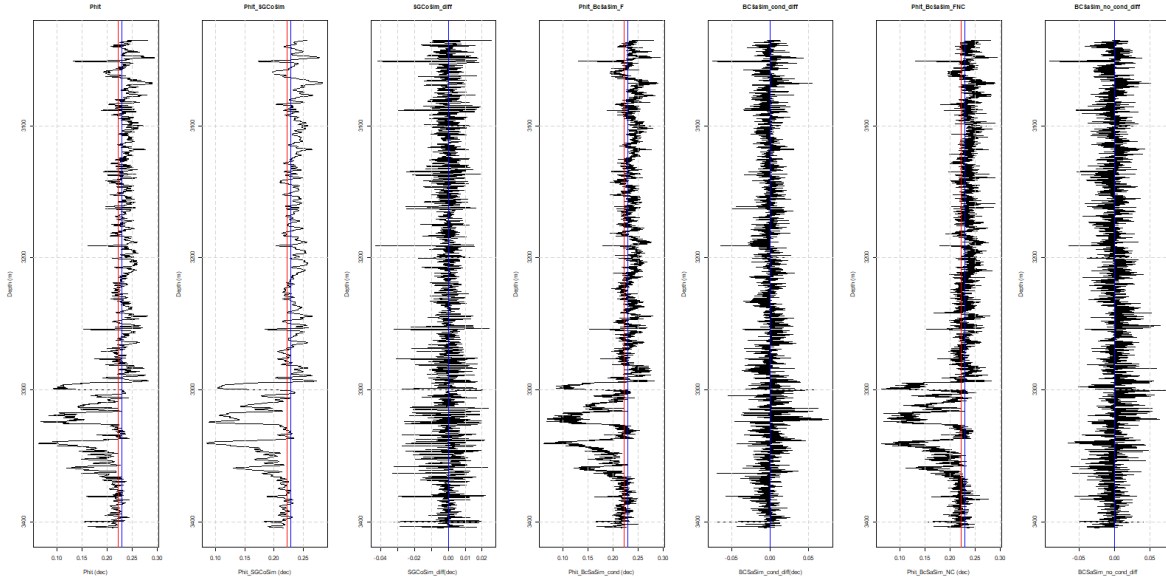


Ilustración 7-19 Distribución espacial de la variable Phit, de izquierda a derecha, Phit original, Phit por SGCoSim, diferencia Phit-Phit SGCoSim, Phit por BcSaSim condicional, diferencia Phit-Phit\_BcSaSim\_cond, Phit por BcSaSim no condicional y la diferencia Phit-Phit\_BcSaSim\_no\_cond

### 7.5 CASO POROSIDAD EFECTIVA (PHIE) – IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP).

En la Ilustración 7-20 podemos ver el Scatterplot del par (Phie-Ip). En este observamos que el coeficiente de Spearman es de -0.5843. La mayoría de los outliers se encuentran en la parte inferior derecha. También podemos ver que el histograma de la variable Ip es asimétrico con mayor carga de valores a la izquierda.

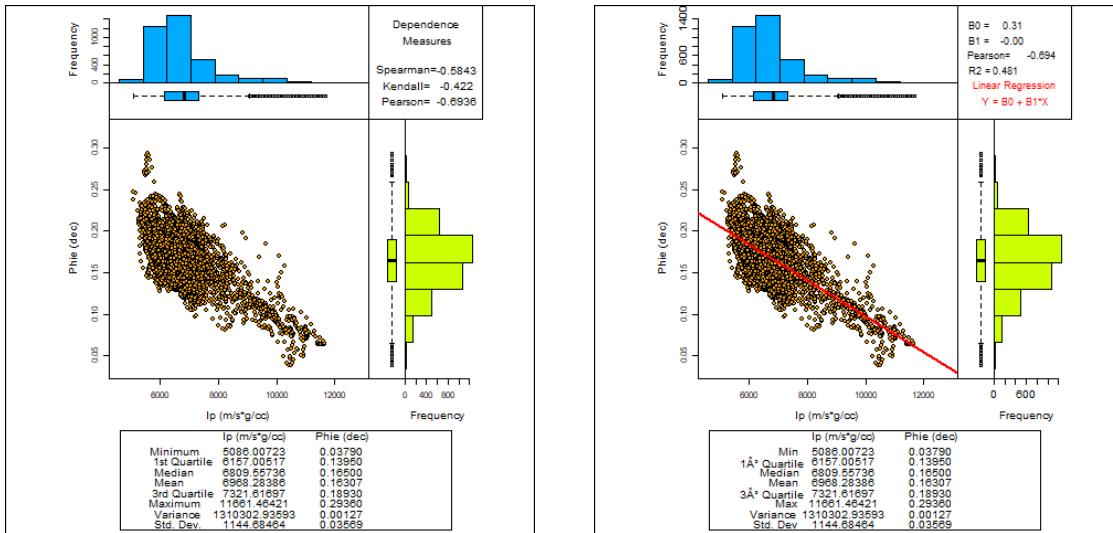


Ilustración 7-20 Scatterplots del par (Ip, PHIE), a la izquierda Scatterplot simple con las medidas de dependencia, a la derecha Scatterplot con línea de regresión.

## 7.5.1 ANÁLISIS ESTRUCTURAL.

### 7.5.1.1 Variable porosidad efectiva (PHIE)

Como se puede ver en la Ilustración 7-21. Podemos ver que el variograma muestra una aparente tendencia, esto se vería confirmado si tomamos en cuenta la forma de la línea de regresión de la mediana. Sin embargo, para fines prácticos se considera que esta variable no necesita transformación alguna ya que la forma del variograma no afecta el cálculo del modelo de variograma válido.

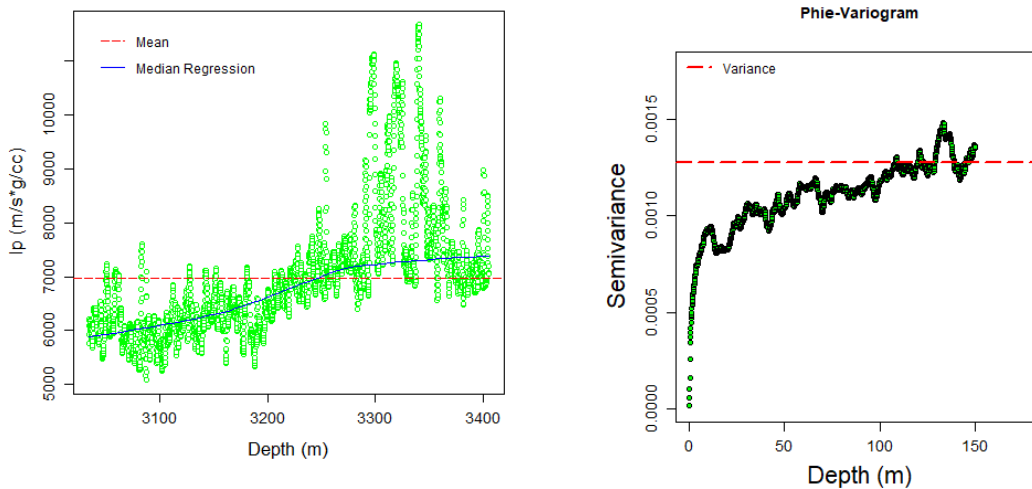


Ilustración 7-21 A la izquierda, curva de regresión de la mediana, a la derecha, histograma de la variable PHIE.

### 7.5.1.2 Cálculo del variograma para la variable porosidad efectiva (Phie).

Al considerar que no hay tendencia en el variograma podemos realizar el cálculo de los modelos de variograma automáticamente. De la Tabla 7-15, el modelo esférico ofrece el menor error, sin embargo, se harán algunas pruebas con el modelo exponencial. Incluso vemos en la Ilustración 7-22 que los modelos esférico y exponencial tiene casi la misma cobertura en el variograma.

	<b>Nugget</b>	<b>Meseta</b>	<b>Rango</b>	<b>RMSE</b>
<b>Exponencial</b>	0	0.00246399	133	0.0003442
<b>Esférico</b>	0	0.00148105	133	0.00033513
<b>Gaussiano</b>	0	0.00263742	133	0.00154071

Tabla 7-15 Valores calculados de los modelos de variograma calculados automáticamente.

Después de varios ajustes. La Ilustración 7-22 muestra que el ajuste manual pudo mejorar el error de 0.00033513 a 0.0001476, se cambió el rango a 10, meseta a 0.0011 y Nugget a 0.00001. Estos valores contrastan con los valores obtenidos automáticamente, los cuales no ajustan al semivariograma original.

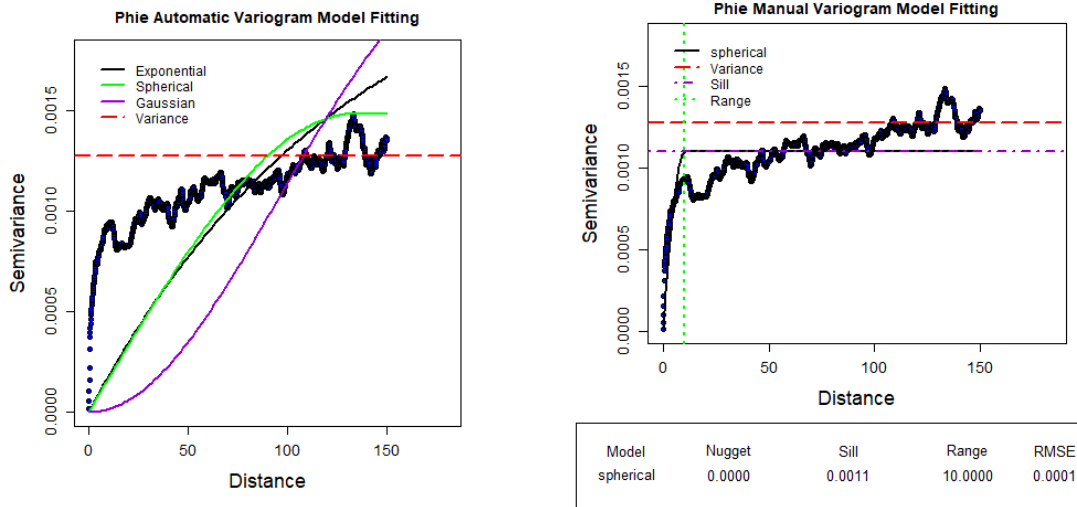


Ilustración 7-22 Mejor ajuste del modelo de variograma para la variable PHIE.

Determinado el mejor variograma se realiza la validación cruzada. De la información disponible en la Tabla 7-16. Podemos ver que la media de la variable simulada es igual a la original, la mediana tiene una diferencia de 0.00006 y la varianza tiene una diferencia de 0.00003 respecto a original. Lo cual desde el punto de vista de los parámetros estadísticos la variable estimada podría considerarse como bien estimada, los demás parámetros presentan diferencias muy bajas.

	<b>Z</b>	<b>Z*</b>	<b>Z-Z*</b>
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696
<b>Mínimo</b>	0.03790	0.03946	-0.00156
<b>1° Cuartil</b>	0.13950	0.13994	-0.00044
<b>Mediana</b>	0.16500	0.16494	0.00006
<b>Media</b>	0.16307	0.16307	0.00000
<b>3° Cuartil</b>	0.18930	0.18887	0.00043
<b>Máximo</b>	0.29360	0.29219	0.00141
<b>Rango</b>	0.25570	0.25273	0.00297
<b>Rango Intercuantil</b>	0.04980	0.04893	0.00087
<b>Varianza</b>	0.00127	0.00124	0.00003
<b>Desviación Estándar</b>	0.03569	0.03519	0.00050
<b>Simetría</b>	-0.30278	-0.32496	0.02218
<b>Curtosis</b>	3.32805	3.35122	-0.02317

Tabla 7-16 A la izquierda, valores estadísticos de la variable original (Z), al centro los valores estimados (Z\*) y su diferencia a la derecha.

De la Ilustración 7-23 podemos ver que el registro geofísico de pozo de la variable PHIE estimada es muy similar a la variable PHIE original. La diferencia espacial no supera los 0.01 en las diferencias más altas, las cuales están en el extremo superior del gráfico.

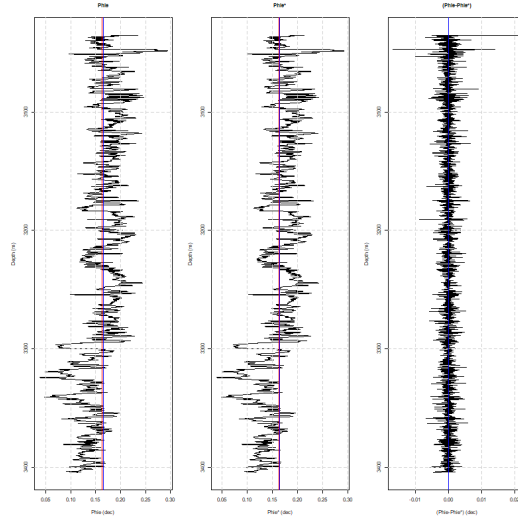


Ilustración 7-23 A la izquierda, registro original de la variable PHIE, al centro, registro de la variable PHIE estimada por kriging, a la derecha, diferencia entre las variables.

De la Ilustración 7-24 podemos ver que el histograma es bueno, la cantidad de outliers que presenta son pocos y localizados cerca de la media. Mientras que el Scatterplot muestra una buena correlación entre PHIE y PHIE\*.

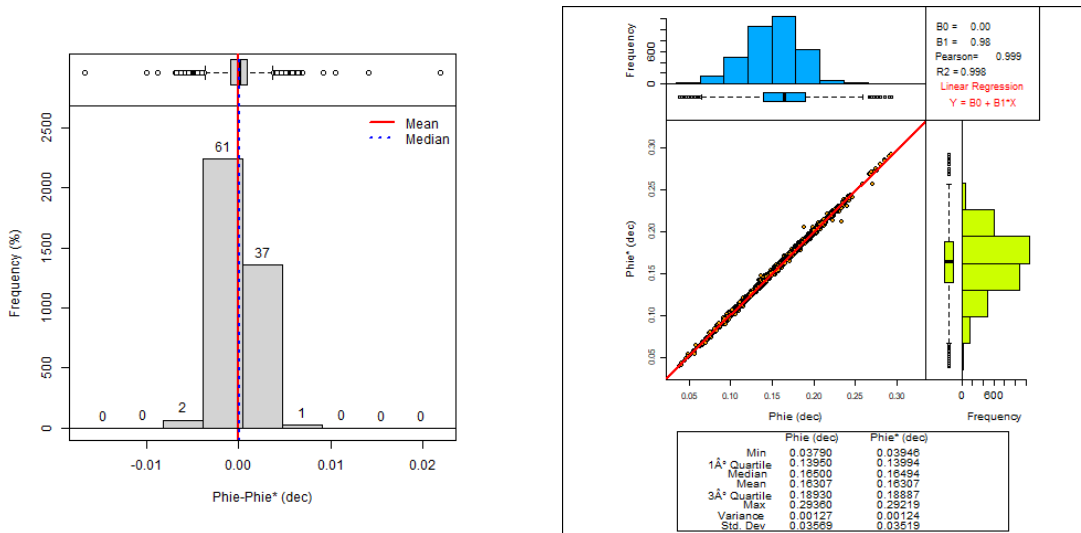


Ilustración 7-24 A la izquierda, histograma de la diferencia entre PHIE-PHIE\*, a la derecha, Scatterplot entre PHIE y PHIE\*.

Por lo tanto, de la Tabla 7-17 definimos los parámetros del variograma para la variable Phie, al igual que el coeficiente de correlación.

Método.	BcSaSim	SgCoSim
<b>Malla</b>	369.5 metros dividido en intervalos de 0.1 metros	
<b>Parámetros del variograma</b>	Modelo esférico, Nugget 0.00005, meseta 0.0011, rango 10.	
<b>Modelo de dependencia</b>	Modelo de cópula de Bernstein	Coefficiente de correlación de -0.6936
<b>Software</b>	BcSaSim (GSLIB)	RGEOSTAD (Díaz-Viera & Hernández-Maldonado, 2010)

Tabla 7-17 Parámetros usados en la co-simulación del par (Phie, Ip).

## 7.5.2 CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA

### 7.5.2.1 modelo de CORREGIONALIZACIÓN lineal.

En la Tabla 7-18 vemos que se tuvo que cambiar de modelo, ya que en el caso de la variable Ip, el modelo sugerido es exponencial, mientras que en este análisis bivariado se tuvo que cambiar a esférico, otro dato a destacar es que los rangos se mantuvieron iguales en todos los casos.

Variable	Modelo	Nugget	Meseta	Rango
<b>Ip</b>	Esférico	7643.920951	687952.9	10
<b>PHIE</b>	Esférico	0.0001	0.0011	10
<b>Ip-PHIE</b>	Esférico	0.02	1	10

Tabla 7-18 Valores de los variogramas de la Ilustración 7-25

De (7-3) y (7-4) podemos comprobar que el modelo de correogionalización es válido.

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 7643.9209 & 0.2 \\ 0.2 & 0.0001 \end{vmatrix} = 0.724392 \quad (7-3)$$

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 680308.9646 & 15.8 \\ 15.8 & 0.001 \end{vmatrix} = 430.6689 \quad (7-4)$$

De la Ilustración 7-25 tenemos los 3 variogramas que se necesitan para continuar con el análisis estructural bivariado, se puede observar que el ajuste fue lo más cercano posible al variograma original, incluso se puede ver la pestaña que se dejó en el análisis estructural univariado de la variable Phie.

Para probar que los análisis estructurales previamente hechos ofrezcan buenos resultados, se puede usar los datos obtenidos de los variogramas para realizar simulaciones, en este caso se usó el método de co-simulación secuencial gaussiano.



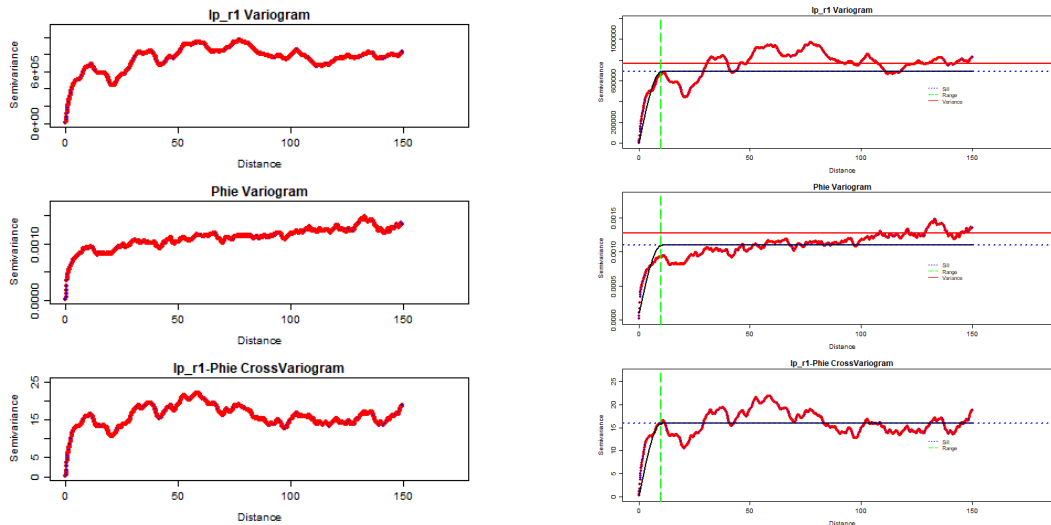


Ilustración 7-25 Superior, variograma de la variable Ip, centro, variograma de la variable PHIE, inferior, variograma cruzado entre Ip-PHIE.

### 7.5.2.2 variable porosidad efectiva (PHIE).

Para este caso nos basaremos en la información de la Tabla 7-19. La media simulada es igual al original, la diferencia del mínimo y el máximo es considerable, los demás parámetros simulados tienen diferencias relativamente altas. De la Ilustración 7-26 podemos ver que el registro geofísico de pozo de los datos simulados no es bueno, la curva se nota muy suavizada y algunos picos de interés se vieron omitidos o se perdieron durante la simulación, incluso cuando se comparan los datos originales y los datos simulados usando un scatterplot se puede ver que este contiene algunas trayectorias.

	PHIE	PHIE por SGC	PHIE SD	Diferencia PHIE
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696	3696
<b>Mínimos</b>	0.0379	0.0554	0.0032	-0.0175
<b>1° cuantil</b>	0.1395	0.1431	0.0032	-0.0036
<b>Mediana</b>	0.165	0.1661	0.0032	-0.0011
<b>Media</b>	0.1631	0.1631	0.0032	0
<b>3° cuantil</b>	0.1893	0.1868	0.0032	0.0025
<b>Máximo</b>	0.2936	0.2779	0.0059	0.0157
<b>Rangos</b>	0.2557	0.2225	0.0027	0.0332
<b>Rango intercuantil</b>	0.0498	0.0437	0	0.0061
<b>Varianzas</b>	0.0013	0.0011	0	0.0002
<b>Desviación estándar</b>	0.0357	0.0326	0.0001	0.0031
<b>Coefficiente de variación</b>	0.2189	0.1998	0.0253	0.0191
<b>Simetría</b>	-0.302	-0.4787	27.6035	0.1767
<b>Curtosis</b>	3.3281	3.5118	825.4741	-0.1837

Tabla 7-19 Valores de los parámetros geostatísticos calculados para la variable PHIE, PHIE por simulación secuencial gaussiana (SGCoSim) y la diferencia entre estos.

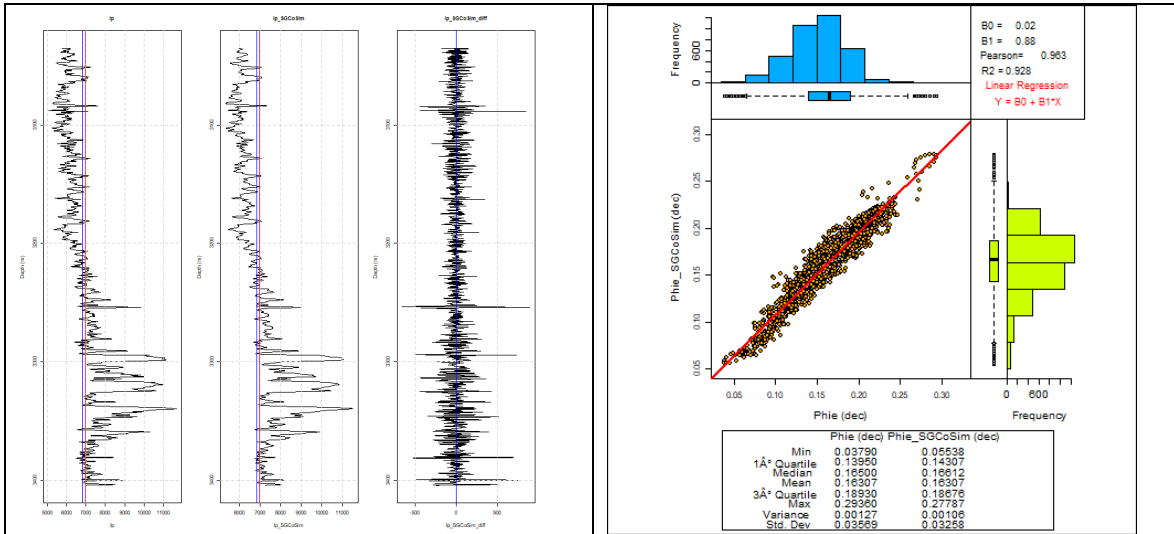
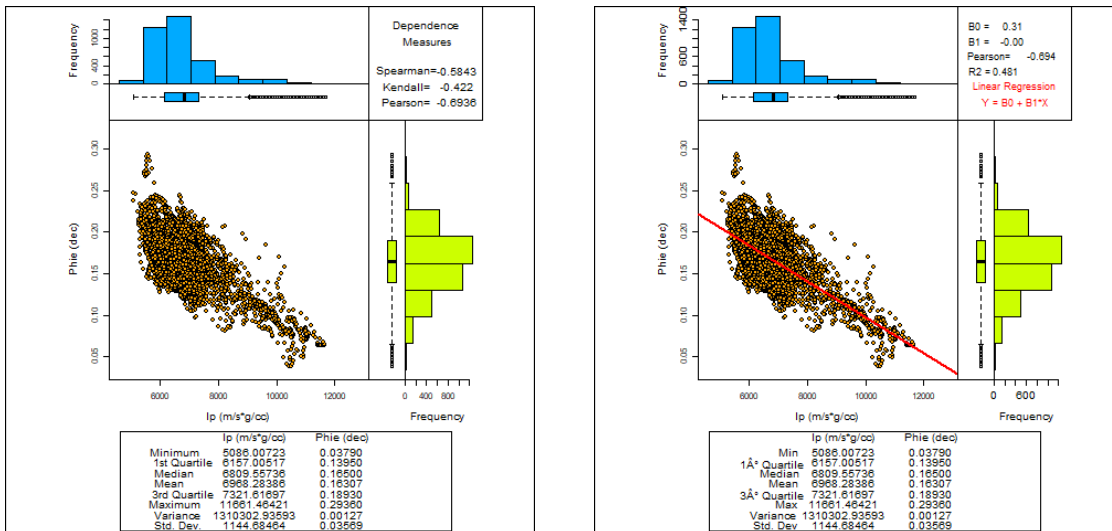


Ilustración 7-26 A la izquierda, registros comparativos entre la variable PHIE original, PHIE obtenida por co-simulación secuencial gaussiana, la diferencia entre estas y la desviación estándar respectivamente, a la derecha, Scatterplot entre PHIE original y PHIE obtenido por co-simulación secuencial gaussiano.

### 7.5.2.3 caso bivariado.

Usando los datos de la Ilustración 7-27 se pueden observar los efectos de la simulación. En comparación del scatterplot con las variables originales y las variables simuladas no describen adecuadamente el fenómeno, se puede notar que en la zona de mayor acumulación de puntos tiene cierta similitud, pero en los extremos el grafico simulado por el método SGCoSim parece tener ciertas trayectorias que no están presentes en el scatterplot original, incluso hay una acumulación de puntos cercana a la recta de regresión lineal.



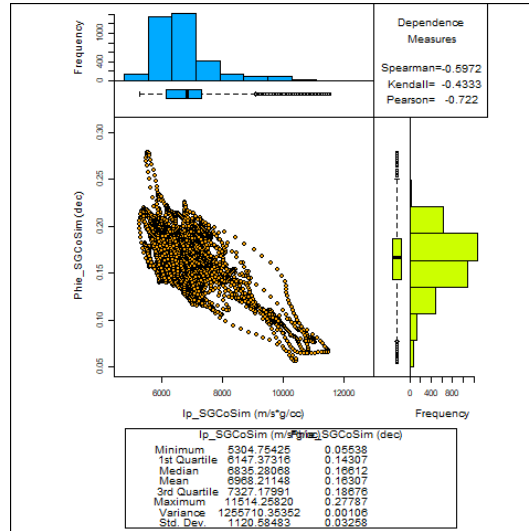
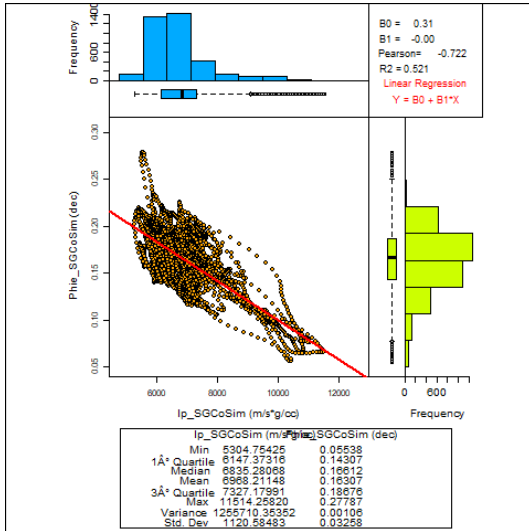


Ilustración 7-27 Superior izquierda, Scatterplot de la variable PHIE-Ip, superior derecha, Scatterplot con regresión lineal de la variable PHIE-Ip, inferior izquierda, Scatterplot obtenido de la co-simulación gaussiana entre PHIE-Ip, inferior derecha, Scatterplot entre PHIE-Ip obtenidas por el método de co-simulación secuencial gaussiano.

### 7.5.3 CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BCSASIM USANDO CÓPULA CONDICIONAL Y NO CONDICIONADA

#### 7.5.3.1 Simulación usando cópula de Bernstein no condicional

Para esta parte las muestras fueron filtradas para retirar los valores repetidos, en este caso las variables se redujeron a 1305 muestras.

De la Ilustración 7-28 podemos ver que solo el histograma de la variable Phie es simétrico, la diferencia entre la media y la mediana es de 0.0013, en el caso de la variable Ip es asimétrico con una mayor concentración de valores a la izquierda del histograma.

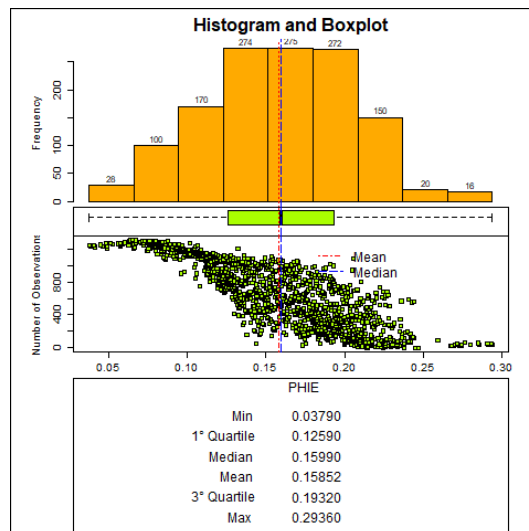
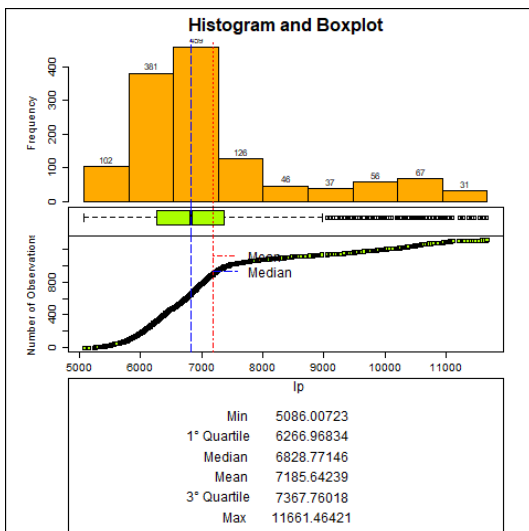


Ilustración 7-28 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Ip, a la derecha, histograma y FDA de la variable Phie.

Realizando la simulación por cópula de Bernstein no condicional a 1305 y 9950 muestras. Los resultados la Tabla 7-20 muestran que la menor diferencia respecto a la original está en la simulación de 9950 muestras en ambas variables. Solo en algunos parámetros, como el rango intercuartil y coeficiente de simetría en la variable  $I_p$  y el 3° cuartil de la variable  $Phie$  del caso de 1305 valores simulados son los más cercanos al original. Se logró un buen acercamiento a los valores mínimos y máximos, sin embargo, las diferencias de los parámetros “media” y “mediana” son considerables respecto al valor original.

	$I_p$	$I_p$ simulado	$I_p$ simulado	PHIE	PHIE simulado	PHIE simulado
Muestras	1305	1305	9950	1305	1305	9950
Mínimo	5086.0072	5261.8206	5087.4323	0.0379	0.0434	0.0382
1° cuartil	6266.9683	6122.7179	6143.4617	0.1259	0.1429	0.1408
Mediana	6828.7715	6787.5155	6796.8182	0.1599	0.1678	0.1658
Media	7185.6424	6903.4224	6944.6296	0.1585	0.1654	0.1642
3° cuartil	7367.7602	7278.3591	7306.3855	0.1932	0.1902	0.1903
Máximo	11661.4642	11479.2501	11657.8073	0.2936	0.293	0.2935
Rango	6575.457	6217.4295	6570.375	0.2557	0.2495	0.2553
Rango Intercuartil	1100.7918	1155.6411	1162.9239	0.0673	0.0473	0.0495
Varianza	1973250.19	1182090.8	1270895.32	0.0021	0.0012	0.0013
Desviación estándar	1404.7242	1087.24	1127.3399	0.046	0.0344	0.0358
Coefficiente de variación	0.1955	0.1575	0.1623	0.2902	0.2082	0.218
Simetría	1.4187	1.5535	1.5729	-0.077	-0.3087	-0.3086
Curtosis	4.2399	6.1421	5.8919	2.6485	3.5549	3.3847

Tabla 7-20 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1305 y 9950 muestras para las variables  $I_p$  y  $Phie$ , los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original.

Comparando los scatterplots de la Ilustración 7-29 se puede notar que los scatterplots de los valores simulados son muy parecidos al original, incluso el grupo de valores encontrados en la zona superior izquierda está considerado en las simulaciones. El valor del coeficiente de correlación de Pearson antes descritas bajo de -0.821 a -0.677 para el caso de 1305 y a -0.685 para el caso de 9950.

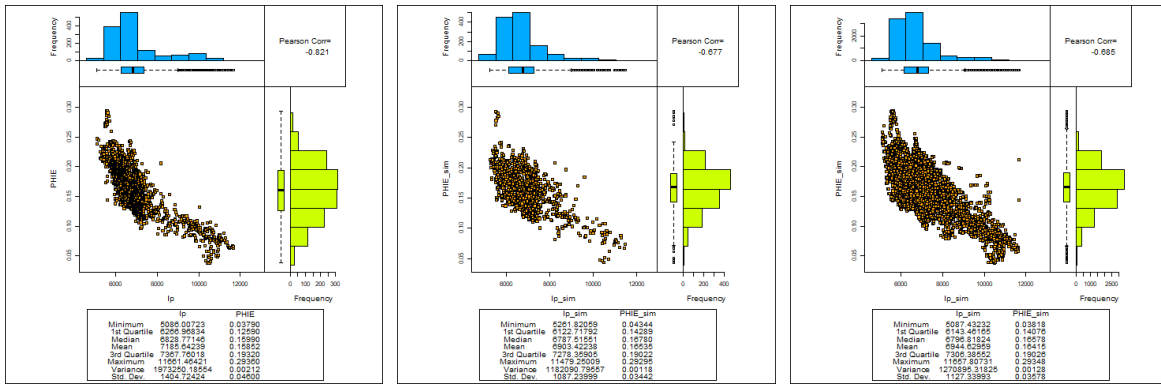


Ilustración 7-29 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 674 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.

### 7.5.3.2 Simulación usando cópula de Bernstein condicional.

Como podemos ver en la Ilustración 7-30. Los histogramas son relativamente asimétricos como lo indica la Tabla 7-21. El histograma para la variable Ip es asimétrico. Para el caso de la variable Phie es ligeramente asimétrico. Otro aspecto que notar es la gráfica de pseudo-observaciones, la cual tiene mayor concentración de puntos hacia la esquina superior derecha.

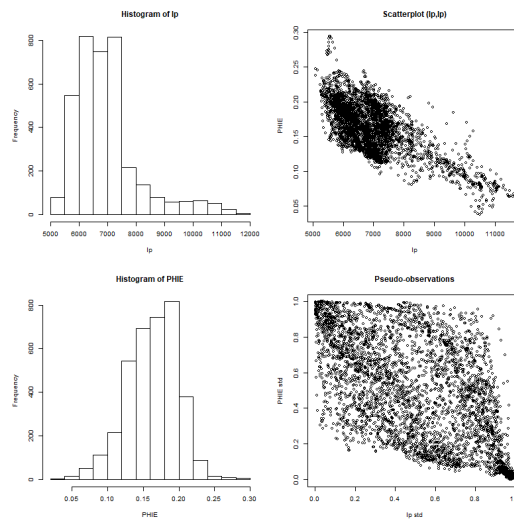


Ilustración 7-30 A la izquierda histogramas de las variables Ip y Phie, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

De la Tabla 7-21 podemos ver que los valores con la menor diferencia respecto a los originales están en la simulación de 11088 observaciones. Incluso podemos ver que la simulación de 11088 observaciones de la variable Phie llego a ser igual en gran parte de los parámetros, especialmente en la media, mediana y varianza.

	Ip	IP simulado	Ip simulado	PHIE	PHIE simulado	PHIE simulado
<b>Muestras</b>	3696	3696	11088	3696	3696	11088
<b>Mínimo</b>	5086.0072	5204.6194	5086.007	0.0379	0.0388	0.038
<b>1° cuartil</b>	6157.0052	6147.6221	6157.005	0.1395	0.1396	0.1395
<b>Mediana</b>	6809.5574	6795.1547	6809.557	0.165	0.1654	0.165
<b>Media</b>	6968.2839	6949.6085	6968.283	0.1631	0.1633	0.1631
<b>3° cuartil</b>	7321.617	7295.3048	7321.617	0.1893	0.1884	0.1891
<b>Máximo</b>	11661.464	11555.963	11661.46	0.2936	0.2935	0.2936
<b>Rango</b>	6575.457	6351.3442	6575.457	0.2557	0.2546	0.2556
<b>Rango Intercuartil</b>	1164.6118	1147.6827	1164.611	0.0498	0.0488	0.0496
<b>Varianza</b>	1310302.9	1274354	1310066	0.0013	0.0012	0.0013
<b>Desviación estándar</b>	1144.6846	1128.8729	1144.581	0.0357	0.0351	0.0357
<b>Coficiente de variación</b>	0.1643	0.1624	0.1643	0.2189	0.2152	0.219
<b>Simetría</b>	1.5617	1.61	1.5617	-0.3028	-0.2896	-0.2624
<b>Curtosis</b>	5.7657	5.9895	5.7657	3.3281	3.2991	3.3769

Tabla 7-21 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Ip y Phie, los números resaltados tienen la menor diferencia, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original, los números en verde indican que sus valores son iguales al original.

Mientras que en la Ilustración 7-31 podemos ver que la simulación de datos usando cópula de Bernstein presenta pocas diferencias al original. En el caso de la variable Phie la media y la mediana del caso 11088 es exacta al original, por lo tanto, se puede sugerir la simulación de 11088 observaciones para un mejor muestreo del evento.

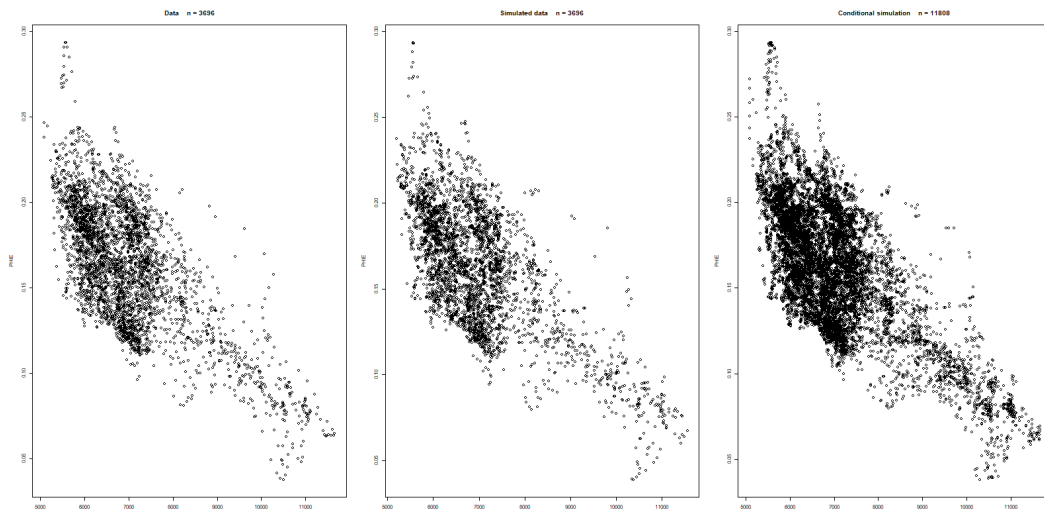


Ilustración 7-31 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9207 muestras.

#### 7.5.4 COMPARACIÓN CON EL MÉTODO SGCOSIM.

Analizando los resultados de la

	PHIE	PHIE SGCosim	PHIE BcSaSim condicionado	PHIE BcSaSim sin condicionado
Muestras	3696	3696	3696	3696
Mínimos	0.0379	0.0554	0.0466	0.0466
1° cuartil	0.1395	0.1431	0.1393	0.1391
Mediana	0.165	0.1661	0.165	0.1652
Media	0.1631	0.1631	0.1626	0.1632
3° cuartil	0.1893	0.1868	0.1885	0.1899
Máximo	0.2936	0.2779	0.2857	0.2857
Rangos	0.2557	0.2225	0.2391	0.2391
Rango intercuartil	0.0498	0.0437	0.0492	0.0508
Varianzas	0.0013	0.0011	0.0012	0.0012
Desviación estándar	0.0357	0.0326	0.0345	0.0348
Coefficiente de variación	0.2189	0.1998	0.213	0.2124
Simetría	-0.3028	-0.4787	-0.3666	-0.3193
Curtosis	3.3281	3.5118	3.0514	2.9347

Tabla 7-22. La simulación usando BcSaSim condicional tiene los valores más cercanos en gran parte de los parámetros, solo la mediana es igual al original. En los otros 2 casos tuvieron buenos resultados en 6 parámetros para el caso de BcSaSim sin condicionamiento y de 2 parámetros en SGCosim.

	PHIE	PHIE SGCosim	PHIE BcSaSim condicionado	PHIE BcSaSim sin condicionado
Muestras	3696	3696	3696	3696
Mínimos	0.0379	0.0554	0.0466	0.0466
1° cuartil	0.1395	0.1431	0.1393	0.1391
Mediana	0.165	0.1661	0.165	0.1652
Media	0.1631	0.1631	0.1626	0.1632
3° cuartil	0.1893	0.1868	0.1885	0.1899
Máximo	0.2936	0.2779	0.2857	0.2857
Rangos	0.2557	0.2225	0.2391	0.2391
Rango intercuartil	0.0498	0.0437	0.0492	0.0508
Varianzas	0.0013	0.0011	0.0012	0.0012
Desviación estándar	0.0357	0.0326	0.0345	0.0348
Coefficiente de variación	0.2189	0.1998	0.213	0.2124
Simetría	-0.3028	-0.4787	-0.3666	-0.3193
Curtosis	3.3281	3.5118	3.0514	2.9347

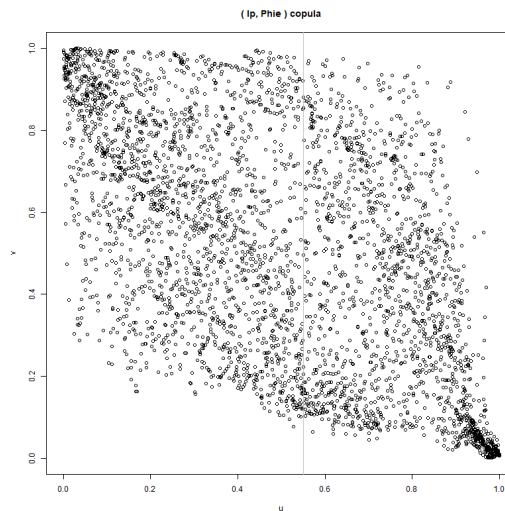
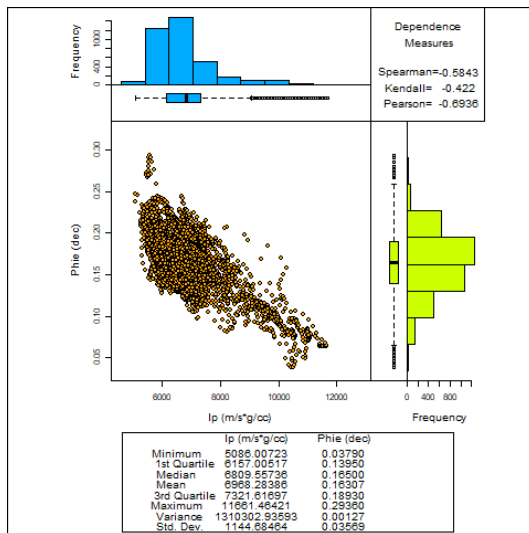
Tabla 7-22 Tabla comparativa entre el metodo SGCosim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números resaltados tienen la menor diferencia, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original, los números en verde indican que sus valores son iguales al original.

En el aspecto de la relación de dependencia podemos ver en la Tabla 7-23 que en todos los casos se tiene una ligera sobre-dependencia. Solo el caso BcSaSim no condicional es el más cercano respecto a las medidas de dependencia de Spearman y Kendall. El caso BcSaSim condicional es el más cercano en la medida de dependencia de Pearson, esto último se puede deber al hecho que el caso BcSaSim condicional tiene un buen acercamiento al valor extremo mínimo.

Medida de dependencia	Original	SGCoSim	BcSaSim condicional	BcSaSim no condicional
<b>Spearman</b>	-0.5843	-0.5972	-0.5618	<b>-0.5803</b>
<b>Kendall</b>	-0.422	-0.4333	-0.4023	<b>-0.4159</b>
<b>Pearson</b>	-0.6936	-0.722	<b>-0.6826</b>	-0.6694

Tabla 7-23 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la variable Phie, los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original.

Viendo los Scatterplots y los gráficos de cópulas de la Ilustración 7-32 podemos ver que los gráficos obtenidos por BcSaSim condicional son muy parecidos al original. Incluso el grafico de cópula pudo recrear la acumulación de puntos en la esquina inferior derecha, aunque se puede apreciar que hay una mayor carga general de puntos hacia la esquina superior derecha.





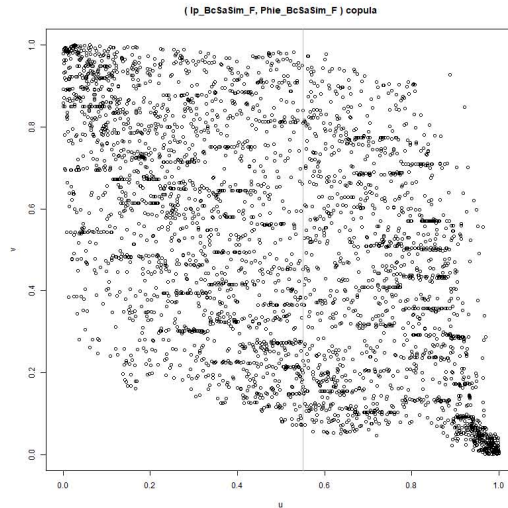
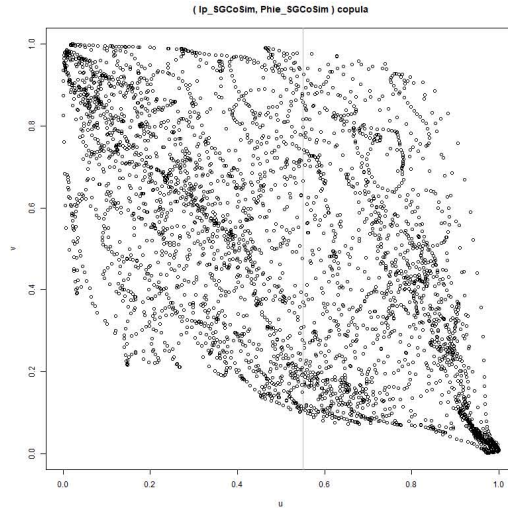
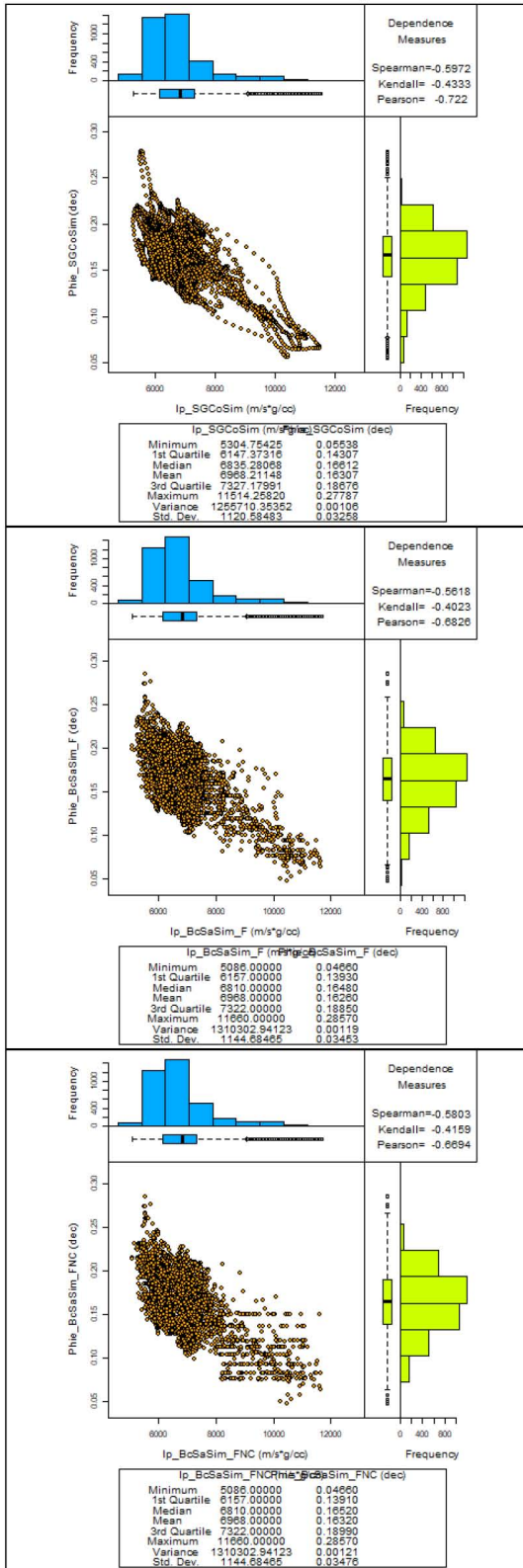


Ilustración 7-32 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con (F) y sin condicionamiento (FNC).

En la comparación de distribuciones espaciales entre el original y las 3 simulaciones de la Ilustración 7-33. Podemos ver que la simulación por SGCosim tiene los rangos de diferencia más bajos, sin embargo, su distribución espacial esta suavizada. Las distribuciones espaciales por BcSaSim muestran una mayor similitud al original, aunque para el caso de la simulación por BcSaSim no condicional tenga rangos de diferencia más altos, en este caso, de  $\pm 0.06$ .

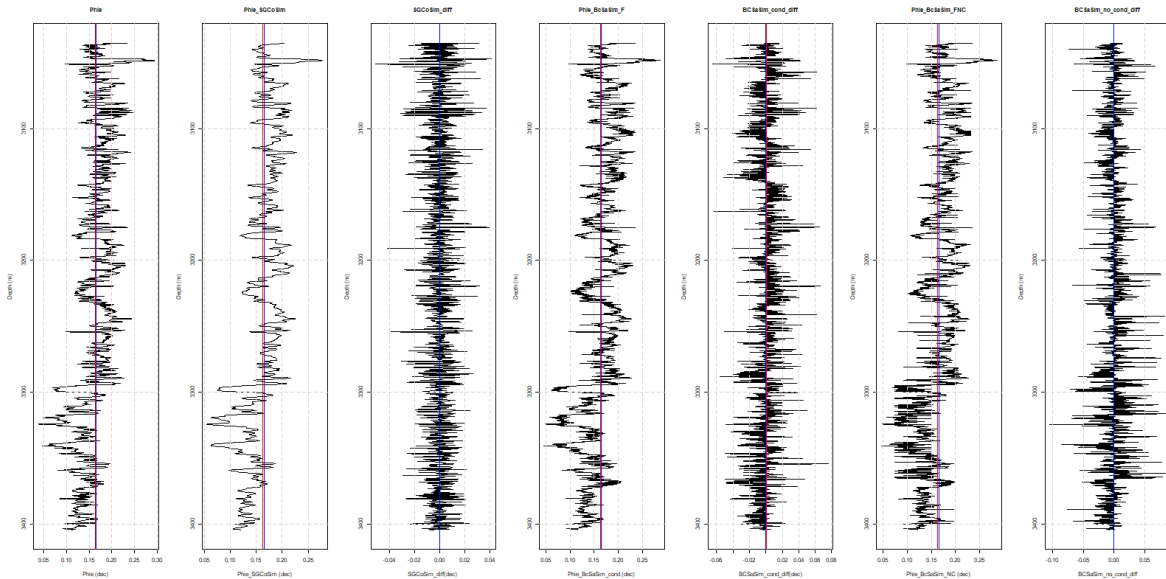


Ilustración 7-33 Distribución espacial de la variable *Phie*, de izquierda a derecha, *Phie* original, *Phie* por SGCosim, diferencia *Phie-Phie SGCosim*, *Phie* por BcSaSim condicional, diferencia *Phie-Phie\_BcSaSim\_cond*, *Phie* por BcSaSim no condicional y la diferencia *Phie-Phie\_BcSaSim\_no\_cond*

## 7.6 CASO VOLUMEN DE ARCILLA (VCL) – COEFICIENTE DE POISSON (POISSON $\sigma$ )

En la Ilustración 7-34 podemos ver el Scatterplot de las variables a analizar. En este observamos que el coeficiente de Spearman es de 0.6106. Como se puede ver la mayoría de los outliers se encuentran en la parte izquierda como lo indica el histograma de la variable Poisson.

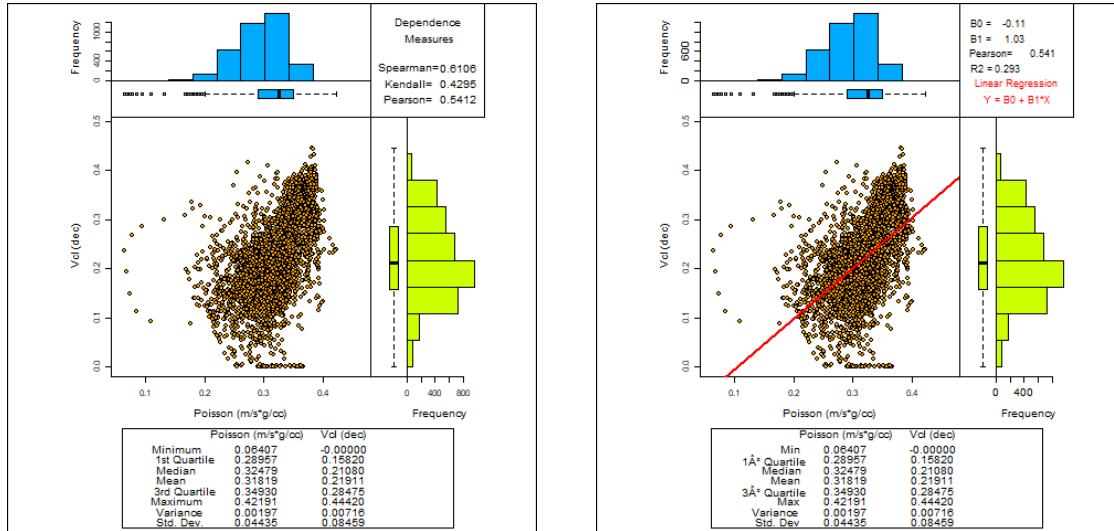


Ilustración 7-34 Scatterplots del par (Poisson, VCL), a la izquierda Scatterplot simple con las medidas de dependencia, a la derecha Scatterplot con línea de regresión.

### 7.6.1 VARIABLE VOLUMEN DE ARCILLA (VCL).

Para hacer el análisis de tendencia se usó la Ilustración 7-35. Podemos ver que el variograma no muestra evidencias de tendencia; a pesar de que hay un incremento en el polinomio de regresión de la mediana (línea azul) en la parte derecha, por lo tanto, no será necesario usar algún de polinomio de tendencia.

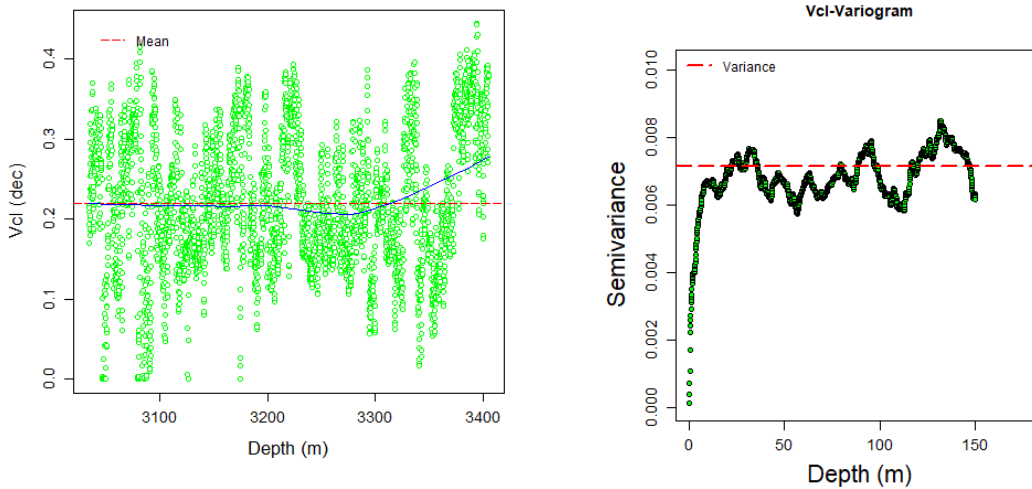


Ilustración 7-35 A la izquierda, curva de regresión de la mediana, a la derecha, histograma de la variable VCL.

#### 7.6.1.1 Cálculo del variograma.

Al no encontrar tendencia en el variograma podemos realizar el cálculo de los modelos de variograma automáticamente. De la Tabla 7-24, el modelo esférico ofrece el menor error. Sin embargo, se recomienda evaluar el modelo exponencial, ya que la diferencia no es tan alta. Incluso en la Ilustración 7-36 se puede ver que tienen la misma cobertura en el semivariograma.

	<b>Nugget</b>	<b>Meseta</b>	<b>Rango</b>	<b>RMSE</b>
--	---------------	---------------	--------------	-------------

<b>Exponencial</b>	0.00598525	0.00199659	131	0.00607764
<b>Esférico</b>	0.00600739	0.001161	131	0.00605579
<b>Gaussiano</b>	0.00632412	0.0015103	131	0.00671724

Tabla 7-24 Valores calculados de los modelos de variograma calculados automáticamente.

En la Ilustración 7-36, se determinó que el modelo esférico es la mejor opción. El ajuste manual pudo mejorar el error de 0.00605579 a 0.0006141709, se cambió el rango a 9, meseta a 0.007 y Nugget a 0.00001. Estos valores contrastan con los valores obtenidos automáticamente, los cuales no ajustan al semivariograma original. En ambos modelos no se pudo reducir el error, sin embargo, el modelo de variograma si puede cubrir al semivariograma.

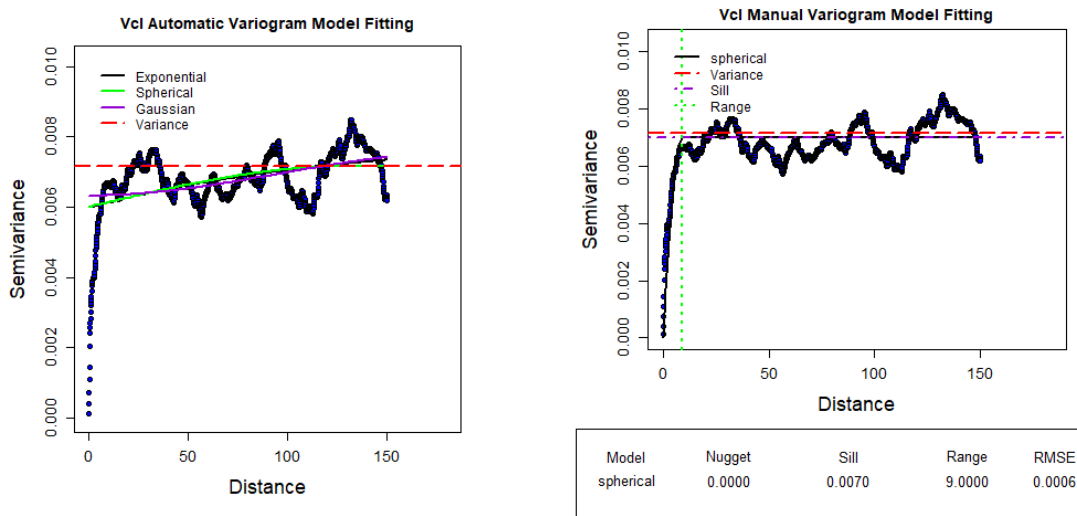


Ilustración 7-36 Mejor ajuste del modelo de variograma para la variable VCL.

Determinado el mejor variograma se realiza la validación cruzada, de la información disponible en la Tabla 7-25, en la cual podemos ver que la media tiene una diferencia de -0.00001 y varianza 0.00025, lo cual desde el punto de vista de los parámetros estadísticos, la variable estimada podría considerarse como bien estimada, los demás parámetros presentan diferencias muy bajas con excepción del coeficiente de simetría y la curtosis, los cuales son elevados.

De la Ilustración 7-37 podemos ver que la distribución espacial de la variable VCL estimada es muy similar a la variable VCL original, a diferencia del análisis estructural de la variable Poisson, la distribución espacial no presenta grandes variaciones.

	<b>Z</b>	<b>Z*</b>	<b>Z-Z*</b>
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696
<b>Mínimo</b>	0	-0.00015	0.00015
<b>1° Cuartil</b>	0.1582	0.15962	-0.00142
<b>Mediana</b>	0.2108	0.21053	0.00027
<b>Media</b>	0.21911	0.21912	-0.00001
<b>3° Cuartil</b>	0.28475	0.28398	0.00077

<b>Máximo</b>	0.4442	0.43793	0.00627
<b>Rango</b>	0.4442	0.43808	0.00612
<b>Rango Intercuantil</b>	0.12655	0.12436	0.00219
<b>Varianza</b>	0.00716	0.00691	0.00025
<b>Desviación Estándar</b>	0.08459	0.08311	0.00148
<b>Simetría</b>	0.01678	0.02459	-0.00781
<b>Curtosis</b>	2.5749	2.54707	0.02783

Tabla 7-25 A la izquierda, valores estadísticos de la variable original (Z), los valores estimados (Z\*) y su diferencia.

De la Ilustración 7-38 podemos ver que el histograma es bueno, la cantidad de outliers que presenta son pocos y están bien distribuidos. Mientras que el Scatterplot muestra una buena correlación entre VCL y VCL\*. Los parámetros para las simulaciones se describen en la Tabla 7-26 .

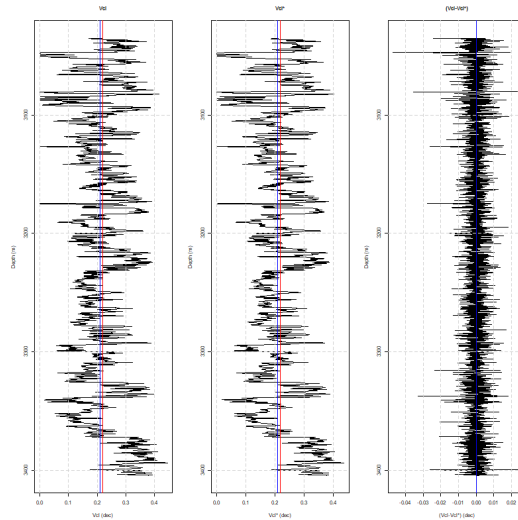


Ilustración 7-37 A la izquierda, registro original de la variable VCL, al centro, registro de la variable VCL estimada por kriging, a la derecha, diferencia entre las variables.

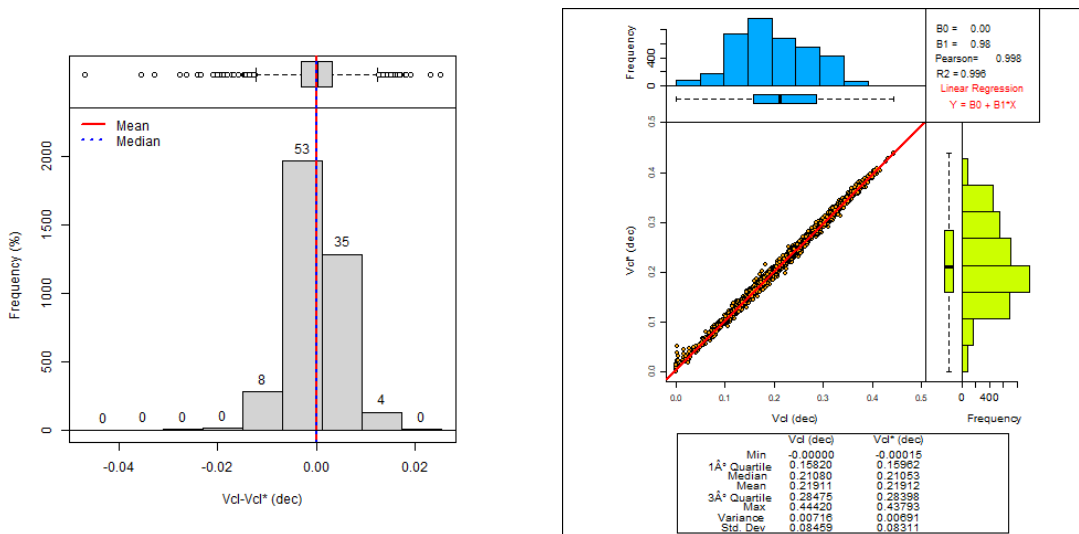


Ilustración 7-38 A la izquierda, histograma de la diferencia entre VCL-VCL\*, a la derecha, Scatterplot entre VCL y VCL\*.

Método.	BcSaSim	SGCoSim
<b>Malla</b>	369.5 metros dividido en intervalos de 0.1 metros	
<b>Parámetros del variograma</b>	Modelo esférico, Nugget 0, meseta 0.007, rango 9.	
<b>Modelo de dependencia</b>	Modelo de cópula de Bernstein	Coefficiente de correlación de 0.5412
<b>Software</b>	BcSaSim (GSLIB)	RGEOSTAD (Díaz-Viera, Martín A, Hernández-Maldonado, Víctor Miguel, 2010)

Tabla 7-26 Parámetros del variograma usados en la co-simulación para a variable VCL.

## 7.6.2 CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA

### 7.6.2.1 modelo de CORREGIONALIZACIÓN lineal.

De la información disponible en la Tabla 7-27 se usó el modelo esférico para realizar la correogionalización, otro dato a destacar es que los rangos se mantuvieron iguales en todos los casos.

Variable	Modelo	Nugget	Meseta	Rango
<b>Poisson</b>	Esférico	0.00002	0.00194	9
<b>Vcl</b>	Esférico	0.0001	0.007	9
<b>Poisson-Vcl</b>	Esférico	0.00001	0.002	9

Tabla 7-27 Valores de los variogramas de la Ilustración 7-39

De la (7-5) y (7-6) podemos comprobar que el modelo de correogionalización lineal es válido.

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 0.00002 & 0.00001 \\ 0.00001 & 0.0001 \end{vmatrix} = 0.000000019 \quad (7-5)$$

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 0.00192 & 0.00199 \\ 0.00199 & 0.0069 \end{vmatrix} = 0.0092879 \quad (7-6)$$

De la Ilustración 7-39 tenemos los 3 variogramas que se necesitan para continuar con el análisis estructural bivariado. Se puede observar que el ajuste fue lo más cercano posible al variograma original, incluso se puede ver la pestaña que se dejó en el análisis estructural univariado de la variable Vcl.

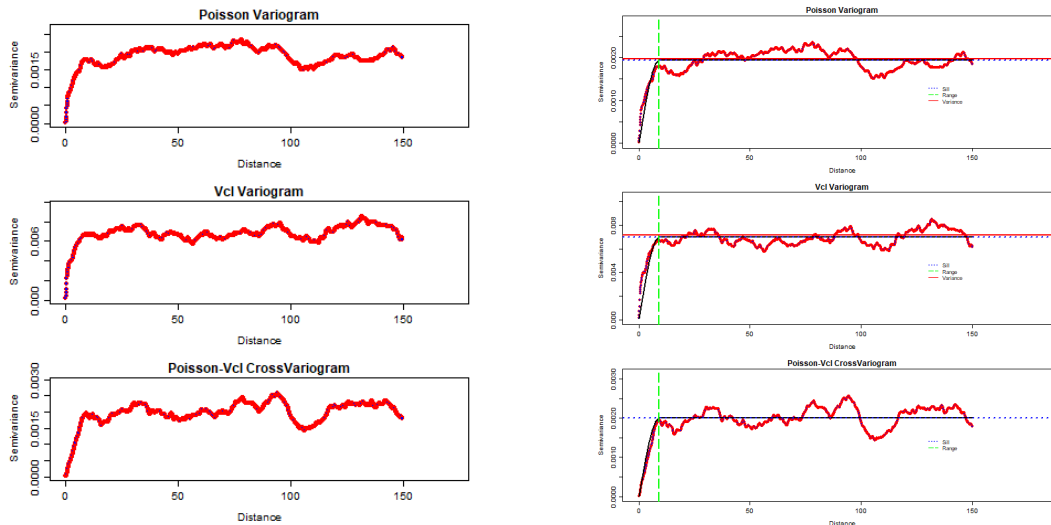


Ilustración 7-39 Superior, variograma de la variable Poisson, centro, variograma de la variable VCL, inferior, variograma cruzado entre Poisson-VCL.

### 7.6.2.2 variable volumen de arcilla (VCL).

Para este caso nos basaremos en la información de la Tabla 7-28, desde este punto de vista podemos ver que la media es igual al original.

	VCL	VCL por SGC	VCL SD	Diferencia VCL
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696	3696
<b>Mínimos</b>	0	0	0.005	0
<b>1° cuantil</b>	0.1582	0.1645	0.005	-0.0063
<b>Mediana</b>	0.2108	0.2116	0.005	-0.0008
<b>Media</b>	0.2191	0.2191	0.005	0
<b>3° cuantil</b>	0.2848	0.2801	0.005	0.0047
<b>Máximo</b>	0.4442	0.4019	0.012	0.0423
<b>Rangos</b>	0.4442	0.4019	0.007	0.0423
<b>Rango intercuantil</b>	0.1266	0.1156	0	0.011
<b>Varianzas</b>	0.0072	0.006	0	0.0012
<b>Desviación estándar</b>	0.0846	0.0773	0.0002	0.0073
<b>Coefficiente de variación</b>	0.386	0.3529	0.0395	0.0331
<b>Simetría</b>	0.0168	0.068	30.2294	-0.0512
<b>Curtosis</b>	2.5749	2.4533	979.3711	0.1216

Tabla 7-28 Valores de los parámetros geoestadísticos calculados para la variable VCL, VCL por simulación secuencial gaussiana (SGC) y la diferencia entre estos.

Sin embargo, de la Ilustración 7-40 podemos ver que la distribución espacial de los datos simulados no es buena. La diferencia entre el registro simulado y el registro original se ve demasiado alterado, resaltando los picos que se perdieron durante la simulación. Incluso cuando se comparan los datos originales y los datos simulados usando un Scatterplot se puede ver que están dispersos.

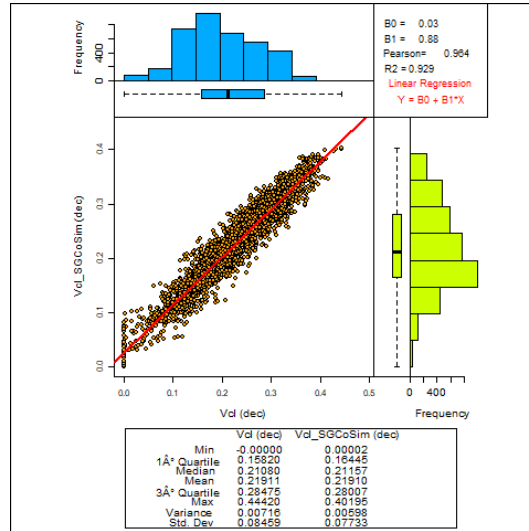
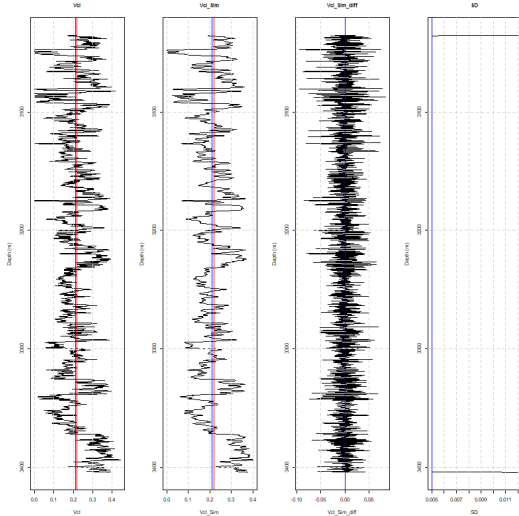
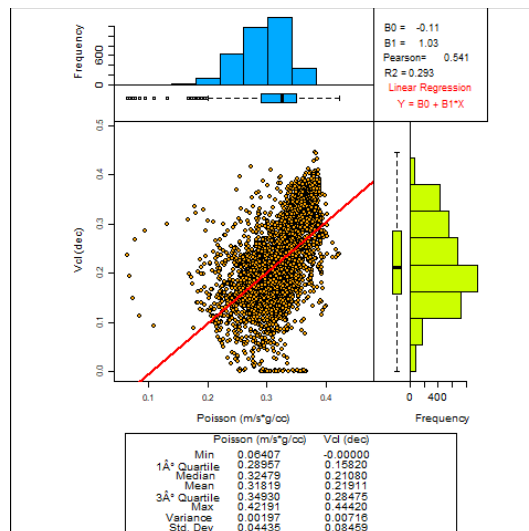
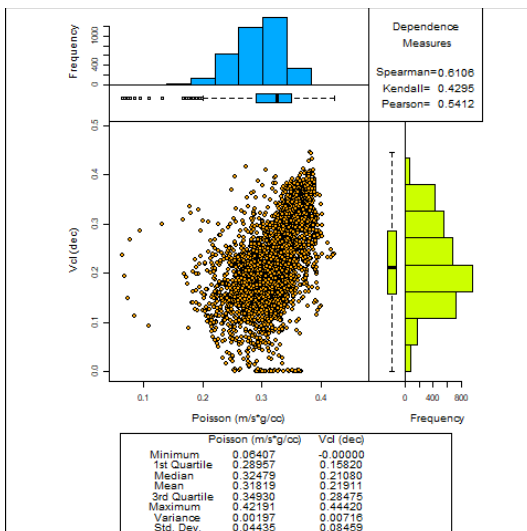


Ilustración 7-40 A la izquierda, registros comparativos entre la variable VCL original, VCL obtenida por co-simulación secuencial gaussiana, la diferencia entre estas y la desviación estándar respectivamente, a la derecha, Scatterplot entre VCL original y VCL obtenido por co-simulación secuencial gaussiano.

Por lo que el método de simulación para esta variable resulto no ser el mejor, la estimación ofrece mejores resultados para describir esta propiedad.

### 7.6.2.3 caso bivariado.

Usando los datos de la Ilustración 7-41 se pueden observar los efectos de la simulación. En comparación del Scatterplot con las variables originales, las variables simuladas no describen adecuadamente el fenómeno, de hecho, se considera que la simulación está muy estilizada. Incluso se puede notar que algunas sucesiones de puntos tienen trayectoria y el grupo de valores localizados en la parte más baja del grafico no fueron considerados durante la simulación. En lugar de eso parece tener un aparente salto, esto puede deberse a los problemas vistos durante los puntos anteriores. También se puede notar que la medida de correlación de Pearson paso de 0.5412 a 0.6016, lo cual indica sobre-dependencia.





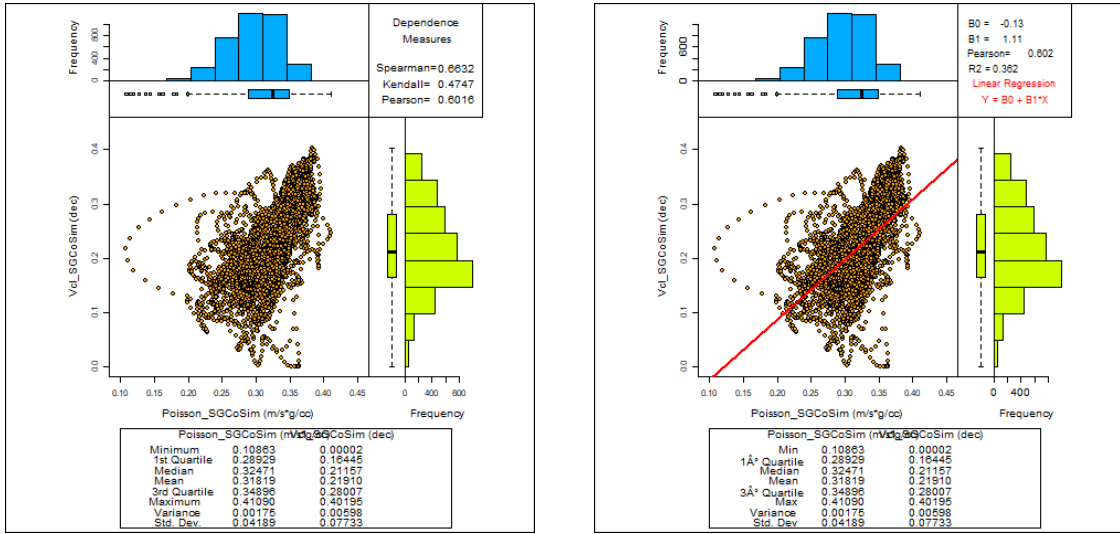


Ilustración 7-41 Superior izquierdo, Scatterplot de la variable VCL-Poisson, superior derecha, Scatterplot con regresión lineal de la variable VCL-Poisson, inferior izquierda, Scatterplot obtenido de la co-simulación secuencial gaussiana entre VCL-Poisson, inferior derecha, Scatterplot entre VCL-Poisson obtenidas por el método de co-simulación secuencial gaussiano.

### 7.6.3 CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BCSASIM USANDO CÓPULA CONDICIONAL Y NO CONDICIONADA

#### 7.6.3.1 Simulación usando cópula de Bernstein no condicional

Para esta parte las muestras fueron filtradas para retirar los valores repetidos, en este caso las variables se redujeron a 2171 muestras. De la Ilustración 7-42 podemos ver que ambos histogramas son ligeramente asimétricos.

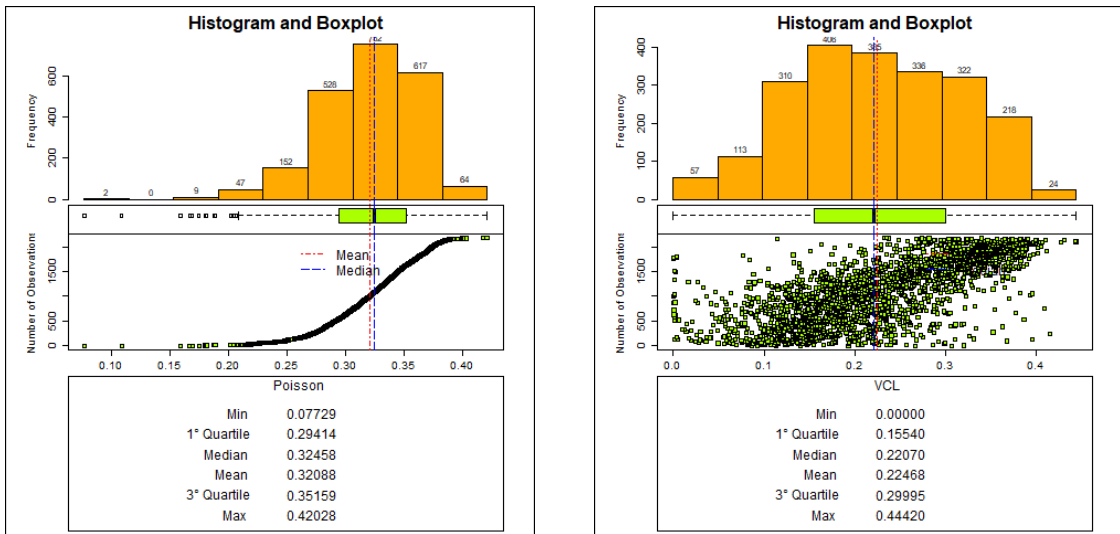


Ilustración 7-42 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Poisson, a la derecha, histograma y FDA de la variable Vcl.

	Poisson	Poisson simulado	Poisson simulado	VCL	VCL simulado	VCL simulado
Muestras	2171	2171	9950	2171	2171	9950
Mínimo	0.0773	0.0667	0.0647	0	0	0.0647

1° cuartil	0.2941	0.2923	0.2892	0.1554	0.1591	0.2892
Mediana	0.3246	0.3246	0.3248	0.2207	0.2146	0.3248
Media	0.3209	0.3194	0.318	0.2247	0.2194	0.318
3° cuartil	0.3516	0.3496	0.3484	0.3	0.2861	0.3484
Máximo	0.4203	0.421	0.4215	0.4442	0.443	0.4215
Rango	0.343	0.3543	0.3567	0.4442	0.443	0.3567
Rango Intercuartil	0.0574	0.0572	0.0592	0.1446	0.127	0.0592
Varianza	0.0017	0.0019	0.0019	0.0085	0.0073	0.0019
Desviación estándar	0.0409	0.0434	0.0441	0.0919	0.0856	0.0441
Coefficiente de variación	0.1274	0.136	0.1388	0.4092	0.3901	0.1388
Simetría	-0.6686	-0.7811	-0.787	-0.083	-0.0402	-0.787
Curtosis	3.8566	4.6509	4.3203	2.2916	2.5769	4.3203

Tabla 7-29 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 2171 y 9950 muestras para las variables Poisson y Vcl, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Realizando la simulación por cópula de Bernstein no condicional a 2171 y 9950 muestras. La Tabla 7-29 muestra que los resultados con la menor diferencia respecto a la original están en la simulación de 2171 muestras en ambas variables, incluso el parámetro “mínimo” fue logrado en ambas simulaciones.

Comparando los scatterplots de la Ilustración 7-43 se puede notar que los scatterplots de los valores simulados son muy parecidos al original; salvo por un grupo de puntos localizados en el cuadrante superior derecho. El coeficiente de correlación paso de 0.642 a 0.536 en el caso de 2171 y de 0.556 en el caso de 9950 muestras, lo cual indica sub-dependencia.

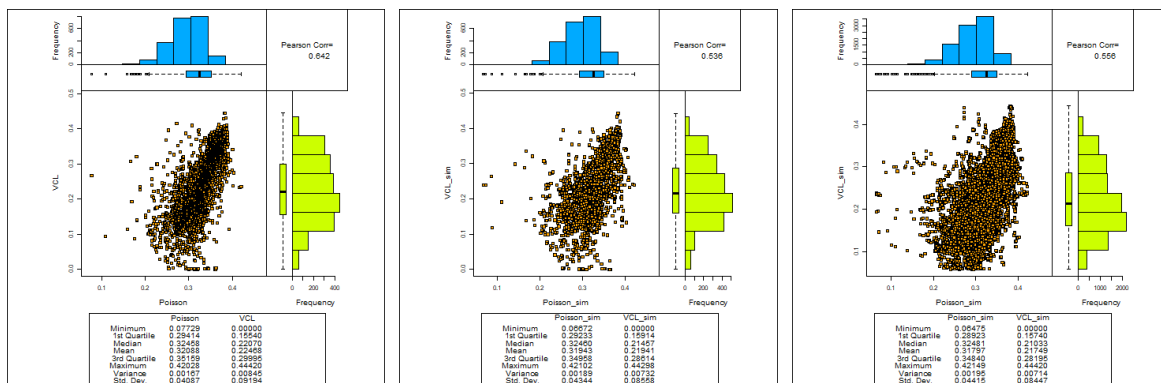


Ilustración 7-43 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 2171 valores simulados, a la izquierda, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.

### 7.6.3.2 Simulación usando cópula de Bernstein condicional.

Como podemos ver en la Ilustración 7-44, ambos histogramas son ligeramente asimétricos, el histograma de la variable Vcl tiene una fuerte influencia de los valores atípicos localizados en la parte izquierda de gráfico, mientras que la variable Poisson es asimétrica, sin llegar a ser grave.

De la Tabla 7-30 se puede destacar que la simulación de 11088 valores tiene los más cercanos respecto a los originales, y en muchos casos el valor es

exacto al original. Esto es un buen indicador, ya que se pudo reproducir gran parte de los parámetros, especialmente en la variable Poisson, la cual solo presenta diferencias en la desviación estándar. Para el caso de la variable Vcl solo se tienen valores iguales a los originales en 5 parámetros, en los demás las diferencias son muy bajas.

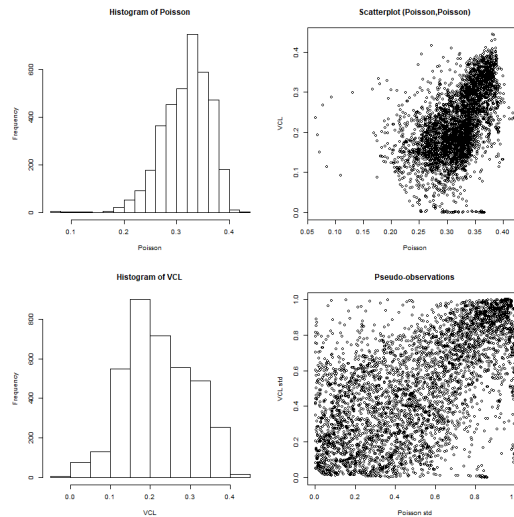


Ilustración 7-44 A la izquierda histogramas de las variables Poisson y Vcl, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

	Poisson	POISSON simulado	Poisson simulado	VCL	VCL simulado	VCL simulado
<b>Muestras</b>	3696	3696	11088	3696	3696	11088
<b>Mínimo</b>	0.0641	0.0656	0.0641	0	0	0
<b>1° cuartil</b>	0.2896	0.2882	0.2896	0.1582	0.1569	0.1588
<b>Mediana</b>	0.3248	0.3234	0.3248	0.2108	0.2089	0.2101
<b>Media</b>	0.3182	0.317	0.3182	0.2191	0.2174	0.2191
<b>3° cuartil</b>	0.3493	0.3476	0.3493	0.2848	0.2832	0.2858
<b>Máximo</b>	0.4219	0.4211	0.4219	0.4442	0.4439	0.4442
<b>Rango</b>	0.3578	0.3555	0.3578	0.4442	0.444	0.4442
<b>Rango Intercuartil</b>	0.0597	0.0594	0.0597	0.1266	0.1263	0.1271
<b>Varianza</b>	0.002	0.002	0.002	0.0072	0.0072	0.0072
<b>Desviación estándar</b>	0.0444	0.0443	0.0443	0.0846	0.0848	0.085
<b>Coefficiente de variación</b>	0.1394	0.1396	0.1394	0.386	0.3899	0.3882
<b>Simetría</b>	-0.7635	-0.8391	-0.7635	0.0168	0.0392	0.0114
<b>Curtosis</b>	4.2536	4.6106	4.2536	2.574	2.5846	2.5774

Tabla 7-30 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Poisson y Vcl, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

En la Ilustración 7-45 podemos ver que la simulación de datos usando cópula de Bernstein presenta pocas diferencias al original, por lo tanto, se puede sugerir la simulación de 9207 observaciones para un mejor muestreo del evento.

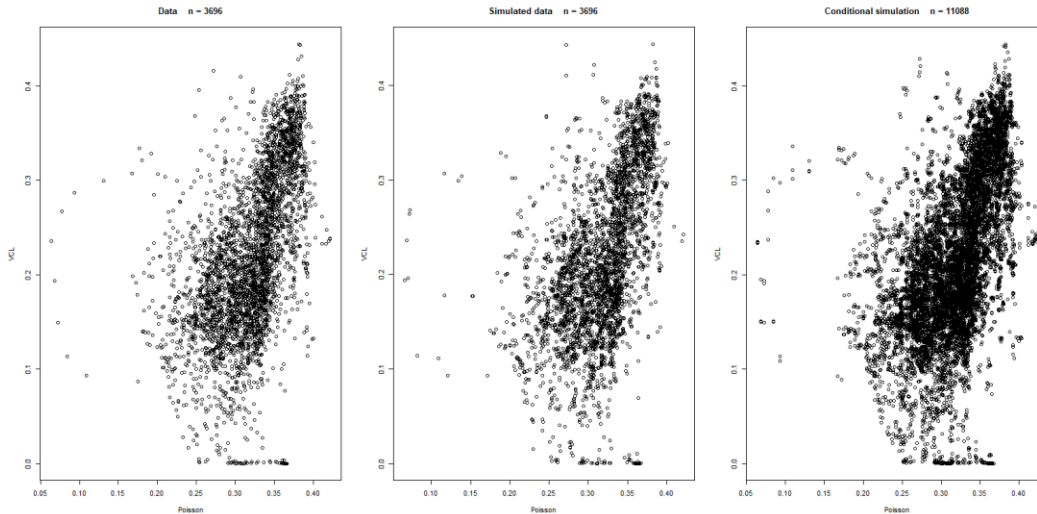


Ilustración 7-45 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 11088 muestras.

#### 7.6.4 COMPARACIÓN CON EL MÉTODO SGCOSIM.

Como podemos ver en la

	VCL	VCL SGCosim	VCL BcSaSim condicionado	VCL BcSaSim sin condicionado
Muestras	3696	3696	3696	3696
Mínimos	0	0	0	0
1° cuartil	0.1582	0.1645	0.158	0.1578
Mediana	0.2108	0.2116	0.2116	0.2086
Media	0.2191	0.2191	0.2199	0.2188
3° cuartil	0.2848	0.2801	0.2852	0.2791
Máximo	0.4442	0.4019	0.4442	0.4442
Rangos	0.4442	0.4019	0.4442	0.4442
Rango intercuartil	0.1266	0.1156	0.1272	0.1213
Varianzas	0.0072	0.006	0.0068	0.0063
Desviación estándar	0.0846	0.0773	0.0827	0.0795
Coefficiente de variación	0.386	0.3529	0.376	0.3634
Simetría	0.0168	0.068	0.1268	0.167
Curtosis	2.5749	2.4533	2.2687	2.2939

Tabla 7-31, la simulación usando SGCosim tiene valores iguales en la media y mínimo. Sin embargo, el caso de la simulación BcSaSim con condicionamiento

tiene 11 parámetros con las menores diferencias respecto al original, incluso el parámetro mínimo, máximo y rango es igual al original.

	VCL	VCL SGCosim	VCL BcSaSim condicionado	VCL BcSaSim sin condicionado
Muestras	3696	3696	3696	3696
Mínimos	0	0	0	0
1° cuartil	0.1582	0.1645	0.158	0.1578
Mediana	0.2108	0.2116	0.2116	0.2086
Media	0.2191	0.2191	0.2199	0.2188
3° cuartil	0.2848	0.2801	0.2852	0.2791
Máximo	0.4442	0.4019	0.4442	0.4442
Rangos	0.4442	0.4019	0.4442	0.4442
Rango intercuartil	0.1266	0.1156	0.1272	0.1213
Varianzas	0.0072	0.006	0.0068	0.0063
Desviación estándar	0.0846	0.0773	0.0827	0.0795
Coefficiente de variación	0.386	0.3529	0.376	0.3634
Simetría	0.0168	0.068	0.1268	0.167
Curtosis	2.5749	2.4533	2.2687	2.2939

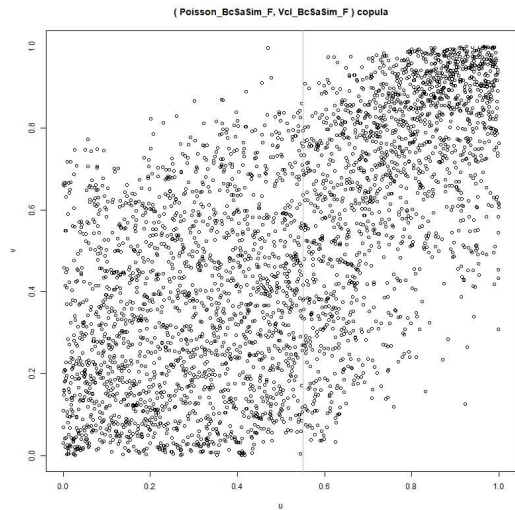
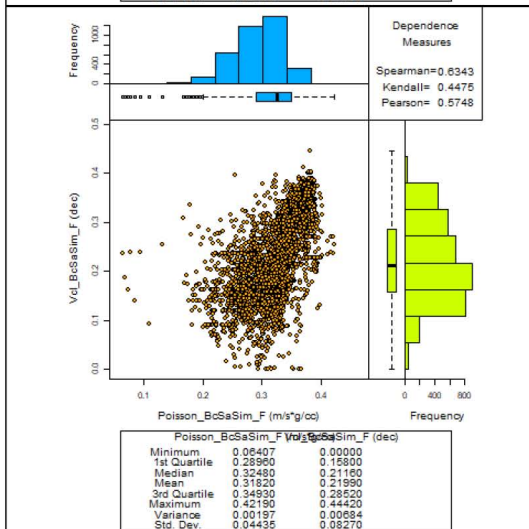
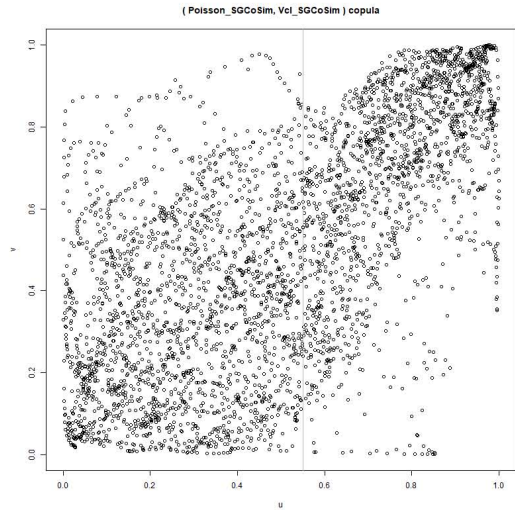
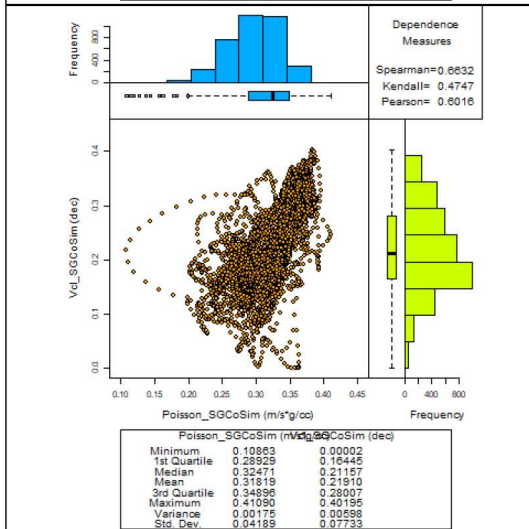
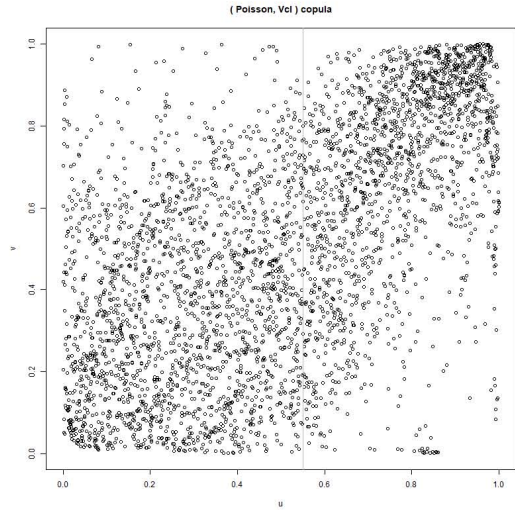
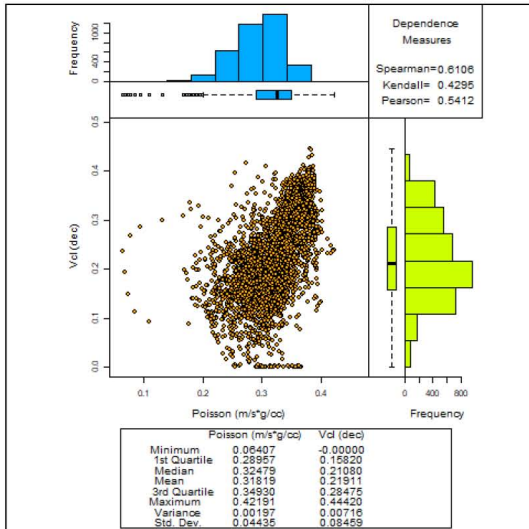
Tabla 7-31 Tabla comparativa entre el método SGCosim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en verde indican que el valor es igual al original, los números en rojo indican que es el valor con la menor diferencia respecto al original.

En el aspecto de la relación de dependencia podemos ver en la Tabla 7-32 que los valores simulados por SGCosim muestran sobre-dependencia. En el caso de los valores simulados por BcSaSim condicional y no condicional, los valores muestran una ligera sobre-dependencia. El caso BcSaSim condicional tiene los valores más cercanos al original en todas las medidas de dependencia.

Medida de dependencia	Original	SGCosim	BcSaSim condicional	BcSaSim no condicional
<b>Spearman</b>	0.6106	0.6632	0.6343	0.6628
<b>Kendall</b>	0.4295	0.4747	0.4475	0.467
<b>Pearson</b>	0.5412	0.6016	0.5748	0.6093

Tabla 7-32 Valores de las medidas de dependencias original y simulados del par (VCL, Poisson), los números en rojo indican que el valor es el más cercano al original.

Viendo los Scatterplots y los gráficos de cópulas de la Ilustración 7-46 podemos ver que los gráficos obtenidos por BcSaSim son muy similares al original, salvo por unas muestras localizadas en el cuadrante izquierdo en los Scatterplots. En el caso del gráfico de cópula se puede notar que en todos los casos simulados no se logró reproducir los valores localizados cerca de la esquina superior izquierda e inferior derecha que aparecen en el original.



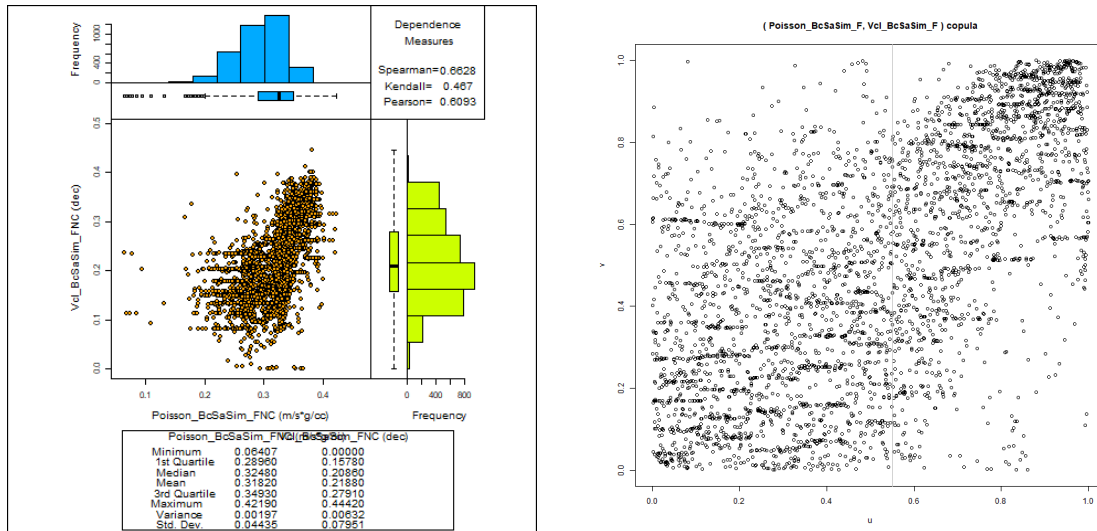


Ilustración 7-46 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCoSim, y BcSaSim con y sin condicionamiento para la variable VCL.

Al analizar la Ilustración 7-47, se observan los mismos efectos de suavizado en la simulación por SGCoSim. Mientras que las simulaciones por BcSaSim se presentan con una buena similitud al original. Incluso el rango de diferencia entre la distribución espacial original y la obtenida por BcSaSim condicional es de  $\pm 0.01$ , la cual es la más baja entre las distribuciones espaciales mostradas. Aunque también se debe destacar el rango de diferencias con la simulación por BcSaSim no condicional, la cual es de  $\pm 0.02$ , lo cual demuestra la efectividad del método.

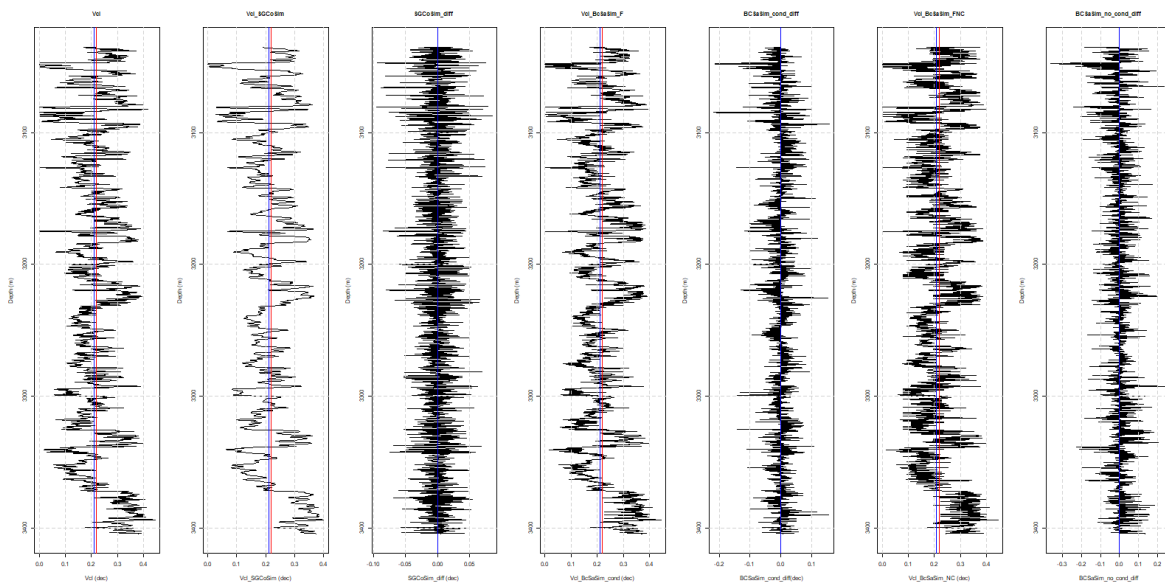


Ilustración 7-47 Distribución espacial de la variable VCL, de izquierda a derecha, VCL original, VCL por SGCoSim, diferencia VCL-VCL\_SGCoSim, VCL por BcSaSim condicional, diferencia VCL-VCL\_BcSaSim\_cond, VCL por BcSaSim no condicional y la diferencia VCL-VCL\_BcSaSim\_no\_cond

## 7.7 CASO SATURACIÓN DE AGUA (SW) – COEFICIENTE $\lambda$ (LAMBDA).

Analizando la Ilustración 7-48, podemos ver el Scatterplot de las variables a analizar. En este observamos que el coeficiente de Spearman es de 0.3198, como se puede ver la mayoría de los outliers se encuentran en la parte derecha de cada histograma.

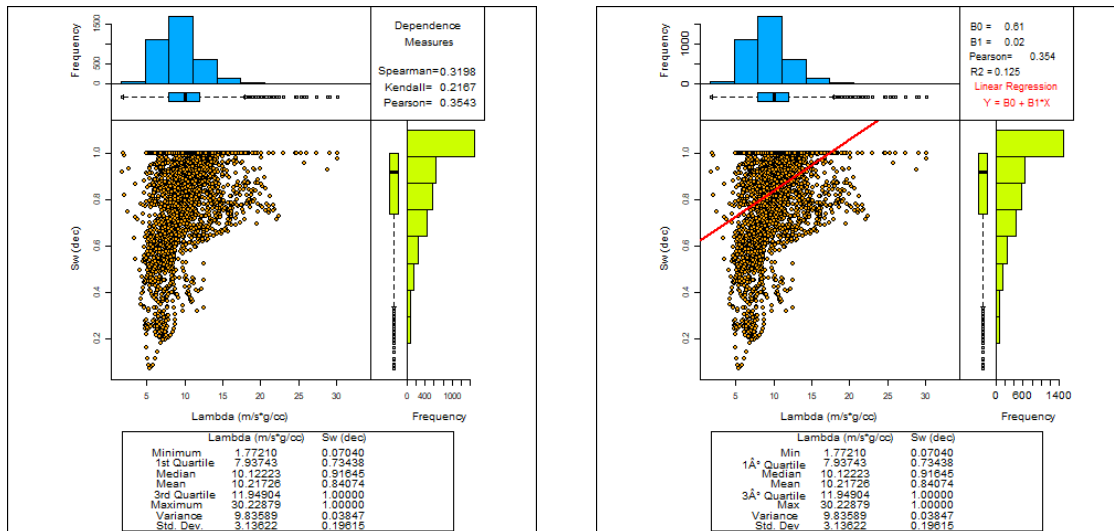


Ilustración 7-48 Scatterplots del par (Lambda, SW), a la izquierda Scatterplot simple con las medidas de dependencia, a la derecha Scatterplot con línea de regresión.

### 7.7.1 VARIABLE SATURACIÓN DE AGUA (SW)

#### 7.7.1.1 Análisis estructural

Para verificar si esta variable tiene alguna evidencia de tendencia, se usó la Ilustración 7-49. Podemos ver que el variograma no muestra evidencias de tendencia por la forma del semivariograma, por lo tanto, no será necesario usar algún de polinomio de tendencia ya que se puede calcular el modelo de variograma sin dificultades.

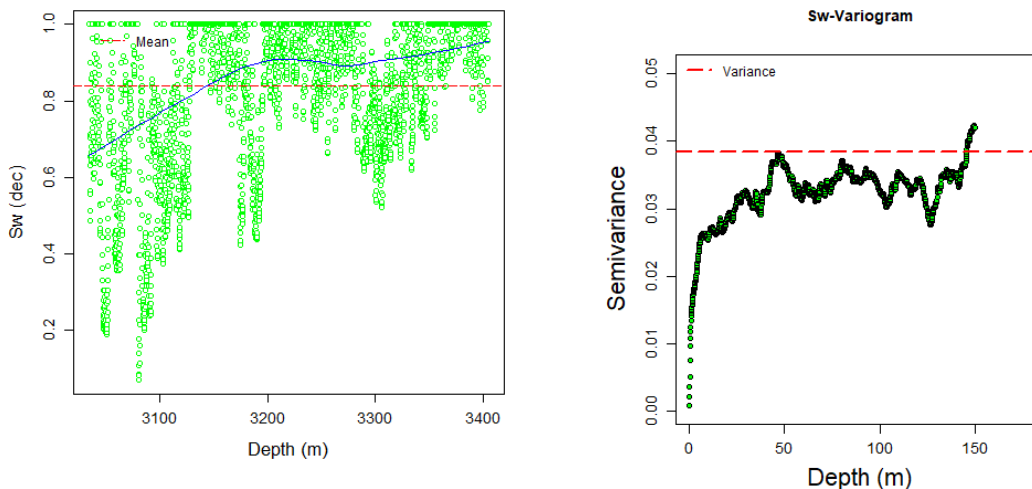


Ilustración 7-49 A la izquierda, curva de regresión de la mediana, a la derecha, histograma de la variable SW.



### 7.7.1.1.1 CALCULO DEL VARIOGRAMA.

Al no encontrar tendencia en el variograma podemos realizar el cálculo de los modelos de variograma automáticamente. De la Tabla 7-33, el modelo esférico ofrece el menor error, aunque el modelo exponencial es muy cercano al modelo esférico, por lo tanto, se harán ajustes con ambos modelos.

	<b>Nugget</b>	<b>Meseta</b>	<b>Rango</b>	<b>RMSE</b>
<b>Exponencial</b>	0.02620407	0.01682091	149	0.02635457
<b>Esférico</b>	0.02627978	0.00977273	149	0.0262419
<b>Gaussiano</b>	0.02925352	0.01204143	149	0.03177355

Tabla 7-33 Valores calculados de los modelos de variograma calculados automáticamente.

Como se puede ver en la Ilustración 7-50 el ajuste manual pudo mejorar el error de 0.0262419 a 0.0032, se cambió el rango a 8.5, meseta a 0.0325 y Nugget a 0.00001. Estos valores contrastan con los valores obtenidos automáticamente, los cuales no ajustan al semivariograma original.

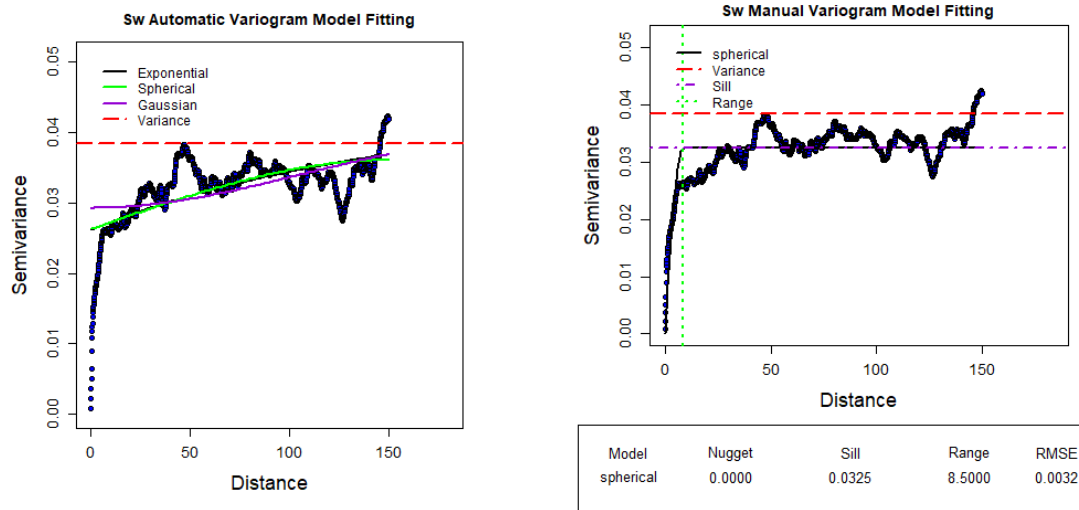


Ilustración 7-50 Mejor ajuste del modelo de variograma para la variable SW.

Determinado el mejor variograma se realiza la validación cruzada, de la información disponible en la Tabla 7-34. El momento de 1° orden es igual al original, la mediana y la varianza tienen una diferencia muy baja; lo cual desde el punto de vista de los parámetros estadísticos la variable estimada podría considerarse como bien estimada. Los demás parámetros presentan diferencias muy bajas con excepción del coeficiente de simetría y la curtosis, los cuales son elevados.

	<b>Z</b>	<b>Z*</b>	<b>Z-Z*</b>
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696
<b>Mínimo</b>	0.0704	0.07721	-0.00681
<b>1° Cuartil</b>	0.73438	0.73921	-0.00483
<b>Mediana</b>	0.91645	0.91926	-0.00281
<b>Media</b>	0.84074	0.84074	0
<b>3° Cuartil</b>	1	0.99992	0.00008
<b>Máximo</b>	1	1.00074	-0.00074
<b>Rango</b>	0.9296	0.92352	0.00608
<b>Rango Intercuantil</b>	0.26562	0.26071	0.00491
<b>Varianza</b>	0.03847	0.0372	0.001270
<b>Desviación Estándar</b>	0.19615	0.19288	0.00327
<b>Simetría</b>	-1.31305	-1.35421	0.04116
<b>Curtosis</b>	4.12082	4.27451	-0.15369

Tabla 7-34 A la izquierda, valores estadísticos de la variable original (Z), los valores estimados por kriging (Z\*) y su diferencia.

De la Ilustración 7-51 podemos ver que la distribución espacial de la variable Sw estimada es muy similar a la variable Sw original. A diferencia del análisis estructural de la variable Lambda, la distribución espacial no presenta grandes variaciones.

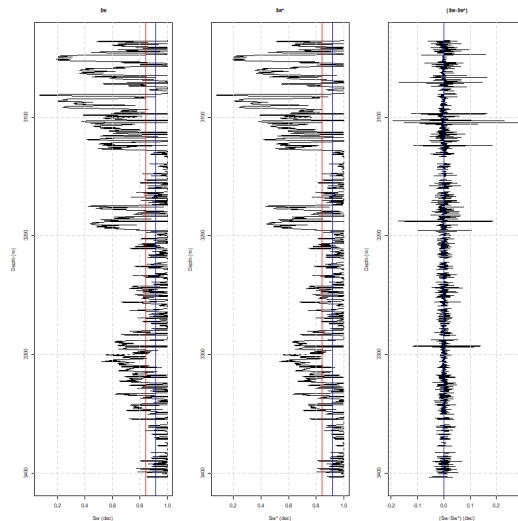


Ilustración 7-51 A la izquierda, registro original de la variable SW, al centro, registro de la variable SW estimada por kriging, a la derecha, diferencia entre las variables.

Analizando la Ilustración 7-52 podemos ver que el histograma es bueno. La cantidad de outliers que presenta son pocos y están bien distribuidos, mientras que el Scatterplot muestra una buena correlación entre SW y SW\*.

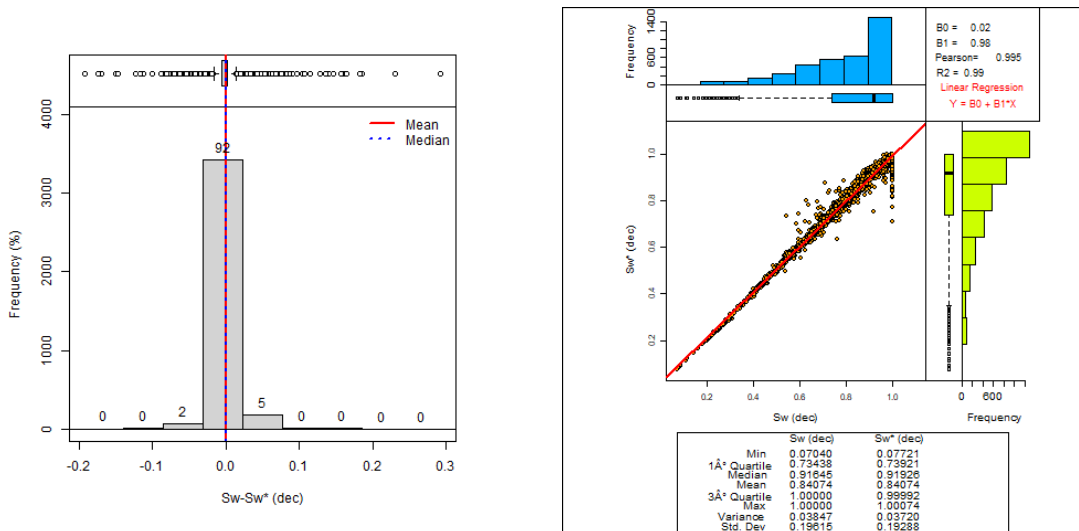


Ilustración 7-52 A la izquierda, histograma de la diferencia entre SW-SW\*, a la derecha, Scatterplot entre SW y SW\*.

Por lo tanto, en la Tabla 7-35 tenemos los parámetros que se usaran durante las co-simulaciones.

Método.	BcSaSim	SGCoSim
<b>Malla</b>	369.5 metros dividido en intervalos de 0.1 metros	
<b>Parámetros del variograma</b>	Modelo esférico, Nugget 0.0001, meseta 0.0325, rango 8.5.	
<b>Modelo de dependencia</b>	Modelo de cópula de Bernstein	Coefficiente de correlación de 0.3198
<b>Software</b>	BcSaSim (GSLIB)	RGEOSTAD (Díaz-Viera, Martín A, Hernández-Maldonado, Víctor Miguel, 2010)

Tabla 7-35 Parámetros usados en la co-simulación para el par (Sw, Lambda).

## 7.7.2 CO-SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA

### 7.7.2.1 modelo de CORREGIONALIZACIÓN lineal.

De la información disponible en la Tabla 7-36 vemos que el modelo a usar es esférico, otro dato a destacar es que los rangos se mantuvieron iguales en todos los casos excepto con el valor del alcance, el cual se modificó a 5.

Variable	Modelo	Nugget	Meseta	Rango
<b>Lambda</b>	Esférico	0.063824	6.06328	5
<b>Sw</b>	Esférico	0.0001	0.0325	5
<b>Lambda-Sw</b>	Esférico	0	0.1	5

Tabla 7-36 Valores de los variogramas de la Ilustración 7-53

Con los valores obtenidos en (7-7) y (7-8) podemos comprobar que el modelo de correogionalización es válido.

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 0.063824 & 0 \\ 0 & 0.0001 \end{vmatrix} = 0.000063824 \quad (7-7)$$

$$\gamma_0(\underline{h}) = \det \begin{vmatrix} 5.99456 & 0.1 \\ 0.1 & 0.0324 \end{vmatrix} = 0.184382 \quad (7-8)$$

De la Ilustración 7-53 tenemos los 3 variogramas que se necesitan para continuar con el análisis estructural bivariado. Se puede observar que el ajuste fue lo más cercano posible al variograma original, incluso se puede ver la pestaña que se dejó en el análisis estructural univariado de la variable Sw.

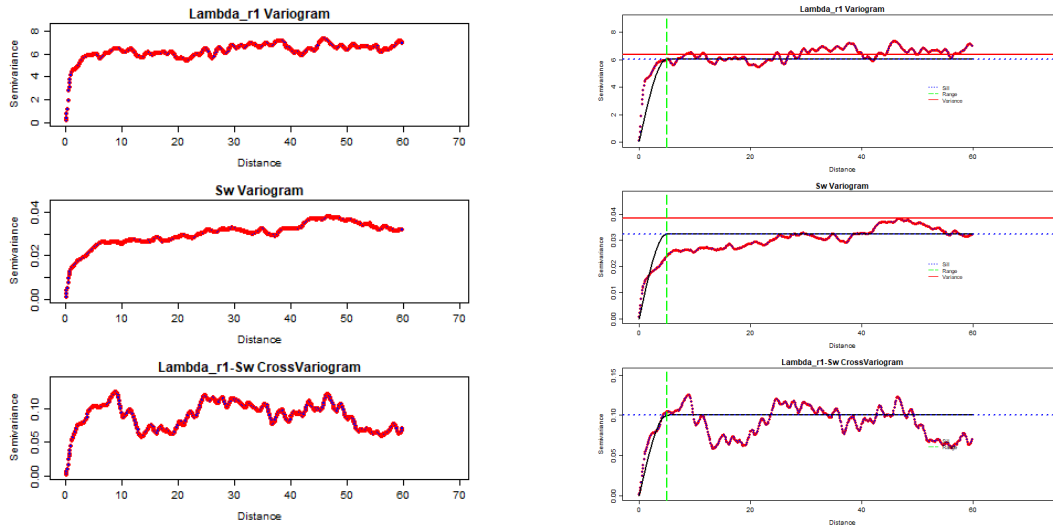


Ilustración 7-53 Superior, variograma de la variable Lambda, centro, variograma de la variable SW, inferior, variograma cruzado entre Sw y Lambda.

Para probar que los análisis estructurales previamente hechos ofrecen buenos resultados, se puede usar los datos obtenidos de los variogramas para realizar simulaciones. En este caso se usó el método de co-simulación secuencial gaussiano.

#### 7.7.2.2 variable SATURACIÓN de agua (SW).

Para este caso nos basaremos en la información de la Tabla 7-37, la media es igual al original, los demás parámetros tienen diferencias fuertes. Sin embargo, de la Ilustración 7-54 podemos ver que la distribución espacial de los datos simulados no es buena. Incluso la curva se nota muy suavizada y algunos picos de interés se vieron omitidos. La diferencia entre el registro simulado y el registro original se ve demasiado alterado, resaltando los picos que se perdieron durante la simulación. Al comparar los datos originales y los datos simulados usando un Scatterplot se puede ver que está disperso, lo cual resulta extraño si tomamos en cuenta que los registros obtenidos durante el análisis estructural univariado y bivariado; el registro Sw resultaba muy bueno, casi igual al registro original. Por lo que el método de simulación para esta variable resultó no ser el mejor, la estimación ofrece mejores resultados para describir esta propiedad.

	SW	SW por SGC	SW SD	Diferencia SW
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696	3696
<b>Mínimos</b>	0.0704	0.1242	0.0113	-0.0538
<b>1° cuantil</b>	0.7344	0.7442	0.0113	-0.0098
<b>Mediana</b>	0.9164	0.914	0.0113	0.0024
<b>Media</b>	0.8407	0.8407	0.0113	0
<b>3° cuantil</b>	1	0.9825	0.0113	0.0175
<b>Máximo</b>	1	1.0002	0.0316	-0.0002
<b>Rangos</b>	0.9296	0.876	0.0204	0.0536
<b>Rango intercuantil</b>	0.2656	0.2383	0	0.0273
<b>Varianzas</b>	0.0385	0.0333	0	0.0052
<b>Desviación estándar</b>	0.1961	0.1826	0.0006	0.0135
<b>Coefficiente de variación</b>	0.2333	0.2172	0.0503	0.0161
<b>Simetría</b>	-1.313	-1.4197	30.9128	0.1067
<b>Curtosis</b>	4.1208	4.5645	1022.419	-0.4437

Tabla 7-37 Valores de los parámetros geoestadísticos calculados para la variable SW, SW por simulación secuencial gaussiana (SGCoSim) y la diferencia entre estos.

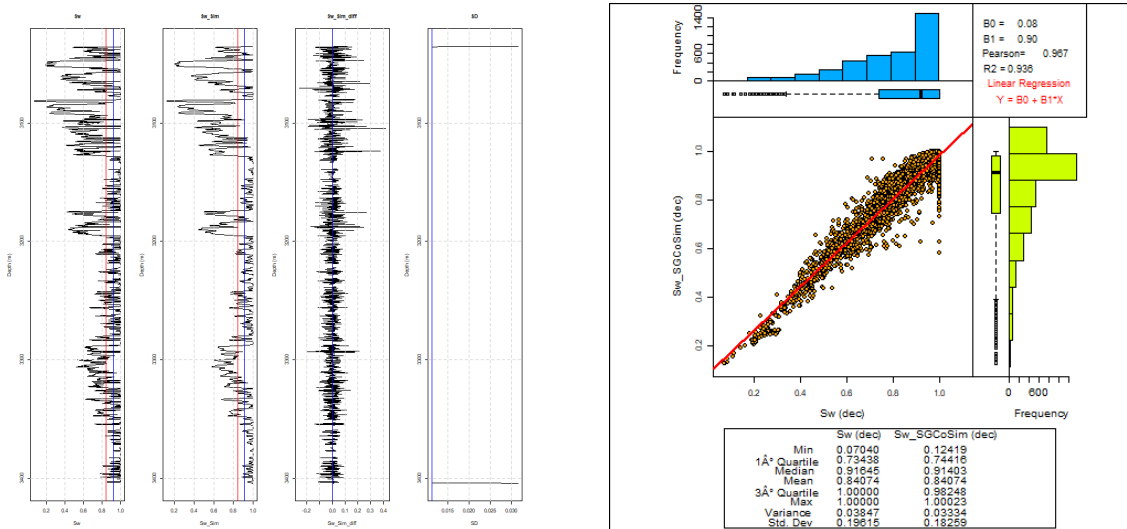


Ilustración 7-54 A la izquierda, registros comparativos- entre la variable SW original, SW obtenida por co-simulación secuencial gaussiana, la diferencia entre estas y la desviación estándar respectivamente, a la derecha, Scatterplot entre SW original y SW obtenido por co-simulación secuencial gaussiano.

### 7.7.2.3 caso bivariado.

Usando los datos de la Ilustración 7-55 se pueden observar los efectos de la simulación. En comparación del Scatterplot con las variables originales, las variables simuladas no describen adecuadamente el fenómeno. De hecho, se considera que la simulación está muy estilizada y no considero los valores que se ubicaban en la parte superior derecha; aparentemente el grafico de la variable simulada por SGCoSim parece estar más disperso, aunque esto aparentemente mejoro la correlación línea, paso de 0.354 a 0.386.

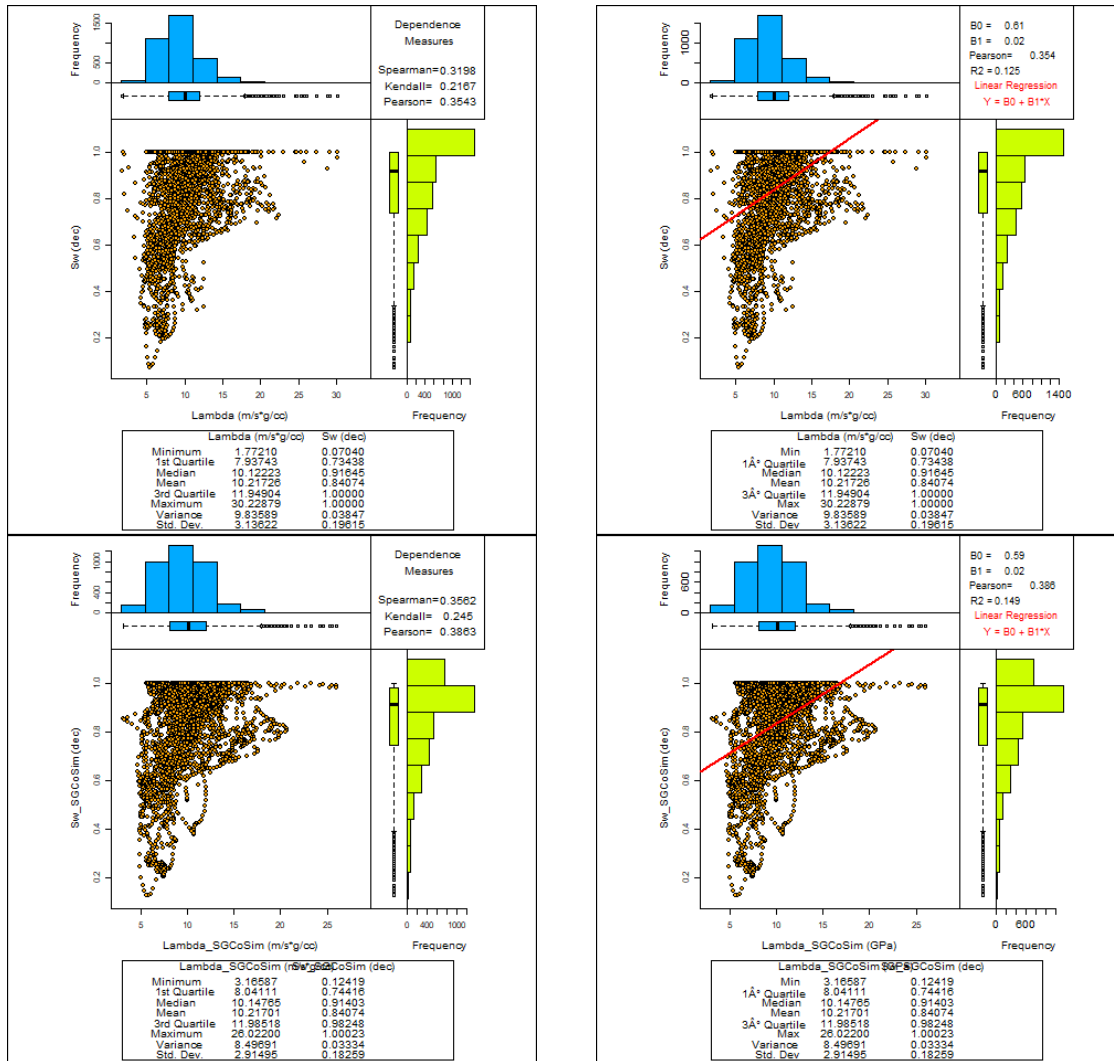


Ilustración 7-55 Superior izquierdo, Scatterplot de la variable SW-Lambda, superior derecha, Scatterplot con regresión lineal de la variable SW-Lambda, inferior izquierda, Scatterplot obtenido de la co-simulación secuencial gaussiana entre SW-Lambda, inferior derecha, Scatterplot entre SW-Lambda obtenidas por el método de co-simulación secuencial gaussiano.

### 7.7.3 CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BCSASIM USANDO CÓPULA CONDICIONADA Y NO CONDICIONADA

#### 7.7.3.1 Simulación usando cópula de Bernstein no condicional

Para esta parte las muestras fueron filtradas para retirar los valores repetidos, en este caso las variables se redujeron a 1899 muestras. De la Ilustración 7-56 podemos ver que ambos histogramas no son simétricos. Las diferencias entre la media y la mediana de la variable Sw es de 0.04. Mientras que la variable Lambda es de 0.2, en este último caso se puede deber al efecto que causan los valores atípicos localizados a la derecha del histograma.

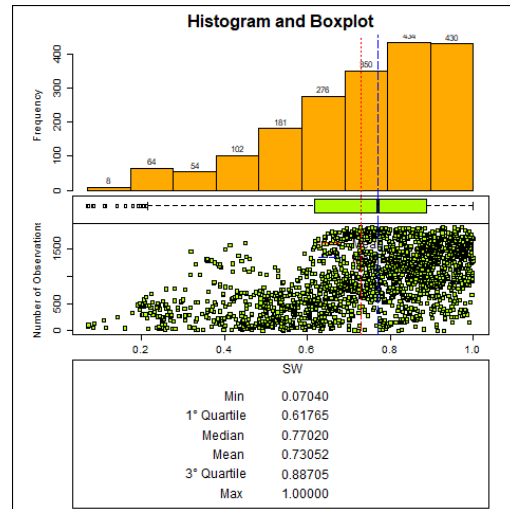
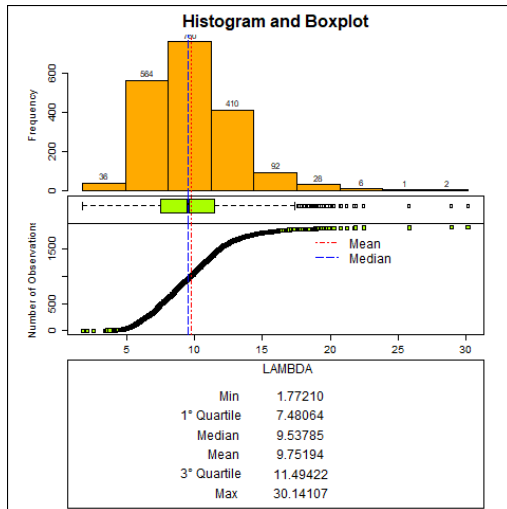


Ilustración 7-56 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Lambda, a la derecha, histograma y FDA de la variable Sw.

Realizando la simulación por cópula de Bernstein no condicional a 1899 y 9950 muestras. La Tabla 7-38 muestra que los resultados con la menor diferencia respecto a la original están en la simulación de 9950 muestras en ambas variables. Incluso se pudo lograr que el parámetro “máximo” sea igual al original. solo la variable lambda tiene diferencias menores en el máximo, rango, rango intercuartil y varianza en el caso de 1899 valores simulados.

	Lambda	Lambda simulada	Lambda simulada	Sw	Sw simulado	Sw simulado
Muestras	1899	1899	9950	1899	1899	9950
Mínimo	1.7721	1.8159	1.8014	0.0704	0.1096	0.0706
1° cuartil	7.4806	7.9932	7.9294	0.6176	0.7441	0.7275
Mediana	9.5379	10.1794	10.1689	0.7702	0.9229	0.9137
Media	9.7519	10.2805	10.2049	0.7305	0.8437	0.836
3° cuartil	11.4942	12.0207	11.9187	0.887	0.9967	0.9964
Máximo	30.1411	28.3733	29.7287	1	1	1
Rango	28.369	26.5574	27.9273	0.9296	0.8904	0.9294
Rango Intercuartil	4.0136	4.0275	3.9893	0.2694	0.2526	0.2688
Varianza	9.4394	9.9576	9.6599	0.0387	0.0382	0.0391
Desviación estándar	3.0724	3.1556	3.108	0.1968	0.1954	0.1977
Coefficiente de variación	0.3151	0.3069	0.3046	0.2694	0.2316	0.2364
Simetría	0.9977	0.9043	0.9726	-0.852	-1.3528	-1.2998
Curtosis	5.6531	5.3998	5.7371	3.1565	4.0911	4.0659

Tabla 7-38 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 674 y 9950 muestras para las variables Lambda y Sw, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original.

Comparando los scatterplots de la Ilustración 7-57 se puede notar que los scatterplots de los valores simulados son muy parecidos al original. Se puede destacar que el coeficiente de correlación de Pearson cambio de 0.464 a 0.365, por lo que se considera que hubo sub-dependencia.

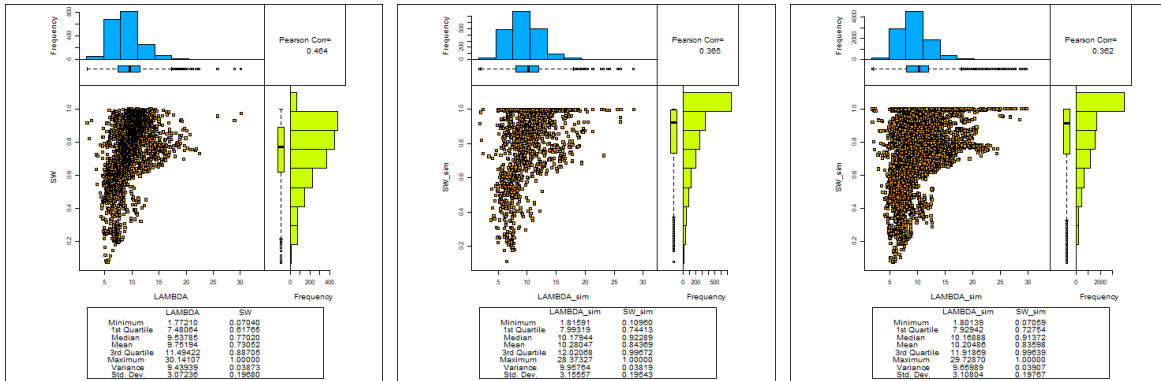


Ilustración 7-57 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 1899 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.

### 7.7.3.2 Simulación usando cópula de Bernstein condicional.

Como podemos ver en la Ilustración 7-58, ambos histogramas son totalmente asimétricos como lo indica la Tabla 7-39. Incluso en el histograma de la variable Sw se podría considerar el uso de la transformada lognormal para normalizar la variable. En el caso del grafico de pseudo-observaciones podemos notar una mayor carga de valores hacia la esquina superior derecha.

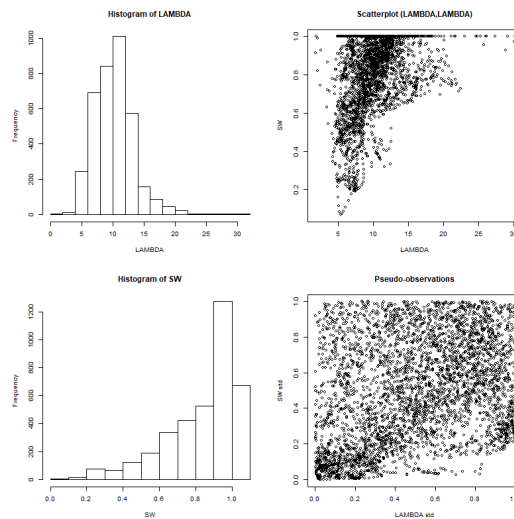


Ilustración 7-58 A la izquierda histogramas de las variables Lambda y Sw, a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

En la Tabla 7-39 vemos que la simulación de 11088 muestras ofrece los mejores resultados. Varios parámetros resultaron ser iguales a los originales, especialmente para la variable Lambda. En el caso de la variable Sw solo tiene mejores resultados en 8 parámetros para el caso de 11088 muestras simuladas.



	Lambda	LAMBDA simulado	Lambda simulado	SW	SW simulado	SW simulado
<b>Muestras</b>	3696	3696	11088	3696	3696	11088
<b>Mínimo</b>	1.7721	1.8348	1.7721	0.0704	0.0711	0.0704
<b>1° cuartil</b>	7.9374	7.8562	7.9374	0.7344	0.7325	0.7336
<b>Mediana</b>	10.1222	10.0487	10.1222	0.9164	0.9136	0.9197
<b>Media</b>	10.2173	10.1053	10.2173	0.8407	0.8402	0.8406
<b>3° cuartil</b>	11.949	11.8603	11.949	1	1	1
<b>Máximo</b>	30.2288	29.893	30.2288	1	1	1
<b>Rango</b>	28.4567	28.0582	28.4567	0.9296	0.9289	0.9296
<b>Rango Intercuartil</b>	4.0116	4.0041	4.0116	0.2656	0.2675	0.2664
<b>Varianza</b>	9.8359	9.0856	9.8341	0.0385	0.0385	0.0389
<b>Desviación estándar</b>	3.1362	3.0142	3.1359	0.1961	0.1961	0.1971
<b>Coefficiente de variación</b>	0.307	0.2983	0.3069	0.2333	0.2334	0.2345
<b>Simetría</b>	0.9946	0.7689	0.9946	-1.3131	-1.3112	-1.3248
<b>Curtosis</b>	5.9872	4.9283	5.9872	4.1208	4.0942	4.1716

Tabla 7-39 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Lambda y Sw, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Observando la Ilustración 7-59 podemos ver que la simulación de datos usando cópula de Bernstein presenta pocas diferencias al original. por lo tanto, se puede sugerir la simulación de 11088 observaciones para un mejor muestreo del evento.

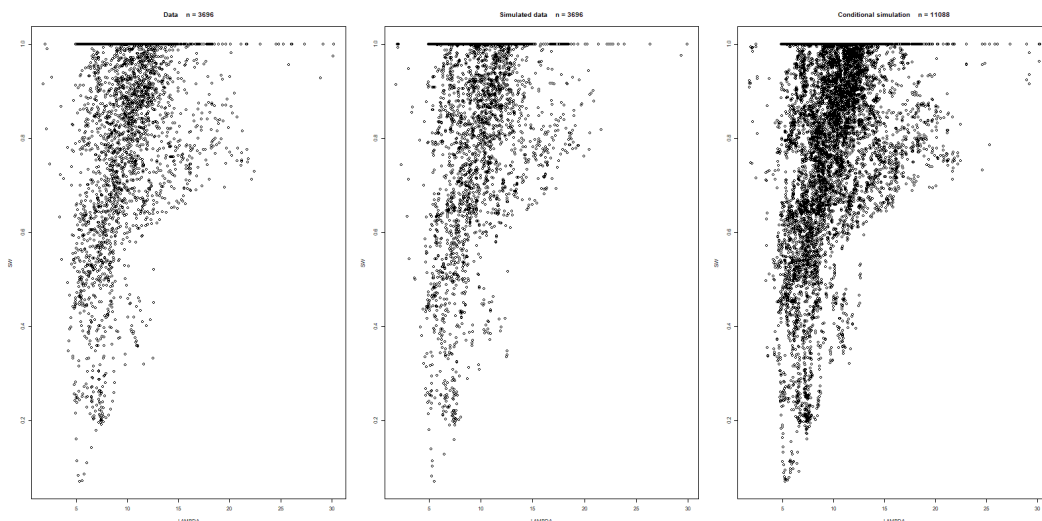


Ilustración 7-59 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 11088 muestras.

#### 7.7.4 COMPARACIÓN CON EL MÉTODO SGCOSIM.

Como podemos ver en la

	Sw	Sw SGCosim	Sw BcSaSim condicionado	Sw BcSaSim sin condicionado
Muestras	3696	3696	3696	3696
Mínimos	0.0704	0.1242	0.0826	0.0826
1° cuartil	0.7344	0.7442	0.7402	0.7365
Mediana	0.9164	0.914	0.9189	0.9196
Media	0.8407	0.8407	0.8401	0.8418
3° cuartil	1	0.9825	0.9956	0.9967
Máximo	1	1.0002	1	1
Rangos	0.9296	0.876	0.9174	0.9174
Rango intercuartil	0.2656	0.2383	0.2555	0.2603
Varianzas	0.0385	0.0333	0.037	0.0365
Desviación estándar	0.1961	0.1826	0.1923	0.1911
Coefficiente de variación	0.2333	0.2172	0.2289	0.2271
Simetría	-1.3131	-1.4197	-1.3806	-1.2791
Curtosis	4.1208	4.5645	4.3966	3.9932

Tabla 7-40, la simulación BcSaSim condicional tiene los mejores resultados en 9 parámetros, incluso el parámetro “máximo” es igual al original. La simulación SGCosim es igual al original en el parámetro “media”.

	Sw	Sw SGCosim	Sw BcSaSim condicionado	Sw BcSaSim sin condicionado
Muestras	3696	3696	3696	3696
Mínimos	0.0704	0.1242	0.0826	0.0826
1° cuartil	0.7344	0.7442	0.7402	0.7365
Mediana	0.9164	0.914	0.9189	0.9196
Media	0.8407	0.8407	0.8401	0.8418
3° cuartil	1	0.9825	0.9956	0.9967
Máximo	1	1.0002	1	1
Rangos	0.9296	0.876	0.9174	0.9174
Rango intercuartil	0.2656	0.2383	0.2555	0.2603
Varianzas	0.0385	0.0333	0.037	0.0365
Desviación estándar	0.1961	0.1826	0.1923	0.1911
Coefficiente de variación	0.2333	0.2172	0.2289	0.2271
Simetría	-1.3131	-1.4197	-1.3806	-1.2791
Curtosis	4.1208	4.5645	4.3966	3.9932

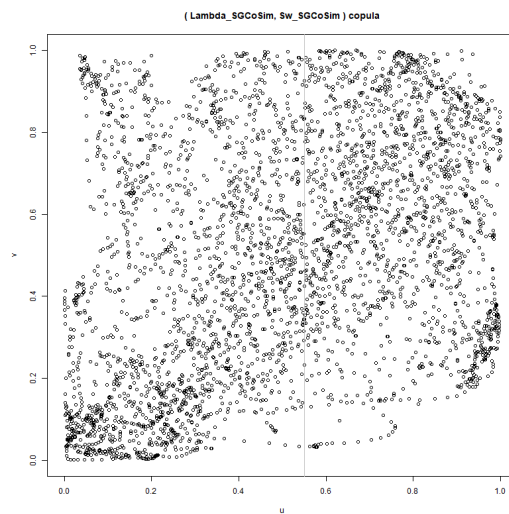
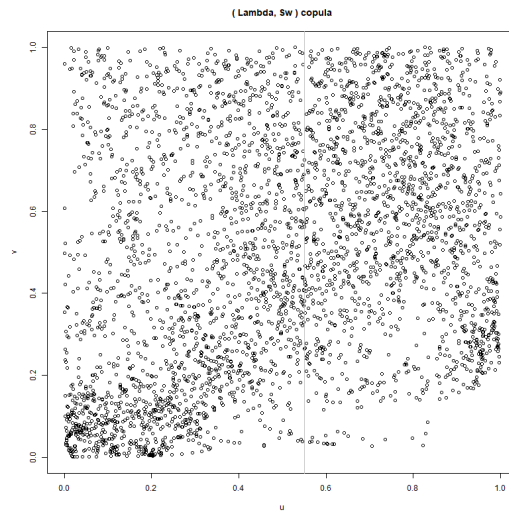
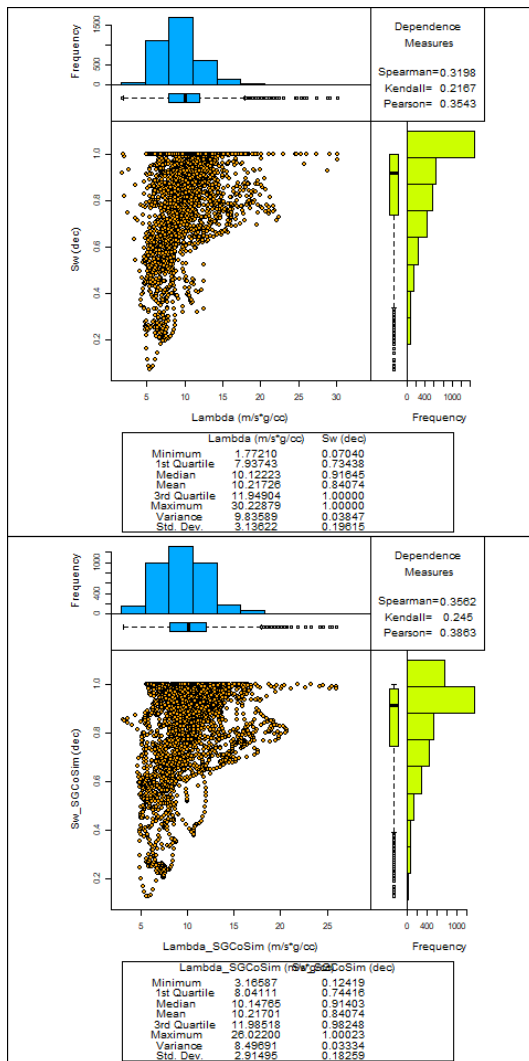
Tabla 7-40 Tabla comparativa entre el método SGCosim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

En el aspecto de la relación de dependencia podemos ver en la Tabla 7-41 se puede ver que todos los casos muestran sobre-dependencia, siendo el caso BcSaSim condicional el que tiene los valores más cercanos al original en las medidas de dependencia de Spearman y Kendall.

Medida de dependencia	Original	SGCoSim	BcSaSim condicional	BcSaSim no condicional
<b>Spearman</b>	0.3198	0.3562	<b>0.336</b>	0.3562
<b>Kendall</b>	0.2167	0.245	<b>0.2294</b>	0.2429
<b>Pearson</b>	0.3543	0.3863	0.3759	<b>0.375</b>

Tabla 7-41 Valores de las medidas de dependencias original y simulados, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original.

Observando los Scatterplots y los gráficos de cópulas de la Ilustración 7-60. Podemos ver que los gráficos obtenidos tienen similitud al original, sin embargo, solo la simulación SGCoSim muestra las trayectorias de la parte inferior izquierda. En el caso del gráfico de cópula, solo el caso BcSaSim condicional tiene una buena similitud al original. Para el caso del gráfico de cópula, el que pertenece al caso BcSaSim condicional tiene 1 franja en la parte superior del gráfico, lo cual se atribuye a la alta cantidad de valores iguales al máximo de la variable Sw en la simulación, la cual es de 1308 muestras con valores iguales a 1.



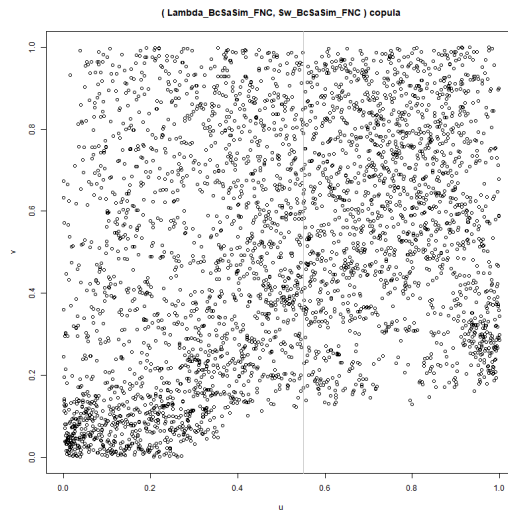
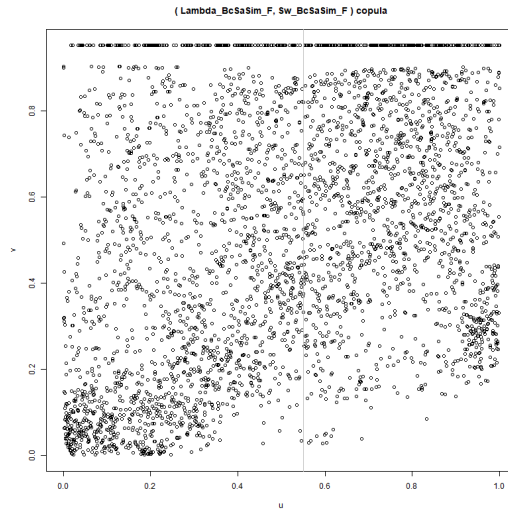
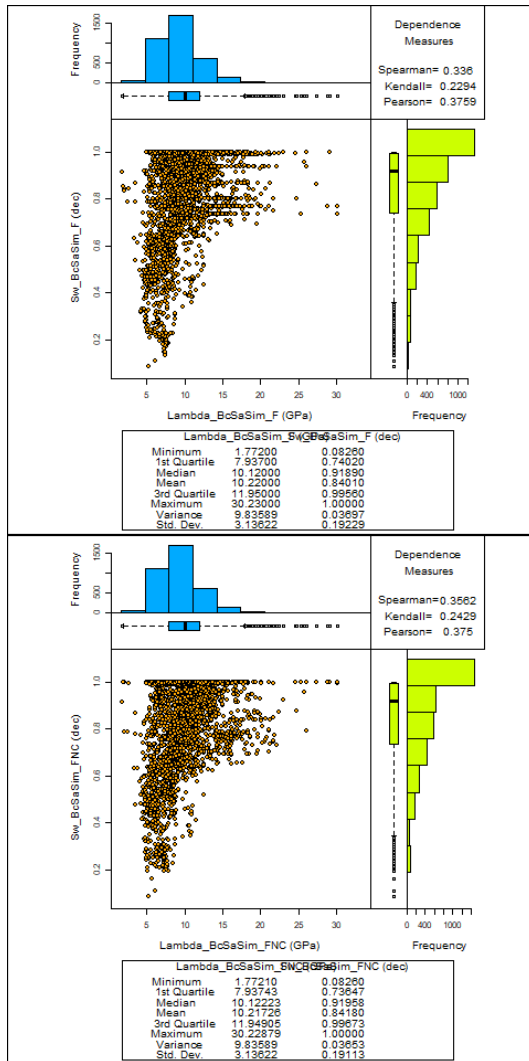


Ilustración 7-60 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con condicionamiento (F) y sin condicionamiento (FNC).

Como podemos ver en la Ilustración 7-61, se observa que la simulación por SGCosim esta suavizada, aunque su rango de diferencias es bajo, en su mayoría de  $\pm 0.01$ . Mientras que las distribuciones espaciales de las simulaciones por BcSaSim condicionada y sin condicionamiento muestran una buena similitud, pero el rango de diferencia es en su mayoría de  $\pm 0.02$ .

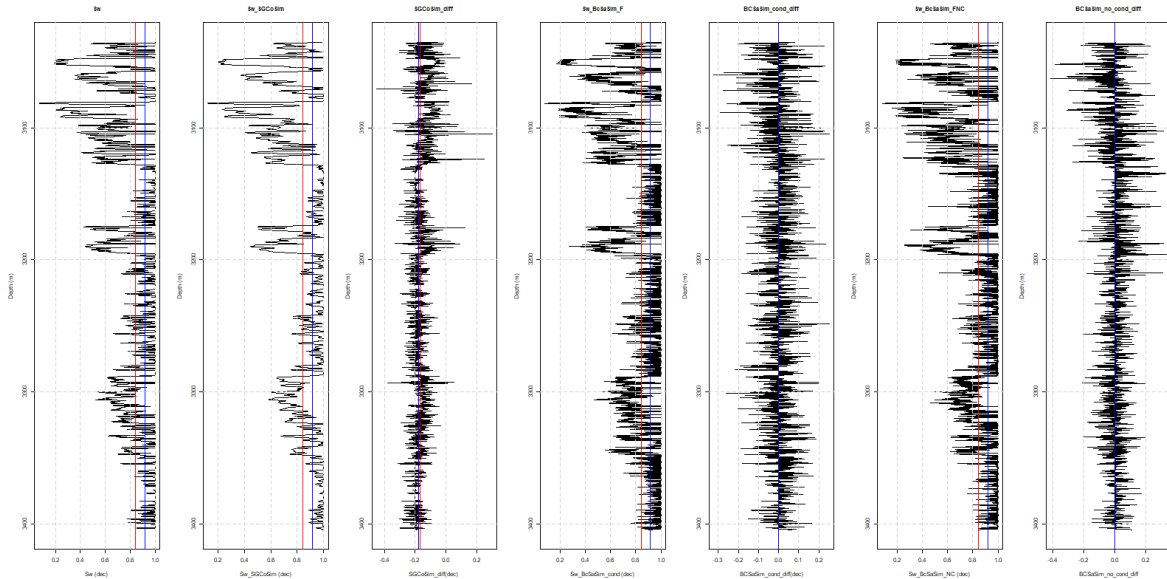


Ilustración 7-61 Distribución espacial de la variable Sw, de izquierda a derecha, Sw original, Sw por SGCoSim, diferencia Sw-Sw SGCoSim, Sw por BcSaSim condicional, diferencia Sw-Sw\_BcSaSim\_cond, Sw por BcSaSim no condicional y la diferencia Sw-Sw\_BcSaSim\_no\_cond

### 7.8 CASO FACIES POROSIDAD TOTAL (PHIT) - IMPEDANCIA ACÚSTICA (IP).

En este caso buscaremos simular la variable Phit a partir de la variable Ip usando una clasificación de facies, como se puede ver en la Ilustración 7-62, en el pozo hay 5 facies clasificadas. Sin embargo, en el intervalo evaluado solo hay 4 facies: SS (arenas), SS-SH (arena-arcilla), SH-SS (arcilla-arena) y SH (arcilla). De estas la facies SS-SH tiene la mayor cantidad de muestras; mientras que la facies SS muestra el mayor rango de datos. Podemos considerar que la facies SH-SS contiene los mayores valores de porosidad.

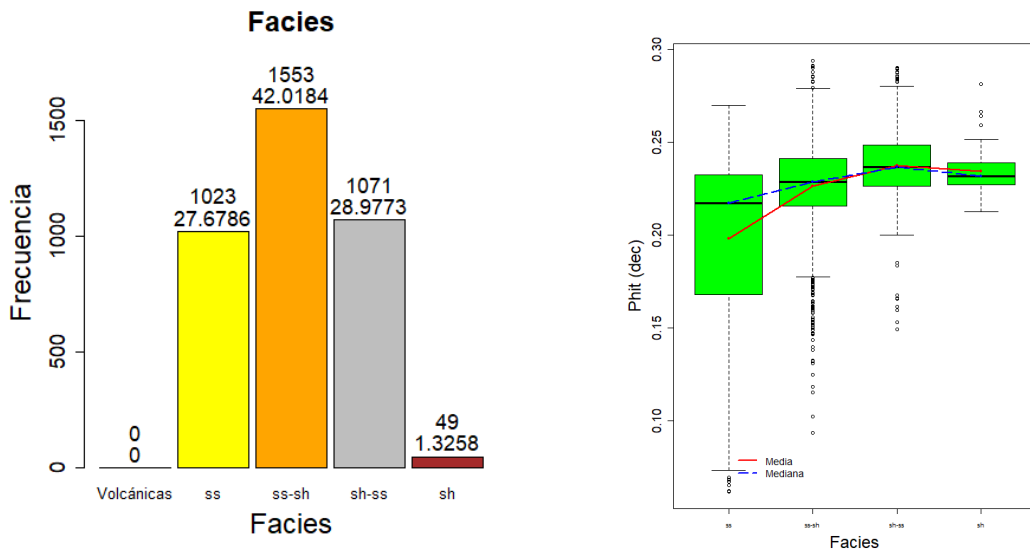


Ilustración 7-62 A la izquierda, histograma de las facies clasificadas, a la derecha, boxplot conjunto de las facies clasificadas de la variable Phit del pozo Lackach-1

En la Ilustración 7-63 se puede observar la distribución espacial de las facies evaluadas.

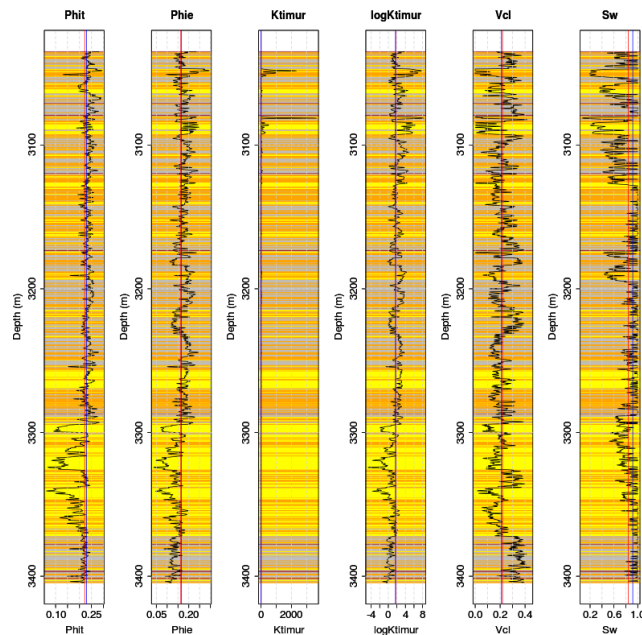


Ilustración 7-63 Distribución espacial de las facies encontradas en el intervalo estudiado, el color amarillo corresponde a la facies SS, el color naranja a la facies SS-SH y el color gris a la facies SH-SS.

Para realizar las simulaciones se usarán solo los datos correspondientes a cada facie. Se dejarán sin cambios los parámetros de las funciones objetivo como lo indica la Tabla 7-42.

Método.	BcSaSim	SGCoSim
<b>Malla</b>	369.5 metros dividido en intervalos de 0.1 metros	
<b>Parámetros del variograma</b>	Modelo esférico, Nugget 0.00005, meseta 0.0011, rango 16.	
<b>Modelo de dependencia</b>	Modelo de cópula de Bernstein	Coefficiente de correlación de -0.8563
<b>Software</b>	BcSaSim (GSLIB)	RGEOSTAD (Díaz-Viera, Martín A, Hernández-Maldonado, Víctor Miguel, 2010)

Tabla 7-42 Parametros usados para la co-simulacion del caso facies.

Cabe resaltar que se tuvo que hacer un proceso de simulación y extracción de valores para poder reconstruir el registro a partir de la clasificación de facies. Para el caso de la co-simulación secuencial Gaussiana se mantuvo las condiciones de la correogionalización lineal vistas en la Tabla 7-9 y la Ilustración 7-11. Por lo tanto, solo se ofrecerá la información de la extracción de dichos valores en las tablas comparativas de cada facies.

## 7.8.1 CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BCSASIM Y SGCOSIM PARA LA FACIES SS.

### 7.8.1.1 Simulación usando cópula de Bernstein no condicional

En este caso las variables se redujeron a 674 muestras. De la Ilustración 7-64 podemos ver que ambos histogramas no son simétricos; las diferencias entre la media y la mediana de ambas variables es alta, incluso los histogramas presentan mayores muestras hacia los extremos de las gráficas.

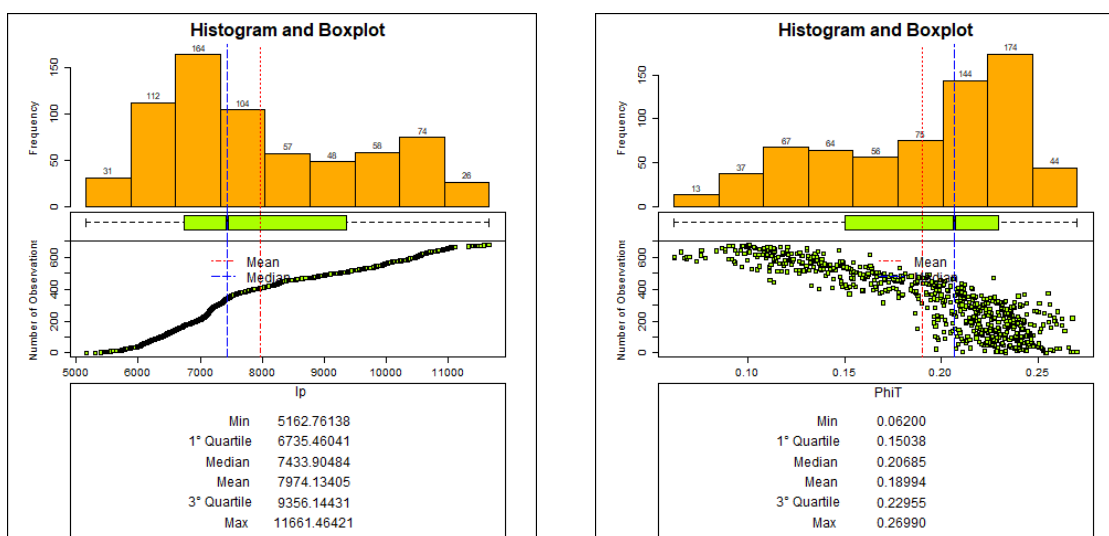


Ilustración 7-64 A la izquierda, histograma y FDA de la variable  $I_p$ , a la derecha, histograma y FDA de la variable  $\Phi_{IT}$ .

Realizando la simulación por cópula de Bernstein no condicional a 674 y 9950 muestras; la Tabla 7-43 muestra que los resultados con la menor diferencia respecto al original están en la simulación de 9950 muestras en ambas variables.

	$I_p$	IP simulado	$I_p$ simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
<b>Muestras</b>	674	674	9950	674	674	9950
<b>Mínimo</b>	5162.761	5087.384	<b>5086.338</b>	0.062	0.0623	<b>0.062</b>
<b>1° cuartil</b>	6735.46	<b>6426.558</b>	6574.219	0.1504	0.1798	<b>0.1674</b>
<b>Mediana</b>	7433.905	7229.473	<b>7301.832</b>	0.2068	0.2201	<b>0.2168</b>
<b>Media</b>	7974.134	7595.573	<b>7718.039</b>	0.1899	0.2022	<b>0.1983</b>
<b>3° cuartil</b>	9356.144	8340.469	<b>8607.947</b>	0.2295	0.2335	<b>0.2323</b>
<b>Máximo</b>	11661.46	11660.64	<b>11661.33</b>	0.2699	0.2692	<b>0.2698</b>
<b>Rango</b>	6498.703	<b>6573.255</b>	6574.991	0.2079	0.207	<b>0.2078</b>
<b>Rango Inter cuartil</b>	2620.684	1913.912	<b>2033.728</b>	0.0792	0.0537	<b>0.0649</b>
<b>Varianza</b>	2570189	2314387	<b>2344129</b>	0.0025	0.002	<b>0.0021</b>
<b>Desviación estándar</b>	1603.181	1521.311	<b>1531.055</b>	0.0496	0.0443	<b>0.0459</b>
<b>Coficiente de variación</b>	0.201	<b>0.2003</b>	0.1984	0.2609	0.2193	<b>0.2313</b>
<b>Simetría</b>	0.5567	0.8268	<b>0.768</b>	-0.638	-1.1463	<b>-0.9855</b>

<b>Curtosis</b>	2.1064	2.7209	<b>2.59</b>	2.2627	3.332	<b>2.88</b>
-----------------	--------	--------	-------------	--------	-------	-------------

Tabla 7-43 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 674 y 9950 muestras para las variables  $Ip$  y  $Phit$ , los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Comparando los scatterplots de la Ilustración 7-65 se puede notar que los scatterplots de los valores simulados son muy parecidos al original, salvo por un grupo de puntos localizados en el cuadrante superior derecho.

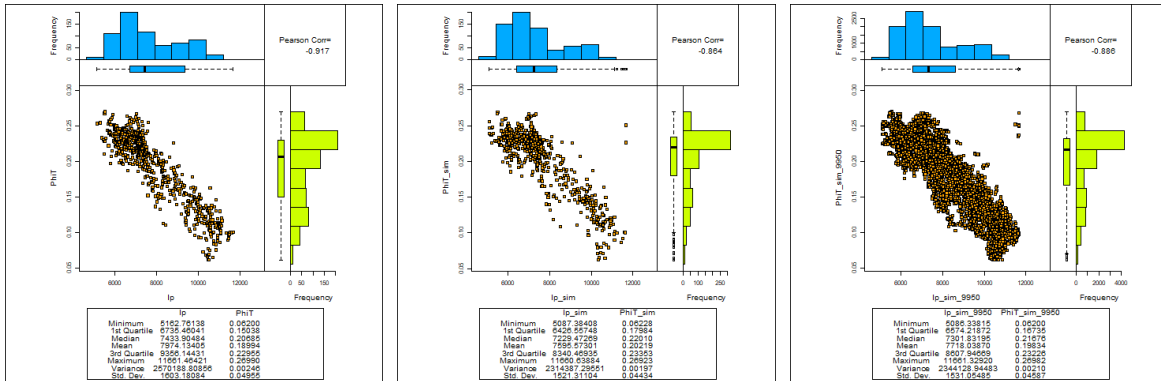


Ilustración 7-65 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 674 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.

### 7.8.1.2 Simulación usando cópula de Bernstein condicional.

Evaluando la Ilustración 7-66. Ambos histogramas de la facies SS son totalmente asimétricos como lo indica la Tabla 7-44, incluso en el histograma de la variable  $Phit$  se podría considerar el uso de la transformada lognormal. Otro aspecto que notar es la gráfica de pseudo-observaciones, la cual tiene una forma similar a una paleta, lo cual es diferente a casos vistos.

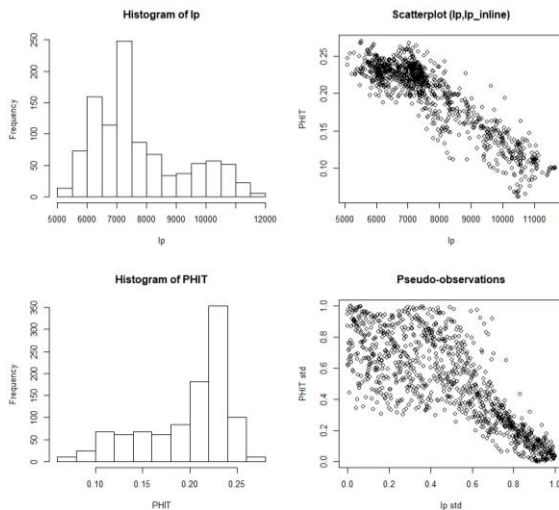


Ilustración 7-66 A la izquierda histogramas de las variables  $Ip$  y  $Phit$ , a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

De la Tabla 7-44 podemos ver que la simulación de 9207 valores tiene las diferencias más bajas respecto al original. Incluso la variable  $Ip$  tiene valores iguales



a los originales en 7 parámetros; mientras que la variable Phit tiene 3. Cabe resaltar que las diferencias fueron demasiado bajas en las 2 simulaciones.

	Ip	IP simulado	Ip simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
<b>Muestras</b>	1023	1023	9207	1023	1023	9207
<b>Mínimo</b>	5086.007	5088.211	5086.007	0.062	0.0621	0.062
<b>1° cuartil</b>	6551.928	6503.156	6551.921	0.1682	0.1642	0.1683
<b>Mediana</b>	7286.605	7287.537	7286.605	0.2173	0.218	0.2171
<b>Media</b>	7715.196	7716.891	7715.196	0.1984	0.1983	0.1985
<b>3° cuartil</b>	8573.941	8679.57	8574.04	0.2324	0.2322	0.2328
<b>Máximo</b>	11661.46	11652.32	11661.46	0.2699	0.2697	0.2696
<b>Rango</b>	6575.457	6564.111	6575.457	0.2079	0.2077	0.2076
<b>Rango Intercuartil</b>	2022.013	2176.414	2022.118	0.0643	0.068	0.0644
<b>Varianza</b>	2367774	2478142	2365717	0.0021	0.0022	0.0021
<b>Desviación estándar</b>	1538.757	1574.212	1538.089	0.046	0.0464	0.046
<b>Coefficiente de variación</b>	0.1994	0.204	0.1994	0.2319	0.2342	0.2318
<b>Simetría</b>	0.7681	0.7618	0.7681	-0.9901	-0.9402	-0.9863
<b>Curtosis</b>	2.568	2.512	2.5687	2.882	2.697	2.871

Tabla 7-44 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1023 y 9207 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

La Ilustración 7-67 muestra que la simulación de datos usando cópula de Bernstein presenta pocas diferencias al original, por lo tanto, se puede sugerir la simulación de 9207 observaciones para un mejor muestreo del evento.

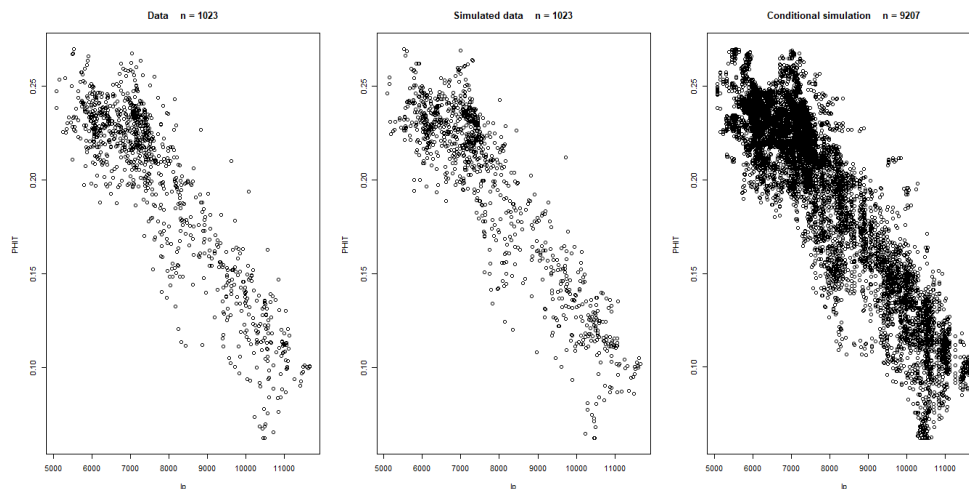


Ilustración 7-67 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9207 muestras.

### 7.8.1.3 Comparación entre el método SGCosim y BcSaSim para la facies SS.

Como podemos ver en la Tabla 7-45. La simulación usando BcSaSim sin condicionamiento muestra las diferencias más bajas en 5 parámetros; destacando el parámetro “mínimo” y “media”. Las demás simulaciones tuvieron mejores resultados en 4 parámetros. Incluso la simulación por BcSaSim condicionado tuvo el valor igual al original en el parámetro “varianza”.

	PHIT Facies SS	PHIT SGCosim	PHIT BcSaSim condicionado	PHIT BcSaSim sin condicionado
Muestras	1023	1023	1023	1023
Mínimos	0.062	0.0854	0.071	0.0626
1° cuartil	0.1682	0.1723	0.1606	0.1627
Mediana	0.2173	0.2165	0.2153	0.2161
Media	0.1984	0.1955	0.1958	0.1967
3° cuartil	0.2324	0.2296	0.23	0.232
Máximo	0.2699	0.2534	0.2659	0.2619
Rangos	0.2079	0.168	0.1949	0.1994
Rango intercuartil	0.0643	0.0573	0.0694	0.0693
Varianzas	0.0021	0.002	0.0021	0.0022
Desviación estándar	0.046	0.0449	0.0462	0.0466
Coefficiente de variación	0.2319	0.2299	0.2357	0.2368
Simetría	-0.9901	-1.0673	-0.9217	-0.9124
Curtosis	2.8827	2.794	2.5925	2.6395

Tabla 7-45 Tabla comparativa entre el metodo SGCosim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

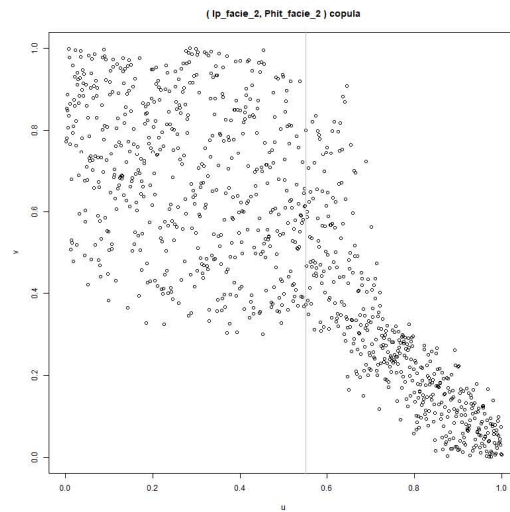
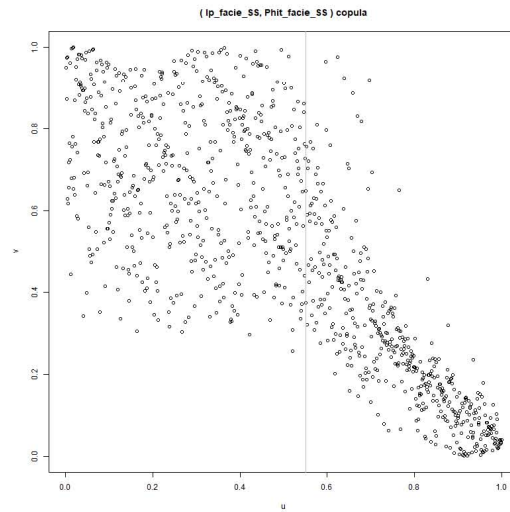
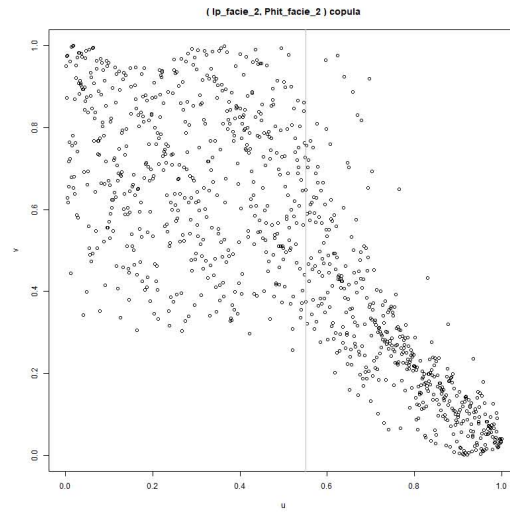
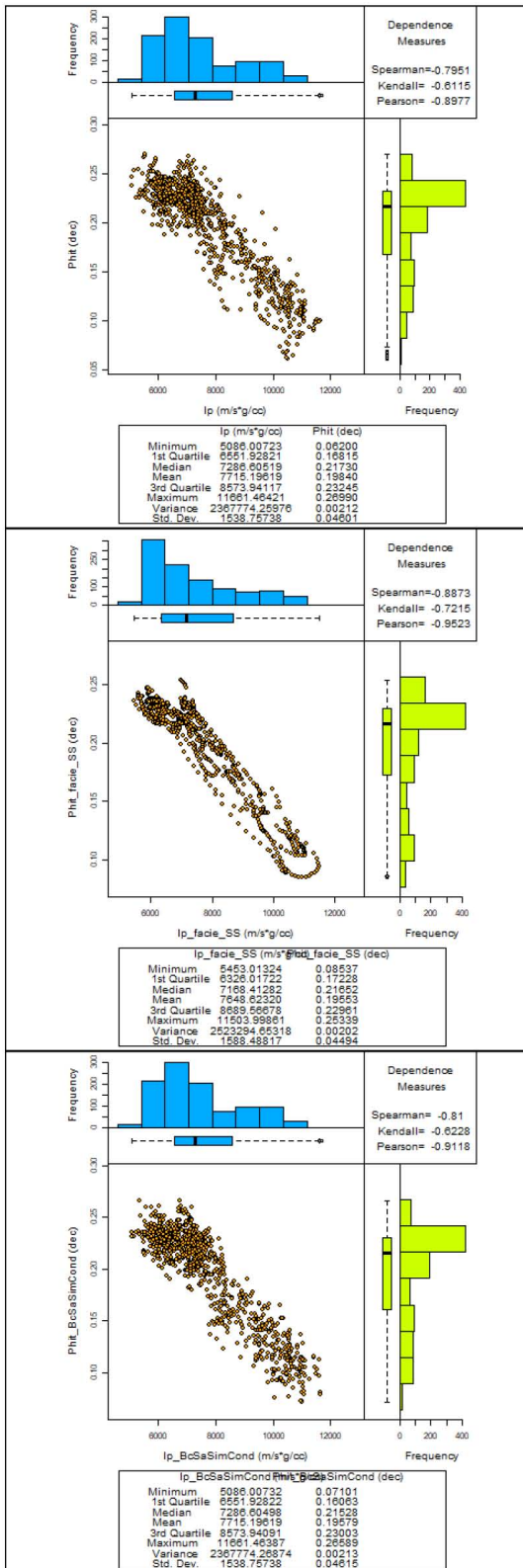
En el aspecto de la relación de dependencia; podemos ver en la Tabla 7-46 que los valores simulados por SGCosim muestran sobre-dependencia. En el caso de los valores simulados por BcSaSim condicional y no condicional, los valores muestran una ligera sobre-dependencia; siendo el caso de la simulación BcSaSim condicional el de las diferencias más bajas en la medida de dependencia de Spearman y Kendall.

Medida de dependencia	Original	SGCosim	BcSaSim condicional	BcSaSim no condicional
<b>Spearman</b>	-0.7951	-0.8873	-0.81	-0.8148
<b>Kendall</b>	-0.6115	-0.7215	-0.6228	-0.6293
<b>Pearson</b>	-0.8977	-0.9523	-0.9118	-0.9052

Tabla 7-46 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la facies SS, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original.

Comparando los Scatterplots y gráficos de cópulas de la Ilustración 7-68. Podemos ver que los resultados obtenidos por BcSaSim son muy similares al original; salvo por unas muestras localizadas en el cuadrante superior derecho. En el caso del Scatterplot de SGCosim tiene una aparente compactación de los

valores. La forma de paleta en los gráficos de cópula fue reproducida de forma muy parecida al original en todos los casos.



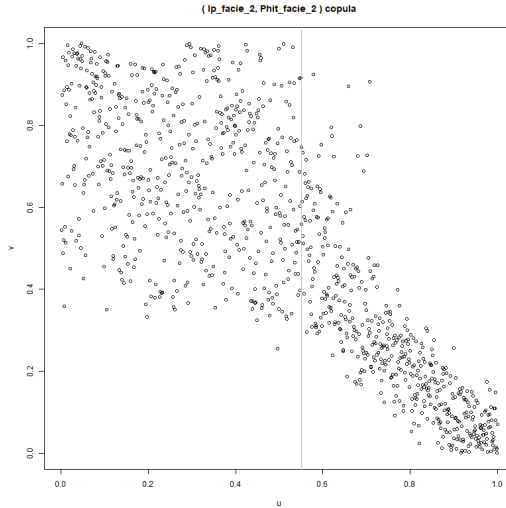
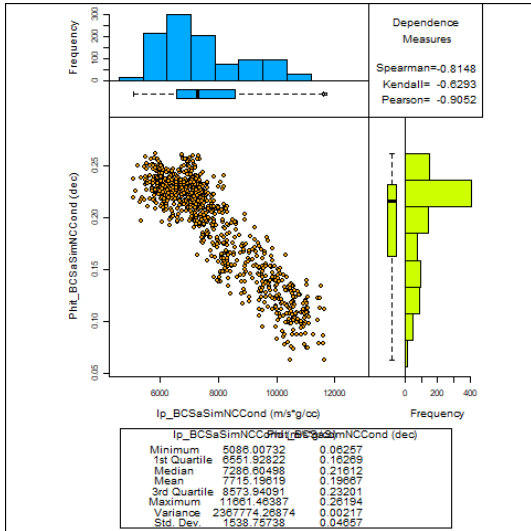


Ilustración 7-68 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con y sin condicionamiento de la facies SS.

## 7.8.2 CO-SIMULACIÓN USANDO EL MÉTODO BCSASIM Y SGCOSIM PARA LA FACIES SS-SH.

### 7.8.2.1 Simulación usando cópula de Bernstein no condicional.

Se filtraron las variables para retirar los valores repetidos; resultando una cantidad de 694 valores. De la Ilustración 7-69 podemos ver que ambos histogramas son asimétricos. La diferencia entre la media y la mediana de la variable Ip es de 106.46034 y de la variable Phit es de 0.00292. El histograma Ip muestra mayor cantidad de muestras hacia el lado izquierdo de la gráfica.

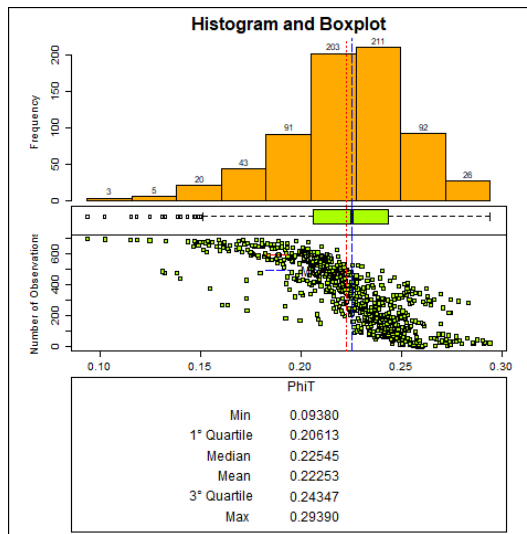
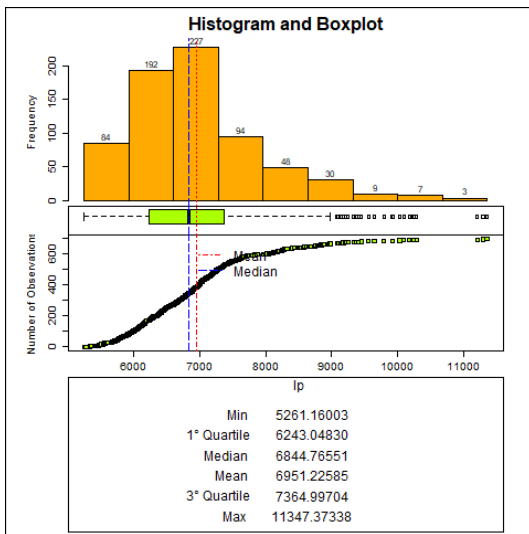


Ilustración 7-69 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Ip, a la derecha, histograma y FDA de la variable Phit.

	Ip	IP simulado	Ip simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
<b>Muestras</b>	694	694	9950	694	694	9950

<b>Mínimo</b>	5261.16	5272.162	<b>5261.565</b>	0.0938	0.0972	<b>0.0944</b>
<b>1° cuartil</b>	6243.048	6184.019	<b>6160.501</b>	0.2061	<b>0.2153</b>	0.216
<b>Mediana</b>	6844.766	<b>6811.599</b>	6802.253	0.2254	<b>0.2282</b>	0.2288
<b>Media</b>	6951.226	<b>6857.988</b>	6816.185	0.2225	<b>0.226</b>	0.2265
<b>3° cuartil</b>	7364.997	<b>7292.671</b>	7251.487	0.2435	0.2402	<b>0.241</b>
<b>Máximo</b>	11347.37	11340.05	<b>11346.51</b>	0.2939	0.291	<b>0.2939</b>
<b>Rango</b>	6086.213	6067.886	<b>6084.949</b>	0.2001	0.1938	<b>0.1995</b>
<b>Rango Inter cuartil</b>	1121.949	<b>1108.653</b>	1090.987	0.0373	0.0249	<b>0.025</b>
<b>Varianza</b>	961114.9	<b>817346.7</b>	754813.9	0.0009	<b>0.0006</b>	<b>0.0006</b>
<b>Desviación estándar</b>	980.3647	<b>904.0723</b>	868.8003	0.0304	<b>0.0244</b>	0.0236
<b>Coefficiente de variación</b>	0.141	<b>0.1318</b>	0.1275	0.1368	<b>0.1078</b>	0.1041
<b>Simetría</b>	1.1773	1.1513	<b>1.1537</b>	-0.7203	<b>-1.0173</b>	-1.0845
<b>Curtosis</b>	5.0123	<b>5.3359</b>	5.59	4.0529	<b>6.037</b>	6.211

Tabla 7-47 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 694 y 9950 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Al realizar la simulación de valores usando la cópula de Bernstein de 694 y 9950 muestras, podemos comparar sus resultados. En la Tabla 7-47 los valores simulados a 694 tienen la menor diferencia respecto al original para ambas variables en la mayoría de los parámetros. Comparando los scatterplots de la Ilustración 7-70, se observa que el Scatterplot de 694 valores presenta diferencias respecto al original; especialmente en los valores extremos. Para el caso del Scatterplot de 9950 muestras muestra mayores similitudes al original. En ambos casos, la medida de dependencia se redujo de -0.83 a -0.774 y de -0.83 a -0.707.

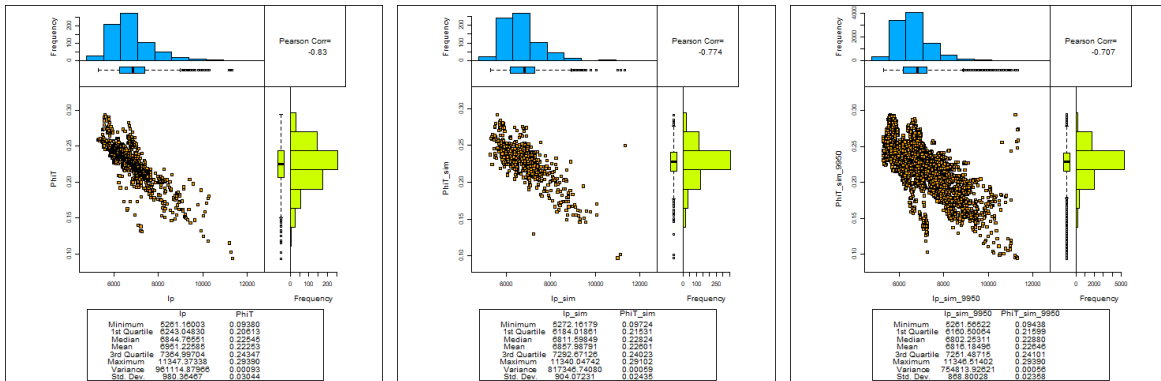


Ilustración 7-70 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 694 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.

### 7.8.2.2 Simulación usando cópula de Bernstein condicional.

De la Ilustración 7-71 vemos que el histograma de la variable Ip es asimétrico. Mientras que el histograma de la variable Phit presenta una asimetría ligera causada por los valores atípicos localizados a la izquierda del histograma.

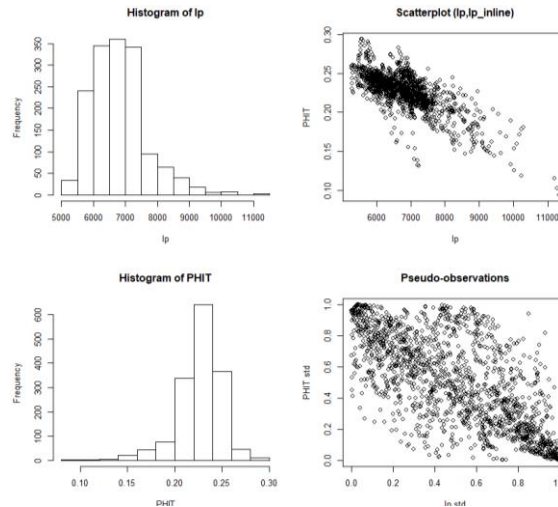


Ilustración 7-71 A la izquierda histogramas de las variables  $I_p$  y  $Phit$ , a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

Los valores de la Tabla 7-48 indican que los valores de la simulación para la variable  $I_p$  a 9318 muestras que son iguales respecto a los valores originales; excepto los parámetros “varianza” y “desviación estándar”. Mientras que la variable  $Phit$  tiene los valores más cercanos en la mayoría de los parámetros.

	$I_p$	$I_p$ simulado	$I_p$ simulado	$PHIT$	$PHIT$ simulado	$PHIT$ simulado
<b>Muestras</b>	1553	1553	9318	1553	1553	9318
<b>Mínimo</b>	5261.16	5264.38	5261.16	0.0938	0.0949	0.0943
<b>1° cuartil</b>	6163.497	6173.209	6163.497	0.2158	0.2157	0.2159
<b>Mediana</b>	6800.027	6786.684	6800.027	0.2289	0.2279	0.2291
<b>Media</b>	6813.511	6842.472	6813.511	0.2264	0.2255	0.2265
<b>3° cuartil</b>	7256.861	7256.753	7256.861	0.2413	0.2404	0.2411
<b>Máximo</b>	11347.37	11335.27	11347.37	0.2939	0.2938	0.2939
<b>Rango</b>	6086.213	6070.888	6086.213	0.2001	0.1989	0.1995
<b>Rango Intercuartil</b>	1093.364	1083.544	1093.364	0.0255	0.0247	0.0252
<b>Varianza</b>	746340.5	833951.5	745939.9	0.0006	0.0006	0.0005
<b>Desviación estándar</b>	863.91	913.2094	863.6781	0.0235	0.0242	0.0234
<b>Coefficiente de variación</b>	0.1268	0.1335	0.1268	0.1037	0.1074	0.1034
<b>Simetría</b>	1.0801	1.3057	1.0801	-1.1016	-1.3309	-1.1011
<b>Curtois</b>	5.2295	5.8561	5.2295	6.2174	7.206	6.255

Tabla 7-48 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1553 y 9318 muestras para las variables  $I_p$  y  $Phit$ , los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Analizando los Scatterplots de la Ilustración 7-72. Estos muestran una buena similitud respecto al original. Incluso en los valores extremos se consideraron en ambas simulaciones; especialmente en el Scatterplot de 9318 muestras.

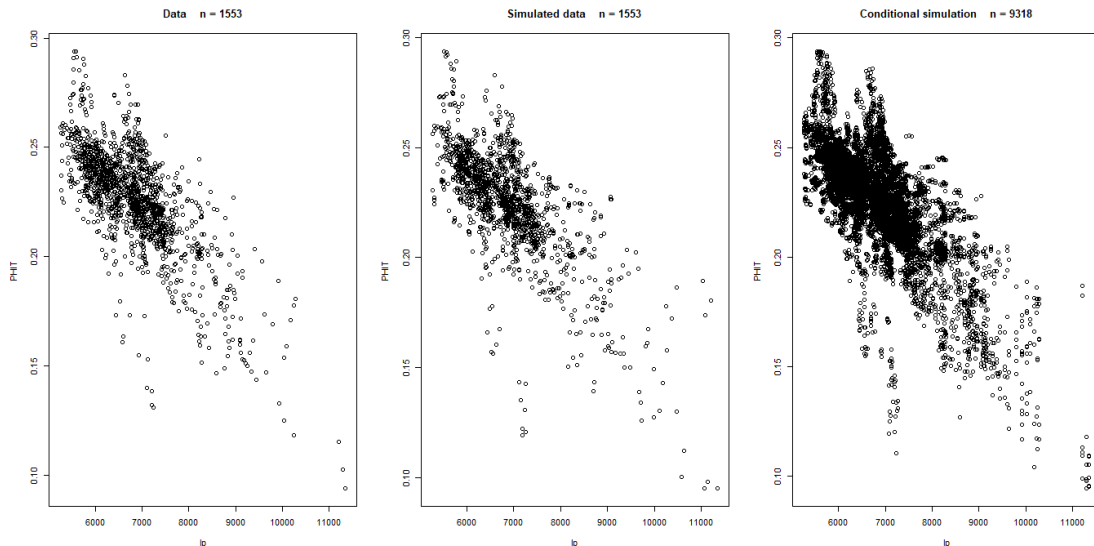


Ilustración 7-72 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9917 muestras.

### 7.8.2.3 Comparación entre el método SGCosim y BcSaSim para la facies SS-SH.

De la Ilustración 7-73 y la Tabla 7-49 podemos ver que los datos simulados por el método SGCosim tienen diferencias muy altas en comparación al original. Incluso el Scatterplot muestra evidencias de trayectorias muy estilizadas; solo el gráfico de Pseudo-observaciones luce igual. Para el caso de los datos simulados por el método BcSaSim, solo la simulación por el método BcSaSim por cópula de Bernstein sin condicionamiento tienen el menor error respecto al original. El gráfico presenta una fuerte similitud, excepto por algunos valores extremos localizados en el cuadrante inferior derecho. Del caso de la simulación BcSaSim por cópula de Bernstein condicional los valores son mejores comparados con el método SGCosim; pero no como los del método BcSaSim sin condicionamiento, salvo en algunos parámetros como es la varianza; su correspondiente Scatterplot es más disperso en el cuadrante inferior derecho.

Analizando las medidas de dependencia de la Tabla 7-50 se observa que, en todos los casos, las simulaciones presentan sobre-dependencia respecto de los valores originales. El caso de la simulación BcSaSim condicional tiene las diferencias más bajas respecto a las medidas de dependencias de Kendall y Spearman. Mientras que la medida de dependencia de Pearson tiene la diferencia más baja en la simulación BcSaSim no condicional.

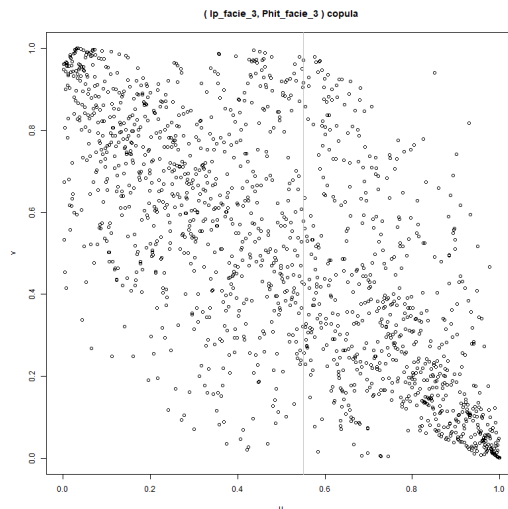
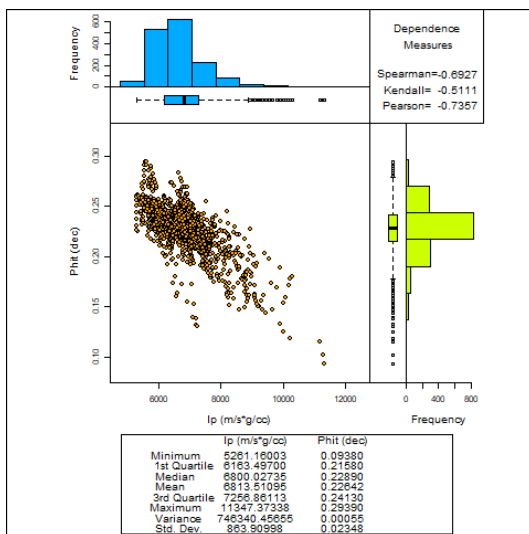
	PHIT Facies SS-SH	PHIT SGCosim	PHIT BcSaSim condicionado	PHIT BcSaSim sin condicionado
--	-------------------------	-----------------	---------------------------------	-------------------------------------

Muestras	1553	1553	1553	1553
Mínimos	0.0938	0.1434	0.1043	0.095
1° cuartil	0.2158	0.2192	0.2155	0.216
Mediana	0.2289	0.2322	0.2293	0.2281
Media	0.2264	0.2291	0.2273	0.2268
3° cuartil	0.2413	0.2413	0.2421	0.2408
Máximo	0.2939	0.278	0.2937	0.2908
Rangos	0.2001	0.1345	0.1894	0.1958
Rango intercuartil	0.0255	0.022	0.0266	0.0248
Varianzas	0.0006	0.0003	0.0006	0.0005
Desviación estándar	0.0235	0.0175	0.0247	0.0234
Coefficiente de variación	0.1037	0.0765	0.1086	0.1034
Simetría	-1.1015	-1.0476	-0.961	-1.1027
Curtosis	6.2172	5.9067	6.4597	7.079

Tabla 7-49 Tabla comparativa entre el metodo SGCosim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Medida de dependencia	Original	SGCoSim	BcSaSim condicional	BcSaSim no condicional
<b>Spearman</b>	-0.7951	-0.8873	-0.81	-0.8148
<b>Kendall</b>	-0.6115	-0.7215	-0.6228	-0.6293
<b>Pearson</b>	-0.8977	-0.9523	-0.9118	-0.9052

Tabla 7-50 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la facies SS-SH, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original.





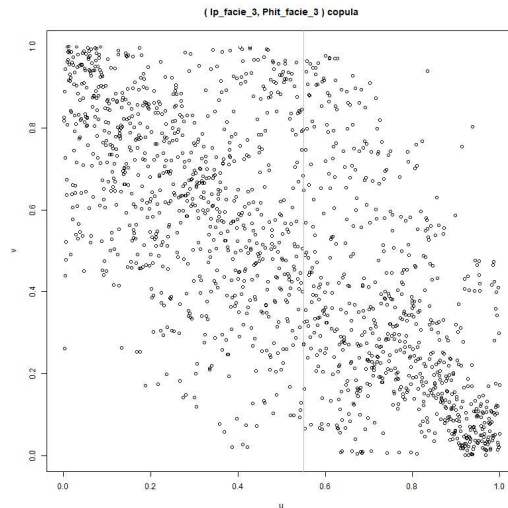
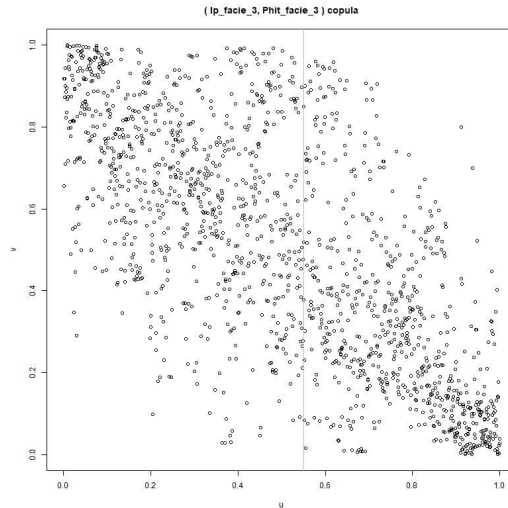
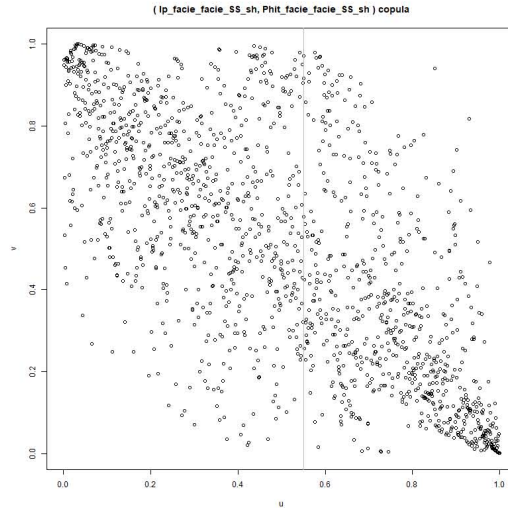
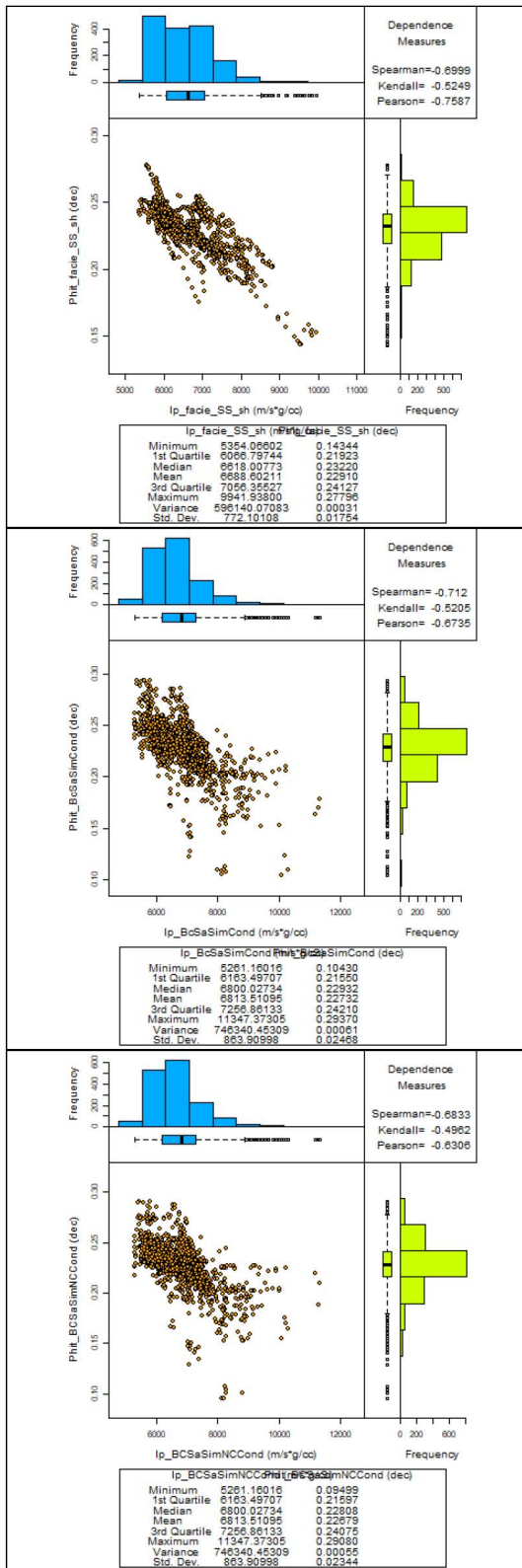


Ilustración 7-73 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SCoSim, y BcSaSim con y sin condicionamiento.

### 7.8.3 Co-simulación usando el método BcSaSim y SGCoSim para la facies SH-SS.

#### 7.8.3.1 Simulación usando cópula de Bernstein no condicional.

Se realizó el filtrado de valores repetidos, dando como resultado 525 muestras. De la Ilustración 7-74 podemos ver que el histograma de la variable Ip es asimétrico, pero sin llegar a ser grave; esto es provocado por los valores atípicos localizados en la parte derecha del histograma y por qué la diferencia entre la media y la mediana es de 41.20563. Mientras que el histograma de la variable Phit es simétrico, ya que la diferencia entre la media y la mediana es de 0.00037, lo cual es muy bajo. En lo que respecta a los gráficos de la FDA, el correspondiente a la variable Ip presenta intervalos vacíos en el extremo derecho del gráfico los cuales están asociados a los valores atípicos.

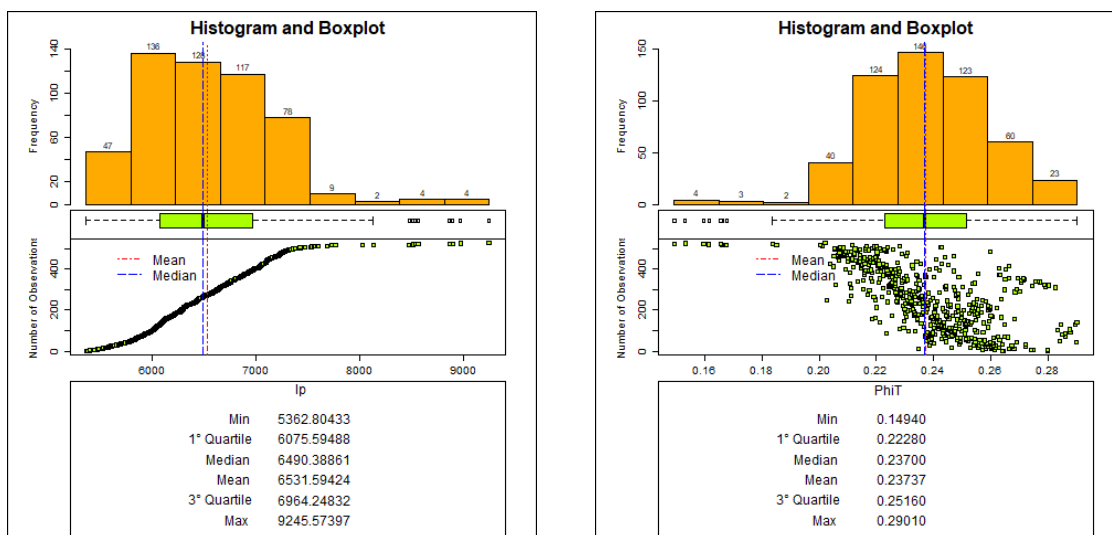


Ilustración 7-74 A la izquierda, histograma y FDA de la variable Ip, a la derecha, histograma y FDA de la variable Phit.

De la Tabla 7-51 podemos notar que la simulación de 9950 valores usando la cópula de Bernstein presenta las menores diferencias respecto al original; en el parámetro “máximo” de la variable Phit su valor es igual al original. Este ejemplo nos permite observar una de las ventajas del uso de la cópula de Bernstein, ya que, a pesar de que el número de muestras es bajo, la simulación pudo acercarse a los valores originales.

	Ip	IP simulado	Ip simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
<b>Muestras</b>	525	525	9950	525	525	9950
<b>Mínimo</b>	5362.804	5295.401	5292.966	0.1494	0.1568	0.1496
<b>1° cuartil</b>	6075.595	5975.847	6014.751	0.2228	0.228	0.2265
<b>Mediana</b>	6490.389	6403.092	6469.992	0.237	0.2386	0.2368
<b>Media</b>	6531.594	6474.728	6504.21	0.2374	0.2385	0.2373
<b>3° cuartil</b>	6964.248	6954.625	6970.987	0.2516	0.25	0.2482

<b>Máximo</b>	9245.574	9230.223	9242.832	0.2901	0.2898	0.2901
<b>Rango</b>	3882.77	3934.822	3949.866	0.1407	0.1331	0.1404
<b>Rango Intercuartil</b>	888.6534	978.7776	956.2364	0.0288	0.022	0.0217
<b>Varianza</b>	364724.7	393149.9	372795.2	0.0005	0.0003	0.0003
<b>Desviación estándar</b>	603.9244	627.0166	610.5696	0.0214	0.0173	0.0173
<b>Coefficiente de variación</b>	0.0925	0.0968	0.0939	0.0902	0.0723	0.0728
<b>Simetría</b>	0.7248	0.59	0.4393	-0.312	-0.2764	-0.2211
<b>Curtosis</b>	4.486	3.886	3.336	4.221	4.2573	4.9543

Tabla 7-51 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 525 y 9950 muestras para las variables  $I_p$  y  $Phit$ , los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Haciendo las comparaciones entre los scatterplots de la Ilustración 7-75. El Scatterplot muestra una fuerte similitud al original. Sin embargo, los scatterplots de los valores simulados se tiene un grupo de valores en el cuadrante superior derecho los cuales no están en el Scatterplot original.

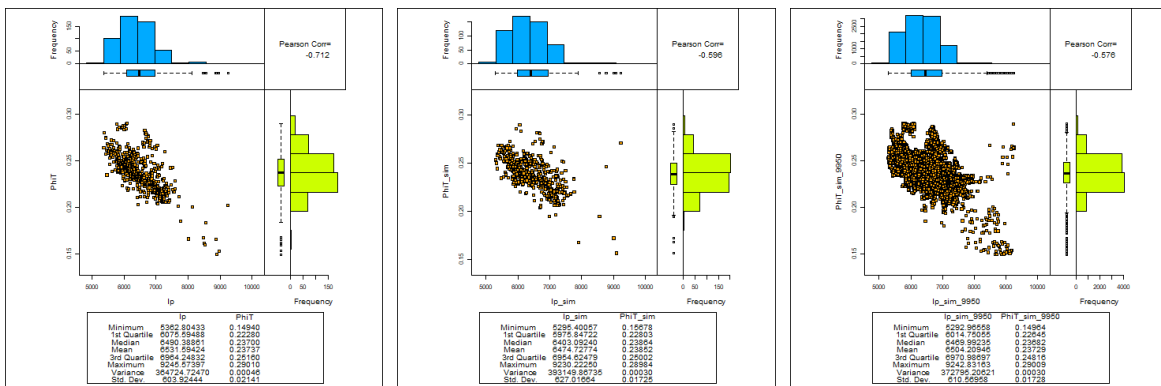


Ilustración 7-75 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 525 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.

### 7.8.3.2 Simulación usando cópula de Bernstein condicional.

De la Ilustración 7-76 podemos ver en los histogramas que las variables son ligeramente asimétricas, lo cual es causado por algunos valores atípicos. En el caso de la gráfica de pseudo-observaciones se nota una mayor carga de datos hacia la esquina superior derecha.

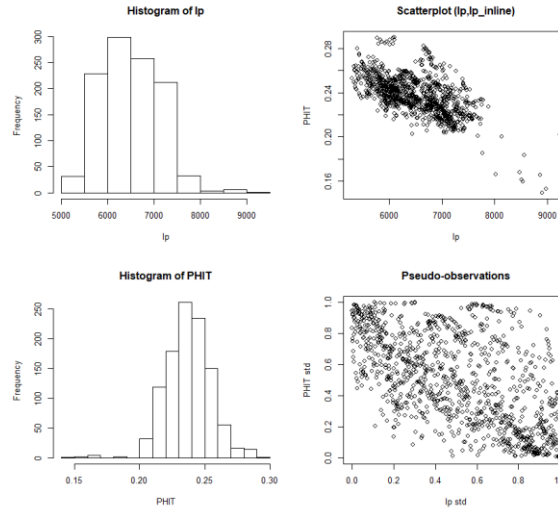


Ilustración 7-76 A la izquierda histogramas de las variables  $I_p$  y  $Phit$ , a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

De la Tabla 7-52 vemos que los valores de los parámetros del caso de 9639 valores simulados tienen la menor diferencia respecto al original. En algunos parámetros el valor es igual al original, especialmente en los parámetros “media”, “varianza” y “máximo”.

	$I_p$	$I_p$ simulado	$I_p$ simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
<b>Muestras</b>	1071	1071	9639	1071	1071	9639
<b>Mínimo</b>	5290.686	5323.842	5290.686	0.1494	0.1631	0.1495
<b>1° cuartil</b>	6009.278	6027.707	6008.79	0.2266	0.2269	0.2266
<b>Mediana</b>	6457.054	6470.345	6457.054	0.2368	0.2369	0.2371
<b>Media</b>	6500.284	6508.148	6500.284	0.2374	0.2378	0.2374
<b>3° cuartil</b>	6967.396	6957.171	6967.662	0.2485	0.2482	0.2484
<b>Máximo</b>	9245.574	9179.173	9245.574	0.2901	0.29	0.2901
<b>Rango</b>	3954.888	3855.33	3954.888	0.1407	0.1269	0.1406
<b>Rango Intercuartil</b>	958.1182	929.4645	958.8728	0.0218	0.0213	0.0218
<b>Varianza</b>	372567.1	336994.8	372257.8	0.0003	0.0003	0.0003
<b>Desviación estándar</b>	610.3827	580.5125	610.1294	0.0173	0.0168	0.0173
<b>Coefficiente de variación</b>	0.0939	0.0892	0.0939	0.073	0.0705	0.0728
<b>Simetría</b>	0.4118	0.2607	0.4118	-0.2827	0.1676	-0.218
<b>Curtois</b>	3.2192	2.7082	3.219	5.17	4.0075	4.7985

Tabla 7-52 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 1071 y 9639 muestras para las variables  $I_p$  y  $Phit$ , los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Los Scatterplot de la Ilustración 7-77 muestra que los valores obtenidos por el método BcSaSim son muy parecidos al original, incluso el caso de 9639 observaciones conserva la forma del original.

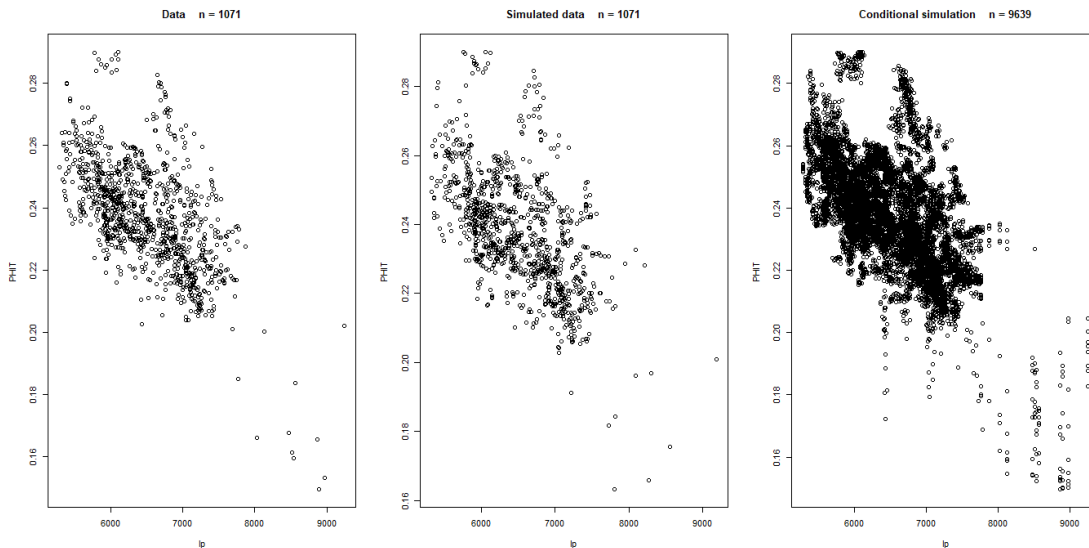


Ilustración 7-77 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 9917 muestras.

### 7.8.3.3 Comparación entre el método SGCosim y BcSasim para la facies SH-SS.

Revisando los valores de la Tabla 7-53 vemos que la simulación usando el método BcSaSim sin valores condicionados presenta las menores diferencias. Incluso, el parámetro “máximo” es exacto. En el caso de las simulaciones por BcSaSim condicional y SGCosim tienen diferencias bajas, pero no son las mejores.

	PHIT Facies SH-SS	PHIT SGCosim	PHIT BcSaSim condicionado	PHIT BcSaSim sin condicionado
Muestras	1071	1071	1071	1071
Mínimos	0.1494	0.1835	0.1496	0.1497
1° cuartil	0.2266	0.2311	0.2288	0.2285
Mediana	0.2368	0.2394	0.2398	0.2386
Media	0.2374	0.2382	0.2375	0.2375
3° cuartil	0.2484	0.2459	0.2508	0.2495
Máximo	0.2901	0.2777	0.2896	0.2901
Rangos	0.1407	0.0942	0.14	0.1404
Rango intercuartil	0.0219	0.0148	0.022	0.021
Varianzas	0.0003	0.0002	0.0006	0.0006
Desviación estándar	0.0173	0.0123	0.0244	0.0238
Coeficiente de variación	0.073	0.0516	0.1028	0.1

Simetría	-0.2828	-0.2163	-1.2422	-1.1774
Curtosis	5.1706	3.9323	6.4813	6.835

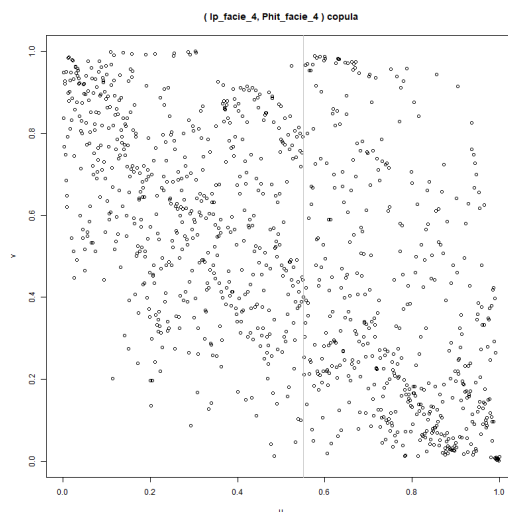
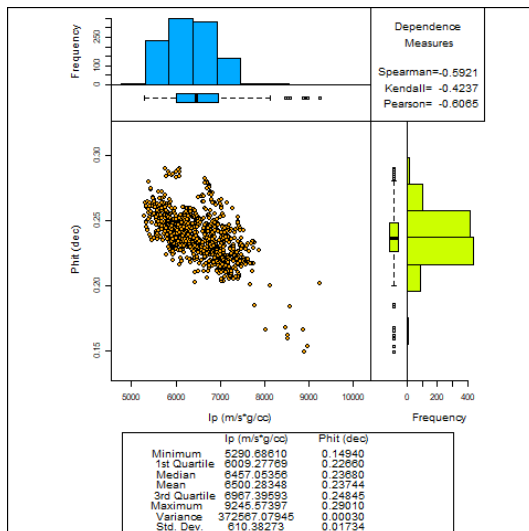
Tabla 7-53 Tabla comparativa entre el método SGCosim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Mientras que las medidas de dependencia de la Tabla 7-54 muestran que en todos los casos las simulaciones tienen sobre-dependencia. El caso de la simulación BcSaSim condicional muestra las menores diferencias respecto al original en los coeficientes de dependencia de Spearman y Kendall. La simulación BcSaSim no condicional tiene la menor diferencia en el coeficiente de correlación lineal de Pearson.

Medida de dependencia	Original	SGCosim	BcSaSim condicional	BcSaSim no condicional
Spearman	-0.7951	-0.8873	-0.81	-0.8148
Kendall	-0.6115	-0.7215	-0.6228	-0.6293
Pearson	-0.8977	-0.9523	-0.9118	-0.9052

Tabla 7-54 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la facies SH-SS, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original.

Comparando los Scatterplots y los gráficos de cópula de la Ilustración 7-78 podemos ver que los casos de BcSaSim con y sin condicionamiento presentan una fuerte similitud con la parte más densa de los datos. Sin embargo, estos presentan 2 grupos de valores que no están presentes en el Scatterplot original. El caso SGCosim presenta un Scatterplot muy artificial, incluso se podría considerar que el Scatterplot presenta trayectorias en los valores.



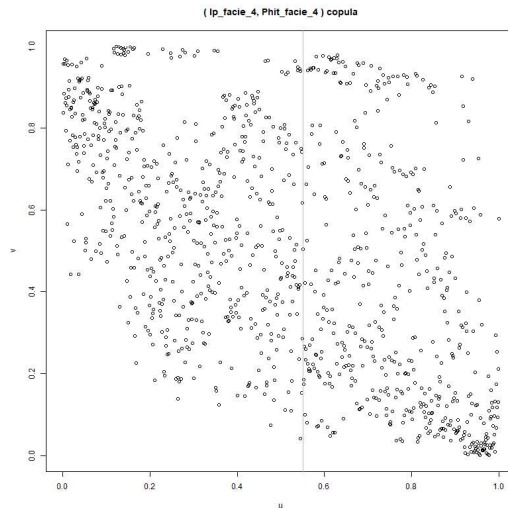
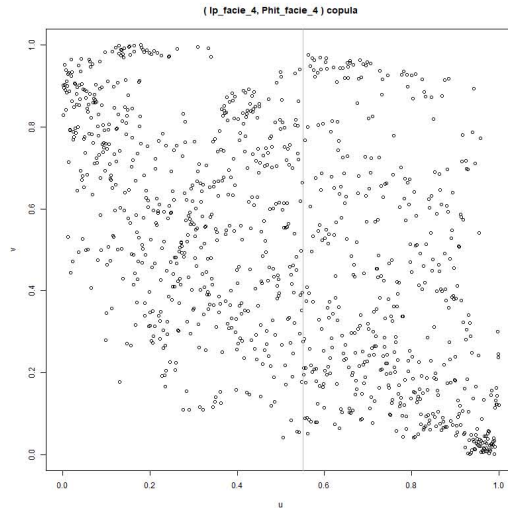
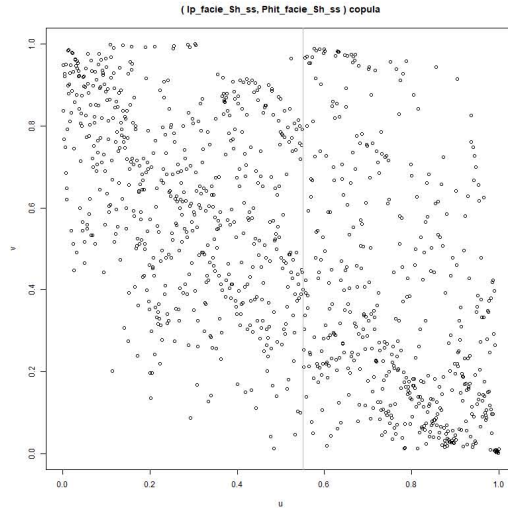
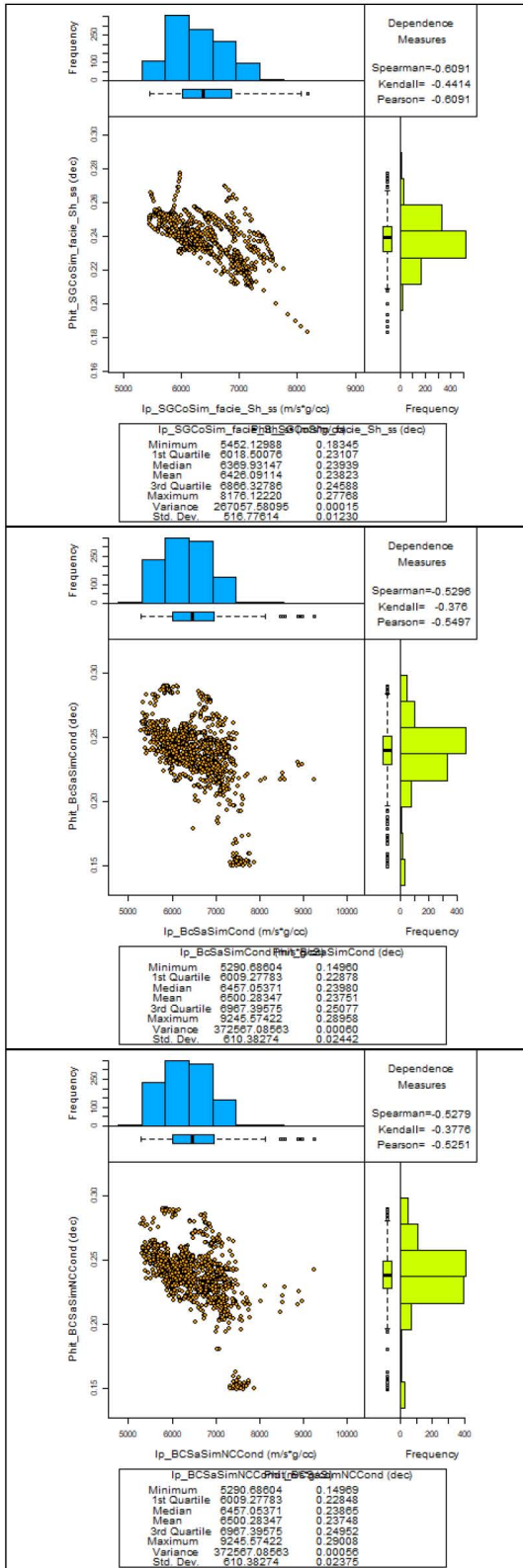


Ilustración 7-78 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con y sin condicionamiento.

## 7.8.4 Co-simulación usando el método BcSaSim y SGCoSim para la facies SH.

### 7.8.4.1 Simulación usando cópula de Bernstein no condicional.

En este se realizó el filtrado de valores repetidos, quedando un total de 48 muestras. De la Ilustración 7-79 podemos ver que los histogramas de ambas variables son asimétricos. Incluso se podría considerar que la variable  $I_p$  lo conforman 2 grupos de datos; la FDA de la variable  $I_p$  presenta múltiples huecos.

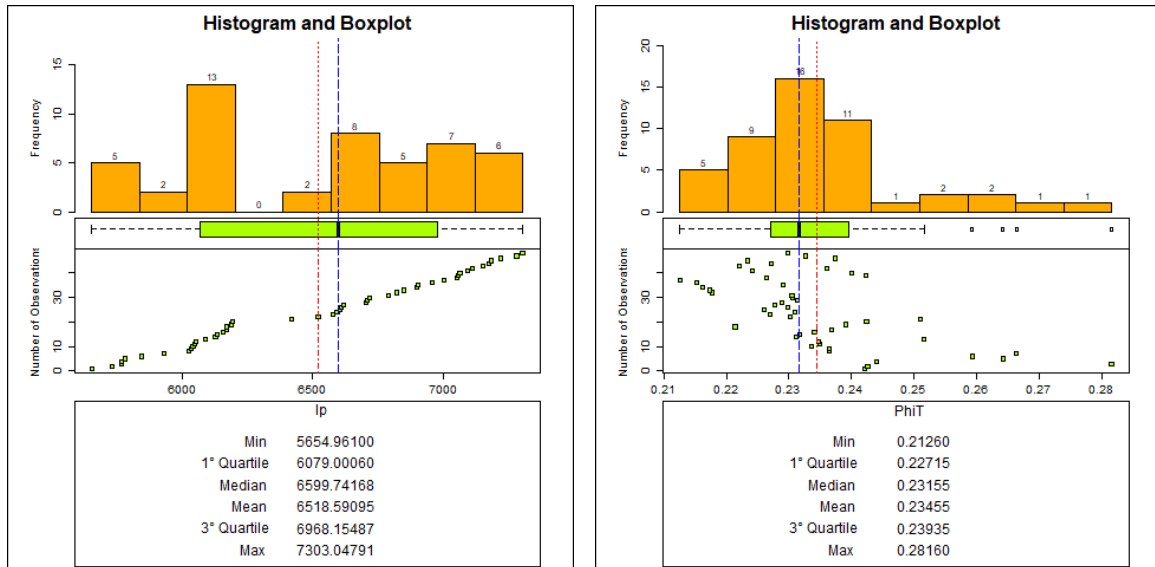


Ilustración 7-79 A la izquierda, histograma y FDA de la variable  $I_p$ , a la derecha, histograma y FDA de la variable  $\Phi_{it}$ .

	$I_p$	IP simulado	$I_p$ simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
<b>Muestras</b>	48	48	9950	48	48	9950
<b>Mínimo</b>	5654.961	5660.703	5655.202	0.2126	0.2147	0.2126
<b>1° cuartil</b>	6079.001	6132.828	6074.684	0.2272	0.2269	0.2271
<b>Mediana</b>	6599.742	6581.325	6544.89	0.2316	0.2312	0.2323
<b>Media</b>	6518.591	6530.855	6508.148	0.2346	0.2336	0.2347
<b>3° cuartil</b>	6968.155	6898.131	6958.452	0.2394	0.2362	0.2396
<b>Máximo</b>	7303.048	7292.972	7303.047	0.2816	0.2715	0.2816
<b>Rango</b>	1648.087	1632.269	1647.845	0.069	0.0568	0.069
<b>Rango Inter cuartil</b>	889.1543	765.3023	883.7681	0.0122	0.0093	0.0125
<b>Varianza</b>	249057.8	181235.5	237856.4	0.0002	0.0001	0.0002
<b>Desviación estándar</b>	499.0569	425.7177	487.7052	0.0135	0.0122	0.0134
<b>Coficiente de variación</b>	0.0766	0.0652	0.0749	0.0574	0.0522	0.0569
<b>Simetría</b>	-0.0774	-0.1499	-0.0424	1.288	1.1608	1.1372
<b>Curtosis</b>	1.664	1.9699	1.677	5.295	4.425	4.527



Tabla 7-55 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 48 y 9950 muestras para las variables  $Ip$  y  $Phit$ , los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

Al aplicar la simulación por cópula de Bernstein en la Tabla 7-55, podemos ver que las menores diferencias en los datos están en los simulados de 9950 valores. Incluso hay parámetros como el máximo, varianza y el rango que tiene valores exactos respecto del original. Comparando los Scatterplots de la Ilustración 7-80 podemos ver que la simulación de 48 valores no es similar al original. En cambio, la simulación de 9950 valores podría considerarse como similar. Sin embargo, este grafico esta tan saturado que solo podría considerarse como similar por la forma general del Scatterplot.

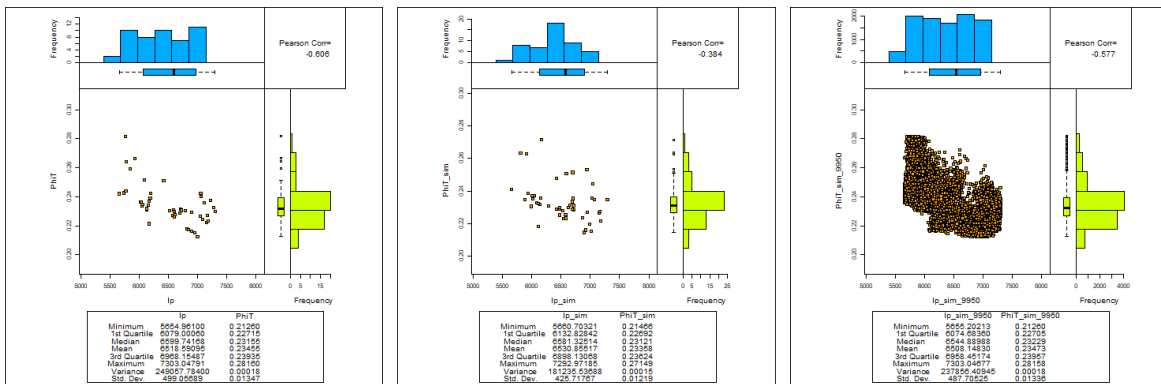


Ilustración 7-80 A la derecha, Scatterplot original, al centro Scatterplot de los 48 valores simulados, a la derecha, Scatterplot del caso de 9950 muestras simuladas.

#### 7.8.4.2 Simulación usando cópula de Bernstein condicional.

De la Ilustración 7-81 podemos ver que el histograma de ambas variables es asimétrico. Incluso la variable  $Ip$  tiene 2 posibles grupos no relacionados.

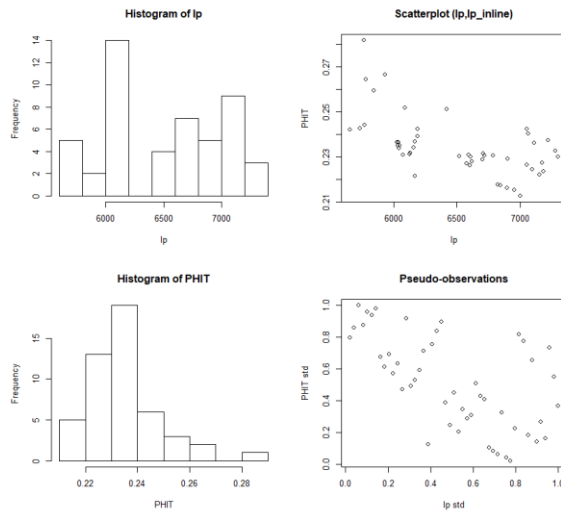


Ilustración 7-81 A la izquierda histogramas de las variables  $Ip$  y  $Phit$ , a la derecha Scatterplot y Pseudo-observaciones.

De la Tabla 7-56 podemos ver que la simulación de 1274 muestras tiene las menores diferencias respecto al original. En algunos parámetros los valores fueron exactos, como son la varianza y el rango intercuantil. Cabe resaltar que este caso se redujo de 9950 valores a 1274 debido a la baja densidad de valores iniciales; sobresaturar el modelo no garantiza que la simulación sea la mejor.

	Ip	IP simulado	Ip simulado	PHIT	PHIT simulado	PHIT simulado
<b>Muestras</b>	49	49	1274	49	49	1274
<b>Mínimo</b>	5654.961	5722.108	5654.961	0.2126	0.2137	0.2127
<b>1° cuartil</b>	6072.386	5970.224	6072.386	0.2272	0.2266	0.227
<b>Mediana</b>	6593.185	6188.072	6593.185	0.2314	0.2311	0.232
<b>Media</b>	6509.089	6450.781	6509.089	0.2345	0.2361	0.2344
<b>3° cuartil</b>	6957.023	6995.572	6957.023	0.2391	0.2385	0.2389
<b>Máximo</b>	7303.048	7295.711	7303.048	0.2816	0.2789	0.2814
<b>Rango</b>	1648.087	1573.603	1648.087	0.069	0.0651	0.0687
<b>Rango Intercuartil</b>	884.637	1025.348	884.637	0.0119	0.0119	0.0119
<b>Varianza</b>	248309.4	314786	243432.9	0.0002	0.0003	0.0002
<b>Desviación estándar</b>	498.3065	561.0579	493.3892	0.0133	0.0165	0.0135
<b>Coefficiente de variación</b>	0.0766	0.087	0.0758	0.0569	0.0697	0.0574
<b>Simetría</b>	-0.0357	0.2313	-0.0357	1.3149	1.1441	1.1852
<b>Curtosis</b>	1.65	1.4864	1.65	5.419	3.555	4.5619

Tabla 7-56 Valores de los parámetros calculados de las simulaciones no condicionales para los casos de 48 y 1274 muestras para las variables Ip y Phit, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

En la Ilustración 7-82 podemos ver ciertas similitudes entre los scatterplots simulados y el original, especialmente con el de 1274 muestras. Al igual que el caso de la simulación con cópula no condicional, el parecido del Scatterplot de 1274 muestras es por su densidad de valores.

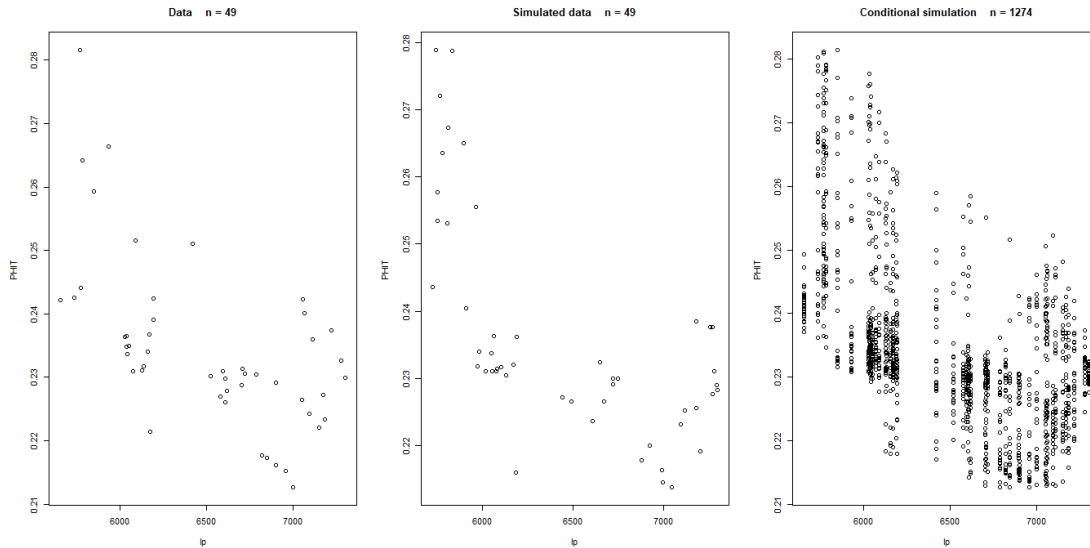


Ilustración 7-82 A la izquierda, Scatterplot de los valores originales, al centro, Scatterplot de los valores simulados por cópula de Bernstein, a la derecha, Scatterplot de los valores simulados a 1274 muestras.

### 7.8.4.3 Comparación entre el método SGCosim y BcSaSim para la facies SH.

	PHIT Facies SH	PHIT SGCoSim	PHIT BcSaSim condicionado	PHIT BcSaSim sin condicionado
Muestras	49	49	49	49
Mínimos	0.2126	0.2232	0.2132	0.213
1° cuartil	0.2272	0.2288	0.2278	0.2295
Mediana	0.2317	0.2351	0.2309	0.2322
Media	0.2346	0.2366	0.2386	0.2367
3° cuartil	0.2391	0.2414	0.2431	0.2368
Máximo	0.2816	0.2579	0.2811	0.2812
Rangos	0.069	0.0347	0.0679	0.0682
Rango intercuartil	0.0119	0.0126	0.0153	0.0073
Varianzas	0.0002	0.0001	0.0004	0.0002
Desviación estándar	0.0133	0.0095	0.0194	0.0158
Coefficiente de variación	0.0568	0.0403	0.0812	0.0667
Simetría	1.3002	0.5985	1.0806	1.6051
Curtosis	5.4039	2.51	2.8761	4.9854

Tabla 7-57 Tabla comparativa entre el método SGCosim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

De la Tabla 7-57 podemos ver que no hay alguno de estos métodos que ofrezca la mejor simulación desde la perspectiva exploratoria. Entre estos 3 métodos se reparten los mejores resultados. Por ejemplo, el método BcSaSim condicional tiene los mejores resultados en los parámetros 1° cuartil, 3° cuartil. En

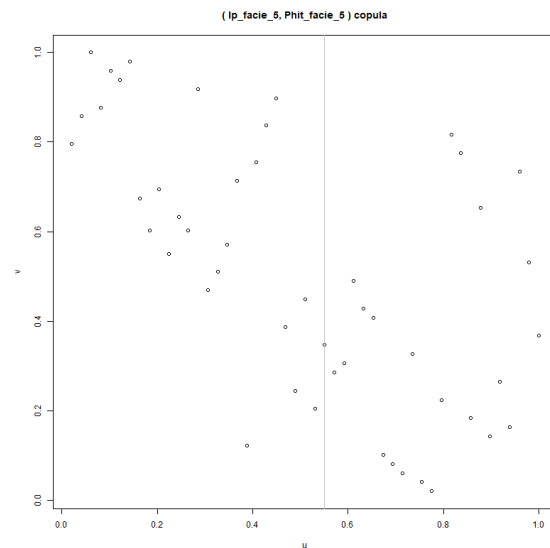
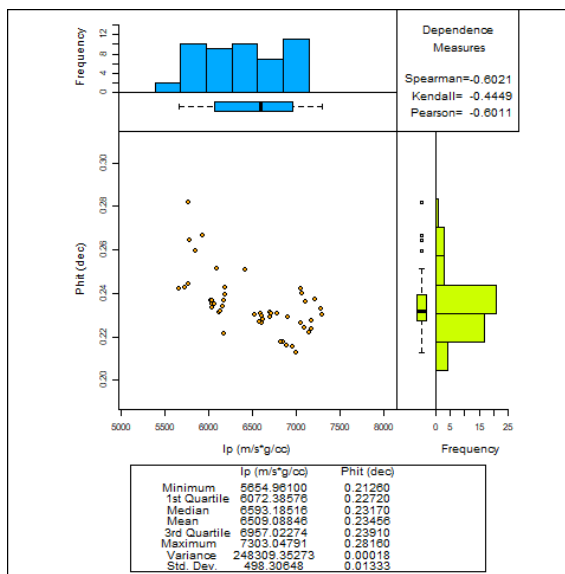
el método BcSaSim no condicional el mínimo, máximo, rango, mediana, varianza y en el método SGCosim la media y rango intercuartil.

De la Tabla 7-58 podemos ver que todos los casos simulados presentan sobre-dependencia. El caso de la simulación BcSaSim condicional muestra las menores diferencias respecto al original en los coeficientes de dependencia de Spearman y Kendall. La simulación BcSaSim no condicional tiene la menor diferencia en el coeficiente de correlación lineal de Pearson.

Medida de dependencia	Original	SGCosim	BcSaSim condicional	BcSaSim no condicional
<b>Spearman</b>	-0.7951	-0.8873	<b>-0.81</b>	-0.8148
<b>Kendall</b>	-0.6115	-0.7215	<b>-0.6228</b>	-0.6293
<b>Pearson</b>	-0.8977	-0.9523	-0.9118	<b>-0.9052</b>

Tabla 7-58 Valores de las medidas de dependencias original y simulados de la facies SH, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original.

Mientras que los scatterplots y gráficos de cópula de la Ilustración 7-83 no muestran similitud alguna con el Scatterplot y cópula original.



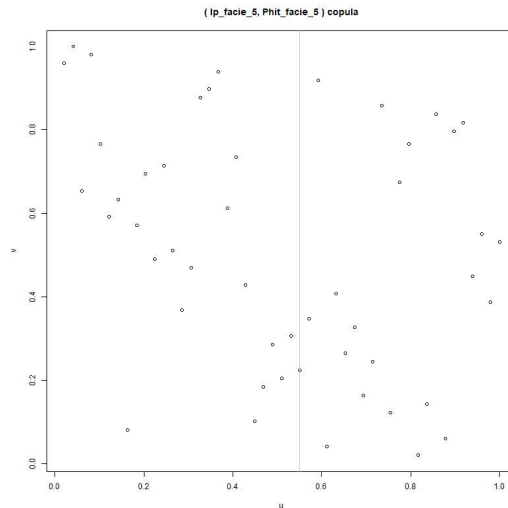
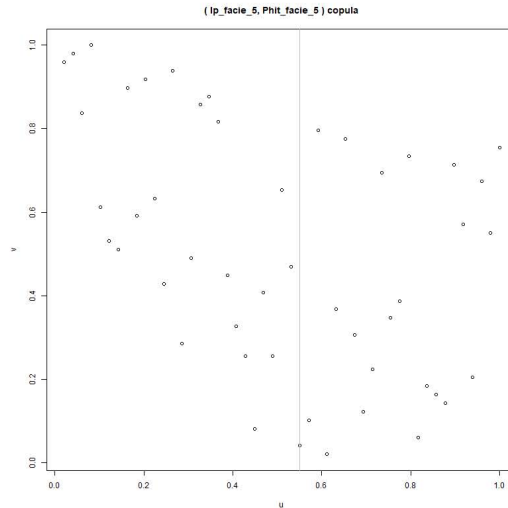
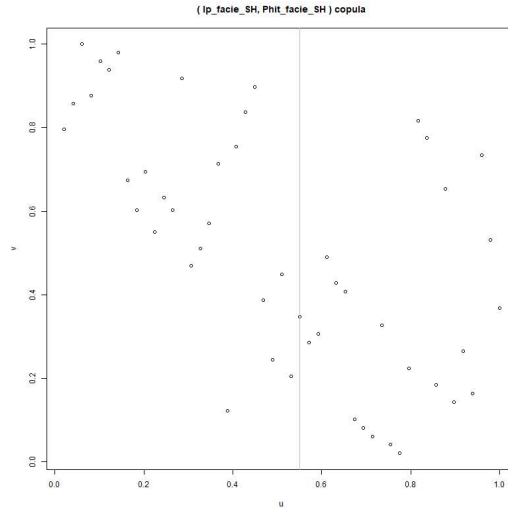
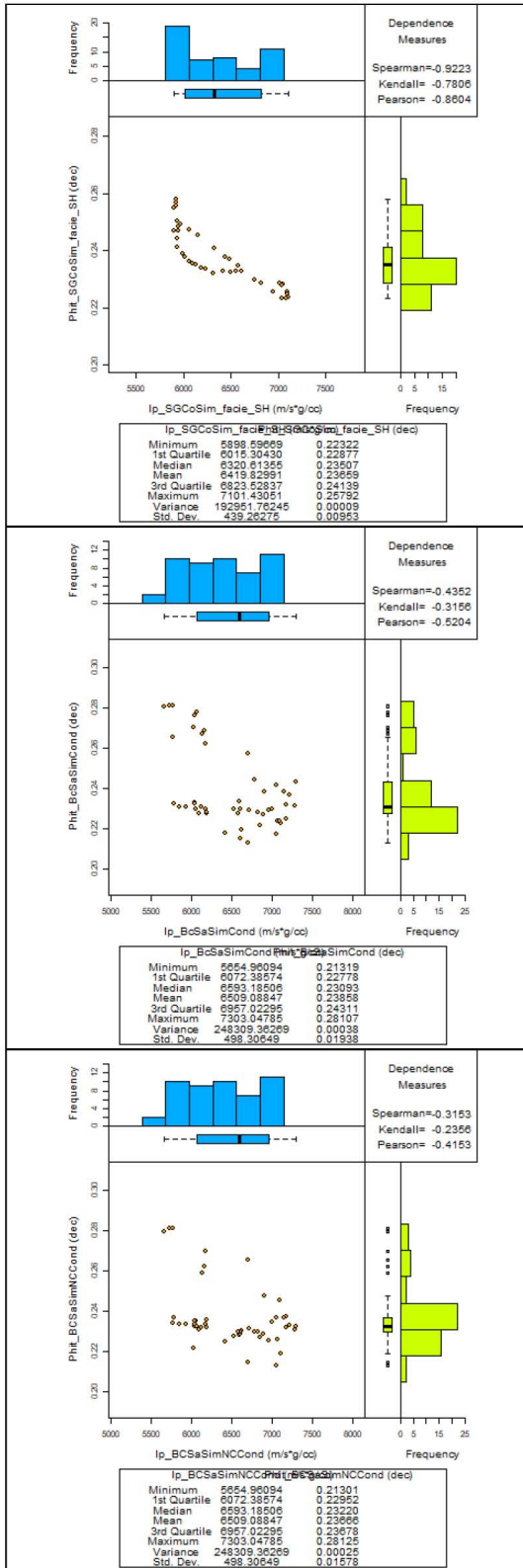


Ilustración 7-83 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCoSim, y BcSaSim con y sin condicionamiento.

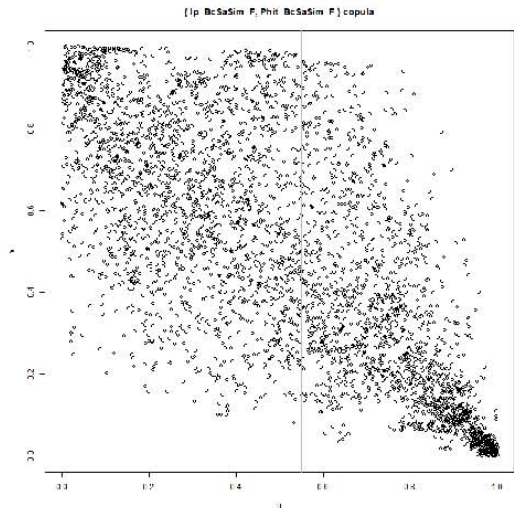
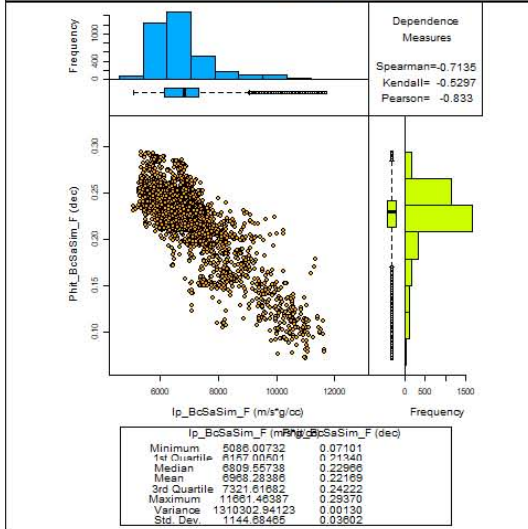
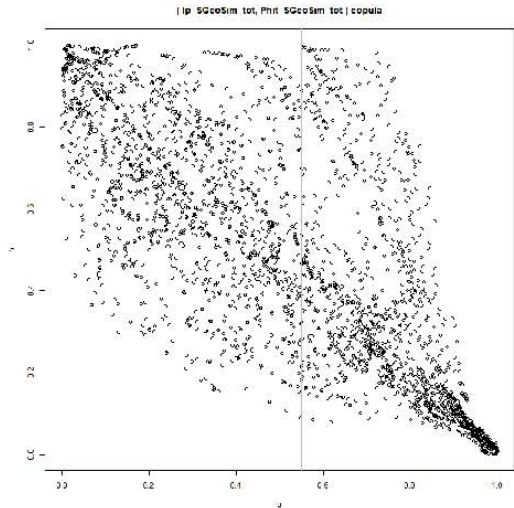
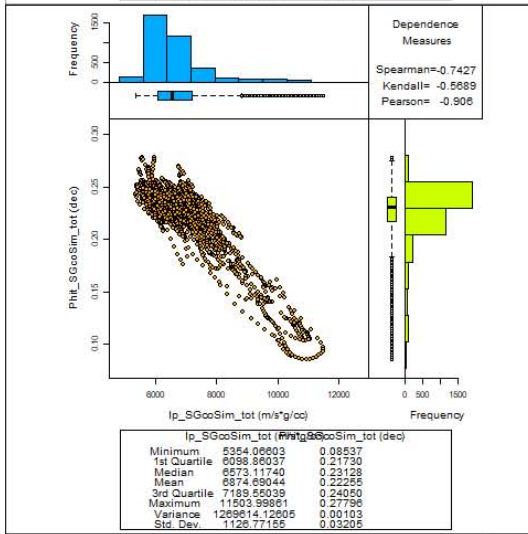
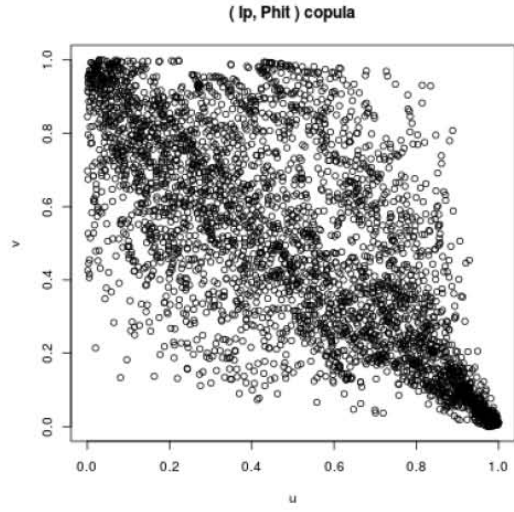
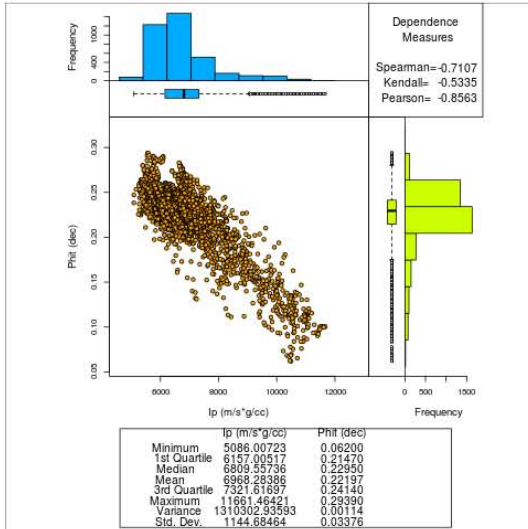
### 7.8.5 Análisis comparativo con registro completo.

Los datos obtenidos por cada simulación de facies fueron ensamblados para reconstruir el registro de pozo completo que se muestran en la Tabla 7-59. Se observa que la simulación BcSaSim por cópula de Bernstein sin condicionamiento presenta menores diferencias respecto a los datos originales; incluso la “mediana” es igual al valor original.

	PHIT	PHIT SCoSim	PHIT BcSaSim condicionado	PHIT BcSaSim sin condicionado
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696	3696
<b>Mínimos</b>	0.062	0.0854	0.071	0.0626
<b>1° cuartil</b>	0.2147	0.2173	0.2134	0.2138
<b>Mediana</b>	0.2295	0.2313	0.2297	0.2295
<b>Media</b>	0.222	0.2226	0.2217	0.2217
<b>3° cuartil</b>	0.2414	0.2405	0.2422	0.2419
<b>Máximo</b>	0.2939	0.278	0.2937	0.2908
<b>Rangos</b>	0.2319	0.1926	0.2227	0.2282
<b>Rango intercuartil</b>	0.0267	0.0232	0.0288	0.0281
<b>Varianzas</b>	0.0011	0.001	0.0013	0.0013
<b>Desviación estándar</b>	0.0338	0.032	0.036	0.0355
<b>Coefficiente de variación</b>	0.1521	0.144	0.1625	0.1599
<b>Simetría</b>	-1.811	-2.2524	-1.5573	-1.6299
<b>Curtosis</b>	6.997	8.4907	5.876	6.1871

Tabla 7-59 Tabla comparativa entre el método SCoSim y BcSaSim con valores condicionados y sin condicionamiento con el registro completo, los números en rojo indican que el valor tiene la menor diferencia respecto al original, los números en verde indican que el valor es igual al original.

De la Ilustración 7-84 vemos que los scatterplots de las simulaciones BcSaSim con y sin condicionamiento tienen mayores similitudes al original, el Scatterplot del método SCoSim presenta múltiples trayectorias.



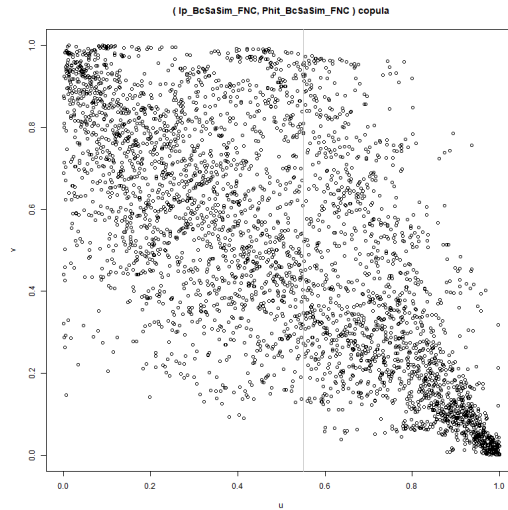
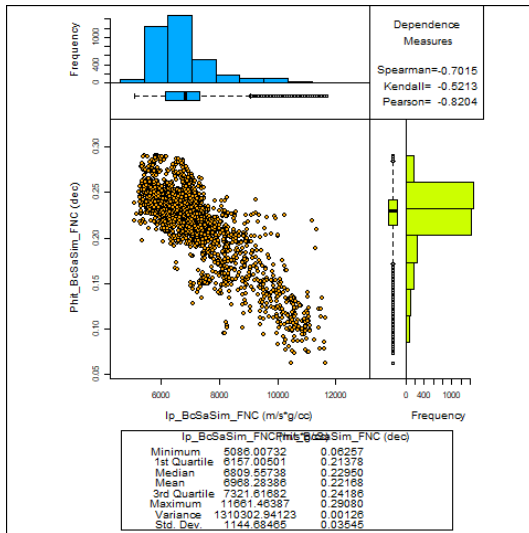


Ilustración 7-84 Scatterplots y pseudo-observaciones original, por SGCosim, y BcSaSim con y sin condicionamiento en orden descendente.

En el caso de la distribución espacial de la Ilustración 7-85, los registros obtenidos por BcSaSim son muy similares al original, salvo por algunos picos. También podemos observar que el registro simulado parece ser más ruidoso. El caso del registro obtenido por SGCosim, se observan múltiples picos atípicos que afectan la totalidad del registro.

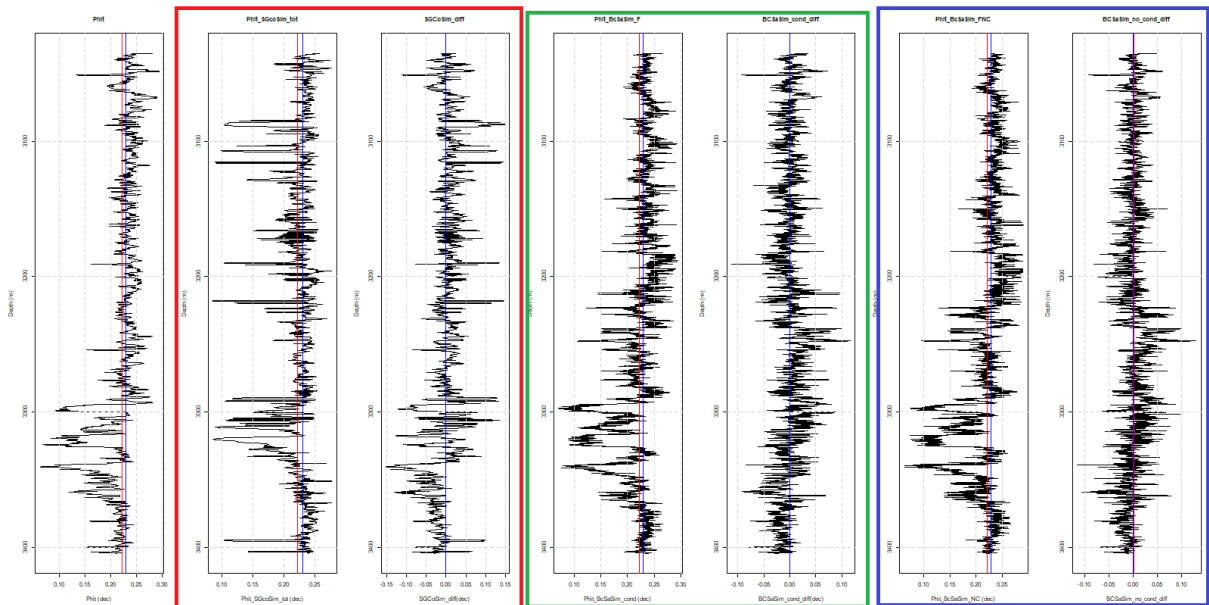


Ilustración 7-85 Distribución espacial de los registros obtenidos al simular las facies, en el recuadro rojo esta el simulado por SGCosim y su diferencia, en el recuadro verde esta el simulado por BcSaSim por cópula condicional y su diferencia, en el recuadro azul esta el simulado por BcSaSim por cópula no condicional y su diferencia.



## 7.9 COMPARATIVA ENTRE MÉTODOS DE SIMULACIÓN A PARTIR DE MÚLTIPLES SIMULACIONES.

El objetivo de este ejercicio es comparar los diferentes resultados que se obtienen en la simulación 1, 25, 50 y 100 del par (Vcl, Poisson). En este solo se usó el método SGCoSim contra el método BcSaSim condicionado.

### 7.9.1 Comparativa entre las realizaciones usando el método SGCoSim.

Analizando los resultados mostrados en la Tabla 7-60 observamos que los resultados son muy diferentes a los originales. En términos generales gran parte de los parámetros tienen diferencias superiores al 50% respecto al original. Incluso los valores de la realización 100 son muy diferentes. Otro dato que destacar es la reducción del valor en la varianza al aumentar las realizaciones, lo cual es consistente a lo descrito por Deutsch (2002). Donde la simulación Gaussiana hace que las ecuaciones de Kriging obliguen a la covarianza entre los datos originales y los estimados por Kriging a ser baja y se espera que la varianza sea cercana a cero.

	VCL	VCL SGCoSim simulación 1	VCL SGCoSim simulación 25	VCL SGCoSim simulación 50	VCL SGCoSim condicionado simulación 100
Muestras	3696	3696	3696	3696	3696
Mínimos	0	0	0.1166	0.0932	0.0792
1° cuartil	0.1582	0.1645	0.1826	0.1866	0.1912
Mediana	0.2108	0.2116	0.2084	0.2154	0.2173
Media	0.2191	0.2191	0.2182	0.2172	0.2164
3° cuartil	0.2848	0.2801	0.2461	0.2449	0.2446
Máximo	0.4442	0.4019	0.3767	0.352	0.339
Rangos	0.4442	0.4019	0.2601	0.2588	0.2598
Rango intercuartil	0.1266	0.1156	0.0635	0.0582	0.0533
Varianzas	0.0072	0.006	0.0024	0.0019	0.0014
Desviación estándar	0.0846	0.0773	0.0487	0.044	0.0372
Coefficiente de variación	0.386	0.3529	0.2232	0.2024	0.172
Simetría	0.0168	0.068	0.7681	0.2139	-0.1774
Curtosis	2.5749	2.4533	3.2249	2.9795	2.7768

Tabla 7-60 Tabla comparativa entre las realizaciones 1, 25, 50 y 100 usando el método SGCoSim para la variable Vcl.

Comparado las distribuciones espaciales de los registros geofísicos de pozos de la Ilustración 7-86. Podemos ver que solo la simulación 1 conserva gran parte de los rasgos de la distribución espacial original, las demás simulaciones no presentan alguna similitud al original, lo cual nos indica que el método no es tan estable al intentar múltiples simulaciones.

Con respecto a la implementación del código para el método SGCóSim; el código no es óptimo, ya que solo presenta los resultados de la última simulación realizada, es decir, si se le piden 25 realizaciones solo mostrara los resultados de la simulación 25. Este inconveniente resulta ser molesto si se requiere saber que pasa en las demás simulaciones y aumenta el tiempo de procesamiento.

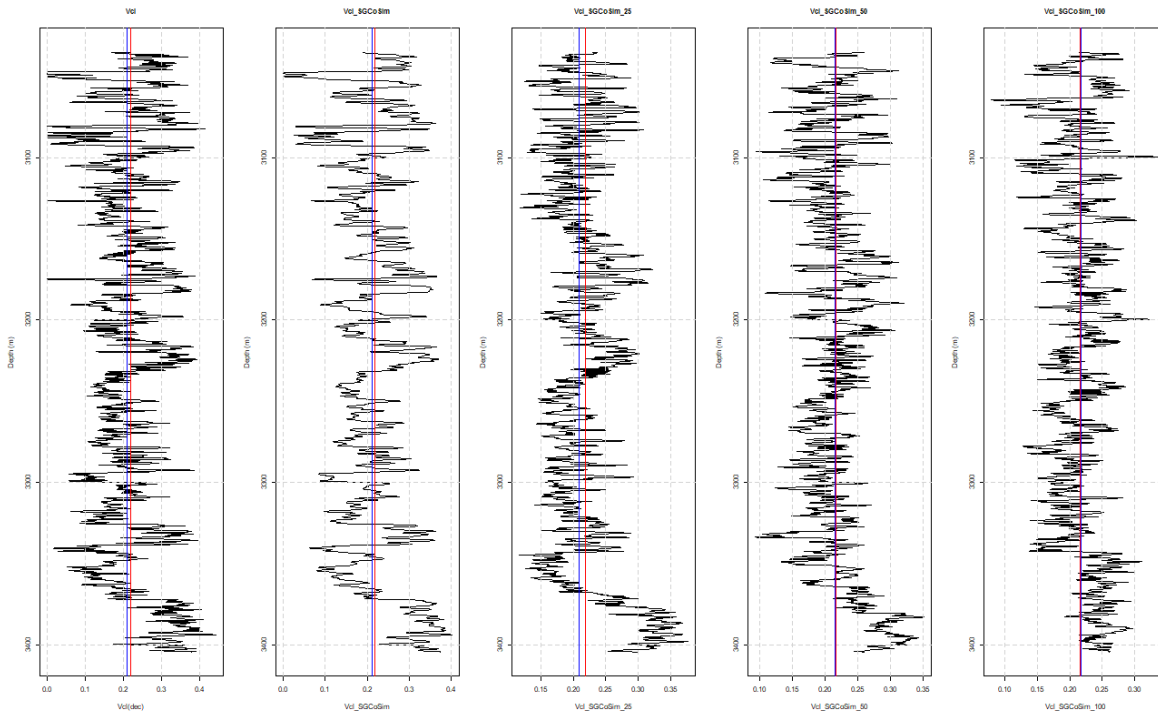


Ilustración 7-86 Distribuciones espaciales de los registros geofísicos de pozos. De izquierda a derecha: Vcl original, Vcl por SGCóSim simulación 1, Vcl por SGCóSim simulación 25, Vcl por SGCóSim simulación 50, Vcl por SGCóSim simulación 100.

### 7.9.2 Comparativa entre las realizaciones usando el método BcSaSim con condicionamiento.

En la

	VCL	VCL BcSaSim simulación 1	VCL BcSaSim simulación 25	VCL BcSaSim simulación 50	VCL BcSaSim simulación 100
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696	3696	3696
<b>Mínimos</b>	0	0	0	0	0
<b>1° cuartil</b>	0.1582	0.1596	0.1585	0.1589	0.1587
<b>Mediana</b>	0.2108	0.2108	0.2046	0.2043	0.2042
<b>Media</b>	0.2191	0.2192	0.2201	0.22	0.2201
<b>3° cuartil</b>	0.2848	0.2798	0.2808	0.2816	0.2828
<b>Máximo</b>	0.4442	0.4439	0.3999	0.3999	0.3999
<b>Rangos</b>	0.4442	0.4439	0.3999	0.3999	0.3999
<b>Rango intercuartil</b>	0.1266	0.1202	0.1222	0.1227	0.1241

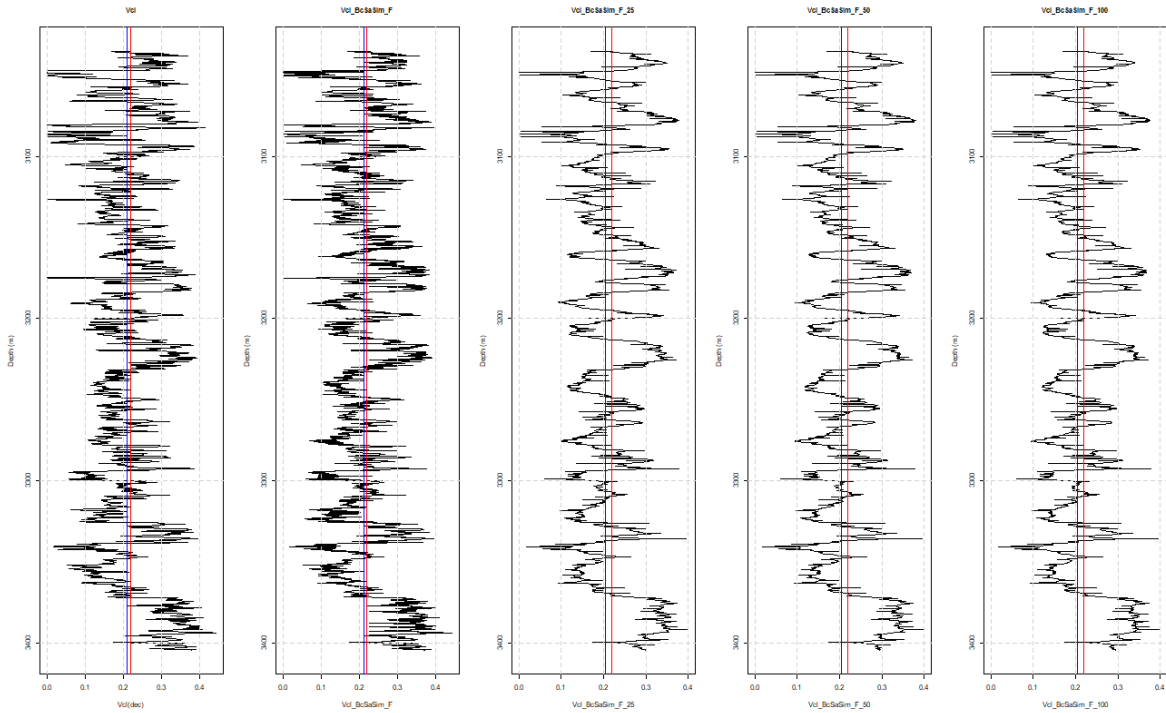
<b>Varianzas</b>	0.0072	0.0062	0.0053	0.0053	0.0053
<b>Desviación estándar</b>	0.0846	0.0788	0.0728	0.0727	0.0726
<b>Coefficiente de variación</b>	0.386	0.3597	0.3308	0.3303	0.3298
<b>Simetría</b>	0.0168	0.186	0.306	0.3118	0.3023
<b>Curtosis</b>	2.5749	2.336	2.0493	2.0677	2.0505

Tabla 7-61 podemos ver que los valores obtenidos en cada simulación tienen diferencias menores al 8% respecto al original excepto en los parámetros “simetría” y “curtosis”. En los parámetros mediana, media y varianza la diferencia no supera el 5%. En la simulación 1 el parámetro “mediana” es igual al original, lo cual es una fuerte evidencia de la estabilidad en múltiples simulaciones. Además, el código usado nos ofrece un archivo que contiene todas las simulaciones que se solicitaron, en este caso 100; lo cual es una ventaja respecto al código usado en la simulación SGCosim.

Comparando las distribuciones espaciales de los registros geofísicos de pozos de la Ilustración 7-87 podemos ver que a grandes rasgos son similares. Se consideran gran parte de los picos y valles observados en el original, especialmente en las simulaciones 1 y 25.

	<b>VCL</b>	<b>VCL BcSaSim simulación 1</b>	<b>VCL BcSaSim simulación 25</b>	<b>VCL BcSaSim simulación 50</b>	<b>VCL BcSaSim simulación 100</b>
<b>Muestras</b>	3696	3696	3696	3696	3696
<b>Mínimos</b>	0	0	0	0	0
<b>1° cuartil</b>	0.1582	0.1596	0.1585	0.1589	0.1587
<b>Mediana</b>	0.2108	0.2108	0.2046	0.2043	0.2042
<b>Media</b>	0.2191	0.2192	0.2201	0.22	0.2201
<b>3° cuartil</b>	0.2848	0.2798	0.2808	0.2816	0.2828
<b>Máximo</b>	0.4442	0.4439	0.3999	0.3999	0.3999
<b>Rangos</b>	0.4442	0.4439	0.3999	0.3999	0.3999
<b>Rango intercuartil</b>	0.1266	0.1202	0.1222	0.1227	0.1241
<b>Varianzas</b>	0.0072	0.0062	0.0053	0.0053	0.0053
<b>Desviación estándar</b>	0.0846	0.0788	0.0728	0.0727	0.0726
<b>Coefficiente de variación</b>	0.386	0.3597	0.3308	0.3303	0.3298
<b>Simetría</b>	0.0168	0.186	0.306	0.3118	0.3023
<b>Curtosis</b>	2.5749	2.336	2.0493	2.0677	2.0505

Tabla 7-61 Tabla comparativa entre las realizaciones 1, 25, 50 y 100 usando el método BcSaSim para la variable Vcl.



*Ilustración 7-87 Distribuciones espaciales de los registros geofísicos de pozos. De izquierda a derecha: Vcl original, Vcl por BcSaSim simulación 1, Vcl por BcSaSim simulación 25, Vcl por BcSaSim simulación 50, Vcl por BcSaSim simulación 100.*

Otro punto que destacar es la cantidad de tiempo computacional invertido en ambas simulaciones. En el caso de la co-simulación secuencial Gaussiana (SGCoSim) se demora cerca de 30 minutos por simulación, mientras que la co-simulación estocástica espacial basada en cópulas de Bernstein (BcSaSim) tarda cerca de 2.5 horas para simular la cópula y 20 minutos para la simulación por recocido simulado. Comparando los tiempos de los métodos de simulación, el método SGCoSim sería el más eficiente, sin embargo, cualquier error humano en la asignación de valores o aumento en las realizaciones implica rehacer toda la simulación por los problemas descritos en el apartado 7.9.1, en cambio, el método BcSaSim puede corregir cualquier error humano o aumentar las realizaciones en menor tiempo, ya que solo requiere de 1 simulación de cópula y el recocido simulado ofrecerá todas las simulaciones que se requieran.

## 8 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.

El objetivo que se planteó al inicio de este trabajo de investigación fue aplicar el método de co-simulación estocástica espacial usando cópulas de Bernstein en casos bivariados entre las propiedades petrofísicas (Phit, Phie, Ktimur, Vcl, Sw) y atributos sísmicos (Vp, Vs, Ip, Is,  $\sigma$ , K,  $\mu$ ,  $\lambda$ ) obtenidos por registros geofísicos de pozo. Entre estas propiedades petrofísicas y atributos sísmicos se determinó que solo los casos bivariados (Phit, Ip), (Phie, Ip), (Vcl,  $\sigma$ ), y (Sw,  $\lambda$ ) ofrecieron los mejores ejemplos comparativos.

En todos los casos se pudo observar que el método de simulación BcSaSim ofrece las diferencias más bajas (Tabla 8-1), lo cual es evidente especialmente en el caso (Sw,  $\lambda$ ) a pesar de su bajo coeficiente de correlación. Otro punto que destacar es que el método BcSaSim siempre ajusta con diferencias menores al 5% respecto de los datos originales en casi todos los parámetros estadísticos, mientras que el método SGCoSim, excede estos porcentajes en casi todos los parámetros estadísticos.

	(Phit, Ip)			(Phie, Ip)			(Vcl, $\sigma$ )			(Sw, $\lambda$ )		
Coefficiente de correlación Spearman	-0.71			-0.58			0.61			0.34		
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
Mínimos	37.58	14.52	0.97	46.17	2.90	14.51	n/a	n/a	n/a	76.42	17.33	17.33
1° cuartil	0.65	-0.61	-0.42	2.58	0.07	0.93	3.98	1.01	0.88	1.33	0.79	0.29
Mediana	-0.13	0.09	0.00	0.67	0.00	0.30	0.38	0.00	0.00	-0.26	-0.09	0.35
Media	0.00	-0.14	-0.14	0.00	-0.31	0.06	0.00	0.59	0.05	0.00	0.31	0.13
3° cuartil	-0.50	0.33	0.21	-1.32	-0.26	0.05	-1.65	-1.40	-1.76	-1.75	0.00	-0.33
Máximo	-3.47	-0.07	-1.05	-5.35	-9.16	-11.92	-9.52	-0.59	-0.07	0.02	0.00	0.00
Rangos	-14.40	-3.97	-1.60	-12.98	-10.99	-15.84	-9.52	-0.72	-0.07	-5.77	-1.31	-1.31
Rango intercuartil	-9.74	7.87	5.24	-12.25	-1.20	-2.41	-8.69	-4.42	-5.06	-10.28	-2.18	-2.00
Varianzas	-9.09	18.18	18.18	-15.38	-7.69	-7.69	-16.67	-11.11	-13.89	-13.51	-4.94	-5.19
Desviación estándar	-6.51	6.51	5.03	-8.68	-3.92	-3.08	-8.63	-5.79	-6.86	-6.88	-2.40	-2.55
Coefficiente de variación	-6.38	6.84	5.13	-8.73	-3.70	-3.15	-8.58	-6.27	-6.81	-6.90	-2.74	-2.66
Simetría	7.85	-14.01	-10.00	58.09	41.68	60.67	304.76	1120	1007	8.12	-1.54	-2.59
Curtosis	6.20	-16.02	-11.57	5.52	-9.07	-7.52	-4.72	-10.71	-9.28	10.77	-1.59	-3.10

Tabla 8-1 Tabla comparativa en términos de la diferencia entre el valor original y el simulado, los valores en azul corresponden al método (SGCoSim), los valores en verde son del método (BcSaSim condicionado) y los valores en rojo son del método (BcSaSim sin condicionado)

Se demostró, a partir de los coeficientes de dependencia y gráficos de simulación, que el método BcSaSim puede reproducir los parámetros estadísticos originales de una variable primaria de interés (propiedad petrofísica) a partir de la relación de dependencia con una variable secundaria (atributo sísmico) sin importar su función de distribución.

En el capítulo 6 se pudo demostrar que la co-simulación estocástica espacial basada en cópulas de Bernstein (BcSaSim) ofrece buenos resultados cuando se

cuenta con valores condicionales, especialmente cuando el número de valores condicionales es bajo. A diferencia de la co-simulación secuencial gaussiana (SGCoSim), la cual se ve seriamente afectada cuando el número de valores condicionales es bajo.

El método BcSaSim no demostró preferencia por algún parámetro en específico, como lo hace el método de co-simulación secuencial gaussiano (SGCoSim), en el cual la media y la varianza tienen valores iguales al original o en el peor de los casos diferencias muy bajas. A pesar de esto, las distribuciones espaciales obtenidas por este método fueron muy similares al original, se pudo observar cómo se respetaron a grandes rasgos los picos característicos de las propiedades petrofísicas originales.

En el caso de la comparación del caso facies bivariada (Phit, Ip). Podemos notar que los valores simulados son aún mejores usando el método de co-simulación estocástica espacial basada en cópulas de Bernstein (BcSaSim), donde la diferencia entre los valores originales y los valores simulados es muy baja con la cópula condicional y no condicional, esto se observa en el registro se pudo reproducir adecuadamente. En el mismo caso, usando el método de co-simulación secuencial gaussiano (SGCoSim) no se logró obtener buenos resultados; la diferencia entre los valores de los parámetros simulados y los originales es alta, incluso los registros simulados muestran picos que en el registro original no existen. Por lo tanto, se puede concluir que el método de co-simulación estocástica espacial basada en cópulas de Bernstein para casos de facies proporciona mejores resultados.

Siguiendo con la investigación del método de co-simulación estocástica espacial basada en cópulas de Bernstein (BcSaSim) se necesita realizar el análisis de incertidumbres usando múltiples realizaciones, las cuales podrán mejorar los resultados de las simulaciones. También se sugiere expandir su uso a casos de 2D y 3D o incluso, probar esta metodología estocástica en problemas de inversión de datos, el cual hasta ahora no ha sido realizado.

## 9 REFERENCIAS

- Cannon, S. (2015). *Petrophysics: A Practical Guide*. Wiley. Retrieved from <https://books.google.fi/books?id=squBCgAAQBAJ>
- Cosentino, L. (2001). *Integrated Reservoir Studies. Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 53). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Deutsch, C. V. (2002). *Geostatistical Reservoir Modeling*. Oxford University Press. Retrieved from <https://books.google.de/books?id=1WvxAAAAMAAJ>
- Deutsch, C. V., & Journel, A. G. (1998). *GSLIB: Geostatistical software library and user's guide*. New York (Vol. 369). [https://doi.org/10.1016/0098-3004\(94\)90041-8](https://doi.org/10.1016/0098-3004(94)90041-8)
- Díaz-Viera, M. A. (2002). Geoestadística aplicada. *Instituto de Geofísica*, 144. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Díaz-Viera, M. A., Erdely, A., Kerdan, T., Del-Valle-García, R., & Mendoza-Torres, F. (2016). Bernstein Copula-Based Spatial Stochastic Simulation of Petrophysical Properties Using Seismic Attributes as Secondary Variable. In J. J. Gómez-Hernández, J. Rodrigo-Illari, M. E. Rodrigo-Clavero, E. Cassiraga, & J. A. Vargas-Guzmán (Eds.), *Geostatistics Valencia 2016* (pp. 487–504). Cham: Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-46819-8\\_33](https://doi.org/10.1007/978-3-319-46819-8_33)
- Díaz-Viera, M. A., & Hernández-Maldonado, V. M. (2010). RGEOSTAD. México. Retrieved from <http://www.esmg-mx.org/links.html>
- Díaz-Viera, M. A., Sahay, P., Coronado, M., & Ortiz-Tapia, A. (2012). *Mathematical and Numerical Modeling in Porous Media: Applications in Geosciences*. CRC Press. Retrieved from <https://books.google.com/books?id=XrzLBQAAQBAJ>
- Doyen, P. (2007). *Seismic reservoir characterization: an earth modelling perspective*. EAGE publications. Retrieved from <https://books.google.fr/books?id=Sy5QAQAIAAJ>
- Dvorkin, J., Gutierrez, M. A., & Grana, D. (2014). *Seismic Reflections of Rock Properties*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511843655>
- Embrechts, P., Lindskog, F., & Mcneil, A. (2003). Ch.8 Modelling dependence with copulas and applications to risk management. *Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance*, 329–384. <https://doi.org/10.1016/B978-044450896-6.50010-8>
- Grijalba-Cuenca, A., Torres-Verdin, C., & Van der Made, P. (2000). Geostatistical Inversion of 3D Seismic Data to Extrapolate Wireline Petrophysical Variables Laterally Away From the Well. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. <https://doi.org/10.2118/63283-MS>
- Hamada, G. M. (2004). Reservoir Fluids Identification Using Vp/Vs Ratio? *Oil & Gas*

- Science and Technology*, 59(6), 649–654. <https://doi.org/10.2516/ogst:2004046>
- Hernandez Maldonado, V. M. (2014). *Simulación estocástica espacial de Propiedades petrofísicas usando cópulas de Bernstein*. Instituto Mexicano del Petróleo.
- Jaworski, P., Durante, F., Härdle, W. K., & Rychlik, T. (2010). *Copula Theory and Its Applications: Proceedings of the Workshop Held in Warsaw, 25-26 September 2009*. Springer Berlin Heidelberg. Retrieved from <https://books.google.com/books?id=vX233feaA6MC>
- Li, M., & Zhao, Y. (2014). Geophysical Exploration Technology. *Geophysical Exploration Technology*. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-410436-5.00007-1>
- Mavko, G., Mukerji, T., & Dvorkin, J. (2009). *The Rock Physics Handbook, Second Edition. World Wide Web Internet And Web Information Systems*. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511626753>
- Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer. Retrieved from <https://books.google.de/books?id=B3ONT5rBv0wC>
- Parra, J., & Emery, X. (2013). Geostatistics applied to cross-well reflection seismic for imaging carbonate aquifers. *Journal of Applied Geophysics*, 92, 68–75. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2013.02.010>
- Pavlis, G. L. (2003). “An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure” by Seth Stein and Michael Wysession. *Seismological Research Letters* (Vol. 74). <https://doi.org/10.1785/gssrl.74.6.824>
- Peters, E. J. (2012). *Advanced Petrophysics: Geology, porosity, absolute permeability, heterogeneity, and geostatistics*. Live Oak Book Company. Retrieved from [https://books.google.fi/books?id=EHQED-\\_9gDcC](https://books.google.fi/books?id=EHQED-_9gDcC)
- Sancetta, A., & Satchell, S. (2004). The Bernstein copula and its applications to modeling and approximations of multivariate distributions. *Econometric Theory*, 20(3), 535–562. <https://doi.org/10.1017/S026646660420305X>
- Schlumberger. (2016). Schlumberger Oilfield Glossary. Retrieved from [http://www.glossary.oilfield.slb.com/Terms/f/flow\\_line.aspx](http://www.glossary.oilfield.slb.com/Terms/f/flow_line.aspx)
- Serra, O. (1986). *Fundamentals of Well-Log Interpretation - 2. The Interpretation of Logging Data. Developments in Petroleum Science* (Vol. 15). [https://doi.org/10.1016/S0376-7361\(08\)70591-0](https://doi.org/10.1016/S0376-7361(08)70591-0)
- Subrahmanyam, D., & Rao, P. H. (2008). Seismic attributes-a review. *7th International Conference and Exposition on Petroleum Geophysics, Hyderabad, India*, 7. Retrieved from <http://www.spgindia.org/2008/398.pdf>



# 10 ANEXOS.

---

## 10.1 CÓDIGO SASIM MODIFICADO (DEUTSCH & JOURNAL, 1998).

- a. Parameters for BCSASIM
- b. \*\*\*\*\*

```
2) START OF PARAMETERS:
3) 0 1 0 0 1          \components: hist,varg,ivar,corr,cpdf
4) 0 1 0 0 1          \weight:  hist,varg,ivar,corr,cpdf
5) 0                  \0=no transform, 1=log transform
6) 1                  \number of realizations
7) 1 2104763.97 1      \grid definition: nx,xmn,xsiz
8) 1 262787.5 1       \      ny,ymn,ysiz
9) 3696 3035 0.1      \      nz,zmn,zsiz
10) 690696969         \random number seed
11) 3                  \debugging level
12) bcsasim_nC.dbg     \file for debugging output
13) bcsasim_nC.out     \file for simulation output
14) 0                  \schedule (0=automatic,1=set below)
15) 0.0 0.05 10 3 5 0.001 \ schedule: t0,redfac,ka,k,num,Omin
16) 10000 0.1         \ maximum perturbations, reporting
17) 10000             \ maximum number without a change
18) 0                  \conditioning data:(0=no, 1=yes)
19) Conditioning_Data_facie_3.dat \ file with data
20) 1 2 3 4           \ columns: x,y,z,attribute
21) 1.0e21 1.0e21     \ trimming limits
22) 0                  \file with histogram:(0=no, 1=yes)
23) Histogram.dat     \ file with histogram
24) 1 2                \ column for value and weight
25) 30                 \ number of quantiles for obj. func.
26) 2                  \number of indicator variograms
27) 2.78              \ indicator thresholds
28) Gridded_SecData.dat \file with gridded secondary data
29) 4                  \ column number
30) 0                  \ vertical average (0=no, 1=yes)
31) 0.2865            \correlation coefficient
32) no_condicional.dat \file with paired data
33) 2 1 0             \ columns for primary, secondary, wt
34) 0.0088 3622.7906 \ minimum and maximum
35) 10                \ number of primary thresholds
36) 10                \ number of secondary thresholds
37) 450               \Variograms: number of lags
38) 0                  \ standardize sill (0=no,1=yes)
39) 1 0.00001         \ nst, nugget effect
40) 1 19510 0.0 0.0 0.0 \ it,cc,ang1,ang2,ang3
41) 50.0 50.0 2       \ a_hmax, ahúman, a_vert
```

## 10.2 ATRIBUTOS SÍSMICOS.

Los atributos sísmicos se definen como las cantidades que son medidas, computadas en los datos sísmicos (Subrahmanyam & Rao, 2008). Estos pueden ser geométricos, cinemáticos, dinámicos, físicos y estadísticos, que extraen o derivan de los datos sísmicos en la etapa de pre-apilamiento (pre-stack) o post-apilamiento (post-stack), o bien desde el mismo pozo si este tiene registros de velocidad, estos contienen información de las características petrofísicas, geometría del medio, incluso describir el tipo de fluido disponible en el yacimiento (Li & Zhao, 2014).

Para hacer la relación entre los pozos presentes en el área y el cubo sísmico se hace un procesamiento de los datos obtenidos del pozo y se correlacionan al cubo sísmico, este proceso se conoce como vinculación pozo-cubo sísmico o “well-to-seismic tie”, así, los datos obtenidos en el pozo, los cuales fueron adquiridos en el dominio de la profundidad, son relacionados a los datos del cubo sísmico, los cuales fueron adquiridos en el dominio del tiempo y ambos se pueden tratar en un mismo dominio a conveniencia del usuario. La vinculación del pozo al cubo sísmico se realiza al generar una traza sintética, esta se genera con un atributo sísmico a nivel de pozo, como puede ser impedancia acústica, el registro de coeficiente de reflexión y una ondícula, los cuales se relacionan con mediante el operador convolución.

A continuación, se dará una breve explicación de los atributos sísmicos a nivel de pozo

### 10.2.1 IMPEDANCIA ACÚSTICA.

La impedancia acústica es la capacidad que tiene una roca para transmitir y reflejar la onda incidente, este parámetro se calcula con el producto de la densidad y la velocidad de la onda P (Li & Zhao, 2014).

$$I_a = \rho v_p \quad (10-1)$$

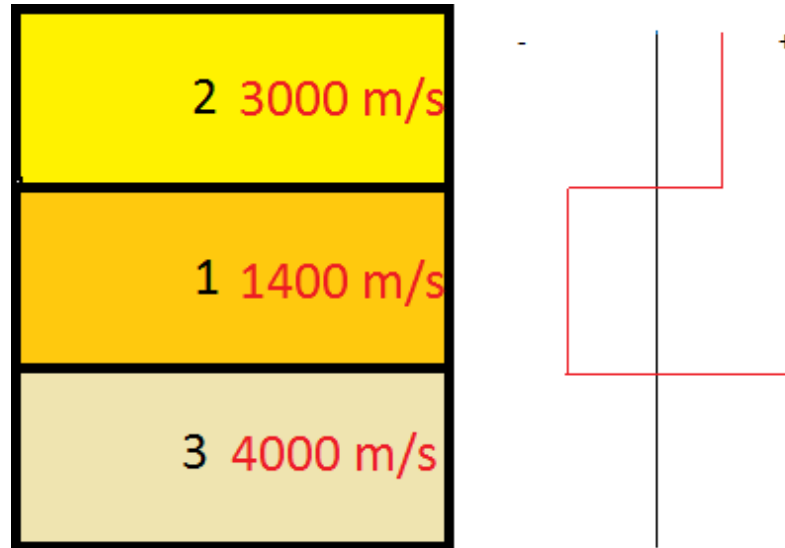
### 10.2.2 COEFICIENTE DE REFLEXIÓN.

Este tipo de atributo sísmico está relacionado a la respuesta de la roca, cuando la onda es emitida a través de la roca y es registrada por los receptores, la onda resultante es un pulso, la polaridad y amplitud de este pulso corresponden a la interface estratigráfica y la capacidad de reflejar la energía de la onda (Li & Zhao, 2014). Para calcular este parámetro se usa la siguiente formula suponiendo un ambiente de 2 capas.

$$C_r = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} \quad (10-2)$$

Donde  $\rho_2$  y  $v_2$  son la densidad y velocidad de la capa 2, la cual es subyacente a la capa 1, y  $\rho_1 v_1$  son la densidad y velocidad de la capa 1.

La ventaja de este atributo está en su sensibilidad, por ejemplo, de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** tenemos 3 capas con densidad hipotética de 2, 1 y 3 y velocidades de 3000 m/s, 1400 m/s y 4000 m/s respectivamente, en la interacción de los estratos de densidad 2 y 1 podemos notar que el estrato superior es más denso, lo que genera un comportamiento negativo del coeficiente de reflexión, reflejado en la línea roja de la gráfica derecha, mientras que la interacción de los estratos de densidad 1 y 3 se observa que el estrato superior es menos denso que el estrato inferior, lo cual genera un comportamiento positivo del coeficiente de reflexión.



*Ilustración 10-1 Esquema del comportamiento del coeficiente de reflexión, el gráfico derecho muestra el comportamiento del coeficiente de reflexión entre 3 estratos.*

### 10.2.3 IMPEDANCIA DE CIZALLA.

Este tipo de coeficiente se basa en el concepto de impedancia acústica, visto en el apartado 10.2.1, solo que en este caso se usa la velocidad de onda S.

$$I_c = \rho v_s \quad (10-3)$$

### 10.2.4 COEFICIENTE VP/VS.

Este tipo de coeficiente es sensible a la presencia de fluidos, si existe un fluido dentro de los poros, ya sea gas, agua o hidrocarburo, es fácil detectarlos ya que las velocidades de la onda S y la onda P dependen de la matriz de la roca, porosidad y mineralogía, el decrecimiento de tiempo de viaje de la onda S, o bien, el incremento de la velocidad de la onda S se debe al decrecimiento de la densidad y la absorción de deformación causado por la presencia de gas libre en los poros, mientras que el incremento del tiempo de viaje de la onda P o bien la disminución de la velocidad de la onda P se debe al decrecimiento del módulo de Bulk o compresibilidad (Hamada, 2004).

### 10.2.5 COEFICIENTE DE POISSON.

Es la disposición de un material a comprimirse, al igual que el coeficiente  $V_p/V_s$ , es sensible a la presencia de fluidos, un fluido se puede comprimir sin cambiar de forma, lo cual ofrece valores altos del coeficiente, por ejemplo, si el coeficiente de Poisson es de 0.5, indica la presencia de un fluido, si es de 0.3 nos indica una arenisca (Schlumberger, 2016). La fórmula de este coeficiente es:

$$\sigma = \frac{0.5(V_p^2 - 2V_s^2)}{V_p^2 - V_s^2} \quad \text{o} \quad \sigma = \frac{\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 2}{2\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 2} \quad (10-4)$$

### 10.2.6 COEFICIENTE K

El coeficiente k o módulo de Bulk se define como la razón de la presión aplicada a un volumen de carga (Pavlis, 2003), visto desde las constantes de Lamé, este coeficiente es:

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu \quad (10-5)$$

Sin embargo, para poder relacionar este coeficiente a las velocidades de onda P y onda S se considera que estas están condicionadas por:

$$V_p = \left[\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{y} \quad V_s = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (10-6)$$

Haciendo uso (10-5) en (10-6) obtenemos:

$$K = (V_p^2 * \rho) - \left(\frac{4}{3}V_s^2 * \rho\right) \quad (10-7)$$

Sin embargo, todos los atributos sísmicos relacionados con la presión del yacimiento, llámese K,  $\mu$  o  $\lambda$  deben dividirse entre 1,000,000, esto es para lograr que los resultados estén en gigapascals (Gpa), la cual es una medida estandarizada en el análisis de presiones en pozo.

### 10.2.7 COEFICIENTE $\mu$

el módulo  $\mu$  o módulo de corte es una constante elástica que relaciona el esfuerzo de corte y la deformación de cizallamiento (Schlumberger, 2016), usando (10-6) podemos obtener el valor de  $\mu$

$$\mu = V_s^2 * \rho \quad (10-8)$$

### 10.2.8 COEFICIENTE $\lambda$

el coeficiente  $\lambda$  es en cierta forma, un valor similar al coeficiente K, como constante de Lamé se tiene la relación entre el esfuerzo y la deformación del medio,

sin embargo, las diferencias entre el coeficiente  $K$  y el coeficiente  $\lambda$  están en el tipo de medio, si este se aplica en un fluido ideal  $K = \lambda$ .

$$\lambda = K - \frac{2}{3}\mu \quad (10-9)$$

### 10.3 REGISTROS DE POZOS

Los registros geofísicos de pozos son una de las herramientas más importantes en la evaluación de un yacimiento, especialmente cuando no se cuenta con muestras extraídas de la perforación, ya que las herramientas usadas permiten cuantificar las propiedades petrofísicas de las rocas circundantes al pozo.

Para este trabajo se usaron los datos de los registros de pozos Caliper, Rayos Gamma (GR), porosidad neutrón (NPHI), porosidad efectiva (PHIE), porosidad total (PHIT), densidad total (RHOB), saturación de agua ( $S_w$ ), registro sínico de onda compresional (DTCO).

#### 10.3.1 REGISTRO CALIPER.

El objetivo de esta herramienta es medir el diámetro del pozo, para esto usa un arreglo de 2, 4 o 6 brazos distribuidos de forma equidistante, estos brazos entran en contacto a la pared del pozo, así los brazos se contraen o expanden según sea la forma del pozo, la forma del pozo depende en su mayoría de las condiciones litológicas, flujos y de la acumulación de lodo en las paredes del pozo, estas características permiten detectar zonas permeables, por ejemplo, la presencia de acumulación de lodo o mud cake es un buen indicador de zonas permeables (Serra, 1986).

#### 10.3.2 POROSIDAD NEUTRÓN (NPHI)

Esta herramienta es calculada directamente de la respuesta del registro, este mide la cantidad de líquido presente en los poros comparando la respuesta calibrada de una formación de areniscas con la respuesta de la litología del pozo, la fórmula para calcular la porosidad a partir de esta herramienta es:

$$\log_{10}\phi = aN + B \quad (10-10)$$

Donde  $a$  y  $B$  son constantes,  $N$  es la razón de conteo y  $\phi$  es la porosidad verdadera, sin embargo, cuando esta herramienta se encuentra con zonas de gas los valores de porosidad reportados por la herramienta son mucho menores a la porosidad real debido al índice de hidrogeno muy bajo (Peters, 2012).

#### 10.3.3 REGISTRO SÍNICO DE ONDA COMPRESIONAL (DTCO).

Este tipo de registro mide el tiempo que tarda una onda compresional en recorrer cierta distancia de la formación, generalmente esta distancia es de 1 pie, la velocidad se mide en microsegundos por pie (us/ft).

Para usar la información de este tipo de registro y relacionarlo a la porosidad se tienen múltiples opciones de métodos empíricos, de estos, los más comunes son la ecuación de tiempo promedio de Wyllie y la ecuación de Raymer-Hunt-Gardner (Cannon, 2015).

$$\phi = \frac{\Delta t_{log} - \Delta t_{ma}}{\Delta t_{fl} - \Delta t_{ma}} \quad (10-11)$$

(10-11) es la lentitud de la formación medida por la herramienta,  $\Delta t_{ma}$  y  $\Delta t_{fl}$  son las lentitudes de la matriz y el fluido respectivamente.

$$\phi = K \times \frac{\Delta t_{log} - \Delta t_{ma}}{\Delta t_{log}} \quad (10-12)$$

La ecuación de Raymer-Hunt-Gardner fue designada para arenas pobremente consolidadas De (10-12), K es una constante empírica con valores entre 0.625 a 0.7 (Cannon, 2015).

#### 10.3.4 POROSIDAD TOTAL (PHIT)

la porosidad total es la razón de volumen de poros, interconectado o no, que tiene la roca. Para cálculo de este parámetro se usan los datos de varios registros que “miden” la porosidad, entre los tipos de registros más comunes para obtener la porosidad están: registro sísmico, registro de densidad, registro de neutrones (Cannon, 2015).

#### 10.3.5 POROSIDAD EFECTIVA (PHIE)

La porosidad efectiva es la razón del volumen de poro interconectado, este depende de la clasificación de los granos presentes en la roca y de su capacidad para permitir el flujo de cualquier fluido.

#### 10.3.6 DENSIDAD TOTAL (RHOB).

Este tipo de registro se basa en la interpretación de las medidas obtenidas por herramientas de tipo radioactivo, al emitir radiación gamma, los electrones interactúan con la composición química de las rocas, los receptores de la herramienta registran la densidad de electrones, esto es, el número de electrones por centímetro cubico de la roca, la densidad de electrones está relacionada a la densidad de la matriz, porosidad y fluidos almacenados.

Para un elemento puro:

$$\rho_e = \rho_b \left( \frac{2Z}{A} \right) \quad (10-13)$$

Donde  $\rho_e$  es la densidad de electrones,  $\rho_b$  es la densidad bulk, Z es el numero atómico del elemento irradiado y A es el peso atómico del elemento (Peters, 2012).